



**ESTABILIDADE TRANSIENTE DE TALUDES EM SOLOS NÃO
SATURADOS PELO MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE
GENERALIZADO COM SOLUÇÃO ANALÍTICA DA INFILTRAÇÃO DE
ÁGUA**

ALUNO: DANIEL BATISTA SANTOS

ORIENTADOR: PROF. ANDRÉ LUÍS BRASIL CAVALCANTE, D.Sc.

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA

PUBLICAÇÃO: G.DM-402/2023

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOTECNIA

BRASÍLIA, DEZEMBRO DE 2023

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**ESTABILIDADE TRANSIENTE DE TALUDES EM SOLOS NÃO
SATURADOS PELO MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE
GENERALIZADO COM SOLUÇÃO ANALÍTICA DA
INFILTRAÇÃO DE ÁGUA**

DANIEL BATISTA SANTOS

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.**

APROVADA POR:

ANDRÉ LUÍS BRASIL CAVALCANTE, PhD. (ENC-UnB)
(ORIENTADOR)

JUAN FÉLIX RODRIGUEZ REBOLLEDO, PhD. (ENC-UnB)
(EXAMINADOR INTERNO)

GILSON DE FARIAS NEVES GITIRANA JUNIOR, PhD. (UFG)
(EXAMINADOR EXTERNO)

DATA: BRASÍLIA/DF, 20 de dezembro de 2023.

FICHA CATALOGRÁFICA

SANTOS, DANIEL BATISTA

Estabilidade transiente de taludes em solos não saturados pelo método do equilíbrio limite generalizado com solução analítica da infiltração de água. Distrito Federal, 2023.

xxi, 125p, 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Geotecnia, 2023).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| 1. Taludes em solo | 2. Equilíbrio limite |
| 3. Fluxo transiente | 4. Solos não saturados |
| 5. Resistência cisalhante | 6. Modelagem computacional |
| I. ENC/FT/UnB | II. Mestre |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SANTOS, D.B. (2023). Estabilidade transiente de taludes em solos não saturados pelo método do equilíbrio limite generalizado com solução analítica da infiltração de água. Dissertação de mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, DF, 125p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Daniel Batista Santos

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Estabilidade transiente de taludes em solos não saturados pelo método do equilíbrio limite generalizado com solução analítica da infiltração de água.

GRAU/ANO: Mestre / 2023.

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Daniel Batista Santos

Av Comercial n° 381, Setor Tradicional.

CEP: 71691-153 – São Sebastião/DF – Brasil.

EPÍGRAFE

“... I search but never find
Hurt but never cry
I work and forever try
But I’m cursed, so never mind
And it’s worse but better times
seem further and beyond
The top gets higher the more that I climb
...”

-Lil Wayne

RESUMO

Taludes são estruturas inclinadas de maciços de solo presentes em nosso meio de forma natural ou em estruturas geotécnicas. A ruptura de taludes muitas vezes está associada à variação do conteúdo de água no solo, como devido a eventos de precipitações intensas. Portanto, se torna necessária a análise da estabilidade global de taludes no estado não saturado do solo. No presente estudo foi realizada a modelagem do fator de segurança transiente para a estabilidade global de taludes em solos homogêneos não saturados pelos métodos de equilíbrio limite de Bishop e GLE (Equilíbrio Limite Generalizado). Acoplado ao equilíbrio limite, uma solução semi-analítica de fluxo bidimensional transiente de água foi aplicada a uma formulação de resistência cisalhante não saturada do solo. A implementação desse modelo foi feita na linguagem de programação *Wolfram* no software *Mathematica* e permitiu a análise paramétrica do fator de segurança variando ao longo do tempo durante eventos de infiltração de água no solo ou de secagem do solo, aplicando-se diferentes condições de contorno para a umidade e a geometria do talude. Este modelo também permitiu a análise de outras variáveis de estado transientes como a sucção e a resistência cisalhante. Foram simulados seis casos teóricos de estabilidade de taludes com diferentes condições de contorno para a solução semi-analítica do fluxo desenvolvida neste trabalho. Os parâmetros geotécnicos adotados correspondem a um solo típico argiloso e outro típico arenoso. Os resultados do modelo desenvolvido nesta dissertação foram comparados com os resultados obtidos com os mesmos parâmetros de entrada para o pacote de softwares comerciais *GeoStudio* (*Seep/W* e *Slope/W*), apresentando consistência entre si a partir das hipóteses adotadas, sendo analisadas as diferenças da formulação matemática adotada neste trabalho. Também foi demonstrado como a abordagem não saturada apresenta resultados mais consistentes que a abordagem comum na prática de se desconsiderar a parcela não saturada da resistência. A ferramenta computacional desenvolvida no *Mathematica* pode ser aplicada na prática da engenharia geotécnica em estudos de casos de taludes em solos não saturados, e poderá ainda ser aperfeiçoada para hipóteses de modelagem mais complexas, tanto de fluxo quanto de estabilidade.

Palavras-chave: Taludes em solo; Equilíbrio limite; Fluxo transiente; Solos não saturados; Resistência cisalhante; Modelagem computacional.

ABSTRACT

Title: Transient slope stability in unsaturated soils by the general limit equilibrium method with analytical solution for the water infiltration

Slopes are soil structures present in the landscape, whether naturally or in man-made geotechnical constructions. Slope failure is usually related to the variation in the water content within the soil during hydrological events such as intense precipitations. Thus, the global stability analysis in unsaturated soil slopes is needed. The present study models the transient factor of safety for global stability in homogeneous and unsaturated soil slopes using the Bishop and GLE (General Limit Equilibrium) limit equilibrium methods. Also, a semi-analytical solution for the transient two-dimensional water flow applied to an unsaturated shear strength model was coupled to the limit equilibrium modeling. This model was implemented in the *Wolfram* programming language in the *Mathematica* software. It allowed parametric analyses for the factor of safety varying with time during water infiltration or drying events, applying different boundary conditions for the water content and the slope geometry. This model also allowed the analyses of other state variables such as suction and shear strength. Six slope stability cases were simulated using different boundary conditions for the semi-analytical seepage solution developed here. The adopted geotechnical parameters correspond to a typical clayey soil and a typical sandy soil. The results of the present model were compared to the results obtained by the same inputs in the commercial software package *GeoStudio (Seep/W e Slope/W)*, presenting consistency amongst themselves for the adopted hypotheses. Some differences between the software for the formulation and the results were explained. It was also demonstrated that the unsaturated approach results is more reliable than the common approach adopted in practice about disregarding any contribution for the unsaturated part of the shear strength. The computational tool developed in the *Mathematica* can be applied in the geotechnical engineering practice for case studies in unsaturated soil slopes, and it may be improved for more complex modeling hypotheses, for both water flow and stability.

Keywords: Soil slope; limit equilibrium; transient flow; unsaturated soils; shear strength; computational modelling

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. MOTIVAÇÃO	1
1.2. OBJETIVOS	2
1.2.1. Objetivo Geral	2
1.2.2. Objetivos Específicos	2
1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	2
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1. FLUXO DE ÁGUA TRANSIENTE EM SOLOS NÃO SATURADOS	4
2.1.1. Curva de retenção de água no solo (SWRC)	4
2.1.2. Solução analítica para a infiltração unidimensional de água no solo	5
2.1.3. Fluxo não saturado bidimensional.....	12
2.2. RESISTÊNCIA NÃO SATURADA DO SOLO	14
2.2.1. Variáveis de estado transientes da resistência cisalhante	16
2.3. MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE	19
2.3.1. Método de Fellenius	26
2.3.2. Método de Bishop Simplificado.....	26
2.3.3. Fator de segurança não saturado.....	27
2.3.4. Fatores de segurança na prática da Geotecnia.....	28
2.4. EQUILÍBRIO LIMITE COM INFILTRAÇÃO UNIDIMENSIONAL ANALÍTICA (SANTOS 2021)	29
3. METODOLOGIA.....	34
3.1. CONSIDERAÇÕES SOBRE A INFILTRAÇÃO DE ÁGUA	34
3.2. CONSIDERAÇÕES SOBRE A GEOMETRIA.....	36

3.3.	CONSIDERAÇÕES SOBRE A RESISTÊNCIA CISALHANTE E O FATOR DE SEGURANÇA	38
3.4.	IMPLEMENTAÇÃO NOS SOFTWARES	38
3.5.	PARÂMETROS DE ENTRADA PARA AS SIMULAÇÕES.....	40
4.	RESULTADOS	46
4.1.	MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA.....	46
4.1.1.	Solução analítica aproximada da infiltração.....	46
4.1.2.	Fator de segurança para o método GLE	51
4.2.	ANÁLISE PARAMÉTRICA E DISCUSSÕES	56
4.2.1.	Infiltração bidimensional com a solução analítica aproximada.....	56
4.2.2.	Evapotranspiração e ciclo de umidade com solução analítica aproximada 69	
4.2.3.	Caso 1: talude 1V:1H com 8m de altura e solo argiloso	74
4.2.4.	Caso 2: talude 1V:1H com 8m de altura e solo arenoso.....	87
4.2.5.	Caso 3: talude 1V:0,1H com 3m de altura e solo argiloso	95
4.2.6.	Caso 4: talude 1V:2H com 12m de altura e solo arenoso.....	100
4.2.7.	Caso 5: evapotranspiração em talude 1V:1H com 8m de altura e solo argiloso 105	
4.2.8.	Caso 6: talude 1V:1H com 8m de altura e solo argiloso	110
4.3.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	116
5.	CONCLUSÕES	119
5.1.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	119
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	121

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Curva de retenção de água no solo ou SWRC (adaptado de López-Acosta & Menoza-Promotor, 2016)	4
Figura 2.2 – SWRC típica a partir da equação (2.11) (adaptado de Cavalcante & Zornberg (2017)).	10
Figura 2.3 – Função de condutividade hidráulica típica a partir da equação (2.13) (adaptado de Cavalcante & Zornberg (2017)).	10
Figura 2.4 – Solução analítica do fluxo 2D de Cavalcante et al. (2019). Parâmetros de simulação: $\theta_0 = 0.50$; $\theta_s = 0.61$; $\theta_i = 0.10$; $\theta_r = 0.01$; $\delta = 0.01 \text{ kPa}^{-1}$; $k_s = 10^{-6} \text{ m/s}$; tempo: 100 s (a) e 10^4 s (b).	13
Figura 2.5 – Mudança de coordenadas baseada na inclinação do talude (Zhan et al., 2013)	14
Figura 2.6 – Parcela não saturada da resistência cisalhante em função da sucção para diferentes tipos de solos (adaptado de Santos et al. (2021)).	18
Figura 2.7 – Efeito de diferentes períodos de infiltração para a (a) sucção e (b) resistência cisalhante ao longo da profundidade. Parâmetros: $\theta_0 = \theta_s = 0.33$; $\theta_r = 0.02$; $\delta = 0.01 \text{ kPa}^{-1}$; $k_s = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$; $\gamma_d = 16.2 \text{ kN/m}^3$; $c' = 8 \text{ kPa}$; $\phi = 26^\circ$ (adaptado de Santos et al. (2023))	19
Figura 2.8 – Ações a se considerar em uma fatia no método do equilíbrio limite para estabilidade de taludes (modificado - GEO-SLOPE 2021).	20
Figura 2.9 – Definições comuns para a função $f(x)$ (modificado - GEO-SLOPE 2021).	22
Figura 2.10 – Comparação entre os fatores de segurança de diferentes modelos de equilíbrio limite (modificado de Krahn, 2003).	23
Figura 2.11 – Função $f(x)$ de Fan et al. (1986) (adaptado).	25
Figura 2.12 – Fatores de segurança em relação ao equilíbrio de momentos e ao equilíbrio de forças para superfícies de ruptura circulares (modificado de Krahn, 2003).	27

Figura 2.13 – Representação da modelagem desenvolvida para o fluxo vertical e superfície de ruptura circular (Santos, 2021).....	29
Figura 2.14 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo inicial: (a) implementação no <i>Mathematica</i> e (b) no <i>Slope/W</i> (Santos, 2021).	32
Figura 2.15 – (a) Sucção variando ao longo do tempo e da profundidade considerando uma infiltração unidimensional; (b) Sucção ao longo da superfície de ruptura variando no tempo (Santos, 2021).	33
Figura 3.1 – Regiões definidas a partir do fluxo perpendicular à superfície do talude..	35
Figura 3.2 – Ilustração da malha de centros e malha de raios que definem as superfícies circulares a serem testadas.....	37
Figura 3.3 – Consideração das fatias quando o centro do círculo possuir altura inferior a um dos pontos extremos da superfície circular	37
Figura 3.4 – Fluxograma da modelagem proposta.	40
Figura 3.5 – SWRC para os solos simulados	41
Figura 3.6 – Curva de condutividade hidráulica não saturada para os solos simulados.	42
Figura 4.1 – Regiões e parâmetros geométricos utilizados nas ponderações da solução do fluxo.....	47
Figura 4.2 – Ilustração dos coeficientes de ponderação para majoração das funções $dif(x,y)$, $adv(x,y)$ e $prof(x,y)$	48
Figura 4.3 – Ilustração dos coeficientes de ponderação para minoração das funções $dif(x,y)$, $adv(x,y)$ e $prof(x,y)$	49
Figura 4.4 – Representação esquemática da modelagem desenvolvida para o fluxo perpendicular e superfície de ruptura circular	52
Figura 4.5 – Número de Peclet em relação à profundidade.....	56
Figura 4.6 – Número de Peclet em relação ao tempo.	57
Figura 4.7 – Comparação da infiltração unidimensional para o solo típico argiloso: solução analítica (<i>Mathematica</i>) e solução numérica (<i>Seep/W</i>).	58

Figura 4.8 – Comparação da infiltração unidimensional para o solo típico arenoso: solução analítica (<i>Mathematica</i>) e solução numérica (<i>Seep/W</i>).....	59
Figura 4.9 – Comparação da infiltração em talude infinito com $\beta = 45^\circ$ e solo típico argiloso para $t = 20h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	60
Figura 4.10 – Infiltração ao longo de uma linha vertical em talude infinito com $\beta = 45^\circ$ para o solo típico argiloso.....	61
Figura 4.11 – Comparação da infiltração em talude infinito com $\beta = 45^\circ$ e solo típico arenoso para $t = 20h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	61
Figura 4.12 – Infiltração ao longo de uma linha vertical em talude infinito com $\beta = 45^\circ$ para o solo típico arenoso.	62
Figura 4.13 – Comparação da infiltração em talude infinito com $\beta = 84,3^\circ$ e solo típico argiloso para $t = 20h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	62
Figura 4.14 – Infiltração ao longo de uma linha vertical em talude infinito com $\beta = 84,3^\circ$ para o solo típico argiloso.....	63
Figura 4.15 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso para $t = 4h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	63
Figura 4.16 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso para $t = 50h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	64
Figura 4.17 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico arenoso para $t = 5h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	65
Figura 4.18 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico arenoso para $t = 50h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	65
Figura 4.19 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 2 com solo típico argiloso para $t = 2h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	66
Figura 4.20 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 2 com solo típico argiloso para $t = 20h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	66
Figura 4.21 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 2 com solo típico	

arenoso para $t = 2h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	67
Figura 4.22 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 2 com solo típico arenoso para $t = 20h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	67
Figura 4.23 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 3 com solo típico argiloso para $t = 6h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	68
Figura 4.24 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 3 com solo típico argiloso para $t = 50h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	68
Figura 4.25 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 3 com solo típico arenoso para $t = 6h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	69
Figura 4.26 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 3 com solo típico arenoso para $t = 50h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	69
Figura 4.27 – Comparação da secagem unidimensional para o solo típico argiloso: solução analítica (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).	70
Figura 4.28 – Comparação da secagem bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso para $t = 6h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	70
Figura 4.29 – Comparação da secagem bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso para $t = 50h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	71
Figura 4.30 – Comparação da infiltração unidimensional com ciclo de umidade para o solo típico argiloso: solução analítica (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).....	72
Figura 4.31 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso e ciclo de umidade para $t = 10h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	72
Figura 4.32 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso e ciclo de umidade para $t = 12h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	73
Figura 4.33 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso e ciclo de umidade para $t = 21h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	73
Figura 4.34 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso e ciclo de umidade para $t = 30h$: (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	74

Figura 4.35 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 0h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	75
Figura 4.36 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 2h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	75
Figura 4.37 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 4h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	76
Figura 4.38 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 10h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	76
Figura 4.39 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 20h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	77
Figura 4.40 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>GLE</u> para $t = 0h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	77
Figura 4.41 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>GLE</u> para $t = 2h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	78
Figura 4.42 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>GLE</u> para $t = 4h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	78
Figura 4.43 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>GLE</u> para $t = 10h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	79
Figura 4.44 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>GLE</u> para $t = 20h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	79
Figura 4.45 – Fator de segurança crítico para o Caso 1.	81
Figura 4.46 – Caso 1: FS_m e FS_f para a superfície crítica.	82
Figura 4.47 – Caso 1: sucção ao longo da superfície de ruptura: comparação entre solução analítica aproximada (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).	83
Figura 4.48 – Caso 1: coesão aparente ao longo da superfície de ruptura: solução analítica aproximada (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).	83
Figura 4.49 – Caso 1: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.	

.....	84
Figura 4.50 – Caso 1: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.....	84
Figura 4.51 – Caso 1: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método GLE..	85
Figura 4.52 – Caso 1: força normal entre fatias, método GLE.....	86
Figura 4.53 – Caso 1: força cisalhante entre fatias, método GLE.	86
Figura 4.54 – Caso 1: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método GLE.	87
Figura 4.55 – Caso 2: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 0h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	87
Figura 4.56 – Caso 2: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 1h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	88
Figura 4.57 – Caso 2: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 5h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	88
Figura 4.58 – Caso 2: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 10h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	89
Figura 4.59 – Fator de segurança crítico para o Caso 2.	90
Figura 4.60 – Caso 2: FS_m e FS_f para a superfície crítica.....	90
Figura 4.61 – Caso 2: sucção ao longo da superfície de ruptura: comparação entre solução analítica aproximada (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).....	91
Figura 4.62 – Caso 2: coesão aparente ao longo da superfície de ruptura: solução analítica aproximada (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).	92
Figura 4.63 – Caso 2: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.	92
Figura 4.64 – Caso 2: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.....	93

Figura 4.65 – Caso 2: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método GLE..	93
Figura 4.66 – Caso 2: força normal entre fatias, método GLE.....	94
Figura 4.67 – Caso 2: força cisalhante entre fatias, método GLE.	94
Figura 4.68 – Caso 2: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método GLE.	95
Figura 4.69 – Caso 3: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 0h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	96
Figura 4.70 – Caso 3: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 2h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	96
Figura 4.71 – Caso 3: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 10h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	97
Figura 4.72 – Caso 3: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 20h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	97
Figura 4.73 – Fator de segurança crítico para o Caso 3.	98
Figura 4.74 – Caso 3: sucção ao longo da superfície de ruptura: comparação entre solução analítica aproximada (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).....	98
Figura 4.75 – Caso 3: coesão aparente ao longo da superfície de ruptura: solução analítica aproximada (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).	99
Figura 4.76 – Caso 3: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.	100
Figura 4.77 – Caso 3: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.....	100
Figura 4.78 – Caso 4: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 0h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	101
Figura 4.79 – Caso 4: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 6h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	101
Figura 4.80 – Caso 4: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 10h$;	

(a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	102
Figura 4.81 – Caso 4: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 20h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	102
Figura 4.82 – Fator de segurança crítico para o Caso 4.	103
Figura 4.83 – Caso 4: sucção ao longo da superfície de ruptura: comparação entre solução analítica aproximada (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).	104
Figura 4.84 – Caso 4: coesão aparente ao longo da superfície de ruptura: solução analítica aproximada (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).	104
Figura 4.85 – Caso 4: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.	105
Figura 4.86 – Caso 4: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.	105
Figura 4.87 – Caso 5: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 0h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	106
Figura 4.88 – Caso 5: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 2h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	106
Figura 4.89 – Caso 5: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 12h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	107
Figura 4.90 – Caso 5: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 20h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	107
Figura 4.91 – Fator de segurança crítico para o Caso 5.	108
Figura 4.92 – Caso 5: sucção ao longo da superfície de ruptura com solução analítica aproximada (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).	108
Figura 4.93 – Caso 5: coesão aparente ao longo da superfície de ruptura com solução analítica aproximada (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).	109
Figura 4.94 – Caso 5: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.	109

Figura 4.95 – Caso 5: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.....	110
Figura 4.96 – Caso 6: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 0h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	111
Figura 4.97 – Caso 6: mapa de fatores de segurança pelo método de <u>Bishop</u> para $t = 10h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	111
Figura 4.98 – Caso 6: mapa de fatores de segurança por <u>Bishop</u> para $t = 12h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	112
Figura 4.99 – Caso 6: mapa de fatores de segurança por <u>Bishop</u> para $t = 21h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	112
Figura 4.100 – Caso 6: mapa de fatores de segurança por <u>Bishop</u> para $t = 30h$; (a) <i>Mathematica</i> e (b) <i>Seep/W</i>	113
Figura 4.101 – Fator de segurança crítico para o Caso 6.	113
Figura 4.102 – Caso 6: sucção ao longo da superfície de ruptura com solução analítica aproximada (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).	114
Figura 4.103 – Caso 6: coesão aparente ao longo da superfície de ruptura com solução analítica aproximada (<i>Mathematica</i>) e numérica (<i>Seep/W</i>).....	115
Figura 4.104 – Caso 6: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.....	115
Figura 4.105 – Caso 6: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.	116

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Fatores de segurança para estabilidade de encostas (NBR 11682/2009)	28
Tabela 3.2. Parâmetros dos solos simulados	41
Tabela 3.3. Aspectos gerais dos casos simulados.....	42

LISTA DE SIGLAS

Letras latinas

A	função auxiliar da solução de fluxo transiente no meio semi-infinito
adv	função de modificação para o coeficiente de advecção na solução semi-analítica do fluxo
a_L	braço de alavanca de A_L
A_L	força estática da água aplicada à esquerda do talude
a_R	braço de alavanca de A_R
A_R	força estática da água aplicada à direita do talude
a_s	coeficiente advectivo do fluxo não saturado
B	função auxiliar da solução de fluxo transiente no meio finito
c'	coesão efetiva do solo
d	braço de alavanca de F_d
dif	função de modificação para o coeficiente de difusão na solução semi-analítica do fluxo
D_z	coeficiente de difusividade da água no solo não saturado
E_L	força normal entre fatias aplicado à esquerda da fatia
E_R	força normal entre fatias aplicado à direita da fatia
f	braço de alavanca de N
F_d	carga concentrada aplicada sobre o talude
FS	fator de segurança
FS_f	fator de segurança pelo equilíbrio de forças
FS_m	fator de segurança pelo equilíbrio de momentos
h	altura da fatia no método do equilíbrio limite
H	altura do talude em solo
k_s	condutividade hidráulica saturada do solo
kW	força horizontal devido à atividade sísmica
k_z	condutividade hidráulica não saturada na direção vertical
l	comprimento da base da fatia
N	força normal na base da fatia
P	número de Peclet

prof	função de modificação para a profundidade na solução semi-analítica do fluxo
R	braço de alavanca de S_m ou raio da superfície circular de ruptura
S	grau de saturação do solo
S_e	grau de saturação efetivo do solo
S_m	força tangente na base da fatia
S_r	grau de saturação residual do solo
t	tempo após o início da infiltração
t_1	tempo para mudança da condição de contorno imposta no topo na solução de fluxo
u_a	poropressão do ar
u_w	poropressão da água
X_L	força tangencial entre fatias aplicado à esquerda da fatia
X_R	força tangencial entre fatias aplicado à direita da fatia
W	peso da fatia
WT	distância entre o topo da coluna de solo e o nível freático
W_x	braço de alavanca de W
z	profundidade a partir do topo da coluna de solo

Letras gregas

α	ângulo em relação à horizontal da base da fatia
β	ângulo de inclinação do talude em relação à horizontal
χ	parâmetro de tensão efetiva da resistência cisalhante não saturada
δ	parâmetro hidráulico de ajuste da curva de retenção de água no solo
ϕ'	ângulo de atrito interno efetivo do solo
γ_d	peso específico seco do solo
γ_{sat}	peso específico saturado do solo
γ_w	peso específico da água
λ	proporção entre a força normal e tangencial entre as fatias
θ	teor de umidade volumétrico
θ_0	teor de umidade volumétrico imposta no topo da camada de solo como condição de contorno da solução analítica do fluxo transiente de água,

a partir do tempo inicial

θ_1	teor de umidade volumétrico imposta no topo da camada de solo como condição de contorno da solução analítica do fluxo transiente de água, a partir do tempo t_1
$\theta_{0,\max}$	teor de umidade volumétrico máximo imposto no topo da coluna no fluxo transiente de água no solo
θ_i	teor de umidade volumétrico inicial na coluna como condição de contorno da solução do fluxo transiente de água no solo
σ_m	tensão normal total média aplicada na base da fatia pelo método GLE
$\sigma_{m,B}$	tensão normal total aplicada na base da fatia pelo método de Bishop
σ_v	tensão vertical em um ponto do maciço de solo
τ	resistência cisalhante não saturada do solo
τ_α	tensão cisalhante na base da fatia pelo método de Fellenius
$\tau_{\alpha,B}$	tensão cisalhante na base da fatia pelo método de Bishop
$\tau_{\alpha,m}$	tensão cisalhante na base da fatia pelo método GLE
τ_{sat}	resistência cisalhante saturada do solo
ω	ângulo em relação com a horizontal da força F_d
ψ	sucção total de água no solo
ψ_0	sucção imposta no topo da coluna de solo como condição de contorno da solução do fluxo transiente de água no solo
ψ_i	sucção inicial na coluna como condição de contorno da solução do fluxo transiente de água no solo

1. INTRODUÇÃO

1.1. MOTIVAÇÃO

Taludes são maciços de solo ou rocha inclinados em relação à horizontal que compõem tanto a paisagem natural quanto obras geotécnicas: encostas habitadas; aterros de barragens ou outras obras de infraestrutura; rodovias; escavações a céu aberto; bordas de reservatórios e canais. A ruptura de taludes em solo geralmente ocorre no estado não saturado (presença de água e ar entre as partículas sólidas) devido à variação da umidade do solo durante eventos hidrológicos, como chuvas intensas. Tais rupturas podem gerar grandes perdas econômicas e humanas. Portanto, se torna necessário o estudo da estabilidade de taludes no estado não saturado e sua variação com o conteúdo de água presente no solo.

A estabilidade de taludes transiente (isto é, considerando a variação de umidade no solo ao longo do tempo) necessita de um modelo de resistência cisalhante acoplado a um modelo transiente de fluxo de água no solo. A resistência cisalhante variando com a umidade pode ser incluída em modelos de equilíbrio limite para a verificação da estabilidade de taludes. O equilíbrio limite pode ser aplicado para: rupturas superficiais (geralmente pelo método do talude infinito), que são interessantes para a regionalização de deslizamento superficial de encostas; ou globais (pelo método das fatias, capaz de examinar rupturas profundas também), que são aplicáveis localmente, mas permitem uma análise mais completa da segurança do talude.

Devido à dificuldade da solução do fluxo transiente em solos não saturados, diversos estudos analisaram a estabilidade superficial (Pham et al. 2018a; Pham et al. 2018b) ou global (Huang & Jia, 2009; Jr, 2005; Peranić et al., 2019; Tang et al., 2018) tratando numericamente a equação de Richards, que modela rigorosamente o fluxo de água em meios porosos. Outros estudos (Cavalcante & Camapum de Carvalho, 2017; Costa & Cavalcante, 2018; Dantas & Cavalcante, 2021; Zhan et al., 2013) utilizaram solução analítica para a equação de Richards, mas apenas para estabilidade superficial (método do talude infinito).

O estudo de Santos (2021) modela a estabilidade global não saturada de um talude em solo homogêneo durante infiltração transiente de água com solução analítica

unidimensional do fluxo de Cavalcante & Zornberg (2017). Este estudo considera somente o fluxo unidimensional na direção vertical. Alguns estudos (Chen & Young, 2006; Mascarenhas, 2022; Zhan et al., 2013) adaptam a equação do fluxo de forma a resolvê-la analiticamente considerando o fluxo perpendicular à superfície do talude.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo Geral

O objetivo principal desta dissertação é desenvolver um modelo semi-analítico (de forma fechada, não numérico) bidimensional (2D) para fluxo transiente de água em taludes, avançando na modelagem de Santos (2021) para estabilidade global transiente de taludes em solo não saturado com o método de Equilíbrio Limite Generalizado (GLE).

1.2.2. Objetivos Específicos

Os objetivos específicos a serem desenvolvidos são:

- a) Estudar e propor uma solução matemática de forma fechada (semi-analítica) para a EDP (equação diferencial parcial) que rege o fluxo de água não saturado em um talude de solo;
- b) Implementar no software *Mathematica* o método de Equilíbrio Limite Generalizado (GLE) em conjunto com a solução semi-analítica da infiltração de água;
- c) Comparar resultados gerados pela solução proposta nesta dissertação com os gerados por solução numérica de fluxo nos softwares *Seep/W* e *Slope/W*;
- d) Realizar análises paramétricas do modelo proposto, variando geometria, condições de fluxo e parâmetros de resistência do solo.

1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O Capítulo 1 aborda a introdução e os objetivos da dissertação.

O Capítulo 2 trata da revisão bibliográfica necessária para o desenvolvimento deste trabalho. São contemplados: o fluxo de água transiente em solos não saturados e os conceitos envolvidos; resistência não saturada do solo; e o método do equilíbrio limite para estabilidade de taludes em solos não saturados.

O Capítulo 3 aborda a metodologia utilizada neste trabalho, o que inclui as hipóteses

adotadas na modelagem matemática do problema e o método de análise. Também apresenta os diferentes parâmetros de geometria, do solo e das condições de contorno da infiltração para cada caso simulado.

A modelagem matemática do problema desenvolvida nesta dissertação e a análise paramétrica dos casos de simulação escolhidos são apresentados no Capítulo 4. Neste capítulo também são feitas discussões sobre os resultados obtidos das simulações.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. FLUXO DE ÁGUA TRANSIENTE EM SOLOS NÃO SATURADOS

2.1.1. Curva de retenção de água no solo (SWRC)

A curva de retenção de água no solo (*soil-water retention curve*, SWRC) é a relação constitutiva entre o conteúdo de água e a sucção nos poros do solo não saturado. Esta relação é fundamental em todo estudo na mecânica dos solos não saturados, pois relaciona a variável de estado de sucção (empregada amplamente nos modelos de fluxo, resistência e deformação de solos não saturados) com o teor de umidade volumétrica (ou grau de saturação ou teor de umidade gravimétrico), permitindo a modelagem tanto em termos de sucção quanto em termos de conteúdo de água no solo.

A sucção total no solo é geralmente dividida entre uma parcela de sucção osmótica, que decorre do gradiente de solutos na água, e uma parcela de sucção mátrica, devido a efeitos de capilaridade (interface entre a fase água e a fase ar, a membrana contráctil) da água nos poros do solo (Fredlund et al., 2012). A sucção osmótica é geralmente desprezada em situações práticas pois não influencia de forma significativa no comportamento do solo em relação à deformação ou resistência (Leong & Abuel-Naga, 2018; Miller & Nelson, 2006). Dessa forma, a SWRC é usualmente dada em termos de sucção mátrica apenas.

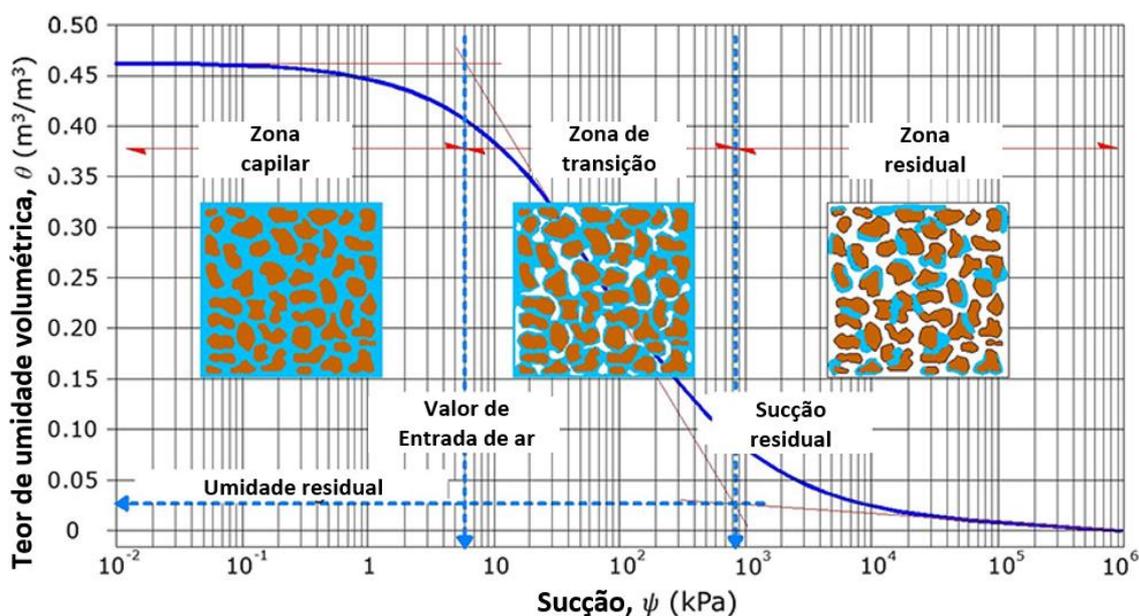


Figura 2.1 – Curva de retenção de água no solo ou SWRC (adaptado de López-Acosta & Menoza-Promotor, 2016)

A Figura 2.1 ilustra uma SWRC típica, plotada em escala logarítmica para a sucção. Três zonas se destacam para definir comportamento do solo não saturado: a zona capilar, onde a fase água é contínua nos vazios do solo; a zona de transição, onde ambas as fases água e ar são contínuas; e a zona residual, onde a fase água é descontínua e a fase ar é contínua nos vazios do solo. O valor de entrada de ar é a sucção que separa as zonas capilar e de transição; este valor é definido pela interseção das retas tangentes à curva em seu início (sucção próxima de zero) e no ponto de inflexão (Zhai & Rahardjo, 2012). A SWRC está diretamente relacionada à distribuição de poros no solo devido ao fenômeno da capilaridade. O valor de entrada de ar é maior quanto menor a granulometria dos solos (como solos argilosos), pois, quanto menor os poros, maior a capacidade de retenção de água por capilaridade. A sucção residual define a menor sucção da zona residual, a partir da qual se considera que a sucção não é capaz de conferir resistência adicional ao solo no estado não saturado devido à descontinuidade da fase água (Lu et al., 2010; Zhai et al., 2019).

No caso da Figura 2.1, a SWRC é dita unimodal, representando apenas a retenção de água nos macroporos do solo. Em casos de solos finos com agregações, comum em solos tropicais, por exemplo, a SWRC pode apresentar um comportamento bimodal, onde a zona residual dos macroporos (entre agregações) coincide com a zona capilar dos microporos (poros no interior das agregações, em contato com as partículas mais finas que compõem o solo). Contudo, para efeito na resistência cisalhante do solo, desde que o solo não seja desagregado (alterando totalmente sua distribuição de poros), geralmente considera-se apenas os macroporos e a SWRC unimodal correspondente.

A curva de condutividade hidráulica não saturada do solo é outra relação constitutiva necessária para a solução do fluxo em solos não saturados. Esta curva resulta de uma função que dá a condutividade hidráulica do solo reduzindo com o aumento de sucção. No caso saturado, a condutividade hidráulica é constante e igual ao valor máximo possível da condutividade hidráulica de cada solo. Esta curva possui um comportamento típico semelhante à SWRC, como na Figura 2.1, com a mesma definição das três zonas de comportamento das fases água e ar.

2.1.2. Solução analítica para a infiltração unidimensional de água no solo

A equação de Richards (1931) modela o fluxo transiente não saturado em meios porosos

da maneira mais rigorosa, a partir dos princípios de conservação de massa e continuidade de fluxo. O meio é tratado matematicamente como contínuo, de modo a aplicar conceitos do cálculo diferencial. Após a aplicação da conservação de massa e do princípio da continuidade, a variação do conteúdo de água (como fluido homogêneo e incompressível) em um volume de controle qualquer do meio atende a seguinte equação:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (2.1)$$

onde θ é o teor de umidade volumétrica no solo; t o tempo; z a variável espacial na direção vertical (da gravidade); x e y as direções ortogonais à vertical; e v_x , v_y e v_z são as velocidades aparentes do fluxo nas direções x , y e z , respectivamente (estas velocidades são aparentes, onde consideram que o fluxo ocorre em todo o meio e não somente nos poros do solo).

A extensão da lei de Darcy para solos não saturados, ou lei de Darcy-Buckingham (Buckingham, 1907), considera a velocidade de forma análoga à lei de Darcy, mas com a condutividade hidráulica dependente da sucção (que substitui a poropressão o caso saturado):

$$\begin{cases} v_x = k_x(\psi) \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ v_y = k_y(\psi) \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v_z = k_z(\psi) \left(\frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial \psi}{\partial z} - 1 \right) \end{cases} \quad (2.2)$$

onde k_x , k_y e k_z são as condutividades hidráulicas não saturada nas direções x , y e z , respectivamente; ψ é a sucção da água no solo; e γ_w é o peso específico da água. Vale ressaltar que a equação (2.2) também é válida para o caso saturado a partir da igualdade $\psi = u_a - u_w$, que corresponde à definição de sucção mátrica, e da assunção que $u_a = 0$ na saturação do solo. A equação de Richards pode então ser estabelecida como na seguinte EDP (equação diferencial parcial):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x(\psi) \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y(\psi) \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z(\psi) \left(\frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial \psi}{\partial z} - 1 \right) \right) \quad (2.3)$$

Esta é uma equação diferencial parcial altamente não-linear e geralmente exige soluções numéricas (Fredlund et al., 2012), isto devido à dificuldade de simplificar seus parâmetros para linearizar a equação e resolvê-la analiticamente.

Como o potencial gravitacional da água só varia ao longo da direção vertical, apenas o último termo, com derivada em z , difere das direções x e y . Além disso, para solução da equação de Richards ainda é necessário: (i) a relação constitutiva entre o teor de umidade volumétrico e a sucção, obtido para cada solo pela SWRC; (ii) as funções de condutividade hidráulica $k_x(\psi)$, $k_y(\psi)$ e $k_z(\psi)$, que são de difícil medição, mas diversos estudos as estimam com modelos teóricos a partir da SWRC (Kuang et al., 2021; Mualem, 1976; van Genuchten, 1980). Entretanto, antes de aplicar as relações constitutivas na equação (2.3), a mesma pode ser reformulada em termos da umidade volumétrico ao se definir as seguintes variáveis:

$$D_i(\theta) = \frac{k_i(\psi)}{\gamma_w} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (2.4)$$

$$a_s(\theta) = \frac{\partial k_z}{\partial \theta} \quad (2.5)$$

onde D_i é a difusividade não saturada da água na direção $i = x, y$ ou z ; e a_s o coeficiente advectivo do fluxo não saturado. Ressalta-se que o coeficiente advectivo atua somente na direção vertical (na direção da gravidade), enquanto a difusividade atua em todas as direções. Outra ressalva é que, fisicamente, a condutividade hidráulica não saturada depende diretamente de θ e não de ψ , pois caso contrário o efeito de histerese deveria ser tratado tanto na SWRC quanto na curva de condutividade hidráulica não saturada. Entretanto, como não está sendo considerada histerese no presente trabalho, a formulação direta em termos de ψ atende. A equação de Richards em termos do teor de umidade volumétrico (equação de Fokker-Plank) pode então ser escrita:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - a_s(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (2.6)$$

Para o caso de fluxo vertical unidimensional, a equação em função da umidade volumétrico do solo é dada como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial z} \left[D_z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] - a_s(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (2.7)$$

A equação (2.7), no contexto de transporte de massa em um meio contínuo, pode ser referida como equação de advecção-difusão (unidimensional). Na área da geotecnia ambiental, uma equação análoga é comumente utilizada para aplicação em modelos de transporte de contaminantes em solos saturados:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_c \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - v_c \frac{\partial c}{\partial z} \quad (2.8)$$

onde c é a concentração do soluto; D_c é o coeficiente de dispersão hidrodinâmica; e v_c é a velocidade do fluxo nos poros. Observa-se que a equação (2.8) é uma EDP linear, pois ambos D_c e v_c são tratados como constantes. Com isso, diversas soluções analíticas para diferentes condições iniciais e de contorno aplicadas ao transporte de contaminantes foram desenvolvidas, tanto para a equação (2.8) (Cleary & Adrian, 1973; Ogata & Banks, 1961; van Genuchten & Alves, 1982) quanto para sua versão tridimensional (Ozelim & Cavalcante, 2013; Paladino et al., 2018; Wexler, 1992).

Outro aspecto relevante no contexto de transporte de contaminantes para a equação de advecção-dispersão é a relação entre os coeficientes de advecção e de dispersão. Quanto maior o valor de D_c em relação ao valor de v_c , a parcela “difusiva” do fluxo domina em relação à parcela advectiva, e vice-versa. Em análises paramétricas, é comum utilizar uma grandeza adimensional denominada número de Peclet (P) para mensurar qual mecanismo, difusivo ou advectivo, domina em um determinado meio de comprimento finito L (Brenner, 1962; van Genuchten & Alves, 1982):

$$P = \frac{v_c}{D_c} L \quad (2.9)$$

O número de Peclet também pode ser definido de outras maneiras, como (Huysmans & Dassargues, 2005; Remenda et al., 1996):

$$P = \frac{v_c^2}{D_c} t \quad (2.10)$$

Esta definição é interessante pelo fato de substituir o valor L pelo termo $v_c t$, que indica a

frente de avanço da advecção no tempo de análise (t).

Conforme a equação análoga para transporte de contaminantes, o estudo de Cavalcante & Zornberg (2017) desenvolveu soluções analíticas para a equação de fluxo unidimensional. Para solução analítica da equação (2.7), é necessário adotar a SWRC e a função de condutividade hidráulica não saturada conforme equações a seguir (Cavalcante & Zornberg, 2017):

$$\theta(\psi) = (\theta_s - \theta_r) \exp(-\delta\psi) + \theta_r \quad (2.11)$$

ou, ainda,

$$\psi(\theta) = -\frac{1}{\delta} \ln \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \quad (2.12)$$

$$k_z(\theta) = k_s \exp(-\delta\psi) \quad (2.13)$$

onde δ é o parâmetro hidráulico de ajuste (único para ambas as curvas da SWRC e da condutividade hidráulica); θ_s o teor de umidade volumétrico saturado do solo (matematicamente equivalente à porosidade); θ_r o teor de umidade volumétrico residual; k_s a condutividade hidráulica saturada do solo. As equações (2.12) e (2.13) permitem a linearização da equação (2.7):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - a_s \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (2.14)$$

onde

$$D_z = \frac{k_s}{\delta(\theta_s - \theta_r)\gamma_w} \quad (2.15)$$

e

$$a_s = \frac{k_s}{(\theta_s - \theta_r)} \quad (2.16)$$

O termo “difusão” utilizado neste trabalho se refere à definição matemática de difusão, da forma como é gerado o primeiro termo no lado direito da equação (2.14), que, por sua vez, é análogo a outros fenômenos físicos como difusão do calor ou difusão de um soluto

em um solvente (líquido). Entretanto, apesar de não ser consenso na área da Geotecnia, o termo “difusão” será mantido neste trabalho.

A SWRC e a função de condutividade hidráulica não saturada típicas a partir das equações (2.11) e (2.13) são como nas figuras a seguir. Se observa como um menor valor de δ desloca a curva mais para a direita, ou seja, representando um solo de granulometria mais fina (maior valor de entrada de ar). Apesar da vantagem de permitir a solução analítica da EDP de fluxo, observa-se como o parâmetro de ajuste δ não altera a inclinação da curva nas zonas de transição e residual. Por isso, a curva não garante um bom ajuste com os dados experimentais da SWRC para qualquer solo.

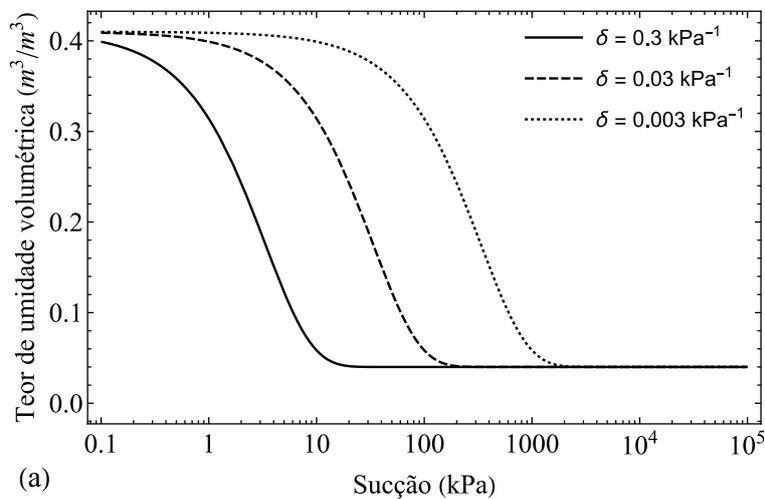


Figura 2.2 – SWRC típica a partir da equação (2.11) (adaptado de Cavalcante & Zornberg (2017)).

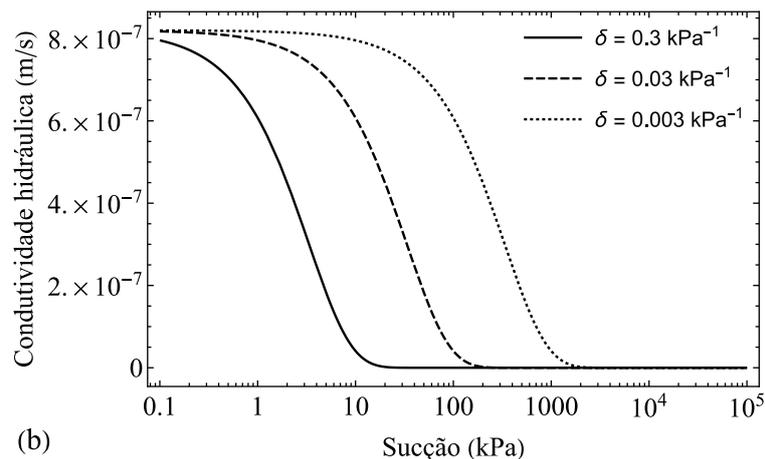


Figura 2.3 – Função de condutividade hidráulica típica a partir da equação (2.13) (adaptado de Cavalcante & Zornberg (2017)).

A EDP linear (2.14) para o fluxo de água em solo não saturado se torna matematicamente

equivalente à equação de transporte de contaminantes (equação (2.8)), sendo possível obter soluções analíticas para algumas condições de contorno, entre elas:

Caso 1: Coluna homogênea de solo semi-infinita com umidade constante no topo. A solução é dada por:

$$\theta(z, t) = \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)A(z, t) \quad (2.17)$$

onde a função auxiliar $A(z, t)$ é dada por (Cavalcante & Zornberg, 2017; Ogata & Banks, 1961; van Genuchten & Alves, 1982):

$$A(z, t) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{z - a_s t}{2\sqrt{D_z t}} \right) + \exp \left(\frac{a_s z}{D_z} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{z + a_s t}{2\sqrt{D_z t}} \right) \right] \quad (2.18)$$

onde θ_0 é o teor de umidade volumétrico constante no tempo imposto no topo da coluna e θ_i o teor de umidade volumétrico inicial ao longo da coluna. A condição de meio semi-infinito é dada matematicamente por $\partial\theta(\infty, t)/\partial z = 0$.

Caso 2: Coluna homogênea de solo finita com umidade constante no topo. A solução é dada por:

$$\theta(z, t) = \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)B(z, t) \quad (2.19)$$

onde a função auxiliar $B(z, t)$ é dada aproximadamente por (Cavalcante & Zornberg, 2017; Cleary & Adrian, 1973; van Genuchten & Alves, 1982):

$$\begin{aligned} B(z, t) = & \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{z - a_s t}{2\sqrt{D_z t}} \right) + \exp \left(\frac{a_s z}{D_z} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{z + a_s t}{2\sqrt{D_z t}} \right) \right] \\ & + \frac{1}{2} \left[2 + \frac{a_s (2WT - z)}{D_z} + \frac{a_s^2 t}{D_z} \right] \operatorname{erfc} \left(\frac{2WT - z + a_s t}{2\sqrt{D_z t}} \right) \exp \left(\frac{a_s WT}{D_z} \right) \\ & - \sqrt{\frac{a_s^2 t}{\pi D_z}} \exp \left[\frac{a_s WT}{D_z} - \frac{(2WT - z + a_s t)^2}{4D_z t} \right] \end{aligned} \quad (2.20)$$

onde WT = altura da coluna de solo entre a superfície e o nível freático. A condição de meio finito é dada matematicamente por $\partial\theta(WT, t)/\partial z = 0$. A aproximação da função auxiliar $B(z, t)$ é gerada a partir dos quatro primeiros termos da série de Fourier resultante da solução da EDP (van Genuchten & Alves, 1982).

No caso de variação discreta da condição de umidade imposta no topo da coluna, a equação (2.17) se torna (van Genuchten & Alves, 1982)

$$\theta(z,t) = \begin{cases} \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)A(z,t), & \text{se } t \leq t_1 \\ \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)A(z,t) + (\theta_1 - \theta_0)A(z,t-t_1), & \text{se } t > t_1 \end{cases} \quad (2.21)$$

onde t_1 é o instante de tempo onde o teor de umidade volumétrico imposto no topo se torna θ_1 .

Estas soluções analíticas para o fluxo não saturado em solos têm como principais hipóteses: partículas sólidas imóveis e porosidade do solo constante. Dessa forma, não é capaz de englobar variações volumétricos do solo durante o fluxo, que pode ocorrer em solos expansivos ou colapsivos devido à interação entre a água e as partículas. Além disso, também não considera o efeito da histerese na SWRC, que altera o comportamento da própria SWRC a depender da umidade inicial (ciclos antecedentes de umedecimento e secagem do solo).

Cavalcante & Zornberg (2017) também apresentam soluções onde a condição de contorno no topo da coluna é uma taxa de infiltração (v_0) ao invés do teor de umidade volumétrico. Entretanto, após um tempo suficientemente longo, ambas as condições de contorno se relacionam pela seguinte equação:

$$\theta_0 = \frac{v_0}{k_s} (\theta_s - \theta_r) \quad (2.22)$$

Assim, sempre pode-se associar, de forma aproximada, a condição de contorno θ_0 à imposição de uma taxa de infiltração correspondente.

2.1.3. Fluxo não saturado bidimensional

O estudo de Cavalcante et al. (2019) resolve analiticamente o fluxo 2D (e 3D) não saturado ao linearizar a equação (2.6) com a aplicação das mesmas SWRC e função de condutividade hidráulica não saturada das equações (2.11) e (2.13). A solução considera a seguinte condição de contorno: umidade inicial constante θ_i em todo o domínio exceto em uma região na superfície do solo de espessura e largura finita, com uma umidade inicial θ_{0i} (Figura 2.4). Nesta solução não há fornecimento contínuo de água ao longo do tempo para infiltração, apenas uma redistribuição da massa de água presente no tempo

inicial (relativo a um “pulso” de umidade inicial), conforme apresentado na Figura 2.4.

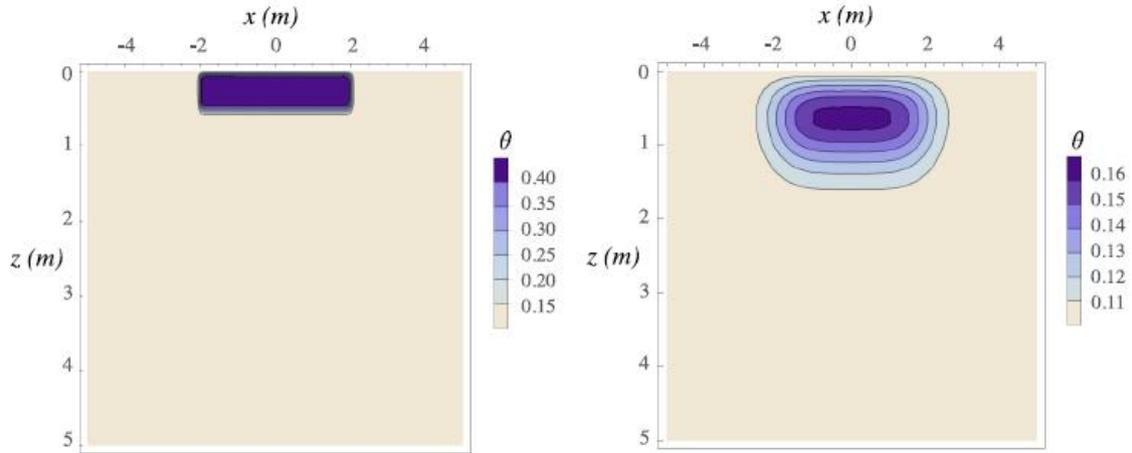


Figura 2.4 – Solução analítica do fluxo 2D de Cavalcante et al. (2019). Parâmetros de simulação: $\theta_0 = 0.50$; $\theta_s = 0.61$; $\theta_i = 0.10$; $\theta = 0.01$; $\delta = 0.01 \text{ kPa}^{-1}$; $k_s = 10^{-6} \text{ m/s}$; tempo: 100 s (a) e 10^4 s (b).

