

Autorização concedida a Biblioteca Central da Universidade de Brasília pelo Prof. Dr. Ariosto Bretanha Jorge, em 20 de outubro de 2020, para disponibilizar a obra, gratuitamente, de acordo com a licença conforme permissões assinaladas, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da obra, a partir desta data. A obra continua protegida por Direito Autoral e/ou por outras leis aplicáveis. Qualquer uso da obra que não o autorizado sob esta licença ou pela legislação autoral é proibido.

#### REFERÊNCIA

JORGE, Ariosto Bretanha. **Plataforma demonstradora tecnológica para métodos inversos e modelagem de incertezas em integridade de estruturas e componentes.** Brasília: Universidade de Brasília (UnB), Programa de Pós-graduação - Integridade de Materiais da Engenharia (PPG-Integridade), Grupo de Mecânica Experimental e Computacional (GMEC - UnB/FGA), 2020. p. 70.



Faculdade UnB Gama  $\gamma$



**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA – PPG-INTEGRIDADE**

Universidade de Brasília (UnB)

Programa de Pós-graduação - Integridade de Materiais da Engenharia (PPG-Integridade)

Grupo de Mecânica Experimental e Computacional (GMEC - UnB/FGA)

Projeto de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação

# **Plataforma Demonstradora Tecnológica para Métodos Inversos e Modelagem de Incertezas em Integridade de Estruturas e Componentes**

Elaborado por: Prof. Ariosto Bretanha Jorge - Professor Visitante do PPG-Integridade - UnB  
Membro do Grupo de Pesquisa GMEC - UnB/FGA

Coordenação: Prof. Jhon Nero Vaz Goulart - Coordenador do PPG-Integridade - UnB  
Profa. Carla Tatiana Mota Anflor - Líder do Grupo de Pesquisa GMEC -  
UnB/FGA

Revisão: Prof. Sérgio Henrique da Silva Carneiro - UnB/FGA

Universidade de Brasília (UnB)  
Programa de Pós-graduação - Integridade de Materiais da Engenharia (PPG-Integridade)  
Grupo de Mecânica Experimental e Computacional (GMEC - UnB/FGA)

Projeto de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação

## **Plataforma Demonstradora Tecnológica para Métodos Inversos e Modelagem de Incertezas em Integridade de Estruturas e Componentes**

Atualizado em 08 de Outubro de 2020.

Elaborado por: Prof. Ariosto Bretanha Jorge - Professor Visitante do PPG-Integridade - UnB  
Membro do Grupo de Pesquisa GMEC - UnB/FGA

Coordenação: Prof. Jhon Nero Vaz Goulart - Coordenador do PPG-Integridade - UnB  
Profa. Carla Tatiana Mota Anflor - Líder do Grupo de Pesquisa GMEC - UnB/FGA

Revisão: Prof. Sérgio Henrique da Silva Carneiro - UnB/FGA

### **Motivação do projeto:**

- O projeto é uma plataforma multidisciplinar de P, D & I, com potencial de nucleação de um centro de excelência em temas na fronteira do conhecimento, como Métodos Inversos e Modelagem de Incertezas, e com estrutura organizacional que poderá guardar similitudes com a estrutura típica de Centros Nacionais ou Institutos Nacionais de Ciência e Tecnologia (INCT);
- A modelagem de problemas inversos e incertezas associadas tem relevância para aplicações em detecção, monitoramento e diagnóstico de falhas, tolerância ao dano e integridade de estruturas e componentes;
- O projeto contempla uso de ferramentas computacionais de modelagem e simulação e emprego de técnicas experimentais de laboratório em atividades de pesquisa de alto impacto científico em áreas estratégicas, de potencial interesse da indústria aeronáutica/aeroespacial, automobilística, nuclear e de energia/petróleo;
- O projeto busca conciliar o interesse em pesquisa acadêmica e em desenvolvimento tecnológico;
- O projeto envolve atividades de pesquisa colaborativa, com potencial de estabelecimento de cooperações com outros grupos / instituições de pesquisa e universidades, no Brasil e no exterior, e com potencial de estabelecimento de parcerias com empresas de elevado conteúdo tecnológico;
- O projeto permite o envolvimento de pesquisadores e alunos de pós-graduação com interesses em diferentes áreas e linhas de pesquisa, com potencial de contribuir na formação de recursos humanos na pós-graduação, e na nucleação de temas pesquisa de interesse do mestrado e de um futuro doutorado do PPG-Integridade.

### **Áreas / Linhas de Pesquisa de interesse do projeto:**

- Modelagem do Problema Direto: Mecânica dos Materiais (Metálicos, Compósitos), Estruturas Mecânicas e Aeronáuticas, Projeto de Máquinas e Componentes Mecânicos, Mecânica da Fratura, Integridade, Tolerância a Dano, Vibrações Mecânicas, Dinâmica de Estruturas, Mecânica Computacional (Métodos Matemáticos, Métodos Numéricos, FEM – Finite Element Methods, BEM – Boundary Element Methods);
- Modelagem do Problema Inverso, Monitoramento e Diagnóstico: Modelos e Métodos para Problemas Inversos, Métodos de Otimização (Multi-objetivos, Topológica, Evolucionária), Wavelets, KF – Kalman Filter, PF – Particle Filter, ML - Machine Learning, DS - Data Science, SHM - Structural Health Monitoring (Stress Waves, Lamb Waves, Acoustic Emission), HUMS – Health & Usage Monitoring Systems;
- Métodos Probabilísticos e Modelagem de Incertezas: Métodos Probabilísticos em Engenharia, DOE – Design of Experiments, RSM – Response Surface Methods, Confiabilidade Estrutural, UM - Uncertainty Modeling & UQ - Uncertainty Quantification, BA - Bayesian Approaches, S-FEM (Stochastic FEM, Spectral FEM, Polynomial Chaos), Otimização Estocástica, Meta Modelos (SM - Surrogate Models, ROM - Reduced Order Models), V&V - Verification & Validation.

## Sumário

Sumário .....	2
1. Título .....	3
2. Introdução e Justificativa do Projeto de P, D & I.....	3
2.1 Motivação.....	3
2.2 Relevância.....	3
2.3 Desafio científico .....	4
2.4 Contexto do trabalho .....	7
2.5 Objetivos .....	12
2.6 Resultados esperados.....	12
2.7 Potenciais contribuições para a Internacionalização do PPG - Integridade .....	13
2.8 Estrutura de apoio e financiamento: possibilidades.....	14
2.9 Prazo.....	15
3. Contexto da pesquisa: problemas direto, inverso & incertezas.....	15
3.1 Modelagem de problema inverso para detecção de danos, monitoramento e diagnóstico de falhas: considerações gerais.....	15
3.2 Metodologia da pesquisa .....	18
3.3 Modelagem do problema de detecção de danos: contexto da pesquisa.....	21
3.4 Métodos inversos para detecção de danos: problemas direto e inverso .....	23
3.5 Modelagem das incertezas: considerações gerais.....	24
4. Revisão bibliográfica: referências gerais sobre tópicos de pesquisa .....	25
5. Portfolio de trabalhos relevantes com pesquisadores do PPG-Integridade / GMEC..	26
6. Propostas de problemas estruturantes 1D, 2D & 3D.....	26
6.1 Problemas estruturantes 1D.....	28
6.2 Problemas estruturantes 2D.....	32
6.3 Problemas estruturantes 3D.....	34
7. Bibliografia .....	37
Apêndices .....	47
A. Exemplo de aplicação de problema inverso em detecção de danos.....	47
B. Referências gerais sobre tópicos de pesquisa.....	53
B.1 Modelagem do Problema Direto: referências.....	53
B.2 Modelagem de Problemas Inversos, Monitoramento & Diagnóstico: referências	53
B.3 Métodos Probabilísticos e Modelagem de Incertezas: referências .....	54
C. Trabalhos relevantes com pesquisadores do PPG-Integridade / GMEC.....	55
C.1 Trabalhos envolvendo modelagem do problema direto .....	55
C.2 Trabalhos envolvendo modelagem do problema inverso .....	63
C.3 Trabalhos envolvendo modelagem de incertezas .....	67

## **1. Título**

Plataforma Demonstradora Tecnológica para Métodos Inversos e Modelagem de Incertezas em Integridade de Estruturas e Componentes

## **2. Introdução e Justificativa do Projeto de P, D & I**

### **2.1 Motivação**

Este projeto de “Plataforma Demonstradora Tecnológica” foi elaborado como um texto-base para planejamento estratégico de atividades de pesquisa portadoras de futuro em “Métodos Inversos e Modelagem de Incertezas em Integridade de Estruturas e Componentes” englobando diversos aspectos de sua motivação e contextualização, e especificando algumas áreas e linhas de pesquisa de potencial interesse do projeto.

Como aspectos de motivação deste projeto, pode-se citar:

- O projeto é uma plataforma multidisciplinar de P, D & I, com potencial de nucleação de um centro de excelência em temas na fronteira do conhecimento, como Métodos Inversos e Modelagem de Incertezas, e com estrutura organizacional que poderá guardar similitudes com a estrutura típica de Centros Nacionais ou Institutos Nacionais de Ciência e Tecnologia (INCT);
- A modelagem de problemas inversos e incertezas associadas tem relevância para aplicações em detecção, monitoramento e diagnóstico de falhas, tolerância ao dano e integridade de estruturas e componentes;
- O projeto contempla uso de ferramentas computacionais de modelagem e simulação e emprego de técnicas experimentais de laboratório em atividades de pesquisa de alto impacto científico em áreas estratégicas, de potencial interesse da indústria aeronáutica/aeroespacial, automobilística, nuclear e de energia/petróleo;
- O projeto busca conciliar o interesse tanto em pesquisa acadêmica quanto em desenvolvimento tecnológico;
- O projeto envolve atividades de pesquisa colaborativa, com potencial de estabelecimento de cooperações com outros grupos / instituições de pesquisa e universidades, no Brasil e no exterior;
- O projeto envolve atividades de pesquisa, desenvolvimento tecnológico e inovação com potencial de estabelecimento de parcerias com empresas de elevado conteúdo tecnológico, dos setores da indústria aeronáutica/aeroespacial, automobilística, nuclear e de energia/petróleo; e
- O projeto permite o envolvimento de pesquisadores e alunos de pós-graduação com interesses em diferentes áreas e linhas de pesquisa, com potencial de contribuir na formação de recursos humanos na pós-graduação, e na nucleação de temas pesquisa de interesse do mestrado e de um futuro doutorado do PPG-Integridade.

### **2.2 Relevância**

Estruturas e componentes mecânicos e aeronáuticos estão sujeitos a danos durante sua vida útil. A detecção em tempo hábil de danos nessas estruturas e componentes é um aspecto importante para a segurança de sua aplicação.

Os procedimentos usuais de inspeção durante os intervalos de manutenção regulares podem levar a problemas tais como:

- Os intervalos de inspeção podem ser muito grandes, e assim é possível que danos se propaguem sem ser percebidos durante um intervalo de tempo inaceitável ou por uma extensão inaceitável;
- Componentes e elementos estruturais críticos podem ser de difícil acesso, o que pode impor procedimentos de desmontagem / montagem muito caros e que consomem muito tempo, algumas vezes mesmo requerendo dispositivos especiais, como gabaritos e outras ferramentas especiais para a montagem adequada da estrutura ou componente;
- Algumas técnicas de ensaios não-destrutivos (como correntes parasitas, por exemplo) podem ser portáteis, não requerendo a desmontagem completa da estrutura ou componente, mas podem ser imprecisas ou podem depender fortemente da experiência do técnico para que o dano seja detectado corretamente;
- Outras técnicas de ensaios não-destrutivos (tais como raios-X, ou partículas magnéticas, por exemplo) podem requerer a desmontagem completa do componente e remoção para uma oficina ou instalação industrial para poder realizar a inspeção estrutural.
- Alguns componentes estruturais, por exemplo, aqueles feitos de materiais compósitos, podem apresentar danos internos que são difíceis de detectar usando técnicas usuais ou padronizadas de inspeção, como testes com ultrassom.
- Técnicas de aquisição e análise de dados de vibração podem ser úteis para o monitoramento de estruturas e componentes, e para a detecção e diagnóstico antecipado de falhas.

A detecção, localização e identificação de parâmetros e de propriedades mecânicas relativas à Integridade de Estruturas e Componentes, com e sem defeitos ou danos, envolve a modelagem de problemas inversos, bem como uma adequada modelagem e quantificação das incertezas envolvidas.

As formulações do problema direto, do problema inverso, e das incertezas, necessárias para uma adequada descrição da estrutura e/ou do componente mecânico, e dos seus potenciais defeitos ou danos, envolvem técnicas de modelagem multidisciplinares, cuja compreensão e correta aplicação transcende a aplicação em integridade e tolerância a dano, podendo servir como base para aplicação também em outros contextos ou problemas.

## **2.3 Desafio científico**

O monitoramento da integridade estrutural (SHM - “Structural health monitoring”) é uma técnica competitiva para a detecção de danos, onde informação é coletada online, e comparada com uma base de dados existente para a estrutura sem danos. A partir dessa comparação, informação em tempo real sobre a presença de danos pode ser obtida, incluindo sua localização, tamanho, velocidade de propagação, e, em última análise, a vida operacional remanescente do componente estrutural.

O monitoramento de componentes mecânicos (HUMS - “Health and Usage Monitoring Systems”) é uma técnica que tem sido empregada para acompanhar a integridade (“Health” - saúde) e monitorar o aparecimento de indicadores de presença de danos (“usage” - desgaste) em sistemas dinâmicos, como componentes rotativos de motores e de sistemas de transmissão mecânica. Neste caso, a comparação é feita entre sinais de vibração de componentes saudáveis (dados históricos acumulados) e de componentes sendo monitorados, para identificar discrepâncias nos sinais vibratórios que possam ser correlacionadas a danos específicos em componentes.

Alguns desafios relacionados a um sistema embarcado eficiente para o monitoramento da integridade estrutural e de componentes incluem:

- O sistema deve ser pequeno em tamanho e peso, deve consumir pouca potência, e não deve interferir com o sistema elétrico da aplicação sendo monitorada;
- O sistema deve ser confiável, e a informação obtida sobre o dano localizado deve ser confiável também; consequentemente, o sistema deve ter redundâncias nos códigos numéricos (programas) que são parte integrante do sistema. Esses programas devem ser baseados em diferentes modelos numéricos, independentes um do outro.

O desafio científico da modelagem de problemas inversos, bem como de uma adequada modelagem e quantificação das incertezas envolvidas no problema de Integridade de Estruturas e Componentes, envolve diversos aspectos:

- A modelagem dos problemas (problema direto, problema inverso, incertezas) precisa ser feita, sempre que possível, por mais de uma técnica diferente, para cada caso sendo descrito, de modo a se ter técnicas independentes, complementares e/ou redundantes. Sempre que possível, mais de um modelo poderia ser usado, para redundância e / ou estudo comparativo, pois nem sempre há disponibilidade de dados de base da estrutura e/ou componente sem o dano.

As técnicas empregadas para métodos inversos podem envolver:

- i) modelos de otimização multiobjetivos (usando técnicas de otimização clássicas, como SQP – Sequential Quadratic Programming, BFGS, etc, ou técnicas de otimização evolucionária, como Algoritmos Genéticos, Evolução Diferencial, etc);
  - ii) modelos de redes neurais artificiais;
  - iii) Modelos baseados na Transformada Wavelet (diferentes tipos e tamanhos da janela de Wavelets);
  - iv) Modelos estocásticos (Kalman Filter, Particle Filter);
- Em diversas situações, os modelos diretos a serem implementados podem envolver diferentes físicas do problema (Multiphysics Modeling), e múltiplas escalas (Multiscale Modeling). Em casos como esses, a descrição do problema direto pode envolver modelos globais mais grosseiros, e modelos locais mais detalhados;
  - As simulações computacionais e os ensaios de laboratório devem levar em conta o desafio adicional de simular / representar adequadamente o comportamento local de uma estrutura complexa, na região de interesse onde estaria o defeito ou o dano. Por exemplo, problemas de mecânica da fratura (Fracture Mechanics) e tolerância a dano (Damage Tolerance) não podem ser adequadamente representados usando modelos em escala.

É preciso que a simulação computacional e o ensaio de laboratório reproduzam fielmente a situação local na região do dano, e, por isso, essa região do dano precisa ser modelada em escala real, com o modelo também representando adequadamente a geometria, as propriedades da peça e o carregamento real naquela região, advindo das cargas externas aplicadas na estrutura ou no componente como um todo.

- Em muitos casos, problemas inversos podem estar na categoria de problemas mal colocados (ill-posed problems), o que representa um desafio adicional em sua modelagem. Nestes casos, os métodos inversos podem requerer que hipóteses adicionais sejam feitas, ou que uma meta-modelagem seja adotada (surrogate models, reduced order models), substituindo o modelo original pelo meta-modelo, para a resolução do problema aproximado.
- A modelagem de problemas inversos de SHM e HUMS deve levar em conta a modelagem do comportamento dos sensores e das incertezas associadas a esses sensores, bem como o uso simultâneo de múltiplas técnicas independentes de monitoramento, com diferentes sensores. O posicionamento ótimo de sensores, para maximizar a probabilidade de detecção (PoD – Probability of Detection) pode ser visto como um problema de otimização topológica e/ou um problema de otimização estocástica;
- A modelagem de problemas inversos pode envolver a detecção, localização e identificação de parâmetros e de propriedades mecânicas (por exemplo, propriedades como módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson variando no tempo e também ao longo da estrutura ou do componente mecânico, modificação localizada de propriedades mecânicas devido a descolamentos entre camadas de compósitos, etc).

Para levar em consideração a estocasticidade do problema, essas propriedades podem ser modeladas como:

- i) variáveis aleatórias com parâmetros (média, desvio padrão) constantes no tempo e no espaço (processos estacionários); ou
  - ii) processos estocásticos aleatórios (quando esses parâmetros são variáveis ao longo do tempo), descritos por séries temporais; ou
  - iii) campos de variáveis aleatórias (random fields) (quando há uma distribuição espacial dos parâmetros das diferentes variáveis aleatórias ao longo da estrutura ou do componente mecânico);
- A modelagem de problemas inversos pode envolver o desafio da aquisição e tratamento de grandes quantidades de dados, com o uso de técnicas de Inteligência Artificial, como Machine Learning e Data Science. A modelagem de problemas inversos usando Machine Learning e Data Science é um campo de pesquisa bastante ativo com muita produção científica razoavelmente recente;
  - A modelagem da estocasticidade das variáveis do problema pode envolver o uso de métodos probabilísticos em engenharia, com técnicas como DoE – Design of Experiments, RSM – Response Surface Methodology, Bayesian Approaches e Metamodels (Surrogate Models, Reduced Order Models). A modelagem e quantificação de incertezas é um campo de pesquisa bastante ativo com muita produção científica razoavelmente recente;
  - A substituição do problema real por um modelo a ser simulado e/ou testado implica em assumir o aparecimento de erros, como o erro do modelo em si (falta de ajuste do modelo ao problema), erro devido à aleatoriedade das variáveis (incorreta quantificação das incertezas), erro de discretização (uso de malhas grosseiras versus refinamento da malha de discretização). A modelagem de problemas inversos e de quantificação de incertezas envolve o desafio do uso de conceitos de validação e de verificação de modelos (Model Validation & Verification).

## **2.4 Contexto do trabalho**

Este projeto de P, D & I é uma iniciativa do PPG-Integridade da UnB, em parceria com o GMEC da FGA/UnB. O Programa de Pós-Graduação – Integridade de Materiais da Engenharia da UnB (PPG-Integridade) foi criado em 2011. É um Programa avaliado pela CAPES junto às Engenharias III (Mecânica, Oceânica, Aeroespacial e Produção), e conta com docentes da FT (Faculdade de Tecnologia) e da FGA (Faculdade do Gama). Para detalhes da atuação do PPG-integridade, ver sua página da web (PPG-Integridade, n.d.). As Áreas de Concentração e Linhas de Pesquisa do PPG-Integridade são:

- Mecânica Computacional. Linhas de pesquisa: Simulação Numérica do Comportamento Mecânico de Materiais; Interação Fluido Estrutura;
- Integridade Estrutural e Materiais. Linhas de pesquisa: Dinâmica e Vibrações; Fadiga; Materiais Estruturais; Biomateriais.

O GMEC – Grupo de Mecânica Experimental e Computacional, da FGA/UnB, é um grupo de pesquisa criado em 2013 e registrado no Diretório de Grupos de Pesquisa do CNPq. Os Temas de Pesquisa do GMEC incluem: Experimentação e modelagem em turbulência; Mecânica Computacional e Computação Gráfica Aplicada; Mecânica da Fratura; Modelagem de escoamentos multifásicos; Método de Elementos de Contorno; Otimização de topologia; Vibrações mecânicas. Para detalhes da atuação do GMEC, ver sua página da web (GMEC, n.d.).

As atividades de pesquisa realizadas no contexto deste projeto são de potencial interesse da indústria aeronáutica/aeroespacial, automobilística, nuclear e de energia/petróleo. Em particular, no caso da indústria aeronáutica, foi criado em 1951 o ICAF - International Committee on Aeronautical Fatigue and Structural Integrity.

O escopo dos interesses do ICAF inclui a maioria dos aspectos relacionados com integridade estrutural de aeronaves.

Um dos objetivos do ICAF é encorajar contatos entre as pessoas atuantes nessa área, e, para tal fim, uma conferência e um simpósio são organizados a cada dois anos para representantes da indústria, universidades e institutos, além de agências reguladoras e operadores de todo mundo. A conferência consiste de reviews das atividades de fadiga aeronáutica apresentados pelos delegados nacionais das 17 nações membros do ICAF. Ela é seguida pelo simpósio, que envolve artigos especializados apresentados por autores com experiência nas áreas de projeto, manufatura, requisitos de aeronavegabilidade, operações e pesquisa.

A participação brasileira no ICAF tem sido apoiada pela ABCM desde 2015. O Brasil se tornou um país membro do ICAF em 2017. A participação brasileira no ICAF foi relatada na Von Karman lecture (Blom et al., 2018) apresentada no ICAS 2018, em Belo Horizonte, pelo representante brasileiro Carlos Eduardo Chaves, da EMBRAER. A Figura 1 mostra a transparência da Página 61 dessa apresentação.

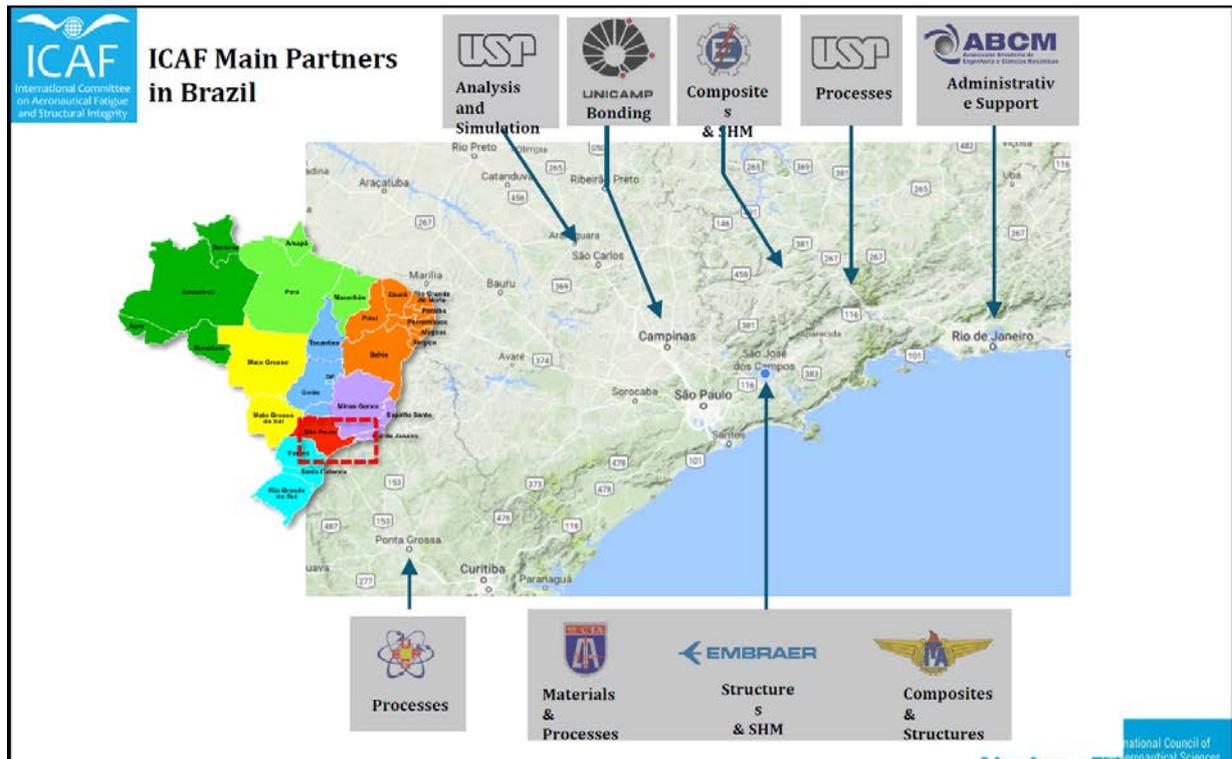


Figura 1 – Extrato da apresentação do representante brasileiro no ICAF (Blom et al., 2018)

A Figura 1 apresenta as universidades e instituições de pesquisa parceiras do ICAF, na ocasião, todas da região Sudeste. Cabe ressaltar nessa Figura que a cada universidade / instituição de pesquisa foi associado um tópico / tema representativo dos principais trabalhos de pesquisa realizados de interesse do ICAF, e que os tópicos de pesquisa em Métodos Inversos e em Modelagem de Incertezas ainda não aparecem nessa Figura, indicando uma oportunidade ou um nicho potencialmente ainda não coberto plenamente pelas iniciativas das outras universidades / instituições de pesquisa envolvidas. Em 2019, uma review detalhada das atividades de fadiga aeronáutica foi apresentada pelo delegado nacional brasileiro na 36th Conference – ICAF, em Krakow, Polônia (Chaves, 2019), mostrando as pesquisas de interesse que vem sendo realizadas pelos pesquisadores das universidades e instituições de pesquisa.

As atividades de pesquisa colaborativa multidisciplinar nos diferentes tópicos de interesse de um projeto de P, D & I podem ficar satisfatoriamente organizadas/coordenadas na forma de Plataformas Demonstradoras Tecnológicas das diferentes modelagens/técnicas a serem comparadas e/ou empregadas em diferentes simulações e/ou ensaios de laboratório. O relatório técnico da ABDI sobre Plataformas Demonstradoras Tecnológicas Aeronáuticas (ABDI, 2014) detalha diversos aspectos dessa abordagem, aplicada no caso desse relatório, para o setor aeronáutico.

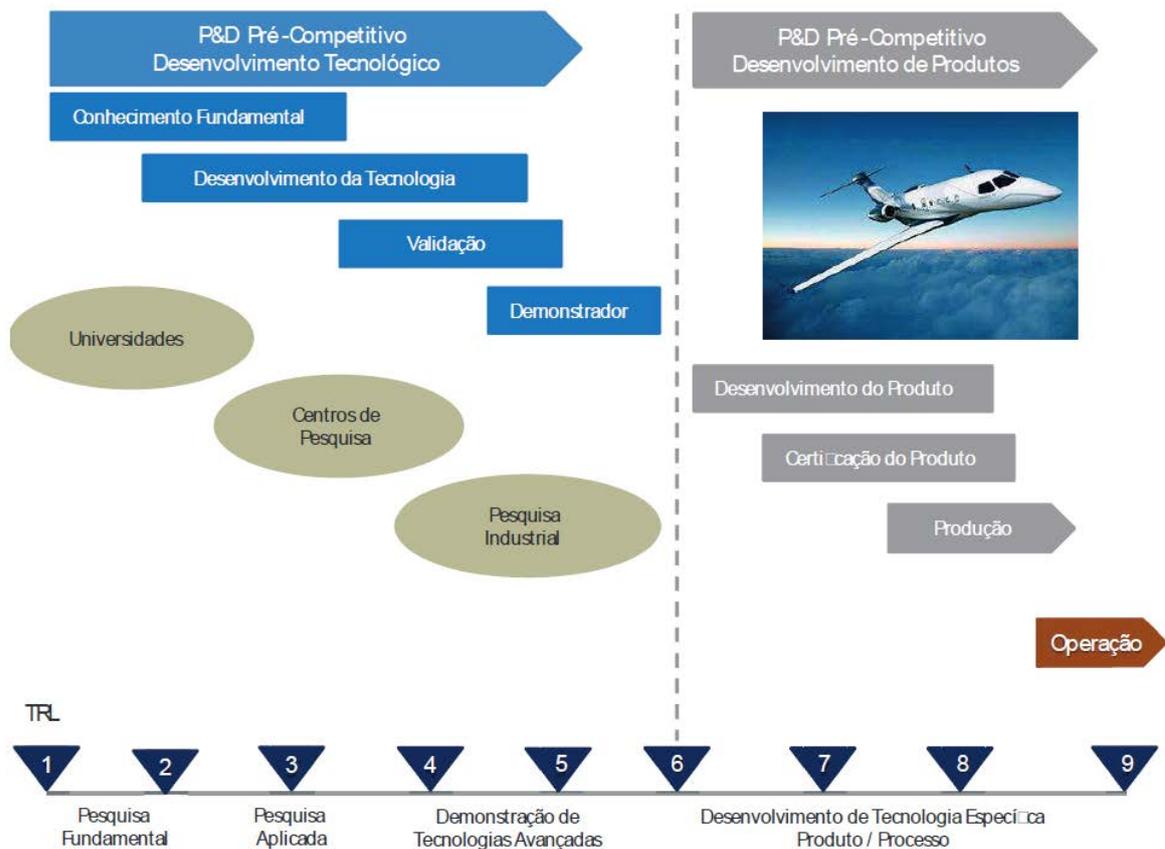
A Seção 2.4 desse relatório da ABDI descreve “O PROCESSO INOVADOR NO SETOR AERONÁUTICO”, e transcreve em seu texto o conceito, bem estabelecido na indústria aeronáutica, da escala de Technology Readiness Level (TRL), ou “nível de maturidade tecnológica” numa tradução livre. A escala TRL foi criada pela NASA. Para uma descrição da escala, ver (NASA, n.d.-a), e para as definições dos níveis de TRL ver (NASA, n.d.-b). Essa escala estabelece as nove fases que uma nova ideia, conceito ou achado científico deve percorrer até poder se integrar a um produto ou sistema já existente, ou, se for o caso, tornar-se um produto inteiramente novo e inédito.

