



**IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS CINEMÁTICOS E  
CONTROLE DINÂMICO DE ROBÔS MÓVEIS  
COM RODAS TIPO SKID-STEERING  
UTILIZANDO MÚLTIPLOS SENSORES INERCIAIS**

**GILBERTO DE OLIVEIRA COSTA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM SISTEMAS MECATRÔNICOS  
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS MECATRÔNICOS**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS MECATRÔNICOS**

**IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS CINEMÁTICOS E  
CONTROLE DINÂMICO DE ROBÔS MÓVEIS  
COM RODAS TIPO SKID-STEERING  
UTILIZANDO MÚLTIPLOS SENSORES INERCIAIS**

**GILBERTO DE OLIVEIRA COSTA**

**Orientador: Prof. Dr. José Maurício S. T. Motta, PPMEC/ENM/UnB**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM SISTEMAS MECATRÔNICOS**

**PUBLICAÇÃO PPMEC.DM - XXX/2019  
BRASÍLIA-DF, 10 DE JULHO DE 2019.**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS MECATRÔNICOS**

**IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS CINEMÁTICOS E  
CONTROLE DINÂMICO DE ROBÔS MÓVEIS  
COM RODAS TIPO SKID-STEERING  
UTILIZANDO MÚLTIPLOS SENSORES INERCIAIS**

**GILBERTO DE OLIVEIRA COSTA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE SISTEMAS MECATRÔNICOS DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM SISTEMAS MECATRÔNICOS.

**APROVADA POR:**

Prof. Dr. José Maurício S. T. Motta, PPMEC/ENM/UnB  
Orientador

Prof. Dr. André Murilo da Almeida Pinto, PPMEC/ENM/UnB  
Membro Interno

Prof. Dr. Adriano Todorovic Fabro, PCMEC/ENM/UnB  
Membro Externo

**BRASÍLIA, 10 DE JULHO DE 2019.**

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

GILBERTO DE OLIVEIRA COSTA

**Identificação de Parâmetros Cinemáticos e Controle Dinâmico de Robôs Móveis com Rodas tipo Skid-Steering Utilizando Múltiplos Sensores Inerciais**

**2019xv, 111p., 201x297 mm**

(PPMec/FT/UnB, Mestre, Sistemas Mecatrônicos, 2019)

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília

Faculdade de Tecnologia - Departamento de Sistemas Mecatrônicos

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

GILBERTO DE OLIVEIRA COSTA (2019) Identificação de Parâmetros Cinemáticos e Controle Dinâmico de Robôs Móveis com Rodas tipo Skid-Steering Utilizando Múltiplos Sensores Inerciais. Dissertação de Mestrado em Sistemas Mecatrônicos, Publicação xxx/2019, Departamento de Sistemas Mecatrônicos, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 111p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Gilberto de Oliveira Costa

TÍTULO: Identificação de Parâmetros Cinemáticos e Controle Dinâmico de Robôs Móveis com Rodas tipo Skid-Steering Utilizando Múltiplos Sensores Inerciais.

GRAU: Mestre ANO: 2019

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de Mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor se reserva a outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de Mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Gilberto de Oliveira Costa

SHCES 1401 Bloco B Ap. 301 70.658-412 Brasília-DF

# Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus. Pois sem ele nada disso seria possível ou teria sentido.

Quero agradecer à Samantha, minha namorada e mãe do meu filho, que vem me apoiando em todas as decisões desde o término de minha graduação.

Ao meu filho Gabriel, que mesmo recém nascido, tem me dado muita força para continuar.

À minha família, à minha mãe, ao meu pai e aos meus dois irmãos, que me ajudaram a formar o primeiro Engenheiro de três filhos engenheiros, vindos de escolas públicas.

Ao meu amigo Alexandre Tauhata, que me ensinou a enxergar os sistemas de forma holística.

Ao meu amigo Cláudio Pereira, que contribuiu muito na confecção da plataforma de sensoriamento para o robô.

Ao meu amigo Iberê, que me ajuda nos momentos de diversão com *hobby* de aeromodelismo.

A minha amiga Patrícia Oliveira, que vem me ajudando muito nas revisões da minha pesquisa.

A minha amiga Marlete, por me aguentar praticamente todos os dias no laboratório.

Ao meu orientador, Professor José Maurício, que tem tido bastante paciência com minhas teimosias.

Aos membros da banca de avaliação que dedicaram tempo para ler, comentar e ajudar na conclusão deste trabalho.

Aos demais que não tiveram os nomes citados aqui, saibam que um abraço, um sorriso, uma mão... pequenos gestos são pra mim as maiores provas de verdadeiras amizades.

E não podia deixar de dedicar em especial, à *pessoa com quem eu mais discuto e xingo, meu irmão nos dois sentidos, meu melhor e mais antigo amigo*<sup>1</sup>, Diogo, que vem me apoiando sempre.

---

<sup>1</sup>Contino, Gabriel: Tô contigo e não abro. GABRIEL O PENSADOR. Ainda é só o começo. Rio de Janeiro: Sony Music, 1995

*... minha meta é dez, nove e meio nem rola  
Meio ponto as vez um, e morre um, meio certo não existe truta o ditado é comum  
Ser humano perfeito não tem mesmo não, procurada viva ou morta a perfeição  
Errare humanum est, Grego, ou Troiano, Latim tanto faz pra mim ...* <sup>2</sup>

---

<sup>2</sup>Soares Pereira, Pedro Paulo: Intérprete: Racionais mc's. da ponte pra cá. Racionais MC's. Nada como um dia após o outro dia. São Paulo: Cosa Nostra, 2002

# Resumo

O objetivo principal desse trabalho é melhorar o acompanhamento de trajetórias para todos os tipos de movimentos do robô móvel *skid-steering* Pioneer P-3AT.

Os objetivos secundários, para a viabilização do objetivo principal, são a construção de um modelo cinemático completo para o robô Pioneer P3AT, a construção de uma plataforma de sensoriamento inercial para a medição da posição dos centro instantâneos de rotação e o controle dinâmico em malha fechada do robô.

Para alcançar os objetivos propostos, foi realizada a medição dos parâmetros geométricos e inerciais do robô P-3AT, a identificação dos parâmetros das IMUs com a modelagem de identificação dos parâmetros dos acelerômetros e girômetros, modelagem de identificação de parâmetros do modelo para medição de centros instantâneo de rotação e velocidade angular do robô Pioneer P-3AT, a medição dos centros instantâneos de rotação do Pioneer P-3AT e a confirmação do modelo utilizando o robô IRB-140, o controle em malha aberta utilizando somente a cinemática inversa do robô P-3AT e a sintonização de um controlador PID para a velocidade angular e centro instantâneo de rotação do robô P-3AT.

# Abstract

The main objective of this work is to improve the tracking of trajectories for all types of movements of the skid-steering mobile robot Pioneer P-3AT.

Secondary objectives, to enable the main objective, are the construction of a complete kinematic model for the Pioneer P-3AT robot, the construction of an inertial sensing platform for measure the instantaneous center of rotation position and dynamic closed loop control of the robot.

To achieve the proposed objectives, the geometric and inertial parameters of the P-3AT robot were measured, the parameters of the IMUs were identified with the accelerometer and gyrometer by parameters identification modeling, the model parameter identification modeling for instantaneous center measurement for the P-3AT robot speed and angular velocity, Pioneer P-3AT instantaneous centers of rotation measurement and model confirmation using the IRB-140 robot, an open loop control using P-3AT robot inverse kinematics only and the tuning of a PID controller for the angular velocity and instantaneous center of rotation of the P-3AT robot.



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	TRABALHOS CORRELATOS.....	2
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>5</b>
2.1	ROBÔS MÓVEIS .....	5
2.1.1	POSIÇÃO DO ROBÔ.....	6
2.1.2	DESCRIÇÃO DAS RODAS .....	7
2.1.3	RODAS CONVENCIONAIS.....	8
2.1.4	RESTRIÇÕES À MOBILIDADE DO ROBÔ.....	9
2.2	MODELAGEM DE UM ROBÔ MÓVEL COM ESTERÇAMENTO POR ESCORREGAMENTO.....	11
2.2.1	MODELO CINEMÁTICO .....	11
2.2.2	MODELO DINÂMICO .....	17
2.2.3	MODELO DO ACIONAMENTO DO SSMR .....	23
2.3	SENSORES INERCIAIS .....	24
2.3.1	NAVEGAÇÃO INERCIAL.....	25
2.3.2	GIROSCÓPIOS.....	26
2.3.3	ACELERÔMETROS .....	26
2.3.4	TECNOLOGIA MEMS .....	27
2.3.5	ERROS DOS SENSORES .....	28
2.4	MÚLTIPLAS UNIDADES DE MEDIÇÃO INERCIAL .....	32
2.4.1	MOVIMENTO CIRCULAR .....	32
2.4.2	ACELERÔMETROS E O MOVIMENTO CIRCULAR .....	34
2.5	CONTROLE.....	38
2.5.1	CONTROLE DE MALHA ABERTA E MALHA FECHADA .....	39
2.5.2	RESPOSTA TRANSITÓRIA E RESPOSTA ESTACIONÁRIA .....	40
2.5.3	DEFINIÇÃO DAS ESPECIFICAÇÕES DA RESPOSTA TRANSITÓRIA .....	41
2.5.4	CONTROLE PID .....	41
<b>3</b>	<b>RECURSOS UTILIZADOS.....</b>	<b>47</b>
3.1	ROBÔ PIONEER P3-AT.....	47
3.2	IMU MPU-6050.....	47
3.3	STM32F103.....	49