O estudo de Cavalcante et al. (2019) também demonstra que a mesma solução pode ser aplicada para simular uma redução da umidade no solo (como devido à evapotranspiração, por exemplo) ao se aplicar uma condição inicial de umidade θ_i em todo o domínio maior do que a condição inicial θ_{0i} .

Na literatura há soluções analíticas para a equação (2.6) linearizada no contexto de transporte de contaminantes (Paladino et al., 2018), mas com θ_0 imposto constante ao longo do tempo (ou seja, representando um fornecimento contínuo de água durante a infiltração, não somente um “pulso” inicial). Entretanto, as demais condições de contorno não representam o fenômeno da infiltração de água em solo ao considerar toda a superfície onde não é aplicada θ_0 com a condição θ_i constante ao longo do tempo.

Para a infiltração em superfícies inclinadas, como em taludes, o estudo de Zhan et al. (2013) utiliza a mudança de coordenadas $x^* = x \cdot \cos\beta - z \cdot \sin\beta$ e $z^* = x \cdot \sin\beta + z \cdot \cos\beta$ de forma a gerar a equação (2.23) (em termos de sucção, ψ , ao invés de θ), que representa a infiltração unidimensional na direção perpendicular ao talude e pode ser resolvida analiticamente (para depois aplicar o método de equilíbrio limite do talude infinito para cálculo de estabilidade). Na Figura 2.5, ilustra-se a mudança de coordenadas.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z^*} \left[k(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z^*} \right] + \frac{\partial k}{\partial z^*} \cos \beta \quad (2.23)$$

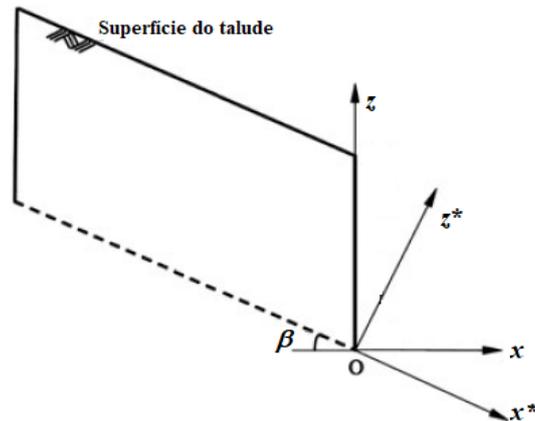


Figura 2.5 – Mudança de coordenadas baseada na inclinação do talude (Zhan et al., 2013)

A vantagem dessa abordagem é sua aplicação para análise de estabilidade em taludes modelados como “infinito”, onde a extensão da superfície do talude é muito maior que a profundidade analisada para fluxo e estabilidade. Assim, considerando o solo que compõe o talude como isotrópico, o fluxo pode ser resolvido com uma equação unidimensional, mais simples, de forma equivalente a uma solução bidimensional, mais complexa.

A mudança de coordenadas para o fluxo ocorrer perpendicular ao talude é necessária pois o fluxo difusivo (dado pelo primeiro termo à direita da igualdade na equação (2.23)), proveniente de um gradiente de umidade no meio, deve percorrer o menor caminho a partir da superfície (onde é aplicada a condição de contorno). Assim, considerar o fluxo somente na vertical subestimaria o avanço da parcela difusiva do fluxo. Já para a parcela advectiva do fluxo (dado pelo segundo termo à direita da igualdade na equação (2.23)), que incide somente na vertical devido ao efeito da gravidade, seria equivalente resolver na direção vertical ou na direção perpendicular com a aplicação de $\cos(\beta)$ como na equação (2.23).

2.2. RESISTÊNCIA NÃO SATURADA DO SOLO

Para a análise de estabilidade de taludes no estado não saturado do solo, utiliza-se geralmente uma versão estendida do critério de Mohr-Coulomb (2.36) (Fredlund et al., 2012), como a proposta por (Bishop, 1959):

$$\tau = c' + [(\sigma_m - u_a) + \chi(u_a - u_w)] \tan \phi' \quad (2.24)$$

onde τ é a resistência cisalhante do solo; c' é a coesão efetiva do solo; ϕ' é o ângulo de atrito interno do solo; σ_m é a tensão total normal ao plano analisado; $(u_a - u_w)$ é a sucção

mátrica no solo; χ é o parâmetro de tensão efetiva que varia com a saturação entre 0 e 1; u_w é a poropressão da água; e u_a é a poropressão do ar. Diversos estudos (Bishop, 1959; Jommi, 2000; Öberg & Sällfors, 1997; Vanapalli et al., 1996) sugerem que $\chi = S$ ou $\chi = S_e$, onde S é o grau de saturação do solo (θ/θ_s) e S_e é o grau de saturação efetivo, definido como:

$$S_e = \frac{S - S_r}{1 - S_r} \quad (2.25)$$

onde S_r é o grau de saturação residual, correspondente à sucção residual (início da zona residual na Figura 2.1). Esta definição do parâmetro χ gera contradições tanto teóricas (Morgenstern, 1979) quanto experimentais (Gulhati & Satija, 1981). Lu et al. (2010) demonstram por uma abordagem da termodinâmica que $\chi = S$ ao se negligenciar a contribuição da membrana contrátil (considerada a quarta fase do solo não saturado além de sólido, líquido e gás). Entretanto, os autores adotam o grau de saturação efetivo para o modelo de resistência cisalhante, de modo a anular a contribuição da parcela não saturada da resistência na zona residual.

$$\tau = c' + \left[(\sigma_m - u_a) + \left(\frac{S - S_r}{1 - S_r} \right) (u_a - u_w) \right] \tan \phi' \quad (2.26)$$

A equação (2.26) permanece válida para o caso saturado, onde $S = 1$ e o termo entre colchetes na referida equação se torna a definição clássica de tensão efetiva ($\sigma_m - u_w$) (Terzaghi, 1943). Em condições práticas comuns, a pressão do ar nos vazios do solo está em equilíbrio com a pressão atmosférica, logo $u_a = 0$, principalmente para solos superficiais sem cobertura impermeável e em estado próximo da zona residual. Assim, como $S_e = 0$ na zona residual, a equação (2.26) também permanece válida para o caso do solo seco (ou saturado de ar), onde a tensão normal total equivale à tensão normal efetiva. Além disso, considera-se que o plano de ruptura por cisalhamento está contido somente nos macroporos do solo, sem romper seus grãos (ou agregações, em caso de solo fino). Portanto, a sucção a partir da zona residual não deve contribuir para a resistência cisalhante, pois não transfere esforços entre os grãos, dada a descontinuidade da fase água nos macroporos.

O estudo de Zhai et al. (2019) adotou um valor de S_r para uma sucção residual

correspondente de 3100 kPa (determinada pela SWRC), como sugerido por Plaster (2009) para a água higroscópica e intra-agregados do solo, que não é capaz de transmitir esforços entre as partículas e, portanto, não contribui para a resistência cisalhante.

O termo $((S - S_r) / (1 - S_r))(u_a - u_w) \tan \phi'$ na equação (2.26) é comumente designada como coesão aparente, dado que é responsável pela parcela da resistência não saturada do solo. Alguns estudos incluem a coesão efetiva (c') na definição da coesão aparente, mas neste trabalho apenas a parcela não saturada será considerada como aparente.

2.2.1. Variáveis de estado transientes da resistência cisalhante

O estudo de Santos et al. (2021) acoplou o modelo de resistência cisalhante de Lu et al. (2010) ao modelo de infiltração unidimensional de Cavalcante & Zornberg (2017). A ideia da modelagem foi colocar as variáveis de estado da resistência cisalhante em função do teor de umidade volumétrico, definido como

$$\theta(z, t) = \begin{cases} \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)B(z, t), & \text{se } z \leq WT \\ \theta_s, & \text{se } z > WT \end{cases} \quad (2.27)$$

Neste caso WT é a profundidade do nível freático. O grau de saturação efetivo transiente é dado por

$$S_e(z, t) = (S(z, t) - S_r) / (1 - S_r) \quad (2.28)$$

onde $S(z, t) = \theta(z, t) / \theta_s$ e S_r foi adotado como correspondente a uma sucção residual de 3100 kPa (como no estudo de Zhai et al., 2019).

O estudo de Santos et al. (2023) acopla o modelo de resistência cisalhante de Zhai et al. (2019) ao modelo de infiltração de (Cavalcante & Zornberg (2017)). Neste estudo, a sucção residual é definida, de forma sistemática, a partir das retas tangentes ao ponto de inflexão e à zona residual da SWRC (tais retas também estão ilustradas na Figura 2.1), conforme sugerido por Soltani et al. (2017) e Zhai & Rahardjo (2012). Como resultado, a sucção residual é dada por

$$\psi_r = \exp(1) / \delta \quad (2.29)$$

e o grau de saturação residual correspondente é dado por (Santos et al., 2023)

$$S_r = \frac{(\theta_s - \theta_r) \exp(-\exp(1)) + \theta_r}{\theta_s} \quad (2.30)$$

Foi adotado $u_a = 0$, o que é razoável para valores de sucção acima do valor de entrada de ar na SWRC, onde a fase ar se torna contínua no solo (Vanapalli et al., 1996) e a pressão relativa do ar se torna insignificante em contato com a atmosfera (Fredlund, 2006). Desconsiderando ainda a sucção osmótica, ou seja, a parcela de sucção devido a concentração de solutos na água do solo (incomuns em aplicações de estabilidade de taludes), a sucção mátrica se torna $\psi = -u_w$. Para a zona saturada, a poropressão foi considerada hidrostática: $u_w = \gamma_w(z - WT)$. Dessa forma, a Equação (2.12) foi adaptada para (Santos et al., 2021):

$$\psi(z, t) = \begin{cases} -\frac{1}{\delta} \ln \left[\frac{\theta(z, t) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right], & \text{se } z \leq WT \\ -\gamma_w(z - WT), & \text{se } z > WT \end{cases} \quad (2.31)$$

O peso específico (γ) varia linearmente com o grau de saturação entre o estado seco (γ_d) e saturado (γ_{sat}). A tensão vertical total (σ_v) transiente foi então computada como a integral do peso específico (Santos et al., 2021):

$$\gamma(z, t) = \gamma_d + (\gamma_{sat} - \gamma_d)S(z, t) \quad (2.32)$$

$$\sigma_v(z, t) = \int_0^z \gamma(z', t) \cdot dz' \quad (2.33)$$

A resistência cisalhante transiente em um plano horizontal foi então obtida como (Santos et al., 2021, 2023):

$$\tau(z, t) = c' + [\sigma_v(z, t) + S_e(z, t)\psi(z, t)] \tan \phi' \quad (2.34)$$

A parcela não saturada da resistência não contribui para a resistência cisalhante próximo da saturação ou da zona residual do solo, como mostrado na Figura 2.6. Isto decorre do fato de que a sucção tende a zero próximo da saturação e o grau de saturação tende a zero na zona residual. Assim, conforme a definição de coesão aparente, o produto da sucção com o grau de saturação efetivo tende a zero em ambos os extremos. A contribuição máxima da parcela não saturada da resistência para um nível de sucção intermediária é

maior para solos mais finos (maior retenção de água, menor valor de δ na SWRC de Cavalcante & Zornberg, (2017)). Esse efeito decorre da tendência para zero da sucção se o solo está próximo da saturação e da tendência para zero do grau de saturação para altos valores de sucção.

A Figura 2.7 mostra a resistência cisalhante não saturada ao longo da profundidade durante a infiltração de água (sem nível freático). O avanço da frente de umidade ao longo do tempo reduz a sucção, reduzindo a resistência cisalhante para profundidades menores. Entretanto, dentro do período de infiltração simulado, se observa como a resistência cisalhante pode aumentar para maiores profundidades, onde a tensão total (que aumenta com o aumento de umidade) predomina sobre a parcela não saturada da resistência (Santos et al., 2023).

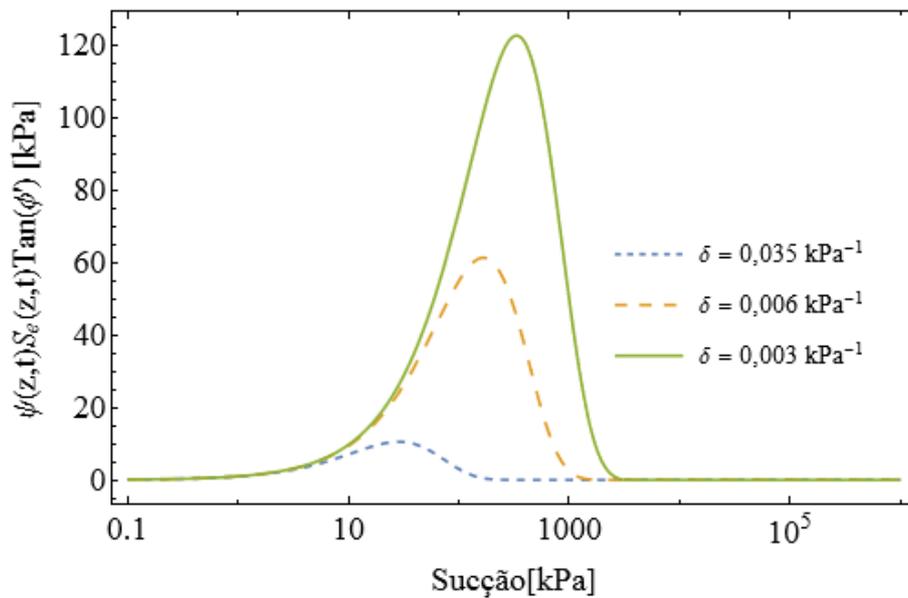


Figura 2.6 – Parcela não saturada da resistência cisalhante em função da sucção para diferentes tipos de solos (adaptado de Santos et al. (2021)).

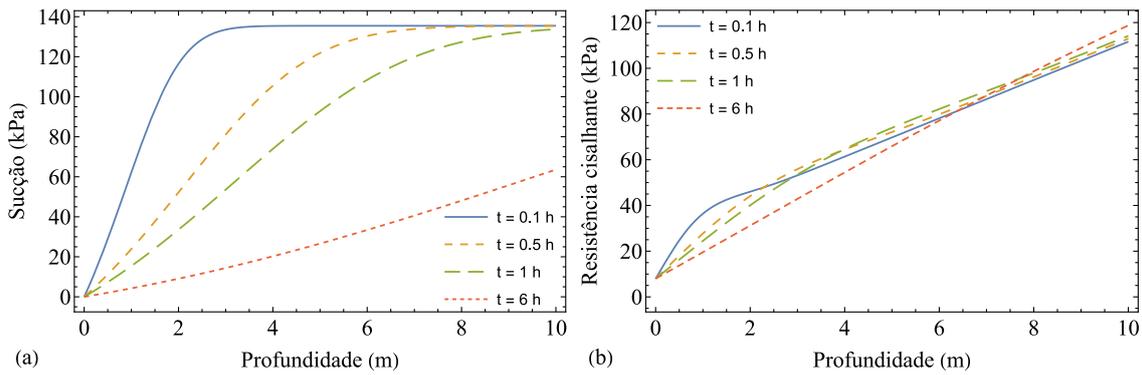


Figura 2.7 – Efeito de diferentes períodos de infiltração para a (a) sucção e (b) resistência cisalhante ao longo da profundidade. Parâmetros: $\theta_b = \theta_s = 0.33$; $\theta_r = 0.02$; $\delta = 0.01 \text{ kPa}^{-1}$; $k_s = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$; $\gamma_a = 16.2 \text{ kN/m}^3$; $c' = 8 \text{ kPa}$; $\phi = 26^\circ$ (adaptado de Santos et al. (2023))

2.3. MÉTODO DO EQUILÍBRIO LIMITE

A abordagem de estabilidade de taludes pelo equilíbrio limite com o método das fatias é muito utilizada na prática da geotecnia desde sua modelagem mais simplificada realizada por Fellenius (1936). O modelo mais rigoroso deste método, proposto por Morgenstern & Price (1965) e otimizado por Fredlund & Krahn (1977) continua sendo muito aplicado para dimensionamento de taludes em solo para casos saturado (isto é, o solo é considerado saturado abaixo do nível freático e seco acima do nível freático) e não saturado (considerando a saturação parcial do solo).

O método do equilíbrio limite (método das fatias está implícito neste para estabilidade global de taludes) se fundamenta puramente nos princípios da estática (equilíbrio de forças e momentos). O método consiste nos principais passos: (1) assumir uma superfície potencial de ruptura (cinematicamente admissível) e dividir a massa de solo acima dessa superfície em fatias verticais; (2) comparar a soma das forças atuantes sobre a superfície de ruptura necessárias para o equilíbrio das fatias com a soma das forças resistentes (cisalhantes) do solo na base de cada fatia.

Observa-se no passo (1) que é inerente ao método a tentativa e erro para se determinar a superfície de ruptura crítica, que gera a pior relação entre as forças resistentes e as forças atuantes e define a estabilidade do talude. A dificuldade no passo (2) é que as equações da estática não são suficientes para tornar o problema matematicamente determinado (Morgenstern & Price, 1965; Spencer, 1967).

A principal desvantagem do método do equilíbrio limite é sua incapacidade de representar a distribuição de tensões e deslocamentos ao longo das fatias de forma realística (Krahn,

2003). Dessa forma, o método pode ser pouco acurado para situações onde há concentração significativa de tensões, como em superfícies preferenciais de rupturas com singularidades em sua geometria ou solos reforçados com tirantes (Krahn, 2003). Ao se admitir o mesmo fator de segurança para todas as fatias, o método do equilíbrio limite tende a estimar de forma acurada a estabilidade de taludes em solo desde que não haja tais singularidades (GEO-SLOPE, 2021).

A Figura 2.8 mostra as principais ações e variáveis geométricas a se considerar, em situações comuns, para uma fatia genérica no método do equilíbrio limite, sendo: W o peso da fatia e W_x seu braço de alavanca em relação a um ponto comum a todas as fatias; kW a força horizontal provocada por atividade sísmica; N a força normal à superfície de ruptura na base da fatia; S_m a força tangencial à superfície de ruptura na base da fatia e R seu braço de alavanca; l o comprimento da base da fatia e α sua inclinação em relação à horizontal; E_L e E_R as forças normais entre as fatias, respectivamente à esquerda e à direita; X_L e X_R as forças tangenciais entre as fatias, respectivamente à esquerda e à direita; F_d uma carga concentrada com um ângulo ω com a horizontal e braço de alavanca d ; A_L e A_R forças devida a presença de água, com seus respectivos braço de alavanca a_L e a_R .

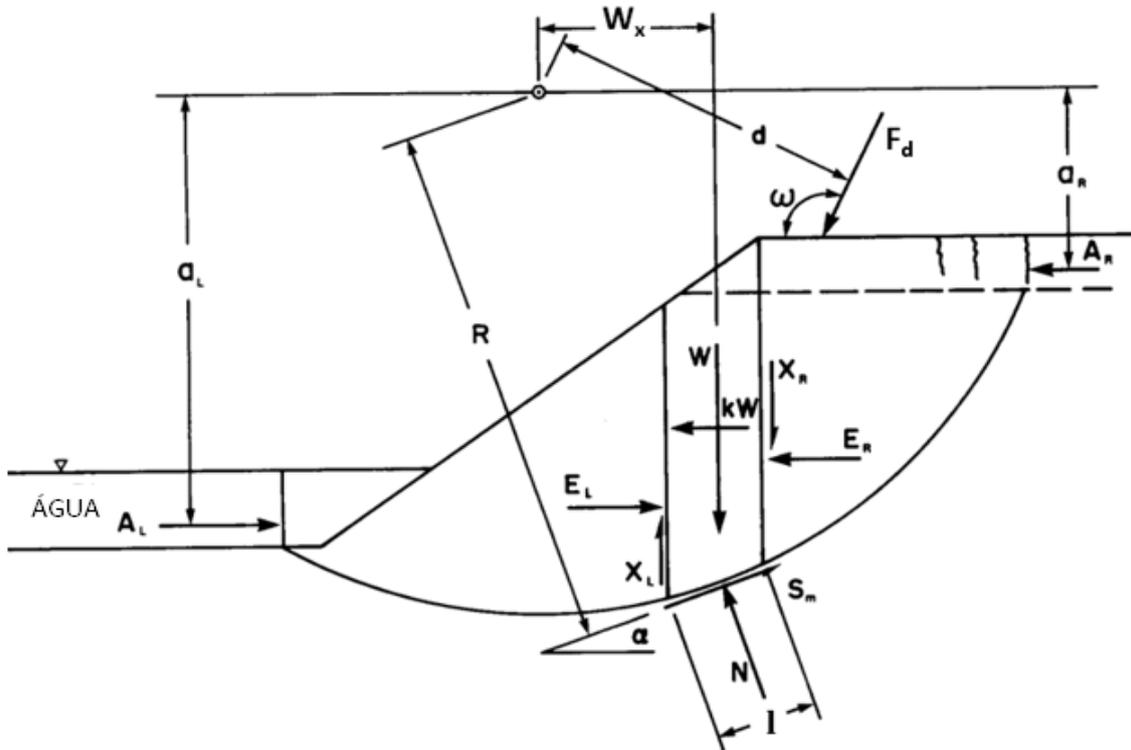


Figura 2.8 – Ações a se considerar em uma fatia no método do equilíbrio limite para estabilidade de taludes (modificado - GEO-SLOPE 2021).

O fator de segurança (FS) caracteriza o talude como estável (para a superfície analisada) quando maior que a unidade—ou como instável caso contrário—, e atende a seguinte relação para qualquer fatia (GEO-SLOPE, 2021):

$$FS = \frac{\tau_{sat} l}{S_m} \quad (2.35)$$

onde τ_{sat} é a resistência cisalhante do solo na base da fatia, adotando-se geralmente o critério de Mohr-Coulomb em termos de tensões efetivas:

$$\tau_{sat} = c' + (\sigma_m - u_w) \tan \phi' \quad (2.36)$$

Sendo n o número de fatias, têm-se $4n$ equações para solução do fator de segurança: somatório dos momentos, somatório das forças verticais, somatório das forças horizontais e resistência cisalhante em cada fatia. Já o número de incógnitas é $6n-1$ (GEO-SLOPE, 2021): o fator de segurança; módulo de N em cada fatia; ponto de aplicação de N em cada fatia; módulo de S_m em cada fatia; módulo das forças E entre as fatias; módulo das forças X entre as fatias; ponto de aplicação das forças E entre as fatias; e, por fim, o valor de λ , que dá a relação entre as forças entre fatias (Morgenstern & Price, 1965):

$$X = \lambda E f(x) \quad (2.37)$$

onde $f(x)$ é uma função arbitrária definida ao longo da superfície de ruptura, que define a distribuição de forças tangenciais entre as fatias, e x é a coordenada horizontal (Figura 2.9). Para tornar o problema determinado, os métodos geralmente assumem a posição da força N no centro da base e o que os diferencia entre si geralmente é o tratamento das forças entre fatias.

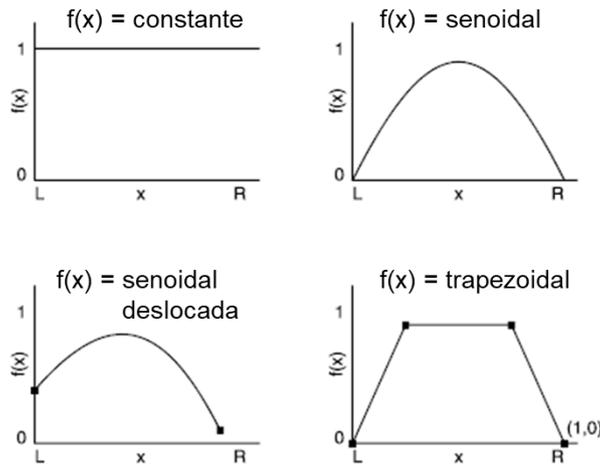


Figura 2.9 – Definições comuns para a função $f(x)$ (modificado - GEO-SLOPE 2021).

A ideia principal da otimização feita por Fredlund & Krahn (1977) do método de Morgenstern & Price (1965) foi a adoção de equações separadas para o fator de segurança atendendo ao equilíbrio de momentos (FS_m) e o fator de segurança atendendo ao equilíbrio de forças horizontais (FS_f), como proposto por Spencer (1967). Estas equações podem ser definidas como a seguir, quando não há a atuação de forças sísmicas (kW), empuxo de água (A) ou cargas concentradas (F_d):

$$FS_m = \frac{\sum (c'lR + (N - u_w l)R \tan \phi')}{\sum W \cdot W_x - \sum Nf} \quad (2.38)$$

$$FS_f = \frac{\sum (c'l + (N - u_w l) \tan \phi') \cos \alpha}{\sum N \sin \alpha} \quad (2.39)$$

onde f é o braço de alavanca de N caso a superfície não seja circular. São testados valores diferentes de λ até que se atinja a convergência entre os valores de FS_m e FS_f , como ilustrado na Figura 2.10. Na Figura 2.10 também se observa que métodos como Bishop (1955) (que satisfaz apenas o FS_m) e Janbu (1954) (que satisfaz apenas o FS_f) consideram $\lambda = 0$, ou seja, $X = 0$. O método de Spencer (1967) é um caso específico do Morgenstern & Price (1965) onde $f(x)$ é assumido como constante. A divergência entre os métodos pode ser ainda mais acentuada do que na Figura 2.10 quando há singularidades na geometria ou nas propriedades do solo que compõe o talude.

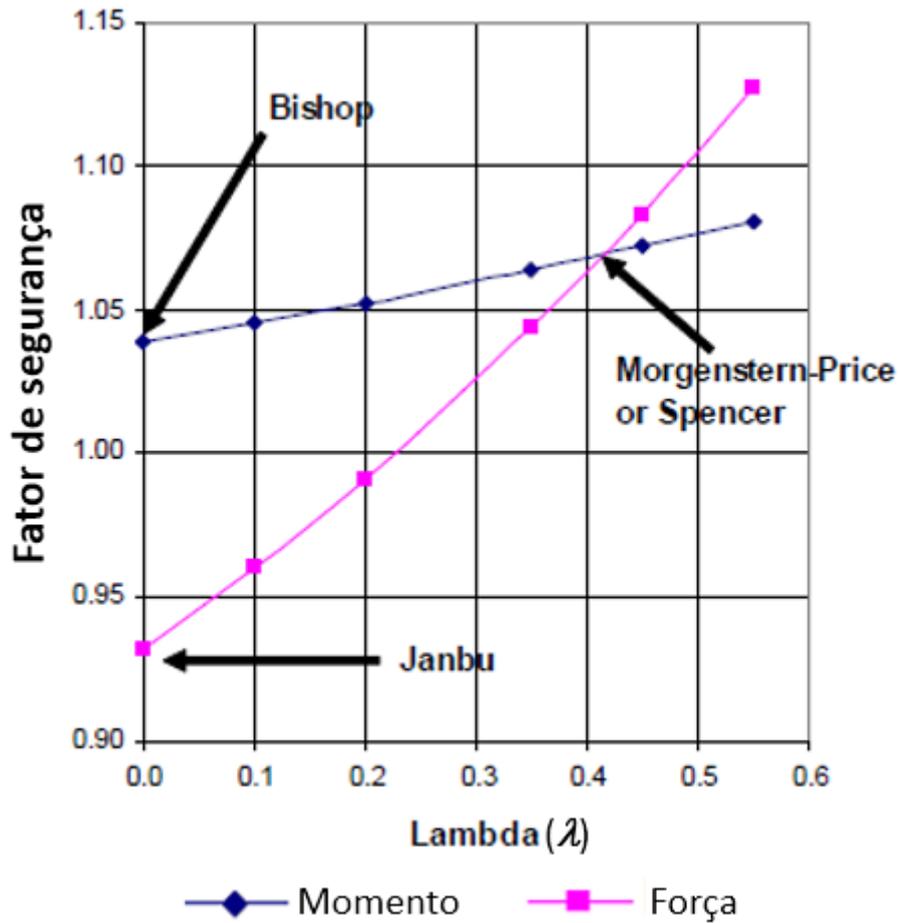


Figura 2.10 – Comparação entre os fatores de segurança de diferentes modelos de equilíbrio limite (modificado de Krahn, 2003).

Como apresentado desde o estudo de Bishop (1955), ambas as equações são não lineares (ou implícitas), dado que o valor de N depende do valor do fator de segurança. Tal constatação pode ser deduzida a partir do equilíbrio de forças verticais na fatia:

$$-W + (X_L - X_R) + S_m \sin \alpha + N \cos \alpha = 0 \quad (2.40)$$

Em conjunção com as Equações (2.35) e (2.36), têm-se que:

$$N = \frac{W + (X_R - X_L) - (c' - u_w \tan \phi') l \sin \alpha / FS}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \phi' / FS} \quad (2.41)$$

Dessa forma, se faz necessário a computação dos fatores de segurança de forma iterativa. Em alguns casos, é comum a ocorrência de problemas de convergência para algumas geometrias de superfície de ruptura durante as iterações para determinar o fator de segurança. Entretanto, é incomum que esses problemas afetem as superfícies mais críticas de ruptura, que são as de maior interesse durante o processo de tentativa e erro para definir

a condição de estabilidade global do talude.

Os métodos de equilíbrio limite citados são matematicamente aplicáveis a superfícies de ruptura arbitrárias não circulares, mas a forma da superfície determina o quão sensível o fator de segurança vai ser para diferentes considerações de forças entre fatias ($\lambda f(x)$), o que requer uma função específica $f(x)$ para representação acurada em diferentes condições geométricas de ruptura (GEO-SLOPE, 2021).

Assumir a superfície de ruptura crítica como circular gera resultados acurados se o talude for homogêneo e as condições de poropressões não variarem de maneira singular entre as fatias; mas para situações como taludes formados por diferentes tipos de solo, mudanças drásticas de poropressão devido a materiais mais drenantes, ou zonas com material de baixa resistência, se faz necessária a análise de superfícies potenciais de ruptura não circulares com métodos mais rigorosos para obtenção de resultados condizentes com a realidade (Morgenstern & Price, 1965).

Como já comentado, o método do equilíbrio limite atende somente o equilíbrio estático, não considerando a compatibilidade com o estado de tensão-deformação do meio. Apesar de gerar distribuição de tensões geralmente pouco acuradas (a partir da assunção de hipóteses sobre as forças entre fatias), o resultado do fator de segurança (válido para cada fatia e para a soma dos esforços ao longo das fatias) tende a ser realista, desde que não haja mudanças bruscas de propriedades do solo ao longo do espaço. Portanto, o método do equilíbrio limite se adequa bem para taludes de solo homogêneo sem contato com estruturas (como estacas, tirantes ou muros de contenção) ou carregamentos aplicados em sua superfície (Krahn, 2003).

O estudo de Fan et al. (1986) se baseia em diversas simulações de tensão-deformação em taludes homogêneos para gerar uma equação empírica para a função $f(x)$ que melhor represente a distribuição real de tensões ao longo das fatias:

$$f(x) = K \exp(-\xi^\mu \omega^\mu / 2) \quad (2.42)$$

onde os parâmetros de ajuste K , ξ , ω e μ variam de acordo com: a geometria do talude, a geometria da superfície de ruptura e o coeficiente de Poisson do solo. A curva gerada possui um formato típico de “sino”, conforme Figura 2.11.

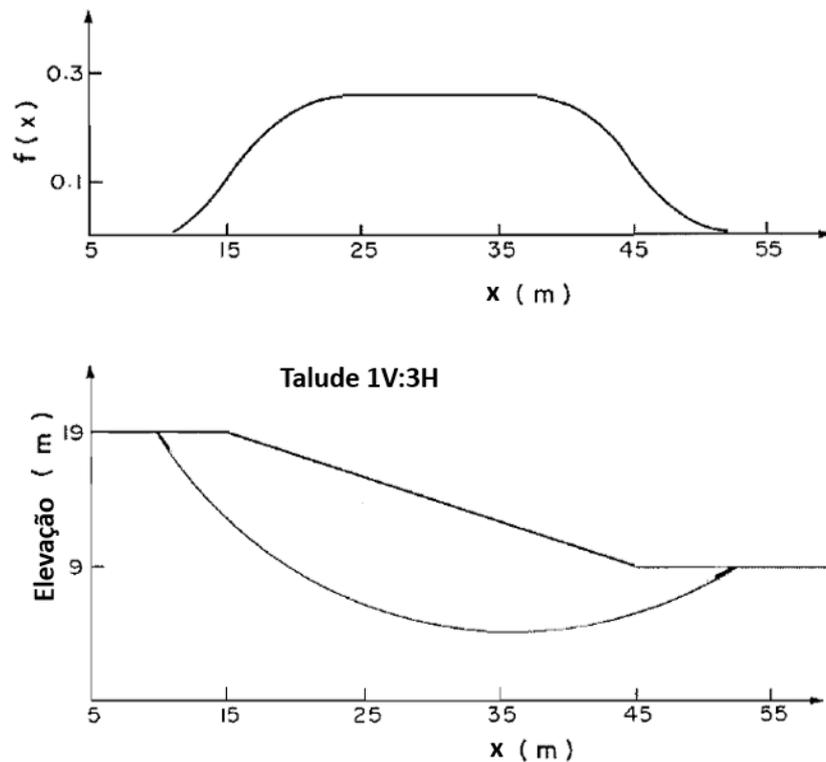


Figura 2.11 – Função $f(x)$ de Fan et al. (1986) (adaptado).

A dificuldade de aplicar esse modelo se dá pela complexidade de implementar os parâmetros da função $f(x)$ (dados no artigo de Fan et al. (1986) apenas em formato de gráficos). Além disso, esse esforço seria somente para obter distribuição mais realista das tensões ao longo de taludes em solo homogêneo, justamente a situação onde as funções como $f(x)$ senoidal, por exemplo, geram valores de fator de segurança satisfatórios.

O uso de análises de tensão-deformação (como elementos finitos) para determinar o fator de segurança de taludes, como o método de redução da resistência ao cisalhamento, apresenta algumas vantagens em relação ao equilíbrio limite (Krahn, 2003): a superfície crítica é determinada automaticamente, sem necessidade de tentativa e erro para tal; distribuição de tensões realista; não é preciso assumir as forças entre fatias; singularidades no estado de tensões devido ao contato com estruturas rígidas, por exemplo, é computado naturalmente; não há os problemas numéricos de convergência para determinação do fator de segurança. Entretanto, há desvantagens em se utilizar análises de tensão-deformação, como o maior custo computacional em escala regional, dificultando análises paramétricas, e a necessidade de parâmetros relacionados à deformação, como módulo de Young e coeficiente de Poisson.

2.3.1. Método de Fellenius

Também conhecido por método ordinário ou método sueco, o método proposto por Fellenius (1936) considera as forças entre as fatias paralelas à base da fatia (de forma a não afetar o equilíbrio de momentos) e atende somente à equação de equilíbrio de momentos. Apesar de resolver o FS de maneira explícita, o método não garante o equilíbrio de forças na fatia (GEO-SLOPE, 2021). O valor de N é dado somente pelo componente do peso da fatia na direção normal à superfície de ruptura:

$$N = W \cos \alpha \quad (2.43)$$

E, dessa forma, o fator de segurança é computado para superfícies de ruptura circulares como:

$$FS = \frac{\sum (c'l + (W \cos \alpha - u_w l) \tan \phi')}{\sum W \sin \alpha} \quad (2.44)$$

O método tende a gerar fatores de segurança irreais, geralmente conservadores para solos homogêneos e ruptura circular (GEO-SLOPE, 2021). O método de Fellenius é, portanto, bastante simplificado e não justifica seu uso na prática, dado a capacidade computacional disponível atualmente, mas ainda serve como um método didático e facilita análises paramétricas quando acoplado a outros modelos mais complexos de resistência e fluxo no solo. Também é bastante utilizado como a primeira iteração para a solução da equação implícita do fator de segurança para os outros modelos de equilíbrio limite, como os métodos de Bishop e de Morgenstern-Price.

2.3.2. Método de Bishop Simplificado

O método de Bishop Simplificado considera como constantes as forças tangenciais entre as fatias ($X_L = X_R$) e $\Delta X = 0$) e atende somente à equação (2.38) de fator de segurança pelo equilíbrio de momentos (Bishop, 1955; Fredlund & Krahn, 1977). Para superfícies de ruptura circulares, as equações (2.38) e (2.41) são simplificadas, respectivamente, para:

$$FS = \frac{\sum (c'l + (N - u_w l) \tan \phi')}{\sum W \sin \alpha} \quad (2.45)$$

e

$$N = \frac{W - (c' - u_w \tan \phi') l \sin \alpha / FS}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \phi' / FS} \quad (2.46)$$

Assim como observado por Bishop (1955) e Fredlund & Krahn (1977), o fator de segurança em relação ao momento para rupturas circulares é insensível a variações na distribuição de forças entre as fatias ao longo da superfície, o que implica em fatores de segurança condizentes com os métodos mais rigorosos como Spencer ou Morgenstern-Price. A Figura 2.12 ilustra esta constatação. Portanto, o resultado do fator de segurança também não varia com a função $f(x)$, dado que é o mesmo para $\lambda = 0$.

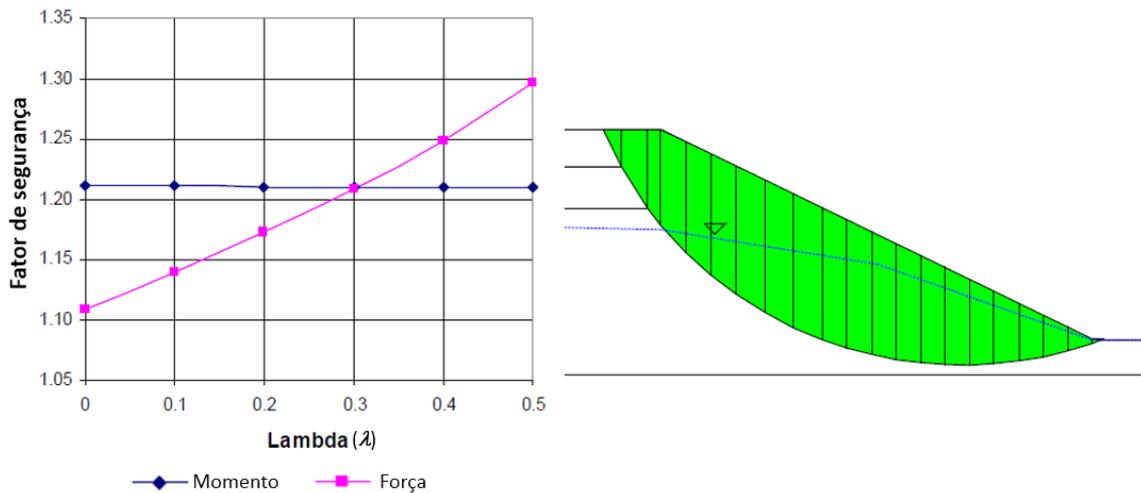


Figura 2.12 – Fatores de segurança em relação ao equilíbrio de momentos e ao equilíbrio de forças para superfícies de ruptura circulares (modificado de Krahn, 2003).

O método de Bishop pode gerar problemas de convergência para se determinar o fator de segurança para algumas superfícies de ruptura. Entretanto, problemas são ainda mais comuns quando se inclui o fator de segurança em relação às forças horizontais, pois torna o problema com duas variáveis para convergência: o λ e o fator de segurança.

2.3.3. Fator de segurança não saturado

O fator de segurança para taludes no estado não saturado pode ser prontamente obtido adaptando as equações (2.38) e (2.39) com a equação (2.24) (Fredlund et al., 2012):

$$FS_m = \frac{\sum (c' l R + (N + (u_a - u_w) \chi l) R \tan \phi')}{\sum W \cdot R \sin \alpha} \quad (2.47)$$

$$FS_f = \frac{\sum (c' l + (N + (u_a - u_w) \chi l) \tan \phi') \cos \alpha}{\sum N \sin \alpha} \quad (2.48)$$

A equação (2.41) também é adaptada para

$$N = \frac{W + (X_R - X_L) - (c' + (u_a - u_w) \chi \tan \phi') l \sin \alpha / FS}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \phi' / FS} \quad (2.49)$$

Estas formulações servem também para o caso saturado, onde $\chi = 1$.

2.3.4. Fatores de segurança na prática da Geotecnia

Para se ter uma noção de sensibilidade dos valores mínimos de fatores de segurança (*FS*) adotados como satisfatórios em diversos projetos de geotecnia, apresenta-se a seguir valores típicos para alguns tipos de obra.

- **FS = 1,1:** obra em condição excepcional de carregamento (baixa probabilidade de ocorrência durante toda sua vida útil) durante sua operação normal. Exemplos: condição de rebaixamento rápido de reservatório em barragens geotécnicas; atuação de sismo durante a operação de obras com grande dano potencial como barragens ou aterros e cortes em rodovias.
- **FS = 1,3:** obra em condição temporária ou obra permanente com baixo dano potencial. Exemplos: condição de final de construção em barragens geotécnicas (anterior ao enchimento do reservatório); pequenos aterros em zonas urbanas; taludes em escavações temporárias.
- **FS = 1,5:** obras em condição permanente com dano potencial médio ou superior. Exemplos: condição de operação normal de barragens geotécnicas; aterros ou cortes em rodovias.

A norma brasileira NBR 11682/2009 fornece valores recomendados de fatores de segurança para estabilidade de encostas em função do risco associado à ruptura da estrutura, como apresentado na Tabela 2.1 a seguir.

Tabela 2.1. Fatores de segurança para estabilidade de encostas (NBR 11682/2009)

		Nível de segurança contra danos a vidas humanas		
		Alto	Médio	Baixo
Nível de segurança contra danos materiais e ambientais	Alto	1,5	1,5	1,4
	Médio	1,5	1,4	1,3
	Baixo	1,4	1,3	1,2

2.4. EQUILÍBRIO LIMITE COM INFILTRAÇÃO UNIDIMENSIONAL ANALÍTICA (SANTOS 2021)

O estudo de Santos (2021) utilizou a infiltração unidimensional com solução analítica em cada fatia a partir de (Cavalcante & Zornberg (2017) assim como a resistência cisalhante transiente modelada por Santos et al. (2021) para o cálculo do *FS* transiente em taludes de solo homogêneos pelos métodos de Fellenius e de Bishop (simplificado).

A Figura 2.13 esquematiza como foi modelada a infiltração de água em uma fatia arbitrária (considerando somente fluxo na direção vertical) de altura média h ao longo da superfície de ruptura: umidade inicial constante em todo o solo entre o nível freático e o nível do terreno e umidade constante ao longo do tempo aplicado na superfície do terreno.

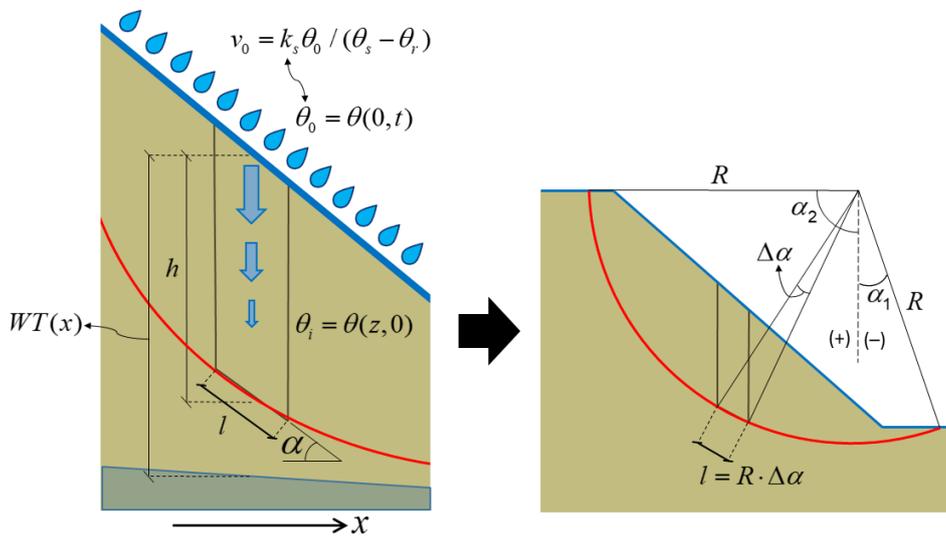


Figura 2.13 – Representação da modelagem desenvolvida para o fluxo vertical e superfície de ruptura circular (Santos, 2021).

Para as condições de contorno do fluxo dadas e desprezando qualquer componente de fluxo na direção horizontal, o teor de umidade volumétrica na base da fatia ao longo do tempo pode ser dado pela equação:

$$\theta(h, t, x) = \begin{cases} \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)B(h, t, x), & \text{se } h \leq WT(x) \\ \theta_s, & \text{se } h > WT(x) \end{cases} \quad (2.50)$$

onde h é a altura média da fatia e a função auxiliar $B(h, t, x)$ é obtida substituindo-se WT por $WT(x)$ na equação (2.20). As demais variáveis de estado transientes podem ser obtidas para a base da fatia de modo análogo, bastando substituir z por h (h varia ao longo da superfície de ruptura) nas equações (2.28), (2.31), (2.32) e (2.33):

$$S_e(h, t, x) = (S(h, t, x) - S_r) / (1 - S_r) \quad (2.51)$$

$$\psi(h, t, x) = \begin{cases} -\frac{1}{\delta} \ln \left[\frac{\theta(h, t, x) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right], & \text{se } h \leq WT(x) \\ -\gamma_w(h - WT(x)), & \text{se } h > WT(x) \end{cases} \quad (2.52)$$

$$\gamma(z, t, x) = \gamma_d + (\gamma_{sat} - \gamma_d)S(z, t, x) \quad (2.53)$$

$$\sigma_v(h, t, x) = \int_0^h \gamma(z, t, x) \cdot dz \quad (2.54)$$

O peso da fatia (W) pode ser obtido pelo peso específico médio ao longo da fatia (usa-se a definição integral de média dado que o peso específico é diferente em cada profundidade ao longo do tempo) multiplicado pela altura média da fatia (h) e pela sua largura ($l \cos(\alpha)$). Como ilustrado na Figura 2.13, a largura (horizontal) da fatia pode ser dada aproximadamente por $R\Delta\alpha \cos(\alpha)$.

$$W = \frac{\int_0^h \gamma(z) \cdot dz}{h} \cdot h \cdot l \cos \alpha = \sigma_v \cdot R\Delta\alpha \cdot \cos \alpha \quad (2.55)$$

A equação (2.47) para o fator de segurança não saturado pode ser dada então para o método de Fellenius ($N = W \cos(\alpha)$), substituindo-se χ por S_e e l por $R\Delta\alpha$, como a seguir:

$$FS = \frac{\sum (c' + (\sigma_v \cos^2 \alpha + \psi S_e) \tan \phi') R\Delta\alpha}{\sum \sigma_v \cos \alpha \sin \alpha R\Delta\alpha} \quad (2.56)$$

O raio R é igual para qualquer fatia em uma superfície de ruptura circular, logo não influencia o cálculo. Com as variáveis de estado (ψ , S_e e σ_v , neste caso) transientes adaptadas do estudo de Santos et al. (2021) (equações (2.51), (2.52) e (2.54)), pode-se tomar o limite do somatório (integral) da equação (2.56) com $\Delta\alpha \rightarrow 0$ e obter a seguinte expressão para o fator de segurança transiente para o método de Fellenius e superfície de ruptura circular:

$$\begin{aligned}
FS(t) &= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (c' + (\sigma_v(h, t, x) \cos^2 \alpha + \psi(h, t, x) S_e(h, t, x)) \tan \phi') d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(h, t, x) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha} \\
&= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tau_\alpha(h, t, x) d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(h, t, x) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha}
\end{aligned} \tag{2.57}$$

onde $h = h(\alpha)$; $x = x(\alpha)$ (conhecido o centro e o raio do círculo que define a superfície); e α_1 e α_2 são os ângulos extremos na superfície de ruptura, sendo o módulo de ambos menor ou igual a $\pi/2$ radianos. O integrando no numerador é a resistência cisalhante na base da fatia (τ_α) e o integrando no denominador é a tensão tangencial aplicada na base da fatia. Com a equação (2.57), é possível obter o fator de segurança em um dado tempo t qualquer após o início da infiltração de água no talude.

De maneira análoga, a equação (2.49) para força normal na base da fatia foi adaptada para modelagem do método de Bishop:

$$N = \frac{\sigma_v \cdot \cos \alpha - (c' + \psi S_e) \sin \alpha / FS}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \phi' / FS} \cdot R \Delta \alpha \tag{2.58}$$

A tensão média na base da fatia foi definida como:

$$\sigma_{m,B}(h, x, t) = \frac{\sigma_v(h, x, t) \cdot \cos \alpha - (c' + \psi(h, x, t) S_e(h, x, t)) \sin \alpha / FS(t)}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \phi' / FS(t)} \tag{2.59}$$

Por fim, o fator de segurança pelo método de Bishop (equação (2.60)) para um tempo específico após o início da infiltração é calculado de forma iterativa a partir de uma estimativa inicial de $FS(t)$ obtida pelo método de Fellenius.

$$\begin{aligned}
 FS_B(t) &= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (c' + (\sigma_m(h,t,x) + \psi(h,t,x)S_e(h,t,x)) \tan \phi') d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(h,t,x) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha} \\
 &= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tau_{\alpha,B}(h,t,x) d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(h,t,x) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha}
 \end{aligned}
 \tag{2.60}$$

As integrais nas equações acima de fator de segurança foram computadas numericamente, sendo matematicamente análogo à computação por divisões discretas e realizando o somatório; a diferença é a estratégia mais refinada de divisão do domínio (no caso, as fatias ao longo da superfície de ruptura), de forma a minimizar os pontos amostrados para calcular o integrando e obter o resultado da integral com a precisão requerida.

Santos (2021) implementa a modelagem no software *Mathematica* e compara os resultados de *FS* com os obtidos pelo software *Slope/W* acoplado ao *Seep/W*. O resultado gerado pela equação (2.60) é equivalente ao obtido pelo *Slope/W* com a solução de Bishop (1955), como se pode observar na Figura 2.14 para o tempo inicial de simulação (sucção constante em todo o meio).

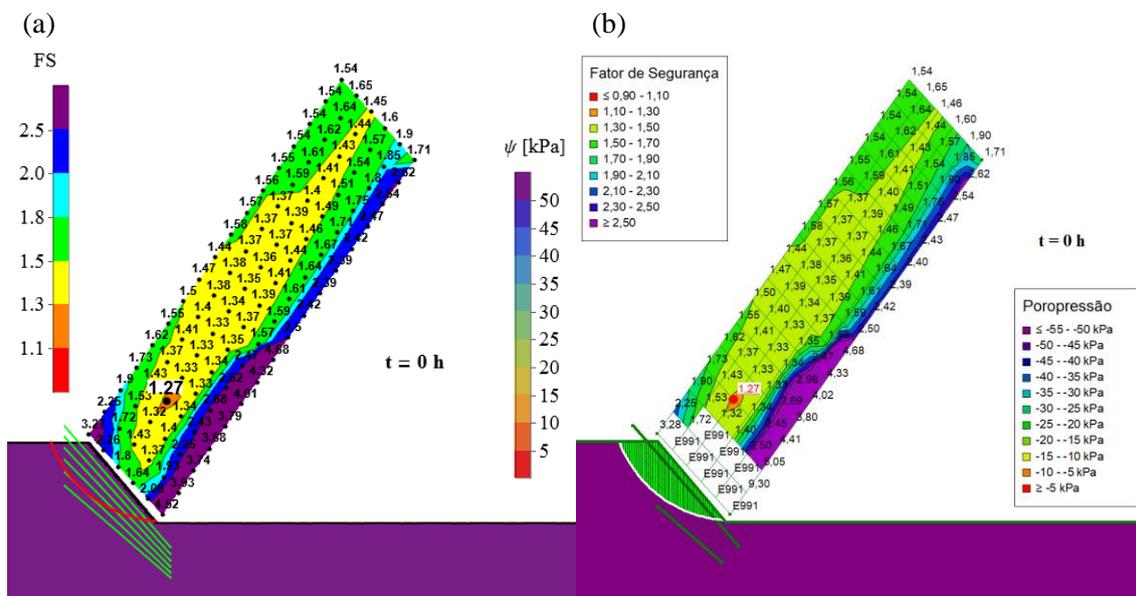


Figura 2.14 – Mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para o tempo inicial: (a) implementação no *Mathematica* e (b) no *Slope/W* (Santos, 2021).

A desvantagem para a solução de Santos (2021) é a consideração do fluxo apenas na vertical, enquanto no *Seep/W* o fluxo é bidimensional e, portanto, mais representativo. Para o mesmo solo e mesmas condições de contorno no fluxo unidimensional vertical, a Figura 2.15(a) mostra como a solução numérica do *Seep/W* é concordante com a solução analítica de Cavalcante & Zornberg (2017). A Figura 2.15(b) ilustra a divergência da sucção obtida ao longo do tempo na superfície de ruptura de um talude analisado, com fluxo bidimensional pelo *Seep/W*. Portanto, como o avanço da umidade é subestimado ao se adotar somente o fluxo na direção vertical, o fator de segurança resultante é superestimado quando comparado ao fator de segurança no *Slope/W* gerado com o fluxo bidimensional.

