

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UM MODELO DE VIDA EM FADIGA MULTIAXIAL DE
ALTO CICLO BASEADO EM UMA NOVA MEDIDA PARA
A AMPLITUDE DE TENSÃO CISALHANTE

ROBERTO DIAS ALGARTE

ORIENTADOR: EDGAR NOBUO MAMIYA

TESE DE DOUTORADO EM
CIÊNCIAS MECÂNICAS

PUBLICAÇÃO: ENM.TD-001/2009

BRASÍLIA/DF: JUNHO - 2009.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UM MODELO DE VIDA EM FADIGA MULTIAXIAL DE
ALTO CICLO BASEADO EM UMA NOVA MEDIDA PARA
A AMPLITUDE DE TENSÃO CISALHANTE

ROBERTO DIAS ALGARTE

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.

APROVADA POR:

Prof. Edgar Nobuo Mamiya, Dr. (UnB)
(Orientador)

Prof. Nestor Zouain Pereira, Dr. (COPPE-UFRJ)
(Examinador Externo)

Prof. Luciano Mendes Bezerra, Ph.D. (UnB)
(Examinador Externo ao Programa)

Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, Dr. (UnB)
(Examinador Interno)

Prof. Fábio Comes de Castro, Dr. (UnB)
(Examinador Interno)

Prof. José Alexander Araújo, Ph.D. (UnB)
(Examinador Interno - Suplente)

BRASÍLIA/DF, 22 DE JUNHO DE 2009.

FICHA CATALOGRÁFICA

ALGARTE, ROBERTO DIAS

Um Modelo de Vida em Fadiga Multiaxial de Alto Ciclo Baseado em uma Nova Medida para a Amplitude de Tensão Cisalhante. [Distrito Federal] 2009.

xi, 70p., 297 mm (ENM/FT/UnB, Doutor, Ciências Mecânicas, 2009). Tese de Doutorado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| 1. Fadiga em metais | 2. Fadiga multiaxial |
| 3. Estimativa de vida | 4. Vida-finita |
| I. ENM/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ALGARTE, R. D. (2009). Um Modelo de Vida em Fadiga Multiaxial de Alto Ciclo Baseado em uma Nova Medida para a Amplitude de Tensão Cisalhante. Tese de Doutorado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.TD-001/2009, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 70p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Roberto Dias Algarte.

TÍTULO DA TESE DE DOUTORADO: Um Modelo de Vida em Fadiga Multiaxial de Alto Ciclo Baseado em uma Nova Medida para a Amplitude de Tensão Cisalhante.

GRAU / ANO: Doutor / 2009

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Roberto Dias Algarte
AOS 02 Bl. B Apto 101
70.660-022 Brasília - DF - Brasil.

Sumário

1	Introdução	1
2	Tópicos de fadiga uniaxial em metais	5
2.1	Plasticidade cíclica de metais	5
2.2	Filosofias de Projeto em Fadiga	8
2.2.1	Vida-total	8
2.2.2	Mecânica da Fratura Linear Elástica	11
2.3	Classificação baseada em número de ciclos	12
3	Modelos Clássicos de Estimativa de Vida Para a Fadiga Multiaxial	13
3.1	Modelos baseados em deformações	13
3.1.1	Modelo de Brown & Miller	14
3.1.2	Modelo de Fatemi-Socie	16
3.2	Modelos baseados em tensões	17
3.2.1	Modelo de Findley	18
3.2.2	Modelo de McDiarmid	18
3.3	Modelo de Smith-Watson-Topper	19
4	Medidas para a Amplitude de Tensão Cisalhante	21
4.1	Definições preliminares	21
4.2	Medidas baseadas em invariantes de tensão	23
4.2.1	Medida da Menor Hiperesfera	23
4.2.2	Medida de Deperrois	24
4.2.3	Medida da Menor Elipse	25
4.3	Medida do elipsóide com menor norma de Frobenius	26
5	Novo Modelo para Estimativa de Vida	29
5.1	Medida baseada no Envelope Prismático	29
5.2	Modelo proposto para estimativa de vida	32

6	Validação do Modelo Proposto	34
6.1	Identificação dos parâmetros materiais	34
6.2	Resultados	35
6.2.1	Resultados para o aço SM45C	36
6.2.2	Resultados para o aço 30NCD16	41
6.2.3	Resultados para o alumínio 6082-T6	45
6.2.4	Resultados para o aço 1045	45
6.3	Análise comparativa dos resultados	52
7	Conclusão	55
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57
	APÊNDICES	62
	A IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO NOVO MODELO	63

Lista de Tabelas

6.1	Propriedades dos metais em ensaios de tração.	36
6.2	Parâmetros materiais calculados para o aço SM45C.	36
6.3	Resultados para os ensaios de um aço SM45C (Lee, 1985)	37
6.4	Parâmetros materiais calculados para o aço 30NCD16.	41
6.5	Resultados para os ensaios de um aço 30NCD16 (Dubar, 1992)	42
6.6	Parâmetros materiais calculados para o alumínio 6082-T6.	45
6.7	Resultados para os ensaios de um Al 6082-T6 (Susmel & Petrone, 2003)	46
6.8	Parâmetros materiais calculados para o aço 1045.	48
6.9	Resultados para os ensaios de um aço 1045 (Verreman & Guo, 2007)	49

Capítulo 1 Introdução

Em países altamente industrializados, estima-se que cerca de 90% das falhas mecânicas ocorrem devido a fraturas provocadas por fadiga. Segundo Fatemi & Zoroufi (2002), em 1978, os Estados Unidos dispenderam cerca de US\$119 bilhões, significando 4% do PIB daquele ano, com manutenção de componentes que falharam por fadiga. O estudo citado por estes autores apontou que grande parte deste custo poderia ser reduzido caso fossem aplicadas aos projetos mecânicos metodologias adequadas para prevenção deste tipo de degradação.

Atualmente, segundo Papadopoulos (2001), o projeto de componentes mecânicos que assegure resistência à fadiga multiaxial de alto ciclo é o principal problema enfrentado pelos setores produtivos ligados à engenharia mecânica. Componentes automobilísticos, por exemplo, tais como bielas, virabrequins, braços de suspensão e eixos de transmissão, são projetados para um funcionamento sem falhas durante milhões de ciclos de carregamento. Outros exemplos incluem a fuselagem de uma aeronave, que está sujeita a carregamentos multiaxiais cíclicos devido a operações repetidas de pressurização e despressurização ou ainda vasos de pressão e tubulações com paredes finas, submetidos a carregamentos biaxiais provenientes da pressurização interna.

Hoje, a percepção da indústria é a de que a abordagem uniaxial já não atende mais às necessidades de projeto, por conta da presença de carregamentos complexos multiaxiais e não-proporcionais a que componentes mecânicos, sob condições reais de serviço, estão submetidos. O projeto de uma biela de um motor pesado requer que tal peça tenha furos para a passagem de óleo lubrificante, bem como buchas nos olhais. Neste caso, a determinação da(s) região(ões) críticas em relação à fadiga não constitui um problema intuitivo e nem simples, uma vez que a distribuição do campo de tensões pode ter caráter predominantemente multiaxial.

Na situação de fadiga de alto ciclo, existem basicamente duas abordagens de projeto que podem ser utilizadas. Uma delas procura determinar, para uma situação de vida infinita, a resistência da peça, descrita pelo máximo nível de tensões ou deformações cíclicas a ela aplicadas. A outra abordagem objetiva especificar, para um determinado

nível de tensões ou deformações, a vida do componente, medida em número de ciclos.

No contexto de solicitações uniaxiais, as teorias que suportam ambas as abordagens citadas, apresentam resultados já consagrados. No entanto, como já foi dito, raras são as situações onde os componentes são submetidos a solicitações em uma só direção. Desta forma, devem ser elaboradas novas abordagens de projeto, ou modificadas as atuais, para que solicitações complexas, multiaxiais, sejam consideradas.

Para o cálculo da vida de um componente, são mais comuns as propostas baseadas da determinação de planos críticos. Brown & Miller (1973) consideraram que no plano de máxima deformação cisalhante, onde ocorre nucleação de trinca, denominado plano crítico, a deformação normal influencia o processo de propagação da trinca. O cisalhamento equivalente que resulta da influência destas duas grandezas se iguala à curva de Manson (1960). Mais tarde, este modelo foi modificado por Wang & Brown (1993), que incluíram a influência da tensão média.

Com base na idéia de Brown & Miller (1973), Socie (1987) propôs uma abordagem de plano crítico onde o níveis das deformações cisalhantes e normais determinam como este plano é definido. Este modelo foi modificado por Fatemi & Socie (1988), que propuseram como crítico o plano de máxima deformação cisalhante, cuja medida equivalente é influenciada pela máxima tensão normal.

Dentro da abordagem de resistência à fadiga, os primeiros esforços significativos para modelagem dos efeitos das tensões multiaxiais datam da década de 50 com os trabalhos de Crossland (1956) e Sines (1959). O enfoque destes dois autores, cujos critérios consideram um nível diferenciado de influência para as tensões normais e cisalhantes, foi seguido por diversas propostas posteriores. Dentre elas, destaca-se o trabalho de Dang Van (1973), que baseia o cálculo destas tensões em expressões concebidas numa escala mesoscópica. Papadopoulos et al. (1997) propuseram uma variação no modelo de Dang Van onde as tensões são quantidades médias obtidas ao longo de um volume.

No âmbito das estratégias baseadas em tensão, existem propostas de estimativa de vida que medem tensões cisalhantes e normais em planos críticos específicos. Concebidos originalmente como critérios de resistência à fadiga, os modelos de Findley (1959) e McDiarmid (1991, 1994), por exemplo, foram adaptados para estimativas de vida realizadas na região de vida finita. Cada uma das propostas define seu plano crítico, onde a tensão equivalente resultante é cisalhante. Nos dois casos, esta tensão se relaciona com

a vida segundo uma curva de Basquin (1910), definida para carregamentos de torção pura.

Dentre os trabalhos mais recentes, de Freitas et al. (2000) propuseram um modelo de estimativa de vida, adaptando um critério de resistência à fadiga, tal que as medidas são obtidas a partir de uma elipse mínima que circunscreve a história de tensão no espaço desviador. Papadopoulos (2001) também estima vida adaptando um critério de resistência, onde os valores das tensões são calculados em um volume representativo de material. Adotando estratégia diferenciada, Lazzarin & Susmel (2003) utilizaram um modelo de vida onde o plano crítico é obtido inspecionando-se medidas baseadas no menor círculo que circunscreve suas tensões cisalhantes.

A estimativa de Cristofori et al. (2008) adota medida específica para magnitude das tensões cisalhantes a partir de projeções da história de tensão no espaço desviador. A abordagem de estimativa de vida proposta por Jabbado & Maitournam (2008) estabelece uma relação entre o número de ciclos para a falha com a amplitude da deformação plástica mesoscópica. Estudando a vida em ligas de alumínio no contexto de deformações controladas, Zhao & Jiang (2008) aplicaram o modelo de Jiang & Sehitoglu (1992) que propõe uma modificação no parâmetro de Smith-Watson-Topper. O modelo de Jiang (2000), por sua vez, baseia-se na plasticidade cíclica do material, medindo o dano provocado principalmente pelas deformações plásticas normais e cisalhantes.

Para o caso de aços-cromo, o modelo de Kim et al. (2004) considera que o plano crítico é dado pela máxima faixa de tensão normal e que a relação da tensão equivalente proposta com a vida é descrita por uma curva de Basquin. Utilizando esta mesma curva, a abordagem de Döring et al. (2006) admite a existência de uma pequena trinca semi-circular fictícia com tamanho inicial calculado, a partir da qual se obtém uma taxa de propagação. O plano crítico deste modelo é obtido com base na máxima taxa de propagação para tal trinca fictícia.

Neste contexto, o presente trabalho propõe um novo modelo de estimativa de vida em fadiga sob carregamentos multiaxiais, utilizando abordagem baseada em tensão. De maneira diversa a estratégias de plano crítico, o novo modelo define uma formato elíptico para sua tensão equivalente, calculada exclusivamente a partir do histórico de tensões. Da mesma forma que os modelos em tensão citados anteriormente, o modelo proposto considera que a relação entre esta tensão equivalente e a vida é descrita por uma curva de Basquin. A amplitude de tensão cisalhante, que é parte integrante da

tensão equivalente, é a medida apresentada por Mamiya et al. (2009) no contexto de critérios de resistência à fadiga (vida infinita).

Para a validação do modelo proposto, comparou-se as vidas estimadas com dados experimentais de ensaios multiaxiais realizados em quatro materiais diferentes: um aço SM45C com dados extraídos de Lee (1985); um aço-liga 30NCD16 de Dubar (1992); uma liga de alumínio 6082-T6 com dados de Susmel & Petrone (2003) e um aço 1045 de Verreman & Guo (2007). A determinação dos parâmetros materiais foi realizada a partir de dados relacionados a carregamentos em tração-compressão e torção pura.

O trabalho está estruturado da seguinte forma: uma breve introdução teórica apresenta os fundamentos do assunto no Capítulo 2; no Capítulo 3, apresenta-se resumidamente os modelos mais relevantes de estimativa de vida. A seguir, no Capítulo 4, várias medidas de amplitude de tensão cisalhante são mostradas. Nos Capítulos 5 e 6, o modelo proposto é apresentado, bem como suas validações e discussões finais.

Capítulo 2 Tópicos de fadiga uniaxial em metais

Observa-se na prática que corpos submetidos a carregamentos variáveis ao longo do tempo apresentam comportamento mecânico distinto da situação de cargas aplicadas monotonicamente. Na maioria das vezes, em termos de níveis máximos de carga, um corpo é menos resistente a cargas variáveis do que a cargas estáticas. Diz-se então que Fadiga é o ramo da Resistência de Materiais que estuda a deterioração mecânica e estrutural dos corpos quando submetidos a carregamento variáveis.

O fenômeno da fadiga em metais tem seu início com o aparecimento de micro-deformações plásticas no material, representadas por deslizamentos sucessivos de planos em bandas preferenciais. A partir daí, o mecanismo de falha é dividido, segundo Forsyth (1962), em três estágios: (I) nucleação e crescimento de micro-trincas evoluindo para nucleação das primeiras macro-trincas; (II) propagação de macro-trincas até um tamanho crítico e (III) propagação catastrófica de macro-trincas. Em última análise, pode-se dizer que um componente que falhou por fadiga sofreu, ao longo do tempo, um processo de deformação plástica seguido de fratura. De qualquer forma, fenômenos envolvendo fadiga são complexos e alguns deles ainda permanecem sem explicação física consistente.

O objetivo deste capítulo é introduzir conceitos básicos de fadiga, apresentando a nomenclatura que será utilizada ao longo desta tese. Como o texto não pretende ser exaustivo, pode-se aprofundar os temas tratados nos livros-texto de Suresh (1998), Socie & Marquis (2000) e Schijve (2001).

2.1 Plasticidade cíclica de metais

O tema da fadiga é classicamente introduzido considerando-se uma situação de história cíclica de carregamento uniaxial cuja amplitude é constante. Com base na Figura 2.1, que exemplifica uma história de tensão controlada, são definidas a tensão máxima σ_{\max}

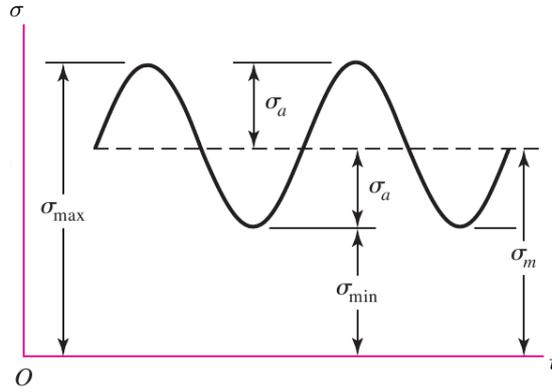


Figura 2.1: História cíclica de carregamento.

e a tensão mínima σ_{\min} . A partir delas, obtém-se:

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}; \quad (2.1)$$

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2}; \quad (2.2)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}; \quad (2.3)$$

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}; \quad (2.4)$$

$$A = \frac{1 - R}{1 + R}. \quad (2.5)$$

A diferença $\Delta\sigma$ é a *faixa de tensão*, σ_a é a *amplitude de tensão*, σ_m é *tensão média*, R é a *razão de tensão* e A a *razão de amplitude*. Diz-se que um carregamento cíclico é completamente reversível se $R = -1$. Definições análogas às grandezas anteriores são adotadas em situações de deformações cíclicas controladas.

No contexto de corpos metálicos submetidos a plasticidade cíclica, um ciclo estabilizado de tensão-deformação é mostrado na Figura 2.2. O gráfico evidencia que a faixa de deformação total $\Delta\epsilon$ é a soma das deformações plástica $\Delta\epsilon_p$ e elástica $\Delta\epsilon_e$. Como a rigidez elástica E fica preservada, então $\Delta\epsilon_e = \Delta\sigma_e/E$.

É importante lembrar que o efeito Bauschinger está presente na plasticidade cíclica. Durante o encruamento em tração, para carregamentos tração-compressão, ele se manifesta amolecendo o material em compressão e vice-versa. Aliado a este efeito, podem ocorrer, ao longo dos ciclos, os comportamentos descritos a seguir.

- i. *Amolecimento cíclico*: em tensões controladas, a deformação $\Delta\epsilon$ aumenta e para deformações controladas, $\Delta\sigma$ diminui.

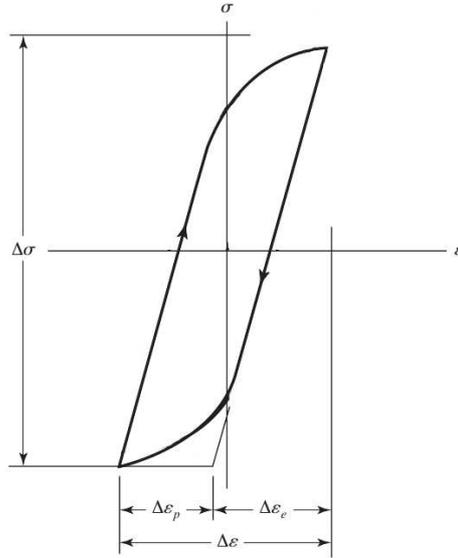


Figura 2.2: Ciclo estabilizado de tensão-deformação.

- ii. *Encruamento cíclico*: em tensões controladas, a deformação $\Delta\epsilon$ diminui e para deformações controladas, $\Delta\sigma$ aumenta.
- iii. *Acomodação*: situação que se manifesta em tensões controladas onde a variação de $\Delta\epsilon_p$ é nula. Trata-se da estabilização de um processo de amolecimento ou encruamento cíclico, tal que a deformação plástica resulta constante. Se $\Delta\epsilon_p$ estabiliza com valor zero, a acomodação é dita elástica; caso contrário ela é plástica.
- ii. *Fluência cíclica*: em tensões controladas não simétricas ($R \neq -1$), a magnitude do escoamento trativo (compressivo) é maior que a do escoamento compressivo (trativo). Desta forma, a variação da faixa $\Delta\epsilon_p$ é sempre positiva.

No contexto de carregamentos cíclicos, a presença de plasticidade é um fator determinante para o mecanismo de falha por fadiga. Situações de acomodação elástica nas escalas macroscópica e mesoscópica, onde a deformação estabilizada $\Delta\epsilon_p$ é nula, colocam o material numa situação chamada vida infinita, onde a falha por fadiga, quando presente, ocorre em vidas bastante altas.

2.2 Filosofias de Projeto em Fadiga

A fim de se estimar a vida em fadiga de um componente, costuma-se adotar duas estratégias distintas: a abordagem de *vida-total* é aplicada nos casos onde a nucleação e o crescimento de micro-trincas (estágio I) ocupa grande parte da vida do componente; se é a propagação de macro-trincas até um tamanho crítico (estágio II) quem ocupa parcela significativa da vida, a falha é estudada via *Mecânica da fratura linear elástica*.

2.2.1 Vida-total

A estratégia de vida-total reflete uma situação onde o componente é considerado, a priori, desprovido de elementos concentradores de tensão como falhas, inclusões, descontinuidades. Além disso, o estágio II do mecanismo de falha ocupa parcela insignificante da vida. No entanto, independente da duração deste estágio, pode ocorrer que a opção pela abordagem de vida-total seja uma diretriz de projeto, onde a mera nucleação de macro-trincas é considerada falha estrutural.

A vida-total pode ser estudada num contexto de tensão controlada, quando passa a ser denominada *tensão-vida*. Se o estudo for realizado numa situação de deformação controlada, tem-se a abordagem de *deformação-vida*.

2.2.1.1 Tensão-vida

Considerando que a tensão é uma variável controlada no estudo da vida-total, o objetivo da abordagem em questão é estimar a vida do componente com base numa relação entre medida de tensões variáveis e unidade de vida. No contexto de carregamentos cíclicos, por exemplo, utiliza-se geralmente relações do tipo amplitude σ_a versus número de ciclos N .

Os primeiros estudos sobre fadiga ocorreram dentro da abordagem tensão-vida, feitos pelo engenheiro alemão Wöhler (1870). Durante a investigação de falhas em eixos de vagões ferroviários, submetidos a carregamentos de tração-compressão, foram levantados pares (S, N) , onde S é a amplitude σ_a que provoca falha em N ciclos. A plotagem destes dados gerou a chamada curva de Wöhler (ou curva $S-N$).

Como conclusão dos trabalhos realizados, Schütz (1996) cita as seguintes afirmações de Wöhler: “Pode-se induzir o material à falha aplicando-lhe várias repetições de tensões, todas elas menores que sua resistência estática. As amplitudes de tensão são decisivas para a destruição da coesão do material. A tensão máxima só têm influência quanto mais significativa ela for para a diminuição das amplitudes de tensão que provocam a falha.”.

