UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

AVALIAÇÃO DA CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA NA ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS E REDEFINIÇÃO DE ELEMENTOS MATEMÁTICOS: UMA APLICAÇÃO NO ENSINO DE LOGARITMOS

JULIANA ABRANTES TAVARES

BRASÍLIA-DF
2023

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

JULIANA ABRANTES TAVARES

AVALIAÇÃO DA CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA NA ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS E REDEFINIÇÃO DE ELEMENTOS MATEMÁTICOS: UMA APLICAÇÃO NO ENSINO DE LOGARITMOS

Brasília-DF, dezembro de 2023

Ficha catalográfica elaborada automaticamente,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Ta Tavares, Juliana Abrantes
Avaliação da criatividade em matemática na elaboração de problemas e redefinição de elementos matemáticos: uma aplicação no ensino de logaritmos / Juliana Abrantes Tavares; orientador Wescley Well Vicente Bezerra. -- Brasília, 2023.
75 p.

Dissertação(Mestrado Profissional em Matemática) -- Universidade de Brasília, 2023.

1. Elaboração de problemas. 2. Redefinição de elementos matemáticos. 3. Criatividade em matemática. 4. Logaritmos. I. Well Vicente Bezerra, Wescley , orient. II. Título.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

AVALIAÇÃO DA CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA NA ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS E REDEFINIÇÃO DE ELEMENTOS MATEMÁTICOS: UMA APLICAÇÃO NO ENSINO DE LOGARITMOS

por

JULIANA ABRANTES TAVARES

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, para obtenção do grau de

Mestre em Matemática

Brasília, 06 de dezembro de 2023.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Wescley Well Vicente Bezerra (UnB)
Orientador

Prof. Dr. Cleyton Hércules Gontijo (UnB)
Examinador Interno

Prof. Dr. Mateus Gianni Fonseca
Examinador Externo

AGRADECIMENTOS

Nesta etapa de grande valia em minha caminhada, gostaria de expressar minha gratidão a todos aqueles que acompanharam esta jornada de difícil missão. A começar pelo meu núcleo familiar, composto pelos meus pais, Francisca Neilany e José Tavares, e meu irmão, Luiz Abrantes, que me incentivaram na realização desse feito.

Como cristã, reconheço que esta conquista não seria possível sem Deus em meu caminho e em meu coração. Agradeço a Ele por iluminar todos os meus sonhos e planos e conceder discernimento para enfrentar as adversidades.

Agradeço também a todos os amigos que sempre estiveram ao meu lado e que torcem pelo meu sucesso. Dentre eles, não poderia deixar de colocar em uma posição de destaque a minha querida amiga, Jéssica Ferreira, que, apesar da distância, consegue se fazer presente e oferecer todo apoio possível.

Ao professor e orientador Wescley Well o meu muito obrigada pelo suporte em todas as etapas, pela paciência, solicitude e auxílio com ricas contribuições e sugestões para aprimorar o estudo e alcançar o melhor resultado.

Aos alunos que aceitaram participar desse estudo, sem hesitar, foram empenhados, se solidarizaram e apoiaram a pesquisa.

Por fim, ao programa PROFMAT, à UnB, SEDF e todos os envolvidos pela oportunidade de desenvolvimento pessoal e profissional que esse projeto oferece.

RESUMO

A educação brasileira atravessa um processo de transformação, buscando adaptar-se às exigências intelectuais e sociais de um mundo em constante mudança. O ensino caracterizado pela memorização e repetição mostra-se ineficaz, principalmente no campo da matemática, onde a falta de conexão entre os conteúdos aprendidos e a aplicabilidade prática desestimula o estudante. Para atender às demandas atuais, ganham destaque os métodos de ensino que fomentam autonomia, responsabilidade, senso crítico e a criatividade dos estudantes. Nesse contexto, as estratégias de elaboração de problemas, resolução de problemas e redefinição de atributos matemáticos emergem como ferramentas chave para desenvolver tais habilidades, especialmente a criatividade em matemática, foco desta pesquisa. Baseando-se nesses preceitos, esta pesquisa buscou responder como as estratégias de elaboração e de redefinição de problemas podem contribuir para o desenvolvimento da criatividade em matemática dos alunos da 2ª série do Ensino Médio de duas escolas do Distrito Federal. Para isso, realizou-se uma investigação em duas etapas distintas, sendo a primeira destinada à elaboração de problemas, aplicada a um grupo de participantes e, a segunda, à redefinição de elementos matemáticos, realizada com outro grupo. A atividade da primeira etapa consiste na formulação e resolução de uma situação-problema envolvendo logaritmos na solução, enquanto a etapa da redefinição consiste na identificação do número máximo de características comuns aos logaritmos log 24 e log 360. As respostas produzidas pelos participantes foram avaliadas segundo as habilidades de fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração, componentes da criatividade em matemática, e categorizadas em níveis de 0 a 2 conforme critérios estabelecidos pela pesquisadora, com base nas respostas coletadas. Os resultados da atividade de elaboração mostraram que os estudantes tiveram dificuldade em flexibilizar a estrutura de problema em relação aos casos comuns tratados em sala de aula, mas conseguiram produzir ideias novas e conferir a aplicabilidade das funções exponenciais e logarítmicas. Já a análise da redefinição mostrou que a maioria dos participantes identificou pelo menos 3 propriedades, mas estas apresentaram baixo grau de variabilidade de classe matemática e as ideias se mantiveram repetidas. Ponderando as circunstâncias de realização das duas etapas, conclui-se que as estratégias de elaboração e redefinição permitem o desenvolvimento das habilidades da criatividade matemática. Entretanto, observou-se que o nível de conhecimento dos estudantes acerca dos temas abordados interfere diretamente na produção criativa e que o tempo de realização das atividades pode limitar a performance criativa.

Palavras-chave: Elaboração de problemas. Redefinição de elementos. Criatividade em matemática. Logaritmos.

ABSTRACT

Teaching in Brazil is going through a process of transformation that intends to adjust to the current intellectual and social demands of a world in constant change. Traditional teaching, characterized by memorization and reproduction, is definitely ineffective in this scenario, especially when it comes to mathematics learning, where is a lack of connection between the content learned and practical applicability, making the students feel unmotivated. To align learning objectives with current needs, teaching methods that encourage student autonomy, responsibility, critical sense and creativity are gaining prominence. In this context, strategies of problem posing, problem solving and redefinition of mathematical elements emerge as important ways to develop this skills, especially mathematical creativity, the focus of this research. Based on the justifications presented, we sought to answer how strategies of problem posing and redefining can contribute to the development of mathematical creativity among students in the 2nd grade of high school at two schools located in Federal District. To this end, we purposed an investigation in two distinct stages, the first aimed at problem posing, carried out with a group of participants, and the second, at redefinition, applied to another group. The activity of the first stage consists of posing and solving a situation involving logarithms in the solution, while the redefinition stage consists of identifying the maximum number of characteristics common to logarithms log 24 and log 360. The answers produced by the participants were evaluated according to the skills of fluency, flexibility, originality and elaboration, components of mathematical creativity, and categorized into levels from 0 to 2 according to criteria established by the researcher, based on the answers collected. The results of these classifications on problem posing showed that students had more difficulty in making the problem structure more flexible in relation to common cases treated in the classroom, but they were able to produce new ideas and see the applicability of exponential and logarithmic functions. The redefined attributes showed that the majority of participants identified at least 3 properties, but these presented a low degree of mathematical class variability and the ideas remained repeated. Considering the circumstances in which the two stages were taken, it is concluded that problem posing and redefinition of mathematical elements can contribute to the development of mathematical creativity. However, it was observed that the students' level of knowledge about the topics covered directly interferes in creative production and that the time taken to carry out activities can limit creative performance.

Keywords: Problem posing. Redefinition of mathematical elements. Mathematical creativity. Logarithms.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
NEM	Novo Ensino Médio
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PG	Progressão Geométrica
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
TTCT	*Torrance Test of Creative Thinking*

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

A fim de favorecer a compreensão da estrutura da pesquisa proposta nessa dissertação, o texto foi organizado em cinco capítulos, que se iniciam com a Introdução e Objetivos, prosseguindo, consecutivamente, para a Fundamentação Teórica, o Método, a Análise dos Dados e Discussão dos Resultados e finalizando com as Considerações Finais.

O primeiro capítulo – Introdução e Objetivos – discorre sobre o contexto de ensino da matemática no Brasil, bem como da necessidade de reavaliação das práticas pedagógicas e que justificam a realização do estudo. Também, ainda nesse capítulo, são apresentados o objetivo principal da pesquisa e os objetivos secundários que nortearam o estudo.

O segundo capítulo – Fundamentação Teórica – é destinado ao esclarecimento sobre os estudos, teorias e pesquisas que serviram como parâmetro para as análises realizadas, conferindo o caráter científico da investigação. Apresenta-se breve explicação sobre as funções exponenciais e logarítmicas, com os elementos necessários para que se tenha a compreensão das atividades propostas e, sob a mesma justificativa, explana sobre as estratégias de resolução, elaboração de problemas e redefinição de atributos matemáticos. O mesmo capítulo elucida, ainda, sobre a criatividade, de modo geral, os principais autores e suas respectivas teorias e também sobre a criatividade em matemática, bem como os elementos envolvidos nos processos criativos e as formas de se avaliar a produção criativa.

Na sequência, descreve-se o conjunto de características que compõem a pesquisa, como o tipo de abordagem, os participantes, os instrumentos utilizados para auferir os resultados e a sequência de etapas que se sucederam durante a realização da pesquisa. Todos esses elementos constam no capítulo intitulado como Método.

A Análise dos Dados e Discussão dos Resultados consiste em apresentar todos os resultados obtidos a partir da aplicação dos instrumentos de pesquisa e interpretar esses dados sob o ponto de vista da fundamentação teórica na qual o estudo está pautado.

Finalmente, as Considerações Finais tratam das principais constatações percebidas pela pesquisadora como fruto da avaliação dos dados, que resultaram em importantes conclusões sobre o desenvolvimento da criatividade em matemática por meio das estratégias de proposição de problemas e redefinição de atributos.

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

"Por que preciso aprender esse conteúdo?" e "Quando usarei isso na minha vida?" são questionamentos que, certamente, todo professor, em algum momento de sua trajetória, já enfrentou em sala de aula. Especialmente nas aulas de matemática, quando os métodos de ensino não são os mais adequados e consistem na repetição de determinados algoritmos, os questionamentos acerca da utilidade dos conteúdos apresentados ficam mais evidentes e são, também, pertinentes. Afinal, diante das revoluções tecnológicas que vem ocorrendo, o acesso a uma infinidade de informações que a internet dispõe, as mudanças entre as gerações e os reflexos da pandemia, emerge uma nova era, a era da constante e veloz transformação, demandando novos tipos de aprendizado.

Dadas as circunstâncias, convém ainda ensinar e aprender matemática? A resposta é "sim", mas é preciso rever – urgentemente – os métodos. A justificativa para a continuidade do ensino da matemática está na importância que o pensamento matemático possui no desenvolvimento de habilidades de argumentação, criatividade, resolução de problemas, interpretação de dados, curiosidade, raciocínio lógico e outros benefícios decorrentes desse aprendizado.

> A capacidade de resolver problemas é útil em todos os aspectos, da vida pessoal à profissional e acadêmica. Ao estudar matemática, desenvolvemos o pensamento analítico. Isso é fundamental para aprender a observar, organizar, interpretar e ponderar as informações que temos à disposição antes de tomar uma decisão. (Mentalidades Matemáticas, 25 fev. 2021)

Segundo Ramos (2017), em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática. É preciso, portanto, reavaliar as estratégias de ensino para que os alunos consigam perceber a ligação entre o que é aprendido na escola com o que será utilizado fora dela, além de desenvolver as habilidades cognitivas, sociais e interpessoais essenciais para todo ser humano.

No Brasil, um parâmetro que reforça a necessidade de adequação – e investimento – no ensino, especialmente no campo da Matemática, é o desempenho insuficiente no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), que consiste em um estudo comparativo internacional realizado a cada três anos, com estudantes na faixa etária dos 15 anos, avaliando os domínios de leitura, matemática e ciências. A Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) é responsável pela realização do estudo, coordenado no

Brasil pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). O último estudo data de 2018, realizado em 79 países, no qual o Brasil ocupa a faixa 55º - 59º no *ranking* geral, e 69º - 72º no *ranking* do letramento matemático. Para o PISA, o letramento matemático avaliado é definido como:

> Letramento matemático é a capacidade de formular, empregar e interpretar a Matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso ajuda os indivíduos a reconhecer o papel que a Matemática desempenha no mundo e faz com que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias. (INEP, 2019, p. 100)

Observe que o letramento matemático avaliado pelo PISA abarca precisamente as competências adquiridas por meio do ensino-aprendizagem da matemática, bem como a mudança de percepção do olhar para o mundo daqueles que a compreendem. Assim, o baixo desempenho no Brasil no exame, além de situar o país muito aquém do mundo contemporâneo, expõe as lacunas existentes na educação.

A educação brasileira deu um primeiro passo à frente para que o ensino no país seja mais coerente com as necessidades desta geração e do mundo. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que normatiza e norteia as práticas pedagógicas e as referências curriculares no país, passou por uma reestruturação, cujo resultado final foi divulgado em 2018. As principais alterações tratam, basicamente, sobre o quê ensinar e como ensinar. São elencadas competências e habilidades que devem ser desenvolvidas, conteúdos mínimos exigidos e a recomendação do uso de metodologias que priorizam a autonomia, protagonismo, criatividade, senso crítico e responsabilidade dos estudantes. Esse documento determinou a implementação do denominado Novo Ensino Médio (NEM) a partir de 2022, fazendo valer as mudanças acerca das práticas pedagógicas e organização curricular na etapa do Ensino Médio em todas as escolas do país e, apesar das recentes discussões e questionamentos acerca das peculiaridades envolvidas na implementação e de seu funcionamento, fato é que as modificações estão acontecendo. Cabe ajustar as práticas e imposições do modo mais favorável aos estudantes e docentes.

Dentre as competências e habilidades na área de Matemática e Suas Tecnologias que a BNCC dispõe, fazem parte a interpretação e compreensão das funções exponenciais e logarítmicas nos contextos as quais se inserem, bem como a resolução e elaboração de problemas envolvendo essas funções (Ministério da Educação, 2018, p. 536). O crescimento exponencial do número de casos de doenças infectocontagiosas, como a COVID-19 e a determinação do tempo para se obter determinada quantia numa aplicação financeira a juros compostos, por exemplo, ilustram como as funções mencionadas estão presentes no cotidiano de todos os indivíduos e confirmam a utilidade de se aprender tais conteúdos para compreender esses e outros fenômenos.

Com o intuito de adequar as práticas pedagógicas ao novo cenário educacional, é preciso que estas promovam o protagonismo discente, autonomia, resiliência, responsabilidade e participação ativa. A elaboração e resolução de problemas e a redefinição de atributos matemáticos configuram alternativas para a aplicação dessas metodologias no ensino da matemática, com o diferencial de serem estratégias importantes para o desenvolvimento do potencial criativo dos estudantes, especialmente a criatividade matemática, além de permitir que os indivíduos questionem a realidade, utilizando o pensamento lógico em conjunto com a intuição e análise crítica (Gontijo, *et. al.,* 2019, p. 66). Assim, a elaboração, resolução e a redefinição de problemas podem contribuir para o rompimento dos estigmas da educação tradicional, bem como apresentar-se como uma solução para o desafio de ensinar matemática de forma construtiva e criativa.

Dessa forma, visando instigar a criatividade matemática dos estudantes e proporcionar autonomia, de modo a contemplar as habilidades presentes na BNCC e adequar as técnicas de ensino-aprendizagem, esta pesquisa apresenta a elaboração de problemas e redefinição de elementos matemáticos como estratégias de aplicação ao ensino dos logaritmos, vinculados às funções exponenciais, com o objetivo de avaliar a criatividade em matemática a partir da utilização dessas estratégias. Em suma, a elaboração de problemas consiste na formulação de uma situação-problema que não tenha sido resolvida anteriormente, ao menos pelo autor (Pelczer e Rodríguez, 2011, p. 386), enquanto a redefinição consiste em redefinir uma situação matemática em termos de seus atributos (Gontijo, 2007, p. 65).

Os mecanismos pedagógicos de elaboração, resolução e redefinição de problemas são considerados favoráveis ao desenvolvimento da produção criativa em matemática por promoverem o pensamento divergente, entendido como aquele que busca novos caminhos e possibilidades, segundo Guilford (1956). Além disso, esses mecanismos trabalham importantes habilidades criativas, como a capacidade de gerar uma quantidade de ideias, conhecida como fluência, a habilidade de modificar o tipo de ideia envolvida em um problema, alterando a categoria, conhecida como flexibilidade, além da geração de ideias incomuns, habilidade designada como originalidade, e a quantidade de detalhes que podem ser identificados em uma única ideia, a habilidade da elaboração. Essas quatro habilidades constituem objetos de avaliação em uma produção criativa, a qual será realizada neste estudo.

As estratégias foram escolhidas para serem aplicadas em atividades desenvolvidas com estudantes da 2ª série do Ensino Médio de duas escolas situadas no Distrito Federal. Foram realizadas duas atividades distintas: a primeira, que consiste na formulação e resolução de um problema cuja solução deveria envolver, necessariamente, o uso de logaritmo; e a segunda, que se deu por meio de uma tarefa de redefinição de elementos matemáticos, na qual os estudantes tinham a missão de identificar o máximo possível de características comuns a dois logaritmos dados.

A partir das considerações feitas até o momento, apresentamos os objetivos desta pesquisa, que busca avaliar a criatividade em matemática a partir das estratégias de proposição de problemas e de redefinição de elementos matemáticos, conforme descritos a seguir.

Objetivo geral:

Avaliar a criatividade em matemática segundo as habilidades de fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração, quando aplicáveis, nos problemas elaborados e elementos redefinidos pelos grupos de estudantes participantes desta pesquisa.

Objetivos específicos:

a) Analisar como os estudantes elaboram e respondem problemas relacionados as funções exponenciais e logarítmicas;
b) Analisar como os estudantes identificam propriedades e elementos comuns em logaritmos;
c) Identificar a presença de elementos característicos da criatividade em matemática (fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração) nos problemas formulados e elementos redefinidos;

CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, apresenta-se uma síntese de todo o aparato teórico no qual o estudo foi pautado, descrevendo os conceitos essenciais para a compreensão dos procedimentos adotados e avaliação dos resultados obtidos na pesquisa, de acordo com a literatura disponível até o presente momento. Esta revisão bibliográfica está dividida por temas, em três tópicos. O primeiro tópico explana sobre as funções exponenciais e as funções logarítmicas, que são as funções matemáticas as quais o conhecimento é requerido para os estudantes e cuja avaliação desse conhecimento constitui objeto desta pesquisa. O segundo tópico versa sobre a criatividade, os fatores que influenciam o seu desenvolvimento, as definições de pensamento criativo sob o olhar da matemática e as formas de avaliar esse pensamento por meio das produções criativas. Já o terceiro tópico trata da elaboração, resolução e redefinição de problemas enquanto estratégias de ensino-aprendizagem, justificando a utilização em prol da criatividade.

