



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS DO COMPORTAMENTO
DEPARTAMENTO DE PROCESSOS PSICOLÓGICOS BÁSICOS

**Efeito do ensino do algoritmo na aprendizagem de operações de adição e
subtração com diferentes posições da incógnita**

Karen Vargas de Araújo

Orientadora: Prof^a Dr^a Raquel Maria de Melo

Brasília, 2020.



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS DO COMPORTAMENTO
DEPARTAMENTO DE PROCESSOS PSICOLÓGICOS BÁSICOS

Efeito do ensino do algoritmo na aprendizagem de operações de adição e subtração com diferentes posições da incógnita

Karen Vargas de Araújo

Orientadora: Prof^a Dr^a Raquel Maria de Melo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências do Comportamento, Departamento de Processos Psicológicos Básicos, Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, como parte dos requisitos para obtenção do grau de mestra em Ciências do Comportamento.

Brasília, 2020

Banca Examinadora

Prof^a. Dr^a. Raquel Maria de Melo (Presidente)
Universidade de Brasília (UnB)

Prof. Dr. João dos Santos Carmo (Membro Efetivo)
Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)

Prof. Dr. Márcio Borges Moreira (Membro Efetivo)
Centro Universitário de Brasília (UniCEUB)

Prof^a. Dr^a. Raquel Moreira Aló (Membro Suplente)
Universidade de Brasília (UnB)

Dedico ao meu pai e à minha mãe.

Agradecimentos

Agradeço a Deus pela força e sabedoria nos momentos mais difíceis dessa jornada.

Ao meu pai, minha mãe e meus irmãos, Renan e Joicy, pelo amor e o apoio de sempre.

À minha orientadora Raquel Melo, pelos ensinamentos e apoio durante esse tempo que muito contribuiu para o meu crescimento profissional.

Aos meus amigos que tanto me apoiaram, principalmente nessa reta final, pelas palavras de incentivo e força.

À Rayssa e Kellen, pela compreensão da minha ausência no trabalho durante esse tempo.

Às amigas que fiz na pós, Camila e Ludmila, pelas conversas, cafés, alegrias e preocupações compartilhadas.

Às crianças que participaram do estudo, quero agradecer pelo tempo que se dedicaram e vivências que me proporcionaram.

Às coordenadoras e funcionários dos lugares em que realizei a minha coleta pela receptividade, por terem me acolhido e ajudado durante todo o tempo.

À Ana Raquel pelas sugestões, disponibilidade e ajuda.

À Adélia e aos alunos de pesquisa Luísa, Vitória, Felipe e Mariane que auxiliaram na coleta e confecção dos estímulos. Obrigada!

À Lorena, com quem pude compartilhar as minhas inseguranças e comemorar cada pequena vitória dessa caminhada.

Aos participantes da banca examinadora, João dos Santos Carmo, Márcio Moreira e Raquel Aló, por terem aceitado o convite, contribuindo com o trabalho e com o meu desenvolvimento profissional.

A CAPES, por ter financiado a pesquisa.

A pesquisa foi desenvolvida no Laboratório de Aprendizagem do Departamento de Processos Psicológicos Básicos da Universidade de Brasília, sob o escopo do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia sobre Comportamento, Cognição e Ensino (INCT-ECCE, 2014). Processos FAPESP 2014/50909-8; CNPq 465686/2014-1; CAPES 88887.136407/2017-00, com vigência de 01/01/2017 a 31/01/2023).

Esse trabalho foi apoiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) com bolsa de Mestrado.

Índice

Lista de Figuras.....	ix
Lista de Tabelas.....	xi
Resumo.....	xii
Abstract.....	xiii
Introdução.....	14
Método	
Participantes.....	28
Local.....	29
Material e Equipamento.....	30
Estímulos.....	31
Procedimento.....	33
Resultados.....	47
Discussão.....	70
Referências.....	83
Apêndices	
Apêndice I - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.....	88
Apêndice II - Termo de autorização para utilização de imagem e de som e voz...90	90
Apêndice III - Termo de assentimento da criança participante da pesquisa.....91	91
Apêndice IV - Pré-Teste Geral, Pós-Teste Geral 1 e Pós-Teste Geral 2.....92	92
Apêndice V - Instruções dos áudios e vídeos do Treino do Algoritmo.....98	98
Apêndice VI - Figura. Porcentagem de acerto nas operações de adição e subtração no Pré-Teste Geral para cada participante.....101	101

Lista de Figuras

- Figura 1.* Ilustração dos *layouts* das salas em que foram realizadas as coletas de dados. A imagem da esquerda corresponde a sala de artes na instituição de ensino e a da direita a sala de informática na instituição de abrigo.....29
- Figura 2.* Exemplos de operações de adição e subtração, com a incógnita na posição c, para cada categoria correspondente aos conjuntos A, B e C, e a quantidade total de estímulos utilizados no estudo. Para os problemas escritos são apresentados exemplos com a estrutura de transformação e de comparação.....32
- Figura 3.* Sequência de treinos e testes a que os participantes foram expostos. As setas vermelhas representam o que diferenciava a Unidade 1 e da Unidade 2.....34
- Figura 4.* Relações explicitamente treinadas no Programa de Ensino (linhas contínuas) e relações que foram apenas testadas (linhas pontilhadas) no Pré-Teste e nos Pós-Testes.....36
- Figura 5.* Exemplo de uma tentativa do Pré-Teste da relação AB (sentença com conjunto de figuras e sentença com numerais) de adição com incógnita na posição c.....37
- Figura 6.* Ilustração de telas de uma tentativa do treino de resolução de problema escrito com a incógnita na posição c, com a inclusão do algoritmo para montar a sentença com numeral no formato de tarefa de pareamento ao modelo com resposta construída.....44
- Figura 7.* Ilustração de telas do treino de resolução de problema escrito com a incógnita na posição b, com a inclusão do algoritmo para montar a sentença com numeral no formato de tarefa de pareamento ao modelo com resposta construída.....46
- Figura 8.* Porcentagem de acerto nas questões de avaliação de leitura com compreensão do livro “O menino e o Muro”.....48
- Figura 9.* Porcentagem de acerto em todas as relações do Pré-Teste Geral para cada participante.....49

<i>Figura 10.</i> Porcentagem de acerto nas operações de adição e subtração do Pré-Teste Geral para cada participante.....	50
<i>Figura 11.</i> Porcentagem de acerto nos Pré e Pós-Testes para todas as relações avaliadas (de treino e teste) nas unidades 1 e 2, por posição da incógnita, para o participante Nilo.....	51
<i>Figura 12.</i> Porcentagem de acerto nos Pré e Pós-Testes para todas as relações avaliadas (de treino e teste) nas unidades 1 e 2, por posição da incógnita, para o participante Leonardo.....	52
<i>Figura 13.</i> Porcentagem de acerto nos Pré e Pós-Testes para todas as relações avaliadas (de treino e teste) nas unidades 1 e 2, por posição da incógnita, para o participante Júlio.....	54
<i>Figura 14.</i> Porcentagem de acerto nos Pré e Pós-testes para todas as relações avaliadas (de treino e teste) nas unidades 1 e 2, por posição da incógnita, para o participante José.....	55
<i>Figura 15.</i> Porcentagem de acerto nas operações de adição e subtração das relações treinadas e testadas nos Pré-Testes, Treinos e Pós-Testes das Unidades 1 e 2 para cada participante....	56
<i>Figura 16.</i> Quantidade de erros em cada etapa do Treino do Algoritmo nas unidades 1 e 2, por operação e posição da incógnita. As etapas de Resolução com Numerais e Resolução de Problema Escrito estão representadas por “Resolução B” e “Resolução C”, respectivamente.....	64
<i>Figura 17.</i> Porcentagem de acerto no Pré-Teste Geral, no Pós-Teste Geral 1 e no Pós-Teste Geral 2 para cada participante.....	65
<i>Figura 18.</i> Porcentagem de acerto nas operações de adição e subtração no Pós-Teste Geral 2 para cada participante.....	66
<i>Figura 19.</i> Porcentagem de acerto no Pré-Teste Geral e no Pós-Teste Geral 2 para cada formato das operações, por participante.....	70

Lista de Tabelas

Tabela 1. Quantidade de Erros e de Tentativas na Etapa do Treino do Algoritmo de cada Participante nas Unidades 1 e 2.....	63
Tabela 2. Quantidade de Acertos e de Operações (entre Parênteses) no Pré-Teste Geral e Pós-Teste Geral 2 para as Operações de Adição e Subtração, por Posição da Incógnita e Formato do Problema (Numerais, Conjunto e Problemas Escritos de Transformação e de Comparação).....	67

Resumo

O objetivo do estudo foi avaliar o efeito do ensino do algoritmo para a resolução de problemas escritos após a formação de classes de equivalência com crianças entre 7 e 9 anos. O estudo foi composto por operações de adição e subtração, com a incógnita em diferentes posições (a, b e c) e em três formatos (sentença com numerais, conjunto de figuras e problema escrito). Participaram quatro crianças do 2º e 3º ano do Ensino Fundamental, com escores inferiores a 70% de acerto no Pré-Teste Geral, que avaliava a resolução de problemas nos três formatos. O programa de ensino foi dividido em duas unidades. A Unidade 1 era composta por números de 1 - 4 e a Unidade 2, por números de 5 - 9. Nas duas unidades de ensino, foram realizados treinos de discriminação condicional, testes de formação de classe de equivalência das operações de adição e subtração, com variação do formato e da posição da incógnita, e o treino do algoritmo. Após os treinos e testes de formação de classes de equivalência, foi realizado o Treino do Algoritmo, em procedimento informatizado, com o objetivo de ensinar a resolução de problemas de adição e subtração com a incógnita nas posições c, b e a. No Pós-Teste Geral, após a Unidade 2, observou-se aumento da porcentagem de acerto na resolução de problemas de adição e subtração, com a incógnita nas três posições, e nos três diferentes formatos, sendo que com problemas escritos os participantes tiveram um aumento de 39,59%. Os resultados mostraram que os participantes apresentaram um desempenho melhor em resolver problemas de subtração. Foi evidenciado o efeito do treino do algoritmo para a resolução de problemas escritos, porém há necessidade de aprimorar a automatização de cada uma das etapas.

Palavras-chave: resolução de problemas, matemática, treino do algoritmo, equivalência de estímulos, adição, subtração.

Abstract

The purpose of the study was to evaluate the effectiveness of an algorithm to solve word problems after the formation of equivalence classes with children between 7 and 9 years of age. Problems included addition and subtraction with unknown set in different positions (a, b and c), in different formats (sentence with numerals, sentence with set of figures and written problem). Four children in the 2nd and 3rd year of elementary school participated in the research, children achieved low 70% correct answers in General Pre-Test, that evaluated problem solving in three formats. The program was divided in two units. The Unit 1 was composed numbers 1 - 4 and Unit 2 numbers 5 - 9. In the two teaching units, was conducted conditional discrimination training, tests for class formation of equivalence of addition and subtraction operations, with variation of the unknown position and format, and the training of the algorithm. After formation of the equivalence class training and tests, the training of the algorithm was performed, in computerized procedure, to teach solving problems with addition and subtraction problem with unknown set in position c, b and a. In the General Post-Test 2 there was an increase in the performance of the participants in solving problems of addition and subtraction with unknowns in the three positions in different formats, and in a written problem the participants had an increase of 39,69% of correct answers. The results showed that participants solved more subtraction problem. The effect of training the algorithm to solve word problems was evidenced, but there is a need to improve the automation of each phases.

Keywords: problem solving, mathematics, algorithm training, stimulus equivalence, addition, subtraction.

Recentes avaliações do desempenho de estudantes brasileiros, do ensino fundamental e médio, em aprendizagem de matemática mostram resultados insatisfatórios. O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (*Programme for International Student Assessment - PISA*) é um instrumento de avaliação comparativa entre países que tem como objetivo mapear a qualidade da educação e promover o desenvolvimento de políticas de melhoria do ensino básico no país. São especificados indicadores do desempenho de estudantes, na faixa etária dos 15 anos, em Matemática, Leitura e Ciências. Recentemente, também tem sido avaliados outros domínios, denominados de inovadores, Letramento Financeiro e Competência Global. No Brasil, a coordenação dessa avaliação é de responsabilidade do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). O resultado dos estudantes brasileiros em matemática no último PISA, realizado em 2018, alcançaram a média nacional de 384. Esse desempenho é melhor em comparação com o que foi obtido em 2015 (377) e próximo aos dos anos de 2009 e 2012, de 386 para 389, respectivamente. Contudo, a pontuação na última avaliação do PISA coloca o Brasil no nível 1 de matemática, em uma escala que vai até 6, o que indica que apenas 1 a cada 3 estudantes teve o desempenho mínimo adequado, que corresponde ao nível 2. Com essa média, o Brasil está ao que equivale a pouco mais de 2 anos de estudos atrás dos países bem colocados (INEP, 2019)

Outra avaliação realizada no Brasil é o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), que envolve avaliações externas e em várias localidades para subsidiar o INEP a criar um diagnóstico da educação básica no país. Na última prova foram contempladas tanto as escolas da rede pública como as escolas da rede particular de ensino. O sistema é composto pela Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc), conhecida como Prova Brasil, e a Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb), que mede a proficiência em português e matemática. Na avaliação realizada em 2017, 71,67% dos alunos do ensino médio foram classificados no nível 3 de proficiência em matemática, que corresponde a insuficiente. A

escala de proficiência de matemática é dividida entre os níveis 0 a 10. Esses baixos índices nas avaliações indicam a necessidade de investimentos em pesquisas para identificar fatores que favoreçam a aprendizagem do ensino de matemática, principalmente nas séries anteriores ao ensino médio, as quais servem de base para a aquisição dos conceitos e habilidades matemáticas (INEP, 2018).

Nas séries iniciais do ensino fundamental podem ter identificadas lacunas no conteúdo de matemática que envolvem dificuldades dos estudantes na compreensão das operações, as quais podem estar relacionadas com a posição da incógnita e com a estrutura semântica das sentenças. Tais dificuldades podem comprometer a montagem correta da operação, além dos desempenhos de contagem, estimativa e, conseqüentemente, a obtenção do resultado ou a resolução do problema (Haydu & Capovilla, 1997). Falhas na aprendizagem, que não sanadas com o passar dos anos, podem contribuir para a desmotivação, a aversão e a ansiedade à matemática e para que os estudantes considerem que essa é uma disciplina difícil (Batista, 1995; Carmo & Simionato, 2012; Coelho, Santos, & Almeida, 2011; Corso & Dorneles, 2010). Outros fatores também têm contribuído para que estudantes tenham dificuldades e resistência ao ensino da matemática, tais como o contexto punitivo, a falta de incentivo dos pais para as atividades acadêmicas, e a não compreensão da aplicabilidade da matemática fora do contexto de ensino (Mendes, 2012).

Identificar as dificuldades e habilidades matemáticas parcialmente adquiridas por cada aluno se torna relevante. Quando o desempenho acadêmico esperado para a faixa etária não é aprendido podem ocorrer impactos na convivência escolar e familiar, os quais contribuem para que as atividades relacionadas à aprendizagem de matemática adquiram uma função aversiva. Dessa forma, somado ao fato de que as experiências do aluno se tornam pouco reforçadas positivamente, é possível que o estudante se esquive do contato com as atividades que envolvem a matemática (Coelho et al., 2010; Mendes, 2012; Oliveira, Boruchovitch, &

Santos, 2008). Portanto, o ideal seria ensinar conceitos matemáticos a partir do repertório atual do estudante, ou seja, considerando as habilidades já aprendidas e as dificuldades apresentadas para resolver as operações (Coelho et al., 2010).

Skinner (1998), ao abordar o tema resolução de problemas, menciona que a matemática pode se tornar pouco motivadora para a pessoa que tenta resolver um problema, mas não consegue discriminar os comportamentos necessários para obter a solução. Para a Análise do Comportamento, quando a solução para o problema não faz parte do repertório do indivíduo, ou seja, ele não é capaz de emitir a resposta imediatamente, considera-se que a situação envolve um problema (Haydu, Pullin, Iégas, & Costa, 2010). Se o indivíduo identifica e utiliza uma regra ou fórmula para resolver o problema, como é o caso do algoritmo, podemos considerar que o indivíduo não tem mais um problema (Haydu et al., 2010). Para Skinner a resolução do problema é “qualquer comportamento que manipulando variáveis, torne mais provável o aparecimento da solução” (Skinner, 1998, p.239). No caso da matemática, resolver um problema consistiria em aplicar uma fórmula corretamente que produza o número que corresponde à solução. No entanto, para a resolução de um problema de matemática, podem ser necessários que diferentes comportamentos sejam aprendidos pelo estudante para que ele consiga chegar ao resultado ou a solução (Haydu et al., 2010).

Estudos realizados a partir do referencial da Análise do Comportamento têm contribuído para a identificação de variáveis que afetam a aprendizagem de conceitos e habilidades matemáticas e o planejamento de estratégias para favorecer o processo de ensino-aprendizagem. Dentre estes, podem ser mencionados estudos relacionados com a identificação de pré-requisitos aritméticos (Donini, 2005; Gualberto, 2013) e o desenvolvimento de procedimentos de ensino de habilidades envolvidas na resolução de problemas matemáticos (e.g., Amaral, 2018; Araújo [Gualberto] & Ferreira, 2008; Capovilla,

Cesar, Seabra, & Haydu, 1997; Green, 2010; Gualberto, 2013; Haydu, Costa & Pullin, 2006; Verneque, 2011).

O paradigma de equivalência de estímulos tem sido utilizado para a avaliação e o ensino de habilidades básicas envolvidas em repertórios matemáticos com crianças com desenvolvimento típico e atípico e com estudantes com história de dificuldade de aprendizagem (Araújo [Gualberto] & Ferreira, 2008; Donini, 2005; Haydu et al., 2006; Haydu, Lorencete, & Eccheli, 2015; Henklain & Carmo, 2013a; Henklain & Carmo, 2013b). De acordo com esse paradigma, é possível descrever determinadas habilidades matemáticas a partir de redes de relações entre estímulos e entre estímulos e respostas.

A partir do ensino de, no mínimo, duas discriminações condicionais entre conjuntos de estímulos, é possível verificar a formação de classes de equivalência a partir da demonstração de relações emergentes que atendem às propriedades de reflexividade, simetria, transitividade e equivalência, em analogia ao modelo matemático da teoria dos conjuntos (Albuquerque & Melo, 2005; Sidman & Tailby, 1982). Considerando o ensino de habilidades envolvidas no conceito de número como, por exemplo, relações entre as quantidades de 1-3 figuras (Conjunto A) e os respectivos números arábicos (Conjunto B: 1, 2, 3) e os números romanos (Conjunto C: I, II, III), a propriedade reflexiva, que envolve a relação de identidade, seria demonstrada em uma tarefa de teste em que o estudante deveria relacionar cada estímulo apresentado com outro idêntico a ele (se o número arábico 1 for apresentado, então deverá ser selecionado o número 1 dentre as alternativas 1, 2 e 3). A relação de simetria seria evidenciada por relações entre estímulos em que ocorre a inversão da ordem das relações previamente ensinadas, por exemplo, se foi ensinado que as quantidades de figuras estão relacionadas com os números arábicos (AB), então os estudantes deveriam também relacionar os números arábicos com as respectivas quantidades de figuras (BA). Para avaliar a transitividade seria necessário o ensino de duas relações entre três conjuntos de estímulos, ou

seja, se foi ensinado que as quantidades de figuras estão relacionadas com os números arábicos (AB) e com os números romanos (AC), então em um teste de transitividade os estudantes deveriam relacionar os números arábicos com os números romanos (BC) e pela relação simétrica, ou de equivalência, os números romanos com os números arábicos (CB).

Green (2010) utilizou o paradigma de equivalência em um estudo com dois indivíduos com atraso no desenvolvimento e dificuldade na fala. Foram ensinadas discriminações condicionais entre nomes ditados referentes a números e respectivas quantidades representadas por figuras e número ditado e número arábico impresso, com valores de 1 a 6. Além das relações ensinadas, foi verificado nos testes que os participantes também relacionavam quantidades com números impressos e vice-versa, o que demonstrou a formação de classes de equivalências formadas por quantidades, numerais ditados e impressos. Adicionalmente, os participantes realizaram corretamente tarefas similares no computador com quantidades representadas por figuras diferentes das apresentadas no treino, o que mostra que eles aprenderam mais do que foi diretamente ensinado.

O referencial da equivalência de estímulos tem sido utilizado para investigar a aquisição de habilidades de resolução de operações básicas. No estudo de Gualberto (2013), além de propor um instrumento de avaliação de habilidades pré-aritméticas, foi desenvolvido um programa de avaliação e de ensino de adição e subtração. Participaram do estudo crianças do 2º ao 5º e foram realizados três experimentos. Nos experimentos 1 e 2 foi desenvolvido um instrumento para avaliar habilidades pré-aritméticas (e.g., contar, nomear números, completar sequências) e no Experimento 3 foi elaborado um programa de avaliação e ensino de adição e subtração, com base no paradigma de equivalência. Nove das 12 crianças que participaram da fase de avaliação de pré-requisitos foram expostas ao programa de ensino do Experimento 3. O programa de ensino era composto por três unidades, que diferiam em relação à dificuldade e aos valores dos números. A Unidade 1 era composta por tarefas com numerais de 0 a 10, a

Unidade 2 por numerais de 10 a 20 e a Unidade 3 por numerais maiores que 20. Em todas as unidades, antes de cada bloco de ensino, era realizado o Pré-Teste, seguido da fase de ensino e dos testes. Somente na Unidade 1, foi verificado o reconhecimento dos operadores de adição e subtração em formato falado, impresso e de palavra impressa. No início de cada unidade era realizado um teste com os valores da unidade, e se o participante apresentasse desempenho inferior a 90% de acerto, eram ensinadas as relações AB (numeral ditado - conjunto) e AC (numeral ditado - numeral impresso), e avaliada a formação da classe dos números - BC, CB, BE (conjunto - nomeação) e CE (numeral impresso - nomeação). Na sequência, era realizado o ensino/teste das operações (sentenças) de adição e subtração com os numerais de 0 a 10. Foram avaliadas relações entre sentenças e resultados das operações de adição e subtração: relação JB (sentença com conjunto - conjunto) e testadas as relações JC (sentença com conjunto - numeral impresso), KB (sentença com numerais - conjunto), KC (sentença com numerais - numeral impresso), BJ (conjunto - sentença conjunto), CJ (numeral impresso - sentença com conjuntos), BK (conjunto - sentença com numerais), CK (numeral impresso - sentença com numerais), JE (sentença com conjuntos - nomeação) e KE (sentença com numerais - nomeação). Caso os participantes não atingissem o critério nessas relações testadas, era realizado o ensino da relação JB (sentença com conjunto - conjunto) e o teste das demais relações. Foram verificados escores mais altos no programa de ensino para os participantes que apresentaram melhor desempenho na avaliação de habilidades pré-arithméticas do Experimento 3. Maior quantidade de erros ocorreu em operações de subtração em comparação a operações de adição. A autora sugeriu que estratégias de ensino devem ser implementadas para um melhor desempenho dos participantes, assim como, promover um maior controle experimental.

Dalton e Haydu (2015), também com base no paradigma de equivalência, utilizaram diferentes formas de apresentar problemas para investigar se esse ensino pode favorecer a

formação de classes de equivalência e a resolução de funções matemáticas do primeiro grau. Participaram do estudo nove estudantes do 8º ano do ensino fundamental, os quais foram expostos aos Pré-Teste (escrito e de relações condicionais), treinos, testes de relações emergentes e de generalização das relações ensinadas e o Pós-Teste escrito. Todos os participantes formaram classe de equivalência com elementos da linguagem algébrica (gráfico, tabela e expressão) relacionados à função matemática do primeiro grau. No Pós-Teste escrito, os participantes alcançaram 60,3% acerto. Contudo, os resultados de um dos participantes foram muito baixos comparados com os dos demais participantes. Os autores sugeriram que estudos adicionais fossem realizados para aprimorar o procedimento, pois, durante a coleta, não foi possível identificar a dificuldade do participante ao resolver os problemas do Pós-Teste Escrito.