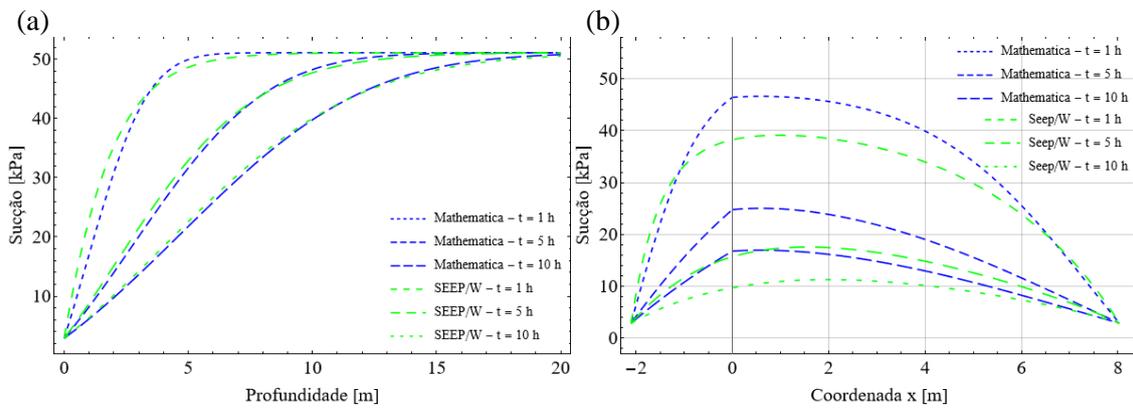


Figura 2.15 – (a) Sucção variando ao longo do tempo e da profundidade considerando uma infiltração unidimensional; (b) Sucção ao longo da superfície de ruptura variando no tempo (Santos, 2021).

3. METODOLOGIA

A metodologia proposta nesta dissertação visa a modelagem e análise do fator de segurança transiente para ruptura global de taludes durante infiltração de água no solo, sendo a solução de fluxo definida semi-analiticamente (de forma fechada) para condições de contorno simplificadas. O solo foi considerado homogêneo e isotrópico. A principal ideia é obter as variáveis do fator de segurança em cada fatia em função da umidade volumétrica do solo ao longo da superfície de ruptura.

3.1. CONSIDERAÇÕES SOBRE A INFILTRAÇÃO DE ÁGUA

O nível freático foi desconsiderado nesta modelagem, ou seja, é assumido que o mesmo se encontra em profundo o suficiente para não afetar o fluxo de água que infiltra para o tempo de simulação. Santos (2021) considerou uma transição simplificada entre as zonas saturada e não saturada, sendo pouco representativa por gerar uma descontinuidade nos valores de sucção (ou umidade) na linha do nível freático. Esse tratamento das condições de compatibilidade da sucção na região do nível freático não será abordado neste trabalho.

A taxa máxima de infiltração de água no solo para um período de tempo suficientemente grande é igual a sua condutividade hidráulica saturada (k_s). Nesta situação, a descarga no topo da coluna de solo para um tempo suficientemente longo é dada pela equação (2.22) (Cavalcante & Zornberg, 2017). Assim, para a consistência física do modelo, a umidade máxima imposta no topo da coluna foi adotada como:

$$\theta_{0,\max} = \theta_s - \theta_r \quad (3.1)$$

Para representar um evento mais extremo de precipitação, que causa a maior taxa de variação da condição de estabilidade do talude, foi adotado o $\theta_{0,\max}$ como condição de contorno aplicada no nível do terreno nas simulação realizadas.

Para solução analítica aproximada do fluxo, foi aplicada a solução de infiltração unidimensional para um meio semi-infinito (equação (2.17)) na direção perpendicular à superfície do talude. A partir disso, torna-se necessário adaptar a solução para as regiões do espaço bidimensional onde o fluxo advindo de duas direções se intercepta, conforme ilustrado na Figura 3.1 para um talude típico.

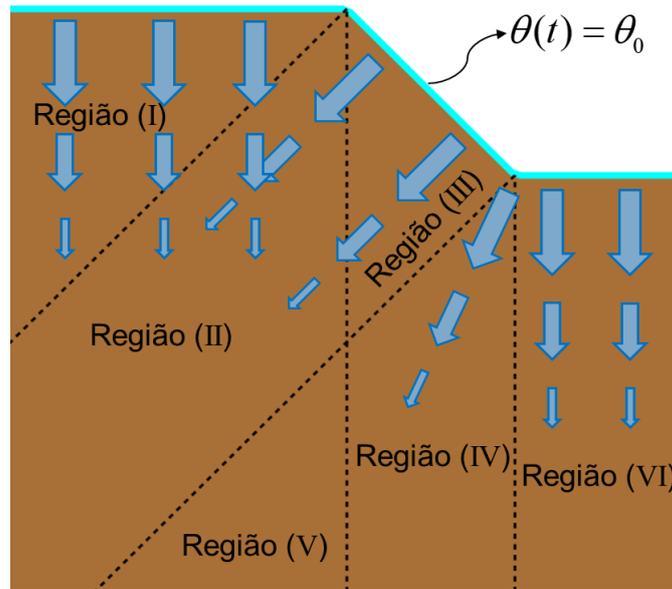


Figura 3.1 – Regiões definidas a partir do fluxo perpendicular à superfície do talude

Nas regiões (I) e (VI), onde a superfície é horizontal, a solução é aplicada sem alterações nos parâmetros de difusão e advecção. Na região (III), aplica-se o cosseno do ângulo de inclinação do talude no coeficiente de advecção, conforme a equação (2.23) de Zhan et al. (2013). Além disso, a profundidade na região (III) é considerada como a distância perpendicular da coordenada x,y analisada até a superfície inclinada do talude.

Na região (II), foi adotada uma modificação empírica nos parâmetros de advecção, de difusão e da profundidade na equação (2.18), conforme mostrado na equação (3.2) a seguir. Os coeficientes D_z e a_s constantes na solução unidimensional são substituídos pelas funções $dif(x,y)$ e $adv(x,y)$, variando ao longo do espaço a partir de ponderações relacionadas à distância entre a coordenada x,y analisada e as regiões adjacentes, de forma a obter uma transição contínua de umidade (ou sucção) entre as regiões. Adotou-se a mesma lógica para a profundidade “ z ” na solução normal, sendo substituída por $prof(x,y)$.

$$\begin{aligned}
 A(x, y, t) = & \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{prof(x, y) - adv(x, y)t}{2\sqrt{dif(x, y)t}} \right) \\
 & + \frac{1}{2} \exp \left(\frac{adv(x, y) prof(x, y)}{dif(x, y)} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{prof(x, y) + adv(x, y)t}{2\sqrt{dif(x, y)t}} \right)
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Esta adaptação da função auxiliar A também foi necessária nas regiões (IV) e (V). Primeiramente, nota-se que quanto maior os valores de D_z ou de a_s , maior o valor de A

(maior avanço da umidade durante a infiltração); já um maior valor de z gera um resultado menor para a função A . Na região (II), o fluxo converge da crista e da superfície inclinada do talude, por isso as funções $dif(x,y)$ e $adv(x,y)$ devem ser maiores que os coeficientes D_z e a_s nas regiões (I) e (III). Na região (IV), ao contrário, as funções $dif(x,y)$ e $adv(x,y)$ devem ser menores que os respectivos coeficientes D_z e a_s nas regiões (III) e (VI), dado que o fluxo diverge nesta região, advindo apenas do ponto no pé do talude. A função $prof(x,y)$ na região (II) foi minorado quando comparado às profundidades médias nas regiões (I) e (III), enquanto na região (IV) é apenas a distância entre a coordenada x,y analisada e a coordenada do pé do talude.

É interessante notar que a umidade imposta na superfície do terreno (θ) é a mesma tanto na porção horizontal quanto na porção inclinada. Assim, assume-se que a água disponível devido a uma chuva, por exemplo, deve ser o suficiente para manter a umidade imposta na superfície inclinada. Esta hipótese tende a ser menos representativa quanto mais verticalizado for o talude, onde a infiltração tende a ser na superfície inclinada reduzida (enquanto a maior parte da água tende a ser escoada), a não ser que a chuva seja exatamente perpendicular à toda a superfície. Em resumo, no caso de infiltração ($\theta > \theta$), a presente metodologia assume haver água abundante em toda a superfície do terreno. No caso de evaporação ($\theta < \theta$), a hipótese da umidade constante ao longo de toda a superfície tende a ser suficiente para representar casos reais.

3.2. CONSIDERAÇÕES SOBRE A GEOMETRIA

As superfícies circulares são definidas por uma malha de centros e uma malha de raios; o fator de segurança é analisado para cada superfície centrada em cada ponto da malha de centros e tangente a cada uma das retas da malha de raios (Figura 3.2). A malha de centros foi utilizada para apresentar curvas de isovalores de fatores de segurança a partir do fator de segurança mínimo em cada centro de círculo considerado. A Figura 3.2 ilustra uma geometria comum para as malhas de centros e raios, com uma superfície circular arbitrária em destaque. Vale ressaltar que a análise de estabilidade será apenas bidimensional, considerando uma seção vertical de um talude.

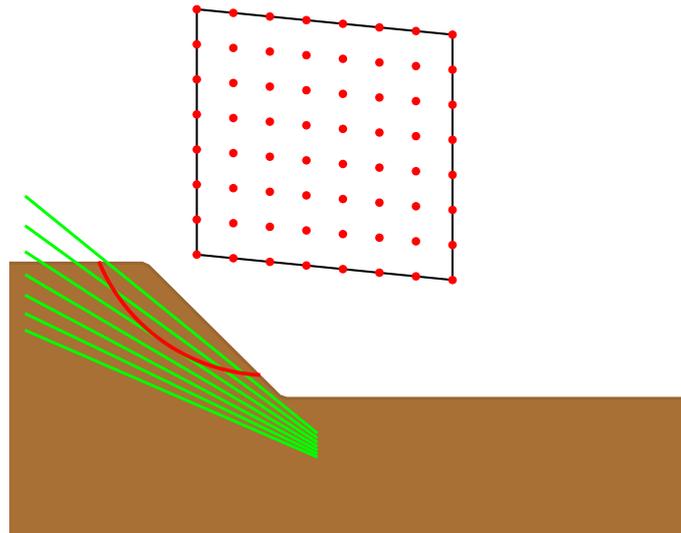


Figura 3.2 – Ilustração da malha de centros e malha de raios que definem as superfícies circulares a serem testadas.

Quando o centro de uma superfície de ruptura circular apresenta ordenada inferior a um dos pontos extremos da superfície (interseção do círculo com o nível do terreno), o topo de algumas fatias próximas a esse ponto ficaria definida abaixo do nível do terreno (limitado pela porção do semicírculo superior que define a superfície). Para evitar esse problema, a superfície de ruptura é considerada circular somente na porção do semicírculo inferior (ângulo da base da fatia limitado a $\pi/2$), sendo o restante da superfície uma linha vertical até interceptar o nível do terreno, como ilustrado na Figura 3.3.

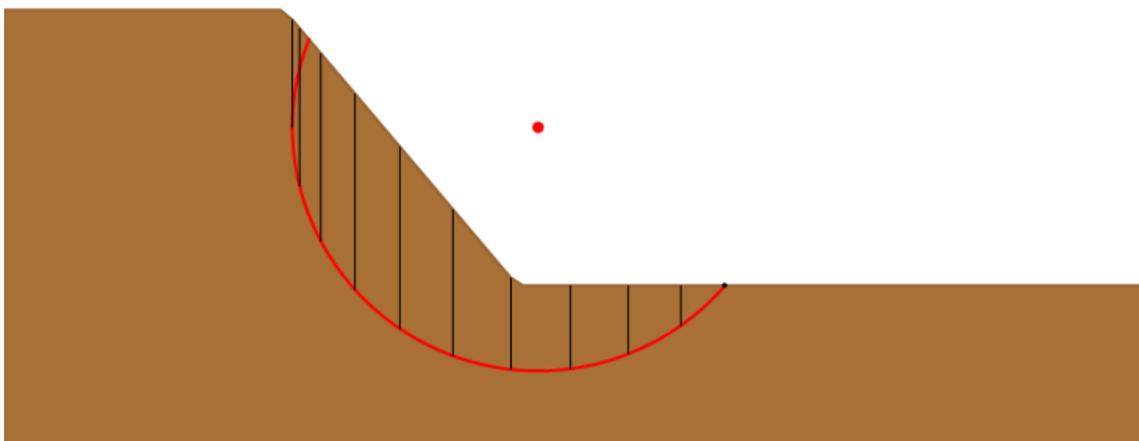


Figura 3.3 – Consideração das fatias quando o centro do círculo possuir altura inferior a um dos pontos extremos da superfície circular

Os resultados apresentados para o mapa de fatores de segurança, em cada caso analisado de estabilidade, já incluem o processo de otimização da posição das malhas de centro e

de raios refinadas em torno da superfície crítica. Para tanto, primeiro se posiciona as malhas de forma abrangente no espaço, de forma que se observe no resultado de isovalores de fatores de segurança uma tendência clara de mínimo global em torno do valor crítico (isolinhas fechadas em torno deste valor). Em seguida, posiciona-se a malha de centros mais concentrada em torno deste valor crítico (fator de segurança mínimo), obtendo-se maior precisão do mesmo.

3.3. CONSIDERAÇÕES SOBRE A RESISTÊNCIA CISALHANTE E O FATOR DE SEGURANÇA

Foi adotado o critério estendido de Mohr-Coulomb para a resistência cisalhante do solo, utilizando-se a formulação de Lu et al. (2010) adaptado por Santos et al. (2023) (equação (2.34)) para o caso transiente não saturado.

A partir da equação da resistência cisalhante transiente não saturada adotada, as equações de fator de segurança para o método GLE foram deduzidas para o caso transiente, adaptando as equações (2.47), (2.48) e (2.49) para uma formulação integral (ao invés do somatório). Apesar do método de Bishop resultar em fator de segurança equivalente ao método GLE para taludes em solo homogêneo, o método GLE foi implementado para complementar a modelagem de Santos (2021), de forma a subsidiar estudos futuros com solos heterogêneos e geometrias mais complexas. O método de Fellenius foi utilizado para fornecer o valor de iteração inicial para os métodos de Bishop e GLE. O método de Bishop (equação (2.60)) foi também utilizado para comparação.

3.4. IMPLEMENTAÇÃO NOS SOFTWARES

O modelo para estabilidade global transiente de taludes proposto nesta dissertação foi programado inteiramente na linguagem *Wolfram* no software *Mathematica* (versão 12.3), onde foi criada uma rotina para receber os seguintes parâmetros de entrada:

- a) parâmetros geotécnicos do solo (c' , ϕ , γ_d , k_s , δ , θ_s , θ_r);
- b) condições de contorno do fluxo de água no solo (θ_0 e θ_i);
- c) geometria do talude;
- d) posições das malhas de centros e de raios para o processo de tentativa e erro em definir o fator de segurança mínimo em diversas superfícies de ruptura potenciais (circulares);

e) intervalos de tempo de infiltração para o cálculo do fator de segurança.

O código desenvolvido no *Mathematica* também permite a análise paramétrica, por meio de gráficos, de diversos resultados, como: tensão normal total ao longo da superfície de ruptura; resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura para diversos valores de tempo; sucção ao longo da superfície de ruptura para diversos valores de tempo; fator de segurança mínimo variando no tempo. Tais análises permitem estudar a influência de diferentes condições representativas de parâmetros de entrada no modelo.

Para o cálculo do fator de segurança, o usual somatório foi adaptado para uma formulação integral, como no estudo de Santos (2021). A computação do somatório foi então implementada no *Mathematica* como uma integral numérica. A vantagem nessa implementação é a divisão do domínio (fatias) de forma eficiente para minimizar erros globais pelo método de integração numérica “*Global Adaptive*”, método padrão do *Mathematica* que realiza bissecções no domínio de integração e refina os cálculos nas porções do domínio com maior estimativa de erro.

Por fim, foi modelado nos softwares *Slope/W* e *Seep/W* do pacote *GeoStudio* (que resolve o fluxo de forma numérica, pelo método dos elementos finitos) diferentes seções típicas de taludes, com o conjunto de parâmetros de entrada equivalentes para comparação dos resultados com a rotina de cálculos desenvolvida no *Mathematica*. As principais diferenças nos parâmetros de entrada para cálculo da infiltração no *Seep/W* são: a condição de contorno inicial, dada em termos de poropressão negativa (sucção) ao invés de teor de umidade volumétrico (calculada diretamente pela *SWRC* da equação (2.12)); a condição de contorno de topo, inserida também em termos de poropressão negativa (também calculada diretamente pela *SWRC* da equação (2.12)). No *Slope/W* o grau de saturação residual (para limitação da resistência cisalhante não saturada na zona residual) é inserido em termos de porcentagem, definido a partir da equação (2.30). Foi adotado uma divisão de cada superfície de ruptura em 50 fatias no *Slope/W*.

Na região de variação mais intensa do conteúdo de água no solo, na profundidade de pelo menos uma vez a altura do talude em cada caso simulado, foi adotado uma malha de elementos finitos quadrangular com espessura geral de 0,5 m. Apenas no Caso 3 de simulação descrito na próxima seção, a malha foi de espessura 0,2 m devido a menor altura do talude e maior singularidade na geometria (talude mais verticalizado). Malhas

menos espessas foram testadas e não geraram resultados diferentes.

Para gerar os resultados desta dissertação, foram utilizadas a versão 12.3 do *Mathematica* e a versão 2023.1 do pacote *GeoStudio*. Vale ressaltar que o *Slope/W* do *GeoStudio* considera superfícies como a da Figura 3.3 como inválidas (erro “E991”), pois as superfícies são assumidas estritamente como circulares.

A Figura 3.4 apresenta o fluxograma resumindo a modelagem proposta neste trabalho.

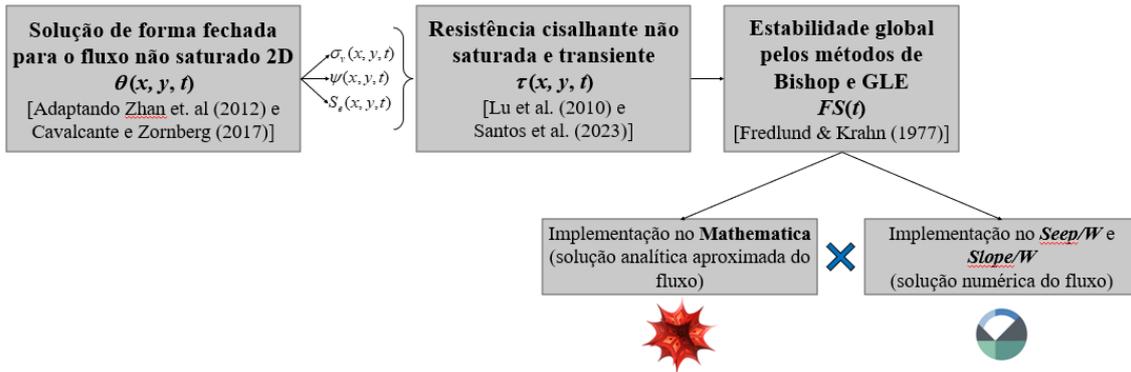


Figura 3.4 – Fluxograma da modelagem proposta.

3.5. PARÂMETROS DE ENTRADA PARA AS SIMULAÇÕES

Foram definidos dois solos típicos e seis casos para simular e gerar os resultados de estabilidade para análises e discussões. O conjunto de parâmetros de entrada para cada caso foi definido de forma a representar situações comuns na prática da engenharia, ainda que não sejam parâmetros de um estudo de caso real.

O solo referenciado como Solo 1 representa um solo típico argiloso, enquanto o Solo 2 representa um solo típico arenoso. A Tabela 3.1 apresenta os parâmetros de cada solo, enquanto as Figura 3.5 e Figura 3.6 ilustram a SWRC e a função de condutividade hidráulica. Os pontos na referida figuram correspondem aos pontos inseridos nos softwares *Seep/W* e *Slope/W*.

Tabela 3.1. Parâmetros dos solos simulados

Parâmetro	Solo 1	Solo 2
Peso específico seco, γ_d	16,0 kN/m ³	16,0 kN/m ³
Coesão, c'	8 kPa	2 kPa
Ângulo de atrito, ϕ'	23°	31°
Teor de umidade volumétrico saturado, θ_s	0,38	0,38
Teor de umidade volumétrico residual, θ_r	0,01	0,01
Parâmetro hidráulico de ajuste, δ	0,005 kPa ⁻¹	0,05 kPa ⁻¹
Condutividade hidráulica saturada, k_s	5•10 ⁻⁶ m/s	2•10 ⁻⁵ m/s

Cada caso de estabilidade simulado combina um conjunto de parâmetros geométricos do talude com as condições de contorno do fluxo e um dos solos. A Tabela 3.2 apresenta as características principais de cada simulação.

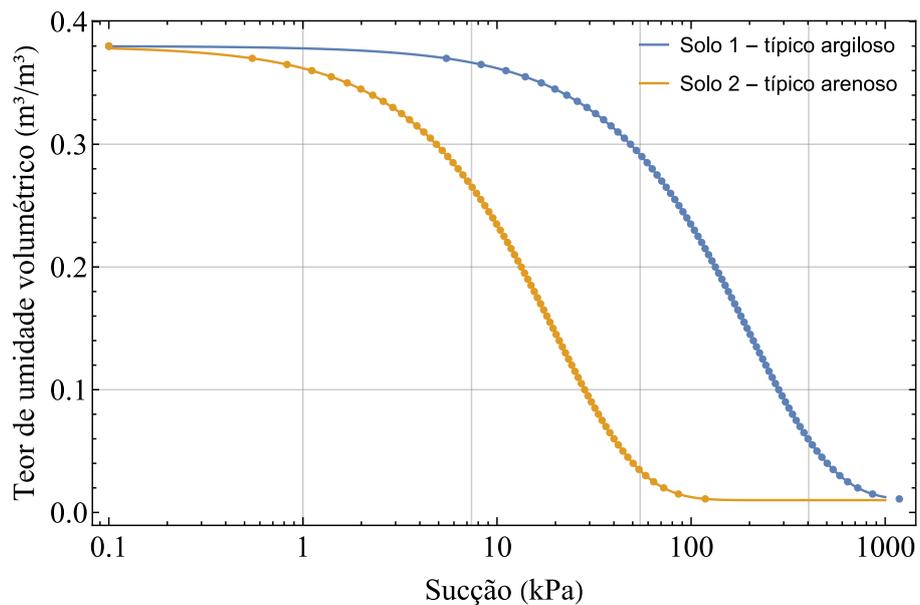


Figura 3.5 – SWRC para os solos simulados

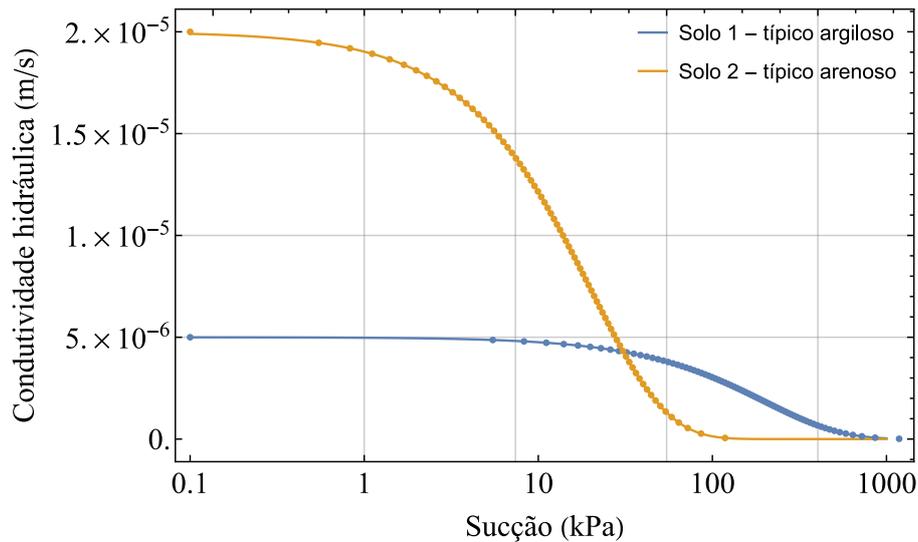


Figura 3.6 – Curva de condutividade hidráulica não saturada para os solos simulados

Tabela 3.2. Aspectos gerais dos casos simulados

Parâmetro	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6
Solo	1	2	1	2	1	1
Altura do talude	8 m	8 m	3 m	12 m	8 m	8 m
Inclinação do talude	1V:1H	1V:1H	1V:0,1H	1V:2H	1V:1H	1V:1H
Teor de umidade volumétrica imposto no topo, θ_0	0,37	0,37	0,37	0,37	0,16	0,34
Teor de umidade volumétrica inicial, θ_i	0,22	0,15	0,22	0,05	0,34	0,16
Tempo para mudança no θ_0 , t_1	-	-	-	-	-	10 h
Teor de umidade volumétrica imposto após t_1 , θ_1	-	-	-	-	-	0,16
Tempo de simulação	20 h	10 h	20 h	20 h	20 h	30 h

Antes de apresentar e discutir os resultados de estabilidade em cada caso simulado, primeiro foi aplicado os dois solos típicos sobre as três geometrias simuladas para gerar somente os resultados de fluxo, de forma a elucidar algumas características da solução analítica aproximada e comparar com a solução numérica gerada no *Seep/W*. Além disso, para um ponto mais afastado do talude, onde o fluxo tende a ser unidimensional na direção vertical, foi comparado para ambos os softwares a solução analítica com a solução

numérica. Para avaliar a diferença de comportamento entre os solos típicos argiloso e arenoso, as equações (2.9) e (2.10) foram adaptadas conforme a seguir para o caso de fluxo não saturado de água a partir da definição dos coeficientes a_s e D_z (equações (2.15) e (2.16)). A equação (3.3) considera o número de Peclet em relação à profundidade analisada (P_z) e a equação (3.4) aborda o mesmo em relação ao tempo de análise (P_t) após início da infiltração de água.

$$P_z = \frac{a_s}{D_z} z = \delta\gamma_w z \quad (3.3)$$

$$P_t = \frac{a_s^2}{D_z} t = \delta\gamma_w \frac{k_s}{\theta_s - \theta_r} t \quad (3.4)$$

No Caso 1 é simulado um talude com 8 m de altura e inclinação de $\beta = 45^\circ$ formado por um solo típico argiloso (Solo 1). A condição de umidade inicial é intermediária, correspondente a um grau de saturação de 57,9% (ou sucção inicial de $\psi_i = 113,3$ kPa), enquanto a umidade imposta na superfície do terreno corresponde a uma saturação de 97,4% (ou sucção de $\psi_0 = 5,48$ kPa).

Mantendo a geometria do Caso 1, o Caso 2 simula o maciço formado pelo solo típico arenoso (Solo 2). A condição de umidade inicial é também intermediária, correspondente a um grau de saturação de 47,4% (ou sucção inicial de $\psi_i = 19,4$ kPa), enquanto a umidade imposta na superfície do terreno corresponde a uma saturação de 97,4% (ou sucção de $\psi_0 = 0,55$ kPa).

No Caso 3 são aplicadas as mesmas condições de contorno com o solo típico argiloso, variando a geometria para um talude verticalizado ($\beta = 84,3^\circ$), de modo a demonstrar a solução analítica aproximada em condições mais singulares de geometria. Com uma altura de 3 m em solo coesivo, é comum na prática da engenharia uma escavação sem escoramento com esta geometria, sendo, portanto, relevante a simulação deste caso.

No Caso 4 é simulado um talude pouco íngreme em solo típico arenoso, com altura de 12 m e inclinação de $\beta = 26,6^\circ$. É também aplicada a condição de contorno na superfície próximo da saturação, assim como no Caso 2 (grau de saturação de 97,4% ou sucção de $\psi_0 = 0,55$ kPa). Entretanto, a condição de umidade inicial é baixa, correspondente a um grau de saturação de 13,2% (ou sucção inicial de $\psi_i = 19,4$ kPa), como em um período de

estiagem, onde o Solo 2, por ser mais granular, tem menor tendência de reter a água por capilaridade durante tal período. Ainda que um solo mais granular tenha menor contribuição da parcela de resistência cisalhante não saturada quando comparado a um solo mais fino, este caso demonstra a variação da resistência ao longo de toda a faixa de saturação em um solo durante um evento de infiltração.

Os Casos 5 e 6 utilizam a mesma geometria do Caso 1 e o Solo 1. Entretanto, o Caso 5 simula as condições de contorno de um evento de secagem do solo, que está inicialmente com um alto grau de saturação (89,5% ou $\psi_i = 22,9$ kPa), mas é imposto na superfície do terreno um grau de saturação intermediário, de 42,1% (ou $\psi_0 = 180,6$ kPa), simulando por exemplo o início de um período sem precipitação e de baixa umidade após um período de precipitação e infiltração intensa.

O Caso 6 aplica a condição de umidade imposta na superfície com variação discreta no tempo, conforme equação (2.21). Neste caso, aplica-se a infiltração com $\psi_i = 180,6$ kPa (saturação inicial de 42,1%) e $\psi_0 = 22,9$ kPa por um período de 10 h, e, após esse período, aplica-se uma sucção imposta na superfície igual ao valor inicial de $\psi_1 = \psi_i = 180,6$ kPa. A ideia é entender a aplicabilidade do presente modelo para condição de contorno variável na superfície do terreno, mais próximo de um caso de um talude real exposto à variação do ciclo hidrológico, alternando entre os fenômenos de infiltração (devido à precipitação) e evapotranspiração (que inclui os processos de evaporação e transpiração, este último realizado por plantas, se existente).

Os métodos de Bishop e GLE foram utilizados nos Casos 1 e 2 para análise paramétrica e demonstração da aplicabilidade da formulação proposta nesta dissertação. Nos demais casos, apenas os resultados referentes ao método de Bishop foram apresentados, sendo considerado suficiente para subsidiar as discussões.

O tempo total de simulação foi dividido em 10 intervalos para cálculo do fator de segurança e das variáveis de estado no instante final de cada intervalo. Por exemplo, no Caso 1, foi calculada a estabilidade de 2h em 2h, incluindo o instante inicial ($t = 0h$). No geral, os instantes para o cálculo foram igualmente espaçados dentro do período total de simulação, exceto no Caso 6, onde a estabilidade foi calculada de 3h em 3h a partir do instante inicial, mas o resultado em $t = 9h$ foi substituído pelo resultado em $t = 10h$, onde ocorre a mudança na condição de contorno para esta simulação.

Os casos simulados podem ser representativos de obras temporárias ou permanentes de aterros ou escavações em solo homogêneo. As simulações abrangem diferentes condições do ciclo hidrológico sem que haja presença de nível freático, que permanece profundo ao longo do tempo, o que é comum em regiões tropicais em boa parte do território brasileiro, por exemplo.

4. RESULTADOS

4.1. MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA

4.1.1. Solução analítica aproximada da infiltração

Nesta modelagem, as condições de infiltração se dão pelo teor de umidade volumétrico constante (θ) em todo o meio para o tempo inicial ($t = 0$) e pelo teor de umidade constante (θ) imposto na superfície do terreno para qualquer instante de tempo.

Como já mencionado, nas regiões (I) e (VI) o fluxo é somente unidimensional na direção vertical, dado que se adotou o terreno horizontal na crista e no pé do talude. Assim, obtém-se para estas duas regiões as funções para a equação (3.2) como a seguir.

$$prof_I(x, y) = z_I(y) \quad (4.1)$$

$$prof_{VI}(x, y) = z_{VI}(y) \quad (4.2)$$

$$adv_I(x, y) = adv_{VI}(x, y) = a_s \quad (4.3)$$

$$dif_I(x, y) = dif_{VI}(x, y) = D_z \quad (4.4)$$

onde z_I e z_{VI} são as distâncias medidas na vertical entre a coordenada x, y analisada e o terreno acima. A Figura 4.1 ilustra as funções geométricos.

Na região (III), o fluxo ocorre perpendicular à superfície inclinada do talude, obtendo-se as funções como a seguir.

$$prof_{III}(x, y) = z_{III}(x, y) \quad (4.5)$$

$$adv_{III}(x, y) = a_s \cos(\beta) \quad (4.6)$$

$$dif_{III}(x, y) = D_z \quad (4.7)$$

onde z_{III} é a distância perpendicular à superfície inclinada do talude.

Para definição das funções na região (II), utilizou-se uma média ponderada das funções nas regiões (I) e (III). Esta ponderação foi definida baseada nas distâncias entre a coordenada x, y analisada e as regiões (I) e (III). Os coeficientes de ponderação são função do seno do ângulo α_{II} (formado entre a reta vertical que passa pela crista e a linha que liga o ponto da crista à coordenada x, y analisada), conforme ilustrado na Figura 4.1.

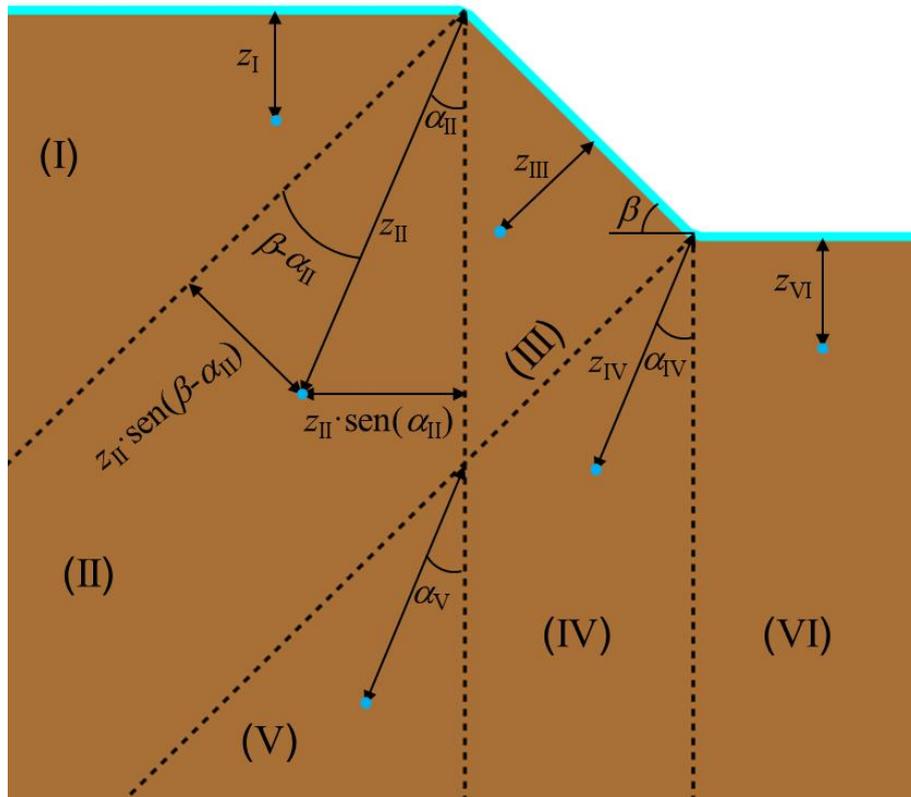


Figura 4.1 – Regiões e parâmetros geométricos utilizados nas ponderações da solução do fluxo

Como os coeficientes devem ser nulos ou unitários quando $\alpha_{II} = 0$ ou quando $\alpha_{II} = \beta$, de forma manter uma transição contínua entre as regiões, os mesmos foram normalizados conforme expressões a seguir:

- $\frac{\text{sen } \alpha_{II}}{\text{sen } \beta}$
- $\frac{\text{sen}(\beta - \alpha_{II})}{\text{sen } \beta}$

A propriedade de interesse nestes coeficientes de ponderação adotados é que sua soma é maior que a unidade, conforme ilustrado na Figura 4.2. Além disso, quando o valor de β é pequeno, ou seja, o talude é mais próximo da horizontal, a soma dos coeficientes de ponderação é apenas ligeiramente superior à unidade; já para taludes mais íngremes, a soma é maior, atingindo o valor de 1,41 para $\beta = 90^\circ$.

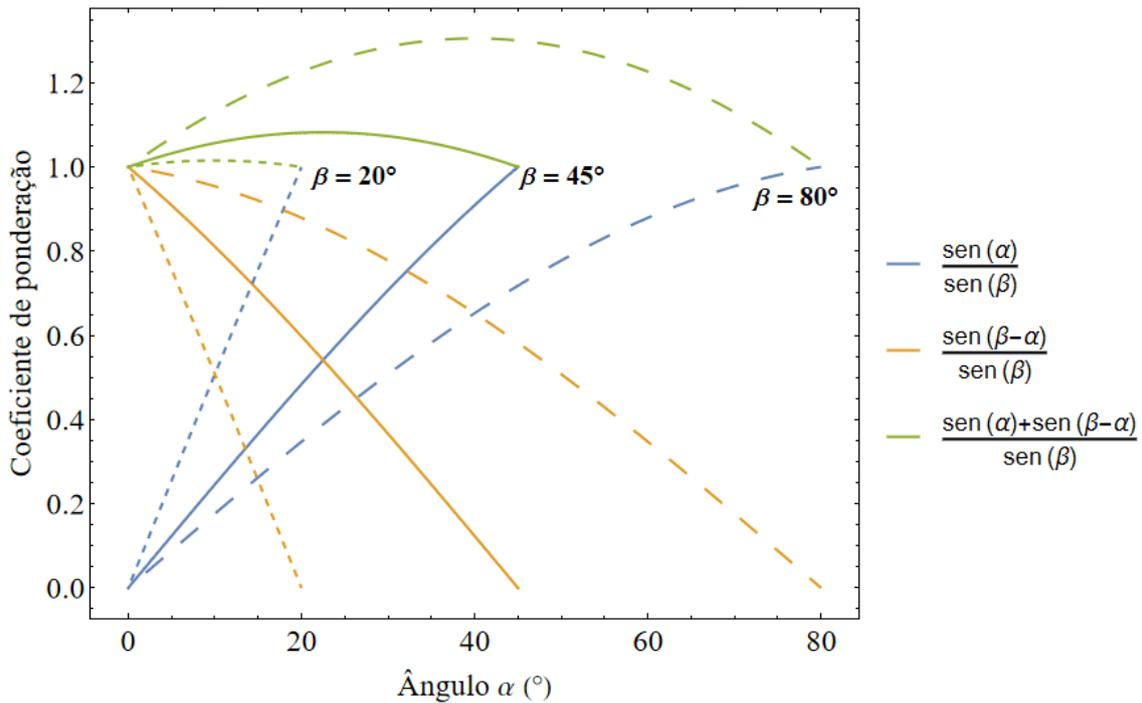


Figura 4.2 – Ilustração dos coeficientes de ponderação para majoração das funções $dif(x,y)$, $adv(x,y)$ e $prof(x,y)$.

Alternativamente, pode-se adotar os coeficientes listados a seguir e ilustrados na Figura 4.3 de forma a minorar a profundidade ponderada.

- $1 - \frac{\text{sen} \alpha_{II}}{\text{sen} \beta}$
- $1 - \frac{\text{sen}(\beta - \alpha_{II})}{\text{sen} \beta}$

As mesmas observações se mantêm em relação ao ângulo β : a soma dos coeficientes de ponderação se aproxima da unidade quando menor o valor de β e se afasta da unidade quanto maior o β .

Portanto, de forma geral, quanto mais íngreme o talude, maior a interferência nas funções $dif(x,y)$, $adv(x,y)$ e $prof(x,y)$ na região (II), de forma a majorar a função $A(x,y,t)$ da equação (3.2), majorando consequentemente o avanço da umidade nesta região. Os coeficientes de ponderação foram determinados desta forma empírica de forma a gerar um resultado no *Mathematica* o mais condizente possível com o resultado gerado no *Seep/W*.

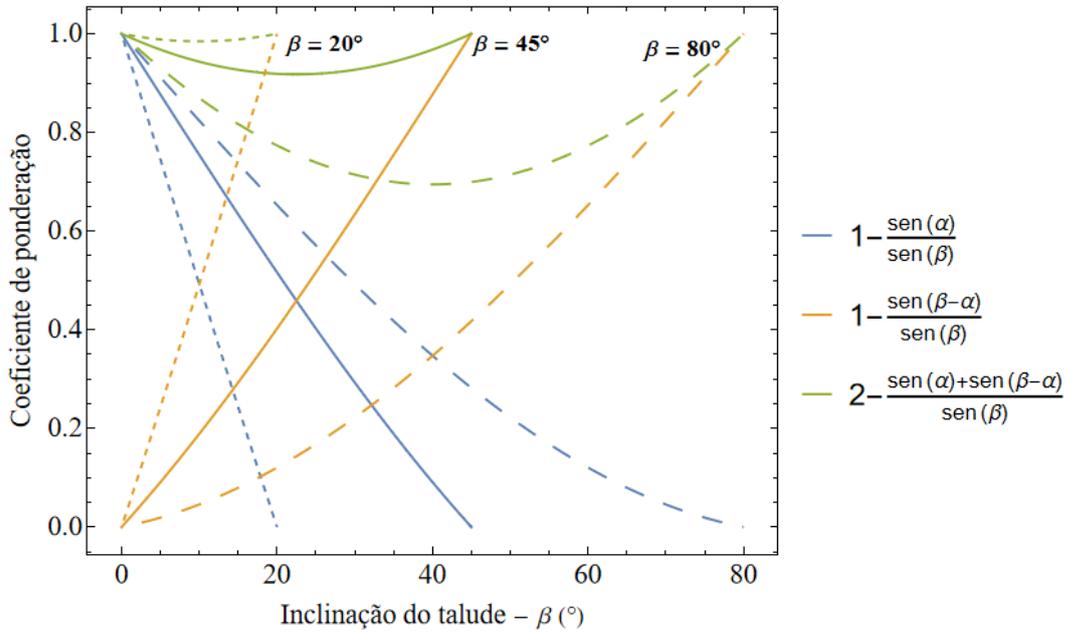


Figura 4.3 – Ilustração dos coeficientes de ponderação para minoração das funções $dif(x,y)$, $adv(x,y)$ e $prof(x,y)$.

As seguintes funções são então obtidas para a região (II), majorando a advecção e a difusão e minorando a profundidade:

$$prof_{II}(x, y) = z_I(y) \left(1 - \frac{\text{sen}(\beta - \alpha_{II})}{\text{sen} \beta} \right) + z_{III}(x, y) \left(1 - \frac{\text{sen} \alpha_{II}}{\text{sen} \beta} \right) \quad (4.8)$$

$$adv_{II}(x, y) = a_s \left(\frac{\text{sen} \alpha_{II}}{\text{sen} \beta} \right) + a_s \cos(\beta) \left(\frac{\text{sen}(\beta - \alpha_{II})}{\text{sen} \beta} \right) \quad (4.9)$$

$$dif_{II}(x, y) = D_z \left(\frac{\text{sen} \alpha_{II}}{\text{sen} \beta} + \frac{\text{sen}(\beta - \alpha_{II})}{\text{sen} \beta} \right) \quad (4.10)$$

Observa-se que, quando $\alpha_{II} = 0$, as funções acima se igualam às funções da região (III), e quando $\alpha_{II} = \beta$, as funções se igualam às funções da região (I), permitindo a transição contínua entre as regiões.

Para a região (IV), ao contrário da região (II), o fluxo é divergente, portanto, adotou-se a minoração das funções de difusão e de advecção, com os coeficientes de ponderação análogos aos coeficientes da região (II). Considera-se para efeito de cálculo que o fluxo advém do ponto no pé do talude, assim considera-se a função de profundidade como a distância entre a coordenada x,y analisada e o ponto no pé do talude (z_{IV}). Além disso, aplica-se o cosseno do ângulo variável (α_{IV}) entre a coordenada x,y analisada e o ponto

no pé do talude (Figura 4.1). Dessa forma, obtém-se as funções como a seguir:

$$prof_{IV}(x, y) = z_{IV}(x, y) \quad (4.11)$$

$$adv_{IV}(x, y) = a_s \cos(\alpha_{IV}) \left(2 - \frac{\text{sen } \alpha_{IV} + \text{sen}(\beta - \alpha_{IV})}{\text{sen } \beta} \right) \quad (4.12)$$

$$dif_{IV}(x, y) = D_z \left(2 - \frac{\text{sen } \alpha_{IV} + \text{sen}(\beta - \alpha_{IV})}{\text{sen } \beta} \right) \quad (4.13)$$

Observa-se que estas funções se igualam às funções da região (VI) quando $\alpha_{II} = 0$ ou às funções da região (III) quando $\alpha_{II} = \beta$.

Para a região (V), adotou-se uma transição entre as regiões (II) e (IV) sem majoração ou minoração, apenas em função do ângulo α_{II} mostrado na Figura 4.1, conforme a seguir:

$$prof_V(x, y) = z_{IV}(x, y) \left(1 - \frac{\alpha_V}{\beta} \right) + prof_{II}(x, y) \left(\frac{\alpha_V}{\beta} \right) \quad (4.14)$$

$$adv_V(x, y) = adv_{IV}(x, y) \left(1 - \frac{\alpha_V}{\beta} \right) + adv_{II}(x, y) \left(\frac{\alpha_V}{\beta} \right) \quad (4.15)$$

$$dif_V(x, y) = dif_{IV}(x, y) \left(1 - \frac{\alpha_V}{\beta} \right) + dif_{II}(x, y) \left(\frac{\alpha_V}{\beta} \right) \quad (4.16)$$

Assim, com as funções de advecção, difusão e profundidade definidos para cada região, a equação (2.17) foi adaptada com a equação (3.2) para o fluxo bidimensional:

$$\theta(x, y, t) = \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)A(x, y, t) \quad (4.17)$$

De maneira análoga, a equação (2.21) também pode ser reformulada conforme a seguir:

$$\theta(x, y, t) = \begin{cases} \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)A(x, y, t), & \text{se } t \leq t_1 \\ \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)A(x, y, t) + (\theta_1 - \theta_0)A(x, y, t - t_1), & \text{se } t > t_1 \end{cases} \quad (4.18)$$

Esta solução analítica aproximada garante uma distribuição contínua do teor de umidade volumétrico (e das variáveis de estado de resistência que serão calculadas a partir dele), mas não necessariamente garante uma transição suave (derivada contínua) entre as regiões. Além disso, vale ressaltar o que ocorre nos casos limites de geometria: quando o

talude é vertical ($\beta = 90^\circ$), as regiões I e III somem e a região IV se funde com a V; quando o terreno é horizontal ($\beta = 0^\circ$), as regiões de transição II, IV e V somem.

A solução a princípio não está limitada à consideração do terreno na crista e no pé do talude como horizontal, sendo aplicáveis os mesmos conceitos utilizados aqui. Entretanto, para simplificação, só foram analisados taludes com a geometria típica adotada nesta seção.

4.1.2. Fator de segurança para o método GLE

A partir da equação (4.17), pode-se reescrever as variáveis de estado da resistência cisalhante (equações (2.51), (2.52), (2.53) e (2.54)), assim como no estudo de Santos (2021), em função do teor de umidade volumétrico transiente.

$$S_e(x, y, t) = \frac{\theta(x, y, t) / \theta_s - S_r}{1 - S_r} \quad (4.19)$$

$$\psi(x, y, t) = -\frac{1}{\delta} \ln \left(\frac{\theta(x, y, t) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \quad (4.20)$$

$$\gamma(x, y, t) = \gamma_d + (\gamma_{sat} - \gamma_d) \theta(x, y, t) / \theta_s \quad (4.21)$$

$$\sigma_v(x, y, t) = \int_y^{y+h} \gamma(x, y', t) \cdot dy' \quad (4.22)$$

onde h é a distância vertical entre a coordenada analisada e o terreno acima, ou simplesmente a altura da fatia no método do equilíbrio limite (Figura 2.13).

A Figura 4.4 ilustra as variáveis geométricas para o desenvolvimento das equações do equilíbrio limite. Primeiramente, adapta-se a equação (2.57) do método de Fellenius, que servirá como o valor de iteração inicial para os demais métodos, para as coordenadas x, y de referência adotadas aqui:

$$\begin{aligned}
 FS(t) &= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (c' + (\sigma_v(x, y, t) \cos^2 \alpha + \psi(x, y, t) S_e(x, y, t)) \tan \phi') d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(x, y, t) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha} \\
 &= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tau_\alpha(x, y, t) d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(x, y, t) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha}
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

onde $x = x(\alpha)$ e $y = y(\alpha)$ são funções de α , conhecido o centro e o raio do círculo que define a superfície. Os ângulos α_1 e α_2 permanecem como os ângulos extremos na superfície de ruptura, sendo o módulo menor ou igual a $\pi/2$ radianos para ambos, conforme discutido na Seção 3.2.

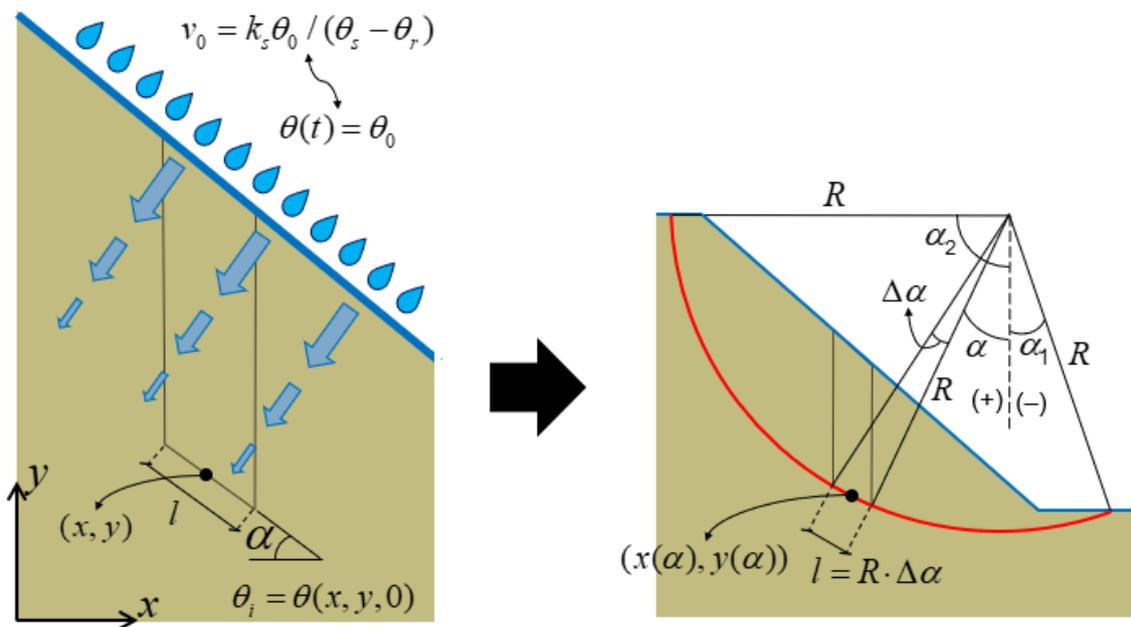


Figura 4.4 – Representação esquemática da modelagem desenvolvida para o fluxo perpendicular e superfície de ruptura circular

Da mesma forma, a equação (2.59) para a tensão média na base da fatia, que desconsidera as forças entre fatias, e a equação (2.60) para o fator de segurança transiente pelo método de Bishop simplificado também são reescritas em x, y :

$$\sigma_{m,B}(x, y, t) = \frac{\sigma_v(x, y, t) \cos \alpha - (c' + \psi(x, y, t) S_e(x, y, t) \tan \phi') \sin \alpha / FS_B(t)}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \phi' / FS_B(t)} \tag{4.24}$$

$$\begin{aligned}
FS_B(t) &= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (c' + (\sigma_{m,B}(x, y, t) + \psi(x, y, t)S_e(x, y, t)) \tan \phi') d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(x, y, t) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha} \\
&= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tau_{\alpha,B}(x, y, t) d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(x, y, t) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha}
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Para incluir as forças entre fatias, considera-se o termo $(X_R - X_L) = \Delta X$ na equação (2.58) (a partir da equação (2.49)):

$$N = \frac{\sigma_v \cdot \cos \alpha - (c' + \psi S_e \tan \phi') \sin \alpha / FS + \frac{\Delta X}{R \Delta \alpha}}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \phi' / FS} \cdot R \Delta \alpha \tag{4.26}$$

Diferente dos outros termos no numerador da equação (2.49), o termo ΔX não permite colocar em evidencia o termo $l = R \Delta \alpha$. Assim, o raio influencia no cálculo, diferente do método de Bishop. Tomando o limite $\Delta \alpha \rightarrow 0$, têm-se a tensão normal na base da fatia para o método GLE:

$$\begin{aligned}
\sigma_m(x, y, t) &= \\
&= \frac{\sigma_v(x, y, t) \cdot \cos \alpha - \frac{(c' + \psi(x, y, t)S_e(x, y, t) \tan \phi') \sin \alpha}{FS(t)} + \frac{1}{R} \frac{\partial X(x, y, t)}{\partial \alpha}}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \phi' / FS(t)}
\end{aligned} \tag{4.27}$$

Com isso, as equações (2.47) e (2.48) para o fator de segurança não saturado em relação ao equilíbrio de momentos e ao equilíbrio de forças horizontais são adaptados para uma formulação integral:

$$\begin{aligned}
FS_m(t) &= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (c' + (\sigma_m(x, y, t) + \psi(x, y, t)S_e(x, y, t)) \tan \phi') d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(x, y, t) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha} \\
&= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tau_{\alpha, m}(x, y, t) d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_v(x, y, t) \cos \alpha \sin \alpha) d\alpha}
\end{aligned} \tag{4.28}$$

$$\begin{aligned}
FS_f(t) &= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (c' + (\sigma_m(x, y, t) + \psi(x, y, t)S_e(x, y, t)) \tan \phi') \cos \alpha d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_m(x, y, t) \sin \alpha) d\alpha} \\
&= \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tau_{\alpha, m}(x, y, t) \cos \alpha d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (\sigma_m(x, y, t) \sin \alpha) d\alpha}
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Para definir a derivada espacial de X na equação (4.27), foi necessário recorrer à equação (2.37) em conjunto com a equação de equilíbrio de forças horizontais em uma fatia:

$$\Delta E - N \sin \alpha + \frac{\tau l}{FS} \cos \alpha = 0 \tag{4.30}$$

sendo τ a resistência cisalhante na base da fatia, dada por

$$\tau = c' + (N/l + \psi S_e) \tan \phi' \tag{4.31}$$

pode-se obter, já utilizando $l = R\Delta\alpha$ e a equação (4.26) para o N :

$$\begin{aligned}
\Delta E &= \\
&\frac{(c' + \psi S_e \tan \phi')}{FS} l \cos \alpha + N (\tan \phi' \cos \alpha / FS - \sin \alpha) = \left(\frac{(c' + \psi S_e \tan \phi')}{FS} \cos \alpha + \right. \\
&\left. \frac{\sigma_v \cdot \cos \alpha - (c' + \psi S_e \tan \phi') \sin \alpha / FS + \frac{\Delta X}{R\Delta\alpha}}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \phi' / FS} (\tan \phi' \cos \alpha / FS - \sin \alpha) \right) \cdot R\Delta\alpha
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Para simplificar a escrita das próximas equações, adotou-se as seguintes funções:

$$g_1(\alpha) = \frac{\tan \phi' \cos \alpha / FS - \text{sen } \alpha}{\cos \alpha + \text{sen } \alpha \tan \phi' / FS} \quad (4.33)$$

$$g_2(\alpha) = \frac{(c' + \psi S_e \tan \phi')}{FS} \cos \alpha + \left(\sigma_v \cdot \cos \alpha - \frac{(c' + \psi S_e \tan \phi') \text{sen } \alpha}{FS} \right) g_1(\alpha) \quad (4.34)$$

Com isso, pode-se manipular a equação (4.32) para a seguinte relação, ao aplicar o limite $\Delta \alpha \rightarrow 0$:

$$\frac{\Delta X}{\Delta \alpha} = \left(\frac{\Delta E}{\Delta \alpha} - g_2(\alpha)R \right) / g_1(\alpha) \Rightarrow \frac{\partial X}{\partial \alpha} = \left(\frac{\partial E}{\partial \alpha} - g_2(\alpha)R \right) / g_1(\alpha) \quad (4.35)$$

Ao derivar a equação (2.37) em relação a α , e substituindo a derivada de X obtida da equação (4.35), obtém-se:

$$\begin{aligned} X'(\alpha) &= \lambda(f'(\alpha)E(\alpha) + f(\alpha)E'(\alpha)) = (E'(\alpha) - g_2(\alpha)R) / g_1(\alpha) \\ \Rightarrow E'(\alpha)(1 - \lambda f(\alpha)g_1(\alpha)) - E(\alpha)\lambda f'(\alpha)g_1(\alpha) &= g_2(\alpha)R \end{aligned} \quad (4.36)$$

A equação (4.36) é uma EDO (equação diferencial ordinária) em função de α para se obter a função $E(\alpha) = E(\alpha, t)$ para uma superfície de ruptura específica em um instante t específico. Esta EDO não possui solução analítica e foi resolvida numericamente no *Mathematica* (pelo método de Runge-Kutta) para se obter a função das forças entre fatias. A condição de contorno para solução única da EDO pode ser $E(\alpha_1) = 0$ ou $E(\alpha_2) = 0$, já que as forças entre fatias são nulas nas extremidades da superfície de ruptura. Além disso, $g_2(\alpha)$ depende de FS e a EDO é recalculada para cada iteração.