2.1. Funções Exponenciais e Logarítmicas

2.1.1. Função Exponencial

A BNCC aponta quatro habilidades que contemplam explicitamente o conhecimento e uso das funções exponenciais para a etapa do Ensino Médio. Dentre elas, conforme o objetivo do presente estudo, cabe destacar as duas habilidades que seguem:

> **(EM13MAT304)** Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros. (Ministério da Educação, 2018, p. 536)
>
> **(EM13MAT508)** Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas. (Ministério da Educação, 2018, p. 541)

Sendo a função exponencial objeto de conhecimento presente no referido documento, cujo ensino-aprendizagem deve ser realizado segundo os moldes orientados pelo mesmo, é importante definir e entender tal função, bem como seu desempenho gráfico e empregabilidade nos mais diversos contextos.

Nos livros didáticos de matemática do Ensino Médio, a função exponencial é definida como uma função real do tipo $f(x) = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$, como mostra a definição proposta por Dante e Viana (2020):

> Dado um número real a, com $a > 0$ e $a \neq 1$, chamamos de **função exponencial** de base a a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ representada por $f(x) = a^x$, para todo x real. (Dante e Viana, 2020, p. 42)

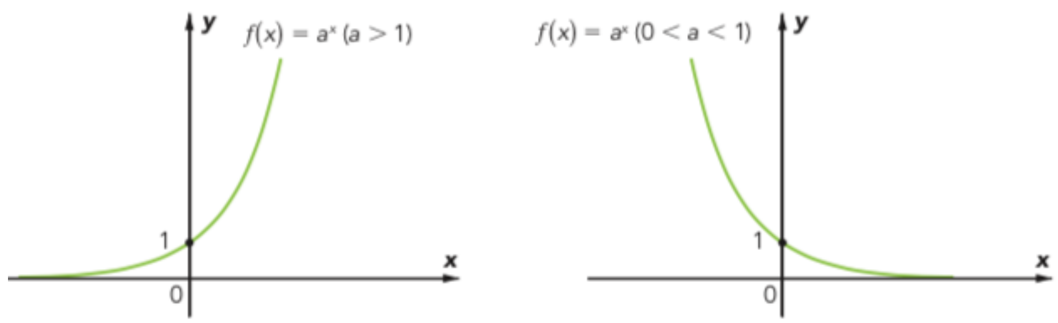
As restrições $a > 0$ e $a \neq 1$ decorrem da problemática das potências com base negativa, que implicam em resultados ora positivos, ora negativos e outrora inexistentes – no caso de expoentes pares, ímpares e não inteiros, respectivamente – e da propriedade que define que o número 1 elevado a qualquer potência terá como resultado o próprio número 1, indicando uma função constante, não exponencial.

Uma definição mais específica e que inclui o comportamento crescente ou decrescente da função exponencial é apresentada por Lima (2013), como se vê a seguir:

> Seja a um número real positivo diferente de 1. A função exponencial $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ de base a, indicada pela notação $f(x) = a^x$, deve ser definida de modo a ter as seguintes propriedades fundamentais. Para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$:
> (1) $a^x . a^y = a^{x+y}$;
> (2) $a^1 = a$;
> (3) $x < y \Rightarrow \begin{cases} a^x < a^y, & \text{quando } a > 1 \\ a^y < a^x, & \text{quando } 0 < a < 1. \end{cases}$
> (Lima, 2013, p. 258).

O item (3) dessa definição trata da classificação da função exponencial de acordo com a variação de seus resultados e comportamento gráfico. Em suma, a função será crescente no caso em que $a > 1$ e decrescente quando $0 < a < 1$. A figura 1 a seguir ilustra as duas situações.

Figura 1 – Gráficos da função exponencial crescente e decrescente.



Fonte: Dante e Viana, 2020.

A partir da função formalmente definida como exponencial, é possível incluir constantes reais de modo a alterar os pontos no gráfico, mas sem modificar a caracterização enquanto função exponencial. Nesse sentido, a inclusão de uma constante real positiva multiplicada à função é conveniente, pois funções do tipo

$$g(x) = b.a^x$$

com $a, b \in \mathbb{R}^+$ e $a \neq 1$ possuem vasta aplicabilidade em situações cotidianas. Ou, melhor dizendo, inúmeros fenômenos reais podem ser modelados por uma função desse tipo.

Isto ocorre porque quando escrevemos a função no formato em questão, obtemos uma Progressão Geométrica (PG). Por comparação, tomando uma PG de termo inicial a_0 e razão q, o termo geral é dado por

$$a_n = a_0.q^n$$

Assim, o termo inicial a_0 corresponde à constante b na função $g(x)$ e a razão q à base a, já observadas as restrições cabíveis. Tal fato permite concluir que qualquer fenômeno multiplicativo constante, classificado como uma PG, desde de que não seja constante ou alternada, terá o comportamento, características e propriedades de uma função exponencial. Essa reflexão abarca o exposto na segunda habilidade da BNCC mencionada no presente texto.

Outro exemplo claro dessa aplicação, que também fora mencionado nas habilidades da BNCC anteriormente destacadas, é o crescimento exponencial de um capital C aplicado a juros compostos, cujo montante é dado por

$$M = C.(1 + i)^t$$

em que M representa o montante da aplicação do capital C, a uma taxa de juros i em sua forma decimal (dividida por 100) após t intervalos de tempo. O capital corresponde ao valor inicial da PG e, consequentemente à constante b de $g(x)$. Já o fator multiplicativo $(1 + i)$ é associado à base a de $g(x)$. Dessa forma, é possível concluir ainda que qualquer variação percentual constante, seja ela de aumento $(1 + i)$ ou decréscimo $(1 - i)$ será uma PG e, portanto, terá o desempenho de uma função exponencial.

Esse comportamento matemático ficou amplamente conhecido durante a pandemia de COVID-19, pois, assim como outras doenças infectocontagiosas, a variação do número de casos pode ser estimada por uma função exponencial, de acordo com a taxa de transmissão. Esta taxa é resultado de estudos epidemiológicos baseados no crescimento populacional, a partir do chamado “número de reprodução”, denotado por R, segundo Pirota (2020), o qual representa o número total de descendentes femininos de uma mãe. Por analogia direta entre o crescimento populacional baseado em nascimentos e o crescimento de indivíduos infectados por um agente transmissível, o número *R* determina a taxa de crescimento do número de infecções em uma epidemia, como explica o mesmo autor:

> (...) uma epidemia só ocorre, e se mantém, se *R* for maior ou igual a 1 (um indivíduo infectado deve, em média infectar a um número maior ou igual a 1 indivíduo saudável). Dessa forma, um objetivo plausível de uma intervenção seria reduzir *R* para um numero menor que 1. (Pirota, 2020, p. 21)

Ou seja, quando a taxa de transmissão é superior a 1, significa que o número de casos está aumentando. Por outro lado, caso o valor dessa taxa seja um número maior que zero e inferior a 1, o número de casos irá diminuir, assim como descreve item (3) da definição de Lima (2013) e confirmando a aplicação desse tipo de função, sendo a base, nesse caso, o número *R*.

Exemplos como os descritos acima ilustram a importância do domínio das funções exponenciais para compreensão e resolução de problemas enfrentados pela humanidade, dos mais simples aos mais complexos e que se estendem a inúmeras outras situações e ramos do conhecimento, o que justifica e reitera a alusão ao tema nas habilidades da BNCC para o NEM.

2.1.2. Função Logarítmica

As funções exponenciais e logarítmicas estão intimamente relacionadas, uma vez que configuram funções inversas. Isto quer dizer, de modo sucinto, que se uma função exponencial cuja variável x retorna resultados y, a função logarítmica, aplicados os valores y, devolverá novamente os valores x. Assim, não por acaso, a BNCC define as habilidades que envolvem logaritmo na sequência das que tratam sobre função exponencial. São também quatro habilidades que referem o tema, das quais, destacam-se:

> **(EM13MAT305)** Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros. (Ministério da Educação, 2018, p. 536)
>
> **(EM13MAT403)** Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função. (Ministério da Educação, 2018, p. 539)

Observe que a primeira habilidade contempla a resolução e elaboração de problemas nos contextos que envolvem logaritmo, enquanto a segunda habilidade aborda justamente a relação existente entre funções exponenciais e logarítmicas. Isto posto, urge a necessidade de definir e compreender o logaritmo e a função logarítmica, com a finalidade de avaliar adequadamente os resultados do presente estudo.

A princípio, é fundamental saber que existe diferença entre logaritmo e função logarítmica. O primeiro trata do dispositivo matemático criado para operar expoentes em potências, enquanto a função logarítmica refere-se à aplicação do logaritmo em um domínio completo de números reais positivos e não nulos e que será definida mais adiante ainda neste tópico.

O logaritmo foi criado pelo escocês John Napier (1550 - 1617) com a finalidade de transformar operações complexas em cálculos de aritmética simples (Dante e Viana, 2020, p. 70). Os estudos desenvolvidos pelo escocês resultaram na associação de termos de uma Progressão Geométrica a termos de uma Progressão Aritmética, reduzindo assim o nível da operação de multiplicações e divisões a somas e subtrações, respectivamente, levando ao mecanismo operatório conhecido como logaritmo, definido como o expoente a que deve ser elevada uma base para se obter determinado resultado, a saber, o logaritmando. Matematicamente, tal definição é expressa por

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

em que a e b são números reais positivos, com $a \neq 1$, sendo a a base do logaritmo, b o logaritmando e x o logaritmo.

Note que a própria definição exprime a relação direta entre o logaritmo e a resolução de uma equação exponencial, visto que o logaritmo determina a solução x da equação exponencial $a^x = b$. Por esse mesmo motivo, as principais propriedades do logaritmo são senão consequências diretas das propriedades da potenciação, demonstradas a seguir.

Considere as propriedades da potenciação, para $a, m, n \in \mathbb{R}$, com $a > 0$ e $a \neq 1$:

(1) $a^m . a^n = a^{m+n}$;

(2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$;

(3) $(a^m)^n = a^{m.n}$.

Considere também as seguintes propriedades operatórias do logaritmo, para $a, m, n \in \mathbb{R}^+$, com $a \neq 1$:

P1) $\log_a m.n = \log_a m + \log_a n$;

P2) $\log_a \frac{m}{n} = \log_a m - \log_a n$;

P3) $\log_a m^n = n.\log_a m$.

Mostraremos que as propriedades P1, P2 e P3 são decorrentes, respectivamente, de (1), (2) e (3), além da definição de logaritmo. Para provar tal afirmação, tomaremos $\log_a m = x$ e $\log_a n = y$, com $x, y \in \mathbb{R}$. Segue da definição de logaritmo que $a^x = m$ e $a^y = n$.

Assim,

$$\log_a m.n = \log_a a^x.a^y = \log_a a^{x+y} = x + y$$

Note que foi utilizada a propriedade (1) no resultado acima quando concluímos que $a^x.a^y = a^{x+y}$. Uma vez que x e y foram definidos anteriormente como $\log_a m$ e $\log_a n$, respectivamente, segue que

$$\log_a m.n = x + y = \log_a m + \log_a n$$

Dessa forma, demonstramos a propriedade P1 a partir da propriedade (1), como faremos analogamente para mostrar a propriedade P2, a partir de (2).

Tomando ainda $\log_a m = x$ e $\log_a n = y$, com $x, y \in \mathbb{R}$, temos:

$$\log_a \frac{m}{n} = \log_a \frac{a^x}{a^y} = \log_a a^{x-y} = x - y$$

Veja que a propriedade (2) foi aplicada no momento em que se considera $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$. Assim, obtemos o resultado da propriedade P2:

$$\log_a \frac{m}{n} = x - y = \log_a m - \log_a n.$$

Para a propriedade P3, basta escrevermos:

$$\log_a m^n = \log_a (a^x)^n$$

A partir de (3), temos que $(a^x)^n = a^{n.x}$ e, além disso, $\log_a a^{n.x} = n.x$. Portanto,

$$\log_a m^n = n.x = n.\log_a m.$$

Além das propriedades P1, P2 e P3 como consequências diretas das propriedades da potenciação, conforme demonstrado acima, autores como Dante e Viana (2020) e Lima (2013) elencam uma quarta propriedade operatória do logaritmo, conhecida como “propriedade da mudança de base”, enunciada no formato a seguir e designada por P4:

P4) $\log_a m = \log_a n \,.\log_n m$

Sendo $a, m, n \in \mathbb{R}^+$ e $a \neq 1$. Ou, ainda, de modo equivalente, P4) $\log_n m = \dfrac{\log_a m}{\log_a n}$

A igualdade acima se verifica fazendo $u = \log_a m$, $v = \log_n m$ e $z = \log_a n$. Dessa forma, tem-se $a^u = n^v = m$ e $a^z = n$. Ou seja,

$$a^u = (a^z)^v = a^{z.v}$$

O que implica em

$$u = z.v \text{ ou } v = \frac{u}{z}$$

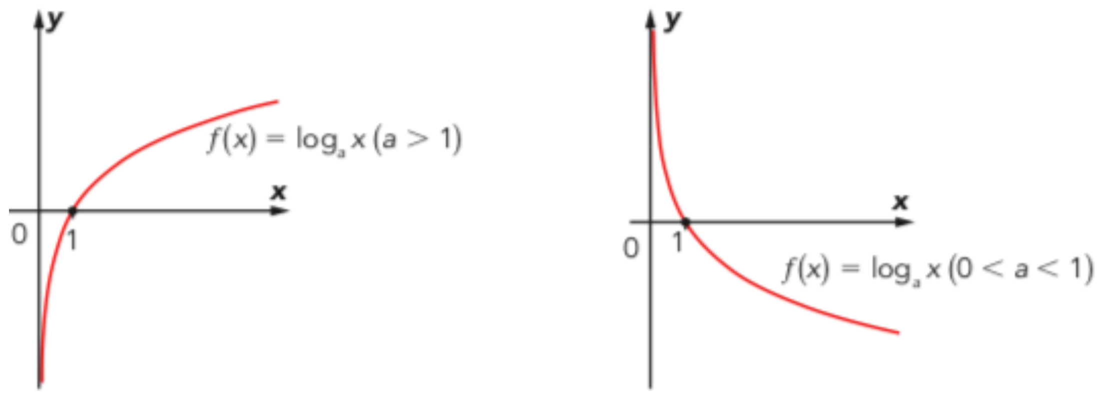
E, conforme foram definidos u, v e z, faz-se valer a propriedade enunciada. Para cumprir os objetivos do presente estudo, é suficiente conhecermos a definição do as propriedades elencadas acima.

A partir do entendimento sobre o logaritmo e suas propriedades, podemos definir a função logarítmica como a função inversa da função exponencial. Enquanto a função exponencial $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ tal que $f(x) = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$ associa a cada número real x a potenciação a^x, a inversa dessa função será aquela em que, a partir do resultado dado da potenciação, obtém-se o expoente correspondente, de modo que se tenha $f^{-1}(f(x)) = x$. Com efeito, esta função é dada por $f^{-1}: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, onde $f^{-1}(x) = \log_a x$. Note que

$$f^{-1}(f(x)) = \log_a a^x = x.$$

Graficamente, a função $y = \log_a x$ comporta-se de modo distinto nos casos em que $a > 1$ e $0 < a < 1$, como ilustrado na figura 2.

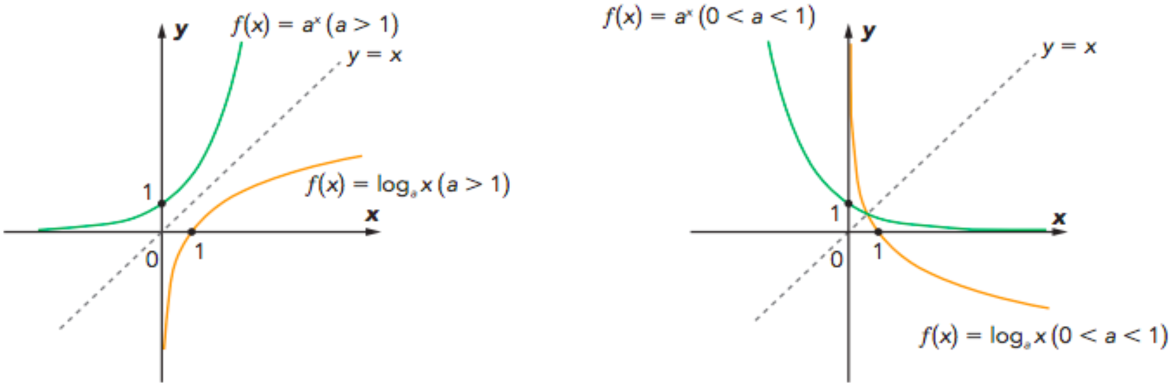
Figura 2 – Gráfico da função logarítmica



Fonte: Dante e Viana, 2020.

Quando comparadas as funções exponencial e logarítmica, ocorre o fenômeno da simetria em relação à reta y = x, como mostra a figura 3.

Figura 3 – Gráfico das funções exponencial e logarítmica



Fonte: Dante e Viana, 2020.

Isto posto, fica definida a função logarítmica, bem como seu comportamento e a relação direta com a função exponencial, relação esta que será explorada nos instrumentos utilizados no presente estudo.

2.2. Criatividade

2.2.1. Compreendendo a Criatividade

A concepção acerca da criatividade ser limitada a uma habilidade excepcional e "natural" dos indivíduos, sendo divididos entre aqueles que são criativos e aqueles que não o são é um tanto quanto equivocada. Autores como Silver (1997), Sternberg e Lubart (1999) e Ervynck (1991) defendem em seus estudos que a criatividade possui, de fato, variáveis desconhecidas e não desvendadas pela ciência, contudo, os mesmos estudos verificam que a criatividade pode, sim, ser estimulada e aprimorada nos indivíduos, a depender das circunstâncias e de determinados fatores de influência.

Na literatura, dentre os estudos mais bem recepcionados no âmbito da criatividade, destacam-se três teorias de grande importância, que buscaram compreender o fenômeno do desenvolvimento da criatividade a partir de elementos de influência externos e internos, sob a perspectiva da Psicologia, denominadas Teoria do Investimento em Criatividade, Modelo Componencial da Criatividade, e Perspectiva de Sistemas.