Um resultado importante obtido da análise da curva de Wöhler é a determinação do chamado *limite de fadiga*. Trata-se da amplitude de tensão, representada por S_f , abaixo da qual não ocorre falha por fadiga. Na Figura 2.3, tem-se o diagrama de Wöhler de um aço-liga UNS-G41300 (Budynas & Nisbett, 2008), onde o patamar horizontal define S_f . Metais não-ferrosos, entretanto, não apresentam tal patamar bem definido. Nestes casos, o valor do limite de fadiga fica geralmente relacionado a um número de ciclos definido (maior que 10^6).

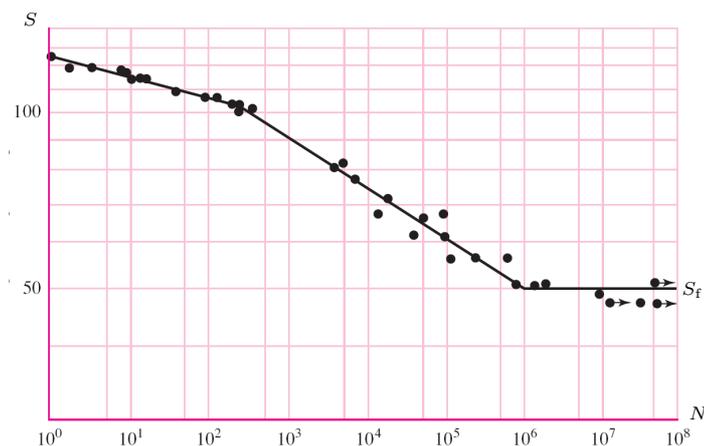


Figura 2.3: Diagrama de Wöhler do aço-liga UNS-G41300 em log-log.

O limite de fadiga define duas regiões distintas no diagrama de Wöhler: a de *vida finita* e a de *vida infinita*. A primeira região, na qual se realizam estimativas de vida, contem duas relações $S \times N$ distintas: uma para tensões maiores em ciclos baixos, entre 1 e 10^3 na figura e outra para tensões menores em ciclos altos, entre 10^3 e 10^6 . Para esta última região, Basquin (1910) propôs a seguinte relação tensão-vida:

$$S = A'N^{b'}, \quad (2.6)$$

onde A' e b' são parâmetros materiais, obtidos empiricamente, ajustando dados experimentais do material utilizado. Para estimativa de vida, a curva de Basquin pode ser

convenientemente reescrita como

$$N = \left(\frac{S}{A'} \right)^{\frac{1}{b'}} . \quad (2.7)$$

Observa-se que, nos ciclos mais baixos, a curva de Basquin superestima significativamente a vida (Schijve, 2001). A abordagem apresentada, expressa em (2.7), é utilizada somente em ciclos mais altos, devido à sua simplicidade e excelente concordância com resultados experimentais. Em ciclos mais baixos, onde as tensões envolvidas são maiores, a aplicação desta curva superestima significativamente a vida do componente.

2.2.1.2 Deformação-vida

A abordagem deformação-vida mostra-se mais adequada para estudo da fadiga quando a deformação plástica envolvida é da mesma ordem de magnitude da deformação total.

Neste contexto, uma vez estabelecido o ciclo estabilizado, observou-se que da deformação controlada $\Delta\epsilon$, a parcela predominante é plástica. Por iniciativas independentes, no contexto uniaxial, Coffin (1954) e Manson (1953) observaram que a relação entre a amplitude plástica ϵ_p e a vida N tem formato similar à curva de Basquin. A chamada *relação de Coffin-Manson* tem a seguinte forma:

$$\epsilon_p = \alpha' N^{\beta'} , \quad (2.8)$$

onde α' e β' são parâmetros materiais.

Neste contexto, Manson (1960) observou que ao longo de vidas crescentes, a predominância plástica na deformação total decresce, passando a ser fundamentalmente elástica. Este fato pode ser observado no gráfico ϵ - N mostrado na Figura 2.4 a seguir. As duas retas apresentam a influência das deformações elástica e plástica ao longo do número de ciclos. A curva superior reflete a amplitude total

$$\epsilon = \epsilon_p + \epsilon_e . \quad (2.9)$$

Na região de ciclos mais altos, o autor admitiu que a curva de Basquin está relacionada exclusivamente a deformações elásticas. Então,

$$\epsilon_e = \frac{A'}{E} N^{b'} = \mathcal{A}' N^{b'} . \quad (2.10)$$

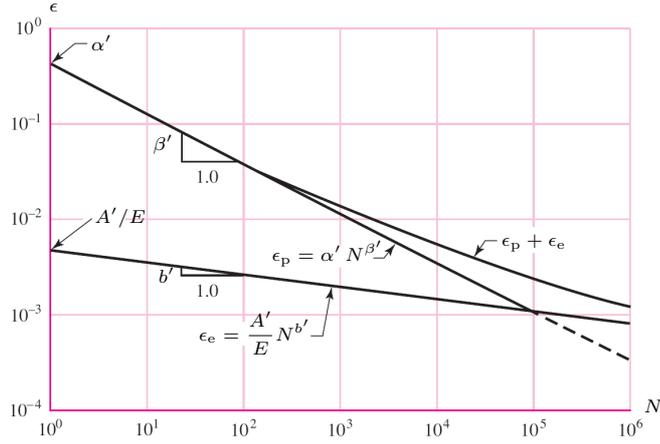


Figura 2.4: Diagrama ϵ - N do aço 1020 em log-log (Budynas & Nisbett, 2008).

Como resultado, foi proposto, para toda a região de vida-finita, o seguinte modelo:

$$\epsilon = \alpha' N^{\beta'} + \mathcal{A}' N^{b'}. \quad (2.11)$$

Uma vez determinados os cinco parâmetros materiais, para uma dada amplitude de deformação total, a estimativa de vida pode ser obtida.

2.2.2 Mecânica da Fratura Linear Elástica

Esta abordagem de estimativa de vida preocupa-se em modelar o fenômeno da fadiga considerando a presença de trincas. O estudo se processa basicamente analisando os fenômenos do estágio II do mecanismo de falha, onde há nucleação e propagação de macro-trincas.

Assuntos da Mecânica da Fratura, como o modelo de intensidade de tensão, são adaptados para o contexto da fadiga, onde amplitudes e faixas de valores estão presentes. Grandezas como fator de intensidade de tensão, resistência à fratura, tamanho crítico de trinca, entre outras, são analisadas nesta abordagem.

Foge ao escopo deste trabalho aprofundar assuntos de fadiga via Mecânica da Fratura Linear Elástica. Considera-se que falhas estruturais ocorrem com a nucleação das primeiras macro-trincas.

2.3 Classificação baseada em número de ciclos

Congregando as informações extraídas da análise dos diagramas de Wöhler e ϵ - N , é comum dividir o enfoque do estudo da fadiga cíclica de metais em dois grupos, descritos a seguir.

- i. Baixo ciclo: situação onde grande parte da deformação total do componente é plástica, as tensões são elevadas e a vida, geralmente, não supera 10^4 ciclos. A acomodação plástica ocorre com presença de deformações mesoscópicas e macroscópicas.
- ii. Alto ciclo: região onde as deformações elásticas influenciam significativamente a resistência à fadiga. Nos seus ciclos mais elevados, as cargas são baixas, há predominância de deformação elástica e a acomodação plástica pode promover deformações mesoscópicas sem deformação macroscópica observável. Nos ciclos menores (10^3 - 10^4), as deformações plástica e elástica têm magnitude equivalente.

Vale ressaltar que não há consenso quanto ao número de ciclos que separam as regiões descritas. Costuma-se denominar, por exemplo, *médio ciclo* à região bem próxima a 10^5 ciclos, onde a diferença entre as deformações plástica e elástica é bastante pequena. Para os fins deste trabalho, entretanto, existem apenas duas regiões: a de baixo ciclo estendendo-se de 1 a 10^3 ciclos e de alto ciclo compreendendo o restante. Além disso, como o assunto tratado é estimativa de vida na região de alto ciclo, a faixa de estudo adotada estende-se de 10^3 até 10^6 ciclos. Ainda nesta região, a faixa das maiores vidas, compreendida 10^5 e 10^6 ciclos, é denominada *vida longa*.

Capítulo 3 Modelos Clássicos de Estimativa de Vida Para a Fadiga Multiaxial

No contexto de fadiga cíclica multiaxial, onde podem existir carregamentos em mais de uma direção, os dois principais grupos de modelos de estimativa de vida-total são aqueles descritos pelas tensões envolvidas (tensão-vida) e os modelos baseados nas deformações (deformação-vida). Os últimos se propõem a cobrir toda a faixa de vida finita. Geralmente, os modelos baseados em tensão consideram curva de Basquin, inadequada para a região de baixo ciclo.

Conforme apresentados por Socie & Marquis (2000), modelos clássicos de estimativa de vida requerem a determinação prévia do chamado plano crítico. Para tal, são avaliadas grandezas normais e cisalhantes em diversos planos materiais. Esta abordagem fundamenta-se no entendimento de que a orientação inicial de uma eventual macrotrinca coincide com a do plano crítico definido.

Nas seções seguintes, são apresentados os modelos de estimativa de vida considerados mais importantes.

3.1 Modelos baseados em deformações

Os modelos de estimativa de vida em fadiga baseados em deformações vêm cobrir uma deficiência da estratégia tensão-vida em descrever adequadamente dados experimentais na região de baixo ciclo. Curvas de Basquin, por exemplo, superestimam significativamente a vida nesta região.

As proposições em deformação-vida, apresentadas a seguir, consideram que a deformação cisalhante é a principal responsável pelo fenômeno da fadiga na região de vida-finita. Tal deformação responde quase que exclusivamente pela nucleação de micro-trincas.

Neste contexto, para uma situação de cargas multiaxiais, os modelos em questão definem uma amplitude de deformação cisalhante equivalente γ_{eq} a partir da qual é válida a seguinte igualdade:

$$\alpha N^\beta + \mathcal{A} N^b = \gamma_{\text{eq}}, \quad (3.1)$$

onde os parâmetros materiais, à esquerda, dizem respeito a ensaios em deformação cisalhante pura controlada.

O papel dos modelos de vida é então propor uma regra para a deformação equivalente γ_{eq} . As constantes da curva de Manson são determinadas através de dados (ϵ, N) em cisalhamento puro, similarmente à Figura 2.4. Desta forma, para cálculo da vida, pode-se resolver numericamente a igualdade anterior para N .

3.1.1 Modelo de Brown & Miller

Brown & Miller (1973) propuseram um modelo de estimativa de vida baseado em deformações com estratégia de plano crítico. A proposta original apresenta expressões para trincas carregadas nos casos A e B, detalhadas posteriormente no modelo de McDiarmid. Para os fins deste trabalho, será apresentada somente a expressão relativa a trincas submetidas ao caso A de carregamento.

Seja um vetor \mathbf{n} normal a um determinado plano material. Dado um sistema de coordenadas $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}\}$, a orientação Θ deste plano é então definida pelas coordenadas esféricas de seu vetor normal, de forma que

$$\Theta := (\varphi, \theta). \quad (3.2)$$

Conforme mostrado da Figura 3.1, o ângulo θ é definido entre o vetor \mathbf{n} e o eixo \mathbf{z} , enquanto φ é definido entre a projeção de \mathbf{n} no plano $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$ e o eixo \mathbf{x} .

Dado um determinado plano material com orientação Θ , o modelo em questão então propõe que

$$\gamma_{\text{eq}}(\Theta) := \gamma(\Theta) + \kappa \epsilon_n(\Theta), \quad (3.3)$$

onde κ um parâmetro material não-negativo, γ é a amplitude da deformação cisalhante no plano Θ e ϵ_n é a amplitude de deformação normal neste mesmo plano. No contexto da deformação equivalente, a deformação γ é geralmente mais significativa do que ϵ_n .

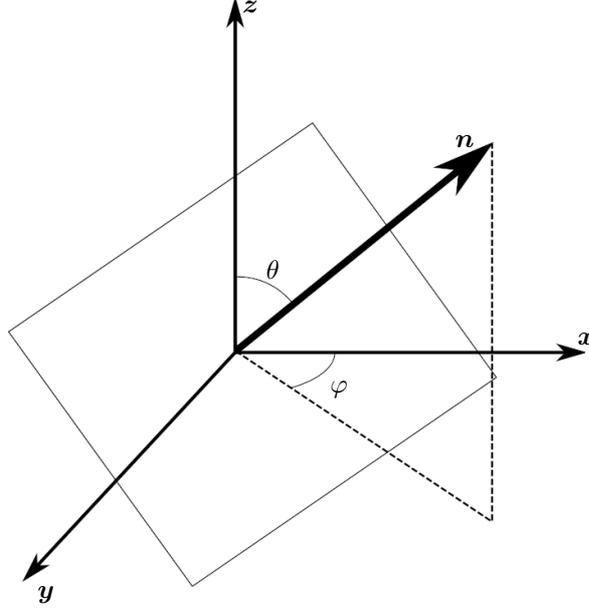


Figura 3.1: Coordenadas esféricas do vetor \mathbf{n} .

Basicamente, o papel deste último termo é corrigir a influência do cisalhamento em situações trativas e compressivas.

O plano crítico de Brown & Miller é aquele orientado por

$$\Theta^* := \arg \left[\max_{\Theta} \gamma(\Theta, t) \right]. \quad (3.4)$$

Considerando que ν é o coeficiente de Poisson, o modelo ainda admite que os expoentes materiais para torção pura sejam iguais aos de tração-compressão, ou seja, $\beta := \beta'$ e $b := b'$. Além disso,

$$\alpha := \alpha' [(1 + \nu) + \kappa(1 - \nu)] \quad (3.5)$$

e

$$\mathcal{A} := \mathcal{A}' [(1 + \nu) + \kappa(1 - \nu)]. \quad (3.6)$$

A expressão final utilizada para cálculo da vida proposta por Brown & Miller resulta

$$\alpha' N^{\beta'} + \mathcal{A}' N^{b'} = \frac{\kappa \epsilon_n(\Theta^*) + \max_t \gamma(\Theta^*)}{(1 + \nu) + \kappa(1 - \nu)}. \quad (3.7)$$

Uma vez que ν e as constantes materiais do lado esquerdo sejam conhecidas, o parâmetro κ pode ser determinado por meio da calibração do modelo, a partir de dados experimentais.

Da forma que foi apresentado, o modelo de Brown & Miller não considera o efeito de tensões médias. Para contornar esta deficiência, costuma-se incluir tal efeito à constante A da curva de Basquin, alterando conseqüentemente o valor \mathcal{A} do modelo.

3.1.2 Modelo de Fatemi-Socie

Socie & Shield (1983) realizaram ensaios de fadiga com corpos de prova de aço níquel-cromo em diferentes condições de carregamento. As deformações cisalhantes máximas foram as mesmas em todos os ensaios e as deformações normais mantidas constantes. A diferença fundamental entre os ensaios foi a tensão normal no plano de máxima deformação cisalhante. Os resultados mostraram o decréscimo das vidas com o aumento desta tensão normal.

Fatemi & Socie (1988) concluíram que a tensão normal é responsável pela diminuição do contato entre as superfícies irregulares de uma micro-trinca, reduzindo significativamente o atrito entre elas. Em uma situação onde as trincas são submetidas a cargas na direção de sua propagação, esta redução de atrito facilita sobremaneira o trabalho da deformação cisalhante, comprometendo, em última instância, a resistência do material à fadiga.

Considerando um determinado plano Θ , a deformação cisalhante equivalente para o modelo de Fatemi-Socie é

$$\gamma_{\text{eq}}(\Theta) := \gamma(\Theta) \left[1 + \kappa \frac{\max_t \sigma_n(\Theta)}{\sigma_y} \right] \quad (3.8)$$

onde γ é a amplitude de deformação cisalhante, κ é um parâmetro material não-negativo, σ_n é a tensão normal ao plano Θ e σ_y o limite de escoamento do material. A idéia básica desta definição é dizer que, havendo tensão normal trativa, a influência da tensão cisalhante é incrementada. Se for compressiva, tal influência é diminuída. Além disso, a influência de γ é preponderante, mas a importância da tensão normal é tão mais significativa quanto menor for a resistência estática do material.

O plano crítico de Fatemi-Socie é aquele orientado por

$$\Theta^* := \arg \left[\max_{\Theta} \gamma(\Theta, t) \right]. \quad (3.9)$$

Para a curva de Manson, o modelo em questão propõe que

$$\mathcal{A} := \frac{A}{G}, \quad (3.10)$$

onde G é a rigidez do material para cisalhamento. Neste contexto, o modelo adquire a seguinte forma final:

$$\alpha N^\beta + \frac{A}{G} N^b = \gamma(\Theta^*) \left[1 + \kappa \frac{\max_t \sigma_n(\Theta^*)}{\sigma_y} \right]. \quad (3.11)$$

Uma vez determinadas as constantes de Manson, a calibração do modelo com dados experimentais convenientes permite determinar κ . A partir daí, a estimativa de vida pode ser obtida numericamente. Pode-se observar que a influência de tensões médias está intrinsecamente incorporada a este modelo devido à presença da tensão normal.

3.2 Modelos baseados em tensões

Na sua maioria, modelos de estimativa de vida baseados em tensão consideram curvas de Basquin. Desta forma, são aplicáveis somente na região de alto ciclo da vida finita, onde as deformações elásticas são significativas.

Em termos gerais, a estratégia adotada pelos modelos em questão toma como ponto de partida a equação (2.7). Como a situação atual considera cargas multiaxiais, o objetivo principal de tal estratégia é propor uma medida escalar única que reflita a magnitude de toda a história σ .

Os modelos de Findley e McDiarmid, detalhados a seguir, consideram que a medida escalar citada, geralmente denominada *tensão equivalente*, seja de natureza cisalhante. Este entendimento se baseia no fato de que como a fadiga é regida por um processo de plasticidade, então, para a maioria dos metais, as tensões de cisalhamento são as mais significativas. São elas as principais responsáveis pelos deslizamentos de planos nas bandas preferenciais.

Dentro do que foi exposto, os modelos citados admitem que a vida é determinada a partir da igualdade

$$\tau_{\text{eq}} = A N^b, \quad (3.12)$$

onde, no lado esquerdo, cada um deles propõe um formato para a amplitude de tensão cisalhante equivalente τ_{eq} . O lado direito diz respeito a uma curva de Basquin que modela dados (S, N) em testes experimentais de torsão pura controlada. Desta forma, tem-se que

$$N = \left(\frac{\tau_{\text{eq}}}{A} \right)^{\frac{1}{b}}. \quad (3.13)$$

3.2.1 Modelo de Findley

Findley (1959) apresentou um modelo de estimativa de vida na abordagem tensão-vida, utilizando estratégia de plano crítico. Segundo tal modelo, o plano crítico é aquele que possui a máxima ação combinada da tensão de cisalhamento que age sobre ele, principal responsável pelo deslizamento, e a tensão normal, com influência secundária.

Considerando o plano material com orientação Θ , o modelo de Findley propõe que

$$\tau_{\text{eq}}(\Theta) := \tau_a(\Theta) + \kappa \max_t \sigma_n(\Theta), \quad (3.14)$$

onde τ_a é a amplitude de tensão cisalhante neste plano Θ , κ um parâmetro material não-negativo e σ_n a máxima tensão normal no plano Θ . A tensão cisalhante equivalente é influenciada preponderantemente pelo cisalhamento τ_a . O papel da parcela normal σ_n , por sua vez, é *corrigir* a influência de τ_a , aumentando-a nas trações e diminuindo-a nas compressões.

O plano crítico é então determinado pela orientação Θ^* que define o valor

$$\max_{\Theta} \tau_{\text{eq}}(\Theta), \quad (3.15)$$

obtido avaliando-se em cada plano Θ a máxima tensão σ_n na história de carregamento. Uma vez obtido este valor, calcula-se τ_{eq} para o plano considerado. Dos diversos planos, seleciona-se aquele que apresenta a maior tensão equivalente.

A estimativa de vida é feita com base em

$$N = \left\{ \frac{1}{A} \left[\tau_a(\Theta^*) + \kappa \max_t \sigma_n(\Theta^*) \right] \right\}^{\frac{1}{b}}. \quad (3.16)$$

3.2.2 Modelo de McDiarmid

McDiarmid (1991, 1994) propôs um modelo de plano crítico similar ao de Findley, onde os ingredientes básicos são as tensões cisalhante e normal. Ele difere fundamentalmente na determinação do plano crítico e do parâmetro κ .

McDiarmid considera a que a tensão equivalente possui a seguinte forma:

$$\tau_{\text{eq}}(\Theta) := \tau_a(\Theta) + \kappa \max_t \sigma_n(\Theta), \quad (3.17)$$

onde

$$\kappa = \frac{S_{fA,B}}{2\sigma_u} \quad (3.18)$$

e $\max_t \sigma_n$ é a máxima tensão normal no plano Θ ao longo de toda a história de carregamento. A tensão σ_u é o limite de resistência estático do material e $S_{fA,B}$ é o limite de fadiga que depende da direção preponderante do cisalhamento em relação ao eixo maior de uma trinca superficial. Trata-se de um conceito introduzido por Brown & Miller (1973), onde no caso A, a direção de cisalhamento é paralela ao eixo maior e no caso B ela é perpendicular. No caso A, as trincas tendem a se propagar pela superfície do material enquanto no B, elas “caminham” para o seu interior. A Figura 3.2 mostra esquematicamente ambos os casos. Em carregamentos de torção pura

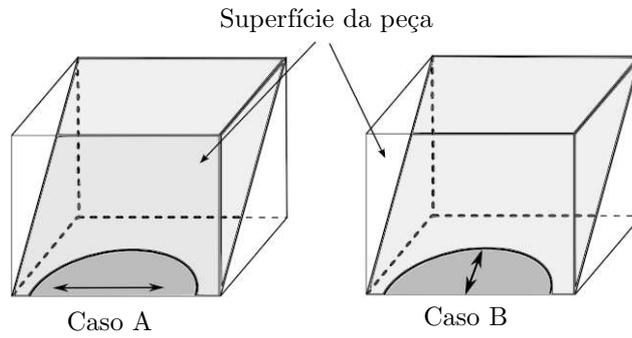


Figura 3.2: Casos A e B de direção de carregamento em trincas superficiais.

e torção/tração-compressão combinados, ocorre o caso A. Em carregamentos tração-compressão uniaxiais, ocorre o mesmo nível de tensão cisalhante para os casos A e B. Quando tais carregamentos são biaxiais, ocorre somente o caso B. Pode-se concluir então que κ neste modelo deixa de ser parâmetro material.