A função $f(\alpha)$ utilizada foi a senoidal (em x), dada matematicamente em função de α como na equação a seguir:

$$f(\alpha) = \text{sen} \left(\frac{\pi}{x_2 - x_1} (x(\alpha) - x_1) \right) = \text{sen} \left(\pi \frac{\text{sen } \alpha_1 - \text{sen } \alpha}{\text{sen } \alpha_1 - \text{sen } \alpha_2} \right) \quad (4.37)$$

sendo x_1 e x_2 as abscissas correspondentes aos ângulos α_1 e α_2 nas extremidades da superfície de ruptura.

Assim, para a derivada de X na equação (4.27), resolve-se a EDO (4.36) a cada iteração do valor de FS , obtendo-se $E(\alpha)$ e depois obter $X'(\alpha)$ da equação (4.35), podendo-se então

computar os fatores de segurança FS_m e FS_f com as equações (4.28) e (4.29). Assim, testam-se diferentes valores de λ até igualar ambos os fatores de segurança, obtendo o fator de segurança pelo método GLE implementado no *Mathematica* para o presente estudo.

4.2. ANÁLISE PARAMÉTRICA E DISCUSSÕES

4.2.1. Infiltração bidimensional com a solução analítica aproximada

Utilizando as equações (3.3) e (3.4) para o número de Peclet, primeiro verificou-se o comportamento dos solos típicos simulados em relação ao mecanismo dominante entre advecção e difusão de água nos poros do solo. Para isso, deve-se considerar a infiltração na direção vertical, como em um ponto no terreno horizontal afastado do talude.

As Figura 4.5 e Figura 4.6 apresentam os números de Peclet P_z e P_t . Como o coeficiente de advecção na definição do número de Peclet está no numerador, quanto maior o número de Peclet, maior o domínio do mecanismo advectivo sobre o mecanismo difusivo. Entretanto, no caso de fluxo de água em solos não saturados, este conceito está sendo introduzido apenas no presente trabalho, então ainda não há uma definição de qual faixa de valores para o número de Peclet indica um domínio da advecção sobre a difusão e vice-versa.

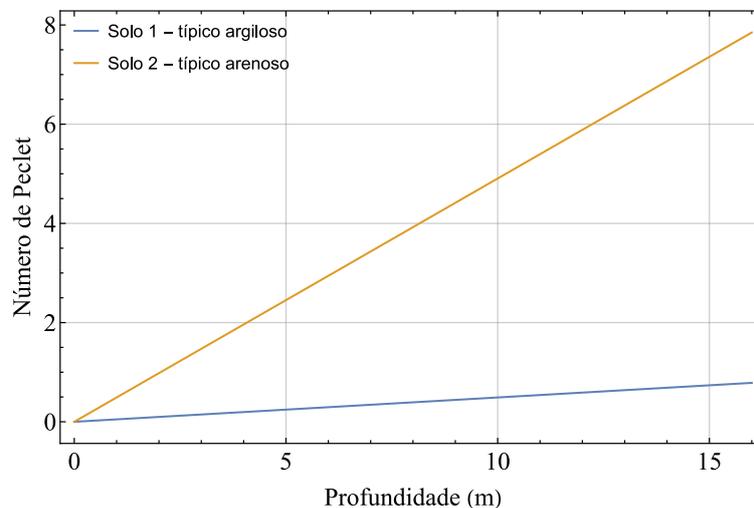


Figura 4.5 – Número de Peclet em relação à profundidade.

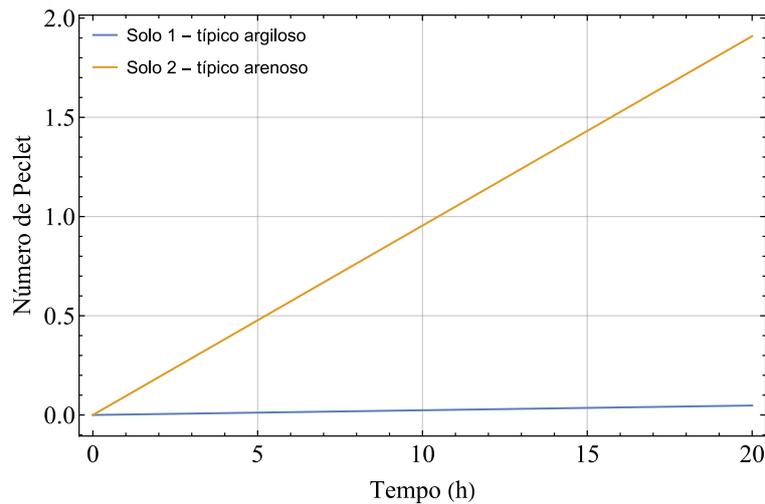


Figura 4.6 – Número de Peclet em relação ao tempo.

Ainda assim, é possível deduzir a partir das Figura 4.5 e Figura 4.6 que o Solo 2 possui uma contribuição da advecção muito maior que o Solo 1, o que é esperado a partir dos maiores valores de δ e k_s para o Solo 2 (conforme equações (3.3) e (3.4)). Em relação à profundidade, o valor de P_z do Solo 2 é 10 vezes superior ao do Solo 1, enquanto em relação ao tempo é 40 vezes superior.

Ainda considerando somente a infiltração na direção vertical, as Figura 4.7 e Figura 4.8 a comparação da solução analítica (exata) unidimensional com a solução numérica do $Seep/W$, medido em um ponto afastado do talude. Observa-se que para menores profundidades, maior a diferença na sucção para menores valores de tempo. Em específico, a sucção na solução analítica é menor que na solução numérica, ou seja, maior o avanço da umidade. Esta situação se inverte para maiores profundidades, onde a frente de avanço de umidade é maior no caso numérico (menor sucção no caso numérico). Estas observações são ainda mais significantes para o caso do solo típico argiloso (Solo 1), onde a contribuição da parcela não saturada da resistência é maior.

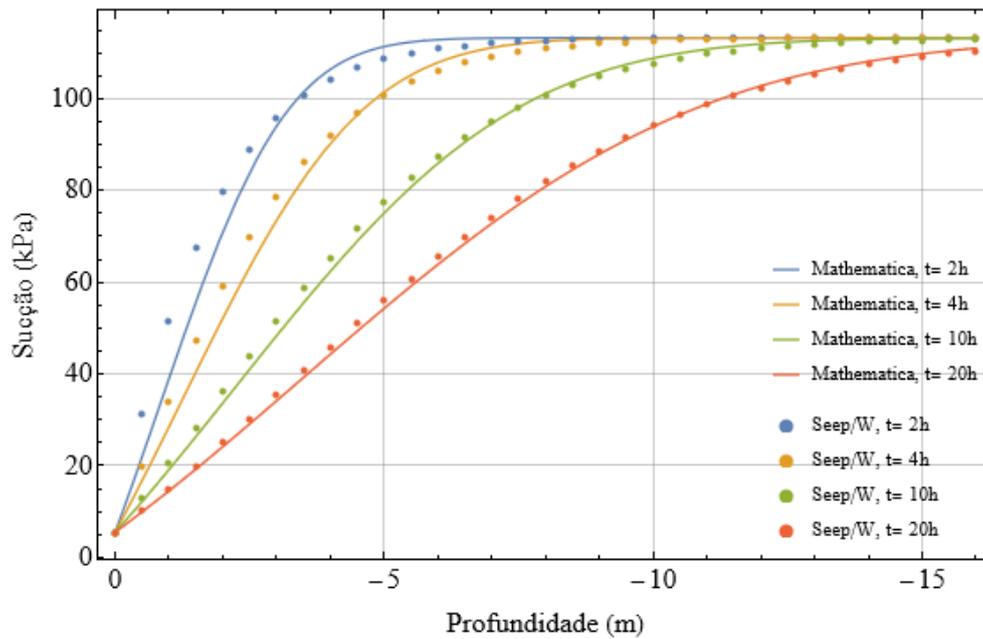


Figura 4.7 – Comparação da infiltração unidimensional para o solo típico argiloso: solução analítica (*Mathematica*) e solução numérica (*Seep/W*).

A diferença entre os resultados numérico e analítico decorre do fato do caso numérico não considerar os coeficientes de advecção e de difusão como constantes, que é uma premissa da formulação analítica (equação (2.14)). Além disso, independente do refinamento da malha de elementos finitos, oscilações do resultado numérico pode decorrer do fato da condição de contorno imposta no topo gerar uma descontinuidade de sucção no tempo inicial. Entretanto, assumindo-se que a SWRC e a função de condutividade hidráulica seguem o comportamento definido pelas equações (2.11) e (2.13), com um parâmetro único de ajuste δ , a solução analítica deve ser a referência para o caso unidimensional (dentro das hipóteses da solução analítica). Ainda assim, a solução numérica é capaz de se adaptar a definições quaisquer para a SWRC e a função de condutividade hidráulica, onde a solução analítica utilizada tenderia a não se ajustar com precisão.

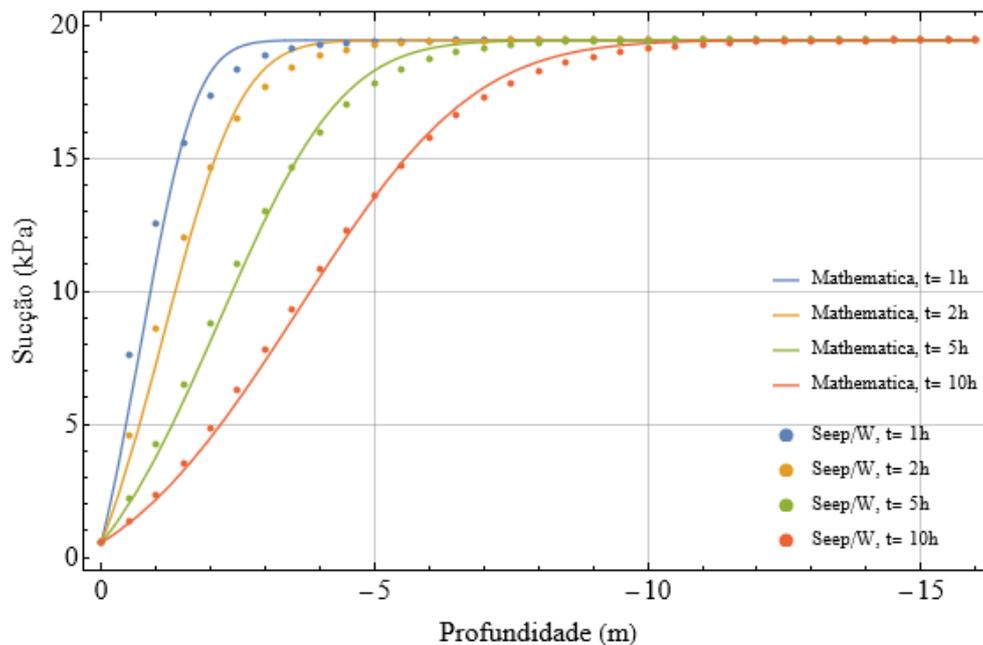


Figura 4.8 – Comparação da infiltração unidimensional para o solo típico arenoso: solução analítica (*Mathematica*) e solução numérica (*Seep/W*).

A importância de considerar o fluxo perpendicular à superfície do terreno pode ser demonstrada simulando o fluxo em taludes infinitos (declividade constante ao longo de uma extensão pelo menos 10 vezes superior à profundidade analisada). As figuras da Figura 4.9 até a Figura 4.14 demonstram como a solução analítica (exata) implementada no Mathematica, que considera o fluxo na direção perpendicular, resulta em um comportamento coerente com a solução numérica.

Nas Figura 4.10, Figura 4.12 e Figura 4.14 também foi plotado a solução analítica na direção vertical, como no estudo de Santos (2021). Como apresentado na Seção 2.1.3, o problema do fluxo somente na vertical é que a parcela difusiva do fluxo tem que percorrer uma distância maior quando comparado ao caminho perpendicular (que gera a distância mais curta entre o terreno e o ponto analisado). Assim, a solução vertical subestima a frente de avanço da umidade. Entre as Figura 4.10 e Figura 4.12, observa-se como a diferença relativa entre a solução vertical e a solução perpendicular é menor para o Solo 2 quando comparado ao Solo 1. Este efeito decorre do fato de que a parcela difusiva do fluxo é menos significativa para solos mais granulares (maior valor de δ e maior número de Peclet). Este efeito também pode ser observado ao se comparar as Figura 4.9 e Figura 4.11, no resultado da simulação do *Seep/W*, que ilustra com setas a direção do fluxo: a

direção das setas está mais próxima da vertical para o Solo 2, indicando maior domínio do mecanismo advectivo (que atua somente na direção da gravidade) frente ao mecanismo difusivo do fluxo.

Outro parâmetro relevante nesta discussão é a inclinação do talude. Como observado na Figura 4.13 e na Figura 4.14, ao simular um talude verticalizado, a solução analítica perpendicular é compatível com a solução numérica, enquanto a solução analítica vertical é totalmente inválida. Principalmente ao se comparar com o caso da Figura 4.10, com solo também argiloso, onde a parcela difusiva do fluxo tende a ser significativa, a geometria acarreta em um caminho percorrido na vertical muito superior ao caminho perpendicular, gerando uma grande discrepância no resultado da solução vertical.

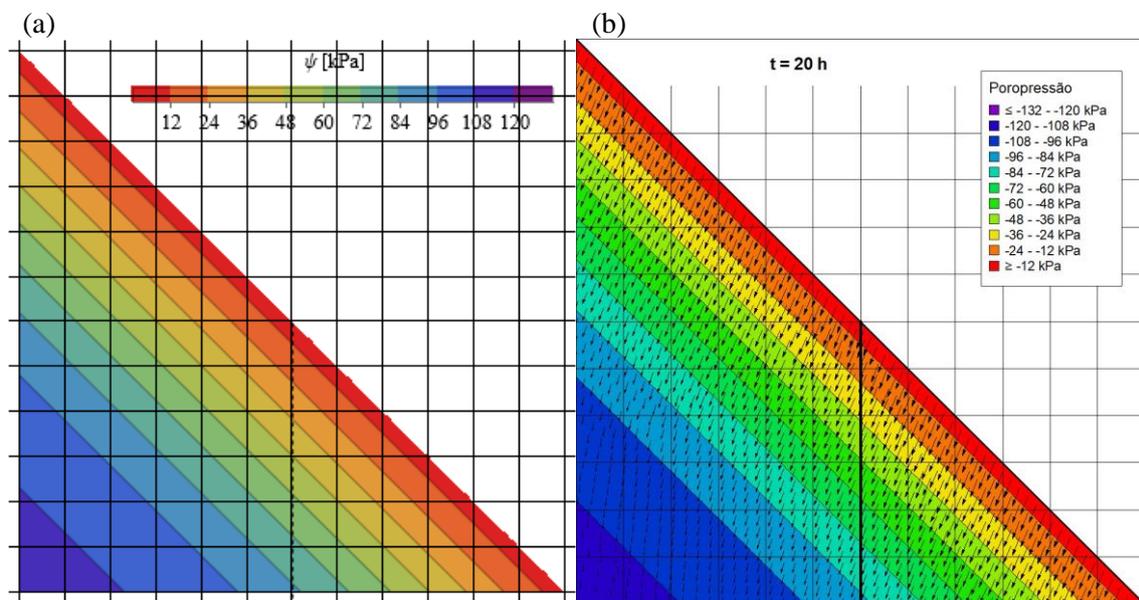


Figura 4.9 – Comparação da infiltração em talude infinito com $\beta = 45^\circ$ e solo típico argiloso para $t = 20h$: (a) Mathematica e (b) Seep/W.

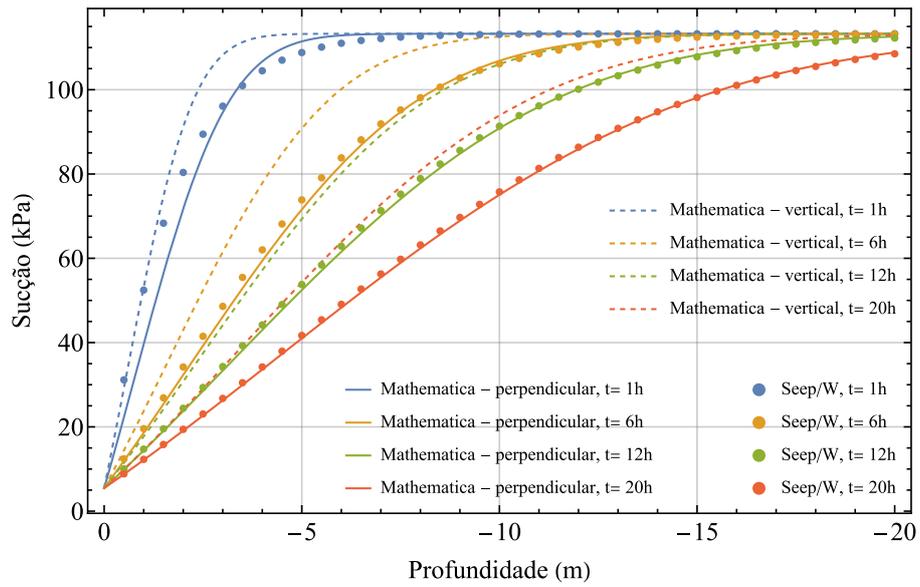


Figura 4.10 – Infiltração ao longo de uma linha vertical em talude infinito com $\beta = 45^\circ$ para o solo típico argiloso.

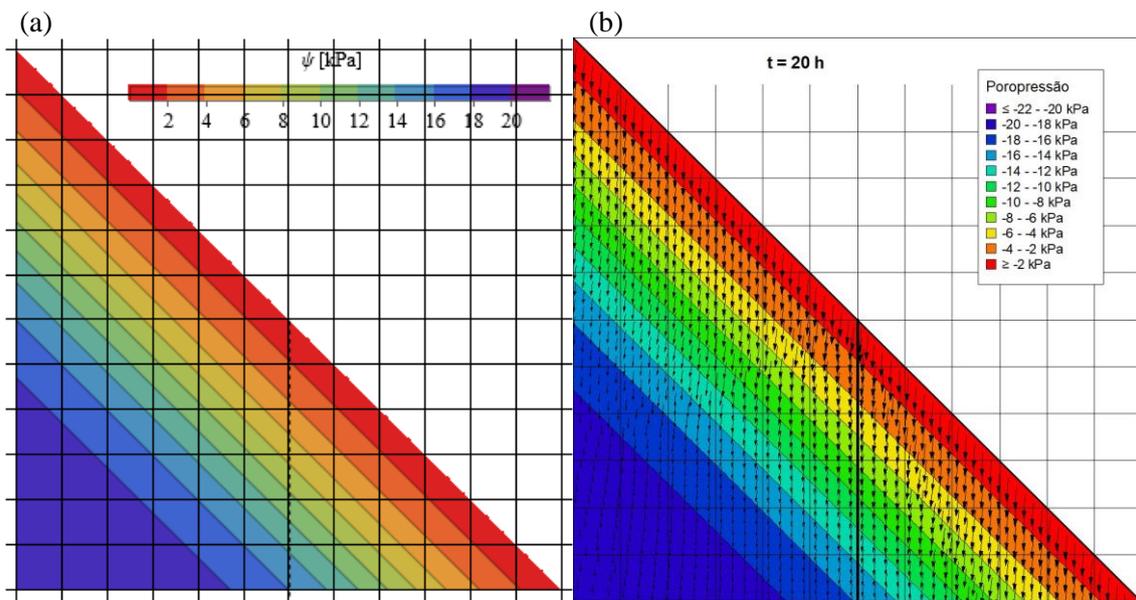


Figura 4.11 – Comparação da infiltração em talude infinito com $\beta = 45^\circ$ e solo típico arenoso para $t = 20$ h: (a) Mathematica e (b) Seep/W.

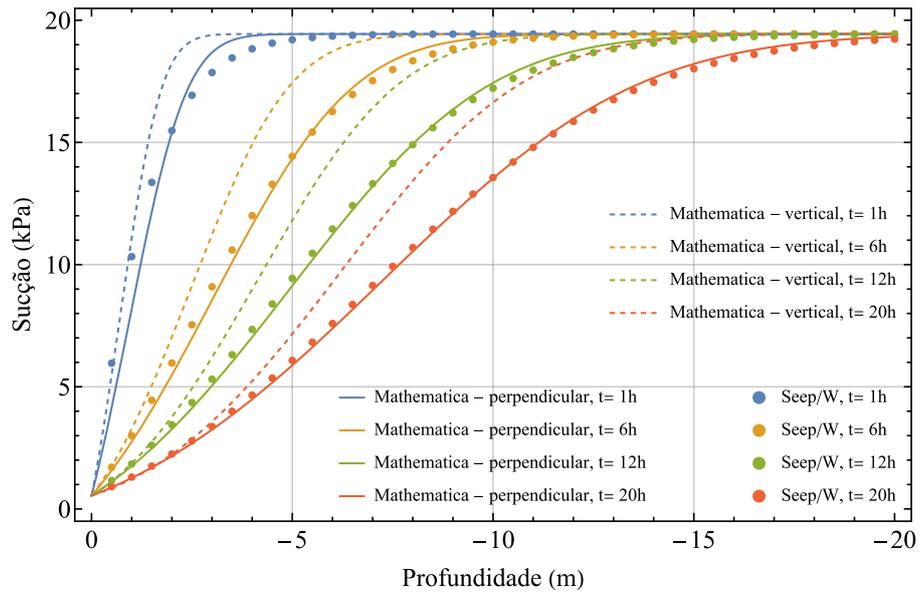


Figura 4.12 – Infiltração ao longo de uma linha vertical em talude infinito com $\beta = 45^\circ$ para o solo típico arenoso.

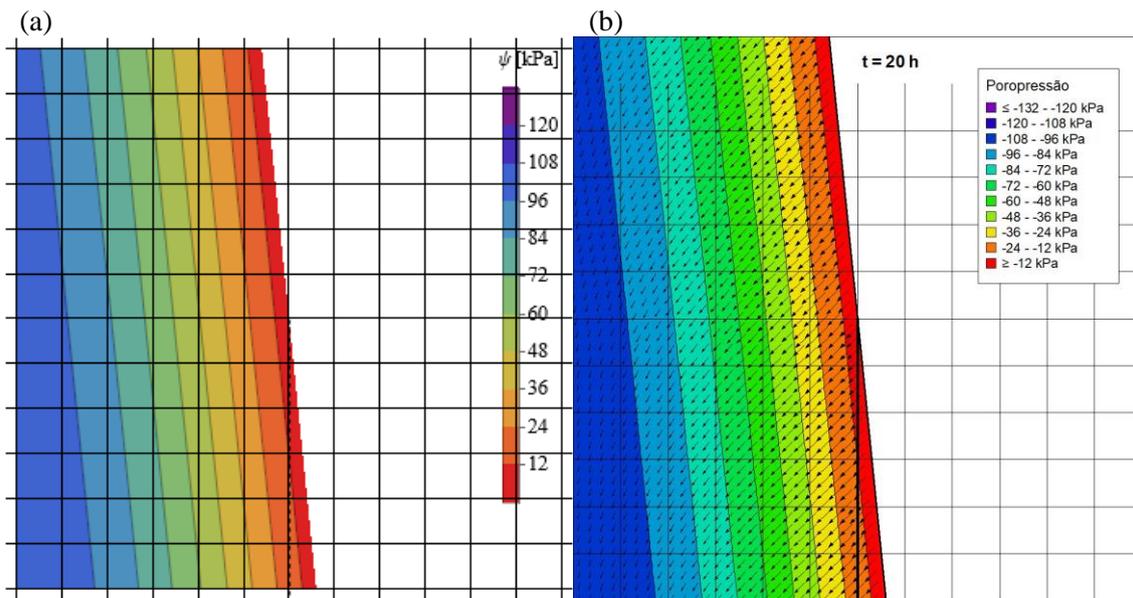


Figura 4.13 – Comparação da infiltração em talude infinito com $\beta = 84,3^\circ$ e solo típico argiloso para $t = 20$ h: (a) Mathematica e (b) Seep/W.

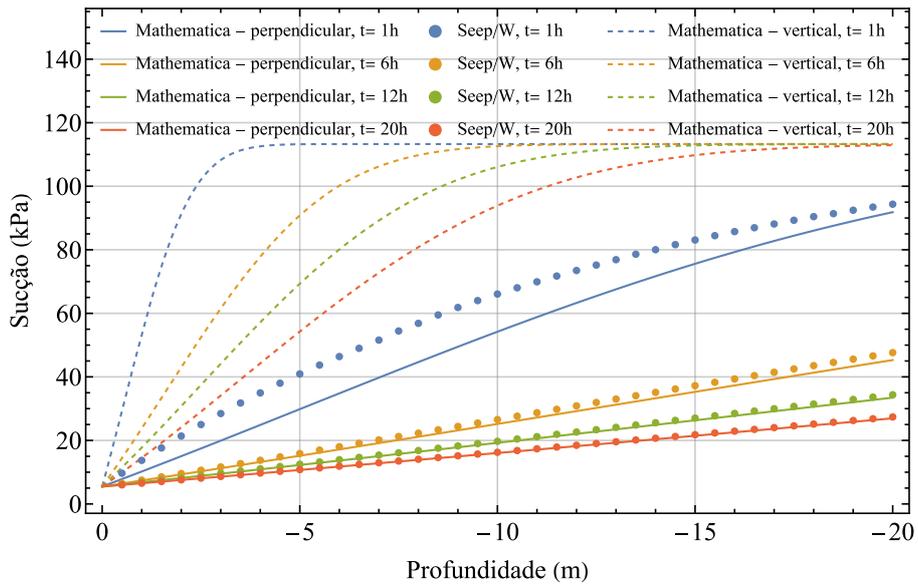


Figura 4.14 – Infiltração ao longo de uma linha vertical em talude infinito com $\beta = 84,3^\circ$ para o solo típico argiloso.

Para o caso bidimensional em um talude conforme modelado na Seção 4.1.1, as figuras da Figura 4.15 até a Figura 4.26 apresentam os resultados para um tempo curto e para um tempo longo de simulação, combinando ambos os solos com as três geometrias simuladas pra talude: Talude 1, com inclinação média (1V:1H ou $\beta = 45^\circ$); Talude 2, verticalizado (1V:0,1H ou $\beta = 84,3^\circ$); e Talude 3, mais abatido (1V:2H ou $\beta = 26,6^\circ$).

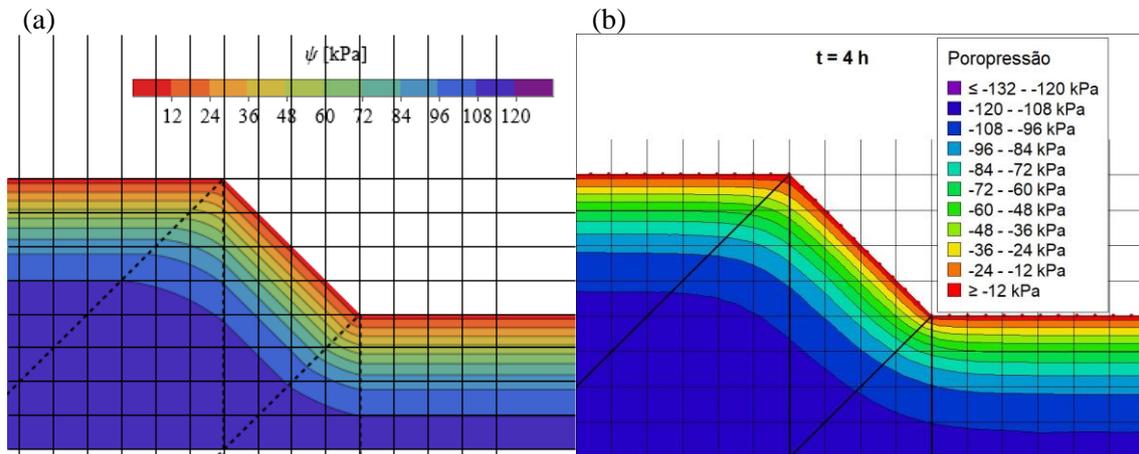


Figura 4.15 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso para $t = 4h$: (a) Mathematica e (b) Seep/W.

Em todas as figuras para o fluxo dimensional estão representadas as linhas que separam as regiões para solução analítica aproximada conforme mostrado na Seção 4.1.1. É visível

na divisão entre as regiões, a solução analítica aproximada garante uma transição contínua, mas não suave, ou seja, não garante uma derivada contínua no espaço para os valores de sucção. Esta constatação fica ainda mais evidente para maiores tempos de simulação com taludes formados pelo solo típico arenoso, para qualquer geometria.

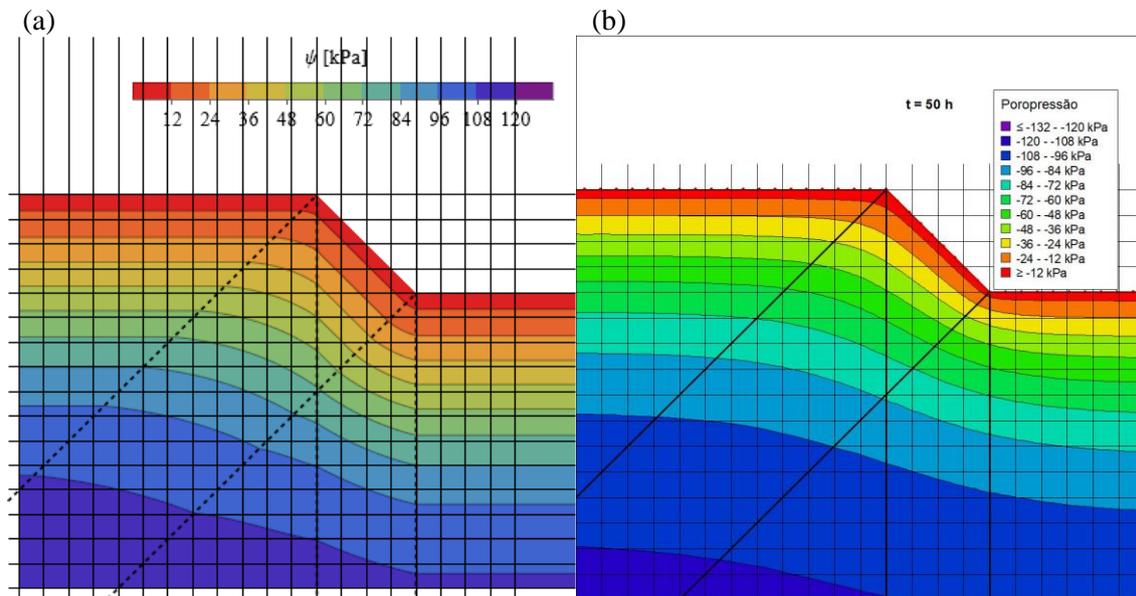


Figura 4.16 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso para $t = 50$ h: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

Na solução analítica com o fluxo perpendicular, o coeficiente difusivo é inalterado, enquanto o coeficiente advectivo é modificado de acordo com a inclinação da superfície. Desta forma, a parcela advectiva do fluxo se torna a mais passiva de distorção pela solução analítica aproximada, que transiciona a solução dentro de limites rígidos do domínio bidimensional, impostos pela definição das regiões conforme Figura 4.1. Assim, algumas distorções na distribuição de sucção entre as regiões (II), (IV) e (V) são mais nítidas para o Solo 2 após tempo mais longo de simulação. Como a solução numérica não é limitada pelas regiões definidas empiricamente para a solução analítica aproximada, observa-se sempre uma distribuição suave dos valores de sucção (ou poropressão negativa) ao longo do espaço.

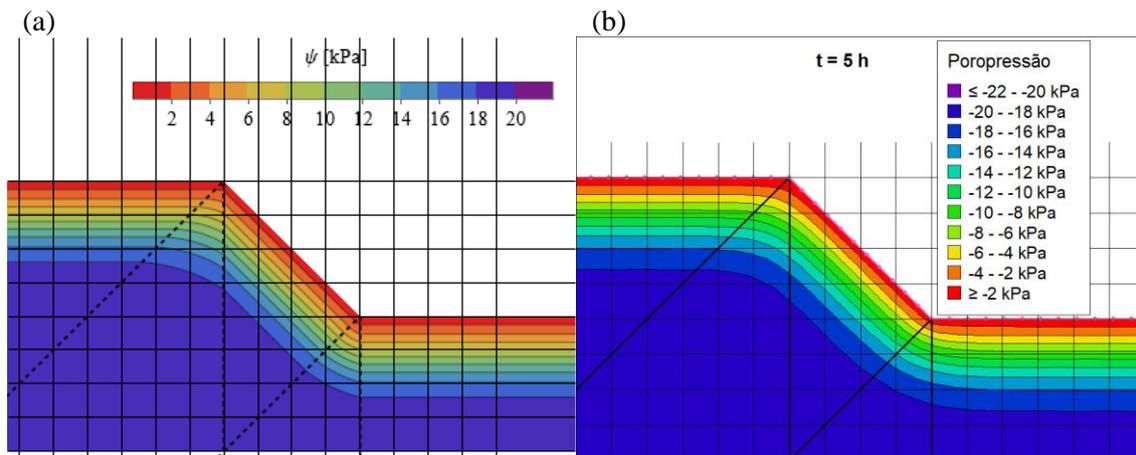


Figura 4.17 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico arenoso para $t = 5h$: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

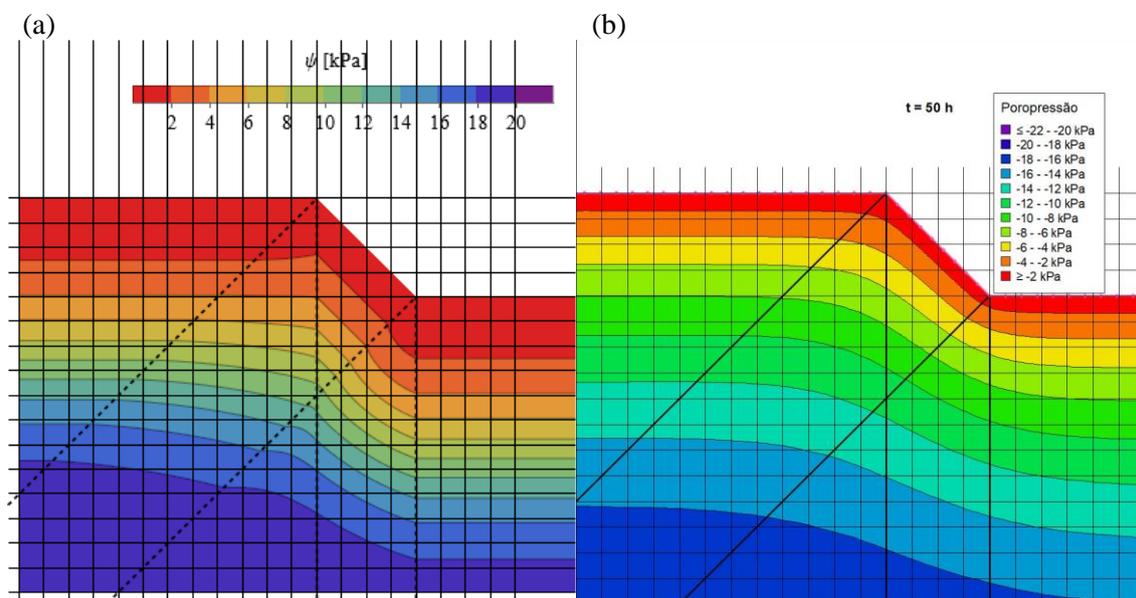


Figura 4.18 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico arenoso para $t = 50h$: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

As figuras da Figura 4.19 até a Figura 4.22 mostram a aplicabilidade da solução analítica aproximada implementada no *Mathematica* mesmo em geometrias mais singulares como em taludes verticalizados, onde a solução aplicada na direção perpendicular se torna mais importante, como já discutido para taludes infinitos. Apesar de distorções visíveis nas regiões de transição (IV) e (V), a coerência geral da distribuição de sucção é mantida quando comparado ao resultado do *Seep/W*.

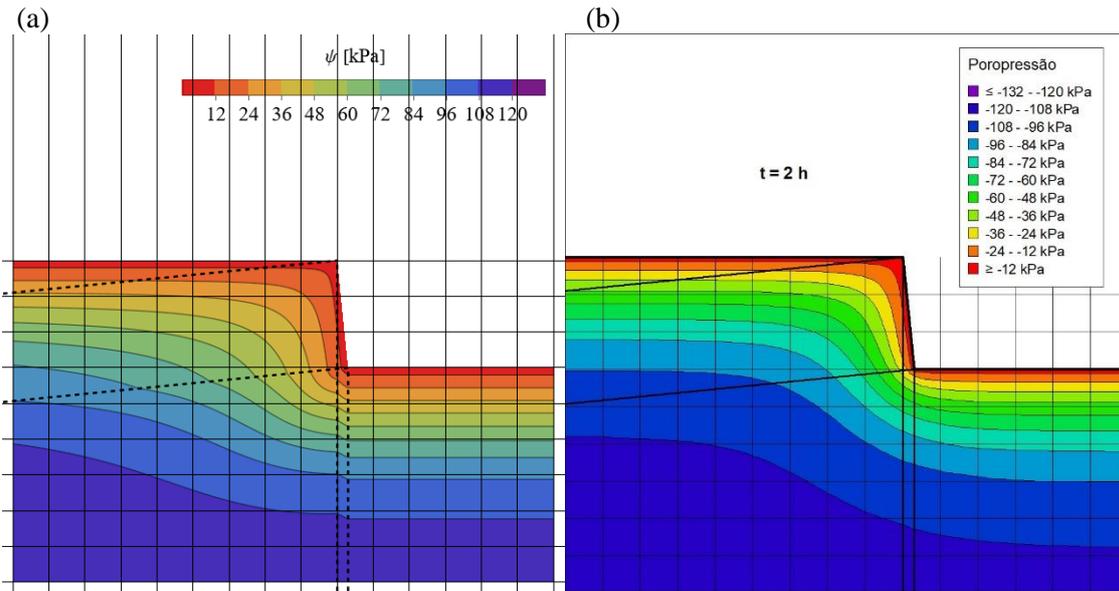


Figura 4.19 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 2 com solo típico argiloso para $t = 2$ h: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

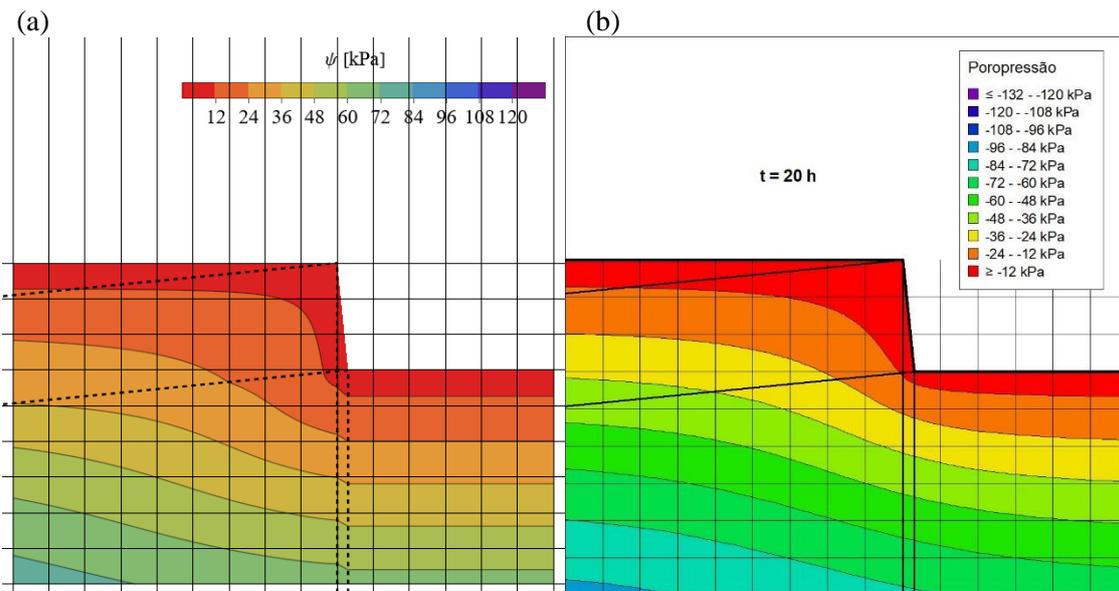


Figura 4.20 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 2 com solo típico argiloso para $t = 20$ h: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

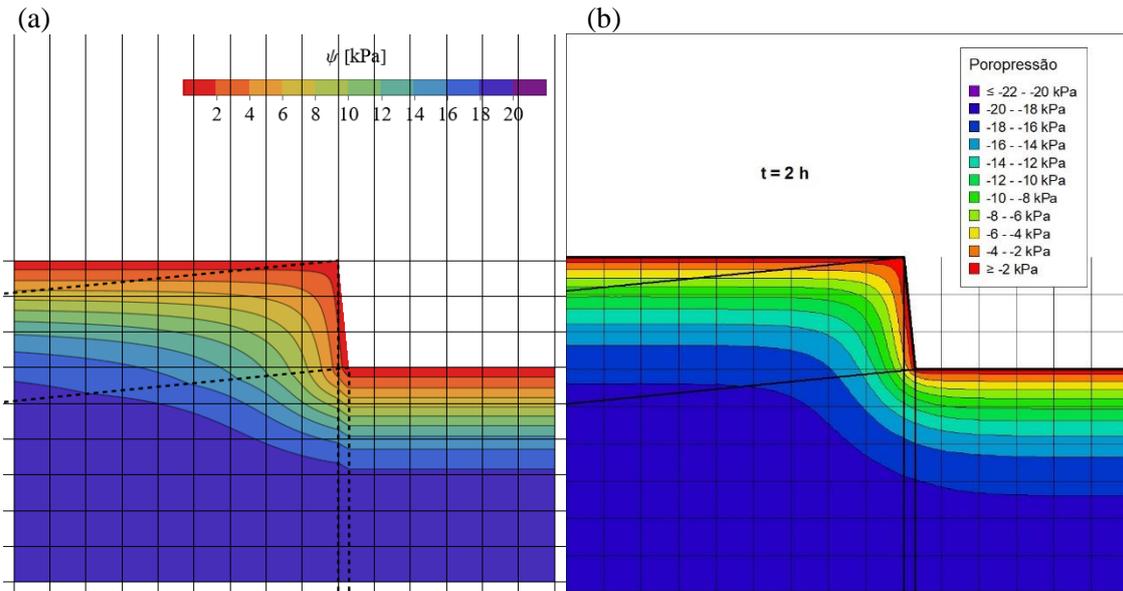


Figura 4.21 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 2 com solo típico arenoso para $t = 2$ h: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

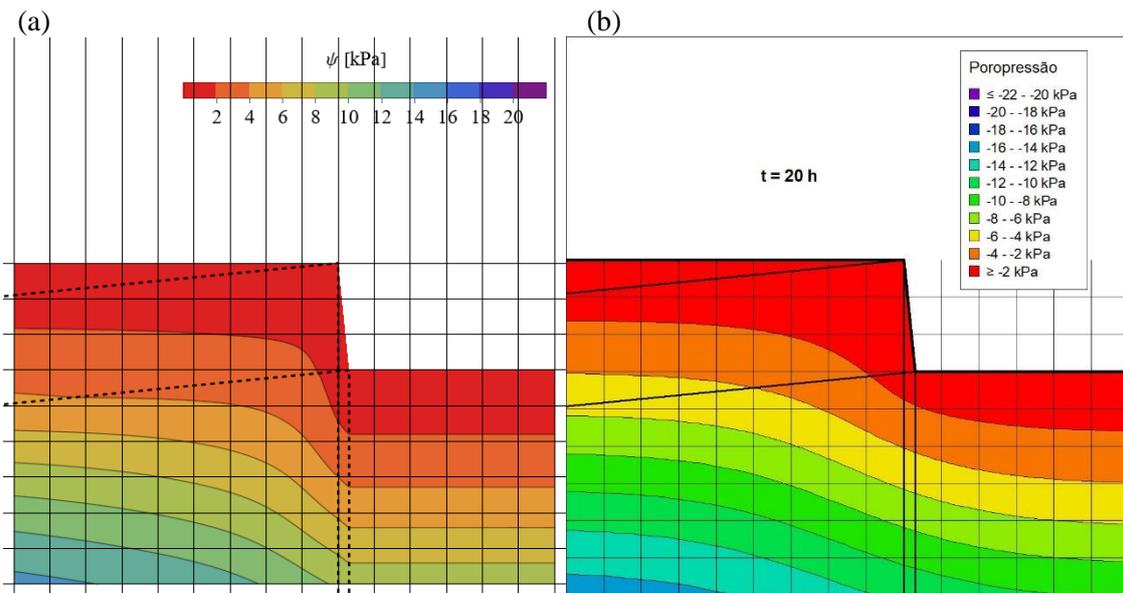


Figura 4.22 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 2 com solo típico arenoso para $t = 20$ h: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

Para o caso do Talude 3, mais abatido, as figuras da Figura 4.23 até a Figura 4.26 demonstram que a solução analítica aproximada tende a gerar menos distorções na distribuição de sucção, mesmo para tempos maiores de simulação. Este efeito é esperado dado que, quanto mais abatido o talude, mais próximo a simulação está de uma infiltração vertical, onde a solução analítica é exata e não são necessárias as ponderações empíricas

para regiões de interseção do fluxo perpendicular.

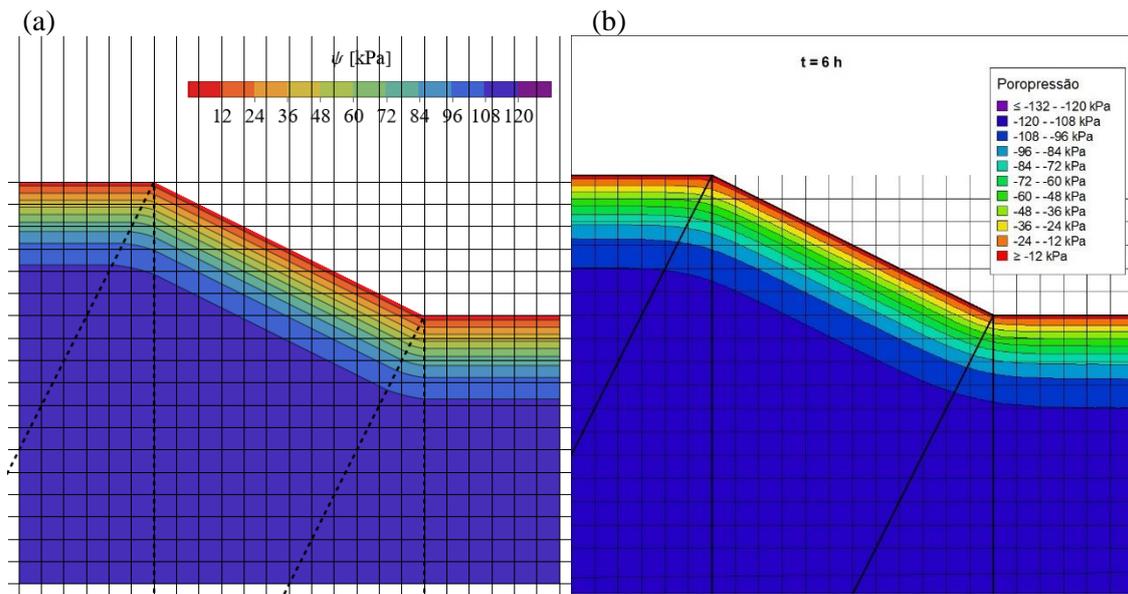


Figura 4.23 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 3 com solo típico argiloso para $t = 6$ h: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

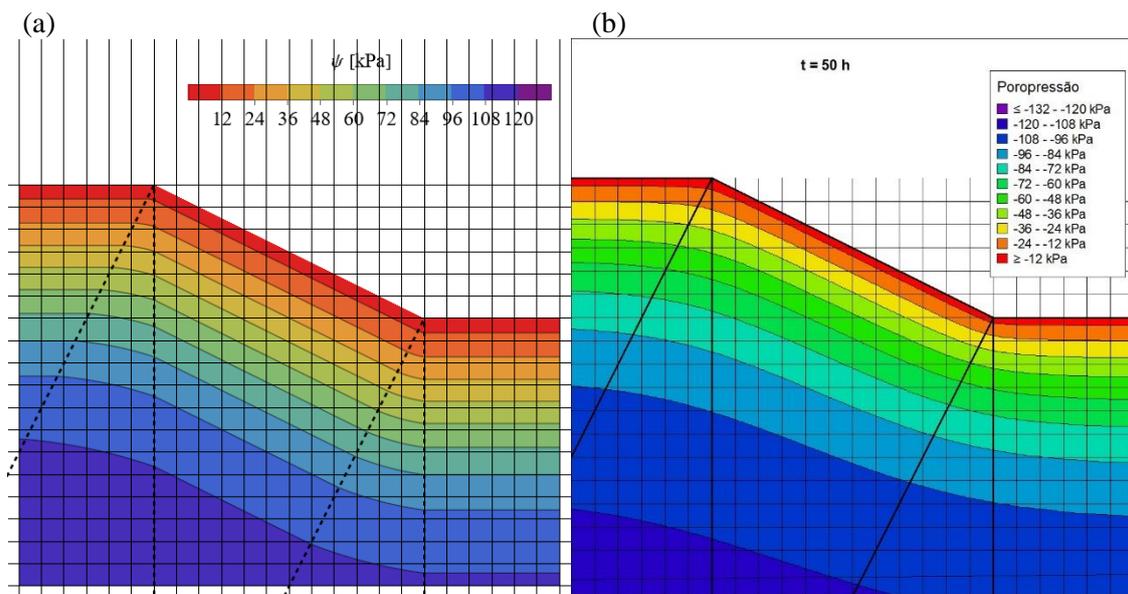


Figura 4.24 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 3 com solo típico argiloso para $t = 50$ h: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

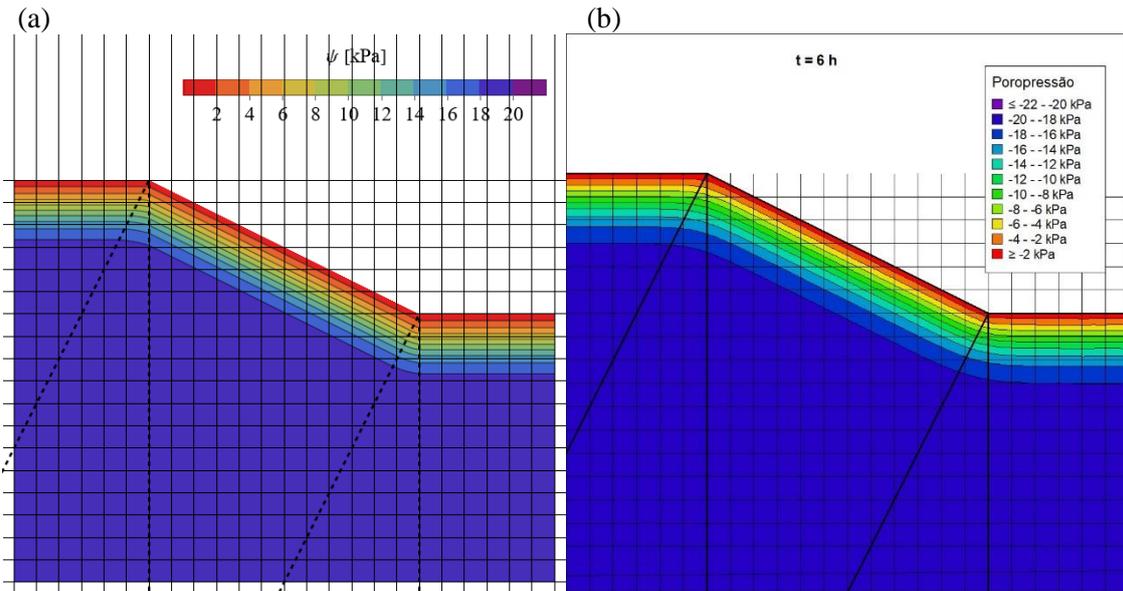


Figura 4.25 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 3 com solo típico arenoso para $t = 6\text{h}$: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

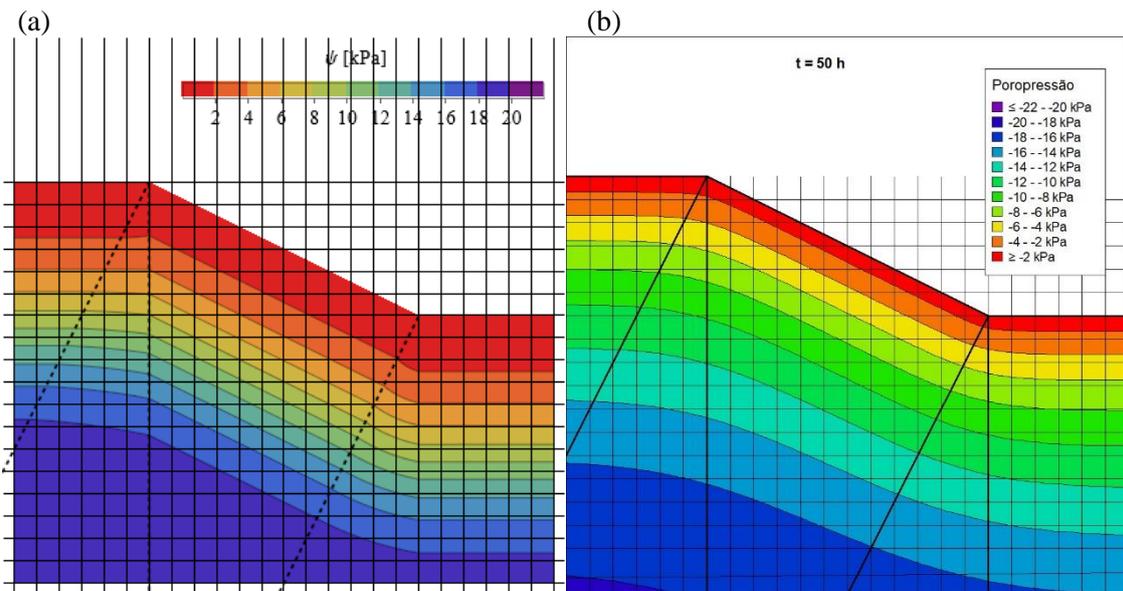


Figura 4.26 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 3 com solo típico arenoso para $t = 50\text{h}$: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

4.2.2. Evapotranspiração e ciclo de umidade com solução analítica aproximada

A solução analítica aproximada para o fluxo bidimensional em taludes também pode ser aplicada para simular a secagem do solo, devido ao fenômeno de evapotranspiração, por exemplo. Com as condições de contorno do Caso 5 de estabilidade, as Figura 4.27, Figura 4.28 e Figura 4.29 destacam resultados de fluxo comparando com a solução numérica do

Seep/W.