A Teoria do Investimento em Criatividade, elaborada por Sternberg e Lubart (1999), aponta seis elementos de influência na criatividade: as habilidades intelectuais, que estão associadas à capacidade de avaliar as situações sob diferentes perspectivas; o conhecimento, que refere-se ao domínio de saberes acerca do assunto a ser explorado criativamente; os estilos de pensamento, que conduzem o indivíduo a realizar determinadas escolhas; a personalidade, que refere-se a atributos próprios do indivíduo; a motivação intrínseca, que depende exclusivamente do indivíduo; e o ambiente, que deve oferecer suporte para despertar as ideias criativas.

Já o Modelo Componencial da Criatividade, formulado por Amabile (1989), define a criatividade como produto da confluência entre a habilidade de domínio, a motivação intrínseca e os processos criativos relevantes, tendo o ambiente social interferência em todos eles. A habilidade de domínio é entendida como o conhecimento teórico e prático sobre determinada área, enquanto os processos criativos relevantes referem-se a um conjunto de habilidades típicas do pensamento criativo, como a visualização de situações sob diferentes pontos de vista, a exploração de ideias, elaboração de problemas, organização e outras ações que cominam em produções criativas. A motivação intrínseca, assim como na Teoria do Investimento, é resultado de interesse próprio do indivíduo, independente de estímulos externos.

Finalmente, a Perspectiva de Sistemas, proposta por Nakamura e Csikszentmihalyi (1998), considera a criatividade como resultante da interação de três sistemas: indivíduo, domínio e campo (ambiente). O sistema indivíduo está vinculado às características próprias da pessoa criativa, como a personalidade, as experiências pessoais e motivações. O sistema domínio diz respeito ao conhecimento sobre determinada área, enquanto o sistema campo refere-se a todas as pessoas que podem interferir no sistema domínio.

As três teorias convergem acerca do elemento “indivíduo”, confirmando que existem singularidades na personalidade de cada pessoa que interferem na criatividade destas, mas não como único fator determinante. O consenso entre os três modelos estende-se ao quesito “conhecimento”, que favorece a produção criativa, e à variável “ambiente”, que tem papel importante nos processos criativos.

Uma vez que os dois últimos aspectos são passíveis de modificações, a criatividade não se restringe a habilidades natas de indivíduos criativos, sendo completamente possível o seu desenvolvimento a partir de estímulos apropriados. Por conseguinte, o ambiente escolar pode ser visto como meio de grande potencial da produção criativa, senão o principal, dado que proporciona conhecimento, aliado a interações sociais que contribuem para a formação das ideias criativas. Corroborando com esse pensamento, Gontijo et. al afirma:

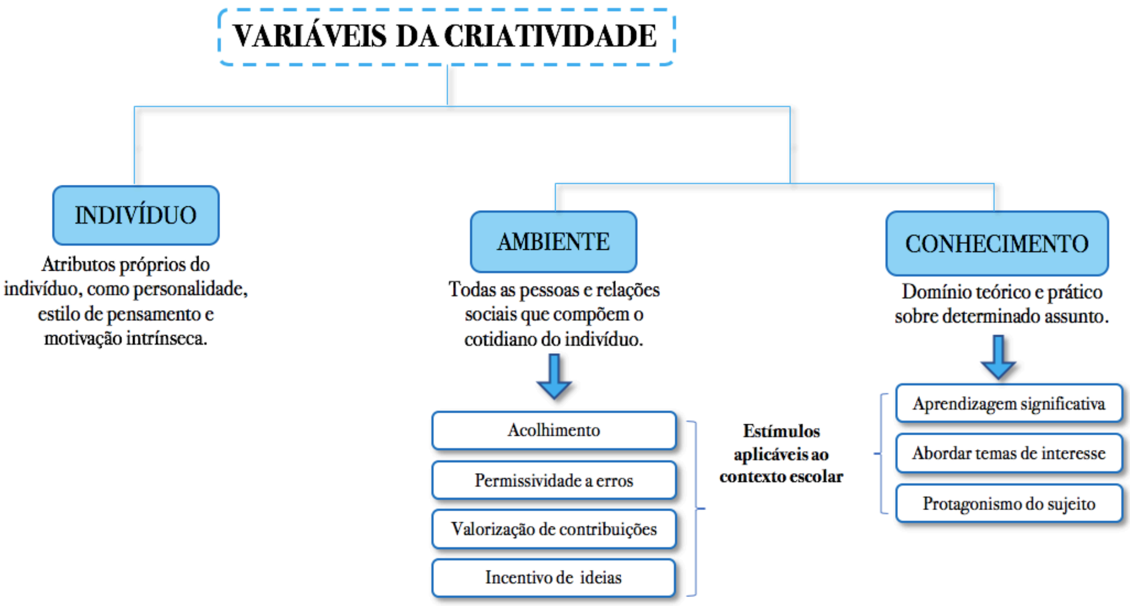
> A escola é um dos principais espaços de vivência e de socialização para as crianças e jovens, convertendo-se, portanto, em um lugar privilegiado para um trabalho pedagógico que favoreça o desenvolvimento da criatividade. (Gontijo, *et. al.,* 2019, p.31)

Queiroz (2021) aponta cinco fatores que influenciam o desenvolvimento da criatividade especificamente no contexto escolar: i) o ambiente, que deve ser acolhedor, de modo a encorajar os alunos a expressarem suas ideias e permitir erros; ii) a concessão de prêmios, com vistas a incentivar as produções criativas, havendo, no entanto, autores como Amabile (2013) e Munford e Gustafson (1988) que contrapõem esse argumento, alegando diminuição da motivação intrínseca a partir das recompensas; iii) o apoio dos amigos, pais e professores, que são os principais agentes para o exercício do incentivo e acolhimento; iv) o conhecimento do aluno; e v) os anos escolares, podendo a criatividade aumentar, oscilar ou até mesmo diminuir com o passar do tempo.

Além desses fatores, conceder tempo para o pensamento criativo, liberdade para que o ambiente seja explorado, como apontam Sternberg e Williams (1996) e trabalhar com temas de interesse dos estudantes, segundo Starko (2010) são ações que subsidiam a constituição de um espaço escolar que promova a criatividade. Assim, todos os envolvidos na formação dos estudantes, especialmente os professores, desempenham papel fundamental na composição de uma atmosfera promissora para a criatividade.

Por fim, considerando o entendimento acerca da criatividade conforme as teorias mencionadas neste estudo, bem como os aspectos que interferem na produção criativa dos indivíduos, foi elaborado o esquema a seguir da figura 4, que sintetiza tal entendimento e apresenta possíveis ações de intervenção no ambiente escolar.

Figura 4 – Criatividade e suas variáveis de influência



Fonte: Elaborada pela autora.

2.2.2. Criatividade em Matemática

A criatividade matemática constitui objeto de estudo de autores que apresentam abordagens e teorias que se distinguem em vários aspectos, não havendo convergência ou similaridade entre essas teorias. Para efeitos deste estudo, consideraremos a criatividade matemática como a "habilidade de resolver problemas em contextos envolvendo o pensamento matemático, nos quais os indivíduos utilizam um conjunto de procedimentos lógico-dedutivos inerentes da disciplina para realizar uma tarefa que exija a utilização de experiências prévias para caminhar em uma nova direção" (Ervynck, 1991, p. 42).

Um dos principais estudos a respeito do tema foi realizado por Ervynck (1991), o qual defende que a criatividade matemática ocorre em três estágios: o estágio 0, denominado *preliminar technical stage* (estágio técnico-preliminar), em que o indivíduo reproduz técnicas e regras sem consciência da sua fundamentação teórica; o estágio 1, intitulado pelo autor como *algorithmic activity* (atividade algorítmica), que refere-se ao momento em que o indivíduo utiliza de algoritmos para realizar operações e resolver problemas, distinguindo-se da fase anterior pela forma como o passo a passo dos procedimentos deve ser explícita; e o estágio 2, designado *the creative activity* (a atividade criativa), no qual, segundo o autor, ocorre efetivamente a criatividade matemática, pois o indivíduo é capaz de tomar decisões sem a utilização de algoritmos.

Outro importante modelo em etapas foi proposto por Hadamard (1954), que estrutura a criatividade matemática em quatro estágios: preparação, incubação, iluminação e verificação. Esse modelo proposto por Hadamard tem como base a obra *The Art of Thought,* traduzida como "A Arte do Pensamento", por Graham Wallas, cuja primeira publicação data de 1926. Para os autores, existe um trabalho inconsciente durante a produção criativa, de modo que o consciente e o inconsciente atuam em conjunto, não necessariamente de forma subordinada. Sob essa perspectiva, a etapa da preparação está relacionada ao direcionamento, definido de forma consciente, no qual o inconsciente irá trabalhar na produção criativa. Esse trabalho inconsciente que ocorre durante um período relativo de tempo constitui a etapa da incubação. Quando esse trabalho produz uma ideia que vem subitamente solucionar aquilo que havia sido proposto desde o primeiro momento do processo criativo, acontece a iluminação. Por fim, é preciso garantir que a ideia corresponde, de fato, à solução do problema e assegurar de que está completa, o que leva ao estágio da verificação, novamente consciente.

Grande parte da fundamentação do trabalho de Hadamard está pautada nos estudos e depoimentos de Henri Poincaré (1854 - 1912), durante uma conferência em Paris. Nesta conferência, Poincaré relatou sob que circunstâncias, do ponto de vista da Psicologia, ele realizou uma de suas maiores descobertas, as funções *fuchsianas* (ou funções automórficas), justificando tal invenção matemática com base nas relações entre o consciente e o inconsciente, salientando que toda criação envolve uma decisão, conforme narrado a seguir:

> As observações de Poincaré lançam uma luz resplandecente sobre as relações entre o consciente e o inconsciente, entre o lógico e o fortuito que estão na base do problema. (Hadamard, 1954, p. 12 – traduzido).
>
> Como observa Poincaré, criar não consiste em realizar combinações inúteis, mas as que são úteis e que estão em ínfima minoria. Invenção é discernimento, escolha. (Hadamard, 1954, p. 30 – traduzido)

Na literatura brasileira sobre a temática em questão, o pesquisador e professor Dr. Cleyton Hércules Gontijo dedicou-se a estudos no campo da criatividade matemática inter-relacionados com a psicologia e realizou importantes contribuições, a começar pela definição de criatividade em matemática adotada pelo autor, como sendo:

> a capacidade de apresentar diversas possibilidades de soluções apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns. Esta capacidade pode ser empregada tanto em situações que requeiram a resolução e elaboração de problemas como em situações que solicitem a classificação ou organização de objetos e/ou elementos matemáticos em função de suas propriedades e atributos, seja textualmente, numericamente, graficamente ou na forma de uma sequência de ações. (Gontijo, 2007, p. 37)

No que concerne o desenvolvimento da criatividade matemática em sala de aula, Gontijo (2007) defende que a produção criativa deve se caracterizar pela abundância ou quantidade de ideias diferentes produzidas sobre um mesmo assunto (fluência), pela capacidade de alterar o pensamento ou conceber diferentes categorias de respostas (flexibilidade), por apresentar respostas infrequentes ou incomuns (originalidade) e por apresentar grande quantidade de detalhes em uma ideia (elaboração). Além disso, com vistas ao trabalho pedagógico efetivo, o contrato didático e o ambiente da sala de aula precisam ser repensados de modo a ser contextualizados frente as possibilidades de desenvolvimento da criatividade no espaço escolar.

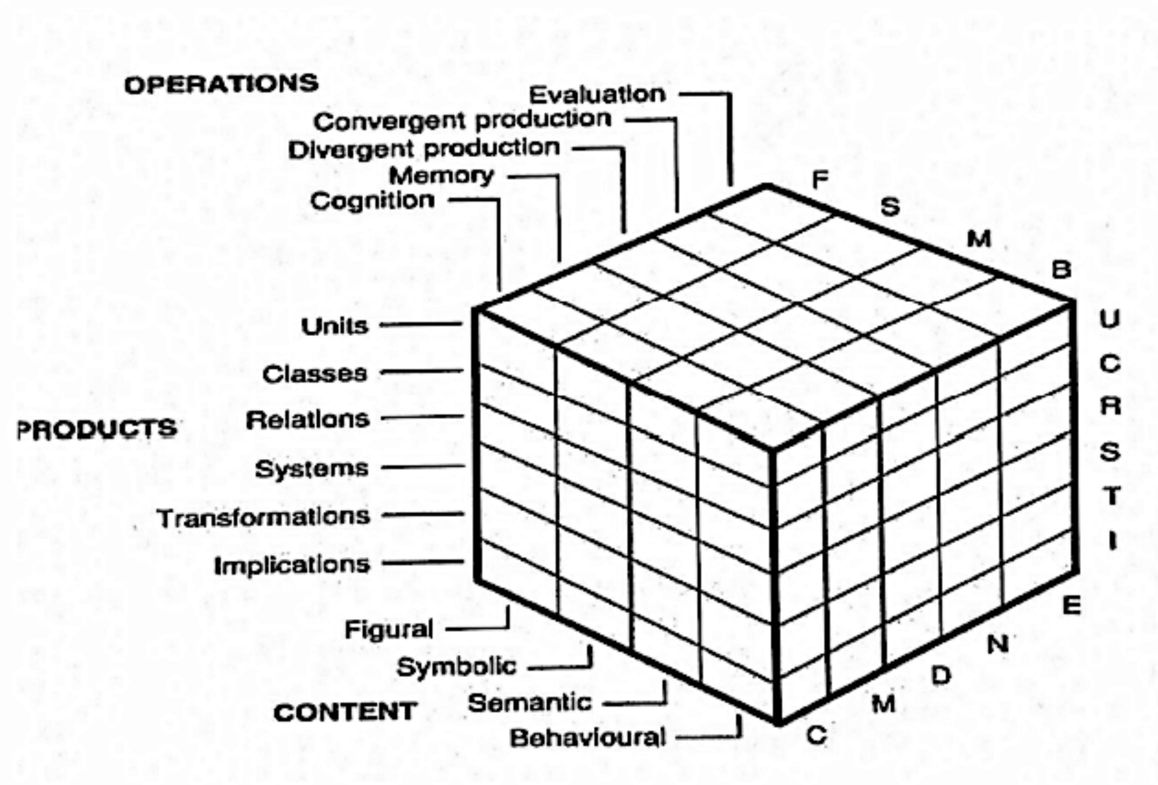
Nesse sentido, o contrato didático pode ser entendido como o conjunto de comportamentos do professor que é esperado pelos alunos e o conjunto de comportamentos dos alunos que é esperado pelo professor, como propõe Brousseau (1983). Com efeito, considerando os aspectos inerentes ao pensamento criativo em matemática, para a produção criativa, os contratos didáticos que não favorecem o desenvolvimento da criatividade devem ser reestruturados, articulado novas estratégias, metodologias, espaços e reconsiderando o tempo limitante para o amadurecimento das ideias criativas.

2.2.3. Avaliando a Criatividade

Como é possível medir a criatividade? Considerando a subjetividade da criatividade enquanto habilidade e tendo em vista a imprevisibilidade dos resultados gerados pelo pensamento criativo, responder a essa pergunta torna-se uma missão complexa. Para tanto, recorreremos a um dos precursores de estudos da criatividade no sentido de avaliá-la, o psicólogo americano J. P. Guilford (1897 - 1987).

Guilford buscou explicar o funcionamento da mente humana, associando a estrutura do intelecto a um grande cubo com unidades menores, de modo a realizar operações entre essas unidades, como ilustra a figura 5.

Figura 5 – A estrutura do intelecto segundo Guilford.



Fonte: Guilford, 1956.

Segundo esse sistema, cada atividade mental é composta de três ingredientes: uma operação, um conteúdo e um produto. As operações podem ser de avaliação, produção convergente, produção divergente, memória e cognição. Os conteúdos são classificados em figurais, simbólicos, semânticos ou comportamentais, enquanto os produtos estão subdivididos em seis tipos: unidades, classes, relações, sistemas, transformações e implicações.

A partir desse modelo, surgem dois conceitos importantes no âmbito da criatividade: o pensamento convergente e o pensamento divergente. Esses termos são produtos das operações convergente e divergente, sendo a primeira definida por Guilford como a capacidade de se formular uma resposta correta de forma lógica, e a segunda como aquela que vai em busca de novas rotas e múltiplas respostas. Segundo o mesmo autor, no pensamento divergente é que se encontram as habilidades de fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração, associadas ao desempenho da criatividade. Estas habilidades são precursoras dos quesitos que compõem o principal instrumento de avaliação da criatividade existente na literatura: o Teste Torrance de Pensamento Criativo – em inglês, *Torrance Test of Creative Thinking* (TTCT).

O TTCT consiste em avaliar a criatividade por meio de figuras ou palavras – em tarefas distintas – segundo critérios fundamentados nas produções de Guilford, dos quais se destacam:

a) Fluência

Para Guilford (1956), há três tipos de fluência: a fluência ideacional, que refere-se à capacidade de produzir rapidamente uma variedade de ideias que cumpram os requisitos da tarefa designada; a fluência associativa, entendida como a capacidade de relacionar ideias, palavras, figuras a uma situação inicial; e a fluência de expressão, que diz respeito à construção de sentenças. Para o TTCT, é suficiente definir a fluência como a abundância de ideias relevantes produzidas.

b) Flexibilidade

A flexibilidade diz respeito à "habilidade pela qual o sujeito é capaz de produzir novas ideias, de alta qualidade, mudando de categoria ou de classe" (Gontijo, 2007, p. 37). Pode ser espontânea ou adaptativa. O que difere a flexibilidade da fluência pode ser retratado em um exemplo apresentado por Urquijo (1996), que diz que quando se solicita a um sujeito que faça uma lista com todos os usos de um tijolo, a quantidade de respostas fornecidas está relacionada à fluência. No entanto, estas podem ter sido da mesma categoria, como construir uma escola, uma parede, uma casa, representando o mesmo tipo de uso – construção. Ao responder que o tijolo pode ser utilizado, por exemplo, para escrever, nesse caso, há mudança de categoria e então se figura a flexibilidade, segundo o mesmo autor.

c) Originalidade

Em um TTCT, a pontuação referente à originalidade é baseada na raridade estatística e no caráter incomum das respostas. Para Guilford, a originalidade é a habilidade da flexibilidade adaptativa, na qual o indivíduo realiza mudanças de interpretação da tarefa, das estratégias e soluções, produzindo ideias “diferentes”.

d) Elaboração

A habilidade relacionada à elaboração está associada à quantidade de detalhes explicitados a partir da proposta de uma produção criativa. É a capacidade de transformação a partir da visualização de novas possibilidades. Um TTCT atribui maior pontuação ao maior grau de detalhamento em uma única ideia.