No processo de ensino de resolução de problemas, as operações de adição e subtração podem apresentar variações que dificultam a compreensão e a resolução por parte do estudante, podendo ser o formato, a estrutura semântica e/ou a presença da incógnita em diferentes posições. O formato das operações está relacionado à maneira como o problema é apresentado, que pode ser escrito, com conjuntos de figuras, com uma balança ou com algarismos. A estrutura semântica se refere ao modo em que o problema escrito é exposto, ao significado do problema, podendo ser com as estruturas de transformação, combinação ou comparação. Na estrutura de transformação há a modificação de uma situação inicial para a situação final. A combinação é caracterizada quando duas quantidades do problema são somadas ou subtraídas e na comparação uma quantidade é comparada com a outra (Fossa & Sá, 2008; Herebia, 2007). A posição da incógnita se refere ao valor que se quer descobrir na operação, podendo variar em três posições possíveis em operações de três termos, $a + b = c$ (Henklain, Carmo, & Júnior, 2016).

Hiebert (1982) ressaltou que a estrutura semântica do problema, o valor do número, a complexidade sintática e a posição do número desconhecido na operação são fatores relacionados com a dificuldade na resolução do problema. O estudo de Hiebert (1982), realizado com 47 estudantes da 1ª série de uma escola pública, teve como objetivo identificar as estratégias que seriam utilizadas pelos participantes para solucionar problemas escritos com a incógnita em três posições (a, b e c). Eram lidos para as crianças seis problemas escritos de adição (3) e subtração (3) com variação na posição da incógnita. Para auxiliá-las a resolverem os problemas, foi disponibilizado um cubo que poderia ser utilizado quando tivessem dificuldade. Enquanto resolvia o problema, a criança deveria falar para o experimentador como chegou na solução. Os resultados mostraram que quando a incógnita estava nas posições b e c as crianças utilizavam estratégias específicas para a resolução, mas para a posição a isso não acontecia. O autor concluiu que a posição interfere na interpretação e na escolha da estratégia utilizada para solucionar o problema.

Haydu et al. (2006) investigaram se a formação de classes de equivalência entre diferentes formas de representação de operações de adição contribuiria para um melhor desempenho na resolução de problemas. A pesquisa foi realizada com sete estudantes da 1ª série do ensino fundamental que apresentavam dificuldade na resolução de problemas de adição. Foram utilizados conjuntos de estímulos formados por operações em forma de balança (A), sentença com numerais (B) e problema escrito (C), com problemas que envolviam números na operação e resultados entre 0 a 10. As operações apresentavam a incógnita nas posições a, b ou c (e.g., $? + 2 = 5$; $4 + ? = 7$; $5 + 2 = ?$). Foram treinadas as discriminações condicionais AB e AC e testadas as relações BA, CA, BC e CB. Antes dos treinos, eram fornecidas instruções sobre como realizar a operação de acordo com a posição da incógnita. Para dois participantes, foi verificado aumento na porcentagem de acerto na resolução de problemas no Pós-Teste em comparação com o Pré-Teste, os quais eram tarefas com lápis e

papel e envolviam a resolução de problemas nos três formatos. A porcentagem de acerto foi menor para os problemas escritos em comparação com os problemas em forma de balança e com numerais. Os participantes apresentaram mais erros em operações com a incógnita na posição a. Segundo as autoras, além das relações treinadas, as instruções sobre como realizar cada operação funcionou como um treino preparatório e favoreceram os desempenhos nos treinos e testes.

Oliveira e Tourinho (2001) apontaram que a aprendizagem dos desempenhos necessários para a resolução de problemas matemáticos pode ser favorecida com o ensino de algoritmos. O algoritmo pode ser definido como um conjunto de instruções detalhadas, passo a passo, para ser seguido pelo estudante até que o resultado seja obtido. Ou seja, são regras que controlam o comportamento de resolver o problema matemático. No estudo realizado por Oliveira e Tourinho, foi verificado que 73,42% dos estudantes da 1ª e 2ª série utilizaram alguma estratégia algorítmica para resolver os problemas de adição e subtração. No presente estudo será utilizado o termo “treino do algoritmo” para se referir as instruções fornecidas aos participantes para que a sequência dos comportamentos necessários para a resolução dos problemas seja executada.

De acordo com Figueiredo e Galvão (1999), o fato de o estudante seguir o algoritmo ensinado para resolver um problema indica que a utilização de tal estratégia pode tornar o processo de resolução mais eficiente. O estudo de Figueiredo e Galvão (1999) investigou as regras, ou algoritmos, que os estudantes da 1ª a 4ª série seguiam para resolver problemas de matemática de adição, subtração, divisão e multiplicação. Foram apresentadas 14 questões para cada participante. No momento da resolução, eles deveriam responder em voz alta a resposta da operação e, em seguida, explicar oralmente como chegaram ao resultado. O experimentador anotava a fala literal do participante e, posteriormente, solicitava que o problema fosse resolvido por escrito. Foi verificado que aproximadamente 82% das crianças

descreveram a estratégia utilizada para resolver o problema e informaram quem a tinha ensinado. Os resultados mostraram que, no total, os participantes erraram 27 operações.

Henklain (2012) investigou, em dois experimentos, o efeito da formação de classes de equivalência na resolução de problemas aritméticos, e também se haveria melhora no desempenho dos participantes após o ensino do algoritmo e do funcionamento da balança. O Experimento 1 teve como objetivo verificar o efeito da formação de classes de equivalência entre quatro formas de representação de problemas de adição: balança (A), sentença com numerais (B), sentença com conjunto (C) e problema escrito (D), na resolução de problemas de adição e subtração. Os problemas apresentavam três tipos de estrutura semântica e a incógnita em três posições (a, b e c), com valores e resultados de 1-9. Adicionalmente, foi avaliado o efeito do ensino de algoritmos para a solução de problemas de adição. Participaram desse experimento oito crianças entre 8 e 11 anos. Foram ensinadas discriminações condicionais entre problemas nos formatos de balança e sentença com numerais (AB), de balança e sentença com conjunto (AC), e de sentença com numerais e problema escrito (BD), e foram testadas as relações BA, CA, DB, DC, CD, AD, DA, BC e CB. Essa sequência de treinos e testes foi precedida por um Pré-Teste e seguida pelo Pós-Teste 1 de resolução de problemas com as quatro formas de representação. Em seguida, foi realizado o ensino de algoritmos, que consistia na explicação, por parte do experimentador, sobre como deveriam ser resolvidos os problemas de adição e subtração, a partir de regras e apresentação de modelos corretos de respostas. Posteriormente, foi aplicado o Pós-Teste 2 e, por último, o teste de generalização. No teste de generalização, os participantes deveriam resolver problemas com valores e resultados entre 1 e 15. Nos testes de equivalência, a média da porcentagem de acerto foi superior a 75%, o que sugere que os participantes formaram classes de equivalência. Após o ensino do algoritmo, foram verificados escores menores com a incógnita na posição a tanto em operações de adição como de subtração. A média da

porcentagem de acerto dos participantes foi maior em operações de adição e a incógnita na posição c. Quanto ao formato do problema escrito, o desempenho dos participantes foi melhor com a estrutura de transformação. Entretanto, os resultados mostraram que o ensino do algoritmo não teve um resultado igual para todos os participantes; alguns participantes se queixaram que as sessões e o experimento foram muito longos e outros demonstraram dificuldade para compreender o funcionamento da balança.

Com o objetivo de corrigir alguns problemas identificados no Experimento 1, foi realizado o Experimento 2 com oito crianças entre 7 e 12 anos. No Experimento 2 foram excluídos a representação dos problemas em formato de conjunto e os problemas escritos com estrutura de combinação; foram incluídos o treino de resolução de problemas e de utilização da balança; e foi reduzida a quantidade de tentativas de treino e teste. O Experimento 2 avaliou se a formação de classes de equivalência com três representações diferentes de problemas de adição e subtração: balança (A), sentença com numerais (B) e problema escrito (C), resultaria em melhor desempenho na resolução de problemas. Foi também investigado o efeito do ensino de algoritmos e do treino de utilização da balança. Diferente do Experimento 1, em que a subtração não esteve presente nos treinos e testes de formação de classes de equivalência, em todas as etapas do Experimento 2 eram primeiro ensinadas e testadas as relações com os problemas de adição e depois de subtração. Foram treinadas as relações entre balança e sentença com numerais (AB) e balança e problema escrito (AC), e testadas as relações BA, CA, BC e CB. Foram ensinados os algoritmos de adição e subtração, em uma mesma sessão, a partir de instrução verbal que especificava o que o participante deveria fazer para resolver a operação.

De acordo com os resultados do Experimento 2 de Henklain (2012), os participantes apresentaram média superior a 88% de acerto nos testes de equivalência. Todos os participantes apresentaram aumento na porcentagem de acerto no Pós-Teste realizado após o

treino dos algoritmos. A média de acertos em problemas da adição e subtração foi próxima. Em relação à posição da incógnita, maior porcentagem de acerto ocorreu na posição c em ambas as operações, adição e subtração. Menor porcentagem de acerto foi com a incógnita na posição a. Assim como no Experimento 1, a estrutura semântica em que os participantes tiveram uma porcentagem maior de acerto foi a de transformação e com o formato de sentença com numerais. O formato que teve a menor porcentagem de acerto foi a de problema escrito. De modo geral, os participantes apresentaram aumento crescente dos escores em todas as operações no Experimento 2, em comparação com o Experimento 1. Foi verificado também que o ensino dos algoritmos de adição e subtração em uma única sessão melhorou o desempenho de alguns participantes. Esse procedimento, juntamente com o treino da balança, foi útil para reduzir as dificuldades na solução dos problemas. Contudo Henklain avaliou que o ensino do algoritmo foi insuficiente por não alcançar o desempenho esperado (resolução correta dos problemas), o que indica a necessidade de mudanças para que os participantes consigam compreender e seguir as instruções sobre como resolver os problemas.

Neef, Nelles, Iwata e Page (2003) investigaram o efeito do ensino direto dos comportamentos necessários para resolver problemas escritos de adição e subtração com a incógnita nas posições a, b e c. Participaram do estudo dois adultos com atraso no desenvolvimento. Os passos para resolver os problemas foram divididos da seguinte forma: identificação dos numerais, da operação e do resultado. Os participantes deveriam identificar cada passo para a construção da operação, inicialmente por meio de instruções, as quais foram retiradas na última etapa do procedimento. Os resultados mostraram que ambos os participantes aumentaram a probabilidade de acertos na resolução de problemas no Pós-Teste em comparação com o Pré-Teste. Esses resultados mostram que o ensino explícito de comportamentos que auxiliam na resolução dos problemas favoreceu o aprendizado.

Tanto no estudo de Henklain (2012) quanto no estudo de Neef et al. (2003) foram utilizadas instruções verbais para o ensino dos comportamentos necessários para resolver as operações de adição e subtração. Tal procedimento favoreceu a aprendizagem, porém é possível que variáveis não controladas, comuns na interação social entre o participante e o experimentador, possam também ter afetado os resultados. Assim, seria importante desenvolver procedimentos informatizados para o ensino de algoritmos para a resolução de problemas de adição e subtração. Atividades no computador contribuem para o ensino de conceitos e resolução de problemas, como também permitem a apresentação de consequências imediatas e contingentes ao comportamento do participante (Capovilla et al., 1997). Além disso, procedimentos que são realizados em mesa podem demandar mais tempo de aplicação, o que pode favorecer o uso de instruções não padronizadas por parte do experimentador e a redução do engajamento do participante na tarefa (Amaral, 2018).

Amaral (2018) verificou o efeito do uso de dicas, no formato de vídeo e ou de figura, na emissão de comportamentos de contar nos dedos para efetuar as operações de adição e subtração. Participaram do estudo sete crianças entre 4 e 5 anos. Os participantes foram divididos em três grupos, os que receberiam dica por vídeo, dica por figura e o controle. As unidades de ensino foram separadas de acordo com os números que compunham as operações, sendo que na Unidade 1 foram utilizados os números de 0 a 8, na Unidade 2 os números de 10 a 18 e na Unidade 3 os números de 20 a 28. Cada unidade era composta por etapas de formação de classes dos numerais, das sentenças e das operações. Nas unidades de adição eram realizadas as três etapas e nas unidades de subtração não era realizada a etapa de formação de classes dos numerais. A dica era apresentada apenas na fase de treino das relações de sentença com numerais - numeral. A dica que o participante teria acesso correspondia ao grupo em que fazia parte. Para os participantes dos dois grupos experimentais (Figura e Vídeo) foi verificado aumento na porcentagem de acerto em operações de adição e

subtração, sendo que os desempenhos foram similares entre os grupos. Além disso, o uso das dicas contribuiu para aumentar a frequência do comportamento de contar nos próprios dedos para realizar a operação. Durante o treino das relações sentença com numerais - numeral, foi verificado que o comportamento de responder dos participantes não estava sendo controlado pela dica. Após a inclusão de uma etapa de instruções para o uso da dica, a dica passou a controlar o comportamento dos participantes. No estudo de Amaral (2018) foram utilizados procedimentos nos quais as tarefas, incluindo as fases com as dicas, foram realizadas no computador. A informatização e a padronização das tarefas e instruções permitiram minimizar a emissão de outros comportamentos, que poderiam funcionar como variáveis estranhas, do experimentador e do participante durante a coleta de dados.

Dessa forma, apesar das avaliações mais recentes do desempenho em matemática de estudantes no Brasil apresentarem aumento em relação a avaliações de anos anteriores, os resultados estão muito aquém do que é esperado. Estudos desenvolvidos por analistas do comportamento no âmbito da matemática, alguns citados anteriormente, mostram contribuições para o avanço no ensino de habilidades de matemática para crianças e adultos com a utilização do referencial da equivalência de estímulos, assim como, do treino de algoritmos. Contudo, o desenvolvimento de procedimentos informatizados pode contribuir para o controle de variáveis relacionadas com a interação entre participante e experimentador, especialmente quando são fornecidas instruções, que embora sejam padronizadas, podem sofrer alterações em função da variação no comportamento de cada participante.

Diante do exposto, o objetivo do presente estudo foi verificar, com a utilização de um procedimento informatizado, o efeito do ensino do algoritmo na resolução de operações no formato de problemas escritos de adição e subtração com a incógnita em diferentes posições (a, b e c), após a formação de classes de equivalência compostas por diferentes formatos de

apresentações de operações (sentenças com conjuntos de figuras, sentenças com numerais e problemas escritos).

Método

Participantes

Participaram do estudo quatro crianças entre 7 e 9 anos, alfabetizadas, procedentes de uma instituição de abrigo e uma escola particular, e com história de exposição a procedimentos de ensino de resolução de problemas de adição e subtração com um e dois dígitos e incógnita na posição c. As crianças foram indicadas pelos responsáveis das instituições e, posteriormente, convidadas a participarem da pesquisa, sendo necessária a autorização dos pais e assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE; Apêndice I), do Termo de Autorização para Utilização de Imagem e Som de Voz (Apêndice II) e do Assentimento por parte de cada criança (Apêndice III). As 28 crianças, que aceitaram participar, realizaram as avaliações de leitura e de resolução de problemas de matemática. Foram selecionadas as seis crianças que atingiram o critério de acerto igual ou superior a 80% no teste de leitura com compreensão e desempenho igual ou inferior a 70% no Pré-Teste Geral (que será posteriormente descrito). No entanto, duas crianças encerraram a sua participação no decorrer da pesquisa e os respectivos dados não constam nessa dissertação. Uma criança solicitou, espontaneamente, para sair da pesquisa, e a outra foi desligada do abrigo em decorrência da conclusão do processo de adoção.

A realização da pesquisa teve a aprovação do projeto pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais (CEP/CHS) - CAAE: 08874818.7.0000.5540, Parecer: 3.307.419. Os responsáveis e as crianças foram informados sobre a possibilidade de retirarem o consentimento em participar da pesquisa em qualquer fase do estudo, bem como a respeito de possíveis riscos e benefícios.

Local

A pesquisa foi realizada em salas especialmente organizadas nas duas instituições, que não possuíam atividades planejadas no horário destinado à coleta de dados. Na instituição de abrigo, foi utilizado o espaço da sala de informática, o qual continha livros, computadores, mesas, cadeiras, e possuía janelas que permitiam a iluminação natural, cortinas e ar-condicionado. Na instituição de ensino, foi utilizada a Sala de Criação (espaço para a realização de atividades de artes) que era equipada com diversos materiais organizados em armários e estantes, uma mesa grande central, carteiras, cadeiras, computador e impressora. Essa sala tinha iluminação natural e ventilador. Em ambos os espaços a coleta foi realizada individualmente durante todo o procedimento.

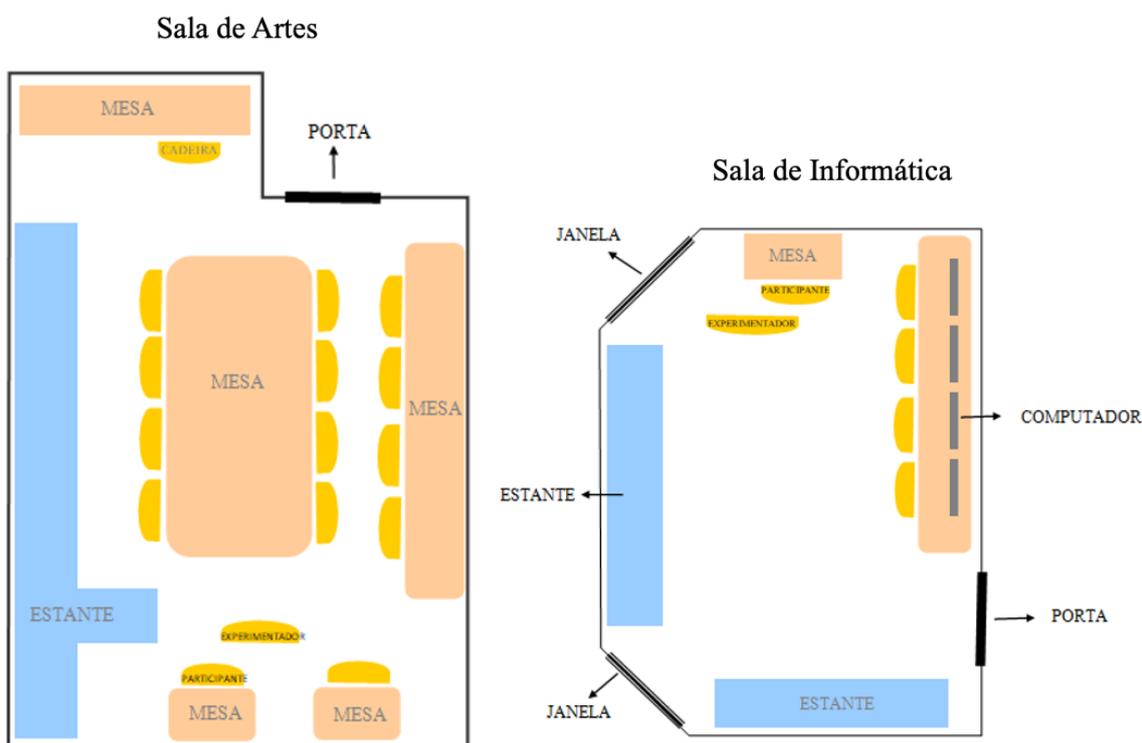


Figura 1. Ilustração dos layouts das salas em que foram realizadas as coletas de dados. A imagem da esquerda corresponde a sala de artes na instituição de ensino e a da direita a sala de informática na instituição de abrigo.

Materiais e equipamentos

Para a realização da pesquisa foi utilizado um computador Intel Core i3, com sistema operacional *Windows 10* e o *software* Contingência Programada (Hanna, Batitucci, & Batitucci, 2014), que permitiu a programação necessária do procedimento para a realização da pesquisa, a apresentação de estímulos visuais e auditivos, o registro das respostas de seleção, e a apresentação de consequências para as respostas corretas e incorretas. Também foi utilizado o programa *Power Point* da *Microsoft (Office 365 para a plataforma Windows)* para a confecção, em formato pptx, de apresentação de slides para a informatização da tarefa de ensino do algoritmo para a resolução de problemas escritos de adição e subtração. Os participantes utilizaram fone de ouvido (*headphone* da marca Mex) para melhorar a nitidez dos estímulos auditivos apresentados nas sessões experimentais e para diminuir a probabilidade da interferência de sons externos. As tarefas escritas (Pré e Pós-Testes, posteriormente descritos) foram impressas em folha de papel A4 (Apêndice IV).

Na etapa de seleção dos participantes, foi utilizado o livro *O menino e o Muro*, do Módulo 3 de ensino de histórias infantis que faz parte do *Programa Aprendendo a Ler e Escrever em Pequenos Passos* (ALEPP; Hanna et al., 2015; Rosa Filho, de Rose, de Souza, Hanna, & Fonseca, 1998). O livro é informatizado e composto por uma sequência de slides, confeccionados no programa *Power Point*. Cada página da história corresponde a um slide com a apresentação de frases curtas juntamente com a figura correspondente. Esses slides são intercalados por slides com perguntas (em áudio ou texto) e opções de respostas (texto ou figura) e a tarefa do participante consiste em selecionar a alternativa correta.

Foram também utilizados brinquedos (e.g., Vai e Vem, jogo da memória, boliche, Pula Macaco, Pênalti do Gugu) organizados em uma caixa de plástico que ficava posicionada em um dos cantos da sala de coleta de dados. Adicionalmente, foram utilizados jogos infantis (e.g, *Miraculous Ladybug & Gato Noir* e *Subway Sufers*) instalados em um *smartphone*

Samsung S10. O *smartphone* também possibilitou a filmagem, com resolução de gravação 4k (2160p), de todas as sessões.

Estímulos

Foram utilizados três conjuntos de estímulos: Sentença com conjunto de figuras (A), Sentença com numerais (B) e Problema escrito (C), conforme Figura 2. A Unidade 1 era composta por operações com números de 1 a 4 e a Unidade 2 por operações com números de 5 a 9. Os problemas de adição e subtração dos conjuntos A, B e C foram apresentados com a incógnita em três posições diferentes: a, b e c. Para as sentenças com numerais, os problemas foram apresentados nos seguintes formatos: $? + 2 = 5$ ou $? - 2 = 1$; $3 + ? = 5$ ou $3 - ? = 1$; e $3 + 2 = ?$ ou $3 - 2 = ?$, com a incógnita nas posições a, b e c, respectivamente. No caso dos problemas escritos, além de ser de adição ou subtração e com variação na posição da incógnita, o problema escrito poderia ser apresentado com estrutura de transformação ou de comparação. Um exemplo com a incógnita na posição “a” de um problema escrito com estrutura de transformação seria: “João tinha ? bolas. Ganhou mais 2 de presente e ficou com 5 ao todo. Quantas bolas João tinha antes ganhar o presente?”. Quando o problema era escrito na estrutura de comparação, a estrutura da sentença era a seguinte: “Paula tinha ? laços e Cláudia tinha 2 a mais que Paula. Ao todo, Cláudia tinha 6 laços. Quantos eram os laços de Paula?”. Para as sentenças com conjunto de figuras, as quantidades foram representadas por diferentes estímulos tais como copos, bolas ou flores. A disposição espacial das representações foi apresentada de modo variado para cada quantidade, ou seja, se a operação fosse $3 + 2 = ?$, o número 3 era representado por 3 bolas na diagonal e a quantidade 2 com duas bolas também na diagonal. No próximo estímulo que aparecesse a quantidade 3, a disposição espacial mudava para 3 bolas na horizontal, por exemplo.

Conjunto	Categoria	Exemplo		Quantidade
A	Sentença com conjunto de figura			300
B	Sentença com numerais	$2 + 1 = ?$	$3 - 3 = ?$	60
C	Problema escrito de transformação	JOÃO TINHA 2 BONÉS. GANHOU MAIS 1 E FICOU COM ? BONÉS AO TODO. QUANTOS BONÉS JOÃO FICOU AO TODO?	ANA TINHA 3 COPOS. PERDEU 3 COPOS E FICOU COM ? COPOS AO TODO. QUANTAS COPOS ANA FICOU AO TODO?	300
	Problema escrito de comparação	ADRIANA TINHA 3 BALAS E LUCIANA TINHA 2 A MAIS QUE ADRIANA. AO TODO, LUCIANA TINHA ? BALAS. QUANTAS BALAS TINHA LUCIANA?	ADRIANA TINHA 9 BALAS E LUCIANA TINHA 8 A MENOS QUE ADRIANA. AO TODO, LUCIANA TINHA ? BALAS. QUANTAS BALAS TINHA LUCIANA?	

Figura 2. Exemplos de operações de adição e subtração, com a incógnita na posição c, para cada categoria correspondente aos conjuntos A, B e C, e a quantidade total de estímulos utilizados no estudo. Para os problemas escritos são apresentados exemplos com a estrutura de transformação e de comparação.

