

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**MODELAGEM NUMÉRICA DE VIGAS PROTENDIDAS
COM CABOS INTERNOS E EXTERNOS PELO
PROGRAMA CARPE**

WASHINGTON LUIZ RODRIGUES DE QUEIROZ

ORIENTADOR: PAULO CHAVES DE REZENDES MARTINS

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL**

PUBLICAÇÃO: E.DM – 007 A/05

BRASÍLIA/DF: 31/03/ 2005

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**MODELAGEM NUMÉRICA DE VIGAS PROTENDIDAS COM
CABOS INTERNOS E EXTERNOS PELO PROGRAMA CARPE.**

WASHINGTON LUIZ RODRIGUES DE QUEIROZ

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA
FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE
BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA
A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL.**

APROVADA POR:

**Prof. Paulo Chaves de Rezende Martins, Dr. ECP (UnB)
(Orientador)**

**Prof. Yosiaki Nagato, D.Sc. (UnB)
(Examinador Interno)**

**Jean Marie Désir, D.Sc. (UENF)
(Examinador Externo)**

BRASÍLIA/DF, 31 DE MARÇO DE 2005.

FICHA CATALOGRÁFICA

QUEIROZ, WASHINGTON LUIZ RODRIGUES DE	
Modelagem Numérica de Vigas Protendidas com Cabos Internos e Externos pelo Programa CARPE [Distrito Federal] 2005.	
xviii, 120p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2005).	
Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.	
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.	
1. Concreto Protendido	2. Vigas Contínuas
3. Cablagem Mista	4. Análise de Estruturas
I. ENC/FT/UnB	II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

QUEIROZ, W. L. R. (2005). Modelagem Numérica de Vigas Protendidas com Cabos Internos e Externos pelo Programa CARPE. Dissertação de Mestrado, Publicação E.DM 007A/05, Departamento de Engenharia Civil e ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 120p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Washington Luiz Rodrigues de Queiroz

TÍTULO: Modelagem Numérica de Vigas Protendidas com Cabos Internos e Externos pelo Programa CARPE.

GRAU: MESTRE

ANO: 2005

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Washington Luiz Rodrigues de Queiroz
Rua Deputado João Pontes, 851 – Fátima
CEP: 60040-430 – Fortaleza/CE – Brasil
washingtonqueiroz@uol.com.br

Para Goretti, minha mãe:

Por toda a sabedoria, todo o incentivo,
todo o amor, carinho e dedicação.

Entre tantas outras vezes,
Você foi fundamental em mais
uma página de minha história.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Paulo Chaves, pela sua confiança e orientação, pelo conhecimento adquirido durante esse convívio e pelos constantes estímulos durante o desenvolvimento deste trabalho.

À CAPES, por todo apoio financeiro.

Ao Professor Jean Marie Désir, pela ajuda e atenção dispensada na colaboração deste trabalho.

Aos Professores do Mestrado em Estruturas da Universidade de Brasília, pelos valiosos conhecimentos transmitidos e pelo bom convívio durante o curso.

À Universidade de Brasília, pelas excelentes e inigualáveis condições de estudo destinadas aos alunos da pós-graduação.

Aos meus pais, Luiz e Gorreti, meus irmãos: Alexandra e Rafael. Com carinho, dedico todas as minhas vitórias para vocês.

Aos meus amigos Walter e Cristina, pelo carinho e hospitalidade com que me acolheram em Brasília.

Aos amigos do Mestrado em Estruturas: Carlos Eduardo, Gilberto, Paulo, Ricardo, Nelvio, Goiano, Neris, Chicão entre tantos outros que dividiram esse tempo comigo e me ensinaram muitas coisas na vida.

Aos amigos: Michelle, Luis Henrique, Tenisson, Lincoln, Roney e Marlécio.

A DEUS

RESUMO

MODELAGEM NUMÉRICA DE VIGAS PROTENDIDAS COM CABOS INTERNOS E EXTERNOS PELO PROGRAMA CARPE

Autor: Washington Luiz Rodrigues de Queiroz

Orientador: Paulo Chaves de Rezende Martins

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, março de 2005

Este trabalho apresenta um estudo em vigas de concreto protendidas com cablagem interna, externa e mista via modelagem numérica através do programa CARPE. De modo a ilustrar o desempenho do programa CARPE, apresentam-se exemplos numéricos com as respectivas características e análise dos resultados.

A modelagem feita no programa CARPE utiliza uma análise não-linear física e geométrica, e permite determinar os deslocamentos globais da viga, sua variação de rigidez devida à fissuração no concreto, as deformações das seções de concreto e das armaduras passivas, o comportamento dos cabos de protensão bem como as perdas de protensão imediatas.

Uma análise paramétrica foi realizada, caracterizando o desempenho do modelo numérico frente a variações de parâmetros de entrada e das tolerâncias utilizadas no programa para seu melhor desempenho.

Com o objetivo de otimizar o manuseio do programa e melhorar a interface, passando de um ambiente *DOS* para um *Windows*, foi feita uma interface do programa com a utilização da plataforma DELPHI. Antes a entrada de dados era feita através de um arquivo lido pelo executável em FORTRAN do programa CARPE. A partir de agora a entrada de dados pode ser feita gradativamente pelo usuário, através do ambiente Windows.

Os resultados indicaram o bom desempenho do modelo numérico e sua aplicabilidade para a realização de pesquisas sobre a modelagem numérica de vigas protendidas.

ABSTRACT

NUMERIC MODELLING OF PRESTRESSED BEAMS WITH INTERNAL OR EXTERNAL STRANDS THROUGH PROGRAM CARPE

Author: Washington Luiz Rodrigues de Queiroz

Supervisor: Paulo Chaves de Rezende Martins

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, March of 2005

This work presents a study about structures of prestressed concrete with internal, external and mixed cables with numeric modelling through the program CARPE. To illustrate the performance of program CARPE, some examples with their respective characteristics and analysis of results are presented.

The modelling made by the program CARPE uses nonlinear physical and geometric analysis, that allows to determine the global displacements of the beam, its variation of stiffness due to cracking in concrete, the deformations of concrete sections and reinforcement, the behavior of the prestressed cables as well as the immediate losses of prestress.

A parametric analysis was developed, concerning variations of input parameters and tolerances in the control of convergence of some internal variables of CARPE.

With the goal to optimize handling of program and to improve its interface with external users, an interface of program with DELPHI'S platforms was developed, moving from the *DOS* environment to *Windows*. From now on the input data may be given by an user through the Windows environment.

The results indicate an excellent performance of the numerical model and its applicability in the research and modelling of prestressed beams.

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - MOTIVAÇÃO DA PESQUISA	3
1.2 - OBJETIVOS E METODOLOGIA	3
1.3 - DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO	4
2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
2.1 - INTRODUÇÃO	5
2.2 - CONCEITOS BÁSICOS DE PROTENSÃO.....	5
2.3 - PESQUISAS REALIZADAS	6
2.3.1 - Virlogeux (1983) e M'rad (1984).....	6
2.3.2 - Martins (1989).....	6
2.3.3 - Désir (1993)	7
2.3.4 - König & Qian (1993)	7
2.3.5 - Kodur & Campbell (1993).....	8
2.3.6 - Ojdrovic (1993).....	8
2.3.7 - Iványi, Buschmeyer & Hu (1993).....	8
2.3.8 - Ulm & Magnat (1993).....	9
2.3.9 - Eibl e Retzepis (1993).....	9
2.3.10 - Mohd-Yassin e Fillipou.....	9
2.3.11 - Naaman	9
2.3.12 - Ramos (1994).....	10
2.3.13 - Aparício e Ramos (1995)	10
2.3.14 - Regis (1997).....	10
2.3.15 - Lima Jr (1999).....	11
2.3.16 - Rabczuk & Eibl (2004)	11
3 - FUNDAMENTOS DO PROGRAMA CARPE	12
3.1 - INTRODUÇÃO	12
3.2 - PROCEDIMENTO DE CÁLCULO	12
3.3 - RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUILÍBRIO	15
3.4 - CÁLCULO DAS RIGIDEZES INICIAIS	16

3.5 - CÁLCULO DOS ESFORÇOS DEVIDOS ÀS CARGAS EXTERNAS.....	18
3.6 - CÁLCULO DOS ESFORÇOS DEVIDOS À PROTENSÃO	20
3.7 - EQUILÍBRIO DE UMA SEÇÃO EM ANÁLISE NÃO-LINEAR.....	26
3.7.1 - Cálculo dos esforços internos.....	27
3.7.2 - Definição do operador ϕ e da aplicação linear ϕ_t	28
3.7.3 - Cálculo dos esforços internos.....	30
3.7.4 - Cálculo prático da matriz ϕ_t	30
3.7.5 - Equilíbrio de uma seção	31
3.7.6 - Parâmetros de controle para o cálculo e noção de convergência	34
3.8 - TOLERÂNCIAS DO PROGRAMA	36
3.8.1 - Para vigas com cabos internos.....	36
3.8.2 - Para vigas com cabos externos	37
3.9 - IMPLEMENTAÇÃO GRÁFICA E GERADOR DE ARQUIVO DE DADOS.....	39
4 - APLICAÇÕES NUMÉRICAS E RESULTADOS	41
4.1 - INTRODUÇÃO	41
4.2 - DESEMPENHO DO PROGRAMA CARPE.....	43
4.2.1 - Viga hiperestática com protensão interna – V1	43
4.2.1.1 - Com relação às tolerâncias.....	45
4.2.1.2 - Comportamento global	46
4.2.1.3 - Deslocamentos verticais.....	47
4.2.2 - Viga hiperestática com protensão externa – V2.....	49
4.2.2.1 - Comportamento global.....	49
4.2.2.2 - Com relação às Tolerâncias.....	50
4.2.2.3 - Deslocamentos verticais – comparação dos modelos	53
4.2.2.4 - Deslizamentos dos cabos.....	54
4.2.3 - Viga hiperestática com protensão mista – V3.....	56
4.2.3.1 - Comportamento global.....	56
4.2.3.2 - Deslocamentos verticais.....	57
4.2.3.3 - Deslizamentos dos cabos externos	58
4.2.3.4 - Variação das tolerâncias.....	58
4.2.4 - Viga isostática com protensão interna – V4 (Rabczuk, 2003).....	60
4.2.4.1 - Comportamento global.....	61
4.2.4.2 - Variação das tolerâncias.....	62

4.2.5 - Vigas isostáticas com protensão externa – V5 a V7 (Kiang-Hwee, 1997)	64
4.2.5.1 - Comportamento global da viga V5 (T-0).....	65
4.2.5.2 - Comportamento global da viga V6 (T-1).....	67
4.2.5.3 - Comportamento global da viga V7 (T-2).....	69
5 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES	72
5.1 - INTRODUÇÃO	72
5.2 - CONCLUSÕES.....	72
5.2.1 - Com relação à comparação com outros programas.....	72
5.2.2 - Com relação aos resultados experimentais x resultados teóricos.....	73
5.2.3 - Com relação ao programa CARPE e suas tolerâncias.....	73
5.3 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	74
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	75
APÊNDICES	81
A CURVAS GERADAS PELO PROGRAMA CARPE	82
B EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS DOS MATERIAIS	93
C MANUAL DO PROGRAMA CARPE	106

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Vigas Analisadas	43
Tabela 4.2 - Configuração das vigas	64

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Fluxograma do programa CARPE.....	13
Figura 3.2 - Fluxograma do Programa CARPE (Cont).....	14
Figura 3.3 - Discretização da seção transversal.....	16
Figura 3.4 - Representação da viga contínua.....	22
Figura 3.5 - Deformada no primeiro passo de cálculo.....	22
Figura 3.6 - Deformada no segundo passo de cálculo no modelo da estrutura.....	22
Figura 3.7 - Determinação dos esforços nos nós a serem aplicados no modelo da estrutura. a) esforço normal b) momento fletor.....	24
Figura 3.8 - Forças de desvio do sistema hiperestático.....	24
Figura 3.9 - Linhas de influência numa seção “s”.....	25
Figura 3.10 - Estado de deformação de uma seção transversal.....	26
Figura 3.11 - Mudança do método iterativo.....	36
Figura 3.12 - Tela inicial do programa CARPE.....	40
Figura 4.1 - Diagramas σ x ϵ impostos para os materiais.....	44
Figura 4.2 – Diagrama σ x ϵ para o aço de protensão.....	44
Figura 4.3 – Geometria da viga hiperestática.....	45
Figura 4.4 – Influência da variação do COFDET no gráfico carga-flecha –V1.....	46
Figura 4.5 – Gráfico carga-flecha na seção de aplicação da carga da viga hiperestática com protensão interna – V1.....	48
Figura 4.6 - Influência do passo de carga relativo no gráfico da deflexão da viga - V1.....	49
Figura 4.7 – Influência da variação da tolerância TOSG no gráfico carga-flecha – V2.....	50
Figura 4.8 – Influência da variação de TOG1 no gráfico carga-flecha – V2.....	51
Figura 4.9 – Influência da variação de TOG2 no gráfico carga-flecha – V2.....	52
Figura 4.10 - Gráfico da força do cabo externo para diferentes valores de TOG2 – V2.....	52
Figura 4.11 – Influência da variação do COFDET no gráfico carga-flecha da viga hiperestática com cabos externos – V2.....	53
Figura 4.12 - Gráfico carga-flecha na seção de aplicação da carga para viga com protensão externa – V2.....	54
Figura 4.13 - Deslizamento dos cabos nos desviadores – V2.....	55
Figura 4.14 - Influência da variação do coeficiente de atrito no gráfico carga-flecha – V2.....	56
Figura 4.15 - Gráfico da protensão mista.....	57

Figura 4.16 - Deslizamento dos cabos externos sobre os desviadores – V3	58
Figura 4.17 - Gráfico do deslizamento para alguns valores de TOG2 – V3	59
Figura 4.18 - Influência da variação do COFDET no gráfico carga-flecha da viga V3	60
Figura 4.19 – Esquema da viga de Rabczuk.....	61
Figura 4.20 – Gráfico carga x flecha na metade do vão	61
Figura 4.21 - Foto do cisalhamento viga (modificado – Rabczuk, 2003)	62
Figura 4.22 - Comportamento do gráfico carga-flecha para diferentes passos de carga.....	63
Figura 4.23 - Influência do COFDET no gráfico carga-flecha na viga V4	63
Figura 4.24 - Esquema da viga sem desviadores.....	64
Figura 4.25 - Esquema das vigas T com cabos externos	65
Figura 4.26 - Gráfico carga- flecha no meio do vão para viga sem desviadores – V5.....	66
Figura 4.27 - Gráfico de tensão na armadura passiva – V5.....	66
Figura 4.28 - Tensão nos cabos externos na viga V5	67
Figura 4.29 - Curva carga –flecha para viga V6 (T-1)	68
Figura 4.30 - Tensão na armadura passiva na viga V6 (T-1)	68
Figura 4.31 - Tensão nos cabos externos na viga V6 (T-1).....	69
Figura 4.32 - Gráfico carga-flecha para viga V7 (T-2)	70
Figura 4.33 - Tensão na armadura passiva na viga V7 (T-2)	70
Figura 4.34 - Tensão no cabos externos na viga V7 (T-2)	71
Figura 4.35 - Gráfico carga-flecha na seção do meio do vão para as vigas V5,V6 e V7	71

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Alongamento
A	Área de seção transversal
A_{aj}	Área de cada camada de aço passivo
A_{pk}	Área de cada camada de aço de protensão
A_c	Área da seção bruta de concreto
\mathbf{AE}	Vetor das forças aplicadas
\mathbf{CP}	Vetor das cargas permanentes
\mathbf{CV}	Vetor das cargas variáveis
dA	Elemento infinitesimal de área
\mathbf{D}	Vetor dos deslocamentos
e	Excentricidade de um cabo
E	Módulo de elasticidade longitudinal
E_a	Módulo de elasticidade longitudinal do aço passivo
EA	Rigidez secante à deformação inicial
E_c	Módulo de elasticidade longitudinal do concreto
E_{c0}	Módulo de elasticidade longitudinal na origem
EI	Rigidez secante à flexão
E_p	Módulo de elasticidade longitudinal do aço de protensão
F	Valor efetivo da força de protensão
F_i	Valor inicial da força de protensão
\mathbf{F}	Vetor das forças internas
f	Flecha
f_c	Resistência característica do concreto à compressão
f_{ctj}	Resistência característica do concreto à tração aos j dias
f_{ptk}	Resistência característica à tração do aço de protensão
f_{pyk}	Resistência característica de escoamento do aço de protensão
$f_{s0,2}$	Tensão convencional de escoamento do aço correspondente à deformação unitária residual de 0,2%
f_{st}	Resistência do aço passivo à tração
f_y	Tensão de escoamento do aço

f_{yk}	Resistência característica de escoamento do aço
H	Altura da seção transversal de uma viga
I_c	Momento de inércia da seção bruta de concreto
k	Coefficiente de variação angular por metro linear de cabo
k, k'	Parâmetros adimensionais
K	Matriz de rigidez global
Ke	Matriz de rigidez elástica ou de 1ª ordem
Kg	Matriz de rigidez geométrica
l_0	Comprimento inicial
l	Comprimento
M_{int}	Momento resultante das tensões internas no concreto e no aço
$M_{máx}$	Momento de flexão máximo
M_{min}	Momento de flexão mínimo
M_p	Momento fletor devido à protensão
M_s	Momento que atua na seção em relação ao seu centro de gravidade
n_a	Número de camadas de aço passivo
n_p	Número de camadas de aço de protensão
N	Esforço normal
N_{int}	Esforço normal resultante das tensões internas no concreto e no aço
N_p	Esforço normal devido à protensão
N_s	Esforço normal que atua na seção
P	Carga aplicada
P_{anc}	Esforço de protensão após as perdas por cravação das ancoragens
P_d	Força de protensão em um trecho do cabo
$P_{máx}$	Esforço máximo de protensão
P_u	Carga de ruptura da viga
P_x	Esforço de protensão na seção x
R	Vetor das forças externas
S	Comprimento real do cabo
S_0	Seção inicial
U	Vetor das deformações
x	Projeção horizontal do cabo

y	Ordenada de uma camada de uma seção transversal em relação ao seu CG
y_{aj}	Ordenada de cada camada da armadura passiva
y_c	Ordenada de cada camada de concreto
y_{pk}	Ordenada de cada camada de aço de protensão
α_e	Relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto
α_T	Variação angular total do cabo
α_x	Variação angular do cabo até a seção x
δ	Perda de protensão por penetração da cunha
ε	Deformação
ε_a	Deformação correspondente ao limite de elasticidade longitudinal do aço mais tracionado
ε_{a0k}	Pré-deformação do cabo k
ε_{au}	Deformação correspondente a σ_u
ε_c	Deformação do concreto a compressão correspondente a σ_c
ε_{c0}	Deformação do concreto a compressão correspondente a σ_j
ε_{ct}	Deformação correspondente a f_{ctj}
ε_g	Deformação ao nível do centro de gravidade da seção do concreto
ε_p	Deformação no aço de protensão
ε_{rc}	Deformação de compressão máxima admitida
ε_{rt}	Deformação de tração máxima admitida
ε_u	Deformação de ruptura do concreto
ε_{yd}	Deformação correspondente a σ_l
ε_{yea}	Deformação correspondente a σ_e
ϕ	Diâmetro nominal do aço
Φ	Operador de transformação
Φ_t	Aplicação linear tangente do operador de transformação
γ_F	Tolerância pré-fixada
η	Relação entre a força de protensão final e inicial
η_i	Ordenada do diagrama da LI no ponto i
μ	Coefficiente de atrito
$\Delta\sigma_p$	Perda média de encurtamento elástico do concreto
σ	Tensão

σ_a	Tensão de tração do aço
σ_c	Tensão de compressão do concreto
σ_e	Tensão convencional de escoamento para uma deformação de 2 ou 1
σ_j	Resistência na idade j em dias de concretagem
σ_l	Limite de elasticidade do aço
σ_p	Tensão no aço de protensão
σ_{pi}	Tensão inicial no aço de protensão
σ_u	Tensão de ruptura
ω	Curvatura
$\ \ $	indica a norma euclidiana de um vetor
[]	indica uma matriz
{ }	indica um vetor
LI	Linha de Influência
RB	Relaxação Baixa
RN	Relaxação Normal

1 - INTRODUÇÃO

O concreto é um material que resiste bem à compressão, mas não resiste bem à tração. Surgiu então o concreto armado, com armadura absorvendo as tensões de tração que o concreto não é capaz de resistir. Mas uma viga de concreto armado fissura, expondo a armadura à corrosão. Esse inconveniente foi superado com a idéia de se aplicar um sistema autoequilibrado de forças na viga, antes do carregamento externo, comprimindo o concreto na região que seria tracionada pela aplicação daquele carregamento. Quando o carregamento atuar, a compressão existente nessa região terá que ser eliminada antes que alguma tensão ocorra efetivamente no concreto. Tal procedimento é a protensão, e diz-se que a viga é de concreto protendido.

A idéia da protensão é antiga, conforme descreve Leonhardt (Leonhardt, 1964) citando a antiga arte de fabricação de barris com anéis de cobre mantendo sob compressão as peças de madeira. A primeira proposta de se aplicar protensão ao concreto data de 1886, quando P.H. Jackson solicitou a patente “U.S. Patent 375999” para “Constructions of artificial stone and concrete pavements”. Diversas outras patentes sobre o assunto foram registradas posteriormente, mas foi E. Freyssinet quem deu o grande impulso ao processo quando patenteou, em 1928, o uso de barras de alta resistência pré-tensionadas antes da aplicação do concreto em torno delas, sendo o primeiro a ter uma idéia clara das funções do concreto e do aço de alta resistência no concreto protendido, necessários para reduzir as perdas por retração e fluência (Leonhardt, 1964).

As estruturas em concreto protendido estão em constante evolução tecnológica, desde que Freyssinet patenteou seu processo de protensão interna aderente, em 1928. O concreto protendido foi desenvolvido e utilizado na prática durante a Segunda Guerra Mundial. Freyssinet o proclamou, em 1942, “uma revolução na arte de construir”, porque “cargas e forças artificiais são introduzidas nas estruturas, de maneira permanente, de tal forma que, em colaboração com todas as cargas atuantes na estrutura, nenhuma tensão aparecerá que não possa ser resistida pelos materiais com segurança completa por tempo ilimitado”.

Todas as limitações do concreto armado daquela época haviam sido superadas pelo concreto protendido, tais como a fissuração da zona tracionada, problemas com forças cortantes, fissuração do concreto provocada pela retração e a impossibilidade de aproveitar ao máximo as resistências do concreto e do aço. Com a protensão, a seção transversal total pode ser aproveitada para suportar as cargas.

Inúmeras obras foram ou estão sendo executadas em concreto protendido, nos mais diversos ramos da construção, tais como barragens, reservatórios, edifícios em geral, estacas e usinas nucleares, com técnicas e processos cada vez mais aperfeiçoados, eficientes e econômicos, demonstrando que a evolução do concreto protendido não aqueceu seu ritmo. Esta técnica tem demonstrado ser a solução mais econômica, principalmente quando se trata de grandes vãos, bem como quando se deseja minimizar o custo de manutenção das estruturas.

O desenvolvimento de modelos numéricos que expressem o comportamento não-linear de estruturas de concreto armado e protendido tem sido o trabalho de muitos pesquisadores. A maior parte das formulações para a modelagem numérica dos efeitos de protensão nas estruturas de concreto foi desenvolvida como extensão dos modelos existentes para análise de estruturas convencionais de concreto armado.

Observa-se que a análise de estruturas em regime não-linear é tema de pesquisa desde o século XIX. Entre tantos outros trabalhos publicados no Brasil, podemos citar Garcia (1974) e Telles (1976), sobre pórticos planos; Martins (1979), sobre os pórticos espaciais.

Martins (1989) apresenta em seu trabalho uma formulação de base para o estudo do comportamento dos cabos exteriores na modelagem até a ruptura. Em sua tese de doutorado é feito o estudo da flexão em vigas isostáticas de concreto com protensão externa ou mista, sugerindo uma forma para resolver o problema hiperestático. Désir (1993) generaliza essa formulação, aplicando o modelo às vigas hiperestáticas, permitindo levar em conta os parâmetros introduzidos pelos cabos externos.

De acordo com Désir (1993), as bases para a consideração da protensão externa aparecem no trabalho de Virlogeux (1983). No ano seguinte, M´rad (1984) apresenta uma formulação para o cálculo de pontes isostáticas com cabos externos. Dois anos mais tarde, Virlogeux & Fouré (1986) apresentam um trabalho sobre o comportamento de vigas isostáticas com aduelas pré-fabricadas.

Lima Jr. (1999) implementa em seu trabalho a formulação para o comportamento das vigas com cabos internos aderentes introduzindo o uso de cabos curvos e levando em consideração as perdas imediatas de protensão.

1.1 - MOTIVAÇÃO DA PESQUISA

Com o avanço dos computadores e dos softwares específicos de análise estrutural, tornou-se possível a utilização de modelos mais refinados de cálculo visando aproximar o modelo estudado da realidade da construção a ser edificada.

A precisão e a rapidez com que os resultados são alcançados devem ser acompanhadas de uma fase criteriosa de verificação e da própria validação destes resultados, buscando fazer com que o modelo numérico reflita com exatidão o comportamento real da estrutura.

Uma análise preliminar, através de interpretações gráficas, do modelo estrutural traz a vantagem de poder-se visualizar o sistema, implementar mudanças e responder a questões do tipo “o que aconteceria se”, economizando assim tempo e dinheiro na fase de concepção da estrutura.

1.2 - OBJETIVOS E METODOLOGIA

O presente trabalho dá continuidade ao estudo de vigas de concreto protendido realizado por Martins (1989), Désir (1993) e Lima Jr. (1999), fazendo parte de uma linha de pesquisa da UnB coordenada pelo professor Paulo Chaves de Rezende Martins.

São objetos desta pesquisa os estudos sobre protensão interna aderente e não-aderente, externa, mista e a análise não-linear de vigas ensaiadas por diversos autores para confronto dos resultados com o modelo proposto por Martins (1989).

Os objetivos do trabalho são testar novos exemplos de vigas protendidas, confirmando a eficácia do programa CARPE e analisar as suas tolerâncias de modo que se possa fazer uma análise mais objetiva e direta dos modelos analisados.

1.3 - DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Este trabalho está desenvolvido nos seguintes capítulos:

No capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica, incluindo os conceitos básicos do concreto protendido e as características dos materiais utilizados. São também apresentados conceitos básicos da análise não-linear física e geométrica.

O capítulo 3 trata dos fundamentos teóricos do programa CARPE, conforme descritos no trabalho de Désir (1993).

No capítulo 4 são apresentados os exemplos numéricos que foram analisados com o programa CARPE. É feita uma discussão das comparações feitas com os resultados de outros programas de análise e os resultados experimentais.

As conclusões acerca dos critérios adotados, dos resultados encontrados e do programa são apresentadas no Capítulo 5, bem como sugestões para desenvolvimento de trabalhos posteriores afins ao contexto deste trabalho.

As referências bibliográficas são apresentadas na seqüência.

No final deste volume consta um anexo que contém curvas adicionais geradas na análise das vigas estudadas neste trabalho pelo programa CARPE.

2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo faz-se uma reunião dos conceitos básicos necessários ao desenvolvimento deste trabalho, já consagrados na literatura, e de algumas pesquisas realizadas sobre simulação computacional de vigas protendidas, no Brasil e no exterior.

2.2 - CONCEITOS BÁSICOS DE PROTENSÃO

Como mencionado anteriormente, o concreto resiste bem à compressão, mas não tão bem à tração. Normalmente a resistência do concreto à tração é da ordem de 10% da resistência à compressão. Devido à baixa capacidade de resistir à tração, fissuras de flexão aparecem para níveis baixos de carregamento. Como forma de maximizar a utilização do concreto à compressão e de minimizar ou até as eliminar as fissuras geradas pelo carregamento, surgiu a idéia de se aplicar um conjunto de esforços auto-equilibrados na estrutura, gerando o termo protensão.

Como mencionado no Capítulo 1, o princípio da protensão é o de criar tensões internas permanentes em uma estrutura ou sistema de modo a melhorar o seu desempenho e reduzir as tensões normais de tração nas seções. Tal estado de tensões, no elemento estrutural considerado, fornece uma ação contrária ao estado de tensões produzido pelas cargas externas. A protensão geralmente envolve pelo menos dois materiais, o que causa e o que é submetido às tensões de compressão, que, atuando juntos, funcionam melhor que separadamente (Lima Jr, 1999).

A protensão é realizada, na maioria dos casos, com auxílio de cabos de aço, que são tracionados e ancorados no próprio concreto. A exigência para isso é que o aço apresente boa resistência e que o concreto seja de boa qualidade (Mason, 1976). Segundo Pfeil (1991), utiliza-se, em concreto protendido, resistências de concreto de 2 a 3 vezes maiores do que em concreto armado convencional, e os aços de protensão têm resistência da ordem de 4 a 5 vezes a das armaduras convencionais (Lima Jr. 1999).

Hoje em dia cabos de fibras sintéticas já estão disponíveis no mercado internacional, mesmo que ainda não facilmente disponíveis no Brasil.

2.3 - PESQUISAS REALIZADAS

2.3.1 - Virlogeux (1983) e M'rad (1984)

O trabalho proposto por Virlogeux (1983), tem suas bases em vigas com protensão externa e objetiva a análise racional até a ruptura. Nele são consideradas questões específicas da protensão externa: a variação de excentricidade, variação de tensão nos cabos, deslizamentos dos cabos em torno dos desviadores. Em seguida, M'rad (1984) implementa as formulações de Virlogeux para o cálculo automático da evolução do comportamento de vigas isostáticas com cabos externos.

2.3.2 - Martins (1989)

Martins propõe um método computacional, implementado no programa CARPE, para o cálculo de vigas isostáticas com protensão mista, considerando os aspectos inerentes aos cabos externos: variação de tensão dependente da deformação global da viga, variação da excentricidade entre pontos de desvios ou de ancoragem e o deslizamento sobre os blocos de mudança de direção dos cabos (desviadores). Apresenta o desenvolvimento das equações de equilíbrio para o cálculo dos deslizamentos sobre os desviadores. Aplicou o programa para analisar resultados de ensaios de uma série de 11 vigas, realizados no CEBTP, e deixou sugestões para a extensão do método para vigas hiperestáticas. Foi o primeiro a resolver o problema dos desviadores, inicialmente proposto por Virlogeux (1983).

Resumidamente, o modelo utilizado em CARPE permite seguir:

- A variação da rigidez com o carregamento
- A evolução das tensões nos cabos externos
- A evolução dos deslizamentos dos cabos externos sobre os desviadores;
- A influência da variação da excentricidade dos cabos externos;

- Os deslocamentos globais das vigas: flechas e rotações;
- A fissuração do concreto;
- As deformações das seções de concreto;
- As deformações das armaduras passivas;
- O comportamento das deformações dos cabos de protensão;

Importante é assinalar que o modelo de Martins considera a contribuição do concreto tracionado na rigidez das peças (“tension stiffening”) inclusive quando há variação de aderência entre o aço e o concreto.

2.3.3 - Désir (1993)

Seguindo o trabalho de Martins (1989), Désir implementa, em CARPE, a proposta para um modelo hiperestático de vigas com protensão externa. Désir faz uma análise não-linear de vigas hiperestáticas construídas por aduelas ou monolíticas. As análises podem ser tanto físicas como geometricamente não-lineares. Os fundamentos do cálculo do programa CARPE serão apresentados no Capítulo 3.

Em 1993, no *Workshop on Behaviour of External Prestressing in Structures* na França, os organizadores propuseram uma comparação de métodos de cálculo não-linear para estruturas protendidas. Foram escolhidas duas vigas, uma isostática e outra hiperestática, nas quais poderiam ser utilizados todos os tipos de protensão. Os resultados foram apresentados no congresso e comparados com outros programas. Os autores e os programas com que realizaram as comparações são apresentados de forma sucinta, a seguir.

2.3.4 - König & Qian (1993)

O programa FEMAS proposto por König e Qian (1993) adota o método dos elementos finitos para análise estrutural estática e dinâmica de vigas armadas ou protendidas, levando em conta a não-linearidade do material, efeitos de fissuras de cisalhamento e a resistência do concreto entre fissuras sucessivas (*tension stiffening*). De modo a satisfazer as condições de equilíbrio, o FEMAS dispõe de um módulo iterativo utilizando os métodos de

Newton-Raphson e Riks/Wempner/Wessels. A convergência durante um ciclo de iteração é verificada pelos resíduos das energias, das forças e dos deslocamentos (Désir, 1993).

2.3.5 - Kodur & Campbell (1993)

O modelo numérico NAPCCB, proposto por Kodur & Campbell (1993), é baseado em uma formulação utilizando um modelo de elemento finito macroscópico, com o intuito de analisar vigas de concreto armado, parcial ou totalmente protendidas. O modelo, que utiliza um procedimento numérico no qual a curvatura é incrementada, é capaz de prever a resposta de uma viga através de seu histórico de carregamento. O uso da curvatura como um parâmetro incremental, diferente da técnica incremental da carga, facilita a análise de vigas com ductilidade limitada nas quais regiões de rótulas críticas plastificam antes do mecanismo de colapso se desenvolver. Este modelo também é capaz de considerar o confinamento do concreto, o efeito “tension-stiffening”, o aumento da resistência na fase plástica (*strain-hardening*) para armadura passiva e o efeito da deformação por cisalhamento (Désir, 1993).

2.3.6 - Ojdrovic (1993)

O programa ConcreteMac, proposto por Ojdrovic (1993), faz a análise de concreto armado e do concreto parcial ou totalmente protendido. O sistema de equações não-lineares de equilíbrio é resolvido pelo método dos elementos finitos. As não-linearidades físicas e geométricas são consideradas (Désir, 1993).

2.3.7 - Iványi, Buschmeyer & Hu (1993)

O comportamento à flexão de vigas protendidas com cabos não-aderentes é tratado pelo método dos elementos finitos, utilizando elementos de viga, num programa denominado VOV. As relações não-lineares para o concreto, aço passivo e o aço de protensão são usadas para calcular a curvatura de flexão e a rigidez dos elementos de viga. Para o caso de vigas com aduelas pré-fabricadas, o aço passivo e o concreto não têm tensão de tração nas seções de junta (Désir, 1993).

2.3.8 - Ulm & Magnat (1993)

Humber Ulm e Magnat do Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, na França, apresentaram uma nova modelagem de protensão (externa e interna) como um problema de condição de contorno na interface entre o aço de protensão e o concreto, como foi implementado no programa de Elementos Finitos CESAR-LCPC. Isto consiste em considerar, de uma forma explícita, os deslocamentos relativos (deslizamentos) entre o aço de protensão e o concreto adjacente. A formulação proposta pode ser utilizada juntamente com elementos finitos estruturais (treliças, vigas, cascas) ou elementos finitos sólidos. O programa utiliza em sua modelagem o elemento de viga com múltiplas fibras, que é uma extensão da aproximação por múltiplas camadas, utilizada para solucionar problemas de vigas 3D (Désir, 1993).

2.3.9 - Eibl e Retzepis (1993)

O programa DLTPC-ABAQUS usa algoritmo comum de elementos finitos. Os autores utilizaram um elemento plano com três nós e três graus de liberdade por nó. O modelo considera as não-linearidades do concreto e do aço e o comportamento não-linear dos cabos. O modelo permite transmitir pressões e esforços de cortantes. O programa considera sempre uma resistência à tração para o concreto.

2.3.10 - Mohd-Yassin e Phillipou

O programa PC-BEAM faz uma análise não-linear de estruturas de concreto protendido, podendo ser aderente ou não aderente. É baseado no modelo de elementos finitos, levando em consideração três aspectos principais: a) as camadas de concreto e de aço passivo; b) o perfil dos cabos de protensão; e, c) a aderência, coeficiente de atrito e transferência da força dos cabos para as camadas da estrutura.

2.3.11 - Naaman

Utiliza equações de cálculo das tensões nas seções de concreto, a tração e compressão no aço passivo e as tensões nos cabos de protensão. No seu modelo é mostrada que a tensão

na protensão não aderente está em função da carga aplicada, do perfil do aço e da taxa de abertura de fissuras no vão.

2.3.12 - Ramos (1994)

Ramos (1994), apresenta um modelo de análise não-linear para estudo do comportamento de estruturas com cabos internos, externos ou ambos, monolíticas ou com aduelas. O objetivo é ter uma formulação para análise da carga última à flexão para estruturas com protensão externa. Como principais características desse trabalho podemos enunciar o comportamento não-linear dos materiais e a representação dos efeitos de segunda ordem.

2.3.13 - Aparício e Ramos (1995)

O estudo desenvolvido por Aparício e Ramos apresenta os resultados da análise até a ruptura de 74 pontes de concreto com protensão externa, empregando um modelo não-linear em elementos finitos, e tem como objetivo obter valores mais precisos para o acréscimo de tensão efetiva após as perdas e propor valores a serem adotados pelas normas espanholas. O modelo numérico em elementos finitos para análise do comportamento até a ruptura de pontes protendidas externamente foi desenvolvido pelos mesmos autores, empregando três tipos de elementos não-lineares: elementos de concreto armado com seis graus de liberdade por nó, elementos de protensão não aderentes externamente e elementos de juntas para as pontes em aduelas.

2.3.14 - Regis (1997)

Os ensaios realizados por Regis tiveram como objetivo o estudo do comportamento até a ruptura de vigas monolíticas ou com aduelas, protendidas com cabos externos. Foram realizados dois ensaios de vigas contínuas: uma viga monolítica e outra constituída por aduelas pré-moldadas e juntas secas, ambas com protensão externa com cordoalha seca. Os resultados foram tabelados e comparados com os do programa CARPE.

2.3.15 - Lima Jr (1999)

Seguindo os trabalhos de Martins (1989) e Désir (1993), Lima Jr. analisa vigas hiperestáticas com protensão interna, externa e mista. A pesquisa teve como objetivo introduzir a formulação para cabos curvos internos aderentes no programa CARPE e levou em conta as perdas de protensão imediatas. A análise dos resultados foi feita e forneceu bons resultados.

2.3.16 - Rabczuk & Eibl (2004)

Rabczuk e Eibl (2003) utilizam elementos finitos para simular a ruptura de vigas protendidas, onde o problema é tratado em duas dimensões, pelo método de Galerkin. A lei de plasticidade do concreto usada no trabalho foi proposta por Schmidt - Hurtienne (2001), enquanto que a do aço foi a proposta por Chen (1994).

3 - FUNDAMENTOS DO PROGRAMA CARPE

3.1 - INTRODUÇÃO

CARPE é um programa de análise de vigas capaz de analisar o comportamento até a ruptura de vigas com protensão interna, externa ou mista. Leva em consideração a variação de tensão e excentricidade dos cabos externos; os deslizamentos desses cabos sobre os desviadores; as variações de rigidezes devidas à fissuração e à interação momento fletor-esforço axial; a rigidez à tração do concreto (*tension stiffening*); leis não-lineares de tensão-deformação para o concreto e o aço.

Faz-se aqui uma explicação da organização computacional do cálculo. São apresentados os algoritmos necessários para solucionar o problema hiperestático, objetivo de análise do programa implementado por Désir (1993) e Lima Jr. (1999).

3.2 - PROCEDIMENTO DE CÁLCULO

Apresenta-se, a seguir, um fluxograma que explica a seqüência do cálculo com base no modelo matemático desenvolvido.