Além desses critérios, o TTCT avalia a “abstração de títulos” e a “resistência ao fechamento”, relacionados, respectivamente, à capacidade de síntese e de abstração. Contudo, com vistas à avaliação da criatividade em matemática, considerando a definição e os aspectos adotados por Gontijo (2007), o presente estudo irá concentrar a abordagem nos critérios de fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração.

2.3. Elaboração, redefinição e resolução de problemas

A proposição, a redefinição e a resolução de problemas são apontadas por diversos autores como algumas das principais estratégias para o desenvolvimento da criatividade matemática, dentre eles, Carvalho (2015), Gontijo (2007), Hashinomoto (1997), Haylock (1997), Kattou *et al.* (2013) e Silver (1994). Para Silver (1994), a proposição de problemas, juntamente com a resolução de problemas, são o centro da matemática e da natureza do pensamento matemático, e a criatividade está na interação entre a formulação e a resolução do problema, como afirma no trecho a seguir:

> (...) a conexão com a criatividade não está tanto na formulação do problema em si, mas sim na interação entre a formulação do problema e a resolução do problema. É nessa interação de formular, tentar resolver, reformular e finalmente resolver o problema que se vê a atividade criativa. Tanto o processo, como os produtos dessa atividade podem ser avaliados para determinar até que ponto a criatividade é evidente. (Silver, 1997, p. 76)

Além de fomento à produção criativa, a elaboração e a resolução de problemas também funcionam como metodologias de ensino da matemática que visam promover o senso crítico e o protagonismo dos estudantes. Tal finalidade fica evidente ao constatar que a BNCC cita os termos “resolver e elaborar problemas envolvendo...” em um total de 71 habilidades da área de Matemática e Suas Tecnologias, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio, sob a seguinte justificativa:

> Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim, (...). Assim, algumas das habilidades formuladas começam por: “resolver e elaborar problemas envolvendo...”. Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a resolução do problema, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos. (Ministério da Educação, 2018, p. 277)

Fica evidente no trecho que, para alinhar os objetivos de aprendizagem, a formulação deve ser ponderada com igual importância em relação à resolução de problemas, que é mais comum no universo da matemática. No entanto, apesar de caminharem juntas enquanto estratégias de aprendizagem ativa, a formulação e a resolução de problemas também podem ser empregadas de forma independente, a depender do resultado desejado.

A redefinição, apesar de ainda pouco explorada, pode ser aliada a essas duas estratégias como um dispositivo favorável à produção criativa e de igual importância em relação à elaboração e a resolução de problemas. A redefinição, de forma concisa, consiste na obtenção de diferentes respostas a partir de um problema inicialmente proposto ao identificar seus atributos, instigando a visualização de novas possibilidades e estimulando assim o pensamento criativo.

Para melhor entender e distinguir as três estratégias didático-pedagógicas aqui mencionadas, bem como o seu papel no fomento à criatividade em matemática, estas serão definidas e detalhadas nos tópicos a seguir.

2.3.1. Resolução de problemas

A resolução de problemas é uma estratégia amplamente conhecida no ensino da matemática, uma vez que todo o estudo desta ciência, desde o seu surgimento, tem o objetivo de resolver problemas, embora muitas vezes negligenciado. Segundo Câmara (2018), o surgimento e o desenvolvimento da matemática deram-se a partir dos problemas enfrentados pelo homem no cotidiano. Ou seja, basicamente, a matemática surgiu para resolver problemas e permanece, até hoje, desempenhando essa função, ainda que os problemas tenham evoluído quanto ao tipo, contexto e complexidade.

Ocorre que a resolução de problemas nem sempre foi concebida como metodologia de ensino. Historicamente, o ensino da matemática manteve-se guiado pela repetição de algoritmos e técnicas e, ainda quando enfatizava a compreensão do estudante, este era mero espectador no processo. Na perspectiva de se trabalhar a efetiva aprendizagem da matemática e de seus atributos, Polya surge como uma das referências da inserção da abordagem de resolução de problemas como metodologia de ensino da matemática. Sua principal obra a respeito, intitulada "A arte de resolver problemas", cuja primeira edição foi publicada em 1945, funciona como um manual para aulas de matemática, contendo definições importantes acerca da resolução de problemas, exemplos, diálogos que simulam uma atuação em sala de aula e descreve o conjunto de procedimentos e etapas envolvidas na resolução de um problema qualquer, a saber:

> Primeiro. É preciso compreender o problema. Segundo. Encontre a conexão entre os dados e as incógnitas. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar afinal a um plano para a resolução. Terceiro. Execute o seu plano. Quarto. Examine a solução obtida. (Polya, 1956, p. 13)

As etapas descritas acima são denominadas pelo autor como "compreensão do problema", "estabelecimento de um plano", "execução do plano" e "retrospecto", nesta ordem. Na etapa da compreensão do problema, o autor esclarece que é preciso identificar a incógnita, os dados e a condicionante, além de verificar se estas são suficientes para resolvê-lo. Em seguida, para o estabelecimento do plano de resolução, o autor orienta examinar a existência de problemas semelhantes, sob forma ligeiramente diferentes e já resolvidos, tais que se possam utilizar dos mesmos métodos e/ou resultados, ou, ainda, que possam ser reformulados. Para a execução do plano, recomenda-se que cada passo seja verificado a fim de garantir que estejam claramente corretos. Por fim, Polya estabelece que no retrospecto o resultado e o argumento devem ser verificados, avaliando se é possível obtê-los por diferentes caminhos, bem como a viabilidade de se utilizar o resultado e/ou o método em outros problemas.

Ainda que de forma implícita, Polya também estabelece uma conexão entre a resolução de problemas e o incentivo ao pensamento criativo, quando afirma:

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. (Polya, 1956, p. 5)

Gontijo (2007) aponta a resolução de problemas como estratégia para o desenvolvimento da criatividade e considera que a utilização dessa tática no trabalho pedagógico favorece o desenvolvimento de habilidades como observação, comunicação, argumentação, validação de processos e estimula o raciocínio por intuição, indução, dedução e estimativa. Para tanto, o autor enfatiza que se deve priorizar o trabalho com problemas abertos, ou seja, problemas que admitem múltiplas possibilidades de respostas e métodos de solução, ao contrário dos problemas fechados, que apresentam soluções únicas. Dessa forma, ocorre o pensamento divergente na obtenção de um resultado.

A fim de promover o pensamento divergente e desenvolver o potencial criativo na resolução de problemas abertos, Haylock (1997) estabelece algumas caraterísticas que devem ser atendidas na construção desses problemas e seus respectivos comandos para cumprir tal finalidade, como admitir pelo menos 20 respostas apropriadas, possibilitar várias respostas óbvias que sejam obtidas pela maioria dos estudantes, permitir a produção de respostas não triviais, entre outros critérios, além de garantir que a interpretação das instruções da tarefa seja uniforme.

Ante o exposto, ficam evidentes os benefícios decorrentes da resolução de problemas abertos para o desenvolvimento da criatividade em matemática, observados os critérios necessários para que esse desenvolvimento seja efetivo, confirmando a aplicabilidade dessa estratégia didático-pedagógica como um importante mecanismo para a produção criativa.

2.3.2. Elaboração de problemas

A proposição, formulação ou elaboração de problemas, aqui consideradas expressões sinônimas, pode ser entendida como o processo de criação de um problema que não tenha sido resolvido anteriormente, ao menos pelo autor do problema, segundo Pelczer e Rodríguez (2011). No entanto, o entendimento da proposição de problemas estende-se à reelaboração de problemas, pois a formulação refere-se tanto à geração de novos problemas, quanto à reformulação de problemas dados, como aponta Silver (1994).

A elaboração e a reformulação de problemas caminham lado a lado e são importantes mecanismos para o aprimorar o raciocínio, estabelecer conexões entre os conteúdos aprendidos e as vivências experimentadas pelo estudante, promover engajamento, curiosidade e, por conseguinte, provocar o pensamento criativo. Por isso, os problemas formulados devem estar "fundamentados em situações concretas e expressar situações matemáticas significativas" (Gontijo, 2007, p. 63).

Em conjunto caminham também a elaboração e a resolução de problemas, uma vez que essas estratégias podem ser desenvolvidas simultaneamente, ou uma após a outra, dado que a formulação pode ocorrer antes, durante ou depois da solução de um problema (Gontijo, 2007, p. 63). Dessa forma, a elaboração, a reformulação e a resolução de problemas atuam de forma complementar entre si e, quando aliadas, constituem ferramentas valiosas para a construção de uma aprendizagem significativa, centrada no protagonismo do estudante, que é estimulado a pensar de forma construtiva e criativa.

Nas atividades de elaboração de problemas, Stoyanova e Ellerton (1996) definem três tipos de situações a serem consideradas: livres, semiestruturadas e estruturadas. A formulação de problemas livres acontece quando os alunos são convidados a gerar um problema a partir de uma situação dada, real ou artificial. Nesse caso, podem ser dadas instruções para estimular ações específicas. As situações semiestruturadas são aquelas em que o estudante é posto a explorar e aplicar conhecimentos e habilidades matemáticas em uma situação aberta. E, quando é dado um problema específico a estes alunos, é configurada a proposição de problema estruturado. Dewi e Marsigit (2018) apresentam exemplos de comandos de tarefas relativas a cada tipo de situação em questão:

> **Atividade 01: proposição livre**
> Elabore problemas da vida cotidiana relacionados a sequências aritméticas.
> **Atividade 02: proposição semiestruturada**
> Elabore problemas de matemática relacionados a sequências aritméticas dadas duas onde dois grupos de números são conhecidos.
> **Atividade 03: proposição estruturada**
> Dada a sequência (–5, ..., ..., ...). Elabore um problema envolvendo a sequência aritmética dada. (Dewi e Marsigit, 2018, p. 3)

Vale ressaltar que a proposição de problemas livres e estruturados não possuem relação com a resolução de problemas abertos ou fechados. Estes últimos referem-se ao tipo de resolução obtida, sendo que os problemas abertos permitem várias possibilidades de respostas, enquanto os problemas fechados são limitados quanto à resolução. Já a proposição livre ou estruturada refere-se à situação proposta na formulação do problema. Assim, é possível a formulação livre de problemas abertos ou fechados, bem como a formulação estruturada ou semiestruturada de problemas também abertos ou fechados.

2.3.3. Redefinição de elementos matemáticos

A redefinição de elementos matemáticos consiste em "redefinir uma situação matemática em termos de seus atributos, de forma variada e original, gerando muitas possibilidades de representar essa situação" (Gontijo, 2007, p. 65). Essa estratégia é caracterizada pela identificação de elementos e propriedades matemáticas presentes nos problemas apresentados e tem a finalidade de promover a abstração, no sentido de enxergar além do óbvio. As atividades de redefinição devem estimular os estudantes a apresentar variações originais de uma condição inicial, como, por exemplo, a organização de números e objetos a partir de suas propriedades ou atributos matemáticos (Haylock, 1987).

Para essas atividades, Gontijo (2007) apresenta alguns exemplos que podem ser aplicados para alunos do Ensino Fundamental, como a formação de diversos subconjuntos a partir de um conjunto dado, indicando a regra de formação; a identificação do máximo de características e propriedades comuns a dois números dados; e a identificação do máximo de características semelhantes ou propriedades a partir de diversas figuras geométricas dadas, bidimensionais ou tridimensionais. Dessa forma, o autor alega que os alunos estarão desenvolvendo a habilidade de redefinir números ou objetos a partir de seus atributos matemáticos.

Seguindo a mesma linha no quesito da redefinição de elementos matemáticos, um exemplo de atividade que pode ser proposta para alunos do Ensino Médio é a apresentação de tabelas com valores de domínio e imagem de funções – sem informar a respectiva função associada – e solicitar aos estudantes que identifiquem relações entre os números da tabela, podendo envolver as funções afim, quadrática, exponencial, logarítmica e trigonométrica, as quais constituem o currículo da etapa do Ensino Médio. O mesmo exemplo pode ser utilizado para as sequências numéricas.

A partir do exercício de detecção de atributos matemáticos, propondo o esforço máximo de abstração, ocorrem os pensamentos convergente e divergente, definidos por Guilford (1956) como operações do intelecto, os quais, em conjunto, buscam respostas corretas de forma lógica e, ao mesmo tempo, utilizando de novas rotas e múltiplas respostas e, portanto, se verificam as habilidades de fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração.

CAPÍTULO 3 – MÉTODO

Este capítulo descreve os elementos que compõem a pesquisa: os participantes que foram alvo deste estudo, os instrumentos utilizados para realizar a investigação, as características e circunstâncias em que se sucederam as investigações e os procedimentos adotados para a aplicação dos instrumentos, a fim de fornecer toda a visão macro do contexto em que se sucedeu o estudo e assim compreender o viés dos resultados obtidos.

3.1. Características da pesquisa

Esta pesquisa foi estruturada em duas etapas que serviram para avaliar as habilidades referentes à criatividade em matemática e a aprendizagem dos logaritmos a partir das estratégias de elaboração de problemas e redefinição de elementos matemáticos. A primeira etapa consistiu na elaboração de um problema cuja resolução envolve o uso de logaritmos, enquanto a segunda etapa constituiu-se da redefinição de atributos matemáticos por meio da identificação de elementos e propriedades comuns a dois logaritmos dados. Vale destacar que o conjunto de estudantes pesquisados na primeira e a segunda etapa são distintos.

Para compor uma métrica capaz de sistematizar os resultados da avaliação dos problemas propostos e redefinidos, as respostas dos estudantes foram classificadas em categorias elaboradas conforme aspectos verificados na própria pesquisa, produzindo níveis de criatividade, de modo a expressar numericamente a avaliação das respostas nos critérios de fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração.

Ante o exposto, a pesquisa possui abordagem tanto qualitativa, na qual os dados são interpretados sob o ponto de vista do pesquisador, configurando uma análise subjetiva das respostas obtidas, como quantitativa, a partir da métrica construída para classificação numérica das respostas produzidas, com o intuito de traduzir os níveis de criatividade alcançados pelos estudantes participantes da pesquisa, sendo que as particularidades de cada indivíduo, bem como as interações e circunstâncias do momento da aplicação do instrumento de avaliação interferem nas análises da criatividade e na composição das categorias resultantes. Vale destacar que a pesquisadora, no momento de aplicação dos instrumentos de investigação, era também professora regente de todos os educandos envolvidos no estudo, o que permite melhor conhecimento do perfil desses estudantes e análise apurada dos resultados.

3.2. Descrição dos participantes

Os participantes desta pesquisa são estudantes de Ensino Médio que pertencem a duas escolas distintas, nas quais a pesquisadora atua ou atuava até então como professora titular. Desse modo, a escolha dos indivíduos se deu por motivo de conveniência, dada a facilidade de comunicação com os estudantes e considerando os momentos oportunos em que os assuntos da componente curricular avaliados neste estudo seriam abordados e desenvolvidos em sala de aula pela própria pesquisadora.

A primeira etapa desta pesquisa, com foco na elaboração de problemas, foi realizada com alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma escola privada do Distrito Federal, localizada em Taguatinga. Ao todo, 251 estudantes, alocados em 6 turmas, participaram da investigação e realizaram a atividade proposta no mês de outubro do ano de 2022. Todos os estudantes foram devidamente autorizados pelos responsáveis a colaborar com o estudo. Cada turma foi dividida em grupos de até 5 alunos, resultando em 65 grupos. Para fins de síntese, este grupo de participantes será designado como Grupo 01.

Em sua maioria, os participantes já eram estudantes da mesma escola desde o Ensino Fundamental, o que inclui o período de ensino remoto durante a pandemia de COVID-19. Destaco esta última informação sob a justificativa de que, notoriamente, criou-se uma grande lacuna no ensino-aprendizagem durante esse período, devido a diversos fatores, inclusive socioeconômicos, que interferiram no processo de construção dos saberes nas diversas áreas do conhecimento e que apresentam níveis distintos de defasagem resultantes dessa ocasião, o que é verificado quando se compara o desempenho geral dos participantes desta etapa com os da segunda etapa da pesquisa. Como professora regente dos estudantes no momento da pesquisa, avalio que os estes apresentam, em geral, desempenho satisfatório das habilidades de raciocínio e interpretação matemática e pré-requisitos de matemática básica, o que contribui no desenvolvimento da atividade proposta.

A segunda etapa da investigação procedeu com 60 estudantes, alocados em 4 turmas de 2ª série do Ensino Médio, em uma escola da rede pública de ensino do Distrito Federal, localizada em Taguatinga, na qual também fui professora regente durante o período de investigação, ocorrida em julho de 2023. Aqui, os alunos puderam escolher realizar a atividade em duplas de livre escolha, ou individualmente. Este grupo de participantes será referido no estudo como Grupo 02. A participação no estudo desses estudantes também está devidamente autorizada pelos responsáveis.

Sobre o panorama geral dos educandos integrantes do segundo momento de inquirição, o cenário educacional difere-se do anterior em inúmeros aspectos, dos quais destaco o fato de que estes, em sua maioria, já estudavam na rede pública de ensino nos anos anteriores, o que abarca o período de ensino remoto durante os anos de 2020 e 2021, quando os estudantes estavam matriculados, respectivamente, no 8º e 9º ano do Ensino Fundamental. Por diversas razões, as quais não cabe discussão neste trabalho, a realidade do ensino para esses estudantes durante a pandemia foi deveras distinta dos primeiros participantes do estudo, o que implicou em uma defasagem significativa de aprendizado, constatada pela própria pesquisadora como professora regente desses estudantes, por meio das avaliações realizadas ao longo do ano letivo e observação em sala de aula.

Como consequência de tais circunstâncias e adversidades, o segundo grupo de pesquisados apresentou, em geral, maior dificuldade na aprendizagem das funções exponenciais e logarítmicas e, portanto, as respostas fornecidas pelo grupo foram avaliadas sob perspectivas e parâmetros que levam em conta a referida situação. Assim, fica evidente, mais uma vez, a necessidade de uma análise subjetiva dos dados, caracterizando a abordagem qualitativa.

3.3. Descrição dos instrumentos

Para a realização da pesquisa foram aplicados dois questionários distintos contendo as situações-problema a serem solucionadas pelos estudantes, sendo um para cada grupo de participantes. O primeiro questionário é composto da atividade que propõe a formulação de um problema e o segundo questionário contempla a atividade de redefinição de problemas, conforme descrito a seguir.