Essas nove fases são esquematizadas na Tabela 1, adaptada da Tabela 4 de (ABDI, 2014).

TRL 1	Princípios Básicos Observados e Reportados
TRL 2	Conceito e/ou Aplicação Tecnológica Identificada ou Formulada
TRL 3	Função Crítica Analítica e Experimental e/ou Prova de Conceito Característica
TRL 4	Componente e/ou Protótipo Rústico Validado em Ambiente de Laboratório
TRL 5	Componente e/ou Protótipo Rústico Validado em Ambiente Relevante
TRL 6	Modelo de Sistema / Subsistema ou Protótipo Demonstrado em Ambiente Relevante
TRL 7	Protótipo de Sistema Demonstrado em Ambiente Operacional
TRL 8	Sistema Real Completado e Qualificado através de Testes e Demonstrações
TRL 9	Sistema Real Provado com Sucesso de Operação em Missão

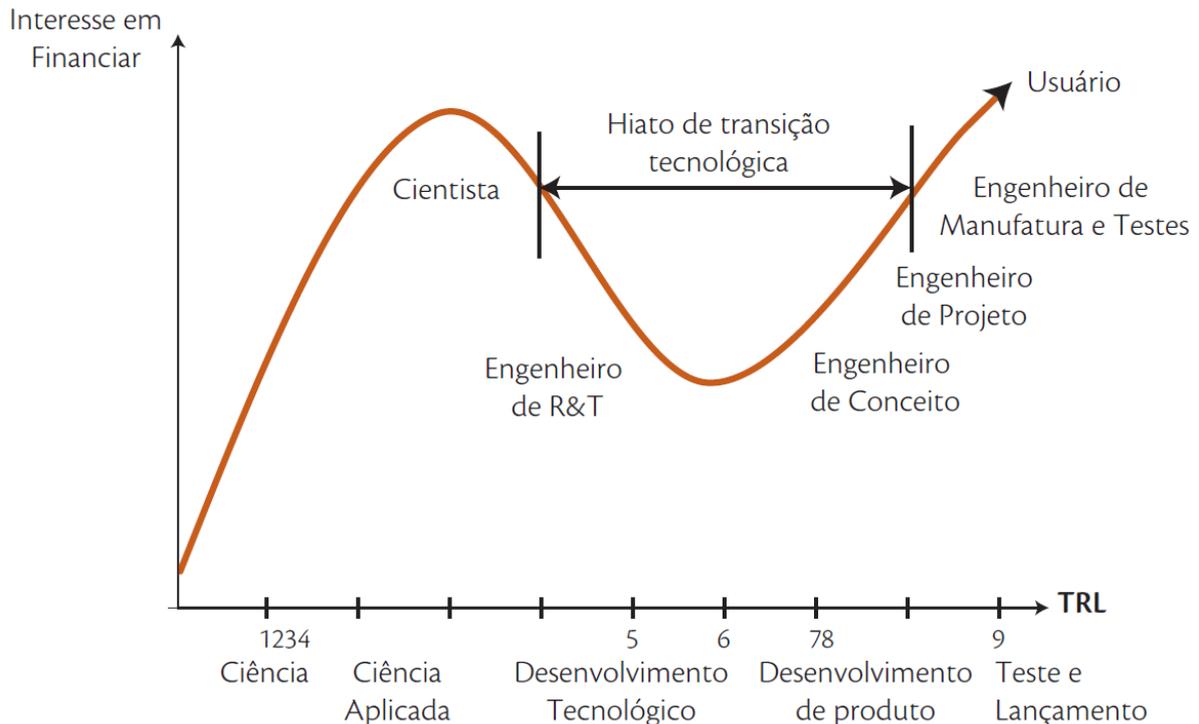
**Tabela 1** – Tabela de Technology Readiness Levels (TRL). Adaptada de (ABDI, 2014)

A Figura 2 (adaptada da Figura 7 do relatório ABDI) traz a escala TRL para o contexto da indústria aeronáutica e inclui uma escala de tempo, com base na experiência acumulada.



**Figura 2** – Níveis de maturidade tecnológica na Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação. Adaptada de (ABDI, 2014)

De acordo com (ABDI, 2014), uma inovação no setor aeronáutico terá que percorrer a trajetória do TRL 1 até o TRL 9 para levar o seu “impacto” ao mercado, ou seja, para que resulte em diferencial competitivo para o fabricante e benefício para seus clientes. Além disso, a trajetória que vai do TRL 1 até o TRL 9 apresenta uma dificuldade adicional, de financiamento consistente e perene. Essa dificuldade é sintetizada na Figura 3 (adaptada da Figura 8 do relatório ABDI).



**Figura 3** - Atratividade dos níveis de maturidade tecnológica (TRL) (ABDI, 2014) (Balaguer & Matsuo, 2010)

O eixo vertical na Figura 3 representa a quantidade de recursos financeiros usualmente disponibilizados nos diferentes níveis de TRL.

Nessa Figura, nota-se que é na transição dos TRLs 4-5 para o TRL 6 que a maioria dos “embriões” de inovação na indústria aeronáutica irão ter recursos muito limitados, devido à ausência de mecanismos específicos de fomento. Os recursos requeridos no intervalo de TRL 1 a TRL 3 são de provisão relativamente usuais no âmbito da academia em geral e das ICTs (Instituições de Ciência e Tecnologia) em particular, em geral providos através de agências de fomento, como as FAPs, a CAPES, ou o CNPq. Na outra ponta, os recursos requeridos na faixa de TRL 7 a TRL 9 são de provisão factível no âmbito da indústria e de seus financiadores. O “vale” de escassos recursos, na faixa de TRL 4 a TRL 6, denominado na figura de “hiato de transição tecnológica”, tem sido foco de parte das políticas públicas de órgãos financiadores, como o BNDES, a FINEP, ou o próprio MCTI, para que desenvolvimentos tecnológicos possam efetivamente chegar a indústrias de alto conteúdo tecnológico na forma de projetos bem sucedidos.

No caso deste projeto de P, D & I de plataformas demonstradoras de tecnologias pré-competitivas em Métodos Inversos e Modelagem de Incertezas, voltado a aplicações estratégicas em Integridade de Estruturas e Componentes, em termos de planejamento de atividades, pode-se esperar que:

- simulações computacionais e alguns ensaios em modelos de laboratório se enquadram em pesquisa básica, com TRL de 1 a 3. Potenciais fontes de financiamento (que, neste caso, poderia envolver bolsas e auxílio financeiro de apoio à pesquisa) seriam buscadas através de participação em editais de agências de fomento, como FAPDF, CNPq, CAPES, bem como solicitação/utilização de recursos próprios da Universidade;

- a partir da criação de um portfólio de realizações em simulações computacionais e ensaios em modelos de laboratório, de alto impacto científico em áreas estratégicas, então oportunidades podem ser vislumbradas para o desenvolvimento inicial de tecnologias que se enquadram em pesquisa aplicada e/ou desenvolvimento tecnológico, com TRL de 4 a 7 (potenciais financiadores a serem procurados seriam institucionais, como BNDES, FINEP, MCTI, bem como agências de fomento, no que tange a bolsas e auxílio financeiro);
- a partir das iniciativas de desenvolvimento tecnológico, oportunidades podem ser vislumbradas para o desenvolvimento de produtos, com TRL de 8 a 10, com alto conteúdo tecnológico e com potencial futuro de serem utilizados e/ou embarcados em sistemas de interesse estratégico da indústria, em particular da indústria aeronáutica/aeroespacial, automobilística, nuclear e de energia/petróleo (potenciais financiadores seriam empresas que investem/demandam produtos de elevado conteúdo tecnológico, bem como financiadores institucionais).

O Relatório Técnico do Centro de Gestão e Estudos Estratégicos (CGEE), intitulado “Programa demonstrativo para inovação em cadeia produtiva selecionada: Indústria aeronáutica brasileira” (Salerno & Zancul, 2014), destaca que desenvolvimento de tecnologias em si, a formação de pessoal e criação de infraestrutura laboratorial pública são focados em tecnologias menos maduras ou com Technology Readiness Level (TRL) mais baixos, e, assim precisam de um prazo mais longo de implantação, enquanto que o Programa de Plataformas Demonstradoras Tecnológicas (PDT) envolve a demonstração de sistemas integrados de tecnologias conhecidas, com um nível de maturidade, ou TRL, mais alto.

O documento AEROESPACÇO & DEFESA (A&D) do BNDES (S. B. V. Gomes et al., 2018) é um capítulo do documento “VISÃO 2035: Brasil, país desenvolvido - Agendas setoriais para alcance da meta”, do BNDES. Esse documento cita o relatório da ABDI sobre Plataformas Demonstradoras Tecnológicas Aeronáuticas, e enfatiza que para os projetos de PD&I e o desenvolvimento dessas plataformas demonstradoras tecnológicas, ainda não existe um ambiente regulatório estabelecido, e aponta como entrave que:

*“Há claras dificuldades culturais e de governança para com o gerenciamento de demandas por plataformas demonstradoras tecnológicas aeronáuticas, ou seja, existe a necessidade premente de criar ou reforçar uma adequada institucionalidade de PD&I”.*

Esse documento de Agendas Setoriais do BNDES, no seu capítulo sobre o setor de Aeroespacço & Defesa, mostra o interesse e a preocupação do BNDES com a necessidade de institucionalização para atender a demandas como, no caso deste projeto de P, D & I de Plataforma Demonstradora Tecnológica, aquelas demandas em TRL de 4 a 7 que surgirão naturalmente depois que um portfólio de trabalhos realizados em TRL de 1 a 3 estiver bem consolidado durante a realização deste projeto.

Este projeto de P, D & I de Plataforma Demonstradora Aeronáutica, devido a sua característica multidisciplinar e colaborativa, poderia ser visto como o embrião para aglutinar especialistas e formar um centro de excelência em Métodos Inversos e Modelagem de Incertezas, o que poderia ser a preparação para, no futuro, ser eventualmente objeto de incentivos de fomento, que venham a ser disponibilizados para tais iniciativas. Tais centros já foram objeto de iniciativas institucionais anteriores de incentivo e fomento à pesquisa, como a iniciativa contida no edital de CHAMADA PÚBLICA MCTI/CNPQ/CAPES/FAPS Nº 16/2014 - PROGRAMA INCT (Programa INCT, 2014). Essa Chamada de 2014 teve por objetivo, na época:

*“apoiar atividades de pesquisa de alto impacto científico em áreas estratégicas e/ou na fronteira do conhecimento, mediante a seleção de propostas para apoio financeiro a projetos voltados à consolidação dos Institutos Nacionais de Ciência e Tecnologia (INCT), que ocupam posição estratégica no Sistema Nacional de Ciência, Tecnologia e Inovação, e à formação de novas redes de cooperação científica interinstitucional de caráter nacional e internacional”.*

Este projeto de P, D & I é correlacionado com as seguintes Áreas / Linhas de Pesquisa:

- Modelagem do Problema Direto;
- Modelagem do Problema Inverso, Monitoramento e Diagnóstico;
- Métodos Probabilísticos e Modelagem de Incertezas.

Nas próximas seções são apresentados mais detalhes relativos a esses tópicos de interesse da pesquisa. A Seção 3 apresenta o contexto da pesquisa: problemas direto, inverso & incertezas. Na Seção 4 são citadas algumas referências bibliográficas mais gerais sobre essas Áreas / Linhas de Pesquisa acima. Na Seção 5 são citados alguns trabalhos relacionados a esses temas, realizados por pesquisadores / docentes do PPG-Integridade e do GMEC. Na Seção 6 são delineadas propostas / exemplos de típicos problemas estruturantes, 1D, 2D & 3D, que poderiam ser utilizados como aplicação dos diferentes modelos, e como base para estudos comparativos entre esses modelos, conforme o caso.

## 2.5 Objetivos

O objetivo geral desta pesquisa é o desenvolvimento de uma plataforma demonstradora tecnológica voltada a métodos inversos e modelagem de incertezas em problemas relacionados à integridade de estruturas e componentes.

A pesquisa planejada neste projeto tem os seguintes objetivos específicos:

1. Desenvolvimento de metodologias e aplicativos computacionais para simulação de problemas inversos em Integridade de Estruturas e Componentes envolvendo: a modelagem do problema direto; a modelagem do problema inverso; e a modelagem de incertezas associadas ao problema. Estudo comparativo de diferentes técnicas e modelos e de sua aplicabilidade a problemas de variados níveis de dificuldade, envolvendo simulações computacionais e eventuais ensaios de laboratório, onde aplicável;
2. Formação de recursos humanos (pesquisadores) na área de mecânica computacional, em temas relacionados áreas / linhas de pesquisa de interesse do projeto;
3. Estabelecimento e consolidação de parcerias e cooperações de pesquisa com outras instituições de ensino e pesquisa, no Brasil e no exterior, bem como com empresas dos setores interessados;
4. Preparo de produção científica associada ao projeto, na forma de relatórios técnicos, de trabalhos apresentados em congressos internacionais, e de artigos em revistas científicas.

## 2.6 Resultados esperados

Este projeto agrega atividades de Pesquisa, Desenvolvimento & Inovação a serem desenvolvidas ao longo de sua duração, com resultados esperados incluindo:

1. Colaboração em pesquisa envolvendo docentes / discentes do PPG-Integridade, do GMEC e colaboradores da UnB e externos, em temas associados ao projeto;

2. Colaboração no estabelecimento e consolidação de parcerias e cooperações de pesquisa com outras instituições de ensino e pesquisa, nacionais e internacionais;
3. Colaboração no estabelecimento e consolidação de parcerias e cooperações com empresas dos setores interessados da indústria aeronáutica/aeroespacial, automobilística, nuclear e de energia/petróleo;
4. Colaboração em co-orientações de alunos de graduação e de pós-graduação, em temas associados ao projeto;
5. Colaboração / co-autoria de trabalhos para participações em congressos (preferencialmente eventos internacionais), em parceria com docentes / discentes, em temas associados ao projeto;
6. Colaboração / co-autoria de artigos para envio para publicação em revistas especializadas (preferencialmente periódicos internacionais qualificados), em parceria com docentes / discentes, em temas associados ao projeto;
7. Oferecimento de disciplinas inicialmente na forma de Tópicos Especiais, em temas associados ao projeto;
8. Oferecimento de mini-cursos e seminários de pós-graduação, em temas associados ao projeto.

Todo trabalho será documentado para garantir transparência e continuidade das atividades de pesquisa, através do preparo de relatórios técnicos, quando for o caso, e/ou de relatórios periódicos de atividades realizadas.

A quantidade de publicações por ano, de orientações concluídas por ano, e de parcerias / cooperações internacionais estabelecidas ao longo do projeto é esperada ser compatível com a equipe participante e com a disponibilidade de recursos para custeio das atividades.

## **2.7 Potenciais contribuições para a Internacionalização do PPG - Integridade**

O projeto envolve atividades de pesquisa multidisciplinar e colaborativa, com potencial de estabelecimento e consolidação de parcerias e cooperações com outros grupos / instituições de pesquisa e universidades. Dentre os contatos de interesse no exterior, pode-se citar:

- Prof. Carlos E. S. Cesnik, University of Michigan, Ann Arbor, Aerospace Engineering (Cesnik, n.d.). Research interests include: Multi-physics modeling, analysis and simulation. Computational and experimental aeroelasticity/aeromechanics: active vibration and noise reductions in helicopters. Structural health management: damage detection in metallic and composite structures, and metamaterials; guided-wave modeling, transducer design, and signal processing;
- Prof. Marcelo H. Kobayashi, University of Hawaii, Manoa, Mechanical Engineering (Kobayashi, n.d.). Research interests include: Multidisciplinary Optimization (MDO), Topology Optimization;
- Prof. Felipe A. C. Viana, University of Central Florida, Orlando, Mechanical & Aerospace Engineering (Viana, n.d.). Research interests include: Response Surface Methods, Surrogate Models, Probabilistic Mechanics, Predictive analytics, diagnostics, and prognostics, Multidisciplinary optimization;
- Prof. Glaucio H. Paulino, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Civil & Environmental Engineering (Paulino, n.d.). Research interests: Structural Engineering, Mechanics & Materials, Reliability Based Design, Topology Optimization, Boundary Element Methods.

Além de parcerias no exterior, as atividades de pesquisa do projeto também permitem cooperações com outros pesquisadores no Brasil, como o Prof. Guilherme Ferreira Gomes (Universidade Federal de Itajubá, Instituto de Engenharia Mecânica), que participa como colaborador do grupo de pesquisa GMEC (com interesses de pesquisa em Detecção de Danos, SHM, Método dos Elementos Finitos, Otimização, Métodos Inversos, Inteligência Artificial Aplicada, Computação Evolucionária, Métodos Heurísticos).

As parcerias e cooperações com pesquisadores no Brasil e no exterior, potencializadas neste projeto de P, D & I, contribuem para fomentar a internacionalização do PPG-Integridade, em consonância com o Plano de Internacionalização da UnB (UnB, 2018).

A característica multidisciplinar e colaborativa deste projeto de P, D & I em “Métodos Inversos e Modelagem de Incertezas em Integridade de Estruturas e Componentes”, e seu potencial de fomento de cooperações internacionais, poderia ser visto como o embrião para a criação de uma cátedra UNESCO (UNESCO Chair) relacionada a estas atividades. A participação em um programa como o das Cátedras UNESCO poderia ajudar a aumentar a visibilidade internacional do PPG-Integridade.

O programa de Cátedras UNESCO foi estabelecido em 1992. Esse programa foi concebido como um caminho para o avanço da pesquisa, treinamento e desenvolvimento de programas em ensino superior, através da construção de redes de colaboração universitárias, e do encorajamento da cooperação entre universidades através de transferência de conhecimento através das fronteiras. Atualmente, o Programa envolve 793 instituições em 144 países (UNESCO, 2020), sendo 25 no Brasil, e nenhuma especificamente em engenharia ou áreas da engenharia. Nessa listagem, nota-se que a UnB já participa com uma Cátedra UNESCO, de educação à distância, criada em 1994.

## **2.8 Estrutura de apoio e financiamento: possibilidades**

O desenvolvimento do trabalho poderá contar com o apoio eventual proveniente de diversas fontes, tais como:

- Bolsas institucionais de órgãos de fomento, para alunos / orientados de pós-graduação, com trabalhos de pesquisa relacionadas ao projeto;
- Bolsas institucionais de órgãos de fomento, para alunos / orientados de graduação, com trabalhos de Iniciação Científica relacionados ao projeto;
- Apoio aos pesquisadores associados ao projeto, para idas a congressos, com recursos institucionais de Programas de Apoio à Pós-Graduação, quando for o caso, apoio esse extensivo aos alunos de pós, bolsistas ou não, e aos professores orientadores, que sejam co-autores de artigos a serem apresentados nesses congressos;
- Projetos de pesquisa financiados por órgão de fomento, em temas associados a este trabalho, caso haja previsão de uso parcial de recursos em atividades relacionadas a este projeto.
- Apoio da UnB, através da alocação de salas de trabalho, com pontos de rede para computadores, para os pesquisadores dos projetos associados, além da alocação, em conjunto com o PPG - Integridade de Materiais da Engenharia, de salas de trabalho, com pontos de rede para computadores, para os alunos de pós-graduação do programa, bolsistas ou não, com trabalhos de pesquisa relacionadas ao projeto.

Além das eventuais fontes de apoio e financiamento acima, ao longo do projeto poderão ser exploradas possibilidades de envio de futuros projetos dentro dos editais de agências de fomento (FAP-DF, CNPq, CAPES, FINEP, etc), ou de futuros projetos de pesquisa e desenvolvimento (P&D) associados a empresas, com alguma vinculação com esse trabalho, como, por exemplo, relacionados à atividade aeronáutica.

## **2.9 Prazo**

O desenvolvimento deste projeto tem características de ação continuada, com atualizações periódicas. O projeto poderá ser executado em fases a serem determinadas, podendo ser estabelecidos prazos específicos para essas fases do projeto, ou para subprojetos determinados, que venham a ser desenvolvidos em atendimento a editais futuros, em cujo escopo as atividades deste projeto possam ser enquadradas.

## **3. Contexto da pesquisa: problemas direto, inverso & incertezas**

Esta Seção apresenta o contexto da pesquisa: problemas direto, inverso & incertezas. Os objetivos gerais dessa pesquisa relativos às aplicações de métodos inversos em integridade de estruturas e componentes podem ser descritos como:

- Estudar e desenvolver modelos numéricos para modelagem e simulação de problemas inversos com modelagem de incertezas, aplicando técnicas de otimização e identificação em problemas inversos para detecção de danos em estruturas mecânicas e aeronáuticas, que poderiam fazer parte de um sistema embarcado para monitoramento da integridade estrutural. A ênfase dessa parte da pesquisa é no uso desses métodos para maximização da probabilidade de detecção e identificação dos danos.
- Estudar e desenvolver modelos numéricos para modelagem dos sistemas de aquisição e tratamento de dados de vibração, para monitoramento e detecção de danos e falhas em componentes dinâmicos de aplicações mecânicas / aeronáuticas, como os componentes rotativos de motores e de sistemas de transmissão mecânica, que poderiam fazer parte de um sistema embarcado para monitoramento da saúde e desgaste desses componentes. A ênfase dessa parte da pesquisa é em modelagem estocástica do sinal adquirido pelos sensores, envolvendo métodos como análise multi-variada, modelos de mistura Gaussiana, transformadas de Fourier, ou Wavelets.

### **3.1 Modelagem de problema inverso para detecção de danos, monitoramento e diagnóstico de falhas: considerações gerais**

Problemas inversos são aqueles nos quais se tem um campo de variáveis medidas ou obtidas de alguma forma (numérica, por exemplo), mas os valores dos parâmetros do modelo (geometria, propriedades, carregamento, etc) que levam a esse campo são desconhecidos.

Os problemas inversos de interesse para detecção de danos em estruturas e componentes, envolvem a otimização da topologia do sistema de aquisição (quantidade, tipo, e localização dos sensores) para a identificação da topologia dos defeitos (quantidade, tipo, e localização dos danos e

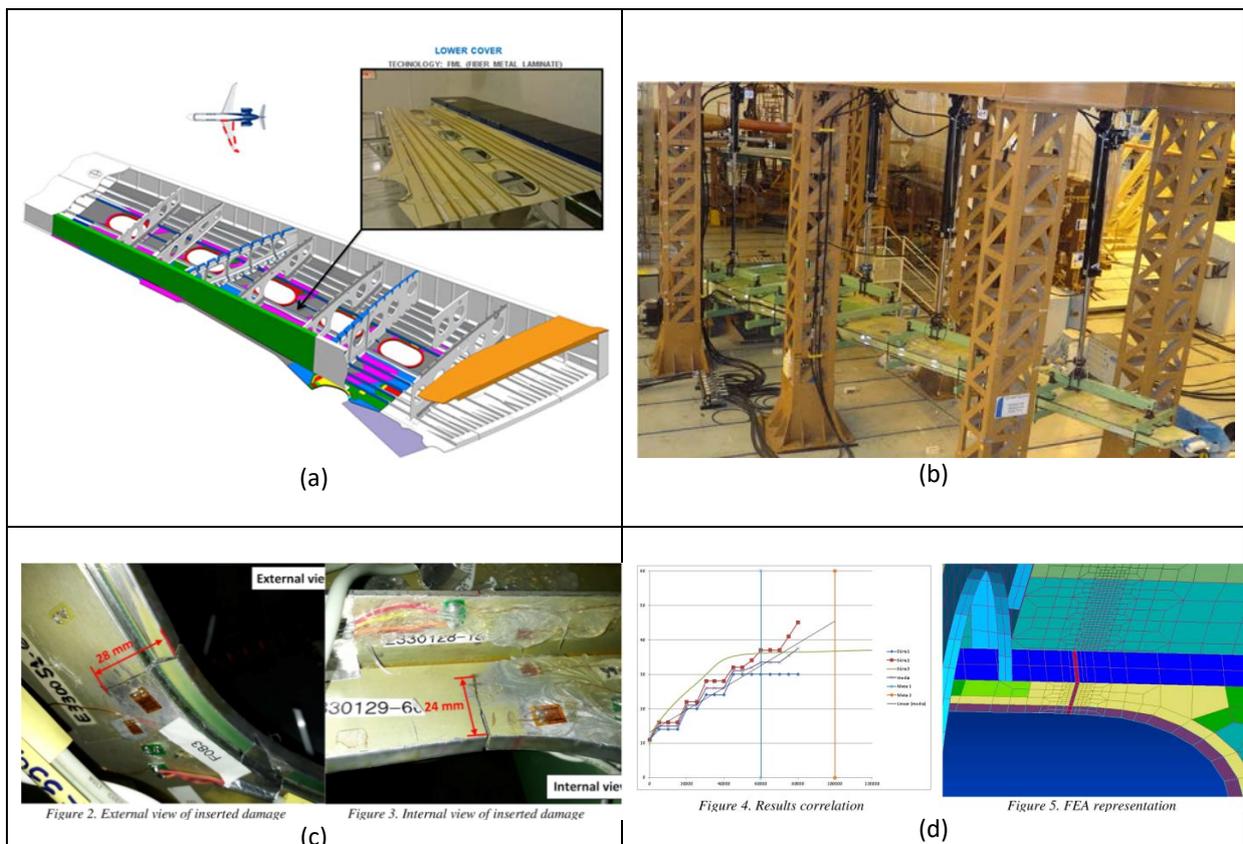
defeitos), de modo a maximizar a probabilidade de detecção desses danos a partir de informações de campo medidas (campos de deslocamentos, tensões, ou acústico, ou dados de vibração).

Em qualquer dos casos acima, parte do trabalho é dirigido à comparação dos resultados numéricos com resultados experimentais conhecidos, com a aplicação sucessiva do caso direto para se obter a solução do problema inverso, ou a aplicação de técnicas de aquisição e tratamento de sinais para obter a comparação dos dados (de vibração, por exemplo) entre o componente saudável e o componente com defeito ou dano.

Os problemas inversos de interesse para este projeto podem envolver a obtenção de propriedades mecânicas, onde múltiplos fenômenos físicos estão acoplados (“multiphysics”). Por exemplo, para transdutores acústicos, o campo de temperaturas na peça pode modificar a velocidade de propagação da onda acústica na mesma e assim modificar os resultados medidos por esses transdutores.

Do mesmo modo, a presença de danos em um elemento estrutural pode modificar o campo de tensões e deformações nessa peça, medido por sensores tipo “strain-gages”. De modo similar, a presença de danos em um componente mecânico pode modificar a assinatura de vibrações medida em sensores (acelerômetros) localizados convenientemente próximos desse componente mecânico.

A Figura 4, adaptada de (Mendonça & da Silva, 2019) ilustra a presença de trincas em um componente estrutural de uma aeronave. Neste caso, a propagação da trinca foi simulada e comparada com resultados de ensaios no solo (Full-Scale fatigue test).



**Figura 4** – propagação de trinca em componente estrutural de aeronave. (a) Semi-Wing; (b) Full-Scale setup; (c) crack views; (d) results correlation & FEM model. Adaptada de (Mendonça & da Silva, 2019).

Esses ensaios têm um custo elevado, e são necessários no processo de homologação da aeronave junto à autoridade certificadora (no caso, a ANAC). O método de inspeção pode ser visual, por líquido penetrante, ou outro método não destrutivo tradicional, o que pode exigir o acesso ao elemento estrutural, com custos adicionais, como o de desmontagens diversas e o de decapagem da pintura da aeronave, dentre outros.

As inspeções para o acompanhamento da degradação dos elementos estruturais poderiam ser parcialmente substituídas pela detecção de danos usando análise dos sinais de sensores distribuídos de forma conveniente pela aeronave.

A resolução do problema inverso pode demandar a modelagem do problema direto, quando for possível, utilizando, por exemplo, modelos da estrutura baseados no método dos elementos finitos ou no método dos elementos de contorno, onde for aplicável, ou demandar a aquisição de dados para levantar experimentalmente o comportamento da estrutura ou componente.

Dentro do contexto da pesquisa proposta, a modelagem de problema inverso para detecção de danos, monitoramento e diagnóstico de falhas envolve duas aplicações:

- detecção de danos em estruturas, dentro de um contexto de “Structural Health Monitoring” (SHM), de especial interesse para estruturas aeronáuticas;
- monitoramento de diagnóstico de falhas em conjuntos dinâmicos, como motores, rotores e caixas de transmissão, dentro de um contexto de “Health & Usage Monitoring Systems” (HUMS), de especial interesse para aumento da confiabilidade e disponibilidade de aeronaves.