O modelo de McDiarmid propõe que o plano crítico tem orientação

$$\Theta^* := \arg \left[\max_{\Theta} \tau_a(\Theta, t) \right]. \quad (3.19)$$

A equação da estimativa de vida toma então a forma

$$N = \left\{ \frac{1}{A} \left[\tau_a(\Theta^*) + \frac{S_{fA,B}}{2\sigma_u} \max_t \sigma_n(\Theta^*) \right] \right\}^{\frac{1}{b}}. \quad (3.20)$$

3.3 Modelo de Smith-Watson-Topper

Em termos formais, o modelo de estimativa de vida proposto por Smith et al. (1970) não segue os padrões descritos pelas igualdades (3.1) e (3.12), baseadas em deformação

e tensão respectivamente. Conceitualmente também não se enquadra em abordagens energéticas, pois multiplica valores de tensão e deformação que não são correlatos.

Dado um carregamento multiaxial, o chamado modelo de Smith-Watson-Topper (SWT) considera como crítico o plano orientado por

$$\Theta^* := \arg \left[\max_{\Theta} \epsilon_n (\Theta, t) \right] . \quad (3.21)$$

onde ϵ_n é a amplitude de deformação normal ao plano Θ . No plano crítico, avalia-se a grandeza $\epsilon_n (\Theta^*) \max_t \sigma_n (\Theta^*)$, denominada parâmetro SWT, tal que o segundo termo corresponde à máxima tensão normal em Θ^* .

Neste contexto, o modelo SWT admite as igualdades $\max_t \sigma_n (\Theta^*) = A' N^{b'}$ e

$$\epsilon_n (\Theta^*) = \alpha' N^{\beta'} + \mathcal{A}' N^{b'} . \quad (3.22)$$

Desta forma, o parâmetro SWT é dado por

$$\epsilon_n (\Theta^*) \max_t \sigma_n (\Theta^*) = A' \alpha' N^{(b'+\beta')} + A' \mathcal{A}' N^{2b'} . \quad (3.23)$$

Nesta igualdade, uma vez determinadas as constantes de Basquin e Manson, a vida pode ser calculada numericamente. Na presença de tensão média, a estratégia mais adequada é alterar os coeficientes de Basquin, incluindo sua influência.

Embora fenomenologicamente pouco consistente, o modelo SWT apresenta bons resultados para estimativa de vida em metais pouco dúcteis como o ferro fundido (Szolwinski & Farris (1996)). Para estes materiais, a influência das deformações cisalhantes no processo de falha por fadiga é comparável a dos carregamentos normais em tensão e deformação. Nesta situação, o estágio II do mecanismo de falha começa a ficar relevante, passando a ocupar parcela significativa da vida da peça até sua falha completa.

Capítulo 4 Medidas para a Amplitude de Tensão Cisalhante

O modelo de estimativa de vida proposto neste trabalho, apresentado em detalhes no Capítulo 5, enquadra-se na abordagem tensão-vida. Aqui não são considerados planos materiais e a amplitude de tensão cisalhante equivalente τ_a é definida exclusivamente a partir da história de tensão. Tal metodologia inspira-se em critérios clássicos de resistência à fadiga, apresentados de maneira concisa em Papadopoulos et al. (1997).

No contexto proposto, a história de tensão, a partir da qual define-se a medida τ_a , é desviadora. Ao longo do tempo, tal história descreve no espaço desviador de tensões uma trajetória qualquer. O escalar τ_a deve refletir, da melhor maneira possível, a “amplitude” desta trajetória espacial. O objetivo do capítulo é então descrever resumidamente diferentes propostas para esta medida.

4.1 Definições preliminares

O tensor de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ pode ser decomposto em termos aditivos numa parcela hidrostática $\boldsymbol{\sigma}_h$ e numa parcela desviadora \boldsymbol{S} . O tensor hidrostático $\boldsymbol{\sigma}_h$ se caracteriza por apresentar tensões cisalhantes nulas com componentes σ_{hii} iguais a um único valor p . Entende-se a parcela desviadora \boldsymbol{S} como sendo a tensão $\boldsymbol{\sigma}$ desprovida do efeito hidrostático. Desta forma,

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{S} + \underbrace{p\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{\sigma}_h}, \quad (4.1)$$

onde $p = \text{tr } \boldsymbol{\sigma} / 3$ para qualquer $\boldsymbol{\sigma}$. Desta decomposição, pode-se obter que o espaço vetorial \mathcal{T} , de dimensão 6, formado por tensores de Cauchy, contém o espaço vetorial \mathcal{S} dos tensores desviadores, com dimensão 5.

Seja uma base ortonormal $\{\hat{\boldsymbol{N}}_1, \dots, \hat{\boldsymbol{N}}_5\}$ do espaço \mathcal{S} , tal que a tensão

$$\boldsymbol{S} = \sum_{i=1}^5 s_i \hat{\boldsymbol{N}}_i, \quad (4.2)$$

onde s_i são as coordenadas de \mathbf{S} . Ao longo do tempo, esta tensão descreve a trajetória Ψ . Especificando que os membros da base são definidos por

$$\hat{\mathbf{N}}_1 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (4.3)$$

$$\hat{\mathbf{N}}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

$$\hat{\mathbf{N}}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

$$\hat{\mathbf{N}}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

$$\hat{\mathbf{N}}_5 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

obtém-se então as coordenadas

$$\begin{aligned} s_1 &= \sqrt{\frac{3}{2}} S_{xx} = \frac{1}{\sqrt{6}} (2\sigma_{xx} - \sigma_{yy} - \sigma_{zz}), \\ s_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (S_{yy} - S_{zz}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma_{yy} - \sigma_{zz}), \\ s_3 &= \sqrt{2} S_{xy} = \sqrt{2} \sigma_{xy}, \\ s_4 &= \sqrt{2} S_{xz} = \sqrt{2} \sigma_{xz}, \\ s_5 &= \sqrt{2} S_{yz} = \sqrt{2} \sigma_{yz}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

4.2 Medidas baseadas em invariantes de tensão

Há uma classe de medidas para a amplitude de tensão cisalhante que se baseia no valor do segundo invariante de \mathbf{S} para definir a magnitude da história de tensão. Para cada instante de tempo t na história desviadora, seu segundo invariante

$$j_2(\mathbf{S}) := \frac{\mathbf{S} : \mathbf{S}}{2}. \quad (4.9)$$

Considerando o espaço desviador \mathcal{S} , pode-se admitir como norma, válida para qualquer elemento \mathbf{S} deste espaço, o valor

$$\|\mathbf{S}\|_{j_2} := \sqrt{j_2(\mathbf{S})}. \quad (4.10)$$

Fuchs & Stephens (1980) mostraram que, dada uma trajetória Ψ descrita no espaço desviador pela história \mathbf{S} , o valor $\max_t \|\mathbf{S}\|_{j_2}$ se iguala à metade da maior corda que une dois pontos distintos de Ψ . Esta correspondência geométrica motivou a utilização da norma $\|\bullet\|_{j_2}$ como base para as definições de amplitude de tensão cisalhante descritas a seguir.

4.2.1 Medida da Menor Hiperesfera

Crossland (1956) propôs uma medida para a história desviadora onde o valor da amplitude de tensão cisalhante é determinado por meio da menor hiperesfera \mathcal{C} que circunscreve a trajetória Ψ . Tal hiperesfera é única e seu raio é admitido como medida para a amplitude de tensão cisalhante. No contexto bidimensional, esta metodologia pode ser representada segundo a Figura 4.1, onde o tensor

$$\mathbf{S}_m := \arg \left\{ \min_{\mathbf{X}} \left[\max_t \|\mathbf{S} - \mathbf{X}\|_{j_2} \right] \right\}, \mathbf{X} \in \mathcal{S}, \quad (4.11)$$

representa o centro do círculo \mathcal{C} . Uma vez determinado o centro \mathbf{S}_m de \mathcal{C} , a medida de Crossland para a amplitude de tensão cisalhante tem a seguinte forma:

$$\tau_a := \max_t \|\mathbf{S} - \mathbf{S}_m\|_{j_2}. \quad (4.12)$$

À primeira vista, pode parecer que o diâmetro de \mathcal{C} corresponde à maior corda que une dois pontos distintos de Ψ . O centro \mathbf{S}_m estaria equidistante a estes dois pontos. No entanto, há histórias de carregamento que podem possuir duas ou mais cordas

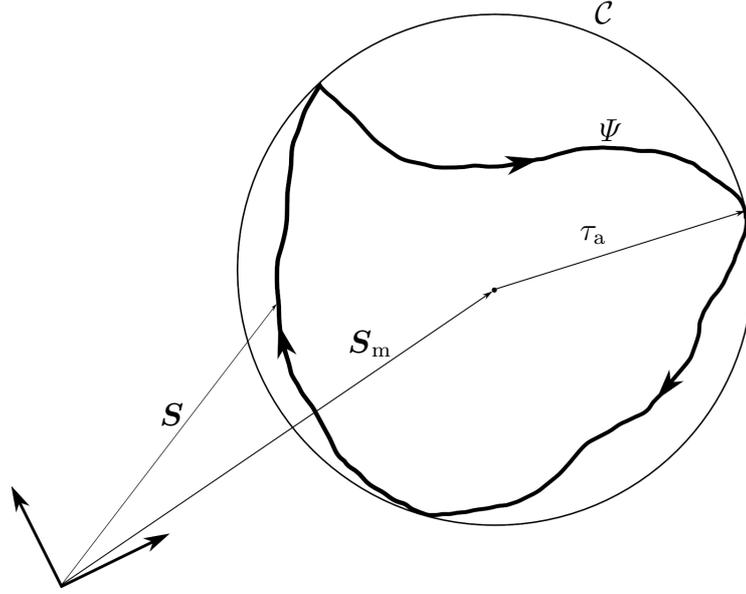


Figura 4.1: Amplitude de tensão cisalhante medida pelo círculo circunscrito.

máximas diferentes, definindo pontos centrais distintos e portanto hiperesferas distintas. Isto pode ser facilmente observado se, por exemplo, a trajetória Ψ tiver o formato de um triângulo equilátero. Este fato explica o cuidado que se deve ter ao utilizar procedimento baseado na máxima corda. Observa-se que na metodologia apresentada, o problema de minimização (4.11) produz solução única.

4.2.2 Medida de Deperrois

A principal característica da proposta de Deperrois (1991) para a medida da amplitude de tensão cisalhante foi considerar a contribuição de todas as dimensões da trajetória Ψ . Enquanto a estratégia da menor hiperesfera circunscrita considera somente a dimensão definida por seu diâmetro, a medida de Deperrois avalia todas as dimensões descritas por Ψ .

Considerando o espaço \mathcal{S} de dimensão cinco e $i = \{5, \dots, 1\}$, a metodologia de Deperrois define os seguintes passos: (a) determina-se o tamanho d_i da maior corda entre dois pontos distintos de Ψ_i , segundo a norma $\|\bullet\|_{j_2}$; (b) dado um espaço desviador de dimensão $i - 1$, ortogonal à corda i , projeta-se Ψ_i neste espaço, obtendo-se Ψ_{i-1} ; (c) procede-se aos passos da etapa “a” na curva Ψ_{i-1} , determinando-se d_{i-1} . Iterando-se as etapas descritas, obtém-se os comprimentos das cinco cordas. A partir daí, a medida

de Deperrois

$$\tau_a := \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^5 d_i^2}. \quad (4.13)$$

A medida anterior apresenta bons resultados em histórias desviadoras que definem apenas uma única corda máxima. No entanto, a amplitude da tensão cisalhante definida não fica imune à multiplicidade de soluções quando existe mais de uma corda máxima. A metodologia de Deperrois, por conta desta enorme limitação, é citada somente devido à importância dos seus objetivos iniciais, ou seja, a necessidade pela incorporação da contribuição de cada uma das dimensões de Ψ .

4.2.3 Medida da Menor Elipse

A proposta de Li et al. (2001) para a medida da amplitude de tensão cisalhante consiste em circunscrever uma história desviadora bidimensional com uma elipse mínima. Desta geometria, o valor da medida é então obtido inspecionando-se os tamanhos dos seus raios. O resultado de tal estratégia atende à motivação da metodologia de Deperrois sem apresentar o problema da multiplicidade de soluções.

A medida de Bin Li é descrita para uma situação de história desviadora bidimensional que define a trajetória Ψ . A amplitude de tensão cisalhante é definida como:

$$\tau_a := \sqrt{r_a^2 + r_b^2}, \quad (4.14)$$

onde r_a e r_b são os raios maior e menor da elipse que circunscreve Ψ , cujos valores são expressos via norma $\|\bullet\|_{j_2}$. A metodologia proposta para a determinação destes dois raios consiste em determinar primeiramente o raio maior r_a utilizando a estratégia do menor círculo. A partir daí, o raio menor r_b é o valor

$$\min_t \frac{r_a s'_2}{\sqrt{r_a^2 - s_1'^2}}, \quad (4.15)$$

onde s'_1 e s'_2 são as duas coordenadas de \mathbf{S} num sistema de coordenadas ortonormal cuja origem é o centro do círculo e um dos eixos coincide com seu diâmetro. A Figura 4.2 mostra o esquema que justifica a medida de Bin Li. Observa-se claramente que a elipse \mathcal{L} descreve melhor a trajetória Ψ do que o círculo \mathcal{C} .

A estratégia em questão mostrou-se mais adequada do que aquelas baseadas em hiperesferas, principalmente para carregamentos não proporcionais, onde as evoluções

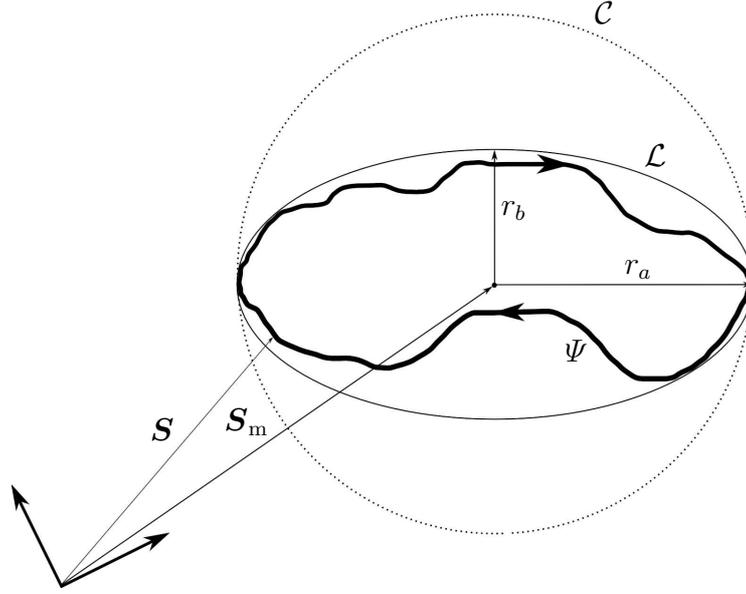


Figura 4.2: Amplitude de tensão cisalhante medida pela elipse circunscrita.

cíclicas das histórias envolvidas possuem alguma diferença de fase. A metodologia proposta, entretanto, apresenta uma inconsistência geométrica quando avalia, por exemplo, histórias com formato retangular. Conforme observam Zouain et al. (2006), para estes casos, uma vez determinado o raio maior r_a , obtém-se que $r_b = r_a$, ou seja, a elipse mínima é erroneamente um círculo.

4.3 Medida do elipsóide com menor norma de Frobenius

A medida que Mamiya & Araújo (2002) propuseram baseia-se em circunscrever um prisma qualquer \mathcal{R} ao elipsóide mínimo \mathcal{L} que envolve a trajetória Ψ . A medida é calculada a partir da distância estabelecida entre o centro deste prisma circunscrito e cada uma de suas faces. Adotando-se convenientemente uma base no espaço desviador, este cálculo pode ser realizado com facilidade.

Neste contexto, a medida de Mamiya-Araújo para a amplitude de tensão cisalhante é descrita por:

$$\tau_a := \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 a_i^2}, \quad (4.16)$$

onde a_i é uma amplitude que corresponde à distância entre a face i e o centro de um prisma \mathcal{R}^* que circunscreve \mathcal{L} . Dado que as faces de \mathcal{R}^* são perpendiculares aos vetores da base $\{\hat{N}_1, \dots, \hat{N}_5\}$, definida por (4.3 - 4.7), cada uma das amplitudes a_i

os autores demonstraram a igualdade

$$\|\mathcal{L}\|_F = \|\mathcal{R}\|_F, \quad (4.20)$$

válida para qualquer \mathcal{R} que circunscreve \mathcal{L} .

Neste contexto, a medida de Mamiya-Araújo baseia-se no elipsóide, circunscrito à trajetória Ψ , que possui a menor norma de Frobenius. A metodologia adotada, utilizando o prisma \mathcal{R}^* , torna bastante simples o cálculo desta norma. Caso a trajetória Ψ tenha o formato próximo de um elipsóide, fica dispensada a aplicação de \mathcal{L} e o prisma \mathcal{R}^* pode circunscrever diretamente Ψ . Isto ocorre, por exemplo, para os casos de histórias cíclicas de carregamento síncrono, onde não há diferença nas frequências dos componentes de \mathbf{S} .

Capítulo 5 Novo Modelo para Estimativa de Vida

Conforme apresentado na introdução, o objetivo deste trabalho é propor um novo modelo de estimativa de vida em fadiga. Tal modelo, detalhado nas seções posteriores, utiliza abordagem tensão-vida, sendo aplicável somente na região de alto ciclo ($10^3 - 10^6$). Diferentemente dos modelos clássicos descritos no capítulo 3, o modelo proposto não utiliza estratégia de plano crítico. Nos moldes do capítulo anterior, a amplitude τ_a é definida por meio de uma geometria específica que circunscreve a trajetória Ψ no espaço desviador.

A primeira seção do capítulo apresenta uma nova medida da amplitude de tensão cisalhante, descrevendo-a como uma evolução da medida de Mamiya-Araújo. A segunda parte, por sua vez, apresenta a definição da tensão equivalente τ_{eq} proposta pelo novo modelo de vida.

5.1 Medida baseada no Envelope Prismático

No contexto de uma história genérica \mathbf{S} no espaço desviador, a medida de Mamiya-Araújo pressupõe a existência de um elipsóide \mathcal{L} que circunscreve a trajetória Ψ , definida por \mathbf{S} . Em última análise, a metodologia destes autores resume-se em obter, de uma maneira bastante simplificada, a norma de Frobenius de \mathcal{L} . A utilização de um prisma qualquer, circunscrevendo diretamente Ψ , limita a validade da igualdade (4.20) para curvas com formato de um elipsóide.

Recentemente, Mamiya et al. (2009) publicaram artigo que estende a aplicabilidade do prisma circunscrito, denominado agora Envelope Prismático, para qualquer formato de Ψ . Com base nas definições da seção 4.3, dos diversos envelopes \mathcal{R} que podem circunscrever diretamente a trajetória genérica Ψ , a medida τ_a é extraída daquele que possui o maior valor $\|\mathcal{R}\|_F$, definido por (4.19).

Dado um envelope qualquer \mathcal{R} que circunscreve a trajetória Ψ , seja Θ uma grandeza que posiciona este envelope no espaço desviador \mathcal{S} . Adota-se então as notações $\mathcal{R}(\Theta)$

para tal envelope e $a_i(\Theta)$ para suas amplitudes. A medida proposta pelos autores elege um envelope cuja orientação Θ^* define o valor

$$\max_{\Theta} \|\mathcal{R}(\Theta)\|_F = \max_{\Theta} \sqrt{\sum_{i=1}^5 a_i^2(\Theta)}. \quad (5.1)$$

Neste contexto, a metodologia do Envelope Prismático considera a amplitude de tensão cisalhante

$$\tau_a := \frac{1}{\sqrt{2}} \|\mathcal{R}(\Theta^*)\|_F = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 a_i^2(\Theta^*)}. \quad (5.2)$$

Na situação da igualdade (4.20), se a trajetória Ψ tiver formato de elipsóide, pode-se concluir que há infinitas orientações Θ^* cujos valores $\|\mathcal{R}(\Theta^*)\|_F$ são idênticos; fato que não compromete a unicidade da definição anterior.

Adaptando o desenvolvimento realizado a partir de (4.2) para a situação atual, obtém-se que as amplitudes

$$a_i(\Theta^*) = \frac{1}{2} \left\{ \max_t s'_i(\Theta^*) - \min_t s'_i(\Theta^*) \right\}, \quad i = 1, \dots, 5, \quad (5.3)$$

tais que s'_i são as coordenadas de \mathbf{S} , descritas pela base $\{\hat{\mathbf{N}}_1, \dots, \hat{\mathbf{N}}_5\}$ quando rotacionada por um tensor $\mathbf{Q}(\Theta^*)$. Em outras palavras, dado que um elemento desta nova base é obtido da igualdade

$$\hat{\mathbf{N}}'_i(\Theta^*) = \sum_{j=1}^5 [\mathbf{Q}(\Theta^*)]_{ij} \hat{\mathbf{N}}_j, \quad (5.4)$$

tem-se, para a i -ésima coordenada, o seguinte desenvolvimento :

$$\begin{aligned} s'_i(\Theta^*) &= \mathbf{S} : \hat{\mathbf{N}}'_i(\Theta^*) \\ &= \sum_{k=1}^5 s_k \hat{\mathbf{N}}_k : \sum_{j=1}^5 [\mathbf{Q}(\Theta^*)]_{ij} \hat{\mathbf{N}}_j \\ &= \sum_{k=1}^5 \sum_{j=1}^5 s_k [\mathbf{Q}(\Theta^*)]_{ij} \underbrace{\hat{\mathbf{N}}_k : \hat{\mathbf{N}}_j}_{\delta_{kj}} \\ &= \sum_{j=1}^5 [\mathbf{Q}(\Theta^*)]_{ij} s_j. \end{aligned} \quad (5.5)$$

A Figura 5.1 mostra as grandezas envolvidas na metodologia apresentada para uma situação bidimensional. Neste caso, uma vez que os tensores envolvidos sejam tratados como vetores, a implementação de metodologia para a determinação de \mathcal{R}^* fica bastante simplificada.