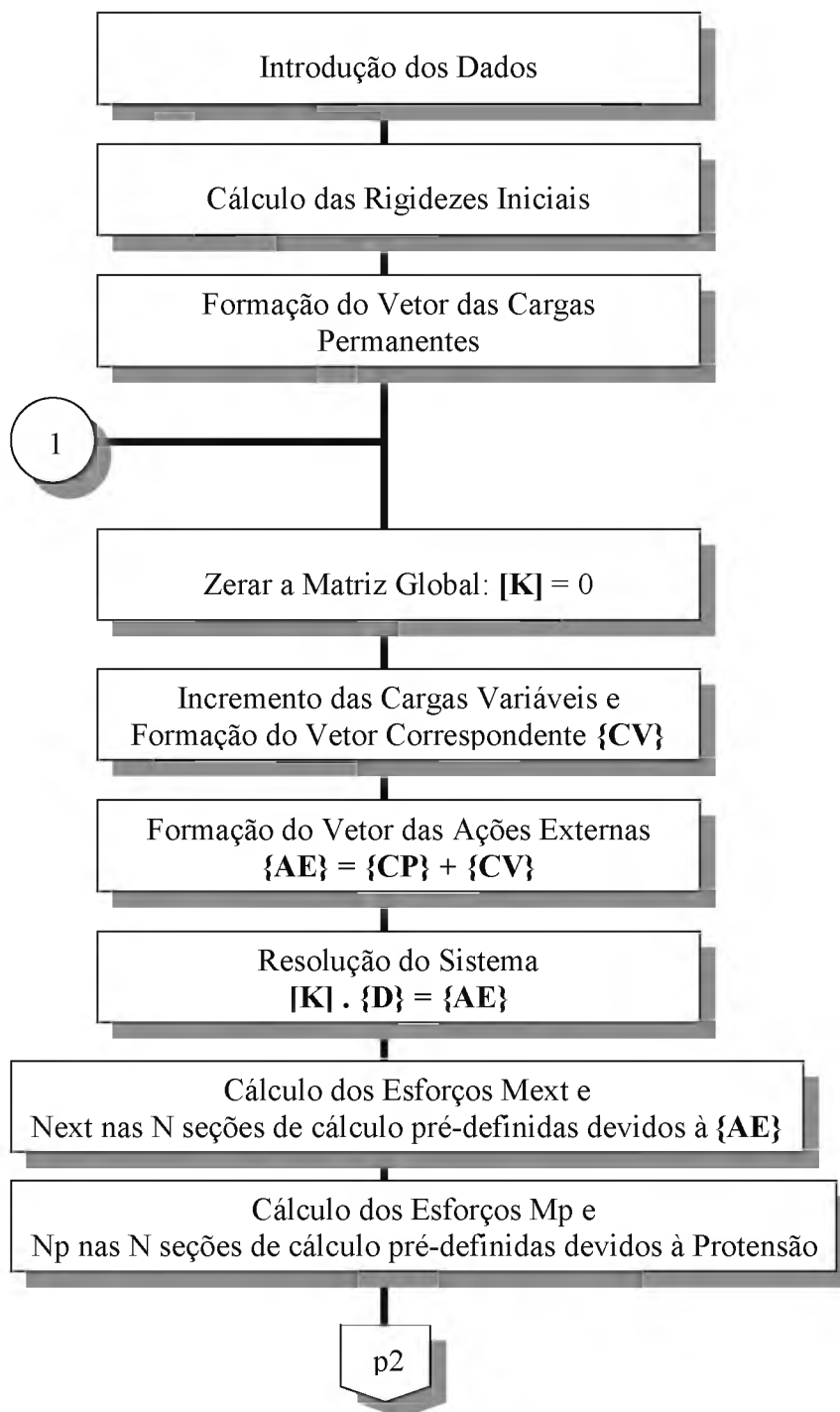


Figura 3.1- Fluxograma do programa CARPE

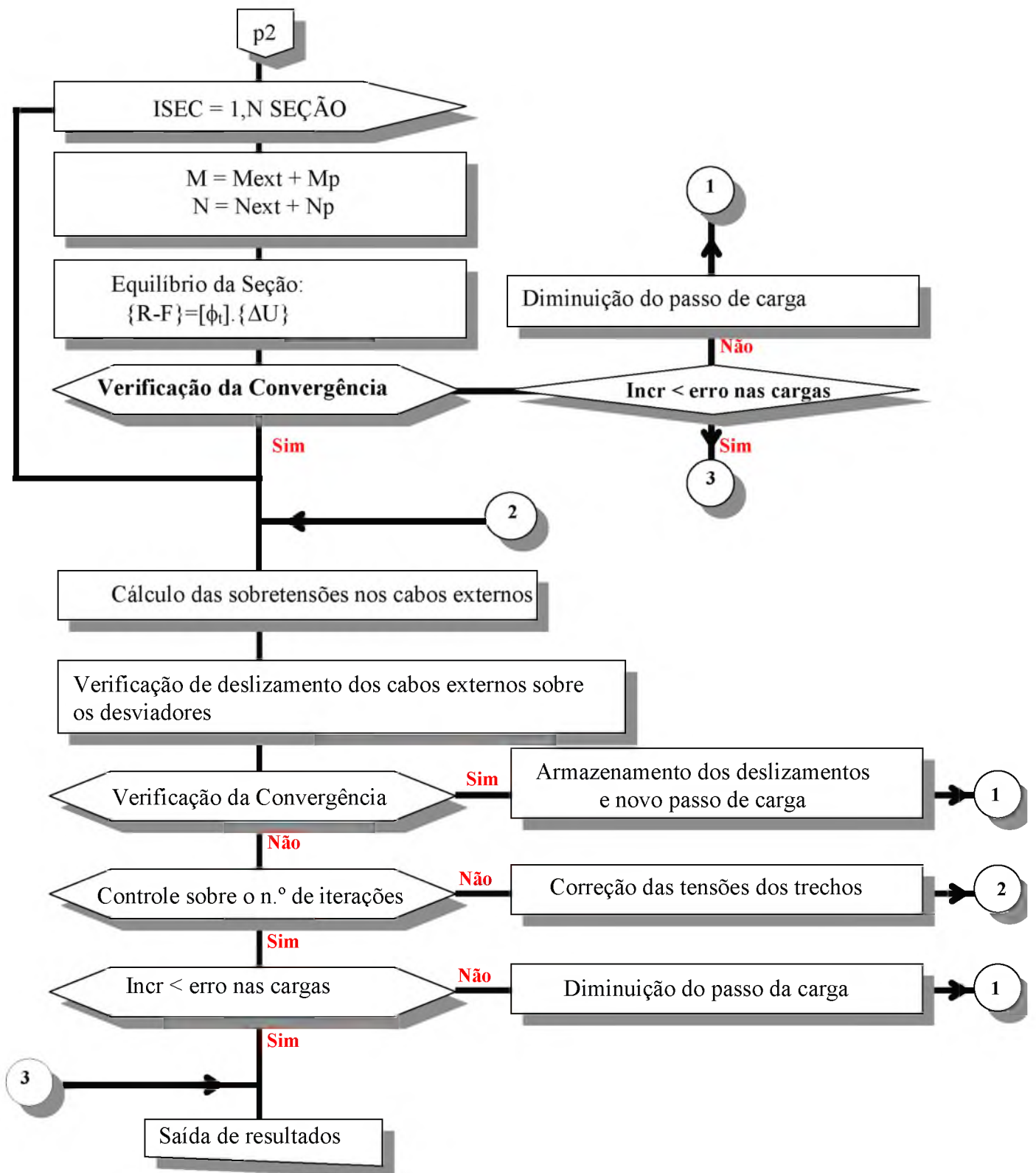


Figura 3.2 - Fluxograma do Programa CARPE (Cont)

3.3 - RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUILÍBRIO

Segundo MARTINS (1995), analisar a estabilidade de uma estrutura consiste em resolver suas equações de equilíbrio interno e externo. A expressão (3.1) representa o equilíbrio externo da estrutura:

$$[K] \cdot \{D\} = \{AE\} \quad (3.1)$$

onde:

$[K]$ → Matriz de rigidez global

$\{D\}$ → Vetor de deslocamentos

$\{AE\}$ → Vetor das forças aplicadas

As equações de equilíbrio interno em qualquer seção para solicitações longitudinais são:

$$N_{ext} = N_{int} = \int_{A_c} \sigma_c \cdot dA_c + \sum_{j=1}^n \sigma_{aj} \cdot A_{aj} + \sum_{k=1}^m \sigma_{pk} \cdot A_{pk} \quad (3.2a)$$

$$M_{ext} = M_{int} = \int_{A_c} \sigma_c \cdot y \cdot dA_c + \sum_{j=1}^n \sigma_{aj} \cdot y_{aj} \cdot A_{aj} + \sum_{k=1}^m \sigma_{pk} \cdot y_{pk} \cdot A_{pk} \quad (3.2b)$$

Resolvendo o sistema (3.2), lembrando que as tensões σ_c , σ_{aj} e σ_{pk} são expressas em função de ε e ω por meio de relações tensão-deformação apropriadas, determinam-se as duas grandezas básicas do equilíbrio de uma seção qualquer, isto é:

ε_g = deformação no centróide da seção transversal;

ω = curvatura.

A primeira integral da curvatura fornece a rotação das seções e sua dupla integração fornece as flechas.

Se a estrutura for isostática, resolvem-se diretamente as equações integrais. Se for hiperestática, deve-se passar pela resolução da equação (3.1), implicando na montagem da

matriz de rigidez da estrutura, passando pelas de seus elementos, que são, por sua vez, baseadas no conhecimento das constantes EA e EI que compõem seus termos.

O método de cálculo consiste em decompor o problema não-linear em uma sucessão de etapas lineares, nas quais os parâmetros fundamentais são mantidos constantes, sendo corrigidos ao final de cada uma delas para utilização na subsequente. Este procedimento permite a resolução do sistema de equilíbrio da estrutura passo a passo e por processo iterativo, mediante controle de convergência. As técnicas de Newton-Raphson, simples ou modificada, ou do método de longitude de arco, permitem obter convergência razoavelmente segura na maioria dos casos práticos.

3.4 - CÁLCULO DAS RIGIDEZES INICIAIS

É necessário atribuir valores aos termos EI e EA no início do cálculo em questão. A determinação delas é realizada para a configuração não-deformada da seção (Désir, 1993).

A seção é normalmente composta de concreto e de aços. Adota-se uma discretização em “ n_c ” trapézios de concreto e “ n_a ” lâminas de aços, como mostra a Figura 3.3:

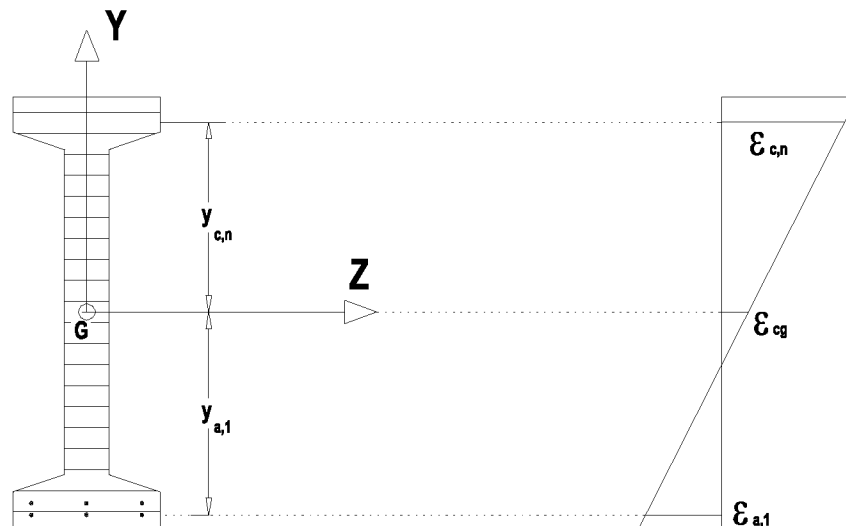


Figura 3.3 - Discretização da seção transversal

Para a obtenção do EA inicial, considera-se uma pequena deformação axial, sem deformação de flexão, no centro geométrico da seção. Com essa deformação determinam-

se, através dos diagramas de comportamento dos materiais, os esforços normais de cada trapézio de concreto e de cada lâmina de aço. O somatório de todos eles define o esforço normal total N_s , o que permite calcular a rigidez inicial pela expressão:

$$EA = \frac{N_s}{\varepsilon_g} \quad (3.3)$$

onde:

ε_g : deformação axial no centróide da seção transversal

Da mesma forma, para a obtenção do EI inicial, pode-se considerar o caso de uma pequena deformação de flexão sem deformação axial no centro de gravidade. Determina-se o esforço M_s como o somatório dos esforços de flexão de cada elemento da discretização, para a determinação da rigidez inicial à flexão:

$$EI = \frac{M_s}{\omega} \quad (3.4)$$

onde:

ω : curvatura

Essas avaliações são feitas para todas as seções da discretização. Obtêm-se, assim, as rigidezes iniciais para a estrutura inteira.

No cálculo não-linear, as propriedades físicas dos materiais variam em função do estado de deformação. A seção da viga pode ser constituída de vários materiais, cada um com suas próprias características. As rigidezes a esforço axial (E^*A) e a esforço flexional (E^*I) da seção são substituídas pelas quantidades (EI) e (EA), as quais são as características da seção e permitem considerar a não-linearidade física de todos os materiais da mesma.

3.5 - CÁLCULO DOS ESFORÇOS DEVIDOS ÀS CARGAS EXTERNAS

O cálculo dos esforços correspondentes a um conjunto de cargas externas é realizado pelo método da rigidez, já que o mesmo permite imediata aplicação a um programa automático.

Para a análise é aconselhada uma boa discretização. O número de seções é arbitrário, sendo necessário fazer coincidir alguma seção com qualquer descontinuidade, como: pontos de aplicação de cargas concentradas, início e fim de cargas distribuídas, pontos de mudança de propriedades dos materiais, etc. (Désir, 1993).

No caso de estruturas protendidas, dois níveis de influência das não-linearidades no processo de análise são considerados, em função da existência ou não de cabos de protensão externos (Martins, 1995). Não havendo tais cabos, a não-linearidade geométrica restringe-se ao problema clássico da intervenção dos esforços axiais P na matriz de rigidez, tal que:

$$[K] = [K_e] + [K_g] \quad (3.5)$$

onde:

$[K]$ → Matriz de rigidez tangente ou matriz de rigidez da teoria de 2^a ordem;

$[K_e]$ → Matriz de rigidez elástica ou de 1^a ordem;

$[K_g]$ → Matriz de rigidez geométrica, na qual aparece a influência da força axial nos elementos.

Quando há cabos externos, surge uma componente adicional no problema, que é a das variações de excentricidade e de tensão dos cabos com a deformação da estrutura.

Porém, para simplificar, é considerada neste trabalho, somente a parcela correspondente à matriz de rigidez elástica, já que os efeitos dos esforços axiais produzidos pelos cabos, na matriz de rigidez, são desprezíveis para a maioria das estruturas usuais, inclusive as analisadas neste trabalho (Désir, 1993). Considera-se:

$$[K_g] = [0] \quad (3.6)$$

Utiliza-se um elemento prismático de dois nós com dois graus de liberdade por nó: deslocamento vertical e rotação. Como, no caso de vigas, não são considerados os deslocamentos horizontais, a matriz de rigidez de um elemento é uma expressão simplificada daquela de um elemento de pórtico plano (Gere & Weaver, 1987):

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{-12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

São organizados os dados dos elementos finitos de barra com dois graus de liberdade por nó. Depois serão endereçados os elementos que comporão a matriz de rigidez global da viga. Na formação dessa matriz de rigidez global somente são armazenados os termos correspondentes aos graus de liberdade dos elementos. Um vetor de conectividade relaciona os graus de liberdade de cada elemento àqueles correspondentes na matriz global. Esse vetor é determinado a partir dos nós do elemento e dos números das equações associadas a eles (Désir, 1993).

Depois o carregamento externo atuante em cada barra da discretização é transferido para os nós, constituindo as ações de extremidade dos membros.

O procedimento utilizado para a resolução desse sistema é o processo de eliminação por GAUSS, que permite transformar a matriz de rigidez global em uma matriz triangular superior, a partir da qual podem ser calculados por retro-substituição os deslocamentos $\{D\}$. A vantagem desse método de resolução para este programa é que os tratamentos matemáticos feitos na matriz de rigidez permitem trabalhar posteriormente com tantos vetores de forças aplicadas quanto se queira.

Para as vigas contínuas, o carregamento comum tem: cargas concentradas e cargas distribuídas, uniformes ou não. O programa trata automaticamente qualquer combinação delas e forma o vetor de força $\{AE\}$ resultante. Distinguem-se dois grupos de cargas: as permanentes e as variáveis, todas verticais. As cargas permanentes são transformadas em forças nodais e guardadas. Em cada etapa de cálculo as cargas variáveis são definidas por um processo incremental, transformadas em cargas nodais e somadas às cargas permanentes já processadas. Esta soma é o vetor $\{AE\}$ das forças externas para a etapa, que é reduzido, e os deslocamentos são determinados. Os esforços correspondentes são calculados como esforços de extremidade de membros com as fórmulas comuns do método da rigidez.

3.6 - CÁLCULO DOS ESFORÇOS DEVIDOS À PROTENSÃO

A atuação das forças de protensão traz como consequência a deformação da estrutura. No caso das estruturas isostáticas é possível a deformação livre da estrutura, ou seja, elas não são impedidas pelas condições de apoio e, por conseguinte, a presença das forças de protensão não afeta as reações provocadas pelo carregamento externo. Nas estruturas hiperestáticas a deformação introduzida pelos cabos de protensão não pode ocorrer livremente. Surgem, então, esforços adicionais transmitidos pela vinculação da estrutura. Para o cálculo dos esforços hiperestáticos devidos à protensão dispõe-se, fundamentalmente, dos mesmos procedimentos para a obtenção dos esforços hiperestáticos em outros casos de carregamento.

De acordo com Désir (1993), a determinação dos esforços devidos à protensão é um tanto complicada. Muitos métodos, tais como o das rotações das tangentes extremas à elástica, o das deformações angulares ou o das compensações dos momentos de Cross & Kani, permitem calcular esses esforços. Esses processos não apresentam maiores dificuldades nos casos de vigas simples ou até três vãos. Porém, não é fácil generalizar estas formulações para uma estrutura mais complexa.

No programa CARPE os esforços são determinados pelo método das linhas de influência que é aplicável a qualquer estrutura estaticamente indeterminada ou não. É apresentado um método prático para a determinação da linha de influência (LI), baseado no método da rigidez e efetuado em dois passos de cálculo. A linha de influência é obtida através da

determinação de deslocamentos nos nós da estrutura que é solicitada por esforços nodais (Diaz, 1984).

O procedimento geral é constituído pela:

- Liberação dos vínculos correspondentes aos esforços desejados. O grau de indeterminação da estrutura é reduzido de um;
- Aplicação de um par de esforços nas extremidades do vínculo liberado, tal que ocasione um deslocamento relativo unitário;
- Determinação dos deslocamentos da estrutura assim modificada e carregada.

É, portanto, de todo interesse que o modelo não seja modificado durante toda a análise da estrutura, nos diversos processamentos a serem feitos, porque todos os procedimentos numéricos prévios serão sempre aproveitados quando da resolução do sistema de equações de equilíbrio.

Para apresentar o procedimento de determinação da LI pelo método da rigidez em dois passos de cálculo, considera-se aqui, como exemplo, uma viga contínua de dois vãos. No modelo mecânico representado na Figura 3.4 diversos nós foram definidos, para os quais serão calculados os deslocamentos e rotações. Neste exemplo somente dois graus de liberdade por nó serão considerados. Deseja-se determinar a LI de momento fletor na seção R situada, por exemplo, na barra 2.

A LI será determinada em 2 passos de cálculo através dos seguintes procedimentos:

a) Primeiro passo de cálculo

A barra da seção R, definida pelos dois nós de extremidade, é considerada bi-engastada. O vínculo de momento fletor é liberado e um par de esforços é aplicado de modo a provocar uma rotação relativa unitária na seção R. A Figura 3.5 mostra a aplicação do par de momentos fletores nas extremidades do vínculo liberado no elemento bi-engastado.

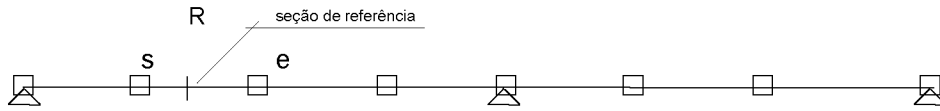


Figura 3.4 - Representação da viga contínua

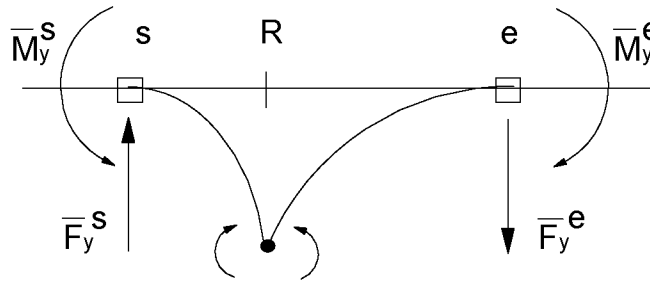


Figura 3.5 - Deformada no primeiro passo de cálculo.

São determinados os esforços de engastamento perfeito, aplicados sobre a barra, em suas extremidades.

b) Segundo passo de cálculo

Os esforços de engastamento perfeito, com os sentidos invertidos, são aplicados no modelo da estrutura, e os deslocamentos da estrutura são determinados. Estes novos esforços são considerados como esforços externos à estrutura e são mostrados na Figura 3.6.

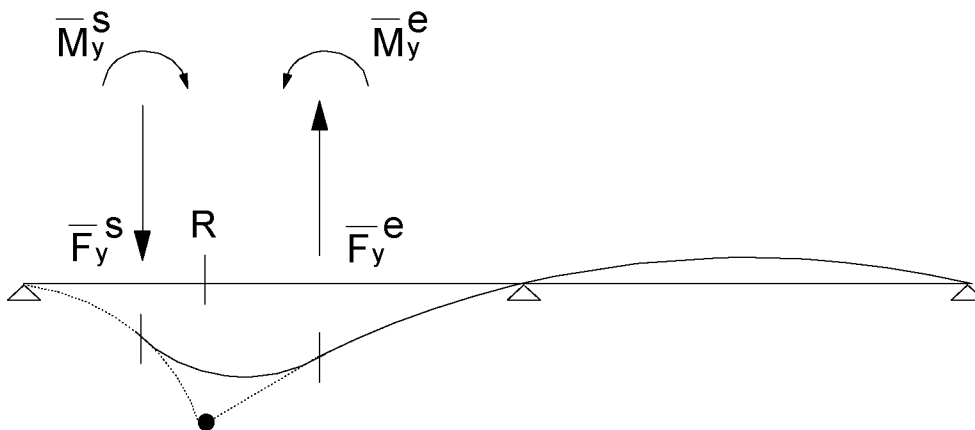


Figura 3.6 - Deformada no segundo passo de cálculo no modelo da estrutura

c) Determinação final da linha de influência

A linha de influência final é determinada através da soma dos deslocamentos da barra bi-engastada, obtidos no primeiro passo de cálculo, com os deslocamentos da estrutura obtidos no segundo passo de cálculo. Evidentemente, o procedimento aqui apresentado pode ser aplicado na LI de qualquer tipo de esforço interno, assim como para LI de deslocamentos.

A seguir, são apresentados os esforços para os tipos de LI analisadas no programa, relacionados com a Figura 3.7.

a) LI da força normal

$$F_x^s = -\frac{EA}{L} \qquad F_x^e = \frac{EA}{L} \qquad (3.8)$$

b) LI de momento fletor

$$F_z^s = 3EI \frac{(2b-2a)}{L^3} \qquad M_z^s = 2EI \frac{(a-2b)}{L^2} \qquad (3.9a)$$

$$F_z^e = 3EI \frac{(2a-2b)}{L^3} \qquad M_z^e = 2EI \frac{(2a-b)}{L^2} \qquad (3.9b)$$

Sendo a e b as distâncias do ponto R às extremidades da barra.

c) LI das deflexões

$$F_z^e = 1 \qquad (3.10)$$

d) LI das rotações

$$M_y^e = 1 \qquad (3.11)$$

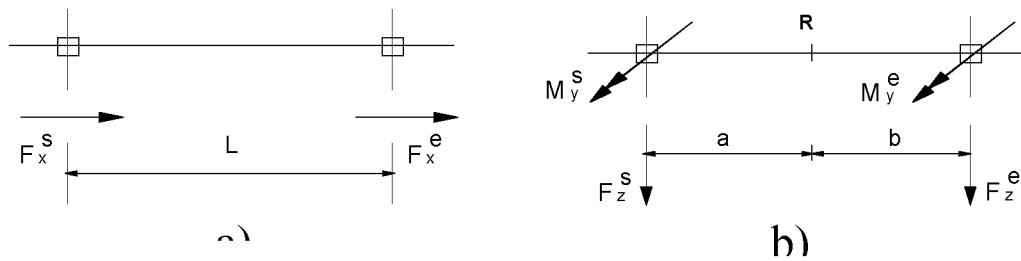


Figura 3.7 - Determinação dos esforços nos nós a serem aplicados no modelo da estrutura.
a) esforço normal b) momento fletor

Em uma estrutura estaticamente indeterminada, um esforço qualquer H (momento, esforço cortante, etc.) é a soma de duas porções: uma isostática (H_{iso}) e uma hiperestática (H_{hip}).

A expressão genérica é:

$$H = H_{iso} + H_{hip} \quad (3.12)$$

O método das LI permite calcular o valor da ação sem precisar determinar separadamente H_{iso} e H_{hip} . Para avaliar uma certa ação, por exemplo o momento fletor M_s na seção “s-s” da viga da Figura 3.9, a qual mostra também a LI de M_s para a seção, deve-se considerar, no caso de cabos externos, o sistema de forças concentradas formado pelas forças de desvio e aplicadas nas posições dos desviadores. Estas forças são as componentes verticais da força do cabo naqueles pontos, Figura 3.8.

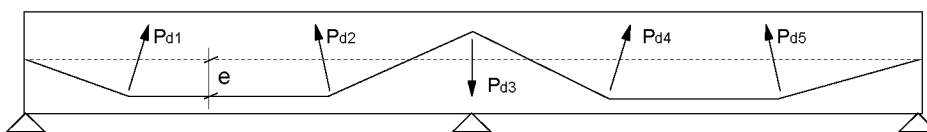


Figura 3.8 - Forças de desvio do sistema hiperestático

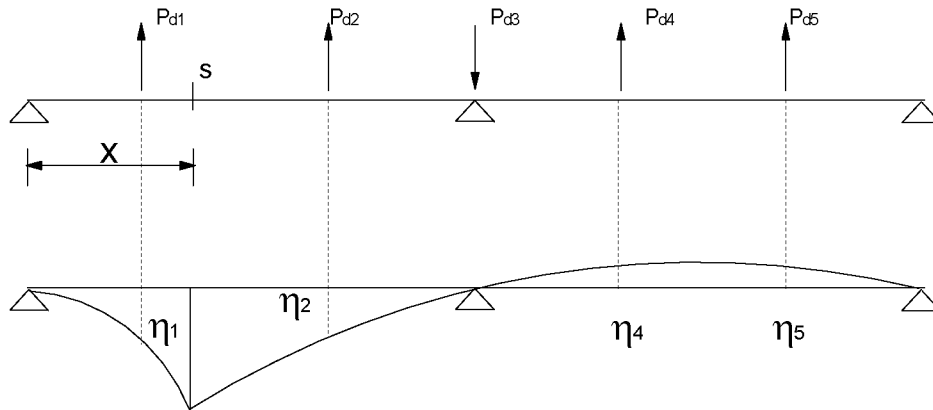


Figura 3.9 - Linhas de influência numa seção “s”

A partir das ordenadas da LI pode-se escrever:

$$M_s = \eta_1 \cdot P_{d1} + \eta_2 \cdot P_{d2} + \eta_3 \cdot P_{d3} + \eta_4 \cdot P_{d4} + \eta_5 \cdot P_{d5} \quad (3.13)$$

O esforço é obtido como o somatório dos produtos da força de desvio P_d pelas ordenadas da LI no ponto de aplicação das mesmas.

3.7 - EQUILÍBRIO DE UMA SEÇÃO EM ANÁLISE NÃO-LINEAR

Uma seção de concreto armado ou protendido fissura e plastifica quando submetida a um par de solicitações normais externas (N_{ext} , M_{ext}) próximas aos seus valores últimos. Através das deformações obtêm-se os esforços internos que permitem equilibrar as solicitações externas (Désir, 1993). A deformação de uma fibra situada a uma distância y do centro de gravidade da seção homogeneizada é ilustrada pela Figura 3.10:

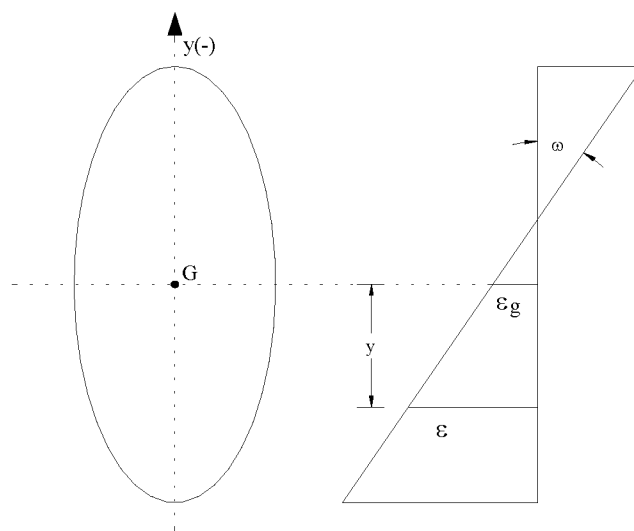


Figura 3.10 - Estado de deformação de uma seção transversal

$$\varepsilon = \varepsilon_g + \omega \cdot y \quad (3.14)$$

onde:

ε_g : deformação no centro de gravidade

ω : curvatura da seção

Para a convenção de sinais, o critério é o mesmo que se encontra na literatura referente ao assunto:

- As deformações são positivas no sentido dos encurtamentos (compressão), negativas no sentido dos alongamentos (tração);
- Um momento é positivo quando produz uma compressão no bordo superior da seção;
- A excentricidade dos cabos de protensão em relação ao centro de gravidade é considerada positiva para baixo.

3.7.1 - Cálculo dos esforços internos

Não se pode medir diretamente as tensões resultantes de um esforço solicitante na seção transversal, mas apenas as deformações provocadas por essas tensões. Para deduzir a tensão a partir da deformação é preciso conhecer a lei que as relaciona. A hipótese de um módulo de elasticidade constante forma o princípio básico da Teoria da Elasticidade, onde a tensão é dada por:

$$\sigma = E.\varepsilon \quad (3.15)$$

onde E é o módulo de elasticidade e ε é a deformação definida pela equação (3.14).

Portanto:

$$\sigma = E.(\varepsilon_g + \omega.y) \quad (3.16)$$

Um estado de deformação (ε_g, ω) produz um par de esforços internos (N_{int}, M_{int}) , que se escrevem:

$$N_{int} = \int_A \sigma.dA \quad (3.17a)$$

$$M_{int} = \int_A \sigma.y.dA \quad (3.17b)$$

Substituindo σ nas equações (3.17) e desenvolvendo temos:

$$N_{\text{int}} = E \cdot \varepsilon_g \cdot \int_A dA + E \cdot \omega \cdot \int_A y \cdot dA \quad (3.18.a)$$

$$M_{\text{int}} = E \cdot \varepsilon_g \cdot \int_A y \cdot dA + E \cdot \omega \cdot \int_A y^2 \cdot dA \quad (3.18.b)$$

Essas duas equações podem ser escritas sob forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} N_{\text{int}} \\ M_{\text{int}} \end{Bmatrix} = \int_A \begin{bmatrix} 1 & y \\ y & y^2 \end{bmatrix} \cdot E \cdot dA \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \omega \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

Ou seja:

$$\begin{Bmatrix} N_{\text{int}} \\ M_{\text{int}} \end{Bmatrix} = [\phi] \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_g \\ \omega \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

Onde ϕ é um operador de transformação.

3.7.2 - Definição do operador ϕ e da aplicação linear ϕt

Fazendo $\sigma = \chi(\varepsilon)$, a tensão torna-se uma função qualquer da deformação dentro de um certo intervalo $[-\varepsilon_{rt}, \varepsilon_{rc}]$, sendo $-\varepsilon_{rt}$ e ε_{rc} as deformações de tração e de compressão máximas admitidas. É possível definir um operador ϕ que permite passar das deformações (ε_g, ω) aos esforços internos $[N_{\text{int}}(\varepsilon_g, \omega), M_{\text{int}}(\varepsilon_g, \omega)]$ conforme as seguintes expressões (Désir, 1993):

$$N_{\text{int}}(\varepsilon_g, \omega) = \int_A \chi(\varepsilon) \cdot dA \quad (3.21.a)$$

$$M_{\text{int}}(\varepsilon_g, \omega) = \int_A \chi(\varepsilon) \cdot y \cdot dA \quad (3.21.b)$$

Para uma relação $\sigma \times \varepsilon$ não-linear pode-se definir um módulo tangente:

$$E = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \quad (3.22)$$

Supondo-se $\chi(\varepsilon)$ derivável por partes dentro de seu intervalo de definição, pode-se expressar o módulo de elasticidade como uma função da deformação.

$$E(\varepsilon) = \frac{\partial \chi(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial \chi(\varepsilon)}{\partial (\varepsilon_g, \omega)} \quad (3.23)$$

As derivadas parciais de $\chi(\varepsilon)$ são:

$$\frac{\partial \chi(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_g} = \frac{\partial \chi(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varepsilon_g} = E(\varepsilon) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varepsilon_g} = E(\varepsilon) \quad (3.24.a)$$

$$\frac{\partial \chi(\varepsilon)}{\partial \omega} = \frac{\partial \chi(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} = E(\varepsilon) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} = E(\varepsilon) \cdot y \quad (3.24.b)$$

Escrevem-se agora as derivadas parciais das equações (3.21) utilizando as equações (3.24):

$$\frac{\partial N_{\text{int}}(\varepsilon_g, \omega)}{\partial \varepsilon_g} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon_g} \cdot \int_A \chi(\varepsilon) \cdot dA = \int_A E(\varepsilon) \cdot dA \quad (3.25.a)$$

$$\frac{\partial N_{\text{int}}(\varepsilon_g, \omega)}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega} \cdot \int_A \chi(\varepsilon) \cdot dA = \int_A E(\varepsilon) \cdot y \cdot dA \quad (3.25.b)$$

$$\frac{\partial M_{\text{int}}(\varepsilon_g, \omega)}{\partial \varepsilon_g} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon_g} \cdot \int_A \chi(\varepsilon) \cdot y \cdot dA = \int_A E(\varepsilon) \cdot y \cdot dA \quad (3.25.c)$$

$$\frac{\partial M_{\text{int}}(\varepsilon_g, \omega)}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega} \cdot \int_A \chi(\varepsilon) \cdot y \cdot dA = \int_A E(\varepsilon) \cdot y^2 \cdot dA \quad (3.25.d)$$

Essas quantidades definem uma aplicação tangente no ponto (ε_g, ω) do espaço vetorial das deformações. Portanto, para todo estado de deformação admissível (ε_g, ω) , ϕ pode ser substituída pela aplicação linear ϕ_t :

$$\phi_t = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{\text{int}}}{\partial \varepsilon_g} & \frac{\partial N_{\text{int}}}{\partial \omega} \\ \frac{\partial M_{\text{int}}}{\partial \varepsilon_g} & \frac{\partial M_{\text{int}}}{\partial \omega} \end{bmatrix} = \int_A \begin{bmatrix} 1 & y \\ y & y^2 \end{bmatrix} E(\varepsilon) \cdot dA \quad (3.26)$$

3.7.3 - Cálculo dos esforços internos

Os esforços internos são desenvolvidos para o estado de deformação (ε_g, ω) na parte resistente da seção de concreto, nos aços passivos e nos aços de protensão interna aderente. A parte resistente do concreto refere-se a toda fibra cuja deformação permanece dentro do intervalo $[-\varepsilon_{rt}, \varepsilon_{rc}]$. Para um estado de deformação (ε_g, ω) as expressões que dão os esforços internos são:

$$N_{\text{int}}(\varepsilon_g, \omega) = \int_{A_c} \chi_c \cdot (\varepsilon_g + \omega \cdot y_c) \cdot dA + \sum_{j=1}^{n_a} A_{aj} \cdot \chi_a \cdot (\varepsilon_g + \omega \cdot y_{aj}) + \sum_{k=1}^{n_p} A_{pk} \cdot \chi_p \cdot (\varepsilon_g + \omega \cdot e_{pk}) \quad (3.27.a)$$

$$M_{\text{int}}(\varepsilon_g, \omega) = \int_{A_c} \chi_c \cdot (\varepsilon_g + \omega \cdot y_c) \cdot y_c \cdot dA + \sum_{j=1}^{n_a} A_{aj} \cdot \chi_a \cdot (\varepsilon_g + \omega \cdot y_{aj}) \cdot y_{aj} + \sum_{k=1}^{n_p} A_{pk} \cdot \chi_p \cdot (\varepsilon_g + \omega \cdot e_{pk}) \cdot e_{pk} \quad (3.27.b)$$

onde:

n_a : número de camadas de aço passivo

n_p : número de camadas de aço de protensão

A_{aj} : área de cada camada de aço passivo

A_{pk} : área de cada camada de aço de protensão

e_{pk} : excentricidade de cada camada de aço de protensão

3.7.4 - Cálculo prático da matriz ϕ_t

Pela equação (3.26) tem-se:

$$\phi_t = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{\text{int}}}{\partial \varepsilon_g} & \frac{\partial N_{\text{int}}}{\partial \omega} \\ \frac{\partial M_{\text{int}}}{\partial \varepsilon_g} & \frac{\partial M_{\text{int}}}{\partial \omega} \end{bmatrix} = \int_A \begin{bmatrix} 1 & y \\ y & y^2 \end{bmatrix} \cdot E(\varepsilon) \cdot dA$$

Avaliando cada termo da mesma equação, obtém-se:

$$\frac{\partial N}{\partial \varepsilon_g} = \int_{A_c} E_c(\varepsilon).dA_c + \sum_{j=1}^{n_a} A_{aj}.E_a(\varepsilon) + \sum_{k=1}^{n_p} A_{pk}.E_p(\varepsilon) \quad (3.28.a)$$

$$\frac{\partial N}{\partial \omega} = \frac{\partial M}{\partial \varepsilon_g} = \int_{A_c} E_c(\varepsilon).y_c.dA_c + \sum_{j=1}^{n_a} A_{aj}.E_a(\varepsilon).y_{aj} + \sum_{k=1}^{n_p} A_{pk}.E_p(\varepsilon).e_{pk} \quad (3.28.b)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \omega} = \int_{A_c} E_c(\varepsilon).y_c^2.dA_c + \sum_{j=1}^{n_a} A_{aj}.E_a(\varepsilon).y_{aj}^2 + \sum_{k=1}^{n_p} A_{pk}.E_p(\varepsilon).e_{pk}^2 \quad (3.28.c)$$

A seção de concreto é discretizada em trapézios. Para resumir, na expressão de ϕ_t chama-se A_i uma porção da área de qualquer um dos materiais, E_i o seu módulo de elasticidade tangente e y_i a sua ordenada em relação ao eixo passando pelo centro de gravidade da seção (Désir, 1993):

$$\phi_t = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n A_i.E_i & \sum_{i=1}^n A_i.E_i.y_i \\ \sum_{i=1}^n A_i.E_i.y_i & \sum_{i=1}^n A_i.E_i.y_i^2 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

3.7.5 - Equilíbrio de uma seção

Primeiramente verifica-se o equilíbrio das seções, uma por uma. A partir das deformações obtêm-se os esforços internos que, por sua vez, permitem equilibrar as solicitações externas. Essas solicitações incluem várias ações, tais como o peso próprio, a sobrecarga e a protensão.

Considera-se um par de esforços solicitantes conhecidos (N, M) definidos por:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_{ext} + \sum_{k=1}^{n_p} P_k \\ M_{ext} + \sum_{k=1}^{n_p} P_k.e_{pk} \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

sendo (N, M) os esforços totais incluindo o esforço de protensão. O desequilíbrio entre (N, M) e (N_{int}, M_{int}) para um par arbitrário de deformações produz uma variação de deformada na seção, o que leva a resolver por aproximações sucessivas a equação (3.31) para obter o par que torna (N, M) igual a (N_{int}, M_{int}) dentro da tolerância adotada para o problema:

$$\begin{Bmatrix} N - N_{int} \\ M - M_{int} \end{Bmatrix} = [\phi_t] \cdot \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_g \\ \Delta \omega \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

Associam-se as cargas externas, incluindo a protensão, a um par de solicitações (N, M) e as deformações a um par (ϵ_g, ω) . A seguir, as operações são feitas sobre vetores e matrizes. Para simplificar as expressões e manter uma notação semelhante à da literatura correspondente, chama-se:

- F: Vetor das forças internas representando o par (N_{int}, M_{int}) ;
- R: Vetor das forças externas representando as solicitações externas totais (N, M) ;
- U: Vetor das deformações representando o par (ϵ_g, ω) .