Para a apresentação das instruções durante o treino do algoritmo foram utilizados áudios (72) e vídeos (24) com a especificação dos comportamentos que o participante deveria executar em cada etapa da resolução do problema (Apêndice V).

Os estímulos utilizados na tarefa de pareamento ao modelo foram confeccionados no *Power Point*, salvos em formato de figura (JPEG), e configurados no programa *Photoscape* para a dimensão 6,8 cm x 6,8 cm. As figuras e os áudios de instruções também foram confeccionados no programa *Power Point*. Os vídeos de demonstração das tarefas do algoritmo foram feitos no programa *OBS Studio* e editados no site *Online vídeo cutter*.

Procedimento

Para avaliar o efeito da formação de classes de equivalência e do treino do algoritmo para resolver problemas de adição e subtração, foi utilizado o delineamento de sujeito único. Inicialmente, todos os participantes foram expostos ao Pré-Teste Geral e aqueles que atingiram porcentagem igual ou inferior a 70% de acerto realizaram as unidades de ensino. O Programa de resolução de problemas escritos era composto por duas unidades de ensino de operações de adição e subtração, realizadas de maneira alternada, com a incógnita em diferentes posições (a, b e c), sendo que na Unidade 1 as operações continham números de 1 a 4 e na Unidade 2 os números variavam de 5 a 9. Em cada unidade, para as operações de adição e subtração, com as três posições da incógnita (na sequência c, b e a), eram realizados: (1) Pré-Teste das discriminações condicionais que seriam treinadas e testes de formação de classes de equivalência; (2) treino isolado e misto de relações condicionais entre diferentes formas de representação das operações de adição e subtração (AB: sentenças com conjuntos de figuras e sentença com numerais e AC: sentenças com conjuntos de figuras e problemas escritos); e Pós-Teste das mesmas relações avaliadas no Pré-Teste. Após a sequência de treinos e testes para as três posições da incógnita, era realizado o treino do algoritmo de resolução dos problemas de adição e subtração, seguido do Pós-Teste Geral 1. Na Unidade 2, os participantes eram expostos a mesma sequência de treinos e testes, mas com operações com números de 5 - 9, e ao final do treino de algoritmo, era realizado o Pós-Teste Geral 2. A Figura 3 apresenta a estrutura do Programa de Ensino.

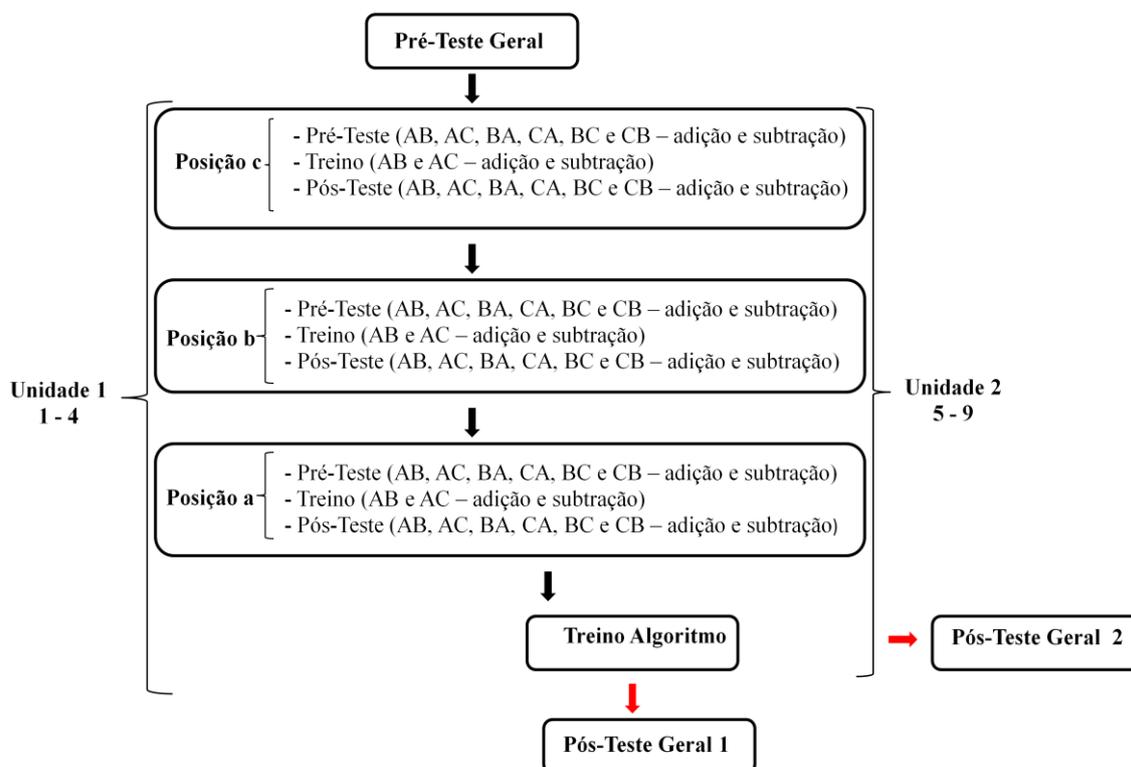


Figura 3. Sequência de treinos e testes a que os participantes foram expostos. As setas vermelhas representam o que diferenciava a Unidade 1 e da Unidade 2.

Como consequência para o engajamento e comprometimento na realização das atividades, após o final de cada sessão e independente do desempenho nas tarefas, o participante poderia brincar com um dos jogos da caixa com brinquedos ou dos aplicativos disponíveis no *smartphone*, por um período de 3 a 5 minutos.

Pré-Teste Geral. Essa avaliação (Apêndice IV) foi realizada no formato de tarefa com lápis e papel e era composta por 12 operações de adição misturadas com 12 operações de subtração em três formatos: sentença com conjunto de figuras (6), sentença com numerais (6) e problemas escritos (12), e com a incógnita nas posições a (8), b (8) e c (8). Foram utilizados numerais de 1 a 9, eram apresentadas sentenças com conjuntos de figuras, sentença com numerais e problemas escritos com operações de treino (12) e novas (12), e os problemas escritos apresentavam estrutura de transformação (6) e de comparação (6).

O Pré-Teste era realizado individualmente e o participante sentava-se em uma mesa distante da experimentadora. O participante era solicitado a resolver cada operação e escrever o valor da incógnita, ou seja, a solução da operação, no retângulo destinado à resposta. Durante a realização dessa avaliação não era fornecido *feedback* para as respostas corretas ou incorretas.

Programa de Ensino. O Programa era composto por duas unidades de ensino de operações de adição e de subtração que se diferenciaram pelos numerais utilizados (Figura 2). Cada unidade foi composta por quatro etapas de ensino, sendo três etapas para as posições da incógnita (na sequência c, b, a) e uma para o treino do algoritmo. Nas três primeiras etapas, os participantes passavam pelo Pré-Teste, Treino Isolado (uma discriminação condicional de cada vez) e Treino Misto (discriminações condicionais misturadas) e pelo Pós-Teste. Ao finalizar a Etapa 3, que correspondia as operações com a incógnita na posição a, era iniciada a etapa de treino do algoritmo, sendo que primeiro eram ensinadas as operações de adição e depois as de subtração. A seguir serão detalhadas as etapas do Programa de Ensino.

Pré-Teste. Esse teste teve como objetivo verificar o desempenho em tarefas de pareamento ao modelo que envolviam discriminações condicionais, de treino e de teste, entre diferentes formas de representação de operações de adição e de subtração (Figura 3). O Pré-Teste era composto por seis blocos, com 10 tentativas em cada, sendo cinco tentativas de adição e cinco de subtração. Dentre as cinco discriminações condicionais com operações de adição ou de subtração, três eram com operações que seriam posteriormente treinadas e duas com operações que seriam apenas avaliadas no Pré-Teste e nos Pós-Testes. No primeiro bloco eram apresentadas tentativas da relação AB (sentença com conjunto de figuras e sentença com numerais) e no segundo bloco tentativas da relação AC (sentença com conjunto e problema escrito), as quais seriam treinadas explicitamente no Programa de Ensino. Posteriormente, eram apresentados os blocos com as relações de teste BA (sentença com numerais e sentença

com conjunto de figuras), CA (problema escrito e sentença com conjunto de figuras), BC (sentença com numerais e problema escrito) e CB (problema escrito e sentença com numerais), nessa sequência.

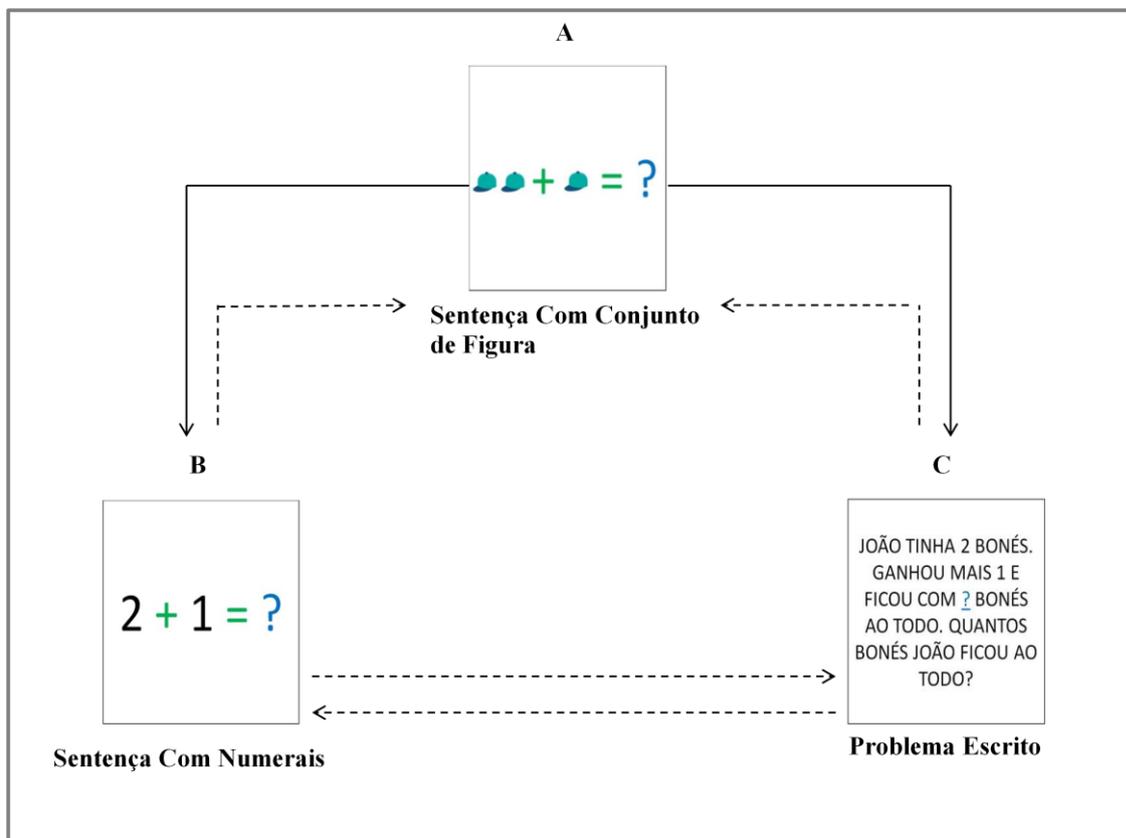


Figura 4. Relações explicitamente treinadas no Programa de Ensino (linhas contínuas) e relações que foram apenas testadas (linhas pontilhadas) no Pré-Teste e nos Pós-Testes.

Em cada tentativa de teste era apresentado o estímulo modelo na parte superior da tela. Após o participante clicar no estímulo modelo, eram apresentados três estímulos de comparação na parte inferior (Figura 4). A tarefa consistia em selecionar, dentre as comparações, o estímulo que correspondia ao modelo. Entretanto, o participante não era informado se a resposta estava correta ou não. Posteriormente, era apresentada uma tela cinza por 1 s (IET - Intervalo Entre Tentativas) e, em seguida, iniciava uma nova tentativa.

Caso o participante alcançasse 100% de acerto em todos os blocos do Pré-Teste, não eram realizados os treinos correspondentes a etapa de ensino da incógnita. Se o participante

atingisse uma porcentagem de acerto menor que 100%, eram iniciados os treinos de discriminações condicionais com diferentes representações das operações.

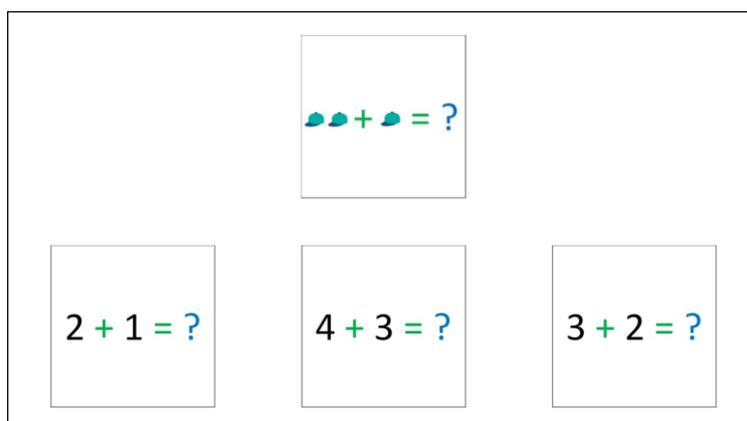


Figura 5. Exemplo de uma tentativa do Pré-Teste da relação AB (sentença com conjunto de figuras e sentença com numerais) de adição com incógnita na posição c.

Treinos de discriminações condicionais. Foram ensinadas as relações AB (sentença com conjunto de figuras e sentença com numerais) e AC (sentença com conjunto de figuras e problema escrito) com três operações de adição e três de subtração, isoladas e, posteriormente, misturadas (Treino Misto). Inicialmente foram treinadas as relações AB e AC com operações de adição e, posteriormente, as relações AB e AC com operações de subtração.

Os treinos de discriminações isoladas (AB ou AC) eram compostos por 11 blocos, com o total de 21 tentativas, e foram realizados com o procedimento de pareamento ao modelo. Diante da apresentação do estímulo modelo (A - sentença com conjunto de figuras), após o participante clicar com o *mouse* sobre esse estímulo, eram apresentados os estímulos de comparação (B - sentença com numerais ou problema escrito - C, dependendo do treino). A incógnita era apresentada na mesma posição nos estímulos modelo e de comparação. Entre as tentativas, eram variados os estímulos modelos e para cada modelo o participante deveria selecionar, dentre as três alternativas, o estímulo de comparação correspondente, ou seja, a sentença com numerais (B) ou o problema escrito (C) correspondente à sentença com

conjunto de figuras (A). A posição dos estímulos de comparação na parte inferior da tela (esquerda, centro e direita) variava entre as tentativas. A quantidade de estímulos de comparação era aumentada de forma gradual. Na primeira tentativa era apresentado um estímulo de comparação, na segunda eram apresentados dois estímulos e da terceira tentativa em diante, três estímulos de comparação. Em todas as tentativas de treino as respostas de seleção eram seguidas por consequências diferenciais. As respostas corretas resultavam na apresentação da imagem de um personagem de desenho infantil (e.g., Mutano, Mônica ou Solução), conjuntamente com o estímulo auditivo: “Muito bem, amigão” ou “Que demais!”, entre outros, com a voz do personagem que aparecia na tela, sinalizando que a alternativa selecionada pelo participante estava correta. Posteriormente, era apresentada uma tela cinza por 1 s (IET - Intervalo Entre Tentativas) e, logo em seguida, iniciava uma nova tentativa. Caso a resposta fosse incorreta, era apresentado um “X” vermelho no centro da tela, seguido do IET por 1 s e, posteriormente, por uma nova tentativa.

Em cada treino (AB ou AC) foram utilizadas três operações e foi exigido o critério de 100% de acerto no bloco final, formado por seis tentativas (duas para cada operação). Se esse critério não fosse atingido, a sessão de treino era repetida. Uma mesma sessão de treino poderia ser repetida por até três vezes e, se mesmo assim o critério não fosse atingido, a participação da criança era encerrada.

Após o treino da relação AB de adição, o participante era exposto ao treino da relação AC de adição e, posteriormente, eram realizados os treinos das relações AB e AC de subtração. Após atingir o critério em todos esses treinos de discriminações condicionais isoladas, era realizado o Treino Misto.

Foram realizadas duas sessões para o Treino Misto, sendo uma para a relação AB e outra para a relação AC, nessa ordem. Cada sessão de Treino Misto (AB ou AC) era composta por 12 tentativas, organizadas em três blocos. No primeiro bloco eram apresentadas três

tentativas de adição, no segundo três tentativas de subtração e no terceiro eram apresentadas seis tentativas, três de adição e três de subtração. Foram utilizadas as mesmas consequências para respostas corretas e incorretas, assim como os critérios de finalização das sessões e de participação na pesquisa, do treino de discriminações condicionais isoladas. Assim, era necessário que o critério de 100% de acerto no bloco final fosse atingido nas duas sessões de Treino Misto (AB e AC).

Pós-Teste. O Pós-Teste apresentava as mesmas características do Pré-Teste. Era necessário atingir o critério de porcentagem de acerto igual ou superior a 90% nas tentativas de teste BA, CA, BC e CB para avançar para os treinos e testes com a próxima incógnita. Quando o participante finalizava o Pós-Teste da terceira etapa com a incógnita na posição a, era iniciada a etapa do treino do algoritmo.

Treino do algoritmo. Esse treino teve como objetivo ensinar as etapas de resolução de operações de adição e subtração com a incógnita nas posições c, b e a de problemas escritos. Inicialmente, foi realizado o treino do algoritmo das operações de adição, seguindo a sequência da posição da incógnita, ou seja, primeiro foi realizado o treino de resolução de problemas com a incógnita na posição c, depois na posição b e, por último, na posição a. Concluído o treino das operações de adição, foi realizado o treino das operações de subtração. O treino do algoritmo de cada unidade era composto por 24 operações, sendo 12 de adição e 12 de subtração. Dentre as 12 operações de adição ou de subtração, eram apresentadas quatro para cada posição da incógnita (c, b e a). Na primeira tentativa do treino do algoritmo de resolução de problemas com cada posição da incógnita, eram apresentadas instruções em formato de vídeo e áudio.

O treino do algoritmo era dividido em cinco etapas de ensino dos seguintes desempenhos: construir a sentença com numerais, alterar a incógnita para a posição c, resolver a operação com numerais, conferir a resolução da operação com numerais, e resolver

o problema escrito. Na etapa da *construção* a tarefa do participante consistia em ler o problema escrito e montar a operação em formato de sentença com numerais. Na etapa de *transformação*, o participante deveria alterar a posição da incógnita na operação para a posição *c*. *Resolução com numerais*, era a etapa em que o participante deveria selecionar, dentre três alternativas, o número que correspondia ao valor da incógnita na operação em formato de sentença com numerais, com a incógnita na posição *c*, correspondente ao problema escrito. Na etapa de *conferência*, era apresentada a operação em formato de sentença com numerais com a incógnita na posição original do problema escrito e o participante deveria verificar se o numeral selecionado correspondia a resolução correta da operação. Na última etapa do treino do algoritmo, o problema escrito era reapresentado e o participante deveria selecionar a resposta que correspondia ao valor da incógnita. Essa era a etapa denominada de *resolução do problema escrito*.

A seguir será detalhada uma tentativa de cada etapa do treino do algoritmo.

Construção. Inicialmente, era apresentada na parte central da tela do computador, a figura de uma seta para a direita, na cor azul escuro, em um quadrado azul claro, ícone de “play” (Figura 6, tela “a”). Após o experimentador clicar nesse ícone, era apresentado um vídeo com duração de, aproximadamente, de 1 min e 30 s com as instruções iniciais (Apêndice V). Essas instruções especificavam os vários comportamentos que o participante deveria executar ao mesmo tempo em que imagens das mudanças correspondentes ocorriam na tela. Após esse primeiro vídeo, era apresentada uma tela com um ícone de play pequeno (0,74 cm x 0,8 cm) no canto superior esquerdo da tela. Era necessária a resposta de clicar do experimentador nesse ícone para iniciar a apresentação do segundo vídeo (1 min), com as instruções sobre o que o participante deveria fazer para montar a sentença com numerais correspondente ao problema escrito (Apêndice V). Após o vídeo, diversos estímulos eram apresentados de forma gradativa. Primeiro, aparecia na parte superior da tela do computador

um problema no formato escrito (estímulo modelo). Após o participante ler o problema escrito em voz alta, eram apresentadas, aproximadamente no meio da tela, o local (linhas separadas por espaços e o sinal de igual) em que a sentença com os numerais deveria ser construída, e, depois, na parte inferior da tela os numerais, operadores e a incógnita (ponto de interrogação na cor azul), completando a tela com todos os estímulos (Figura 6, tela “b”). A tarefa do participante consistia em selecionar os números, o operador e a incógnita (interrogação) que compunham a operação, tocando o dedo na tela sobre o item correspondente, até completar a montagem da operação, seguindo a sequência da esquerda para a direita. Caso a construção da operação fosse correta, era apresentada como consequência a imagem de um *smile* com movimento (formato GIF), conforme Figura 6, tela “c”. Erros a qualquer momento do ensino de algoritmo resultavam no retorno ao início da tentativa (tela “b”, Figura 6). Em uma mesma sessão poderiam ocorrer até três erros. Quando esse limite era alcançado, o ensino era encerrado e retomado na sessão seguinte. Após a construção correta da operação no formato de sentença com numeral, era apresentada a próxima tela (“d”, Figura 7).

Transformação. Quando o problema escrito estava com a incógnita na posição c, essa etapa não era necessária. A transformação, portanto, era realizada somente quando a operação continha a incógnita nas posições b ou a. No canto superior esquerdo da tela era apresentado o ícone de “play”, e após o experimentador clicar nesse ícone era apresentado o terceiro vídeo com a instrução de como o participante deveria transformar a operação a partir da mudança da incógnita para a posição c (Figura 7, tela “d”). Quando a operação de adição estava na posição b, a instrução era a seguinte:

Para ajudar a resolver essa operação vamos precisar alterar a posição dos números e mudar o sinal de mais para menos. Vamos lá! Para isso, selecione o número que está

depois do sinal de igual. Em seguida selecione o sinal e depois o outro número e, por último, a interrogação.

No caso da operação de adição na posição a era fornecida uma instrução parecida com a da posição b, porém mudava a ordem dos números para compor a operação (Apêndice V). O primeiro item que deveria ser selecionado era o número que estava depois do sinal de igual, em seguida o operador, depois o número que estava na posição a e, por último, a incógnita. Após o participante modificar a operação, alterando a posição da incógnita para a posição c, a operação deveria ser resolvida (Figura 7 tela “f”).

Resolução com numerais. No canto superior esquerdo da tela era apresentada a figura de um alto-falante (*link* de som), juntamente com a operação no formato de sentença com numerais (modelo) na parte superior da tela e com três alternativas de numerais (possíveis valores para a incógnita; estímulos de comparação) na parte inferior (Figura 6, tela “d”). Quando a experimentadora clicava no alto-falante era apresentado o áudio de uma instrução (e.g., “2 mais 2 é igual a?”). Após o áudio da instrução, o participante deveria selecionar o numeral que considerava que era a solução da operação. Se a resposta fosse correta era apresentada uma imagem em formato de GIF (e.g., serpentinas, confetes coloridos), que mudava em cada tentativa (tela “e”, Figura 6). Caso o participante errasse mais de uma vez nessa etapa de resolução da operação com numerais, era apresentada uma tela similar, porém com a inclusão de uma sentença com conjunto de figuras, na parte central da tela, com função de dica para auxiliar na resolução do problema (Figura 6, tela “f”). Adicionalmente, era apresentado o áudio com a seguinte instrução: “conte a quantidade de laranjas para solucionar o problema. Duas laranjas mais duas laranjas é igual a ?”. Se a escolha do número, dentre as alternativas na parte inferior da tela, fosse correspondente ao resultado da operação com números (estímulo modelo), era apresentado um GIF (Figura 6, tela “g”) e, em seguida, era apresentada a próxima tela (h).