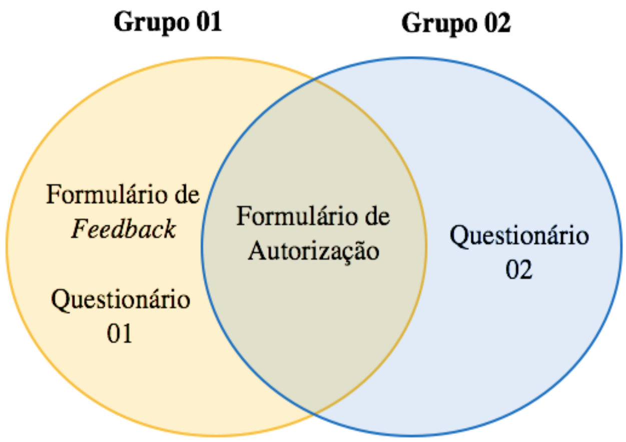
Além dos questionários principais, que constituem o objeto de avaliação deste estudo, foi solicitado o preenchimento de um formulário de autorização com seis perguntas a respeito da identificação do(a) responsável, do(a) estudante e consentimento de participação, por se tratar de estudantes menores de idade, para ambos os grupos, e, por motivo de tempo e logística, somente para o primeiro grupo foi também aplicado um questionário final após a realização das atividades de pesquisa, composto de três perguntas objetivas e duas discursivas. Esse questionário final, intitulado Formulário de *feedback*, teve o objetivo de conhecer a percepção dos participantes acerca das estratégias empregadas. O esquema na tabela 1 a seguir descreve os instrumentos utilizados, enquanto a figura 6 esclarece os participantes aos quais foram aplicados tais instrumentos.

Tabela 1: Descrição dos instrumentos de pesquisa

Instrumento	Descrição
Formulário de Autorização	Formulário aplicado via Formulários Google antes da realização das atividades de proposição e redefinição de problemas. Contém 6 perguntas que solicitam: identificação, e-mail e telefone do(a) responsável, grau de parentesco, nome do(a) estudante, o consentimento ou recusa na participação da pesquisa e campo opcional para observações.
Questionário 01	Atividade de proposição de problemas com respostas entregues manuscritas em folha A4 em branco, desenvolvida por grupos de até 05 alunos, de livre escolha. Contém uma instrução principal, dada pelo comando: *"Elabore uma situação-problema que possa ser resolvida, necessariamente, por meio de logaritmos. Apresente o problema e a resolução passo a passo."*
Questionário 02	Atividade de redefinição de problemas com respostas entregues em folha pautada, manuscritas e desenvolvidas por duplas de alunos de livre escolha, ou individualmente. O comando da atividade é dado pela sentença: *"Identifique o máximo possível de características comuns aos logaritmos log 24 e log 360. Escreva essas características."*
Formulário de *feedback*	Formulário que requere aos participantes a opinião sobre a realização da atividade de elaboração de problemas, sendo possível citar pontos positivos e negativos a respeito da estratégia de formulação e permite que se faça observações, de forma anônima. Composto de 5 perguntas, sendo três objetivas e duas discursivas, além do campo de observações (opcional).

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 6 – Esquema dos participantes e instrumentos



Fonte: Elaborada pela autora.

O comando central do Questionário 01 foi elaborado pela autora levando em consideração a aplicação direta dos conhecimentos acerca das funções exponenciais e logarítmicas, ministrados pela mesma ao longo do período decorrido do ano letivo, a fim de avaliar a criatividade na formulação desses problemas, dada a condição de envolver o uso do logaritmo. Desse modo, conforme Stoyanova e Ellerton (1996) e Dewi e Marsigit (2018) definem, o tipo de proposição é de situação livre e permite a avaliação das habilidades de flexibilidade, originalidade e elaboração. A fluência não se verifica, nesse caso, porque foi solicitado aos estudantes que elaborassem um único problema.

Para o Questionário 02, tomando como base a redefinição de atributos proposta por Gontijo (2007), os logaritmos log 24 e log 360 foram escolhidos, intencionalmente, de modo que os logaritmandos fossem múltiplos entre si e com divisores comuns, a fim de permitir respostas óbvias identificadas pela maioria dos estudantes, como Haylock (1997) estabelece, e assim observar as habilidades criativas desenvolvidas em cada resposta.

Todos os instrumentos da pesquisa – Formulário de Autorização, Questionário 01, Questionário 02 e Formulário de *feedback* – encontram-se, respectivamente, nos Anexos I, II, III e IV. As respostas dos instrumentos principais de pesquisa (Questionário 01 e Questionário 02) foram entregues no formato manuscrito para facilitar o registro, especialmente dos cálculos, além de conferir maior riqueza de detalhes do raciocínio empregado por meio da escrita. Alguns estudantes optaram por entregar as respostas digitadas e impressas, o que também foi permitido.

3.4. Procedimentos de aplicação dos instrumentos

Antes da aplicação dos questionários de pesquisa, os estudantes foram claramente informados sobre a finalidade acadêmica da atividade, enfatizando que os mesmos não seriam identificados ou expostos no estudo. Além disso, por se tratar de estudantes menores de 18 anos de idade, foi solicitado que os responsáveis preenchessem o Formulário de Autorização, consentindo a participação dos estudantes nesta pesquisa. A descrição do formulário identifica a autora e o intuito da pesquisa, e esclarece que a identidade dos estudantes participantes não é divulgada.

A atividade do Questionário 01, aplicado ao Grupo 01, foi desenvolvida, inicialmente, entre os dias 10 e 14 de outubro do ano de 2022, no respectivo dia de aula de cada turma. A proposta de formulação de problemas foi apresentada aos estudantes, salientando sobre a liberdade de escolha do tema para o problema proposto, e estes demonstraram receptividade para a realização da tarefa. Para melhor orientá-los, foram levantadas algumas possibilidades de contextos aplicáveis aos logaritmos, com a colaboração dos participantes, resultando em temas como os listados a seguir:

- Crescimento exponencial (determinação do tempo);
- Aumento do número de casos de doenças infectocontagiosas (Covid-19 e outras);
- Juros compostos e investimentos;
- Aumentos e diminuições percentuais constantes;
- Meia-vida de substâncias químicas;
- Escala Richter;
- Intensidade sonora;
- PH de substâncias.

Os contextos elencados são recorrentes no ensino-aprendizagem das funções exponenciais e logarítmicas e, além disso, foram expostos aos participantes. Por isso, em termos de criatividade, serão considerados incomuns os contextos que sejam distintos dos listados, uma vez que os contextos apresentados serviram apenas como inspiração, tendo sido os estudantes incentivados a realizar pesquisa para buscar outras possibilidades.

Após a proposição da atividade, foi cedido o tempo restante de aula – cerca de 40 minutos – para que os alunos começassem a produzir as respostas. Nesse período, a professora-pesquisadora auxiliou os estudantes tirando dúvidas relativas à atividade. Os alunos aproveitaram esse momento para compor uma linha inicial de raciocínio e verificar junto à professora a sua coerência.

Com o objetivo de promover um período de incubação de ideias, o qual compõe uma etapa importante do processo criativo, segundo Hadamard (1954) e conforme explanado no tópico 2.2, os alunos tiveram o prazo de 1 semana para entregar os problemas elaborados e resolvidos. Em momento posterior à entrega das respostas, foi aplicado um questionário final que visou compreender a percepção dos estudantes acerca da realização da atividade e obter uma devolutiva sobre o ensino-aprendizagem dos logaritmos, no qual os participantes puderam, anonimamente, fazer observações, citar pontos positivos e negativos sobre a estratégia de elaboração de problemas, além de autoavaliar a aprendizagem dos conteúdos envolvidos. O teor completo deste último instrumento consta no Anexo IV deste trabalho.

A atividade do Questionário 02, desenvolvida com o Grupo 02, foi realizada no dia 30/06/2023 com todos os membros deste grupo e com a duração de uma aula de 45 minutos. Devido a questões de logística e cronograma da escola, não foi possível conceder tempo maior ou uma segunda aula para a produção, no entanto, por se tratar de um comando mais simples, em relação à primeira, uma vez que os estudantes não precisariam criar os problemas, mas, sim, redefini-los, a maioria dos alunos conseguiu fornecer a devolutiva nesta mesma aula e, aqueles que solicitaram entrega em data posterior, tiveram seus pedidos atendidos. Pelos mesmos motivos mencionados, também não foi viável a aplicação do questionário de *feedback* pós pesquisa.

Por se tratar de uma estratégia de redefinição, desconhecida pela maior parte dos estudantes do segundo grupo – ouso dizer a totalidade, foi apresentado um exemplo semelhante com o objetivo de instruí-los sobre os procedimentos envolvidos em uma redefinição. O exemplo utilizado consiste em identificar e escrever todas as propriedades comuns aos números 5 e 15. A partir de então, foram registradas no quadro branco as contribuições formuladas pelos estudantes, como: “são números ímpares”; “possuem o algarismo 5”; “são múltiplos de 5”; e “um é o triplo do outro”. Dessa forma, por analogia, foi possível conferir maior clareza quanto ao objetivo da atividade proposta, que consiste na identificação de características comuns a dois logaritmos dados e nas construções e/ou resultados possíveis de serem alcançados a partir dos dois logaritmos, a saber, log 24 e log 360.

CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Este capítulo é destinado à organização, avaliação e discussão dos resultados obtidos nas duas etapas de investigação sucedidas no estudo. Partindo dos pressupostos teóricos aludidos no Capítulo 2, as respostas fornecidas pelos estudantes foram avaliadas sob o ponto de vista da criatividade matemática, tendo como parâmetro de comparação as próprias respostas dos estudantes, para, então, classificá-las em níveis de criatividade estabelecidos pela pesquisadora, seguindo os critérios de fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração. Com vistas a uma melhor compreensão e por tratar de estratégias e públicos distintos, as duas etapas envolvidas serão discutidas uma a uma, isoladamente, nos tópicos 4.1 e 4.2 deste mesmo capítulo.

4.1. Etapa da elaboração de problemas

4.1.1. Do Questionário 01

Ao todo, foram recebidos 65 problemas formulados e resolvidos pelo primeiro grupo de participantes desta pesquisa, composto de 251 estudantes. A análise dos dados seguiu três etapas: pré-análise, exploração do material e o tratamento dos resultados.

A pré-análise dos resultados transcorreu com a leitura de todos os problemas elaborados e resolvidos pelos estudantes, identificando as características comuns e os estilos de pensamento para a posterior formulação dos indicadores que norteiam a interpretação do material coletado. Em seguida, na exploração do material, foi feita uma análise mais acurada de todas as respostas, com o objetivo de avaliar a flexibilidade, a originalidade e a elaboração, habilidades da criatividade elencadas pelos autores Guilford (1956) e Gontijo (2007), conforme detalhado no Capítulo 2.

Finalmente, no tratamento dos resultados, as repostas dos estudantes foram categorizadas atribuindo pontuação 0, 1 ou 2 para cada habilidade (flexibilidade, originalidade e elaboração), a partir dos critérios definidos a seguir. Nesta etapa da pesquisa, não foi pertinente avaliar a fluência por estar relacionada à quantidade de respostas produzidas, já que os estudantes deveriam produzir um único problema.

i) Flexibilidade

A habilidade da flexibilidade foi avaliada considerando a variação do tipo de problema em relação aos problemas comuns propostos nas atividades usuais em sala de aula e/ou de contextos recorrentes elencados no tópico 3.4, bem como a modificação da estrutura matemática do problema. A pontuação 0 foi atribuída aos problemas em que não se verifica variação de contexto e nem de estrutura matemática, enquanto os problemas que apresentaram variação de contexto ou estrutura foram avaliados com a pontuação 1, e, por consequência, se existe a alteração de contexto e de estrutura matemática, a referida pontuação é igual a 2. As figuras 7, 8 e 9 exemplificam, respectivamente, as pontuações 0, 1 e 2 em flexibilidade.

Figura 7 – Exemplo de pontuação 0 em flexibilidade na formulação de problemas

1- Uma família de coelhos cresce segundo a função $N(T) = No \cdot e^{0,8T}$ em que T é o tempo em dias. Em que dia a quantidade quintuplica?

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 8 – Exemplo de pontuação 1 em flexibilidade na formulação de problemas

• Em determinada creche, uma criança contaminada com piolhos foi à sala de aula. Sabendo que a maneira em que os ~~piolho~~ piolhos se espalham para outros alunos segue a função $P(t) = No. 2^{vt}$, em que "v" é a constante para velocidade dos piolhos e "t" o tempo em segundos, determine o tempo em minutos necessário para um milhão de alunos se contaminarem.
Dados: $V = 1/4$, $\log 2 = 0,3$.

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 9 – Exemplo de pontuação 2 em flexibilidade na formulação de problemas

① Danilo é um farmacêutico, que descobriu que o tempo que o remedio "raucabacterinida" demora para fazer efeito é relativo a idade do usuário e pode ser representado pela seguinte função: $f(x) = 2 + \log(2.x)$. Considerando $f(x)$ o tempo em, minutos, e x como a idade, quanto tempo é necessário para que o remédio faça efeito em um paciente de 10 anos? (use $\log 2 = 0,3$)

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

ii) Originalidade

Para ponderar a originalidade das respostas, o critério segue a raridade estatística do tipo de contexto elaborado. Para tanto, todas as respostas foram identificadas com palavras-chave para observar a frequência de repetição de alguns termos. As palavras-chave que mais se repetiram foram "população", com 9 respostas contendo esse termo, seguido de "bactérias", com 8 repetições, e, em seguida, "investimento" e "terremoto", que totalizaram, respectivamente, 6 e 4 problemas com esses contextos. Os demais problemas apresentaram, no máximo, frequência igual a 2, ou seja, um par de respostas com o mesmo contexto.

Diante dessas constatações, a pontuação referente à originalidade se deu da seguinte forma: os problemas que continham os termos de maior frequência mencionados acima receberam pontuação 0 ou 1, a depender da existência de novos elementos que modificassem em certo nível o contexto relatado ou a estrutura do problema. Já os problemas que apresentaram contextos distintos dos mais frequentes foram classificados com nota 1 ou 2, a depender da variação em relação aos temas que já tinham sido apresentados aos alunos e listados no tópico 3.4. A seguir, os exemplos de aplicação da avaliação no quesito originalidade, nas figuras 10, 11 e 12.

Figura 10 – Exemplo de pontuação 0 em originalidade na formulação de problemas

1. Um grupo de biólogos está estudando o desenvolvimento de uma determinada colônia de bactérias, o número de bactérias pode ser encontrado através da expressão $N(t) = 2000 . 2^{0,5t}$, sendo t em horas. Considerando essas condições, quanto tempo após o início da observação o número de bactérias será igual a 16384000?

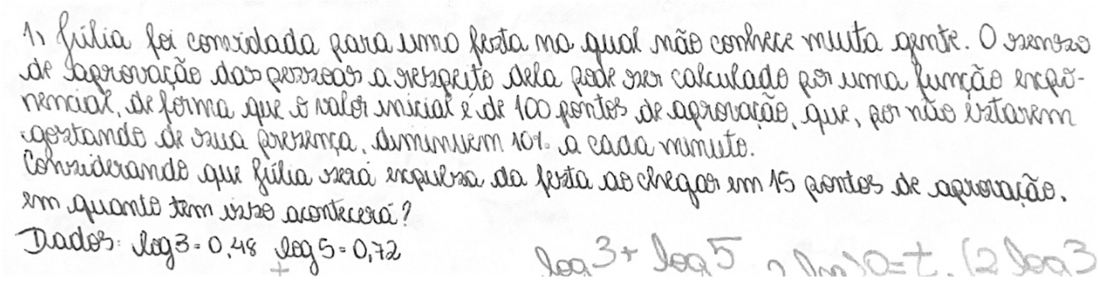
Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 11 – Exemplo de pontuação 1 em originalidade na formulação de problemas

1- No início da carreira de Barbie como atriz, ela recebeu 56.000 pelo seu primeiro filme de sucesso. Ela decidiu financiar uma BMW nova que custa R$ 196.000,00, com 20% de juros anuais, usando 1/4 de seu salário. Considerando $\log 2 = 0,3$, $\log 7 = 0,84$, e $\log 1,2 = 0,08$, em quantos meses ela termina de pagar?

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 12 – Exemplo de pontuação 2 em originalidade na formulação de problemas

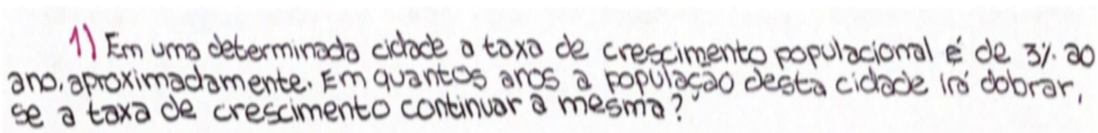

1) Júlia foi convidada para uma festa na qual não conhece muita gente. O senso de aprovação das pessoas a respeito dela pode ser calculado por uma função exponencial, de forma que o valor inicial é de 100 pontos de aprovação, que, por não estarem gostando de sua presença, diminuem 10% a cada minuto.
Considerando que Júlia será expulsa da festa ao chegar em 15 pontos de aprovação, em quanto tempo isso acontecerá?
Dados: $\log 3 = 0{,}48$ $\log 5 = 0{,}72$

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

iii) Elaboração

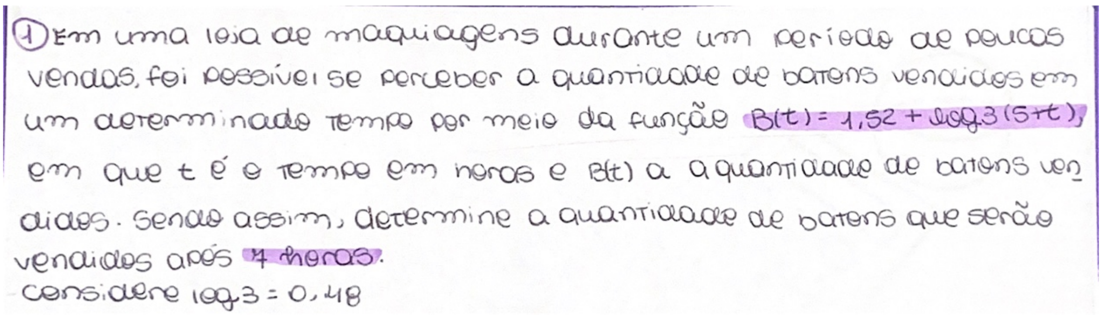
A pontuação desse parâmetro teve maior grau de subjetividade, não havendo um viés específico sobre a quantidade de elementos mínimos para a composição da métrica em 0, 1 ou 2. Os problemas foram avaliados caso a caso observando o grau de detalhamento da construção, dados provenientes de pesquisa, robustez e presença de informações que auxiliem a resolução, como, por exemplo, informar valores de logaritmos que serão utilizados na solução do problema. As figuras 13, 14 e 15 mostram problemas com pontuações 0, 1, e 2, respectivamente, na habilidade de elaboração.