3.4	ATMEGA328.....	51
3.5	ROBÔ ABB IRB-140.....	52
3.6	OUTROS RECURSOS UTILIZADOS .....	54
3.6.1	NRF24L01 .....	54
3.6.2	MAX3232 .....	54
3.7	DESCRIÇÃO DA MONTAGEM REALIZADA PARA O EXPERIMENTO.....	56
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>59</b>
4.1	IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS E INERCIAIS .....	59
4.2	IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DAS IMUS .....	60
4.2.1	MODELAGEM DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DOS ACELERÔMETROS .....	60
4.2.2	MODELAGEM DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DO MODELO PARA MEDIÇÃO DE CENTROS INSTANTÂNEO DE ROTAÇÃO E VELOCIDADE ANGULAR DO ROBÔ PIONEER P-3AT .....	64
4.2.3	CINEMÁTICA INVERSA PARA ROBÔ PIONEER P-3AT .....	65
4.3	COMPROVAÇÃO DO MODELO DE MEDIÇÃO DOS CENTROS DE ROTAÇÃO INSTANTÂNEOS .....	66
4.4	CONTROLE.....	67
4.4.1	CONTROLADOR PID.....	67
<b>5</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>71</b>
5.1	MEDIÇÃO DOS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS E INERCIAIS .....	71
5.2	IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DAS IMUS .....	73
5.2.1	IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS ACELERÔMETROS .....	73
5.2.2	IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS GIRÔMETROS .....	77
5.3	MEDIÇÃO DOS CENTROS INSTANTÂNEOS DE ROTAÇÃO .....	77
5.3.1	MEDIÇÃO DOS CENTROS DE ROTAÇÃO INSTANTÂNEOS DO PIONEER P-3AT .....	80
5.3.2	CONFIRMAÇÃO DA MEDIÇÃO DOS CENTROS DE ROTAÇÃO INSTANTÂNEOS DO PIONEER P-3AT .....	84
5.4	CONTROLE.....	88
5.4.1	CINEMÁTICA INVERSA .....	88
5.4.2	CONTROLADOR PID.....	88
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>106</b>
6.1	CONCLUSÃO .....	106
6.2	TRABALHOS FUTUROS .....	107

# LISTA DE FIGURAS

2.1	Posição e orientação do robô .....	7
2.2	Rodas fixas e convencionais orientáveis .....	8
2.3	Decomposição dos subsistemas do robô .....	11
2.4	SSMR no sistema de coordenadas inercial .....	12
2.5	Posição do centro de massa do robô .....	12
2.6	Rotação ao redor do centro de rotação instantâneo.....	14
2.7	Forças ativas e resistivas .....	17
2.8	Sistema de acionamento do lado direito do robô .....	23
2.9	Viés fixo .....	29
2.10	Fator de escala .....	29
2.11	Desalinhamento do eixo de entrada [?] .....	30
2.12	Acoplamento cruzado [?].....	30
2.13	Banda morta, <i>threshold</i> e resolução [?] .....	31
2.14	acelerações resultantes para um raio de rotação de 1m.....	37
2.15	acelerações resultantes para quatro IMUs .....	38
2.16	Curva de resposta em degrau unitário[?] .....	42
3.1	Pioneer P3-AT equipado com pneus para todos os terrenos [?] .....	48
3.2	Dimensões em mm do Pioneer P3-AT [?] .....	48
3.3	Diagrama de blocos da família MPU-6000 [?] .....	49
3.4	Diagrama de blocos da família MPU-6000 [?] .....	50
3.5	Eixos de medição da família MPU-6000 [?].....	50
3.6	A família de dispositivos STM32F103 [?] .....	51
3.7	ATmega328 versão SPDIP-28.....	52
3.8	Ilustração do ABB IRB-140 .....	53
3.9	Envelope de trabalho do ABB IRB-140.....	53
3.10	O módulo NRF24L01 Wireless Transceiver .....	55
3.11	Módulo MAX3232.....	55
3.12	Diagrama simplificado do sistema para medição dos centros instantâneos de rotação do robô.....	56
3.13	<i>Croqui</i> da montagem dos elementos.....	57
3.14	Foto da montagem dos elementos no robô P-3AT .....	58
3.15	Vistas dos sensores montados no robô IRB-140 .....	58

4.1	<i>Pose home position</i> do robô ABB IRB-140[?]	63
4.2	Aceleração calculada para os acelerômetros prevista pela aplicação da Eq. 4.11	64
4.3	Controlador PID simples	68
4.4	Controlador PID com soma do comando	68
4.5	Controlador PID com limitador do integrador	69
4.6	Controlador PID com limitador do integrador e do derivador	69
4.7	Controlador PID completo	69
4.8	Controlador PID completo contínuo	70
4.9	Controlador PID completo discreto	70
5.1	Medição das forças normais a partir das forças peso do robô	72
5.2	Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a $IMU_1$ para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2	74
5.3	Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a $IMU_2$ para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2	74
5.4	Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a $IMU_3$ para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2	74
5.5	Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a $IMU_4$ para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2	75
5.6	Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a $IMU_1$ após a correção dos parâmetros para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2	75
5.7	Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a $IMU_2$ após a correção dos parâmetros para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2	76
5.8	Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a $IMU_3$ após a correção dos parâmetros para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2	76
5.9	Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a $IMU_4$ após a correção dos parâmetros para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2	76
5.10	Medição de raios entre -400mm e 800mm, para velocidades angulares entre 0,8rad/s e 2,8rad/s	78
5.11	Medição de raio de 400mm, para velocidades angulares entre 0,2rad/s e 1,2rad/s	79
5.12	Leituras da medições dos centros instantâneos de rotações para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm	81
5.13	Leituras da medições dos centros instantâneos de rotações para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm	82
5.14	Leituras da medições dos centros instantâneos de rotações para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm	83

5.15	Leituras dos centros instantâneos de rotação para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm .....	85
5.16	Leituras dos centros instantâneos de rotação para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm .....	86
5.17	Leituras dos centros instantâneos de rotação para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm .....	87
5.18	Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, com ganhos dos controladores nulos .....	89
5.19	Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, para a melhor resposta com controlador de velocidade angular e raio ativados .....	90
5.20	Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, com ganho do controlador proporcional baixo.....	91
5.21	Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, com ganho do controlador integral alto.....	92
5.22	Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, com ganho do controlador diferencial nulo.....	93
5.23	Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, com ganho do controlador proporcional muito baixo .....	94
5.24	Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, com ganho do controlador proporcional muito baixo e ganho do controlador integral alto .....	95
5.25	Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganho dos controladores nulos .....	96
5.26	Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, para a melhor resposta com controlador de velocidade angular e raio ativados.....	97
5.27	Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganhos do controlador de velocidade angular nulos.....	98
5.28	Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganho do controlador proporcional baixo .....	99
5.29	Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganho do controlador proporcional nulo.....	100
5.30	Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganho integral alto .....	101
5.31	Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganho dos controladores proporcional e diferencial altos.....	102
5.32	Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganho do controlador diferencial nulo.....	103
5.33	Acompanhamento de trajetória antes da implementação do controle.....	104
5.34	Acompanhamento de trajetória após da implementação do controle .....	105

# LISTA DE TABELAS

2.1	Tipos de robôs com rodas .....	11
2.2	Efeitos independentes da sintonização de P, I e D.....	43
5.1	Medição das forças normais das rodas em relação ao plano .....	72
5.2	Medições dos pontos de contato .....	72
5.3	Distâncias dos pontos de contato das rodas até o centro de massa do robô .....	72
5.4	Posição do centro de massa com relação ao centro geométrico .....	73
5.5	Forças normais das rodas em relação ao plano calculadas .....	73
5.6	Parâmetros corrigidos necessários para a correção da leitura dos valores .....	75
5.7	Parâmetros obtidos pelo método de Levenberg-Marquadt para o modelo das Eq. 4.15, 4.16 e 4.17 .....	84
5.8	Comparação dos desempenhos dos controladores de velocidade angular .....	88
5.9	Comparação dos desempenhos dos controladores de raios.....	89

# Capítulo 1

## Introdução

Nos últimos anos foi observado um crescente interesse na área de robôs móveis. Os robôs móveis, geralmente são classificados de acordo com os ambientes que eles se movem (terrestres, aéreos, etc...) ou conforme suas aplicações (industriais, de serviço, etc..) [?].

Muita pesquisa foi concentrada na descrição dos modelos cinemáticos dos robôs móveis e no desenvolvimento de controle com realimentação para sistemas não holonômicos. Pesquisadores tipicamente consideram que as plataformas robóticas possuem restrições não holonômicas brancas (onde a rolagem é perfeita, ou seja, não há escorregamento). Um resumo dos diferentes tipos de robôs móveis pode ser encontrado no trabalho de Campion [?].

Apesar de pesquisas significantes terem sido focadas no planejamento de trajetórias e controle de movimento de veículos não holonômicos [?] [?] [?], poucas pesquisas foram realizadas para os efeitos do escorregamento e pouco foi escrito sobre o controle de veículos onde um fenômeno de escorregamento é necessário para o mecanismo de locomoção.

Os robôs móveis *skid-steering* (SSMRs do inglês *skid-steering mobile robots*) são considerados veículos para todos os terrenos devido à robustez de sua estrutura mecânica [?], que podem trabalhar em condições ambientais severas e por isso podem ser utilizados até mesmo para a exploração espacial. O esterçamento de um SSMR é alcançado pelo tracionamento diferencial dos pares de rodas em cada lado do robô. Apesar do esquema de esterçamento resultar em alguns benefícios, o controle de um SSMR é desafiador devido as rodas necessariamente escorregarem lateralmente para seguirem um caminho curvo.

O controle de robôs onde existe escorregamento não pode ser completamente resolvido a nível cinemático e, em geral, é necessário o uso de um algoritmo de controle devidamente desenvolvido a nível dinâmico e a realimentação se torna extremamente necessária uma vez que pode haver escorregamentos laterais [?].

O problema de acompanhamento de trajetória não havia sido completamente resolvido para todos os tipos de movimento. A robustez para forças de interação de terreno desconhecidas do controlador desenvolvido havia sido comprovada somente para movimento em linha reta [?].