Na análise incremental a força externa (solicitações resultantes do conjunto das ações externas) é obtida em cada etapa com incrementos sucessivos. Se “j-1” é a última etapa equilibrada, tem-se:

$${}^j \bullet R \bullet \bullet \quad {}^{j-1} \bullet R \bullet \bullet \quad {}^j \bullet \bullet R \bullet \quad (3.32)$$

O equilíbrio da etapa “j” implica em um incremento de deformação $\{\Delta U\}$ tal que:

$${}^j \bullet U \bullet \bullet \quad {}^{j-1} \bullet U \bullet \bullet \quad {}^j \bullet \bullet U \bullet \quad (3.33)$$

Como a tensão σ é função da deformação, pode-se escrever:

$${}^j \bullet \bullet \bullet \bullet \quad {}^{j-1} \bullet \bullet \bullet \bullet \quad {}^j \bullet \bullet \bullet \bullet \quad (3.34)$$

A implementação numérica é feita da seguinte forma: se “j” é a etapa corrente, a equação pode ser escrita com as notações adotadas acima sob a forma:

$${}^j R \cdot F \cdot {}^{j-1} U \cdot U \quad (3.35)$$

A avaliação de ${}^j F$ para essa equação não é direta. É necessário utilizar um método iterativo para sua determinação. Faz-se n iterações até obter:

$${}^j F^i \cdot {}^j R \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (3.36)$$

Existem muitos métodos para a resolução da equação (3.35). No programa CARPE são utilizados os métodos de Newton-Raphson ou de Newton-Raphson modificado, tendo a opção de se iniciarem as iterações pelo primeiro método, passando para o modificado dependendo da variável de controle de rigidez da estrutura.

O princípio do método de cálculo é de partir de uma estimativa inicial das deformações, convenientemente escolhida, por exemplo, aquela deduzida das características mecânicas da seção homogeneizada.

$$\begin{cases} \varepsilon_g = \frac{1}{E_c \cdot A_c} \cdot \left(N_{\text{ext}} + \sum_{k=1}^{n_p} A_{pk} \cdot E_p \cdot \varepsilon_{a0k} \right) \\ \omega = \frac{1}{E_c \cdot I_c} \cdot \left(M_{\text{ext}} + \sum_{k=1}^{n_p} A_{pk} \cdot E_p \cdot \varepsilon_{a0k} \cdot e_{pk} \right) \end{cases} \quad (3.37)$$

sendo:

E_c, A_c, I_c : o módulo de elasticidade, a área e o momento de inércia da seção bruta de concreto.

ε_{a0k} : pré-deformação do cabo k .

Os esforços internos de uma iteração i são obtidos somando o incremento de esforços produzidos pelo incremento de deformação aos esforços da iteração anterior. Ou seja, para uma etapa de carga j , os esforços internos das iterações $(i-1)$ e i estão ligados pela equação:

$$\begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & N_{int} & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & gi & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & N_{int} & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & gi \cdot 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & t & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & gi & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & gi \cdot 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \quad (3.38)$$

Fazendo:

$$\begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & N_{int} & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & gi & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} = N \quad (3.39)$$

$$\begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & M_{int} & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & gi & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} = M$$

e substituindo na equação (3.43), tem-se uma fórmula de recorrência:

$$\begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & gi & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & gi \cdot 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & t & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & N \cdot N_{int} & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & M \cdot M_{int} & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \quad (3.40)$$

Considera-se equilibrada uma etapa quando a precisão no cálculo das deformações ou dos esforços satisfaz as tolerâncias pré-fixadas.

3.7.6 - Parâmetros de controle para o cálculo e noção de convergência

Qualquer que seja o método considerado deve-se fazer no final de cada iteração um controle dos valores obtidos. Esses são aceitos como finais da etapa se o critério de convergência estabelecido for cumprido. São muitos os critérios que podem ser utilizados.

Os mais usados são:

- critério da carga;
- critério da força;
- critério da energia interna.

Nesta pesquisa o critério adotado é o controle da força. Deve-se cumprir a equação:

$$\left\| \cdot^j \cdot R \cdot \cdot^j \cdot F \cdot \cdot^i \right\| \cdot \cdot_{\cdot F} \cdot \left\| \cdot^{j-1} \cdot R \cdot \cdot^{j-1} \cdot F \cdot \right\| \quad (3.41)$$

onde:

$\| \cdot \|$: indica a norma euclidiana de um vetor.

$\cdot_{\cdot F}$: é uma tolerância pré-fixada. Sua escolha deve ser cuidadosa: um valor muito grande pode levar a resultados pouco precisos, enquanto um valor muito pequeno pode aumentar inutilmente o número de iterações.

Se a equação não é verificada após um certo número de iterações, fixado de antemão, considera-se que o cálculo está divergente; o processo iterativo é reiniciado com a metade do incremento de carga. Esses problemas aparecem quando a carga está na proximidade de seu valor limite (carga que esgota a capacidade resistente de uma seção), situação na qual pode acontecer uma instabilidade numérica no cálculo. A tentativa de equilibrar a seção é detida quando o cálculo não consegue convergir para um incremento menor que o erro permitido nas cargas.

3.8 - TOLERÂNCIAS DO PROGRAMA

O programa CARPE possui alguns coeficientes de ajuste tanto para os cabos externos como na escolha do método iterativo. Essas tolerâncias fazem com que o programa produza gráficos das principais características da viga com a precisão desejada, que depende da tolerância adotada.

3.8.1 - Para vigas com cabos internos

Para vigas com protensão interna, o programa CARPE possui a variável COFDET. Esta variável define qual dos dois métodos de iteração previstos no programa será idealizado podendo iniciar com Newton-Raphson e passar para Newton-Raphson modificado quando a rigidez da seção cai em uma determinada porcentagem. No programa são utilizados Newton-Raphson ou Newton-Raphson modificado. Pode-se iniciar o cálculo com o Newton-Raphson e passar para o Newton-Raphson modificado quando a rigidez da seção cai em uma determinada porcentagem (Figura 3.11).

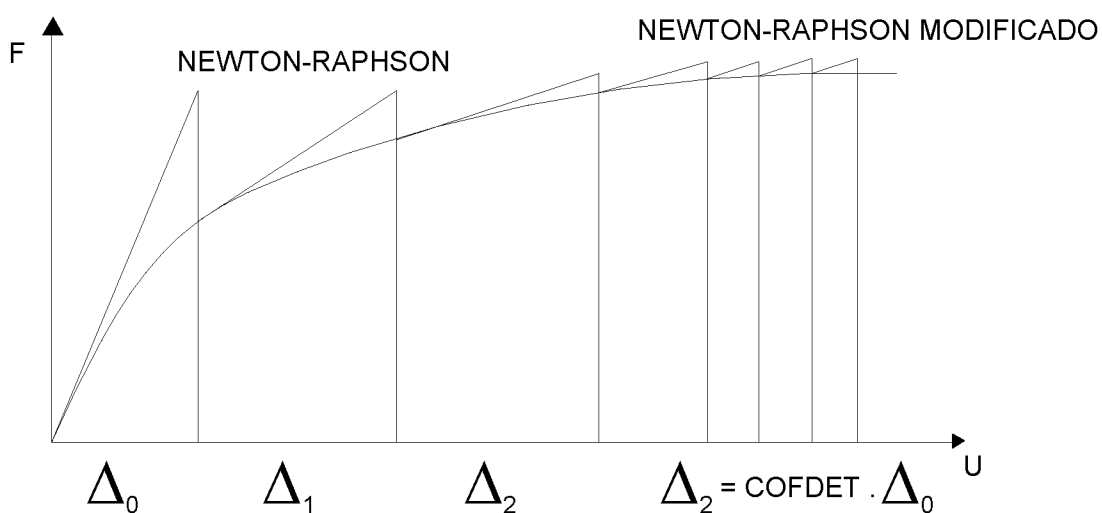


Figura 3.11 - Mudança do método iterativo

A taxa de armadura da viga tem grande influência nessa variável, pois se for pequena, ocorre uma perda brutal de rigidez depois do início da fissuração, o que pode ocasionar um problema numérico no processo iterativo.

Quando se tem vigas com pouca armadura, deve-se reduzir o passo de carga para que o processo incremental evolua mais lentamente e minimize a queda de rigidez ao atingir o início da fissuração. No próximo capítulo serão apresentados alguns exemplos onde será apresentada a influência da variável COFDET no gráfico carga-flecha.

3.8.2 - Para vigas com cabos externos

Nas vigas com cabos externos, consideram-se mais três tolerâncias, além daquela já mencionada na protensão interna. Elas definem os ajustes relacionados à protensão externa. São listadas no programa CARPE como sendo TOSG, TOG1 e TOG2.

A variável TOSG é o coeficiente de redução da diferença entre as tensões de duas iterações sucessivas, ou seja, após cada iteração, a força do cabo externo é atualizada e acrescida em função dessa variável. Este controle é feito porque a diferença de tensão entre dois trechos pode vencer o atrito e provocar um deslizamento sobre o desviador que une os dois trechos. Se a diferença entre o estado de tensão ao redor do desviador antes e depois do deslizamento for muito elevada, poderá surgir instabilidade do algoritmo de cálculo, que passará a oscilar em torno do ponto solução sem conseguir atingi-lo. Utilizando o fator de redução TOSG, pretende-se forçar a convergência, pela redução da variação da tensão após cada avaliação de deslizamento.

$$\sigma_{pi}^1 = \sigma_{pi-1} + TOSG \times (\sigma_{pi}^0 - \sigma_{pi-1}) \quad (3.47)$$

onde :

σ_{pi}^1 : Tensão para nova iteração;

σ_{pi-1} : Tensão da etapa equilibrada

σ_{pi}^0 : Tensão da etapa corrente não equilibrada.

A variável TOG1 faz o controle da variação de tensões no cabo devido ao deslizamento, determinando o erro admitido no equilíbrio. O erro do cálculo do equilíbrio, para se chegar na convergência, deve ser menor que o valor dessa tolerância.

$$CONTROL = \left| \frac{\sigma_{gi-1} - \sigma_{gi}}{\sigma_{gi}} \right| \quad (3.48)$$

$$CONTROL < TOG1 \quad (3.49)$$

onde :

σ_{gi} : Tensão no cabo devido ao deslizamento;

σ_{gi-1} : Tensão no cabo devido ao deslizamento na etapa anterior.

A última tolerância relacionada à protensão externa é a TOG2, que é o erro admitido na variação de tensões dos cabos. O programa só alcança a convergência quando essa variação fica menor que o erro adotado.

$$NORM1 = (\sigma_{pi} - \sigma_{pi-1})^2 \quad (3.50)$$

$$NORM2 = \sigma_{pi} \cdot \sigma_{pi-1} \quad (3.51)$$

$$SNORM = \sqrt{\frac{NORM1}{NORM2}} \quad (3.52)$$

$$SNORM < TOG2 \quad (3.53)$$

onde:

σ_{pi}^1 : Tensão para nova iteração;

σ_{pi-1} : Tensão da última etapa equilibrada;

SNORM : Norma das tensões do cabo em duas iterações sucessivas.

3.8.2.1- Sequência das tolerâncias na protensão externa

Segundo Désir (1993), baseado em Martins (1989), a matriz da equação do equilíbrio de uma seção nos desviadores é uma “matriz banda” de largura três. Resolve-se o sistema de equação pelo método de eliminação de GAUSS (triangulação e retro-substituição), determinando os deslizamentos.

São avaliadas as variações de deformações e as novas tensões que resultam delas. Se as variações nas tensões fogem da tolerância (TOG1), então uma nova aproximação é iniciada desde a verificação das condições de equilíbrio face ao deslizamento.

Quando essa tolerância (TOG1) é respeitada para todos os trechos, calcula-se a norma do vetor (SNORM) das tensões do cabo; se esta norma é menor que uma certa tolerância (TOG2), a última aproximação feita para os deslizamentos é considerada como valores finais da etapa. Caso contrário, uma nova iteração é realizada para tentar equilibrar o cabo face aos deslizamentos.

3.9 - IMPLEMENTAÇÃO GRÁFICA E GERADOR DE ARQUIVO DE DADOS

A entrada de dados do programa CARPE antes era feita através de um arquivo de dados contendo todas as características geométricas e físicas da viga. Estes dados eram organizados no arquivo de forma que pudessem ser lidos pelo programa numa ordem lógica de cálculo. Se tiver uma troca de dados ou se faltar algum dado nesse arquivo, o programa não o aceitará. Os dados deveriam estar na mesma pasta do arquivo executável do programa, onde são criados os arquivos de saída.

Visando otimizar o manuseio do programa e melhorar a interface, passando de um ambiente *DOS* para *Windows*, foi feita uma interface do programa com a utilização da plataforma DELPHI 6.0. Com isso, a entrada de dados, que antes era toda feita no mesmo arquivo, agora pode ser feita gradativamente, mesmo que o usuário não conheça o fluxo de utilização dos dados no programa.

Para ter acesso ao programa, é necessário apenas que o executável do programa CARPE na linguagem DELPHI seja acionado como qualquer programa utilizado no ambiente *Windows*.

Então será aberta uma janela do programa CARPE, onde poderemos inserir todas as informações sobre a viga. Depois que é feito todo o preenchimento dos dados o arquivo executável do programa CARPE é ativado pela nova plataforma. A nova plataforma do programa, cria o arquivo de dados e executa o programa (Figura 3.12).

The screenshot shows the main window of the CARPE software. The title bar reads "CARPE - PROTENSÃO INTERNA, EXTERNA E MISTA". The menu bar includes "ARQUIVO", "EDITAR", "FERRAMENTAS", "AJUDA", and "EXECUTAR". The toolbar contains icons for file operations and a font dropdown set to "Times New Roman". The main area has several tabs: "PROTENSÃO INTERNA", "PROTENSÃO EXTERNA", "PROTENSÃO MISTA", "CONCRETO", "AÇO PASSIVO", and "AÇO DE PROT.". Below the tabs are input fields for "FORÇA DE PROTENSÃO NO CABO" (with a unit "MN"), "NÚMERO DE TRECHOS", "ÁREA DO CABO DE PROTENSÃO (m²)", "SEÇÃO INICIAL", "SEÇÃO FINAL", "COEFICIENTE DE ATRITO RETO", and "COEFICIENTE DE ATRITO CURVO". At the bottom, there is a table with the following headers: "NÓ", "ALTURA (m)", "Geometria do cabo", "Angulo", "Raio", "Quadrante", and "Concavidade". The table is currently empty. The status bar at the bottom shows "CAPS" and "1/1".

Figura 3.12 - Tela inicial do programa CARPE

4 - APLICAÇÕES NUMÉRICAS E RESULTADOS

4.1 - INTRODUÇÃO

Apresentam-se neste capítulo algumas verificações do modelo considerado para vigas isostáticas e hiperestáticas, baseando-se nos fundamentos teóricos apresentados nos capítulos anteriores. Foram feitas análises em vigas com cablagem interna aderente, externa e mista.

Foram comparados os resultados fornecidos pelo programa CARPE com aqueles obtidos de diversos outros programas, com diferentes métodos de cálculo não-linear, a partir do exemplo de uma viga hiperestática organizada para o *Workshop on Behaviour of External Prestressing in Structures*, na França (junho, 1993).

Uma outra comparação foi feita para a modelagem realizada por Rabczuk (2003), para analisar o ensaio de uma viga isostática protendida com cablagem interna e levada ao colapso. O autor fez uma análise não-linear com elementos finitos para a viga e fez uma comparação para as deflexões teóricas e experimentais. A análise desta viga ficou prejudicada porque ela rompeu por deficiência de armadura transversal.

Foi feita uma comparação do programa CARPE com os experimentais de três vigas isostáticas com protensão externa e diferentes posições dos desviadores, obtidos por Kiang-Hwee (1997). Este último exemplo foi modelado para verificar a eficácia do programa CARPE. Nas outras vigas foram feitas comparações da influência das tolerâncias descritas no Item 3.8, nos gráficos de deflexão das vigas, força dos cabos externos e deslizamento destes nos desviadores, além da influência do passo de carga no gráfico carga-flecha.

O programa CARPE proporciona um conjunto de resultados para análise do comportamento de vigas carregadas até a ruptura, mas os dados das vigas fornecidas pelos outros autores para comparação foram poucos. Assim, além das comparações diretas entre resultados, apresentamos, também, os fornecidos por CARPE e que permitem uma análise mais aprofundada e detalhada do comportamento das peças modeladas.

A Tabela 4.1, abaixo, resume os testes apresentados neste trabalho, nos itens que se seguem.

Tabela 4.1 - Vigas analisadas

Viga	Viga Isostática	Viga Hiperestática	Cabos Internos	Cabos Externos	Cablagem Mista	Número de desviadores	Autor
V1		X	X			6	<i>Workshop</i>
V2		X		X		6	<i>Workshop</i>
V3		X			X	6	<i>Workshop</i>
V4	X		X			0	Rabczuk
V5	X			X		0	Kiang-Hwee
V6	X			X		1	Kiang-Hwee
V7	X			X		2	Kiang-Hwee

4.2 - DESEMPENHO DO PROGRAMA CARPE

Para se analisar o desempenho do programa CARPE, tanto isoladamente como em comparação com outros programas com função similar, foram modeladas 7 vigas conforme as características básicas encontram-se resumidas acima.

4.2.1 - Viga hiperestática com protensão interna – V1

Os primeiros exemplos que foram modelados e analisados foram tirados do *Workshop on Behaviour of External Prestressing in Structures*, realizado em Saint-Rémy-lès-Chevreuse, França, em junho de 1993. Os organizadores propuseram uma comparação de métodos de cálculo não-linear para estruturas protendidas, escolhendo para isso dois exercícios com algumas variantes estruturais, de modo a explorar o desempenho de cada programa.

Para este exemplo, vamos fazer uma comparação do alcance do gráfico carga-flecha com os programas VOV, CESAR, FEMAS, NAPCCB e CONCRETETEMAC.

As leis de comportamento dos materiais utilizados no referido *Workshop* são definidas pelas curvas tensão-deformação apresentadas a seguir. O diagrama do concreto é parabólico retangular como mostra a Figura 4.1a. O concreto tem uma tensão característica de 20 MPa correspondente a uma deformação de 2 . A resistência máxima do concreto à tração é de 2.4 MPa e a deformação correspondente é de 0,12 . A Figura 4.1b mostra a lei do aço utilizado para a armadura passiva. É uma lei elasto-plástica perfeita, idêntica em tração e compressão. A tensão de escoamento é de 400 MPa e o módulo de elasticidade de 200 GPa.

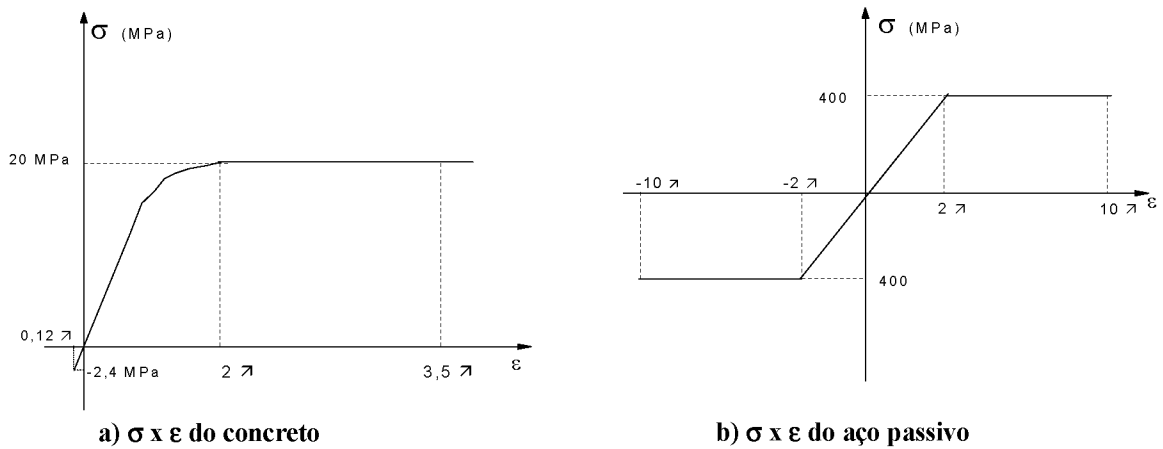


Figura 4.1 - Diagramas σ x ϵ impostos para os materiais

A lei do aço de protensão é linear até o limite de proporcionalidade (1417 MPa) e segue depois até a tensão de ruptura (1670 MPa), como mostra a Figura 4.2. O módulo de elasticidade tangente na origem é de 190 GPa.

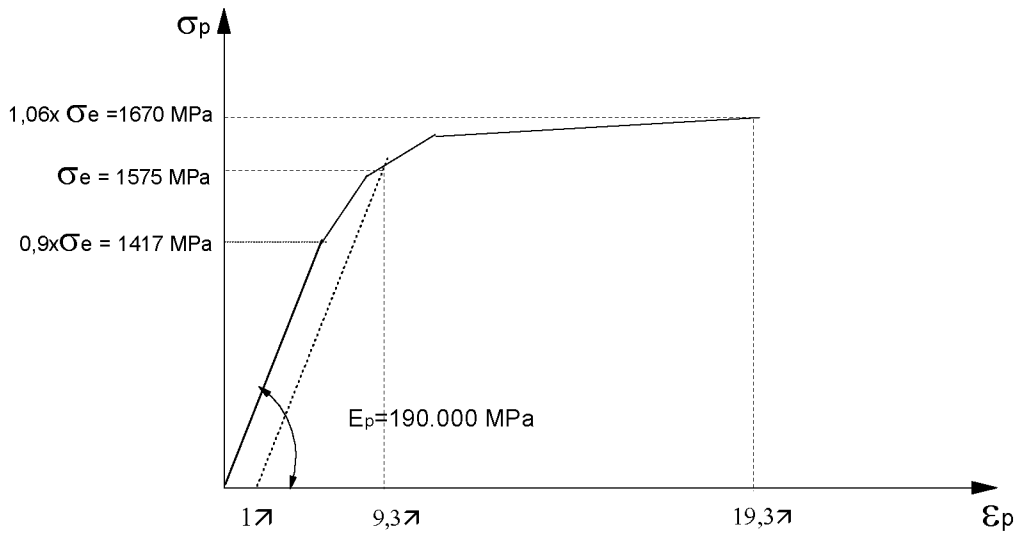


Figura 4.2 – Diagrama σ x ϵ para o aço de protensão

A viga hiperestática é uma viga contínua de três vãos, com os vãos de extremidade medindo 20 m e o vão central com 30 m, totalizando um comprimento de 70 m.

A seção transversal é apresentada na figura 4.3. Analisa-se agora a viga com 100% de protensão interna, com protensão inicial de 6000 kN em um cabo com 45 cm² de seção transversal. Duas camadas de aço passivo, uma superior de 30 cm² e outra inferior de 40 cm² são colocadas na seção. A viga tem um peso próprio de 48,5 kN/m. Uma carga variável, aplicada a 30 m do apoio esquerdo, permite levar a viga à ruptura por incrementos sucessivos.

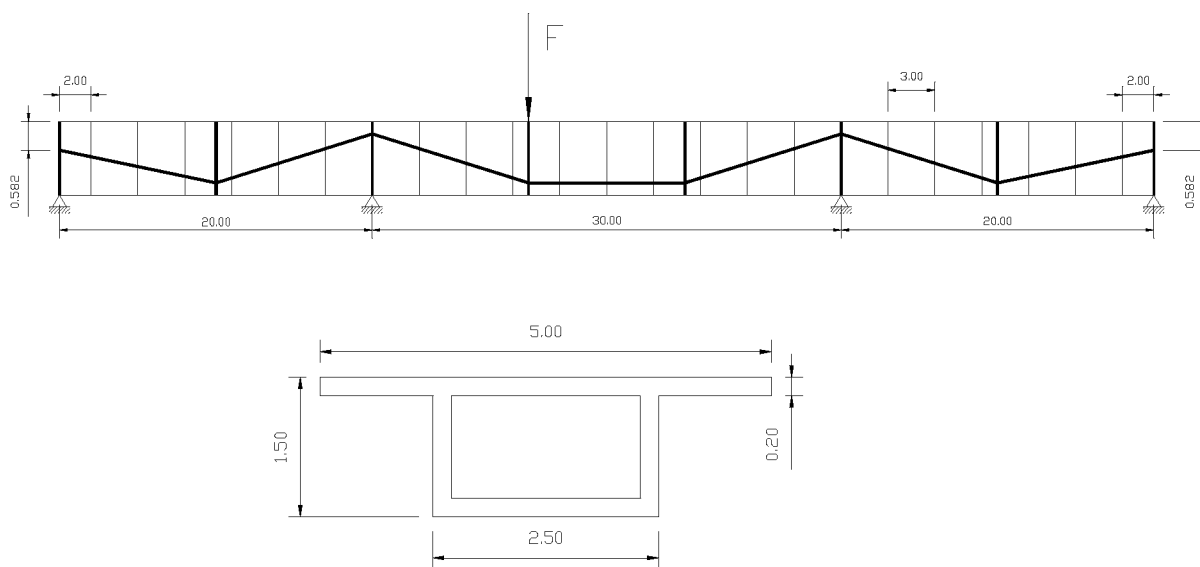


Figura 4.3 – Geometria da viga hiperestática

4.2.1.1- Com relação às tolerâncias

O programa CARPE, na análise de vigas com cabos internos, apresenta somente uma variável que é o coeficiente de alteração do método iterativo de resolução do sistema de equilíbrio das seções, COFDET, que permite ao usuário controlar se deseja e quando fazer a passagem do método de Newton-Raphson original para o modificado.

Foi feita uma comparação para os diferentes níveis de variação do COFDET, visualizada no gráfico da Figura 4.4. Pode notar-se que o maior valor de carga máxima é obtido com a utilização do método Newton-Raphson modificado desde o início da análise.

Quando foi utilizado o método de Newton-Raphson original, não se obteve convergência para o modelo para valores de carga inferiores aos da estimada carga máxima. Evidenciou-se, então, instabilidade numérica do método. Neste exemplo, conclui-se que o melhor valor de COFDET é 1.

INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DO COFDET NO GRÁFICO CARGA-FLECHA - V1

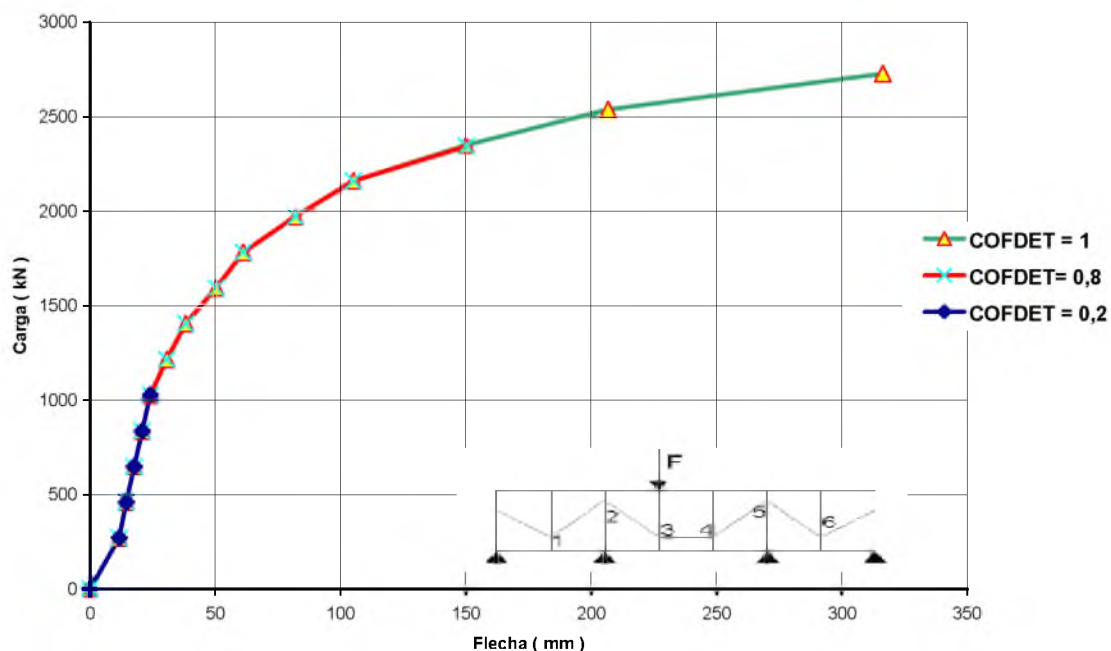


Figura 4.4 – Influência da variação do COFDET no gráfico carga-flecha –V1

4.2.1.2- Comportamento global

A viga possui uma taxa de armadura de 0,36%, estando acima do mínimo estabelecido pela norma brasileira. Com isso, não houve problemas numéricos com a modelagem após o início da abertura de fissuras e da conseqüente perda de rigidez da peça.

É sabido que a aplicação da carga tem que ser iniciada com valores que estejam dentro do domínio do comportamento linear da estrutura. Iniciamos o processo com valores de 8 a 20% do valor da carga última estimada. Verificamos que para valores acima destes surgiram problemas de convergência. Neste exemplo iniciamos com uma carga 270kN (~10% da carga última).

O passo de carga relativo inicialmente adotado foi escolhido tendo como base o número de iterações do programa, ou seja, quanto menor a porcentagem do incremento maior número de pontos que formarão o gráfico. O valor adotado para o incremento inicial foi de 70% do valor da carga inicial. De acordo com o gráfico do programa CARPE da Figura 4.5, a fissuração iniciou-se por volta de 1000 kN, causando o início de perda da rigidez.

As curvas apresentaram variações de inclinação na zona linear elástica, por sua vez distintas da fornecida pelo programa CARPE. Alguns desses programas não adotaram as definições impostas pelo exemplo. Um deles é o programa NAPCCB, que não utilizou a força de tração do concreto indicada no exemplo, possivelmente ocasionando uma maior deflexão na viga. Utilizou uma formulação diferente, onde a deformação última de compressão no concreto tem seu valor mínimo de 0,004 quando deveria ter sido adotado, segundo o exemplo, 0,0035.

4.2.1.3- Deslocamentos verticais

Os deslocamentos verticais são apresentados em função da carga aplicada sobre a viga.

A Figura 4.5 representa a deflexão da viga na seção onde foi aplicada a carga, para os diversos programas.

Todas as curvas apresentam maior rigidez que o programa CARPE na fase elástica que avança de forma linear até aproximadamente 1000 kN. Após esta fase observa-se a fase não-linear até a carga última que está por volta de 2700 kN.

GRÁFICO CARGA x FLECHA NA SEÇÃO DE APLICAÇÃO DA CARGA - V1

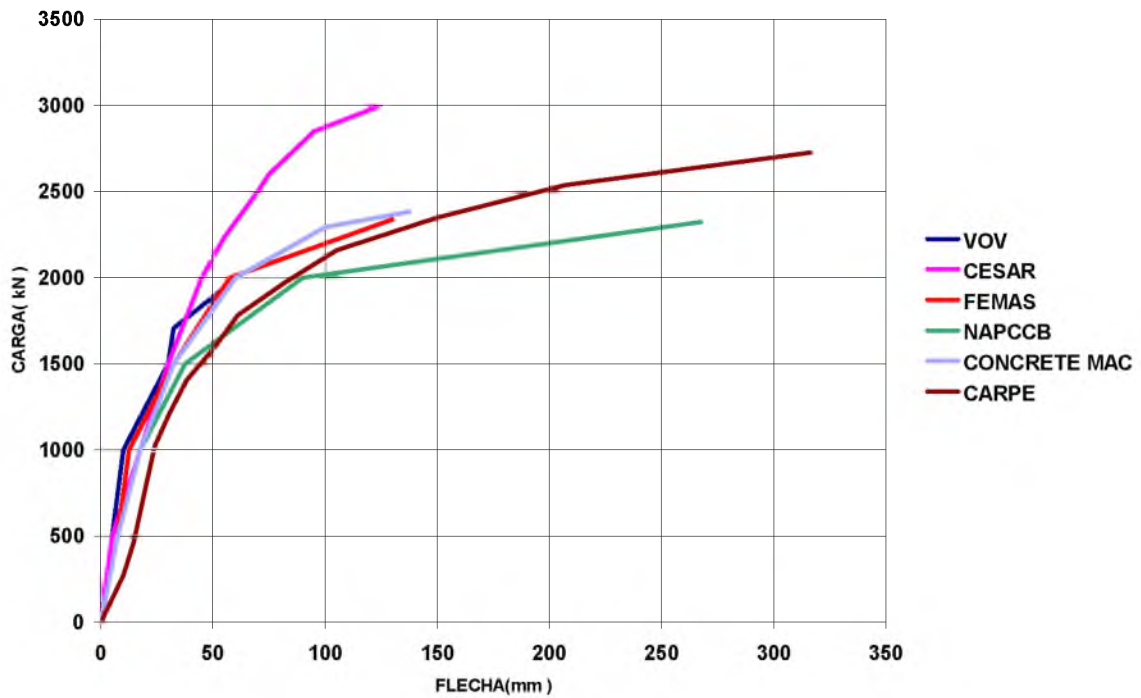


Figura 4.5 – Gráfico carga-flecha na seção de aplicação da carga da viga hiperestática com protensão interna – V1

Dependendo do passo de carga que é incrementado à carga inicial, teremos diferentes resultados distorcendo o comportamento do modelo da viga. A Figura 4.6 mostra o quanto o passo relativo de carga afeta o gráfico carga-flecha da viga analisada pelo programa CARPE.

INFLUÊNCIA DO PASSO DE CARGA RELATIVO NO GRÁFICO CARGA-FLECHA - V1

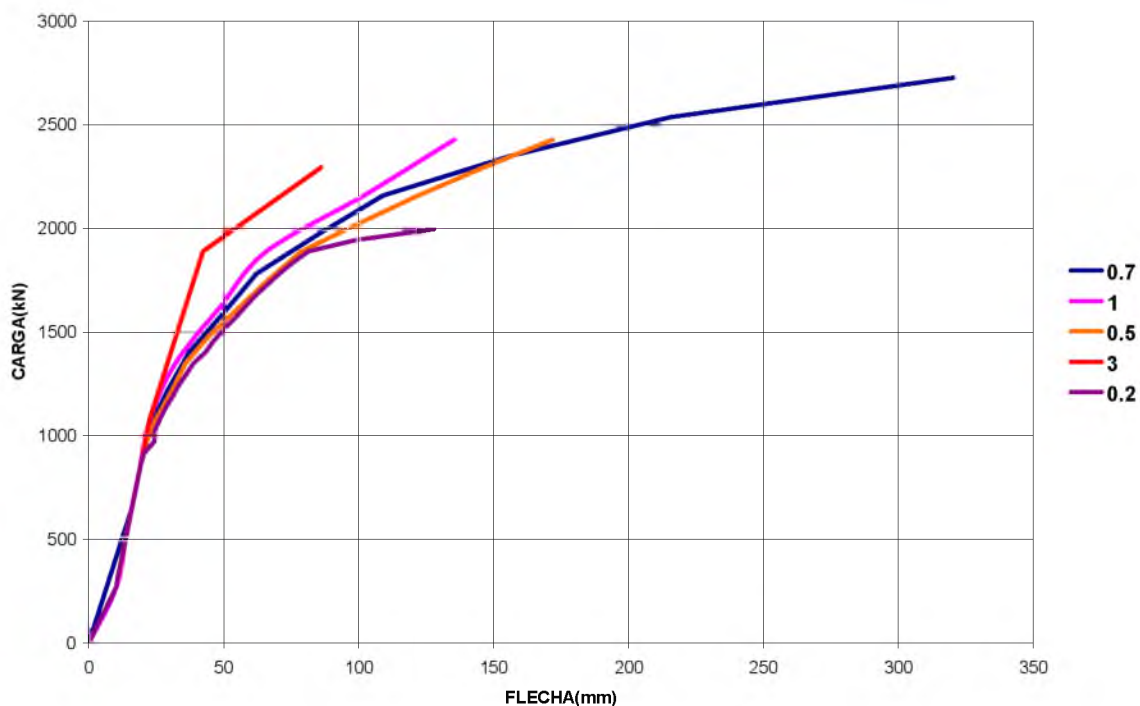


Figura 4.6 - Influência do passo de carga relativo no gráfico da deflexão da viga - V1

4.2.2 - Viga hiperestática com protensão externa – V2

Para este exemplo, vamos fazer uma comparação do alcance do gráfico carga-flecha com os programas PC-BEAM, ABAQUS, CONCRETETEMAC e do professor Naaman.

4.2.2.1- Comportamento global

A mesma viga do exemplo anterior foi modelada com protensão externa mantendo-se a força de protensão em 6000 kN e constante ao longo dos cabos. A carga inicial foi de 200kN, que representa 8% do valor da carga última estimada. O passo de carga inicial foi de 100% da carga inicial.

4.2.2.2- Com relação às Tolerâncias

Foi feita uma análise da variável TOSG e observado seus efeitos no alcance do gráfico carga-flecha. Como ela é apenas um controlador de convergência para a força nos cabos externos, o coeficiente TOSG não tem quase nenhuma influência no alcance do gráfico carga-flecha, como mostrado na Figura 4.7.

O valor considerado neste exemplo foi 1, pois foi um dos valores analisados que teve melhor comportamento no aspecto da deflexão da viga.

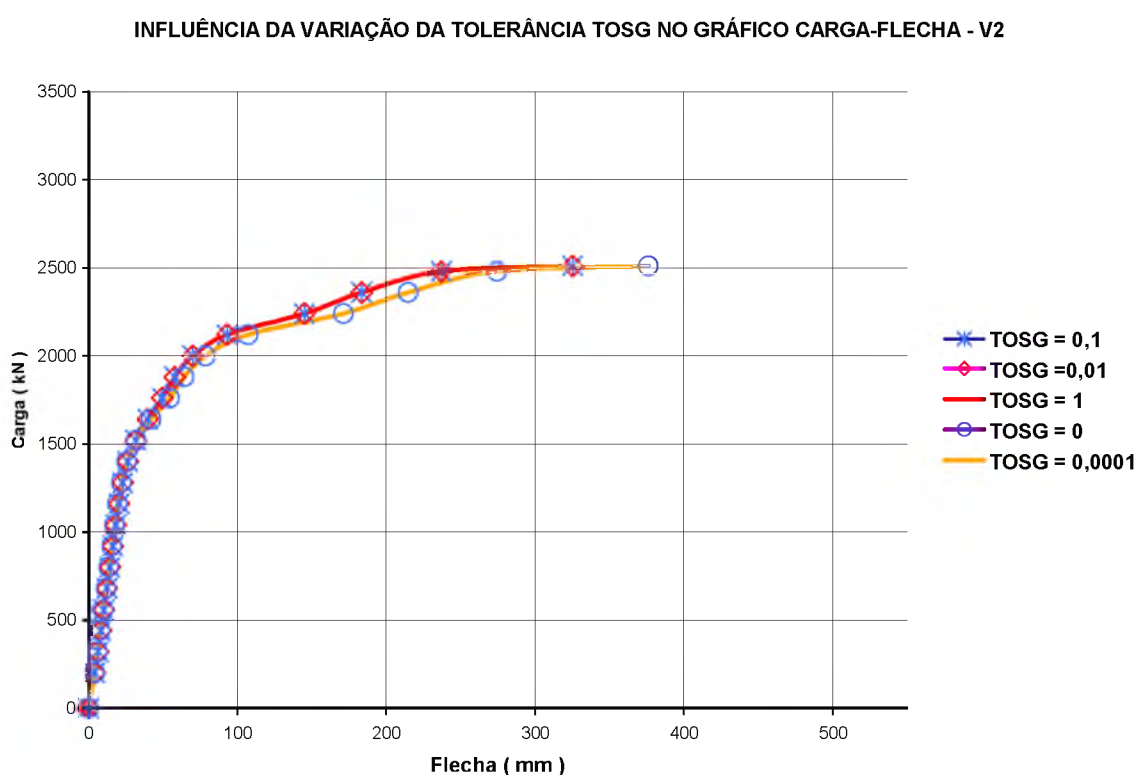


Figura 4.7 – Influência da variação da tolerância TOSG no gráfico carga-flecha – V2

No gráfico da Figura 4.8, vemos a influência da variação de TOG1 no gráfico de deflexão da viga. Vemos que a variação desse controle de erro dos deslizamentos dos cabos externos influencia muito pouco na deflexão da viga. Analisamos a influência dessa variável no deslizamento dos cabos. A única alteração observada no comportamento das curvas foi somente quando o valor foi alterado de 1 para valores menores que este. Para a presente viga, como praticamente não houve mudanças no gráfico, consideramos o valor de 1.

INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DE TOG1 NO GRÁFICO CARGA-FLECHA - V2

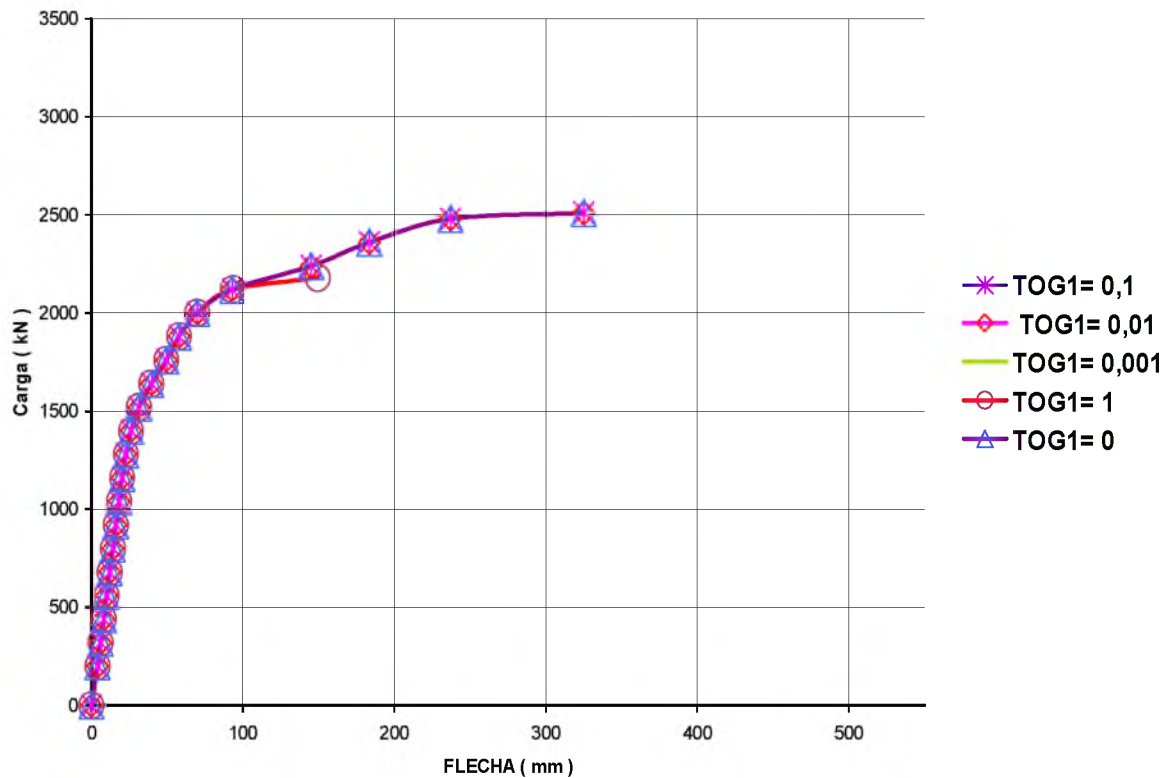


Figura 4.8 – Influência da variação de TOG1 no gráfico carga-flecha – V2

O gráfico da Figura 4.9, reproduz o comportamento da relação carga-flecha para a variação da tolerância TOG2. Devido á correlação dessa tolerância com a força do cabo, foi feito o gráfico da Figura 4.10 que reproduz o comportamento da força no cabo para a seção no meio do vão. Vemos que, quanto maiores os valores de TOG2, maior o alcance do gráfico carga-flecha. Consideramos 0,1 para o valor dessa variável.

INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DE TOG2 NO GRÁFICO CARGA-FLECHA - V2

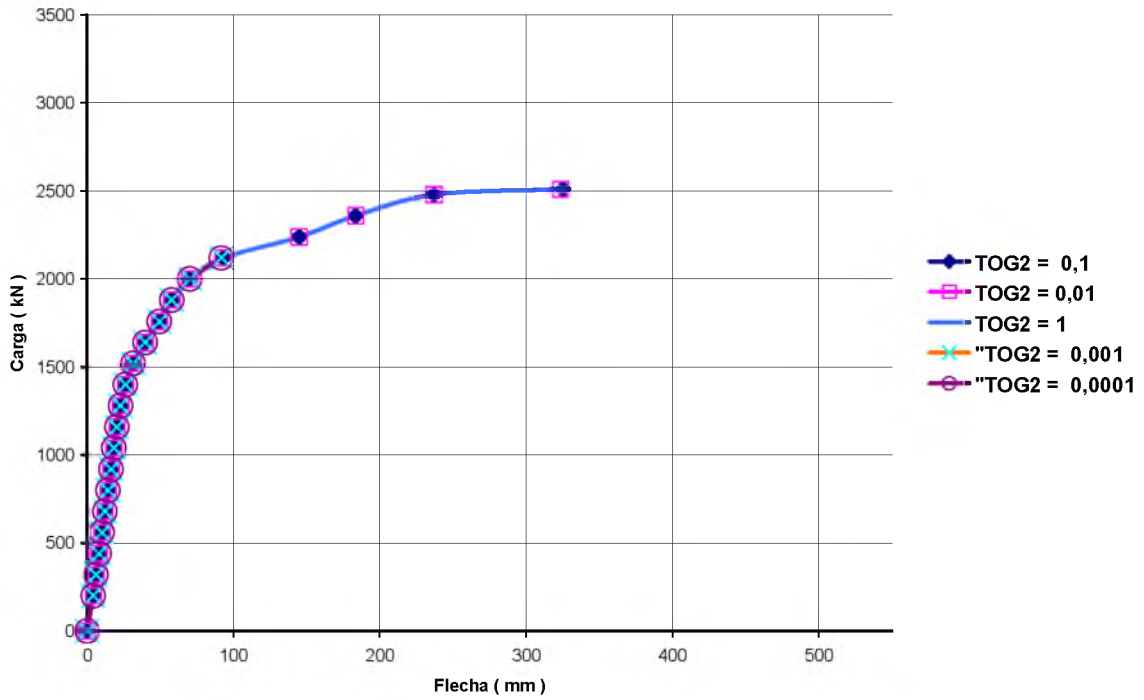


Figura 4.9 – Influência da variação de TOG2 no gráfico carga-flecha – V2

INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DE TOG2 NA FORÇA DO CABO EXTERNO - V2

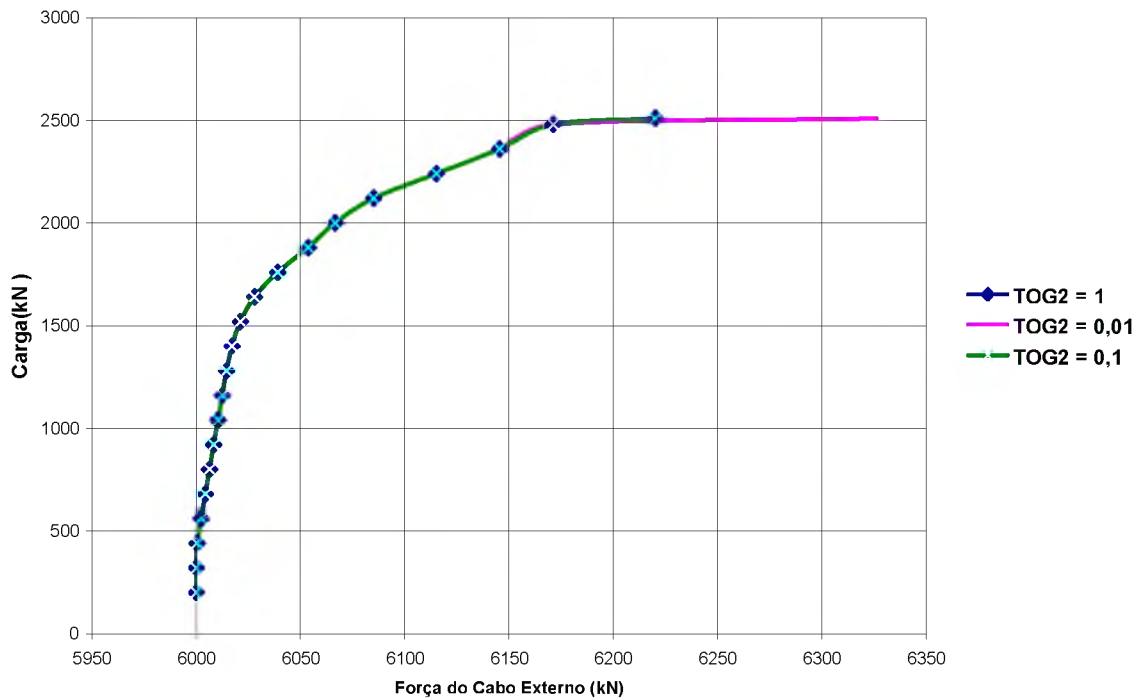


Figura 4.10 - Gráfico da força do cabo externo para diferentes valores de TOG2 – V2

Quando feito variar o coeficiente COFDET neste exemplo, os resultados do gráfico carga-flecha apresentaram algumas diferenças associadas ao momento de mudança do método iterativo. Como o método de Newton-Raphson modificado é mais lento, leva a um maior esforço computacional. Observamos no gráfico da Figura 4.11, que, quanto maior é o valor do COFDET, maior é o alcance do gráfico carga-flecha.

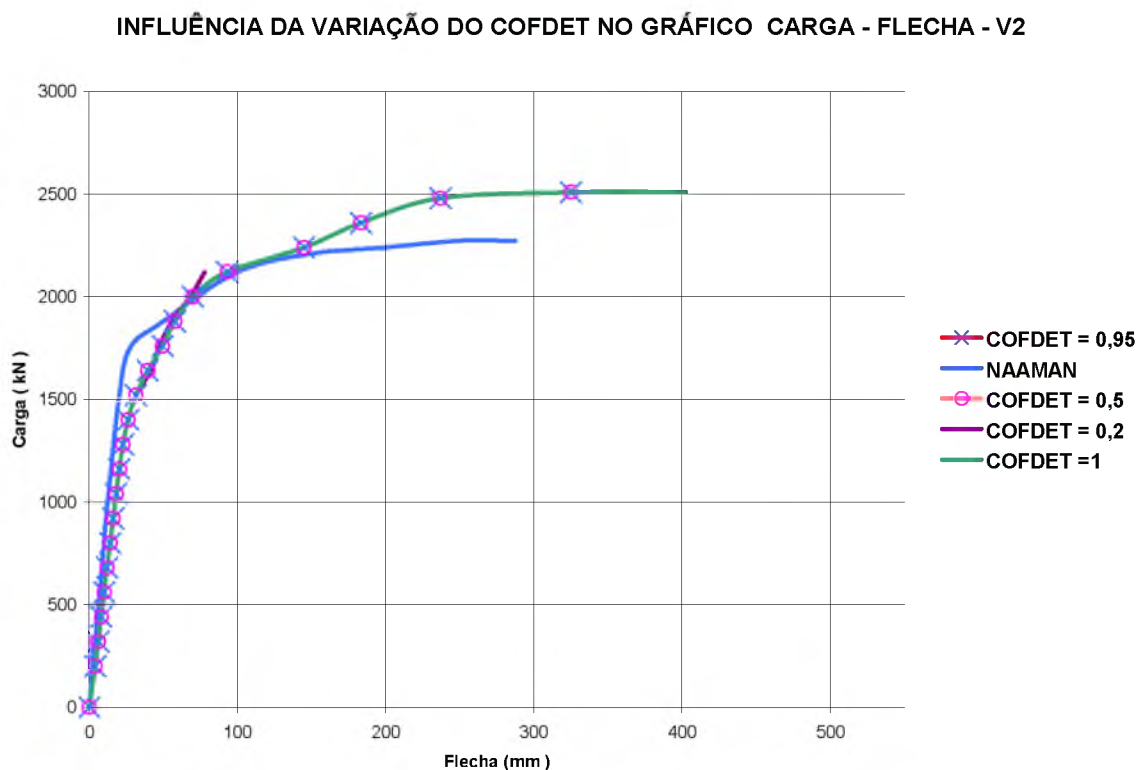


Figura 4.11 – Influência da variação do COFDET no gráfico carga-flecha da viga hiperestática com cabos externos – V2

4.2.2.3- Deslocamentos verticais – comparação dos modelos

A análise com o programa CARPE produziu o gráfico da figura 4.12 para a deflexão no meio do vão. Observamos que o programa tem uma fase linear bem definida até uma carga de 1500 kN, quando aparecem as fissurações e o início da fase plástica da viga. Vemos um bom comportamento da curva até a sua ruptura que ocorre por volta de 2500 kN.

GRÁFICO CARGA x FLECHA NA SEÇÃO DE APLICAÇÃO DA CARGA - V2

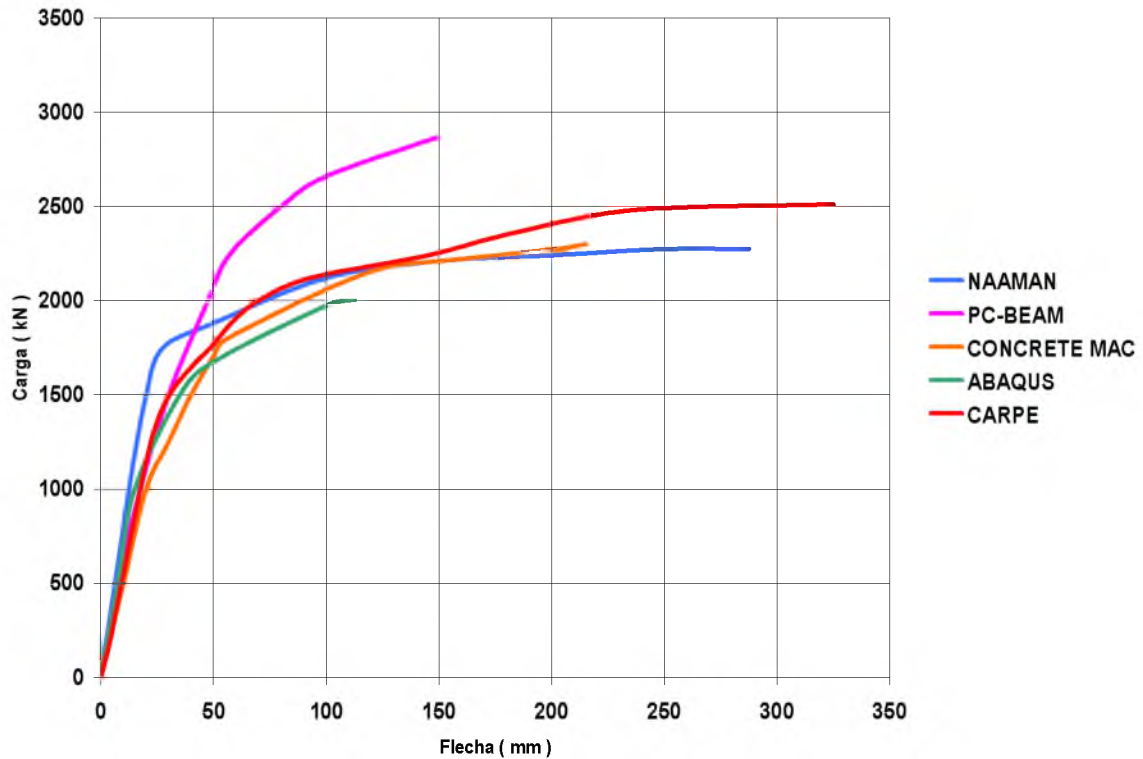


Figura 4.12 - Gráfico carga-flecha na seção de aplicação da carga para viga com protensão externa – V2

4.2.2.4- Deslizamentos dos cabos

Na Figura 4.13 apresentam-se os deslizamentos dos cabos. A força de protensão varia com a aplicação do incremento de carga, devido à mudança de excentricidade dos cabos, aos deslizamentos e aos deslocamentos horizontais relativos entre desviadores e ancoragens.

A viga foi modelada considerando o coeficiente de atrito nos desviadores no valor de 0,00001 para seguir os parâmetros do exemplo, que considerou o atrito nulo. Não consideramos o atrito com valor nulo, para evitar instabilidade numérica no programa.

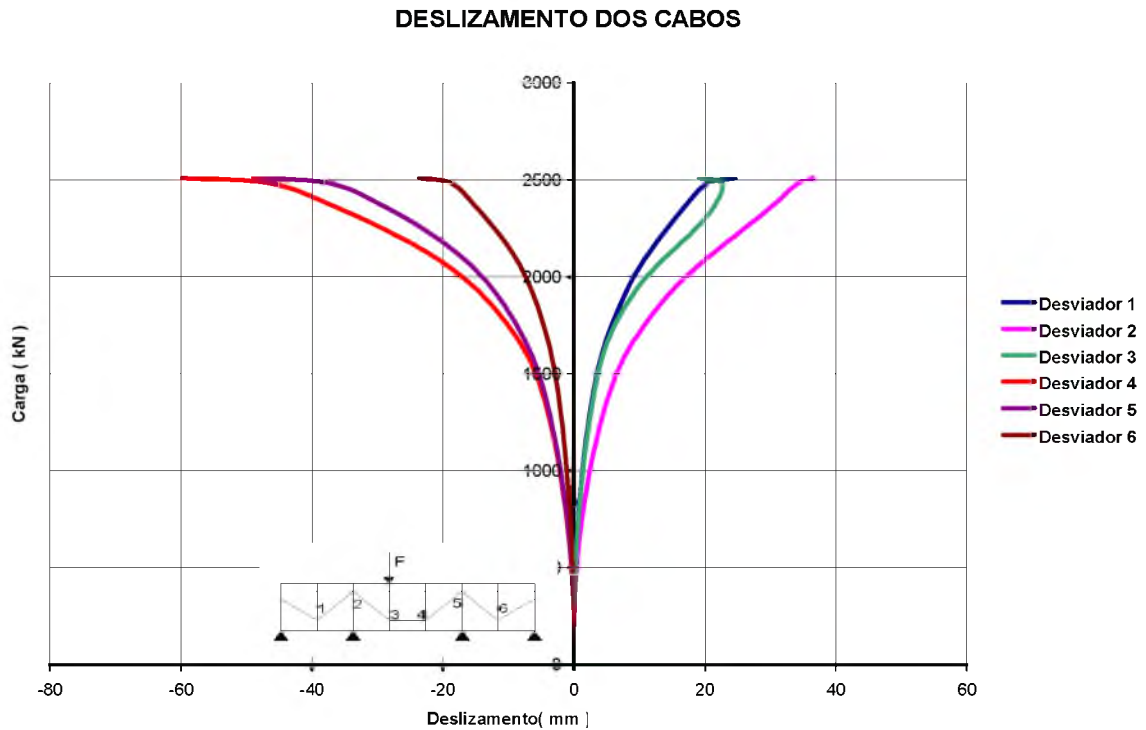


Figura 4.13 - Deslizamento dos cabos nos desviadores – V2

Alguns autores, dos outros programas de comparação, não fazem o mesmo, utilizando coeficiente de atrito nos desviadores. Algumas comparações foram feitas quanto a influência do coeficiente de atrito dos cabos nos desviadores no gráfico carga-flecha. Observa-se segundo o gráfico da Figura 4.14 que quanto menor o atrito, maior o alcance do par carga-flecha. Para o bloqueio dos cabos nos desviadores, considera-se aqui como coeficiente de atrito igual a 1, observou-se um alcance bem menor do gráfico carga-flecha.

INFLUÊNCIA DO COEFICIENTE DE ATRITO NO GRÁFICO CARGA-FLECHA

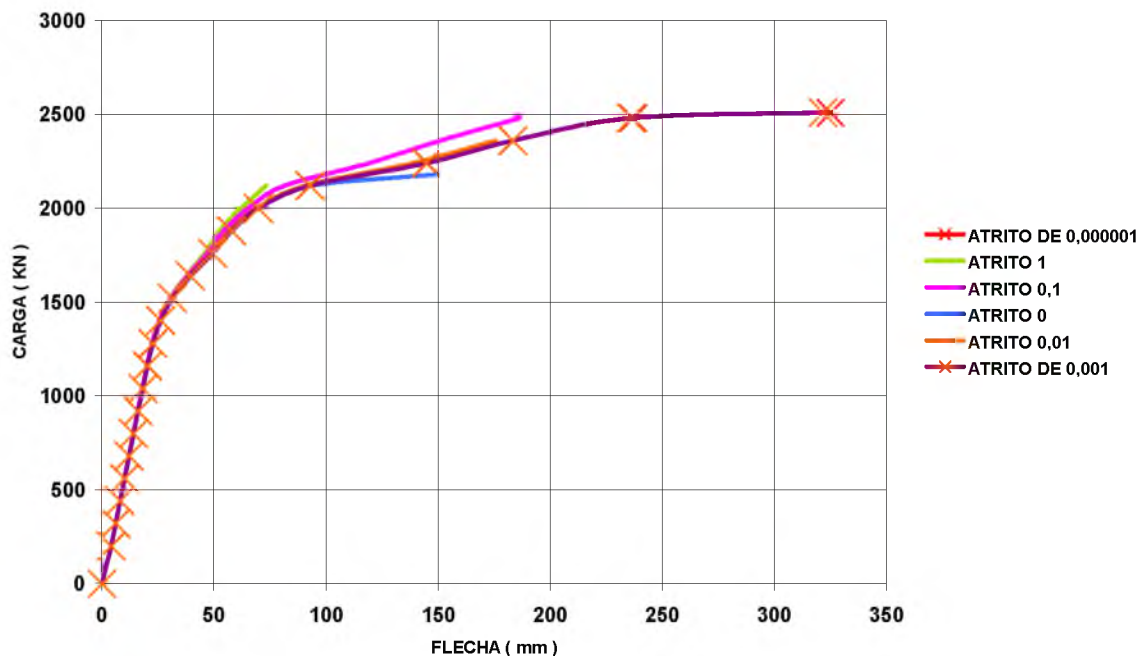


Figura 4.14 - Influência da variação do coeficiente de atrito no gráfico carga-flecha – V2

4.2.3 - Viga hiperestática com protensão mista – V3

Para este exemplo, vamos fazer uma comparação do alcance do gráfico carga-flecha com os programas FEMAS, VOV e CONCRETETEMAC.

4.2.3.1- Comportamento global

Para reproduzir a viga com cablagem mista, os cabos internos e externos são considerados poligonais. O esforço de protensão aplicado é dividido em 50% interno e 50% externo, ou seja, 3000 kN para cada um dos cabos. Essa protensão é aplicada a um cabo interno único, com área nominal de 22,5 cm², e a um par de cabos externos, cada um com área de 11,25 cm², totalizando também 22,5 cm² de área nominal. A aplicação do carregamento inicial foi de 270 kN (10% da carga de ruptura prevista) com incrementos de 50% do valor da carga inicial. As mesmas tolerâncias adotadas para as vigas hiperestáticas com cabos internos e externos foram adotadas para a viga com cablagem mista.

4.2.3.2- Deslocamentos verticais

Na figura 4.15, está representada a deflexão da viga para incrementos de carga sucessivos. O programa CARPE apresenta rigidez menor que a dos outros programas na fase linear inicial, que se configura bem definida até por volta de 1200 kN, quando iniciam as fissuras. O gráfico do programa CARPE acompanha a tendência das demais curvas, detectando, porém, carga última (2400 kN), um pouco maior que os outros programas.

O programa VOV foi o que apresentou uma maior rigidez e o deslocamento máximo obtido ficou aquém dos demais programas. As curvas obtidas com os programas FEMAS e ConcreteMac foram bastante próximas, com diferenças nos deslocamentos últimos.

GRÁFICO CARGA x FLECHA NA SEÇÃO DE APLICAÇÃO DA CARGA - V3

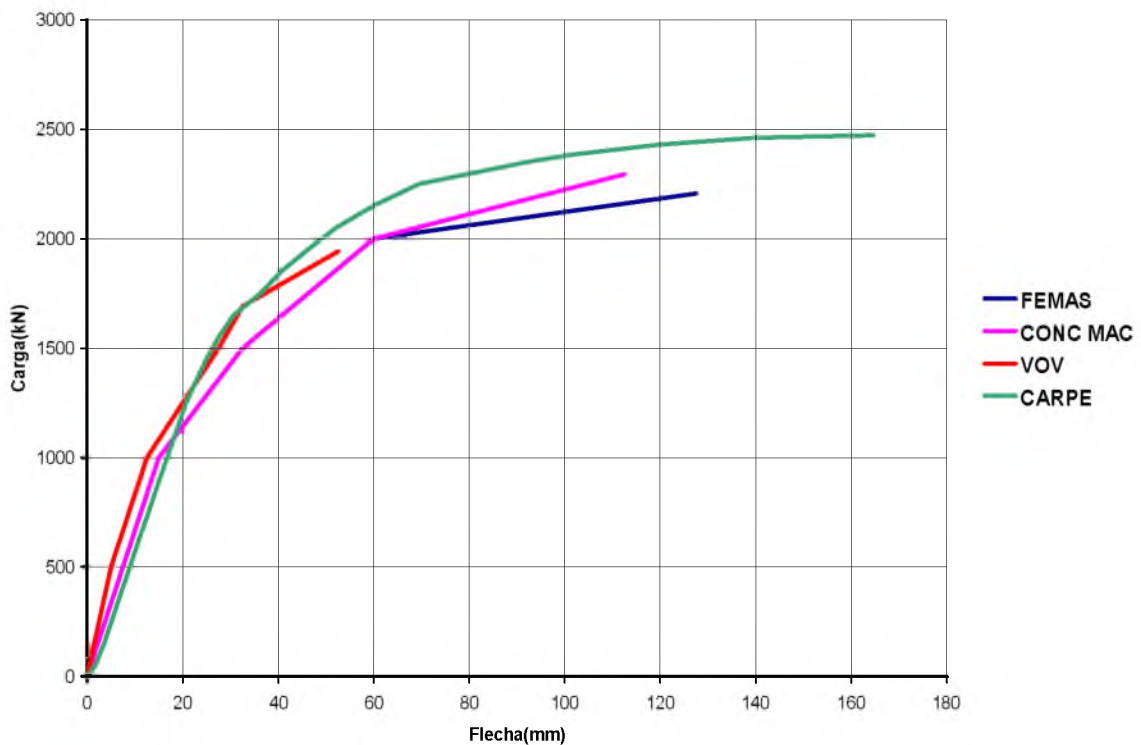


Figura 4.15 - Gráfico da protensão mista

4.2.3.3- Deslizamentos dos cabos externos

Neste exemplo, consideramos o deslizamento dos cabos sobre os desviadores. O coeficiente de atrito utilizado foi de 0,00001, ou seja, atrito quase nulo e deslizamento livre, por conseguinte. Observamos, no gráfico da Figura 4.16, os deslizamentos nos desviadores do vão central, que foram os desviadores que mais sofreram variação no deslizamento.

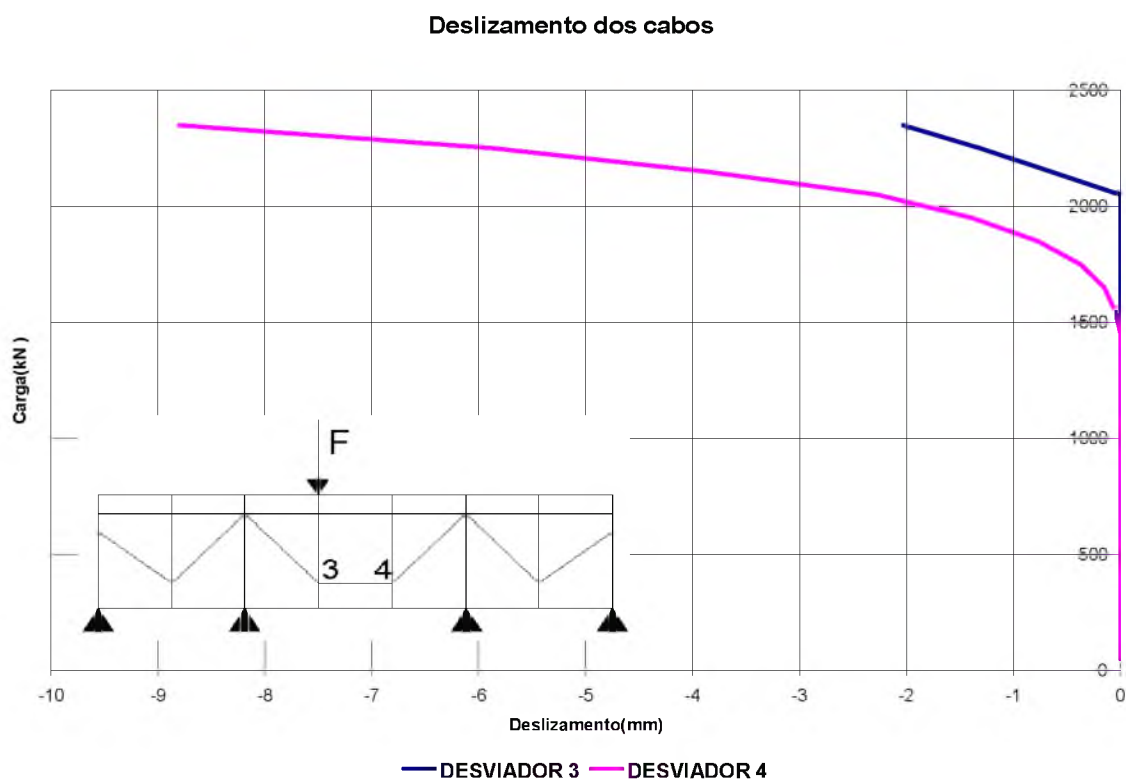


Figura 4.16 - Deslizamento dos cabos externos sobre os desviadores – V3

4.2.3.4- Variação das tolerâncias

Foram realizadas algumas comparações das variações das tolerâncias adotadas na modelagem deste exemplo. Não houve mudanças nos gráficos de deflexão da viga com a variação de TOSG e TOG1. Os valores usados nessas variáveis foram respectivamente de 0,67 e 0,001, pois foram os valores que proporcionaram o melhor comportamento da curva carga-flecha.

A variação da tolerância TOG2 fez com que o comportamento da viga, quanto ao deslizamento dos cabos sofresse alterações. O gráfico da Figura 4.17 mostra a influência

de diferentes valores para TOG2 no deslizamento dos cabos externos no desviador que sofreu maior influência da mudança no valor da tolerância. Observamos que a diferença só foi considerável quando o erro teve o valor de 0,001.

INFLUÊNCIA DE TOG2 NO DESLIZAMENTO NO DESVIADOR 4

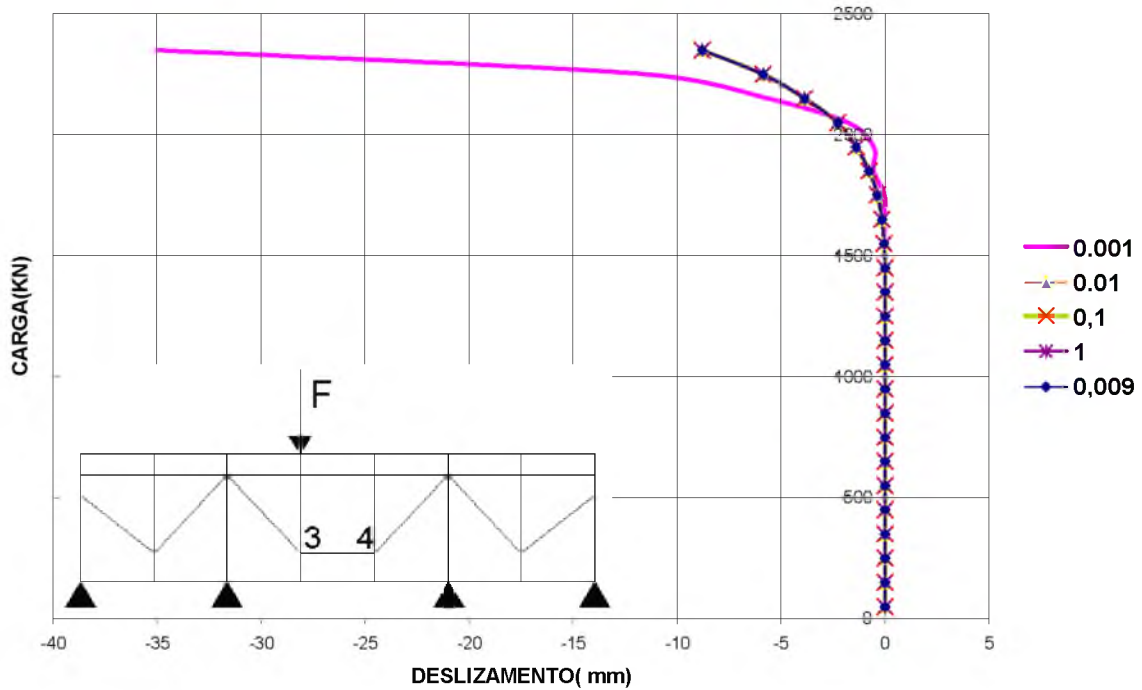


Figura 4.17 - Gráfico do deslizamento para alguns valores de TOG2 – V3

Quanto á variação do COFDET, o gráfico da Figura 4.18 nos confirma que a utilização do método de Newton-Raphson modificado faz com que ocorra um eventual aumento do alcance do cálculo, fornecendo pontos mais próximos da ruptura real e, por isso, deslocamentos maiores. O valor utilizado para COFDET, que melhor representou o comportamento da viga no exemplo, foi 1.

INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DO COFDET NA GRÁFICO CARGA-FLECHA

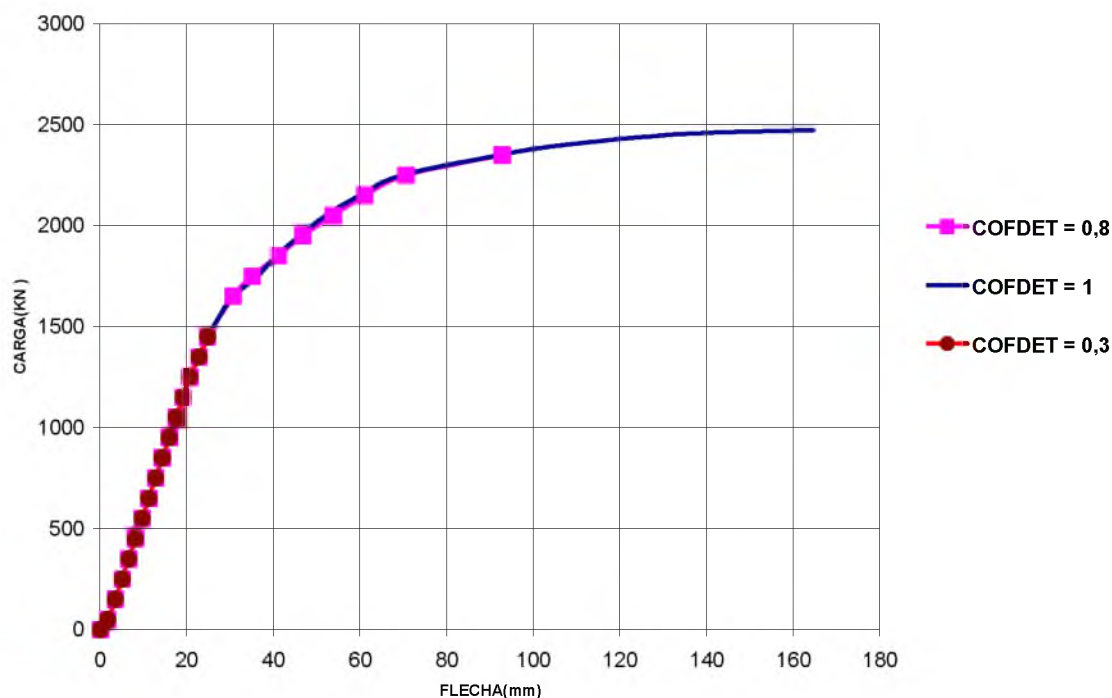


Figura 4.18 - Influência da variação do COFDET no gráfico carga-flecha da viga V3

4.2.4 - Viga isostática com protensão interna – V4 (Rabczuk, 2003)

Neste exemplo, foi modelada uma viga isostática com cablagem interna, Rabczuk (2003). A viga possui 4,2m de vão e seção tipo I. Foram aplicadas duas cargas a 1,02 m dos apoios como mostra a Figura 4.19. A viga foi submetida a uma força de protensão de 160kN em dois cabos com 226,2 mm² de área total. Apenas uma camada de aço passivo totalizando 78,5 mm². O concreto apresentou uma resistência à compressão de 44,5 MPa, de tração de 2,83 MPa e o módulo de elasticidade de 29 GPa. O aço passivo tem uma tensão de escoamento de 500 MPa e um módulo de elasticidade de 195 GPa. Foram utilizados cabos de protensão de 12 mm, com módulo de elasticidade de 205GPa. A viga tem um peso próprio de 1,56 kN/m. A aplicação da carga inicial foi de 1,6 kN (10% do valor da carga última estimada). A elevação das duas cargas aplicadas permite levar a viga à ruptura por incrementos sucessivos.

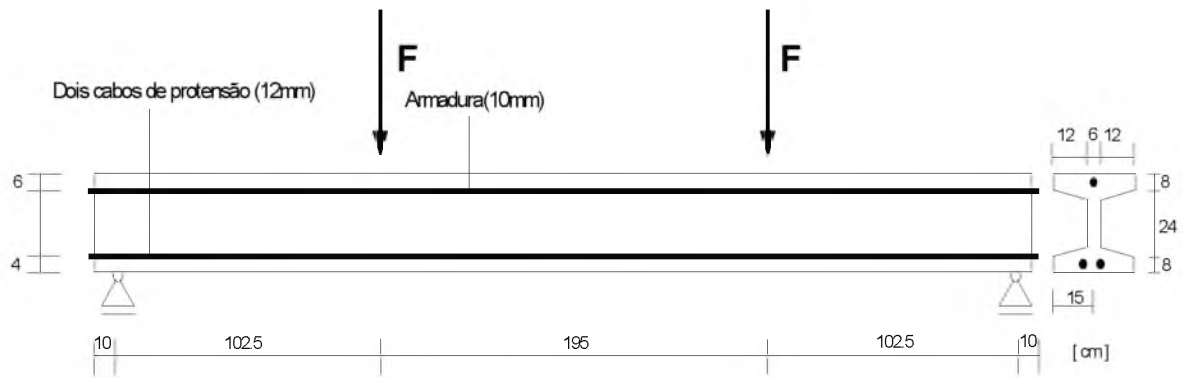


Figura 4.19 – Esquema da viga de Rabczuk

4.2.4.1- Comportamento global

Observamos na Figura 4.19 que a viga é desprovida de armadura mínima transversal, o que torna a estrutura sem segurança quanto ao cisalhamento. Segundo Rabczuk (2003), o ensaio da viga teve que ser interrompido devido justamente ao problema de cisalhamento. No gráfico da Figura 4.20, observamos que o programa CARPE alcançou uma relação carga-flecha bem maior que a experimental, mas acompanhou bem a curva no início do carregamento até a zona de fissuração, por volta de 100 kN. Depois as curvas se distanciaram devido à interrupção do experimento.

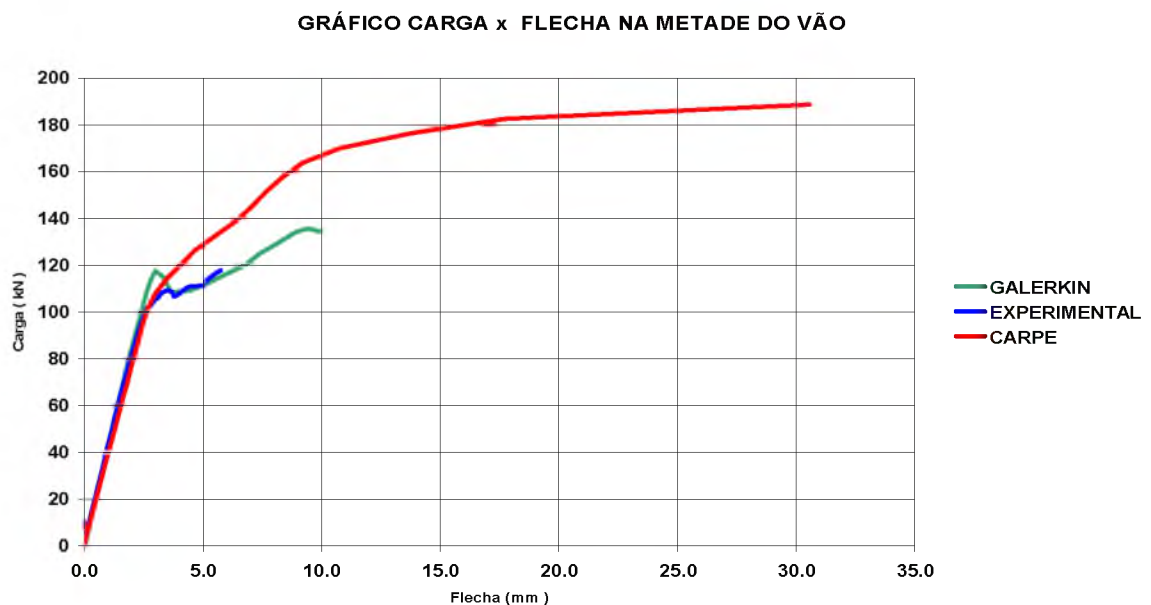


Figura 4.20 – Gráfico carga x flecha na metade do vão

Provavelmente, devido à reduzida taxa de armadura transversal, a estrutura não atingiu a capacidade máxima de flexão e chegou ao colapso por cisalhamento. Na Figura 4.21, vemos, na indicação 6, a ruptura do apoio por cisalhamento. O programa CARPE não possui controle de ruptura por cisalhamento, o que não lhe permite detectar a ruptura ocorrida no ensaio, mas permite traçar o diagrama carga-flecha provável, no caso de colapso por flexão.