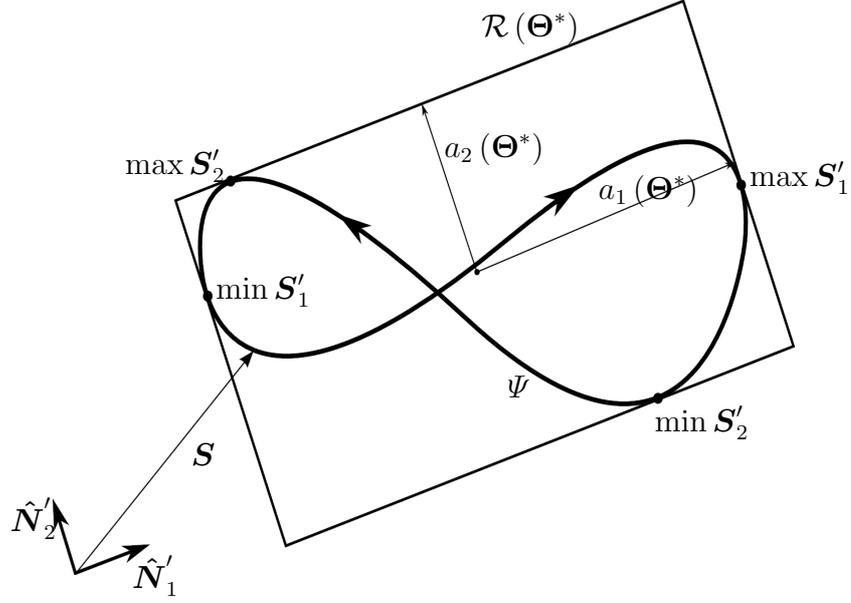


Figura 5.1: Amplitude de tensão cisalhante medida pelo Envelope Prismático.

Em termos práticos, a obtenção das coordenadas s'_i é feita admitindo-se uma matriz coluna

$$[\mathbf{S}] = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

sobre a qual é aplicada a matriz de rotação

$$[\mathbf{Q}(\Theta^*)] := [\mathbf{Q}(\theta_{45}^*)][\mathbf{Q}(\theta_{35}^*)][\mathbf{Q}(\theta_{34}^*)][\mathbf{Q}(\theta_{25}^*)] \cdots [\mathbf{Q}(\theta_{23}^*)][\mathbf{Q}(\theta_{15}^*)] \cdots [\mathbf{Q}(\theta_{12}^*)], \quad (5.7)$$

cujas leis de formação é explicada em detalhes por Mamiya et al. (2009). Considerando que o ângulo θ_{kl}^* é aquele definido pelo plano das coordenadas s_k e s_l , o elemento

$$[\mathbf{Q}(\theta_{kl}^*)]_{ij} = \begin{cases} \cos \theta_{kl}^* & \text{se } k = i, l = i \\ \text{sen } \theta_{kl}^* & \text{se } k = i, l = j \\ -\text{sen } \theta_{kl}^* & \text{se } k = j, l = i \\ \cos \theta_{kl}^* & \text{se } k = j, l = j \\ \delta_{ij} & \text{nos demais casos} \end{cases}. \quad (5.8)$$

Finalmente, para a matriz das coordenadas s'_i , tem-se a seguinte igualdade:

$$[\mathbf{S}]' = [\mathbf{Q}(\Theta^*)][\mathbf{S}]. \quad (5.9)$$

No trabalho de Mamiya et al. (2009), um algoritmo para determinação da amplitude τ_a é apresentado. Os autores argumentam a facilidade de sua implementação e o seu baixo custo computacional. Além disso, afirmam que o critério que resulta da utilização desta nova medida apresenta resultados bastante satisfatórios, quando comparados com dados experimentais em diversas condições de carregamento.

5.2 Modelo proposto para estimativa de vida

Nos mesmos moldes apresentados na seção 3.2, o modelo aqui proposto considera que a tensão cisalhante é o principal agente do processo de fadiga. Para condições multiaxiais de carregamento, adota-se a estratégia de determinar uma grandeza escalar equivalente que expresse a magnitude da característica cisalhante na história \mathcal{S} . Seguindo a metodologia dos modelos clássicos baseados em tensão, há dois atores que influenciam o processo: uma parcela cisalhante τ_a e uma parcela normal trativa.

Diferentemente dos modelos clássicos apresentados, a determinação da tensão cisalhante equivalente τ_{eq} não é feita por meio da procura por planos críticos materiais. Seu valor é calculado diretamente a partir da trajetória Ψ , descrita no espaço desviador \mathcal{S} . Inspirado em critérios de resistência à fadiga como o de Crossland (1956), o novo modelo de estimativa de vida propõe a medida

$$\tau_{\text{eq}} := \sqrt{\tau_a^2 + \kappa p_{\text{max}}^2}, \quad (5.10)$$

para a tensão cisalhante equivalente, onde κ é um parâmetro material não-negativo e p_{max} é a máxima pressão hidrostática positiva ao longo da trajetória Ψ . A medida

$$\tau_a := \frac{1}{\sqrt{2}} \|\mathcal{R}(\Theta^*)\|_F \quad (5.11)$$

refere-se ao envelope prismático $\mathcal{R}(\Theta^*)$, definido pela condição (5.1), que circunscreve a curva desviadora.

Combinando a igualdade (3.13) com as definições anteriores, a vida é calculada segundo a equação

$$N = \left\{ \frac{1}{A^2} \left[\kappa p_{\text{max}}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 a_i^2(\Theta^*) \right] \right\}^{\frac{1}{2b}}. \quad (5.12)$$

A metodologia para determinação dos parâmetros materiais, a ser detalhada no capítulo 6, requer levantamento de dados experimentais contendo informações de vida e história

de carregamento. Na região de vida longa, um exemplo da tríplice relação $N \times \tau_a \times p_{\max}$, estabelecida pelo modelo, pode ser visualizada no gráfico da Figura 5.2.

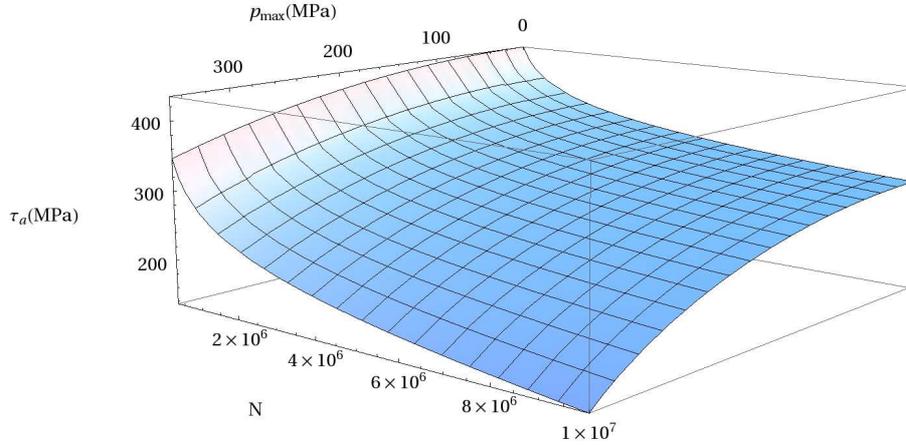


Figura 5.2: Representação da relação $N \times \tau_a \times p_{\max}$.

O objetivo da apresentação do gráfico é descrever o comportamento teórico do modelo. Ao longo das pressões hidrostáticas positivas e crescentes, as curvas de nível $\tau_a \times N$ descrevem uma translação para baixo da curva clássica de Wöhler, indicando queda na resistência à fadiga do material. Por outro lado, pode-se obter a partir de (5.10) que

$$\frac{\tau_a^2}{\tau_{\text{eq}}^2} + \frac{p_{\max}^2}{\kappa^{-1} \tau_{\text{eq}}^2} = 1. \quad (5.13)$$

Conclui-se então que as curvas de nível à vida constante, ou seja $\tau_a \times p_{\max}$, são arcos de elipses com raios τ_{eq} e $\tau_{\text{eq}} \sqrt{\kappa^{-1}}$. Desta forma, como $\tau_{\text{eq}} = AN^b$ e $b < 0$, quanto maiores forem as vidas, menores são as elipses definidoras dos arcos nas curvas de nível. Em outras palavras, quanto menor for a tensão cisalhante equivalente aplicada, que contempla a amplitude τ_a e a pressão p_{\max} segundo a definição (5.10), mais longa será a vida do material.

Capítulo 6 Validação do Modelo Proposto

Conforme apresentado no capítulo anterior, a utilização do modelo de estimativa de vida proposto pressupõe a determinação de três parâmetros materiais. A estratégia aqui adotada para esta calibração requer o levantamento de dados experimentais relativos ao material considerado. De posse destes dados, expressões para as constantes de Basquin A e b são obtidas através de ajuste de pares (N^{exp}, τ_{eq}) via Método dos Mínimos Quadrados. O parâmetro κ é então obtido por meio da minimização de uma função-erro proposta.

Este capítulo descreve primeiramente a metodologia detalhada para determinação dos parâmetros materiais. A seguir, são apresentados os resultados do cálculo da vida quando aplicado a quatro materiais distintos, cujos dados cobrem diferentes condições de carregamento.

6.1 Identificação dos parâmetros materiais

Para um dado material, seja o conjunto de n_c pares de dados experimentais $[N_{(q)}^{exp}, \sigma_{(q)}]$, tais que $q = 1, \dots, n_c$ identifica cada um dos ensaios. A partir destes dados, a estratégia adotada para determinação dos parâmetros materiais consiste em obter um κ^* que defina o valor $\min_{\kappa} \mathcal{E}(\kappa)$, onde a função-erro é definida como:

$$\mathcal{E}(\kappa) := \frac{1}{n_c} \sqrt{\sum_{q=1}^{n_c} \left\{ \log [N_{(q)}(\kappa)] - \log N_{(q)}^{exp} \right\}^2}. \quad (6.1)$$

A regra da função $N_{(q)}(\kappa)$, para cada ensaio q , é obtida segundo procedimento detalhado a seguir. A tensão cisalhante equivalente, de acordo com o modelo proposto, resulta na função

$$\tau_{eq(q)}(\kappa) = \sqrt{\kappa p_{\max(q)}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 a_i^2(\Theta^*)}. \quad (6.2)$$

Adotando a estratégia definida em (3.12), ajusta-se, via Método dos Mínimos Quadrados, os pares $\left[N_{(q)}^{exp}, \tau_{eq(q)}(\kappa) \right]$ segundo transformação logarítmica da igualdade

$$N = \left(\frac{\tau_{eq}(\kappa)}{A} \right)^{\frac{1}{b}}, \quad (6.3)$$

resultando a reta

$$\underbrace{\log N}_{\tilde{N}} = b^{-1} \underbrace{\log \tau_{eq}(\kappa)}_{\tilde{\tau}(\kappa)} - b^{-1} \log A. \quad (6.4)$$

A partir da aplicação do Método dos Mínimos Quadrados, as constantes de Basquin, dependentes de κ , possuem as seguintes formas:

$$b(\kappa) = \frac{n_c \sum_{q=1}^{n_c} \tilde{\tau}_{(q)}^2(\kappa) - \left(\sum_{q=1}^{n_c} \tilde{\tau}_{(q)}(\kappa) \right)^2}{n_c \sum_{q=1}^{n_c} \tilde{N}_{(q)} \tilde{\tau}_{(q)}(\kappa) - \sum_{q=1}^{n_c} \tilde{\tau}_{(q)}(\kappa) \cdot \sum_{q=1}^{n_c} \tilde{N}_{(q)}} \quad (6.5)$$

e

$$A(\kappa) = \exp \left[b(\kappa) \frac{\sum_{q=1}^{n_c} \tilde{\tau}_{(q)}(\kappa) \cdot \sum_{q=1}^{n_c} \tilde{N}_{(q)} \tilde{\tau}_{(q)}(\kappa) - \sum_{q=1}^{n_c} \tilde{N}_{(q)} \cdot \sum_{q=1}^{n_c} \tilde{\tau}_{(q)}^2(\kappa)}{n_c \sum_{q=1}^{n_c} \tilde{\tau}_{(q)}^2(\kappa) - \left(\sum_{q=1}^{n_c} \tilde{\tau}_{(q)}(\kappa) \right)^2} \right]. \quad (6.6)$$

De posse das expressões anteriores, a partir de (5.12), tem-se que a função

$$N_{(q)}(\kappa) = \left(\frac{\tau_{eq(q)}(\kappa)}{A^2(\kappa)} \right)^{\frac{1}{2b(\kappa)}}. \quad (6.7)$$

6.2 Resultados

A qualidade do modelo proposto neste trabalho é verificada por meio da comparação de suas vidas estimadas com valores experimentais. Estes valores são obtidos de testes realizados com quatro materiais diferentes: a) um aço SM45C com dados extraídos de Lee (1985); b) um aço-liga 30NCD16 de Dubar (1992); c) uma liga de alumínio 6082-T6 com dados de Susmel & Petrone (2003) e d) um aço 1045 de Verreman & Guo (2007). As propriedades de cada um destes materiais em testes de tração são apresentadas na Tabela 6.1.

Tabela 6.1: Propriedades dos metais em ensaios de tração.

	Aço SM45C	Aço 30NCD16	Al 6082-T6	Aço 1045
Tensão de escoamento (MPa)	418,0	1045,0	301,0	387,0
Limite de resistência (MPa)	731,0	1156,0	343,0	703,0
Módulo de Young (GPa)	208,6	≈ 200,0	69,4	≈ 200,0

Em todos os conjuntos de ensaios, os dados referentes a carregamentos tração-compressão e torção pura foram utilizados para a calibração do modelo. As histórias de tensão são todas bidimensionais cujas componentes possuem o seguinte formato:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= [\sigma_{xx}]_m + [\sigma_{xx}]_a \text{sen}(2\omega t) \\ \sigma_{xy} &= [\tau_{xy}]_a \text{sen}(2\omega t + \phi)\end{aligned}\quad (6.8)$$

Os valores $[\sigma_{xx}]_a$ e $[\tau_{xy}]_a$ são as amplitudes de cada uma das componentes de tensão. O valor $[\sigma_{xx}]_m$ diz respeito a tensão normal média e as grandezas representadas por ω e ϕ são a frequência e a fase respectivamente.

Os valores estimados da vida, calculados pelo modelo proposto, para cada um dos quatro materiais abordados, foram comparados com estimativas realizadas pelo modelo de Findley, descrito em (3.16). A aplicação deste modelo seguiu a metodologia de calibração do modelo proposto, descrita na seção anterior, com substituição da função (6.2) pela resultante da utilização da tensão equivalente de Findley.

A implementação computacional do modelo proposto pode ser verificada em detalhes no apêndice A deste trabalho, onde a listagem do código-fonte é apresentada.

6.2.1 Resultados para o aço SM45C

Os dados e resultados relativos a 38 ensaios de fadiga em um aço SM45C, extraídos de Lee (1985), estão listados na Tabela 6.3. Os ensaios 1 a 21 desta tabela são utilizados para calibração do modelo proposto e do modelo de Findley. Os valores obtidos de tal calibração estão listados na Tabela 6.2. Os valores \mathcal{E}_c referem-se aos erros mínimos obtidos, seguindo metodologia apresentada na seção 6.1.

Tabela 6.2: Parâmetros materiais calculados para o aço SM45C.

	κ^*	A (MPa)	b	\mathcal{E}_c
Envelope Prismático	1,47	598,4	-0,0785	0,0470
Findley	0,45	656,2	-0,0785	0,0470

Tabela 6.3: Resultados para os ensaios de um aço SM45C (Lee, 1985)

Ensaio	$[\sigma_{xx}]_a$ (MPa)	$[\sigma_{xx}]_m$ (MPa)	$[\tau_{xy}]_a$ (MPa)	ϕ ($^\circ$)	N^{exp} (ciclos)	N^F (ciclos)	N^{EP} (ciclos)
<i>(a) Tração-compressão</i>							
1	411	0	0	0	15 000	10 282	10 327
2	388	0	0	0	26 100	21 418	21 508
3	372	0	0	0	53 000	36 630	36 778
4	364	0	0	0	74 000	48 322	48 514
5	353	0	0	0	93 700	71 444	71 719
6	336	0	0	0	103 000	134 002	134 493
7	323	0	0	0	166 000	221 556	222 335
8	314	0	0	0	213 000	317 595	318 678
9	313	0	0	0	327 000	330 770	331 894
10	294	0	0	0	445 000	734 667	736 992
11	291	0	0	0	723 000	837 243	839 859
<i>(b) Torção pura</i>							
12	0	0	278	0	10 400	17 487	17 423
13	0	0	266	0	23 300	30 684	30 567
14	0	0	254	0	19 500	55 256	55 036
15	0	0	253	0	30 000	58 105	57 872
16	0	0	246	0	109 000	83 079	82 737
17	0	0	244	0	166 000	92 186	91 804
18	0	0	230	0	332 000	195 736	194 883
19	0	0	229	0	142 000	206 912	206 006
20	0	0	224	0	403 000	274 130	272 907
21	0	0	218	0	1 130 000	387 447	385 680
<i>(c) Tração-compressão e torção combinados</i>							
22	390	0	151	0	8 500	2 239	3 754
23	349	0	148	0	24 000	6 508	11 584
24	325	0	153	0	32 000	10 263	19 599
25	372	0	93	0	38 000	13 154	17 286
26	309	0	134	0	100 000	28 020	50 573
27	265	0	225	90	12 000	3 715	9 152
28	392	0	118	90	12 700	9 483	6 490
29	417	0	78	90	13 000	6 596	5 565
30	346	0	173	90	16 000	6 696	6 896
31	245	0	216	90	20 000	7 366	18 641
32	245	0	211	90	25 000	8 968	22 326
33	304	0	186	90	26 000	8 434	13 442
34	304	0	152	90	57 000	34 834	35 860
35	314	0	127	90	100 000	81 110	51 974
36	286	0	143	90	120 000	75 821	78 036
37	167	0	211	90	290 000	39 176	104 102
38	265	0	132	90	350 000	205 511	209 508

A fim de se comparar graficamente as vidas estimadas com as vidas experimentais, tem-se os gráficos vida-vida dos modelos de Findley e do Envelope Prismático, apresentados na Figura 6.1. Nestes gráficos, a reta sólida define a local onde a vida estimada N se iguala a vida experimental N^{exp} . Os dois pares de retas pontilhadas definem regiões de admissibilidade, onde a menor delas possui um limite inferior cuja vida estimada é metade da vida experimental e um limite superior com a vida estimada sendo o dobro da experimental. Em outras palavras, dado um fator c , as regiões são definidas por $c^{-1}N^{exp} \leq N \leq cN^{exp}$, tais que $c = 2$ para região menor e $c = 3$ para maior. Os pontos representados por estrelas são aqueles utilizados para calibração de seus modelos respectivos.

Ainda nos gráficos vida-vida, os valores \mathcal{E} são obtidos segundo expressão de erro definida por (6.1), considerando a totalidade dos ensaios. Os percentuais mostrados nestes gráficos referem-se à quantidade dos ensaios validados (representados por bolas) que se enquadram nas faixas $c = 2$ e $c = 3$.

O gráfico inferior na Figura 6.1 mostra que a maioria das estimativas para aço SM45C situam-se na região onde $c = 2$ e nenhuma delas está fora da região definida por $c = 3$. Este comportamento não é observado no modelo de Findley. Os dois modelos apresentam comportamento conservativo, pois a maioria das estimativas são menores que as vidas experimentais. Neste contexto, o modelo proposto, entretanto, é menos conservativo quando comparado com o de Findley.

Para cada um dos modelos tratados, a proximidade das tensões equivalentes obtidas dos dados experimentais com aquelas calculadas pelas curvas de Basquin pode ser verificada nos gráficos da Figura 6.2.