Quando comparado à infiltração unidimensional da seção anterior, a situação se inverte: a solução analítica (exata) apresenta maiores valores de sucção em menores profundidades. Assim, a solução numérica subestima a secagem do solo (ao invés de subestimar a frente de umedecimento como no caso de infiltração), mas, de toda forma, o aspecto geral da solução é condizente para ambas as abordagens.

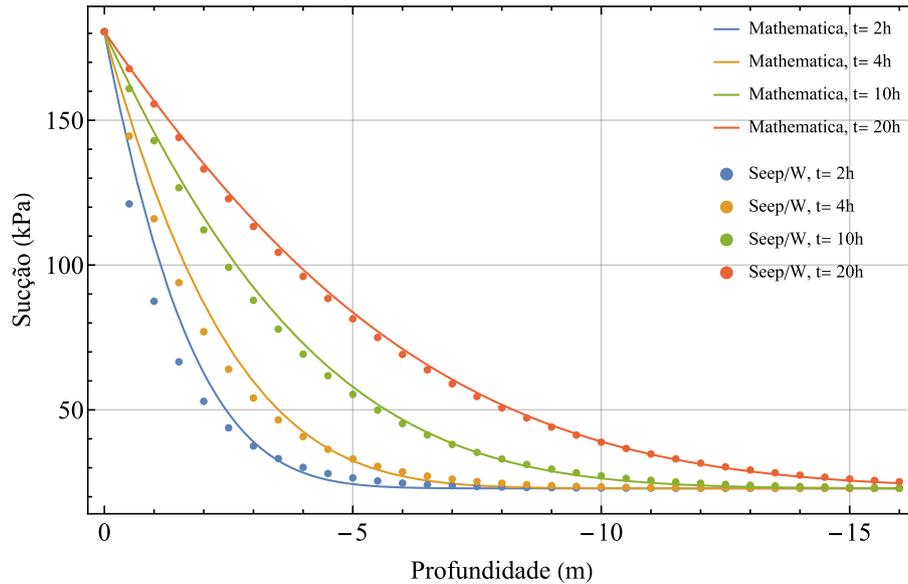


Figura 4.27 – Comparação da secagem unidimensional para o solo típico argiloso: solução analítica (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

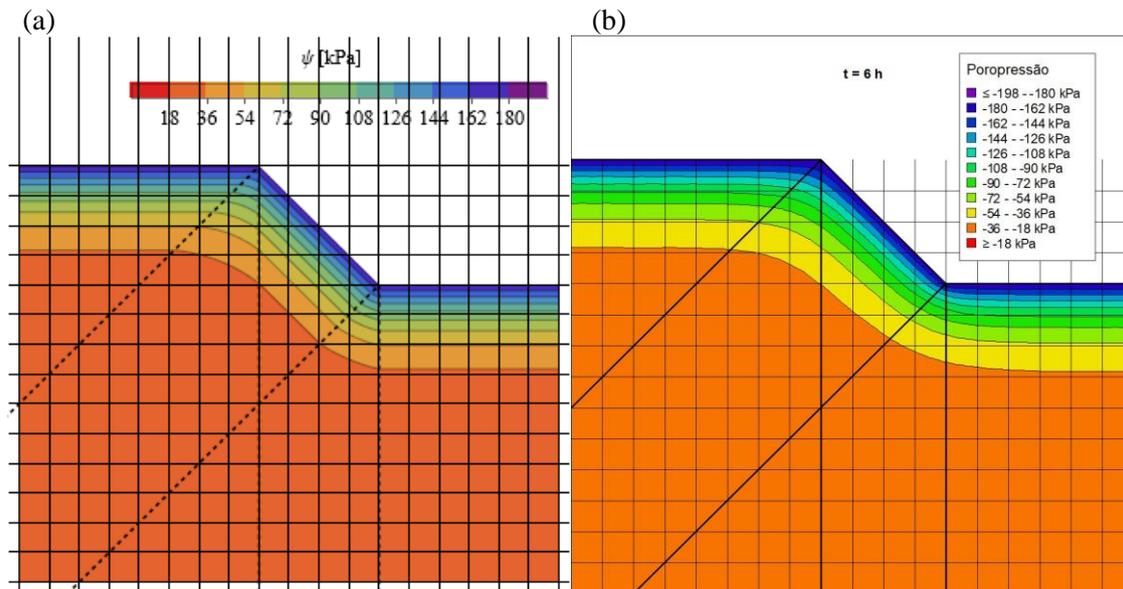


Figura 4.28 – Comparação da secagem bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso para $t = 6h$: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

As mesmas observações para a solução bidimensional na infiltração se aplicam para este caso (Figura 4.28 e Figura 4.29) a coerência geral da distribuição de sucção se mantém para ambas as soluções analítica aproximada e numérica, ainda que para períodos mais longos de simulação haja algumas divergências pontuais no resultado.

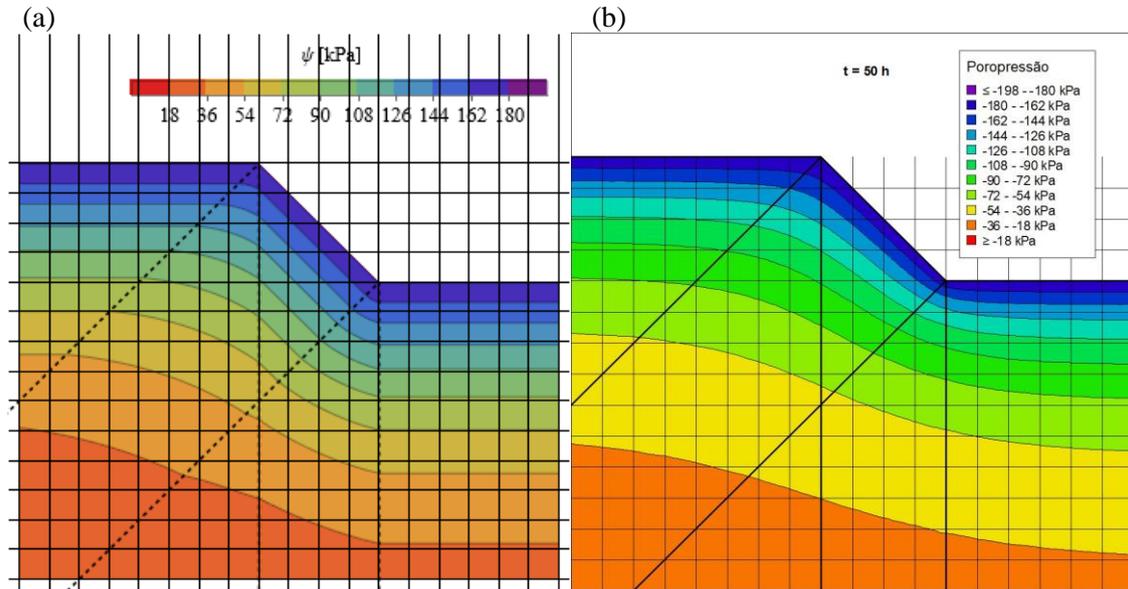


Figura 4.29 – Comparação da secagem bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso para $t = 50h$: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

A Figura 4.30 mostra sucção ao longo da vertical em um ponto afastado do talude para o Caso 6, de modo a comparar a solução numérica com a solução analítica proposta para umidade variável imposta no topo, de acordo com a equação (4.18). Antes de $t_1 = 10h$, observa-se a infiltração conforme na Seção 4.2.1, com um avanço maior da umidade (menor sucção) para a solução analítica em menores profundidades. Já após $t_1 = 10h$, observa-se a nova condição de contorno aplicada para a profundidade zero, iniciando uma trajetória de secamento do solo a partir da distribuição de sucção gerada nas primeiras dez horas de infiltração. Neste intervalo, obtém-se também uma o avanço do secamento maior (maior sucção) para a solução analítica em menores profundidades. Apesar de uma divergência maior para $t = 12h$, instante mais próximo da mudança na condição de contorno, o comportamento geral da sucção ao longo da profundidade é condizente para ambas as abordagens analítica e numérica.

Ao se observar as figuras da Figura 4.31 até a Figura 4.34, demonstra-se a aplicabilidade

da solução analítica aproximada também para este ciclo de umedecimento e secagem do solo, simulação mais próxima do comportamento real de um talude sob condicionantes do ciclo hidrológico. Ainda assim, seria necessário um estudo mais profundo de forma a adequar as condições de contorno para um caso real. Como utilizou-se somente teor de umidade volumétrico (ou sucção correspondente) imposto na superfície, pode não haver correspondência direta com variáveis do ciclo hidrológico, como taxa de infiltração e taxa de evapotranspiração.

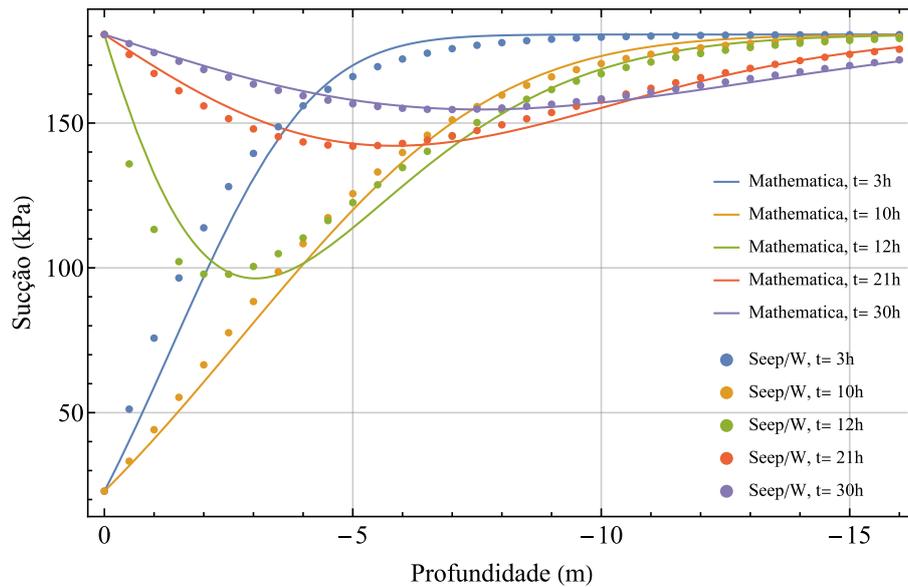


Figura 4.30 – Comparação da infiltração unidimensional com ciclo de umidade para o solo típico argiloso: solução analítica (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

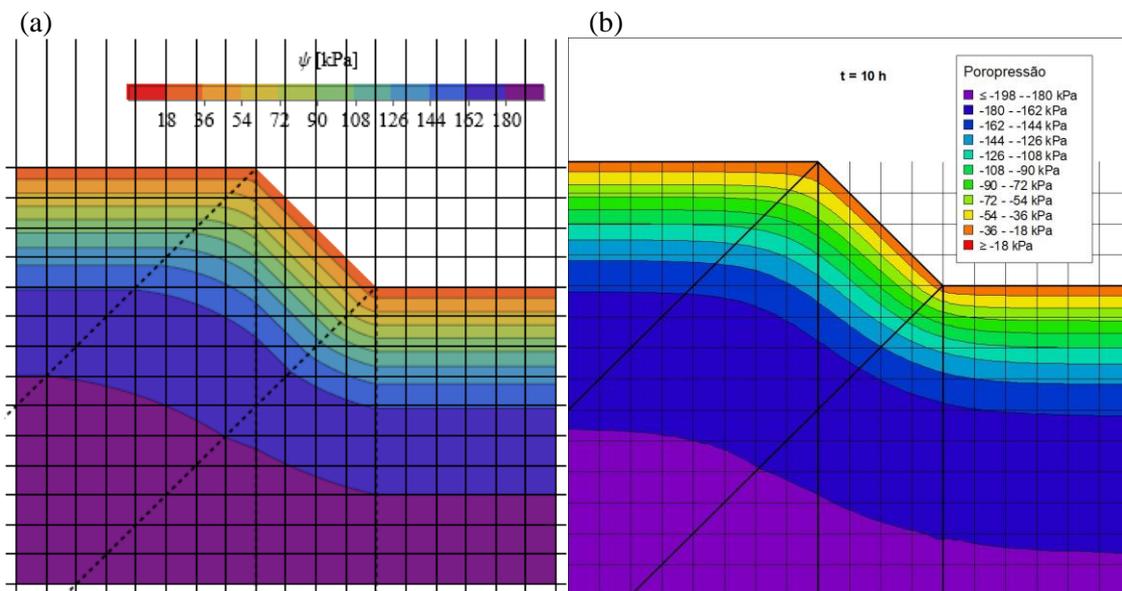


Figura 4.31 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso e ciclo de umidade para t = 10h: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

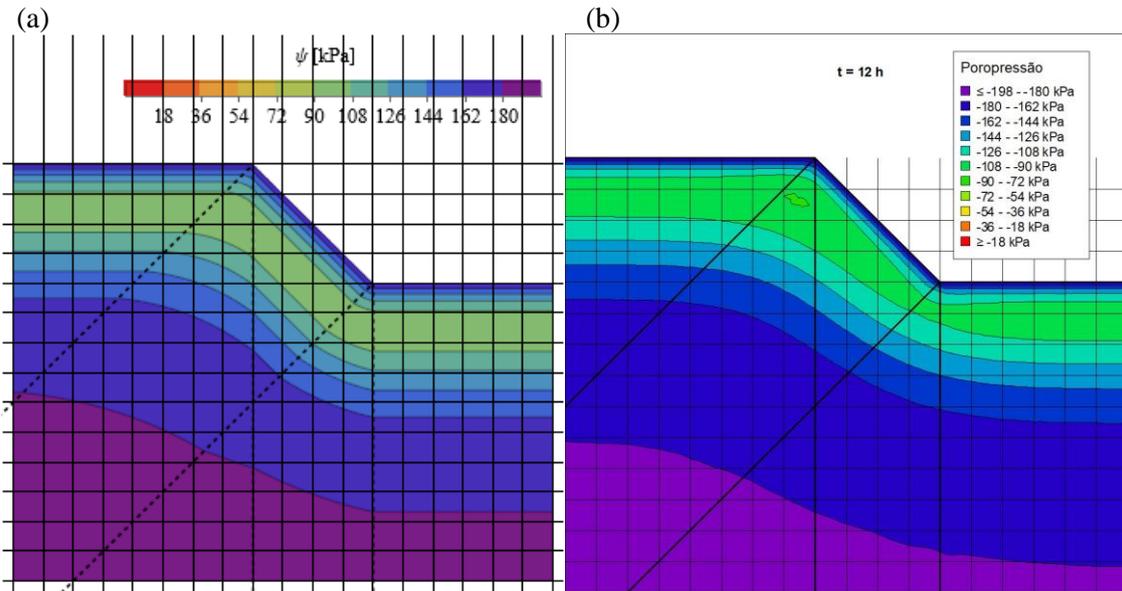


Figura 4.32 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso e ciclo de umidade para $t = 12h$: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

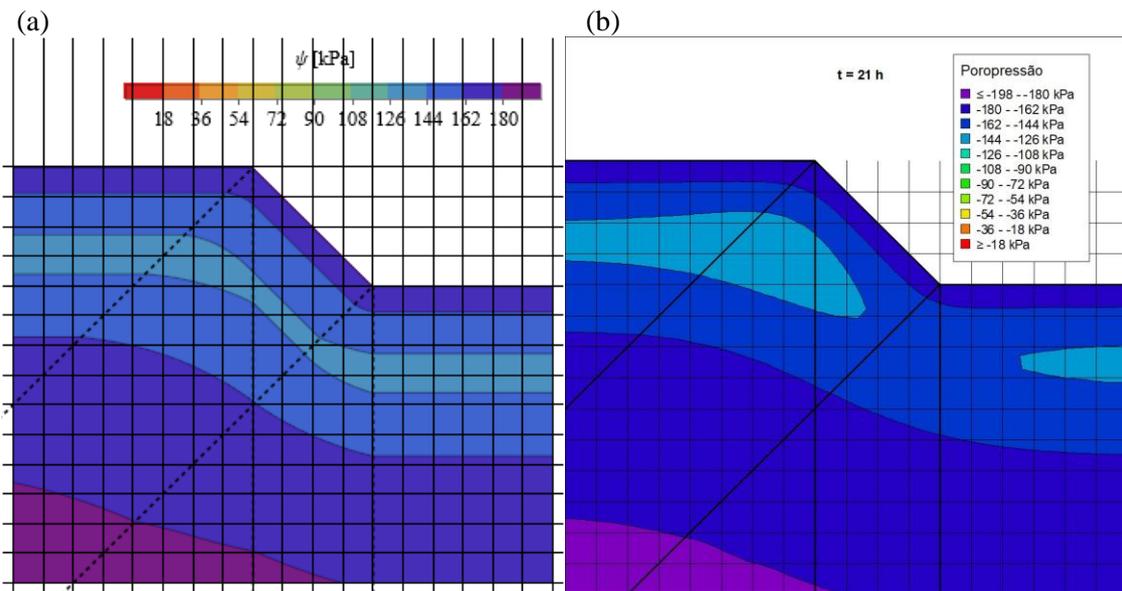


Figura 4.33 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso e ciclo de umidade para $t = 21h$: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

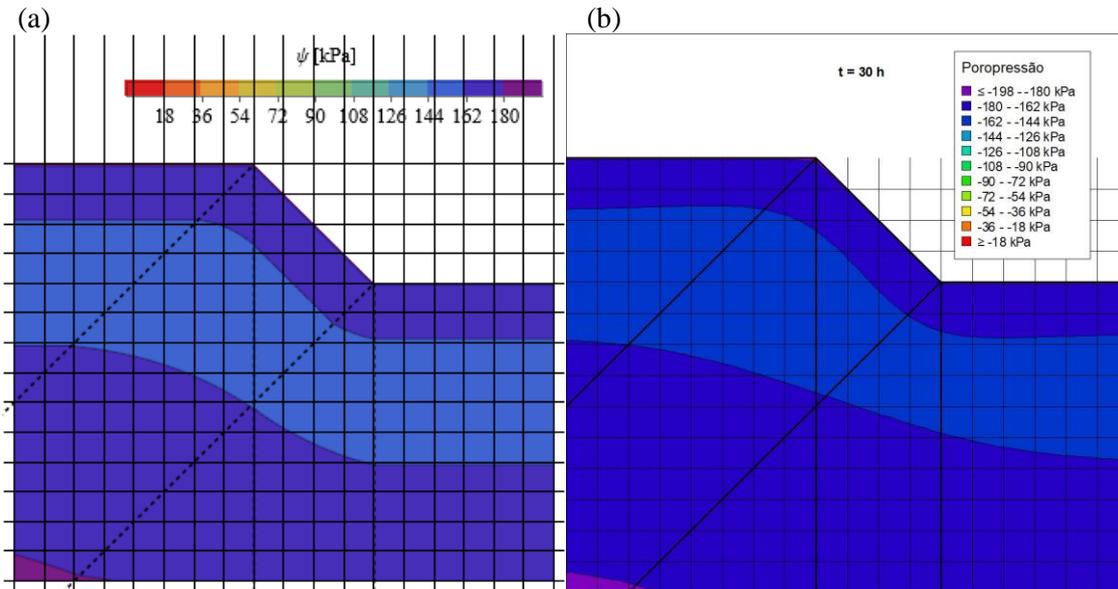


Figura 4.34 – Comparação da infiltração bidimensional para o Talude 1 com solo típico argiloso e ciclo de umidade para $t = 30\text{h}$: (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

4.2.3. Caso 1: talude 1V:1H com 8m de altura e solo argiloso

As figuras entre a Figura 4.35 e a Figura 4.44 apresentam os resultados de fator de segurança em diferentes instantes de tempo após o início do evento de infiltração, comparando lado a lado o mapa de fatores de segurança gerado pelo modelo desenvolvido nesta dissertação e implementado no *Mathematica* com o gerado pelo software comercial *Slope/W*. Os intervalos de isovalores, tanto para sucção (ou poropressão negativa) quanto para fator de segurança, foram configurados de forma a se obter maior semelhança possível para facilitar a comparação visual entre os resultados no *Mathematica* e no *Slope/W*. Toda menção ao *Mathematica* a seguir faz referência ao modelo desenvolvido e programado na linguagem deste software para se obter os resultados.

Os resultados de estabilidade incluem tanto o método de Bishop quanto o GLE. Observa-se estes dois métodos geram resultados de fator de segurança equivalentes, em qualquer instante de tempo. Como comentado na Seção 2.3, isso era esperado por se tratar de solo homogêneo. Entretanto, o uso do método GLE não se restringe somente ao fator de segurança, pois também permite destrinchar o comportamento das variáveis relacionadas à resistência cisalhante na aplicação do equilíbrio limite, como será feito a seguir.

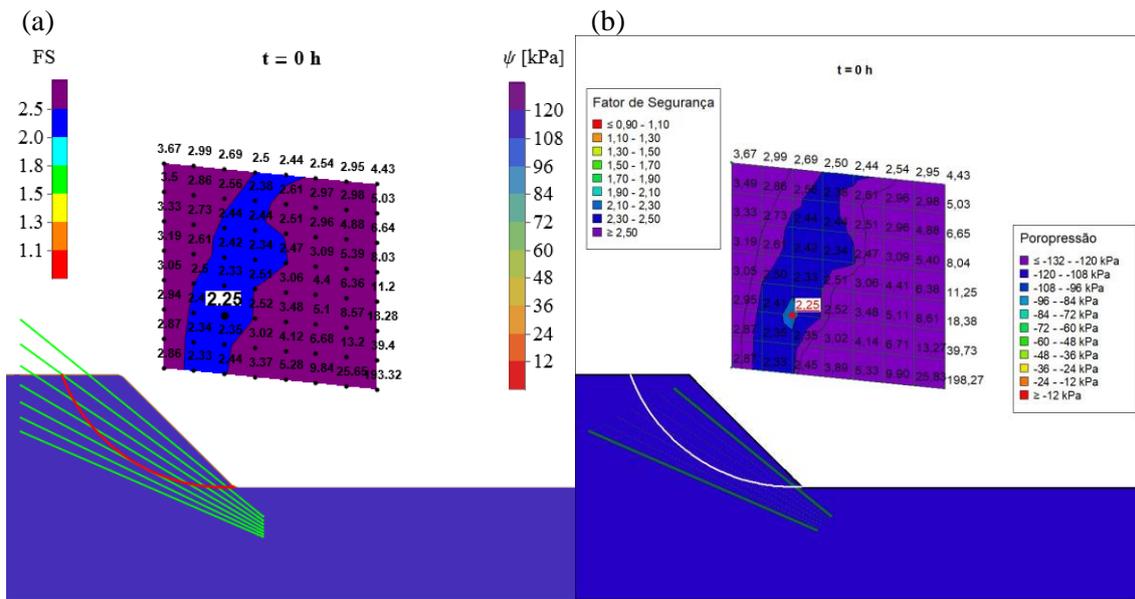


Figura 4.35 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 0$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

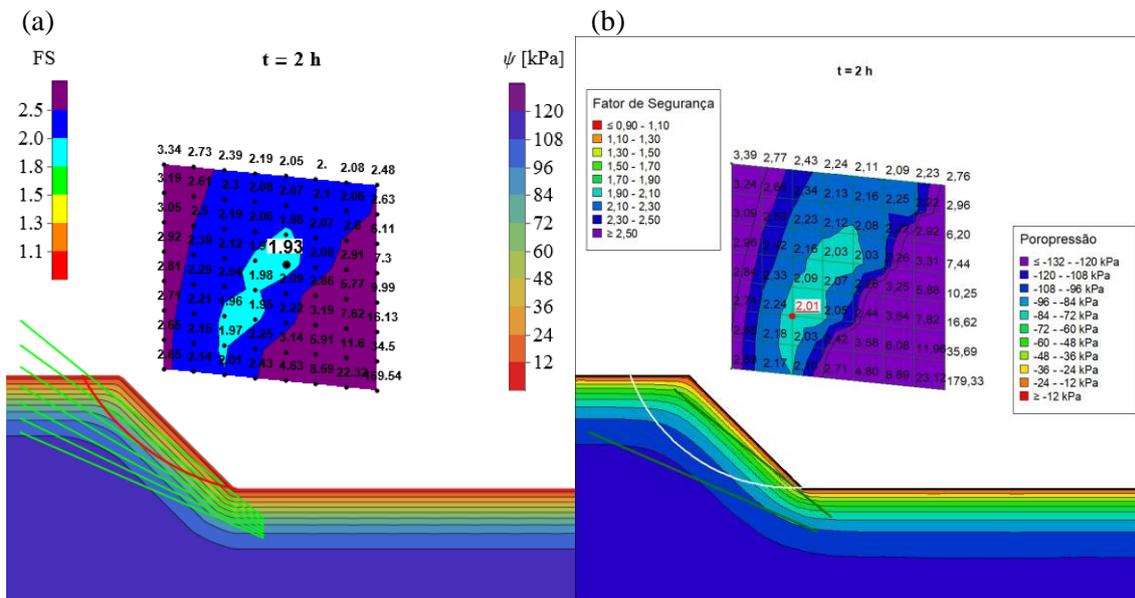


Figura 4.36 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 2$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

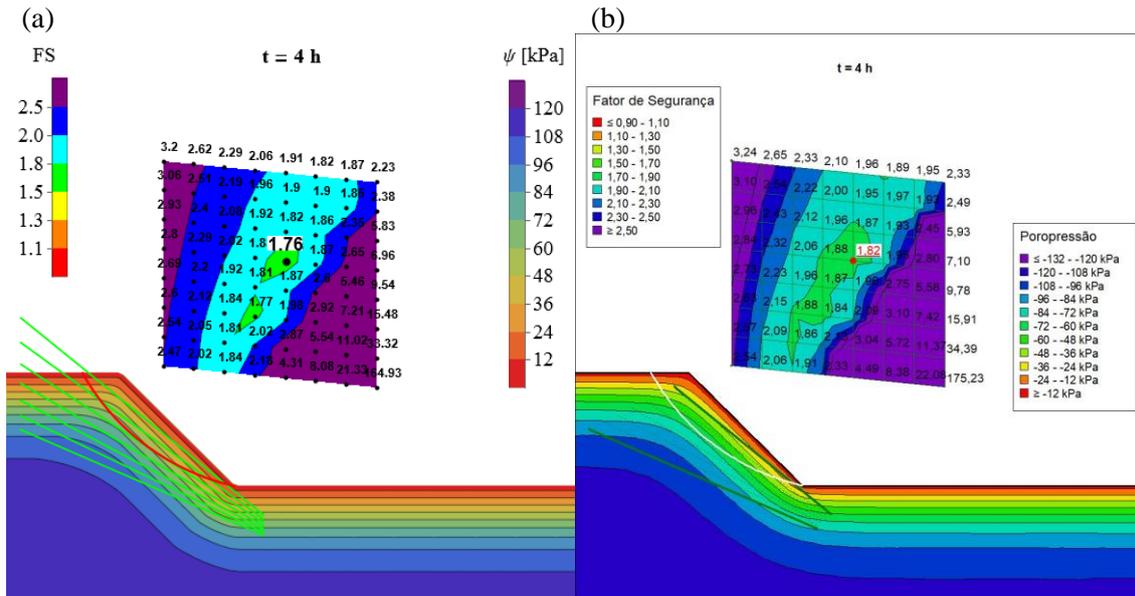


Figura 4.37 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 4$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

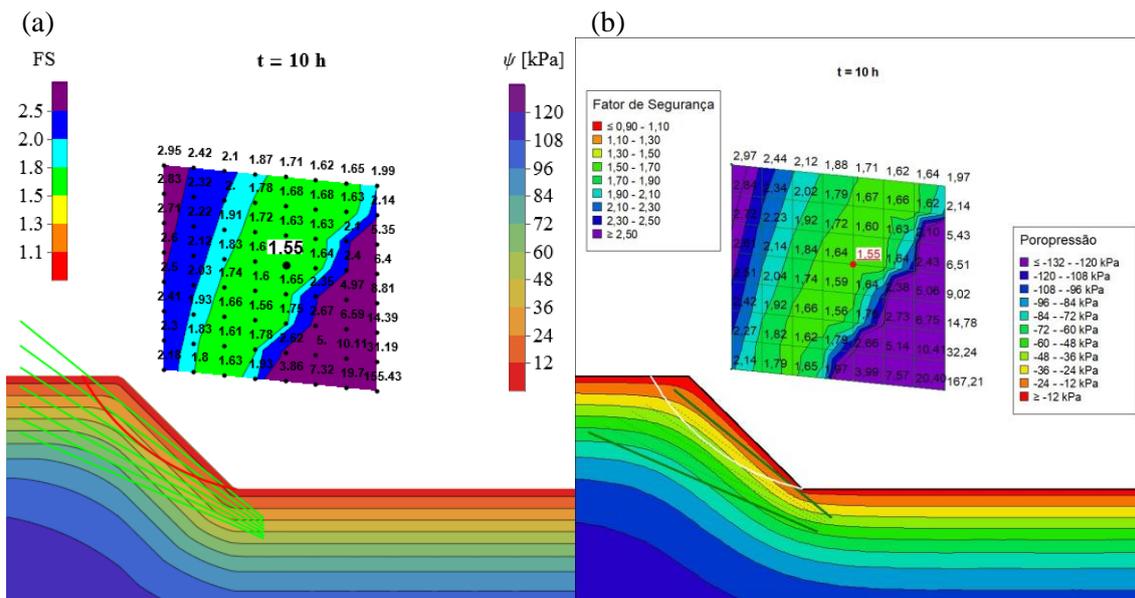


Figura 4.38 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 10$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

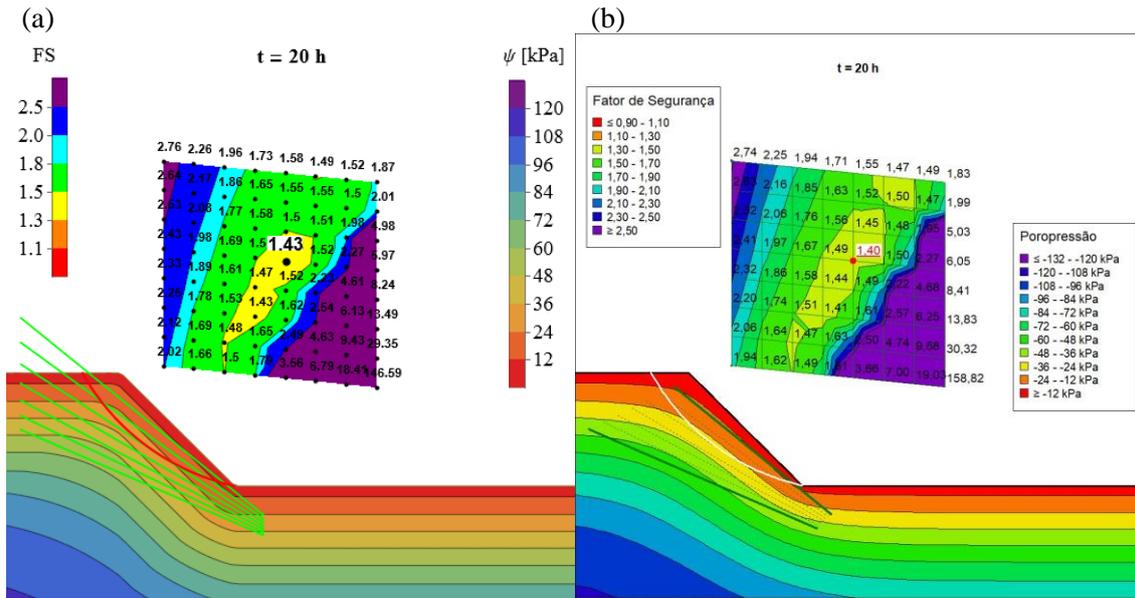


Figura 4.39 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 20$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

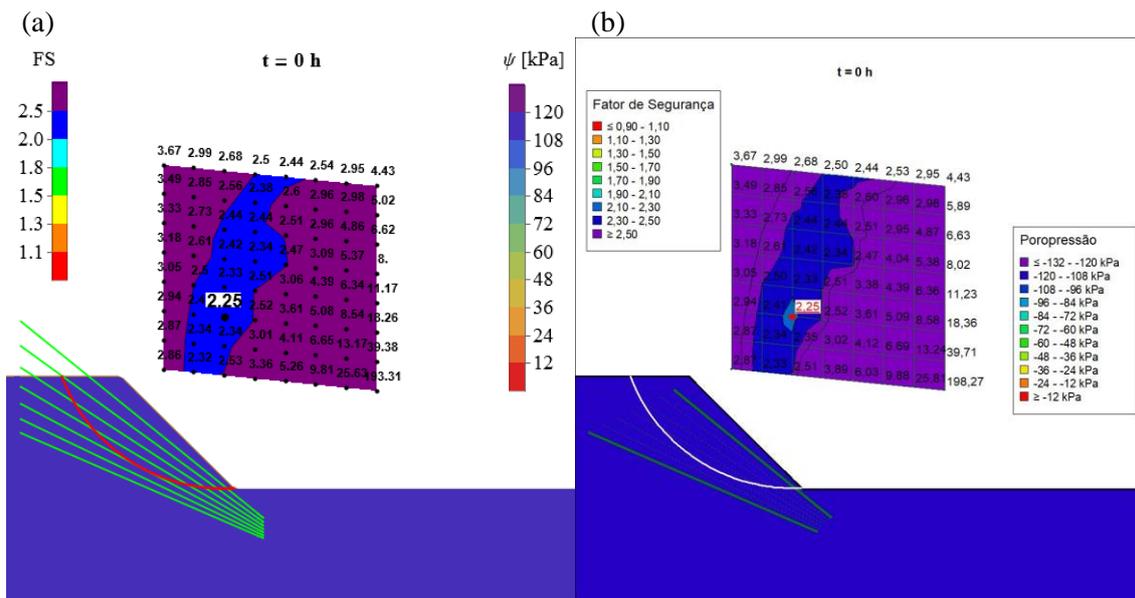


Figura 4.40 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de GLE para $t = 0$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

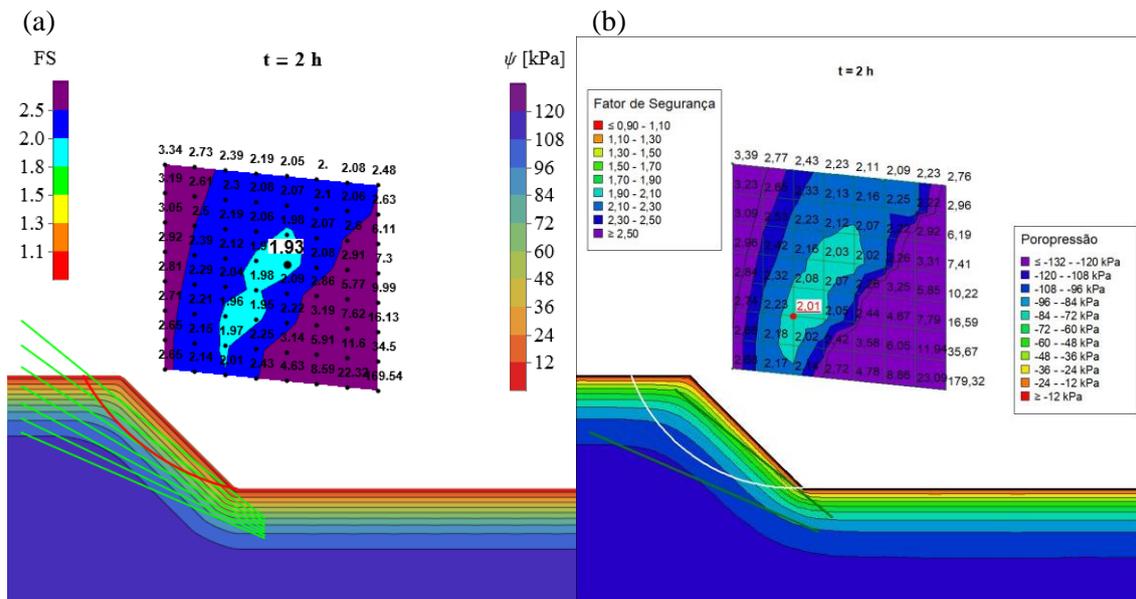


Figura 4.41 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de GLE para $t = 2$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

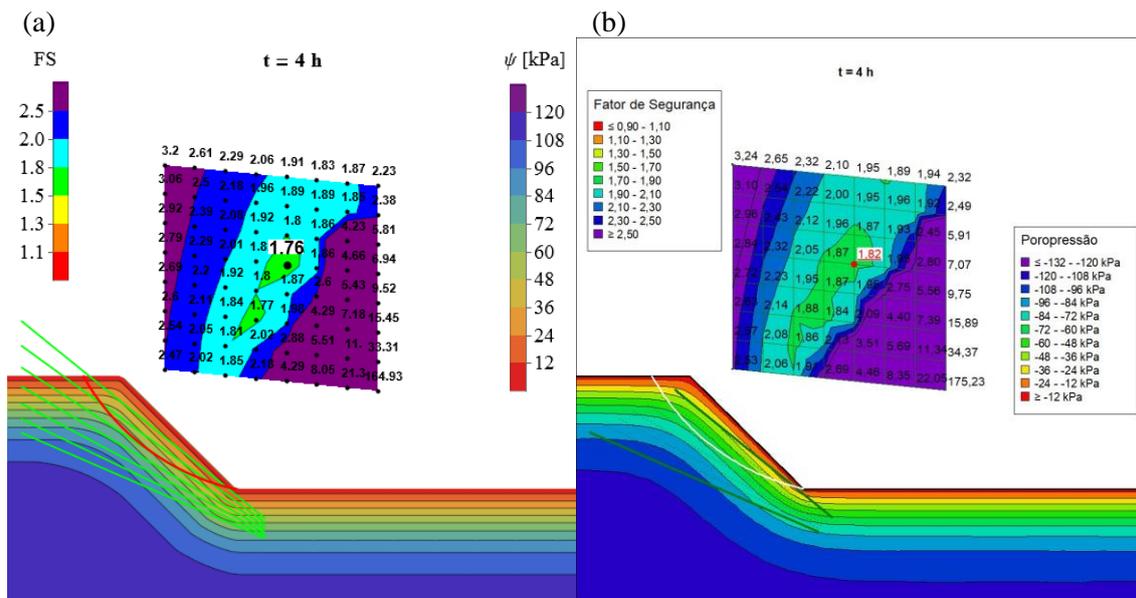


Figura 4.42 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de GLE para $t = 4$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

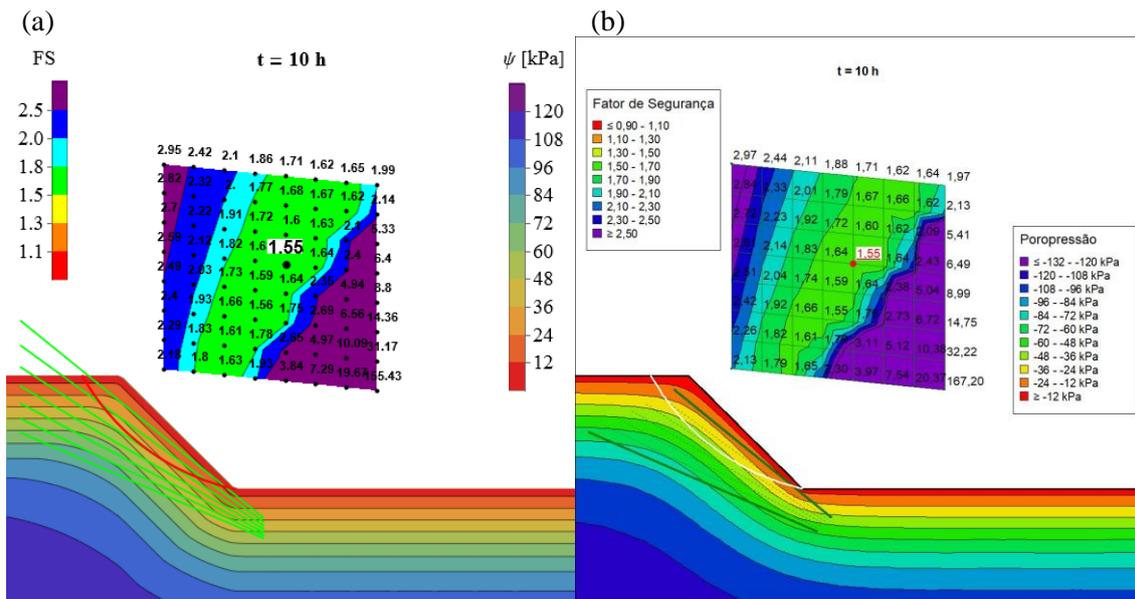


Figura 4.43 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de GLE para $t = 10h$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

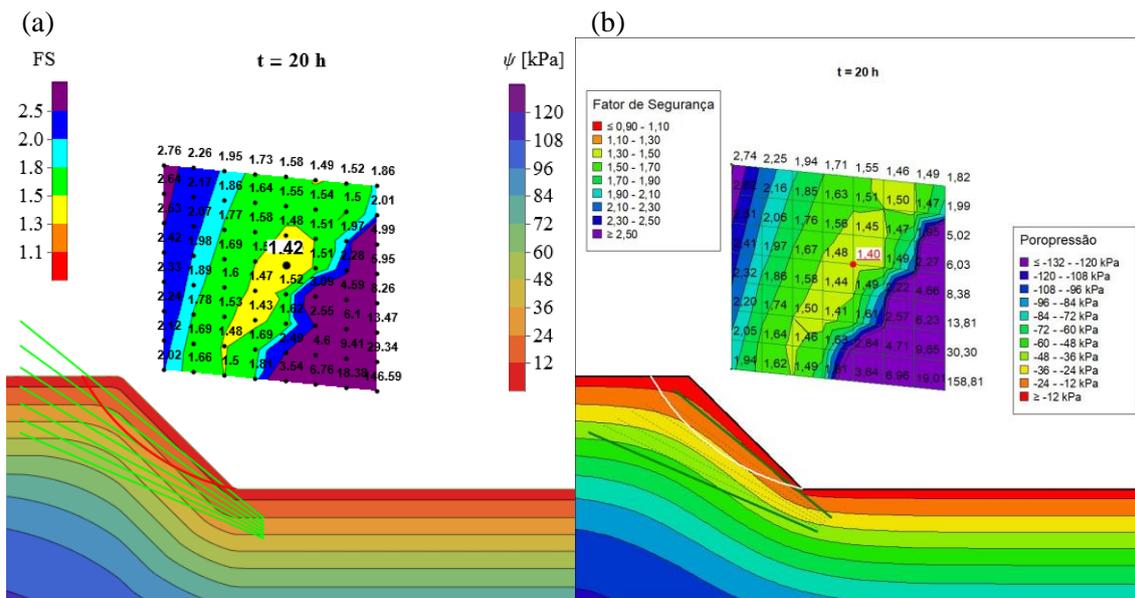


Figura 4.44 – Caso 1: mapa de fatores de segurança pelo método de GLE para $t = 20h$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

Para o tempo inicial, como a sucção é constante ao longo de todo o maciço e igualmente inserida em ambos os softwares, os fatores de segurança em qualquer superfície de ruptura são iguais ao se comparar *Mathematica* e *Slope/W*. Assim, prova-se a equivalência do cálculo do fator de segurança pela divisão discretas das fatias e uso do somatório como na Seção 2.3 com o cálculo usando a formulação integral conforme Seção 4.1.2.

A partir das figuras com o mapa de fatores de segurança em cada instante de tempo e a Figura 4.45, nota-se que o *Mathematica* gera um fator de segurança menor que o *Slope/W* até cerca de $t = 10h$, sendo que depois deste período a situação se inverte. Como a umidade inicial é intermediária, mas acima do ponto de inflexão da SWRC correspondente ao Solo 1, a resistência apenas diminui com o tempo, conforme discutido sobre a Figura 2.6. Como já discutido para a infiltração unidimensional no Solo 1 (Figura 4.7), a frente de avanço da umidade é maior para a solução analítica do fluxo (maior redução de sucção) nas primeiras horas de infiltração, gerando então uma maior redução da resistência do solo quando comparado com o *Slope/W*. De toda forma, o fator de segurança crítico transiente se mantém coerente entre os softwares, com no máximo 0,08 de diferença (ou 4%) em $t = 2h$.

É comum na prática da engenharia considerar o talude saturado ainda que não haja nível freático. Neste contexto, normalmente se utiliza o peso específico saturado e sucção nula ao longo de todo o talude (sem pressão hidrostática da água, que só seria causado pela presença de nível freático). Foi simulado este caso pelo método de Bishop para ilustração, tanto no *Mathematica* quanto no *Slope/W*. O fator de segurança crítico resultante foi de 1,01 para o Caso 1, no limiar da ruptura, também mostrado na Figura 4.45. Portanto, a diferença significativa comparado ao fator de segurança não saturado transiente demonstra a importância de se utilizar a abordagem não saturada para estabilidade de taludes.

A superfície crítica de ruptura tende a se tornar mais rasa na fase inicial de infiltração, dado que a região mais próxima à superfície do terreno sofre a maior redução na sucção. Neste Caso 1, a superfície crítica são apenas duas: uma mais profunda, durante os instantes iniciais, e outra mais rasa, após algumas horas de infiltração. A superfície crítica de ruptura para o tempo inicial e após algumas horas de infiltração são idênticas no *Mathematica* e no *Slope/W*. Em $t = 2h$, por exemplo, o maior avanço da umidade no *Mathematica* gera a mudança para a superfície mais rasa enquanto no *Slope/W* só é visível tal mudança em $t = 4h$.

Para o tempo simulado, o Caso 1 apresenta uma redução de cerca de 38% no fator de segurança crítico, partindo de uma condição totalmente estável para uma condição que pode ser problemática ($FS < 1,5$) se o talude representar uma obra permanente com

potencial de danos a pessoas ou estruturas relevantes, de acordo com a Tabela 2.1.

A Figura 4.46 ilustra a análise dos fatores de segurança em relação ao equilíbrio de momentos (FS_m) e em relação ao equilíbrio de forças horizontais (FS_f) separadamente. Para os instantes de tempo ilustrados, as superfícies críticas são idênticas em ambos os softwares. Assim, pode-se comparar como no tempo inicial a computação dos fatores de segurança para diferentes valores de λ são equivalentes, e como em $t = 10h$ os valores são ligeiramente distintos devido à distribuição não equivalente de sucção gerada no *Mathematica* e no *Slope/W*. Para $t = 4h$, por exemplo, os fatores de segurança são menores no *Mathematica* devido ao maior avanço de umidade, enquanto para o tempo final da simulação o *Slope/W* apresenta fatores de segurança maiores. Vale ressaltar que os pontos ilustrados para o *Mathematica* não são exatamente os pontos amostrados no cálculo iterativo para definir a convergência entre FS_m e FS_f , foram escolhidos apenas para elaborar a referida figura.

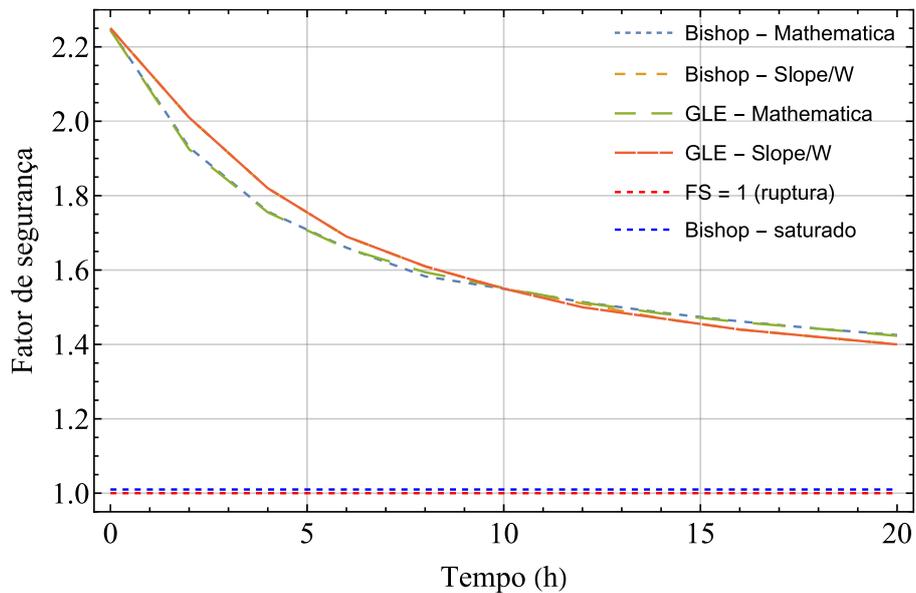


Figura 4.45 – Fator de segurança crítico para o Caso 1.