Cumprir notar que a detecção de danos (ou falhas) em estruturas e em componentes, objeto dessas linhas de aplicação de pesquisa, é um importante ramo da engenharia, com diversos campos de aplicação, dentre os quais se destacam a segurança de voo e a manutenção aeronáutica. O desenvolvimento de técnicas de detecção de danos pode trazer avanços tecnológicos capazes de aumentar a confiabilidade (segurança) estrutural e dos componentes, com consequências numa melhor análise de sua integridade estrutural e mecânica e numa melhor avaliação de seu tempo de vida útil remanescente da estrutura e dos componentes.

A análise de uma estrutura ou de um componente com danos deve envolver o tratamento numérico de dados obtidos de sensores espalhados em pontos críticos da estrutura ou da aeronave, e sua comparação com resultados numéricos de referência (por exemplo, da mesma estrutura ou componente sem falhas ou com danos conhecidos). Essas técnicas de detecção de danos envolvem monitoração (em tempo real) da integridade de elementos estruturais e de componentes críticos e de difícil acesso, tais como os existentes em uma aeronave.

Com relação a primeira linha de aplicação de pesquisa, o problema da detecção de danos em uma estrutura envolve a modelagem do problema direto, ou seja, do comportamento dessa estrutura na presença de um ou mais danos pré-estabelecidos, de formato e tamanho assumidos, e em posições dadas. Essa modelagem pode ser feita envolvendo a análise da distribuição de tensões e deformações em peças com trincas, feito por meio de uma modelagem de elementos finitos ou de elementos de contorno, ou pela análise da distribuição de ondas sonoras nessa peça trincada, emitidas por uma fonte pré-estabelecida, feito por uma modelagem de elementos finitos ou de elementos de contorno.

Para a segunda linha de aplicação de pesquisa, de falhas em componentes dinâmicos, dados experimentais de vibração podem ser adquiridos a partir de acelerômetros distribuídos convenientemente nas proximidades dos componentes de interesse. Nesse caso, não haveria uma modelagem do problema direto, pois os dados de vibração seriam adquiridos para os componentes saudáveis para serem posteriormente comparados com os dados de vibração dos componentes defeituosos ou com falhas.

Em seguida, em ambos os casos, o próximo passo é o de estudar o problema inverso, que consiste de duas partes:

- monitoramento da integridade estrutural ou do componente, a partir de medidas experimentais, com certo número de sensores espalhados na estrutura ou na aeronave. Com isso, passamos a ter conhecimento da distribuição de tensões ou deformações (mediante, por exemplo, extensômetros ou “strain-gages”) ou da distribuição de uma variável oriunda da pressão acústica ao longo dessa estrutura (por exemplo com microfones ou outros sensores), ou do espectro de vibrações obtido com os vários sensores (acelerômetros) distribuídos pela aeronave;
- cálculo de um funcional a partir das diferenças, em todos os pontos de medida, entre os valores calculados com o modelo numérico da primeira parte, para um dado dano que tenha sido assumido (ou obtidos experimentalmente para o componente sem dano), e os valores experimentais medidos para o dano ou trinca real. Esse funcional é função da localização dos danos nos componentes ou das trincas na estrutura, numérica e real. É de se esperar que esse funcional aumente de valor quando a trinca numérica assumida se afastar da trinca real, e que, quando ambas falhas ou trincas coincidirem, esse funcional tenha atingido seu valor mínimo. Assim, o problema inverso pode ser visto como um problema de otimização onde se deseja achar um mínimo global para esse funcional. Neste trabalho, métodos de otimização local, como programação seqüencial quadrática, são comparados com heurísticas de otimização global, como algoritmos genéticos. Além disso, técnicas de identificação de parâmetros também podem ser empregadas para localização dos danos. O uso de técnicas independentes de otimização e identificação permite aumentar a confiabilidade nos resultados obtidos quanto à localização, tipo, quantidade e tamanho dos danos identificados.

## **3.2 Metodologia da pesquisa**

A metodologia para este trabalho proposto é a de investigar a viabilidade de procedimentos numéricos para problemas inversos de detecção de danos em estruturas e componentes mecânicos e aeronáuticos, sujeitos a incertezas.

Para a aplicação de métodos inversos em estruturas, a modelagem numérica consiste de duas partes principais:

- I. O problema direto: um modelo para a estrutura é necessário para se obter informação sobre a distribuição da variável ou quantidade de interesse (por exemplo, o campo de tensões) ao longo da estrutura, dadas as condições de contorno e a presença de danos. A modelagem das estruturas poderá ser realizada usando o método dos elementos de contorno (MEC). As vantagens do Método dos Elementos de Contorno sobre outros métodos numéricos (como elementos finitos, por exemplo) são bem conhecidas na literatura, especialmente para o tratamento de problemas com altos gradientes, tais como o gradiente de tensões devido à presença de trincas.

- II. O problema inverso: um modelo é necessário para o procedimento de localizar o dano na estrutura, dada alguma informação (parcial) sobre a quantidade de interesse (por exemplo, o campo de tensões) em algumas posições em particular (por exemplo, onde alguns sensores são colocados). Para esse problema inverso, tanto procedimentos de otimização (otimização local e global) quanto técnicas de identificação podem ser usados.

Com respeito à Modelagem do Problema Direto, diversos problemas de interesse em integridade de estruturas podem ser modelados como problemas de valor inicial e/ou problemas de valor de contorno. No caso de problemas de valor de contorno, não variando no tempo, tem-se uma equação diferencial parcial válida na região que representa domínio do problema, e condições de contorno válidas na fronteira dessa região. No caso de problemas de valor inicial, dependentes do tempo, tem-se também condições iniciais válidas nesse domínio.

Um problema de valor de contorno pode ser representado por uma equação geral do tipo  $Au = p$ , válida no domínio  $D$ , com condições de contorno válidas na fronteira  $\partial D$ . A complexidade do problema, da geometria da fronteira, das ações (carregamentos externos, restrições nos apoios) limita as possibilidades de solução analítica para esse problema, o que gera uma demanda por soluções aproximadas, como, por exemplo, através da:

- substituição do operador diferencial  $A$  por um operador aproximado  $A^*$ . É o caso do método das diferenças finitas, que adota um operador algébrico  $A^*$ , onde a derivada em um dado ponto é expressa por meio dos valores da função em pontos localizados em uma vizinhança desse ponto, permitindo a construção de um sistema de equações lineares, a ser resolvido com a adequada aplicação das condições iniciais e de contorno;

- substituição da variável  $u$  por uma variável aproximada  $u^*$ , expressa na forma de uma combinação linear de um conjunto de funções básicas. Essas funções podem ser polinomiais, trigonométricas, etc. Os coeficientes dessa combinação linear são os componentes dessa solução aproximada no sistema de coordenadas representado por essas funções básicas. Quando o número de componentes tende a infinito, a solução aproximada  $u^*$  tende à solução  $u$ . Dentre as soluções aproximadas baseadas nesse método, muitas correspondem a métodos chamados de “projetivos”, onde a equação válida no domínio é projetada em um subespaço auxiliar de funções, chamadas de funções de suporte, e integrada no domínio, com suas condições de contorno, usando integração por partes. Nessa categoria de métodos, destacam-se:

- O método dos elementos finitos, usando uma integração por partes e, em cada elemento, as mesmas funções, tanto para suporte quanto para aproximação da variável  $u$ , de modo a obter a solução em pontos do domínio, denominados nós, e, por interpolação usando essas funções, a solução em todos os outros pontos do domínio;
- O método dos elementos de contorno, usando duas integrações por partes e usando funções de suporte chamadas de soluções fundamentais, de modo a eliminar a integral de domínio, restando apenas as integrais de contorno (também conhecidas como integrais de fronteira). Assim, a solução é obtida inicialmente apenas nos nós do contorno discretizado. Em seguida, por interpolação, a solução é encontrada nos outros pontos do contorno. Finalmente, por pós-processamento, a solução é obtida em qualquer ponto desejado do domínio.

Para os problemas de interesse em integridade de estruturas, o método dos elementos finitos pode ser aplicado de forma eficiente em problemas em que o domínio é não homogêneo, onde a discretização dos elementos já consideraria essa não homogeneidade local. Por outro lado, problemas envolvendo singularidades no domínio, como a distribuição de tensões na vizinhança da ponta de uma trinca, em mecânica da fratura, podem ser bem representados usando o método dos elementos de contorno. Para problemas de valor inicial, com variável (no domínio e/ou na fronteira) dependente do tempo, podem necessitar de uma combinação de métodos que incluam o método das diferenças finitas, para modelar a marcha no tempo da variável de interesse.

Para a aplicação de métodos inversos em componentes dinâmicos, a metodologia se baseia na comparação de dados de vibração adquiridos e armazenados ao longo da vida útil dos componentes ainda sem danos, com os dados de vibração mais recentes, para os componentes atualmente em uso, de modo que mudanças significativas no espectro dos sinais adquiridos possam ser utilizadas como ponto de partida para a detecção e identificação de danos nesses componentes.

Além disso, ambos os problemas, direto e inverso, são, de fato, estocásticos, e envolvem algum tipo de tratamento da aleatoriedade dos parâmetros e variáveis dos modelos.

Como exemplo de modelagem de problema envolvendo incertezas, pode-se citar modelos de elementos finitos estocásticos que usam uma discretização baseada em RF - Random Fields (campos de variáveis aleatórias), seja para discretizar uma estrutura não homogênea (por exemplo, de material compósito, onde uma região sem descolamento é modelada com uma variável com certas propriedades, e a região com descolamento é modelada com uma variável com propriedades diferentes), seja para modelar um carregamento externo não homogêneo.

Um modelo de random field representa a variabilidade da distribuição espacial dos parâmetros estruturais e/ou do carregamento ao longo do domínio da estrutura. Para considerar os efeitos de um random field na análise do modelo, o random field deve ser discretizado em um conjunto de variáveis aleatórias. Diversos métodos tem sido desenvolvidos para a discretização dos random fields. Dentre esses métodos, por exemplo, o Local Average Method (LAM) tem sido bastante empregado. No LAM, a característica média de um random field em um dado elemento discreto representa a distribuição de probabilidade do random field nesse elemento. Aplicações do LAM para o caso 1D e 2D estão ilustradas a seguir.

A discretização de um random field pode ser diferente da discretização do modelo de elementos finitos da estrutura. Em geral, um elemento de random field pode conter muitos elementos finitos. Quando a malha da discretização é determinada, as características da distribuição do random field em cada elemento são representadas, no caso do LAM, pelos seus valores médios em cada elemento. Assim, sendo  $H$  o random field no domínio, um conjunto de variáveis aleatórias é obtido, e suas propriedades estatísticas são dadas, em cada elemento  $i$  ou  $j$ , pelos valores esperados  $E(H_i)$ ,  $E(H_j)$ , pelas variâncias  $Var(H_i)$ ,  $Var(H_j)$ , e pela covariância  $Cov(H_i, H_j)$ .

A pesquisa a ser realizada envolve:

1. Para estruturas:

O modelo direto de uma estrutura com um dano conhecido, assumido. Para esse problema, os códigos numéricos a investigar podem incluir modelos como o de estruturas de painéis com reforçadores, tanto de materiais metálicos quanto de compósitos. Algumas possibilidades para esses modelos são a modelagem do comportamento elástico (tensões e deformações), do

comportamento de vibrações (assinatura de vibrações da estrutura, frequências naturais e modos de vibração), ou do comportamento acústico (propagação de ondas na estrutura) em elementos estruturais com danos.

O modelo inverso envolve um procedimento de otimização global para minimizar um funcional, obtido a partir de diferenças entre valores medidos e valores gerados pelo código numérico para diferentes localizações assumidas para os danos. O valor mínimo desse funcional irá ocorrer quando a distância entre o dano real e o dano assumido no código numérico for também um mínimo, dando, portanto, uma indicação da localização e tamanho desse dano. Algumas possibilidades para modelar esse problema de otimização incluem heurísticas tais como algoritmos evolucionários (algoritmos genéticos, ou evolução diferencial, por exemplo). Adicionalmente aos procedimentos de otimização, técnicas de identificação, tais como redes neurais artificiais (RNA), podem também ser usadas para esse problema inverso, colocando-se a localização e tamanho do dano que se deseja obter como parâmetros a identificar.

A modelagem das incertezas das variáveis envolvidas no processo que, por não apresentarem valores determinísticos, devem ser tratadas como variáveis aleatórias. Além disso, alguns parâmetros da estrutura, tais como suas propriedades elásticas e comportamento constitutivo, são também não determinísticos, e precisam ser identificados. O tratamento da natureza estocástica do problema vai levar a procedimentos de identificação de parâmetros (tais como identificação por filtro de Kalman, por exemplo) e a procedimentos de otimização estocástica (tais como metodologia de superfície de resposta ou simulação de Monte Carlo). Procedimentos para se obter a superfície de resposta podem incluir projeto de experimentos combinado com regressão, ou o aprendizado do comportamento estrutural através de um procedimento de rede neural (treinamento da rede).

## 2. Para componentes dinâmicos:

O foco desta parte do trabalho será em tratamento estocástico de sinais de vibração, para comparação dos espectros dos sinais obtidos por sensores próximos aos componentes, de modo a detectar diferenças significativas nesses sinais e com isso identificar diferenças no comportamento vibratório entre componentes “saudáveis” e componentes com danos.

Esta pesquisa poderá utilizar alguma base de informações técnicas de vibrações e os sistemas de aquisição e sensores eventualmente disponíveis para componentes dinâmicos, onde o foco agora será na modelagem estocástica do sinal adquirido pelos sensores, envolvendo métodos como análise multi-variada, modelos de mistura Gaussiana, transformadas de Fourier, ou Wavelets.

### **3.3 Modelagem do problema de detecção de danos: contexto da pesquisa**

A detecção de danos (ou falhas) em estruturas e em componentes é uma área importante em engenharia, com vários campos de aplicação, dentre os quais podemos ressaltar: segurança de uso e manutenção. O desenvolvimento de técnicas de detecção de danos pode trazer avanços tecnológicos de modo a aumentar a confiabilidade dessas estruturas e componentes (segurança), contribuindo para uma melhor análise da integridade estrutural e mecânica e para uma melhor avaliação da vida útil (em serviço) residual de uma estrutura ou de um componente.

A análise de um elemento estrutural ou de um componente com danos deve envolver o tratamento numérico de dados obtidos a partir de sensores espalhados ao longo de pontos críticos de uma estrutura ou de um sistema, e a comparação desses dados com resultados numéricos usados como referência (por exemplo, resultados da mesma estrutura sem danos, ou com algum dano dado (conhecido)).

Estas técnicas de detecção de danos podem envolver monitoramento (em tempo real) da integridade de elementos estruturais ou componentes que são críticos ou que são de difícil acesso (acessibilidade ruim), tais como alguns elementos estruturais ou componentes mecânicos.

Este projeto de pesquisa envolve a modelagem numérica de problemas inversos por meio de técnicas de otimização e identificação de parâmetros, para obtenção de parâmetros associados ao monitoramento e diagnóstico de danos (identificação, localização, tipo, tamanho, quantidade dos defeitos). Para esses problemas, a modelagem das incertezas associadas tem algumas duas características básicas comuns:

- i. as diversas variáveis e parâmetros dos sistemas em estudo não são determinísticas. O tratamento dessas incertezas pode ser realizado com técnicas de simulação (como Monte Carlo) ou por técnicas de superfície de resposta. Uma análise de sensibilidade pode ser usada para investigar quais respostas são mais robustas ou mais sensíveis às variações dos parâmetros de entrada (variáveis de decisão) do problema, e assim diferentes modelos (surrogate models) podem ser obtidos, onde o ideal seria obter um modelo de ordem baixa, em geral mais simples, que melhor representasse o problema ou modelo original, em geral complexo ou mesmo não disponível em forma fechada, mas apenas disponível como um modelo de elementos finitos ou de elementos de contorno;
- ii. o tratamento dessa variabilidade leva a técnicas de otimização robusta, onde não apenas estamos interessados em valores ótimos para as funções-objetivo, mas também em variações mínimas dessas funções-objetivo em torno desses ótimos. Nesse contexto, os termos otimização estocástica e otimização robusta se confundem, pois o objetivo do tratamento da estocasticidade das variáveis e parâmetros dos problemas visa à obtenção de ótimos robustos, ou seja, com valores das funções-objetivo pouco sensíveis à variações em torno desses pontos de ótimo. O simples fato de buscarmos ao mesmo tempo valores ótimos para as funções-objetivo e também a robustez (ou seja, uma pequena variabilidade dessas funções em torno desses ótimos), mostra que, para cada problema, há sempre mais de um objetivo. A necessidade de tomadas de decisão em relação a esses múltiplos objetivos pode envolver o uso de diferentes técnicas de otimização de múltiplos objetivos, como a atribuição de pesos, de prioridades, uso de funções-objetivo como restrições, emprego de funções de pertinência fuzzy na tomada de decisões, obtenção de regiões ou curvas limites de Pareto, etc;
- iii. as técnicas de identificação de parâmetros, como filtro de Kalman, originalmente já pressupõem uma variabilidade (na forma de ruído branco, por exemplo) nas variáveis e parâmetros do sistema sendo investigado, mas é também possível usar o filtro de Kalman para problemas em que certas variáveis são determinísticas. Outras técnicas de identificação, como as baseadas em redes neurais, podem lidar com problemas determinísticos e estocásticos, mas o tempo, ou custo, de treinamento da rede pode crescer devido às incertezas associadas ao problema. A técnica de identificação por meio de transformada Wavelet se apresenta promissora para identificar variações rápidas nos parâmetros (fenômenos transientes), em particular se usada para tratamento do sinal / resposta associado a sensores / transdutores acústicos;

- iv. os diferentes problemas de detecção de danos em estruturas aeronáuticas e em componentes de aeronaves podem requerer a modelagem de múltiplas físicas (multiphysics), como fenômenos acoplados. Por exemplo, em uma peça com uma certa condutividade térmica, o campo de temperaturas pode ser variável, devido a presença de fontes transientes de calor. Como a propagação acústica (velocidade do som no meio) depende da temperatura, os fenômenos térmico e acústico estão associados, e uma modelagem numérica adequada (por exemplo, por elementos finitos ou por elementos de contorno) deve envolver as múltiplas físicas presentes no problema. Além disso, esses problemas podem requerer o tratamento de dados adquiridos diretamente da aeronave, quando a modelagem do problema direto for inviável por sua complexidade.

### **3.4 Métodos inversos para detecção de danos: problemas direto e inverso**

Para analisar um problema inverso de detecção de danos em uma estrutura, é preciso primeiro modelar o problema direto, para obter o comportamento dessa estrutura na presença de um ou mais danos pré-estabelecidos, com formatos e tamanhos assumidos, e em posições dadas.

Dentre os métodos de análise para uso no problema direto, podemos citar:

1. O estudo das distribuições de tensão e deformação em elementos estruturais com trincas, realizado através de uma modelagem numérica de um problema de mecânica da fratura linear elástica;
2. O estudo da distribuição de ondas sonoras (emitidas a partir de uma fonte pré-estabelecida) no elemento trincado, realizado através de uma modelagem numérica do problema acústico.
3. O estudo comportamento vibratório dos elementos estruturais, realizado através de uma modelagem numérica baseada em análise de vibrações.

O próximo passo é o estudo do problema inverso, que consiste de duas partes:

- a) Monitoramento da integridade estrutural, a partir de medidas experimentais, com um certo número de sensores espalhados ao longo da estrutura. Com isso, algum conhecimento é obtido sobre a distribuição de tensões ou deformações (por exemplo, por meio de extensômetros ("strain-gages)) ou sobre a distribuição de uma variável derivada da pressão acústica ao longo da estrutura (por exemplo, por meio de microfones, acelerômetros, ou outros sensores).
- b) Cálculo de um funcional obtido a partir da soma das diferenças (avaliadas em todos os pontos de medida) entre os valores avaliados usando o modelo numérico da primeira parte (problema direto), para um dado dano que foi assumido, e os valores experimentais medidos nos mesmos pontos para a estrutura com o dano ou trinca real. Esse funcional é uma função da localização da trinca ou dano, seja numérica ou medida na estrutura real. Esse funcional deve aumentar em valor quando a trinca numérica assumida estiver longe da trinca real. Além disso, esse funcional deve atingir seu valor mínimo quando ambas as trincas (numérica e real) coincidirem. Portanto, o problema inverso é, de fato, um problema de otimização para a busca de um mínimo global para esse funcional. Neste trabalho, métodos de otimização local (tais como programação seqüencial linear ou quadrática) podem ser usados em comparação com heurísticas de otimização global (tais como algoritmos genéticos ou evolução diferencial).

O estudo da aleatoriedade das variáveis envolvidas nesses problemas é de grande importância, para que a modelagem computacional sendo usada seja representativa da estrutura real. Para levar em conta essas incertezas, técnicas de identificação de parâmetros (como o filtro de Kalman) podem ser usadas, junto com o tratamento das incertezas das variáveis (usando técnicas de otimização “fuzzy”) ou com o tratamento da aleatoriedade dessas variáveis (usando técnicas de otimização estocásticas, tais como superfícies de resposta, ou usando simulação de Monte Carlo).

A modelagem do problema direto pode incluir também o estudo da evolução do dano com o tempo (como, por exemplo, a velocidade de propagação da trinca), de modo a estimar a vida útil ou vida segura (“safe life”) remanescente da estrutura.

O problema inverso pode ser modelado por meio de técnicas de otimização ou por técnicas de identificação.

No Apêndice A é apresentado um exemplo de aplicação de método inverso em detecção de danos, onde alguns aspectos dessas técnicas são detalhados. Para esta discussão do Apêndice A, um problema direto simples para a distribuição de temperatura (campo potencial) em um domínio é considerado, no qual uma formulação do método de elementos de contorno para o potencial é usada. O dano é simulado pela presença de pequenos furos no domínio, e o objetivo é encontrar o tamanho (diâmetro do furo) e a localização (vetor posição do centro do furo) do dano.

### **3.5 Modelagem das incertezas: considerações gerais**

A modelagem numérica de um problema de engenharia de otimização ou de identificação de parâmetros envolve duas características básicas, relacionadas à estocasticidade das variáveis e parâmetros do problema:

- i) os vários parâmetros e variáveis do sistema sendo estudado não são determinísticos, e um tratamento adequado dessa variabilidade leva a técnicas de otimização robusta, onde o objetivo é obter não somente os valores ótimos para as funções-objetivo, mas também variações mínimas nessas funções-objetivo na vizinhança desses pontos de ótimo. Nesse contexto, os termos “otimização estocástica” e “otimização robusta” conduzem à mesma idéia, já que o objetivo do tratamento da estocasticidade das variáveis e parâmetros do problema é obter ótimos robustos. Nesse caso, os ótimos que se busca são pontos na região viável onde os valores das funções-objetivo são insensíveis à variações em torno desses pontos;
- ii) o fato de que o modelo tem que procurar não somente pelos valores ótimos das funções-objetivo mas também por robustez (ou seja, por uma pequena variabilidade dessas funções-objetivo na vizinhança desses pontos de ótimo) mostra que, em cada problema, há sempre mais de uma função-objetivo. Portanto, há necessidade de procedimentos de tomada de decisão com respeito a esses múltiplos objetivos, que podem envolver o uso de diferentes técnicas de otimização multi-objetivos, tais como: atribuição de pesos, de prioridades (programação por objetivos, ou “goal programming”), o uso de funções-objetivo como equações de restrição, o uso de funções de pertinência “fuzzy” (“fuzzy membership functions”), o uso dos conceitos de soluções dominadas e não-dominadas para a obtenção de curvas ou regiões limites de Pareto, etc.

Assim, a modelagem das incertezas do problema de detecção de danos em uma estrutura aeronáutica envolve técnicas de otimização estocástica multi-objetivos na modelagem do problema inverso. A modelagem da estocasticidade tanto das variáveis quanto dos parâmetros de um problema envolve o uso de métodos probabilísticos em engenharia, como simulação de Monte Carlo, técnicas de superfície de resposta (Response Surface), meta-modelagem (modelos “surrogate”) projeto de experimentos (Design of Experiments), métodos de confiabilidade de primeira ordem (FORM – First Order Reliability Methods) ou de segunda ordem (SORM – Second Order Reliability Methods), regressão logística, etc. A estocasticidade pode ser usada também em duas etapas; em uma primeira etapa, a informação aleatória é usada para identificação de parâmetros do sistema (por exemplo, via filtro de Kalman), para a seguir, dados estocásticos independentes serem usados para o tratamento das variáveis aleatórias do problema.

Na Seção 4 são citadas algumas referências bibliográficas mais gerais sobre essas Áreas / Linhas de Pesquisa acima, de modelagem dos problemas direto e inverso, e de incertezas. Na Seção 5 são citados alguns trabalhos relacionados a esses temas, realizados por pesquisadores / docentes do PPG-Integridade e do GMEC. Na Seção 6 são delineadas propostas / exemplos de típicos problemas estruturantes, 1D, 2D & 3D, que poderiam ser utilizados como aplicação dos diferentes modelos, e como base para estudos comparativos entre esses modelos, conforme fosse o caso.

## **4. Revisão bibliográfica: referências gerais sobre tópicos de pesquisa**

No Apêndice B são citadas algumas referências bibliográficas mais gerais sobre as Áreas / Linhas de Pesquisa deste projeto.

O projeto é correlacionado com as seguintes Áreas / Linhas de Pesquisa de interesse:

- Modelagem do Problema Direto: Mecânica dos Materiais (Metálicos, Compósitos), Estruturas Mecânicas e Aeronáuticas, Projeto de Máquinas e Componentes Mecânicos, Mecânica da Fratura, Integridade, Tolerância a Dano, Vibrações Mecânicas, Dinâmica de Estruturas, Mecânica Computacional (Métodos Matemáticos, Métodos Numéricos, FEM – Finite Element Methods, BEM – Boundary Element Methods);
- Modelagem do Problema Inverso, Monitoramento e Diagnóstico: Modelos e Métodos para Problemas Inversos, Métodos de Otimização (Multi-objetivos, Topológica, Evolucionária), Wavelets, KF – Kalman Filter, PF – Particle Filter, ML - Machine Learning, DS - Data Science, SHM - Structural Health Monitoring (Stress Waves, Lamb Waves, Acoustic Emission), HUMS – Health & Usage Monitoring Systems;
- Métodos Probabilísticos e Modelagem de Incertezas: Métodos Probabilísticos em Engenharia, DOE – Design of Experiments, RSM – Response Surface Methods, Confiabilidade Estrutural, UM - Uncertainty Modeling & UQ - Uncertainty Quantification, BA - Bayesian Approaches, S-FEM (Stochastic FEM, Spectral FEM, Polynomial Chaos), Otimização Estocástica, Meta Modelos (SM - Surrogate Models, ROM - Reduced Order Models), V&V - Verification & Validation.

No Apêndice B.1 são citadas algumas referências bibliográficas mais gerais sobre a Modelagem do Problema Direto.

No Apêndice B.2 são citadas algumas referências bibliográficas mais gerais sobre a Modelagem de Problemas Inversos, Monitoramento & Diagnóstico.

No Apêndice B.3 são citadas algumas referências bibliográficas mais gerais sobre Métodos Probabilísticos e Modelagem de Incertezas.

Na Seção 5 são citados alguns trabalhos relacionados a esses temas, realizados por pesquisadores / docentes do PPG-Integridade e do GMEC.

Na Seção 6 são delineadas propostas / exemplos de típicos problemas estruturantes, 1D, 2D & 3D, que poderiam ser utilizados como aplicação dos diferentes modelos, e como base para estudos comparativos entre esses modelos, conforme fosse o caso.

## **5. Portfolio de trabalhos relevantes com pesquisadores do PPG-Integridade / GMEC**

No Apêndice C são citados alguns trabalhos relevantes relacionados ao tema deste projeto de P,D&I, realizados com participação de pesquisadores / docentes do PPG-Integridade e do GMEC.

- Trabalhos selecionados envolvendo modelagem do problema direto constam do Apêndice C.1, incluindo as respectivas referências e abstracts.
- Trabalhos selecionados envolvendo modelagem do problema inverso constam do Apêndice C.2, incluindo as respectivas referências e abstracts.
- Trabalhos selecionados envolvendo modelagem de incertezas constam do Apêndice C.3, incluindo as respectivas referências e abstracts.

Na Seção 6 são delineadas propostas / exemplos de típicos problemas estruturantes, 1D, 2D & 3D, que poderiam ser utilizados como aplicação dos diferentes modelos, e como base para estudos comparativos entre esses modelos, conforme fosse o caso.

## **6. Propostas de problemas estruturantes 1D, 2D & 3D**

Nesta Seção são delineadas propostas / exemplos de típicos problemas estruturantes, 1D, 2D & 3D, que poderiam ser utilizados como aplicação dos diferentes modelos, e como base para estudos comparativos entre esses modelos, conforme fosse o caso, para simulações e ensaios para a discussão dos vários métodos inversos e modelos de incertezas.

É importante ressaltar que o esforço inicial, em uma primeira etapa, deve se concentrar em realizar simulações computacionais envolvendo modelagens do problema direto (usando modelos de elementos finitos, de elementos de contorno, etc), modelagens do problema inverso (usando

técnicas de otimização, de identificação, etc), e modelagens de incertezas, para estrutura e/ou componente, com e sem dano, começando com modelos simplificados e refinando os modelos, refinando as malhas de discretização, considerando, quando for o caso:

- múltiplas físicas no domínio (como no caso de problemas acoplados de transmissão de calor e de elasticidade, por exemplo);
- múltiplas escalas (escala macro, escala micro, etc);
- múltiplos níveis de abordagem da topologia do problema;
- diferentes técnicas de homogeneização para a modelagem de materiais (como, por exemplo, a regra da mistura para o tratamento (do ponto de vista macro) de materiais compósitos).