Nestes gráficos, a reta sólida corresponde à curva de Basquin resultante de cada um dos modelos e os dois pares de retas pontilhadas definem as faixas $[1/2 N^{exp}; 2N^{exp}]$ e $[1/3 N^{exp}; 3N^{exp}]$ na escala da vida. A partir da função (6.2), os erros apresentados nestes gráficos resultam da seguinte definição:

$$\mathcal{E}_\tau := \frac{1}{n_c} \sqrt{\sum_{q=1}^{n_c} \left\{ \log \left[A(\kappa^*) N_{(q)}^{exp b(\kappa^*)} \right] - \log \tau_{eq(q)}(\kappa^*) \right\}^2}. \quad (6.9)$$

Diferentemente da tensão equivalente de Findley, a Figura 6.2 mostra que a tensão do Envelope Prismático faz com que os valores obtidos dos dados experimentais estejam

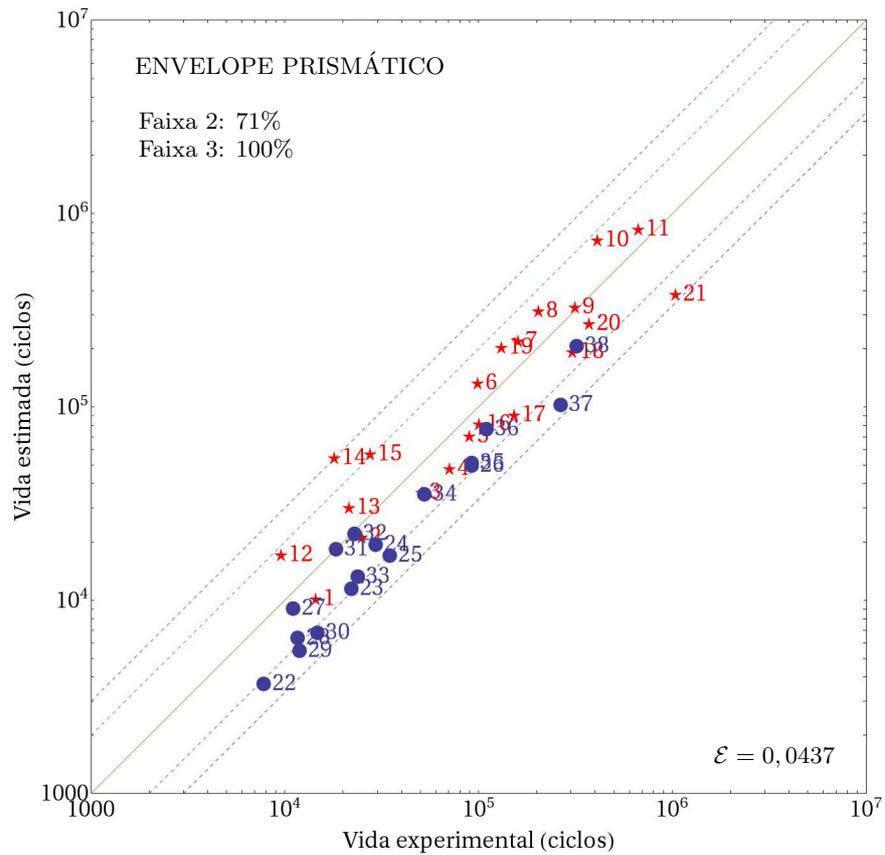
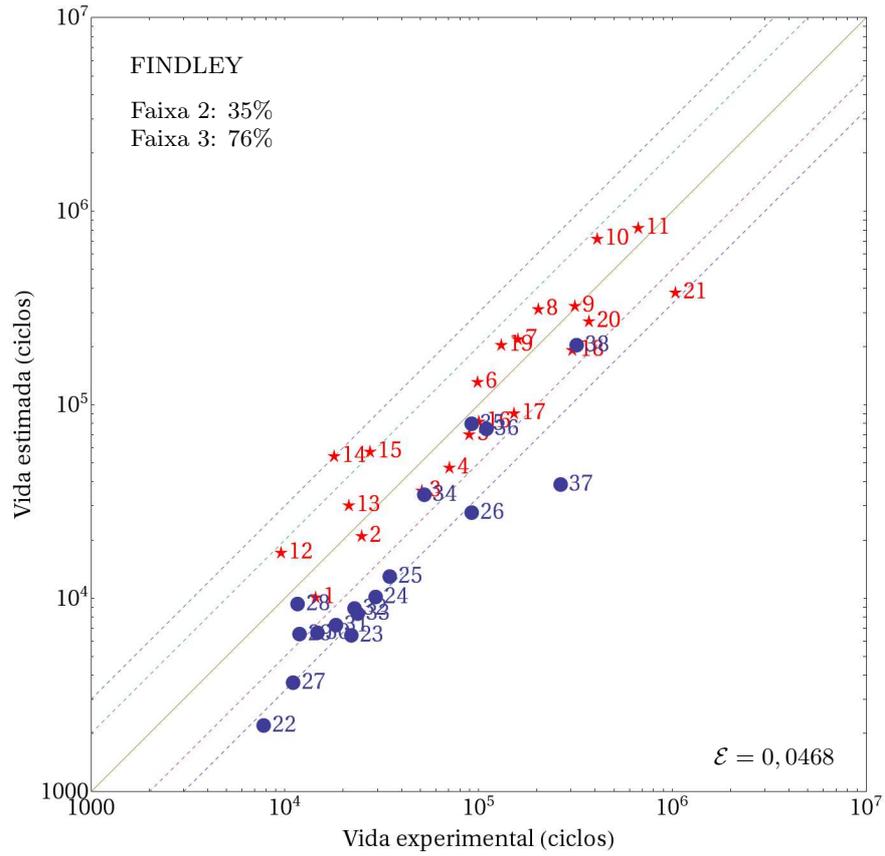


Figura 6.1: Gráficos vida-vida em escala log-log para o aço SM45C.

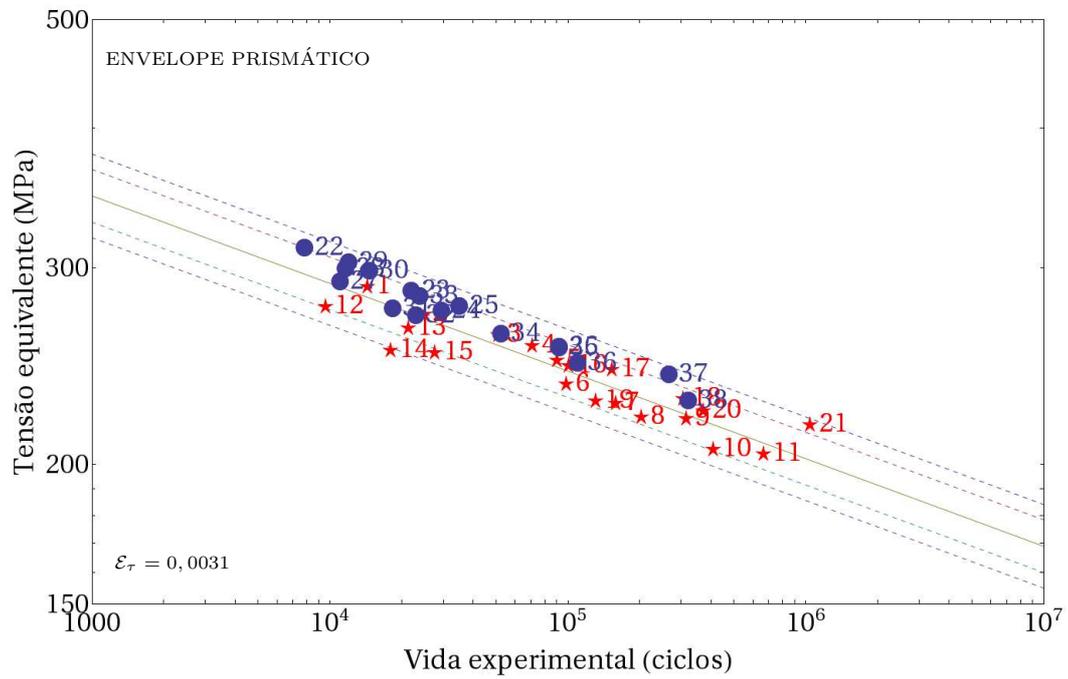
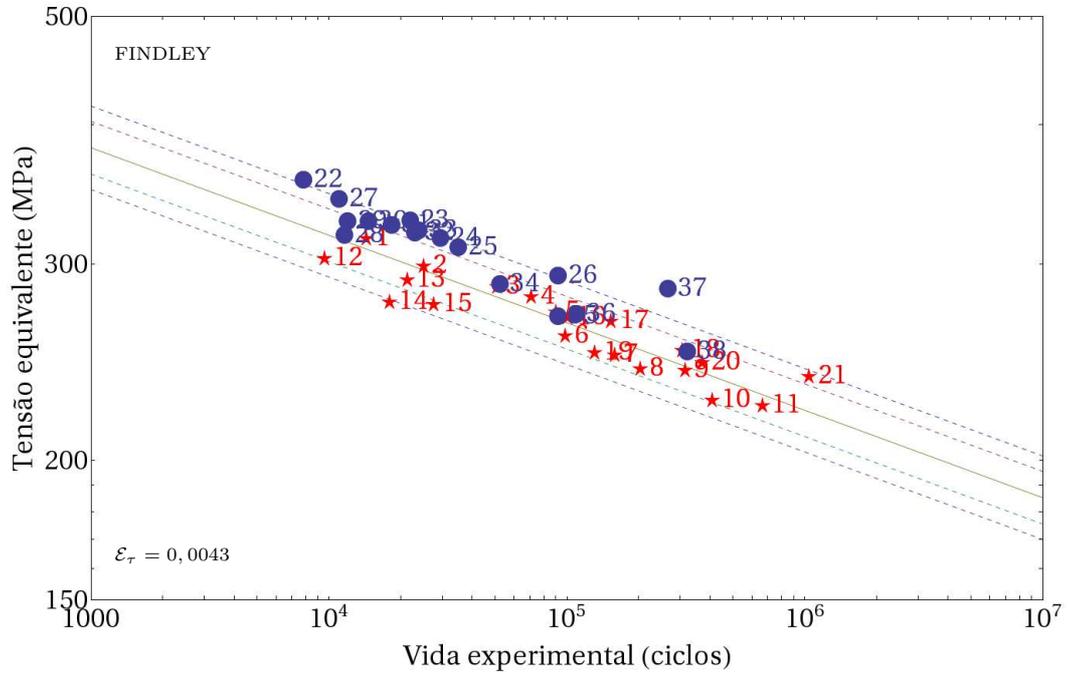


Figura 6.2: Curvas de Basquin em escala log-log para o aço SM45C.

próximos daqueles calculados pela curva de Basquin, não ultrapassando o limite da faixa $[1/2 N^{exp}; 2N^{exp}]$.

6.2.2 Resultados para o aço 30NCD16

O código 30NCD16 é uma designação francesa para uma aço-liga Ni-Cr-Mo de aplicação aeronáutica. Dados e resultados de 37 ensaios realizados neste aço, extraídos de Dubar (1992), estão listados na Tabela 6.5. Os ensaios 1 a 22 calibram os modelos do Envelope Prismático e de Findley. Os valores desta calibração estão listados na Tabela 6.4.

Tabela 6.4: Parâmetros materiais calculados para o aço 30NCD16.

	κ^*	A (MPa)	b	\mathcal{E}_c
Envelope Prismático	0,56	1769	-0,111	0,0064
Findley	0,27	1836	-0,112	0,0064

Os gráficos vida-vida dos modelos de Findley e do Envelope Prismático estão dispostos na Figura 6.3. Nos termos da seção anterior, as retas pontilhadas definem as regiões $c = 2$ e $c = 3$. Os pontos representados por estrelas correspondem a ensaios calibradores. Os valores \mathcal{E} são obtidos considerando a totalidade dos ensaios.

Para este grupo de ensaios, a Figura 6.3 mostra que o comportamento do modelo baseado no Envelope Prismático é sensivelmente melhor que o de Findley. No gráfico inferior, apenas um dado ultrapassa a região de $c = 2$. Além disso, para a maioria dos ensaios, Findley mostrou-se excessivamente conservativo.

As curvas de Basquin que resultam dos modelos estão apresentadas nos gráficos da Figura 6.4. Nestes gráficos, os pares de retas pontilhadas distam da curva de Basquin $[1/2 N^{exp}; 2N^{exp}]$ e $[1/3 N^{exp}; 3N^{exp}]$ na escala da vida.

Pode-se observar na Figura 6.4 que a curva de Basquin resultante do modelo proposto é também sensivelmente melhor do que a do modelo de Findley: no primeiro, excetuando um ensaio, os valores experimentais não ultrapassam os limites da faixa $[1/2 N^{exp}; 2N^{exp}]$.

Tabela 6.5: Resultados para os ensaios de um aço 30NCD16 (Dubar, 1992)

Ensaio	$[\sigma_{xx}]_a$ (MPa)	$[\sigma_{xx}]_m$ (MPa)	$[\tau_{xy}]_a$ (MPa)	ϕ ($^\circ$)	N^{exp} (ciclos)	N^F (ciclos)	N^{EP} (ciclos)
<i>(a) Tração-compressão</i>							
1	765	0	0	0	120 000	116 909	118 030
2	790	0	0	0	90 000	87 631	88 457
3	795	0	0	0	80 000	82 812	83 591
4	780	0	0	0	100 000	98 232	99 164
5	725	0	0	0	200 000	189 202	191 065
6	708	0	0	0	250 000	234 045	236 376
7	720	0	0	0	210 000	201 311	203 300
8	752	0	0	0	140 000	136 325	137 643
9	820	0	0	0	51 000	62 742	63 322
10	785	0	0	0	95 000	92 763	93 641
11	715	0	0	0	230 000	214 288	216 412
<i>(b) Torção pura</i>							
12	0	0	482	0	120 000	117 381	116 139
13	0	0	500	0	90 000	84 501	83 592
14	0	0	505	0	80 000	77 290	76 455
15	0	0	495	0	100 000	92 467	91 477
16	0	0	450	0	200 000	217 291	215 063
17	0	0	440	0	250 000	265 786	263 089
18	0	0	446	0	210 000	235 398	232 994
19	0	0	470	0	140 000	147 146	145 607
20	0	0	527	0	51 000	52 737	52 156
21	0	0	497	0	95 000	89 185	88 228
22	0	0	445	0	230 000	240 182	237 733
<i>(c) Tração-compressão e torção combinados, conjunto 1</i>							
23	660	290	0	0	250 000	159 944	220 600
24	695	290	0	0	120 000	105 837	144 203
25	0	290	460	0	120 000	46 502	158 262
26	620	450	0	0	140 000	148 151	230 616
27	640	450	0	0	51 000	117 094	180 917
28	0	450	430	0	250 000	38 680	240 580
29	0	450	460	0	120 000	23 938	136 240
<i>(d) Tração-compressão e torção combinados, conjunto 2</i>							
30	600	0	335	0	80 000	51 918	76 995
31	600	0	335	90	100 000	122 121	76 995
32	548	0	306	0	200 000	116 961	173 538
33	562	0	315	90	200 000	214 460	136 352
<i>(e) Tração-compressão e torção combinados, conjunto 3</i>							
34	500	290	290	0	120 000	59 167	198 005
35	500	290	290	90	210 000	109 082	198 005
36	490	450	285	0	95 000	34 774	160 224
37	490	450	285	90	230 000	59 211	160 224

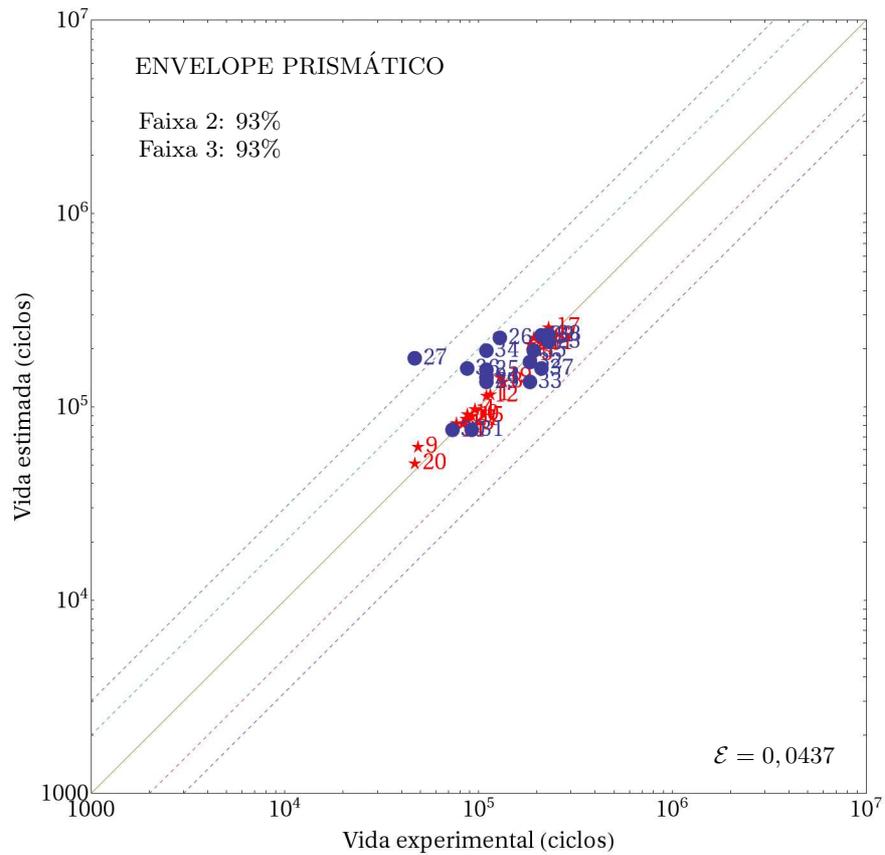
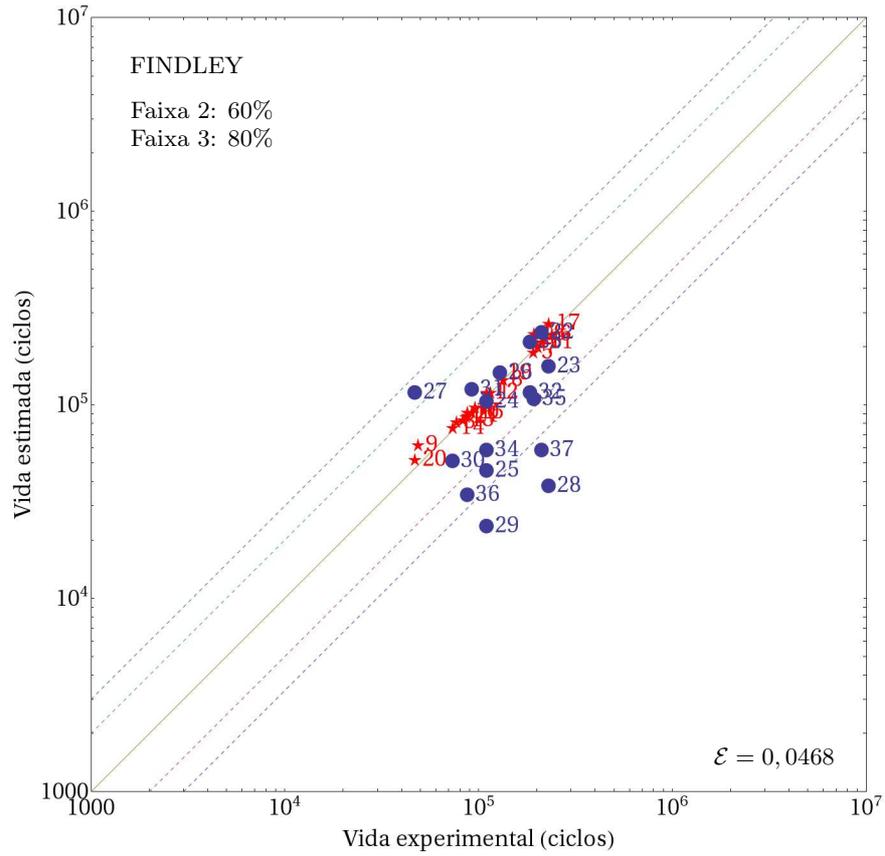


Figura 6.3: Gráficos vida-vida em escala log-log para o aço 30NCD16.

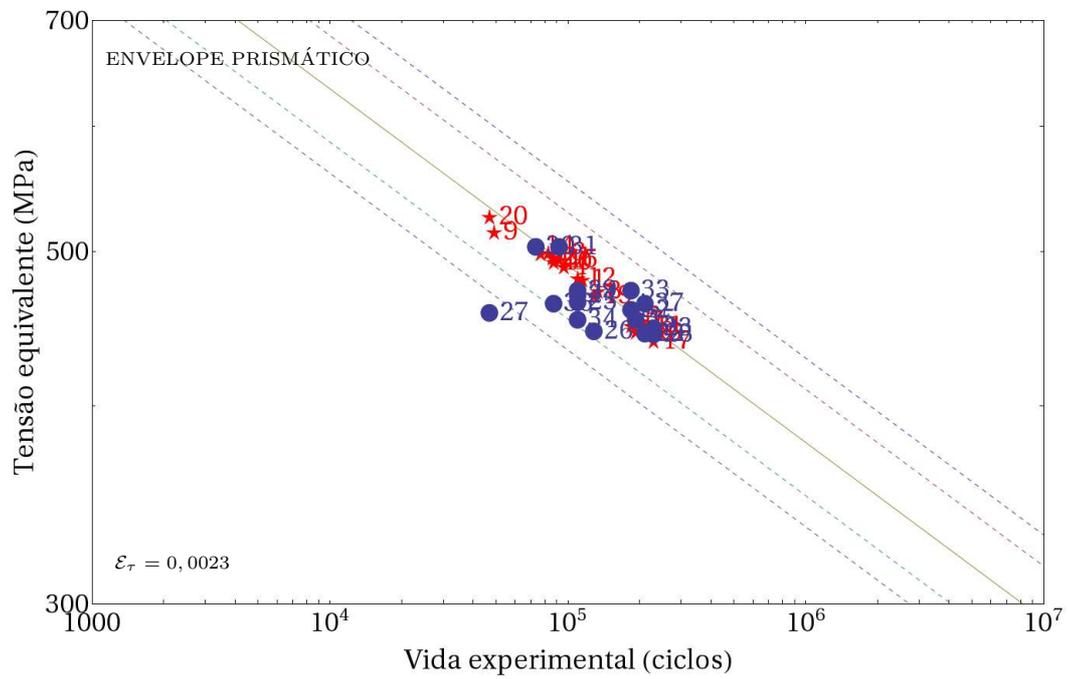
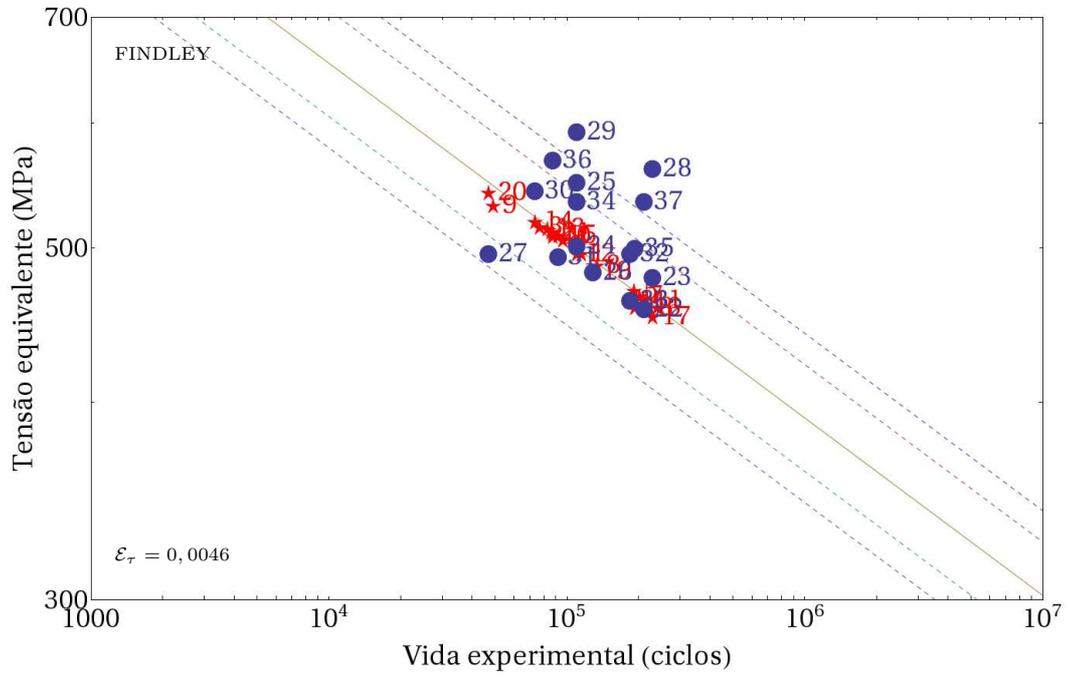


Figura 6.4: Curvas de Basquin em escala log-log para o aço 30NCD16.