Resolução com problema escrito. Nessa etapa era apresentado no canto superior esquerdo um *link* de áudio que continha a instrução “Resolva a operação”, juntamente com o problema escrito (modelo) na parte superior e os numerais (estímulos de comparação) na parte inferior (Figura 6, tela “h”). Os numerais que correspondiam às opções de escolha para a resolução da operação, eram apresentados em ordem diferente da que foi previamente apresentada com o problema com numerais (telas “d e f”). Caso o participante selecionasse o numeral que correspondia à solução da operação, era apresentada a tela de consequências para respostas corretas: um personagem ou personagens de desenhos infantis e o áudio com a voz de um dos personagens falando uma palavra ou uma sentença de aprovação (e.g., “Mandou benção!” “Brilhante!”), conforme Figura 6, tela “i”. Posteriormente, era apresentada a tela cinza de IET por 1 s, seguida de uma nova tentativa. Se a resposta fosse incorreta, era apresentada apenas a tela de IET por 1s (Figura 6, tela “j”) e a tentativa era reiniciada (Figura 6, tela “b”). Nas tentativas seguintes, não eram apresentadas as instruções, ou seja, o participante deveria realizar toda a tentativa sem as instruções do vídeo (Figura 6, telas “a” e “b” e Figura 7, telas “a”, “b” “d”) e as instruções dos áudios (Figura 6, telas “d” e “h” e Figura 7, telas “f”, “j” e “k”). Os áudios na tela de dica com a instrução para resolver a operação no formato de sentença com conjunto de figuras era mantido em todas as tentativas (Figura 6, tela f).

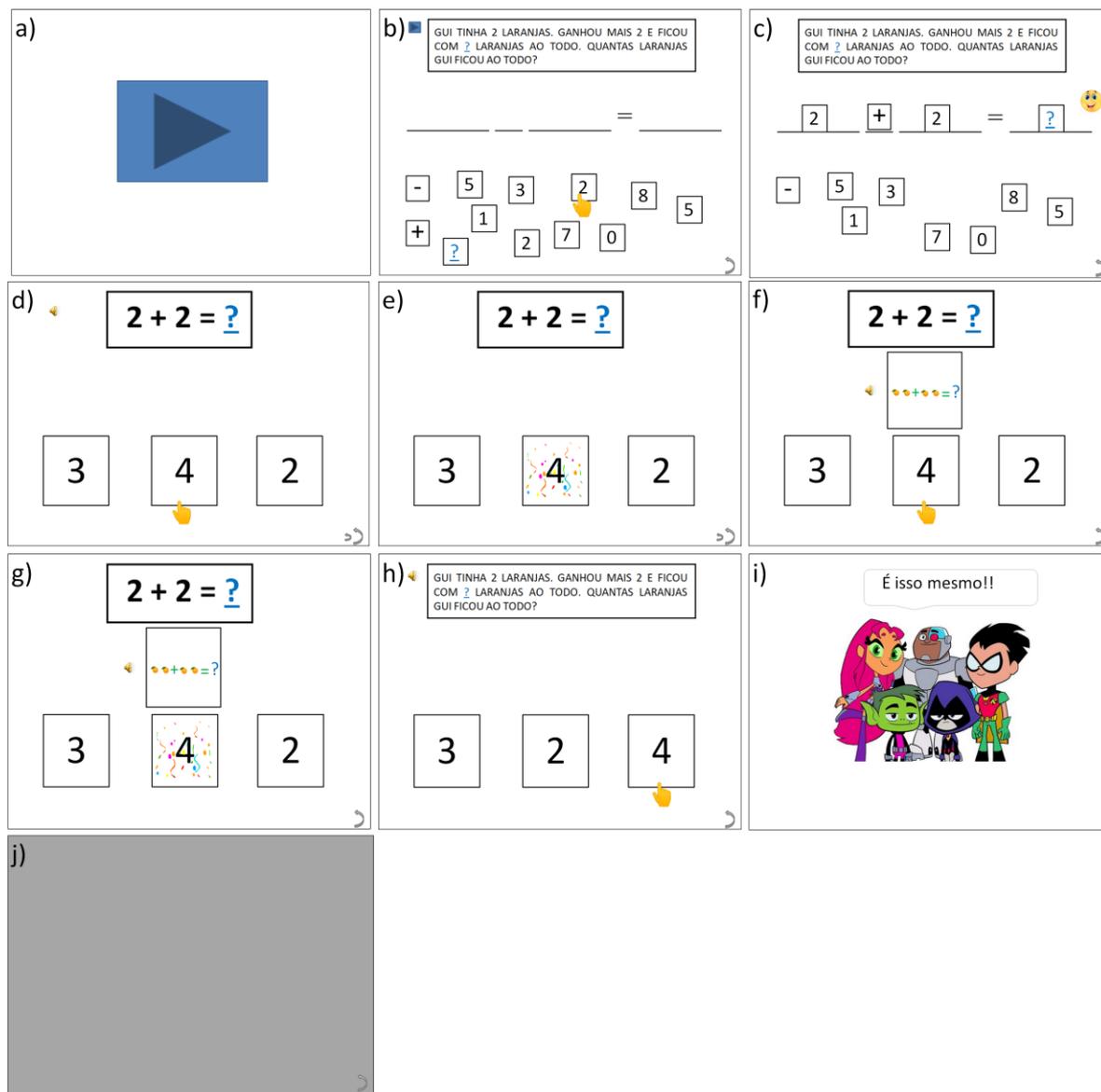


Figura 6. Ilustração de telas de uma tentativa do treino de resolução de problema escrito com a incógnita na posição c, com a inclusão do algoritmo para montar a sentença com numeral no formato de tarefa de pareamento ao modelo com resposta construída. A mão amarela representa o local em que a criança deveria apontar. A seta cinza que aparece no canto inferior direito nas telas “b”, “c”, “d”, “e”, “f”, “g”, “h” e “j”, era clicada pelo experimentador quando o participante errava e resultava no retorno ao início da tentativa (tela “b”, com a tela em branco). A seta cinza menor (nas telas “d” e “e”) tinha a função de pular para a tela “f” quando o participante errava três vezes na fase de resolução com numerais.

Após o treino do algoritmo de adição, o participante era exposto ao treino do algoritmo de subtração na sessão seguinte. O que mudava era a instrução na etapa de transformação da incógnita nas posições b e a. Na posição b, foi fornecida a seguinte instrução:

Para ajudar a resolver essa operação vamos precisar alterar a posição dos números. Vamos lá! Para isso, selecione o número que está no início da operação. Em seguida selecione o sinal e depois o outro número e, por último, a interrogação.

E a instrução apresentada para a transformação com incógnita na posição a foi:

Para ajudar a resolver essa operação vamos precisar alterar a posição dos números e mudar o sinal de menos para mais. Vamos lá! Para isso, selecione o número que está depois do sinal de igual. Em seguida selecione o sinal e depois o outro número e, por último, a interrogação.

Após finalizar o treino do algoritmo das operações de adição e de subtração com a incógnita nas posições, c, b e a da Unidade 1, os participantes realizavam o Pós-Teste Geral 1.

Pós-Teste Geral 1. Esse teste era similar ao Pré-Teste Geral. Era realizado no formato de lápis e papel e sem a apresentação de consequências para respostas corretas ou erradas. Após o Pós-Teste Geral 1, o participante era exposto a Unidade 2.

A sequência de treinos e testes da Unidade 2 era igual a da Unidade 1. O que diferenciava as duas unidades eram os números das operações que variavam de 5 - 9 e a inclusão na Unidade 2 da etapa de *Conferência* no ensino do algoritmo (Figura 7, tela “j”).

a) 

b) GUI TINHA 2 LARANJAS. GANHOU MAIS 2 E FICOU COM 4 LARANJAS AO TODO. QUANTAS LARANJAS GUI GANHOU?
 _____ = _____
 - 2 4 2 5 6
 + ? 9 7 1 3

c) GUI TINHA 2 LARANJAS. GANHOU MAIS 2 E FICOU COM 4 LARANJAS AO TODO. QUANTAS LARANJAS GUI GANHOU?
 2 + ? = 4
 - 9 7 1 3 5 6

d) $2 + ? = 4$
 _____ = _____
 - 2 4
 ?

e) $2 + ? = 4$
 4 - 2 = ?

f) $4 - 2 = ?$
 2 4 1

g) $4 - 2 = ?$
 2 4 1

h) $4 - 2 = ?$

 2 4 1

i) $4 - 2 = ?$

 2 4 1

j) $2 + ? = 4$
 2

k) GUI TINHA 2 LARANJAS. GANHOU MAIS 2 E FICOU COM 4 LARANJAS AO TODO. QUANTAS LARANJAS GUI GANHOU?
 4 1 2

l) Muito bem, amigão!


m) 

Figura 7. Ilustração de telas do treino de resolução de problema escrito com a incógnita na posição b, com a inclusão do algoritmo para montar a sentença com numeral no formato de tarefa de pareamento ao modelo com resposta construída. A mão amarela e as setas cinza tinham as mesmas funções que estão descritas na Figura 6.

Na etapa de conferência, era apresentada a sentença com numerais com a incógnita na posição original. Era solicitado, por instrução de áudio (Apêndice V), que o participante verificasse se a alternativa escolhida solucionava a operação de forma correta. Caso estivesse correta, o participante deveria selecionar o numeral e seguia para a próxima tela (Figura 7, “h”). Se o participante realizasse a conta, substituindo o número que aparece na parte inferior pela incógnita, e verificasse que o cálculo estava errado, ele deveria tocar na seta do canto inferior direito da tela o que resultava no retorno para a tela anterior (Figura 7, tela “b”).

Na Unidade 2, após a finalização do treino do algoritmo de subtração, o participante era exposto ao Pós-Teste Geral 2.

Pós-Teste Geral 2. Esse teste era composto pelas mesmas tarefas de teste e com os mesmos procedimentos descritos no Pré-Teste Geral.

Resultados

A coleta de dados em cada instituição durou, aproximadamente, dois meses e meio e foram realizadas de três a cinco sessões por semana para cada participante, com duração máxima de 35 minutos.

Serão apresentados os resultados da avaliação de acordo com os critérios de inclusão no estudo e, posteriormente serão analisadas, para cada participante: a porcentagem de acerto nos Pré e Pós-Testes das relações treinadas e testadas nas duas unidades do Programa de Ensino em função da posição da incógnita; a porcentagem de acerto nos Pré-Testes, Treinos e Pós-Testes das relações treinadas e testadas comparando os desempenhos nas operações de adição e de subtração; a quantidade de erros e o número de tentativas a que os participantes foram expostos em cada etapa do treino do algoritmo de adição e de subtração, de cada unidade, e de acordo com a posição da incógnita; a porcentagem de acerto total no Pré-Teste Geral e nos Pós-Teste Geral 1 e Pós-Teste Geral 2; a porcentagem de acerto no Pós-Teste

Geral 2 em relação ao desempenho nas operações de adição e subtração; a quantidade de acertos no Pré-Teste Geral e no Pós-Teste Geral 2 para as operações de adição e subtração, por posição da incógnita e formato do problema; e a porcentagem de acerto no Pré-Teste Geral e no Pós-Teste geral 2 em relação ao formato das operações.

Na Figura 8 são apresentadas as porcentagens de acerto na avaliação de leitura com compreensão do livro “O menino e o Muro”, utilizado na etapa de seleção dos participantes. Para o cálculo da porcentagem de acerto, foi considerada a quantidade de respostas corretas nas 16 questões sobre a história. Os quatro participantes tiveram porcentagens acima de 80% de acerto. Nilo acertou 14 questões (87,50%) e os demais participantes alcançaram 93,75% de acerto (15 respostas corretas).

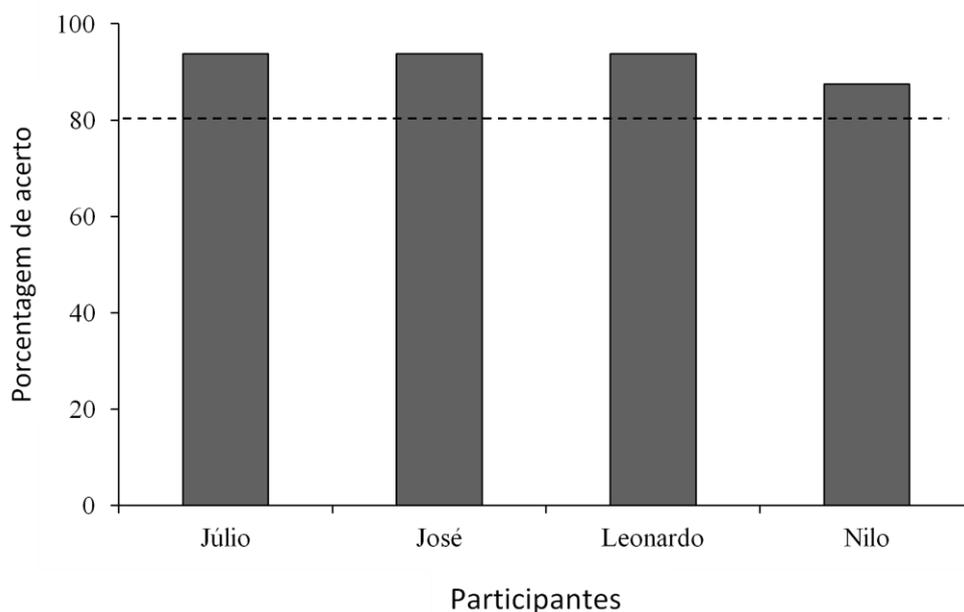


Figura 8. Porcentagem de acerto nas questões de avaliação de leitura com compreensão do livro “O menino e o Muro”.

A porcentagem de acerto no Pré-Teste Geral para todas as relações avaliadas está apresentada na Figura 9. Esse teste se destinava a estabelecer a linha de base dos desempenhos que posteriormente seriam treinados e testados no Programa de Ensino e selecionar os participantes, juntamente com a avaliação da leitura com compreensão. Os

participantes Nilo e Leonardo resolveram corretamente apenas 12,50% das operações de adição e subtração do Pré-Teste Geral, enquanto José acertou 54,16% e Júlio 66,76%. Ou seja, todos os participantes apresentaram porcentagens de acerto inferior a 70%, o critério de inclusão no estudo.

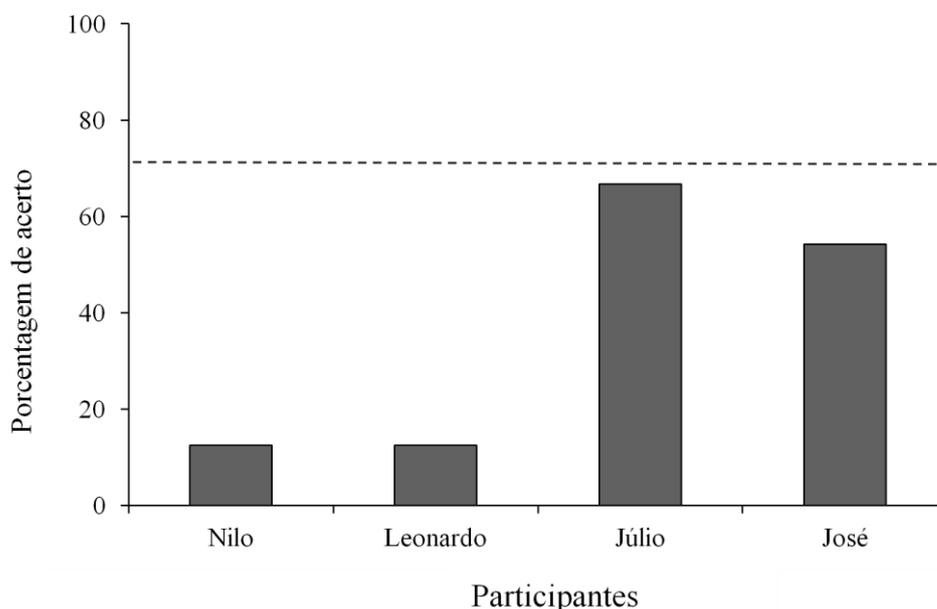


Figura 9. Porcentagem de acerto em todas as relações do Pré-Teste Geral para cada participante.

A Figura 10 apresenta a porcentagem de acerto de cada participante em todas as operações de adição e subtração no Pré-Teste Geral, independente do tipo representação e da posição da incógnita. É possível observar que Nilo e Leonardo apresentaram as menores porcentagens de acerto tanto nas operações de adição quanto de subtração. Entretanto, com exceção do participante Nilo, que apresentou a mesma quantidade de acertos (16,66%) nos testes das duas operações, a porcentagem de acerto foi maior para os outros três participantes nas operações de subtração em comparação com as operações de adição. Dentre os participantes, Júlio teve a maior porcentagem de acerto nas operações de subtração (75%) e de adição (58,33%).

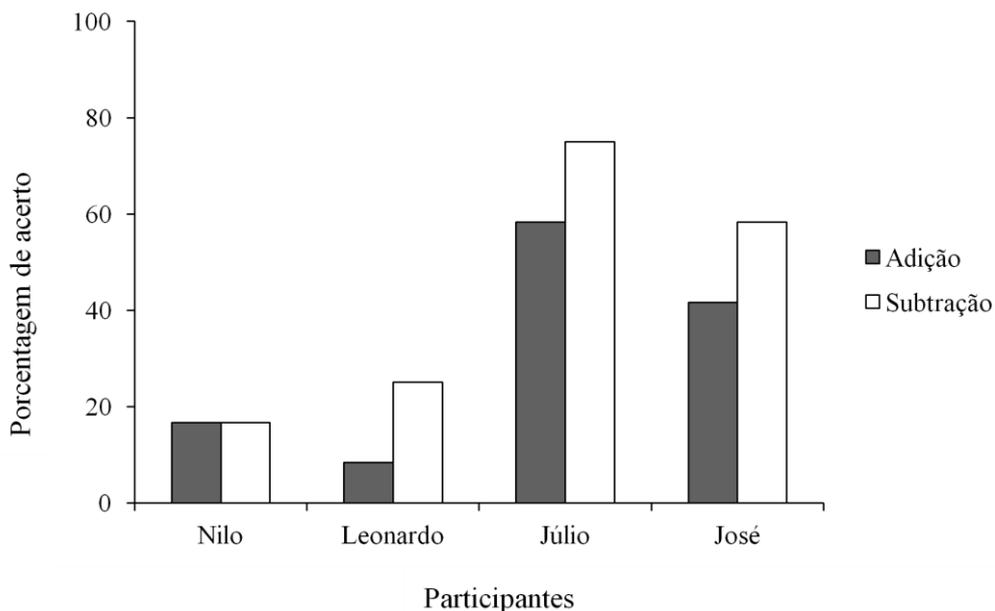


Figura 10. Porcentagem de acerto nas operações de adição e subtração do Pré-Teste Geral para cada participante.

Programa de Ensino: Pré-Testes, Treinos e Pós-Testes

Nas Figuras 11, 12, 13 e 14 são apresentadas as porcentagens de acerto dos participantes Nilo, Leonardo, Júlio e José, respectivamente, das relações treinadas e testadas nos Pré e Pós-Testes das unidades 1 e 2 de acordo com a posição da incógnita.

Conforme descrito no procedimento, os participantes eram expostos aos treinos de discriminações condicionais somente se a porcentagem de acerto em todas as relações era inferior a 100%. Assim, Nilo passou apenas pelos treinos da Unidade 1 com operações com a incógnita nas posições c e a (Figura 11). Para a posição da incógnita b e para as três posições na Unidade 2 Nilo foi exposto apenas aos Pré e Pós-Testes. No Pré-Teste das relações da Unidade 1 com a incógnita na posição c, a maior porcentagem de acerto (90%) ocorreu na relação BA (sentença com numerais - sentença com conjunto de figuras). Nas demais relações as porcentagens de acerto foram mais baixas (variação de 40 - 60%). Após os treinos das relações AB (sentença com conjunto de figuras - sentença com numerais) e AC (sentença com conjunto de figuras - problema escrito), a mesma porcentagem de acerto foi mantida no Pós-

Teste de BA e para as demais relações houve aumento para 100%. Para os Pós-Testes com a incógnita nas posições b e a, a porcentagem de acerto foi de 100% ou 90 % (para quatro relações com a incógnita na posição b). Nos Pós-Testes da Unidade 2, as porcentagens de acerto foram iguais ou maiores do que na Unidade 1, exceto para a relação BC (sentença com numerais - problema escrito) com a incógnita na posição c e para BA e CA (problema escrito - sentença com conjunto de figuras) com a incógnita na posição a.

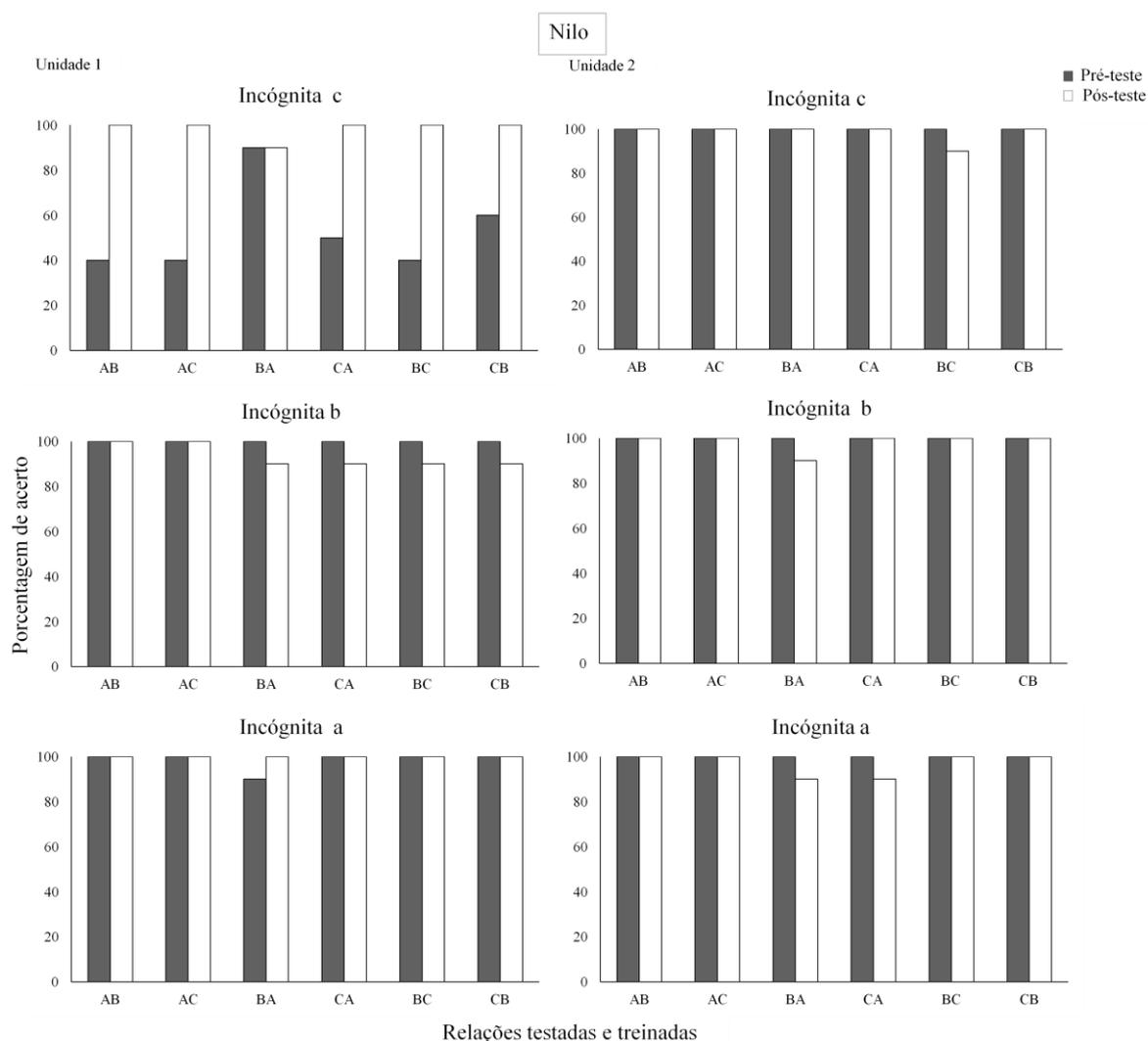


Figura 11. Porcentagem de acerto nos Pré e Pós-Testes para todas as relações avaliadas (de treino e teste) nas unidades 1 e 2, por posição da incógnita, para o participante Nilo.