Afim de fechar a malha de controle, e com isso melhorar o desempenho do acompanhamento de trajetórias, foi desenvolvido um sensor inercial capaz de medir tanto a velocidade angular quanto calcular a posição do centro instantâneo de rotação. A partir do sensor construído e a malha de controle fechada, é esperada a melhora da capacidade do SSMR de executar movimentação que não fosse em linha reta (mesmo que não se tenha sido testado para outros terrenos), tornando o controlador mais robusto a variações dos parâmetros de atrito.

Para melhorar ainda mais o desempenho do SSMR, um modelo cinemático mais complexo foi proposto para corrigir, ou pelo menos compensar, as não linearidades propostas por modelos mais simples. Os parâmetros de modelos mais complexos não podem ser encontrados diretamente por medições da estrutura mecânica do robô, mas, modelamento cinemático pode ser concluído a partir de métodos numéricos de minimizações de erros, como o algoritmo de Levenberg-Marquardt, que provou ser bem sucedido em termos práticos, sendo, portanto, recomendado para soluções gerais, como descrito por Motta [?].

A partir do modelo cinemático de menor erro, uma estratégia de controle de erros dinâmicos, como os controladores PID, amplamente utilizados pela indústria [?], pode ser utilizada.

O objetivo principal desse trabalho é melhorar o acompanhamento de trajetórias para todos os tipos de movimentos do robô móvel *skid-steering* Pioneer P-3AT.

Os objetivos secundários, para a viabilização do objetivo principal, são a construção de um modelo cinemático completo para o robô Pioneer P3AT, a construção de uma plataforma de sensoriamento inercial para a medição da posição dos centro instantâneos de rotação e o controle dinâmico em malha fechada do robô.

Para alcançar os objetivos propostos foi realizada a medição dos parâmetros geométricos e inerciais do robô P-3AT, a identificação dos parâmetros das IMUs com a modelagem de identificação dos parâmetros dos acelerômetros e girômetros, modelagem de identificação de parâmetros do modelo para medição de centros instantâneo de rotação e velocidade angular do robô Pioneer P-3AT, a medição dos centros instantâneos de rotação do Pioneer P-3AT e a confirmação do modelo utilizando o robô IRB-140, o controle em malha aberta utilizando somente a cinemática inversa do robô P-3AT e a sintonização de um controlador PID para a velocidade angular e centro instantâneo de rotação do robô P-3AT.

## 1.1 Trabalhos correlatos

O trabalho de Campion de 1996 [?] é uma excelente referência de como outros tipos de robôs móveis com rodas podem ser ser classificados e estudados de forma sistemática e serviu como base para muitos outros estudos (incluindo esse).

A identificação dos parâmetros cinemáticos para robôs móveis com locomoção *skid-*



*steering* foi abordada no trabalho de Caracciolo de 1999 [?], no trabalho de Kozłowski de 2004 [?] e no trabalho de Yi de 2009 [?].

O trabalho de Caracciolo de 1999 [?] contempla o desenvolvimento de um controlador robusto para o acompanhamento de trajetórias para um robô de quatro rodas *skid-steering* em terrenos externos onde o atrito, ou sua variação, influencia muito na estratégia de controle. Em sua proposta, Caracciolo [?] sugere calcular um centro de rotação instantâneo único para determinar a posição do robô e calcular a velocidade tangencial de cada roda para calcular a velocidade da roda para estimar o atrito dinâmico entre os pneus e a superfície, e com base nesses dados determinar os melhores valores para o sinal de controle.

O trabalho de Kozłowski de 2004 [?] traz uma abordagem sistemática para um robô de quatro rodas *skid-steering*. Nesse trabalho, o robô é dividido em três subsistemas: acionamento elétrico, dinâmica e cinemática. A descrição em forma de blocos do robô desmembra a análise dos subsistemas de forma a analisar individualmente cada uma de suas contribuições. Nesse trabalho é proposta, ainda, uma lei controle na qual o centro de rotação instantâneo seja restrito ao eixo normal à trajetória do robô, e dessa forma seja controlado o escorregamento na direção tangencial do movimento.

No trabalho de Yi de 2009 [?] o cálculo dos centros de rotação instantâneos direito e esquerdo é utilizado para calcular o escorregamento pela diferença do centro de rotação geral. Nesse trabalho, ainda, o posicionamento do robô e o escorregamento são medidos por uma unidade de medição inercial de baixo custo, e são tratados por um filtro de Kalman estendido.

O trabalho de Motta de 2016 [?] traz um modelo de calibração de robôs onde o modelo não linear do robô deve ser ajustado pelos dados experimentais. A identificação dos parâmetros para a adequação de modelos matemáticos para a obtenção de modelos mais precisos, é realizado pela minimização dos erros das soluções das equações quando comparados com os dados coletados pelas experimentações realizadas. Em seu trabalho, Motta [?] utiliza o algoritmo proposto por Levenberg-Marquadt que é uma solução numérica para o método proposto pelo algoritmo de Gauss-Newton.

O trabalho de Santos de 2016 [?] apresenta um método de caracterização de acelerômetros e girômetros tecnologia de Sistemas Eletro-Mecânicos Microfabricados (MEMS) para sensores inerciais. Nesse trabalho são caracterizados os principais erros e características esperados para os sensores de baixo custo utilizados para o sensoreamento proposto para a realização trabalho.

O trabalho de Ang [?], explica as características e melhores práticas para a utilização do controlador PID. Nesse trabalho estão descritos as vantagens, aplicações e os cuidados necessários para a utilização dos controladores PID.

Essa dissertação, está dividida em seis capítulos, da seguinte forma: o primeiro é a introdução, o segundo cita os principais trabalhos relacionados com a pesquisa e suas partes essenciais para o desenvolvimento do presente trabalho, o terceiro trata dos recursos utili-

zados para a realização do trabalho, o quarto apresenta a metodologia utilizada e o quinto apresenta os resultados obtidos pela implementação da metodologia e a discussão dos resultados, e o sexto faz uma conclusão do trabalho e a proposição de trabalhos futuros que podem ser realizados a partir do conhecimentos produzidos por esse trabalho.

# Capítulo 2

## Revisão bibliográfica

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica utilizada para a realização do trabalho. Na seção 2.1 são apresentados os tópicos obtidos do trabalho de Campion sobre robôs móveis com rodas a seção 2.2 apresenta os tópicos obtidos do trabalho de Kozłowski sobre a modelagem de um robô móvel com esterçamento por escorregamento, a seção 2.3 apresenta os tópicos obtidos do trabalho de Santos sobre os sensores inerciais e seus erros, a seção 2.4 discute sobre como utilizar características inerciais para medição do centro instantâneo de rotação de um robô e a seção 2.5 explica uso de controladores PID para a melhoria de respostas de sistemas.

### 2.1 Robôs Móveis

Robôs Móveis Com Rodas (RMCR) constituem uma classe de sistemas mecânicos caracterizados por restrições cinemáticas que não são integráveis e não podem ser eliminadas das equações do modelo. A consequência é que os algoritmos de planejamento e controle padrão desenvolvidos para manipuladores robóticos sem restrições não são mais aplicáveis. Os robôs móveis com rodas comerciais disponíveis no mercado têm geralmente uma estrutura construtiva muito mais complexa do que os modelos simples normalmente considerados e para os quais a modelagem ainda é uma questão relevante [?].

O objetivo do artigo de Campion [?] é fornecer uma apresentação geral e unificadora da questão de modelagem do RMCR. Também é considerado um RMCR geral, com um número arbitrário de rodas de vários tipos e várias motorizações. O objetivo é apontar as propriedades estruturais dos modelos cinemáticos e dinâmicos, levando em consideração a resolução à mobilidade do robô induzida pelas restrições. Além de introduzir os conceitos de grau de mobilidade e de grau de direção, foi mostrado que, apesar da variedade de possíveis construções de robôs e configurações de rodas, o conjunto de RMCR pode ser particionado em 5 classes.

Além disso, Campion introduz quatro tipos diferentes de modelos de espaço de estado

que são de interesse para a compreensão do comportamento do RMCR [?]:

- O modelo cinemático de postura é o modelo mais simples capaz de fornecer uma descrição global do RMCR. É mostrado que dentro de cada uma das cinco classes, este modelo possui uma estrutura genérica particular que permite entender as propriedades de manobrabilidade do robô. A redutibilidade, a controlabilidade e a estabilidade deste modelo também são analisadas.
- O modelo cinemático de configuração permite analisar o comportamento de RMCR dentro da estrutura da teoria de sistemas não-holonômicos (que não podem ser descritos sem o uso de derivadas).
- O modelo dinâmico de configuração é o modelo de espaço de estado mais geral. Ele fornece uma descrição completa da dinâmica do sistema, incluindo as forças generalizadas fornecidas pelos atuadores. Em particular, a questão da configuração da motorização é abordada: um critério é proposto para verificar se a motorização é suficiente para explorar plenamente a mobilidade cinemática.
- O modelo dinâmico de postura que é o *feedback* equivalente ao modelo dinâmico de configuração e útil para analisar sua redutibilidade, sua controlabilidade e suas propriedades de estabilização.

### 2.1.1 Posição do robô

Um robô móvel com rodas é um veículo que é capaz de um movimento autônomo (sem condutor humano externo) porque está equipado, para seu movimento, com motores que são acionados por um computador embarcado [?]. Assumimos que os robôs móveis em estudo neste trabalho são compostos de uma estrutura rígida equipada com rodas não deformáveis e que estão se movendo em um plano horizontal. A posição do robô pode ser observada na Figura 2.1. Uma base inercial ortonormal arbitrária  $\{O, \vec{I}_1, \vec{I}_2\}$  é fixada no plano do movimento. Um ponto de referência arbitrária  $P$  no quadro e uma base arbitrária  $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$  anexada ao quadro são definidas. A posição do robô é então completamente especificada pelas três variáveis  $x, y, \theta$ :

- $x$  e  $y$  são as coordenadas do ponto de referência  $P$  na base inercial, isto é:

$$\vec{OP} = x\vec{I}_1 + y\vec{I}_2; \quad (2.1)$$

- $\theta$  é a orientação da base  $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$  em relação à base inercial  $\{\vec{I}_1, \vec{I}_2\}$ .