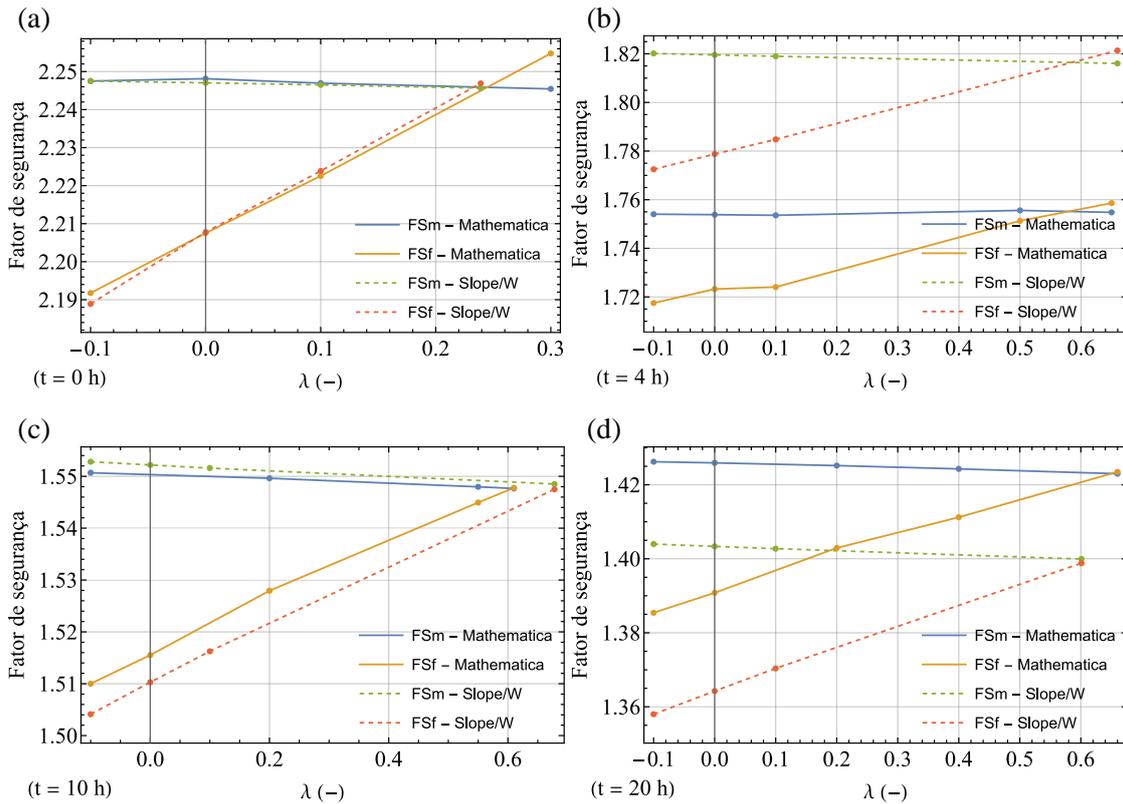


Figura 4.46 – Caso 1: FS_m e FS_f para a superfície crítica.

As Figura 4.47 e Figura 4.48 apresentam a sucção e a coesão aparente ao longo da superfície de ruptura em diferentes instantes de tempo. Primeiramente, ressalta-se que a abscissa $x = 0$ equivale à posição do ponto na crista do talude e, conseqüentemente, a abscissa $x = 8\text{m}$ corresponde ao ponto no pé do talude. Observa-se como no tempo inicial ambas as variáveis são equivalentes em ambos os softwares. A mudança no domínio das curvas (aproximadamente entre -4m até 8m para $-2,7\text{m}$ até 8m) plotadas indicam a mudança na superfície crítica de ruptura, que ocorre no instante $t = 2\text{h}$ no *Mathematica* e em $t = 4\text{h}$ no *Slope/W*.

Mesmo para os tempos $t = 4\text{h}$, $t = 10\text{h}$ e $t = 20\text{h}$, onde as superfícies de ruptura são equivalentes em ambos os softwares, há certa divergência entre os resultados de sucção e da coesão aparente correspondente. Este resultado era esperado dado a aplicação de coeficientes empíricos na definição da solução analítica, que é uma solução aproximada justamente pela adaptação empírica à geometria de um talude. Ainda assim, observa-se que o comportamento destas variáveis é condizente entre os softwares, evoluindo em relação ao estudo de Santos (2021), onde a diferença para sucção entre os softwares alcançava até 80% (dado que a solução do fluxo era somente na vertical, subestimando o

avanço da umidade).

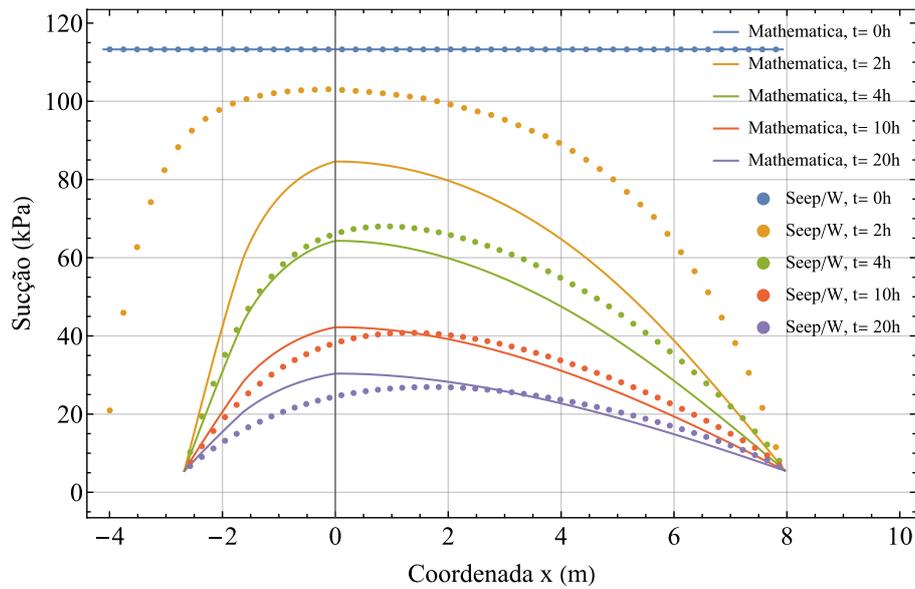


Figura 4.47 – Caso 1: sucção ao longo da superfície de ruptura: comparação entre solução analítica aproximada (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

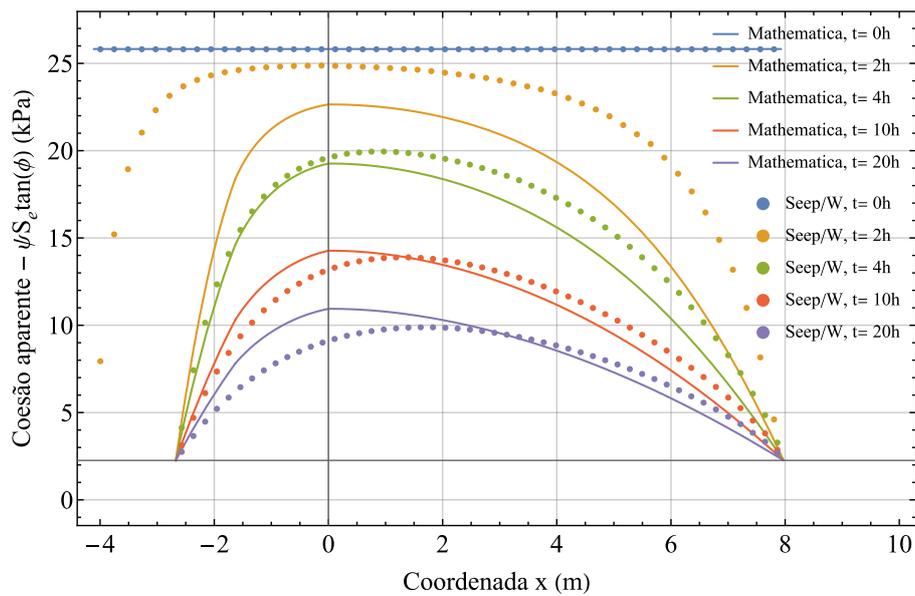


Figura 4.48 – Caso 1: coesão aparente ao longo da superfície de ruptura: solução analítica aproximada (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

As figuras entre a Figura 4.49 e a Figura 4.54 mostram as variáveis relacionadas às forças atuantes em cada fatia ao longo da superfície de ruptura. Escolheu-se para ilustrar apenas instantes de tempo nos quais as superfícies de ruptura são idênticas em ambos os softwares. Nota-se que, em todos esses gráficos, a equivalência dos valores para $t = 0h$ reforça a validade do modelo implementado no *Mathematica*.

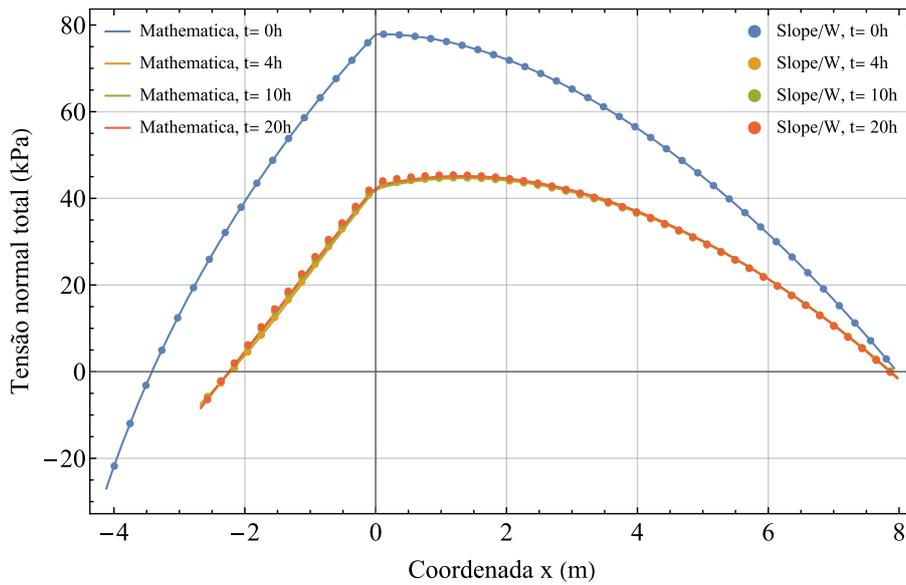


Figura 4.49 – Caso 1: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.

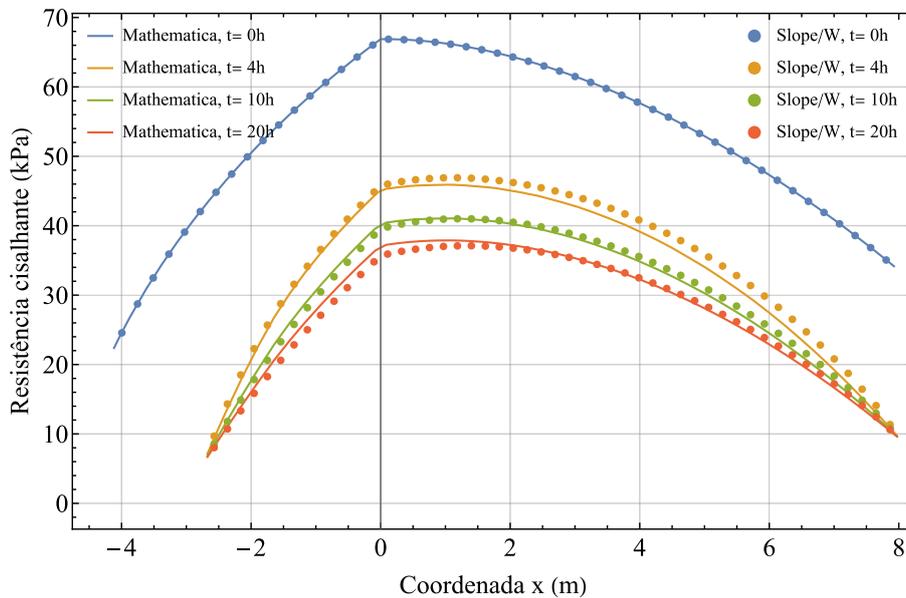


Figura 4.50 – Caso 1: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.

Para o método de Bishop, a tensão normal na base da fatia (Figura 4.49) ao longo da superfície de ruptura, calculado conforme equação (4.24), basicamente não varia ao longo tempo, consequência de uma combinação do aumento da tensão vertical (σ_v) com o aumento da umidade e da redução da coesão aparente e do fator de segurança (FS_B). Por isso, os valores de tensão normal são condizentes entre os softwares. A resistência cisalhante, indicada por $\tau_{\alpha,B}$ na equação (4.25), também se mantém bastante coerente com os resultados do *Slope/W*, ainda que haja certa diferença nos valores de sucção ao longo

do tempo entre o *Mathematica* e o *Seep/W*.

A área sob as curvas na Figura 4.50 é proporcional ao numerador para o cálculo do fator de segurança (equação (4.25)). Portanto, a redução do numerador em conjunto com o aumento do denominador (dado que σ_v só aumenta com o aumento da umidade) resulta na redução do fator de segurança ao longo do tempo neste caso de infiltração com umidade inicial intermediária.

Para o método GLE, a tensão normal à base da fatia (Figura 4.51) também se mantém basicamente constante ao longo do tempo. Quando comparado ao método de Bishop, apenas nas extremidades das superfícies de ruptura analisadas os valores coincidem, pois nos extremos a força cisalhante entre fatias e sua derivada são nulas. As forças entre fatias computadas em ambos os softwares (Figura 4.52 e Figura 4.53), apesar de coincidirem no instante inicial, apresentam maior sensibilidade às diferenças de sucção gerada entre o *Mathematica* e o *Slope/W*. Entretanto, assim como no método de Bishop, a resistência cisalhante na base da fatia (Figura 4.54), calculada com o termo $\tau_{\alpha,m}$ na equação (4.28), apresenta resultados concordantes entre os softwares nos diferentes instantes de tempo analisados. A área sob as curvas de resistência cisalhante geram o valor no numerador da equação (4.28) para o cálculo de FS_m , logo, a redução dessa área acompanha a redução no fator de segurança.

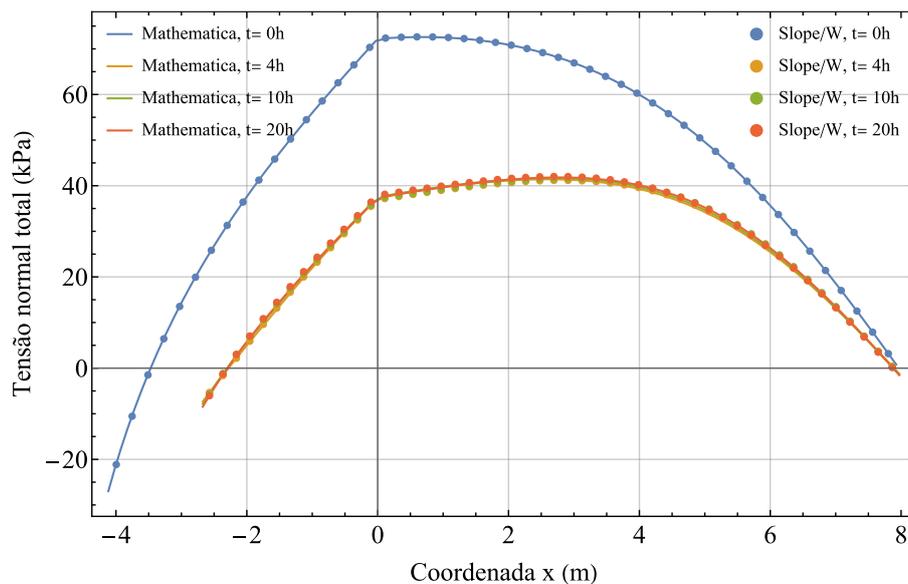


Figura 4.51 – Caso 1: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método GLE.

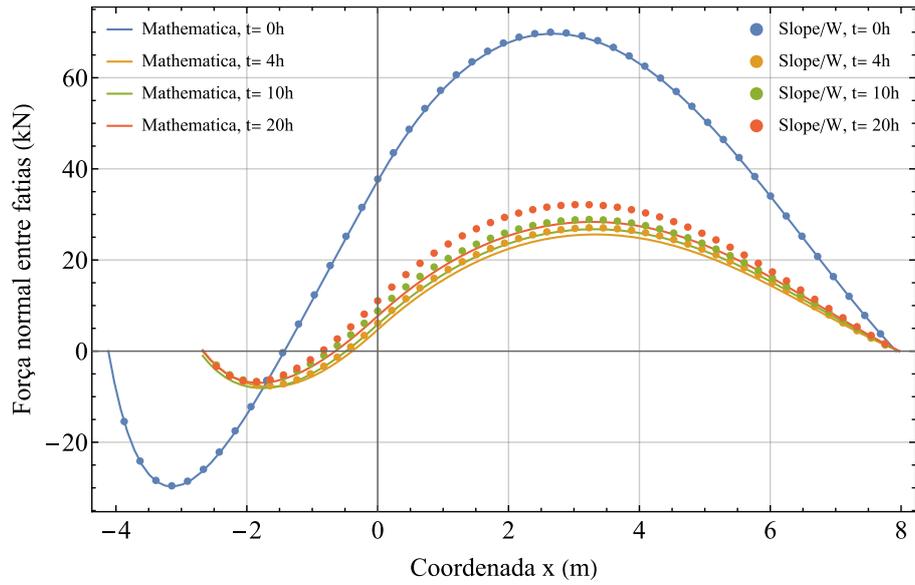


Figura 4.52 – Caso 1: força normal entre fatias, método GLE.

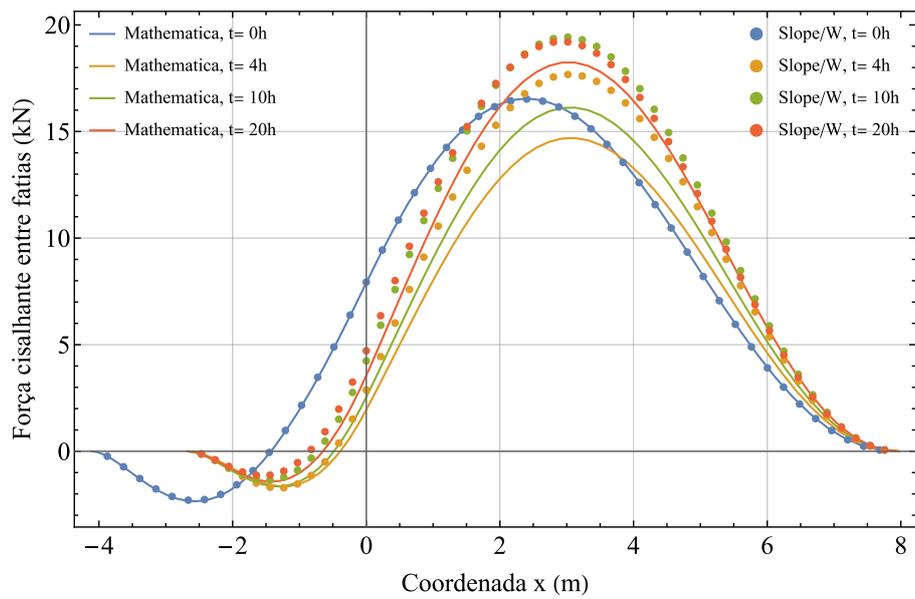


Figura 4.53 – Caso 1: força cisalhante entre fatias, método GLE.

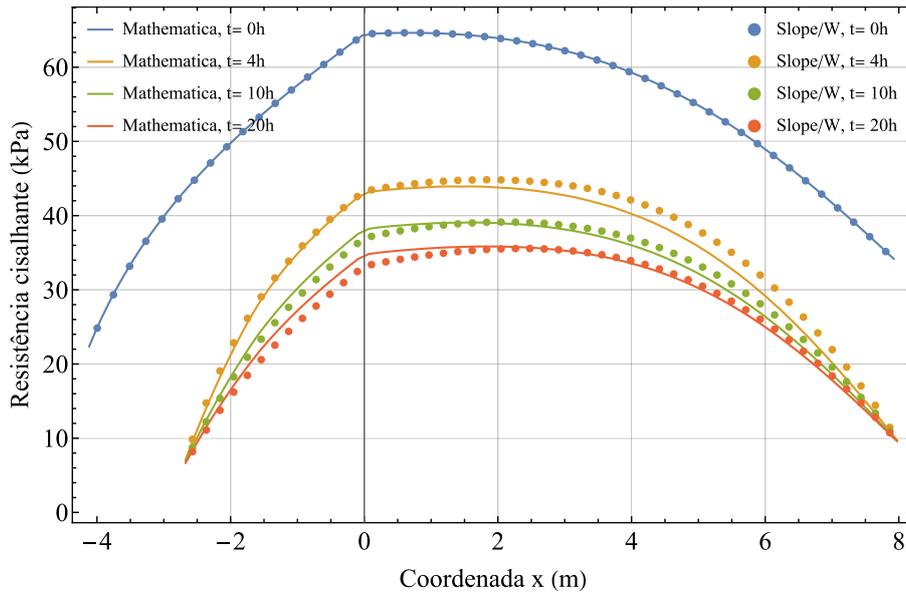


Figura 4.54 – Caso 1: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método GLE.

4.2.4. Caso 2: talude 1V:1H com 8m de altura e solo arenoso

As figuras da Figura 4.55 até a Figura 4.58 mostram o mapa de fatores de segurança ao longo do tempo para o Caso 2, com a mesma geometria do Caso 1 e umidade inicial também intermediária, mas com solo típico arenoso. O tempo de simulação foi limitado a 10h, pois como ocorre a ruptura nesse período, não teria sentido físico avaliar instantes posteriores de tempo.

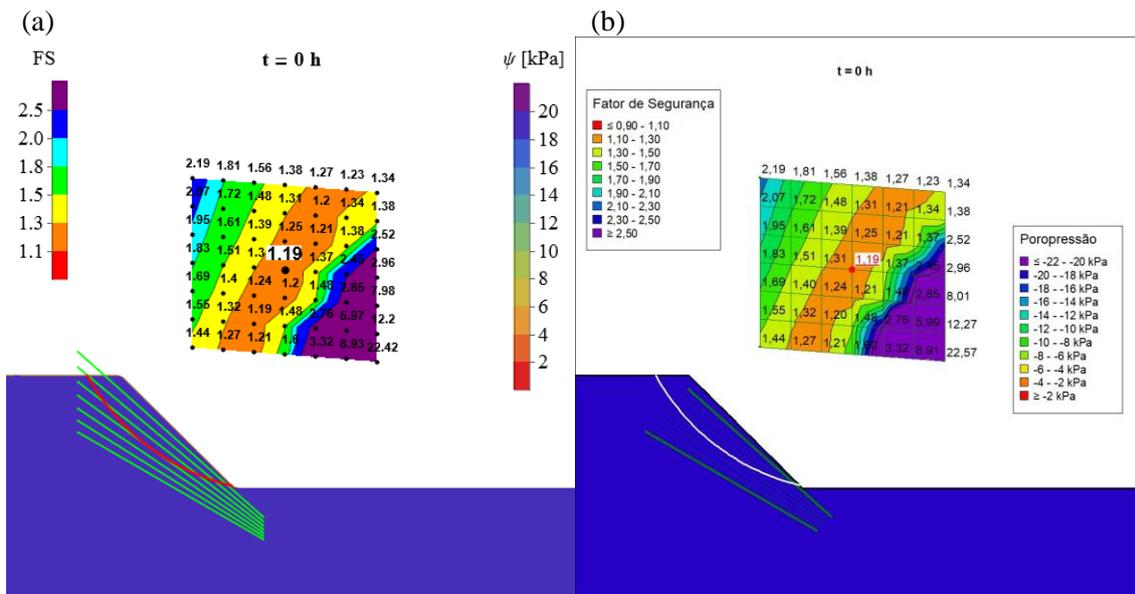


Figura 4.55 – Caso 2: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para t = 0h; (a) Mathematica e (b) Seep/W.

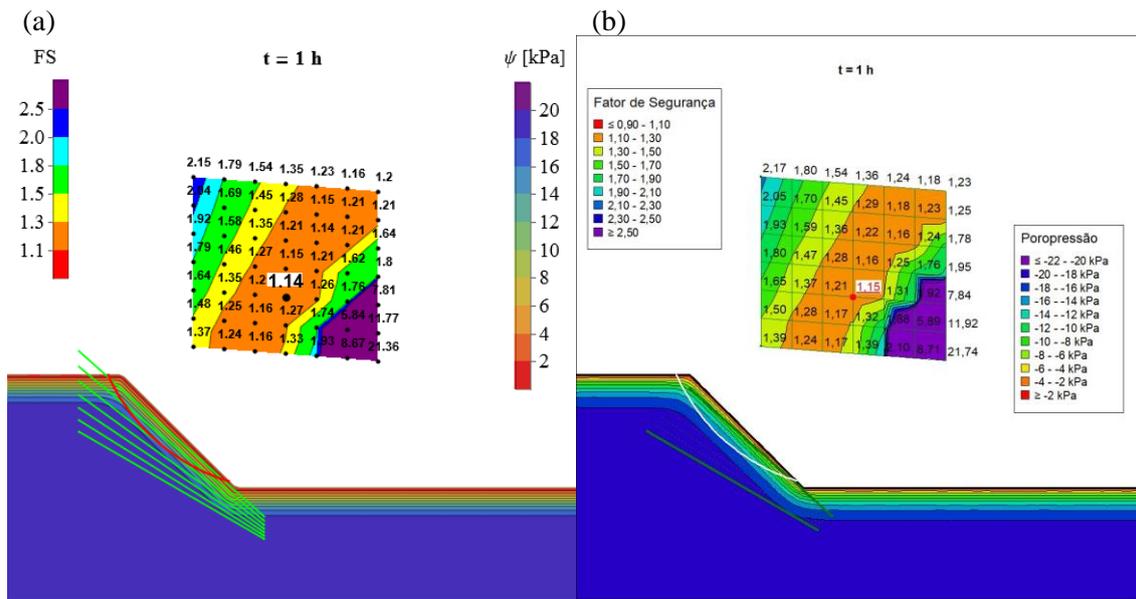


Figura 4.56 – Caso 2: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 1\text{h}$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

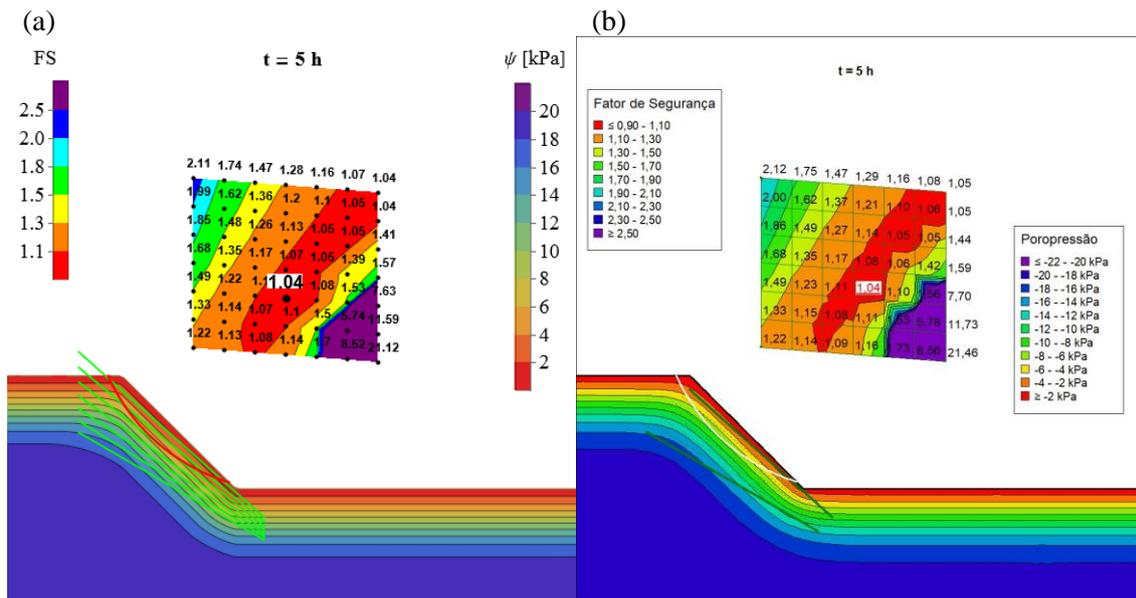


Figura 4.57 – Caso 2: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 5\text{h}$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

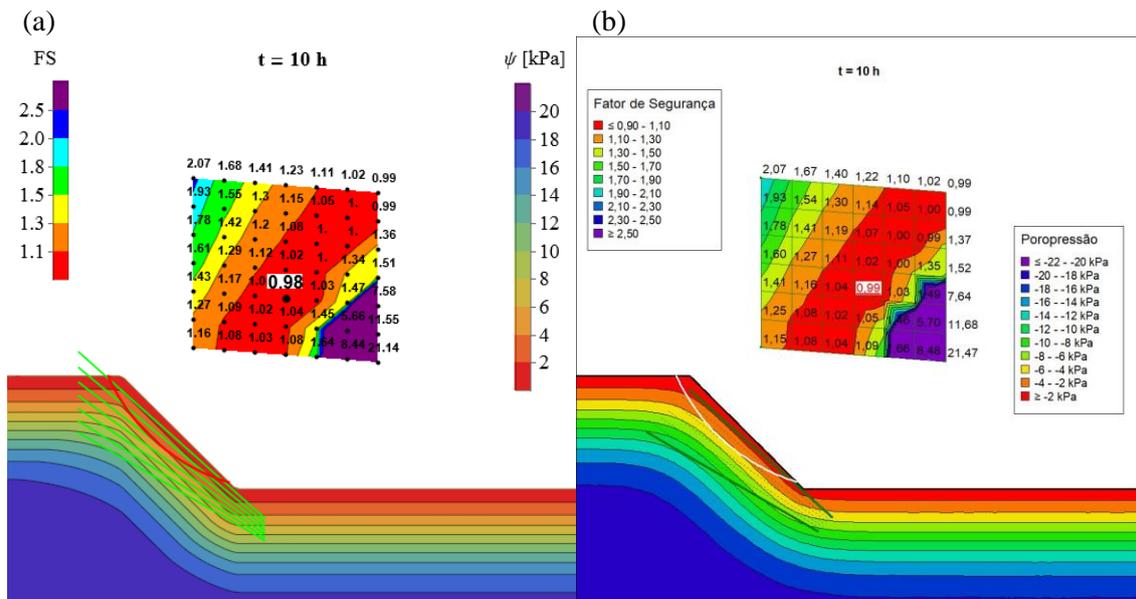


Figura 4.58 – Caso 2: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 10$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

A Figura 4.59 mostra que o fator de segurança crítico calculado no *Mathematica* é menor mas consistente com o gerado no *Slope/W* (não supera 1% a diferença). A análise da Figura 4.59 pode ser utilizada em casos práticos para tomar decisões relacionadas à segurança de uma obra. Por exemplo, se esta simulação do Caso 2 representa um talude de uma escavação temporária, com um fator de segurança aceitável para as condições iniciais, mas ocorre uma chuva inesperada sobre o talude exposto ou um rompimento de uma tubulação próxima, pode-se assumir que a ruptura do talude ocorre a partir de 8h e esse é o tempo máximo para evacuação dos trabalhadores e equipamentos da região abaixo do talude.

A Figura 4.59 também apresenta o resultado crítico para o caso saturado, com um fator de segurança de 0,87, mostrando a inviabilidade de um aterro ou escavação neste solo ao desconsiderar o efeito da sucção na resistência. Assim, soluções para melhorar a condição de estabilidade seriam necessárias, como abater o talude, o que aumentaria o volume de escavação ou aterro e, conseqüentemente, o custo da obra. Entretanto, o fator de segurança não saturado também não é satisfatório nem para obras temporárias ($FS > 1,3$), sendo necessário alguma interferência para execução deste talude, neste tipo de solo, de forma segura.

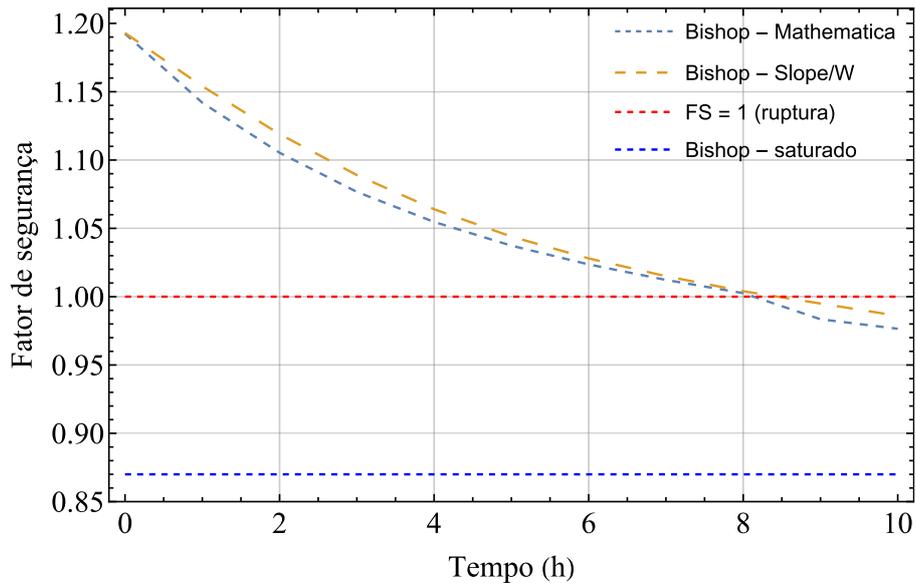


Figura 4.59 – Fator de segurança crítico para o Caso 2.

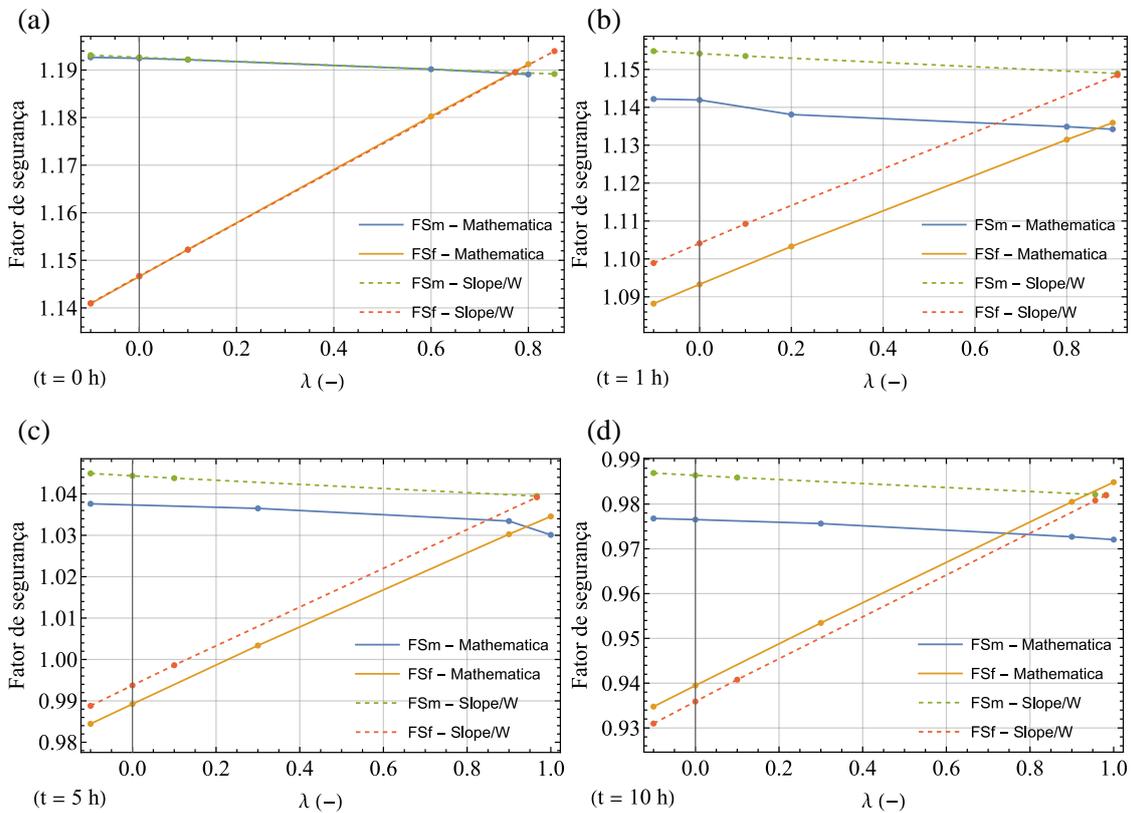


Figura 4.60 – Caso 2: FS_m e FS_f para a superfície crítica.

Para os instantes de tempo analisados nas figuras da Figura 4.55 até a Figura 4.58 e na Figura 4.60 a superfície crítica de ruptura são coincidentes em ambos os softwares. A superfície crítica inicial varia após 1h de infiltração para uma superfície mais rasa, e esta

última se mantém até a ruptura. Na Figura 4.60, demonstra-se como para $t = 0h$ as formulações com integral de FS_m e FS_f desenvolvidas neste trabalho são equivalentes à formulação discreta com somatórios como no *Slope/W*. Após o tempo inicial, a diferença no avanço da umidade gera diferenças na computação do fator de segurança e do valor de λ , mas ainda assim mantém o resultado coerente, sem discrepância significativa.

As Figura 4.61 e Figura 4.62 mostram a sucção e a coesão aparente correspondente ao longo da superfície crítica de ruptura. A variação no domínio de x ocorre apenas entre $t = 0h$ e $t = 1h$, devido à mudança da superfície crítica neste intervalo. O resultado de sucção ao longo do tempo é consistente entre os softwares. Nota-se que a coesão aparente supera a coesão aparente inicial para uma porção da superfície de ruptura. Este efeito decorre do fato de que a sucção inicial está acima do valor da sucção no ponto de inflexão da SWRC, assim há um pequeno ganho de resistência nos instantes iniciais de infiltração. A partir de $t = 2h$, a coesão aparente é consistentemente reduzida ao longo do tempo.

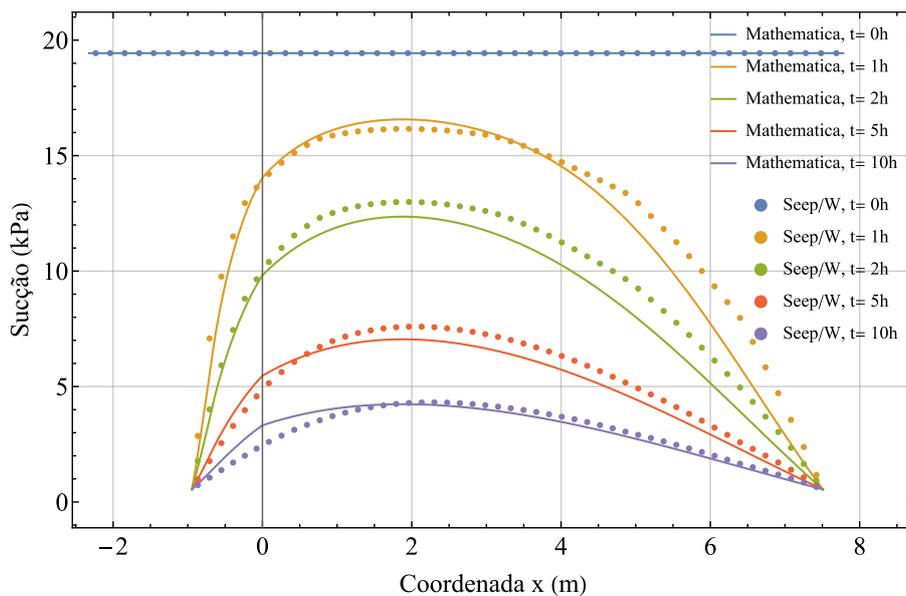


Figura 4.61 – Caso 2: sucção ao longo da superfície de ruptura: comparação entre solução analítica aproximada (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

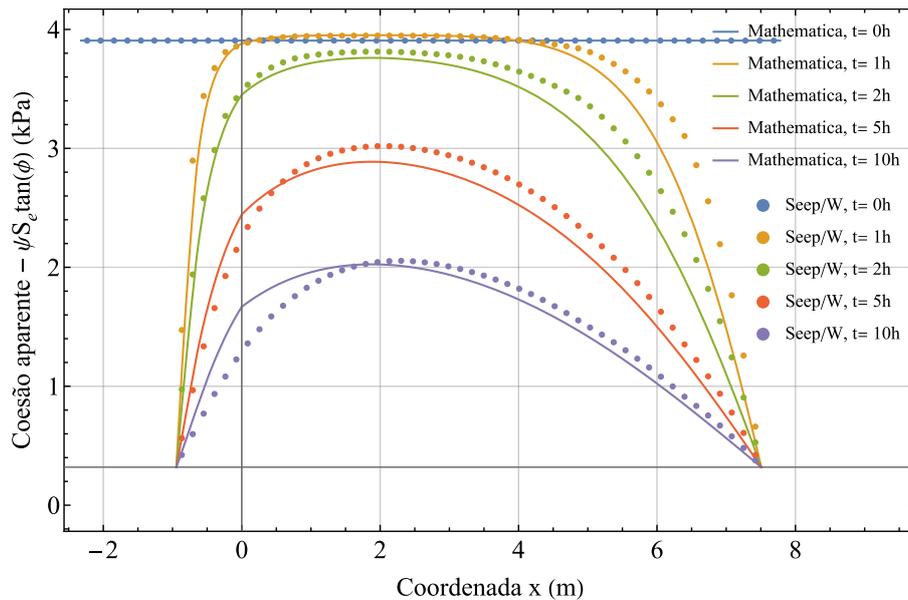


Figura 4.62 – Caso 2: coesão aparente ao longo da superfície de ruptura: solução analítica aproximada (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

Assim como no Caso 1, a tensão normal basicamente varia pouco ao longo do tempo, como pode ser visto nas Figura 4.63 e Figura 4.65, para ambos os métodos de Bishop e GLE. A mudança entre $t = 0h$ e $t = 1h$ ocorre apenas devido à mudança da superfície crítica de ruptura. Para este caso, além da superfície crítica coincidir ao longo do tempo em ambos os softwares, a resistência cisalhante pelo método de Bishop também é basicamente idêntica, como pode se observar na Figura 4.64.

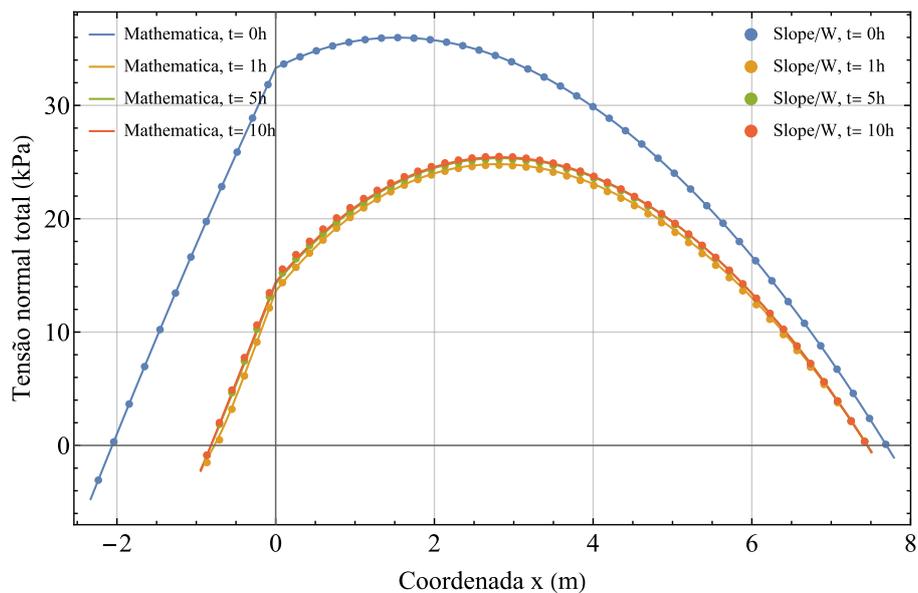


Figura 4.63 – Caso 2: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.

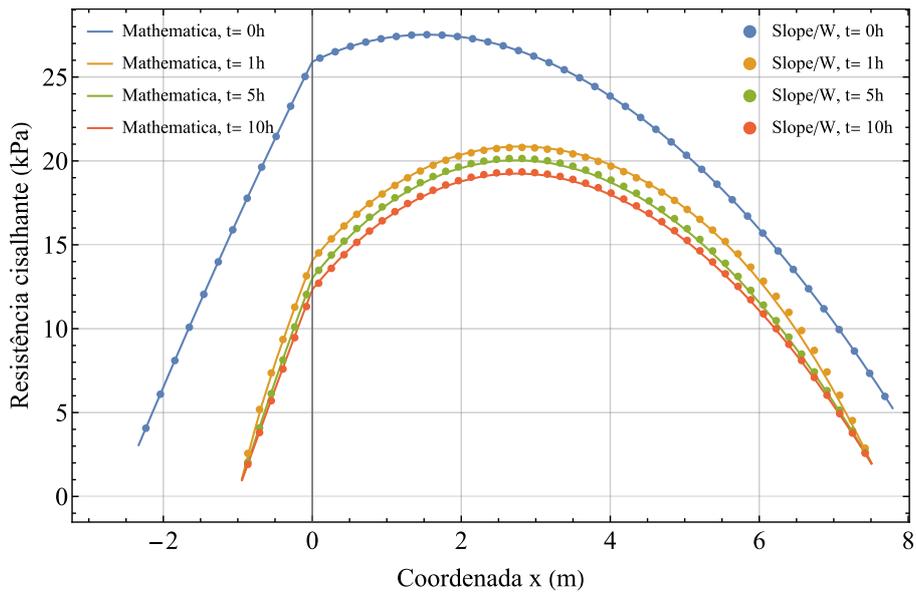


Figura 4.64 – Caso 2: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.

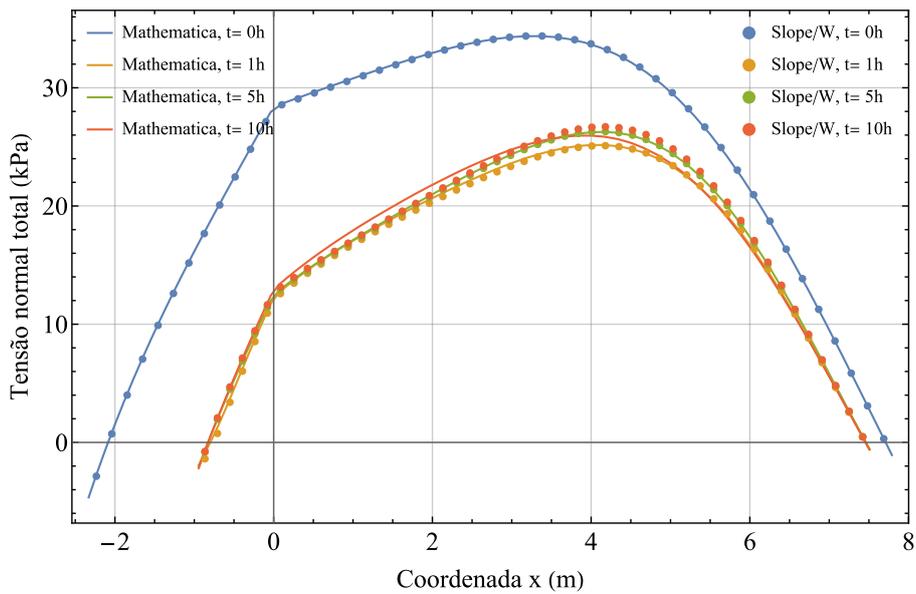


Figura 4.65 – Caso 2: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método GLE.

Exceto para $t = 10h$, a força normal entre faias, a força cisalhante entre fatias e a resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura são também quase que coincidentes em ambos os softwares (Figura 4.66, Figura 4.67 e Figura 4.68). Em $t = 10h$, devido à diferença de sucção, a diferença entre o valor de λ é bastante significativa para a superfície crítica (Figura 4.60). Assim, nota-se para a força cisalhante entre fatias uma divergência significativa entre os softwares para $t = 10h$, inclusive alterando a tendência

de comportamento ao longo do tempo (aumenta entre $t = 1h$ e $t = 5h$ mas reduz novamente para $t = 10h$). Ainda assim, esse efeito é diluído no cálculo da resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura (Figura 4.68), gerando um fator de segurança crítico coerente, como visto nas figuras anteriores.

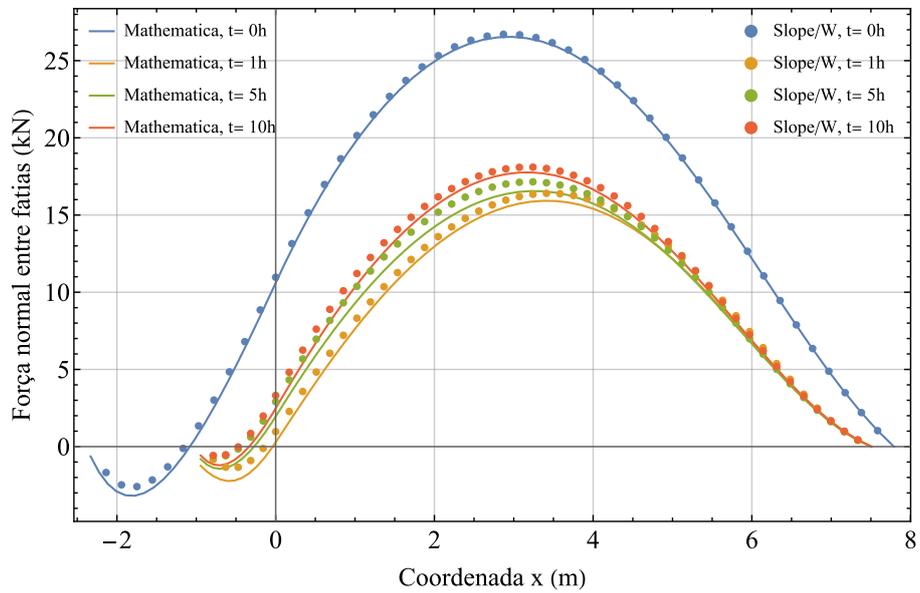


Figura 4.66 – Caso 2: força normal entre fatias, método GLE.

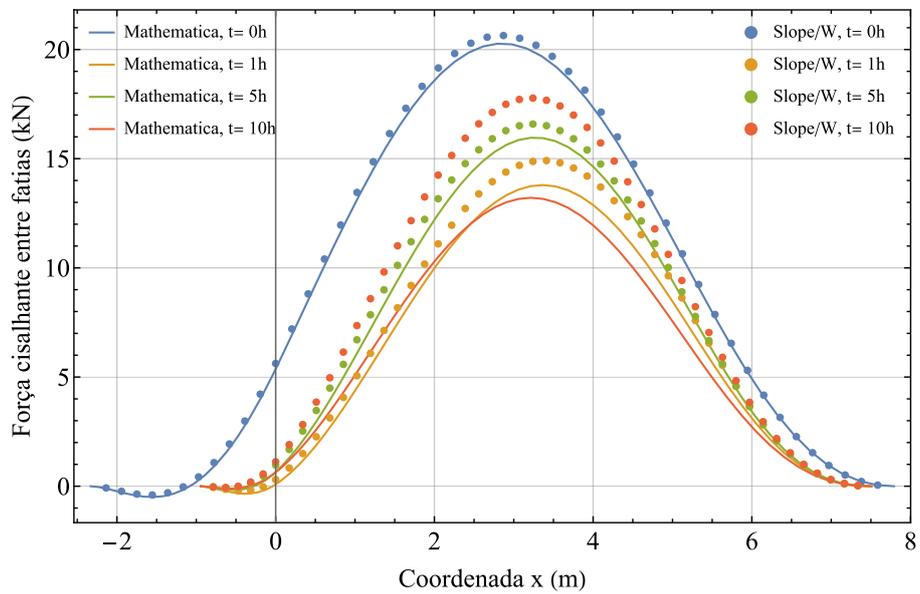


Figura 4.67 – Caso 2: força cisalhante entre fatias, método GLE.

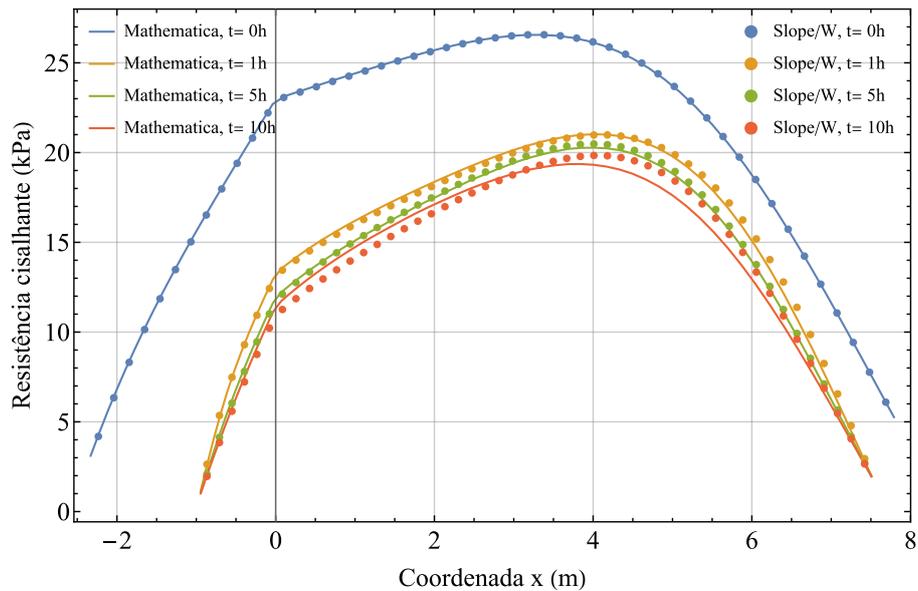


Figura 4.68 – Caso 2: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método GLE.