Em uma segunda etapa, após a realização de uma quantidade adequada de simulações computacionais, abrangendo o domínio de interesse das variáveis do problema, o esforço pode se concentrar na realização de algumas comprovações experimentais de laboratório, para alguns dos casos simulados na primeira etapa, para verificação experimental dos resultados obtidos nessas simulações numéricas.

Com respeito ao problema direto, os problemas relativos à modelagem de estruturas com danos são de especial interesse, incluindo o estudo da tolerância ao dano, e o estudo da aplicabilidade de reparos estruturais (“patches”). Os problemas de interesse também podem envolver dinâmica de estruturas e análise de vibrações, e métodos de análise modal.

Com respeito à Modelagem do Problema Inverso, os problemas de interesse em integridade de estruturas envolvem uso e comparação de modelos para estimação de parâmetros e para monitoramento e diagnóstico de danos em estruturas. Diversos modelos podem ser usados, como:

- Métodos de Otimização (Multi-objetivos, Topológica, Evolucionária);
- Modelos de identificação de parâmetros baseados em Wavelets, KF – Kalman Filter, PF – Particle Filter;
- Métodos baseados em AI - Artificial Intelligence, como ML - Machine Learning, DS - Data Science, para manipulação e tratamento de grandes quantidades de dados, e/ou para Data Mining;
- Modelagem de métodos, processos, sensores, usados em SHM - Structural Health Monitoring (Stress Waves, Lamb Waves, Acoustic Emission), e em HUMS – Health & Usage Monitoring Systems. Problemas como a quantidade, tipo, e posicionamento de múltiplos sensores são de especial interesse, para a maximização da P.o.D. – Probability of Detection dos danos.

Com respeito à Métodos Probabilísticos e Modelagem de Incertezas, os problemas de interesse em integridade de estruturas envolvem:

- Métodos Probabilísticos em Engenharia, DOE – Design of Experiments, RSM – Response Surface Methods, Confiabilidade Estrutural;
- UM - Uncertainty Modeling & UQ - Uncertainty Quantification, BA - Bayesian Approaches, S-FEM (Stochastic FEM, Spectral FEM, Polynomial Chaos);
- Otimização Estocástica, Meta Modelos (SM - Surrogate Models, ROM - Reduced Order Models)
- V&V - Verification & Validation.

## 6.1 Problemas estruturantes 1D

Exemplos de típicos problemas estruturantes 1D (com uma dimensão predominante), para simulações e ensaios para a discussão e comparação dos vários métodos inversos e modelos de incertezas, poderiam envolver estruturas e/ou componentes (com e sem danos), como por exemplo: barras (carregamento do tipo força normal), vigas (carregamentos do tipo momento fletor, esforço cortante), colunas (instabilidades do tipo flambagem, devido a cargas normais de compressão), eixos (componentes rotativos sujeitos a desbalanceamento, desalinhamento, folgas, desgastes e/ou defeitos nas conexões), etc.

A Figura 5 ilustra uma representação de uma estrutura de viga 1D modelada usando Spectral Finite Elements para considerar incertezas nos parâmetros (Machado & Dos Santos, 2015).

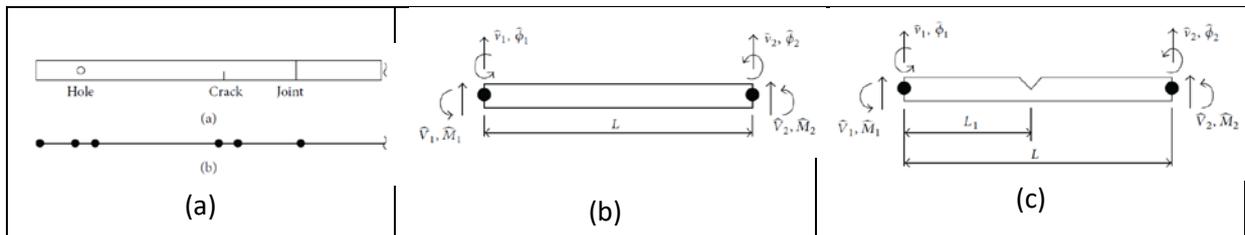


Figura 5: estrutura de viga 1D modelada para considerar incertezas nos parâmetros. (a) representação da estrutura e do modelo de Spectral Finite Elements (b) elemento espectral de dois nós (viga sem dano); (c) elemento espectral de dois nós (viga com dano) (Machado & Dos Santos, 2015).

A Figura 6 ilustra procedimentos experimentais para estimação de propriedades de material de viga, modeladas como random fields (Machado, Adhikari, Dos Santos, et al., 2018).

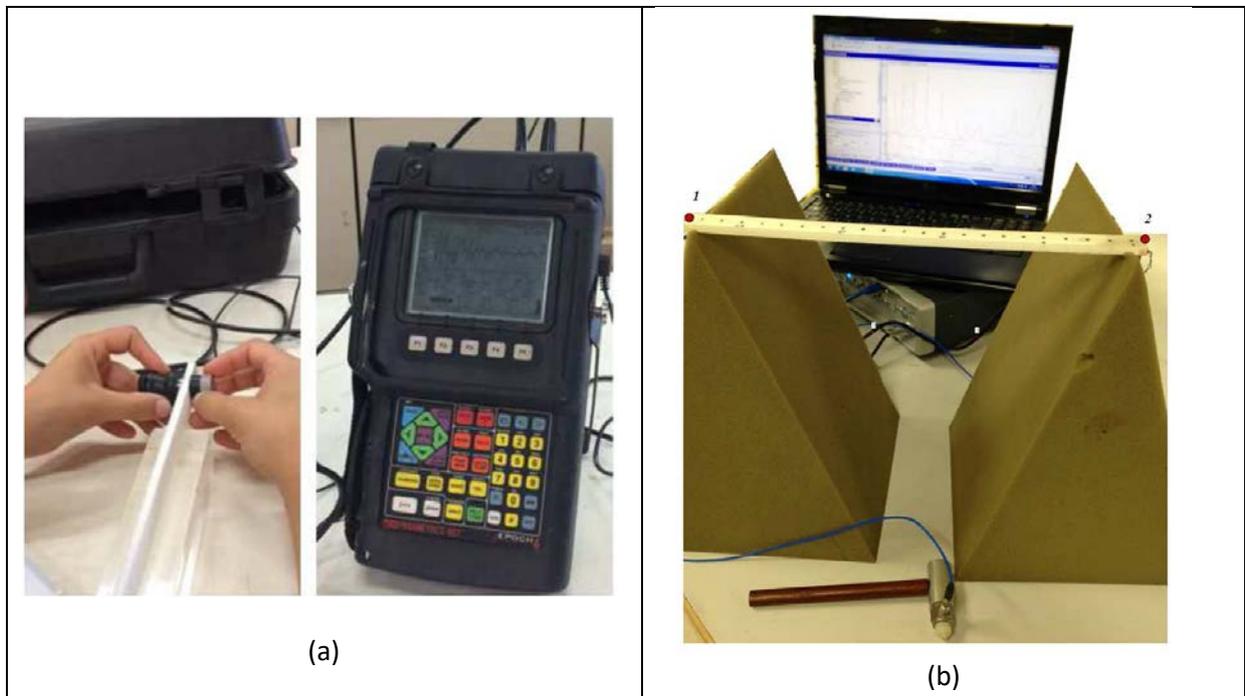


Figura 6: viga com parâmetros modelados como random fields: (a) procedimento experimental para medida de propriedades da viga; (b) dispositivo de ensaio para uma viga com extremidades livres (Machado, Adhikari, Dos Santos, et al., 2018).

Modelos de problemas 1D para análise de vibrações podem ser de interesse em atividades de pesquisa envolvendo, por exemplo, modelagem e simulação da dinâmica de aerogeradores, e/ou controle de vibrações em turbinas eólicas (Colherinhas et al., 2019), (Resende et al., 2020).

A Figura 7 ilustra um problema de avaliação estocástica da influência de parâmetros no comportamento de modelos dinâmicos, no caso de um eixo rotativo com trinca (Diniz et al., 2010).

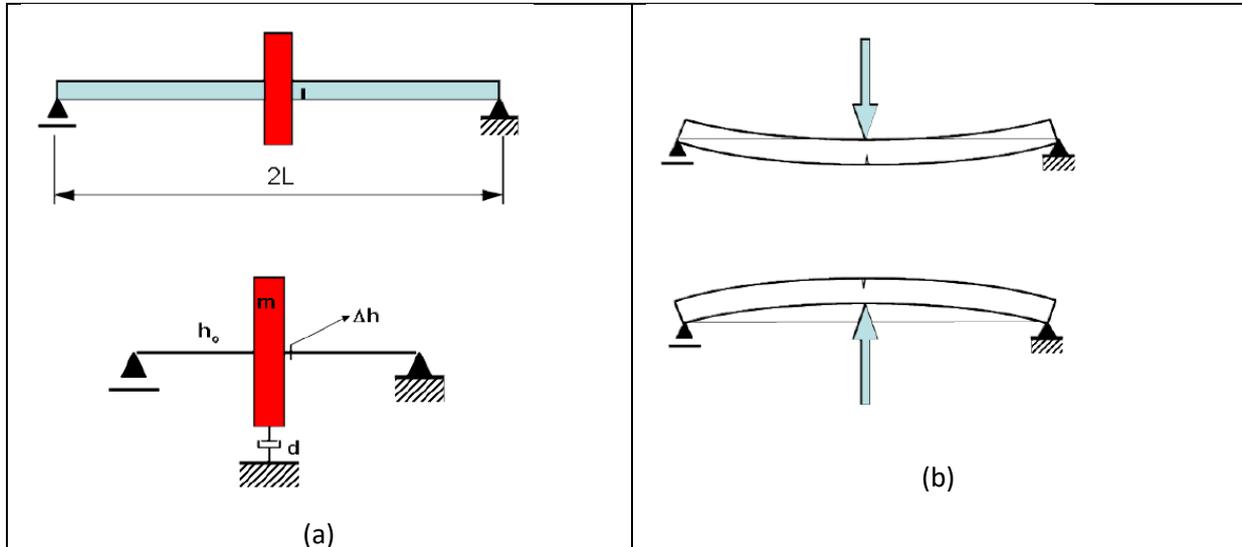


Figura 7: (a) rotor simples com eixo trincado; (b) flexibilidade adicional, principal e cruzada para trincas plenamente abertas; comportamento de fechamento do modelo (Diniz et al., 2010).

Similarmente aos casos dos problemas estruturantes 2D e 3D, para a Modelagem do problema inverso de identificação de parâmetros e de detecção e diagnóstico de danos, os diversos métodos apresentados anteriormente podem ser empregados e comparados através de simulações computacionais e eventualmente, de alguns ensaios de laboratório.

Adicionalmente, em relação aos casos dos problemas estruturantes 2D e 3D, para a Modelagem de incertezas, os diversos métodos probabilísticos e de quantificação de incertezas apresentados anteriormente podem ser empregados e comparados através de simulações computacionais e eventualmente, de alguns ensaios de laboratório.

Como exemplos de aspectos de modelagem de problemas envolvendo incertezas, dois tópicos são ilustrados abaixo:

i) alguns aspectos da discretização em SFEM – Stochastic Finite Element Modeling usando Random Field.

A figura 8 (a) mostra detalhes da discretização de um Random Field 1D. A Figura 8 (b) mostra um exemplo de aplicação 1D.

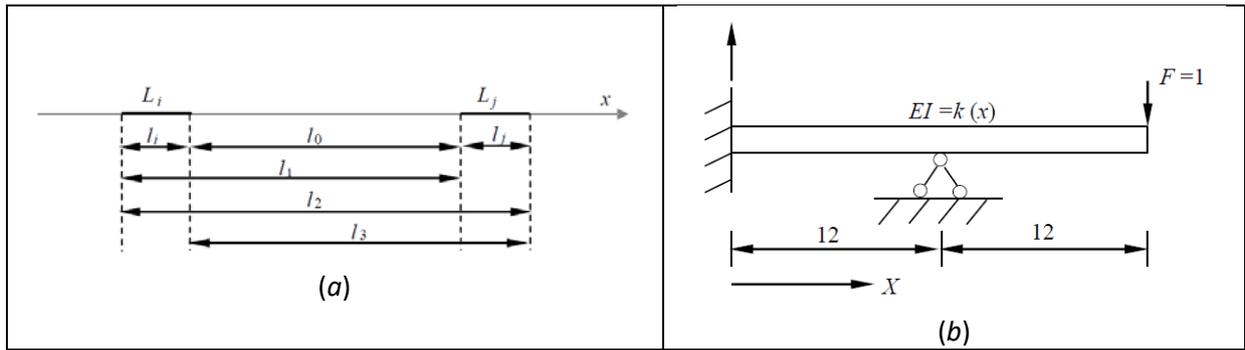


Figura 8: Random Field 1D: detalhes da discretização; b) Exemplo de viga contínua sujeita a uma carga concentrada (Chen et al., 2019)

Nesse exemplo, o random field 1D é discretizado em um certo número de variáveis aleatórias,  $L_i$  representa um elemento (nesse caso, um elemento linear), a coordenada do centro desse elemento é  $x_i$ , e o comprimento desse elemento é  $l_i$ . O valor médio do random field no elemento  $L_i$  é calculado como  $H_i$ , e a correlação entre  $H_i$  e  $H_j$  é expressa em termos da covariância  $Cov(H_i, H_j)$ . Para o cálculo dos valores médios de  $H$  nos elementos e das covariâncias entre elementos são necessárias as posições relativas entre os elementos denotadas por  $l_k$  ( $k=0, 1, 2, 3$ ). Para detalhes dos cálculos deste exemplo, ver (Chen et al., 2019).

Os modelos de random fields podem representar a variabilidade da distribuição espacial dos parâmetros estruturais e/ou do carregamento ao longo do domínio da estrutura. A Figura 9 ilustra um exemplo de carregamento modelado como random field 1D, enquanto as propriedades do elemento estrutural (módulo de elasticidade  $E$ , momento de inércia da seção  $I$ , comprimento  $L$ ) foram modeladas como determinísticas.

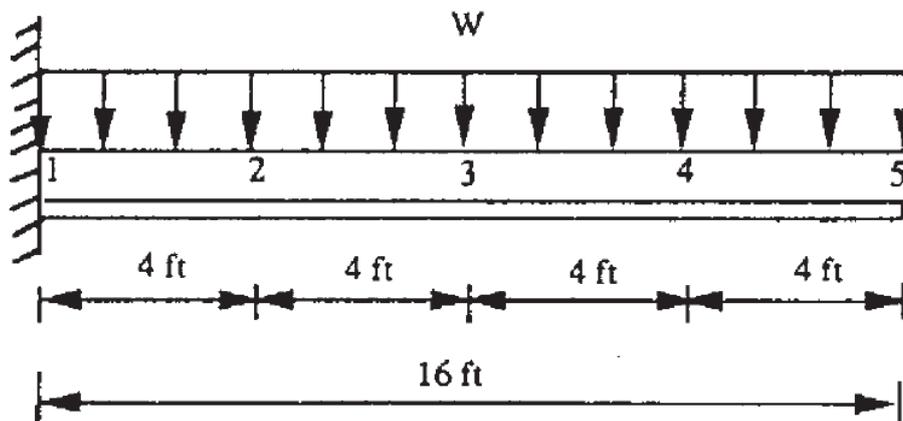


Figura 9: Viga engastada com carregamento uniforme  $W$  modelado como Random Field 1D com 4 elementos:  $W_1, W_2, W_3, W_4$  (Ariosto Bretanha Jorge, 2004).

Neste exemplo, a solução determinística para a deflexão na extremidade livre com um elemento finito apenas já coincide com a solução exata, e não há melhoria nessa solução determinística pela discretização subsequente da viga. Quando considerando a aleatoriedade desses parâmetros, os resultados para o índice de confiabilidade para diferentes discretizações não são afetados pela malha de elementos finitos e, assim, neste caso, quaisquer mudanças na solução podem ser relacionadas às diferentes discretizações do random field apenas (Ariosto Bretanha Jorge, 2004).

ii) uso de Gaussian Mixtures Modeling em detecção de danos de estruturas e/ou de componentes

Quando o modelo direto para o problema não puder ser explicitado, devido a sua complexidade, técnicas de aquisição e tratamento de sinais podem ser empregadas. De particular interesse são as técnicas de tratamento de dados de vibração obtidos em sensores distribuídos pela estrutura / componente, de modo a correlacionar esses dados de vibração com as características vibratórias decorrentes de estruturas / componentes mecânicos, em seu estado original, não danificados, e posteriormente com a presença de danos nessas estruturas / componentes devido ao seu uso e desgaste.

Essas técnicas para análise de N- dados de vibração coletados simultaneamente nos vários sensores (acelerômetros) espalhados pela estrutura / componente podem variar em complexidade, desde o tratamento mais simples de N- variáveis aleatórias uni-dimensionais normais, passando pelo tratamento multi-variado, usando uma variável aleatória N-dimensional normal, até chegar ao tratamento da variável aleatória N-dimensional por Modelos de Mistura Gaussianos (Gaussian Mixture Models) que não mais assumem a normalidade das variáveis como hipótese básica a ser assumida a-priori (Nair & Kiremidjian, 2007) (J. P. P. Gomes et al., 2014).

Um Modelo de Mistura Gaussiano (GMM) é uma função densidade de probabilidade (pdf) paramétrica representada como uma soma ponderada de densidades Gaussianas componentes. GMMs são comumente usadas como um modelo paramétrico da distribuição de probabilidade de medições ou características contínuas obtidas por um sistema de aquisição de dados, como por exemplo, os sinais de vibração obtidos por acelerômetros instalados na estrutura / componente.

Para ilustração da técnica, a Figura 10 mostra um exemplo de uma mistura Gaussiana uni-dimensional, consistindo de três densidades Gaussianas individuais.

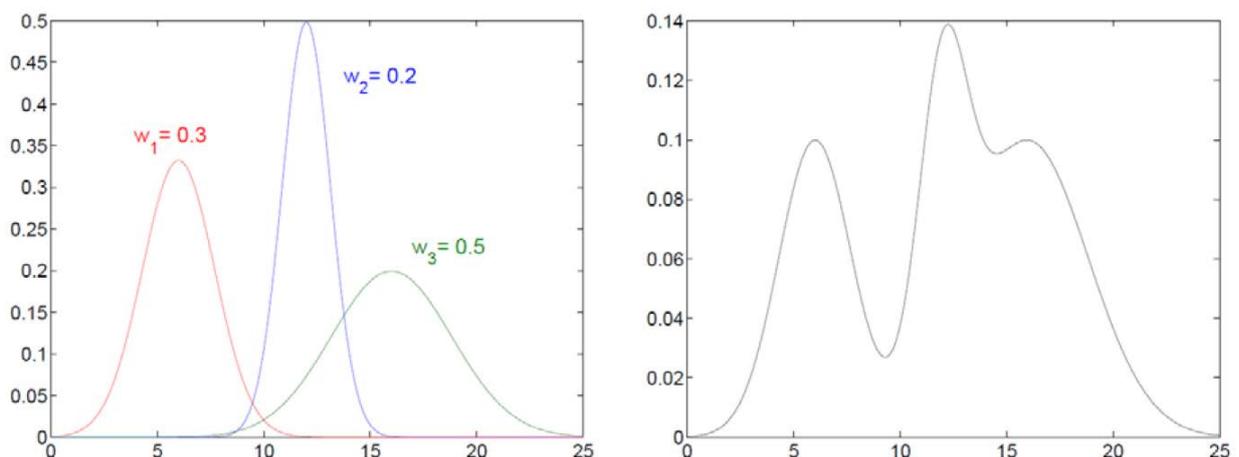


Figura 10: pdf da mistura Gaussiana uni-dimensional, consistindo de 3 Gaussianas individuais. Adaptado de (Carrasco, 2019)

Fazendo variar o número de Gaussianas  $K$ , os pesos  $w_k$ , e os parâmetros  $\mu_k$  e  $\sigma_k$  de cada função densidade Gaussiana, misturas Gaussianas podem ser usadas para descrever qualquer função densidade de probabilidade, de qualquer complexidade.

## 6.2 Problemas estruturantes 2D

Exemplos de típicos problemas estruturantes 2D (com duas dimensões predominantes), para simulações e ensaios para a discussão e comparação dos vários métodos inversos e modelos de incertezas, poderiam envolver estruturas e/ou componentes (com e sem danos), como por exemplo: placas e/ou cascas de materiais homogêneos ou não homogêneos, isotrópicos, ortotrópicos ou anisotrópicos, reparos estruturais (patches) em placas, etc. Os danos podem envolver trincas em materiais metálicos e em materiais compósitos, delaminação / debonding de materiais compósitos, etc.

O Método dos Elementos de Contorno (BEM - Boundary Element Method) é particularmente apropriado na modelagem de campos singulares, como o campo de tensões na ponta de uma trinca. Dentre vários aspectos na modelagem do problema direto usando BEM, um exemplo de interesse envolve a análise de placas trincadas com reparos (patches) colados (J. Useche et al., 2008) (J. F. Useche et al., 2008).

A Figura 11 ilustra o uso de modelo de BEM para um reparo (patch) sobre uma lâmina trincada.

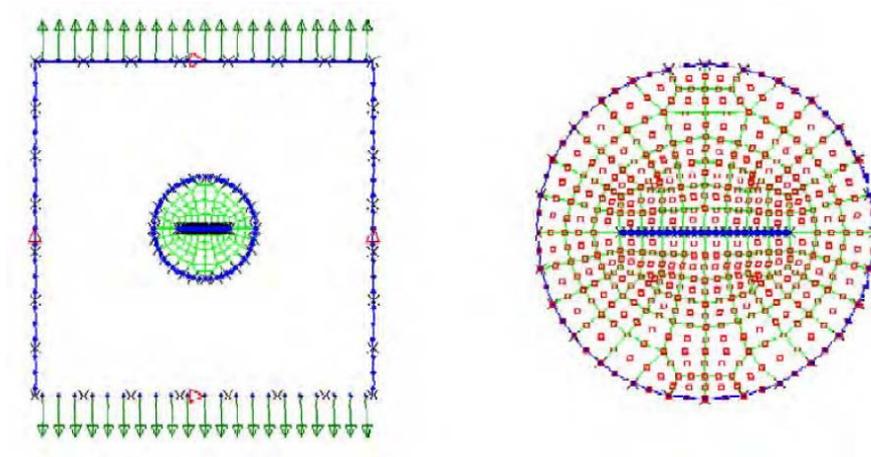


Figura 11: Reparo (patch) circular de compósito sobre uma lâmina metálica quadrada trincada: modelo usando BEM (J. F. Useche et al., 2008).

Implementações de otimização topológica em problemas de potencial e de elasticidade 2D também são de particular interesse. Exemplos de aplicações envolvem o emprego de Derivada Topológica (Anflor et al., 2014) (Teotônio et al., 2013) ou de análise de sensibilidade topológica (de Sousa et al., 2018).

A análise de sensibilidade topológica permite a avaliação da sensibilidade tanto da função objetivo quando das equações de restrição quando o domínio de definição do problema muda sua forma e / ou topologia. A análise da sensibilidade topológica resulta em uma função escalar, denominada Derivada Topológica (DT - Topological Derivative), que fornece a sensibilidade da função objetivo para cada ponto do domínio de definição do problema, quando uma mudança é criada nesse ponto. A Figura 12 ilustra o conceito de modificação do domínio para avaliação da Derivada Topológica.

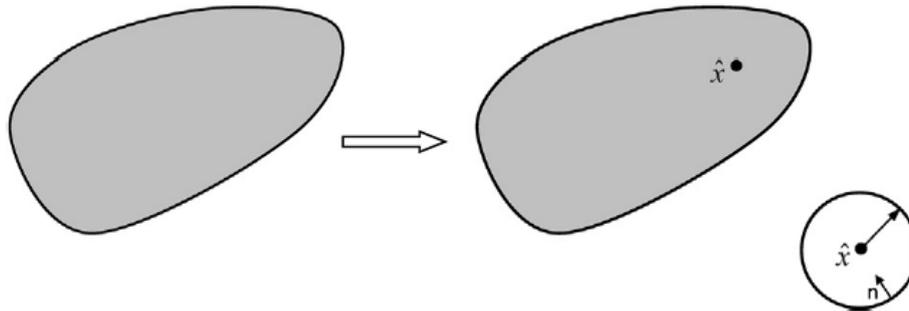


Figura 12: modificação do domínio para avaliação da Derivada Topológica (de Sousa et al., 2018).

Análise modal é uma técnica de aplicação particularmente interessante em dinâmica de estruturas para obter informações sobre a distribuição das variáveis de interesse através da simulação ou da realização de ensaios de laboratório, com sensores (acelerômetros) distribuídos pela estrutura sendo testada. Uma aplicação de análise modal em integridade de uma estrutura aeroespacial consta de um problema identificação de dano em uma placa bi-metálica Al – Al com núcleo honeycomb, usando energia de deformação modal (Domingues et al., 2019).

A Figura 13 ilustra estruturas do tipo painel sanduíche de núcleo honeycomb.

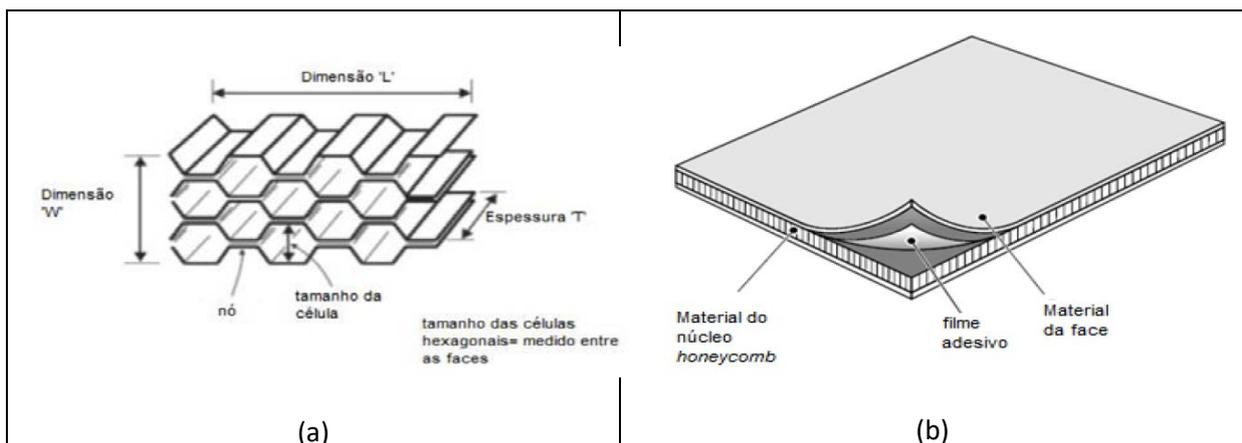


Figura 13: geometria de painéis sanduíche do tipo honeycomb (a) células do núcleo; (b) camadas Al / núcleo honeycomb / Al (Domingues et al., 2019)

Neste problema, a modelagem do problema direto considerou três níveis de complexidade do modelo (isotrópico, ortotrópico, e ortotrópico mais refinado), e a modelagem adotada para o problema inverso foi a busca exaustiva da localização da região da placa que apresentava propriedades significativamente modificadas devido a um descolamento local (debonding).

Similarmente aos casos dos problemas estruturantes 1D e 3D, para a Modelagem do problema inverso de identificação de parâmetros e de detecção e diagnóstico de danos, os diversos métodos apresentados anteriormente podem ser empregados e comparados através de simulações computacionais e eventualmente, de alguns ensaios de laboratório.

Adicionalmente, em relação aos casos dos problemas estruturantes 1D e 3D, para a Modelagem de incertezas, os diversos métodos probabilísticos e de quantificação de incertezas apresentados anteriormente podem ser empregados e comparados através de simulações computacionais e eventualmente, de alguns ensaios de laboratório.

Como exemplo de modelagem de problema envolvendo incertezas, alguns aspectos da discretização usando Random Field 2D são ilustrados abaixo.

A figura 14 (a) mostra detalhes da discretização de um Random Field 2D. A figura 14 (b) ilustra um exemplo de aplicação 2D.

Como no caso 1D, o random field 2D é discretizado em um certo número de variáveis aleatórias associadas a cada elemento discreto (nesse caso, elementos retangulares),  $A_i$  representa um elemento retangular, as coordenadas do centróide desse elemento são  $(x_i, y_i)$ , e os comprimentos nas duas direções (x e y) são  $l_{xi}$  e  $l_{yi}$ .