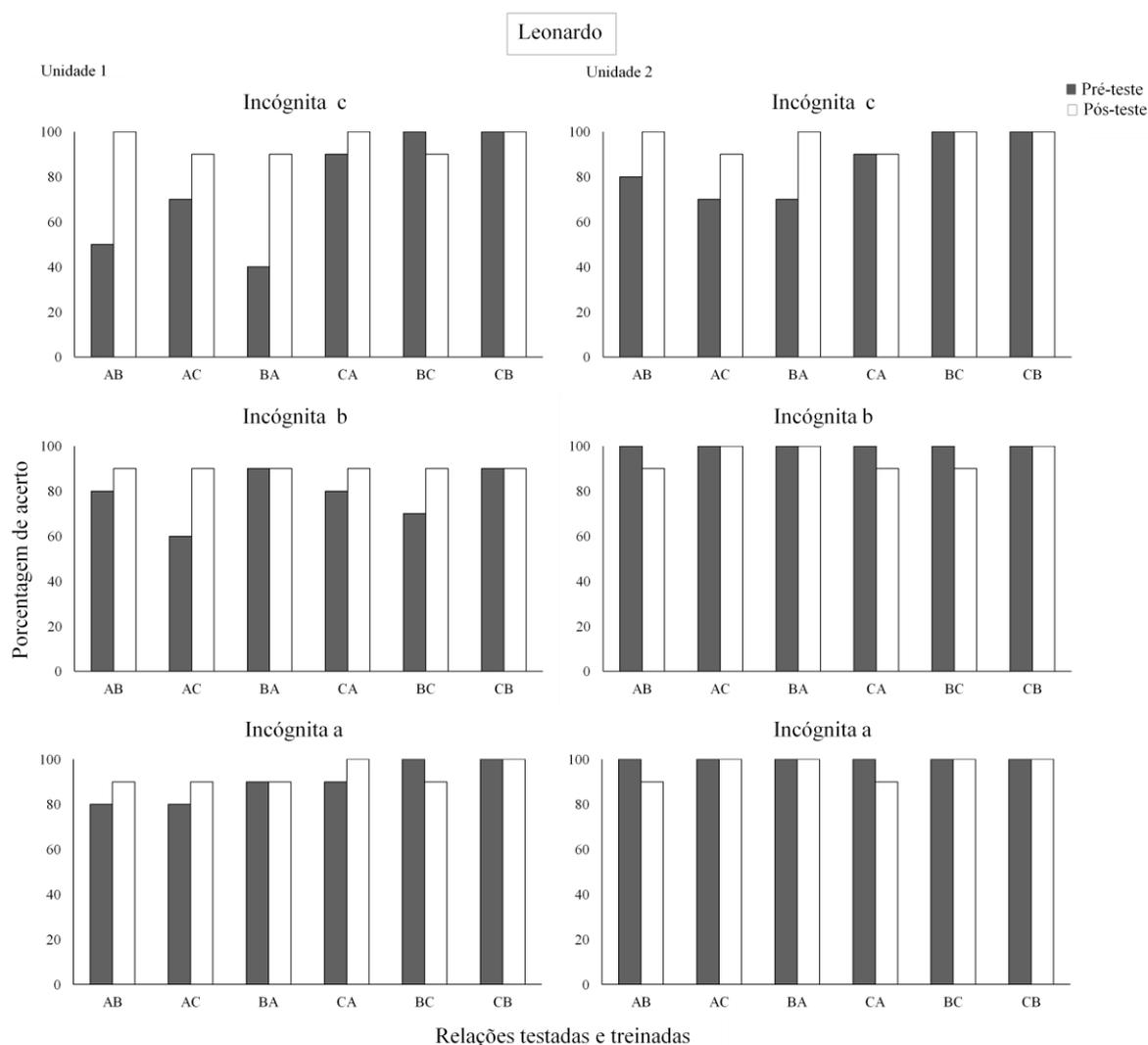


Figura 12. Porcentagem de acerto nos Pré e Pós-Testes para todas as relações avaliadas (de treino e teste) nas unidades 1 e 2, por posição da incógnita, para o participante Leonardo.

Para Leonardo (Figura 12), verifica-se no Pré-Teste das operações com a incógnita na posição c da Unidade 1 que a porcentagem de acerto variou entre 30 e 90% para as relações AB (sentença com conjunto de figuras - sentença com numerais), AC (sentença com conjunto de figuras - problema escrito), BA (sentença com numerais - sentença com conjunto de figuras) e CA (problema escrito - sentença com conjunto de figuras), sendo o escore mais baixo para BA. Após a etapa de treino, a porcentagem de acerto no Pós-Teste aumentou (exceto para BC) para todas as relações, com escores de 100% e 90% de acerto. Com a incógnita na posição b, as porcentagens mais baixas (60 - 90 %) no Pré-Teste ocorreram para

as relações AB, AC, BA, CA, BC e CB e no Pós-Teste os escores foram de 90% de acerto para todas as relações. Com a incógnita na posição a, a porcentagem de acerto no Pré-Teste foi de 80% nas relações AC e BC, 90% nas relações BA e CA e 100% nas relações BC e CB. No Pós-Teste, os escores aumentaram ou foram mantidos iguais aos do Pré-Teste, exceto para a relação BC.

Na Unidade 2, com a incógnita na posição c, as porcentagens de acerto mais baixas de Leonardo ocorreram no Pré-Teste das relações AB, AC, BA e CA, com escores maiores (AB e BA) ou iguais aos do Pré-Teste da Unidade 1. No Pós-Teste, a porcentagem de acerto para as relações AB e BA aumentou para 100% e 90% para a relação AC. Nas demais relações, foram mantidos os escores do Pré-Teste. Com a incógnita na posição b, esse participante não foi exposto aos treinos, pois no Pré-Teste alcançou 100% de acerto em todas as relações. No Pós-Teste, a porcentagem de acerto diminuiu para 90% nas relações AB, CA e BC. Para a incógnita na posição a, também foi verificado 100% de acerto em todas as relações do Pré-Teste e no Pós-Teste a porcentagem de acerto reduziu para 90% apenas para as relações AB e CA.

Nas duas unidades, o participante Júlio (Figura 13) alcançou o critério de 100% de acerto em todas as relações testadas com a incógnita nas três posições (c, b e a). Dessa forma, esse participante não precisou passar pela etapa de treino das relações condicionais. Desempenhos precisos foram mantidos nos Pós-Testes, exceto para a relação BA da Unidade 1, com a incógnita na posição c (90% de acerto).

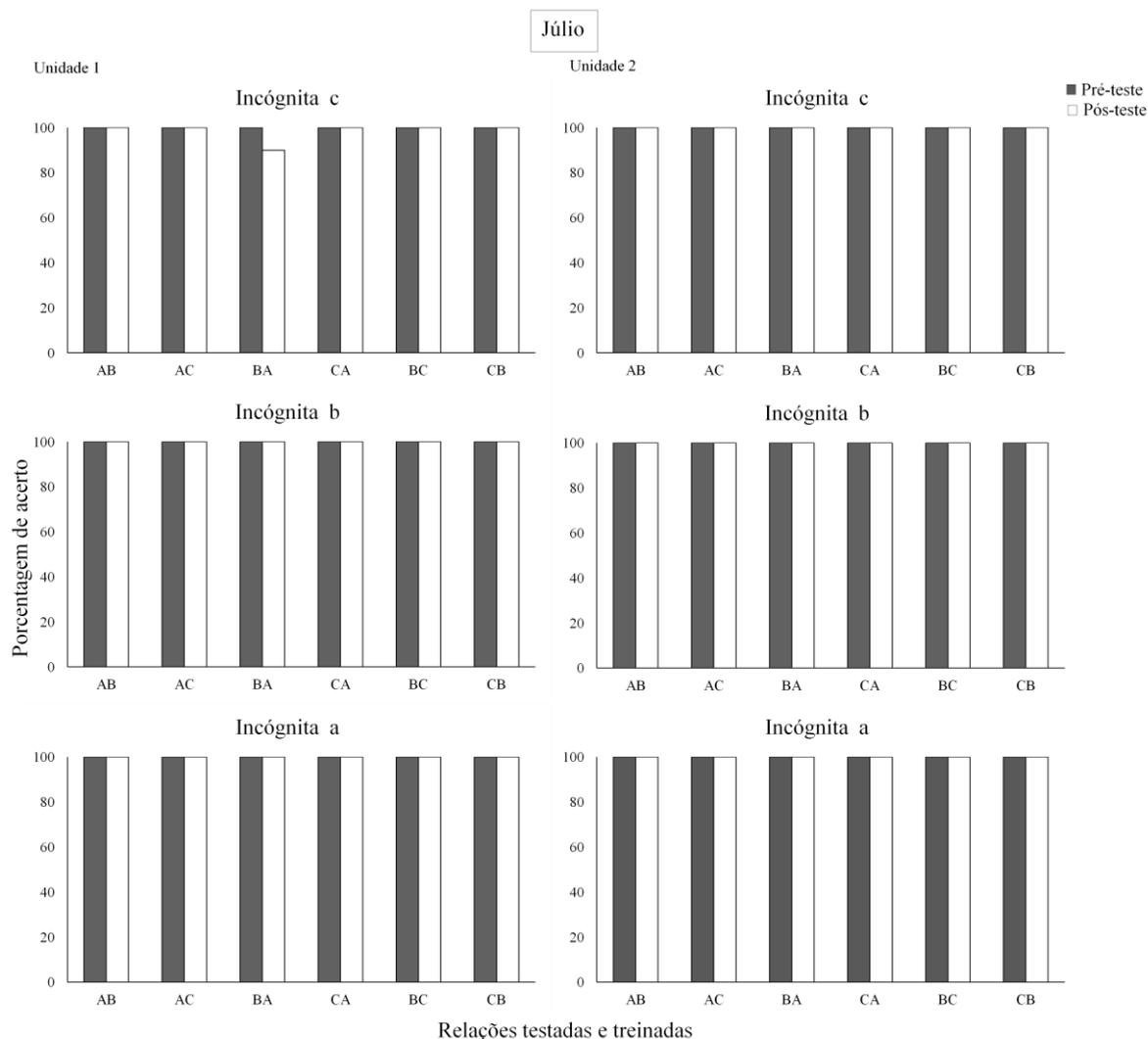


Figura 13. Porcentagem de acerto nos Pré e Pós-Testes para todas as relações avaliadas (de treino e teste) nas unidades 1 e 2, por posição da incógnita, para o participante Júlio.

Para o participante José (Figura 14), verifica-se na Unidade 1 que, com a incógnita na posição c, a porcentagem de acerto foi de 100% no Pré-Teste para todas as relações, exceto para CA (90%). Após os treinos das relações AB e AC, no Pós-Teste houve aumento para 100% na relação CA e redução para a relação AC (90%). Com a incógnita na posição b, o participante atingiu no Pré-Teste o critério de 100% de acerto em todas as relações e no Pós-Teste houve redução dos acertos apenas para a relação AC (90%). Com a incógnita na posição a, José atingiu 100% de acerto na maioria das relações, sendo os escores mais baixos nas relações AB e AC (90%). No Pós-Teste ocorreu aumento para 100% de acerto para a relação

AB e para as demais relações foram mantidos os escores do Pré-Teste. Na Unidade 2, José teve 100% de acerto nos Pré-Testes das três posições da incógnita. Nos Pós-Testes, verificase que para a incógnita na posição c que os desempenhos precisos foram mantidos e que ocorreu redução para 90% de acerto apenas nas relações AC e CA para a incógnita na posição b e para as relações AB e BC com a incógnita na posição a.

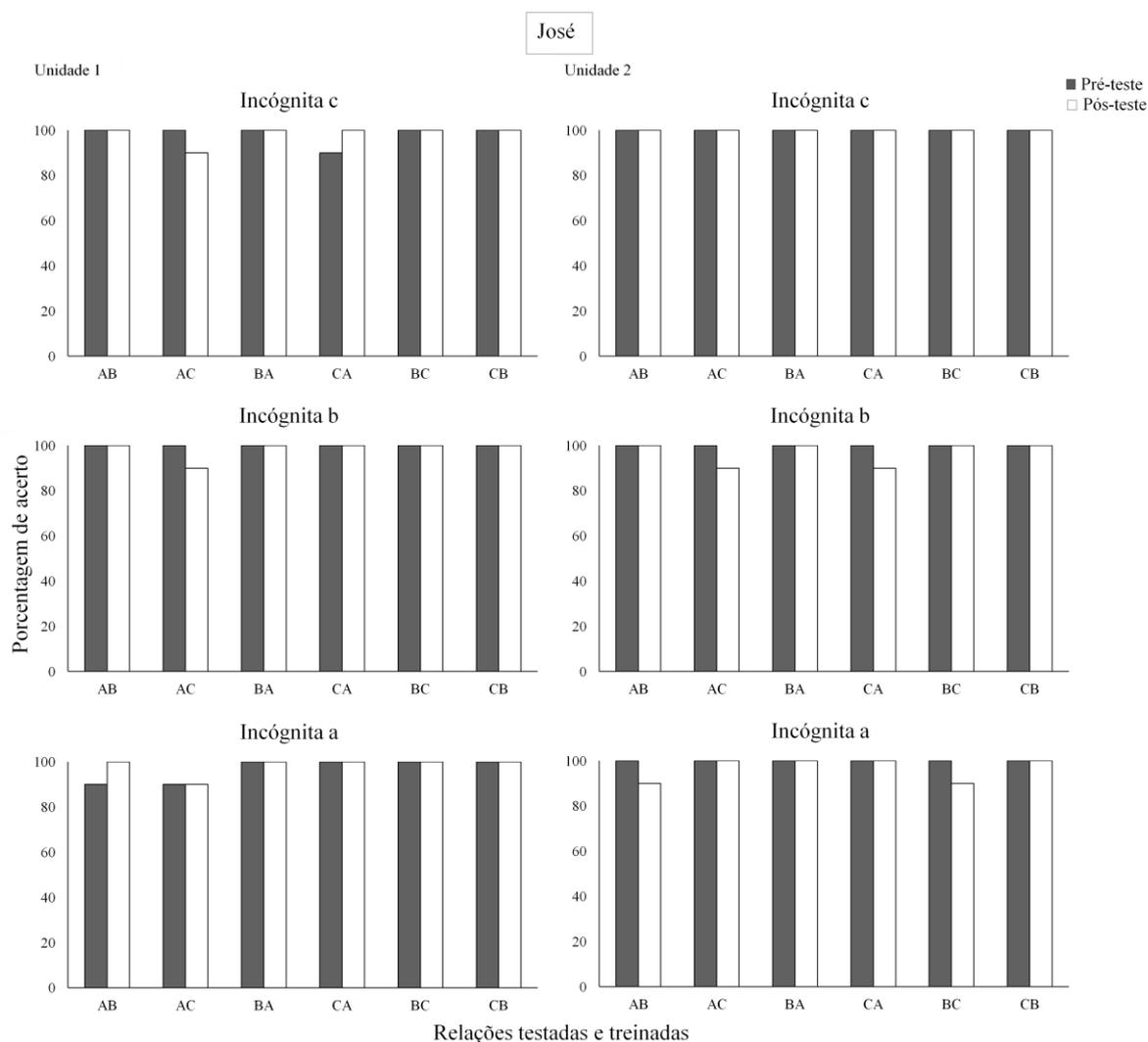


Figura 14. Porcentagem de acerto nos Pré e Pós-testes para todas as relações avaliadas (de treino e teste) nas unidades 1 e 2, por posição da incógnita, para o participante José.

A Figura 15 mostra a porcentagem de acerto de cada participante nas operações de adição e subtração para as relações diretamente treinadas (AB/AC) e testadas (BA/CA - simetria; e BC/CB - transitividade/equivalência) nos Pré e Pós-Testes e treinadas (AB/ AC)

nos Treinos das unidades 1 e 2. Foram somados todos os dados de cada uma dessas etapas independente da posição da incógnita. Ausência de dados de treino indicam que o participante atingiu o critério do Pré-Teste (100% de acerto) e não foi exposto aos treinos de discriminação condicional da unidade correspondente, o que ocorreu para os participantes Nilo, Júlio e José.

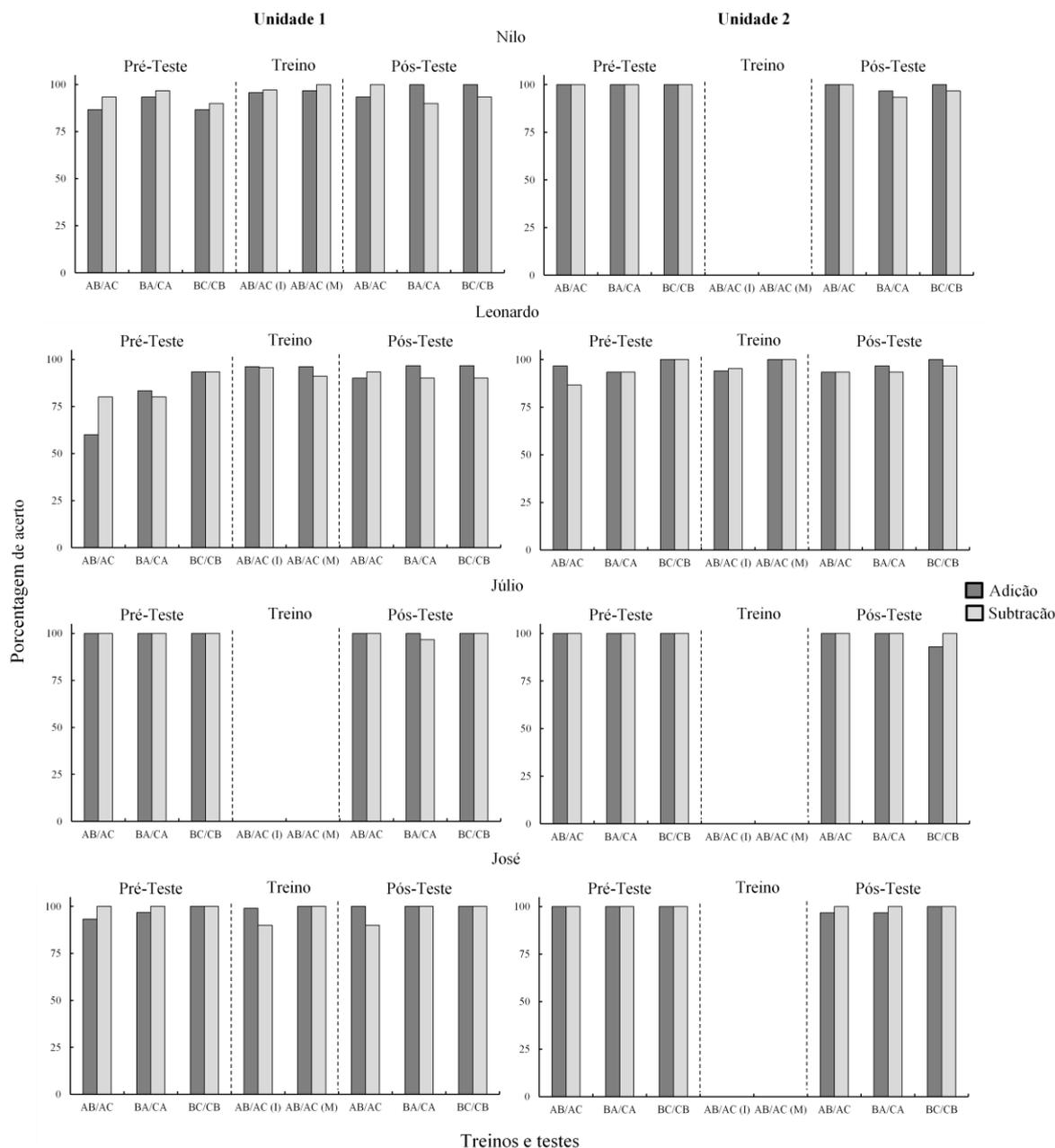


Figura 15. Porcentagem de acerto nas operações de adição e subtração das relações treinadas e testadas nos Pré-Testes, Treinos e Pós-Testes das Unidades 1 e 2 para cada participante.

Na Unidade 1, verifica-se que no Pré-Teste, a porcentagem de acerto de Nilo foi maior nas operações de subtração (90 - 96,6%) em comparação com as operações de adição (86,7 - 93,3%), embora a diferença entre os escores seja pequena. Nos treinos (individual e misto) os escores também foram maiores para as operações de subtração (97,0 - 100%) do que de adição (95,7 - 96,7%), mas com pequena diferença. No Pós-Teste, a porcentagem de acerto aumentou para as duas operações, exceto para as relações BA/CA de subtração e os escores foram maiores para as relações BA/CA e BC/CB com operações de adição. Na Unidade 2, os desempenhos foram precisos nos Pré-Testes com operações de adição e de subtração. No Pós-Teste, a porcentagem de acerto foi igual para as duas operações (AB/AC) ou maior para as operações de adição (BA/CA e BC/CB), sendo que todos os escores foram superiores a 93% de acerto.

Para o participante Leonardo, verifica-se na Unidade 1 no Pré-Teste que a menor porcentagem de acerto ocorreu nas relações AB/AC com operações de adição (60%) e a maior para BC/CB, que foram similares para as duas operações. Nos treinos houve aumento da porcentagem de acerto nas relações AB e AC em relação ao Pré-Teste, porém a diferença nos escores das operações de adição (96,1% e 96,2%) e de subtração (95,6% e 91,0%) foi pequena. No Pós-Teste as porcentagens de acerto aumentaram em relação ao Pré-Teste para ambas as operações, com exceção das relações BC/CB de subtração que teve uma pequena redução, de 93,33% para 90%. A porcentagem de acerto nas relações BA/CA e BC/CB com operações de adição (96,66%) foi maior do que de subtração (90%). Na Unidade 2, as porcentagens de acerto no Pré-Teste das relações BA/CA e BC/CB foram iguais para as duas operações ou maiores para as operações de adição das relações AB/BC do que para as operações de subtração, sendo os escores superiores a 93%. Nos treinos AB/AC os escores foram similares para as duas operações, sendo um pouco mais baixos nos Treinos Isolados (94,0 - 95,0 %) em relação aos Treinos Mistos (100 %). No Pós-Teste, o desempenho foi

igual para as duas operações nas relações AB/AC (93,33%). Em relação ao Pré-Teste, verifica-se com operações de adição aumento nos escores para as relações BA/CA (96,66%) e manutenção de 100% de acerto para as relações BC/CB. Para as operações de subtração, os escores foram mantidos para as relações BA/CA (93,33%) e para as relações BC/CB ocorreu diminuição (96,66%).

Na Unidade 1, Júlio apresentou 100% de acerto em todas as relações testadas para as duas operações. Desempenhos precisos também foram mantidos no Pós-Teste, exceto para as relações BA/CA com operações de subtração (96,7%). Desempenho similar ocorreu na Unidade 2, na qual o participante atingiu 100% de acerto nas relações testadas nos Pré-Testes e Pós-Testes com as duas operações, com exceção das relações BC/CB (93,0%) no Pós-Teste com operações de adição.

Para o participante José, o desempenho no Pré-Teste da Unidade 1 foi preciso em todas as relações testadas com as operações de subtração. Nas operações de adição, o participante acertou 93,33% das relações AB/AC, 96,66% das relações BA/CA e 100% das relações BC/CB, sendo os escores nas duas primeiras relações mais baixo do que com as operações de subtração. Nos treinos, o desempenho foi preciso com as operações de adição e no Treino Misto com operações de subtração, porém escores mais baixos ocorreram no Treino Misto com as operações de subtração (90%). No Pós-Teste, as porcentagens de acerto foram de 100%, exceto para as relações AB/AC com operações de subtração (90%). Na Unidade 2, verifica-se no Pré-Teste desempenho preciso para as relações testadas com as operações de adição e de subtração. No Pós-Teste, foi mantida a porcentagem de 100% de acerto para todas as relações testadas com operações de subtração e para as relações BC/CB de adição. Em relação ao Pré-Teste, houve redução da porcentagem de acerto para 96,66% para as relações AB/AC e BA/CA com operações de adição.

Treino do Algoritmo

Na Tabela 1 são apresentados os desempenhos dos participantes nos treinos do algoritmo das unidades 1 e 2 para os dois tipos de operações (adição e subtração) e de acordo com a posição da incógnita. A tabela apresenta a quantidade de tentativas que o participante foi exposto em cada etapa durante todo o treino do algoritmo, que está entre parênteses, e a quantidade de erros na etapa. Ou seja, quando o número de erros for zero significa que o participante respondeu corretamente a todas as vezes que ele foi exposto àquela etapa. Deve-se ressaltar que a quantidade de acertos pode ser maior que a quantidade de operações que o participante era exposto, pois ele poderia passar mais de uma vez pela mesma etapa quando o treino era reiniciado.