4.2.5. Caso 3: talude 1V:0,1H com 3m de altura e solo argiloso

Com o mesmo solo e as mesmas condições de contorno do Caso 1, este caso aplica uma geometria mais brusca de um talude verticalizado, mas com altura mais baixa, que é eventualmente executado na prática em escavações temporárias de maciços com maior coesão.

As figuras da Figura 4.69 até a Figura 4.72 o mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop. A superfície crítica para este caso coincide entre os softwares apenas para o instante inicial. Devido a problemas de convergência no *Slope/W*, observa-se como várias superfícies de ruptura centralizadas geram resultados de fator de segurança divergentes quando comparado ao *Mathematica*. Ao se aplicar o método do equilíbrio limite, ainda que ocorre esses problemas de convergência, a superfície crítica de ruptura tende a se manter condizente e ser válida para caracterizar condição de estabilidade global do talude. O resultado do método GLE para este caso não será apresentado por gerar ainda mais problemas de convergência, além de não acrescentar na presente discussão.

Como já comentado na Seção 4.2.1, a variação mais brusca na geometria em um talude verticalizado tende a aumentar a diferença entre a solução do fluxo entre os softwares, e por isso a diferença na posição exata da superfície crítica. Contudo, para este caso, o fator de segurança crítico se comporta de maneira semelhante, conforme Figura 4.73, se

tornando coincidente após período mais longo de infiltração. A maior diferença é observada em $t = 2\text{h}$, onde o fator de segurança crítico no *Mathematica* é cerca de 16% menor que no *Slope/W*. A queda no fator de segurança crítico nos tempos iniciais é mais brusca quando comparado aos outros casos, resultante da menor altura do talude e maior infiltração (sucção próxima de θ_0) ao longo da superfície crítica de ruptura.

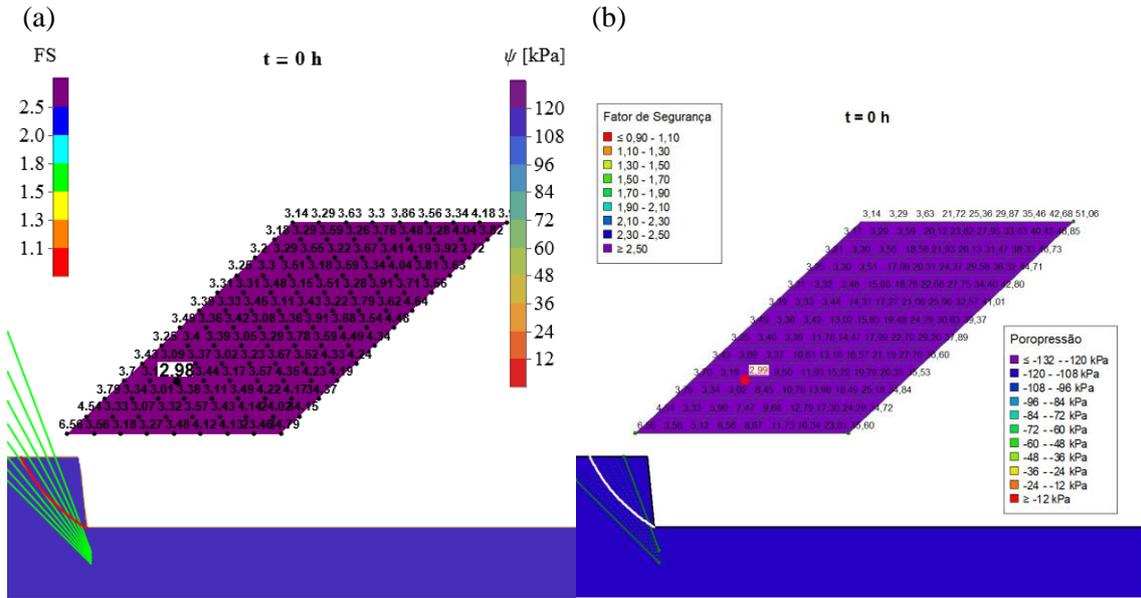


Figura 4.69 – Caso 3: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 0\text{h}$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

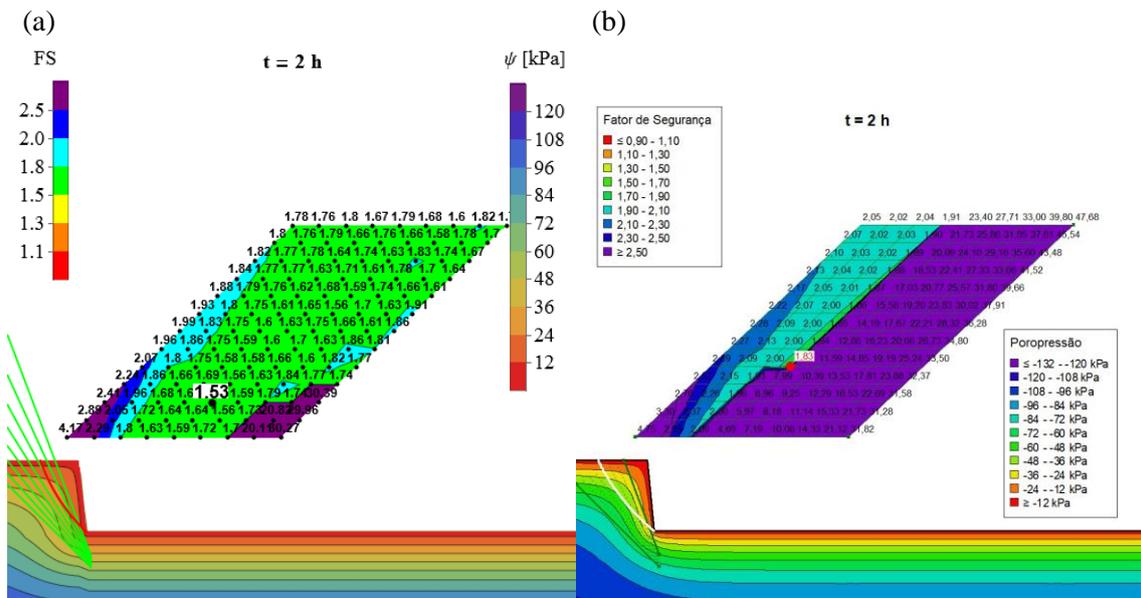


Figura 4.70 – Caso 3: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 2\text{h}$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

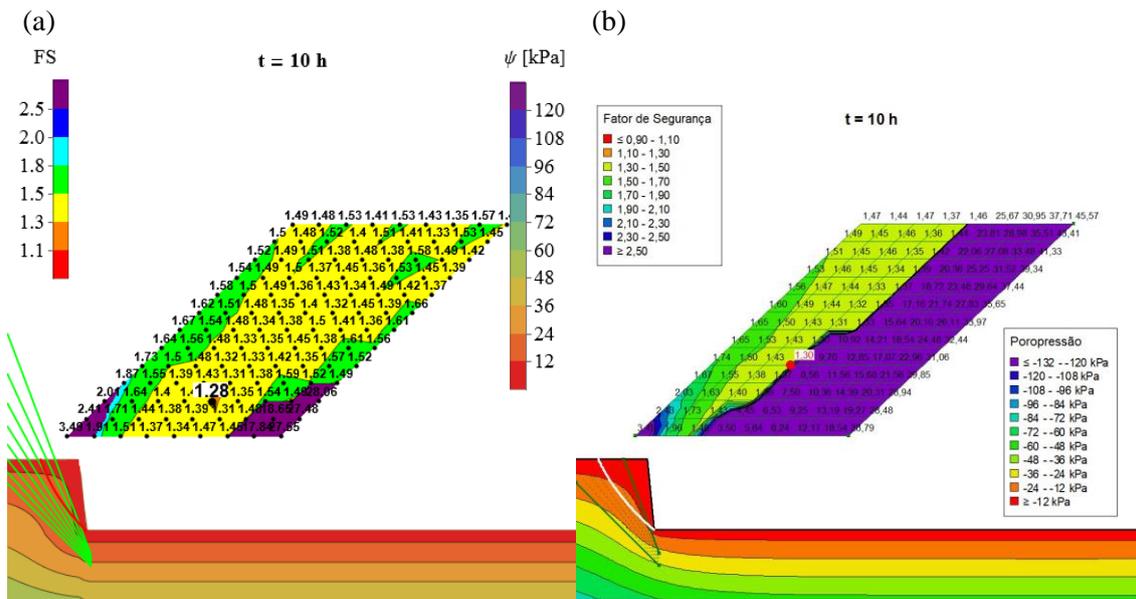


Figura 4.71 – Caso 3: mapa de fatores de segurança pelo método de **Bishop** para $t = 10$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

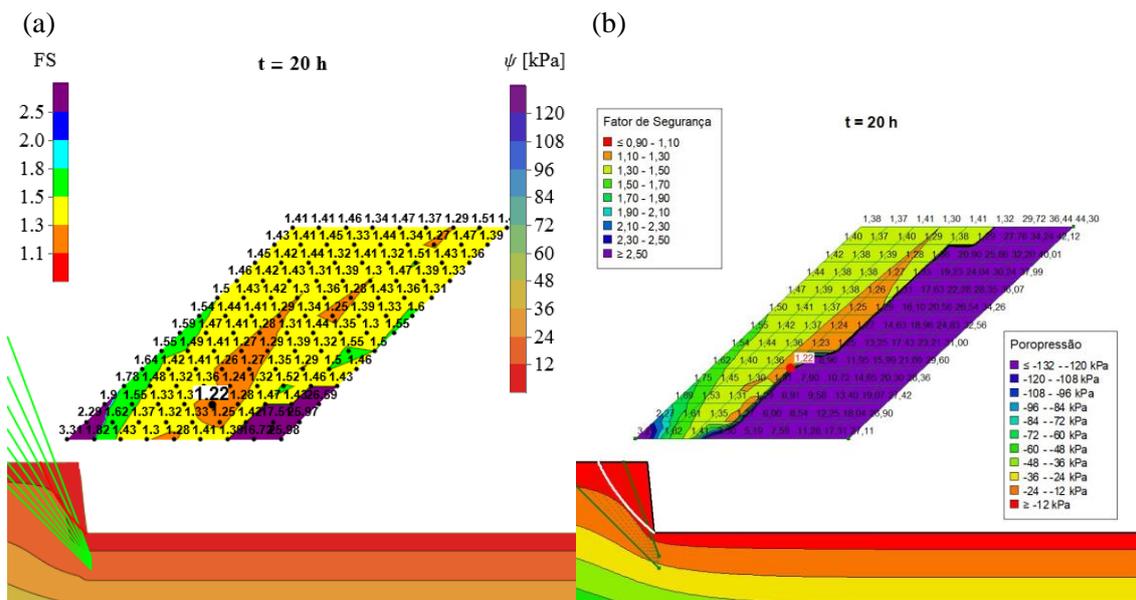


Figura 4.72 – Caso 3: mapa de fatores de segurança pelo método de **Bishop** para $t = 20$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

A Figura 4.73 apresenta também o fator de segurança crítico saturado. Assim como no Caso 1, mostra-se que a abordagem saturada gera fatores de segurança muito inferiores em relação ao caso não saturado.

As variáveis de estado ao longo da superfície de ruptura foram analisadas para dois casos no *Mathematica*: considerando a superfície crítica gerada pelo próprio *Mathematica* (linha tracejada nos gráficos) e pelo *Slope/W* (linha contínua nos gráficos). No caso da sucção e da coesão aparente, conforme Figura 4.74 e Figura 4.75, a diferença é bastante significativa para as primeiras horas de infiltração (até cerca de 30%), mas se reduz para período mais longo, o que também se reflete no fator de segurança crítico.

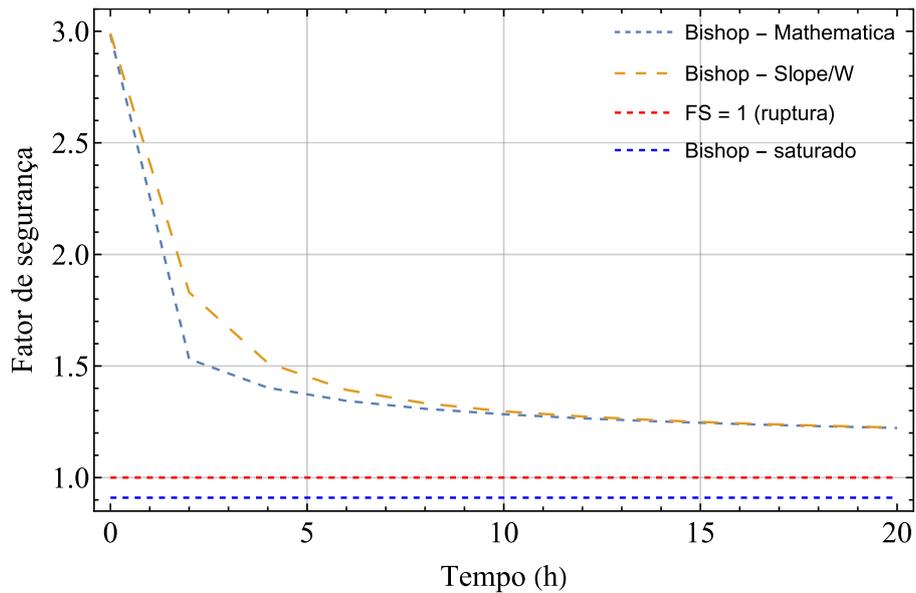


Figura 4.73 – Fator de segurança crítico para o Caso 3.

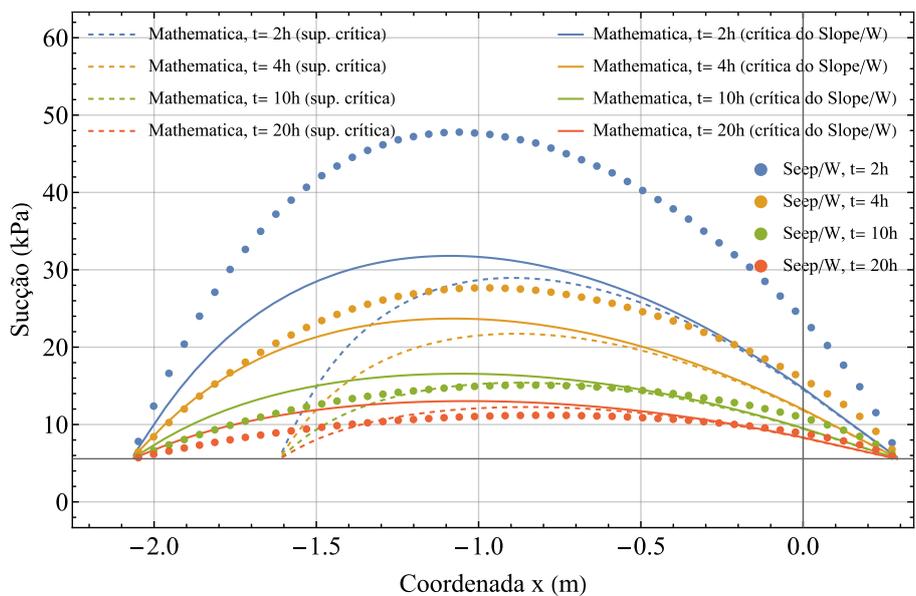


Figura 4.74 – Caso 3: sucção ao longo da superfície de ruptura: comparação entre solução analítica aproximada (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

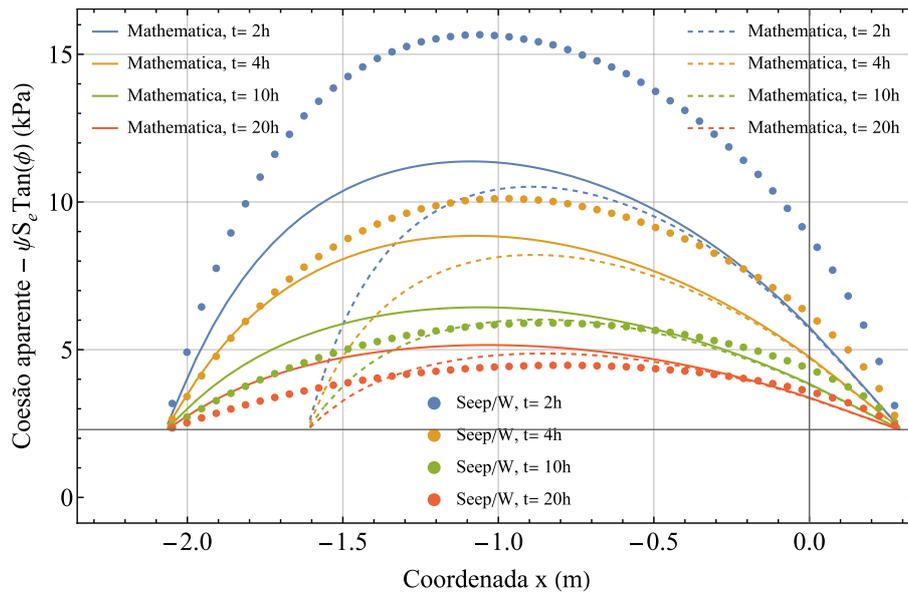


Figura 4.75 – Caso 3: coesão aparente ao longo da superfície de ruptura: solução analítica aproximada (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

As superfícies críticas do *Mathematica* (em tracejado) apresentam distribuição da sucção (e coesão aparente) com picos semelhantes, apenas sendo o domínio mais reduzido em x , dada sua maior proximidade do talude. A Figura 4.76 mostra que a tensão normal é pouco sensível às diferenças de sucção entre os softwares, ao se analisar a mesma superfície de ruptura (no caso, a gerada no *Slope/W*). Já a resistência cisalhante, como na Figura 4.77, mesmo analisando a mesma superfície de ruptura, apresenta uma maior divergência em $t = 2h$, justamente quando a diferença entre os fatores de segurança crítico é também maior.

Ao se avaliar as superfícies críticas do *Mathematica*, a área sob a curva de resistência cisalhante é bem menor (para qualquer tempo) quando comparada com a superfície crítica do *Slope/W*, mas esta diferença não é correspondida no fator de segurança, pois a o denominador da equação (4.28) também é menor, relacionado à tensão vertical total.

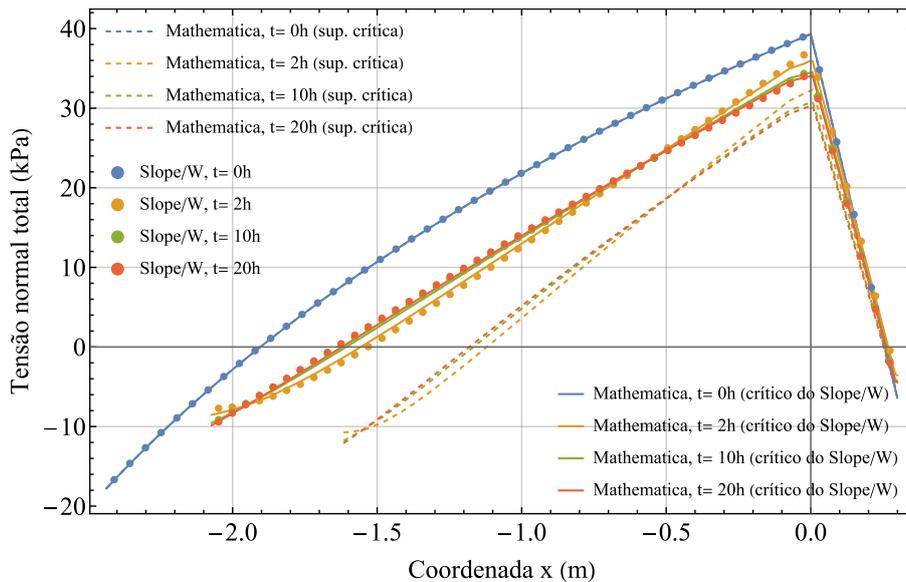


Figura 4.76 – Caso 3: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.

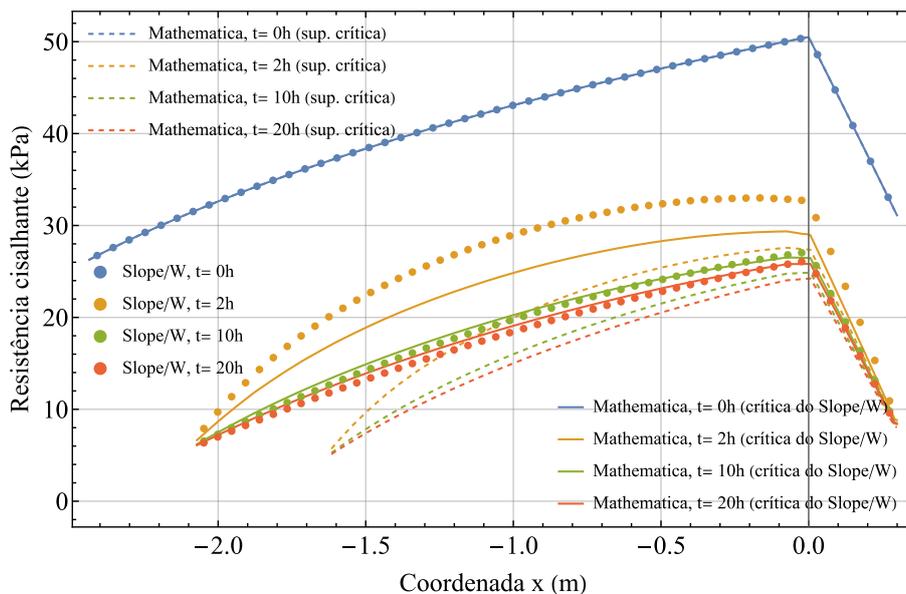


Figura 4.77 – Caso 3: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.

4.2.6. Caso 4: talude 1V:2H com 12m de altura e solo arenoso

O Caso 4 apresenta um talude mais abatido e de maior altura em solo arenoso com baixa umidade inicial. Observa-se nas Figura 4.78 até a Figura 4.81 que a superfície crítica de ruptura é equivalente no tempo inicial e para $t = 20h$, mas não coincidem para os instantes $t = 6h$ e $t = 10h$ apresentados. Entretanto, diferente do Caso 3, a geometria exata da superfície crítica é bem semelhante. Nos mapas de fatores de segurança, pode-se observar

que há vários fatores de segurança ao redor do valor crítico com valores bem próximos do crítico, e por isso mesmo pequenas diferenças na distribuição de sucção entre os softwares pode gerar algumas diferenças na superfície crítica de ruptura a depender do tempo analisado.

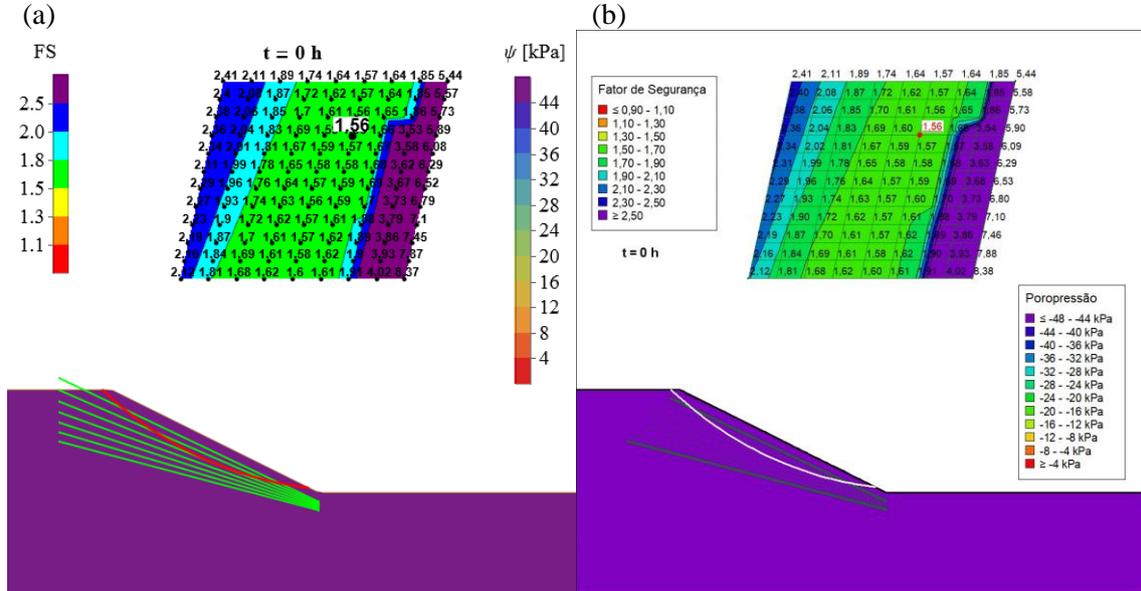


Figura 4.78 – Caso 4: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 0 \text{ h}$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

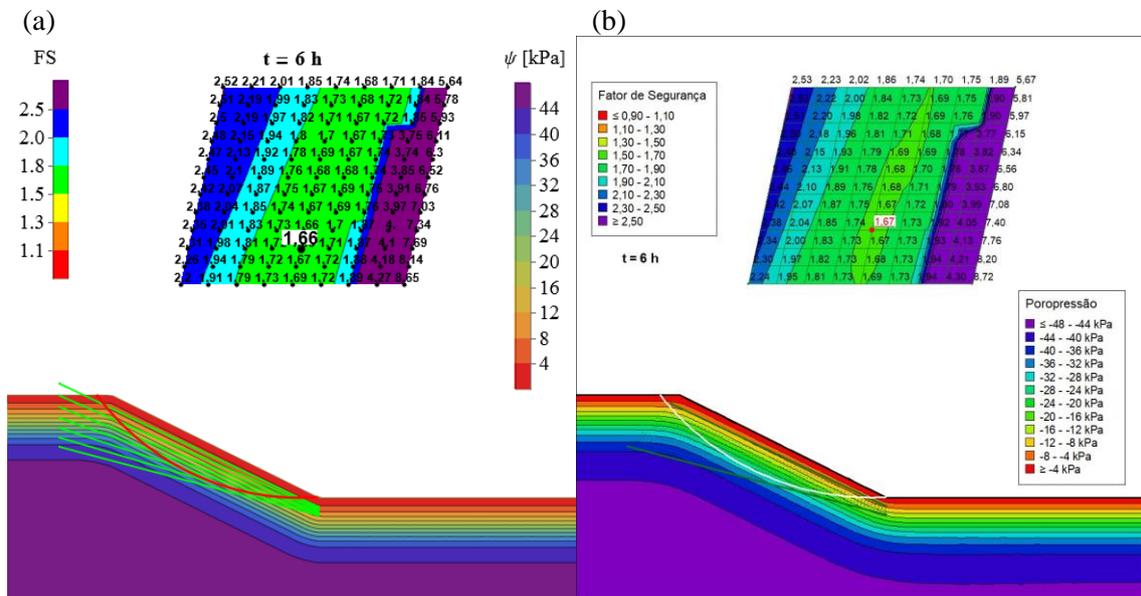


Figura 4.79 – Caso 4: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 6 \text{ h}$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

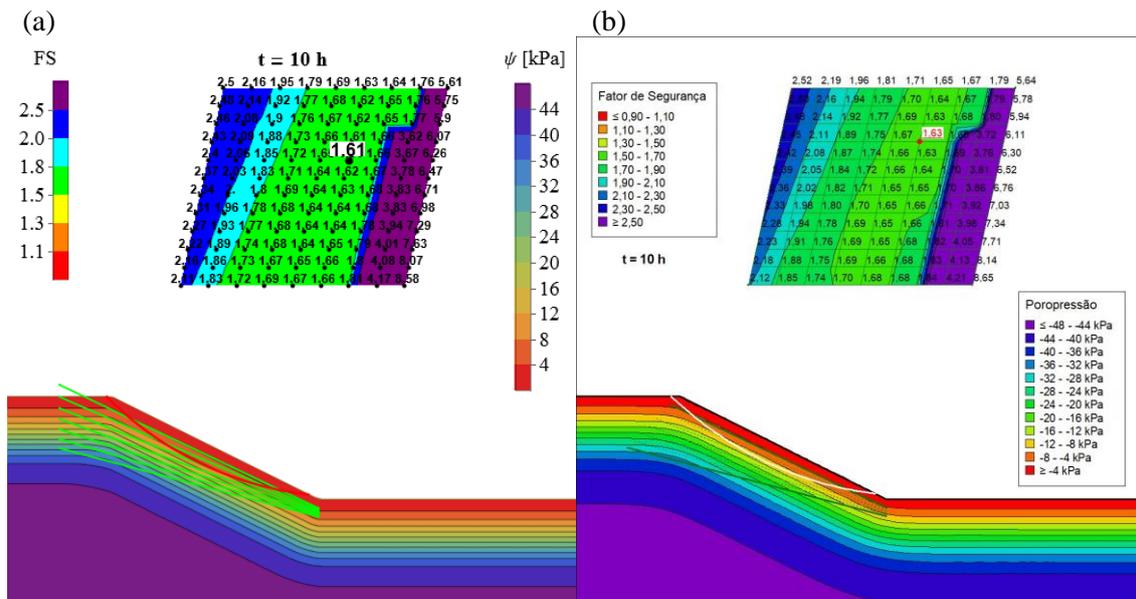


Figura 4.80 – Caso 4: mapa de fatores de segurança pelo método de **Bishop** para $t = 10\text{h}$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

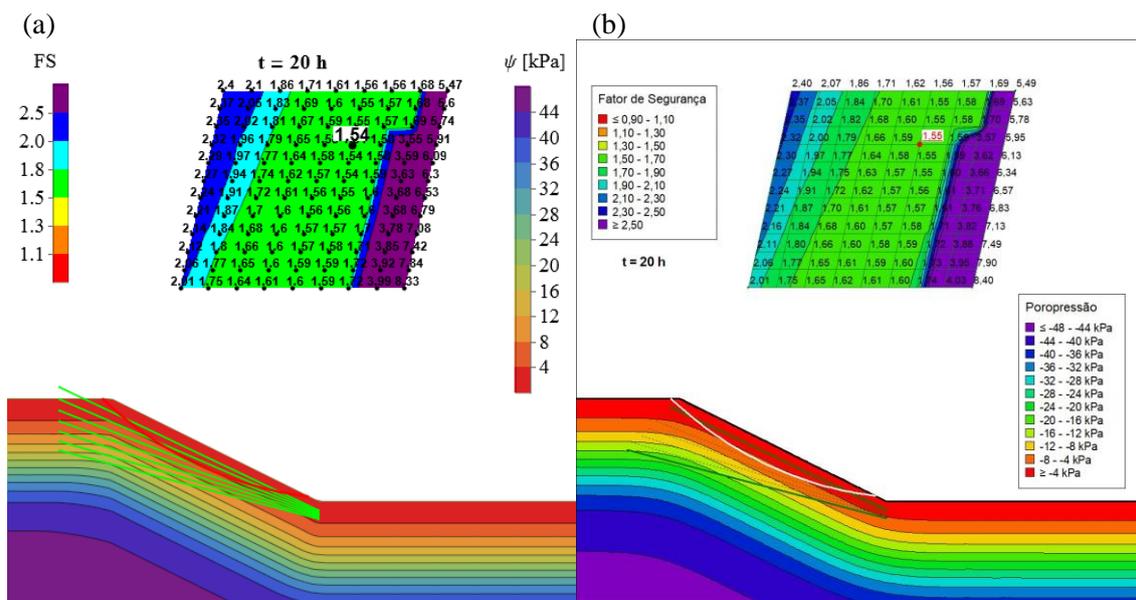


Figura 4.81 – Caso 4: mapa de fatores de segurança pelo método de **Bishop** para $t = 20\text{h}$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

A depender do tempo analisado, nota-se na Figura 4.82 como o fator de segurança pode aumentar de forma significativa, como entre o tempo inicial e $t = 6\text{h}$, consequência da umidade inicial baixa e, portanto, sucção inicial bem além do ponto de inflexão da SWRC, onde a contribuição da parcela não saturada da resistência é tão pequena quanto próximo da saturação. Ainda assim, conforme a infiltração avança, a condição de estabilidade se

torna pior que a inicial, inclusive a superfície crítica de ruptura em $t = 20\text{h}$ volta para a geometria inicial. O fator de segurança crítico não difere mais do que 1,5% entre os softwares.

Ao se comparar com o caso saturado, observa-se que o fator de segurança não saturado é cerca de 10% superior no pior instante da simulação ($t = 20\text{ h}$). Portanto, quando comparado com solos mais argilosos, onde o ganho de resistência no estado não saturado tende a ser mais significativo, o caso saturado poderia ser adotado em análises simplificadas para taludes em solos mais granulares.

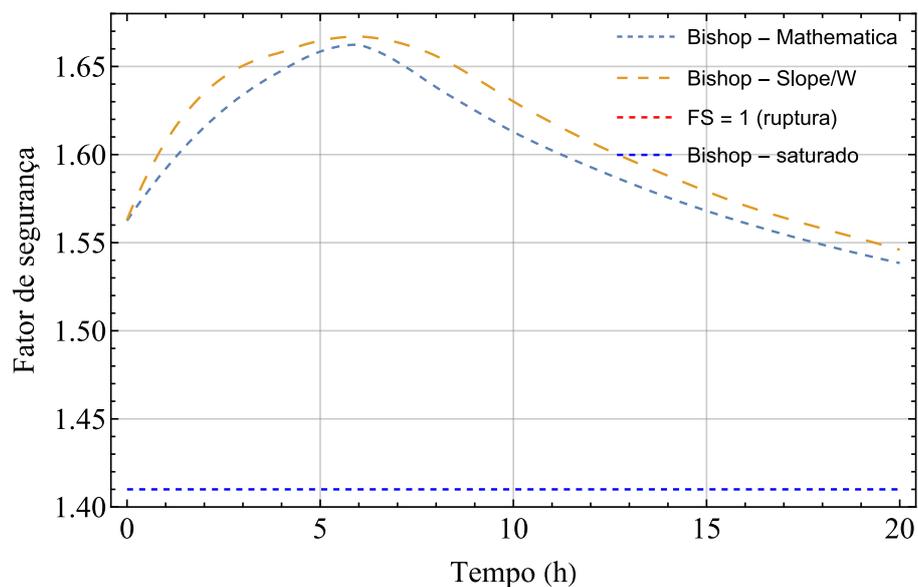


Figura 4.82 – Fator de segurança crítico para o Caso 4.

Ao se avaliar a superfície crítica de ruptura para plotar as variáveis de estado nas Figura 4.83-Figura 4.86, foram utilizadas as superfícies críticas geradas em cada software. Exceto para os tempos inicial e $t = 20\text{h}$, nota-se a divergência no domínio das curvas que, apesar de próximo, indica a diferença na geometria crítica de ruptura entre os softwares. Entretanto, justamente por serem geometrias próximas, a distribuição das variáveis se mantém condizente entre os softwares para este caso.

Enquanto a sucção apenas se reduz com o tempo (Figura 4.83), o comportamento da coesão aparente primeiro aumenta na porção mais profunda da superfície de ruptura (mais afastado das extremidades) até cerca de $t = 6\text{h}$, assim como o fator de segurança crítico. Após isso, a sucção em toda a superfície de ruptura analisada se torna inferior ao valor no ponto de inflexão da SWRC, e a coesão aparente assume uma distribuição semelhante aos casos anteriores e apenas reduz com o tempo.

A tensão normal ao longo da superfície crítica de ruptura (Figura 4.85) permanece coerente entre os softwares, ainda que a superfície crítica não coincida. Neste caso, a tensão normal para os tempos inicial e final de simulação se refere à mesma superfície, permitindo avaliar como se comporta para uma geometria fixa. Como a tensão vertical total apenas aumenta com o tempo, mas a coesão aparente e o fator de segurança entre os tempos inicial e final não diferem muito, a tensão normal total aumenta neste período simulado.

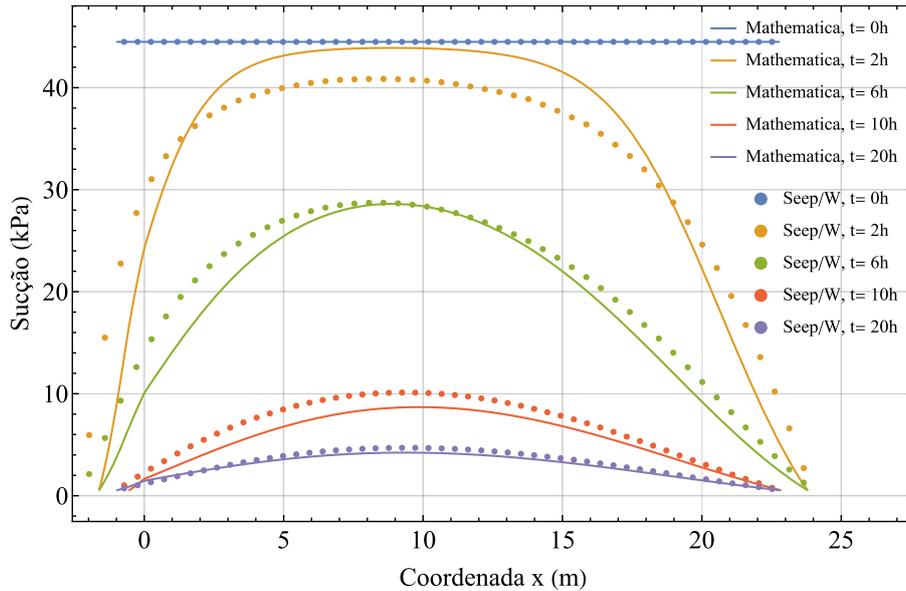


Figura 4.83 – Caso 4: sucção ao longo da superfície de ruptura: comparação entre solução analítica aproximada (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

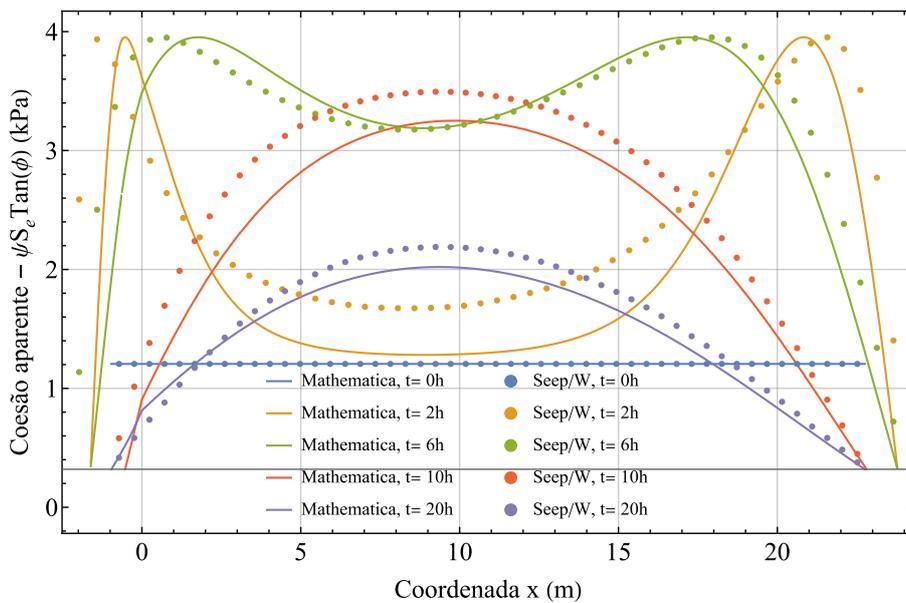


Figura 4.84 – Caso 4: coesão aparente ao longo da superfície de ruptura: solução analítica aproximada (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

A resistência cisalhante (Figura 4.86) acompanha o comportamento do fator de segurança, como esperado: aumenta até cerca de $t = 6h$, mas depois reduz, assim como a área sob essa curva, que afeta diretamente o fator de segurança. Mesmo para os instantes de tempo nos quais a superfície crítica entre os softwares não coincidem, os valores se mantêm coerentes, validando também a presente modelagem para este caso.

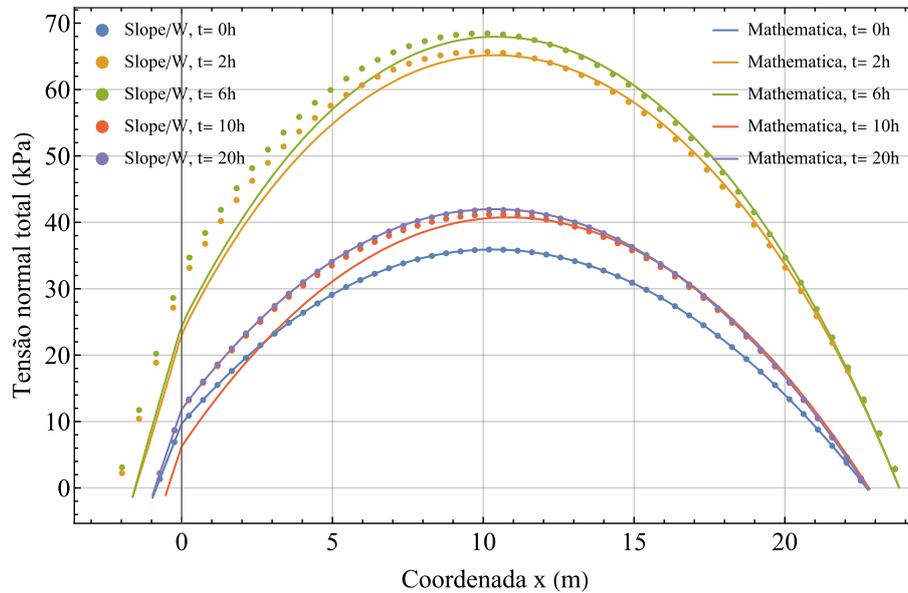


Figura 4.85 – Caso 4: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.

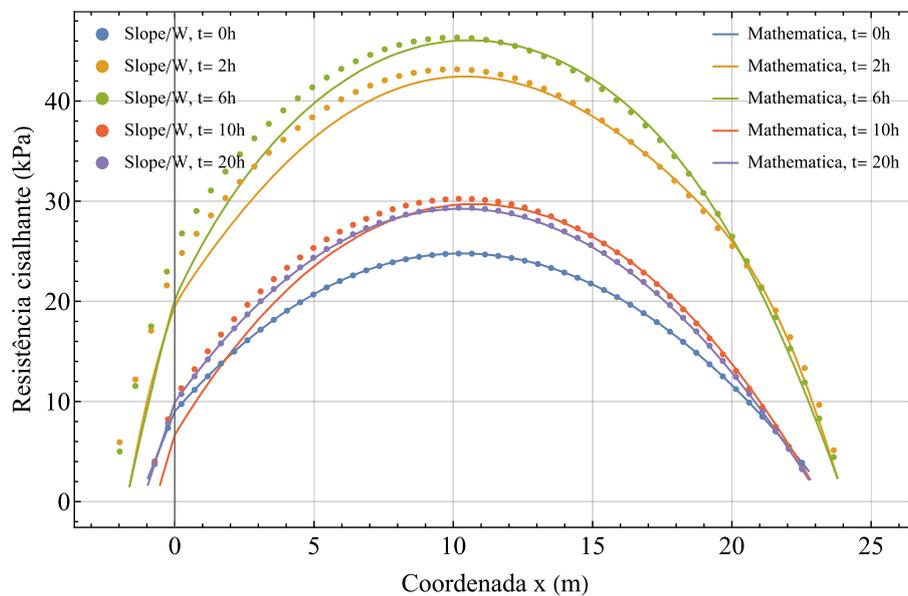


Figura 4.86 – Caso 4: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.

4.2.7. Caso 5: evapotranspiração em talude 1V:1H com 8m de altura e solo argiloso

O Caso 5 reproduz o Caso 1 apenas variando as condições de contorno, com uma alta

umidade inicial e impondo uma umidade baixa na superfície do terreno para simular uma secagem do talude.

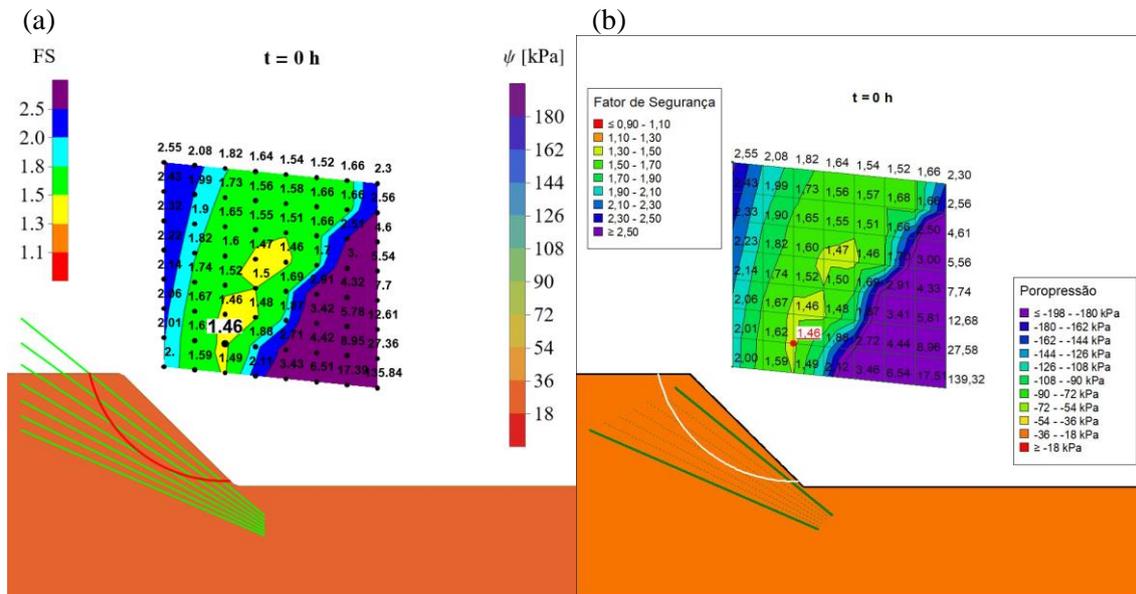


Figura 4.87 – Caso 5: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 0 \text{ h}$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

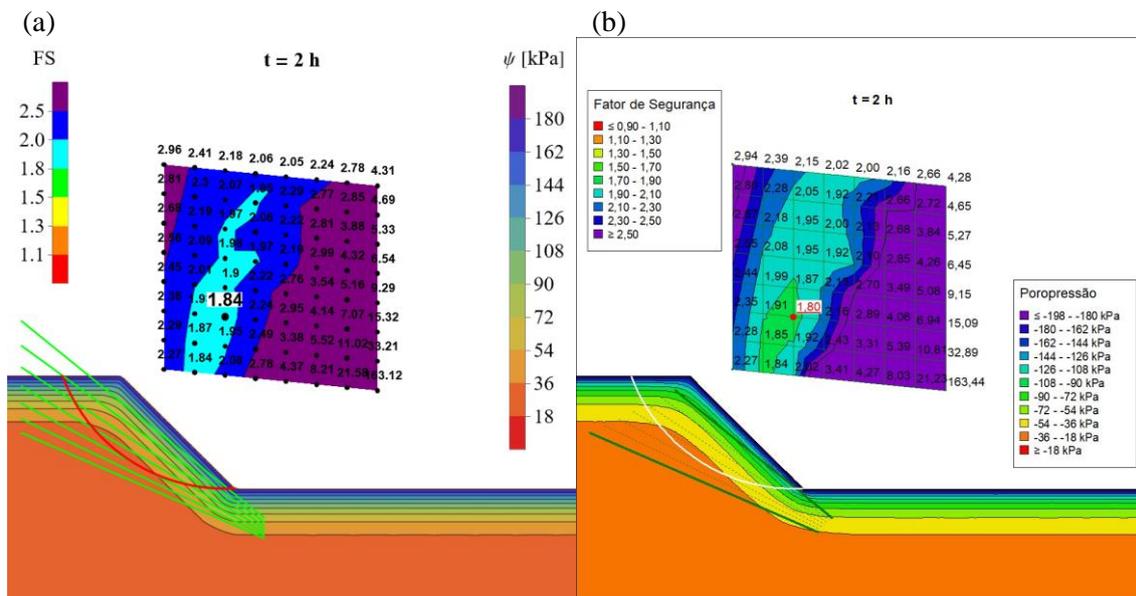


Figura 4.88 – Caso 5: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 2 \text{ h}$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

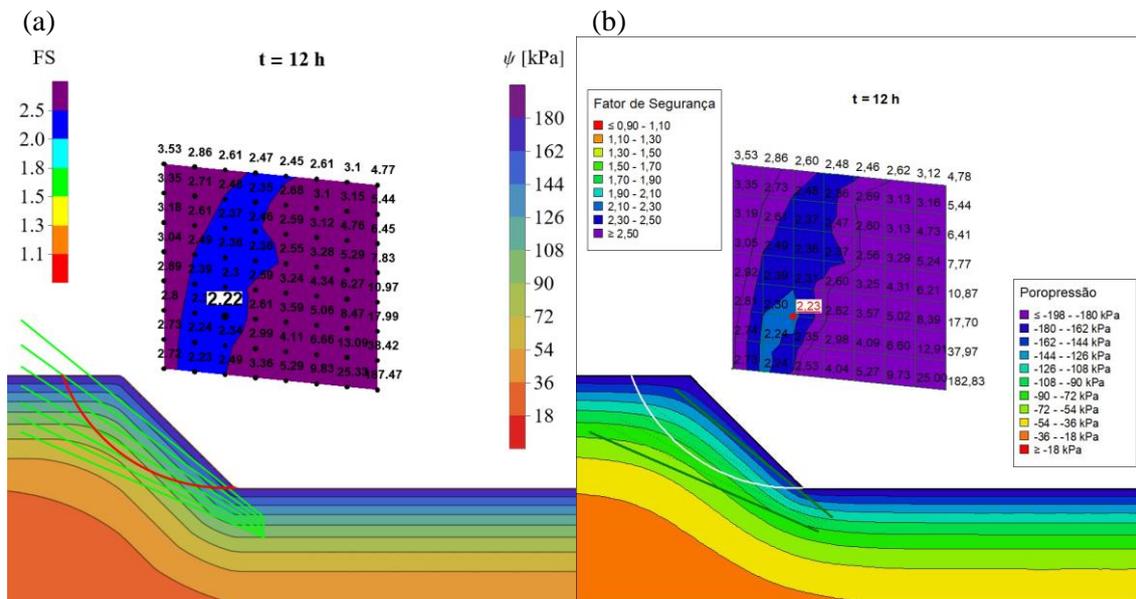


Figura 4.89 – Caso 5: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 12\text{h}$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

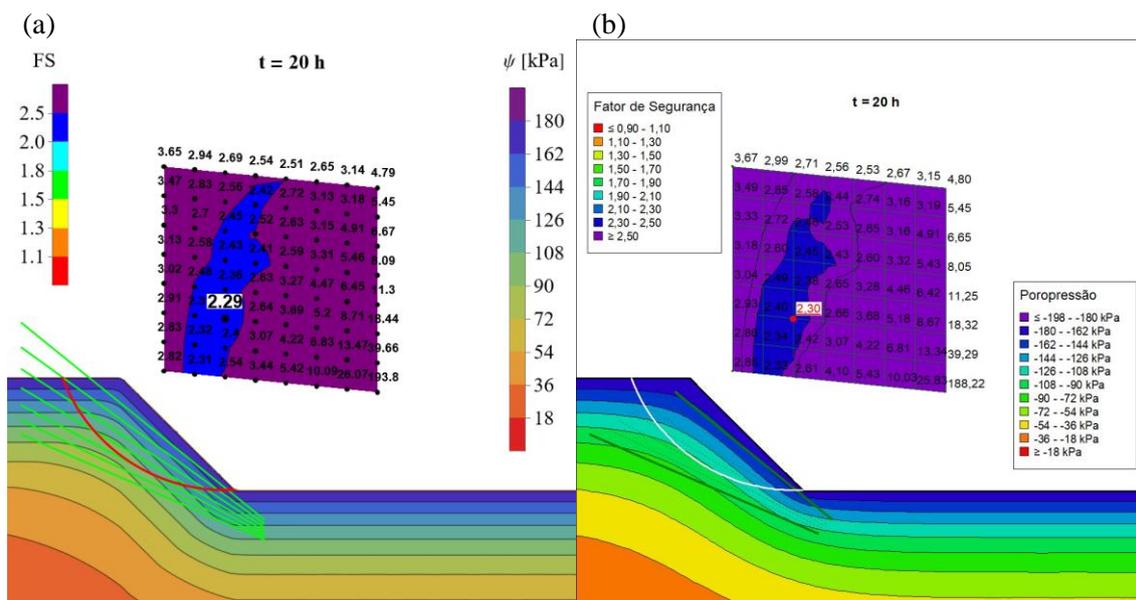


Figura 4.90 – Caso 5: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 20\text{h}$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

Para os instantes amostrados nas Figura 4.87-Figura 4.90, as superfícies críticas de ruptura são idênticas para ambos os softwares. Após o início da infiltração, a superfície crítica se torna mais profunda, onde a umidade é menos afetada pela secagem. A Figura 4.91 ilustra como o resultado do fator de segurança crítico é basicamente coincidente entre os softwares para este caso. O fator de segurança crítico no estado saturado é igual a 1,01 (assim como no Caso 1) e não foi apresentado para este caso.