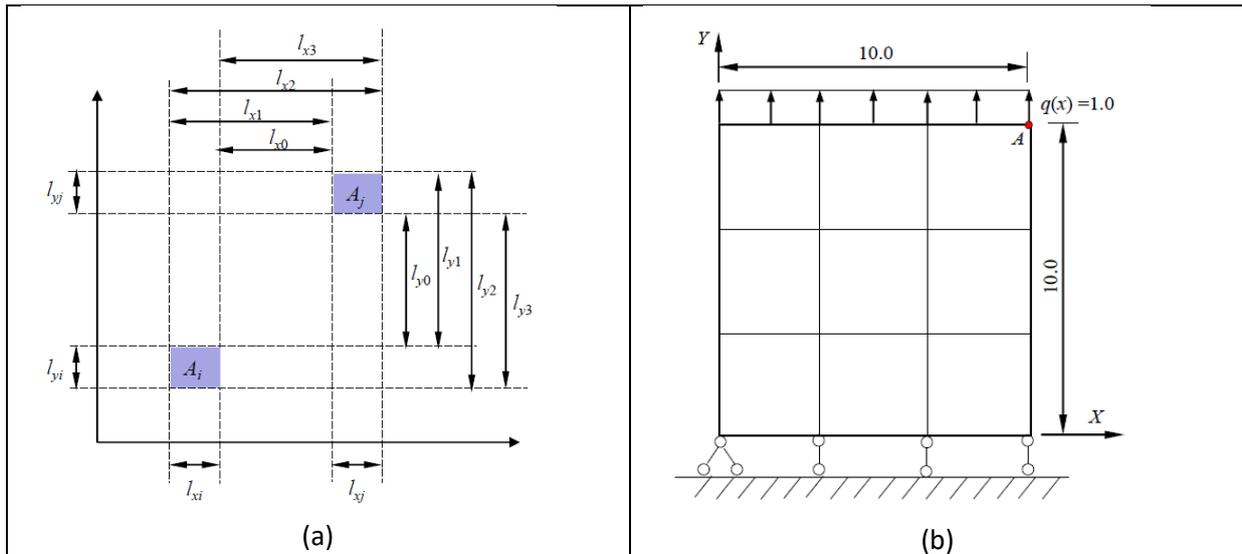


Figura 14: Random Field 2D: a) detalhes da discretização; b) Exemplo de placa retangular sujeita a uma carga distribuida (Chen et al., 2019)

Do mesmo modo que no caso 1D, o valor médio do random field no elemento  $A_i$  é calculado como  $H_i$ , e a correlação entre  $H_i$  e  $H_j$  é expressa em termos da covariância  $Cov(H_i, H_j)$ . Para o cálculo dos valores médios de  $H$  nos elementos e das covariâncias entre elementos são necessárias as posições relativas entre os elementos denotadas por  $l_{xk}, l_{yl}$  ( $k, l = 0, 1, 2, 3$ ). Para detalhes dos cálculos deste exemplo, ver (Chen et al., 2019).

### 6.3 Problemas estruturantes 3D

Exemplos de típicos problemas estruturantes 3D, para simulações e ensaios para a discussão e comparação dos vários métodos inversos e modelos de incertezas, poderiam envolver estruturas mais complexas, como a de uma fuselagem de aeronave, podendo conter placas e cascas, e também reforçadores longitudinais e laterais (do tipo longarinas, stringers), e/ou reforçadores para dar formato à estrutura (do tipo cavernas, anéis reforçadores), etc. Tal estrutura poderia estar submetida a carregamento externo (podendo ser cargas cíclicas e/ou cargas aleatórias, com incertezas no tipo, forma e intensidade das cargas aplicadas). O objetivo poderia ser simular, por exemplo, o carregamento típico em ensaios no solo de estruturas de aeronaves, que podem envolver esforços devido à pressurização da fuselagem e/ou esforços transmitidos a essa fuselagem, oriundos das asas (e/ou de outros elementos aerodinâmicos) engastadas nessa fuselagem, devido ao carregamento típico nessas asas, efetivado através de shakers e/ou de outros dispositivos.

Esses ensaios de fadiga e de avaliação de tolerância a dano não podem ser feitos em modelos em escala, pois precisam simular de forma adequada os efeitos locais do carregamento externo em regiões de interesse, que podem conter danos de diferentes tipos, como trincas, descolamento entre camadas de compósitos, mudanças de propriedades e/ou de parâmetros.

A Figura 15 mostra de forma esquemática dois tipos de estrutura de fuselagem de aeronaves.

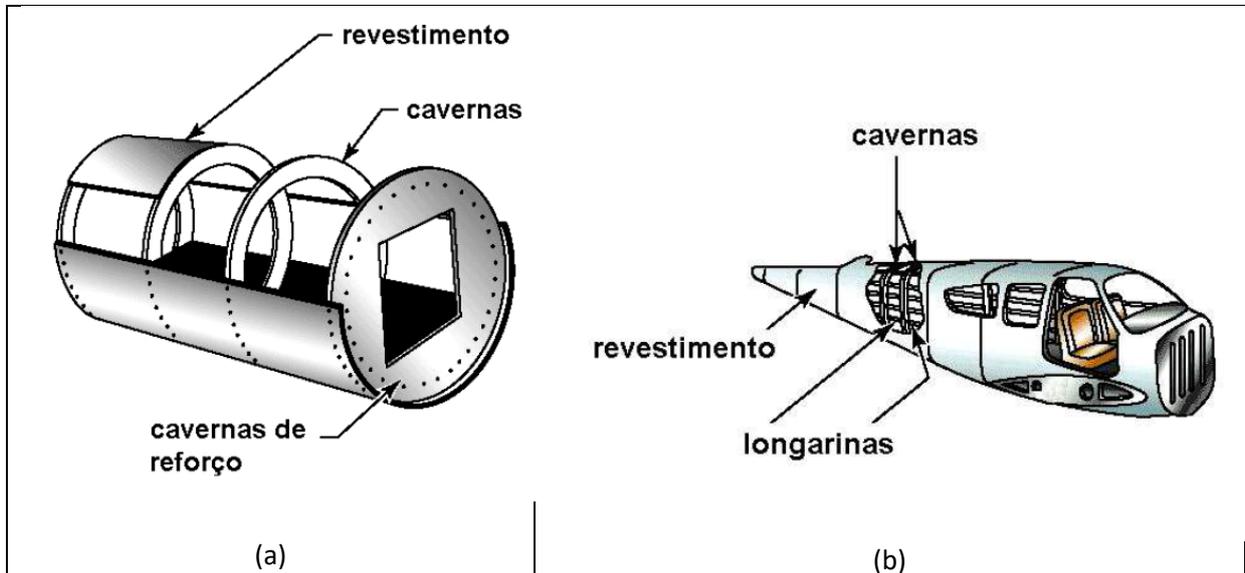


Figura 15: Tipos de estrutura de fuselagem: (a) Monocoque; (b) Semi-monocoque (Venson, 2011).

Na estrutura monocoque exemplificada na Figura 15 (a), o formato aerodinâmico é dado pelas cavernas. As cargas atuantes em voo são suportadas por essas cavernas e também pelo revestimento. Na estrutura semi-monocoque exemplificada na Figura 15 (b), os esforços são suportados pelas cavernas e/ou anteparos, revestimento e longarinas.

A Figura 16 (a) mostra uma maquete de uma seção de fuselagem, ilustrando a presença de janelas e do piso da cabine, a Figura 16 (b) ilustra de forma esquemática as cavernas, longarinas e revestimento de uma seção de fuselagem, e a Figura 16 (c) mostra um modelo simples de elementos finitos apenas para o revestimento de uma seção de fuselagem.

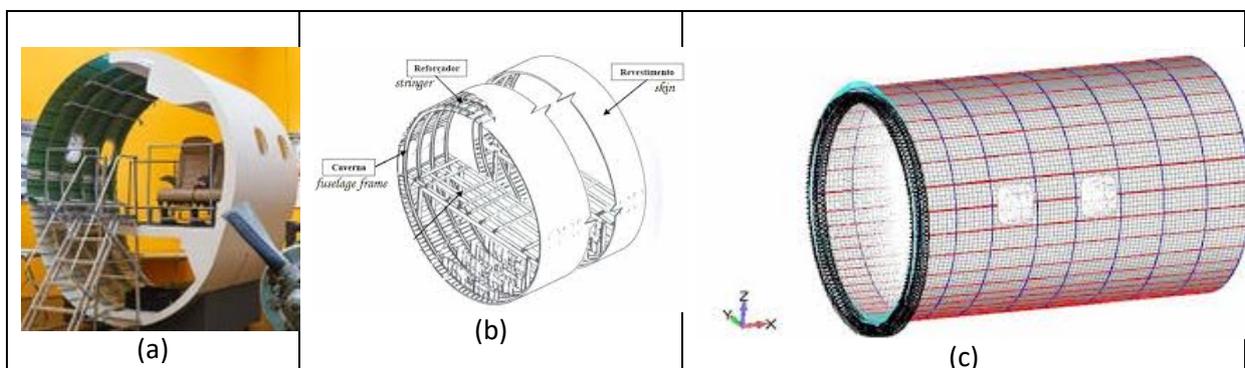


Figura 16: Seção de fuselagem (a) Exemplo de uma maquete; (b) ilustração de cavernas, longarinas e revestimento; (c) modelo de elementos finitos para o revestimento de uma seção (Seção de Fuselagem - *Imagens*, n.d.).

A maquete da Figura 16 (a) ilustra um formato típico de seção de fuselagem de aeronaves EMBRAER, com uma seção não circular, tendo maior curvatura no topo e na parte de baixo, e menor curvatura nas laterais dessa seção.

Para a modelagem do problema direto, diferentes simulações computacionais podem ser planejadas, em níveis de dificuldade e de refinamento de detalhes crescentes.

Em termos da estrutura, pode-se considerar inicialmente um modelo do revestimento apenas (modelo de casca), para depois incluir reforçadores longitudinais (longarinas, stringers) e / ou reforçadores para dar forma à fuselagem (cavernas, anéis reforçadores). Um modelo mais detalhado poderia incluir a presença de um piso da cabine e de janelas.

Em termos de carregamento externo, pode-se considerar cargas simulando ciclos de pressurização e despressurização dessa fuselagem. Para tal, essa seção pode ser fechada com flanges em suas extremidades, para simular um volume fechado onde será imposta uma pressurização no seu interior. Outra possibilidade de carregamento seria a de simular os esforços transmitidos para a fuselagem devido à atuação de cargas externas em asas ou outros componentes aerodinâmicos que estejam engastados nessa fuselagem. Essa situação é característica de ensaios no solo de estruturas de aeronaves, com shakers atuando nessas asas, e, com isso, esforços sendo transmitidos para a fuselagem. A Figura 17 mostra uma imagem de um dispositivo típico de ensaios no solo de uma estrutura de aeronave.

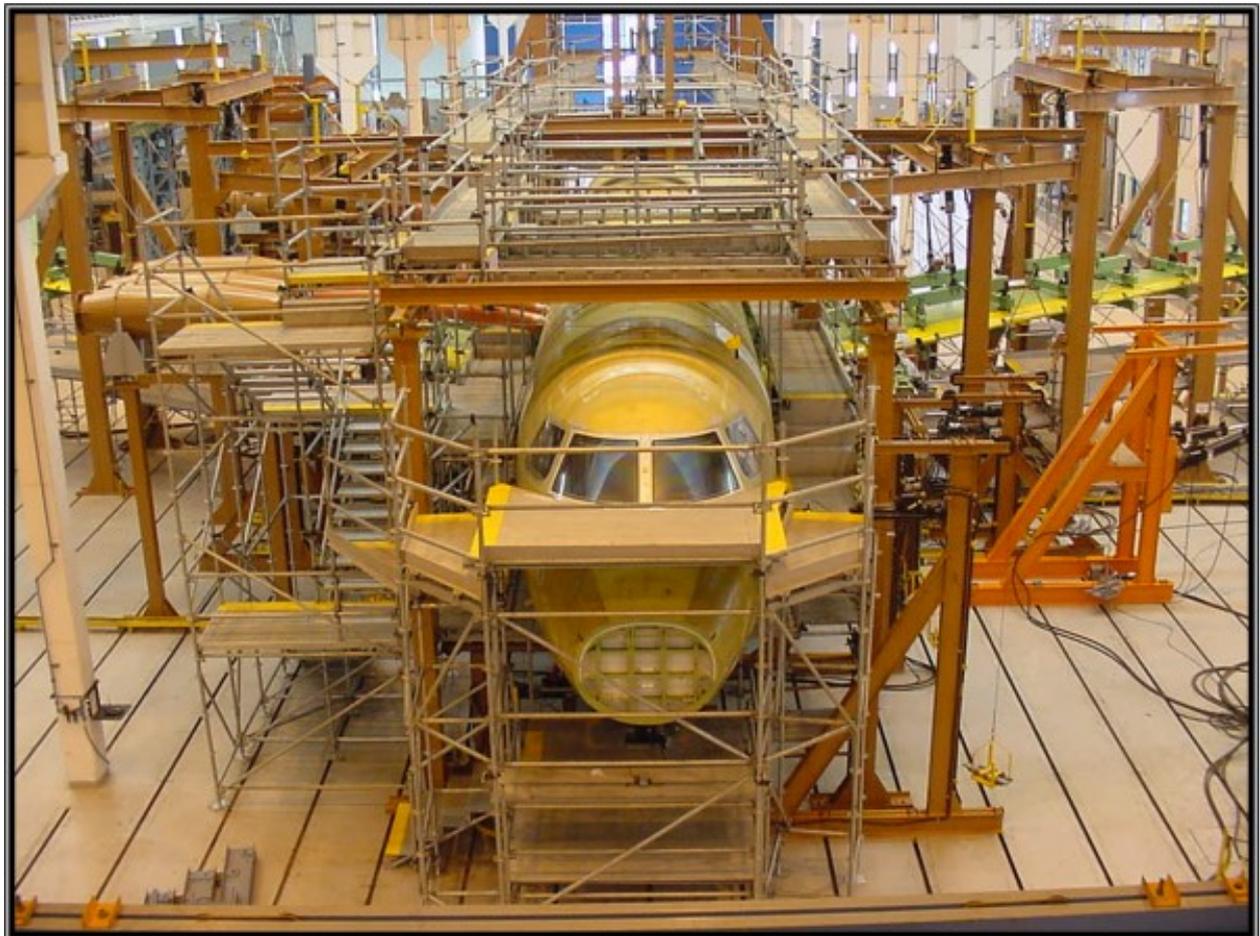


Figura 17: dispositivo típico de ensaios no solo de uma estrutura de aeronave (Cortesia EMBRAER)

A medida que a malha for sendo refinada, o modelo aumenta em complexidade e em tempo computacional necessário para solução. Malhas mais grosseiras podem ser usadas para encontrar regiões de maior concentração de tensões ou de maior probabilidade de aparecimento de danos (trincas, por exemplo). Para essas regiões localizadas, um modelo computacional mais refinado pode ser adotado (incluindo, por exemplo, a presença de furos de rebites em tamanho real, a presença de rebites e de parafusos de fixação, a presença de um ou mais danos, como trincas, etc), para melhor descrição da situação local das tensões e deformações nessa região de interesse, com o carregamento na fronteira dessa região localizada sendo trazido para o modelo local a partir dos resultados do modelo completo, mesmo que com sua malha de discretização mais grosseira.

Similarmente aos casos dos problemas estruturantes 1D e 2D, para a Modelagem do problema inverso de identificação de parâmetros e de detecção e diagnóstico de danos, os diversos métodos apresentados anteriormente podem ser empregados e comparados através de simulações computacionais e eventualmente, de alguns ensaios de laboratório.

Adicionalmente, em relação aos casos dos problemas estruturantes 1D e 2D, para a Modelagem de incertezas, os diversos métodos probabilísticos e de quantificação de incertezas apresentados anteriormente podem ser empregados e comparados através de simulações computacionais e eventualmente, de alguns ensaios de laboratório.

Todos os procedimentos e técnicas de métodos inversos e modelagem de incertezas, ilustrados acima para aplicações em integridade de estruturas aeronáuticas, podem ser planejados para serem realizados, com adaptações, para aplicações de outros setores, como dos setores da indústria aeronáutica/aeroespacial, automobilística, nuclear e de energia/petróleo.

## 7. Bibliografia

- ABDI. (2014). *Plataformas Demonstradoras Tecnológicas Aeronáuticas - Experiências com programas internacionais, modelagem funcional aplicável ao Brasil e importância da sua aplicação para o País*. <http://homologa.oic.nap.usp.br/wp-content/uploads/2014/08/Plataformas-Demonstradoras-Tecn-Aero-Publicacao.pdf>
- Agarwal, B. D., Broutman, L. J., & Chandrashekhara, K. (2017). *Analysis and Performance of Fiber Composites* (4th ed.). Wiley.
- Albuquerque, E. L., & Aliabadi, M. H. (2008). A boundary element formulation for boundary only analysis of thin shallow shells. *CMES - Computer Modeling in Engineering and Sciences*. <https://doi.org/10.3970/cmcs.2008.029.063>
- Albuquerque, E. L., & Aliabadi, M. H. (2010). A boundary element analysis of symmetric laminated composite shallow shells. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2010.05.006>
- Albuquerque, E. L., Sollero, P., & Aliabadi, M. H. (2002). The boundary element method applied to time dependent problems in anisotropic materials. *International Journal of Solids and Structures*. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(01\)00173-1](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(01)00173-1)
- Albuquerque, E. L., Sollero, P., & Aliabadi, M. H. (2004). Dual boundary element method for

anisotropic dynamic fracture mechanics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. <https://doi.org/10.1002/nme.912>

Albuquerque, E. L., Sollero, P., & Fedelinski, P. (2003a). Dual reciprocity boundary element method in Laplace domain applied to anisotropic dynamic crack problems. *Computers and Structures*. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(03\)00184-6](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(03)00184-6)

Albuquerque, E. L., Sollero, P., & Fedelinski, P. (2003b). Free vibration analysis of anisotropic material structures using the boundary element method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. [https://doi.org/10.1016/S0955-7997\(03\)00074-2](https://doi.org/10.1016/S0955-7997(03)00074-2)

Aliabadi, M. H., Baiz, P. M., & Albuquerque, E. L. (2009). Stability Analysis of Plates. In *Recent Advances in Boundary Element Methods*. [https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9710-2\\_1](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9710-2_1)

Aliabadi, M. H., & Cisilino, A. P. (2010). *Computational Methods in Fracture Mechanics*. Trans Tech Publications.

Anflor, C. T. M., Albuquerque, E. L., & Wrobel, L. C. (2014). A topological optimization procedure applied to multiple region problems with embedded sources. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.06.032>

Anflor, C. T. M., Teotônio, K. L., & Goulart, J. N. V. (2018). Structural optimization using the boundary element method and topological derivative applied to a suspension trailing arm. *Engineering Optimization*. <https://doi.org/10.1080/0305215X.2017.1417399>

Ayyub, B. M., & Klir, G. J. (2006). *Uncertainty Modeling and Analysis in Engineering and the Sciences*. Chapman and Hall/CRC. <https://doi.org/https://doi.org/10.1201/9781420011456>

Balaguer, D. L., & Matsuo, E. K. (2010). Políticas Públicas de Fomento à P&D Pré-Competitiva na Indústria Aeronáutica Brasileira: Proposta de uma Abordagem Integrada de Desenvolvimento do "Cluster" Através da Inovação Tecnológica. *4a Conferência Nacional de Ciência, Tecnologia e Inovação (4a CNCTI)*. [https://www.cgee.org.br/documents/10195/734063/RPE\\_parte3e4\\_laranja\\_7013.pdf/2b0459c7-8ee4-4e71-8872-3b364f832393?version=1.1](https://www.cgee.org.br/documents/10195/734063/RPE_parte3e4_laranja_7013.pdf/2b0459c7-8ee4-4e71-8872-3b364f832393?version=1.1)

Baleanu, D. (2012). *Advances in Wavelet Theory and Their Applications in Engineering, Physics and Technology*. IntechOpen. <https://doi.org/10.5772/2668>

Basu, P. K., Jorge, A. B., Badri, S., & Lin, J. (2003). Higher-Order Modeling of Continua by Finite-Element, Boundary-Element, Meshless, and Wavelet Methods. *Computers and Mathematics with Applications*. [https://doi.org/10.1016/S0898-1221\(03\)90078-2](https://doi.org/10.1016/S0898-1221(03)90078-2)

Batista, F. B., Albuquerque, E. L., Arruda, J. R. F., & Dias, M. (2009). Identification of the bending stiffness matrix of symmetric laminates using regressive discrete Fourier series and finite differences. *Journal of Sound and Vibration*. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.08.030>

Beer, G., Smith, I., & Duenser, C. (2008). *The Boundary Element Method with Programming - For Engineers and Scientists*. Springer-Verlag. <https://doi.org/10.1007/978-3-211-71576-5>

Bishop, C. (2006). *Pattern Recognition and Machine Learning*. Springer-Verlag.

Blom, A., Bos, M., Chaves, C., & Simpson, D. (2018). von Karman Lecture - International Committee on Aeronautical Fatigue and Structural Integrity (ICAF) – Achievements, Activities, and Future Challenges. *31th ICAS Congress 2018*. [https://www.icas.org/media/pdf/ICAS\\_Congress\\_General\\_Lectures/2018/ICAS\\_2018\\_ICAF.pdf](https://www.icas.org/media/pdf/ICAS_Congress_General_Lectures/2018/ICAS_2018_ICAF.pdf)

- Boresi, A. P., & Schmidt, R. J. (2003). *Advanced Mechanics of Materials* (6th ed.). Wiley.
- Broek, D. (1982). *Elementary engineering fracture mechanics*. Springer.
- Budynas, R. G., & Nisbett, K. (2014). *Shigley's Mechanical Engineering Design* (10th ed.). McGraw-Hill.
- Bui, H. D. (2006). *Fracture Mechanics - Inverse Problems and Solutions*. Springer.  
<https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4837-1>
- Carrasco, O. C. (2019). *Gaussian Mixture Models Explained - From intuition to implementation*. Towards Data Science. <https://towardsdatascience.com/gaussian-mixture-models-explained-6986aaf5a95>
- Cesnik, C. (n.d.). *Carlos E. S. Cesnik, Aerospace Engineering, U Mich, Ann Arbor*.  
<https://aero.engin.umich.edu/people/carlos-e-s-cesnik/>
- Chapra, S. (2017). *Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists* (4th ed.). McGraw-Hill.
- Chaves, C. (2019). A Review of Aeronautical Fatigue Investigations in Brazil. *36th Conference & 30th Symposium of the International Committee on Aeronautical Fatigue*.  
[https://icaf2019.syskonf.pl/conf-data/icaf2019/files/Raporty Delegatów/Brazilian National Review 2019\\_mod.pdf](https://icaf2019.syskonf.pl/conf-data/icaf2019/files/Raporty Delegatów/Brazilian National Review 2019_mod.pdf)
- Chen, Z., Guo, T., Liu, S., & Lin, W. (2019). Random field-based time-dependent reliability analyses of a PSC box-girder bridge. *Applied Sciences (Switzerland)*. <https://doi.org/10.3390/app9204415>
- Colherinhas, G. B., De Moraes, M. V. G., Shzu, M. A. M., & Avila, S. M. (2019). Optimal Pendulum Tuned Mass Damper Design Applied to High Towers Using Genetic Algorithms: Two-DOF Modeling. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*.  
<https://doi.org/10.1142/S0219455419501256>
- da Lopes, P. S., Jorge, A. B., & Cunha, S. S. (2010). Detection of holes in a plate using global optimization and parameter identification techniques. *Inverse Problems in Science and Engineering*. <https://doi.org/10.1080/17415971003624306>
- de Cursi, E. S., & Sampaio, R. (2015). *Uncertainty Quantification and Stochastic Modeling with Matlab*. Elsevier.
- de Sousa, B. S., Gomes, G. F., Jorge, A. B., da Cunha, S. S., & Ancelotti, A. C. (2018). A modified topological sensitivity analysis extended to the design of composite multidirectional laminates structures. *Composite Structures*. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.05.145>
- Diniz, A. C. G. C., Moraes, M. V. G. de, & Mario Olavo M. de Carvalho. (2010). Avaliação Estocástica da Influência de Parâmetros no Comportamento de Modelos Dinâmicos - Aplicação em Eixo rotativo com Trinca. *Mecânica Computacional*, 29, 6743–6760.  
<https://cimec.org.ar/ojs/index.php/mc/article/view/3485>
- Domingues, A., Anflor, C., & Carneiro, S. (2019). *DAMAGE IDENTIFICATION USING MODAL STRAIN ENERGY IN A STRUCTURE WITH ORTHOTROPIC PROPERTIES*.  
<https://doi.org/10.26678/abcm.cobem2019.cob2019-0089>
- Dos Reis, A., Lima Albuquerque, É., Luiz Torsani, F., Palermo, L., & Sollero, P. (2011). Computation of moments and stresses in laminated composite plates by the boundary element method.

*Engineering Analysis with Boundary Elements.*

<https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2010.04.001>

Dos Reis, A., Lima Albuquerque, É., & Palermo Júnior, L. (2013). The boundary element method applied to orthotropic shear deformable plates. *Engineering Analysis with Boundary Elements.* <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2012.11.009>

Dubuisson, S. (2015). *Tracking with Particle Filter for High-dimensional Observation and State Spaces.* Wiley.

Eubank, R. L. (2006). *A Kalman Filter Primer.* Chapman and Hall/CRC.

Forrester, A. I. J., Sobester, A., & Keane, A. J. (2008). *Engineering Design Via Surrogate Modelling: A Practical Guide.* Wiley.

Gay, D. (2014). *Composite Materials Design and Applications* (3rd ed.). CRC Press. <https://doi.org/https://doi.org/10.1201/b17106>

Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., & Rubin, D. B. (2013). *Bayesian Data Analysis* (3rd ed.). Chapman and Hall/CRC.

Ghanem, R. G., & Spanos, P. (1991). *Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach.* Springer-Verlag. <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3094-6>

Giurgiutiu, V. (2015). *Structural Health Monitoring of Aerospace Composites.* Elsevier. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/C2012-0-07213-4>

GMEC. (n.d.). *GMEC - Grupo de Mecânica Experimental e Computacional.* Retrieved September 2, 2020, from <http://gmec.unb.br/>

Gomes, J. P. P., Leão, B. P., Galvão, R. K. H., & Yoneyama, T. (2014). Fault detection in Non Gaussian problems using statistical analysis and variable selection. *Proceedings of the Annual Conference of the Prognostics and Health Management Society 2011, PHM 2011.*

Gomes, S. B. V., Barcellos, J. A., Tucci, N., Correa Filho, S. L. S., & Willcox, L. D. (2018). *AEROESPAÇO & DEFESA (A&D) - IN: Visão 2035: Brasil, país desenvolvido: Agendas setoriais para alcance da meta.* <https://web.bndes.gov.br/bib/jspui/handle/1408/16220>

Griva, I., Nash, S. G., & Sofer, A. (2009). *Linear and Nonlinear Optimization* (2nd ed.). Cambridge University Press.

Haldar, A., & Mahadevan, S. (1999). *Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design.* Wiley.

Hattori, G., Kettle, S. H., Campos, L., Trevelyan, J., & Albuquerque, E. L. (2017). An Acceleration Approach for Fracture Problems in the Extended Boundary Element Method (XBEM) Framework. In *Integral Methods in Science and Engineering, Volume 2.* [https://doi.org/10.1007/978-3-319-59387-6\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-319-59387-6_11)

Hingston, P. F., Barone, L. C., & Michalewicz, Z. (2008). *Design by Evolution - Advances in Evolutionary Design.* Springer-Verlag. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-74111-4>

Inman, D. J. (2014). *Engineering Vibration* (4th ed.). Prentice Hall.