Para a descrição da postura do robô é utilizado o vetor  $\xi$ :

$$\xi = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

A matriz de rotação ortogonal, por se tratar de uma rotação no eixo  $z$ , é definida como:

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

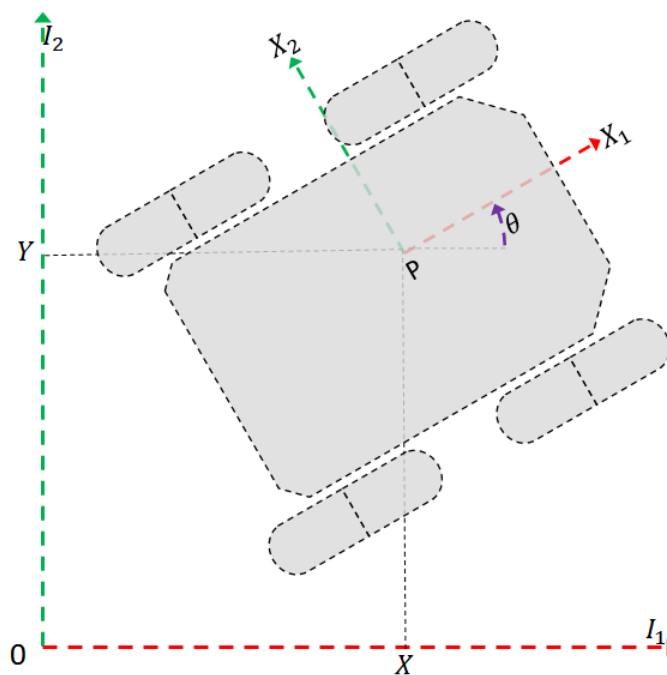


Figura 2.1: Posição e orientação do robô

### 2.1.2 Descrição das rodas

Para a caracterização do movimento, é assumido que o plano de cada roda permanece vertical e a roda gira em torno de seu eixo (horizontal) cuja orientação em relação ao quadro pode ser fixa ou variável. Serão feitas as distinções entre duas classes básicas de rodas idealizadas: as rodas convencionais e as rodas suacas. Em cada caso, assume-se que o contato entre a roda e o solo é reduzido a um único ponto do plano [?].

Para uma roda convencional, supõe-se que o contato entre a roda e o solo satisfaça a laminação pura sem condições de escorregamento. Isso significa que a velocidade do ponto de contato é igual a zero e implica que os componentes dessa velocidade paralela e ortogonal ao plano da roda são iguais a zero [?].

## 2.1.3 Rodas convencionais

### 2.1.3.1 Rodas fixas

O centro da roda, denotado por  $A$ , é um ponto fixo da estrutura (Figura 2.2). A posição de  $A$  na base  $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$  é caracterizada usando coordenadas polares pela distância  $PA = l$  e o ângulo  $\alpha$ . A orientação do plano da roda em relação ao  $PA$  é representada pelo ângulo constante  $\beta$ . O ângulo de rotação da roda em torno do seu eixo (horizontal) é denotado  $\varphi(t)$  e o raio da roda é denotado por  $\tau$ .

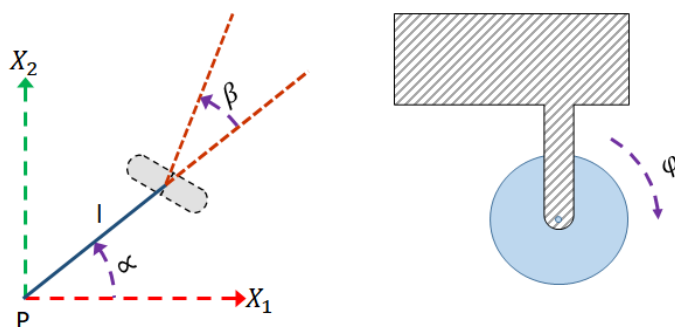


Figura 2.2: Rodas fixas e convencionais orientáveis

A posição da roda é assim caracterizada por quatro constantes,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $l$  e  $\tau$  e seu movimento por um ângulo variável de tempo  $\varphi(t)$ . Com esta descrição, os componentes da velocidade do ponto de contato são facilmente computados e podemos deduzir as duas seguintes restrições:

- ao longo do plano da roda:

$$\begin{bmatrix} -\sin(\alpha + \beta) & \cos(\alpha + \beta) & l\cos(\beta) \end{bmatrix} \mathbf{R}(\theta)\dot{\xi} + \tau\dot{\varphi} = 0 \quad (2.4)$$

- ortogonal ao plano da roda:

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & l\sin(\beta) \end{bmatrix} \mathbf{R}(\theta)\dot{\xi} = 0 \quad (2.5)$$

### 2.1.3.2 Rodas centráveis orientáveis

Uma roda orientável centrada é tal que o movimento do plano da roda em relação à estrutura é uma rotação em torno de um eixo vertical que passa pelo centro da roda (Figura 2.2). A descrição é a mesma que para uma roda fixa, exceto que agora o ângulo  $\beta(t)$  não é constante, mas o tempo varia. A posição da roda é caracterizada por três constantes,  $l$ ,  $\alpha$ ,  $\tau$

e seu movimento em relação ao quadro por dois ângulos variando no tempo  $\beta(t)$  e  $\varphi(t)$ . As restrições têm a mesma forma acima:

$$\begin{bmatrix} -\sin(\alpha + \beta) & \cos(\alpha + \beta) & l\cos(\beta) \end{bmatrix} \mathbf{R}(\theta)\dot{\xi} + \tau\dot{\varphi} = 0 \quad (2.6)$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha + \beta) & \sin(\alpha + \beta) & l\sin(\beta) \end{bmatrix} \mathbf{R}(\theta)\dot{\xi} = 0 \quad (2.7)$$

### 2.1.4 Restrições à mobilidade do robô

Consideramos agora um robô móvel geral, equipado com  $N$  rodas das categorias descritas na seção 2.1.3. Usamos os quatro subscritos seguintes para identificar as quantidades relativas a estas quatro classes:  $f$  para rodas fixas convencionais,  $c$  para rodas orientáveis centralizadas convencionais. Os números de rodas de cada tipo são indicados por  $N_f$ ,  $N_c$ , com  $N_f + N_c = N$ .

A configuração do robô é totalmente descrita pelos seguintes vetores de coordenadas.

- Coordenadas de postura:  $\xi(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ \theta(t) \end{pmatrix}$  para as coordenadas de posição no plano.
- Coordenadas angulares:  $\beta_c(t)$  para os ângulos de orientação de rodas orientáveis centralizadas e  $\beta_{oc}(t)$  para os ângulos de orientação das rodas orientáveis descentralizadas.
- Coordenadas de rotação:  $\varphi(t) = \begin{pmatrix} \varphi_f(t) \\ \varphi_c(t) \end{pmatrix}$  para os ângulos de rotação das rodas em torno do seu eixo horizontal de rotação.

Todo o conjunto de coordenadas de postura, angular e de rotação  $\xi$ ,  $\beta_c$  e  $\varphi$  é chamado de conjunto de coordenadas de configuração na sequência. O número total de coordenadas de configuração é dada por  $N_f + 2N_c + 3$ .

Com essas notações, as restrições podem ser escritas sob a forma de matriz geral:

$$\mathbf{J}_1(\beta_c)\mathbf{R}(\theta)\dot{\xi} + J_2\dot{\varphi} = 0 \quad (2.8)$$

$$\mathbf{C}_1(\beta_c)\mathbf{R}(\theta)\dot{\xi} = 0 \quad (2.9)$$

com as seguintes definições.

1.  $\mathbf{J}_1(\beta_c) = \begin{pmatrix} J_{1f} \\ J_{1c}(\beta_c) \end{pmatrix}$  onde  $\mathbf{J}_{1f} \in \mathbb{R}^{N_f \times 3}$ ,  $\mathbf{J}_{1c} \in \mathbb{R}^{N_c \times 3}$ .  $\mathbf{J}_{1f}$  são constantes, enquanto

$J_{1c}$  é variantes no tempo através de  $\beta_c(t)$ .  $\mathbf{J}_2 \in \mathbb{R}^{N \times N}$  é constante e sua diagonal são os raios das rodas

$$2. \mathbf{C}_1(\beta_c) = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{1f} \\ \mathbf{C}_{1c}(\beta_c) \end{pmatrix}, \mathbf{C}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ onde } \mathbf{C}_{1f} \in \mathbb{R}^{N_f \times 3}, \mathbf{C}_{1c} \in \mathbb{R}^{N_c \times 3}. \mathbf{C}_{1f} \text{ é constante enquanto } \mathbf{C}_{1c} \text{ varia no tempo.}$$

Essa suposição é equivalente às seguintes condições.

1. Se o robô tiver mais de uma roda fixa convencional (ou seja,  $N_f > 1$ ), elas estarão todas em um único eixo comum.
2. Os centros das rodas orientáveis centralizadas convencionais não pertencem a este eixo comum das rodas fixas.
3. O número  $\text{posto}[\mathbf{C}_{1c}(\beta_c)] \leq 2$  é o número de rodas orientáveis centralizadas convencionais que podem ser orientadas independentemente para direcionar o robô. Esse número é chamado de grau de direção ( $\delta_s$ ):

$$\delta_s = \text{posto}[\mathbf{C}_{1c}(\beta_c)] \quad (2.10)$$

O número e a escolha destes seis volantes é obviamente um privilégio do projetista de robôs. Se um robô móvel for equipado com mais de seis rodas convencionais orientáveis centradas (isto é,  $N_c > \delta_s$ ), o movimento das rodas extras deve ser coordenado para garantir a existência do centro de rotação instantâneo a cada instante de tempo.