As sessões do Treino do Algoritmo foram gravadas para que os dados fossem registrados posteriormente. Todos os dados das etapas do algoritmo foram registrados por dois observadores independentes (a experimentadora e uma colaboradora que acompanhou parte da coleta), durante a exibição dos vídeos. O índice de concordância entre os observadores foi de 100% em 12 sessões.

De um modo geral, na Unidade 1 com operações de adição, os participantes erraram mais vezes nas tentativas da etapa de Construção e com as operações com a incógnita na posição b em comparação com as outras posições da incógnita. O participante Leonardo foi o único que só apresentou erros na etapa de Construção com as operações de adição e a incógnita nas três posições. Na etapa de transformação com operações de adição, os participantes apresentaram erros, com exceção do participante Leonardo. Na etapa de Resolução com Numerais, somente o participante Nilo errou. E na etapa de Resolução de Problema Escrito, somente o participante José errou. Com as operações de subtração da Unidade 1, de modo geral, os participantes apresentaram menos erros em comparação com as operações de adição. A exceção foi o participante Nilo que aumentou o número de erros na

etapa de Resolução com Numerais com a incógnita na posição b, de 2/(6) para 5/(12) com operações de subtração. Com a incógnita na posição a, Nilo não apresentou erro e com a incógnita na posição c errou apenas uma vez. O participante Júlio apresentou apenas dois erros nas operações de subtração com a incógnita na posição b na etapa de Resolução de Problema Escrito. José apresentou erros nas posições b e a da incógnita nas etapas de Construção, de Resolução com Numerais e de Resolução de Problemas Escritos, um erro em cada.

Com relação a posição da incógnita na Unidade 1, os participantes foram mais expostos às tentativas das operações com a incógnita na posição b, como pode ser observado para Nilo, Júlio e José com as operações de adição. No caso das operações de subtração, também é possível observar um número maior de tentativas nas operações com a incógnita na posição b, porém menor em comparação com as operações de adição. Para as operações com a incógnita na posição a, verifica-se uma quantidade de tentativas menor em comparação com a incógnita na posição b, seguida da posição c. No entanto, a diferença entre as posições a e c é pequena.

Na Unidade 2, a quantidade de tentativas a que os participantes foram expostos no treino do algoritmo diminuiu em comparação com a Unidade 1. Com operações de adição, Nilo apresentou mais erros na etapa de Resolução com Numerais (3) do que na etapa de Construção (2). Com relação a posição da incógnita, mais erros ocorreram em operações com a incógnita na posição b e a mesma quantidade para as posições c e a, um erro. Nas operações de subtração, Nilo apresentou dois erros na etapa de Resolução com Numerais com a incógnita na posição b e um erro na etapa de Construção com a incógnita na posição a.

Leonardo, que na Unidade 1 foi exposto a mais tentativas apenas na etapa de Construção das operações de adição, na Unidade 2 ocorreu uma exposição a mais nas etapas de Resolução com Numerais e de Transformação. Os erros foram com a incógnita nas

posições b e a (um em cada) e apenas na etapa de Resolução com Numerais. Com as operações de subtração, um erro aconteceu na etapa de Transformação e um na etapa de Resolução com Numerais, ambos em operações com a incógnita na posição b.

Na Unidade 2, o participante Júlio apresentou apenas dois erros com operações de adição, um na etapa de Resolução de Problema Escrito com a incógnita na posição b e o outro na etapa de Transformação com a incógnita na posição a. Não ocorreram erros nas operações de adição e subtração com a incógnita na posição c em nenhuma das etapas. Nas operações de adição da Unidade 2, José apresentou mais erros com a incógnita na posição b, sendo um na etapa de Construção, cinco na etapa de Resolução com Numerais, e três na etapa de Resolução de Problema Escrito. Com a incógnita na posição c, ocorreu somente um erro na etapa de Resolução com Numerais. Nas operações de subtração, José teve apenas um erro na etapa de Conferência com a incógnita na posição c e quatro erros com a incógnita na posição a nas etapas de Resolução com Numerais (2) e Resolução de Problema Escrito (2).

Com relação a quantidade de erros em cada etapa do Treino do Algoritmo, verifica-se na Figura 16 que, na Unidade 1, os participantes erraram mais na etapa de Construção, com as operações de adição (linhas azuis) com a incógnita na posição b, sendo que José apresentou quantidades similares de erros na etapa de Resolução com Numerais (B). O participante Nilo também apresentou erros (2-5) na etapa de Resolução B, sendo a maior quantidade com as operações de subtração (linha vermelha) e com a incógnita na posição b, e os demais erros com as operações de adição e a incógnita nas posições a e b. No geral, a quantidade de erros tendeu a ser menor na Unidade 2 do que na Unidade 1. Para os quatro participantes, mais erros ocorreram na etapa de Resolução B, sendo que a quantidade foi maior para as operações de adição com a incógnita na posição b para Nilo e José. Quantidade de erros menores (3 ou menos) ocorreram em outras etapas: Construção (Nilo e José), Transformação (Leonardo e Júlio) e de Resolução de Problemas Escritos (C) (Júlio e José). Para as operações de

subtração, mais erros ocorreram nas etapas de Resolução B ou de Resolução C, com incógnita na posição b (Nilo e Leonardo) e c (José), mas em menor quantidade do que com as operações de adição.

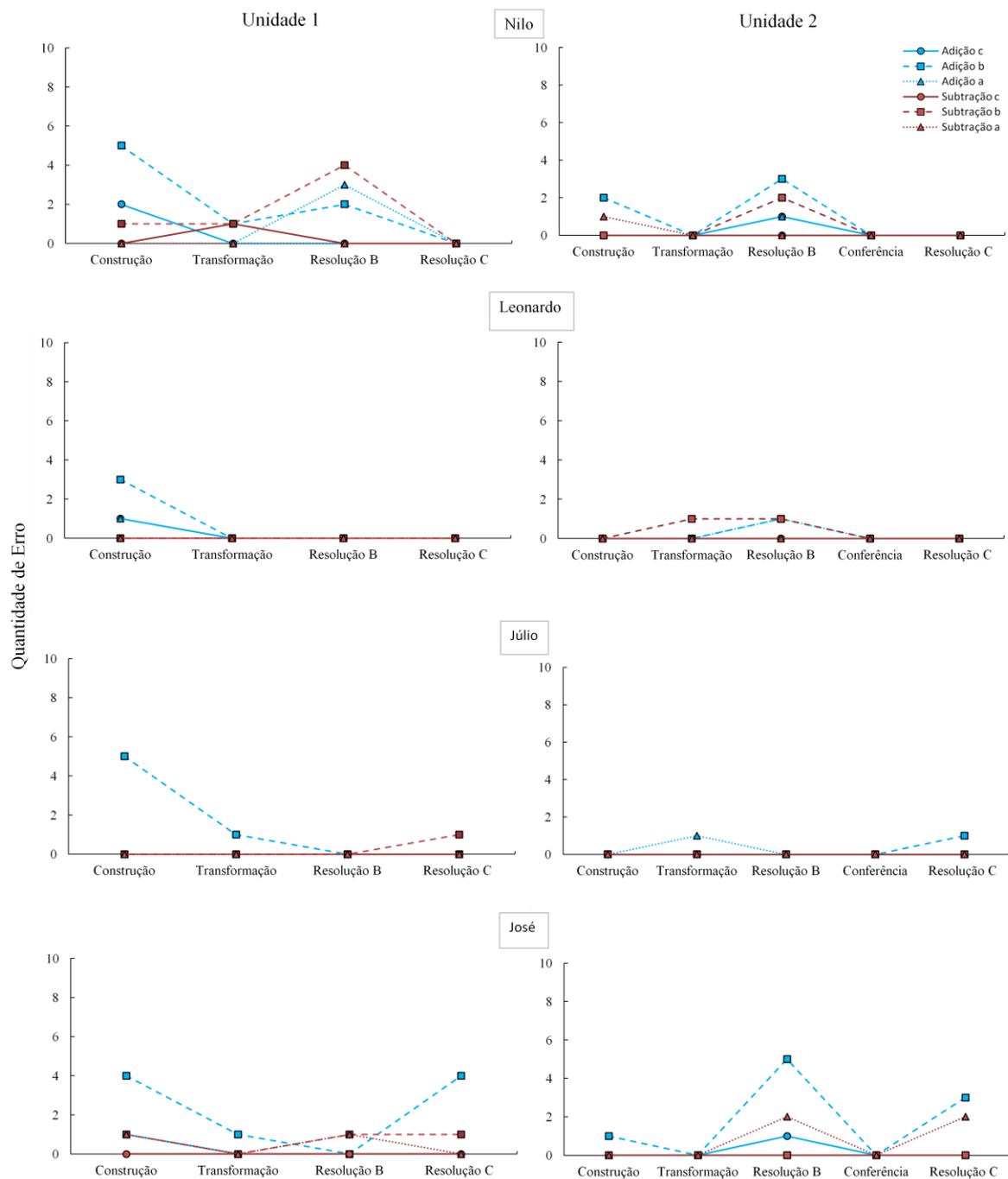


Figura 16. Quantidade de erros em cada etapa do Treino do Algoritmo nas unidades 1 e 2, por operação e posição da incógnita. As etapas de Resolução com Numerais e Resolução de Problema Escrito estão representadas por “Resolução B” e “Resolução C”, respectivamente.

Pré-Teste Geral, Pós-Testes Geral 1 e Pós-Teste Geral 2

Todos os participantes apresentaram aumento na porcentagem de acerto no Pós-Teste Geral 2 em comparação ao Pré-Teste Geral (Figura 17). Desempenhos mais baixos nos três testes

foi verificado para o participante Nilo, porém houve aumento na porcentagem de acerto após a exposição às unidades 1 (Pós-Teste Geral 1) e 2 (Pós-Teste Geral 2) em comparação com o Pré-Teste Geral. Para os dois participantes com desempenhos mais baixos antes da exposição ao Programa de Ensino, houve aumento do Pré-Teste Geral para o Pós-Teste Geral 2 de 29,16% para Nilo e de 55,16% para Leonardo. Para o participante Júlio, que iniciou o estudo com o melhor desempenho, o aumento foi de 20,83% acerto entre o Pré-Teste Geral e o Pós-Teste Geral 2. Para José houve aumento de 25% apenas entre o Pré-Teste Geral e o Pós-Teste Geral 1.

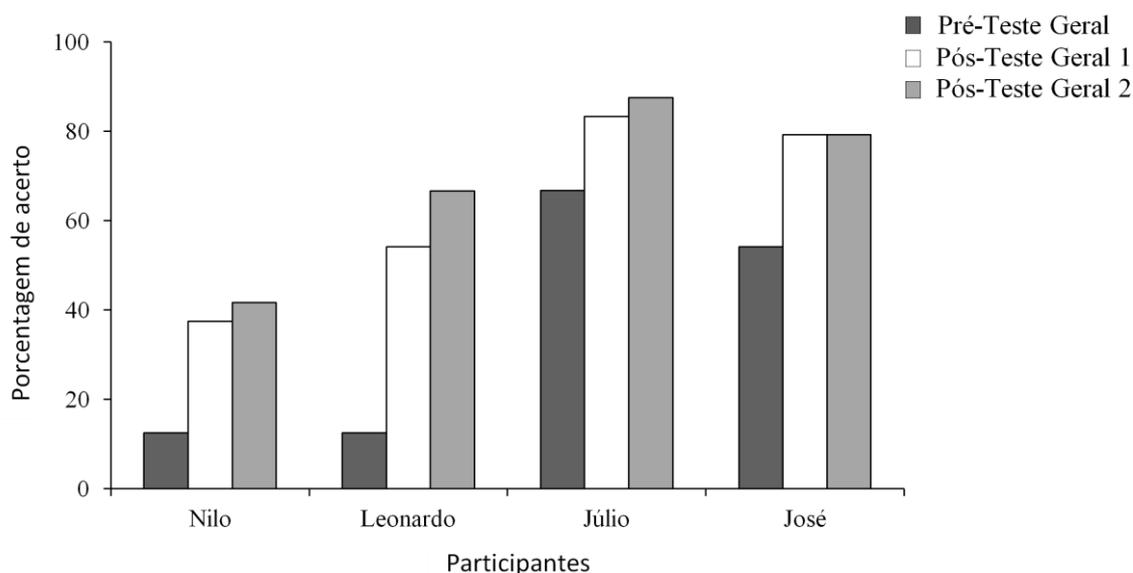


Figura 17. Porcentagem de acerto no Pré-Teste Geral, no Pós-Teste Geral 1 e no Pós-Teste Geral 2 para cada participante.

Na Figura 18, apresenta a porcentagem de acerto no Pós-Teste Geral 2 de acordo com a operação, adição e subtração, independente da posição da incógnita. Dessa forma, é possível verificar que, assim como no Pré-Teste Geral, os participantes acertaram mais as operações de subtração, com exceção de Nilo que acertou o mesmo número de operações nos dois tipos de operações (41,67%). Leonardo acertou 58,33% das operações de adição e 75% das operações de subtração. Júlio foi o único participante que acertou 100% das operações de subtração e nas

operações de adição teve 75% de acerto. A porcentagem de acerto do participante José nas operações de adição foi de 75% e nas operações de subtração de 83,33%.

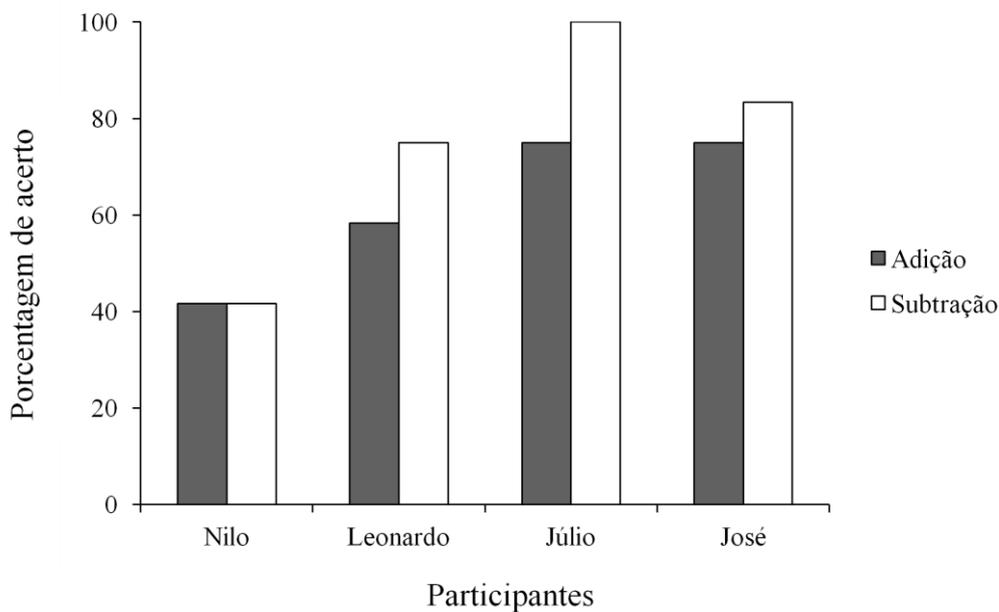


Figura 18. Porcentagem de acerto nas operações de adição e subtração no Pós-Teste Geral 2 para cada participante.

A Tabela 2 apresenta a quantidade de acertos nas tentativas do Pré-Teste Geral e do Pós-Teste Geral 2 de acordo a posição da incógnita e o formato do problema, para as operações de adição e subtração.

Tabela 2.

Quantidade de Acertos e de Operações (entre Parênteses) no Pré-Teste Geral e Pós-Teste Geral 2 para as Operações de Adição e Subtração, por Posição da Incógnita e Formato do Problema (Numerais, Conjunto e Problemas Escritos de Transformação e de Comparação)

Pré-Teste Geral									
Particip.	Incóg.	Numerais		Conjunto		Prob. Esc. Transf.		Prob. Esc. Comp.	
		Adiç.	Subtr.	Adiç.	Subtr.	Adiç.	Subtr.	Adiç.	Subtr.
Nilo	a	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)
	b	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)
	c	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)
Leonardo	a	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)
	b	0/(1)	1/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)
	c	0/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)
Júlio	a	0/(1)	1/(1)	0/(1)	0/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	0/(1)
	b	0/(1)	1/(1)	0/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	0/(1)
	c	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	0/(1)	1/(1)
José	a	0/(1)	1/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)
	b	0/(1)	1/(1)	0/(1)	1/(1)	1/(1)	0/(1)	0/(1)	1/(1)
	c	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	0/(1)
Pós-Teste Geral 2									
Particip.	Incóg.	Numerais		Conjunto		Prob. Esc. Transf.		Prob. Esc. Comp.	
		Adiç.	Subtr.	Adiç.	Subtr.	Adiç.	Subtr.	Adiç.	Subtr.
Nilo	a	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	1/(1)
	b	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	1/(1)	1/(1)	0/(1)
	c	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	0/(1)
Leonardo	a	1/(1)	1/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	0/(1)	1/(1)	0/(1)
	b	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	0/(1)	1/(1)	0/(1)	1/(1)
	c	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	0/(1)	1/(1)
Júlio	a	0/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)
	b	1/(1)	1/(1)	0/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)
	c	1/(1)	1/(1)	0/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)
José	a	1/(1)	1/(1)	0/(1)	0/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)
	b	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	0/(1)	0/(1)
	c	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	1/(1)	0/(1)	1/(1)

Conforme a Tabela 2, Nilo respondeu corretamente apenas quando a incógnita estava na posição c e com os problemas nos formatos de sentença com numerais e com conjunto de figuras. No Pós-Teste Geral 2, Nilo teve sete acertos em oito operações, 6/(8), com a incógnita na posição c com todos os formatos de operações. O erro aconteceu apenas em uma operação de subtração com formato de problema escrito e estrutura de comparação. No Pré-Teste Geral Nilo não acertou nenhuma operação no formato de problema escrito, porém no Pós-Teste Geral 2 acertou seis dentre as 12 tentativas de teste, sendo esse o formato em que o seu desempenho mais aumentou. A porcentagem foi a mesma para as estruturas de transformação e de comparação. Quanto ao tipo de operação, adição ou subtração, não houve diferença entre a quantidade de acertos no Pré-Teste Geral e no Pós-Teste Geral 2. A posição da incógnita em que mais acertos ocorreram foi a c 7/(8), seguida da posição b 2/(8) e da a 1/(8).

No Pré-Teste Geral, Leonardo acertou três operações com a incógnita na posição c e uma na posição b e no Pós-Teste Geral 2 acertou sete dentre as oito operações com a incógnita na posição c, e aumentou a quantidade de acertos com a incógnita na posição b (6/8) e na posição a, que não tinha acertado nenhuma, 3/(8). Com as operações no formato de sentença com numerais, o participante acertou as seis operações, formato em que seu desempenho foi melhor. Para os demais formatos, sentenças com conjunto de figuras e com problemas escritos, o número de acertos por total de tentativas foi de 4/(6) e 6/(12), respectivamente. O desempenho nas duas estruturas de problema escrito foi igual. Com relação ao tipo de operação, verifica-se que Leonardo acertou mais operações de subtração (9/12) comparado com as operações de adição (7/12).

Júlio, como pode ser observado na Tabela 2, teve no Pré-Teste Geral sete acertos em oito operações com a incógnita na posição c, cinco acertos com a incógnita na posição b e quatro na posição a, dentre as oito tentativas de cada. No Pós-Teste Geral 2, esse participante

alcançou sete acertos em todas as três posições da incógnita, apresentando apenas 1 erro em cada posição. Com as operações no formato de problema escrito, Júlio acertou todos os problemas no Pós-Teste Geral 2, sendo que no Pré-Teste, acertou metade dos problemas escritos de transformação. Nas operações com formato de sentença com numerais, acertou 5/(6) e com formato de sentença com conjunto de figuras teve 4/ acertos em seis tentativas.

O participante José acertou no Pré-Teste Geral sete dentre oito operações com a incógnita na posição c, metade das operações com a incógnita na posição b e apenas uma dentre as oito operações com a incógnita na posição a. No Pós-Teste Geral 2, a quantidade de acertos aumentou para as operações com a incógnita nas posições a e b (6/8), enquanto que para a posição c foi mantida a mesma quantidade de acertos. Também ocorreu aumento em relação ao formato das operações: Com sentenças com numerais, José acertou no Pré-Teste Geral quatro das seis tentativas e no Pós-Teste Geral 2 acertou todas as operações; e no formato de sentença com conjunto de figuras, José acertou metade das operações (3/6) no Pré-Teste Geral e acertou quatro das seis tentativas no Pós-Teste Geral 2. O número de acertos em operações no formato de problema escrito aumentou de 5/(12) para 9/(12) entre o Pré-Teste Geral e o Pós-teste Geral 2, respectivamente. Em relação a estrutura do problema escrito, o participante acertou todos os problemas escritos de transformação e metade dos problemas com a estrutura de comparação.

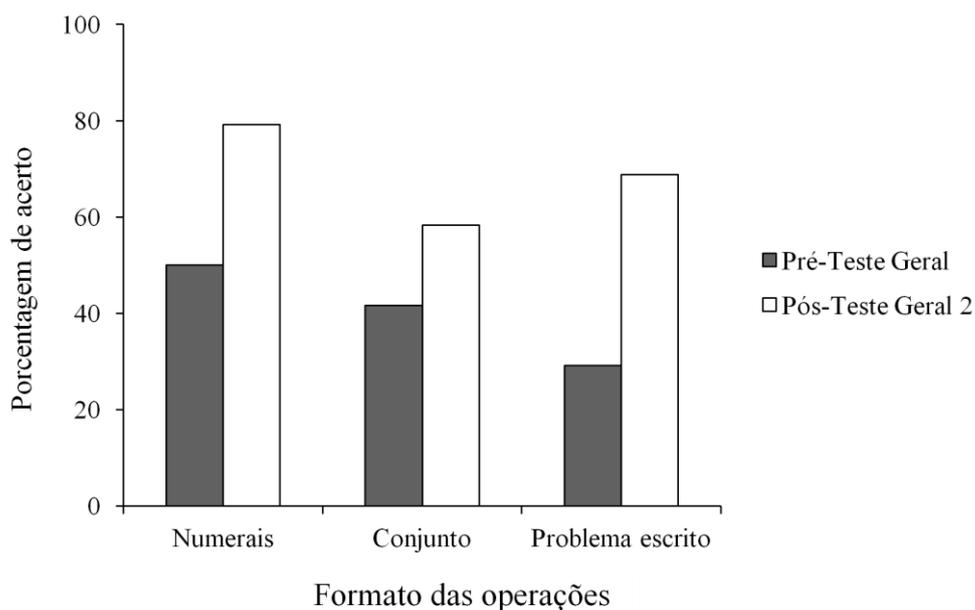


Figura 19. Porcentagem de acerto no Pré-Teste Geral e no Pós-Teste Geral 2 para cada formato das operações, por participante.

Considerando o desempenho dos quatro participantes, observa-se na Figura 19 que no Pós-Teste Geral 2 houve aumento na porcentagem de acerto para todos os formatos das operações. Os participantes atingiram a maior porcentagem de acerto (79,16%) com as operações no formato de sentenças com numerais. No entanto, a maior diferença entre o Pré-Teste Geral e o Pós-Teste Geral 2 foi para o formato de problema escrito (39,59%).

Discussão

Os resultados do presente estudo indicam que a formação de classes de equivalência e o treino do algoritmo contribuíram para a melhora do desempenho dos participantes em resolver operações de adição e subtração no formato de sentenças com numerais, conjuntos de figuras e problemas escritos com a incógnita em diferentes posições, levando em consideração o aumento na porcentagem de acerto no Pós-Teste Geral 2 para os quatro participantes (Figura 17).

Considerando a porcentagem média de acerto do Pré-Teste Geral, os participantes acertaram mais operações com a incógnita na posição c e ocorreram mais erros com as

operações com a incógnita nas posições a e b (dados não apresentados). Esse resultado é similar ao que foi obtido em outros estudos (Haydu et al., 2006; Haydu et al., 2015; Henklain & Carmo, 2013a; Henklain & Carmo, 2013b; Iégas & Haydu, 2003) que ressaltam que tal desempenho está relacionado com a exposição mais frequente dos estudantes a problemas com a incógnita na posição c. Em geral, as estratégias utilizadas pelo estudante para solucionar problemas na posição c, são insuficientes quando a incógnita está nas posições a e b.