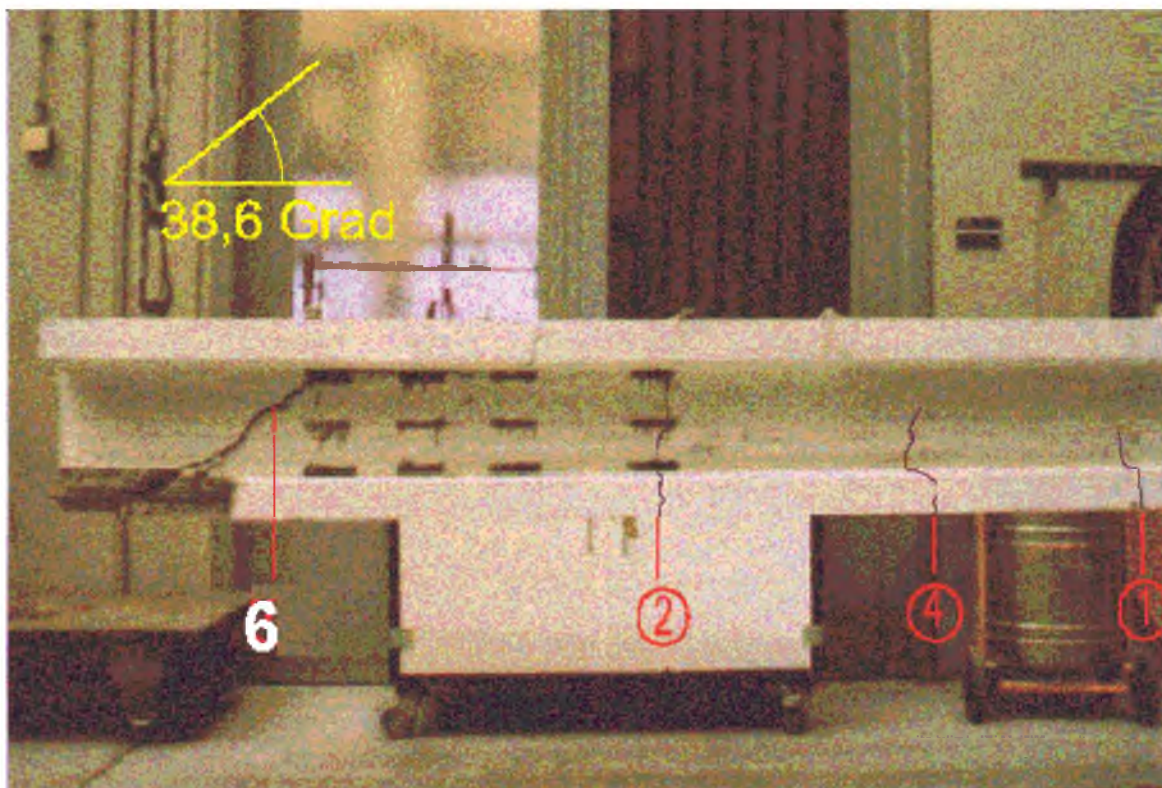


Figura 4.21 - Foto do cisalhamento viga (modificado – Rabczuk, 2003)

4.2.4.2- Variação das tolerâncias

Como neste exemplo temos uma quantidade muito pequena de armadura passiva, veremos a sensibilidade do programa CARPE às variações dos passos de carga. Vemos no gráfico da Figura 4.22 que um incremento de carga maior ocasiona, até um determinado limite, um alcance considerável no gráfico carga-flecha.

INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DO PASSO DE CARGA NO GRÁFICO DA DEFLEXÃO

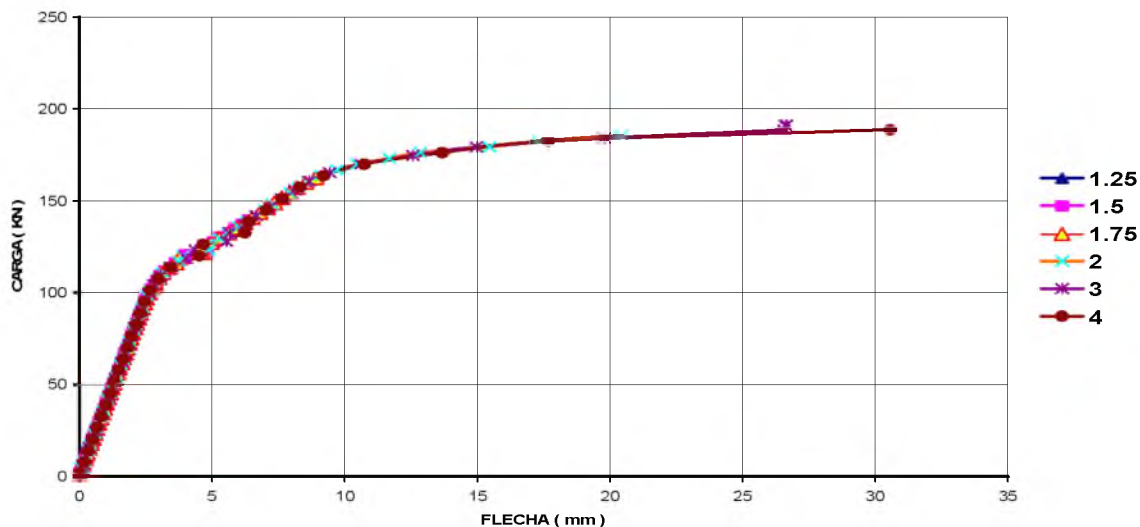


Figura 4.22 - Comportamento do gráfico carga-flecha para diferentes passos de carga

O gráfico da Figura 4.22 acima mostra como a variação do incremento de carga modifica, para estruturas com pouca armadura passiva, o comportamento do modelo quanto à sua capacidade de atingir carga e deflexão máximas. O incremento adotado, para carga inicial de 1,6 kN, nesse exemplo foi 4, pois foi o valor que proporcionou o maior alcance na deflexão da viga. Verificou-se também no gráfico da Figura 4.23, o quanto a variação do COFDET influenciou no alcance do gráfico carga-flecha.

INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DO COFDET NO GRÁFICO CARGA x FLECHA - V4

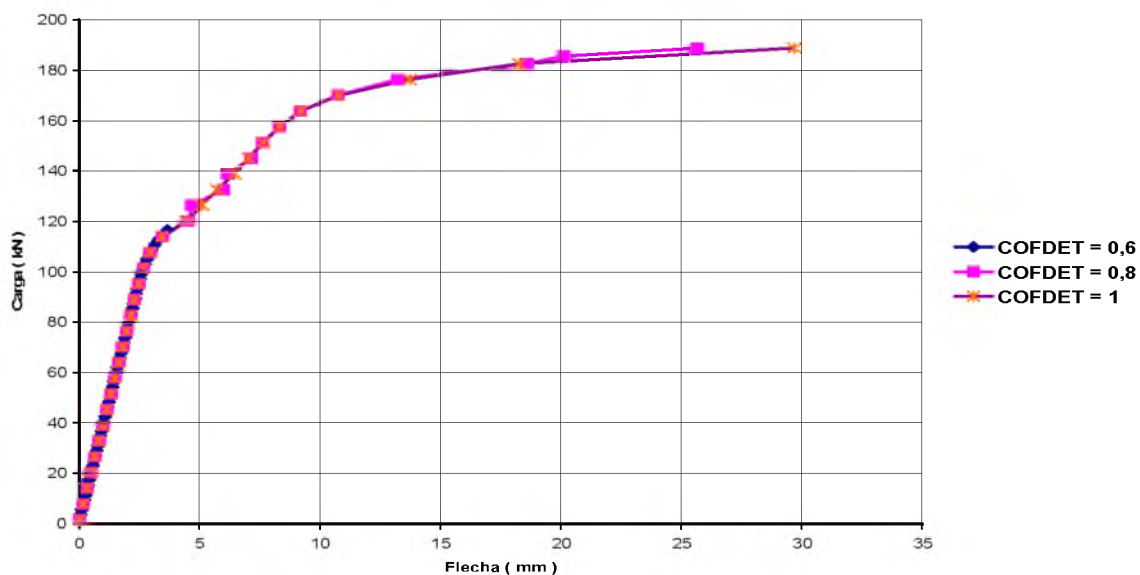


Figura 4.23 - Influência do COFDET no gráfico carga-flecha na viga V4

4.2.5 - Vigas isostáticas com protensão externa – V5 a V7 (Kiang-Hwee, 1997)

Neste exemplo, foram modeladas três vigas isostáticas com cablagem externa ensaiadas por Kiang-Hwee (1997). As vigas possuem 3,3m e seção tipo T. Foram aplicadas duas cargas variáveis a 0,88 m dos apoios como mostra a Figura 4.24. As forças de protensão e o número de desviadores nas vigas estão descritas na tabela 4.2. As vigas serviram para constatar a validade do programa CARPE. Não foi considerado o coeficiente de atrito nos desviadores.

Tabela 4.2 - Configuração das vigas

Viga	Número de Desviadores	Protensão Efetiva (MPa)
T-0	0	1297
T-1	1	1197
T-2	2	1182

Duas camadas de aço passivo totalizando 80 cm². O concreto apresentou uma tensão de compressão de 30 MPa, de tração de 3,4 MPa e o módulo de elasticidade de 29 GPa. O aço passivo tem uma tensão de escoamento de 530 MPa e um módulo de elasticidade de 198GPa. Foram utilizados cabos de protensão de 9,5mm nas 3 vigas, com módulo de elasticidade de 193 GPa. As cargas permitiram levar a viga à ruptura por incrementos sucessivos.

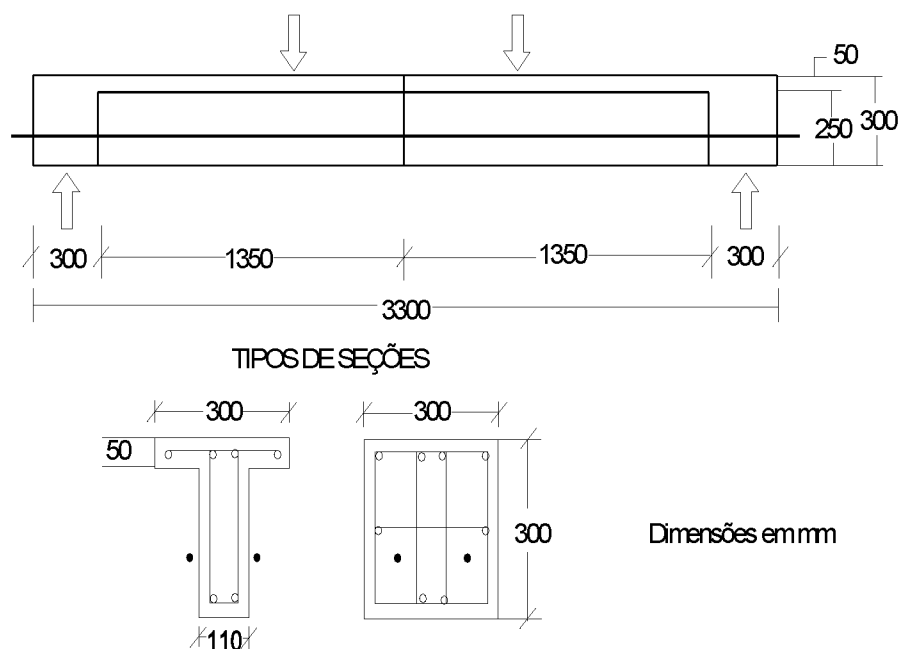


Figura 4.24 - Esquema da viga sem desviadores

As três vigas diferiram quanto aos desviadores. Apesar dos cabos de protensão serem retos, os desviadores afetam o comportamento da viga sob carga. Uma viga não tinha desviador, a segunda tinha apenas um desviador no meio do vão e a terceira tinha dois desviadores, conforme ilustrado pelos esquemas da figura 4.25.

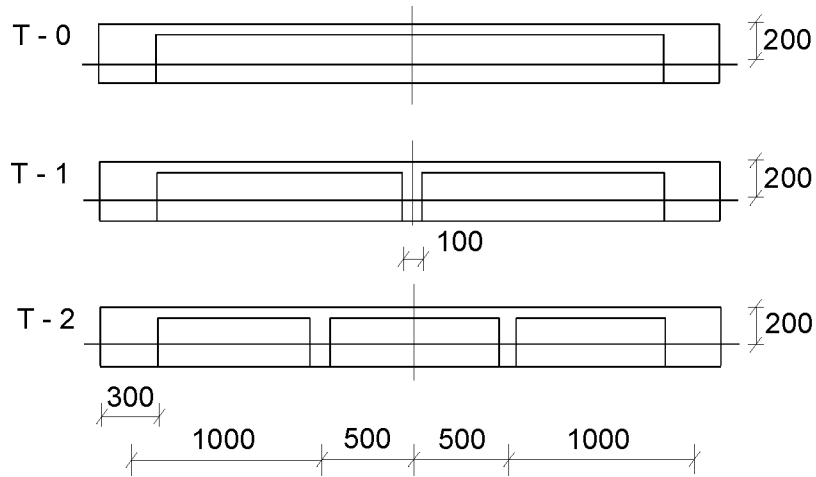


Figura 4.25 - Esquema das vigas T com cabos externos.

4.2.5.1- Comportamento global da viga V5 (T-0)

Para a viga sem desviadores, observa-se pelo gráfico da Figura 4.26, que o programa acompanha a curva até sua fase de fissuração em 40 kN e depois continua a trajetória linear até 140 kN. A viga atinge uma carga última de 165 kN. Alcança, para a viga sem desviadores, uma carga última um pouco maior que a experimental. São apresentados também os gráficos de tensão na armadura passiva (Figura 4.27) e tensão nos cabos externos (Figura 4.28), obtidos pelo programa CARPE.

GRÁFICO CARGA x FLECHA NO MEIO DO VÃO - V5

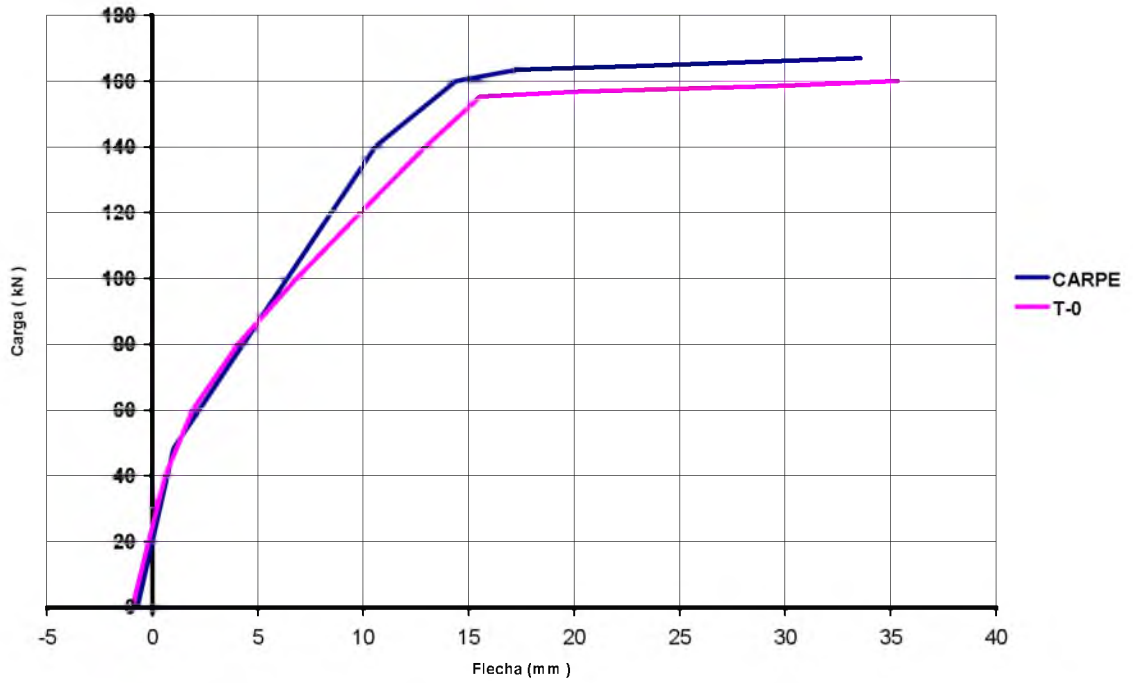


Figura 4.26 - Gráfico carga- flecha no meio do vão para viga sem desviadores – V5

GRÁFICO CARGA x TENSÃO NA ARMADURA PASSIVA - V5

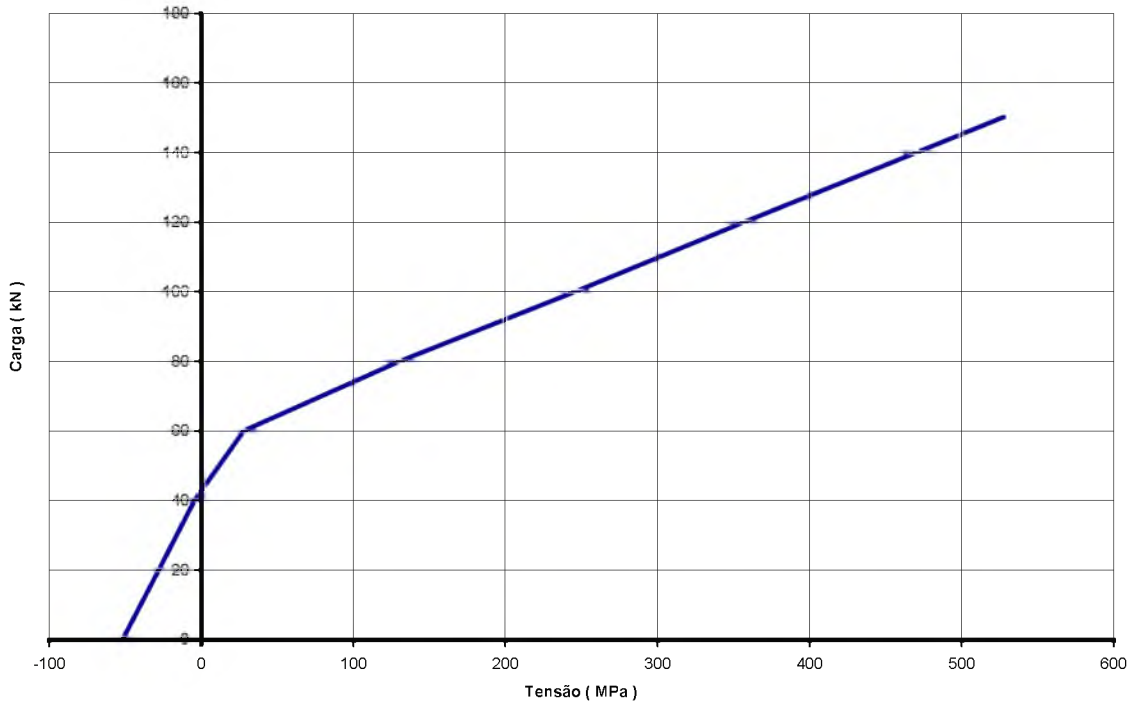


Figura 4.27 - Gráfico de tensão na armadura passiva – V5

GRÁFICO CARGA x TENSÃO NOS CABOS EXTERNOS - V5

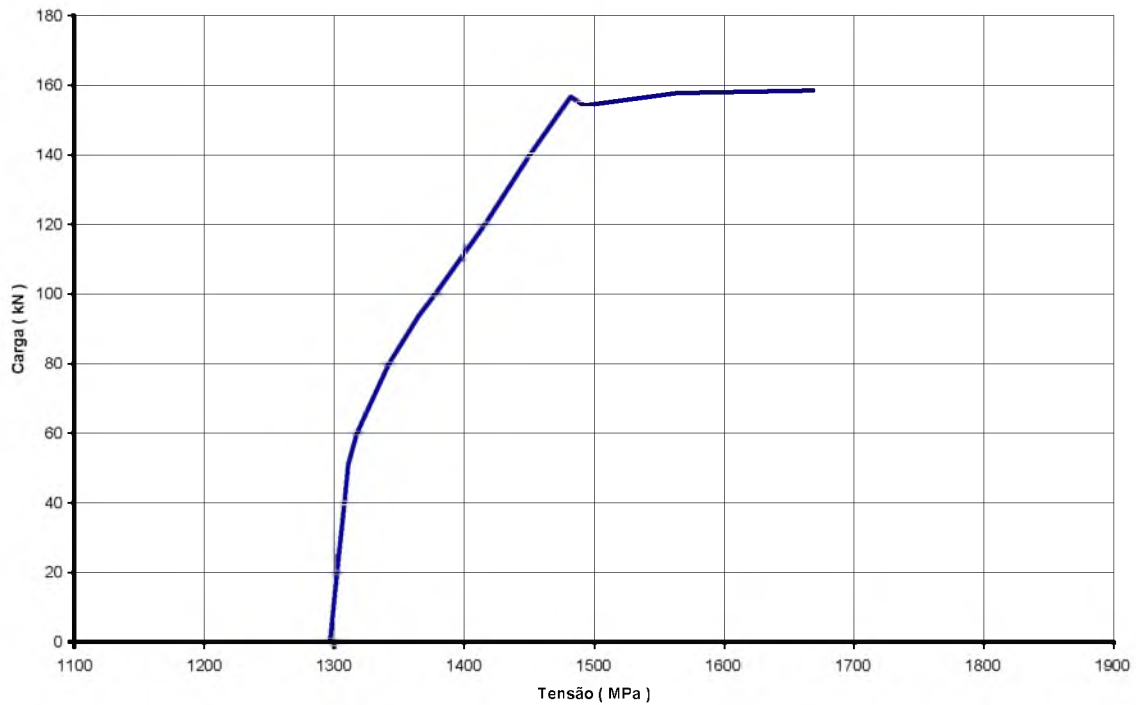


Figura 4.28 - Tensão nos cabos externos na viga V5

4.2.5.2- Comportamento global da viga V6 (T-1)

A segunda viga possui um desviador no seu ponto médio. Na análise dessa viga temos uma boa relação entre carga-flecha no experimental e no modelo feito no programa. Os gráficos alcançaram a mesma carga de fissuração(40 kN) e seguiram a mesma tendência na fase elástica, até 100 kN. A fase plástica do ensaio se inicia com carga de aproximadamente 160 kN, enquanto que CARPE sinaliza para uma carga ao redor de 150 kN. Pelo programa a estrutura apresenta perda de resistência, chegando a uma carga de ruptura menor do que a verificada experimentalmente. A relação carga- flecha da viga T-1 é mostrada na figura 4.29.

GRÁFICO CARGA x FLECHA NO MEIO DO VÃO - V6

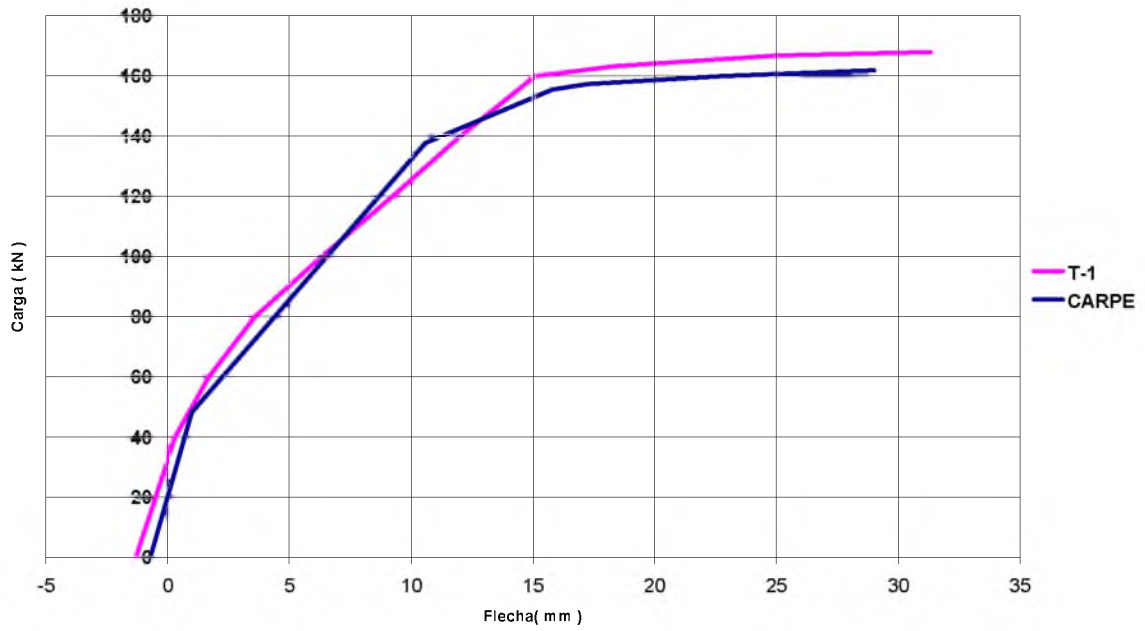


Figura 4.29 - Curva carga –flecha para viga V6 (T-1)

GRÁFICO CARGA x TENSÃO NA ARMADURAPASSIVA - V6

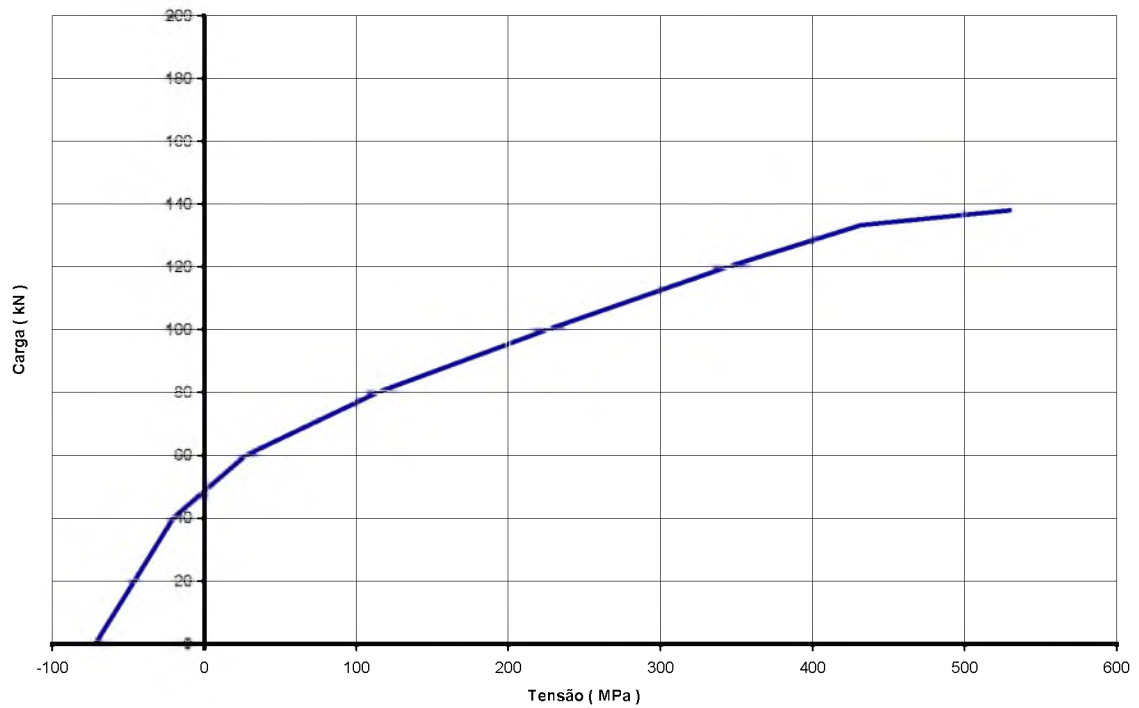


Figura 4.30 - Tensão na armadura passiva na viga V6 (T-1)

GRÁFICO CARGA x TENSÃO CABOS EXTERNOS - V6

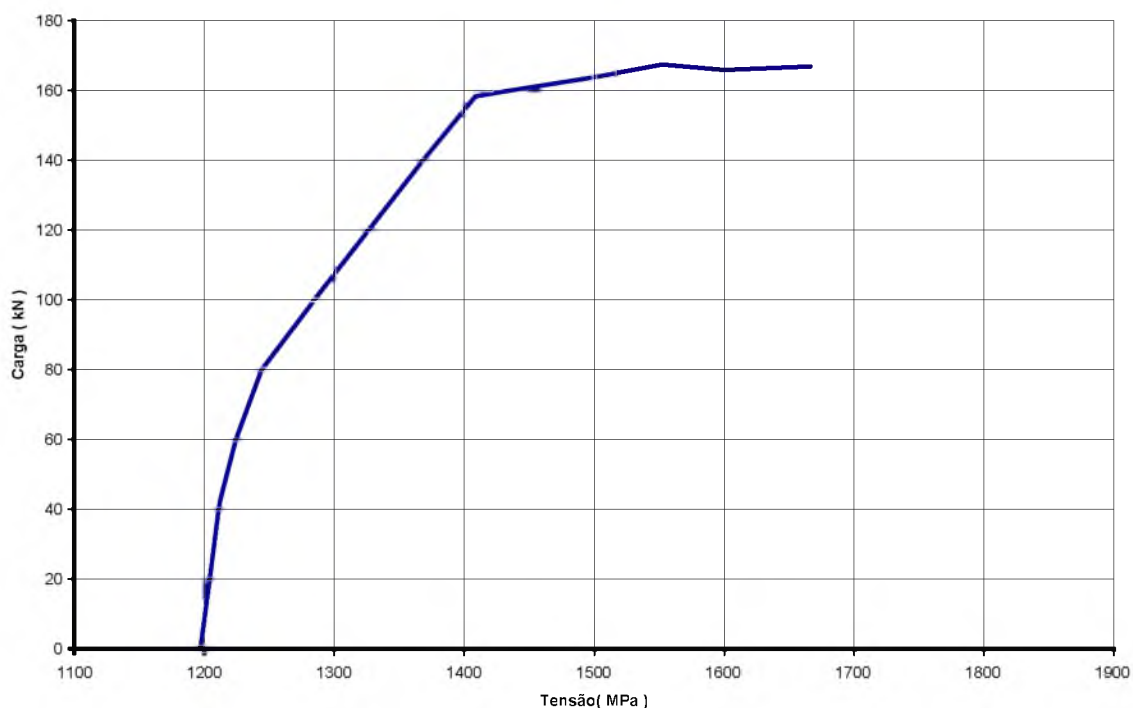


Figura 4.31 - Tensão nos cabos externos na viga V6 (T-1)

4.2.5.3- Comportamento global da viga V7 (T-2)

Na viga T-2, temos dois desviadores e obtivemos os resultados da figura 4.32 na deflexão para a seção no meio do vão. Com dois desviadores, o gráfico do programa apresentou um comportamento bem similar ao experimental, obtendo além da carga de fissuração praticamente igual (40 KN), uma carga de escoamento da armadura interna e a carga última bastante próximas. A curva do programa CARPE tem uma carga de inversão de flecha um pouco maior que a do ensaio.

GRÁFICO CARGA x FLECHA NO MEIO DO VÃO - V7

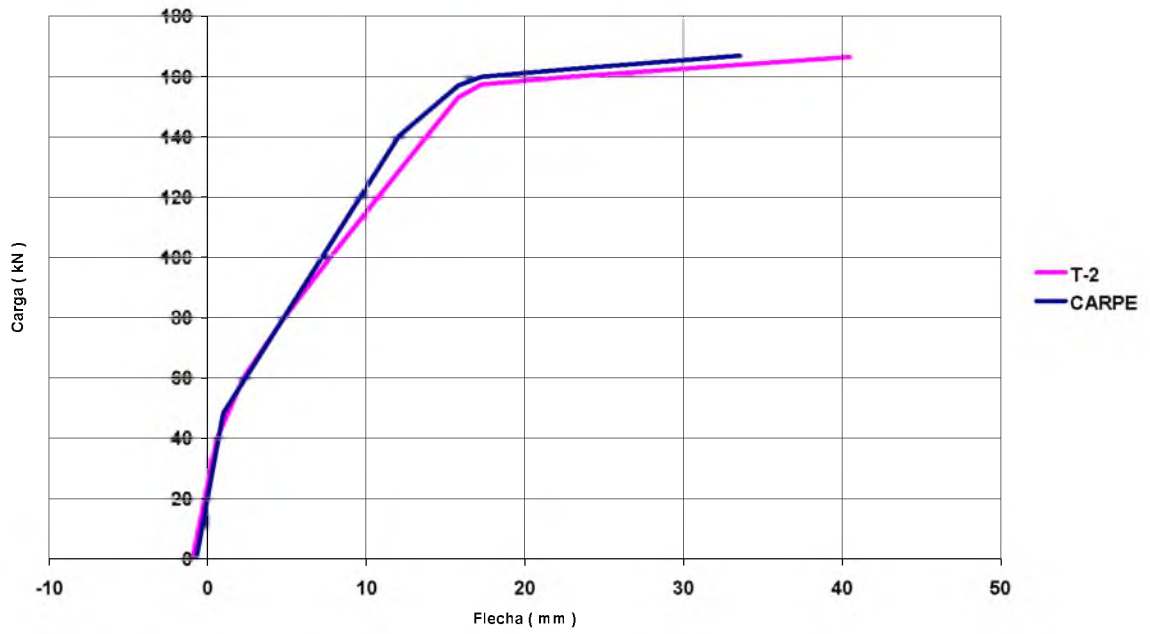


Figura 4.32 - Gráfico carga-flecha para viga V7 (T-2)

GRÁFICO CARGA x TENSÃO NA ARMADURA- V7

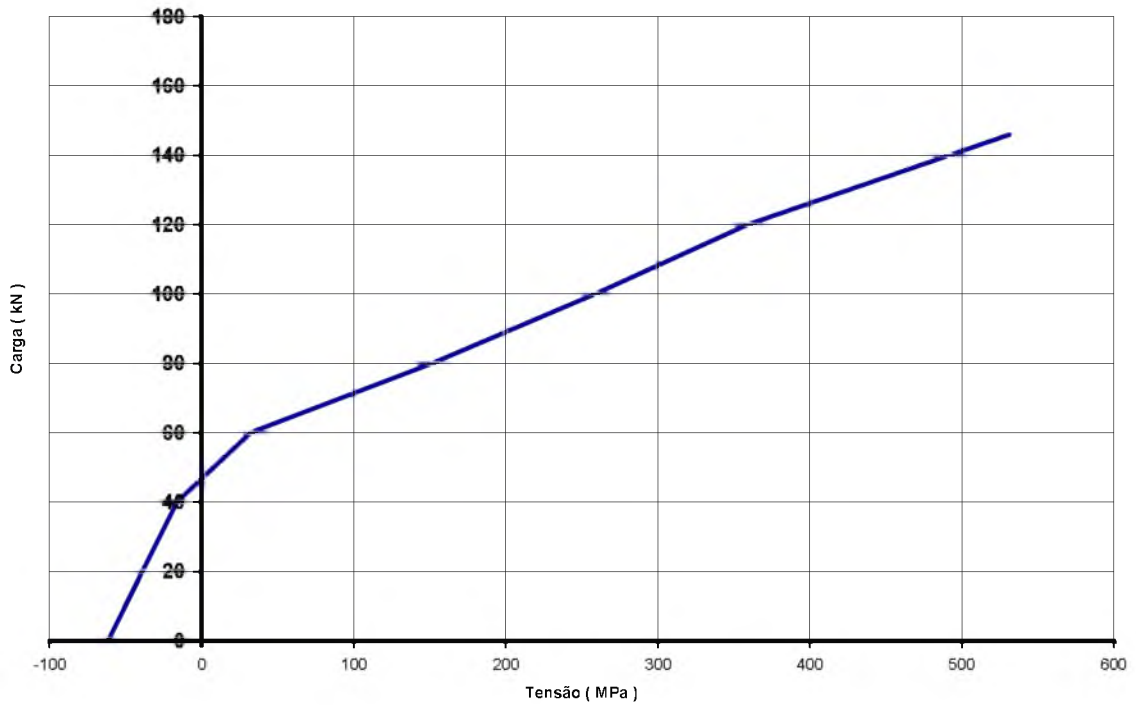


Figura 4.33 - Tensão na armadura passiva na viga V7 (T-2)

GRÁFICO CARGA x TENSÃO CABOS EXTERNOS NO MEIO DO VÃO - V7

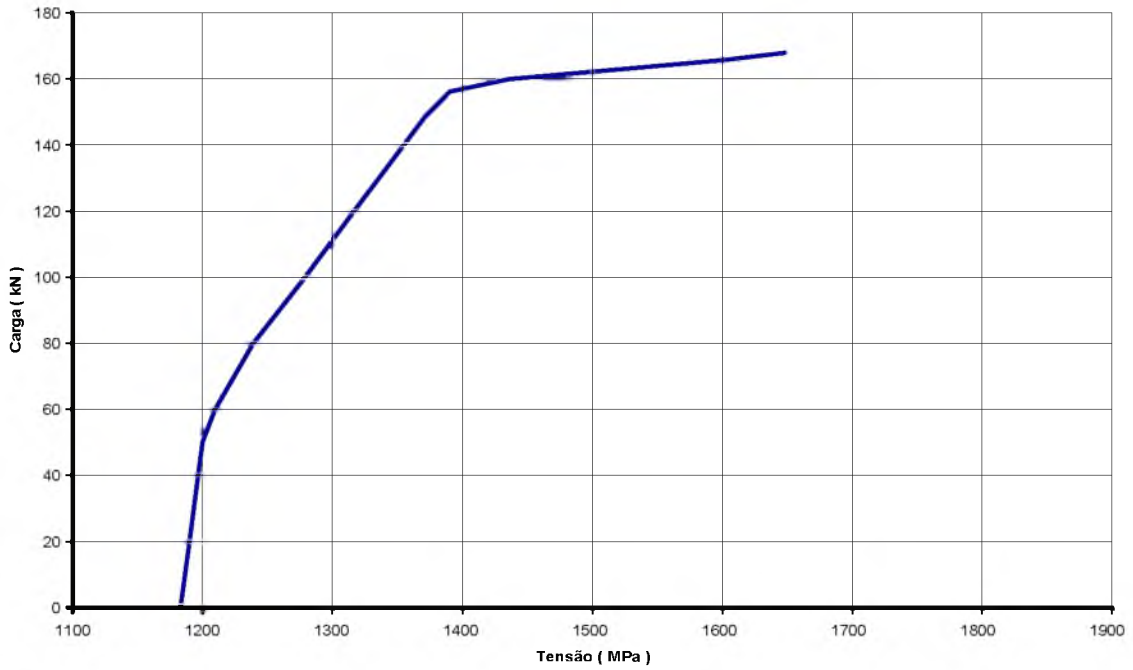


Figura 4.34 - Tensão no cabos externos na viga V7 (T-2)

GRÁFICO CARGA x FLECHA DO PROGRAMA CARPE

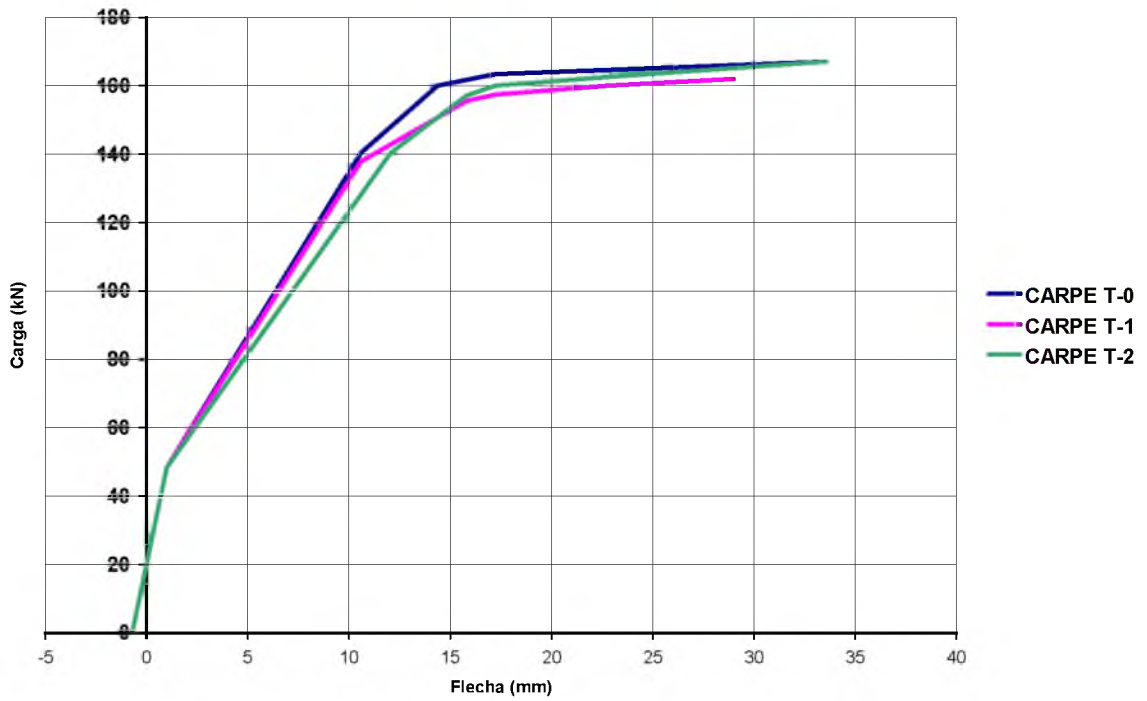


Figura 4.35 - Gráfico carga-flecha na seção do meio do vão para as vigas V5,V6 e V7

5 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

5.1 - INTRODUÇÃO

Finalizando este trabalho, apresentamos aqui as conclusões e comentários a respeito do estudo realizado, dos resultados alcançados, sobre o programa CARPE, além de sugestões para novos estudos.