Segue-se que apenas estruturas não-singulares são de interesse prático e tais que:

1. o grau de mobilidade  $\delta_m$ , satisfaz as seguintes desigualdades:

$$1 \leq \delta_m \leq 3. \quad (2.11)$$

O limite superior é óbvio. O nível inferior significa que consideramos apenas o caso em que um movimento é possível, ou seja,  $\delta_m \neq 0$ ;

2. o grau de direção  $\delta_s$ , satisfaz as seguintes desigualdades:

$$0 \leq \delta_s \leq 2. \quad (2.12)$$

O limite superior pode ser alcançado apenas para robôs sem rodas fixas ( $N_f = 0$ ), o limite inferior corresponde a robôs sem roda orientável centrada ( $N_c = 0$ ); e

3. as seguintes desigualdades são satisfeitas:

$$2 \leq \delta_m + \delta_s \leq 3. \quad (2.13)$$



Assim, existem apenas cinco tipos de robôs móveis com rodas, correspondentes aos cinco pares de valores de  $\delta_m$  e  $\delta_s$  de acordo com a Tabela 2.1.

Robô	Tipo(3,0)	Tipo(2,0)	Tipo(2,1)	Tipo(1,1)	Tipo(1,2)
$\delta_m$	3	2	2	1	1
$\delta_s$	0	0	1	1	2

Tabela 2.1: Tipos de robôs com rodas

Os tipos de estruturas descritos na Tabela 2.1 serão utilizados para uma denominação da forma: "robô móvel do Tipo( $\delta_m, \delta_s$ )".

## 2.2 Modelagem de um robô móvel com esterçamento por escorregamento

Nesta seção está formulada uma descrição matemática de um robô móvel com esterçamento por escorregamento (SSMR, do inglês *Skid-Steering Mobile Robot*), que se movimenta em uma superfície plana. Para facilitar a análise e o desenvolvimento do controle, o modelo do veículo foi dividido em três partes: acionamento elétrico, dinâmica e cinemática (conforme a Figura 2.3) [?]. Esta abordagem é natural para a maioria dos sistemas robóticos acionados eletricamente e ainda oferece possibilidade de desenvolver um controlador baseado em técnicas de controle em série.

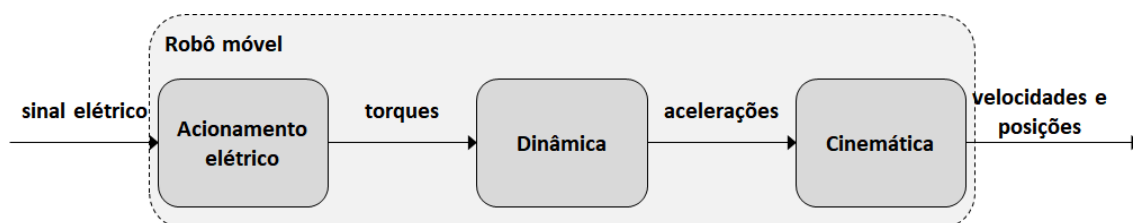


Figura 2.3: Decomposição dos subsistemas do robô

### 2.2.1 Modelo cinemático

Para o modelo cinemático de um SSMR [?], é assumido que o robô está em uma superfície plana com uma base inercial ortogonal  $(X_g, Y_g, Z_g)$ . Um sistema local de coordenadas denotado por  $(x_l, y_l, z_l)$  é atribuído ao centro de massa do robô (*CoM* do inglês *Center of Mass*). As coordenadas do *CoM*, no sistema de coordenadas inercial, pode ser escrito como  $CoM = (X, Y, Z)$ . Uma representação da situação descrita pode ser observada na Figura 2.4.

Supondo que o robô se movimenta somente em um plano com velocidade expressa no sistema de coordenadas cuja velocidade linear pode ser expressa por  $v = \begin{bmatrix} v_x & v_y & 0 \end{bmatrix}^T$

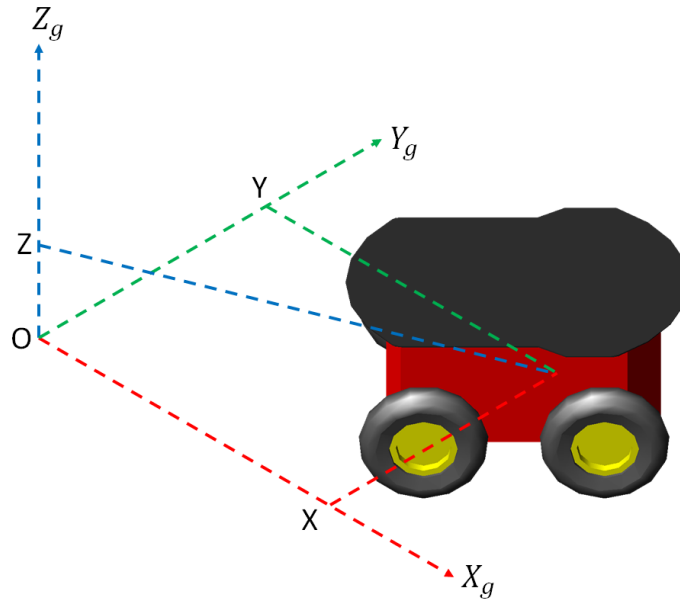


Figura 2.4: SSMR no sistema de coordenadas inercial

e rotaciona com velocidade angular  $\omega = [0 \ 0 \ \omega]^T$ . Se  $q = [X \ Y \ \theta]^T$  é o vetor de estados que descreve as coordenadas do robô (isto é, a posição do *CoM*,  $X$  e  $Y$ , e a orientação  $\theta$  do sistema de coordenadas com respeito ao sistema de coordenadas inercial), assim  $\dot{q} = [\dot{X} \ \dot{Y} \ \dot{\theta}]^T$  representa o vetor de velocidades generalizadas que expressa as velocidades lineares e angular do robô. Da Figura 2.5, percebe-se que as variáveis  $\dot{X}$  e  $\dot{Y}$  estão relacionadas ao sistema de coordenadas do vetor de velocidades locais por uma matriz de rotação, conforme expresso a Eq. 2.14, conforme descrito pela Eq. 2.3. Como o movimento é planar,  $\dot{\theta}$  é igual a  $\omega$ .

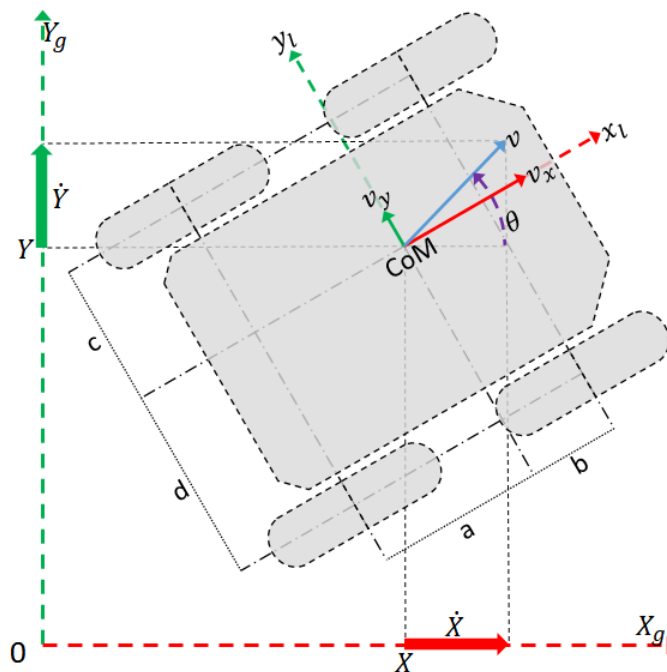


Figura 2.5: Posição do centro de massa do robô

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

A Eq. 2.14 não impõe nenhuma restrição no movimento planar do SSMR, desde que descreve somente a cinemática de corpo livre. Assim sendo, é necessário analisar as relações entre as velocidades inerciais e as velocidades locais.

Supondo que a  $i$ -ésima roda gire com velocidade angular  $\omega_i(t)$ , onde  $i = 1, 2, 3$  e  $4$ , que podem ser observadas com uma entrada de controle. Para simplificar, a espessura da roda é desprezada e é assumido estar em contato com o plano no ponto  $P_i$  como está ilustrado na Figura 2.5. Em contraste com os outros tipos de veículos com rodas, a velocidade lateral de SSMR,  $v_{iy}$ , geralmente não é nula. Esta propriedade vem da estrutura mecânica dos SSMR que se fazem necessárias para as mudanças de orientação. Dessa forma, as rodas são tangentes ao percurso somente se  $\omega = 0$ , isto é, quando o robô se movimenta ao longo de uma linha reta.

Nesta descrição é desconsiderado o escorregamento longitudinal entre as rodas e a superfície. Conforme a premissa baseada no trabalho de Pacejka [?], pode ser imposta a relação da Eq. 2.15.

$$v_{ix} = r_i \omega_i \quad (2.15)$$

Onde  $v_{ix}$  é o componente de velocidade longitudinal do vetor de velocidade  $v_i$  da  $i$ -ésima roda representado no sistema de coordenadas local e  $r_i$  é o raio efetivo de rolagem de tal roda.