Figura 13 – Exemplo de pontuação 0 em elaboração na formulação de problemas


1) Em uma determinada cidade a taxa de crescimento populacional é de 3% ao ano, aproximadamente. Em quantos anos a população desta cidade irá dobrar, se a taxa de crescimento continuar a mesma?

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 14 – Exemplo de pontuação 1 em elaboração na formulação de problemas


1) Em uma loja de maquiagens durante um período de poucas vendas, foi possível se perceber a quantidade de batons vendidos em um determinado tempo por meio da função $B(t) = 1{,}52 + \log 3(5+t)$, em que t é o tempo em horas e B(t) a quantidade de batons vendidos. Sendo assim, determine a quantidade de batons que serão vendidos após 4 horas.
Considere $\log 3 = 0{,}48$

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 15 – Exemplo de pontuação 2 em elaboração na formulação de problemas

1)A professora Juliana em uma de suas caminhadas noturnas se deparou com um frasco suspeito jogado sobre um arbusto, ao pegá-lo ela viu uma espécie de rótulo que dizia "Esta poção mágica contém 1000 ml de conteúdo inicial e após aberta perde 10% do valor inicial por minuto, ps: todos os começos de semana ela se reabastece magicamente."
A professora ao testar a poção descobre que ela serve pra prender atenção dos alunos em sua aula, entretanto, quando chega em 150 ml ela perde a eficácia. Qual função exponencial decrescente ela deve montar para achar o número de minutos que a poção pode permanecer depois de aberta sem perder a eficácia? E qual é o resultado encontrado? Desconsidere a parte decimal caso haja.
USO DE CALCULADORA PERMITIDO
Considere log3 = 0,477 log5 = 0,698 log9 = 0,954

Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Após a exploração do material e devidas pontuações atribuídas, foram contabilizadas as respostas que tiveram pontuações 0, 1 e 2 em cada habilidade avaliada. A distribuição dessas respostas pode ser verificada na tabela 2 a seguir. Vale ressaltar que, ainda que estabelecidas as métricas responsáveis pela atribuição das pontuações em cada quesito, os resultados obtidos podem não representar com exatidão os reais níveis de desenvolvimento de cada habilidade, devido ao caráter subjetivo dessa avaliação, contudo, fornecem uma perspectiva macro da desenvoltura criativa dos estudantes na realização da tarefa.

Tabela 2 – Número de respostas por pontuação em cada critério na 1ª etapa

Pontuação por critério	**Flexibilidade**	**Originalidade**	**Elaboração**
0	23	16	19
1	29	26	28
2	13	23	18
Total	**65**	**65**	**65**

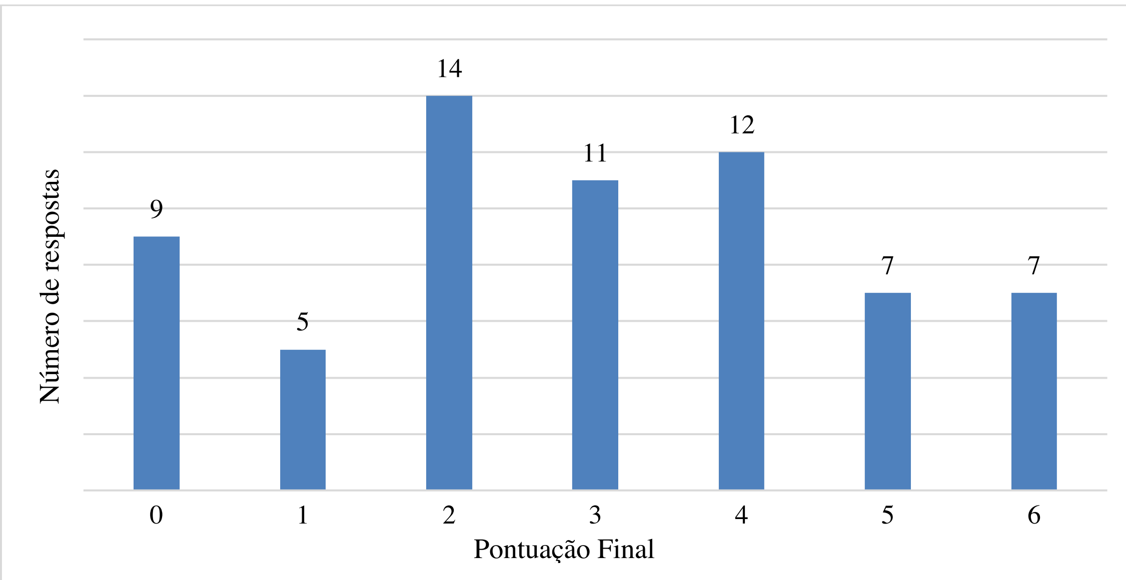
Fonte: Elaborada pela autora.

A partir da interpretação dos dados apresentados na tabela 2, é possível verificar que há uma concentração maior de pontuação igual a 1 nas três habilidades, com percentual representativo entre 40% e 45% para cada quesito. Além disso, os resultados mostram que 80% das pontuações referentes à flexibilidade ficaram mais concentradas em 0 e 1. Esse fato permite inferir que, provavelmente, os alunos tiveram mais dificuldade em alterar a categoria dos problemas e as estruturas matemáticas, que permaneceram muito similares às já conhecidas pelos participantes.

Outra observação que merece destaque na tabela 2 é o número de respostas verificadas com pontuação 2 em originalidade, que totalizam 35,4% do total de problemas formulados, e mostra que os estudantes buscaram novos contextos de aplicação dos logaritmos, por vezes utilizando situações da própria vivência destes, ainda que não tenham alcançado maior grau de flexibilidade em relação ao tipo de problema. As pontuações 1 e 2 em originalidade totalizam 49 problemas, o que representa aproximadamente 75,4% das respostas que apresentaram algum desenvolvimento nessa classe. É possível observar também que a elaboração ficou centrada na pontuação 1, onde há algum grau de detalhamento, com 43% alocados nessa categoria, enquanto as pontuações 0 e 2 em elaboração correspondem a percentuais próximos – 28% e 29%, respectivamente.

Em seguida, considerando os três quesitos avaliados nos problemas formulados com as respectivas pontuações equivalentes a 0, 1 ou 2, foi realizado o somatório das três pontuações em cada problema. Matematicamente, esse somatório pode ser igual a 0, 1, 2, 3, 4, 5 ou 6, sendo igual a zero quando as pontuações obtidas nos três critérios são iguais a 0, e totalizando 6 pontos, quando as três notas são iguais a 2. Os demais resultados dependem das combinações de valores atribuídos a cada quesito. A figura 16 mostra a quantidade de problemas que obtiveram somatórios iguais a 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

Figura 16 – Número de respostas por pontuação final na atividade de proposição



Fonte: Elaborado pela autora.

A figura 10 evidencia que a maior parte – mais precisamente 57% – dos problemas tiveram somatório final iguais a 2, 3 ou 4. Matematicamente, a soma 2 implica em nota 0 em dois quesitos e nota 2 no terceiro, ou nota 1 em dois quesitos e nota zero no terceiro, em qualquer ordem. Como a primeira possibilidade não foi auferida em nenhum dos resultados, significa que todos esses estudantes conseguiram obter pontuação igual a 1 em pelo menos dois critérios. Ademais, o fato de não termos a ocorrência da situação 0 + 0 + 2, em qualquer ordem, pode mostrar que, talvez, seja improvável desenvolver ao máximo uma única habilidade criativa, sem desenvolver outra em conjunto.

Complementando a análise da figura 10, nota-se que o somatório zero é relativamente expressivo, totalizando 13,8% dos problemas. Por outro lado, verifica-se que 86,2% das respostas obtiveram alguma pontuação, isto é, grande parte dos alunos conseguiu desenvolver pelo menos uma habilidade criativa.

Além da criatividade, foi possível avaliar também a compreensão dos estudantes acerca das funções exponenciais e logarítmicas, com resultados positivos nesse aspecto. Dos 65 problemas formulados, 57 foram resolvidos corretamente, o que corresponde a cerca de 88% do total de respostas, enquanto 6 possuem a resolução parcialmente correta e apenas 2 estão incorretos. Essas informações mostram que os estudantes conseguiram entender o funcionamento e a aplicabilidade das referidas funções.

Outro aspecto que pôde ser observado além da criatividade foi a participação e o entusiasmo dos estudantes. Conhecendo o perfil dos alunos e as interações em sala de aula ao longo do ano letivo, foi possível perceber que a atividade movimentou todos os participantes, até mesmo aqueles que, normalmente, não realizavam contribuições nas aulas e tarefas propostas. Para muitos, o exercício foi tido como desafiador, o que, ainda assim, não impediu que as respostas fossem produzidas com empenho.

4.1.2. Do Formulário de *feedback*

Agora, para conhecermos a percepção dos estudantes acerca da realização da atividade da elaboração de problemas, analisaremos as respostas fornecidas por estes no instrumento "Formulário de *feedback*". Ao todo, 67 estudantes responderam o referido questionário.

A primeira pergunta do questionário foi feita com o seguinte comando: *"Em relação exercício de proposição/resolução de problemas: você já havia feito atividade semelhante em algum outro momento na sua trajetória escolar?"*. Como resultado, 47,8% responderam "sim" e 58,2% responderam “não”. Esses percentuais reforçam a necessidade de reestruturação pedagógica para a inclusão de mais atividades que estimulem a criatividade.

Em seguida, foi indagada a eficácia da estratégia sob o seguinte questionamento: “*Você considera que essa estratégia de proposição/resolução de problemas contribuiu para a aprendizagem matemática?*”. Para esta pergunta, 67,2% assinalaram “concordo totalmente”, 23,8% responderam “concordo parcialmente” e 9% responderam “indiferente”. Nenhum estudante assinalou as outras duas opções – “discordo parcialmente” e “discordo totalmente”.

Na terceira pergunta objetiva, o estudante faz uma avaliação do próprio aprendizado, ao responder: “*Você considera que conseguiu aprender logaritmo e suas aplicações?”*. Para esta pergunta, 71,6% responderam “sim”, 25,4% marcaram a opção “parcialmente” e 3% informaram “não”. O retorno positivo é um bom indicativo da eficácia do trabalho pedagógico que foi realizado com esses estudantes. No entanto, é importante ressaltar que, desde o início da aprendizagem da função exponencial, propriedades da potenciação, equações e inequações exponenciais, até se chegar no ensino do logaritmo e da função logarítmica, transcorreram cerca de 8 meses, desconsiderando o período de recesso, tendo sido o conteúdo administrado pela professora pesquisadora, enquanto os outros assuntos da matemática eram abordados pelos demais professores de matemática regentes da turma, de acordo com a organização da escola. Assim, de fato, é possível desenvolver um bom trabalho quando a variável tempo não é limitante.

A quarta e a quinta perguntas do formulário referem-se aos pontos positivos e negativos que os estudantes perceberam ao realizar a atividade, sob os comandos: “*Baseado na sua experiência, cite pontos* ***positivos****, se houver, da estratégia de formulação de problemas”* e “*Baseado na sua experiência, cite pontos* ***negativos****, se houver, da estratégia de formulação de problemas.”*. Devido ao rico teor das respostas fornecidas pelos alunos com relação aos aspectos positivos, optei por expor todas as transcrições no Anexo V, a menos daquelas que deixaram a pergunta sem resposta.

Das falas dos estudantes acerca dos pontos positivos, destaca-se a ideia central de aprendizado. Os estudantes alegaram que, de alguma forma, a atividade contribuiu para o aprendizado, aprimoramento do raciocínio e melhor visualização da aplicabilidade dos logaritmos. Algumas falas também aludem o desenvolvimento da criatividade, ainda que não tenha sido mencionado pela professora pesquisadora o objetivo principal da tarefa, para não enviesar os resultados. Tais concepções podem ser observadas, por exemplo, nos trechos: *“Melhora o raciocínio e a ajuda a entender a aplicabilidade da matéria.”; “Nos possibilita a ter uma visão diferente sobre um exercício nos forçando a imaginar diferentes contextos onde* *o log se encaixa instigando a uma nova visão sobre o log.”;* e *“Promove o aprendizado e desenvolvimento da criatividade para a criação de questões.”.*

Outras duas contribuições que merecem destaque são: *“Perceber como tudo tem que se encaixar para que a equação se resolvida adequadamente.”* E *“Você realmente tem que saber o conteúdo para criar perguntas, e não só decorar as formas de aplicações, fórmulas, etc.”.* Essas falas reforçam a ideia de que o conhecimento, referido por Sternberg e Lubart (1999) como habilidades intelectuais, e, por Amabile (1989) e Nakamura e Csikszentmihalyi (1998), como domínio, de fato, interfere diretamente na produção criativa. Ademais, a primeira fala confirma que os estudantes consideraram os elementos da resolução para a formulação, e vice-versa, gerando um ciclo em que a elaboração e a resolução se complementam, o que pode ser verificado na quantidade de problemas que informaram de antemão os logaritmos que deveriam ser utilizados na resolução. Ao todo, 36 problemas apresentaram essa característica, o que corresponde a 55% do número total de respostas, que é igual a 65.

As constatações acima podem ser verificadas também em algumas falas a respeito dos pontos negativos, como: “*É um pouco mais complicado devido a quantidade de coisas que você tem que saber antes de resolver o conteúdo todo.*”*;* “*Fazer uma conta que dê certo no final é trabalhoso.*”; e “*Dificuldade na obtenção de resultados mais aceitáveis*.”.

No mais, as percepções sobre os pontos negativos ficaram centradas no termo “dificuldade”, tendo 11 alunos relatado que sentiram algum tipo de dificuldade na realização da atividade, enquanto 24 responderam que não encontraram pontos negativos. Duas respostas informaram a questão do tempo como fator negativo, ainda que tenha sido concedido prazo de 1 semana para entrega final dos problemas, reiterando a concepção de tempo como fator limitante na produção criativa.

Findas as análises da primeira etapa da pesquisa, seguiremos para a segunda etapa, da redefinição de problemas, que transcorreu de forma mais sucinta, devido às circunstâncias mencionadas no item 3.4.

4.2. Etapa da redefinição de elementos matemáticos

A atividade da redefinição de problemas, aplicada ao Grupo 02, consiste na identificação do máximo possível de propriedades e características comuns aos logaritmos log 24 e log 360. Este grupo de participantes produziu, ao todo, 35 respostas que, assim como na etapa anterior, também passaram pelas etapas de pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. Aqui, novamente, os estudantes demonstraram empenho e engajamento na realização da tarefa.

Na pré-análise foi observada a quantidade e o conteúdo das características elencadas em cada resposta, com o intuito de identificar as de maior frequência e a quantidade média de propriedades que os participantes conseguiram detectar. Aqui, a análise ainda não é minuciosa e tem o objetivo de direcionar os parâmetros que serão adotados para as avaliações subsequentes. Posteriormente, foi avaliada a ideia central de cada uma das propriedades presentes nas respostas fornecidas, para identificar as palavras-chave que caracterizam essas propriedades, a fim de contabilizar e assim obter a frequência de cada uma dessas ideias. Em paralelo, contou-se o número de propriedades listadas em cada resposta.

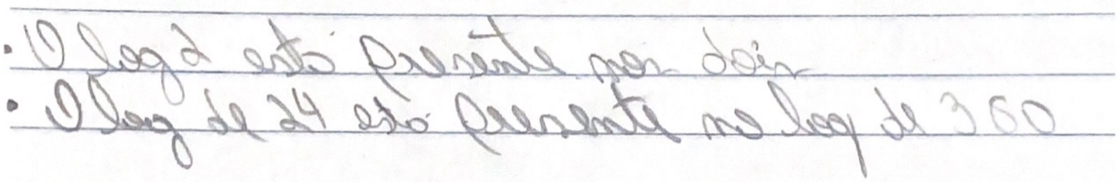
De posse de tais informações, foram estabelecidos os critérios para avaliar a fluência, flexibilidade e originalidade. Optou-se por não avaliar a habilidade de elaboração porque os estudantes foram concisos ao expressar cada uma das propriedades, o que dificulta a análise do detalhamento e a comparação entre as respostas, uma vez que esse detalhamento é avaliado a partir de uma única ideia (ou propriedade, nesse caso), não de múltiplos pensamentos. Esse fato pode dar a entender que a redefinição não foi favorável ao critério da elaboração, ou que o comando da atividade poderia ter sido mais preciso nesse sentido.

A seguir, descreve-se os requisitos que compõem a avaliação de cada habilidade da criatividade em matemática adotados para a atividade da redefinição de problemas.

i) Fluência

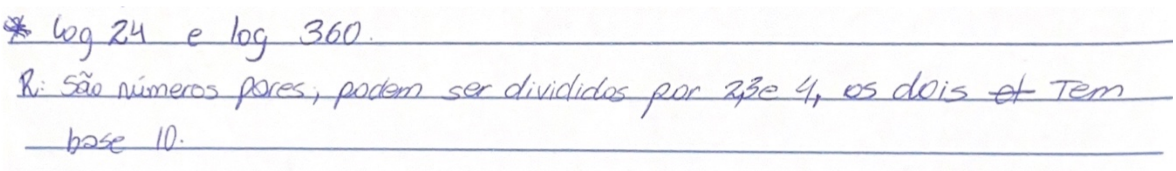
Segundo Gontijo (2007) e Guilford (1956), a fluência está relacionada à abundância de ideias produzidas. A partir dessa ideia, a fluência foi avaliada pelo número de características que os estudantes identificaram nos logaritmos dados. Na exploração do material, verificou-se que 29 das 35 respostas apresentaram, pelo menos, 3 propriedades comuns identificadas. Dessa forma, conclui-se que é possível obter, minimamente, 3 características comuns aos logaritmos e, portanto, a pontuação ficou definida da seguinte forma: para um número de atributos listados inferior a 3, a pontuação é igual a zero; caso esse mesmo número seja exatamente igual a 3, a pontuação é igual a 1; e, para 4 ou mais propriedades identificadas, a pontuação atribuída ao critério de fluência é igual a 2. Nas figuras 17, 18 e 19 é possível verificar a aplicação desses critérios, as quais apresentam problemas redefinidos com pontuações 0, 1 e 2 no quesito fluência.