Jesus, L. J. M., Cimini, C. A., & Albuquerque, E. L. (2015). Application of the radial integration method into dynamic formulation of anisotropic shallow shells using boundary element method. *Key*

*Engineering Materials*. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.627.465>

- Jiang, P., Zhou, Q., & Shao, X. (2020). *Surrogate Model-Based Engineering Design and Optimization*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-981-15-0731-1>
- Jorge, A. B., Cruse, T. A., Fisher, T. S., & Ribeiro, G. O. (2003). A new variational self-regular traction-bem formulation for inter-element continuity of displacement derivatives. *Computational Mechanics*. <https://doi.org/10.1007/s00466-003-0506-4>
- Jorge, A. B., Ribeiro, G. O., Cruse, T. A., & Fisher, T. S. (2001). Self-regular boundary integral equation formulations for Laplace's equation in 2-D. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. <https://doi.org/10.1002/nme.138>
- Jorge, Ariosto B., Cruse, T. A., & Fisher, T. S. (2003). Near-crack contour behaviour and extraction of log-singular stress terms of the self-regular traction boundary integral equation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. <https://doi.org/10.1002/nme.818>
- Jorge, Ariosto B., Ribeiro, G. O., & Fisher, T. S. (2003). New approaches for error estimation and adaptivity for 2D potential boundary element methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. <https://doi.org/10.1002/nme.559>
- Jorge, Ariosto B., Ribeiro, G. O., & Fisher, T. S. (2005). Application of new error estimators based on gradient recovery and external domain approaches to 2D elastostatics problems. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. <https://doi.org/10.1016/j.engabound.2005.03.004>
- Jorge, Ariosto Bretanha. (2004). Discretization of random fields in reliability structural analysis : error indicator methodology. *VI Simpósio Mineiro de Mecânica Computacional*. [https://www.researchgate.net/publication/344286184\\_Discretization\\_of\\_random\\_fields\\_in\\_reliability\\_structural\\_analysis\\_error\\_indicator\\_methodology](https://www.researchgate.net/publication/344286184_Discretization_of_random_fields_in_reliability_structural_analysis_error_indicator_methodology)
- Jorge, Ariosto Bretanha. (2009). *Numerical Modeling of Inverse Problems for Damage Detection in Aircraft Structures*. <https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a513602.pdf>
- Jorge, Ariosto Bretanha. (2013). *Numerical Modeling of Inverse Problems under Uncertainty for Damage Detection in Aircraft Structures*. <https://apps.dtic.mil/sti/citations/ADA587627>
- Kobayashi, M. H. (n.d.). MARCELO H. KOBAYASHI, *Mechanical Engineering, UH Manoa*. <https://me.hawaii.edu/people/kobayashi/>
- Kreyszig, E., Kreyszig, H., & Norminton, E. J. (2011). *Advanced engineering mathematics* (10th ed.). Wiley.
- Kroese, D. P., Botev, Z., Taimre, T., & Vaisman, R. (2019). *Data Science and Machine Learning - Mathematical and Statistical Methods*. Chapman and Hall/CRC. <https://doi.org/https://doi.org/10.1201/9780367816971>
- Logan, D. L. (2016). *A First Course in the Finite Element Method* (6th ed.). Cengage Learning.
- Machado, M. R., Adhikari, S., & Dos Santos, J. M. C. (2018). Spectral element-based method for a one-dimensional damaged structure with distributed random properties. In *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. <https://doi.org/10.1007/s40430-018-1330-2>
- Machado, M. R., Adhikari, S., Dos Santos, J. M. C., & Arruda, J. R. F. (2018). Estimation of beam material random field properties via sensitivity-based model updating using experimental

- frequency response functions. In *Mechanical Systems and Signal Processing*.  
<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2017.08.039>
- Machado, M. R., Adhikari, S., & Santos, J. M. C. D. (2017). A spectral approach for damage quantification in stochastic dynamic systems. In *Mechanical Systems and Signal Processing*.  
<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2016.11.018>
- Machado, M. R., & Dos Santos, J. M. C. (2015). Reliability Analysis of Damaged Beam Spectral Element with Parameter Uncertainties. *Shock and Vibration*.  
<https://doi.org/10.1155/2015/574846>
- Mallat, S. (2009). *A Wavelet Tour of Signal Processing - The Sparse Way* (3rd ed.). Elsevier.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-12-374370-1.X0001-8>
- Marti, K. (2015). *Stochastic Optimization Methods - Applications in Engineering and Operations Research* (3rd ed.). Springer-Verlag. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-46214-0>
- Marwala, T., Boulkaibet, I., & Adhikari, S. (2016). *Probabilistic Finite Element Model Updating Using Bayesian Statistics: Applications to Aeronautical and Mechanical Engineering*. Wiley.
- Mauler, M., Sollero, P., & Albuquerque, E. L. (2011). Stress intensity factor evaluation of anisotropic cracked sheets under dynamic loads using energy domain integral. *Key Engineering Materials*.  
<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.454.97>
- Megson, T. H. G. (2017). *Aircraft Structures for Engineering Students* (6th ed.). Butterworth-Heinemann.
- Melchers, R. E., & Beck, A. T. (2018). *Structural Reliability Analysis and Prediction* (3rd ed.). Wiley.
- Mendonça, W. R. P., & da Silva, D. F. N. R. (2019). Analysis prediction and correlation of Fiber Metal Laminate crack growth in Semi-Wing Full-Scale test. *30th ICAF Symposium, June, 5–7*.  
[https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-030-21503-3\\_55](https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-030-21503-3_55)
- Michalewicz, Z. (1996). Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs. In *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-03315-9>
- Montgomery, D. C. (2019). *Design and Analysis of Experiments* (10th ed.). Wiley.
- Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2018). *Applied Statistics and Probability for Engineers* (7th ed.). Wiley.
- Myers, M. R., Jorge, A. B., Mutton, M. J., & Walker, D. G. (2012a). A comparison of extended Kalman filter, particle filter, and least squares localization methods for a high heat flux concentrated source. *International Journal of Heat and Mass Transfer*.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.01.047>
- Myers, M. R., Jorge, A. B., Mutton, M. J., & Walker, D. G. (2012b). A comparison of extended Kalman filter, ultrasound time-of-flight measurement models for heating source localization. *Inverse Problems in Science and Engineering*. <https://doi.org/10.1080/17415977.2012.669272>
- Myers, M. R., Jorge, A. B., Mutton, M. J., & Walker, D. G. (2012c). High heat flux point source sensitivity and localization analysis for an ultrasonic sensor array. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.01.012>

- Myers, M. R., Jorge, A. B., Yuhas, D. E., & Walker, D. G. (2012). An adaptive extended Kalman filter incorporating state model uncertainty for localizing a high heat flux spot source using an ultrasonic sensor array. *CMES - Computer Modeling in Engineering and Sciences*.  
<https://doi.org/10.3970/cmes.2012.083.221>
- Myers, Michael R., Jorge, A. B., Yuhas, D. E., & Walker, D. G. (2013). Using ultrasound and the extended kalman filter for characterizing aerothermodynamic environments. *AIAA Journal*.  
<https://doi.org/10.2514/1.J052313>
- Myers, R. H., Montgomery, D. C., & Anderson-Cook, C. M. (2016). *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments* (4th ed.). Wiley.
- Nair, K. K., & Kiremidjian, A. S. (2007). Time series based structural damage detection algorithm using Gaussian Mixtures Modeling. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME*. <https://doi.org/10.1115/1.2718241>
- NASA. (n.d.-a). *Technology Readiness Level*.  
[https://www.nasa.gov/directorates/heo/scan/engineering/technology/txt\\_accordion1.html](https://www.nasa.gov/directorates/heo/scan/engineering/technology/txt_accordion1.html)
- NASA. (n.d.-b). *Technology Readiness Level Definitions*.  
[https://www.nasa.gov/pdf/458490main\\_TRL\\_Definitions.pdf](https://www.nasa.gov/pdf/458490main_TRL_Definitions.pdf)
- Norton, R. (2020). *Design of Machinery, An Introduction to Synthesis and Analysis of Mechanisms of Machines* (6th ed.). Mc Graw Hill.
- Novotny, A. A., & Sokołowski, J. (2013). *Topological Derivatives in Shape Optimization*. Springer-Verlag. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-35245-4>
- Nunes, M. A., & Silva, G. C. (2013). Position optimization of Helmholtz resonator in ducts using a genetic algorithm. *Proceedings of Meetings on Acoustics*. <https://doi.org/10.1121/1.4795144>
- Oberkampf, W. L., & Roy, C. J. (2010). *Verification and Validation in Scientific Computing*. Cambridge University Press. <https://doi.org/https://doi.org/10.1017/CBO9780511760396>
- Paiva, W. P., Sollero, P., & Albuquerque, E. L. (2011). Modal analysis of anisotropic plates using the boundary element method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*.  
<https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2011.06.001>
- Papadopoulos, V., & Giovanis, D. G. (2018). *Stochastic Finite Element Methods - An Introduction*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-64528-5>
- París, F., & Cañas, J. (1997). *Boundary Element Method: Fundamentals and Applications*. Oxford University Press.
- Paulino, G. H. (n.d.). *Glauco H. Paulino, Civil & Environmental Engineering, GATech, Atlanta*.  
<https://ce.gatech.edu/people/Faculty/6709/overview>
- Peery, D. J. (2011). *Aircraft Structures*. Dover Publications.
- Porto, P. A. C., Jorge, A. B., & Ribeiro, G. O. (2005). Extension of the variational self-regular approach for the flux boundary element method formulation. In *CMES - Computer Modeling in Engineering and Sciences*. <https://doi.org/10.3970/cmes.2005.010.065>
- Pozrikidis, C. (2014). *Introduction to Finite and Spectral Element Methods Using MATLAB*. Chapman and Hall/CRC. <https://doi.org/https://doi.org/10.1201/b17067>

- PPG-Integridade. (n.d.). *PPG - Integridade de Materiais da Engenharia*. Retrieved September 2, 2020, from <http://www.pgintegridade.unb.br/>
- Programa INCT. (2014). *CHAMADA PÚBLICA MCTI/CNPQ/CAPES/FAPS Nº 16/2014 - PROGRAMA INCT*. [http://cnpq.br/chamadas-publicas?p\\_p\\_id=resultadosportlet\\_WAR\\_resultadoscnpqportlet\\_INSTANCE\\_0ZaM&idDivulgacao=4862&filtro=encerradas&detalha=chamadaDetalhada&id=47-361-2654](http://cnpq.br/chamadas-publicas?p_p_id=resultadosportlet_WAR_resultadoscnpqportlet_INSTANCE_0ZaM&idDivulgacao=4862&filtro=encerradas&detalha=chamadaDetalhada&id=47-361-2654)
- Quispe Rodríguez, R., De Paiva, W. P., Sollero, P., Bertoni Rodrigues, M. R., & De Albuquerque, É. L. (2012). Failure criteria for adhesively bonded joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives*. <https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2012.01.009>
- Rao, S. S. (2018). *Mechanical vibrations* (6th ed.). Pearson.
- Rao, S. S. (2020). *Engineering Optimization: Theory and Practice* (5th ed.). Wiley.
- Resende, D. V., de Morais, M. V. G., & Avila, S. M. (2020). Experimental Analysis of One-Degree-of-Freedom (1DoF) Dynamic System Controlled by Optimized Inverted Pendulum. *Journal of Vibrational Engineering and Technologies*. <https://doi.org/10.1007/s42417-020-00198-2>
- Ribeiro, G. O., Ribeiro, T. S. A., Jorge, A. B., & Cruse, T. A. (2009). Evaluation of non-Singular BEM algorithms for potential problems. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. <https://doi.org/10.1590/S1678-58782009000300012>
- Rodríguez, R. Q., Galvis, A. F., Sollero, P., & Albuquerque, E. L. (2013). Analysis of multiple inclusion potential problems by the adaptive cross approximation method. *CMES - Computer Modeling in Engineering and Sciences*. <https://doi.org/10.3970/cmcs.2013.096.259>
- Rodriguez, R. Q., Galvis, A. F., Sollero, P., Tan, C. L., & Albuquerque, E. L. (2017). Fast BEM multi-domain approach for the elastostatic analysis of short fibre composites. *European Journal of Computational Mechanics*. <https://doi.org/10.1080/17797179.2017.1379863>
- Rodríguez, R. Q., Galvis, A. F., Sollero, P., Tan, C. L., & Albuquerque, E. L. (2018). Transient dynamic analysis of generally anisotropic materials using the boundary element method. *Acta Mechanica*. <https://doi.org/10.1007/s00707-018-2108-4>
- Rodríguez, R. Q., Moura, L. S., Galvis, A. F., Albuquerque, E. L., Tan, C. L., & Sollero, P. (2019). Multi-scale dynamic failure analysis of 3D laminated composites using BEM and MCZM. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2019.03.017>
- Rodríguez, R. Q., Tan, C. L., Sollero, P., & Albuquerque, E. L. (2014). Analysis of 3D anisotropic solids using fundamental solutions based on Fourier series and the Adaptive Cross Approximation method. *CMES - Computer Modeling in Engineering and Sciences*. <https://doi.org/10.3970/cmcs.2014.102.359>
- Rozvany, G. I. N., & Olhoff, N. (2000). *Topology Optimization of Structures and Composite Continua*. Springer.
- Salerno, M. S., & Zancul, E. (2014). *Programa demonstrativo para inovação em cadeia produtiva selecionada: indústria aeronáutica brasileira* (Vol. 1). [https://www.cgee.org.br/documents/10195/734063/Prog\\_demonst\\_Inov\\_Cad\\_Prod\\_Sel\\_Aero\\_nautica\\_WEB\\_14112014\\_9958.pdf/7a1b07f8-a694-4563-877d-d6de87f4888f?version=1.10](https://www.cgee.org.br/documents/10195/734063/Prog_demonst_Inov_Cad_Prod_Sel_Aero_nautica_WEB_14112014_9958.pdf/7a1b07f8-a694-4563-877d-d6de87f4888f?version=1.10)
- Santos, V. C., Jorge, A. B., & Cunha Jr, S. S. (2016). A RELIABILITY ANALYSIS PROCEDURE FOR THE DESIGN OF A HELICOPTER COMPOSITE ARMOR WITH CORRELATED DESIGN VARIABLES.

*International Journal of Engineering Applied Sciences and Technology*, 1(8), 7–18.

<http://www.ijeast.com/papers/7-18,Tesma108,IJEAST.pdf>

Sato, M., Moura, L. S., Galvis, A. F., Albuquerque, E. L., & Sollero, P. (2019). Analysis of two-dimensional fatigue crack propagation in thin aluminum plates using the Paris law modified by a closure concept. *Engineering Analysis with Boundary Elements*.  
<https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2019.06.008>

*seção de fuselagem - imagens*. (n.d.).

[https://www.google.com/search?q=seção+de+fuselagem&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=2ahUKEwj5g73fwYXsAhXdI7kGHdhtCGEQ\\_AUoAXoECAwQAw&biw=968&bih=871](https://www.google.com/search?q=seção+de+fuselagem&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=2ahUKEwj5g73fwYXsAhXdI7kGHdhtCGEQ_AUoAXoECAwQAw&biw=968&bih=871)

Sollero, P., Aliabadi, M. H., & Albuquerque, E. L. (2005). Boundary element analysis of fracture failure in anisotropic composite laminates. In *Fracture and Damage of Composites*.  
<https://doi.org/10.2495/978-1-85312-669-7/06>

Spall, J. C. (2003). *Introduction to Stochastic Search and Optimization: Estimation, Simulation, and Control*. Wiley.

Tanaka, M., & Dulikravich, G. S. (1998). *Inverse Problems in Engineering Mechanics*. Elsevier.

Teotônio, K. L., Anflor, C. T. M., & de Albuquerque, É. L. (2013). Quadratic boundary implementation for solving 2D problems of elasticity by topology optimization. *Applied Mechanics and Materials*. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.394.554>

Ugural, A. C., & Fenster, S. K. (2020). *Advanced Mechanics of Materials and Applied Elasticity* (6th ed.). Prentice Hall.

UnB. (2018). *Plano de Internacionalização da UnB*. <http://www.int.unb.br/br/institucional/plano-de-internacionalizacao#:~:text=Plano de Internacionalização da UnB,o assunto em 56 anos.>

UNESCO. (2020). *UNESCO CHAIRS Listing*. <https://en.unesco.org/sites/default/files/list-unesco-chairs.pdf>

Useche, J., & Albuquerque, E. L. (2012). Dynamic analysis of shear deformable plates using the dual reciprocity method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*.  
<https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2011.12.006>

Useche, J., & Albuquerque, E. L. (2015). Transient dynamic analysis of shear deformable shallow shells using the boundary element method. *Engineering Structures*.  
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.01.006>

Useche, J., Albuquerque, E. L., & Sollero, P. (2012). Harmonic analysis of shear deformable orthotropic cracked plates using the Boundary Element Method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2012.05.002>

Useche, J. F., Sollero, P., & Albuquerque, E. L. (2008). Boundary element analysis of cracked sheets repaired with bonded anisotropic patches. *Key Engineering Materials*.  
<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/kem.383.97>

Useche, J., Sollero, P., Albuquerque, E. L., & Palermo, L. (2008). Boundary element analysis of cracked thick plates repaired with adhesively bonded composite patches. *SDHM Structural Durability and Health Monitoring*. <https://doi.org/10.3970/sdhm.2008.004.107>

Venson, G. G. (2011). *Fuselagem da Aeronave*. <https://docplayer.com.br/43976177-Fuselagem-da->

aeronave.html

Viana, F. A. C. (n.d.). *Felipe A. C. Viana, Mechanical & Aerospace Engineering, UCF, Orlando*.  
<http://mae.ucf.edu/person/felipe-viana/>

Wiig, J. (2006). *OPTIMIZATION OF FAULT DIAGNOSIS IN HELICOPTER HEALTH AND USAGE MONITORING SYSTEMS* [École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers]. [https://pastel.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/500571/filename/OPTIMIZATION\\_OF\\_FAULT\\_DIAGNOSIS\\_IN\\_HELICOPTER\\_HEALTH\\_AND\\_USAGE\\_MONITORING\\_SYSTEMS.pdf](https://pastel.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/500571/filename/OPTIMIZATION_OF_FAULT_DIAGNOSIS_IN_HELICOPTER_HEALTH_AND_USAGE_MONITORING_SYSTEMS.pdf)

Yuan, F.-G. (2016). *Structural Health Monitoring (SHM) in Aerospace Structures*. Elsevier.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/C2014-0-00994-X>

Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Fox, D. (2014). *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics* (7th ed.). Elsevier. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/C2009-0-26332-X>

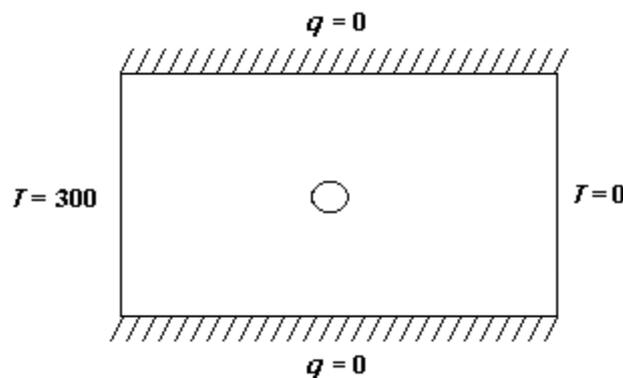
## Apêndices

### A. Exemplo de aplicação de problema inverso em detecção de danos

O problema inverso pode ser modelado por meio de técnicas de otimização ou por técnicas de identificação. Na discussão a seguir, adaptada de (Ariosto Bretanha Jorge, 2009), alguns aspectos dessas técnicas são detalhados. Para esta discussão, um problema direto simples para a distribuição de temperatura (campo potencial) em um domínio é considerado, no qual uma formulação do método de elementos de contorno para o potencial é usada. O dano é simulado pela presença de pequenos furos no domínio, e o objetivo é encontrar o tamanho (diâmetro do furo) e a localização (vetor posição do centro do furo) do dano.

Como um problema-exemplo, a metodologia para detecção de danos pode ser explicada através da modelagem de um problema simples, no qual o objetivo é localizar um furo circular em uma placa fina, usando o método dos elementos de contorno (MEC) para obter a distribuição de temperatura no domínio. Os parâmetros de um furo circular são o seu raio e a localização de seu centro. O método direto (MEC) para o potencial fornece uma informação (a temperatura) para qualquer ponto desejado no domínio. O domínio do problema é mostrado na Figura A.1, onde as condições de contorno são: temperatura ( $T$ ) prescrita nas arestas à esquerda e à direita, e fluxo ( $q$ ) prescrito nas arestas de cima e de baixo (adiabático).

Sem o furo, a temperatura  $T$  varia linearmente de  $300\text{ }^{\circ}\text{C}$  na extremidade esquerda até  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  na extremidade direita da placa. Se um pequeno furo for incluído, a distribuição de temperatura passa a ser bi-dimensional e deve ser obtida numericamente a partir da solução do MEC. O pequeno furo é considerado adiabático, ou seja, não há troca de calor da placa com o interior do furo.



**Figura A.1** – Placa com um furo: condições de contorno. Distribuição do potencial usando o MEC.

O objetivo neste problema é implementar os dois métodos inversos (otimização e identificação) e discutir as dificuldades na implementação e vantagens de cada método, para descobrir qual deles é mais apropriado para resolver o problema. Os resultados obtidos para o método inverso por meio dessas duas técnicas independentes (algoritmo genético (AG) para o procedimento de otimização e redes neurais artificiais (RNA) para o procedimento de identificação) são comparados para analisar a eficiência de cada método em encontrar a localização e tamanho do furo.

Aumentando a complexidade do problema, o MEC para o problema de elasticidade pode ser usado. Neste caso, condições de contorno para o deslocamento e para as forças de superfície (“tractions”) devem ser fornecidas. Diferentemente do MEC para o potencial, o MEC para elasticidade (em um problema 2D) fornece duas informações em um único ponto interior – uma tensão normal e uma tensão de cisalhamento. Mas essas informações não podem ser usadas diretamente no problema de otimização, já que elas dependem do sistema de coordenadas sendo usado, ou da direção normal do plano de corte que passa pelo ponto de interesse. Assim, uma decisão foi tomada de adotar os invariantes de tensão do tensor de tensões no ponto de interesse – em 2D, a tensão média e a tensão octaédrica – como o campo vetorial a ser analisado e usado no problema de otimização.

Uma comparação de técnicas diferentes (e independentes) de otimização e de identificação para esse problema inverso é também desejável, para verificar a robustez das diferentes metodologias em encontrar o dano. As técnicas de otimização global que podem ser usadas incluem: algoritmo genético (AG), evolução diferencial (ED), colônia de formigas (CF), etc. As técnicas de identificação de parâmetros que podem ser usadas incluem: redes neurais artificiais (RNA) e filtro de Kalman (FK).

Para aumentar a complexidade do problema de detecção de danos usando a formulação do MEC para elasticidade, o objetivo poderia ser identificar e localizar, usando uma ou mais das metodologias do problema inverso, a presença na placa de um ou mais furos circulares (número de furos, raio e localização de cada furo), e também de uma ou mais elipses (número de elipses, orientação e tamanho dos eixos (maior e menor) e localização do centro de cada elipse). Para aumentar ainda mais a complexidade da modelagem de detecção de danos, o MEC para mecânica da fratura pode ser usado, de modo a localizar trincas na placa (número de trincas, tamanho, orientação e localização de cada trinca).

Para todos os diferentes problemas diretos, as mesmas técnicas de otimização global e/ou procedimentos de identificação de parâmetros podem ser usados para resolver o problema inverso para detecção de danos. Do ponto de vista do problema inverso, o modelo direto é apenas uma “caixa preta” a ser fornecida para dar a informação numérica necessária para ser usada no algoritmo de otimização ou de identificação.

O ponto de partida na pesquisa é analisar e discutir a detecção de apenas um furo na estrutura. Posteriormente na pesquisa, pela modificação da implementação do problema inverso, o modelo seria também capaz de detectar mais de um dano em um dado elemento estrutural.

Em paralelo a essa pesquisa, diversas configurações diferentes para o problema direto estão sendo avaliadas (MEC para materiais ortotrópicos trincados, interfaces entre diferentes materiais, etc). O objetivo é implementar aplicativos do MEC representando situações que emulem melhor uma estrutura real de aeronave (incluindo reforçadores, reparos estruturais, etc). As duas frentes de pesquisa (implementação dos problemas direto e inverso) estão em andamento em paralelo, e o aplicativo computacional final deverá incluir tantos programas de problemas diretos quanto possível (para permitir que se tenha um número representativo de possíveis combinações de danos e de aeroestruturas a serem avaliadas), assim como um certo número de modelos inversos diferentes (e

independentes), para aumentar a confiabilidade na informação sobre os danos (quantidade, localização, e tamanho).

### Detecção de danos por meio de técnicas de otimização

Em uma análise experimental, os dados obtidos vêm de sensores espalhados ao longo da estrutura, localizados em um certo número de pontos. A análise experimental não está sendo realizada neste momento da pesquisa e, portanto, o tamanho e localização do dano real na placa estão sendo assumidos e simulados usando o MEC. Neste primeiro problema-exemplo, o MEC para o potencial foi usado, e os valores de temperatura em alguns pontos interiores substituem a informação que teria sido obtida pelos sensores nesses pontos da placa.

Para resolver o problema inverso para detecção de danos, inicialmente o AG é usado. A função de avaliação (função “fitness”) para o AG é formulada como um funcional definido como uma diferença entre valores medidos (simulados, neste caso) das diferenças locais no potencial (entre a placa sem danos e a placa com o dano) e os valores das mesmas diferenças no potencial calculado nos mesmos pontos pelo programa de detecção de danos (assumindo várias localizações e tamanhos diferentes para o dano “numérico”). A minimização do funcional permite que o programa de detecção de danos encontre os parâmetros / incógnitas do dano sendo simulado. Uma formulação geral para o funcional é mostrada na Equação (A.1).

$$J_j = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\text{medido}_i - \text{calculado}_{ji})^2 \quad (\text{A.1})$$

Onde:

$n$  – Número de sensores colocados na placa (número de pontos internos  $i$  onde diferenças são avaliadas);

$\text{medido}_i$  - Vetor dos valores simulados para as diferenças no potencial (obtidos usando o MEC, esses valores representam os valores medidos nos pontos da placa para uma dada localização e tamanho de dano);

$\text{calculado}_{ji}$  - Vetor dos valores para as diferenças no potencial calculadas pelo programa de detecção de danos para cada indivíduo  $j$ .

A Figura A.2 representa uma placa fina sem danos, com quatro sensores indicando os pontos onde a medida das quantidades de interesse (diferenças em temperatura, neste caso, ou tensões, por exemplo, no caso de elasticidade) está sendo feita.

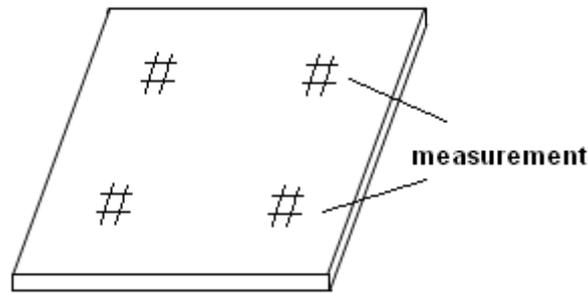


Figura A.2 – Placa sem danos com quatro sensores representativos

Para resolver o problema de detecção de danos, uma população inicial é dada para o AG. Esta população inicial é formada por indivíduos que constituem uma possível solução para o problema. Esses indivíduos são representados por cromossomos e estes são constituídos por genes. Cada gene em um cromossomo representa uma variável no problema (por exemplo, as coordenadas  $x$  e  $y$  e o raio  $r$  do furo). Como um exemplo, as Figuras A.3(a) até A.3(c) representam três possíveis configurações de cromossomos. A medida que a localização e tamanho do furo varia, o número de sensores e sua localização são sempre os mesmos, para todos os cromossomos (essas são também as localizações dos sensores “reais”, para as medidas). A informação de temperatura é obtida nesses locais de sensores para todos os casos.

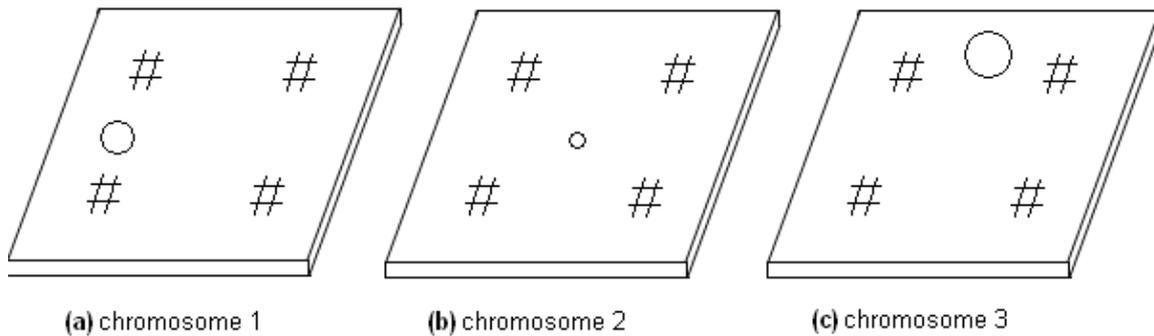
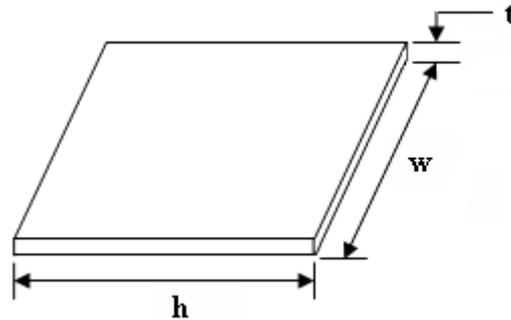


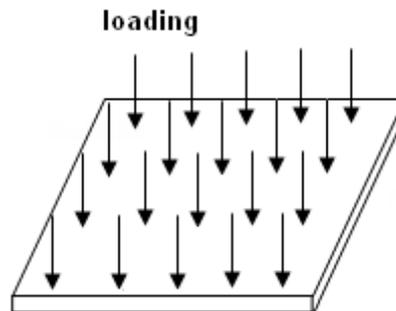
Figura A.3 – Placa com um furo: três configurações possíveis para os cromossomos

Algumas das propriedades da placa (tais como as propriedades do material e a geometria) podem não ser exatamente conhecidas *a priori* (devido à aleatoriedade nos processos de fabricação ou manufatura, por exemplo). Propriedades do material (tais como o módulo de elasticidade  $E$ , e o coeficiente de Poisson  $\nu$ , no problema elástico) e parâmetros geométricos (ver Figura A.4, por exemplo) são apropriadas para serem obtidas na estrutura real por meio de procedimentos de identificação de parâmetros (como o FK, por exemplo).



**Figura A.4** – Geometria da Placa: possíveis parâmetros a ser identificados

Outras variáveis, como o carregamento (por exemplo, como o mostrado na Figura A.5), e as condições de contorno, podem envolver incertezas e aleatoriedade, e pode ser necessário que elas sejam tratadas como variáveis aleatórias no aplicativo de detecção de danos.

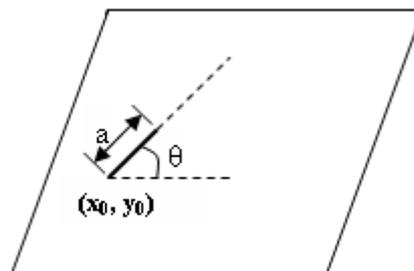


**Figure A.5** – Carregamento: variáveis possíveis de serem tratadas como aleatórias

Além disso, o número, tipo e localização dos diferentes danos podem ser tratados ou por identificação de parâmetros ou como variáveis aleatórias.

Para uma trinca reta, os parâmetros poderiam ser (ver Figura A.6):

- tamanho =  $a$ ;
- orientação =  $\theta$ ;
- posição =  $(x_0, y_0)$ .



**Figura A.6** – Parâmetros de uma trinca reta: tamanho, orientação, posição

O tratamento da aleatoriedade é detalhado na Seção 3.5 (Modelagem das Incertezas). Um resultado esperado desta pesquisa em andamento é a discussão sobre qual método para modelagem das incertezas (procedimentos de identificação *versus* métodos probabilísticos) melhor se adapta para cada uma das diferentes variáveis e parâmetros dos problemas.

Para a transição da placa com um furo para uma placa trincada, o modelo direto usando o MEC é a única subrotina que muda no programa (de MEC para elasticidade para MEC para mecânica da fratura linear elástica). Os procedimentos para o problema inverso (sejam técnicas de otimização ou de identificação) permanecem inalterados. Assim, para a simulação, a posição, orientação e tamanho da trinca “real” são assumidos de forma análoga que para o furo (ver Figura A.7). Além disso, as soluções numéricas para os diferentes cromossomos são obtidas da mesma forma que no problema anterior (ver Figura A.8 para três possíveis configurações de cromossomos).