Para desenvolver um modelo cinemático, é necessário considerar todas as rodas juntas. Na Figura 2.6, os vetores de raios  $d_i = [d_{ix} \ d_{iy}]^T$  e  $d_C = [d_{Cx} \ d_{Cy}]^T$  são definidas com relação ao sistema de coordenadas local a partir do centro instantâneo de rotação (ICR). Conseqüentemente, de acordo com a geometria da Figura 2.6, a Eq. 2.16 pode ser deduzida.

$$\frac{\|v_i\|}{\|d_i\|} = \frac{\|v\|}{\|d_C\|} = |\omega| \quad (2.16)$$

Ou, de um modo mais detalhado na Eq. 2.17.

$$-\frac{v_{ix}}{d_{iy}} = -\frac{v_x}{d_{Cy}} = \frac{v_{iy}}{d_{ix}} = \frac{v_y}{d_{Cx}} = \omega \quad (2.17)$$

Definindo as coordenadas do ICR no sistema de coordenadas local na Eq. 2.18.

$$ICR = (x_{ICR}, y_{ICR}) = (-d_{Cx}, -d_{Cy}) \quad (2.18)$$

Como o robô foi considerado um corpo rígido, a velocidade tangencial ( $v_t$ ) de qualquer

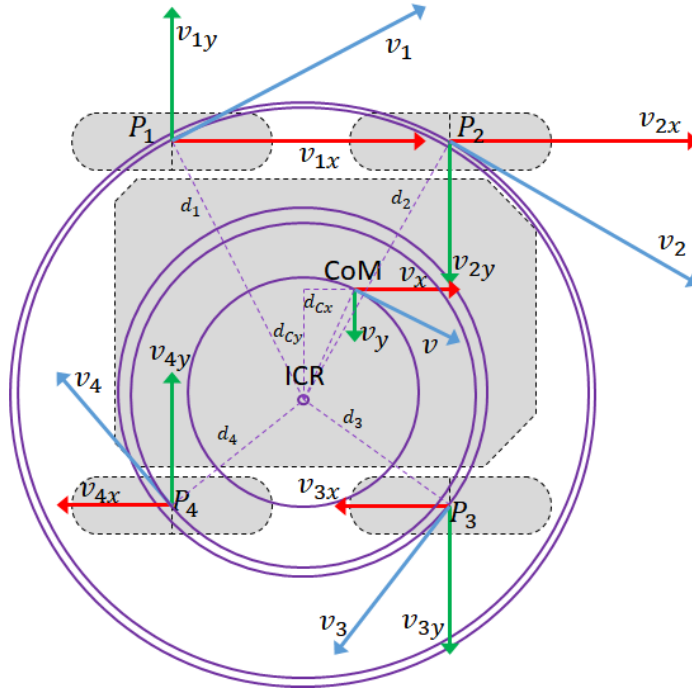


Figura 2.6: Rotação ao redor do centro de rotação instantâneo

ponto horizontal no robô é dada pela Eq. 2.19.

$$v_t = \omega \begin{bmatrix} d_{Cy} + d_y \\ -(d_{Cx} + d_x) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Onde  $d_x$  é a variação da posição do ponto no eixo  $x$  do robô e  $d_y$  é a variação da posição do ponto no eixo  $y$  do robô.

A partir da Figura 2.5 e da Figura 2.6 é possível observar que as coordenadas do vetor  $d_i$  satisfazem as relações da Eq. 2.20.

$$\begin{aligned} d_{1x} &= d_{4x} = d_{Cx} - a \\ d_{2x} &= d_{3x} = d_{Cx} + b \\ d_{1y} &= d_{2y} = d_{Cy} + c \\ d_{3y} &= d_{4y} = d_{Cy} - d \end{aligned} \quad (2.20)$$

Onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são parâmetros cinemáticos positivos do robô retratados na Figura 2.5. Após combinações da Eq. 2.17 e da Eq. 2.20, As relações entre as velocidades podem ser

obtidas para formar a Eq. 2.21.

$$\begin{aligned}
v_{xL} &= v_{1x} = v_{2x} \\
v_{xR} &= v_{3x} = v_{4x} \\
v_{yF} &= v_{2y} = v_{3y} \\
v_{yB} &= v_{1y} = v_{4y}
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Onde  $v_{xL}$  e  $v_{xR}$  representam as coordenadas longitudinais das velocidades das rodas direita e esquerda, e  $v_{yF}$  e  $v_{yB}$  são as coordenadas de velocidades laterais das velocidades das rodas da frente e de trás respectivamente.

Usando a Eq. 2.17 e a Eq. 2.21 é possível obter a transformação da Eq. 2.22, que descreve as relações entre as velocidades das rodas e a velocidade do robô.

$$\begin{bmatrix} v_{xL} \\ v_{xR} \\ v_{yF} \\ v_{yB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -c \\ 1 & d \\ 0 & -x_{ICR} + b \\ 0 & -x_{ICR} - a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ \omega \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

De acordo com a Eq. 2.15 e a Eq. 2.21, assumindo que o raio efetivo é  $r_i = r$  para cada roda, é possível escrever a Eq. 2.23 das velocidade angulares das rodas  $\omega_\omega$ .

$$\omega_\omega = \begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_R \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} v_L \\ v_R \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

Onde  $\omega_L$  e  $\omega_R$  são, respectivamente, as velocidades angulares das rodas direitas e esquerdas.

Combinando a Eq. 2.22 e a Eq. 2.23, as relações aproximadas entre as velocidades angulares das rodas e as velocidades do robô podem ser desenvolvidas conforme a Eq. 2.24.

$$\eta = \begin{bmatrix} v_x \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r(\omega_R + \omega_L)}{2} \\ \frac{r(\omega_R - \omega_L)}{c+d} \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

Onde  $\eta$  pode ser uma nova entrada de comando introduzida a nível cinemático.

A partir da Eq. 2.24, o par de velocidades  $\omega_L$  e  $\omega_R$  pode ser tratado como uma entrada de sinal cinemático, assim como as velocidades  $v_x$  e  $\omega$ . De qualquer maneira, a exatidão da Eq. 2.24 depende, em sua maior parte, do deslocamento longitudinal e pode ser validada somente se esse fenômeno não for dominante. Adicionalmente, os parâmetros  $r$ ,  $c$  e  $d$  podem ser identificados experimentalmente para assegurar a validade da determinação da velocidade angular com respeito às velocidades angulares das rodas.

A fim de completar o modelo cinemático do SSMR, a restrição de velocidade da Eq. 2.25 (introduzida por Caracciolo [?]) originada da Eq. 2.17 deve ser utilizada.

$$v_y + \dot{\theta}x_{ICR} = 0 \quad (2.25)$$

A Eq. 2.25 pode ser combinada com a Eq. 2.14 resultando na Eq. 2.26.

$$\begin{bmatrix} -\text{sen}\theta & \text{cos}\theta & x_{ICR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} & \dot{Y} & \dot{\theta} \end{bmatrix}^T = 0 \quad (2.26)$$

Como  $\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{X} & \dot{Y} & \dot{\theta} \end{bmatrix}^T$ , a Eq. 2.26 pode ser reescrita na forma da Eq. 2.27.

$$\begin{bmatrix} -\text{sen}\theta & \text{cos}\theta & x_{ICR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} & \dot{Y} & \dot{\theta} \end{bmatrix}^T = \mathbf{A}(\mathbf{q})\dot{q} = 0 \quad (2.27)$$

Onde  $\mathbf{A}(\mathbf{q})$  é uma matriz auxiliar para o cálculo do espaço nulo da Eq. 2.27

Desde que a velocidade generalizada  $\dot{q}$  esteja sempre no espaço nulo de  $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ , ela pode ser escrita como a Eq. 2.28. Onde o operador derivada,  $\mathbf{S}(\mathbf{q})$ , pode ser expresso nas Eq. 2.29 e 2.30.

$$\dot{q} = \mathbf{S}(\mathbf{q})\eta \quad (2.28)$$

$$\mathbf{S}^T(\mathbf{q})\mathbf{A}^T(\mathbf{q}) = 0 \quad (2.29)$$

$$\mathbf{S}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \text{cos}\theta & x_{ICR}\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & -x_{ICR}\text{cos}\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Pode ser notado que, desde que  $\dim(\eta) = 2 < \dim(q) = 3$ , a Eq. 2.28 descreve a cinemática do robô, que é subatuado. Adicionalmente, este é um sistema não holonômico devido à restrição descrita na Eq. 2.25 na qual a velocidade  $v_y$  depende da derivada de  $q$ ,  $\dot{q}$ , para ser calculada.

A partir das Eq. 2.19 e 2.22 é possível observar que o controle das coordenadas de velocidade de  $v_y$  e  $v_{yi}$  não é possível sem o conhecimento da projeção no eixo  $x$  do ICR. Considerar a velocidade linear  $v_x$  e a velocidade angular  $\omega$  como sinais de controle, parece ser uma vantagem sobre as proposições prévias apresentadas por Kozlowski e Pazderski [?] e Caracciolo [?], onde  $\omega$  e  $v_y$  foram utilizadas.

## 2.2.2 Modelo dinâmico

Nesta seção as propriedades dinâmicas do SSMR serão descritas, uma vez que os efeitos dinâmicos executam uma importante função para esses veículos [?].

Os efeitos dinâmicos pelos quais o movimento do robô é alterado são causados por interações de forças de escorregamento laterais não modeladas e de valores desconhecidos. As forças das rodas retratadas na Figura 2.7 são examinadas.