6.2.3 Resultados para o alumínio 6082-T6

Os dados e resultados dos 44 ensaios realizados no alumínio 6082-T6, extraídos de Susmel & Petrone (2003), estão listados na Tabela 6.7. Os ensaios 1 a 16 calibram os modelos do Envelope Prismático e de Findley. Os valores desta calibração estão listados na Tabela 6.6.

Tabela 6.6: Parâmetros materiais calculados para o alumínio 6082-T6.

	κ^*	A (MPa)	b	\mathcal{E}_c
Envelope Prismático	0,00	498,2	-0,128	0,0335
Findley	0,12	516,9	-0,131	0,0305

Os gráficos vida-vida estão dispostos na Figura 6.5. As retas pontilhadas definem as regiões $c = 2$ e $c = 3$. Os pontos representados por estrelas correspondem a ensaios calibradores. Os valores \mathcal{E} são obtidos considerando a totalidade dos ensaios.

Os gráficos vida-vida citados mostram comportamento equivalente para os dois modelos: ambos estimam as vidas de maneira conservativa tais que a maioria dos pontos situam-se na região de $c = 3$. No modelo de Findley, dois pontos não conservativos ficam fora desta região enquanto, no modelo proposto, três pontos conservativos estão fora da região $c = 3$.

As curvas de Basquin que resultam dos modelos estão apresentadas nos gráficos da Figura 6.6. Os pares de retas pontilhadas distam da curva de Basquin $[1/2 N^{exp}; 2N^{exp}]$ e $[1/3 N^{exp}; 3N^{exp}]$ na escala da vida.

Para as curvas de Basquin, o comportamento conservativo dos modelos também é verificado. No caso da tensão equivalente de Findley, há mais pontos na região não conservativa e dois deles ficam fora da faixa de $[1/3 N^{exp}; 3N^{exp}]$. No modelo proposto, a maioria dos pontos situam-se na região conservativa.

6.2.4 Resultados para o aço 1045

Os resultados para o aço 1045, extraídos de Verreman & Guo (2007), estão listados na Tabela 6.9. Os ensaios 1 a 8 calibram os modelos do Envelope Prismático e de Findley. Os valores da calibração estão listados na Tabela 6.8.

Tabela 6.7: Resultados para os ensaios de um Al 6082-T6 (Susmel & Petrone, 2003)

Ensaio	$[\sigma_{xx}]_a$ (MPa)	$[\sigma_{xx}]_m$ (MPa)	$[\tau_{xy}]_a$ (MPa)	ϕ ($^\circ$)	N^{exp} (ciclos)	N^F (ciclos)	N^{EP} (ciclos)
<i>(a) Tração-compressão</i>							
1	224	-1	4	0	52 990	45 438	36 981
2	190	0	5	0	159 000	148 407	133 014
3	188	-1	4	0	197 275	172 034	144 868
4	180	-4	4	0	244 403	241 249	203 288
5	162	0	3	0	421 560	527 083	463 327
6	165	-2	4	0	437 636	461 544	400 378
7	145	-1	4	0	1 060 730	1 223 486	1 095 012
8	145	-1	4	0	1 235 690	1 237 180	1 095 012
<i>(a) Torção pura</i>							
9	14	1	138	0	14 695	20 539	22 072
10	18	3	139	0	23 052	18 854	20 688
11	15	1	111	0	67 690	105 172	119 428
12	16	1	111	0	113 455	104 449	119 041
13	13	3	99	0	196 555	247 024	291 981
14	24	0	98	0	449 997	250 242	299 178
15	15	2	86	0	497 990	701 949	860 939
16	15	1	87	0	1 100 000	650 855	787 386
<i>(d) Tração-compressão e torção combinados, conjunto 1</i>							
17	70	-3	118	0	71 255	40 555	49 232
18	71	-1	117	1	78 730	42 272	51 623
19	59	-1	100	-7	230 750	143 778	179 894
20	61	0	98	-18	516 985	160 771	201 224
21	53	-1	83	-2	1 018 775	549 699	718 565
22	52	-2	82	2	1 289 550	609 414	794 932
23	79	-1	129	129	20 730	21 345	23 910
24	79	-4	116	125	41 490	45 810	49 492
25	69	1	110	126	188 882	70 081	81 144
26	68	2	99	128	234 725	143 856	168 892
27	68	2	99	125	368 080	145 195	168 892
28	60	3	94	126	1 016 280	224 540	272 221
<i>(d) Tração-compressão e torção combinados, conjunto 2</i>							
29	147	-2	106	-4	31 000	22 201	25 371
30	151	-4	104	-3	64 090	22 600	25 493
31	163	-2	81	-5	124 460	47 960	50 999
32	147	1	90	-8	132 215	46 497	52 502
33	146	-3	76	-6	232 370	94 994	102 811
34	118	-3	82	-5	315 795	141 240	167 563
35	119	1	72	0	694 062	240 992	286 613
36	188	0	106	89	5 590	39 482	10 680
37	189	-5	106	94	27 420	39 287	10 456
38	189	1	106	88	34 015	38 650	10 456
39	171	-4	99	91	44 750	70 889	20 201
40	190	-4	105	91	47 020	42 477	10 606
41	149	0	68	93	114 845	628 348	134 488
42	151	0	67	94	273 325	578 300	131 689
43	155	1	72	92	445 560	458 039	93 675
44	152	-1	47	91	456 725	734 321	285 937

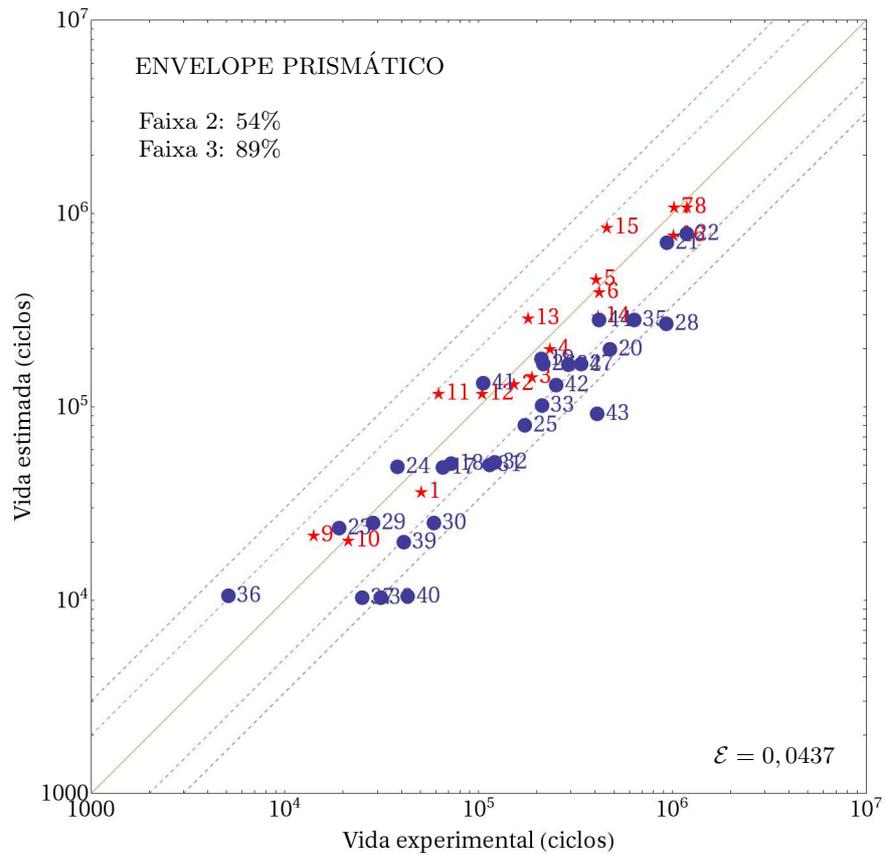
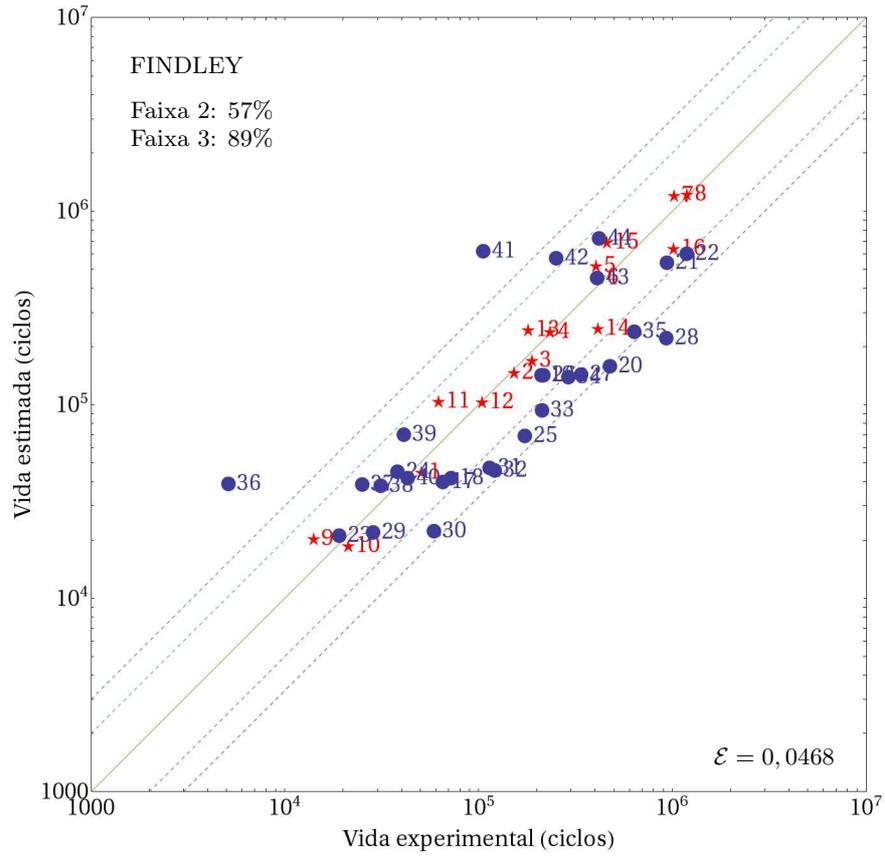


Figura 6.5: Gráficos vida-vida em escala log-log para o alumínio 6082-T6.

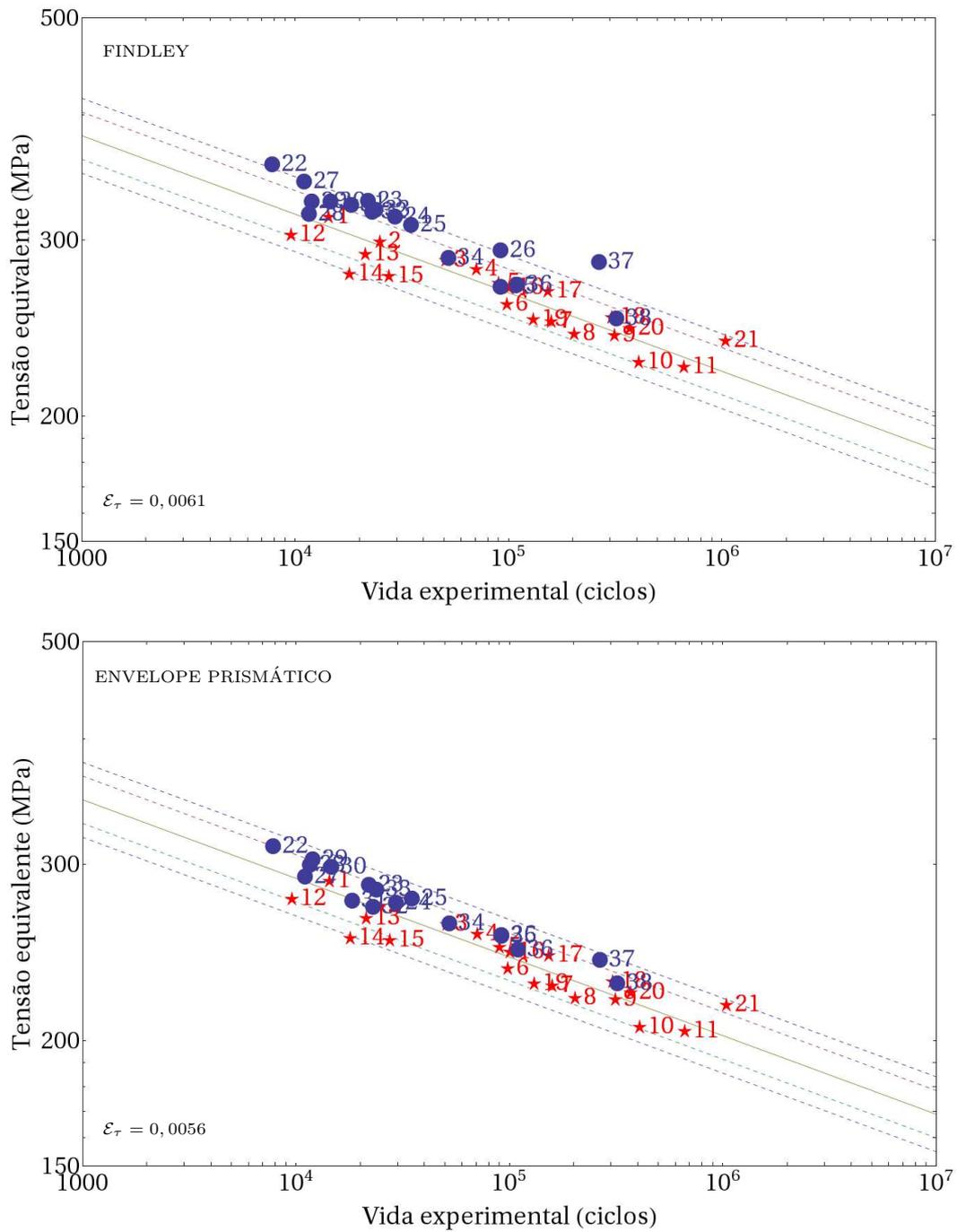


Figura 6.6: Curvas de Basquin em escala log-log para o alumínio 6082-T6.

Tabela 6.8: Parâmetros materiais calculados para o aço 1045.

	κ^*	A (MPa)	b	ε_c
Envelope Prismático	0,86	20884,6	-0,372	0,0390
Findley	0,32	18200	-0,357	0,0390

Tabela 6.9: Resultados para os ensaios de um aço 1045 (Verreman & Guo, 2007)

Ensaio	$[\sigma_{xx}]_a$ (MPa)	$[\sigma_{xx}]_m$ (MPa)	$[\tau_{xy}]_a$ (MPa)	ϕ ($^\circ$)	N^{exp} (ciclos)	N^F (ciclos)	N^{EP} (ciclos)
<i>(a) Tração-compressão</i>							
1	300	0	0	0	379 178	283 766	283 895
2	290	0	0	0	366 512	312 025	310 971
3	300	0	0	0	238 236	283 766	283 895
4	300	0	0	0	214 908	283 766	283 895
<i>(b) Torção pura</i>							
5	0	0	180	0	497 000	358 727	359 190
6	0	0	180	0	440 920	358 727	359 190
7	0	0	175	0	317 943	388 171	387 436
8	0	0	180	0	257 679	358 727	359 190
<i>(c) Tração-compressão e torção combinados</i>							
9	220	0	110	0	573 978	312 558	352 476
10	220	0	110	0	177 263	312 558	352 476
11	250	0	125	90	397 940	285 675	250 005
12	230	0	115	90	377 718	360 806	312 791
13	240	0	120	90	151 109	320 270	278 989
14	85	0	170	90	727 149	318 454	365 255
15	87.5	0	175	90	345 774	293 626	337 884
16	0	150	150	0	616 542	287 674	518 612
17	0	200	150	0	462 000	233 805	474 836

Os gráficos vida-vida estão dispostos na Figura 6.7. As retas pontilhadas definem as regiões $c = 2$ e $c = 3$. Os pontos representados por estrelas correspondem a ensaios calibradores. Os valores \mathcal{E} são obtidos considerando a totalidade dos ensaios.

Os gráficos vida-vida citados apresentam os dois modelos com comportamento equivalente: não existem pontos fora de região $c = 3$. No entanto, há uma certa vantagem para o modelo proposto, já que não há pontos fora da região de $c = 2$; fato que não ocorre com Findley.

As curvas de Basquin que resultam dos modelos estão apresentadas nos gráficos da Figura 6.8. Os pares de retas pontilhadas distam da curva de Basquin $[1/2 N^{exp}; 2N^{exp}]$ e $[1/3 N^{exp}; 3N^{exp}]$ na escala da vida.

Para o caso das tensões equivalentes, os gráficos mostram comportamento similar dos dois modelos: ambos colocam a maioria dos valores experimentais dentro da faixa $[1/2 N^{exp}; 2N^{exp}]$. No modelo de Findley, há três pontos fora desta região e no modelo proposto, existe um ponto nesta situação.

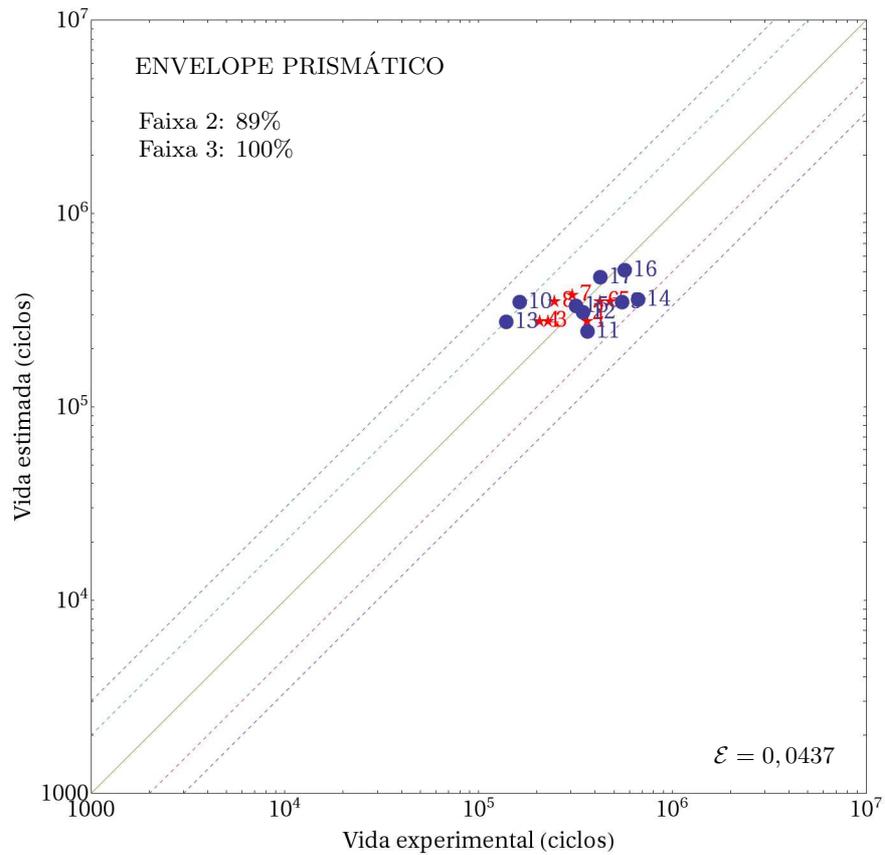
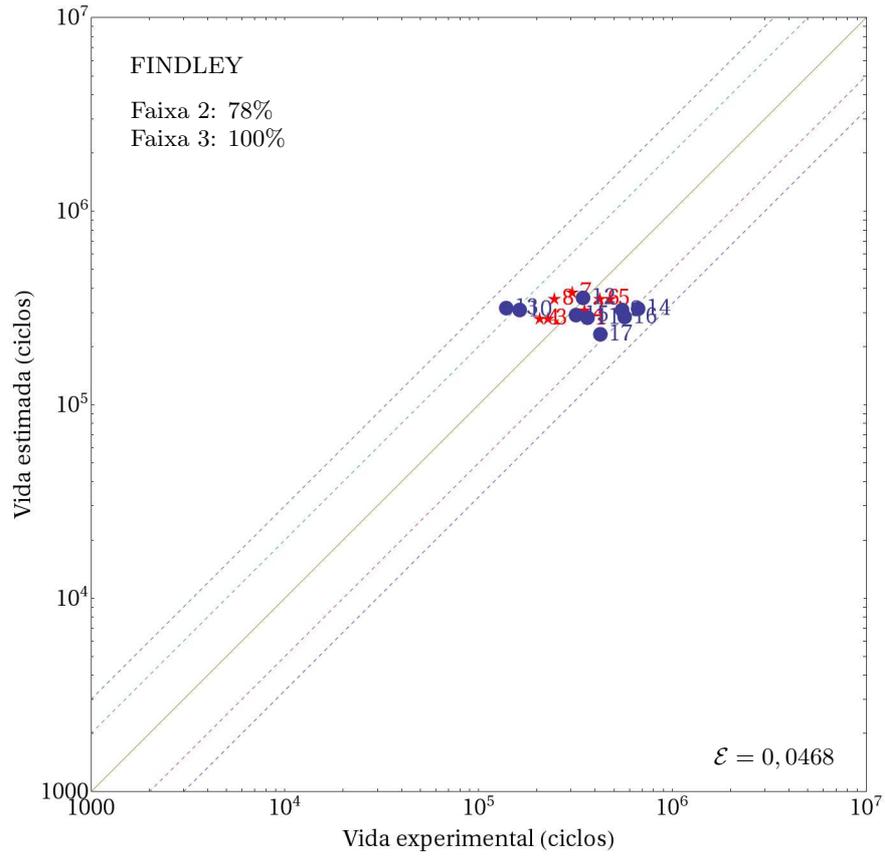


Figura 6.7: Gráficos vida-vida em escala log-log para o aço 1045.