Figura 17 – Exemplo de pontuação 0 em fluência na redefinição de atributos



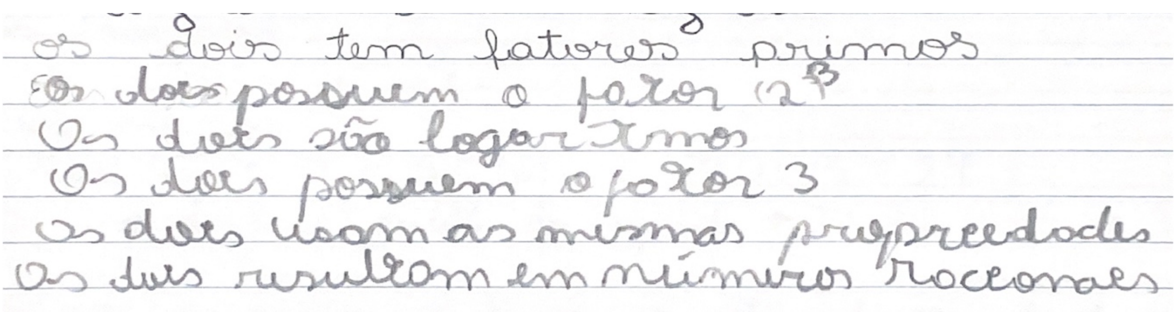
Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 18 – Exemplo de pontuação 1 em fluência na redefinição de atributos



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 19 – Exemplo de pontuação 2 em fluência na redefinição de atributos

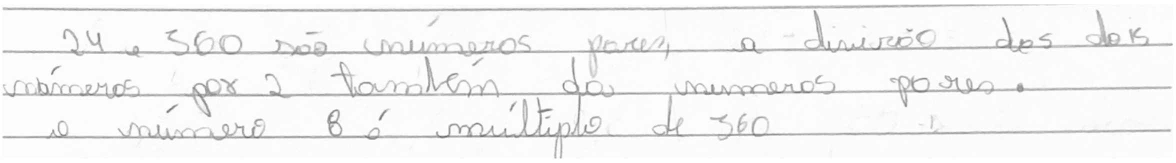


Fonte: Arquivo da pesquisadora.

ii) Flexibilidade

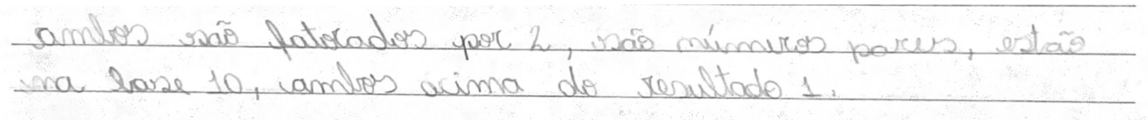
A flexibilidade, que, segundo Gontijo (2007), diz respeito à capacidade de transitar entre diferentes categorias, foi avaliada segundo a variação do tipo de propriedades apresentadas. Quando um estudante identifica, por exemplo, que os números 24 e 360 são pares e que são divisíveis por 3, ambas as características se referem aos divisores comuns entre esses números, não havendo mudança de categoria. No entanto, ao afirmar que 24 e 360 são pares e que ambos os logaritmos log 24 e log 360 estão na base 10, há alteração de classes, pois uma diz respeito aos critérios de divisibilidade, enquanto a outra avalia a base dos logaritmos. Dessa forma, a pontuação 0 foi atribuída às respostas que apresentaram uma única categoria. Para duas categorias, a respectiva pontuação é igual a 1, enquanto para três ou mais categorias, a pontuação equivalente é igual a 2. Nas figuras 20, 21 e 22 se verifica a avaliação da flexibilidade, com respectivas pontuações 0, 1 e 2.

Figura 20 – Exemplo de pontuação 0 em flexibilidade na redefinição de atributos



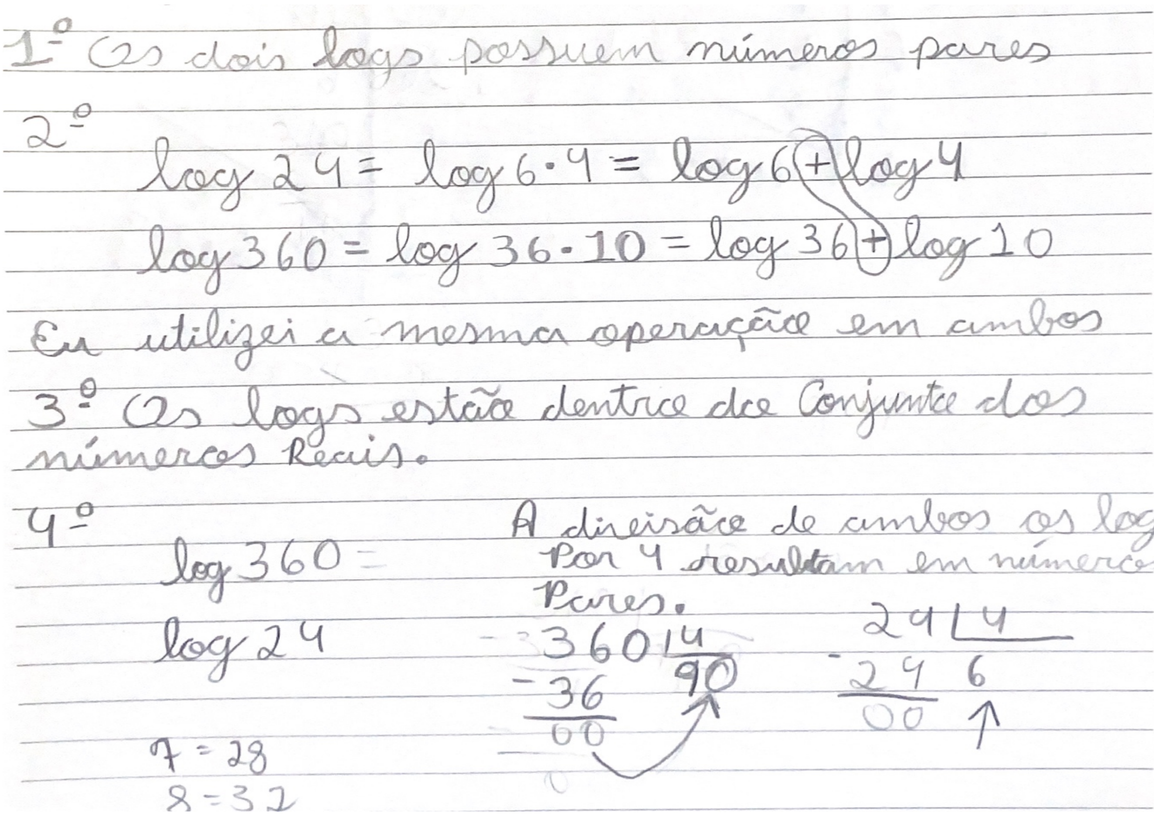
Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 21 – Exemplo de pontuação 1 em flexibilidade na redefinição de atributos



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 22 – Exemplo de pontuação 2 em flexibilidade na redefinição de atributos

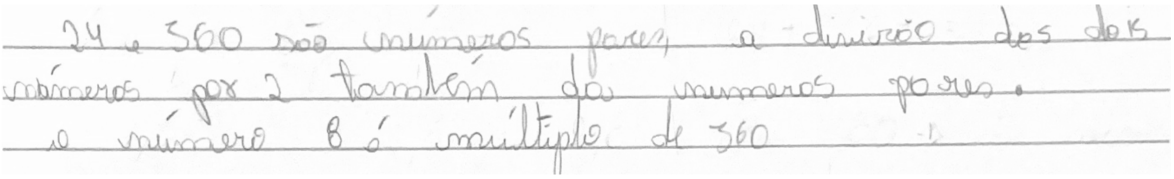


Fonte: Arquivo da pesquisadora.

iii) Originalidade

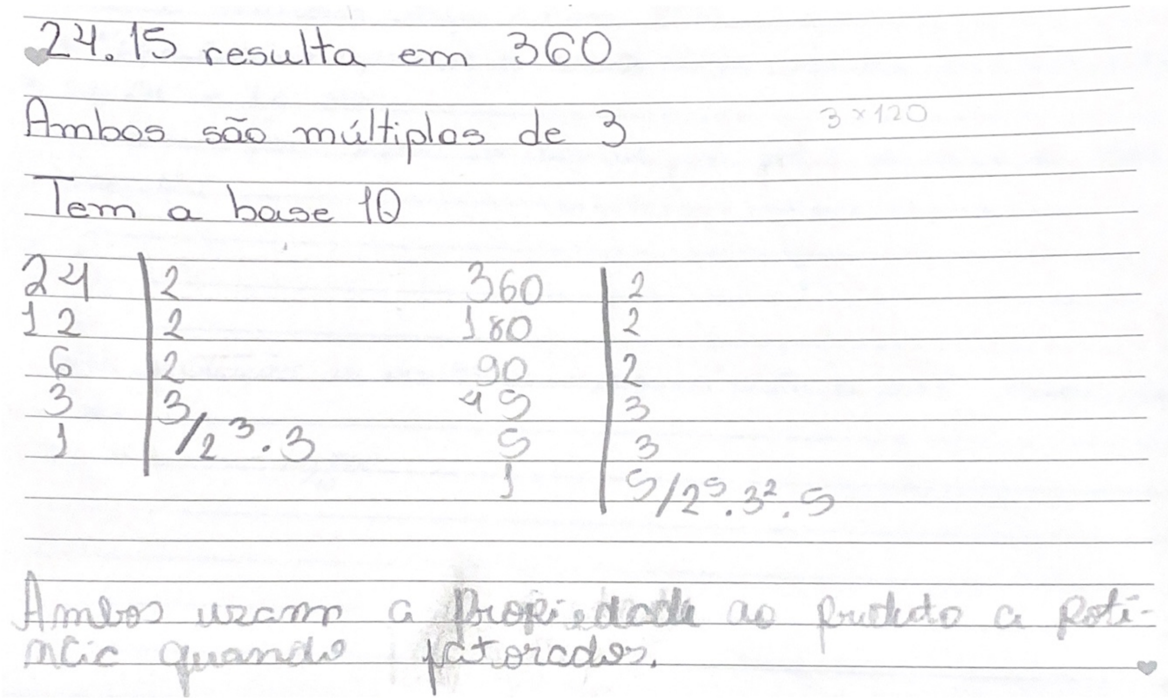
Analogamente à etapa de elaboração de problemas, foram identificadas as palavras-chave e as respectivas frequências nas respostas fornecidas para identificar os termos recorrentes. Como resultado dessa análise, as propriedades com maior frequência são: 24 e 360 são números pares, com 19 respostas contendo essa informação; apresentação de alguns ou todos os divisores comuns, com 16 respostas; a base 10 comum aos dois logaritmos foi citada em 10 respostas; e as propriedades operatórias que podem ser aplicadas aos dois logaritmos aparece em 7 respostas. As demais propriedades identificadas tiveram frequência igual ou inferior a 4. Assim, a pontuação 0 no quesito originalidade foi conferida aos problemas que apresentaram somente os temas recorrentes citados acima. Para a ocorrência de uma propriedade distinta das recorrentes, a pontuação do critério é igual a 1. E para a apresentação de duas ou mais características distintas das apontadas, a pontuação é igual a 2. A avaliação dos parâmetros referentes à originalidade é ilustrada nas figuras 23, 24 e 25, que apresentam respostas com pontuação 0, 1 e 2 nesse aspecto.

Figura 23 – Exemplo de pontuação 0 em originalidade na redefinição de atributos



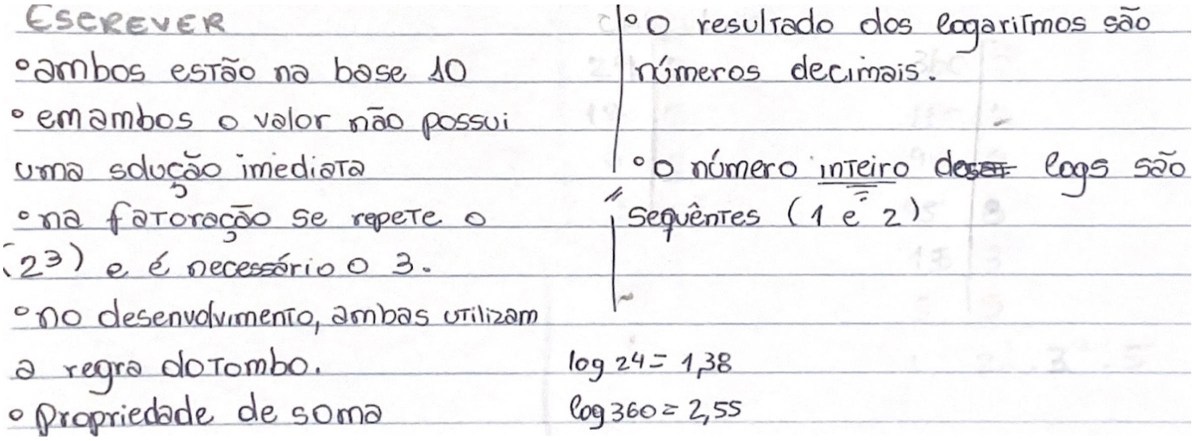
Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 24 – Exemplo de pontuação 1 em originalidade na redefinição de atributos



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Figura 25 – Exemplo de pontuação 2 em originalidade na redefinição de atributos



Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Após as devidas categorizações dos problemas, foi elaborada a tabela 3, que contém os quantitativos de respostas classificadas em cada uma dessas categorias de pontuação por habilidade. Em seguida, realizou-se o somatório das pontuações nas três habilidades para cada problema, no qual o resultado tem valor mínimo igual a 0, e máximo igual a 6. O quantitativo dessas pontuações finais pode ser verificado na figura 26.

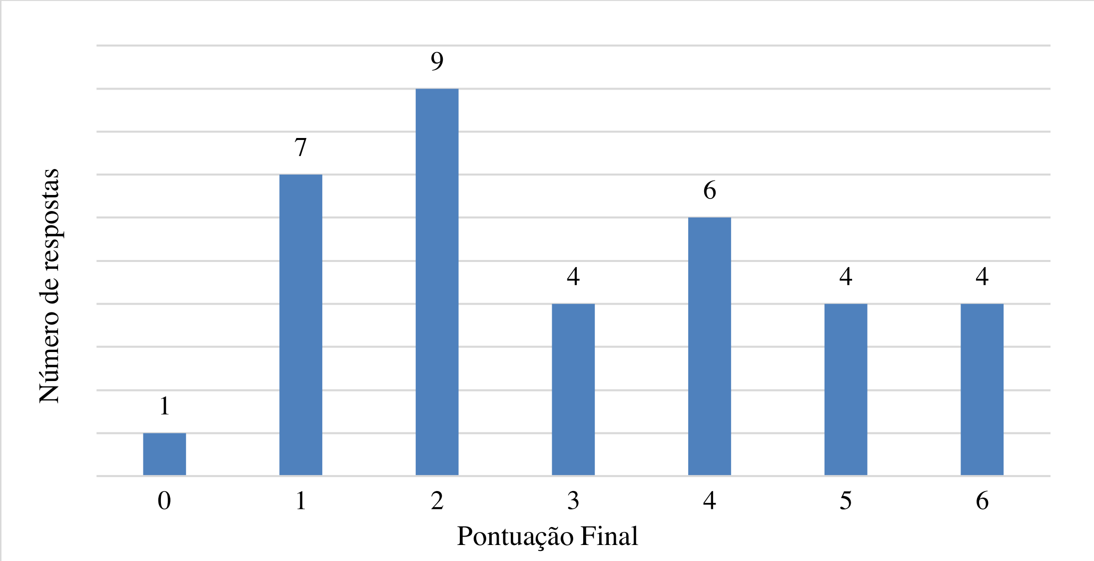
Tabela 3 – Número de respostas por pontuação em cada critério na 2ª etapa

Pontuação por critério	**Fluência**	**Flexibilidade**	**Originalidade**
0	6	13	11
1	15	14	16
2	14	8	8
Total	**35**	**35**	**35**

Fonte: Elaborada pela autora.

Os dados da tabela 3 mostram que os resultados apresentaram menor grau de flexibilidade e de originalidade, onde apenas 23% atingiram o nível máximo desse quesito, o que reflete pouca variação de categorias das propriedades apresentadas e grande volume de respostas comuns. É importante salientar que a tarefa permite número elevado de respostas óbvias, o que favorece a fluência, por isso a maior parte dos estudantes conseguiu apresentar 3 ou mais ideias, em cerca de 83% dos problemas, contudo, essas ideias se concentraram em raciocínios semelhantes, de modo geral.

Figura 26 – Número de respostas por pontuação final na atividade de redefinição



Fonte: Elaborado pela autora.

As circunstâncias mencionadas na análise da Tabela 2 se refletem no gráfico da figura 26, no qual é possível observar que existe uma concentração maior nas pontuações de 0 a 3, correspondendo a 60% do número total de respostas. A figura 26 mostra também que apenas 4 respostas obtiveram pontuação igual a 6, consequência da pontuação igual a 2 nas três habilidades avaliadas, o que corresponde a 11,4% do total de problemas redefinidos que apresentaram respostas incomuns, variabilidade e mais de 3 propriedades comuns identificadas.

Ao avaliar os resultados, é importante ponderar que a atividade foi completamente realizada com cada turma em uma única aula com duração de 45 minutos, e, como já relatado neste estudo, o tempo constitui variável limitante na produção criativa. Além disso, vale lembrar que os critérios definidos para a categorização dos problemas foram constituídos pela própria autora, com base nas respostas dos estudantes. Assim, os resultados fornecem um bom parâmetro comparativo entre os próprios estudantes, no entanto, entre grupos distintos ou com relação a outras atividades, essa comparação é imprecisa.

Outra informação pertinente acerca das circunstâncias em que se sucedeu esta etapa de investigação, é de que os estudantes não tinham conhecimento desse tipo de tarefa. Para auxiliá-los a entender o objetivo do exercício, a professora pesquisadora utilizou o seguinte exemplo de redefinição: identificar e escrever todas as propriedades comuns aos números 5 e 15. Certamente, por esse motivo, as respostas apresentaram em sua maior parte propriedades relacionadas à fatoração dos números 24 e 360, que constituem as respostas comuns, conforme avaliado no quesito originalidade, e com baixo grau de variabilidade, o que corresponde à flexibilidade.

Para finalizar, a respeito da compreensão dos estudantes, as informações inviabilizam afirmar se o entendimento sobre os logaritmos foi efetivo, ou insatisfatório. Das 35 respostas coletadas, 18 fizeram referência a conceitos e/ou propriedades relativas aos logaritmos, enquanto as 17 respostas restantes continham outras características referentes somente aos números 24 e 360, percentuais equivalentes a, respectivamente, 51,4% e 48,5%.

CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo relacionou as estratégias de elaboração de problemas e redefinição de elementos matemáticos com a criatividade em matemática no ensino dos logaritmos. Tais estratégias se mostraram favoráveis ao desenvolvimento da criatividade por possibilitarem o pensamento convergente, o qual promove a resolução de um problema de forma lógica, e o pensamento divergente, aquele que vai em busca de novos caminhos para determinada situação inicial. É evidente que a criatividade é um fenômeno subjetivo e que depende de diversos fatores, inclusive do próprio indivíduo, mas as circunstâncias podem ser modificadas a fim de beneficiar seu desenvolvimento.