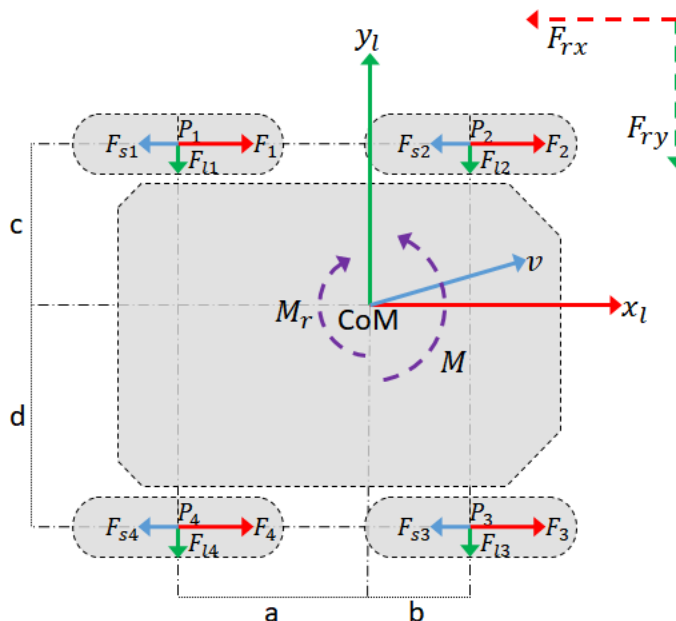


Figura 2.7: Forças ativas e resistivas

As forças ativas  $F_i$  e reativas  $F_{si}$  são relacionadas aos torques fornecidos pelos motores e pela gravidade (uma vez que o atrito seco está diretamente relacionado à força normal da superfície com o ponto de contato com a roda,  $N_i$ ), respectivamente.  $F_i$  é função linear da entrada de controle da roda  $\tau_i$  conforme expresso pela Eq. 2.31.

$$F_i = \frac{\tau_i}{r} \quad (2.31)$$

De acordo com Pacejka [?], é assumido que a força vertical  $N_i$  atua da superfície para a roda. Considerando as quatro rodas do veículo e desconsiderando as propriedades dinâmicas

adicionais, obtêm-se as equações de equilíbrio da Eq. 2.32.

$$\begin{aligned}
N_1 a &= N_2 b, \\
N_4 a &= N_3 b, \\
N_1 c &= N_4 d, \\
N_2 c &= N_3 d, \\
\sum_{n=1}^4 N_i &= mg.
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Onde  $m$  representa a massa do veículo e  $g$  a aceleração da gravidade. As relações da Eq. 2.33 podem ser obtidas.

$$\begin{aligned}
\frac{N_1}{d} = \frac{N_4}{c} &= \frac{b}{(a+b)(c+d)} mg, \\
\frac{N_2}{d} = \frac{N_3}{c} &= \frac{a}{(a+b)(c+d)} mg.
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Assumindo que os vetores  $F_{si}$  resultam da resistência do momento de rolagem  $\tau_{ri}$  e o vetor  $F_{li}$  representa a força resistiva lateral, estas forças reativas [?] podem ser consideradas como as de atrito. Somente uma aproximação descrevendo o atrito  $F_f$  como uma sobreposição do atrito de Coulomb (seco) e viscoso são considerados. Isso pode ser reescrito conforme a Eq. 2.34.

$$F_f(\sigma) = \mu_c N \operatorname{sgn}(\sigma) + \mu_v \sigma \tag{2.34}$$

Onde  $\sigma$  denota a velocidade linear,  $N$  é a força normal à superfície, enquanto  $\mu_c$  e  $\mu_v$  representam os coeficientes de Coulomb e viscoso respectivamente. Desde que a velocidade do SSMR seja relativamente baixa, especialmente durante o escorregamento lateral, a relação  $\mu_c N \gg |\mu_v \sigma|$  válida permite que seja desconsiderado  $\mu_v \sigma$  para simplificar o modelo, assim gerando a Eq. 2.35.

$$F_f(\sigma) = \mu_c N \operatorname{sgn}(\sigma) \tag{2.35}$$

É importante notar que a função 2.35 não é suave quando a velocidade  $\sigma$  é igual a zero, devido à função sinal  $\operatorname{sgn}(\sigma)$ . A Eq. 2.35 não é derivável em  $\sigma = 0$  e como é necessária uma função contínua e diferenciável no tempo para o modelo do SSMR ser obtido, a aproximação



proposta na Eq. 2.36 pode ser utilizada [?].

$$\widehat{sgn}(\sigma) = \frac{2}{\pi} \arctan(k_s \sigma) \quad (2.36)$$

Onde  $k_s \gg 1$  é uma constante que determina a exatidão da aproximação de acordo com a relação da Eq. 2.37.

$$\lim_{k_s \rightarrow \infty} \frac{2}{\pi} \arctan(k_s \sigma) = sgn(\sigma) \quad (2.37)$$

As forças de atrito para uma roda podem ser escritas conforme as Eq. 2.38 e 2.39.

$$F_{li} = \mu_{lci} N_i \widehat{sgn}(v_{yi}) \quad (2.38)$$

$$F_{si} = \mu_{sci} N_i \widehat{sgn}(v_{xi}) \quad (2.39)$$

Onde  $\mu_{lci}$  e  $\mu_{sci}$  representam os coeficientes de atrito laterais e longitudinais, respectivamente.

Usando a função de Lagrange ou lagrangiana ( $L$ ) do sistema para expressar em termos das coordenadas generalizadas  $q_i$ , da taxa de variação dessas coordenadas (velocidades generalizadas)  $\dot{q}_i$  e do tempo  $t$  que é dada matematicamente pela diferença entre a energia cinética ( $T$ ) e a energia potencial generalizada ( $U$ ) do sistema, para expressar a equação dinâmica do robô, e como o movimento do robô é planar (ou seja, a variação da energia potencial é 0), o Lagrangeano do sistema é igual à energia cinética, conforme a Eq. 2.40.

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}). \quad (2.40)$$

Considerando a energia cinética do veículo e desconsiderando a energia de rotação das rodas (visando apenas calcular a movimentação no plano), a Eq. 2.41 pode ser desenvolvida.

$$T = \frac{1}{2} m v^T v + \frac{1}{2} I \omega^2, \quad (2.41)$$

Onde  $m$  representa a massa do robô e  $I$  é o momento de inércia do robô ao redor do centro de massa. Para simplificar, assume-se que a distribuição de massa é homogênea. Se  $v^T v = v_x^2 + v_y^2 = \dot{X}^2 + \dot{Y}^2$ , a Eq. 2.41 pode ser reescrita como a Eq. 2.42.

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2, \quad (2.42)$$

Depois de calcular as derivadas parciais da energia cinética  $E_k$  e sua derivada no tempo, as forças de inércia podem ser obtidas pela Eq. 2.43 onde a matriz de inércias,  $M$ , é pode

ser escrita na forma da Eq. 2.44.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}} \right) = \begin{bmatrix} m\ddot{X} \\ m\ddot{Y} \\ I\ddot{\theta} \end{bmatrix} = \mathbf{M}\ddot{q} \quad (2.43)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Em seguida, as forças que causam a dissipação de energia são consideradas. De acordo com a Figura 2.7, as forças resultantes, expressas no conjunto de coordenadas inercial, podem ser calculadas pelas Eq. 2.45 e Eq. 2.46.

$$F_{rx}(\dot{q}) = \cos\theta \sum_{i=1}^4 F_{si}(v_{xi}) - \sin\theta \sum_{i=1}^4 F_{li}(v_{yi}) \quad (2.45)$$

$$F_{ry}(\dot{q}) = \sin\theta \sum_{i=1}^4 F_{si}(v_{xi}) + \cos\theta \sum_{i=1}^4 F_{li}(v_{yi}) \quad (2.46)$$

Onde  $F_{rx}$  representa a componente no eixo  $x$  das forças resistivas,  $F_{ry}$  representa a componente no eixo  $y$  das forças resistivas.

O momento causado pelas forças de resistência ao redor do centro de massa  $M_r$  pode ser obtido pela aplicação da Eq. 2.47.

$$M_r(\dot{q}) = -a \sum_{i=1,4} F_{li}(v_{yi}) + b \sum_{i=2,3} F_{li}(v_{yi}) - c \sum_{i=1,2} F_{si}(v_{xi}) + d \sum_{i=3,4} F_{si}(v_{xi}) \quad (2.47)$$

Para definir as forças resistivas, é introduzido o vetor da Eq. 2.48.

$$R(\dot{q}) = \begin{bmatrix} F_{rx}(\dot{q}) & F_{ry}(\dot{q}) & M_r(\dot{q}) \end{bmatrix}^T \quad (2.48)$$

Onde  $F_{rx}$  é a força resistiva no eixo  $x$ ,  $F_{ry}$  é a força resistiva no eixo  $y$  e  $M_r$  é o momento de inércia resistivo.

As forças ativas fornecidas pelos atuadores podem ser expressas no sistema de coordena-

nadas inercial pelas Eq. 2.49 e 2.50.

$$F_x = \cos\theta \sum_{i=1}^4 F_i \quad (2.49)$$

$$F_y = \sin\theta \sum_{i=1}^4 F_i \quad (2.50)$$

Onde  $F_x$  é a força no eixo  $x$  e  $F_y$  é a força no eixo  $y$ .

O torque ativo ao redor do centro de massa é calculado pela Eq. 2.51.

$$M = d(F_3 + F_4) - c(F_1 + F_2) \quad (2.51)$$

Onde  $F_i$  é a força fornecida pela  $i$ -ésima roda,  $c$  e  $d$  são as distâncias entre a força e o ponto de aplicação e  $M$  é o momento de inércia.

Em consequência, o vetor  $F$  das forças ativas tem a forma da Eq. 2.52.

$$F = \begin{bmatrix} F_x & F_y & M \end{bmatrix}^T \quad (2.52)$$

Usando as Eq. 2.31, 2.49, 2.50 e 2.51, e assumindo que o raio de cada roda é o mesmo, obtêm-se a Eq. 2.53.

$$F = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \cos\theta \sum_{i=1}^4 \tau_i \\ \sin\theta \sum_{i=1}^4 \tau_i \\ d(\tau_3 + \tau_4) - c(\tau_1 + \tau_2) \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Para simplificar a notação, uma nova entrada de controle de torque  $\tau$  é definida como a Eq. 2.54.