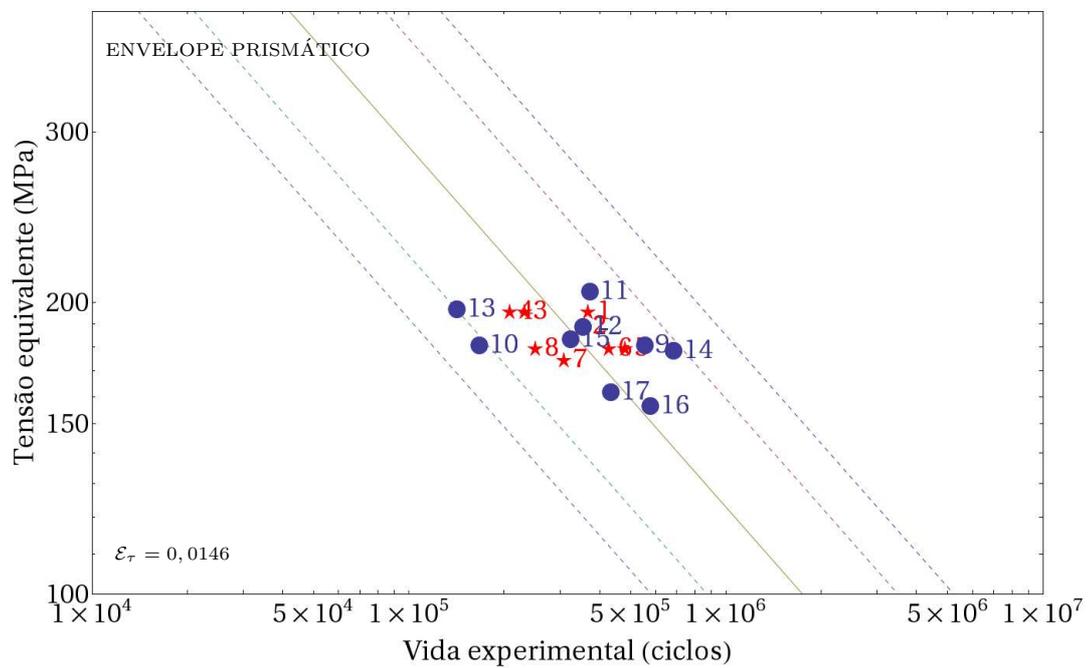
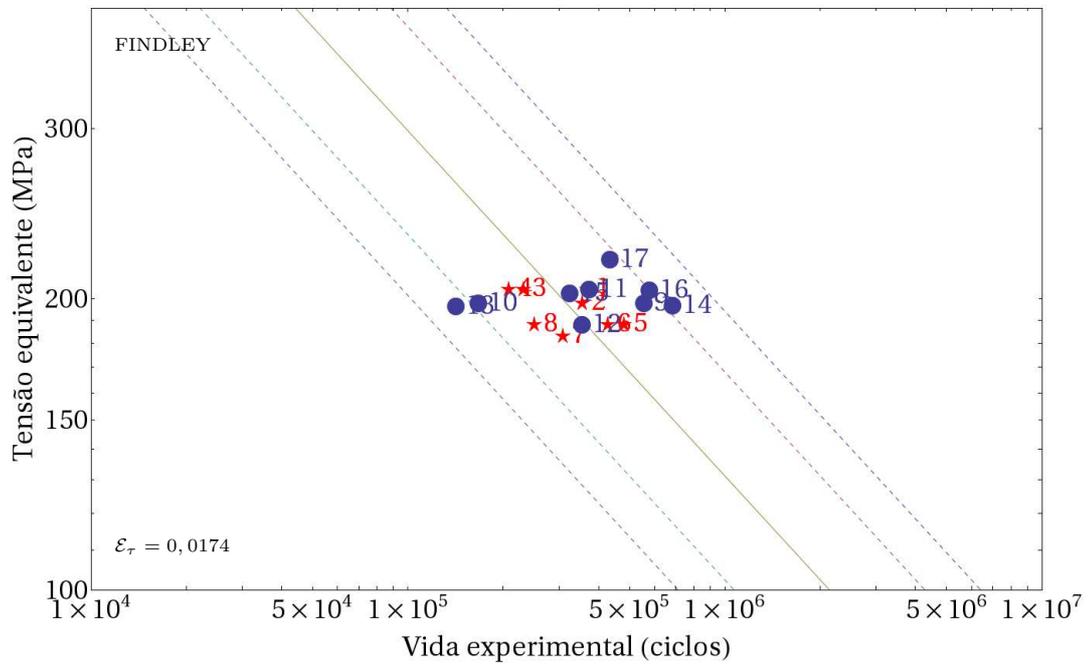


Figura 6.8: Curvas de Basquin em escala log-log para o aço 1045.

6.3 Análise comparativa dos resultados

Com base nas informações apresentadas na seção anterior, o modelo proposto apresenta boas estimativas de vida para os quatro materiais verificados. Os poucos valores estimados que se mostraram menos precisos são, na sua maioria, conservativos.

No que tange à comparação com o modelo de Findley, a distribuição dos pontos nos diversos gráficos permite concluir que, para os casos estudados, os resultados do modelo baseado no envelope prismático são melhores. Compilando os erros registrados nos gráficos vida-vida para cada um dos materiais, pode-se construir o gráfico de barras mostrado na Figura 6.9.

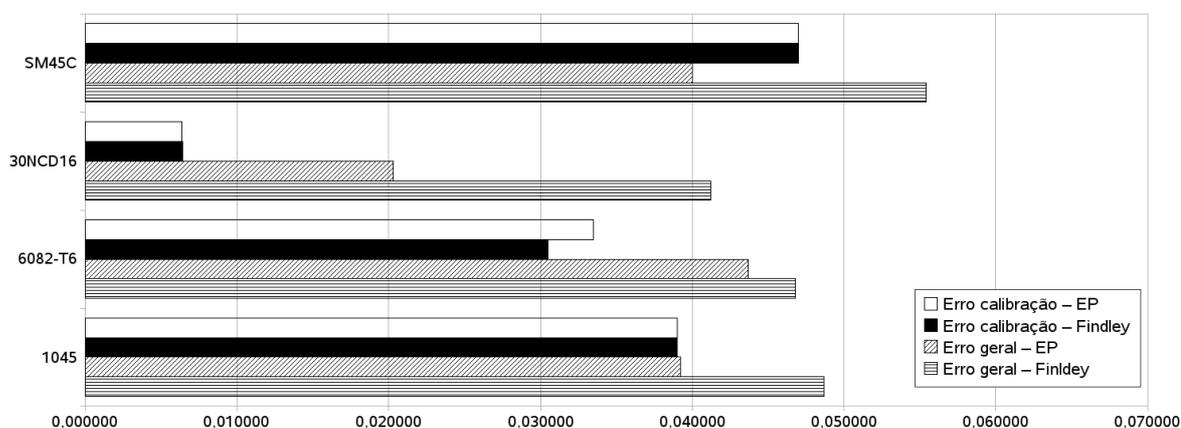


Figura 6.9: Erros em vida dos modelos de Findley e do Envelope Prismático.

Este gráfico mostra um comportamento equivalente dos dois modelos para a etapa de calibração com uma pequena diferença no caso do alumínio 6082-T6. No entanto, os valores dos erros gerais, que consideram a totalidade dos ensaios, revelam um melhor comportamento do modelo baseado no Envelope Prismático.

Ainda no caso dos erros gerais, os resultados em todos materiais mostram que o modelo de Findley situa-se na faixa $0,040 < \mathcal{E} < 0,056$, onde o menor valor é obtido no aço 30NCD16. O modelo proposto, por sua vez, com exceção do alumínio, não ultrapassa $\mathcal{E} = 0,040$, apresentando o menor erro também para o aço aeronáutico. Observa-se que embora os melhores resultados dos dois modelos ocorram no mesmo material, os maiores erros acontecem em materiais diferentes.

No caso de erros em tensão, pode-se realizar uma análise similar àquela feita para os erros em vida: coletou-se os valores de erro mostrados nas curvas de Basquin da seção

anterior e construiu-se o gráfico da Figura 6.10.

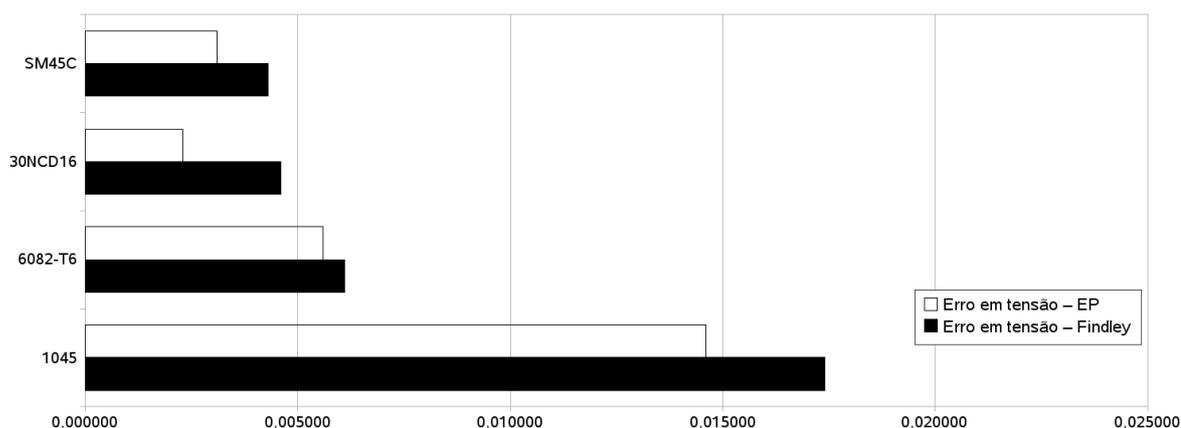


Figura 6.10: Erros em tensão dos modelos de Findley e do Envelope Prismático.

Para os dois modelos, é interessante observar que o comportamento dos erros em tensão é bastante diferente do comportamento em vida. Ao contrário do que acontece nos erros gerais em vida, os piores resultados de ambos os modelos ocorrem no aço 1045 e os melhores ocorrem em materiais diferentes: nos aços SM45C e no 30NCD16. Permanece, no entanto, o melhor comportamento do modelo proposto pois seus erros são sempre menores que os de Findley.

Para subsidiar análise mais consistente dos resultados apresentados pelos modelos em cada ensaio q , a partir da função (6.7), seja o coeficiente de segurança em vida

$$C_{(q)} := \frac{N_{(q)}(\kappa^*)}{N_{(q)}^{exp}}. \quad (6.10)$$

Agrupando os valores dos coeficientes de segurança de todos os materiais para cada um dos dois modelos, pode-se construir o histograma apresentado na figura 6.11. Neste gráfico, o eixo vertical indica a probabilidade de ocorrência dos valores dos coeficientes em cada uma das classes definidas.

O histograma indica a tendência conservativa dos dois modelos, pois a maior densidade de valores ocorre nas regiões $C_{(q)} < 1$. Considerando como admissíveis as regiões $0,5 \leq C_{(q)} \leq 2,0$, pode-se concluir que os resultados do modelo do Envelope Prismático estão mais concentrados nestas regiões que os de Findley. Além disso, em Findley, há uma densidade menor de valores próximos à $C_{(q)} = 1$ do que nos resultados do Envelope Prismático.

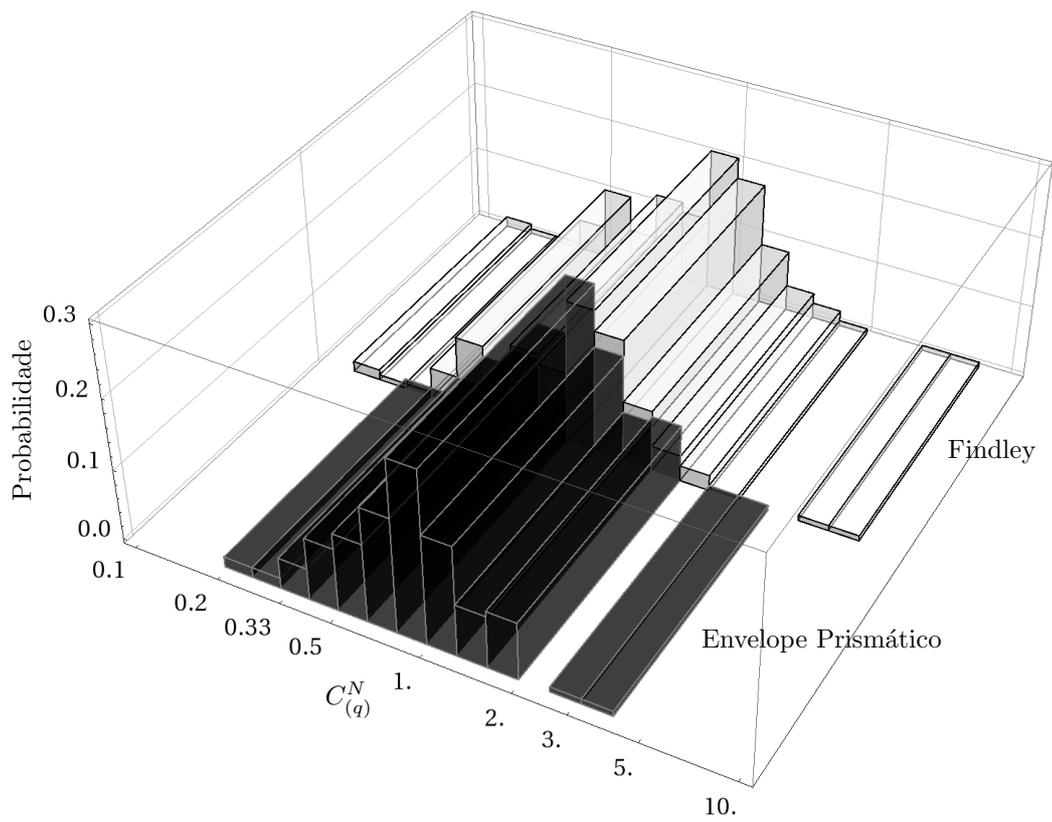


Figura 6.11: Histograma dos coeficientes de segurança em escala log.

Capítulo 7 Conclusão

Dentro do que foi proposto inicialmente, o presente trabalho apresentou um novo modelo de estimativa de vida para a fadiga multiaxial de alto ciclo (10^3 - 10^6 ciclos). Conforme exposto nos Capítulos 4 e 5, a proposta não se baseia na escolha de planos materiais críticos, mas extrai da história de tensão a magnitude das cargas aplicadas. Adotou-se uma tensão cisalhante equivalente cujos termos cisalhante τ_a e normal p_{\max} inspiram-se em critérios de resistência como o de Crossland (1956). Admitiu-se que esta tensão é descrita, ao longo da vida, por uma curva de Basquin.

Adotou-se como medida da amplitude de tensão cisalhante o Envelope Prismático, circunscrito à trajetória de tensão, apresentado por Mamiya et al. (2009). Na sua forma final, o modelo proposto requer a determinação de três parâmetros materiais. Para este fim, apresentou-se uma metodologia de calibração baseada na minimização de uma função-erro previamente definida.

Quando comparado com dados experimentais de quatro materiais diferentes, o modelo apresentou bons resultados, conforme exposto no capítulo 6. Grande parte dos resultados em vida enquadraram-se em faixa bastante restrita de admissibilidade. Os resultados em tensão, medidos pela qualidade da curva de Basquin resultante, também se mostraram bastante satisfatórios, com maioria dos dados concentrando-se numa faixa de 2.

Ainda no contexto dos quatro materiais citados, a comparação do comportamento do modelo proposto em relação ao modelo de Findley, também baseado em tensão, revelou que os resultados globais do primeiro estão menos dispersos, em relação aos valores experimentais, que os do segundo. Apesar dos erros de calibração de ambos serem equivalentes, as estimativas do Envelope Prismático, na sua grande maioria, mostraram-se sempre mais precisas.

Durante a execução dos cálculos, observou-se que a implementação computacional do modelo proposto é bem mais simples que a de Findley. Além disso, a execução das rotinas revelou um menor custo computacional para o primeiro modelo em relação ao

segundo, seguindo tendência apresentada por Mamiya et al. (2009).

Finalmente, os resultados deste estudo qualificam positivamente o modelo proposto. No entanto, há alguns aspectos que merecem ser aprofundados: verificar o efeito das tensões médias e estudar situações de carregamentos em deformação controlada. Tais aspectos não foram cobertos devido à carência de dados experimentais na literatura.

Referências Bibliográficas

- Basquin, O. The exponential law of endurance tests. **Proceedings of the American Society for Testing and Materials**. West Conshohocken, vol. 10, pp. 625-630, 1910.
- Brown, M.; Miller, K. A Theory for fatigue under multiaxial stress-strain conditions. In: **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**. Londres, vol. 187, pp. 745-755, 1973.
- Budynas, R.; Nisbett, J. **Shigley's mechanical engineering design**. 8. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill Book Company, 2008.
- Coffin, L. A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal. **Transactions of the ASME**. Nova Iorque, vol. 76, pp. 931-950, 1954.
- Cristofori, A.; Susmel, L.; Tovo, R. A stress invariant based criterion to estimate fatigue damage under multiaxial loading. **International Journal of Fatigue**. Amsterdã, vol. 30, pp. 1646-1658, 2008.
- Crossland, B. Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. In: **Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals**. 1956, Londres.
- Dang Van, K. **Sur le résistance à la fatigue des métaux**. Tese de Doutorado. Scientifique et Technologique l'Amernent, Paris, 1973.
- Deperrois, A. **Sur le calcul de limites d'endurance des aciers**. Tese (Doutorado), Ecole Polytechnique, Paris, 1991.
- Döring, R.; Hoffmeyer, J.; Seeger, T.; Vormwald, M. Short fatigue crack growth under nonproportional multiaxial elastic-plastic strains. **International Journal of Fatigue**. Amsterdã, vol. 28, pp. 972-982, 2006.

- Dubar, L. **Fatigue multiaxiale des aciers-Passage de l'endurance à l'endurance limitée-Prise en compte des accidents géométriques.** Tese de Doutorado. Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Paris, 1992.
- Fatemi, A.; Socie, D. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading. **Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures.** Nova Iorque, vol. 11, pp. 149-165, 1988.
- Fatemi, A.; Zoroufi, M. Fatigue performance evaluation of forged versus competing process technologies: a comparative study. In: **24th Forging Industry Technical Conference.** 2002, Cleveland.
- Findley, W. A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending. **Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME.** Nova Iorque, pp. 301-309, 1959.
- Forsyth, P. A two stage process of fatigue crack growth. In: **Crack Propagation: Proceedings of the Cranfield Symposium.** Londres, pp. 76-94, 1962.
- de Freitas, M.; Li, B.; Santos, J. A numerical approach for high-cycle fatigue life prediction with multiaxial loading. In: **Multiaxial Fatigue and Deformation: Testing and Prediction, ASTM STP 1387.** 1. ed. West Conshohocken: American Society for Testing and Materias, 2000. pp. 139-156.
- Fuchs H.; Stephens, R. **Metal fatigue in engineering.** 1. ed. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1980.
- Jabbado, M.; Maitournam, M. A High-cycle Fatigue Life Model For Variable Amplitude Multiaxial Loading. **Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures.** Nova Iorque, vol. 31, pp. 67-75, 2008.
- Jiang, Y.; Sehitoglu, H. Fatigue and stress analysis of rolling contact. **Report no. 161, UILU-ENG 92-3602.** Urbana-Champaign, College of Engineering - University of Illinois at Urbana-Champaign, 1992.
- Jiang, Y. A fatigue criterion for general multiaxial loading. Fatigue Fract Eng Mater Struct. **Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures.** Nova Iorque, vol. 23, pp. 19-32, 2000.
- Kim, K.; Nam, K.; Kwak, S.; Hwang, S. A fatigue life model for 5% chrome work roll steel under multiaxial loading. **International Journal of Fatigue.** Amsterdã, vol. 26, pp. 683-689, 2004.