Segundo as teorias defendidas por Sternberg e Lubart (1999), Amabile (1989) e Nakamura e Csikszentmihalyi (1998), os principais fatores que influenciam a criatividade podem ser agrupados em três classes: i) indivíduo, que se refere a elementos próprios do sujeito, como estilo de pensamento e personalidade; ii) domínio, que trata do conhecimento percebido pelo indivíduo sobre determinado assunto; e iii) ambiente, que diz respeito às relações sociais que compõem o cotidiano do indivíduo e que acabam por interferir nos aspectos anteriores.

Considerando as classes de domínio e de ambiente, a escola representa um meio propício para o desenvolvimento da criatividade e por isso as práticas pedagógicas precisam ser ajustadas para que se adequem a esse fim, além de atender às necessidades – e determinações legais – de uma educação que faça sentido no contexto atual e que promova a autonomia, responsabilidade e outras habilidades essenciais para a formação desses indivíduos como sujeitos críticos. No ensino da matemática, em especial, as metodologias devem proporcionar uma aprendizagem efetiva, desenvolvendo o raciocínio lógico, a interpretação de dados, argumentação, criatividade e outras competências relativas ao progresso social e intelectual dos indivíduos. As estratégias de proposição e de resolução de problemas são importantes mecanismos para a execução dessas transformações e, juntamente com a estratégia de redefinição de atributos matemáticos, constituem métodos atrativos à produção criativa em matemática.

Uma vez cientes da empregabilidade das estratégias de formulação e redefinição de problemas, este estudo avaliou os níveis de desenvolvimento da criatividade em matemática com a utilização dessas metodologias no ensino das funções exponenciais e logarítmicas. Foram constituídos parâmetros que categorizaram as respostas de acordo com a produção nos quesitos de fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração, que são habilidades relativas, respectivamente, à quantidade de ideias, variação de classes, ideias incomuns e detalhamento, atribuindo pontuações de 0 a 2 segundo os critérios estabelecidos, avaliados em duas etapas distintas da investigação.

Na primeira etapa da pesquisa, referente à elaboração – e resolução – de problemas, foram avaliadas a flexibilidade, originalidade e elaboração. Como resultado, verificou-se que 80% dos problemas da atividade de proposição apresentaram pouca ou nenhuma flexibilidade, o que implica baixo grau de variação em relação aos contextos comuns e às estruturas comuns de problemas envolvendo as funções exponenciais e logarítmicas, conforme definidos os critérios para esse parâmetro pela autora. Por outro lado, a originalidade foi verificada em 75,4% dos problemas formulados, categorizados com pontuações 1 ou 2 nesse quesito, o que demonstra que os alunos conseguiram trazer à tona novas ideias e/ou situações passíveis da aplicação das funções exponenciais e logarítmicas. Já no quesito elaboração, 28% dos problemas não mostraram nível algum de detalhamento na construção da situação, 43% desenvolveram certo grau de detalhamento e 29% desenvolveram de forma mais robusta a formulação do problema. Em um panorama geral, verifica-se que em 86,2% dos problemas desenvolveu-se pelo menos uma das três habilidades.

Ainda na etapa da elaboração de problemas, averiguou-se a percepção dos estudantes sobre a estratégia empregada por meio do Formulário de *feedback*. Das informações coletadas, 58,2% informaram que nunca haviam feito atividade semelhante. Ao questionar a efetividade da estratégia, 67,2% dos estudantes informaram que a proposição de problemas contribuiu para aprendizagem da matemática, 23,8% concordaram parcialmente com essa afirmação, e 9% foram indiferentes. A respeito do aprendizado dos logaritmos, 71,6% consideram que conseguiram assimilar o conteúdo, 25,4% consideram parcialmente essa aprendizagem, e 3% avaliam que não aprenderam o conteúdo em questão.

Na atividade de redefinição de problemas, que compõe a segunda etapa da pesquisa, realizada com grupo de participantes distinto do anterior, foram avaliadas as habilidades de fluência, flexibilidade e originalidade, com categorização semelhante à da etapa precedente, porém, com critérios definidos a partir da ponderação das novas circunstâncias e das respostas coletadas. Os resultados obtidos mostram que apenas 23% dos problemas redefinidos atingiram nível máximo de flexibilidade e originalidade, o que implica em pouca variabilidade de classes de propriedades e elevado número de respostas comuns. Já a fluência foi desenvolvida em algum nível em 83% dos problemas redefinidos, que foram classificados em 1 ou 2 nessa habilidade. Da forma como foi definido o critério de fluência, significa que esse percentual conseguiu apresentar pelo menos três propriedades comuns aos logaritmos propostos para redefinição. Esta atividade se mostrou favorável à fluência por permitir respostas óbvias alcançadas pela maior parte dos estudantes.

A interpretação desses resultados, levando em consideração as circunstâncias de realização em cada etapa e a percepção da pesquisadora, reitera que o nível de conhecimento do indivíduo a respeito do conteúdo a ser avaliado e o tempo destinado à realização das tarefas podem interferir diretamente na produção criativa. Ademais, o fato de os estudantes, em sua maioria, nunca terem realizado atividade semelhante, seja de elaboração ou redefinição de elementos, reforça a necessidade de implementação dessas práticas pedagógicas que estimulam a autonomia e criatividade em matemática de forma mais usual, incluindo essas ferramentas no cotidiano das atividades escolares, pois a falta de familiaridade com o exercício também interferiu na produção.

Por fim, segundo a percepção da autora durante a realização das atividades, as estratégias de elaboração e resolução de problemas e a redefinição de elementos matemáticos, além de favorecerem a criatividade em matemática, são mecanismos que promovem o engajamento dos estudantes, ajudam a aprimorar o raciocínio e a estabelecer as conexões entre o conhecimento teórico e prático e proporcionam ricas contribuições nas produções realizadas.

Como hipóteses para futuras pesquisas, sugiro a produção de modelos de atividades de elaboração de problemas e redefinição de atributos matemáticos, já que os livros didáticos, em geral, apresentam diversas possibilidades para resolução, e poucas ou nenhuma para a proposição e redefinição. Sugiro também uma investigação com a proposição de situação livre com problemas abertos, para permitir a avaliação da fluência de ideias.

REFERÊNCIAS

AMABILE, Teresa M. ***Growing up creative: Nurturing a lifetime of creativity.*** The Creative Education Foundation. Amherst, MA,1989.

Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **PISA Brasil: Relatório Brasil no PISA 2018.** Diretoria de Avaliação da Educação Básica (DAEB), 2019.

BROUSSEAU, Guy. ***Os diferentes papéis do professor***. In: PARRA, Cecília.; SAIZ, Irma (Org.). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.** Artmed, p. 48-72. Porto Alegre, 1996.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos: função exponencial, função logarítmica e sequências**. Editora Ática. 1ª Edição. São Paulo, 2020.

DEWI, H. L., MARSIGIT. ***Mathematical creative thinking and problem posing: an analysis of vocational high school students' problem posing.*** Journal of Physics. Conf. Series 1097 012134. UK, 2018.

ERVYNCK, Gontran. **Mathematical creativity.** In: D. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking, p. 42-53. Kluwer Academic Publisher. Boston, 1991.

GONTIJO, Cleyton; CARVALHO, Alexandre; FONSECA, Mateus; e FARIAS, Mateus. **Criatividade em Matemática: conceitos, metodologias e avaliação.** Editora Universidade de Brasília. Brasília, 2019.

GONTIJO, Cleyton. ***Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do Ensino Médio.*** Dissertação (Doutorado). Universidade de Brasília. Brasília, 2007.

HADAMARD, Jaques. **The psychology of invention in the mathematical field.** Dover Publications. Mineola, NY, 1954.

LIMA, Elon Lages. **Números e funções reais.** Sociedade Brasileira de Matemática. Coleção PROFMAT. 1ª Edição. Rio de Janeiro, 2013.

MENTALIDADES MATEMÁTICAS. ***Por que é tão importante saber matemática?*** Disponível em: <https://mentalidadesmatematicas.org.br>. Acesso em: 15 jan. 2022.

NAKAMURA, Jeanne; CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. ***Creativity in later life.*** Creativity and Development. Oxford University Press. 2003.

PELCZER, Ildikó; RODRÍGUEZ, Fernando. ***Creativity assessment in school settings through problem posing tasks.*** The Mathematics Enthusiast, Vol. 8, n. 1, p. 383-398. University of Montana, 2011.

PIROTA, Kleber Roberto. ***A matemática nas epidemias: Introdução a alguns conceitos básicos que podem nos ajudar a entender como modelos matemáticos avaliam a eficácia de possíveis medidas de contenção.*** Unicamp. São Paulo, 2020.

QUEIROZ, Rafael Vitor Guerra. ***Estudo sobre a criatividade em matemática.*** Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2021.

RAMOS, Taurino Costa. ***A importância da matemática na vida cotidiana dos alunos do Ensino Fundamental II.*** Cairu em Revista. Ano 06, n. 09, p. 201-218. Fundação Visconde de Cairu. Salvador, jan/fev 2017.

SILVER, Edward A. ***Fostering creativity trough instruction rich in mathematical problem solving and problem posing.*** International Reviews on Mathematical Education, 29, p. 75-80. Pittsburg, CA, 1997.

STARKO, Alane J. **Creativity in the classroom: Schools of curious delight.** 4th Ed., Routledge. Abingdon, UK, 2010.

STERNBERG, Robert J., LUBART, Todd I. ***The concept of creativity: Prospects and paradigms.*** Handbook of Creativity, p. 3-15. Cambridge University Press. Cambridge, UK, 1999.

STERNBERG, Robert J. WILLIAMS, Wendy M. **How to develop student creativity.** Association of Supervision and Curriculum Development. Alexandria, VA, 1996.

STOYANOVA, E.; ELLERTON, N. F. (1996). ***A framework for research into students' problem posing in school mathematics***. In P. C. Clarkson (Ed.), Technology in mathematics education. p. 518-525. Melbourne, Victoria: Mathematics Education Research Groupof Australasia, 1996.

URQUIJO, Sebastian. ***Criatividade: relações entre as concepções fatorialistas e a piagetiana.*** Tese (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas. São Paulo, 1996.

APÊNDICES

ANEXO I

Formulário de Autorização

AVALIAÇÃO DA CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA NA ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS E REDEFINIÇÃO DE ELEMENTOS MATEMÁTICOS: UMA APLICAÇÃO NO ENSINO DE LOGARITMOS

* Indica uma pergunta obrigatória

E-mail*

____

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Gostaríamos de convidá-lo(a) a autorizar o seu filho(a) a participar da pesquisa intitulada *"Avaliação da criatividade em matemática na elaboração de problemas e redefinição de elementos matemáticos: uma aplicação no ensino de logaritmos",* realizada pelo programa de mestrado profissional em Matemática – PROFMAT da Universidade de Brasília – UnB. O objetivo geral da pesquisa é avaliar a criatividade em matemática a partir da utilização das estratégias de elaboração de problemas e redefinição de elementos matemáticos no ensino de logaritmos para alunos da 2ª série do Ensino Médio. A participação de seu filho(a) é voluntária. As informações serão utilizadas somente para fins desta pesquisa e serão tratadas com sigilo, de modo a preservar a identidade do(a) estudante. Por benefício, espera-se que os participantes, após as atividades, sejam levados a aprofundar seus conhecimentos sobre exponenciais e logaritmos. A pesquisadora coloca-se à disposição para demais esclarecimentos no e-mail: juliana.abrantes@edu.se.df.gov.br

1) Diante das explicações, você acha que está suficientemente informado(a) a respeito da pesquisa que será realizada e concorda de livre e espontânea vontade na participação, de forma voluntária do seu filho(a)?*

- Sim
- Não

2) Nome do(a) estudante:*

____

3) Nome do(a) responsável que está autorizando:*

____

4) Grau de parentesco com o(a) estudante:*

- ☐ Mãe
- ☐ Pai
- ☐ Responsável financeiro
- ☐ Responsável pedagógico

5) Número de telefone do(a) responsável (com DDD):*

6) Alguma observação?

____

____

ANEXO II

Questionário 01

Componente curricular: Matemática	Professor(a): Juliana Abrantes	
Ano Letivo: 2022	Série: 2ª	Bimestre: 3º

Atividade de Matemática

Instruções:

Para realizar esta atividade, solicita-se que sejam formados grupos de até 05 alunos, de livre escolha. Cada grupo irá receber uma folha A4 em branco para registrar a resposta da atividade. Os grupos devem realizar a seguinte tarefa:

Elabore uma situação-problema que possa ser resolvida, necessariamente, por meio de logaritmos. Apresente o problema e a resolução passo a passo.

O prazo de entrega é de 1 semana.

A aula presente será destinada ao início do desenvolvimento da atividade, com a intermediação da professora.

ANEXO III

Questionário 02

Componente curricular: Matemática	Professor(a): Juliana Abrantes	
Ano Letivo: 2023	Série: 2ª	Bimestre: 2º

Atividade de Matemática

Instruções:

A atividade a seguir pode ser feita individualmente ou em dupla de livre escolha. Realizar a seguinte tarefa:

Identifique o máximo possível de características comuns aos logaritmos log 24 e log 360. Escreva essas características.

As respostas devem ser registradas em folha pautada à parte e entregues à professora até o fim desta mesma aula.

ANEXO IV

Formulário de *Feedback*

AVALIAÇÃO DA CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA NA ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS E REDEFINIÇÃO DE ELEMENTOS MATEMÁTICOS: UMA APLICAÇÃO NO ENSINO DE LOGARITMOS

* Indica uma pergunta obrigatória

Formulário de *feedback* da atividade de proposição de problemas.

Este formulário tem como objetivo a obtenção de uma devolutiva sobre a aplicação da atividade proposta pela pesquisadora e professora Juliana Abrantes Tavares.

As respostas não serão identificadas, sinta-se à vontade para expressar sua opinião.

1) Em relação exercício de proposição/resolução de problemas: você já havia feito atividade semelhante em algum outro momento na sua trajetória escolar?*

- o Sim
- o Não

2) Você considera que essa estratégia de proposição/resolução de problemas contribuiu para a aprendizagem matemática?*

- o Concordo totalmente
- o Concordo parcialmente
- o Indiferente
- o Discordo parcialmente
- o Discordo totalmente

3) Você considera que conseguiu aprender logaritmo e suas aplicações?*

- o Sim
- o Parcialmente
- o Não

4) Baseado na sua experiência, cite pontos **positivos,** se houver, da estratégia de formulação de problemas.

____

____

5) Baseado na sua experiência, cite pontos **negativos,** se houver, da estratégia de formulação de problemas.

Gostaria de fazer alguma outra observação?

Obrigada pela colaboração.

ANEXO V

Respostas ao questionamento: "*Baseado na sua experiência, cite pontos positivos, se houver, da estratégia de formulação de problemas*".

1) *"Aprendemos um pouco e ajudamos a Ju."*
2) *"Aprendi mais sobre logaritmo também."*
3) *"É bom para pensar como usar log e pra que, quando é útil e pra aprender a usar e facilitar cálculos."*
4) *"Creio que a parte de ter que pensar no logaritmo para criar o problema, isto é, pesquisar e descobrir em quais momentos usar o logaritmo é mais adequado e, consequentemente, descobrir a finalidade do log."*
5) *"Melhora o raciocínio e a ajuda a entender a aplicabilidade da matéria."*
6) *"Perceber como tudo tem que se encaixar para que a equação se resolvida adequadamente."*
7) *"A fixação dos princípios matemáticos, tanto do logaritmo quanto da matemática básica."*
8) *"Alta gama de possibilidades relacionada a criação do problema."*
9) *"Você realmente tem que saber o conteúdo para criar perguntas, e não só decorar as formas de aplicações, fórmulas, etc."*
10) *"Jeitos mais simples para a resolução."*
11) *"Nos deu autonomia pra aprendermos a resolver problemas com a nossa própria cabeça."*
12) *"Me bota pra pensar."*
13) *"Aprendemos a ter autonomia para construir problemas."*
14) *"Nos possibilita a ter uma visão diferente sobre um exercício nos forçando a imaginar diferentes contextos onde o log se encaixa instigando a uma nova visão sobre o log."*
15) *"Instigar os alunos a fazerem algo para o desenvolvimento escolar de forma divertida e por conta própria."*
16) *"Trabalha a criatividade e a prática."*
17) *"É uma forma de aprendizado e uma experiência nova e legal em sala."*
18) *"Aumento da capacidade de criação e solução de problemas."*
19) *"Aprendizado."*
20) *"Melhor entendimento."*

21) *"Promove o aprendizado e desenvolvimento da criatividade para a criação de questões."*
22) *"Ajuda a ter uma noção de como resolver os exercícios."*
23) *"Esta estratégia nos instiga a pensar e compreender melhor a aplicação e propriedades do logaritmo."*
24) *"Eu acredito que com a formulação de perguntas, o aluno aprende de uma maneira diferente, saindo da mesmice de ler livros e ver aulas."*
25) *"Ele força os alunos a resolver e a entender o logaritmo para conseguir formular a pergunta, portanto, é um excelente meio de ensino."*
26) *"Você consegue descobrir novas aplicações do logaritmo na vida real, deixando mais fácil entender."*
27) *"Eficiente."*
28) *"Tem bastante aprendizado sobre as características do logaritmo, o jeito de fazê-lo ajuda muito."*
29) *"Se torna mais fácil o aprendizado."*
30) *"Boa explicação e os métodos utilizados."*
31) *"Ajudou a lembrar sobre alguns tópicos."*
32) *"Ajuda nas provas e na resolução de problemas."*
33) *"Estimula a criatividade."*
34) *"Ajuda a entender melhor a interpretação das questões."*
35) *"Facilitar o entendimento de logaritmo."*
36) *"Entender como a questão é feita ajuda a entender o porquê da resolução."*
37) *"Ótimo jeito de aprender."*
38) *"Aprendizado e lógica."*
39) *"Aprendizagem."*
40) *"É útil para se pensar em problemas e/ou situações em podemos usar log para facilitar as contas."*
41) *"Facilita o aprendizado."*
42) *"Em grupo."*
43) *"Maior facilidade em novas questões."*
44) *"Estimula o pensamento sobre o funcionamento do conteúdo, ajuda a pensar sobre problemas e a aplicabilidade da matemática na vida prática."*
45) *"Por ser uma forma diferente de resolver exercícios isso ajuda bastante no aprendizado."*
46) *"É uma forma a mais de como resolver problemas relacionados a isso"*