No que se refere ao formato dos problemas, com exceção do participante Júlio que teve menos acertos nos problemas no formato de sentenças com conjunto de figuras, os outros participantes acertaram menos operações no formato de problema escrito no Pré-Teste Geral (Tabela 2). Haydu et al. (2006), observaram desempenho similar e consideraram que essa dificuldade pode estar relacionada com a estrutura semântica do enunciado do problema que requer habilidades adicionais que envolvem lidar com a quantidade de palavras, a sequência das informações, as palavras que indicam a operação que deverá ser realizada, além de informações que podem não ser relevantes para a resolução do problema (Carpenter & Moser, 1983; Fossa & Sá, 2008; Haydu et al., 2006).

Todos os participantes formaram classes de equivalência de acordo com o desempenho nos Pós-Testes de cada unidade. Nesses testes foi verificada a emergência de relações não treinadas de simetria, transitividade e equivalência (Figura 15). Esse resultado replica estudos anteriores que demonstraram a formação de classes de equivalência com diferentes formatos de operações e com a incógnita nas posições a, b e c, ou seja, após o treino de apenas algumas relações, emergem outras relações (Haydu, et al., 2006; Haydu et al., 2015; Henklain, Carmo & Júnior, 2016; Iégas & Haydu, 2015). A exceção foi o participante Júlio que já apresentava o responder relacional avaliado, pois no primeiro Pré-Teste teve 100% de acerto em todas as relações e assim continuou nas demais etapas o que,

portanto, não caracteriza relações emergentes decorrentes dos treinos do presente estudo. Algumas dessas relações são comuns nos contextos familiar e escolar em que as crianças estão inseridas, o que pode ter favorecido o contato e a aprendizagem dessas relações (Haydu et al., 2006; Henklain & Carmo, 2013b).

Dessa forma, o procedimento de equivalência de estímulos foi relevante para que os participantes aprendessem relações entre diferentes formatos de apresentação das operações de adição e de subtração. Com isso, aumentando a probabilidade do participante responder de maneira similar a cada formato das operações, ou seja, resolver as operações de adição e de subtração. A aquisição de tal repertório (Figura 15) foi importante para a etapa do treino do algoritmo, na qual as operações eram apresentadas e relacionadas em diferentes formatos, por exemplo, quando era iniciado o treino com a operação no formato de problema escrito e o participante deveria montar a operação no formato de sentença com numerais.

Dois participantes precisaram passar por mais treinos de adição em relação ao treino de subtração e um participante foi exposto a mais treinos de subtração (dados não apresentados). Contudo a diferença não foi muito expressiva. Esse resultado é diferente dos obtidos nos estudos de Henklain (2012), Gualberto (2013) e Amaral (2018), em que os participantes passaram por mais treinos de subtração. No presente estudo as unidades de ensino eram sempre iniciadas com o treino de adição. Assim, nas primeiras exposições aos treinos de adição, o participante pode ter aprendido os desempenhos necessários para executar a tarefa, o que pode ter favorecido a utilização dos mesmos nas tarefas seguintes e contribuído para a diminuição da quantidade de exposição aos treinos e do número de erros com as operações de subtração.

As porcentagens de acerto dos participantes foram aumentando conforme a exposição à etapa de treino. Dessa forma, desempenhos precisos foram verificados nos Pré-Testes, o que diminuiu a exposição aos treinos das discriminações condicionais AB e AC. A exceção foi o

participante Júlio que não foi exposto a nenhuma etapa de treino das duas unidades. As etapas de treino e de formação de classe de equivalência foram divididas de acordo com os numerais que compunham cada unidade (Unidade 1 de 1 a 4 e Unidade 2 de 5 a 9), iniciando por operações de adição, seguida por operações de subtração e separadas pela posição da incógnita, levando em consideração o grau de dificuldade, começando pelo mais fácil até o mais difícil (c, b e a). Além disso, nos treinos, as discriminações condicionais foram ensinadas uma por vez e foi utilizado o aumento gradual do número de comparação (de 1 até 3), primeiro com um estímulo de comparação, em seguida com dois até chegar a três estímulos de comparação, dessa forma, a complexidade da tarefa aumentou de maneira progressiva. Essa exposição pode ter contribuído para que o desempenho dos participantes tenha melhorado. Esse efeito foi verificado em outros estudos (Amaral, 2018; Verneque, 2011) que também utilizaram nos treinos procedimento de aumento gradual do número de comparações e aumento gradual da complexidade das tarefas.

O efeito do treino do algoritmo para minimizar a dificuldade dos participantes na resolução de problemas escritos pode ser verificado pelo aumento da porcentagem de acerto do Pré-Teste Geral para o Pós-Teste Geral 2 (Figura 17). No estudo de Henklain e Carmo (2013b), os participantes também apresentaram aumento na porcentagem de acerto no Pós-Teste 2 nas operações de adição e subtração. Henklain (2012) verificou que no Experimento 2, o desempenho dos participantes foi melhor em comparação com o Experimento 1 e considerou que a realização das duas sessões no mesmo dia foi um fator relevante. Contudo, no presente estudo não foi possível realizar o treino do algoritmo com operações de adição e subtração no mesmo dia, pois ficaria muito extensa e demorada, o que poderia comprometer o desempenho das crianças e o engajamento nas tarefas. Dessa forma, para estudos futuros deve-se pensar em estratégias que possibilitem realizar o treino com as duas operações

(adição e subtração) no mesmo dia, sem reduzir o número de operações apresentadas, como foi sugerido por Henklain no Experimento 2.

No treino do algoritmo, foi observado que todos os participantes apresentaram mais dificuldade na etapa de Construção da Unidade 1 (Tabela 1), o que pode indicar dificuldade de compreensão da instrução inicial. Os quatro participantes apresentaram erros nessa etapa, porém houve diminuição nas etapas de Construção Na Unidade 1 de subtração e na Unidade 2 para as duas operações (adição e subtração). Henklain (2012) identificou que os participantes do seu estudo tiveram dificuldade em seguir as instruções longas e pouco claras do Experimento 1. Assim, no Experimento 2 a quantidade de instruções foi reduzida e os participantes tiveram um desempenho melhor após o Treino do Algoritmo. Embora o presente estudo tenha dividido as instruções em etapas para facilitar o ensino do algoritmo, sugere-se que em estudos futuros as instruções da etapa de Construção sejam reformuladas para que fiquem ainda mais claras e diretas (Henklain & Carmo, 2013b; Neef et al., 2003). Além disso, foi possível verificar que o erro mais frequente dos participantes nessa etapa consistiu em clicar em um número ao invés do ícone da incógnita (?), que em alguns casos estava relacionado com o valor correto (e.g., Júlio) e em outros, não. Tal desempenho também pode está relacionado com o controle por aspectos das instruções pouco relacionados com a tarefa. Como esses foram erros que aconteceram nas tentativas iniciais também da fase de Construção, é importante planejar e elaborar instruções que auxiliem o participante a discriminar cada elemento que compõe a operação no formato de numerais.

A etapa de Conferência, introduzida na Unidade 2, destinava-se a aumentar a probabilidade do controle da operação com a incógnita na posição original, pois o participante deveria verificar se o número selecionado (dentre os estímulos de comparação), quando substituído pela incógnita, produziria o resultado correto da operação. Essa etapa foi planejada de acordo com o estudo de Henklain (2012), em que após a execução do algoritmo,

o pesquisador solicitava que o participante checasse se o resultado estava correto. Entretanto, não foi possível verificar se essa etapa alcançou o objetivo definido para a sua inserção, embora somente um erro tenha ocorrido nessa etapa e apenas para um participante (Nilo). Sendo assim, sugere-se que em estudos futuros sejam planejadas situações que permitam verificar se de fato a inclusão da etapa de conferência no treino do algoritmo afeta o comportamento de resolver problemas escritos.

O resultado no Pós-Teste Geral 2 (Figura 19) também permitiu constatar que os participantes apresentaram porcentagem de acerto maior em operações no formato de problemas escritos comparado com o Pré-Teste Geral. Porém, esse resultado difere dos achados dos estudos de Henklain e Carmo (2013a) e Haydu et al. (2006), em que os participantes tiveram o menor desempenho com os problemas escritos. No presente estudo, foi definido como pré-requisito para a participação no estudo desempenho superior a 80% de acerto no teste de leitura. Tal desempenho minimizou possíveis dificuldades dos participantes na leitura e compreensão das informações dos problemas escrito, o que pode ter favorecido o desempenho nos Pós-Testes. Essa possibilidade é coerente com os resultados de Haydu et al. (2006) que verificaram que os participantes que apresentaram maior fluência na leitura tiveram melhor desempenho na resolução de problemas escritos. No presente estudo, além de ser necessário atingir o critério na avaliação de leitura com compreensão, os participantes deveriam ler em voz alta. No estudo de Haydu et al. (2015), os participantes tiveram um bom desempenho em problemas escritos, que as autoras atribuíram ao fato das experimentadoras lerem para os participantes o problema, o que eliminava possíveis erros de leitura e pode ter influenciado nos resultados obtidos.

A relação entre erros e posição da incógnita, para dois participantes (Nilo e Leonardo), seguiu o que a literatura sugere, mais erros em operações com a incógnita na posição a (Hiebert, 1982; Henklain & Carmo, 2013a; Henklain & Carmo, 2013b; Iégas e Haydu, 2015)

Diferentemente, Júlio e José tiveram a mesma quantidade de erros para a incógnita nas posições a e b. Segundo Hiebert (1982), as crianças apresentam mais dificuldade em responder operações com a incógnita na posição a por ser mais difícil de discriminar como resolver esses problemas, ou seja, o participante precisa emitir uma sequência de comportamentos que são diferentes em relação aqueles que são executados para resolver operações com a incógnita em outras posição. Dependendo da posição da incógnita, pode haver diferenças em relação a montagem da operação e mudança ou não do operador. Se o comportamento do participante não ficar sob o controle das características do problema com a incógnita na posição a, ele poderia, por exemplo, emitir os comportamentos ensinados para resolução de problemas com incógnita na posição b, o que resultaria em uma solução incorreta do problema. Essa situação, geralmente, não está relacionada ao fato de que a criança não sabe resolver problemas de adição e subtração, e sim, com a necessidade de aprender um novo comportamento ou uma sequência de comportamentos necessárias para chegar à solução de operações com características diferentes (Haydu et al., 2006).

A quantidade de erros no treino do algoritmo de subtração foi menor em relação ao treino do algoritmo de operações de adição, assim como a quantidade de erros na posição b (Tabela 1). Na Unidade 1, os participantes realizavam primeiro as operações de adição e o treino com cada incógnita. Depois de finalizado o treino de adição, era realizado o treino do algoritmo das operações de subtração. Embora existissem pequenas modificações em relação aos operadores ou o tipo de transformação, as etapas eram as mesmas, e o participante poderia ter aprendido a realizar a tarefa de cada etapa. O mesmo pode ter acontecido com as posições da incógnita, uma vez que o treino do algoritmo com as operações com a incógnita na posição b era realizado antes do treino com a incógnita na posição a. Assim, as primeiras exposições ao treino do algoritmo foram necessárias para que os participantes aprendessem a como fazer a tarefa. A aprendizagem desses desempenhos pode ter favorecido a ocorrência de

desempenhos mais precisos nos treinos posteriores, o que seria similar ao efeito de aprender a aprender (em inglês, *learning-set*; Harlow, 1949). Embora os participantes tenham apresentado, no treino do algoritmo, mais erros em operações com a incógnita na posição b, no Pós-Teste Geral 2, o desempenho dos participantes foi melhor com incógnita na posição b em comparação com incógnita na posição a.

De um modo geral, os participantes apresentaram melhora no desempenho de resolução das operações no Pós-Teste Geral 2 após a formação das classes de equivalência e o treino do algoritmo. Além disso, ao resolverem as operações com a incógnita em diferentes posições do Pós-Teste Geral 2, que era uma tarefa com lápis e papel, alguns participantes escreveram no papel a operação com a incógnita na posição c, como tinha sido ensinado no treino do algoritmo. Os estudos de Haydu et. al. (2006) e Henklain (2012), que utilizaram treinos similares ao do presente estudo ou instruções como treino preparatório, também observaram melhora no desempenho dos participantes.

Os participantes tiveram um acréscimo de média de acerto de 39,59% no Pós-Teste Geral 2 na resolução dos problemas no formato escrito em comparação com a média do Pré-Teste Geral. O aumento foi de 29,16% para o formato de sentença com numerais e 16,69% com o formato de sentença com conjunto de figuras. No entanto, no Pós-Teste Geral 2 os participantes Júlio e José erraram operações em formatos que anteriormente tinham acertado no Pré-Teste Geral e no Pós-Teste Geral 1. Júlio acertou a mesma operação no formato de sentença com conjunto quando realizou o Pré-Teste Geral e Pós-Teste Geral 1, porém errou a resolução da mesma operação no Pós-Teste Geral 2, o que também aconteceu com José, no entanto, com operação no formato de problema escrito (Tabela 2). Sendo assim, é possível que os estímulos possam não ter controlado a atenção do participante para a resolução do problema, o que interferiu no seu desempenho (Haydu et al., 2006; Henklain, 2012). Contudo,

não houve nenhum participante que tenha finalizado o estudo com porcentagem de acerto abaixo do que foi apresentado no Pré-Teste Geral.

Com relação a estrutura semântica dos problemas escritos, os participantes melhoraram o desempenho nas duas estruturas, transformação e comparação (Tabela 2). Os problemas no formato de transformação são considerados como menos complexos pelos participantes (Fossa & Sá, 2008; Henklain & Carmo, 2013a; Henklain & Carmo 2013b; Herebia, 2007), comparado com os problemas na estrutura de comparação. Considerando os resultados do Pós-Teste Geral 2 do presente estudo, é possível que ensino da resolução de operações de adição e subtração com problemas escritos com a estrutura semântica mais simples (transformação) tenha favorecido a generalização dos comportamentos aprendidos para resolver os problemas escritos mais complexos, com estrutura de comparação, que foram somente apresentados no Pré-Teste e nos dois Pós-Testes Gerais.

Com relação ao aumento da quantidade de erros em operações com a incógnita na posição b (Unidade 2), vale a pena analisar o desempenho do participante José nas últimas tentativas do treino do algoritmo na posição b ($7 + ? = 13$). Na etapa de resolução de operações com numerais (Figura 16), o participante continuava afirmando que o número que deveria ser colocado no lugar da incógnita era uma das comparações que não permitia a solução do problema (5), mesmo após a apresentação da consequência para a resposta incorreta. Também houve a situação em que o participante acertou a resolução da operação com numerais e errou a resolução da mesma operação no formato de problema escrito. Apesar de o participante ter passado pela mesma etapa na Unidade 1, é possível que essa etapa (resolução de operações com numerais) não tenha estabelecido o controle dos comportamentos necessários para resolver o problema. Algo similar também ocorreu no estudo de Haydu et al. (2006), em que um participante apresentou erros persistentes. Os

autores sugeriram que a atenção e a motivação reduzidas do participante podem ter contribuído para a diminuição da porcentagem de acerto.

No presente estudo, somente o participante José teve um desempenho melhor em operações no formato de problema escrito de transformação no Pós-Teste Geral 2 (Tabela 2). Os participantes Nilo e Leonardo tiveram desempenho similar nas operações com formato de problema escrito de transformação e de comparação. O participante Júlio no Pré-Teste Geral 1 acertou 100% das operações com a estrutura semântica de transformação e manteve a porcentagem no Pós-Teste Geral 2. Nas operações com a estrutura semântica de comparação, Júlio aumentou de 50% de acerto (Pré-teste Geral) para 100% de acerto (Pós-Teste Geral 2). Sendo assim, os participantes apresentaram melhora no desempenho nos dois formatos de problema escrito, sendo um pouco maior para a estrutura de transformação. Esse resultado corrobora os que foram obtidos em outros estudos que compararam a resolução de problemas escritos com diferentes estruturas e verificaram melhor desempenho com problemas escritos com estrutura de transformação (Fossa & Sá, 2008; Henklain & Carmo, 2013a; Henklain & Carmo, 2013b). Segundo Herebia (2007), os estudantes avaliam o problema escrito de comparação como mais difícil de resolver, alegando que compreendiam as palavras, mas não conseguiam resolver o problema. Dessa forma, foi observado que a dificuldade não estava relacionada com as palavras que compunham o problema, mas com a discriminação da sequência dos comportamentos a serem executados para chegar a solução do problema.

No Pós-Teste Geral 2, a porcentagem de acerto foi maior com as operações de subtração (Figura 18), exceto para o participante Nilo que teve a mesma porcentagem de acerto. Esse resultado diverge dos achados dos estudos de Henklain (2012) e Gualberto (2013), em que o desempenho dos participantes foi melhor com as operações de adição ou similares com os dois tipos de operações, adição e subtração (Henklain, 2012; Experimento 2). Sugere-se que isso se deva ao fato dos participantes terem apresentado no Pré-Teste Geral

(Apêndice VI), desempenho melhor em resolver operações de subtração, exceto Nilo. Entretanto, variáveis também devem ser levadas em consideração, tais como a história escolar dos participantes e o efeito dos procedimentos de ensino a que foram expostos.

Apesar das críticas relacionadas ao ensino de regras para o ensino de habilidades de matemática (Henklain, 2012; Oliveira & Tourinho, 2001), os estudos têm mostrado que instruções, dicas e o ensino da sequência dos comportamentos envolvidos na resolução de operações aritméticas podem contribuir para um melhor desempenho (Amaral, 2018; Haydu et al, 2006; Henklain, 2012; Verneque, 2011). Assim, as etapas do treino do algoritmo possibilitaram que os participantes aprendessem a discriminar que, dependendo da posição da incógnita (a ou b) e da operação (adição ou subtração), poderia ser necessário fazer uma operação de subtração quando a operação original era de adição e de adição quando era de subtração, ou seja, a inversão entre as operações (Bryant, 2011; Fossa & Sá, 2008). Com a inclusão do ensino do algoritmo, foi verificada melhora no desempenho dos participantes.

No treino do algoritmo era realizado o ensino de uma sequência de respostas, ou respostas intermediárias, que favoreceu a emissão da resposta final, que consistiu na resolução do problema escrito inicialmente apresentado, independente da posição da incógnita. Os estímulos gerados por esses comportamentos, denominados de precorrentes, tornam-se reforçadores. Os comportamentos precorrentes produzem estímulos discriminativos que interferem na probabilidade da resposta subsequente ocorrer (Skinner, 1980; Baum, 1999). Dessa forma, o treino do algoritmo está relacionado com os comportamentos precorrentes, pois envolve o ensino dos comportamentos que devem ser emitidos pelos participantes, a sequência de etapas até a resolução, e que aumentam a probabilidade de que o comportamento corrente (resolver o problema) seja reforçado.

Henklain (2012) ressalta em seu estudo, que outras variáveis podem ter contribuído para a melhora do desempenho dos participantes. As crianças que participaram da pesquisa de

Henklain, da mesma maneira que os participantes do presente estudo, frequentavam a escola regularmente. Contudo, como as crianças estavam estudando antes mesmo do início do estudo, é pouco presumível que essa exposição possa ter interferido, considerando o repertório inicial delas no Pré-Teste Geral e a melhora no desempenho que ocorreu durante o período do experimento que durou aproximadamente 2 meses e meio a 3 meses, com a realização de três sessões por semana, com duração máxima de 35 minutos. Ou seja, os participantes apresentaram aumento na porcentagem de acertos com a exposição ao Programa de Ensino, que comparativamente foi em tempo menor do que o de exposição aos procedimentos da escola regular.

De acordo com os resultados alcançados, o uso de atividades informatizadas pode contribuir para o aprendizado da resolução de problemas, pois permite utilizar recursos gráficos que podem favorecer o engajamento dos participantes, assim como, a utilização de consequências imediatas e contingentes ao comportamento de responder do participante (Henklain 2012; Iégas & Haydu, 2015). O Programa de Ensino utilizado nesse estudo permitiu identificar em qual etapa do algoritmo o estudante tinha dificuldade, e assim, ensinar o(s) comportamento(s) que o participante não executava corretamente. Pais e professores muitas vezes partem do pressuposto de que o estudante possui um determinado repertório de entrada, sendo que, em alguns casos, ele ainda não emite ou emite apenas alguns dos desempenhos necessários para resolver uma operação aritmética (Donini, 2005; Figueiredo & Galvão, 1999; Gualberto 2013).

O presente estudo consistiu em uma replicação sistemática do estudo de Henklain (2012 - Experimento 2) e envolveu o treino de algoritmo para ensinar a resolução de problemas de matemática de adição e subtração. Como previamente mencionado, os resultados mostraram que o Programa de Ensino utilizado contribuiu para que crianças entre 7 e 9 anos, estudantes do ensino fundamental, aumentassem a quantidade de acertos na

resolução de operações de adição e subtração em diferentes formatos, principalmente no formato de problema escrito. Dessa forma, o treino do algoritmo no computador, com instruções padronizadas, favoreceu o ensino de resolução de problemas. Sendo assim, investigações adicionais são importantes para aprimorar e refinar os procedimentos de ensino de resolução de problemas e reduzir as dificuldades com operações de adição e subtração com a incógnita em diferentes posições (a, b e c), com formatos distintos (numerais, conjunto com figuras e problema escrito), e com problemas escritos com estrutura de transformação e de comparação. Além disso, o uso de atividades informatizadas e automatizadas podem contribuir para o aprendizado da resolução de problemas, pois permite utilizar recursos gráficos que podem favorecer o engajamento dos participantes na tarefa, assim como apresentar consequências imediatas e contingentes ao comportamento de responder do participante (Amaral, 2018; Iégas & Haydu, 2015).

Dessa forma, o presente estudo pôde contribuir para o planejamento de condições de ensino que favoreçam o aprendizado de habilidades de matemática para a resolução de problemas de adição e subtração nos formatos escrito, com numerais e conjunto de figuras, com a incógnita em diferentes posições, tendo por base o referencial das classes de equivalência, o treino do algoritmo e a informatização do ensino. O procedimento utilizado levou em consideração as dificuldades e necessidades iniciais dos participantes e possibilitou que a aprendizagem ocorresse de maneira menos aversiva, conforme tem sido apontado na literatura (Carmo & Simionato, 2012; Melo, Hanna, & Carmo, 2014; Mendes, 2012).

Referências

- Albuquerque, A. R., & Melo, R. M. (2005). Equivalência de estímulos: conceito, implicações e possibilidades de aplicação. Em J. Abreu-Rodrigues & M. R. Ribeiro (Orgs.). *Análise do comportamento: Pesquisa, teoria e aplicação* (pp. 99-112). Porto Alegre: Artmed.
- Amaral, A. R. Q. (2018). *Efeito da modalidade de dica para a emissão de comportamentos precorrentes na aprendizagem de operações de adição e subtração* (Dissertação de Mestrado não publicada). Universidade de Brasília, Brasília.
- Araújo [Gualberto], P. M., & Ferreira, P. R. S. (2008). Ensinando subtração para pessoas com deficiência mental com base em relações de equivalência de estímulos. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 24, 313-322.
- Baum, W. M. (1999). *Compreender o Behaviorismo: Ciência, Comportamento e Cultura*. Porto Alegre, Rio Grande do Sul: Artmed.
- Bryant, P. (2011). Children`s understanding and use of inversion in arithmetic. In *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, Recife, Anais do XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (pp. 1-7).
- Capovilla, F. C., Cesar, O., Seabra, A. G., & Haydu, V. B. (1997). Equação-equilíbrio: O modelo da balança e a análise da resolução de problemas aritméticos em escolares do ensino fundamental. *Torre de Babel*, 4, 189-215.
- Carmo, J. S., & Simionato, A. M. (2012). Reversão de ansiedade à Matemática: alguns dados da literatura. *Psicologia em Estudo*, 17, 317-327.
- Batista, C. G. (1995). Fracasso escolar: análise de erros em operações matemáticas. *Revista Zetetiké*, 4, 61-72.
- Bortoloti, R., & de Rose, J.C. (2007). Medida do grau de relacionamento entre estímulos equivalentes. *Psicologia: Reflexão e Críticas*, 20(2), 252 – 258.

- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(3), 179-202.
- Coelho, A. C., Santos, E. R. M., & Almeida, V. F. (2011). Estratégias de resolução de problemas aritméticos adotados por alunos da sexta série. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, Brasil, 1-12.
- Corso, L. V., & Dorneles, B. V. (2010). Senso numérico e dificuldades de aprendizagem na matemática. *Revista Psicopedagogia*, 27, 298-309.
- Dalton, O. J., & Haydu, V. B. (2015). Equivalência de estímulos de funções matemáticas de primeiro grau no ensino fundamental. *Perspectiva em Análise do Comportamento*, 6(2), 132-146.
- Donini, R. (2005). *Identificando comportamentos pré-requisitos para o ensino da adição e da subtração* (Dissertação de Mestrado não publicada). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Figueiredo, R. M. E., & Galvão, O. F. (1999). Estratégias de resoluções de problemas matemáticos em crianças do ensino fundamental: Um estudo descritivo. In J. S. Carmo (Org.), *Dificuldades da aprendizagem: O instrumento da análise do comportamento no ensino da leitura e escrita e conceitos matemáticos* (pp. 117-130). Belém: UNAMA.
- Fossa, J. A., & Sá, P. F. (2008). Uma distinção entre problemas aritméticos e algébricos. *Revista Educação em Questão*, 33(19), 253-278.
- Gualberto, P. M. A. (2013). *Avaliação de habilidades pré-aritméticas e ensino de adição e subtração para crianças: Contribuições da Análise do Comportamento* (Tese de Doutorado não publicada). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

- Green, G. (2010). A tecnologia de controle de estímulo no ensino de equivalências número quantidade. Em J. S. Carmo & P. S. T. Prado (Orgs.), *Relações Simbólicas e Aprendizagem matemática* (pp. 49-68). Santo André: ESETec.
- Hanna, E. S., Batitucci, L. A. V., & Batitucci, J. S. L. (2014). Software Contingência Programada: Utilidade e funcionalidades. *Revista Brasileira de Análise do Comportamento*, 10, 97-104.
- Hanna, E. S., Vieira, C. O., de Moraes, L. U., de Sousa e Silva, L. R., Rangel, P. C. N., & Domeniconi, C. (2015). Desenvolvimento de compreensão de histórias infantis a partir da leitura interativa via computador. Painel apresentado na 67ª Reunião Anual da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência, Brasil.
- Harlow, H. F. (1949). The formation of learning sets. *Psychological Review*, 56, 51-65.
- Haydu, V. B., & Capovilla, C., (1997). Resolução de problemas aritméticos: analisando a participação de processos verbais e a importância da posição da incógnita. *Torre de Babel*, 4, 217-232.
- Haydu, V. B., Costa, L. P., & Pullin, E. M. M. P. (2006). Resolução de problemas aritméticos: Efeitos de relações de equivalência entre três diferentes formas de apresentação dos problemas. *Psicologia: Reflexão & Crítica*, 19(1), 44-52.
- Haydu, V. B., Lorencete, C. M., & Eccheli, S. D. (2015). Equivalência de estímulos entre três formas de apresentação de problemas aritméticos: um estudo com adultos e idosos. *Temas em Psicologia*, 23, 49-67.
- Henklain, M. H. O. (2012). *Efeitos da formação de classes de equivalência sobre a solução de problemas de adição e subtração* (Dissertação de mestrado não publicada). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

- Henklain, M. H. O., & Carmo, J. S. (2013a). Equivalência de estímulos e redução de dificuldades na solução de problemas de adição e subtração. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 29, 341-350.
- Henklain, M. H. O., & Carmo, J. S. (2013b). Stimulus equivalence and increase of correct response in addition and subtraction problems. *Paidéia*, 23, 349-358.
- Henklain, M. H. O., Carmo, J. S., & Júnior, J. L. (2016). Medidas comportamentais de eficácia: contribuições na avaliação do ensino de operações aritméticas. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 32, 1-9.
- Herebia, C. F. B. (2007). Leitura, interpretação e resolução de problemas matemáticos de estruturas aditivas (Dissertação de mestrado não publicada). Universidade Católica Dom Bosco, Campo Grande.
- Hiebert, J. (1982). The position of the unknown set and children's solutions of verbal arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(5), 341-349.
- Iégas, A. L. F., & Haydu, V. B., (2015). Resolução de problemas aritméticos: efeitos de ensino com uma balança virtual. *Temas em Psicologia*, 23, 83-96.
- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP (2015). <http://portal.inep.gov.br/web/guest/inicio>. Acesso em: 10 de setembro de 2018.
- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - INEP (2019). <http://inep.gov.br/web/guest/pisa> retirado. Acesso em: 7 de janeiro de 2020.
- Melo, R. M., Hanna, E. S., & Carmo, J. S. (2014). Ensino sem erro e aprendizagem de discriminação. *Temas em Psicologia*, 22, 207-222.
- Mendes, A. C. (2012). *Identificação de graus de ansiedade à matemática em estudantes do ensino fundamental e médio: Contribuições à validação de uma escala de ansiedade à matemática* (Dissertação de mestrado não publicada). Universidade Federal de São Carlos, São Paulo.

- Neef, N. A., Nelles, D., Iwata, B. A., & Page, T. J. (2003). Analysis of precurent skills in solving mathematics story problems. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 36, 21-33.
- Oliveira, M. S. & Tourinho, E. Z. (2001). Desempenho de crianças do ensino fundamental na solução de problemas aritméticos. *Estudos de Psicologia*, 6(1), 63-74.
- Oliveira, K. L., Boruchovitch, E., & Santos, A. A. A. (2008). Leitura e desempenho escolar em português e matemática no ensino fundamental. *Paidéia*, 18(41), 531-540.
- Skinner, B. F. (1998). *Ciência e Comportamento Humano*, 10^a Ed. (J. C. Todorov & R. Azzi, Trads.). São Paulo: Martins Fontes. (Trabalho original publicado em 1953).
- Sidman, M., & Tailby, W. (1982). Conditional discrimination vs. matching to sample: An expansion of the testing paradigm. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 53, 47-63.
- Verneque, L. (2011). *Aprendizagem de frações equivalentes: Efeito do ensino de discriminações condicionais minimizando o erro e da possibilidade de consulta a dicas* (Tese de Doutorado não publicada). Universidade de Brasília, Brasília.

Apêndice I

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Em acordo às Normas da resolução 466/12 do Conselho Nacional de Saúde - MS)

Prezados Senhores Pais (ou Responsáveis),

O(A) seu(sua) filho(a) está convidado(a) a participar da pesquisa “Efeito do ensino do algoritmo na aprendizagem de operações de adição e subtração com diferentes posições da incógnita”, de responsabilidade de Karen Vargas de Araújo, estudante de mestrado da Universidade de Brasília. O objetivo desta pesquisa é verificar o efeito do ensino do algoritmo na resolução de problemas escritos de adição e subtração com a incógnita nas posições a, b e c. Assim, gostaria de consultá-lo/a sobre seu interesse e disponibilidade de cooperar com a pesquisa.

O(A) senhor(a) receberá todos os esclarecimentos necessários antes, durante e após a finalização da pesquisa, e lhe asseguro que o seu nome e do seu(sua) filho(a) não serão divulgados, sendo mantido o mais rigoroso sigilo mediante a omissão total de informações que permitam identificá-los/as.

A coleta de dados será realizada por meio de tarefas de seleção no computador. A criança deverá sentar-se à frente de um computador e tocar em imagens que aparecerão na tela de acordo com a tarefa solicitada. As figuras poderão ser numerais, sentença com conjunto, sentença com numerais, problemas escritos ou ícones para mudar de tela. Todos os procedimentos e materiais que serão utilizados no presente projeto já foram utilizados em outros estudos e não implicam em riscos à saúde física e psicológica dos participantes, além daqueles aos quais se está exposto em qualquer outra situação que envolva a realização de atividades no computador em uma sala. Por tratar-se de uma pesquisa básica não há benefícios diretos e imediatos para os participantes.

A participação é voluntária e livre de qualquer remuneração ou benefício. O(A) senhor(a) e seu(sua) filho(a) são livres para recusar a participação, retirar o consentimento ou interromper a participação a qualquer momento. A recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade ou perda de benefícios.

Os resultados serão apresentados no trabalho de dissertação de mestrado do pesquisador responsável, o qual ficará disponível na biblioteca da UnB, provavelmente a partir de fevereiro/2020. Caso você necessite obter dados pessoais, poderá fazê-lo entrando

em contato com a pesquisadora, que ficará com a guarda dos dados e dos materiais utilizados na pesquisa.

Esclarecimentos poderão ser feitos a qualquer momento da pesquisa por meio de contato com pesquisadora responsável Karen Vargas de Araújo, por meio do telefone: (XX) 9.XXXX-XXXX ou por meio do e-mail: karenvargas.psi@gmail.com. Informações sobre a aprovação dessa pesquisa podem ser obtidas no Comitê de Ética em Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais (CEP/CHS): cep_chs@unb.br. Este projeto foi revisado e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais (CEP/CHS). As informações com relação à assinatura do TCLE ou os direitos do sujeito da pesquisa podem ser obtidos através do e-mail do CEP/CHS. Este documento encontra-se redigido em duas vias, sendo uma para o participante e outra para o pesquisador.

Assinatura do responsável

Assinatura do/da pesquisador/a

Brasília, ____ de _____ de 2019.

Apêndice II

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA UTILIZAÇÃO DE IMAGEM E DE SOM E VOZ

Eu, _____ (representante legal) autorizo a utilização da imagem de meu (minha) filho(a) e som de sua voz, na qualidade de participante no projeto de pesquisa intitulado “Efeito do ensino do algoritmo na aprendizagem de operações de adição e subtração com diferentes posições da incógnita”, sob responsabilidade de *Karen Vargas de Araújo*, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências do Comportamento da Universidade de Brasília, com Orientação da Profa. Dra. Raquel Maria de Melo.

Os registros em áudio e vídeo das sessões no computador poderão ser utilizados apenas para garantir o registro dos dados e dos comportamentos que não são registrados pelo computador e que, por sua vez, podem ser relevantes na interpretação dos resultados, na aplicação de procedimentos específicos de correção e no aperfeiçoamento do procedimento para futuros estudos, como também em apresentações em conferências profissionais e/ou acadêmicas.

Tenho ciência de que não haverá divulgação da imagem da criança pela qual sou responsável nem som de sua voz por qualquer meio de comunicação, sejam elas televisão, rádio ou internet, exceto nas atividades vinculadas ao ensino e à pesquisa, referente ao programa de ensino de matemática. Tenho ciência também de que a guarda e demais procedimentos de segurança com relação às imagens e sons de voz são de responsabilidade da pesquisadora.

Deste modo, declaro que autorizo, livre e espontaneamente, o uso para fins de pesquisa, nos termos acima descritos, da imagem das mãos do participante na realização de tarefas no computador e do som de sua voz.

Este documento foi elaborado em duas vias, uma ficará com o (a) pesquisador (a) responsável pela pesquisa e a outra com o representante legal do (a) participante.

Brasília, _____ de _____ de 2019.

Nome completo da criança:

Nome completo do responsável:

Assinatura do responsável

Assinatura do (a) pesquisador (a)

Pesquisador: Karen Vargas de Araújo
Mestranda em Ciências do Comportamento pela Universidade de Brasília - DF
e-mail: karenvargas.psi@gmail.com

Apêndice III

TERMO DE ASSENTIMENTO DA CRIANÇA PARTICIPANTE DA PESQUISA

Você está sendo convidado a participar da minha pesquisa sobre ensino de matemática. Seus responsáveis permitiram que você participe.

Você só precisa participar da pesquisa se quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir. As crianças que irão participar desta pesquisa têm de 7 a 11 anos de idade.

As atividades da pesquisa serão realizadas na biblioteca durante aproximadamente 20 minutos. Serão realizadas atividades no computador com figuras, sons, números e frases. Após as atividades no computador, você poderá brincar com um jogo que você escolher.

Outras crianças já participaram de pesquisas como essa e as atividades podem ser feitas como em jogos no computador. Além dos seus responsáveis, ninguém mais saberá que você está participando da pesquisa.

Você aceita participar? Se sim, escreva o seu nome na linha abaixo.

Eu _____ aceito participar da pesquisa.

Eu entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir e que ninguém vai ficar com raiva de mim.

Brasília, _____ de 2019.

Assinatura da criança

Assinatura da pesquisadora

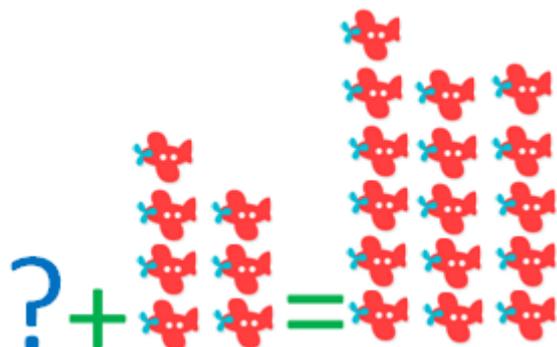
Apêndice IV

Pré-Teste Geral, Pós-Teste Geral 1 e Pós-Teste Geral 2.

NOME:	
IDADE:	DATA DE NASCIMENTO: ___ / ___ / ___

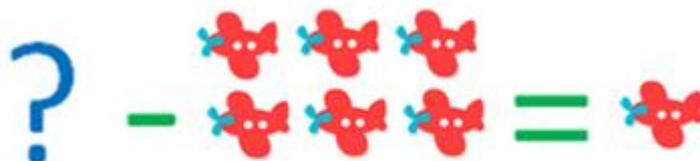
RESOLVA AS EQUAÇÕES COMPLETANDO COM OS NÚMEROS QUE FALTAM:	
$? + 6 = 13$	RESPOSTA <input type="text"/>
$? - 3 = 0$	RESPOSTA <input type="text"/>
$6 + ? = 11$	RESPOSTA <input type="text"/>
$4 - ? = 1$	RESPOSTA <input type="text"/>
$3 + 1 = ?$	RESPOSTA <input type="text"/>
$9 - 7 = ?$	RESPOSTA <input type="text"/>

QUANTOS AVIÕES PRECISAM SER COLOCADOS COM MAIS 7 PARA
TOTALIZAR 16?



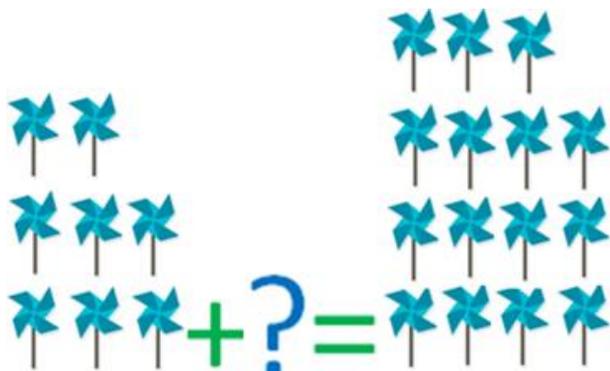
RESPOSTA

QUANTOS AVIÕES RETIRANDO 6 TOTALIZAM 1?



RESPOSTA

QUANTOS CATAVENTOS PRECISAM SER SOMADOS COM 8 PARA
TOTALIZAR 15?



RESPOSTA

QUANTOS CATAVENTOS RETIRANDO 1 TOTALIZAM 0?



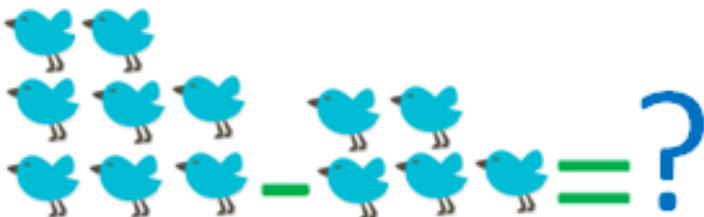
RESPOSTA

QUANTOS PÁSSAROS TÊM SOMANDO OS PÁSSAROS?



RESPOSTA

QUANTOS PÁSSAROS TÊM SUBTRAINDO A QUANTIDADE DE PÁSSAROS?



RESPOSTA

LUANA TINHA ? LÁPIS. GANHOU MAIS 3 DE PRESENTE E FICOU COM 7 AO TODO. QUANTOS LÁPIS LUANA TINHA ANTES DE GANHAR O PRESENTE?

RESPOSTA

LUANA TINHA ? LÁPIS. PERDEU 1 EM UM PASSEIO E FICOU COM 1 AO TODO. QUANTOS LÁPIS A LUANA TINHA ANTES DO PASSEIO?

RESPOSTA

JULIANO TINHA 1 CARRINHO. GANHOU MAIS ? DE PRESENTE E FICOU COM 2 AO TODO. QUANTOS CARRINHOS JULIANO GANHOU DE PRESENTE?

RESPOSTA

JULIANO TINHA 6 CARRINHOS. PERDEU ? EM UM PASSEIO E FICOU COM 1 AO TODO. QUANTOS CARRINHOS JULIANO PERDEU NO PASSEIO?

RESPOSTA

VANESSA TINHA 2 BORRACHAS. GANHOU MAIS 1 DE PRESENTE E FICOU COM ? AO TODO. COM QUANTAS BORRACHAS VANESSA FICOU AO

TUDO?

RESPOSTA

VANESSA TINHA 8 BORRACHAS. PERDEU 6 EM UM PASSEIO E FICOU COM ? AO TODO. COM QUANTAS BORRACHAS VANESSA FICOU APÓS O PASSEIO?

RESPOSTA

PAULA TINHA ? LAÇOS E CLÁUDIA TINHA 2 A MAIS QUE PAULA. AO TODO, CLÁUDIA TINHA 6 LAÇOS. QUANTOS ERAM OS LAÇOS DE PAULA?

RESPOSTA

PAULA TINHA ? LAÇOS E CLÁUDIA TINHA 1 A MENOS QUE PAULA. AO TODO, CLÁUDIA TINHA 2 LAÇOS. QUANTOS ERAM OS LAÇOS PAULA?

RESPOSTA

CARLOS TINHA 9 PIPAS E BENÍCIO TINHA ? A MAIS QUE CARLOS. AO TODO, BENÍCIO TINHA 17 PIPAS. QUANTAS PIPAS BENÍCIO TINHA A MAIS QUE CARLOS?

RESPOSTA

CARLOS TINHA 4 PIPAS E BENÍCIO TINHA ? A MENOS QUE CARLOS. AO TODO, BENÍCIO TINHA 2 PIPAS. QUANTAS PIPAS BENÍCIO TINHA A MENOS QUE CARLOS?

RESPOSTA

ADRIANA TINHA 3 MOEDAS E LUCIANA TINHA 2 A MAIS QUE ADRIANA. AO TODO, LUCIANA TINHA ? MOEDAS. QUANTAS MOEDAS TINHA LUCIANA?

RESPOSTA

ADRIANA TINHA 9 MOEDAS E LUCIANA TINHA 8 A MENOS QUE ADRIANA. AO TODO, LUCIANA TINHA ? MOEDAS. QUANTAS MOEDAS TINHA LUCIANA?

RESPOSTA

Apêndice V

Instruções dos áudios e vídeos do Treino do Algoritmo

Áudios

Figura	Tela	Instrução
6	“c”	“Dois mais dois é igual a?”
6	“f”	<i>Adição</i> - “Conte a quantidade de laranjas para solucionar o problema. Duas laranjas mais duas laranjas é igual a?” * <i>Subtração</i> - “Conte a quantidade de laranjas para solucionar o problema. Tinha quatro laranjas, tirou duas, quantas ficaram?”
6	“h”	“Resolva a operação”
7	“j”	“Verifique se a conta está correta. Quatro menos dois é igual a dois? Se estiver correta a conta, selecione o número treze. Se estiver errada, selecione a seta cinza.”

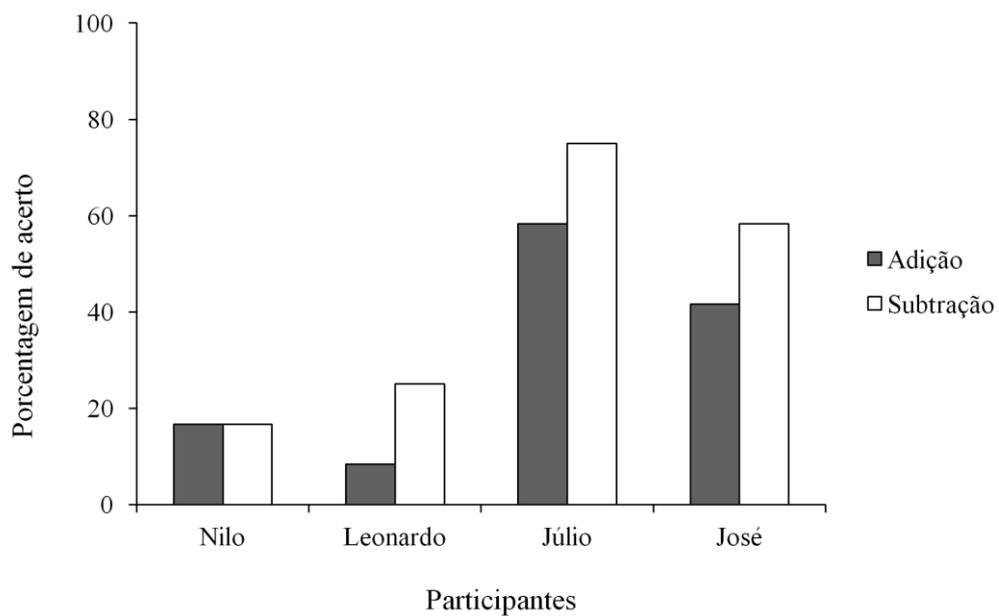
Nota: *Correspondem as instruções que eram dadas de acordo com a operação e posição da incógnita.

Vídeos

Figura	Tela	Instrução
6 e 7	“a”	<p>“Nessa primeira instrução serão passadas as informações sobre o que você deverá fazer.</p> <p>Primeiro será apresentada uma tela em branco. Em seguida um problema escrito, depois o local que você deverá montar a operação que corresponde ao problema apresentado. E, na parte de baixo, os itens para você selecionar números, sinais e a interrogação que indica o que está faltando.</p> <p>Quando todos estiverem na tela, você escutará outra instrução e, após o fim da instrução, deverá ler o problema em voz alta, para que eu possa ouvir o que você está lendo e quando finalizar, iniciará a montagem da operação.</p> <p>No momento em que for selecionar os números, você deverá fazer um de cada vez. Assim que escolher o número, toque e volte com a mão para a mesa. Quando o número selecionado compor a operação, selecione o próximo item. E assim, até montar toda a operação.</p> <p>Alguma dúvida?</p> <p>Vamos começar!!”</p>
6 e 7	“b”	<p>“Vamos iniciar! Primeiro, leia o problema escrito. Repare que no problema escrito tem números e um ponto de interrogação. Na parte debaixo do problema escrito você deverá montar a operação conforme é apresentado.</p> <p>Selecione o número ou a interrogação, o que aparecer primeiro e depois o sinal, de mais ou de menos. Em seguida, escolha o próximo número ou interrogação, lembre-se que deverá seguir a sequência. E por fim, selecione o último número ou interrogação que aparece no problema.</p> <p>Lembrando que você deverá selecionar um por vez. Selecione tocando no</p>

		número na tela e volte com a mão para a mesa.”
7	“d”	<i>Adição incógnita b</i> – “Para ajudar a resolver essa operação vamos precisar alterar a posição dos números e mudar o sinal de mais para menos. Vamos lá! Para isso, selecione o número que está depois do sinal de igual. Em seguida selecione o sinal e depois o outro número e, por último, a interrogação.”
		* <i>Adição incógnita a</i> – “Para ajudar a resolver essa operação vamos precisar alterar a posição dos números e mudar o sinal de mais para menos. Vamos lá! Para isso, selecione o número que está depois do sinal de igual. Em seguida selecione o sinal e depois o outro número e, por último, a interrogação.”
		* <i>Subtração incógnita b</i> – “Para ajudar a resolver essa operação vamos precisar alterar a posição dos números. Vamos lá! Para isso, selecione o número que está no início da operação. Em seguida selecione o sinal e depois o outro número, e por último, a interrogação.”
		* <i>Subtração incógnita a</i> – “Para ajudar a resolver essa operação vamos precisar alterar a posição dos números e mudar o sinal de menos para mais. Vamos lá! Para isso, selecione o número que está depois do sinal. Em seguida selecione o sinal e depois o outro número e, por último, a interrogação.”

Nota: *Correspondem a operação da tela, mas são as instruções que eram dadas de acordo com a operação e posição da incógnita.

Apêndice VI

Porcentagem de acerto nas operações de adição e subtração no Pré-Teste Geral para cada participante.