As conclusões aqui apresentadas contribuem para uma melhor compreensão do comportamento de vigas contínuas com protensão interna, externa e mista, servindo como uma previsão para ajustar os dados antes da realização de ensaios de vigas em laboratório.

5.2 - CONCLUSÕES

Os resultados expostos no Capítulo 4 contribuem para validar, mais uma vez, o modelo teórico proposto por Martins (1989) e implementado no programa CARPE, complementado por Désir (1993) e Lima Jr. (1999).

O método aplicado no programa CARPE é baseado na teoria das vigas e é aplicado ao cálculo global da estrutura. Neste trabalho procurou-se, a partir desse método, resolver os casos de vigas protendidas com protensão interna, externa e mista, fazendo uma análise das tolerâncias do programa.

5.2.1 - Com relação à comparação com outros programas

Na comparação com os outros trabalhos do *Workshop on Behaviour of External Prestressing in Structures*, na França (junho, 1993), vimos que os gráficos do programa CARPE acompanham o feixe de curvas obtidas pelos outros programas.

É difícil estabelecer um critério para definir qual dos programas apresenta um comportamento mais próximo do real para a estrutura. Essas dificuldades ficam evidenciadas quando se toma conhecimento dos métodos de cálculo utilizados por cada programa e das características dos materiais que foram utilizadas em cada análise.

Nem todos os programas utilizaram o mesmo critério de análise, deixando de considerar em alguns casos o atrito entre os cabos externos e os desviadores.

5.2.2 - Com relação aos resultados experimentais x resultados teóricos

Observou-se que os valores obtidos do programa apresentaram-se bastante semelhantes aos experimentais fornecidos pelos autores estudados. Só houve um comportamento não similar, na fase inelástica, no caso de uma viga isostática com cabos internos devido à interrupção do ensaio (Rabczuk, 2004).

A modelagem das vigas com cabos externos, de Kiang-Hwee (1997), do exemplo 4.2.5, serviram para constatar a validade do programa. Nesse exemplo, vemos que o modelo foi bastante próximo do real. A quantidade e localização dos desviadores influenciam na deflexão da viga.

A viga com cablagem interna do exemplo 4.2.4 apresentou um bom comportamento em relação ao experimental na fase elástica. A interrupção do ensaio, devida ao cisalhamento, não nos permitiu comparar o comportamento da curva experimental na zona plástica com o programa CARPE.

Désir (1993) que constatou que a influência da porcentagem da armadura passiva tem influência decisiva para o comportamento das vigas no início da fissuração. Sendo assim, vigas com maiores taxas de armadura passiva mostram-se mais dúcteis, tendo perdas de rigidez mais suaves. Quando isto não acontece, ocorre uma queda brusca na rigidez e o cálculo não alcança o par carga-flecha esperado para a ruptura. O mesmo fenômeno foi observado neste trabalho.

5.2.3 - Com relação ao programa CARPE e suas tolerâncias

O programa apresentou bons resultados comparados com os experimentais. Ficou evidenciado a importância de haver um critério no ajuste das tolerâncias, observando-se sempre as taxas de armadura da estrutura.

A escolha do incremento de carga é de grande importância, pois influencia o comportamento do modelo quando a viga atinge sua fase de fissuração. São obtidos melhores resultados quando aplicamos carregamentos iniciais pequenos, incrementando de modo a que a carga última não seja rapidamente atingida. A escolha das tolerâncias pode

influenciar bastante o comportamento do gráfico, principalmente nas vigas com cabos externos, que apresentam um maior número de parâmetros a serem controlados para chegarmos ao equilíbrio das seções e à estabilidade da estrutura.

As comparações entre os resultados numéricos e experimentais mostram o bom desempenho do programa computacional. Os resultados demonstram ser o modelo capaz de representar com boa precisão o comportamento das vigas protendidas.

O método de análise desenvolvido por Martins(1989) é capaz de mostrar a resposta das vigas protendidas desde a fase linear até a carga última.

O modelo pode, satisfatoriamente, analisar vigas de concreto protendido até sua carga última. O aumento de tensão nos cabos externos depende principalmente das deformações da viga e do atrito dos cabos nos desviadores. Existe uma relação entre as duas curvas de carga –flecha e carga–aumento de tensão nos cabos.

5.3 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Estender a consideração da variação de aderência do cabo interno às vigas hiperestáticas, avaliando a abertura de juntas entre aduelas.

A avaliação correta de um coeficiente médio de atrito, ou a incorporação na análise de diferentes coeficientes de atrito por desviador, possibilitando um melhor desempenho da curva global do comportamento.

Tentar simular as imperfeições ocorridas nas peças dos ensaios e obter curvas carga-flecha teóricas mais próximas das reais. Pode-se considerar um módulo de elasticidade fictício para os materiais, como procede Martins(1989), ou aplicar mecanismos de simulação de donos.

Estudo paramétrico para otimização de cablagem em vigas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- APARÍCIO, A.C.; RAMOS, G., (1995) – *Ultimate Behavior of Externally Prestressed Concrete Bridges*. Structural Engineering International, V.3 , Nov 1995, pp. 172 – 177;
- ARIYAWARDENA, T. M. D. N. (2000) – *Prestressed Concrete With Internal or External Tendons : Behaviour and Analysis*. Tese de Doutorado, University of Calgary, Canada;
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT (2003). *Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado*, NBR 6118, Rio de Janeiro;
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT (1989). *Projeto de Estruturas de Concreto Protendido*, NBR 7197, Rio de Janeiro;
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT (1996). *Barras e Fios de Aço Destinados a Armaduras para Concreto Armado*, NBR 7480, Rio de Janeiro;
- ASSOCIATION FRANÇAISE POUR LA CONSTRUCTION – AFPC (1993) – *Non-Linear Calculation Tests of Prestressed Beams – Workshop on Behaviour of External Prestressing in Structures*, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, France;
- BELGO-MINEIRA – *Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido* – Catálogo da Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira;
- BRUGGELING, A. S. G. – *Concreto Estrutural: da Ciência para a Prática*. Separata dos artigos publicados na seção “Encarte Técnico IBRACON/ PINI – CONCRETO “ da revista CONSTRUÇÃO, nºs 2223 a 2271, de setembro/90 a agosto/91;
- CAMPOS, C. M. O. (1994) *Efeitos de fissuração no Comportamento de Vigas Contínuas de Concreto Protendido*. Terceira Jornada Ibero –Americana de Concreto Protendido, ABPT , Set 1994 , pp 135- 147;

- CANTÚ, M. (2002) *Dominando o Delphi 6 – A Bíblia*. Prentice Hall, Makron Books, São Paulo;
- CEB (1995) – *Bulletin d'Information 227 – Non-linear Analysis of Beams and Frames*, Paris;
- CEB – FIP (1993), *Model Code 1990 – Design Code*: Comité Euro-International du Béton, Lausanne, Suíça;
- CILONI, A. D. & ANTUNES, H. M. C. C. (1993)- *Não-Linearidade Física no Comportamento em Serviço de Estruturas Planas de Concreto Armado*, 35ª Reunião do Instituto Brasileiro do Concreto – IBRACON, Porto Alegre;
- COLLINS, M. & MITCHELL, D. (1991) *Prestressed Concrete Structures*. Prentice Hall, Englewoods Cliffs, New Jersey;
- CORNEL, G. & STRAIN, T. (1995) *Delphi – Segredos e Soluções*. Makron Books, São Paulo;
- CUNHA, M. C. C. (2000) *Métodos Numéricos*. Editora Unicamp, São Paulo;
- DÉSIR, J. M. (1993) - *Análise Não-Linear do Comportamento até a Ruptura de Vigas de Concreto com Protensão Externa*. Tese de Doutorado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro;
- DIAZ, B. E. (1984) - *Observação Sobre a Determinação de Linhas de Influência com Auxílio de Programas de Análise de Estruturas*. Revista RBE, Rio de Janeiro;
- DIEP, B. K. & UMEHARA, H. (2002) - *Non-Linear Analysis of Externally Prestressed Concrete Beams*, *Electronic Journal of Structure Engineering*, V.2 2002, pp. 85-96;
- FIP Commission on Practical Design (1984), *FIP Recommendations – Practical Design of Reinforced and Prestressed Concrete Structures*, Thomas Telford Ltd., London;

- GARCIA, L. F. T. (1974) – *Análise Não-Linear de Pórticos Planos de Concreto Armado*. Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro;
- GERE, J. M. & WEAVER Jr., W. (1987) – *Análise de Estruturas Reticuladas*. Editora Guanabara, Rio de Janeiro;
- GRELAT, A. (1978) – *Calcul non linéaire dès ossatures em beton arné*. Tese de Doutorado, Université Pierre et Marie Curie, Paris, França;
- HAN, M. Y.; HWANG, E. S. & LEE, C. (2003) - *Prestressed Concrete Girder with Multistage Prestressing Concept*, ACI Structural Journal, V.100 N° 6, Nov-Dec 2003, pp. 723 - 731;
- HARAJLI, M. H.; MABSOUT, M. E. & AL-HAJJ, J. A. (2002) - *Response of Externally post-tensioned Continous Members*, ACI Structural Journal, V.99 N° 5, Sept-Oct 2002, pp. 671-680;
- IVÁNY, G., BUSCHMEYER, W. & HU, Y. (1993) – *Non-Linear Analysis of Prestressed Concrete Beams with Unbonded Tendons*. Workshop on Behaviour of External Prestressing in Structures, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, France;
- KODUR, V. K. R. & CAMPBELL, T.I. (1993) – *A Computer Program for the Non-Linear Analysis of Prestressed Concrete Continuous Beams*. Workshop on Behaviour of External Prestressing in Structures, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, France;
- KÖNIG, G. & QIAN, L. (1993) – *FEMAS: A Structural Non-Linear Analysis Program*. Workshop on Behaviour of External Prestressing in Structures, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, France;
- LEONHARDT, F. (1964) *Prestressed Concrete – Design and Construction*. 2nd. Ed. Wilhelm Ernst & Sohn, Stuttgart;
- LIBBY, J. R. (1984) *Modern Prestressed Concrete – Design Principles and Construction Methods*. 3rd. Ed. Van Nostrand Reinhold Company, New York;

- LIMA JR, L. P.(1999) *Análise Não-Linear de Vigas contínuas Protendidas: A Protensão Interna no Programa CARPE*. Tese de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília;
- LIN, T. Y. (1982) *Design of Prestressed Concrete Structures*. 3nd. Ed. John Wiley & Sons, United States;
- MARTINS, P. C. R. (1989) – *Modélisation du Comportement Jusqu'à la Rupture en Flexion de Poutres en Béton à Précontraint Extérieure ou Mixte*. Tese de Doutorado, École Centrale de Paris, France;
- MARTINS, P. C. R. (1995) – *A Não-Linearidade nas Estruturas de Concreto Armado e Protendido numa Análise até a Ruptura* – Seminário IBRACON sobre Não-Linearidade, São Paulo;
- MARTINS, P. C. R. & REGIS, P. A. (1998) – *Mixed Prestressing in Hyperstatic Beams* – Proceedings of the 13th FIP Congress, Amsterdam;
- MASON, J. (1976) *Concreto Armado e Protendido: Princípios e Aplicações*. Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro;
- MEHTA, P. K. & MONTEIRO, P. J. M. (1994) *Concreto: Estrutura, Propriedades e Materiais*. Ed. Pini, São Paulo;
- MOJEKWU, E. C. (1986) – *Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Plane Frames*.. Tese de Doutorado, The University of Texas at Arlingron, USA;
- NAAMAN, A. (1982) *Prestressed Concrete, Analysis and Design – Fundamentals*. McGraw Hill, Inc., United States;
- NEVILLE, A. M. (1982) - *Propriedades do Concreto*, Editora Pini, São Paulo;

- NILSON, A. H. (1987) *Design of Prestressed Concrete*. 2nd. Ed. John Wiley & Sons, United States;
- OJDROVIC, N. P. (1993) – *ConcreteMac[®]: Program for the Non-Linear Finite Element Analysis of Concrete Structures*. Workshop on Behaviour of External Prestressing in Structures, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, France;
- PFEIL, W. (1991) *Concreto Protendido – Processos Construtivos, Perdas de Protensão*. 3^a edição. EDC – Ed. Didática e Científica, Rio de Janeiro;
- POWELL, G. H. (1969) – *Theory of Non-linear Elastic Structures – Journal of the Structural Division – Proceedings of The American Society of Civil Engineers*;
- PRODHOMME, P. (1977) – *Étude Experimentale de Poutres Continues en Béton Armé Précontraint* – Conservatoire National des Arts et Metiers, Paris;
- RABCZUK, T. & EIBL, J. (2004) - *Numerical Analysis of Prestressed Concrete Beams using a Coupled Element Free Galerkin/Finite Element Approach*, International Journal of Solids and structure, V.41, pp. 1061-1080;
- RAMOS, G. (1994) – *Estúdio del Comportamento em Servicio, Prerotura y Rotura de Puentes de Hormigón com Pretensado Exterior*. Tese de Doutorado, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Espanha;
- REGIS, P. A. (1997) – *Estudo Teórico-Experimental do Comportamento de Vigas em Concreto com Protensão Externa*. Tese de Doutorado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro;
- ROUCA, P. & MARÍ, A. R. (1993) - *Nonlinear Geometric and Material Analysis of Prestressed Concrete General Shell Structures*, Computers & Structures Journal, V.46 N° 5, pp. 917-929;
- RÜSCH, H. (1980) - *Concreto Armado e Protendido: Propriedades dos Materiais e Dimensionamento*, Editora Campus, Rio de Janeiro;

- SONNINO, B. (2000) – *Desenvolvendo Aplicações com Delphi 5*, Editora Makron Books, São Paulo;
- SOUZA, S. T. M. (1994) – *Relações Tensão x Deformação e Módulo de Elasticidade do Concreto*. Seminário de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro;
- SPERANDIO, DECIO (2003) *Cálculo Numérico*. Prentice Hall, São Paulo;
- TAN, K. H. & NG, C. K. (1997) - *Effects of Deviators and Tendon Configuration on Behavior of Externally Prestressed Beams*, ACI Structural Journal, V.94 N^o 1, Jan-Fev 1997, pp. 13-22;
- TAVARES, M. E. N. (2000) - *Distribuição das Tensões em Elementos de Concreto Considerando a Variação de Aderência Aço-Concreto: Estudo Experimental e Teórico*, Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro;
- TELLES, J. C. F. (1976) – *Análise do Comportamento Não-Linear Geométrico e Físico de Pórticos Planos de Concreto Armado*. Tese de Mestrado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro;
- ULM, F. J., HUMBERT, P. & MAGNAT, V. (1993) – *A New Modelling of Prestressing in CESAR – LCPC*. Workshop on Behaviour of External Prestressing in Structures, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, France.
- VIRLOGEUX, M., M'RAD, A. (1986) – *Etude d'une section de Poutre en Élasticité non-lineaire. Applications au Béton armé ou Précontraint et aux sections mixtes*. Annales de l'ITBTP, Série Béton 237 N^o 444, France.

APÊNDICES

A CURVAS GERADAS PELO PROGRAMA CARPE

A.1 APRESENTAÇÃO

Neste anexo são apresentadas algumas curvas feitas no EXCEL com os resultados adicionais obtidos pelo programa CARPE para a análise do comportamento das vigas estudadas neste trabalho. O Programa CARPE proporciona um conjunto de resultados para essa análise.

A.1.1 Viga hiperestática com cabos internos poligonais

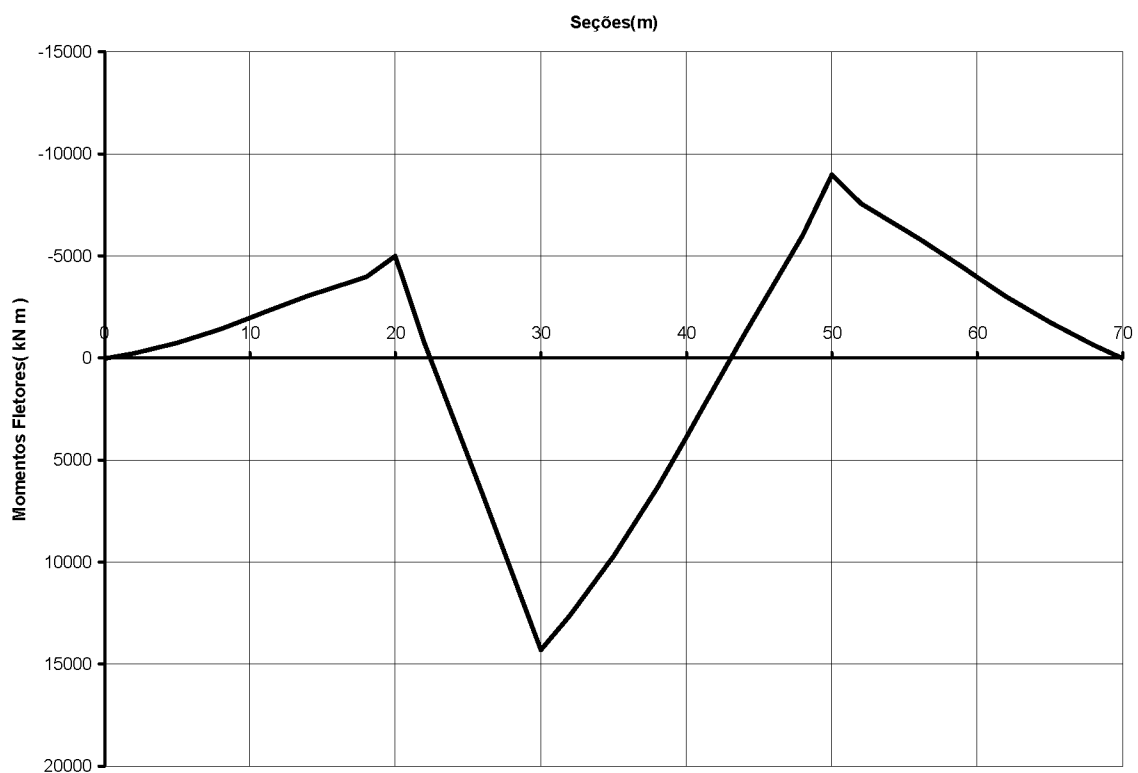


Figura A.1 - Momentos fletores totais – V1

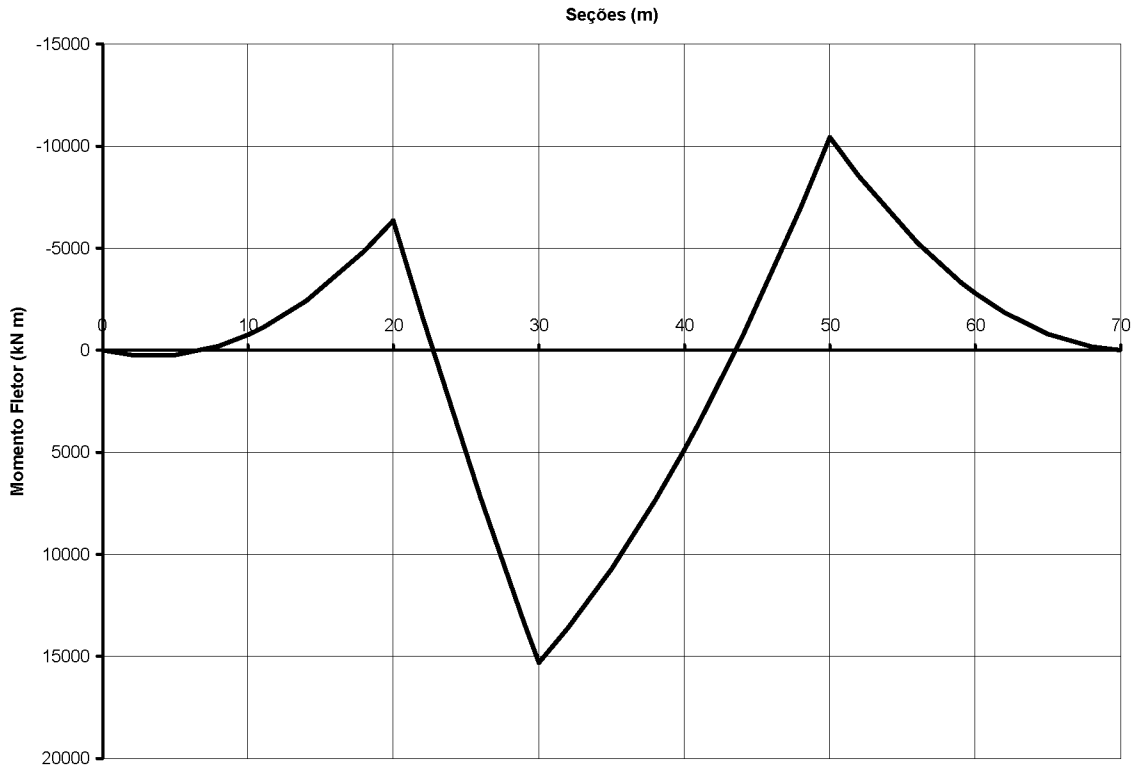


Figura A.2 – Momentos fletores devido à carga aplicada – V1

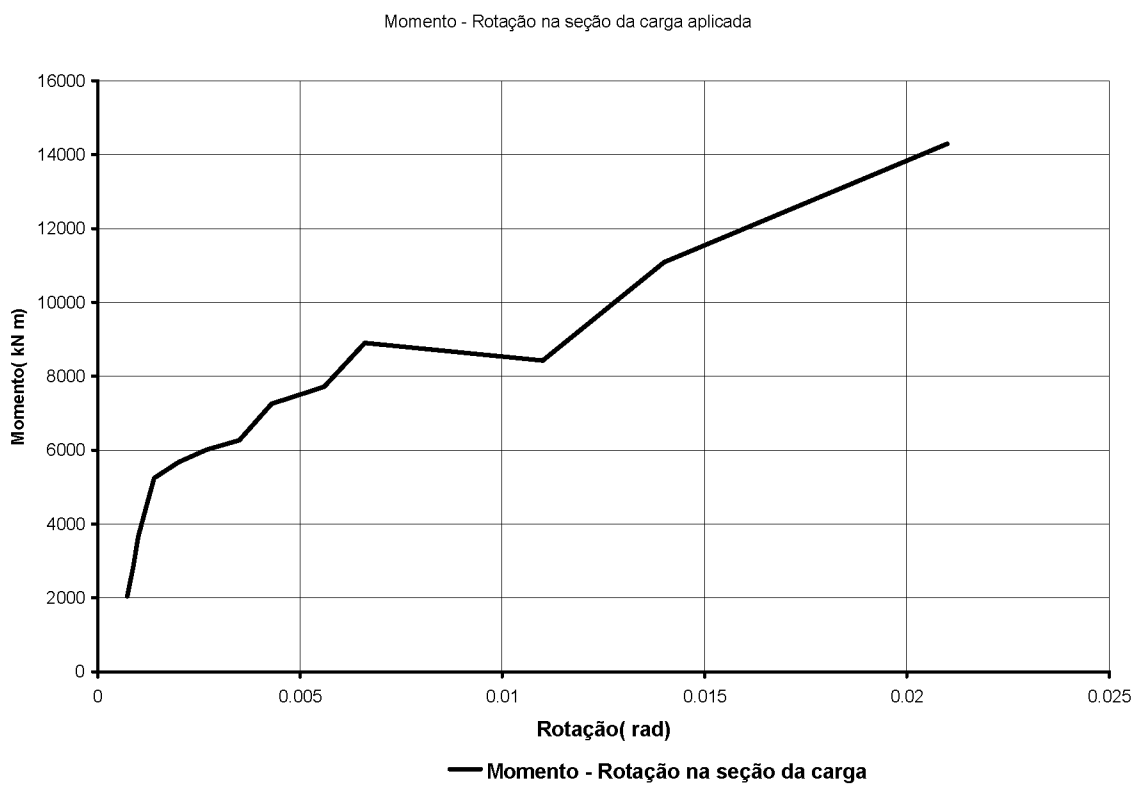


Figura A.3 - Gráfico do momento total – rotação na seção de aplicação da carga – V1