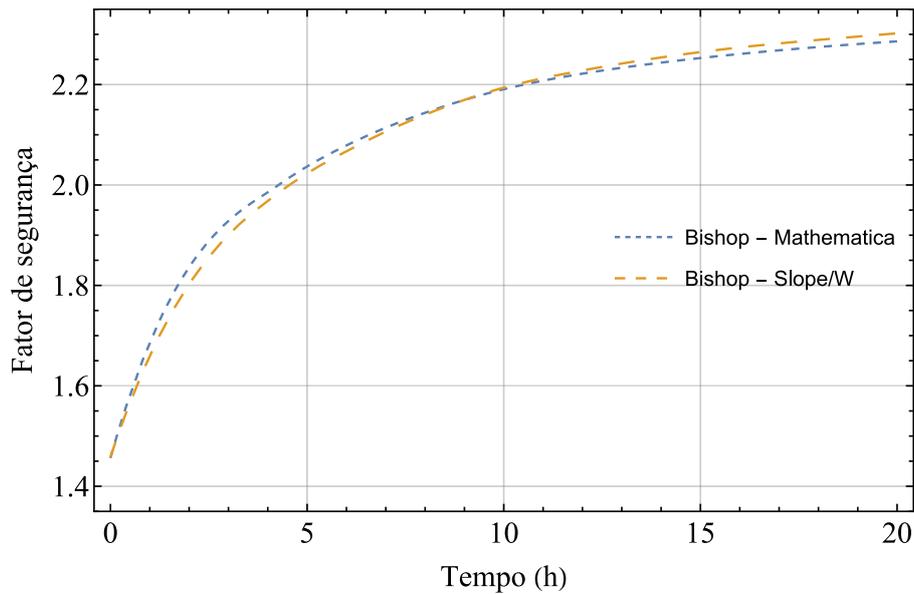


Figura 4.91 – Fator de segurança crítico para o Caso 5.

As Figura 4.92 e Figura 4.93 mostram a distribuição condizente para a sucção e a coesão aparente correspondente entre os softwares. Nota-se como a sucção após 20h de infiltração está entre 100 kPa e 170 kPa, e por isso o fator de segurança neste instante é superior ao fator de segurança inicial do Caso 1. A coesão aparente apenas aumenta com o tempo, dado que a sucção imposta no terreno para a secagem não ultrapassa o ponto de inflexão da SWRC, onde o solo tenderia para um estado mais seco e a resistência reduziria novamente.

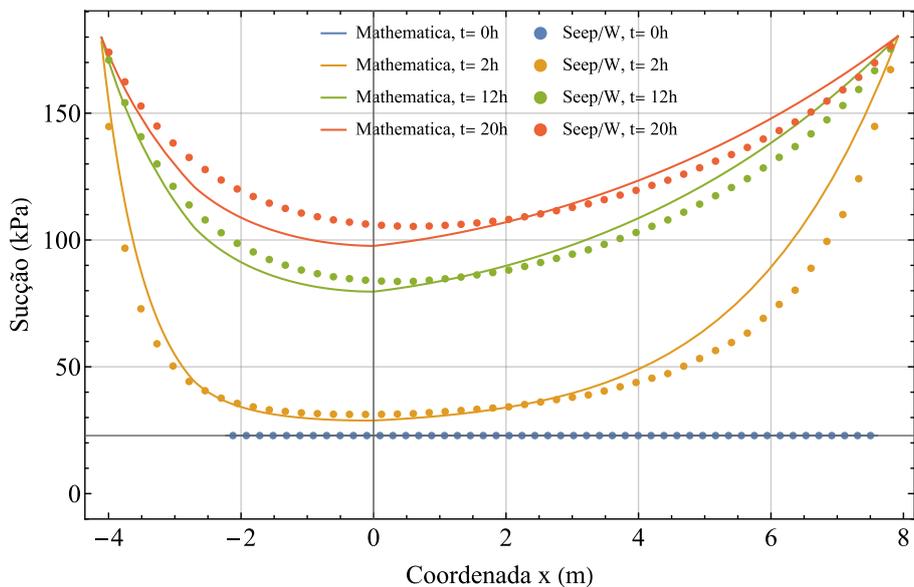


Figura 4.92 – Caso 5: sucção ao longo da superfície de ruptura com solução analítica aproximada (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

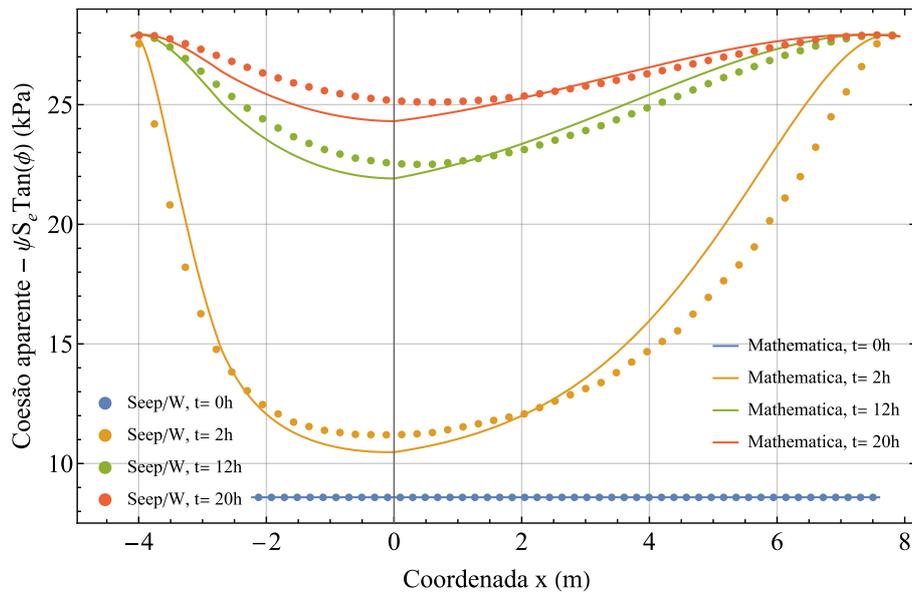


Figura 4.93 – Caso 5: coesão aparente ao longo da superfície de ruptura com solução analítica aproximada (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

Assim como o resultado condizente entre os softwares da distribuição da sucção ao longo da superfície crítica de ruptura, a tensão normal total (Figura 4.94) e a resistência cisalhante (Figura 4.95) também mantém a coerência. Apesar da tensão vertical total tender a reduzir com a redução da umidade, a tensão normal total aumenta após o instante inicial devido ao aprofundamento da superfície de ruptura. A área sob as curvas da resistência cisalhante na Figura 4.95 indica o aumento de fator de segurança crítico durante a secagem.

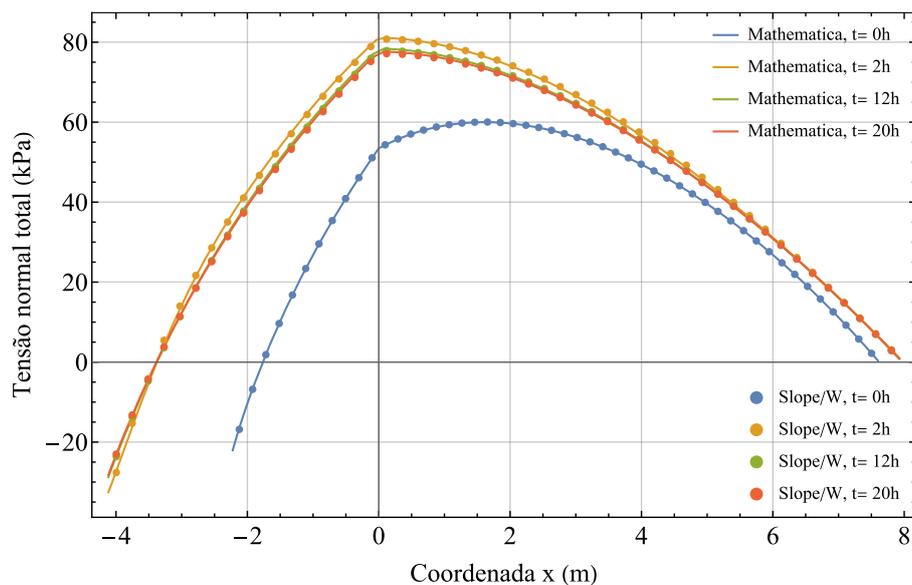


Figura 4.94 – Caso 5: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.

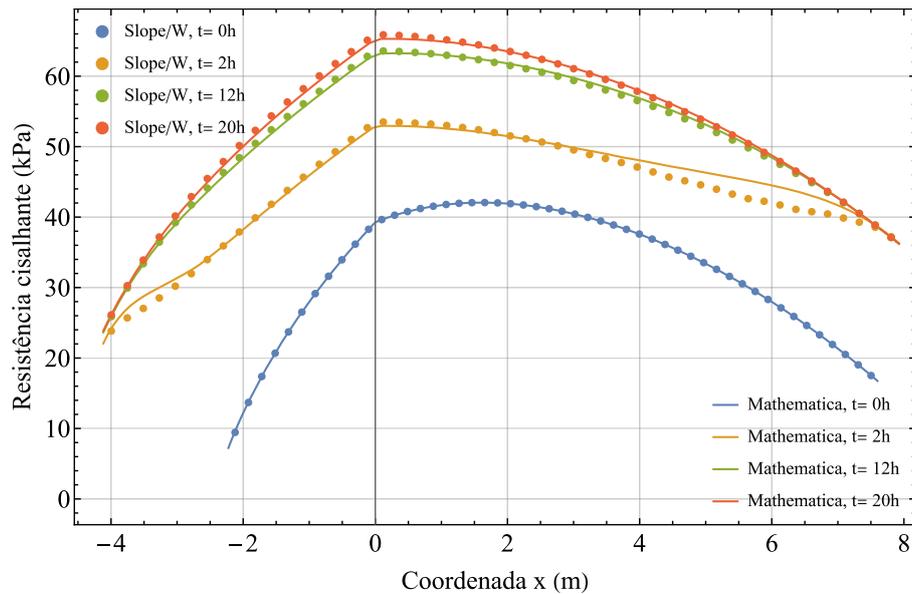


Figura 4.95 – Caso 5: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.

4.2.8. Caso 6: talude 1V:1H com 8m de altura e solo argiloso

No Caso 6 a mesma unidade do Caso 5 é imposta na superfície do terreno, mas apenas depois de $t = 10h$. A umidade em $t = 10h$, ao invés da umidade inicial constante como no Caso 5, é resultante de 10h de infiltração, simulando um evento de umedecimento seguido por um evento de secagem do solo.

Observa-se nas Figura 4.96-Figura 4.100 como os resultados de fator de segurança são bem próximos entre os softwares. A superfície crítica para os tempos amostrados se mantém idêntica em ambos os softwares. A mesma se torna menos profunda durante a infiltração, até $t = 10h$, quando a infiltração interrompe, e já no instante $t = 12h$ volta para a posição inicial, mantendo-se nesta posição até o final da simulação.

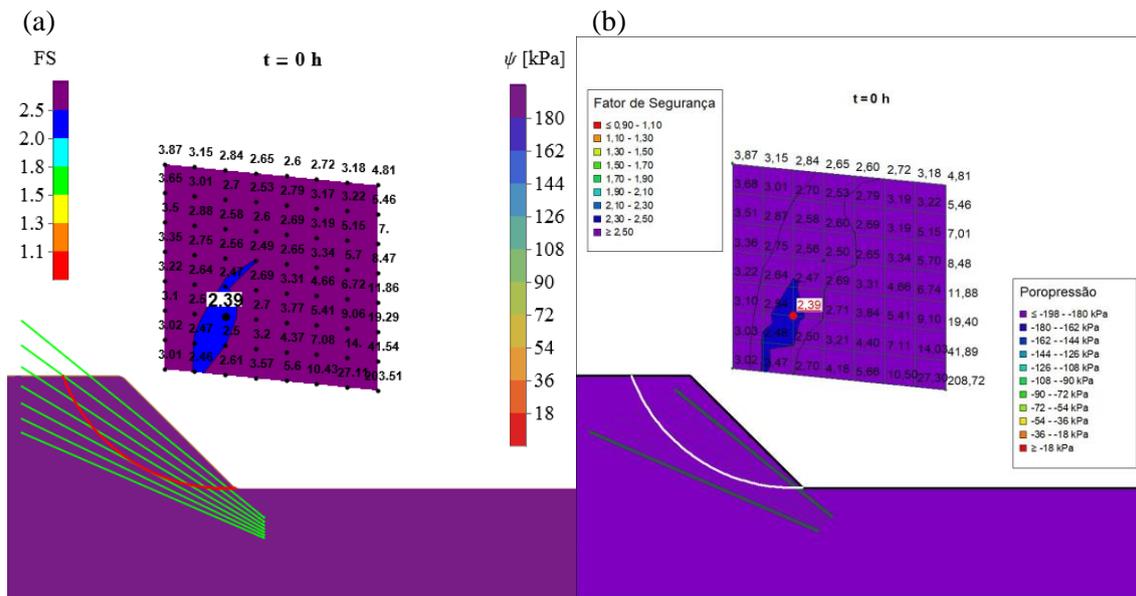


Figura 4.96 – Caso 6: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 0$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

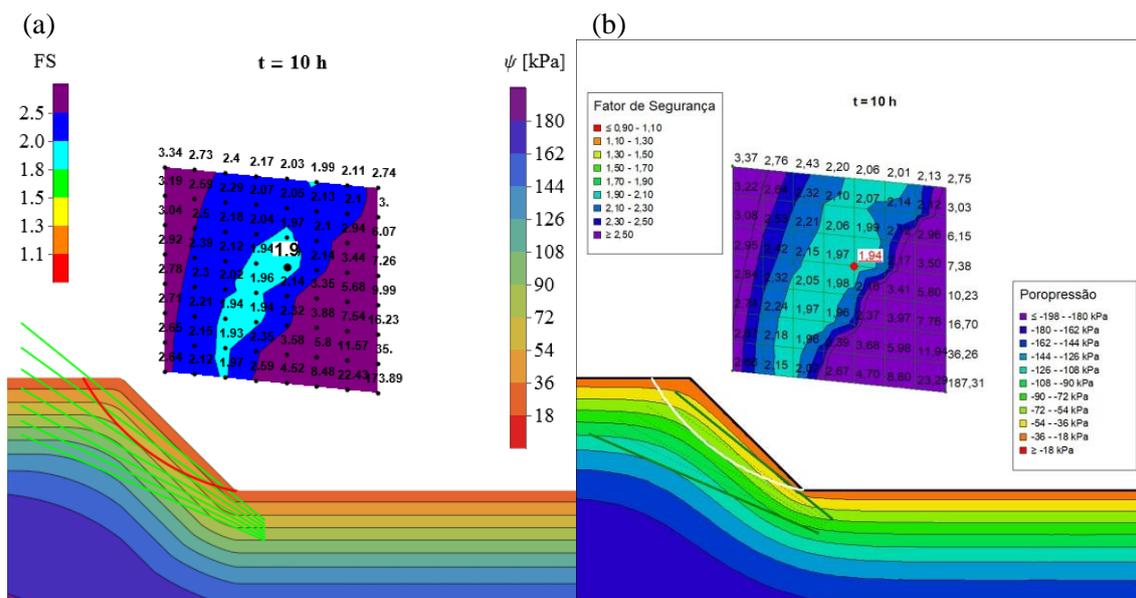


Figura 4.97 – Caso 6: mapa de fatores de segurança pelo método de Bishop para $t = 10$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

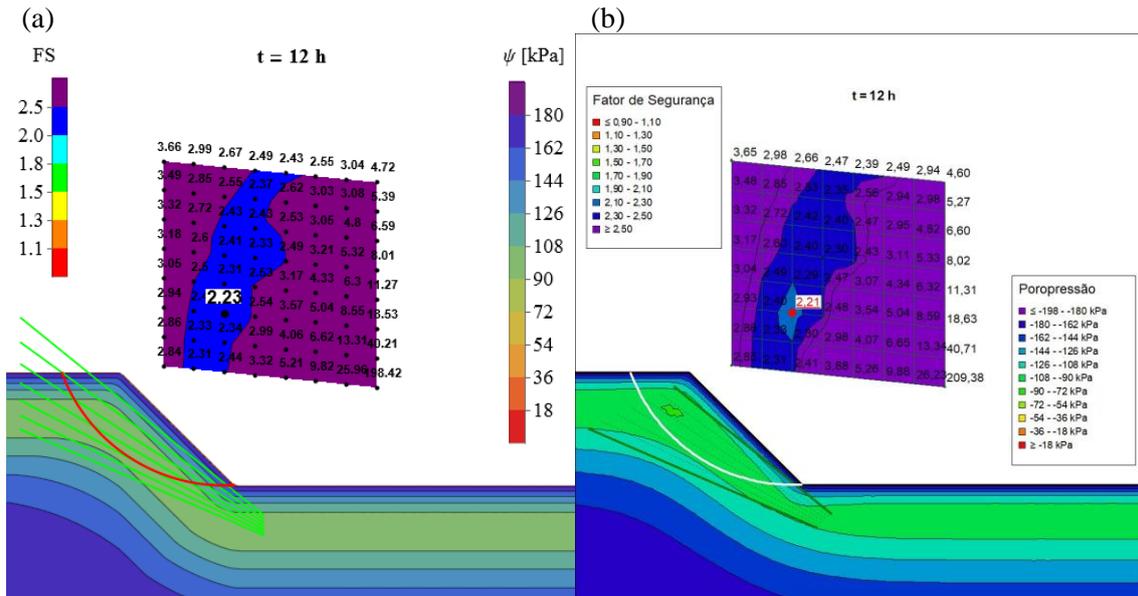


Figura 4.98 – Caso 6: mapa de fatores de segurança por Bishop para $t = 12$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

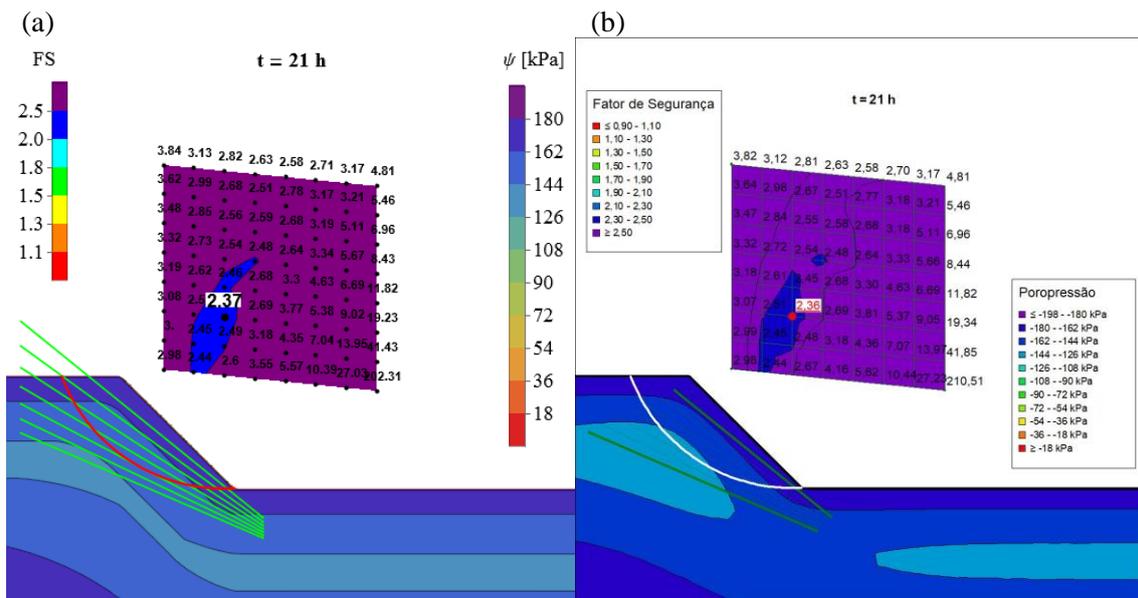


Figura 4.99 – Caso 6: mapa de fatores de segurança por Bishop para $t = 21$ h; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

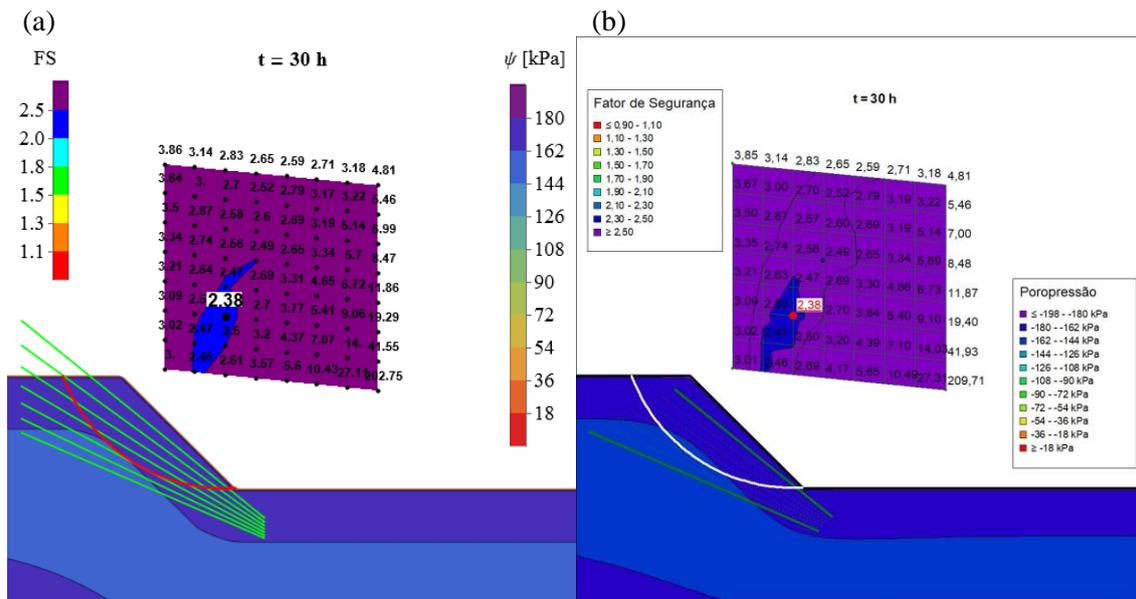


Figura 4.100 – Caso 6: mapa de fatores de segurança por Bishop para $t = 30h$; (a) *Mathematica* e (b) *Seep/W*.

A Figura 4.101 demonstra novamente a validade da presente modelagem com solução analítica aproximada do fluxo comparada ao *Seep/W* em conjunto com o *Slope/W*. A diferença entre o fator de segurança crítico gerado por ambos os softwares não supera 2,5% dentro do período simulado. O fator de segurança crítico no estado saturado é igual a 1,01 (assim como no Caso 1) e não foi apresentado para este caso.

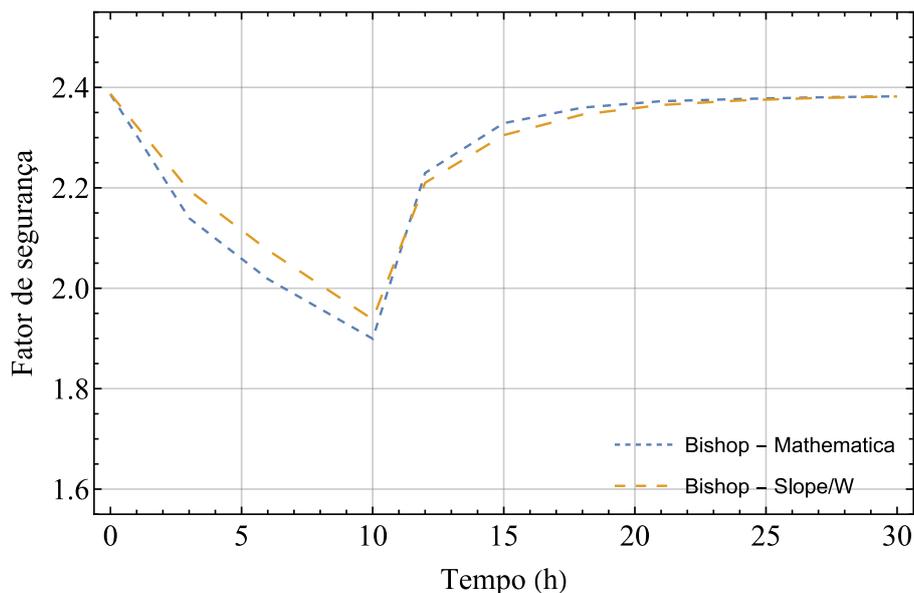


Figura 4.101 – Fator de segurança crítica para o Caso 6.

Ao se observar a sucção ao longo da superfície crítica de ruptura (Figura 4.102), nota-se a redução da sucção e mudança no domínio em x entre $t = 0h$ e $t = 10h$, indicando o avanço da umidade e a mudança da posição da superfície crítica. A partir de $t = 12h$, o domínio da curva em x volta pra posição inicial e a curva tende novamente à reta constante do tempo inicial, dado que a sucção imposta no topo do terreno após $t = 10h$ é equivalente à sucção inicial em $t = 0h$.

Vale ressaltar que os Casos 5 e 6 desconsideram o efeito da histerese, onde a SWRC se comporta de forma diferente durante as trajetórias de umedecimento e de secagem do solo. Para consideração da histerese, que seria relevante neste tipo de análise, seria necessário desenvolver o presente modelo de fluxo em condições mais complexas.

Na Figura 4.103 nota-se que a coesão aparente basicamente volta à sua condição inicial dentro do tempo simulado, em concordância com a Figura 4.101, onde o fator de segurança se recupera, voltando para a condição inicial de estabilidade. Tanto para a sucção quanto para a coesão aparente, o comportamento das curvas se mantém condizente para ambos os softwares.

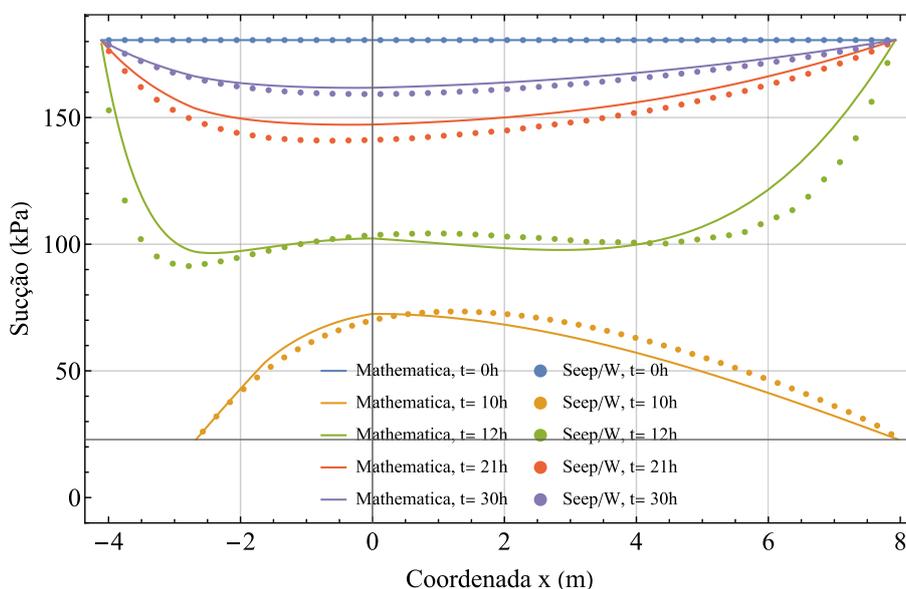


Figura 4.102 – Caso 6: sucção ao longo da superfície de ruptura com solução analítica aproximada (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

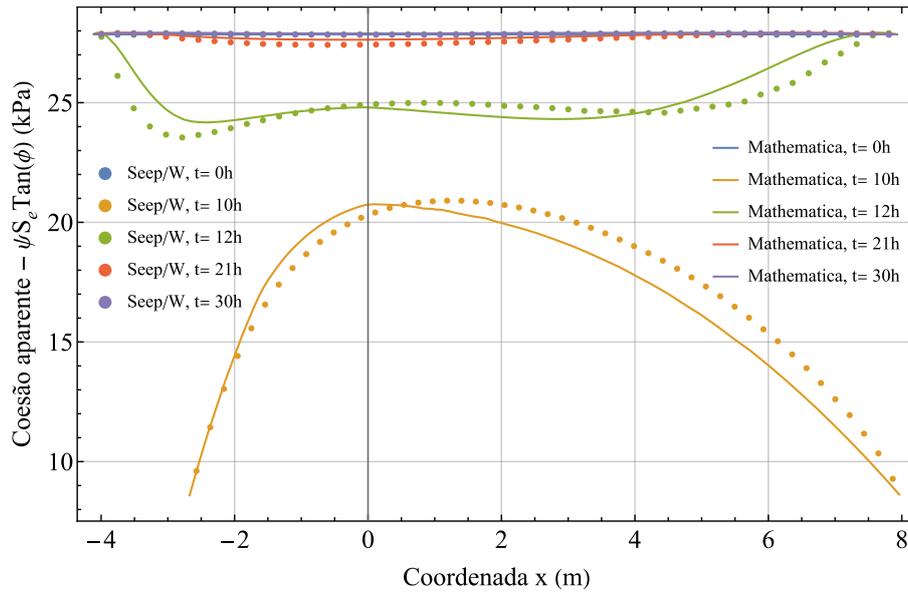


Figura 4.103 – Caso 6: coesão aparente ao longo da superfície de ruptura com solução analítica aproximada (*Mathematica*) e numérica (*Seep/W*).

A tensão normal total e a resistência cisalhante ao logo da superfície crítica de ruptura (Figura 4.104 e Figura 4.105) se alinham com o observado para a coesão aparente e o fator de segurança: as 20h de secagem (entre 10h e 30h) praticamente desfazem o efeito das 10h de infiltração neste Caso 6, aproximando-se da condição inicial em t = 30h.

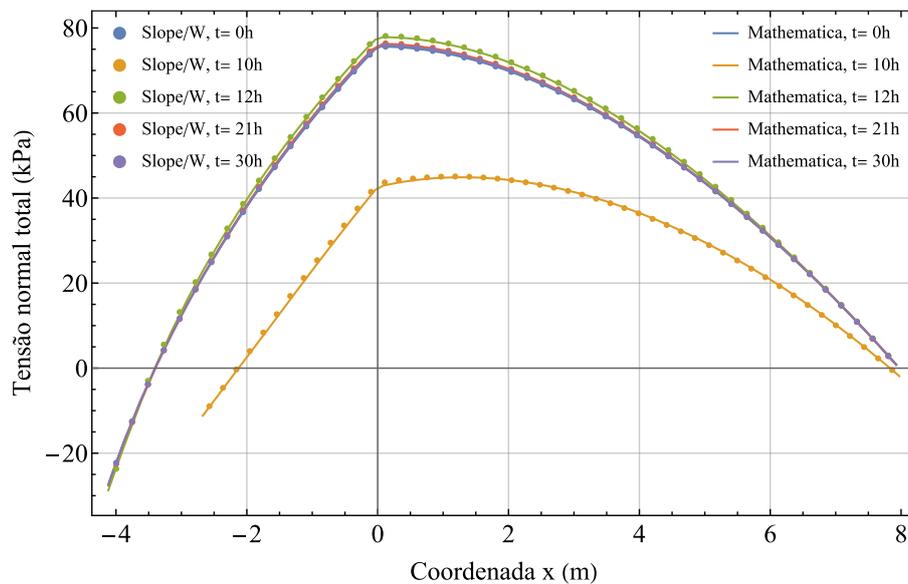


Figura 4.104 – Caso 6: tensão normal ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.

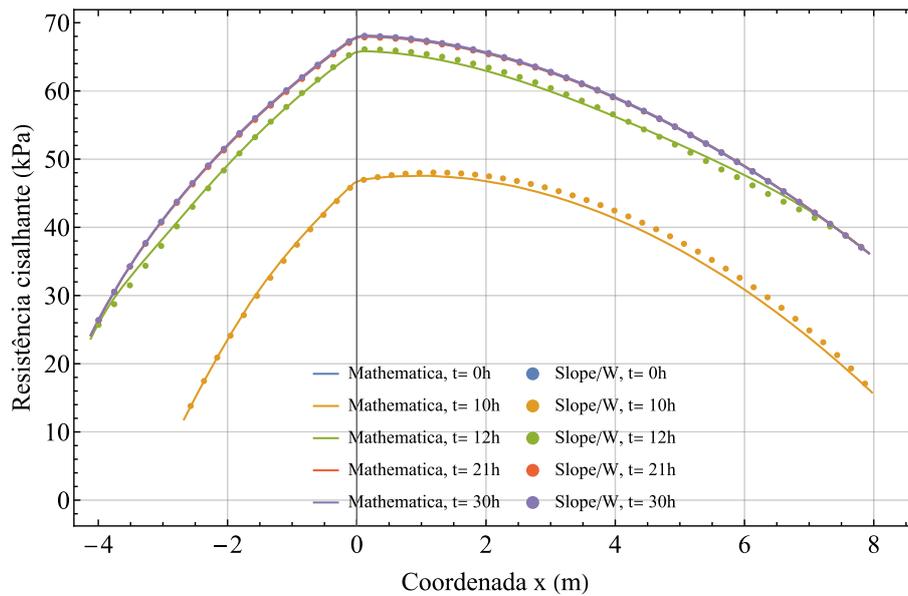


Figura 4.105 – Caso 6: resistência cisalhante ao longo da superfície de ruptura, método de Bishop.

4.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um resumo dos principais resultados para cada caso simulado é listado a seguir:

- No Caso 1, para um talude em solo típico argiloso durante uma infiltração intensa com umidade inicial intermediária, mostra-se como a formulação por integração utilizada neste trabalho para o cálculo do fator de segurança pelo método GLE é equivalente à formulação por somatórios discretos utilizada pelo software *Slope/W*. Além disso, pequenas diferenças no fator segurança e demais variáveis de estado da resistência cisalhante só ocorrem devido a pequenas diferenças na distribuição entre a solução semi-analítica do fluxo não saturado desenvolvida aqui com a solução pelo método dos elementos finitos utilizada pelo software *Seep/W*.
- No Caso 2 demonstra-se que, com a mesma geometria e condições semelhantes de infiltração do Caso 1, a variação relativa do fator de segurança (assim como da resistência cisalhante) ao longo do tempo para um solo típico arenoso é menor quando comparado a um solo típico argiloso. De toda forma, a condição de estabilidade para talude em areias, devido a baixa coesão, tende a atingir a ruptura mais rápido. Nos Casos 1 e 2 mostra-se por meio de análises paramétricas das variáveis de estado que o método GLE implementado com fator de segurança

transiente é consistente entre o modelo desenvolvido aqui e o pacote de softwares comerciais *Slope/W* e *Seep/W*.

- No Caso 3, com um talude de 3 m de altura em solo argiloso, demonstra-se que a solução analítica do fluxo bidimensional desenvolvida se aplica mesmo em geometrias mais singulares como um talude verticalizado. Para esta geometria, mostra-se que no caso saturado o talude já estaria rompido, enquanto na abordagem não saturada o talude é estável.
- No Caso 4, com um talude mais abatido em solo arenoso e condição inicial quase seca (alto valor de sucção), demonstra-se o efeito de ganho seguido de perda de resistência cisalhante ao longo de todo o espectro de sucção entre o estado seco e o saturado, dado que o maior ganho de resistência é para sucções intermediárias (por volta de 50% de saturação dos vazios do solo por água). Esse efeito fica claro ao se observar a coesão aparente ao longo do tempo.
- No Caso 5, para a mesma geometria do Caso 1 e solo argiloso, o efeito de secagem do solo (evaporação ou evapotranspiração) com uma condição de umidade inicial alta e aplicando-se uma umidade intermediária na superfície. Neste caso, tanto a solução de fluxo quando o fator de segurança transiente apresenta resultados consistente entre o modelo desenvolvido aqui e os softwares comerciais *Slope/W* e *Seep/W*.
- No Caso 6 foram aplicados o solo argiloso e a mesma geometria do Caso 1, mas com condição de contorno variável, com um período inicial de infiltração intensa seguido por um período de secagem de volta para a umidade inicial. A solução semi-analítica do fluxo desenvolvida também apresentou resultados consistentes com o *Seep/W* nestas condições. O fator de segurança transiente e as variáveis de estado da resistência cisalhante também apresentaram resultados consistentes em ambos os softwares.

No atual estado de implementação do código desenvolvido no *Mathematica*, o custo computacional para gerar os resultados de estabilidade apresentados nesta dissertação é elevado. O foco deste trabalho foi voltado para a modelagem em si, e não para a criação de um software finalizado para utilização de terceiros. Ainda assim, foi um passo importante para a continuação desta linha de pesquisa em um futuro próximo, onde o código deverá ser otimizado para fins práticos.

As principais limitações do presente modelo são: validade da solução analítica aproximada apenas para maciços em solo homogêneo; restrição da solução analítica aproximada quanto à geometria do talude, que deve atender à geometria típica da Figura 4.1 (apenas uma superfície inclinada com o terreno horizontal no pé e na crista do talude); desconsideração de nível freático. A solução analítica do fluxo não saturado para maciços heterogêneos ainda é um desafio para este campo de pesquisa. A generalização da solução analítica aproximada da infiltração para geometrias mais complexas deve surgir naturalmente ao se desenvolver o conceito dos coeficientes empíricos de ponderação aplicados para as regiões de interseção de fluxo como mostrado na Seção 4.1.1. O estudo de Santos (2021) considera o nível freático, mas sem tratar corretamente a transição entre as zonas saturada e não saturada do meio, o que gera resultados sem sentido físico. Ainda permanece o desafio de adaptar as condições de contorno, aprofundando o uso da EDP de fluxo de forma a tratar de forma consistente a interação entre estas zonas.

Apesar da existência de soluções numéricas para o fluxo e de softwares comerciais como *Seep/W* e *Slope/W*, espera-se desenvolver a partir do presente trabalho (em conjunto com outros trabalhos parceiros) um produto que possa ser utilizado por pesquisadores e profissionais da engenharia interessados. A principal vantagem almejada com a solução analítica aproximada do fluxo desenvolvida neste trabalho é sua aplicação em escala regional do fluxo, como em uma ampla encosta com dezenas ou centenas de metros de extensão, por exemplo, onde o custo computacional de uma modelagem numérica se torna muito elevado. Assim, mesmo que seja para uma análise preliminar, seria possível mapear toda a condição de estabilidade de uma região ampla sem precisar tratar e realizar subdivisões do domínio analisado (como no estudo de Rojas (2017), mas com estabilidade global ao invés do uso de talude infinito somente), ao contrário de métodos como elementos finitos. Para isso, seria necessário também otimizar o algoritmo de busca para superfícies críticas de ruptura de forma automatizada a partir da geometria do problema.

5. CONCLUSÕES

O presente estudo avança na modelagem de Santos (2021) incluindo o método de equilíbrio limite GLE e desenvolvendo uma solução analítica aproximada (de forma fechada) para o fluxo de água bidimensional em taludes. Além disso, a formulação de fluxo permite variações discretas da condição de umidade imposta na superfície do terreno ao longo do tempo.

O método GLE implementado conta com uma formulação integral que é equivalente à formulação comum por somatório utilizada no *Slope/W*, mas sem necessidade da divisão explícita do maciço acima da superfície de ruptura em fatias. Para diversas combinações de condições de contorno, a solução aproximada do fluxo resultou em distribuições de sucção ao longo do tempo consistentes com os resultados de fluxo do *Seep/W*.

As análises paramétricas para o fator de segurança e para as variáveis de estado relacionadas à resistência cisalhante não saturada do solo demonstrou a consistência do presente modelo para determinar a condição de estabilidade em taludes em solo homogêneo. Mesmo com solução bidimensional aproximada do fluxo, o presente modelo consegue reproduzir de forma coerente os resultados elaborados com os softwares comerciais *Seep/W* e *Slope/W*, do pacote *GeoStudio*. Os casos de taludes simulados corroboram diversos conceitos da mecânica dos solos não saturados para diferentes tipos de solo e de estado do ciclo hidrológico.

A adoção do fator de segurança desconsiderando qualquer contribuição da parcela não saturada da resistência cisalhante pode subestimar de forma significativa a condição de estabilidade de taludes em aplicações onde não há nível freático. Esse efeito é ainda mais expressivo para solos argilosos, onde o ganho de resistência devido a sucção é maior que para solos mais granulares.

5.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Diversos aspectos podem ser desenvolvidos a partir da modelagem realizada nesta dissertação:

- Desenvolver solução analítica de infiltração de água não saturada e transiente em solos heterogêneos (modelo multicamada) e anisotrópicos, além de incluir geometrias mais complexas de terreno;

- Utilizar um algoritmo de busca de superfície crítica de ruptura e implementar o presente modelo de estabilidade global em talude não saturado em escala regional;
- Desenvolver uma solução de infiltração que considere o nível freático com uma transição de umidade fisicamente consistente entre a zona não saturada e zona saturada. Também incluir nível d'água variável com o tempo, de forma a modelar casos de rebaixamento rápido, por exemplo;
- Desenvolver a solução de fluxo bidimensional analítica a partir de Cavalcante & Zornberg (2017) considerando uma taxa de infiltração imposta no topo ao invés de somente umidade.
- Implementar variações na SWRC de forma a considerar histerese na solução analítica de fluxo em ciclos de infiltração e secagem;
- Estender a modelagem para uma abordagem probabilística da estabilidade do talude (probabilidade de falha), de forma incluir incertezas relacionadas aos parâmetros adotados na modelagem e calcular o risco da ruptura;
- Implementar a solução de Fan et al. (1986) para determinar as forças entre fatias de modo a gerar distribuição das mesmas compatíveis com análise de tensão-deformação;
- Desenvolver um programa computacional com o modelo de estabilidade de taludes transiente com a solução analítica para a infiltração utilizada neste estudo para outros pesquisadores e interessados que não estejam familiarizados com a linguagem *Wolfram*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2009). NBR 11682: Estabilidade de encostas. Rio de Janeiro.
- Bishop, A. W. (1955). The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Geotechnique*, 5(1). <https://doi.org/10.1680/geot.1955.5.1.7>
- Bishop, A. W. (1959). The principle of effective stress. *Teknik Ukeblad*, 39, 859–863.
- Brenner, H. (1962). The diffusion model of longitudinal mixing in beds of finite length. Numerical values. *Chemical Engineering Science*, 17(4). [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(62\)85002-7](https://doi.org/10.1016/0009-2509(62)85002-7)
- Buckingham, E. (1907). Studies on the movement of soil moisture. In Bureau of Soils--- Bulletin No. 38: Vol. Bulletin 38. USDA, Bureau of Soils.
- Cavalcante, A. L. B., Borges, L. P. de F., & Zornberg, J. G. (2019). New 3D Analytical Solution for Modeling Transient Unsaturated Flow Due to Wetting and Drying. *International Journal of Geomechanics*, 19(7). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)gm.1943-5622.0001461](https://doi.org/10.1061/(asce)gm.1943-5622.0001461)
- Cavalcante, A. L. B., & Camapum de Carvalho, J. (2017). Probabilidade de ruptura transiente de taludes não saturados em bordas de reservatórios. In Cir (Ed.), *Erosão em borda de reservatório* (pp. 469–487).
- Cavalcante, A. L. B., & Zornberg, J. G. (2017). Efficient Approach to Solving Transient Unsaturated Flow Problems. I: Analytical Solutions. *International Journal of Geomechanics*, 17(7), 4017013. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)gm.1943-5622.0000875](https://doi.org/10.1061/(asce)gm.1943-5622.0000875)
- Chen, L., & Young, M. H. (2006). Green-Ampt infiltration model for sloping surfaces. *Water Resources Research*, 42(7). <https://doi.org/10.1029/2005WR004468>
- Cleary, R. W., & Adrian, D. D. (1973). Analytical solution of the convective-dispersive equation for cation adsorption in soils. *Soil Sci Soc Am Proc*, 37(2). <https://doi.org/10.2136/sssaj1973.03615995003700020014x>
- Costa, K. R. C. B. da, & Cavalcante, A. L. B. (2018). Estudo dos Deslizamentos Superficiais Deflagrados por Chuvas Implementando a Análise Não Saturada e Transiente. XIX Congresso Brasileiro de Mecânica Dos Solos e Engenharia Geotécnica Geotecnia e Desenvolvimento Urbano, 4(1).
- Dantas, A. P. do N., & Cavalcante, A. L. B. (2021). Evaluation of antecedent rainfall effects in the analysis of the probability of transient failure in unsaturated slopes. *MATEC Web of Conferences*, 337, 03016. <https://doi.org/10.1051/mateconf/202133703016>
- Fan, K., Fredlund, D. G., & Wilson, G. W. (1986). An interslice force function for limit equilibrium slope stability analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, 23(3). <https://doi.org/10.1139/t86-042>
- Fellenius, W. (1936). Calculation of the stability of earth dams. *Proceedings of the Second Congress of Large Dams*, 445–463.

- Fredlund, D. G. (2006). Unsaturated soil mechanics in engineering practice. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 132(3), 286–321. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)1090-0241\(2006\)132:3\(286\)](https://doi.org/10.1061/(asce)1090-0241(2006)132:3(286))
- Fredlund, D. G., & Krahn, J. (1977). Comparison of Slope Stability Methods of Analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, 14(3). <https://doi.org/10.1139/t77-045>
- Fredlund, D. G., Rahardjo, H., & Fredlund, M. D. (2012). Unsaturated soil mechanics in engineering practice. In *Unsaturated Soil Mechanics in Engineering Practice*. Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781118280492>
- GEO-SLOPE, I. L. (2021). Stability modeling with GeoStudio.
- Gulhati, S. K., & Satija, B. S. (1981). Shear strength of partially saturated soils. 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1, 609–612.
- Huang, M., & Jia, C. Q. (2009). Strength reduction FEM in stability analysis of soil slopes subjected to transient unsaturated seepage. *Computers and Geotechnics*, 36(1–2), 93–101. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2008.03.006>
- Huysmans, M., & Dassargues, A. (2005). Review of the use of Péclet numbers to determine the relative importance of advection and diffusion in low permeability environments. *Hydrogeology Journal*, 13(5–6). <https://doi.org/10.1007/s10040-004-0387-4>
- Janbu, N. (1954). Application of composite slip surface for stability analysis. *Proceedings of European Conference on Stability of Earth Slopes*, 3.
- Jommi, C. (2000). Remarks on the constitutive modeling of unsaturated soils. In A. Tarantino & C. Mancuso (Eds.), *Experimental evidence and theoretical approaches in unsaturated soils* (pp. 139–153). Balkema.
- Jr, G. de F. N. G. (2005). Weather-related geo-hazard assessment model for railway embankment stability [Thesis]. University of Saskatchewan.
- Krahn, J. (2003). The 2001 R.M. Hardy Lecture: The limits of limit equilibrium analyses. *Canadian Geotechnical Journal*, 40(3). <https://doi.org/10.1139/t03-024>
- Kuang, X., Jiao, J. J., Shan, J., & Yang, Z. (2021). A modification to the van Genuchten model for improved prediction of relative hydraulic conductivity of unsaturated soils. *European Journal of Soil Science*, 72(3). <https://doi.org/10.1111/ejss.13034>
- Leong, E. C., & Abuel-Naga, H. (2018). Contribution of osmotic suction to shear strength of unsaturated high plasticity silty soil. *Geomechanics for Energy and the Environment*, 15. <https://doi.org/10.1016/j.gete.2017.11.002>
- López-Acosta, N. P., & Menoza-Promotor, J. A. (2016). Study of Unsaturated Soils by Coupled Numerical Analyses of Water Flow-Slope Stability. In *Groundwater - Contaminant and Resource Management*. <https://doi.org/10.5772/63903>
- Lu, N., Godt, J. W., & Wu, D. T. (2010). A closed-form equation for effective stress in unsaturated soil. *Water Resources Research*, 46(5), W05515. <https://doi.org/10.1029/2009wr008646>

- Mascarenhas, P. V. S. (2022). Risco de Ruptura de Encosta Causada por Chuva com Consequência para Oleodutos e Gasodutos na Serra do Mar Implementando a Análise não Saturada, Transiente e Fracionária. Universidade de Brasília.
- Miller, D. J., & Nelson, J. D. (2006). Osmotic Suction in Unsaturated Soil Mechanics. [https://doi.org/10.1061/40802\(189\)114](https://doi.org/10.1061/40802(189)114)
- Morgenstern, N. R. (1979). Properties of compacted soils. 6th Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 349–354.
- Morgenstern, N. R., & Price, V. E. (1965). The analysis of the stability of general slip surfaces. *Geotechnique*, 15(1). <https://doi.org/10.1680/geot.1965.15.1.79>
- Mualem, Y. (1976). A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resources Research*, 12(3). <https://doi.org/10.1029/WR012i003p00513>
- Öberg, A. L., & Sällfors, G. (1997). Determination of shear strength parameters of unsaturated silts and sands based on the water retention curve. *Geotechnical Testing Journal*, 20(1), 40–48. <https://doi.org/10.1520/gtj11419j>
- Ogata, A., & Banks, R. B. (1961). A solution of the differential equation of longitudinal dispersion in porous media. In Geological Survey (U.S.); Professional paper.
- Ozelim, L. C. de S. M., & Cavalcante, A. L. B. (2013). Integral and Closed-Form Analytical Solutions to the Transport Contaminant Equation Considering 3D Advection and Dispersion. *International Journal of Geomechanics*, 13(5). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)gm.1943-5622.0000245](https://doi.org/10.1061/(asce)gm.1943-5622.0000245)
- Paladino, O., Moranda, A., Massabò, M., & Robbins, G. A. (2018). Analytical Solutions of Three-Dimensional Contaminant Transport Models with Exponential Source Decay. *Groundwater*, 56(1). <https://doi.org/10.1111/gwat.12564>
- Peranić, J., Jagodnik, V., & Arbanas, Ž. (2019). Rainfall infiltration and stability analysis of an unsaturated slope in residual soil from flysch rock mass. XVII European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. <https://doi.org/10.32075/17ECMGE-2019-0906>
- Pham, K., Kim, D., Choi, H. J., Lee, I. M., & Choi, H. (2018). A numerical framework for infinite slope stability analysis under transient unsaturated seepage conditions. *Engineering Geology*, 243. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.05.021>
- Pham, K., Lee, H., Kim, D., Lee, I. M., & Choi, H. (2018). Influence of hydraulic characteristics on stability of unsaturated slope under transient seepage conditions. *Landslides*, 15(9). <https://doi.org/10.1007/s10346-018-0989-x>
- Plaster, E. J. (2009). *Soil science and management* (6th ed.). Delmar.
- Remenda, V. H., Van Der Kamp, G., & Cherry, J. A. (1996). Use of vertical profiles of $\delta^{18}\text{O}$ to constrain estimates of hydraulic conductivity in a thick, unfractured aquitard. *Water Resources Research*, 32(10). <https://doi.org/10.1029/96WR01778>
- Richards, L. A. (1931). Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Journal of Applied Physics*, 1(5). <https://doi.org/10.1063/1.1745010>

- Santos, D. B. (2021). Estabilidade global transiente de taludes pelo método do equilíbrio limite sob infiltração de água em solo não saturado. Trabalho de conclusão de curso. Universidade de Brasília.
- Santos, D. B., Lemos, M. A. da C., & Cavalcante, A. L. B. (2021). Transient unsaturated shaft resistance of a single pile during water flow. *MATEC Web of Conferences*, 337. <https://doi.org/10.1051/mateconf/202133703007>
- Santos, D. B., Sousa, P. F., & Cavalcante, A. L. B. (2023, *in press*). Unsaturated Shear Strength Modelling During Water Infiltration for Different Variations in Initial Void Ratio.
- Soltani, A., Azimi, M., Deng, A., & Taheri, A. (2017). A simplified method for determination of the soil–water characteristic curve variables. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 13(4), 316–325. <https://doi.org/10.1080/19386362.2017.1344450>
- Spencer, E. (1967). A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. *Geotechnique*, 17(1). <https://doi.org/10.1680/geot.1967.17.1.11>
- Tang, G., Huang, J., Sheng, D., & Sloan, S. W. (2018). Stability analysis of unsaturated soil slopes under random rainfall patterns. *Engineering Geology*, 245. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.09.013>
- Terzaghi, K. (1943). *Theoretical soil mechanics*. Wiley. <https://doi.org/10.1002/9780470172766>
- van Genuchten, M. T., & Alves, W. J. (1982). Analytical solutions of the one-dimensional convective-dispersive solute transport equation. *Technical Bulletin - United States Department of Agriculture*, 1661. [https://doi.org/10.1016/0378-3774\(84\)90020-9](https://doi.org/10.1016/0378-3774(84)90020-9)
- van Genuchten, M. Th. (1980). A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44(5). <https://doi.org/10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x>
- Vanapalli, S. K., Fredlund, D. G., Pufahl, D. E., & Clifton, A. W. (1996). Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction. *Canadian Geotechnical Journal*, 33(3), 379–392. <https://doi.org/10.1139/t96-060>
- Wexler, E. (1992). Analytical solutions for one-, two-, and three-dimensional solute transport in ground-water flow systems with uniform flow. In *Techniques of Water-Resources Investigations of the United States Geological Survey (Vol. 3)*. Government Printing Office.
- Zhai, Q., & Rahardjo, H. (2012). Determination of soil-water characteristic curve variables. *Computers and Geotechnics*, 42, 37–43. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2011.11.010>
- Zhai, Q., Rahardjo, H., Satyanaga, A., & Dai, G. (2019). Estimation of unsaturated shear strength from soil–water characteristic curve. *Acta Geotechnica*, 14(6), 1977–1990. <https://doi.org/10.1007/s11440-019-00785-y>
- Zhan, T. L. T., Jia, G. W., Chen, Y. M., Fredlund, D. G., & Li, H. (2013). An analytical

solution for rainfall infiltration into an unsaturated infinite slope and its application to slope stability analysis. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(12). <https://doi.org/10.1002/nag.2106>