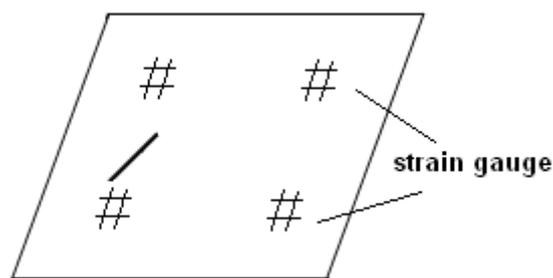


Figura A.7 – Placa trincada: tamanho, orientação, posição da trinca “real” (simulada, neste caso)

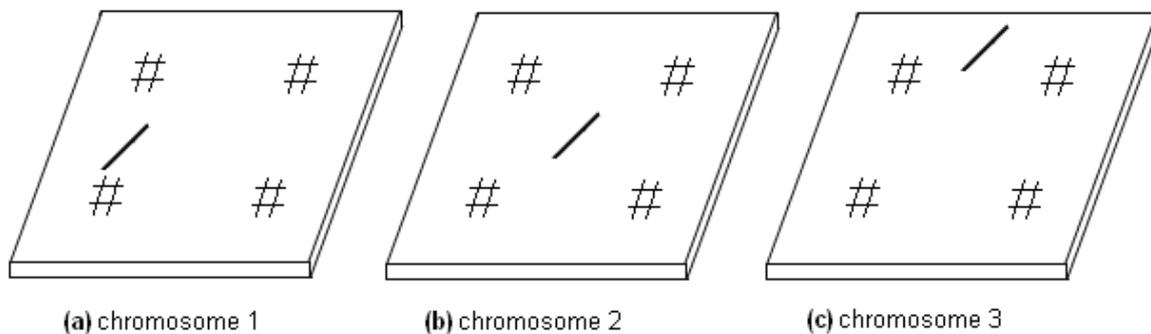


Figura A.8 – Placa trincada: três possíveis configurações para os cromossomos

## **B. Referências gerais sobre tópicos de pesquisa**

Neste Apêndice são citadas algumas referências bibliográficas mais gerais sobre as Áreas / Linhas de Pesquisa deste projeto.

### **B.1 Modelagem do Problema Direto: referências**

Livros sobre Mechanics of Materials & Structures: (Ugural & Fenster, 2020), (Boresi & Schmidt, 2003)

Livros sobre Aircraft Structures: (Megson, 2017), (Peery, 2011)

Livros sobre Machine Design & Machinery Design: (Budynas & Nisbett, 2014), (Norton, 2020)

Livros sobre Composites: (Agarwal et al., 2017), (Gay, 2014)

Livros sobre Fracture Mechanics & Damage Tolerance: (Aliabadi & Cisilino, 2010), (Broek, 1982)

Livros sobre Vibrations & Structural Dynamics: (Rao, 2018), (Inman, 2014)

Livros sobre Numerical Methods & MatLab & Mathematical Methods: (Chapra, 2017), (Kreyszig et al., 2011)

Livros sobre Finite Element Methods: (Logan, 2016), (Zienkiewicz; et al., 2014)

Livros sobre Boundary Element Methods: (Beer et al., 2008), (París & Cañas, 1997)

### **B.2 Modelagem de Problemas Inversos, Monitoramento & Diagnóstico: referências**

Livros sobre Inverse Problems & Inverse Models: (Bui, 2006), (Tanaka & Dulikravich, 1998)

Livros sobre Optimization Techniques: (Rao, 2020), (Griva et al., 2009)

Livros sobre Topology Optimization Techniques: (Novotny & Sokołowski, 2013), (Rozvany & Olhoff, 2000)

Livros sobre Evolutionary Optimization Techniques: (Hingston et al., 2008), (Michalewicz, 1996)

Livros sobre Wavelet: (Baleanu, 2012), (Mallat, 2009)

Livros sobre Kalman-Filter & Particle-Filter: (Dubuisson, 2015), (Eubank, 2006)

Livros sobre Machine Learning & Data Science: (Kroese et al., 2019), (Bishop, 2006)

Livros sobre SHM – Structural Health Monitoring: (Yuan, 2016), (Giurgiutiu, 2015)

Referência sobre HUMS – Health and Usage Monitoring Systems: (Wiig, 2006)

### **B.3 Métodos Probabilísticos e Modelagem de Incertezas: referências**

Livros sobre Statistics & DOE & RSM: (Montgomery & Runger, 2018), (Montgomery, 2019), (R. H. Myers et al., 2016)

Livros sobre Structural Reliability: (Melchers & Beck, 2018), (Haldar & Mahadevan, 1999)

Livros sobre Uncertainty Modeling & Uncertainty Quantification: (de Cursi & Sampaio, 2015), (Ayyub & Klir, 2006)

Livros sobre Bayesian Approaches & Bayesian Modeling: (Marwala et al., 2016), (Gelman et al., 2013)

Livros sobre Stochastic FEM & Spectral FEM & Polynomial Chaos: (Papadopoulos & Giovanis, 2018), (Pozrikidis, 2014), (Ghanem & Spanos, 1991)

Livros sobre Stochastic Optimization: (Marti, 2015), (Spall, 2003)

Livros sobre Surrogate Models & Reduced-Order Models: (Jiang et al., 2020), (Forrester et al., 2008)

Livros sobre Verification & Validation: (Oberkampf & Roy, 2010)

Referência sobre Random Field (artigo citado na Seção 6):

- Random Field-Based Time-Dependent Reliability Analyses of a PSC Box-Girder Bridge (Chen et al., 2019).

Abstract: The parameters affecting structural reliability are usually regarded as independent random variables in the current reliability analyses of bridge structures while the randomness of these structural parameters in spatial distribution is neglected. To overcome this disadvantage, the random field model should be used to describe their probability distribution. In this paper, a structural reliability analysis method considering the effect of a random field is proposed, and its validity is verified by three numerical case studies. A prestressed concrete (PSC) box-girder bridge with a main span of 150 m is selected for demonstration, and the importance sampling (IS) method is applied to estimate its failure probability, in which the influences of shrinkage and creep, stress relaxation, and shear lag on the time-dependent performance of the structure are taken into account. In addition, the random fields of the structure are discretized by using the local average method (LAM). Finally, the effects of random field parameters, such as the number of discrete elements, correlation model, and correlation length, on the reliability of the box-girder bridge are discussed.

## **C. Trabalhos relevantes com pesquisadores do PPG-Integridade / GMEC**

### **C.1 Trabalhos envolvendo modelagem do problema direto**

- Analysis of two-dimensional fatigue crack propagation in thin aluminum plates using the Paris law modified by a closure concept (Sato et al., 2019).

Abstract: A general procedure is applied to analyze fatigue crack propagation in isotropic materials under mixed mode conditions, the Paris law modified by a closure concept. The dual boundary element method (DBEM) provides a stress and strain analysis on the solid, with reliable results for the mechanical fields in the region near to the crack tip. For validating purposes, thin plates made of 2024-T3 aluminum alloy are used with two horizontal notches. Throughout the J-Integral the stress intensity factors (SIFs) can be evaluated and with digital image processing, the displacement information from the experimental tests is obtained. Then, the effect of the crack closure during unloading is considered to attain remarkable numerical results compared to those experimentally collected, showing the feasibility of the proposed model.

- Multi-scale dynamic failure analysis of 3D laminated composites using BEM and MCZM (Rodríguez et al., 2019).

Abstract: This paper presents a multi-scale approach to analyze failure in laminated composites. First, at the continuum mesoscale, the boundary element method (BEM) is used with the anisotropic 3D fundamental solution based on double Fourier series. The dynamic effects in the continuum media are included owing to the application of high-rate boundary conditions. These effects induced domain integrals in the BEM formulation which are treated via the dual reciprocity method (DRM). After the evaluation of the mechanical behavior, the multi-scale cohesive zone model (MCZM) is employed. The highly fluctuant deformation confined in the matrix at the atomistic scale is homogenized through the Cauchy-Born rule which allows coupling of the coarse and fine scales at the continuum. The constitutive force field at the atomistic scale is evaluated using a specific potential for epoxy materials, taking the advantage offered by the coarse grained model. Finally, failure is deemed to occur when the criterion fitted at the atomistic scale is reached at the mesoscale. Numerical results are presented showing the crack propagation paths for different configurations.

- Transient dynamic analysis of generally anisotropic materials using the boundary element method (Rodríguez et al., 2018).

Abstract: This work presents the use of an explicit-form Green's function for 3D general anisotropy in conjunction with the dual reciprocity boundary element method and the radial integration method to analyse elastodynamic problems using BEM. The latter two schemes are to treat the inertial loads in the time-domain formulation of the dynamic problem. The direct analysis with the Houbolt's algorithm is used to perform the transient analysis. The efficient and accurate computation of the fundamental solutions has been a subject of great interest for 3D general anisotropic materials due to their mathematical complexity. A recently proposed scheme based on double Fourier series representation of these solutions is used to this end. Numerical examples are presented to demonstrate the feasibility and successful implementation of applying these schemes in synthesis to treat 3D elastodynamic problems of anisotropic materials.

- An Acceleration Approach for Fracture Problems in the Extended Boundary Element Method (XBEM) Framework (Hattori et al., 2017).

Abstract: In this paper we investigate the use of the adaptive cross approximation (ACA) in the extended boundary element method (XBEM) framework. The proposed XBEM formulation is an implicit enrichment approach, where the stress intensity factors (SIF) are obtained with the displacements, eliminating the

need of further post-processing to calculate these parameters. However, it is known that the boundary element formulation has drawbacks with respect to the matrix of the linear system of equations. Such matrices are unsymmetric and fully populated, which can be computationally expensive for large fracture problems containing multiple boundaries. We will show that ACA has the potential to accelerate the computational time without reducing the accuracy of the solution.

- Fast BEM multi-domain approach for the elastostatic analysis of short fibre composites (Rodriguez et al., 2017).

Abstract: Composite materials are usually treated as homogeneous when carrying out structural design. However, failure in these materials often originated at their heterogeneous microstructure or constituents; hence, the different materials should be considered in the analysis. The use of composite materials has increased considerably over the years due to their relative superior properties. The accurate determination of their mechanical properties and behaviour is thus of great practical significance. The Boundary Element Method (BEM) has demonstrated to be a powerful computational technique for the analysis of many physical and engineering problems. The present work deals with the use of the multi-domain BEM to obtain a more appropriate characterisation of fibre–matrix composites. The generally anisotropic fundamental solution based on a double-Fourier series is employed together with a fast BEM approach, namely, the Adaptive Cross Approximation (ACA) technique. The ACA technique is aimed at speeding up the process required to generate the BEM matrices. Some numerical examples are presented to demonstrate its applicability. The present work is a precursor to treating problems involving anisotropic inclusions in general composites.

- Transient dynamic analysis of shear deformable shallow shells using the boundary element method (J. Useche & Albuquerque, 2015).

Abstract: The complexity involved in the dynamic response of plates brings many challenges from a mathematical standpoint. In this work, the transient dynamic analysis of elastic shallow shells under uniformly distributed pressure loads, using a dual reciprocity boundary element formulation, is presented. A boundary element formulation based on a direct time-domain formulation using elastostatic fundamental solutions was used. Effects of shear deformation and rotatory inertia were included in the formulation. Shallow shells are modeled coupling boundary element formulation of shear deformable plate and two-dimensional plane stress elasticity. Domain integrals related to inertial terms were treated using the Dual Reciprocity Boundary Element Method. Numerical examples are presented to demonstrate the efficiency and accuracy of the proposed formulation.

- Analysis of 3D Anisotropic Solids Using Fundamental Solutions Based on Fourier Series and the Adaptive Cross Approximation Method (Rodríguez et al., 2014).

Abstract: The efficient evaluation of the fundamental solution for 3D general anisotropic elasticity is a subject of great interest in the BEM community due to its mathematical complexity. Recently, Tan, Shiah, and Wang (2013) have represented the algebraically explicit form of it developed by Ting and Lee (Ting and Lee, 1997; Lee, 2003) by a computational efficient double Fourier series. The Fourier coefficients are numerically evaluated only once for a specific material and are independent of the number of field points in the BEM analysis. This work deals with the application of hierarchical matrices and low rank approximations, applying the Adaptive Cross Approximation (ACA) to treat 3D general anisotropic solids in BEM using this Green's function based on Fourier series. The use of hierarchical format is aimed at reducing the storage requirements of the system matrices and the computational effort in the BEM analysis of large systems. Numerical examples are presented to show the successful implementation of using ACA and the formulation based on Fourier series for BEM analysis of 3D anisotropic solids.

- Application of the Radial Integration Method into Dynamic Formulation of Anisotropic Shallow Shells Using Boundary Element Method (Jesus et al., 2015).

Abstract: The formulation developed in this work is based on the coupling of plane elasticity formulation and thin plate formulation for plates (Kirchhoff plates). Both formulations use elastostatic fundamental

solutions. Curvature effects are considered as body forces, which generates domain integrals. Domain integrals are transformed into boundary integrals using the radial integration method. Thus, only the boundary is discretized. A radial basis function is used as approximation function in domain integrals. The developed formulation is applied to the dynamic analysis of anisotropic and composite laminate shallow shells under time dependent loads. A computational implementation was performed for the formulation developed and results were compared with results from literature.

- The boundary element method applied to orthotropic shear deformable plates (Dos Reis et al., 2013).

Abstract: This work presents a formulation for thick plates following Mindlin theory. The fundamental solution takes into account an assumed displacement distribution on the thickness, and was derived by means of Hormander operator and the Radon transform. To compute the inverse Radon transform of the fundamental solution, some numerical integrals need to be computed. How these integrations are carried out is a key point in the performance of the boundary element code. Two approaches to integrate fundamental solutions are discussed. Integral equations are obtained using Betti's reciprocal theorem. Domain integrals are exactly transformed into boundary integrals by the radial integration technique.

- Analysis of Multiple Inclusion Potential Problems by the Adaptive Cross Approximation Method (Rodríguez et al., 2013).

Abstract: Over recent years the rapid evolution of the computational power has motivated the development of new numerical techniques to account for engineering solutions. The Boundary Element Method (BEM) has shown to be a powerful numeric tool for the analysis and solution of many physical and engineering problems. However, BEM fully populated and non-symmetric system matrices implies in higher memory requirements and solution times. This work analyze the application of hierarchical matrices and low rank approximations, applying the Adaptive Cross Approximation - ACA, to multiple inclusion potential problems. The use of hierarchical format is aimed at reducing the storage requirement and the computational complexity arising in the BEM. First, the use of hierarchical matrices and low rank approximation on multidomain potential problems is depicted. Finally, a numerical example is performed to show the applicability of using ACA in largescale multidomain problems. Moreover, the application of ACA to multidomain problems showed to be an important option in future multiscale problem analyses.

- Failure criteria for adhesively bonded joints (Quispe Rodríguez et al., 2012).

Abstract: Adhesively bonded joints are an alternative structural technique to welded, bolted or riveted joints, presenting better load transfer and stress distributions. Most analytical formulations for stress-strain analysis consider maximum values as failure criteria. Several failure criteria based on fracture mechanics and extensive evaluation of experimental data are also available in literature. The main difficulty with these two criteria is the need to perform numerous tests, resulting in expensive methods and usually applicable to a particular material combination. This paper reviews several linear and non-linear analytical models of stress distributions in adhesively bonded joints. These models were implemented in a user-friendly software. The developed software allows evaluation of stress distributions for each analytical solution and also features the comparison among these solutions and numerical results. Comparison among analytical and numerical analyses was achieved by the interaction between the MATLAB code and ABAQUS models using Python script. Different failure criteria were also reviewed and implemented. The bond strain energy density criteria combine shear and peel effects. Results obtained by these criteria are compared with numerical results and experimental data.

- Harmonic analysis of shear deformable orthotropic cracked plates using the Boundary Element Method (J. Useche et al., 2012).

Abstract: In this work, the modal and harmonic analysis of orthotropic shear deformable cracked plates using a direct time-domain Boundary Element Method formulation based on the elastostatic fundamental solution of the problem is presented. The Radial Integration Method was used for the treatment of domain integrals involving distributed domain applied loads and those related with inertial mass forces. Numerical examples are presented to demonstrate the efficiency and accuracy of the proposed formulation.

- Dynamic analysis of shear deformable plates using the Dual Reciprocity Method (J. Useche & Albuquerque, 2012).

Abstract: The Dual Reciprocity Method is a popular mathematical technique to treat domain integrals in the boundary element method (BEM). This technique has been used to treat inertial integrals in the dynamic thin plate bending analysis using a direct formulation of the BEM based on the elastostatic fundamental solution of the problem. In this work, this approach was applied for the dynamic analysis of shear deformable plates based on the Reissner plate bending theory, considering the rotary inertia of the plate. Three kinds of problems: modal, harmonic and transient dynamic analysis, were analyzed. Numerical examples are presented to demonstrate the efficiency and accuracy of the proposed formulation.

- Computation of moments and stresses in laminated composite plates by the boundary element method (Dos Reis et al., 2011).

Abstract: This paper presents a boundary element formulation for the computation of moments and stresses at internal and boundary points of laminated composite plates. Integral equations for second transversal displacement derivatives are developed and all derivatives of the fundamental solution are computed analytically. These integral equations are used to compute moments and stresses at internal points. Stresses on the boundary are computed by a procedure that uses integral equations for the first transversal displacement derivatives, derivatives of shape functions, and constitutive relations. The obtained results are in good agreement with finite element results available in literature.

- Modal analysis of anisotropic plates using the boundary element method (Paiva et al., 2011).

Abstract: A numerical formulation for analysis of dynamic problems of thin anisotropic plates bending is presented. The bending behavior follows Kirchhoffs hypothesis. The formulation is based on the direct boundary element method. The problem is simplified by using the elastostatic fundamental solution of an infinite plate. Domain integrals arising from inertial terms are transformed into boundary integrals using the dual reciprocity technique. Boundary integrals are discretized and evaluated numerically. Natural frequencies for free vibration are obtained and the respective mode shapes are shown. The accuracy of numerical results obtained is assured by comparison with analytical or finite element results.

- Stress Intensity Factor Evaluation of Anisotropic Cracked Sheets under Dynamic Loads Using Energy Domain Integral (Mauler et al., 2011).

Abstract: The aim of this paper is to present a procedure to perform the evaluation of dynamic stress intensity factors of composite cracked sheets. The numerical method that is used to perform the modeling of the crack is the dual boundary element method. The inertial effects are modeled using the dual reciprocity boundary elements method. The Houbolt Method is used to integrate time, and the energy domain integral is used to evaluate stress intensity factors.

- A boundary element analysis of symmetric laminated composite shallow shells (Albuquerque & Aliabadi, 2010).

Abstract: This paper presents a boundary element formulation for the analysis of symmetric laminated composite shallow shells where only the boundary is discretized. Classical plate bending and plane elasticity formulations are coupled and effects of curvature are treated as body forces. Fundamental solutions for elastostatic formulations are used and body forces are written as a sum of approximation functions multiplied by unknown coefficients. Two approximation functions are used. Domain integrals which arise in the formulation are transformed into boundary integrals by the radial integration method. Results for the approximation functions are compared and the accuracy of the proposed formulation is assessed by results from literature. It was shown that results obtained with the approximation function called augmented thin plate spline present very good agreement with literature even for shells that are not so shallow.

- Stability analysis of plates (Aliabadi et al., 2009).

Abstract: Boundary element only formulations for the stability analysis of isotropic and anisotropic plates are presented. Domain integrals which arise in the formulation are transformed into boundary integrals by the radial integration method and the dual reciprocity method. Plate buckling equations are formulated as standard eigenvalue problem. The accuracy of the proposed formulations including buckling coefficients and buckling modes is assessed by comparison with results from literature.

- Evaluation of non-singular BEM algorithms for potential problems (Ribeiro et al., 2009).

Abstract: Two non-singular boundary element method (BEM) algorithms for two-dimensional potential problems have been implemented using isoparametric quadratic, cubic and quartic elements. The first one is based on the self-regular potential boundary integral equation (BIE) and the second on the self-regular flux-BIE. The flux-BIE requires the  $C_{1,\alpha}$  continuity of the density functions, which is not satisfied by the standard isoparametric elements. This requirement is remedied by adopting the relaxed continuity strategy. The self-regular flux-BIE has presented some poor and oscillatory results, mainly with continuous quadratic elements. This odd behavior has completely disappeared when discontinuous elements, which satisfy the continuity requirement, were applied, and this suggests that the 'relaxed continuity hypothesis' seems to be the main cause of numerical errors in the implementation of the self-regular flux-BIE. On the other side, the potential algorithm has shown very reliable solutions.

- A Boundary Element Formulation for Boundary Only Analysis of Thin Shallow Shells (Albuquerque & Aliabadi, 2008).

Abstract: This paper presents a boundary element formulation for the analysis of thin shallow shells. Classical plate bending and plane elasticity formulations are coupled and effects of curvature are treated as body forces. The body forces are written as a sum of approximation functions multiplied by coefficients. Domain integrals that arise in the formulation are transformed into boundary integrals by the radial integration method. Two different approximation functions are employed, that is  $1 + r$  and  $r^2 \log r$ . The method is applied to several problems and the accuracy of each approximation function is assessed by comparison with results from literature.

- Boundary Element Analysis of Cracked Sheets Repaired with Bonded Anisotropic Patches (J. F. Useche et al., 2008).

Abstract: A boundary element formulation for the analysis of isotropic cracked sheets, repaired with adhesively bonded anisotropic patches is presented. The sheet and the patch are modeled using the boundary element method. The crack in the isotropic sheet is modeled using the dual boundary element method. The interaction between the isotropic sheet and the patch is modeled considering shear body forces uniformly distributed on the interaction zone using a linear elastic relationship. Two different techniques are used in the present boundary element implementation to treat the domain integrals that arise in the formulation due to shear interaction forces. These techniques are the cell domain integration and the dual reciprocity boundary element method. Examples show that results obtained for the shear stress distribution in the adhesive layer are in good agreement with analytical solution.

- Boundary element analysis of cracked thick plates repaired with adhesively bonded composite patches (J. Useche et al., 2008).

Abstract: The fracture analysis of cracked thick plates repaired with adhesively bonded composite patches using a boundary element formulation is presented. The shear deformable cracked isotropic plate was modeled using the dual boundary method. In order to model the repair, a three parameter boundary element formulation was established. This formulation is based on Kirchhoff's theory for symmetric layer composite plates and considers the transversal deflection and two in-plane rotations. Interaction forces and moments between the cracked plate and the composite repair were modeled as distributed loading, and discretized using continuous and semi-discontinuous domain cells. Coupling equations, based on kinematic compatibility and equilibrium considerations for the adhesive, were established. In-plane shear-

deformable adhesive model without transversal stiffness was considered in order to modeling the mechanical response of the adhesive. Stress intensity factors in the isotropic Reissner's plate were calculated using crack surface displacements extrapolation. Test problems considering circular composite repair are presented.

- Boundary element analysis of fracture failure in anisotropic composite laminates (Sollero et al., 2005).

Full chapter available at:

<https://www.witpress.com/Secure/elibrary/papers/9781853126697/9781853126697006FU1.pdf>

- Application of new error estimators based on gradient recovery and external domain approaches to 2D elastostatics problems (Ariosto B. Jorge et al., 2005).

Abstract: Two new error estimators for the BEM in 2D potential problems were recently presented by the authors. This work extends these two error estimators for 2D elastostatics problems. The first approach involves a local error estimator based on a gradient recovery procedure in which the error function is based on differences between smoothed and non-smoothed rates of change of boundary variables in the local tangential direction. The second approach is associated with the external problem formulation and gives both local and global measures of the error, depending on a choice of the external evaluation point. These approaches are post-processing procedures. Both estimators show consistency with mesh refinement and give similar qualitative results. The error estimator using the gradient recovery approach presents a more general characteristic as its formulation does not rely on an 'optimal' choice of an external parameter, such as in the case of the external domain error estimator. Also, the external domain error estimator can be used only for domains in which an exterior region exists. For example, the external domain error estimator cannot be used for an infinite domain with a crack, because a point in the exterior region (inside the crack) will not be at a finite distance to the crack surface.

- Extension of the Variational Self-Regular Approach for the Flux Boundary Element Method Formulation (Porto et al., 2005).

Abstract: This work deals with a numerical solution technique for the self-regular gradient form of Green's identity, the flux boundary integral equation (flux-BIE). The required  $C_{1,\alpha}$  inter-element continuity conditions for the potential derivatives are imposed in the boundary element method (BEM) code through a non-symmetric variational formulation. In spite of using Lagrangian  $C_0$  elements, accurate numerical results were obtained when applied to heat transfer problems with singular or quasi-singular conditions, like boundary points and interior points which may be arbitrarily close to the boundary. The numerical examples proposed show that the developed algorithm based on the self-regular flux-BIE are highly efficient, and quite straightforward in that no integral transformations are necessary to compute the singular integrals and even a small number of integration Gauss points gives very accurate results. The variational self-regular flux-BIE formulation has improved the results for quadratic elements, while only minor improvements were obtained for higher order elements. The proposed approach is also compared with other formulations showing to be a robust alternative as a BEM approach in heat transfer problems.

- Dual boundary element method for anisotropic dynamic fracture mechanics (Albuquerque et al., 2004).

Abstract: In this work, the dual boundary element method formulation is developed for effective modelling of dynamic crack problems. The static fundamental solutions are used and the domain integral, which comes from the inertial term, is transformed into boundary integrals using the dual reciprocity technique. Dynamic stress intensity factors are computed from crack opening displacements. Comparisons are made with quasi-isotropic as well as anisotropic results, using the sub-region technique. Several examples are presented to assess the accuracy and efficiency of the proposed method.

- Higher-order modeling of continua by finite-element, boundary-element, meshless, and wavelet methods (Basu et al., 2003).

Abstract: This paper is an overview of the higher-order modeling schemes for the continua based on finite-element, boundary-element, meshless, and wavelet methods. The first discrete numerical method is well established, so discussions are mainly focused on the last three methods. Apart from critically discussing the main theoretical, algorithmic, and implementation characteristics of the methods, the paper expounds on the relative merits and demerits of the methods. The results of a number of smooth and nonsmooth problems are presented. Finally, the future potential of the wavelet method in discrete numerical modeling of continua is explored.

- New approaches for error estimation and adaptivity for 2D potential boundary element methods (Ariosto B. Jorge, Ribeiro, et al., 2003).

Abstract: This work presents two new error estimation approaches for the BEM applied to 2D potential problems. The first approach involves a local error estimator based on a gradient recovery procedure in which the error function is generated from differences between smoothed and non-smoothed rates of change of boundary variables in the local tangential direction. The second approach involves the external problem formulation and gives both local and global measures of error, depending on a choice of the external evaluation point. These approaches are post-processing procedures. Both estimators show consistency with mesh refinement and give similar qualitative results. The error estimator using the gradient recovery approach is more general, as this formulation does not rely on an 'optimal' choice of an external parameter. This work presents also the use of a local error estimator in an adaptive mesh refinement procedure. This r-refinement approach is based on the minimization of the standard deviation of the local error estimate. A non-linear programming procedure using a feasible-point method is employed using Lagrange multipliers and a set of active constraints. The optimization procedure produces finer meshes close to a singularity and results that are consistent with the problem physics.

- Near-crack contour behaviour and extraction of log-singular stress terms of the self-regular traction boundary integral equation (Ariosto B. Jorge, Cruse, et al., 2003).

Abstract: This work contains an analytical study of the asymptotic near-crack contour behaviour of stresses obtained from the self-regular traction-boundary integral equation (BIE), both in two and in three dimensions, and for various crack displacement modes. The flat crack case is chosen for detailed analysis of the singular stress for points approaching the crack contour. By imposing a condition of bounded stresses on the crack surface, the work shows that the boundary stresses on the crack are in fact zero for an unloaded crack, and the interior stresses reproduce the known inverse square root behaviour when the distance from the interior point to the crack contour approaches zero. The correct order of the stress singularity is obtained after the integrals for the self-regular traction-BIE formulation are evaluated analytically for the assumed displacement discontinuity model. Based on the analytic results, a new near-crack contour self-regular traction-BIE is proposed for collocation points near the crack contour. In this new formulation, the asymptotic log-singular stresses are identified and extracted from the BIE. Log-singular stress terms are revealed for the free integrals written as contour integrals and for the self-regularized integral with the integration region divided into sub-regions. These terms are shown to cancel each other exactly when combined and can therefore be eliminated from the final BIE formulation. This work separates mathematical and physical singularities in a unique manner. Mathematical singularities are identified, and the singular information is all contained in the region near the crack contour.

- A new variational self-regular traction-BEM formulation for inter-element continuity of displacement derivatives (A. B. Jorge et al., 2003).

Abstract: In this work, a non-symmetric variational approach is derived to enforce  $C_{1,\alpha}$  continuity at inter-element nodes for the self-regular traction-BIE. This variational approach uses only Lagrangian  $C_0$  elements. Two separate algorithms are derived. The first one enforces  $C_{1,\alpha}$  continuity at smooth inter-element nodes, and the second enforces continuity of displacement derivatives in global coordinates at

corner nodes, where  $C_{1,\alpha}$  continuity cannot be enforced. The variational formulation for the traction-BIE is implemented in this work for two elastostatics problems with various discretizations and polynomial interpolants. Local and global measures of the discretization error are obtained by means of an error estimator recently derived by the authors. Comparisons are also made with the displacement-BIE, which does not require  $C_{1,\alpha}$  continuity for the displacement. The lack of smoothness of the displacement derivatives at the inter-element nodes is shown to be an important source of both local and global error for the traction-BIE formulation, especially for quadratic elements. The accuracy of the boundary solution obtained from the traction-BIE improves significantly when  $C_{1,\alpha}$  continuity is enforced where possible, i.e., at the smooth inter-element nodes only.