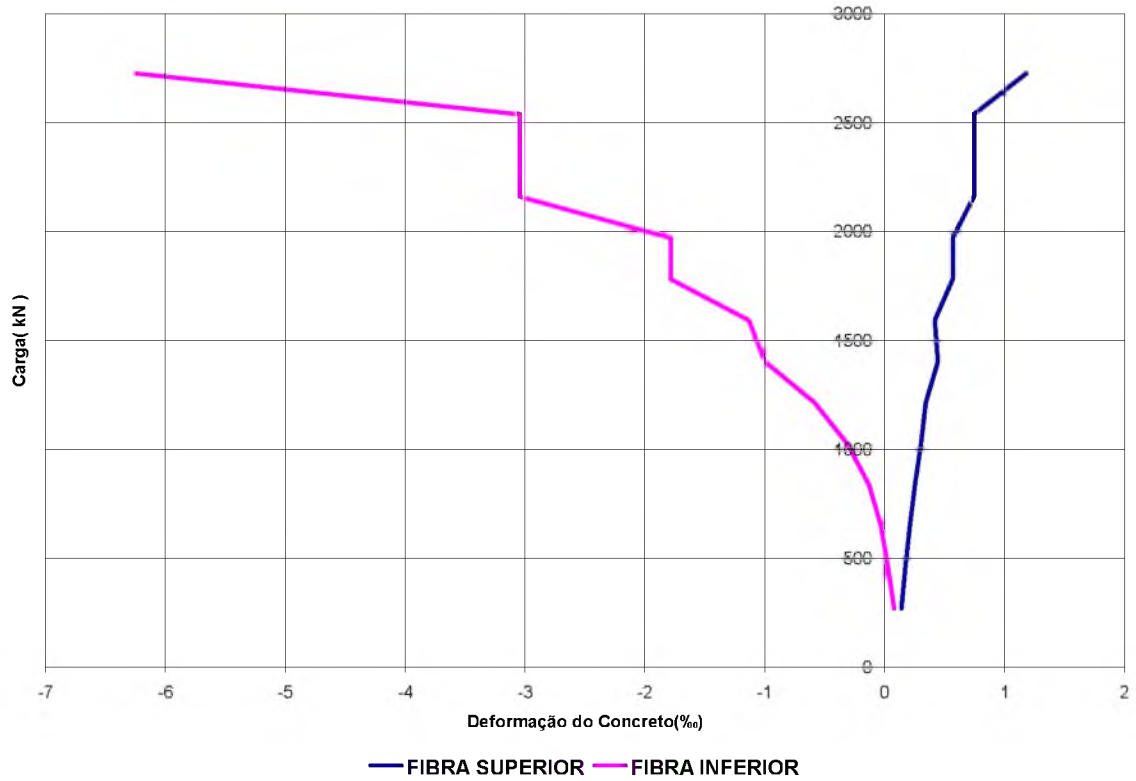


Figura A.4 - Deformação do concreto na seção de aplicação da carga – V1

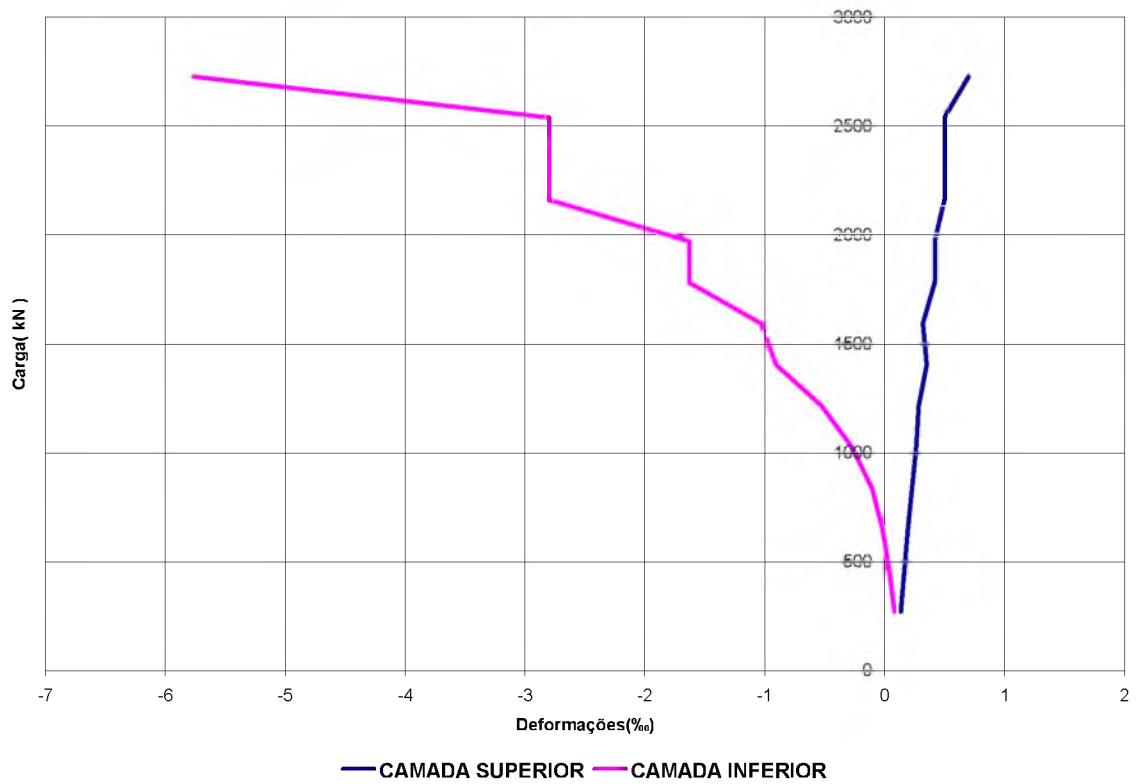


Figura A.5 - Deformação do aço passivo na seção de aplicação da carga – V1

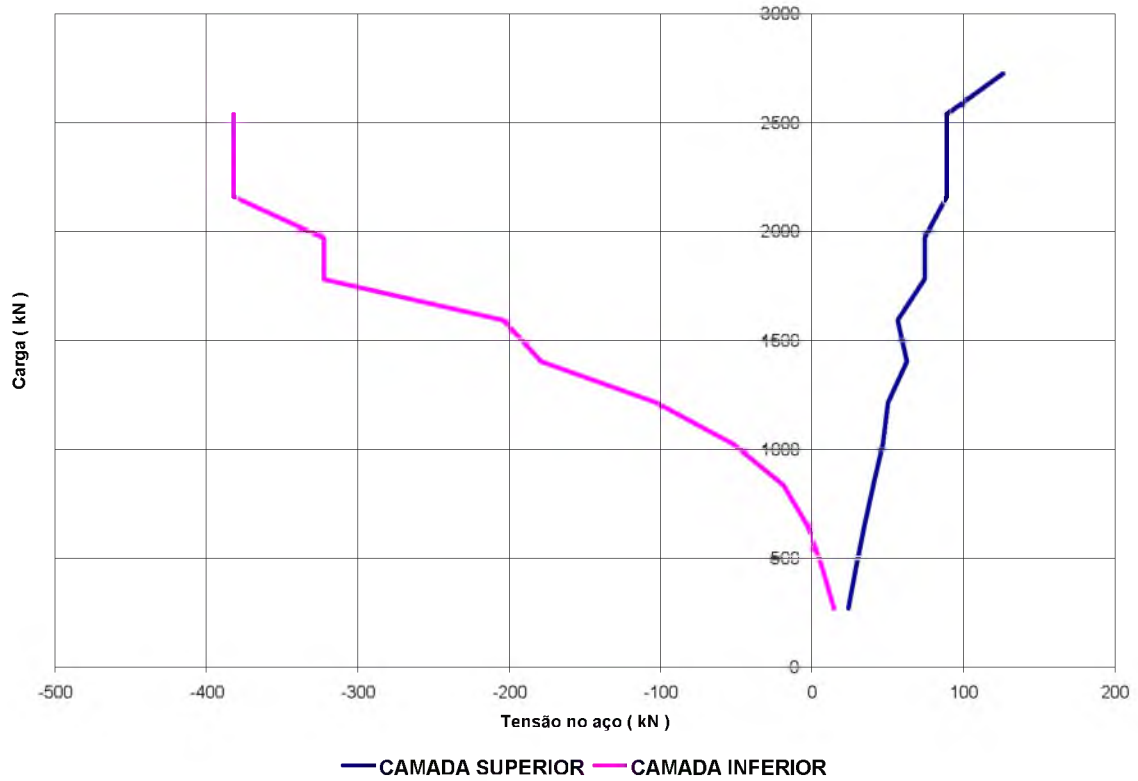


Figura A.6 - Tensão no aço na seção da aplicação da carga – V1

A.1.2 - Vigas hiperestática com cabos externos

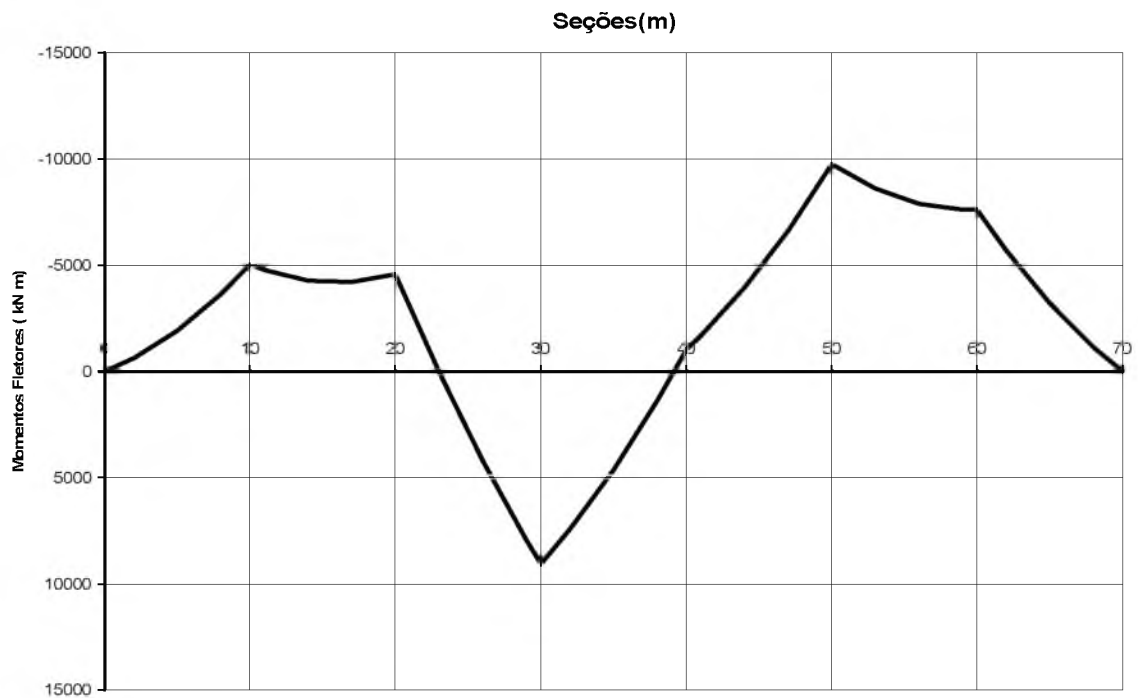


Figura A.7 - Momentos fletores totais- viga com cabos externos – V2

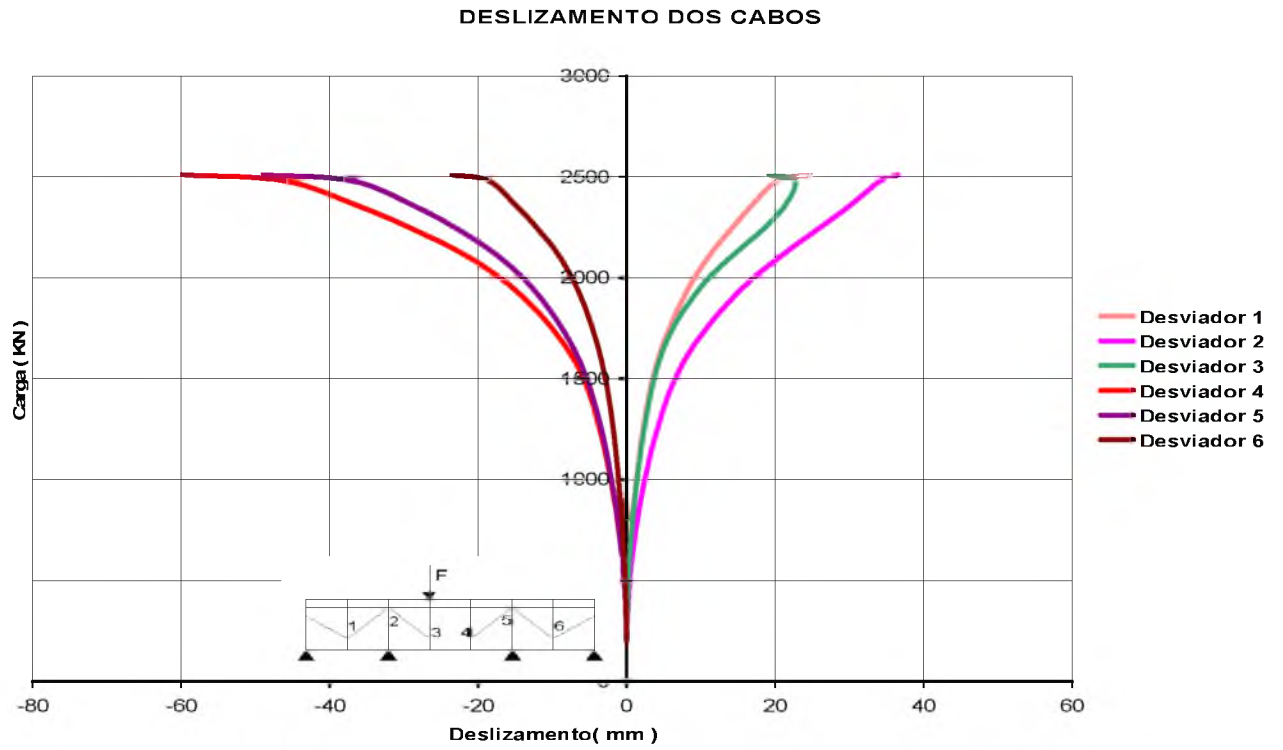


Figura A.8 - Deslizamento dos cabos externos – V2

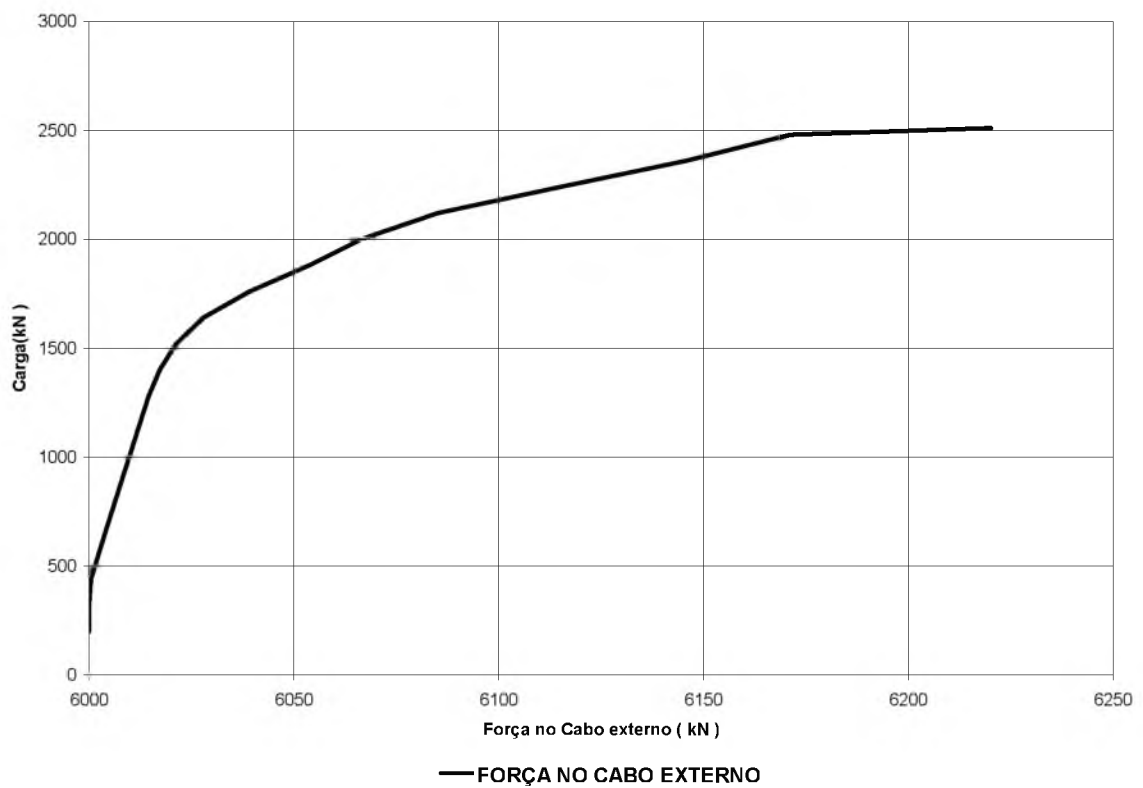


Figura A.9 - Força do cabo externo na seção que foi aplicada a carga – V2

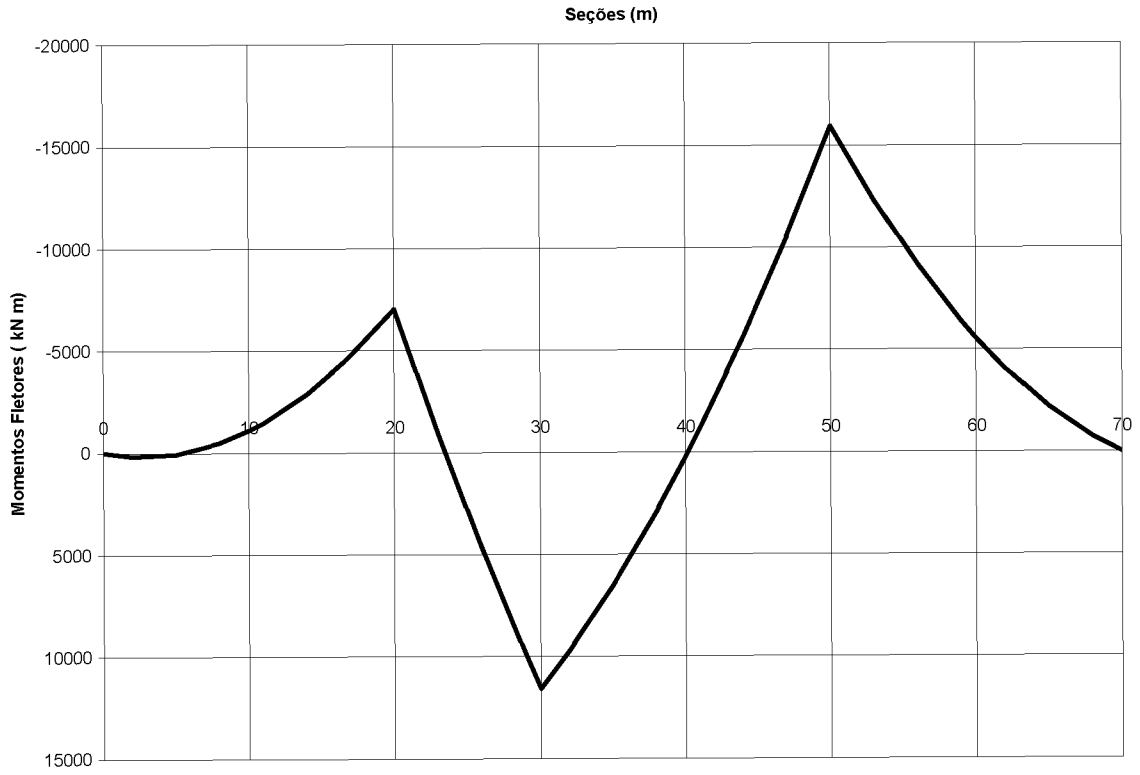


Figura A.10 - Momento da carga aplicada na seção de aplicação da carga – V2

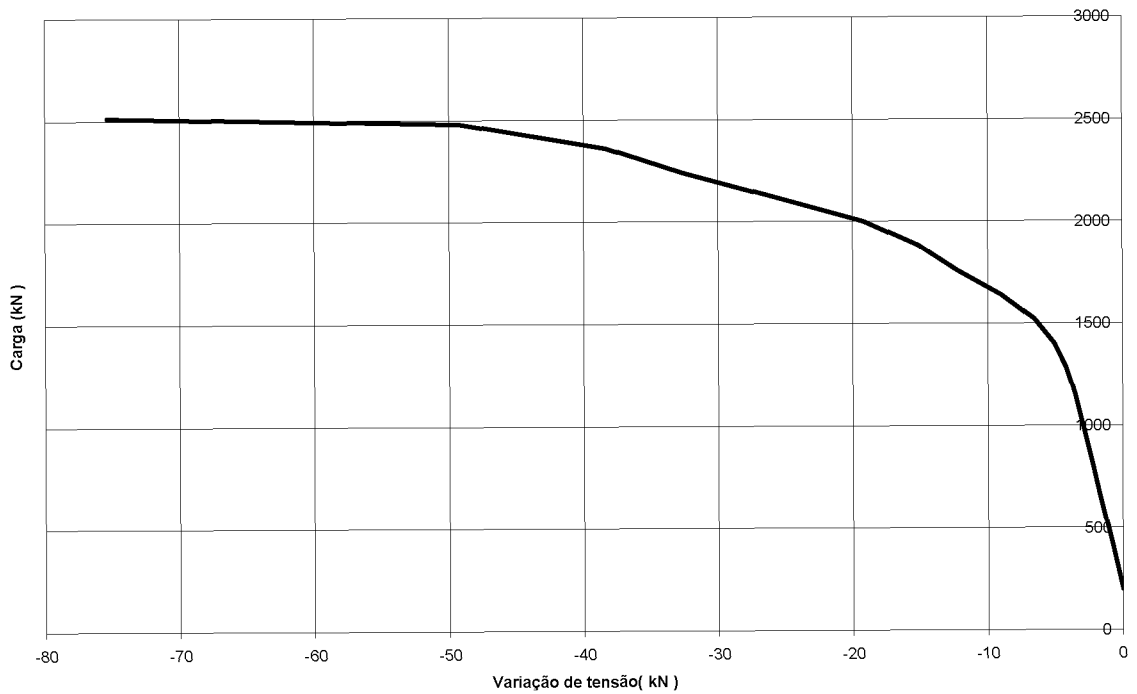


Figura A.11 – Variação de tensão nos cabos externos – V2

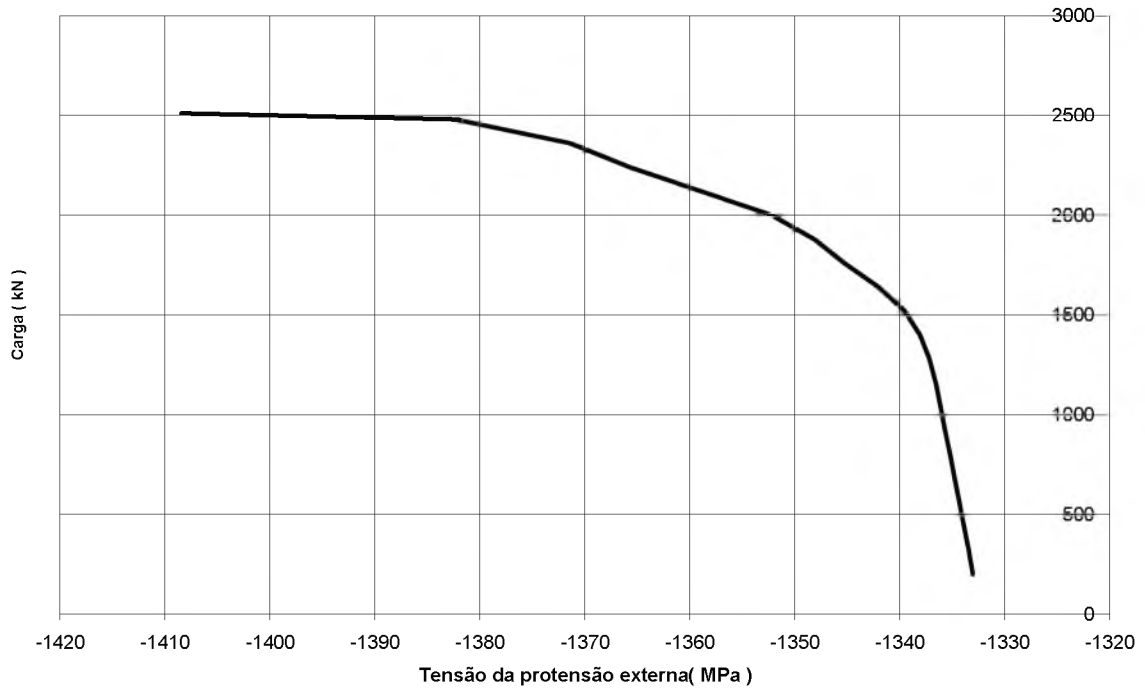


Figura A.12 – Tensão nos cabos externos na seção de aplicação da carga – V2

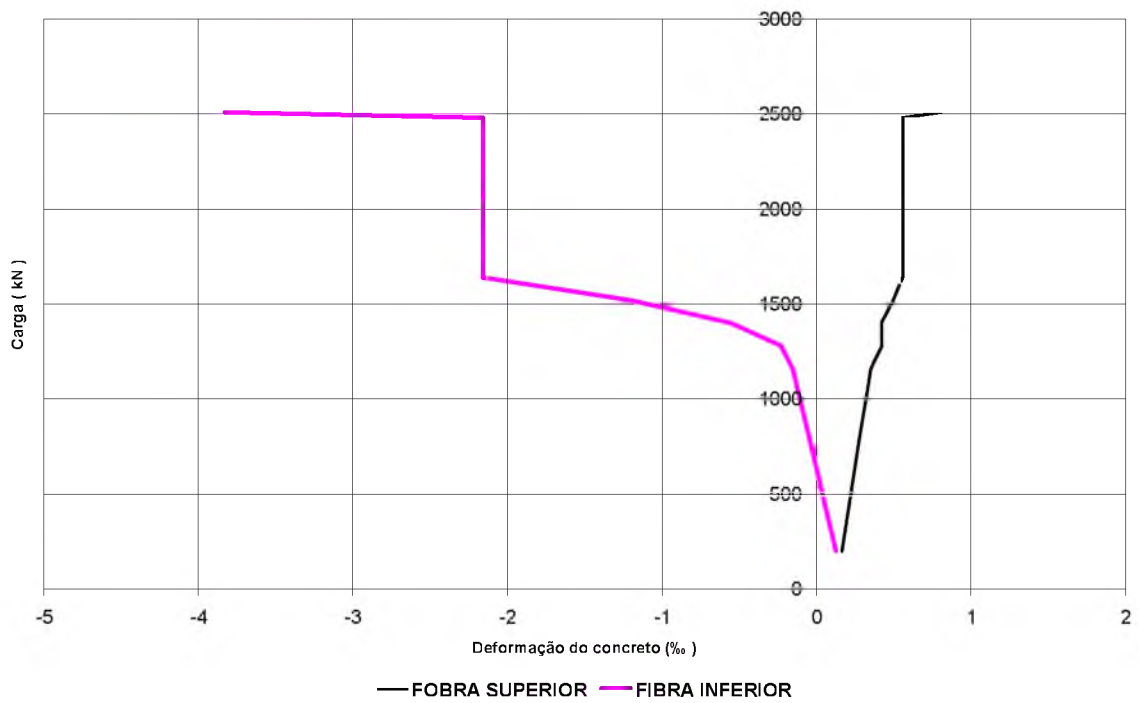


Figura A.13 – Deformação no concreto na seção de aplicação da carga – V2

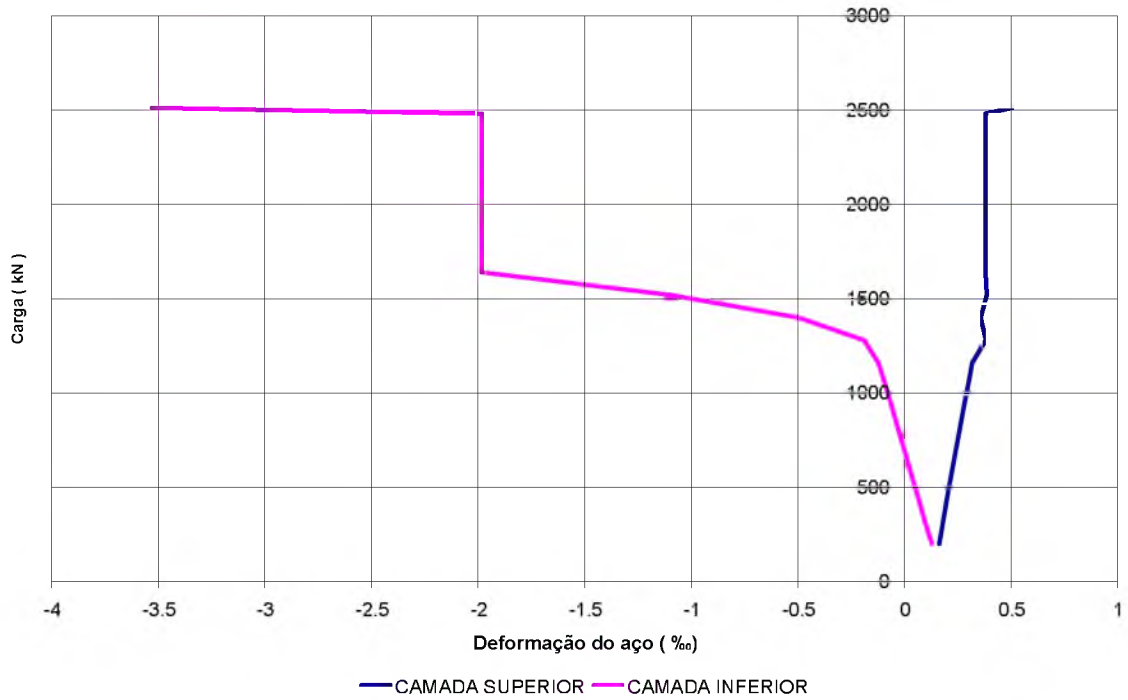


Figura A.14 – Deformação no aço na seção de aplicação da carga – V2

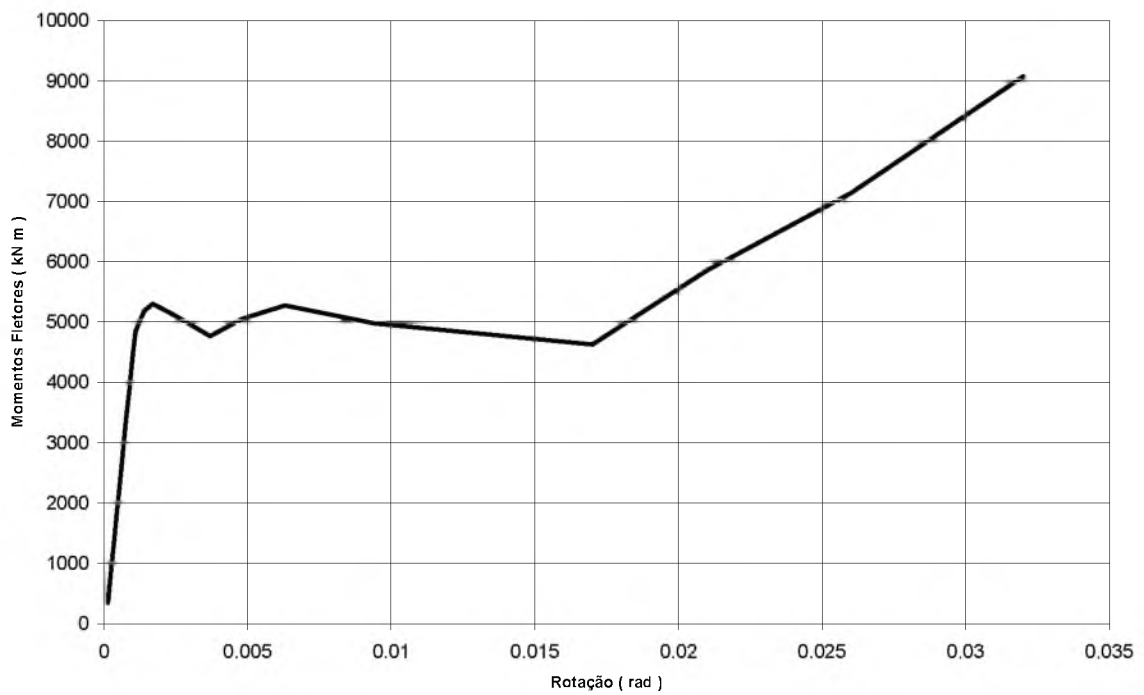


Figura A.15 – Gráfico momento-rotação na seção de aplicação da carga – V2

A.1.3 Viga hiperestática com cablagem mista

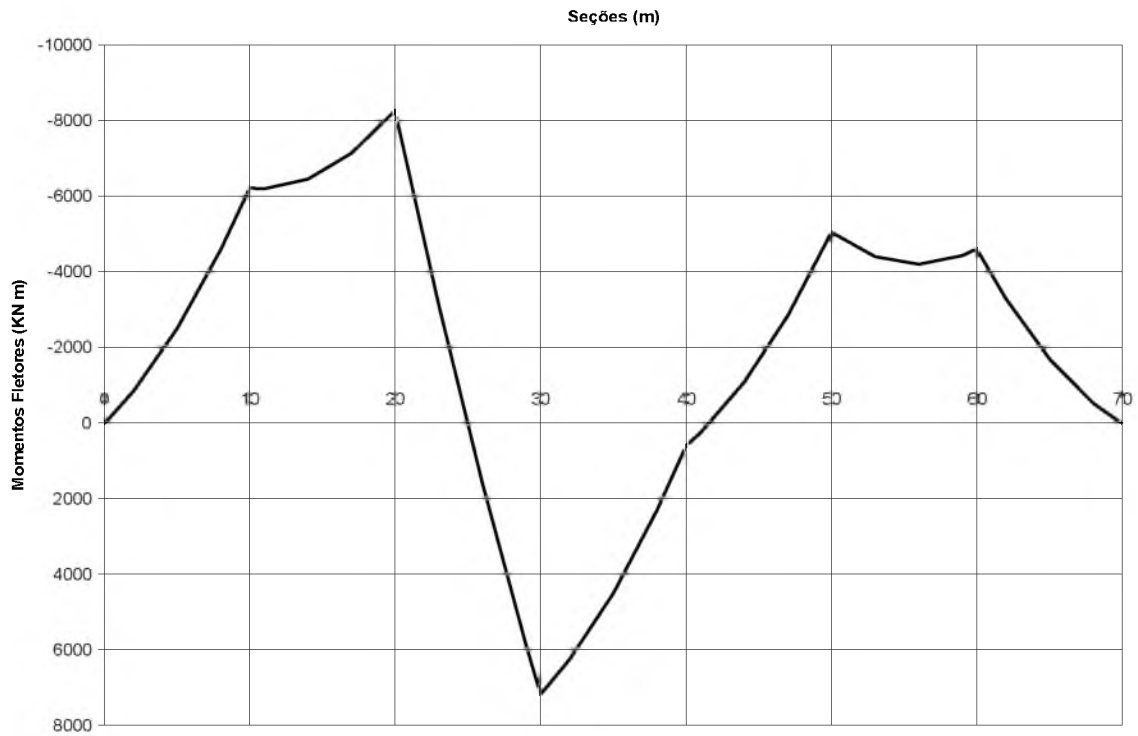


Figura A.16 - Momentos fletores totais – V3

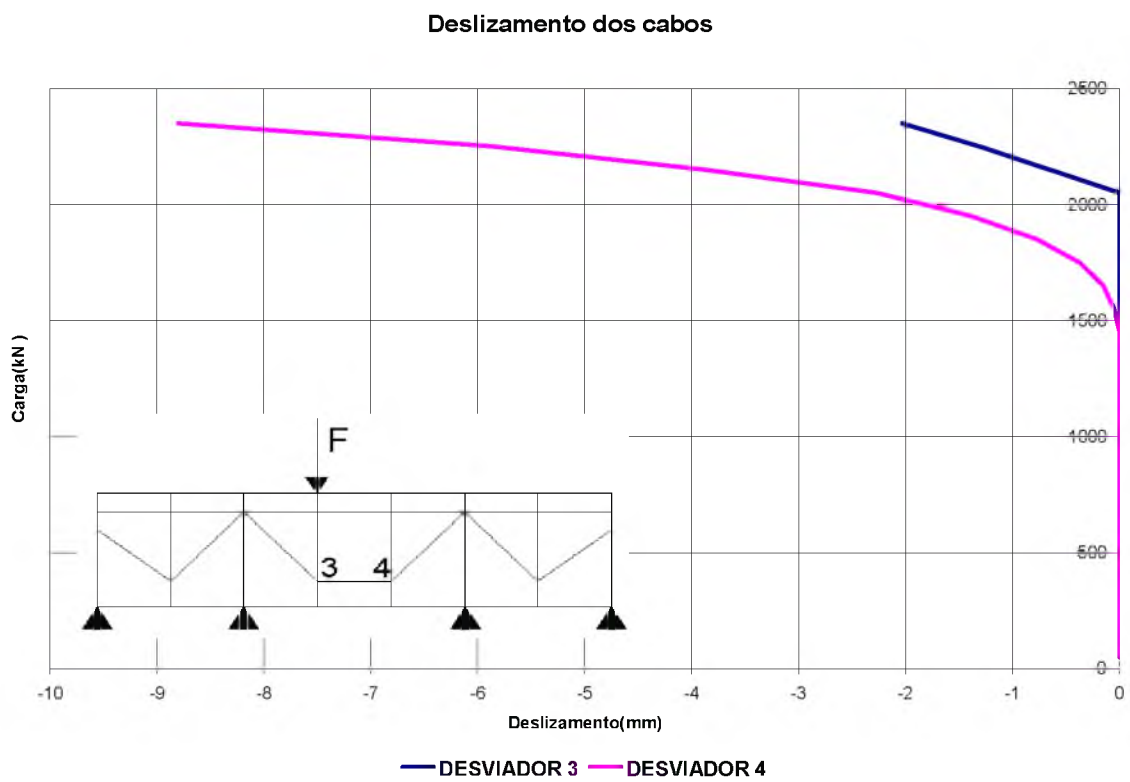


Figura A.17 – Deslizamento dos cabos externos sobre os desviadores – V3

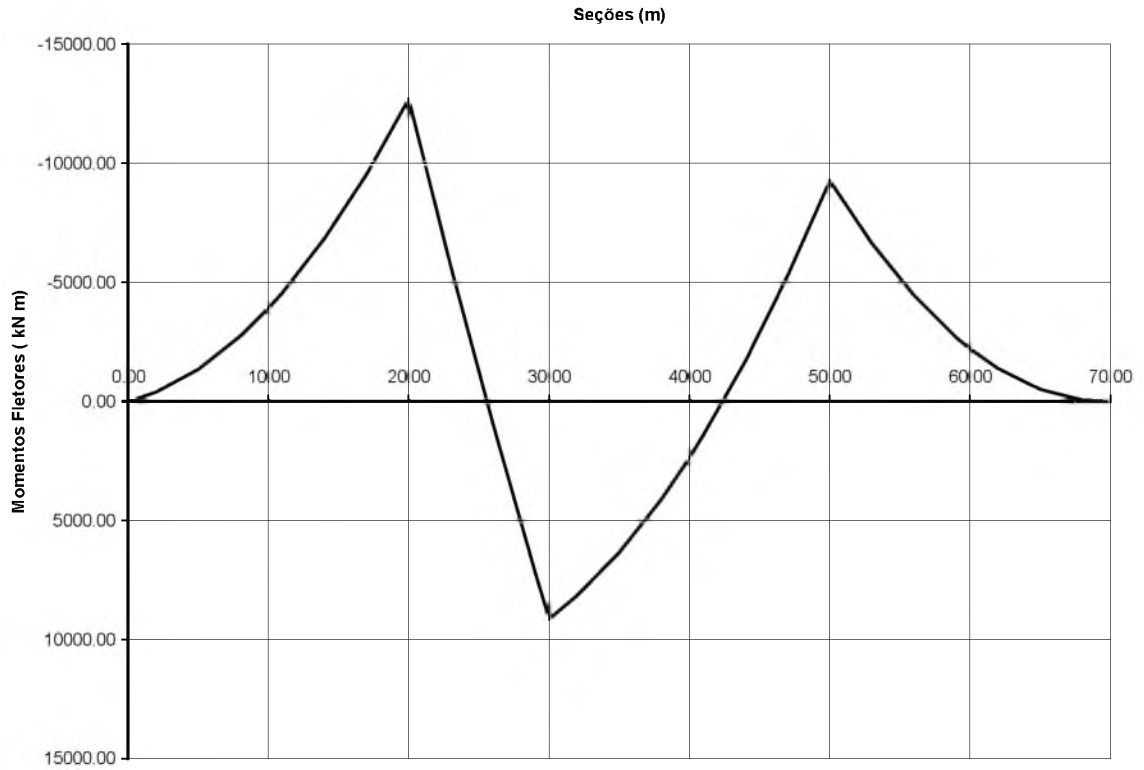


Figura A.18 - Momentos fletores devidos à carga aplicada – V3

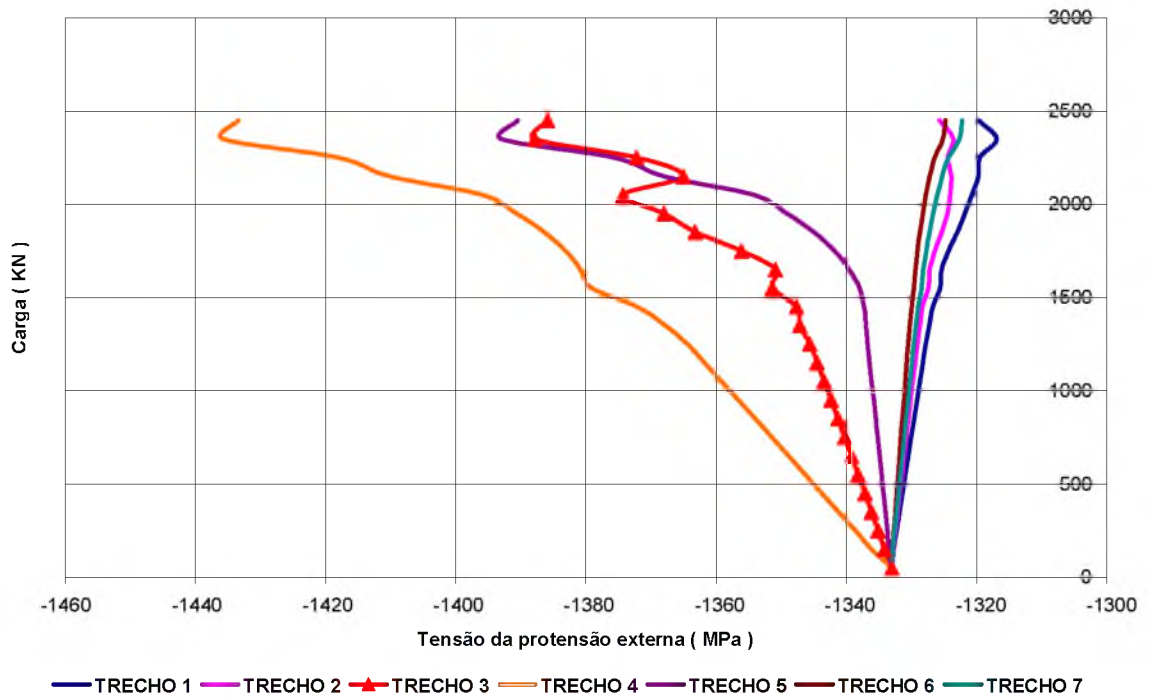


Figura A.19 – Tensão dos cabos por trecho – V3

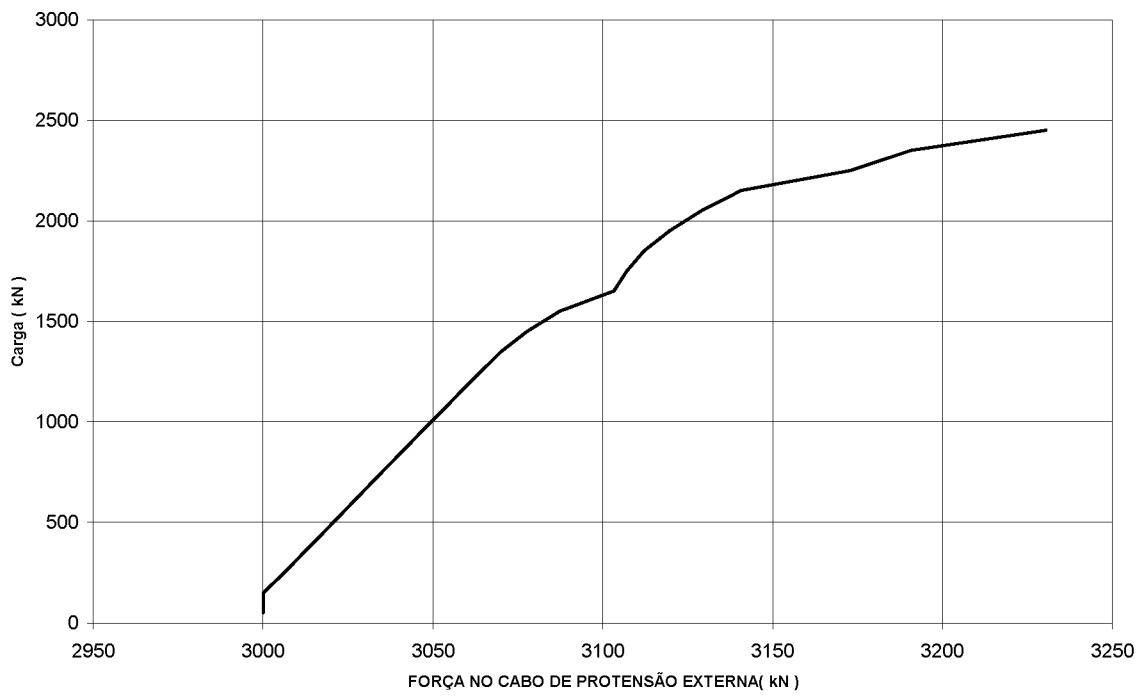


Figura A.20 – Força do cabo externo devido à carga aplicada – V3

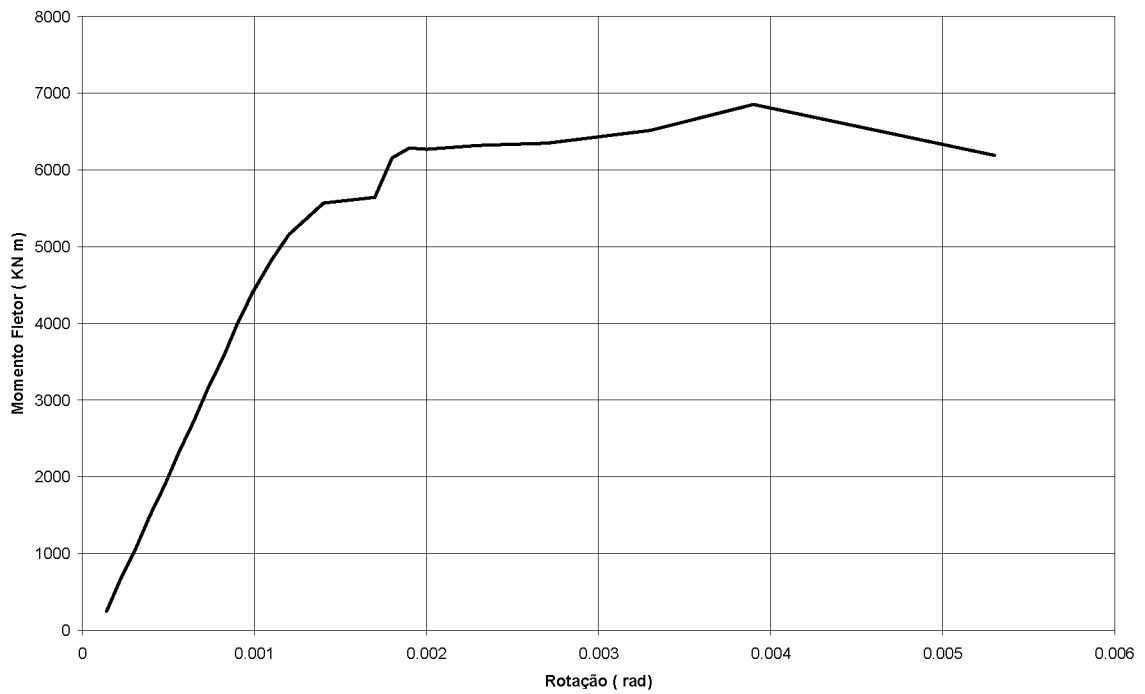


Figura A.21 – Momento-rotação na seção da carga aplicada – V3

B EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS DOS MATERIAIS

Os materiais considerados nesta pesquisa são representados conforme citado por leis de comportamento uniaxiais considerando apenas o processo de carregamento (Telles, 1976).

B.1 - Concreto

B.1.1 - Concreto em compressão

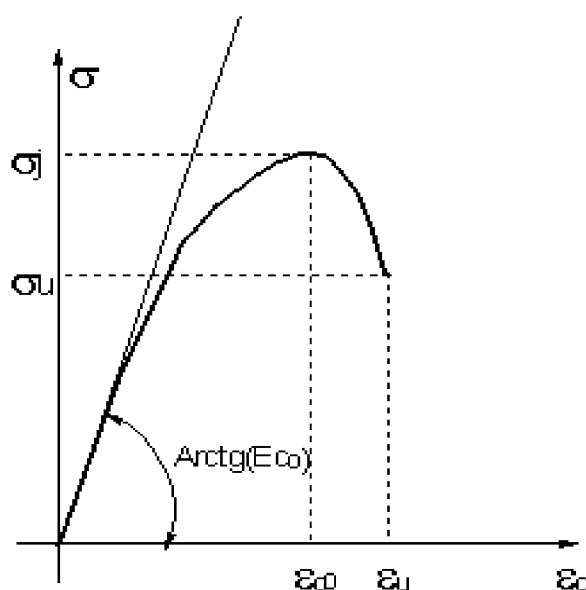


Figura B.1 - Lei de comportamento do concreto em compressão uniaxial

O ensaio de uma amostra de concreto (prisma ou cilindro), permite traçar uma curva tensão axial – deformação axial parecida com a da Figura B.1. Esta curva representa a lei de comportamento do concreto não confinado. Está caracterizada por duas partes. A primeira parte é ascendente, onde seu módulo de elasticidade na origem tangente é E_{c0} . O ponto máximo corresponde à resistência à compressão σ_j do concreto. A outra parte é descendente e vai do ponto máximo até o ponto (ϵ_u, σ_u) , o qual marca a ruptura do material. Nesta pesquisa, adota-se para a formulação a lei de SARGIN, adotada pelo CEB – FIP MC90 (1993).

A tensão de compressão é dada por:

$$\sigma_c = \sigma_j \left[k \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} + k' \cdot 1 - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^2 \right] \quad (B.1)$$

onde:

$$k = E_{c0} \cdot \frac{\varepsilon_{c0}}{\sigma_j} \quad (B.2)$$

E_{c0} : módulo de elasticidade na origem

σ_j : resistência à compressão do concreto (à idade j de concretagem)

ε_{c0} : deformação correspondente a σ_j

k e k' : parâmetros adimensionais

O parâmetro k' influencia sobretudo a parte descendente da curva. Quando k' vale zero, o caimento é mais acentuado, caracterizando concretos frágeis. Para considerar este efeito tem-se:

$$k' = k - 1 \quad \text{se } \sigma_j < 30 \text{ MPa} \quad (B.3a)$$

$$k' = k - 1 \cdot \frac{55 - \sigma_j}{25} \quad 30 \text{ MPa} < \sigma_j < 50 \text{ MPa} \quad (B.3b)$$

$$k' = 0 \quad \sigma_j > 50 \text{ MPa} \quad (B.3c)$$

Para alguns cálculos, a parte descendente parabólica é substituída por uma reta. Então a expressão que dá a tensão σ_c , para uma deformação ε_c compreendida entre ε_{c0} e ε_u é:

$$(B.4)$$

Onde σ_u e ϵ_u são, respectivamente, a tensão e a deformação de ruptura.

B.1.2 - Concreto em tração

Conforme o modelo de flexão adotado, a tração pode ser considerada de duas formas diferentes. O equilíbrio da seção flexionada é analisado em termos de deformações médias ou em termos de deformações locais. A análise em termos de deformações locais apresenta muitas questões ainda sem respostas (Martins, 1989). Adotou-se para a modelagem a primeira forma através de um diagrama fictício. Este diagrama dá a contribuição média do concreto tracionado entre duas fissuras sucessivas na rigidez do elemento. É o efeito *tension stiffening*. Diante de várias proposições, retém-se a proposição de Grelat(1978). Sua formulação atribui à zona tracionada de uma seção qualquer, uma distribuição linear das tensões, conforme Figura B.2.

A tensão de tração σ_t da fibra mais tracionada cresce proporcionalmente à deformação correspondente ϵ_t até um ponto (ϵ_{ct} , f_{ctj}) a partir do qual decresce com uma lei parabólica. Admite-se que a contribuição do concreto em tração desaparece quando a deformação atinge o valor correspondente ao limite de elasticidade do aço mais tracionado (Figura B.3).

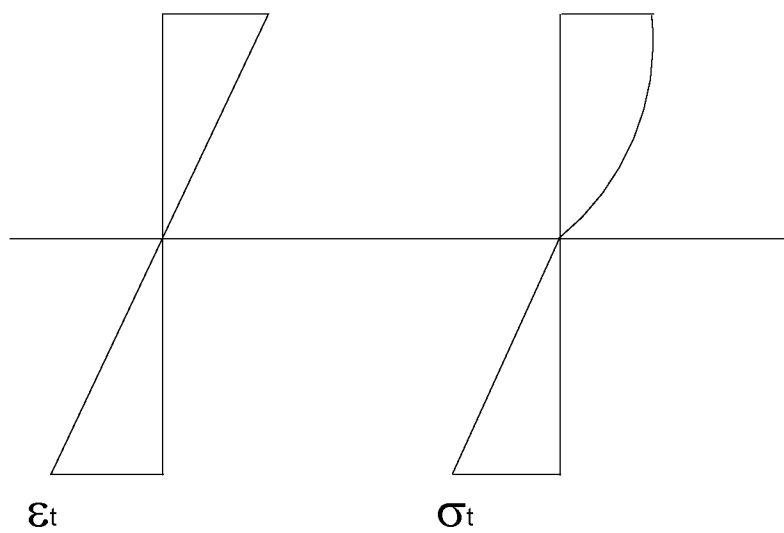


Figura B.2 - Diagrama fictício da distribuição de tensão de tração no concreto (Grelat, 1978)

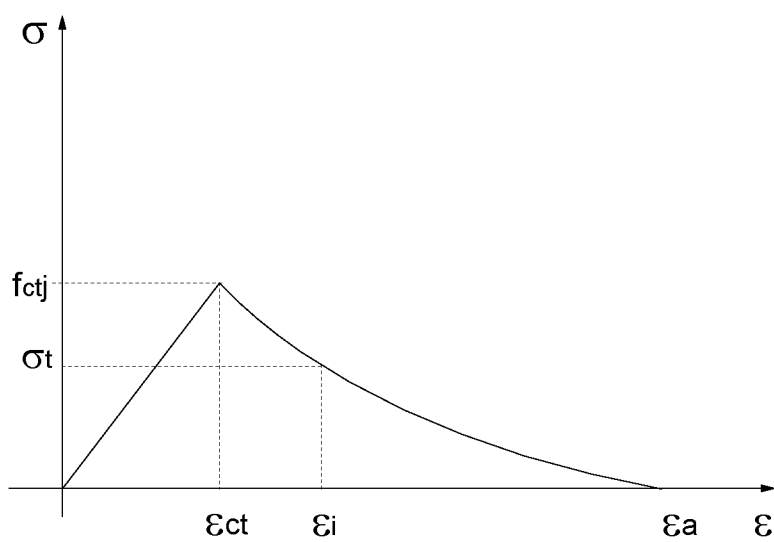


Figura B.3 - Diagrama $\sigma \times \epsilon$ para o concreto em tração (Grelat, 1978)

$$\sigma_t = E_{c0} \cdot \varepsilon_i \quad \text{para } 0 < \varepsilon_i < \varepsilon_{ct} \quad (\text{B.5a})$$

$$\sigma_t = f_{ctj} \cdot \left[\frac{(\varepsilon_a - \varepsilon_i)}{(\varepsilon_a - \varepsilon_{ct})} \right]^2 \quad \varepsilon_{ct} < \varepsilon_i < \varepsilon_a \quad (\text{B.5b})$$

$$\sigma_t = 0 \quad \varepsilon_a < \varepsilon_i \quad (\text{B.5c})$$

sendo:

f_{ctj} : resistência à tração do concreto

ε_{ct} : deformação correspondente a f_{ctj}

ε_a : deformação correspondente ao limite de elasticidade do aço mais tracionado

E_{c0} : módulo de elasticidade longitudinal do concreto na origem

B.2 - Aços

Conforme a modelagem, distinguem-se:

- Os aços passivos para armação;
- Os aços ativos para protensão.