- Lazzarin, P.; Susmel, L. A stress-based method to predict lifetime under multiaxial fatigue loadings. **Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures**. Nova Iorque, vol. 26, pp. 1171-1187, 2003.
- Lee, S. A criterion for fully reversed out-of-phase torsion and bending. In: Miller, K & Brown, M (eds), **Multiaxial Fatigue**, ASTM International, Philadelphia, pp 553-568, 1985.
- Li, B.; Santos, J.; de Freitas, M. A computerized procedure for long-life fatigue assessment under complex multiaxial loading. **Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures**. Nova Iorque, vol. 24, pp. 165-177, 2001.
- Mamiya, E.; Araújo, J. Fatigue limit under multiaxial loadings: on the definition of the equivalent shear stress. **Mechanics Research Communications**. Amsterdã, vol. 29, pp. 141-151, 2002.
- Mamiya, E.; Araújo, J.; Castro, F. Prismatic hull: A new measure of shear stress amplitude in multiaxial high cycle fatigue. **International Journal of Fatigue**. Amsterdã, vol. 31, pp. 1144-1153, 2009.
- Manson, S. Behavior of materials under conditions of thermal stress. **National Advisory Commission on Aeronautics: Report 1170**, Cleveland, 1953.
- Manson, S. Cyclic life of ductile materials, part 19. **Thermal Stresses in Design**. pp. 139-144, 1960.
- McDiarmid, D. A general criterion for high cycle multiaxial fatigue failure. **Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures**. Nova Iorque, vol. 14, pp. 429-453, 1991.
- McDiarmid, D. A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction. **Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures**. Nova Iorque, vol. 17, pp. 1475-1485, 1994.
- Nicholas, T. **High cycle fatigue**. 1. ed. San Diego: Elsevier Inc., 2006.
- Papadopoulos, I.; Davoli, P.; Gorla, C.; Filippini, M.; Bernasconi, A. A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. **International Journal of Fatigue**. Amsterdã, vol. 19, pp. 219-235, 1997.
- Papadopoulos, I. Long Life Fatigue Under Multiaxial Loading. **International Journal of Fatigue**. Amsterdã, vol. 23, pp. 839-849, 2001.

- Schijve, J. **Fatigue of structures and materials**. 1. ed. Amsterdã: Kluwer Academic Publishers, 2001.
- Schütz, W. A history of fatigue. **Engineering Fracture Mechanics**. Londres, vol. 54, pp. 263-300, 1996.
- Sines, G. Behavior of metals under complex static and alternating stresses. In: **Metal Fatigue**. 1. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1959. pp. 145-169.
- Smith, R.; Watson, P.; Topper, T. A stress-strain parameter for the fatigue of metals. **Journal of Materials**. Nova Iorque, vol. 5, pp. 767-778, 1970.
- Socie, D.; Marquis, G. **Multiaxial fatigue**. 1. ed. Warrendale: Society of Automotive Engineers Inc., 2000.
- Socie, D.; Shield, T. Mean stress effects in biaxial fatigue of Inconel 718. **Journal of Engineering Materials and Technology**. Nova Iorque, vol. 106, pp. 227-232, 1983.
- Socie, D. Multiaxial fatigue damage models. **Journal of Engineering Materials and Technology**. Nova Iorque, vol. 109, pp. 293-298, 1987.
- Suresh, S. **Fatigue of materials**. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- Susmel, L.; Petrone, N. Multiaxial fatigue life estimations for 6982-T6 cylindrical specimens under in-phase and out-of-phase loadings. In: **Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture**. 1. ed. Kidlington: Elsevier Science Ltd., 2003. pp. 83-104.
- Szolwinski, M.; Farris, T. Mechanics of Fretting Fatigue Crack Deformation. **Wear**. Amsterdã, vol. 198, pp. 93-107, 1996.
- Verreman, Y.; Guo, H. High-cycle fatigue mechanisms in 1045 steel under non-proportional axial-torsional loading. **Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures**. Nova Iorque, vol. 30, pp. 932-946, 2007.
- Wang, C.; Brown, M. A Path Independent Parameter For Fatigue Under Proportional and Non-Proportional Loading. **Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures**. Nova Iorque, vol. 16, pp. 1285-1298, 1993.
- Wöhler, A. Über die Festigkeits-Versuche mit Eisen und Stahl. **Zeitschrift für Bauwesen**. Berlim, vol. 20, pp. 73-106, 1870.

Zhao, T.; Jiang, Y. Fatigue of 7075-T651 aluminum alloy. **International Journal of Fatigue**. Amsterdã, vol. 30, pp. 834-849, 2008.

Zouain, N.; Mamiya, E.; Comes, F. Using enclosing ellipsoids in multiaxial fatigue strength criteria. **European Journal of Mechanics A/Solids**. Amsterdã, vol. 25, pp. 51-71, 2006.

Apêndice A IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO NOVO MODELO

A implementação computacional do modelo proposto foi realizada no aplicativo matemático *Wolfram Mathematica*® 7 for Students. Utilizou-se o mesmo algoritmo para cada um dos materiais verificados. O programa listado a seguir retorna os valores de estimativa de vida somente para a medida baseada no Envelope Prismático, enquanto os dados calculados pelo modelo de Findley são apenas valores de entrada.

```
(*-----Entrada de dados e definicao de constantes-----*)

numeroPassos = 1000.0;
valAFindley = 18200.0;
valBFindley = -0.357;

(*tabela de dados no formato: *)
(*item sigma_xx tau_xy sigmam_x fase_xy omega_xy/omega_xx \
n_exp n_teo calib coef_Segur tensao_equiv_EP vida_F tensao_equiv_F \
*)
dados = {{1, 300., 0., 0., 0., 1., 379178., 0, 1, 0, 0, 283766., 0},...};

(*-----Calculo das constantes de Basquin via MMQ-----*)

CurvaBasquinHorizontal[coefA_,coefB_, dados_] := Module[{lgdadosN, coefs, respA,
respB, vari, a, b, x},
lgdadosN = Table[If[j==1,Log[dados[[i,2]],Log[dados[[i,1]]]],
{i,First[Dimensions[dados]]},{j,2}];
coefs = FindFit[lgdadosN,a + b x,{a,b},x];
respB = 1.0 / (b /. coefs);
respA = Exp[respB *(-a/. coefs)];
{coefA->respA, coefB->respB}
];

(*-----Subrotinas de calculo da amplitude de tensao cisalhante-----*)
```

```

sigma[sigmaAmplitude_,sigmaFase_,razaoFrequencia_,t_]:= Module[{i,j},
Table[sigmaAmplitude[[i,j]] Sin[2 \[Pi] t razaoFrequencia[[i,j]]+
sigmaFase[[i,j]] ], {i,3},{j,3}
];

pHidro[sigmaTotal_] := Tr[sigmaTotal]/3.0;

hidro[p_]:= p IdentityMatrix[3];

Desviador[sigmaTotal_] := Module[{},
sigmaTotal - hidro[pHidro[sigmaTotal]]
];

AmplitudeDesviadora[numeroPassos_, sigmaAmplitude_,sigmaMedio_,
razaoFrequencia_,sigmaFase_] := Module[
{passo, minS1, minS2, minS3, minS4, minS5, maxS1, maxS2, maxS3, maxS4, maxS5, pMax,
desviad, hid, sigmaTotal, sigmaSemMedia, t, desviadT, pT, s1, s2, s3, s4, s5},

sigmaSemMedia[t_] := sigma[sigmaAmplitude, sigmaFase,razaoFrequencia,t];
sigmaTotal[t_] := sigmaMedio + sigmaSemMedia[t];
desviad[t_] := Desviador[sigmaTotal[t]];

passo = 1.0/numeroPassos;
minS1 = minS2 = minS3 = minS4 = minS5 = $MaxMachineNumber;
maxS1 = desviad[0.0][[1, 1]] Sqrt[1.5];
maxS2 = 1/Sqrt[2.0](desviad[0.0][[2, 2]] - desviad[0.0][[3, 3]]);
maxS3 = desviad[0.0][[1, 2]] Sqrt[2.0];
maxS4 = desviad[0.0][[1, 3]] Sqrt[2.0];
maxS5 = desviad[0.0][[2, 3]] Sqrt[2.0];
pMax = pHidro[sigmaTotal[0.0]];

For[t = passo , t <= 1.0, t+=passo,
desviadT = desviad[t];
pT = pHidro[sigmaTotal[t]];
s1 = desviadT[[1,1]] Sqrt[1.5];
s2 = 1/Sqrt[2.0](desviadT[[2,2]] - desviadT[[3,3]]);
s3 = desviadT[[1,2]] Sqrt[2.0];
s4 = desviadT[[1,3]] Sqrt[2.0];
s5 = desviadT[[2,3]] Sqrt[2.0];
If[pT>pMax, pMax = pT];
If[s1>maxS1, maxS1 = s1, If[s1<minS1, minS1 = s1]];
If[s2>maxS2, maxS2 = s2, If[s2<minS2, minS2 = s2]];
If[s3>maxS3, maxS3 = s3, If[s3<minS3, minS3 = s3]];
If[s4>maxS4, maxS4 = s4, If[s4<minS4, minS4 = s4]];
If[s5>maxS5, maxS5 = s5, If[s5<minS5, minS5 = s5]];

```

```

];
{0.5*Sqrt[((maxS1 - minS1)^2.0)+((maxS2 - minS2)^2.0)+((maxS3 - minS3)^2.0)+
((maxS4 - minS4)^2.0)+((maxS5 - minS5)^2.0) ], pMax}
];

(*-----Subrotina de preechimento de tabela com valores calculados-----*)

preecheTabelaDados[linha_, tabela_, valA_, valB_, numeroPassos_,
  kappa_ ] :=
Module[{amplitude, fase, vida, coefSegur, vidaTeorica, tab,
  tensEquiv, razaoFrequencia, ampliDesv, pMax, media},
  amplitude = {{tabela[[linha, 2]], tabela[[linha, 3]],
    0}, {tabela[[linha, 3]], 0.0, 0.0}, {0.0, 0.0, 0.0}};
  fase = {{0.0, tabela[[linha, 5]], 0.0}, {tabela[[linha, 5]], 0.0,
    0.0}, {0.0, 0.0, 0.0}};
  razaoFrequencia = {{1.0, tabela[[linha, 6]],
    1.0}, {tabela[[linha, 6]], 1.0, 1.0}, {1.0, 1.0, 1.0}};
  media = {{tabela[[linha, 4]], 0.0, 0.0}, {0.0, 0.0, 0.0}, {0.0,
    0.0, 0.0}};
  vida = tabela[[linha, 7]];
  {ampliDesv, pMax} =
  AmplitudeDesviadora[numeroPassos, amplitude, media,
    razaoFrequencia, fase];
  vidaTeorica =
  vidaAnaliticaGenerica[ampliDesv/Sqrt[2.0], pMax, valA, valB,
    kappa];
  tensEquiv = TensaoEquivalente[ampliDesv/Sqrt[2.0], pMax, kappa];
  coefSegur = ((Log[vidaTeorica] - Log[vida])/Log[vida])^ 2;
  tab = ReplacePart[tabela, vidaTeorica, {linha, 8}];
  tab = ReplacePart[tab, coefSegur, {linha, 10}];
  ReplacePart[tab, tensEquiv, {linha, 11}]
];

(*-----Subrotinas para os calculos finais -----*)

vidaAnaliticaGenerica[ampliDesvEdgar_, pMax_, coefA_, coefB_, kappa_] := Module[{},
(1.0/coefA Sqrt[ampliDesvEdgar^2+kappa pMax^2])^(1.0/coefB)
];

TensaoEquivalente[ampliDesvEdgar_, pMax_, kappa_] := Module[{},
Sqrt[(ampliDesvEdgar^2.0 + pMax^2.0 kappa)]
];

```

```

(*-----Calibração do Modelo-----*)

erro = 0.0;
nPontos = 0;
dadosTensaoEquivalente = {};
For[i = 1, i <= 8, i++,
  amplitude = {{dados[[i, 2]], dados[[i, 3]], 0}, {dados[[i, 3]], 0.0,
    0.0}, {0.0, 0.0, 0.0}};
  fase = {{0.0, dados[[i, 5]], 0.0}, {dados[[i, 5]], 0.0, 0.0}, {0.0,
    0.0, 0.0}};
  razaoFrequencia = {{1.0, dados[[i, 6]], 1.0}, {dados[[i, 6]], 1.0,
    1.0}, {1.0, 1.0, 1.0}};
  media = {{dados[[i, 4]], 0.0, 0.0}, {0.0, 0.0, 0.0}, {0.0, 0.0,
    0.0}};
  vida = dados[[i, 7]];
  {ampliDesv, pMax} =
    AmplitudeDesviadora[numeroPassos, amplitude, media,
      razaoFrequencia, fase];
  erro = erro + (Log[10.,
    vidaAnaliticaGenerica[ampliDesv/Sqrt[2.0], pMax, varA, varB,
      varKappa] - Log[10., vida])^2.0;
  dadosTensaoEquivalente =
    Append[dadosTensaoEquivalente, {vida,
      TensaoEquivalente[ampliDesv/Sqrt[2.0], pMax, varKappa]};
  nPontos++;
];
erro = Sqrt[erro]/(1.0*nPontos);
erroMinimo = $MaxMachineNumber;
dadosKappa = {};
dadosA = {};
dadosB = {};
For[k = 0., k <= 4., k += 0.001,
  dadosIterado = dadosTensaoEquivalente /. varKappa -> k;
  coefsTracao = CurvaBasquinHorizontal[a, b, dadosIterado];
  valA = a /. coefsTracao;
  valB = b /. coefsTracao;
  erroIterado = erro /. {varKappa -> k, varA -> valA, varB -> valB};
  dadosKappa = Append[dadosKappa, {k, erroIterado}];
  dadosA = Append[dadosA, {k, valA}];
  dadosB = Append[dadosB, {k, valB}];
  If[erroIterado < erroMinimo,
    erroMinimo = erroIterado;
    kappaGeral = k;
    valAGeral = valA;

```

```

    valBGeral = valB;
  ]
];

{erroMinimo, kappaGeral, valAGeral, valBGeral}

(*-----Estimando a vida-----*)
erroEstimativas = 0.;
erroEstimativasCalibracao = 0.;
erroEstimativasFindley = 0.;
erroEstimativasFindleyCalibracao = 0.;

For[i = 1, i <= First[Dimensions[dados]], i++,

  dados = preecheTabelaDados[i, dados, valAGeral, valBGeral, 1000.0,
    kappaGeral];
  dados =
  ReplacePart[dados, valAFindley*dados[[i, 12]]^valBFindley, {i, 13}];
  erroEstimativas =
  erroEstimativas + (Log[10., dados[[i, 7]]] -
    Log[10., dados[[i, 8]]])^2. ;

  erroEstimativasFindley =
  erroEstimativasFindley + (Log[10., dados[[i, 7]]] -
    Log[10., dados[[i, 12]]])^2. ;
  erroEstimativasFindleyCalibracao =
  erroEstimativasFindleyCalibracao + (Log[10.,
    valAFindley*dados[[i, 7]]^(valBFindley)] -
    Log[10., dados[[i, 13]]])^2.;

  erroEstimativasCalibracao =
  erroEstimativasCalibracao + (Log[10.,
    valAGeral*dados[[i, 7]]^(valBGeral)] -
    Log[10., dados[[i, 11]]])^2.;

];

Sqrt[{erroEstimativas, erroEstimativasCalibracao,
  erroEstimativasFindley, erroEstimativasFindleyCalibracao}]/(1.*
  First[Dimensions[dados]])

(*-----Gráfico Vida-Vida do Envelope Prismático-----*)

```

```

listaPontos =
  Table[dados[[i, j]], {i, First[Dimensions[dados]]}, {j, {7, 8}}];

gFuncoes =
  LogLogPlot[{ x/3., x/2.0, x, 2.0 x, 3. x}, {x,
    1000.0, 10000000.0}, PlotRange -> {1000.0, 10000000.0},
  AspectRatio -> 1, PlotRangePadding -> None, Frame -> True,
  FrameLabel -> {"Vida estimada (ciclos)",
    ""}, {"Vida experimental (ciclos)", ""}},
  BaseStyle -> {FontSize -> 35},
  PlotStyle -> {Dashing[Medium], Dashing[Medium], Dashing[{}],
    Dashing[Medium], Dashing[Medium]}}];

listaPontosPlotados = {};
prefi = "";
For[i = 1, i <= First[Dimensions[listaPontos]], i++,
  If[i > 9, prefi = " ", prefi = " "];
  If[dados[[i, 9]] == 1,
    gP = ListLogLogPlot[{listaPontos[[i]]},
      PlotMarkers -> {prefi <> "[FivePointedStar]" <> ToString[i]},
      PlotStyle -> {Red}};,
    gP = ListLogLogPlot[{listaPontos[[i]]},
      PlotMarkers -> {prefi <> "[FilledCircle]" <> ToString[i]};
  ];
  listaPontosPlotados = Append[listaPontosPlotados, gP];
];

gFinal = Show[gFuncoes, listaPontosPlotados];
gFinal

(*-----Curva de Wohler para o Envelope Prismático-----*)

listaPontosTensEquiv =
  Table[dados[[i, j]], {i, First[Dimensions[dados]]}, {j, {7, 11}}];

torcao[n_] = valAGeral*Exp[n]^(valBGeral);

gFuncoesTensEquiv =
  LogLogPlot[{torcao[Log[x/3.]], torcao[Log[.5 x]], torcao[Log[x]],
    torcao[Log[2. x]], torcao[Log[3. x]]}, {x, 100000.0, 1000000.0},
  AspectRatio -> 1, PlotRangePadding -> None, Frame -> True,
  FrameLabel -> {"Tensão equivalente (MPa)",
    ""}, {"Vida experimental (ciclos)", ""}},
  BaseStyle -> {FontSize -> 35},

```

```

PlotStyle -> {Dashing[Medium], Dashing[Medium], Dashing[{}],
  Dashing[Medium], Dashing[Medium]}, PlotRange -> {150., 250.}];

listaPontosPlotados = {};
prefi = "";
For[i = 1, i <= First[Dimensions[listaPontosTensEquiv]], i++,
  If[i > 9, prefi = " ", prefi = " "];
  If[dados[[i, 9]] == 1,
    gP = ListLogLogPlot[{listaPontosTensEquiv[[i]]},
      PlotMarkers -> {prefi <> "[FivePointedStar]" <> ToString[i]},
      PlotStyle -> {Red}};,
    gP = ListLogLogPlot[{listaPontosTensEquiv[[i]]},
      PlotMarkers -> {prefi <> "[FilledCircle]" <> ToString[i]};
  ];
  listaPontosPlotados = Append[listaPontosPlotados, gP];
];

gFinalTensEquiv = Show[gFuncoesTensEquiv, listaPontosPlotados];
gFinalTensEquiv

```

(*-----Gráfico Vida-Vida de Findley-----*)

```

listaPontosF =
  Table[dados[[i, j]], {i, First[Dimensions[dados]]}, {j, {7, 12}}];

gFuncoesF =
  LogLogPlot[{x/3., x/2.0, x, 2.0 x, 3.0 x}, {x,
    1000.0, 10000000.0}, PlotRange -> {1000.0, 10000000.0},
  AspectRatio -> 1, PlotRangePadding -> None, Frame -> True,
  FrameLabel -> {"Vida estimada (ciclos)",
    ""}, {"Vida experimental (ciclos)", ""}},
  BaseStyle -> {FontSize -> 35},
  PlotStyle -> {Dashing[Medium], Dashing[Medium], Dashing[{}],
    Dashing[Medium], Dashing[Medium]};

listaPontosPlotadosF = {};
prefi = "";
For[i = 1, i <= First[Dimensions[listaPontos]], i++,
  If[i > 9, prefi = " ", prefi = " "];
  If[dados[[i, 9]] == 1,
    gP = ListLogLogPlot[{listaPontosF[[i]]},
      PlotMarkers -> {prefi <> "[FivePointedStar]" <> ToString[i]},
      PlotStyle -> {Red}};,
    gP = ListLogLogPlot[{listaPontosF[[i]]},

```

```

        PlotMarkers -> {prefi <> "\[FilledCircle]" <> ToString[i]};
    ];
    listaPontosPlotadosF = Append[listaPontosPlotadosF, gP];
];

gFinal = Show[gFuncoesF, listaPontosPlotadosF];
gFinal

(*-----Curva de Wohler para Findley-----*)

listaPontosTensEquivF =
    Table[dados[[i, j]], {i, First[Dimensions[dados]]}, {j, {7, 13}}];

torcaoF[n_] = valAFindley*Exp[n]^(valBFindley);

gFuncoesTensEquivF =
    LogLogPlot[{torcaoF[Log[x/3.]], torcaoF[Log[.5 x]],
        torcaoF[Log[x]], torcaoF[Log[2. x]], torcaoF[Log[3. x]]}, {x,
        100000.0, 1000000.0}, AspectRatio -> 1, PlotRangePadding -> None,
    Frame -> True,
    FrameLabel -> {"Tensão equivalente (MPa)",
        ""}, {"Vida experimental (ciclos)", ""}},
    BaseStyle -> {FontSize -> 35},
    PlotStyle -> {Dashing[Medium], Dashing[Medium], Dashing[{}],
        Dashing[Medium], Dashing[Medium]}, PlotRange -> {150., 250.}];

listaPontosPlotadosF = {};
prefi = "";
For[i = 1, i <= First[Dimensions[listaPontosTensEquivF]], i++,
    If[i > 9, prefi = " ", prefi = " "];
    If[dados[[i, 9]] == 1,
        gP = ListLogLogPlot[{listaPontosTensEquivF[[i]]},
            PlotMarkers -> {prefi <> "\[FivePointedStar]" <> ToString[i]},
            PlotStyle -> {Red}};,
        gP = ListLogLogPlot[{listaPontosTensEquivF[[i]]},
            PlotMarkers -> {prefi <> "\[FilledCircle]" <> ToString[i]};
    ];
    listaPontosPlotadosF = Append[listaPontosPlotadosF, gP];
];

gFinalTensEquivF = Show[gFuncoesTensEquivF, listaPontosPlotadosF];
gFinalTensEquivF

```