- Dual reciprocity boundary element method in Laplace domain applied to anisotropic dynamic crack problems (Albuquerque et al., 2003a).

Abstract: In this paper the dual reciprocity boundary element method in the Laplace domain for anisotropic dynamic fracture mechanic problems is presented. Crack problems are analyzed using the subregion technique. The dynamic stress intensity factors are computed using traction singular quarter-point elements positioned at the tip of the crack. Numerical inversion from the Laplace domain to the time domain is achieved by the Durbin method. Numerical examples of dynamic stress intensity factor evaluation are considered for symmetric and non-symmetric problems. The influence of the number of Laplace parameters and internal points in the solution is investigated.

- Free vibration analysis of anisotropic material structures using the boundary element method (Albuquerque et al., 2003b).

Abstract: This paper presents a formulation for the analysis of free vibration in anisotropic structures using the boundary element method. The fundamental solution for elastostatic is used and the inertial terms are treated as body forces providing domain integrals. The dual reciprocity boundary element method is used to reduce domain integrals to boundary integrals. Mode shapes and natural frequencies for free vibration of orthotropic structures are obtained and compared with finite element results showing good agreement.

- The boundary element method applied to time dependent problems in anisotropic materials (Albuquerque et al., 2002).

Abstract: In this paper a multi-domain boundary element formulation is developed for the solution of two-dimensional dynamic anisotropic problems with or without cracks. The inertia effects are treated as body forces and the dual reciprocity formulation is used to transform the domain integral into a boundary integral. In fracture problems, traction singular quarter point elements are used in order to give a correct representation of displacement and traction fields around the crack tip. The dynamic stress intensity factors are computed directly from the tractions at the crack tip node. The results obtained demonstrate good agreement with other reported results and show strong dependence on the material anisotropy.

- Self-regular boundary integral equation formulations for Laplace's equation in 2-D (A. B. Jorge et al., 2001).

Abstract: The purpose of this work is to demonstrate the application of the self-regular formulation strategy using Green's identity (potential-BIE) and its gradient form (flux-BIE) for Laplace's equation. Self-regular formulations lead to highly effective BEM algorithms that utilize standard conforming boundary elements and low-order Gaussian integrations. Both formulations are discussed and implemented for two-dimensional potential problems, and numerical results are presented. Potential results show that the use of quartic interpolations is required for the flux-BIE to show comparable accuracy to the potential-BIE using quadratic interpolations. On the other hand, flux error results in the potential-BIE implementation can be dominated by the numerical integration of the logarithmic kernel of the remaining weakly singular integral. Accuracy of these flux results does not improve beyond a certain level when using standard quadrature together with a special transformation, but when an alternative logarithmic quadrature scheme is used these errors are shown to reduce abruptly, and the flux results converge monotonically to

the exact answer. In the flux-BIE implementation, where all integrals are regularized, flux results accuracy improves systematically, even with some oscillations, when refining the mesh or increasing the order of the interpolating function. The flux-BIE approach presents a great numerical sensitivity to the mesh generation scheme and refinement. Accurate results for the potential and the flux were obtained for coarse-graded meshes in which the rate of change of the tangential derivative of the potential was better approximated. This numerical sensitivity and the need for graded meshes were not found in the elasticity problem for which self-regular formulations have also been developed using a similar approach. Logarithmic quadrature to evaluate the weakly singular integral is implemented in the self-regular potential-BIE, showing that the magnitude of the error is dependent only on the standard Gauss integration of the regularized integral, but not on this logarithmic quadrature of the weakly singular integral. The self-regular potential-BIE is compared with the standard (CPV) formulation, showing the equivalence between these formulations. The self-regular BIE formulations and computational algorithms are established as robust alternatives to singular BIE formulations for potential problems.

## **C.2 Trabalhos envolvendo modelagem do problema inverso**

- Experimental Analysis of One-Degree-of-Freedom (1DoF) Dynamic System Controlled by Optimized Inverted Pendulum (Resende et al., 2020).

**Abstract:** Purpose: An experimental–numerical study of an inverted pendulum system to control a reduced model of a main system is developed in this work. Method: Initially, a dynamic system model with one degree of freedom (1DoF) translational in the horizontal direction is analyzed. To this system is coupled a passive control device in the geometry of a tuned mass damper inverted pendulum (TMD-IP). Different TMD-IP configurations are analyzed. The theoretical formulation adopted for free and forced vibration analysis is presented. Subsequently, an experimental bench composed of a reduced model with 1DoF, an TMD-IP and a dynamic exciter is designed and constructed. The data acquisition is performed via video techniques. A sensitivity analysis is performed, as well as an optimization, with the intention of finding the optimal parameters for the TMD-IP. Results: Experimental and numerical analyses are performed on free vibration as well as forced vibration. Comparison of the results obtained showed a good agreement. Conclusions: The TMD-IP showed to be a good solution reducing the main system horizontal vibrations.

- Optimal Pendulum Tuned Mass Damper Design Applied to High Towers Using Genetic Algorithms: 2DOF Modelling (Colherinhas et al., 2019).

**Abstract:** High and slender towers may experience excessive vibrations caused by both wind and seismic loads. To avoid excessive vibrations in towers, tuned mass dampers (TMDs) are often used as passive control devices due to their low cost. The TMDs can absorb part of the energy of vibration transmitted from the main structure. These devices need to be finely tuned in order to work as efficient dampers; otherwise, they can adversely amplify structural vibrations. This paper presents the optimal parameters of a pendulum TMD (PTMD) to control the vibrations of slender towers subjected to an external random force. The tower is modeled as a single-degree-of-freedom (SDOF) mass-spring system via an assumed-mode procedure with a pendulum attached. A genetic algorithm (GA) toolbox developed by the authors is used to find the optimal parameters of the PTMD, such as the support flexural stiffness/damping, the mass ratio and the pendulum length. The chosen fitness function searches for a minimization of the maximum frequency peaks. The results are compared with a sensibility map that contains the information of the maximum amplitude as a function of the pendulum length and the mass ratio between the pendulum and the tower. The optimal parameters can be expressed as a power-law function of the supporting flexural stiffness. In addition, a parametric analysis and a time-history verification are performed for several combinations of mass ratio and pendulum length.

- DAMAGE IDENTIFICATION USING MODAL STRAIN ENERGY IN A STRUCTURE WITH ORTHOTROPIC PROPERTIES (Domingues et al., 2019).

Abstract:

- Structural optimization using BEM and TD applied to a suspension trailing arm (Anflor et al., 2018).

Abstract: This work investigates the optimization of elasticity problems using the boundary element method (BEM) as a numerical solver. A topological shape sensitivity approach is used to select the points showing the lowest sensitivities. As the iterative process evolves, the original domain has portions of material progressively removed in the less efficient areas until a given stop criterion is achieved. Two benchmark tests are investigated to demonstrate the influence of the boundary conditions on the final topology. Following this, a suspension trailing arm is optimized and a new design is proposed as an alternative to commercially available methods. A postprocedure of smoothing using Bézier curves was employed for the final topology of the trailing arm. This process allowed the external irregular shapes to be overcome. The BEM coupled with the topological derivative was shown to be an alternative to traditional optimization techniques using the finite element method. The present methodology was shown to be efficient for delivering optimal topologies with few iterations. All routines used were written in open code.

- A modified topological sensitivity analysis extended to the design of composite multidirectional laminates structures (de Sousa et al., 2018).

Abstract: The main purpose of this study is to analyze two main problems, namely the optimal design of multilayered composite laminates and the topological sensitivity analysis in anisotropic elastostatics. Regarding the composite design, minimal weight structures subjected to bending and Hoffmann failure criteria constraints are considered, where the design variables are the shape/topology of each ply and the stacking sequence. The application of topological sensitivity analysis is extended to obtain the optimal topology of composite laminated structures. From the topological Derivative mapping methodology, considering the total potential energy as an objective function, the optimal topology is obtained by gradual insertion of material in the considered domain. The Topological Derivative defines the shape of the new added plies, and the optimal layup is obtained by using an ant colony optimization algorithm. Numerical examples are presented to demonstrate the validity, functionality and applicability of the proposed methods.

- A topological optimization procedure applied to multiple region problems with embedded sources (Anflor et al., 2014).

Abstract: The main objective of this work is the application of the topological optimization procedure to heat transfer problems considering multiple materials. The topological derivative (DT) is employed for evaluating the domain sensitivity when perturbed by inserting a small inclusion. Electronic components such as printed circuit boards (PCBs) are an important area for the application of topological optimization. Generally, geometrical optimization involving heat transfer in PCBs considers only isotropic behavior and/or a single material. Multiple domains with anisotropic characteristics take an important role on many industrial products, for instance when considering PCBs which are often connected to other components of different materials. In this sense, a methodology for solving topological optimization problems considering anisotropy and multiple regions with embedded heat sources is developed in this paper. A direct boundary element method (BEM) is employed for solving the proposed numerical problem.

- Using Ultrasound and the Extended Kalman Filter for Characterizing Aerothermodynamic Environments (Michael R. Myers et al., 2013).

Abstract: Characterizing aerothermodynamic environments represents a significant challenge to aircraft operations. Hypersonic boundary-layer structure including transitions from laminar flow to turbulent flow is important to air vehicle design, thermal protection system design, and air vehicle in-flight control. Because the transition region cannot be observed directly, an inverse procedure must be formulated that relates transition region characteristics with parameters that can be measured. We propose a novel measurement system that leverages the hypersonic bodysurface heating profile to locate the boundary-

layer transition region. In this work, we focus on ultrasonic sensing as the measurement strategy, a three-dimensional conduction solution, and the extended Kalman filter for the inverse procedure. Development of the proposed measurement method is accomplished using simple, controlled experiments involving a high-heat flux step source on a large flat metal plate. Although the heating profile of the step source used in this work is somewhat similar in profile to the hypersonic transition region heating profile, the transition region may exhibit smaller gradients, nonuniform heating before and after the transition, and irregular shapes. Heating-source localization results and convergence behavior are compared for the extended Kalman filter and simulated one-way ultrasonic pulse measurements. Sensor-array pattern experiment results are presented for the sensor array. The extended Kalman filter was found to be robust and appropriate for applications where the user has control over some aspect of the environment that affects the parameters being estimated (e.g., throttle, attitude controls, etc.).

- A Quadratic Boundary Implementation for Solving 2D Problems of Elasticity by Topology Optimization (Teotônio et al., 2013).

Abstract: The main goal of this work relies on implementing discontinuous quadratic elements on a previous existent optimization code. The existent code refers to problems of topology optimization using a standard Boundary Element Method (BEM) formulation. A Topological Derivative (DT) is used for determining the domain's sensitivity. The implicit cost function used for DT derivation is based on the total potential energy. A fixed amount of material with less efficiency is progressively removed during the optimization process. It is expected that the quadratic elements implementation increases the accuracy of the final solution, since the previous code were implemented by using linear elements. Despite of this code is still under development the final topology presents a good agreement when compared with those presented in the literature.

- Position optimization of Helmholtz resonator in ducts using a genetic algorithm (Nunes & Silva, 2013).

Abstract: The equipments layout, the maintenance and operation purposes in industries limit the installation of reactive mufflers in terms of space and location. As part of this device design it is necessary to considerate these restrictions and an optimization process may necessary. Keep in mind that in real application the downstream radiating end of the duct must be modeled as an open end radiating into free space, the Insertion Loss (IL) parameter is more proper for evaluating the HR's performance than the Transmission Loss. Using the IL to estimate the effectiveness of the acoustic filter, the main purpose of this paper is to numerically analyze and maximize this parameter in the maximum attenuation frequency considering position restrictions (bounds constraints) in a duct. An evolutionary search algorithm (GA) has been applied in order to solve the best position for a fixed shape HR in a duct. The finite element method was used to model the acoustic system HR/duct. The pressure data and the optimization step were processed in Matlab®. For optimal positions the results reveal an increase of 19 dB in the IL parameter at the desired frequency. To verify the sensibility of the methodology simulations were performed varying some GA parameters.

- A comparison of extended Kalman filter, particle filter, and least squares localization methods for a high heat flux concentrated source (M. R. Myers, Jorge, Mutton, et al., 2012a).

Abstract: State estimation procedures using the extended Kalman filter, particle filter, and least squares are investigated for a transient heat transfer problem in which a high heat flux concentrated source is applied on one side of a thin plate and ultrasonic pulse time of flight is measured between spatially separated transducers on the opposite side of the plate. This work is an integral part of an effort to develop a system capable of locating the boundary layer transition region on a hypersonic vehicle aeroshell. Results from thermal conduction experiments involving one-way ultrasonic pulse time of flight measurements are presented. Comparisons of heating source localization measurement models are conducted where ultrasonic pulse time of flight readings provide the measurement update to the extended Kalman filter, particle filter, and least squares. Two different measurement models are compared: (1) directly using the one-way ultrasonic pulse time of flight as the measurement vector and (2) indirectly obtaining distance from the one-way ultrasonic pulse time of flight and then using these

obtained distances as the measurement vector. For the direct model, the Jacobian required by the extended Kalman filter and least squares is obtained numerically using finite differences and a finite element forward conduction solution. For the indirect model, the derivatives with respect to the state variables are obtained in closed form. Heating source localization results and convergence behavior are compared for the three inverse methods and the two measurement models. The extended Kalman filter, least squares, and particle filter methods using the one-way ultrasonic pulse time of flight measurement model (direct model) produced similar results when considering accuracy of converged solution, ability to converge to the correct solution, and smoothness of convergence behavior. The results provide quantified justification for moving forward with development of an extended Kalman filter-based localization solution.

- A comparison of extended Kalman filter, ultrasound time-of-flight measurement models for heating source localization (M. R. Myers, Jorge, Mutton, et al., 2012b).

Abstract: Comparisons of six heating source localisation measurement models are conducted where temperature or ultrasonic time of flight readings provide the measurement update to the extended Kalman filter for estimating the location of a high heat flux spot source on a flat plate. For a particular measurement model, one of two processes are used: (1) directly using the measurements as the measurement vector in the extended Kalman filter or (2) indirectly obtaining the distance from the sensor to the heating source based on the measurement and then using the obtained distance as the measurement vector in the extended Kalman filter. For the direct models, the Jacobian required by the extended Kalman filter is obtained numerically using finite differences from the finite element forward conduction solution. For the indirect models, the derivatives of the distances with respect to the state variables are obtained in closed form. Heating source localisation results and convergence behaviour are compared for the six measurement models investigated. The ellipse from ultrasonic pulse one-way time of flight measurement model produces the best results when considering accuracy of converged solution, ability to converge to the correct solution given different initial guesses, and smoothness of convergence behaviour. Additionally, extended Kalman filter, extended information filter, and least squares inverse methods are compared for a parameter identification to quantify the heat flux and convection coefficient on the plate. All three inversion methods produce similar results which is significant as future work will consider only the extended Kalman filter.

- High heat flux point source sensitivity and localization analysis for an ultrasonic sensor array (M. R. Myers, Jorge, Mutton, et al., 2012c).

Abstract: State estimation procedures using the extended Kalman filter are investigated for a transient heat transfer problem in which a high heat flux point source is applied on one side of a thin plate and ultrasonic pulse time of flight is measured between spatially separated transducers on the opposite side of the plate. This work is an integral part of an effort to develop a system capable of locating the boundary layer transition region on a hypersonic vehicle aeroshell. Results from thermal conduction experiments involving one-way ultrasonic pulse time of flight measurements are presented. Uncertainties in the experiments and sensitivity to heating source location are discussed. One key finding is that sensitivity to heating source location is greater in the direction normal to the ultrasonic pulse propagation path. Scaled sensitivities to boundary conditions and thermal conductivity are presented and analyzed for all possible source locations using a square sensor grid. While sensitivity to the primary heat flux was determined to be the highest, sensitivity to the other parameters is either on the same order of magnitude or one order of magnitude less. Two different measurement models are compared for heating source localization: (1) directly using the one-way ultrasonic pulse time of flight as the measurement vector and (2) indirectly obtaining distance from the one-way ultrasonic pulse time of flight and then using these obtained distances as the measurement vector in the extended Kalman filter. Heating source localization results and convergence behavior are compared for the two measurement models. Two areas of sensitivity analyses are presented: (1) heat source location relative to sensor array position, and (2) sensor noise. The direct measurement model produced the best results when considering accuracy of converged solution, ability to converge to the correct solution given different initial guesses, and smoothness of convergence behavior.

- Detection of holes in a plate using global optimization and parameter identification techniques (da Lopes et al., 2010).

Abstract: In this work, an inverse problem of damage identification and localization is modelled using independent techniques, both for the direct model and for the inverse model. The damage is characterized by a hole in the structure, which modifies existing temperature and stress fields. Direct models for the thermal (conduction) and elastostatic problems are needed to obtain the distribution of these quantities in the domain, for a particular configuration. The boundary element method is used here as the direct problem, and two different and independent techniques are used for the inverse problem, in order to localize and to identify a damage in a structure. The first technique adopted is a global optimization technique using genetic algorithms and the second approach is a parameter identification technique using artificial neural networks. The identification and localization of a hole in the structure is performed using these two techniques for the inverse problem, with comparable results.

- Numerical Modeling of Inverse Problems for Damage Detection in Aircraft Structures (Ariosto Bretanha Jorge, 2009).

Abstract: Structural health monitoring (SHM) is a competitive approach for damage detection in aircraft structures, wherein online information is collected and compared with an existing database for the undamaged structure, to obtain real-time information about the presence of damage. The goal of this research is to develop numerical models of inverse problems for damage detection in aircraft structures, which could later be part of an on-board system for SHM. In this work, the numerical modeling has two main branches: I. The direct problem: a model is required to obtain information on the distribution of the quantity of interest throughout a given damaged structure. The model of the direct problem, using the boundary element method (BEM), is expected to reproduce the reality of an aircraft structure. II. The inverse problem: a model is required to locate the structural damage given the information on the quantity of interest at particular locations (sensor locations). To increase the reliability of the detection approach, a combination of independent optimization and identification procedures can be used. Some treatment of the model uncertainties is required, due to the stochasticity in the problem variables and parameters.

- Identification of the bending stiffness matrix of symmetric laminates using regressive discrete Fourier series and finite differences (Batista et al., 2009).

Abstract: It is known that the elastic constants of composite materials can be identified by modal analysis and numerical methods. This approach is nondestructive, since it consists of simple tests and does not require high computational effort. It can be applied to isotropic, orthotropic, or anisotropic materials, making it a useful alternative for the characterization of composite materials. However, when elastic constants are bending constants, the method requires numerical spatial derivatives of experimental mode shapes. These derivatives are highly sensitive to noise. Previous works attempted to overcome the problem by using special optical devices. In this study, the elastic constant is identified using mode shapes obtained by standard laser vibrometers. To minimize errors, the mode shapes are first smoothed by regressive discrete Fourier series, after which their spatial derivatives are computed using finite differences. Numerical simulations using the finite element method and experimental results confirm the accuracy of the proposed method. The experimental examples reported here consist of an isotropic steel plate and an orthotropic carbon-epoxy plate excited with an electromechanical shaker. The forced response is measured at a large number of points, using a laser Doppler vibrometer. Both numerical and experimental results were satisfactory.

### **C.3 Trabalhos envolvendo modelagem de incertezas**

- Estimation of beam material random field properties via sensitivity-based model updating using experimental frequency response functions (Machado, Adhikari, Dos Santos, et al., 2018).

Abstract: Structural parameter estimation is affected not only by measurement noise but also by unknown uncertainties which are present in the system. Deterministic structural model updating methods minimise the difference between experimentally measured data and computational prediction. Sensitivity-based methods are very efficient in solving structural model updating problems. Material and geometrical parameters of the structure such as Poisson's ratio, Young's modulus, mass density, modal damping, etc. are usually considered deterministic and homogeneous. In this paper, the distributed and non-homogeneous characteristics of these parameters are considered in the model updating. The parameters are taken as spatially correlated random fields and are expanded in a spectral Karhunen-Loève (KL) decomposition. Using the KL expansion, the spectral dynamic stiffness matrix of the beam is expanded as a series in terms of discretized parameters, which can be estimated using sensitivity-based model updating techniques. Numerical and experimental tests involving a beam with distributed bending rigidity and mass density are used to verify the proposed method. This extension of standard model updating procedures can enhance the dynamic description of structural dynamic models.

- Spectral element-based method for a one-dimensional damaged structure with distributed random properties (Machado, Adhikari, & Dos Santos, 2018).

Abstract: Stochastic methods have received considerable attention because they address the randomness present in structural numerical models. Uncertainties represent important events in dynamic systems regarding vibration response prediction, especially in the mid- and high-frequency ranges, when responses have higher dispersions. The spectral element method (SEM) is suitable for analysing wave propagation problems based on large frequency ranges. It is a powerful tool for structural health monitoring. This paper unifies these two techniques to use the SEM with distributed randomness in the system parameters to model structural damage. Parameters are assumed to be distributed along the structure and expressed as a random field, which are expanded in the Karhunen-Loève spectral decomposition and memoryless transformation. A frequency-dependent stochastic stiffness and mass element matrices are formulated for bending vibration. Closed-form expressions are derived by the Karhunen-Loève expansion. Numerical examples are used to address the proposed methodology.

- A spectral approach for damage quantification in stochastic dynamic systems (Machado et al., 2017).

Abstract: Intrinsic to all real structures, parameter uncertainty can be found in material properties and geometries. Many structural parameters, such as, elastic modulus, Poisson's rate, thickness, density, etc., are spatially distributed by nature. The Karhunen-Loève expansion is a method used to model the random field expanded in a spectral decomposition. Once many structural parameters can not be modelled as a Gaussian distribution the memoryless nonlinear transformation is used to translate a Gaussian random field in a non-Gaussian. Thus, stochastic methods have been used to include these uncertainties in the structural model. The Spectral Element Method (SEM) is a wave-based numerical approach used to model structures. It is also developed to express parameters as spatially correlated random field in its formulation. In this paper, the problem of structural damage detection under the presence of spatially distributed random parameter is addressed. Explicit equations to localize and assess damage are proposed based on the SEM formulation. Numerical examples in an axially vibrating undamaged and damaged structure with distributed parameters are analysed.

- A Reliability Analysis Procedure for the Design of a Helicopter Composite Armor with Correlated Design Variables (Santos et al., 2016).

Abstract: A procedure for reliability analysis of a two layer - ceramic and composite - aeronautical armor is presented, where the reliability is assessed for various projectile and armor performance criteria. The armor is designed to comply with several constraints and uncertainties in the design parameters, such as projectile mass and velocity, and armor material and geometry. Numerical results were obtained to evaluate the reliability of an optimal armor, using a stochastic optimization procedure and a partial least squares approach to consider the correlation of the random design variables. The reliability analysis considers three performance criteria: residual projectile velocity, maximum armor displacement, and number of remaining layers of the armor. Analytical models for these performance criteria were fitted to

finite- element simulation data, adjusted as meta-models using regression and design of experiments techniques. The performance criteria were obtained both for the average and optimal values of the design variables. The optimal armor presented a slightly improved reliability, for all performance criteria. Monte Carlo simulations were used to assess the armor reliability, considering the performance criteria separately, and also the system reliability. The system reliability results were slightly worse than the expected results considering independent performance criteria, showing some correlation between these criteria.

- Reliability Analysis of Damaged Beam Spectral Element with Parameter Uncertainties (Machado & Dos Santos, 2015).

Abstract: The paper examines the influence of uncertainty parameters on the wave propagation responses at high frequencies for a damaged beam structure in the structural reliability context. The reliability analyses were performed using the perturbation method, First-Order Reliability Method (FORM), and response surface method (RSM) which were compared with Monte Carlo simulation (MCS) under the spectral element method environment. The simulated results were performed to investigate the effects of material property and geometric uncertainties on the response at high frequency modes, such as the computational efficiency of reliability methods. For the first time, the spectral element method is used in the context of reliability analysis at medium and high frequency bands applied to damage detection. It has shown the effects of parameters uncertainty on the dynamic beam response due on an impulsive load and the robustness of each method. Numerical examples in a bending vibrating beam with random parameters are performed to verify the computational efficiency of the present study.

- Numerical Modeling of Inverse Problems under Uncertainty for Damage Detection in Aircraft Structures (Ariosto Bretanha Jorge, 2013).

Abstract: Structural health monitoring SHM is a competitive approach for damage detection, wherein online information is collected, compared with an existing database for the undamaged structure, and from this comparison, real-time information about the presence of damage is obtained, its location, length, speed of propagation, and, ultimately, the remaining operational life of the structural component. This study explores numerical models of inverse problems for damage detection under uncertainty in aircraft structures, which can later be part of an on-board system for structural health monitoring. The research includes modeling of the direct and inverse problems, and the related uncertainties.

- An Adaptive Extended Kalman Filter Incorporating State Model Uncertainty for Localizing a High Heat Flux Spot Source Using an Ultrasonic Sensor Array (M. R. Myers, Jorge, Yuhas, et al., 2012).

Abstract: An adaptive extended Kalman filter is developed and investigated for a transient heat transfer problem in which a high heat flux spot source is applied on one side of a thin plate and ultrasonic pulse time of flight is measured between spatially separated transducers on the opposite side of the plate. The novel approach is based on the uncertainty in the state model covariance and leverages trends in the extended Kalman filter covariance to drive changes to the state model covariance during convergence. This work is an integral part of an effort to develop a system capable of locating the boundary layer transition region on a hypersonic vehicle aeroshell. Results from thermal conduction experiments involving oneway ultrasonic pulse time of flight measurements are presented. Comparisons between the adaptive extended Kalman filter and a non-adaptive extended Kalman filter are presented. Heating source localization results and convergence behavior are compared for the two filters. This work provides evidence that, for the subject heating source localization problem, the state model covariance and measurement covariance in the extended Kalman filter are correlated in an inversely proportional manner. Modifications to either the state model covariance or the measurement covariance effects the convergence behavior of the Kalman filter. The extended Kalman filter variance was observed to increase until convergence and to decrease rapidly after convergence. The variance was used to drive modifications to the state model covariance in a manner designed to affect convergence behavior. The adaptive extended Kalman filter developed in this work produces faster and smoother convergence than the non-adaptive form of the extended Kalman filter. This performance boost is accomplished by tailoring

the state model covariance during each iteration instead of retaining the assumed state model covariance throughout the convergence process.

- Avaliação Estocástica da Influência de Parâmetros no Comportamento de Modelos Dinâmicos - Aplicação em Eixo rotativo com Trinca (Diniz et al., 2010).

Abstract: Modelos descritivos do comportamento dinâmico de eixos trincados são bastantes estudados, considerando a importância da identificação prematura de trincas para diminuir riscos de acidentes e prejuízos com máquinas rotativas. Neste trabalho é feita a avaliação de um dos modelos mais utilizados para o estudo de rotores com eixos trincados, considerando a influência da incerteza sobre os parâmetros deste modelo. É analisada a sensibilidade da resposta do modelo, considerando incertezas nos parâmetros definidores, a saber: amortecimento, velocidade de rotação, desbalanceamento, geometria da trinca, bem como erros experimentais na medição da resposta do sistema. A função de densidade de probabilidade de cada parâmetro aleatório foi definida usando-se o princípio da entropia máxima e a resposta aleatória do sistema estocástico obtida usando-se simulação de Monte-Carlo. O modelo determinístico adotado possui dois graus de liberdade e considera um rotor de De Laval com trinca respirante. São apresentadas as equações básicas do modelo adotado e os resultados obtidos. Estes resultados permitem avaliar a eficiência do modelo usado para a identificação da presença de trincas em eixos rotativos e a influência dessa trinca no comportamento vibratório da estrutura em face da ordem de grandeza das incertezas envolvidas

- Discretization of random fields in reliability structural analysis : error indicator methodology (Ariosto Bretanha Jorge, 2004).

Abstract: Stochastic finite element methods (SFEM) are used for structural reliability analysis. The element properties and parameters in element equations may involve randomness. One extra dimension is added to the deterministic finite element method (FEM) to account for the variability in the parameters. Discretization of the structure can be performed and the distributed parameters can be modeled as random fields. Different methods of discretization of the random fields are reviewed in this work. This discretization can be different from the geometric discretization of the deterministic FEM. Depending on the discretization method, and on the particular problem being studied, the element size will influence the accuracy and numerical stability of the results. A correlation model is assumed for the random variables that represent the random field in the discretized problem. The correlation models adopted in this work are the triangular and the exponential ones. These models depend on specific parameters: the scale of fluctuation ( $\theta/L$ ) and the correlation length ( $\lambda$ ). The type of correlation model and the value of these parameters also influence the reliability index results. Depending on the correlation model adopted, a simple error indicator for the reliability index ( $\beta$ ) can be used, by taking, for a specific mesh, the difference between the solution for two different discretization models, one that is known to overestimate the covariance matrix, and another that underestimates this matrix. In this work, the methods used are the midpoint method and the local average method, respectively. Another error indicator can be easily established by taking differences between two different random field meshes, for the same deterministic finite element mesh and the same discretization model. For the numerical example performed, the reliability index results showed that both error indicators pointed out to the same range of values, for the parameter in the discretization model, in which bigger errors are expected, or in which the reliability index practically does not change. Values for the correlation model parameter that minimize the differences in the reliability index, for the various discretization models and meshes, are convenient, because, for these values, the model would be more robust and less dependent on external factors, such as the element size of the random field.