Para os dois grupos nota-se:

σ_r : tensão de ruptura;

σ_e : tensão convencional de escoamento para uma deformação de 2 ou 1 %;

σ_l : limite de elasticidade;

E_a : módulo de elasticidade longitudinal.

O programa CARPE atualmente permite o uso de cinco tipos de aço, mas isso não impede que sejam incluídas equações para outros tipos de material. São eles:

- elasto-plástico com enrijecimento;
- encruados;
- de protensão segundo a equação do CEB/93;
- de protensão segundo a equação de Thurliman;
- elasto-plástico perfeito.

Os aços aqui considerados para a armadura passiva são de dois tipos:

- aços laminados a quente;
- aços deformados a frio (encruados).

Os aços laminados a quente apresentam, com relação a tensão-deformação, um comportamento conforme a lei elasto-plástica com enrijecimento mostrada na Figura B.4 (Désir, 1993):

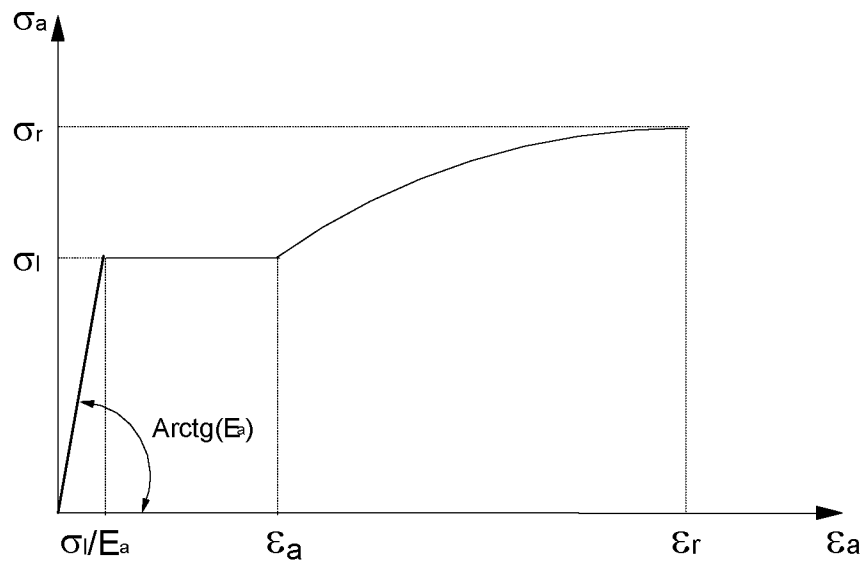


Figura B.4 - Diagrama $\sigma \times \epsilon$ para o aço natural

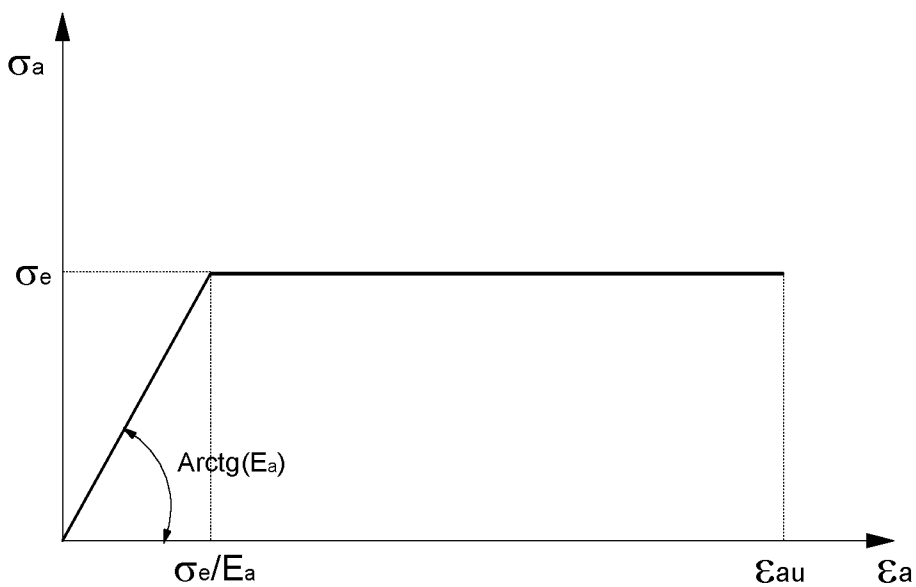


Figura B.5 - Diagrama elasto-plástico perfeito do aço passivo

$$\sigma_a = E_a \cdot \varepsilon_a \quad \text{para } 0 < \varepsilon_a < \sigma_e/E_a \quad (\text{B.6})$$

$$\sigma_a = \sigma_l \quad \sigma_e/E_a < \varepsilon_a < \varepsilon_r \quad (\text{B.7})$$

$$\sigma_a = \sigma_l + \sigma_r \cdot \frac{(\varepsilon_a - \varepsilon_r)}{(0,05 - \varepsilon_r)} \cdot \left[0,002 - \frac{(\varepsilon_a - \varepsilon_r)}{(0,05 - \varepsilon_r)} \right] ; \quad \varepsilon_a > \varepsilon_r \quad (\text{B.8})$$

onde:

σ_r : tensão de ruptura;

σ_l : limite de elasticidade do aço;

E_a : módulo de elasticidade longitudinal

ε_r : deformação no final do patamar plástico (5 a 10).

Apresenta-se também na Figura B.5 uma lei para o comportamento elasto-plástico perfeito desses aços (Désir, 1993).

Os aços deformados a frio mostram um comportamento não-linear a partir do limite de 70% da tensão de escoamento convencional, sendo 2 a deformação residual correspondente a σ_e , Figura B.6. A norma brasileira NBR-7187 (1989) recomenda as seguintes fórmulas para a lei constitutiva do material.

$$\sigma_a = E_a \cdot \varepsilon_a \quad \text{para } 0 < \sigma_a < \sigma_l \quad (\text{B.9})$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_a} + \alpha \cdot \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_e} - \beta \right)^5 \quad \text{para } \sigma_a > \sigma_l \quad (\text{B.10})$$

Usualmente adota-se $\alpha = 0,823$ e $\beta = 0,70$.

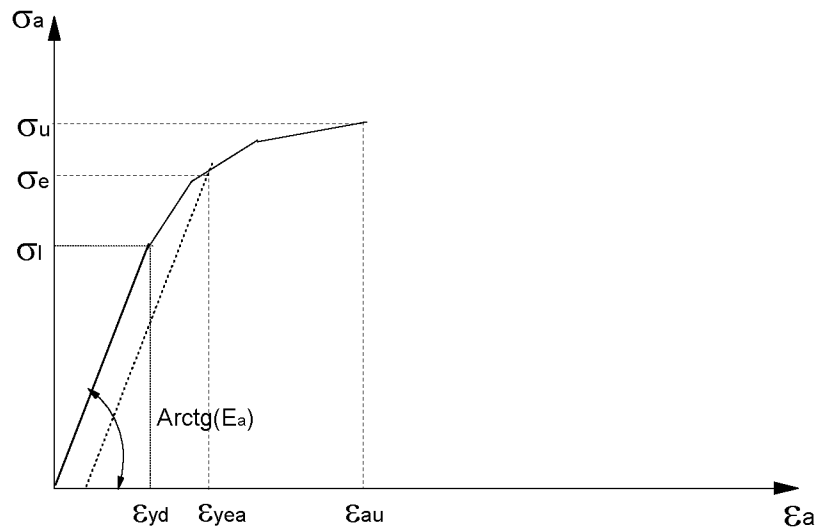


Figura B.6 - Diagrama $\sigma \times \epsilon$ para aços encruados

O comportamento das armaduras ativas ou de protensão pode ser definido com um diagrama parecido ao dos aços encruados. A parte linear vai até $\sigma_l = 0,90 \cdot \sigma_e$ e a deformação residual é de 1. As fórmulas são:

$$\sigma_p = E_p \cdot \epsilon_p \quad \text{para } 0 < \sigma_p < \sigma_l \quad (\text{B.11a})$$

$$\epsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} + \alpha \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_e} - \beta \right)^5 \quad \text{para } \sigma_p > \sigma_l \quad (\text{B.11b})$$

Normalmente toma-se $\alpha = 100$ e $\beta = 0,90$.

A avaliação da tensão para quase todos os materiais resulta numa mera substituição de deformação na equação da tensão. Porém, para os aços encruados e os aços de protensão do tipo CEB/78, a tensão é calculada por métodos iterativos, pois a deformação é uma função de quinto grau da tensão e o que se conhece inicialmente é a deformação ϵ_a ou ϵ_p .

B.2.1 – Aços Passivos

Nas vigas de concreto protendido, utilizam-se, além dos cabos de aço, armaduras formadas por vergalhões comuns de concreto armado, colocadas sem tensões prévias, denominadas armaduras suplementares ou passivas. A armadura suplementar desempenha diversas funções importantes (Pfeil, 1991):

- a) elimina ou reduz fissuração provocada pela retração do concreto;
- b) arma a viga para tensões elásticas de tração em serviço;
- c) aumenta o momento de fissuração da viga;
- d) no caso de momentos superiores ao de fissuração, a armadura suplementar auxilia os cabos aderentes no controle de abertura das fissuras;
- e) aumenta o momento fletor de ruptura da seção.

Atualmente, as normas exigem a colocação de certas quantidades mínimas de armadura suplementar nas vigas protendidas, mesmo quando não consideradas no cálculo (Pfeil, 1991).

Os aços empregados como armadura suplementar são em geral denominados pelo valor característico do limite de escoamento ($f_{yk} = f_y$). Alguns tipos de aço têm patamar de escoamento real; a tensão correspondente a esse patamar chama-se limite de escoamento real. Outros aços não têm um patamar de escoamento, definindo-se então uma tensão convencional de escoamento ($f_{s0,2}$) igual à tensão correspondente à deformação unitária residual de 0,2% (NBR 6118-2003).

O CEB-FIP MC90 (1993) recomenda adotar o valor de 200 GPa para o módulo de elasticidade longitudinal das barras maciças de armadura convencional, tendo em vista a variação dos resultados experimentais. A norma brasileira já adota um valor diferente de 210 GPa.

Na Tabela B.1 tabela, apresentam-se as principais características mecânicas dos aços geralmente empregados como armadura suplementar (NBR 7480: 1996).

Tabela B.1 – Propriedades mecânicas exigíveis de barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado (NBR7480/1996)

Categoria	Ensaio de tração (valores mínimos)			Aderência
	Resistência característica de escoamento - f_y (MPa)	Limite de resistência - f_{st} (MPa)	Alongamento em 10ϕ (%)	Coefficiente de conformação superficial mínimo para $\phi \geq 10$ mm (η)
CA – 25	250	$1,20 f_y$	18	1,0
CA – 50	500	$1,10 f_y$	8	1,5
CA – 60	600	$1,05 f_y$	5	1,5

Devido à diversidade e evolução dos processos de fabricação dos fios e barras de aço, vários diagramas tensão-deformação podem ser encontrados (CEB-FIP MC90, 1993). Como uma simplificação para os cálculos, o diagrama real pode ser substituído por um diagrama característico da NBR 6118 (2003), como mostra a Figura B.7.

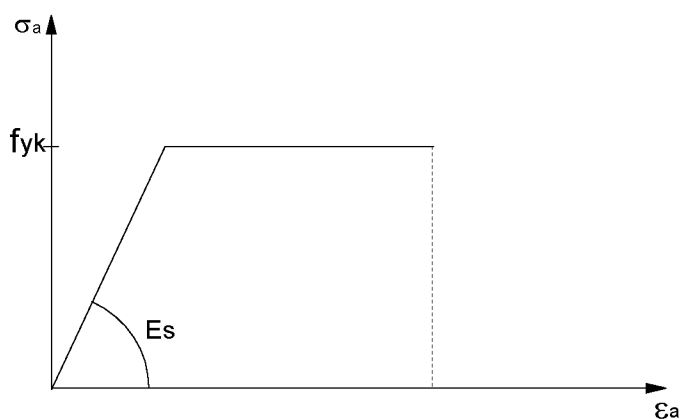


Figura B.7 - Diagrama tensão x deformação idealizado

B.2.2 - Ativos

Os aços para protensão caracterizam-se por suas elevadas resistências, por não apresentarem um patamar de escoamento bem definido e por terem um limite de proporcionalidade relativamente alto (Pfeil, 1991). Podemos agrupá-los em três grandes grupos:

- a) Fios trefilados de aço carbono: com diâmetro, em geral, de 4 mm a 9 mm, fornecidos em rolos ou bobinas. A trefilação produz encruamento do aço, aumentando sua resistência. Obtém-se resistências mais elevadas para fios de menor diâmetro;
- b) Cordoalhas: produtos formados por fios enrolados em forma de hélice, como uma corda;
- c) Barras de aço: laminadas a quente, com diâmetro superior a 12 mm, fornecidas em peças retilíneas de comprimento limitado.

A Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira produz fios e cordoalhas com aços em duas modalidades de tratamento:

- a) Aços aliviados ou de relaxação normal (RN) - são aços retificados por um tratamento térmico que alivia tensões internas de trefilação;
- b) Aços estabilizados ou de baixa relaxação (RB) - são aços trefilados que recebem um tratamento termomecânico (aquecimento a 400 °C e tracionamento à deformação unitária de 1 %). É um envelhecimento acelerado que, além de aliviar as tensões residuais de trefilação, diminui a perspectiva de perda de carga por relaxação e aumenta seu limite de elasticidade.

O módulo de elasticidade dos aços de armadura ativa devem ser obtidos em ensaios ou fornecidos pelo fabricante. Na falta de dados específicos, pode-se considerar o valor de 200 GPa para fios e cordoalhas (NBR 6118: 2003).

Na Tabela B.2 apresentam-se as características dos fios para protensão fabricados no Brasil, pela Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira. Para os fios, as perdas máximas por relaxação após 1000 horas a 20°C para carga inicial de 80% da carga de ruptura é de 8,5% para fios de relaxação normal (RN) e de 3% para fios com relaxação baixa (RB).

Tabela B.2 -Especificação do fios para protensão fabricados pela Belgo-Mineira

Produto	Diâmetro nominal (mm)	Área aproximada (mm ²)	Tensão mínima de ruptura (MPa)	Tensão mínima a 1% de along. (MPa)	Along. após a ruptura (%)
CP 145 RB L*	9,0	63,6	1450	1310	6,0
CP 150 RB L	8,0	50,3	1500	1350	6,0
CP 170 RB E*	7,0	38,5	1700	1530	5,0
CP 170 RB L	7,0	38,5	1700	1530	5,0
CP 170 RN E	7,0	38,5	1700	1450	5,0
CP 175 RB E	4,0	12,6	1750	1580	5,0
CP 175 RB E	5,0	19,6	1750	1580	5,0
CP 175 RB E	6,0	28,3	1750	1580	5,0
CP 175 RB L	5,0	19,6	1750	1580	5,0
CP 175 RB L	6,0	28,3	1750	1580	5,0
CP 175 RN E	4,0	12,6	1750	1490	5,0
CP 175 RN E	5,0	19,6	1750	1490	5,0
CP 175 RN E	6,0	28,3	1750	1490	5,0

*L = liso; E = entalhado para aumento da aderência ao concreto.

A Belgo-Mineira produz cordoalhas de 3 e 7 fios estabilizadas (RB). O valor médio do módulo de elasticidade é de 202 GPa. Para as cordoalhas, a perda máxima por relaxação após 1000 horas a 20°C, para carga inicial de 80% da carga de ruptura é de 3,5% (NBR 7483 : 1991). As características das cordoalhas são apresentadas na Tabela B.3.

Tabela B.3 - Especificação das cordoalhas para protensão fabricadas pela Belgo-Mineira

Produto	Diâmetro nominal (mm)	Área aproximada (mm ²)	Carga mínima de ruptura (kN)	Carga mínima a 1% de along. (kN)	Along. após a ruptura (%)
CP 190 RB 3x3,0	6,5	21,8	40,8	36,7	3,5
CP 190 RB 3x3,5	7,6	30,3	57,0	51,3	3,5
CP 190 RB 3x4,0	8,8	39,6	74,8	67,3	3,5
CP 190 RB 3x4,5	9,6	46,5	87,7	78,9	3,5
CP 190 RB 3x5,0	11,1	66,5	124,8	112,3	3,5
CP 190 RB 7	6,4	26,5	49,7	44,7	3,5
CP 190 RB 7	7,9	39,6	74,6	67,1	3,5
CP 190 RB 7	9,5	55,5	104,3	93,9	3,5
CP 190 RB 7	11,0	75,5	140,6	126,5	3,5
CP 190 RB 7	12,7	101,4	187,3	168,6	3,5
CP 190 RB 7	15,2	143,5	265,8	239,2	3,5

Ainda são fabricadas cordoalhas de 7 fios engraxadas e plastificadas. Por um processo contínuo de fabricação, a cordoalha recebe uma camada de graxa e, em seguida, um revestimento de PEAD (polietileno de alta densidade), extrudado diretamente sobre a cordoalha já engraxada em toda sua extensão.

Quanto às propriedades mecânicas, os aços de protensão devem satisfazer geralmente a um número mínimo de requisitos. Tais propriedades incluem a resistência à tração e sua correspondente deformação de ruptura, o ponto de escoamento, o limite de proporcionalidade e o módulo de elasticidade (Naaman, 1982).

C MANUAL DO PROGRAMA CARPE

C.1 - HIPÓTESES FUNDAMENTAIS

C.1.1 - Flexão plana de uma viga carregada em seu plano

As seções de discretização são verticais e simétricas em relação a um eixo OY com mostra a Figura C.1. O programa CARPE permite analisar qualquer seção de contorno poligonal, inclusive seções vazadas. As vigas podem ser isostáticas ou contínuas. Em princípio, não há limitação em relação ao número de vãos (Em princípio não há limite, mas a dimensão das variáveis torna-se um limite que pode ser mudado aumentando a dimensão das mesmas). Pode-se incluir balanços nas extremidades (Estes balanços poderão ser incluídos obedecendo a ordem seqüencial crescente).

C.1.2 - A geometria das seções

As seções transversais são decompostas em trapézios de concreto enquanto as armaduras são representadas por áreas concentradas no centro de gravidade das barras. A geometria assim definida permite considerar as não-linearidades físicas dos materiais.

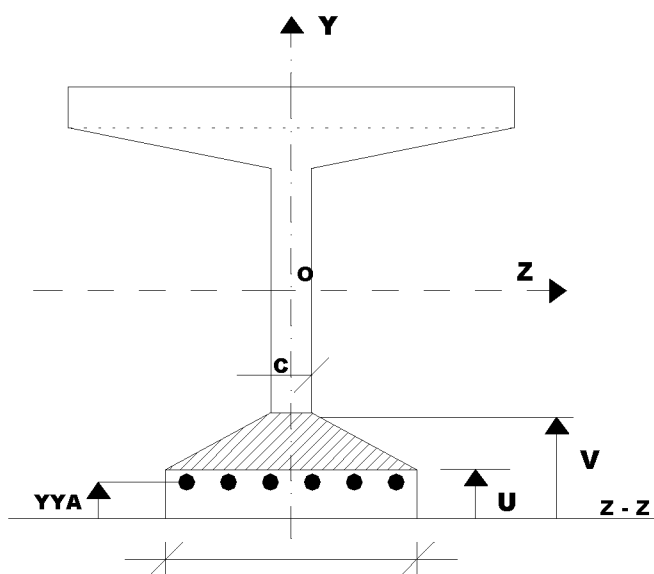


Figura C.1 -Discretização da seção da viga

C.1.3 - A protensão

No estado atual do programa, é possível estudar vigas com protensão interna com cabos retos e/ou com protensão externa aplicada com cabos poligonais. Não há limitação em relação ao número de pares de cabos a usar. Não há um cálculo automático das perdas de protensão. Porém é possível considerá-las com a redução das tensões dos trechos do cabo no momento de definir a cablagem.

C.1.4 - Os carregamentos

São permitidas cargas concentradas, cargas distribuídas uniformemente ou não, todas elas verticais. Estas cargas são agrupadas em permanentes e variáveis. As permanentes são processadas no início enquanto as variáveis são definidas por um processo incremental.

C.1.5 - A análise até a ruptura

O programa permite definir o nível de carga a atingir ou levar a viga a ruptura. Para cada incremento de solicitação deve-se avaliar o incremento de deformações. Para facilitar o cálculo não-linear, a seção é dividida em camadas horizontais de concreto e aço. (Figura C.2).

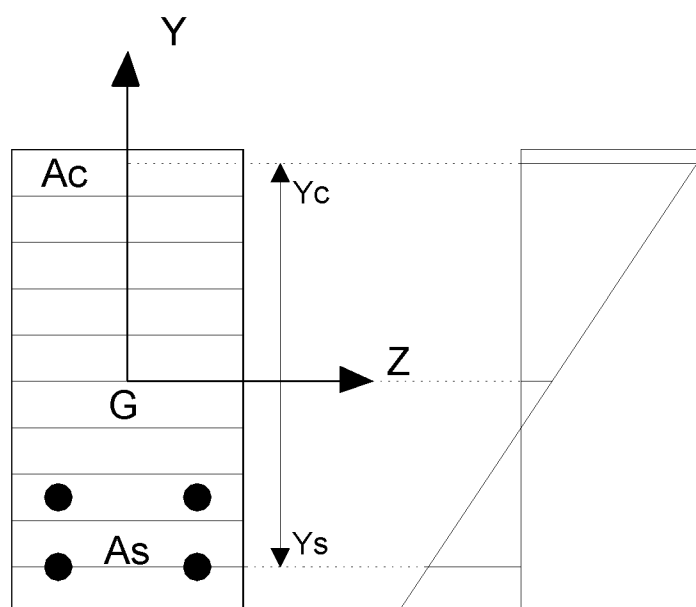


Figura C.2 - Divisão das seções de aço e concreto

Deve-se então resolver o sistema:

$$\begin{Bmatrix} N - N_{\text{int}} \\ M - M_{\text{int}} \end{Bmatrix} = [\phi_t] \cdot \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_g \\ \Delta \omega \end{Bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

onde ϕ_t é um operador de transformação que permite passar dos esforços às deformações. Para resumir a expressão de ϕ_t , chama-se A_j uma porção de área de qualquer um dos materiais, E_i o seu módulo de elasticidade tangente e y_i a sua ordenada em relação ao eixo passando pelo centro de gravidade da seção.

Após verificar o equilíbrio de todas as seções para uma etapa de carga, realiza-se um estudo global que permite estudar a interação entre a viga, o concreto e os cabos de protensão. Deve-se considerar para o cabo de protensão, as não-linearidades geométricas decorrentes da deflexão das vigas. Também vão ser analisados os possíveis deslizamentos do cabo sobre os desviadores.

C.2 - Resultados do programa

No final do processamento, o programa apresenta o quadro da Figura A.3, permitindo ao usuário selecionar os parâmetros a serem analisados.

SAIDAS DAS TABELAS PARA AS CURVAS

1: CARGA X FLECHA	2: CARGA X MOMENTO TOTAL
3: CARGA X ABERTURA DE JUNTA	4: CARGA X ALTURA DE JUNTA
5: CARGA X DEFORMAÇÃO CONCR	6: CARGA X DEFORMAÇÃO AÇO
7: CARGA X TENSÃO CONCRETO	8: CARGA X TENSÃO DO AÇO
9: CARGA X DESLIZAMENTO	10: CARGA X VAR. DE TENSÃO
11: MOMENTO X ROTAÇÃO	12: MOM. CARGA APLICADA
13: CARGA X FORÇA CABO	14: CARGA X PROT. EXTERNA
15: SAÍDA GERAL	16: TERMINA A SESSÃO
ESCOLHE UM NÚMERO:>	

Figura C.3 – Opções de saída de dados

Entrando um número entre 1 e 14 o programa pedirá ao usuário o tipo de resultado que deseja:

ENTRE COM O TIPO DE RESULTADO DESEJADO:

1 E A SEÇÃO :RESULTADOS DAS ETAPAS PARA A SEÇÃO
2 E A ETAPA :RESULTADO DE UMA ETAPA PARA TODAS AS SEÇÕES

Figura C.4 – Escolha da saída de dados

- 1 e a seção (exemplo: 1,11) significa que o programa mostrará uma tabela contendo as flechas na seção onze para as diferentes etapas de carga.
- 2 e a etapa (exemplo: 2,11) significa que o programa mostrará uma tabela com as flechas de todas as seções para a etapa onze.

Da mesma maneira pode-se estudar todos os parâmetros apresentados no quadro anterior. Toda tabela consultada é guardada automaticamente, o que permite a realização de estudos paramétricos por meio de gráficos quando for preciso. O objetivo do programa é permitir acompanhar a evolução de todos os parâmetros do quadro anterior sob a ação de um carregamento crescente. Pode ser usado como um previsor para o dimensionamento de vigas de protensão já que permite a simulação de uma situação real. Isto ajuda agilizar bastante a elaboração de um projeto. Apresenta-se a seguir um arquivo de entrada modelo do programa

C.3 - ENTRADA DE DADOS

As unidades básicas para o arquivo de entrada do programa são: m para comprimento, MPa para tensões e módulo de elasticidade, MN para forças aplicadas. Os resultados são em metros (comprimento), MPa (tensão) e kN (força). O arquivo deve conter os dados apresentados a seguir:

C.3.1 - Dados gerais

LT, API, APF, NJ, NCABEX, IRESUL

Exemplo:

6.75, .375, 6.375, 17, 1, -1

Tabela C.1 – Dados Gerais

Variável	Descrição	Observação
LT	Comprimento total da viga	Este valor inclui os possíveis balanços.
API	abscissa do apoio inicial	
APF	abscissa do apoio final	
NJ	n° de seções da discretização. Máx 70 (Imposto pela dimensão das variáveis)	
NCABEX	n° de cabos externos	Pela hipótese de simetria vertical dois cabos paralelos podem ser representados por um de seção duas vezes maior.
IRESUL	n° de etapas permitidas	Com este valor pode-se definir a máxima carga a atingir no cálculo incremental.

C.3.2 - Títulos e comentários

1ª linha

2ª linha

3ª linha

Exemplo:

VIGA NM8 (MONOLÍTICA)-CABLAGEM INF. EXTERIOR LIVRE
DESVIADO DE 6 GRAUS PERTO DOS APOIOS-DESLIZAMENTOS
NÃO BLOQUEADOS NOS DESVIADORES - ATRI=.45

O programa lerá três linhas de caracteres. O usuário pode usar estas linhas para escrever as características essenciais da estrutura em estudo.

C.3.3 - Discretização da seção

Escrever NJ linhas com as seguintes informações:

J, JOX(J), X(J), Y(J), ITYSE(J), LV(J)

Exemplo:

1, 'I', .375, 0., 1 .75

Tabela C.2 – Discretização da seção

VARIÁVE	DESCRIÇÃO	OBSERVAÇÃO
L		
J	Refere a uma seção	Ver observação de NJ
JOX(J)	Condição da seção J	“i” indica uma seção monolítica junta seca
X(J)	Abcissa da seção J em metro	A posição da seção sobre o eixo principal da estrutura. A origem é o extremo esquerdo
Y(J)	Ordenada da seção J em metro	No momento, considera-se que o centro de todas seções se encontram a uma mesma ordenada. Portanto $Y(J)=0.0$ para $J=1 \dots NL$
ITYSE(J)	Tipo da seção J	Uma seção é definida pela características do concreto e do aço. Cada combinação destes tipos de características define um novo tipo de seção
LV(j)	Comprimento do elemento localizado entre J e J+1	Este é usado quando se deseja calcular os comprimentos de aderência

C.3.4 - Características dos materiais

Escrever uma linha com as seguintes informações:

MATE, NBBET, NBAC

Exemplo:

'MATERIAIS', 2,2

Tabela C.3 – Características dos Materiais

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO	OBSERVAÇÃO
MATE	Palavra chave	Por definição esta palavra é ‘MATERIAIS’
NBBET	n° de tipos de concreto	Cada concreto será definido pelas suas características
NBAC	n° de tipos de aço	Cada aço será definido pelas suas características

C.3.5 - Definição dos concretos

Escrever NBBET linhas com as seguintes informações:

IMB, FCJ(IMB), EPSO(IMB), FCU(IMB), EPSU(IMB), ECO(IMB), FCTK(IMB)

Exemplo:

1, 49.2, .002, 43.0, .00365, 36900., 3.85

Tabela C.4 – Definição do concreto

VARIÁVEL	Descrição	OBSERVAÇÃO
IMB	Refere a um tipo de concreto	Ver observação de NBBET
FCJ	Resistência máx. do concreto IMB [MPa]	
EPSO(IMB)	Deformação para a resistência máx.	
FCU(IMB)	Resistência final do concreto à compressão IMB [MPa]	
EPSU(IMB)	Deformação para a resistência final	
ECO(IMB)	Módulo de elasticidade inicial	
FCTK(IMB)	Resistência do concreto à tração IMB [MPa]	

C.3.6 - Definição dos aços

Escrever NBAC linhas com as seguintes informações:

IMA, FYEA(IMA), EAC(IMA), ITTPA(IMA), AKAC(IMA), ICOAD(IMA)

Exemplo:

1, 1849., 1990., 204832., 3, 100., 0

Tabela C.5 – Definição dos aços

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO	OBSERVAÇÃO
IMA	Refere a um tipo de aço	Ver observação de NBAC
FYEA(IMA)	Resistência ao escoamento do aço IMA[MPa]	
FYRA(IMA)	Resistência final do aço IMA[MPa]	
EAC(IMA)	Módulo de elasticidade inicial do aço IMA[MPa]	
ITTPA(IMA)	Tipo da lei constitutiva para o aço	O programa CARPE permite usar os diagramas: elástoplástico com encruamento; encruados; de protensão segundo a equação do CEB/93; de protensão segundo a equação de Thurliman; elástoplástico perfeito
AKAC(IMA)	Parâmetro de ajuste da curva do aço IMA	Os valores usuais são: 0 para aço passivo; 100 para aço ativo
ICOAD(IMA)	Indicadores de aderência	0:indica uma lei de aderência perfeita; 1:indica o uso de uma curva de aderência

C.3.7 - Características das seções

Escrever uma linha com as seguintes informações:

SECT, NTSEC, NBDIV

Exemplo:

'SEÇÕES', 30, 10

Tabela C.6 – Características das seções

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO	OBSERVAÇÃO
SECT	Palavra chave	Por definição esta palavra é 'SECOES'
NTSEC	Nº de tipo de seções	Cada seção é definida pelas suas características
NBDIV	Nº de divisão por camada	Para o cálculo dos esforços internos cada camada é dividida em NBDIV

C.3.8 - Cálculo de uma seção

Escrever NTSEC blocos com as seguintes informações:

ITS, NBTAB(ITS), NBLTA(ITS), NBLTP(ITS)

Exemplo:

1, 3, 8, 0

Ex: 3 camadas de concreto e 8 camadas de aço

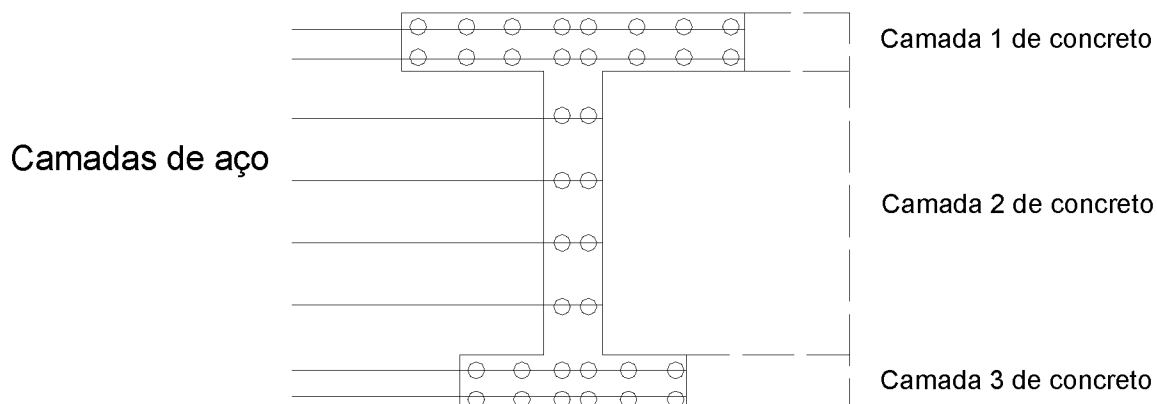


Figura C.5 – Divisão da seção em camadas

Tabela C.7 – Entrada das seções

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO	OBSERVAÇÃO
ITS	Identificador da seção	ITS = 1...NTSEC
NBTAB(ITS),	n° de camadas de concreto	A seção transversal é dividida em trapézios. Cada um deles é uma tábua
NBLTA(ITS)	n° de camadas de aço passivo	A armadura passiva é concentrada em camadas
NBLTP(ITS)	n° de camadas de aço ativo	A armadura de protensão é concentrada em camadas

Para cada seção escrever NBTAB(ITS) linhas com as seguintes informações:

U(IT), V(IT), B(IT), C(IT), IMATS(ITS,IT)

Exemplo:

.000, 106,.600, 2, 1

Tabela C. 8 – Característica de cada camada trapezoidal

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO	OBSERVAÇÃO
U(IT),	Ordenada da base inferior	
V(IT),	Ordenada da base superior	
B(IT),	Largura inferior do trapézio	
C(IT),	Largura superior do trapézio	
IMATS(ITS,IT)	Tipo de concreto do trapézio	ITS = 1...NTSEC é a seção e IT = 1...NBTAB(ITS) é a camada

Para cada seção escrever NBTLA(ITS) linhas com as seguintes informações.

YYA(ITS,IL), DAA(ITS,IL), DIA(ITS,IL), IMALA(ITS,IL), SIGIN(ITS,IL)

Exemplo:

.020, 000251, .008, 2, 0.

Tabela C.9 - Definição da camada da armadura passiva

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO	OBSERVAÇÃO
YYA(ITS,IL),	Ordenada da camada IL	
DAA(ITS,IL),	Área da camada IL	Deve-se somar as áreas de todas as barras da camada
DIA(ITS,IL)	Diâmetro do aço da camada	Só pode ser considerado um diâmetro por camada
IMALA(ITS,IL)	Tipo aço da camada IL	
SIGIN(ITS,IL)	Tensão inicial na camada	Esta tensão é nula para os aços passivos. Porém, é possível utilizar esta variável para representar uma protensão interna.

C.3.9 - Definição da cablagem interna

Escrever :

NTRONC, NOI, NOF, IMAC, FROT1, FROT2, DAI.

Tabela C.10 – Definição da cablagem interna

NTRONC	Número de trechos do cabo	
NOI	Nó inicial	
NOF	Nó final	
IMAC	Tipo de aço da camada	
FROT1	Coefficiente de atrito para trecho reto	
FROT2	Coefficiente de atrito para trecho curvo	
DAI	Diâmetro do aço ativo	Só pode ser considerado um diâmetro por camada
NOIT	Número do nó inicial	
UC	Coordenada y do nó NOIT	

GEOCAB	Geometria do cabo.	Pode ser “P” parabólico; “R” reto e “C” circular.
ANG	Ângulo formado pelo cabo e a horizontal	
RAIO	Raio do cabo se ele for circular.	
QUAD	Quadrante do ângulo procurado (1 a 4).	
CONC	Concavidade do cabo caso ele seja parabólico.	-1 concavidade para cima. 1 concavidade para baixo.

C.3.10 - Definição da cablagem externa

Escrever NCABEX blocos com as seguintes informações:

Para um cabo ICAB, escrever:

ILIAIS, NTRONC, NOI, NOF, IMAC, FROT, DAE

Exemplo:

0, 3, 1, 17,45, .001116, 0,0025

Tabela C.11 – Definição da cablagem externa

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO	OBSERVAÇÃO
ILIAIS,	Indicador de cálculo de aderência	
NTRONC	Nº de trechos do cabo	Um trecho é a porção de cabo entre dois desviadores
NOI	Nó inicial do cabo	
NOF	Nó final do cabo	
IMAC	Tipo do aço	
FROT	Coefficiente de atrito	Este coeficiente depende do material da bainha e do tipo de injeção
DAE	Área do cabo de aço	

Escrever par o cabo NTRONC(ICAB)+1 linhas com as seguintes informações:

NOIT, UC, SIGMA

Exemplo:

1, 2777, 1450

Tabela C.12 – Cablagem externa (cont)

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO	OBSERVAÇÃO
NOIT	Nó inicial do trecho	É o número da seção onde começa o trecho
UC	Ordenada do cabo	Posição vertical do cabo na seção
SIGMA	Tensão inicial	As perdas devem ser deduzidas desta tensão

C.3.11 - Carregamentos externos

Escrever uma linha com as seguintes informações:

NCH, NNCV, NCHAPI, ERRO, DLAMB

Exemplo:

5, 2, 4, .005, 1.

Tabela C.13 – Carregamento externo

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO	OBSERVAÇÃO
NCH	Nº total de carregamentos	Estes carregamentos incluem: peso próprio, cargas permanentes e cargas variáveis.
NNCV	Nº de carregamentos variáveis	O carregamento progressivo é realizado através destas cargas.
NCHAPI	Nº da carga piloto	Deve ser uma das cargas variáveis. Serve para a saída dos resultados.
ERRO	Erro valor da carga máxima	No processo iterativo, quando uma seção não pode ser equilibrada, se aplica um passo de carga menor até equilibrar a etapa. Quando a diferença entre os passos é menor que ERRO, considera-se que a seção não pode ser mais equilibrada.
DLAMB	Incremento das cargas variáveis	Este valor é uma porcentagem da carga variável inicial.

C.3.12 - Carregamentos permanentes

Escrever (NCH-NNCV) linhas com as seguintes informações:

ICH,N1,N2 ,QI(ICH), QF(ICH)

Exemplo:

1, 1, 17, .006121, .006121

Tabela C.14 – Carregamento permanente

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO	OBSERVAÇÃO
ICH	Identificador do carregamento	ICH = 1...NCH-NNCV. O carregamento pode ser trapezoidal ou concentrado. Para cargas concentradas; N1=N2 e QI(ICH)=QF(ICH)
N1	Seção inicial	É a seção onde começa o carregamento ICH
N2	Seção final	É a seção onde termina o carregamento ICH
QI(ICH),	Intensidade na seção inicial	É o valor da carga na seção N1
QF(ICH)	Intensidade na seção final	É o valor da carga na seção N2

C.3.13 - Carregamentos variáveis

Escrever NNCV linhas com as seguintes informações:

ICH,N1,N2 ,QI(ICH), QF(ICH)

Exemplo:

5, 13, 13, .01520, .01520

As variáveis têm o mesmo significado do que no caso das cargas permanentes

C.3.14 - Vínculos

Escrever um bloco com as seguintes informações:

NNOR

IJ, ID(1,IJ), ID(2,IJ) IJ1= NNOR

Exemplo:

2

1, 1, 0

3 1 0

Tabela C.15 – Vínculos

VARIÁVEL	DESCRIÇÃO	OBSERVAÇÃO
NNOR	Nº de seções de apoio.	
IJ	Seção de apoio.	
ID(1,IJ)	Condição de vínculo vertical.	No apoio, não pode ter deslocamento vertical. ID(1,IJ)=1
ID(2,IJ)	Condição de vínculo de rotação.	Para ID(2,IJ) 1: preso 0: liberado