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_L \\ \tau_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2d(\tau_1 + \tau_2)}{c+d} \\ \frac{2c(\tau_3 + \tau_4)}{c+d} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Onde  $\tau_L$  e  $\tau_R$  representam os torques produzidos pelas rodas no lado esquerdo e direito, respectivamente. Combinando as Eq. 2.53 e 2.54, a Eq. 2.55 é obtida.

$$F = B(q)\tau \quad (2.55)$$

Onde B é a matriz de transformação de entrada definida pela Eq. 2.56.

$$B(q) = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\theta \\ \sin\theta & \sin\theta \\ -c & d \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Utilizando as Eq. 2.43, 2.48, e 2.55, é obtido o modelo dinâmico da Eq. 2.57.

$$M(q)\ddot{q} + R(\dot{q}) = B(q)\tau \quad (2.57)$$

É preciso notar que a Eq. 2.57 descreve a dinâmica de corpo livre somente e não inclui as restrições não holonômicas da Eq. 2.26. Assim sendo a restrição será imposta na Eq. 2.57. Para este fim, um vetor de multiplicadores de Lagrange,  $\lambda$ , é introduzido na Eq. 2.58 [?].

$$M(q)\ddot{q} + R(\dot{q}) = B(q)\tau + A^T(q)\lambda. \quad (2.58)$$

Para propósitos de controle pode ser mais adequado expressar Eq. 2.58 em termos do vetor de velocidade integral  $\eta$ . O lado esquerdo da Eq. 2.58 é multiplicada por  $S^T(q)$ , resultando na Eq. 2.59.

$$S^T(q)M(q)\ddot{q} + S^T(q)R(\dot{q}) = S(q)^T B(q)\tau + S^T(q)A^T(q)\lambda. \quad (2.59)$$

Após calculada a derivada de Eq. 2.28, obtêm-se a Eq. 2.60.

$$\ddot{q} = \dot{S}(q)\eta + S(q)\dot{\eta} \quad (2.60)$$

Utilizando as Eq. 2.60 e 2.28 na Eq. 2.58, as equações dinâmicas passam a ser expressas pela Eq. 2.61, cujos elementos podem ser descritos pelas Eq. 2.62, 2.63, 2.64 e 2.65.

$$\bar{M}\dot{\eta} + \bar{C}\eta + \bar{R} = \bar{B}\tau, \quad (2.61)$$

$$\bar{C} = S^T M \dot{S} = mx_{ICR} \begin{bmatrix} 0 & \dot{\theta} \\ -\dot{\theta} & \dot{x}_{ICR} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

$$\bar{M} = S^T M S = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & mx_{ICR}^2 + I \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

$$\bar{R} = S^T R = \begin{bmatrix} F_{rx}(\dot{q}) \\ x_{ICR}F_{ry}(\dot{q}) + M_r \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

$$\bar{B} = S^T B = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -c & d \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

### 2.2.3 Modelo do acionamento do SSMR

Partindo da premissa que o acionamento do robô é feito por quatro motores de corrente contínua com escovas e reduções mecânicas com engrenagens, a Figura 2.8 representa o esquema de acionamento do lado direito do robô. Considerando somente um motor e assumindo por simplicidade que o torque  $\tau_{mi}$  produzido pelo  $i$ -ésimo motor é função linear da corrente do rotor  $i_{ai}$ , é possível escrever a Eq. 2.66.

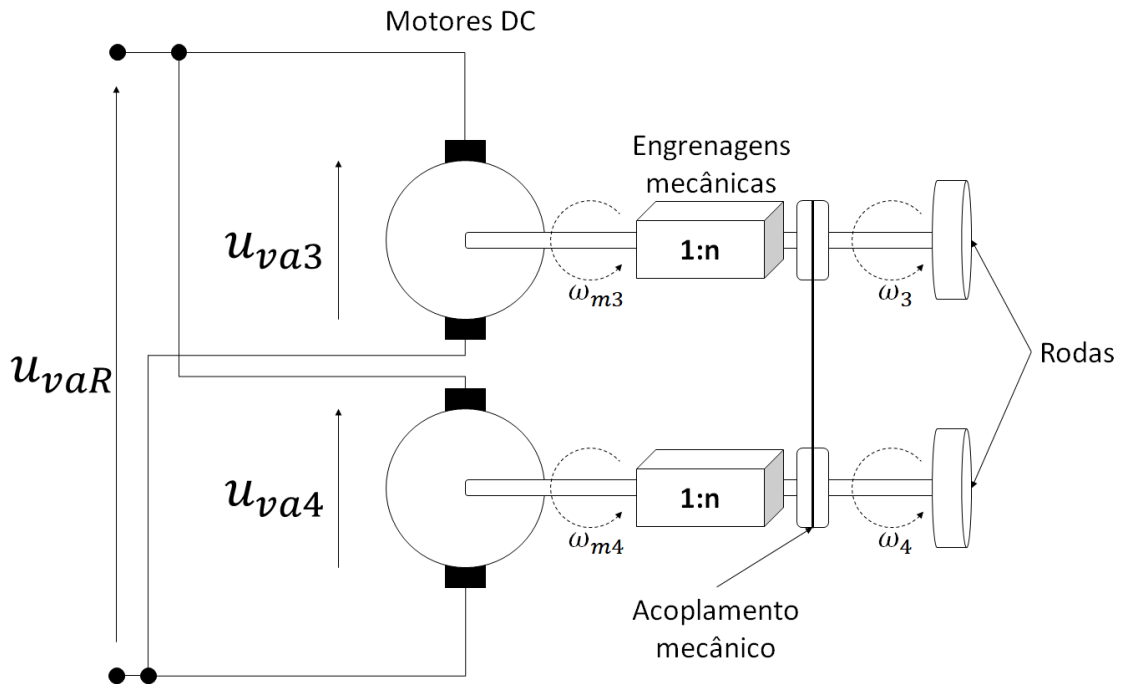


Figura 2.8: Sistema de acionamento do lado direito do robô

$$\tau_{mi} = k_i i_{ai} \quad (2.66)$$

Onde  $k_i$  representa a constante de torque do motor. A equação de tensão da armadura do motor pode ser aproximada pela Eq. 2.67.

$$u_{iva} = L_a \frac{d}{dt} i_{ai} + R_a i_{ai} + k_e \omega_{mi} \quad (2.67)$$

Onde  $L_a$  e  $R_a$  representam as indutâncias e resistências dos rotores, respectivamente,  $k_e$  é o coeficiente de força eletromotriz, enquanto  $\omega_{mi}$  representa a velocidade angular do rotor e que o  $i$ -ésimo atuador é equipado por engrenagens caracterizadas pela razão  $n > 1$ , têm-se as Eq. 2.68 e 2.69, onde alguns efeitos dinâmicos adicionais relacionados com inércia e

folgas das engrenagens são desconsiderados.

$$\tau_i = nk_i i_{ai}, \quad (2.68)$$

$$\omega_{mi} = n\omega_i. \quad (2.69)$$

De acordo com a Figura 2.8, uma nova entrada de sinal de controle  $u_{va}$  no nível de tensão é definido pela Eq. 2.70.

$$u_{va} = \begin{bmatrix} u_{vaL} \\ u_{vaR} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Na Eq. 2.70,  $u_{vaL}$  e  $u_{vaR}$  representam os sinais de tensão aplicados em cada um dos lados do veículo. Como cada par de motores e engrenagens são acoplados elétrica e mecanicamente, têm-se as Eq. 2.71, 2.72 e 2.73.

$$\begin{bmatrix} u_{vaL} \\ u_{vaR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{va1} \\ u_{va2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{va3} \\ u_{va4} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_L \\ \omega_R \end{bmatrix} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} \omega_{m1} \\ \omega_{m3} \end{bmatrix} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} \omega_{m2} \\ \omega_{m4} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

$$\tau = 2k_i n i_a \quad (2.73)$$

Assumindo que todos os motores e engrenagens tem os mesmos parâmetros e combinando as Eq. 2.66, 2.72 e 2.73, a Eq. 2.74 pode ser desenvolvida.

$$u_{va} = L_a \frac{d}{dt} i_a + R_a i_a + k_e n \omega_\omega \quad (2.74)$$

## 2.3 Sensores inerciais

Os sensores inerciais, também chamados IMUs (*Inertial Measurement Unit*), são dispositivos eletrônicos de medição que permitem estimar a orientação de um corpo a partir das forças inerciais que o corpo experimenta. Seu princípio de funcionamento baseia-se na medição das forças de aceleração e velocidade angular exercidas independentemente em pequenas massas localizadas no interior.

A tecnologia inercial é baseada nas duas primeiras leis de Newton. A primeira lei declara que o movimento de um corpo é uniforme e linear, a menos que uma força externa

esteja agindo sobre ele. A segunda lei define que esta força exercida sobre a massa produzirá uma aceleração proporcional. Essas relações representam um princípio de medição no qual dispositivos sensores podem ser desenvolvidos capazes de medir o movimento dos corpos. Portanto, se sabemos a magnitude e a direção da força aplicada a um corpo e sua massa, podemos conhecer sua aceleração e, portanto, sua velocidade e posição pela primeira e segunda integração matemática da aceleração em função do tempo.

### 2.3.1 Navegação inercial

O significado original da palavra navegação é "condução de navio". Nos tempos antigos, quando os barcos à vela eram usados, a navegação era um processo de direcionar o navio de acordo com alguns meios de informação direcional e ajustar as velas para controlar a velocidade do barco. O objetivo era levar o navio do local A para o local B com segurança. Atualmente, a navegação é uma combinação de ciência e tecnologia. O termo não é mais limitado ao controle de um navio na superfície do mar; aplica-se à terra, ao ar, à superfície do mar, sob água e ao espaço [?].

A navegação inercial é uma técnica que utiliza um sistema autônomo para medir o movimento de um veículo e determinar até onde ele se deslocou a partir de seu ponto de partida. Aceleração é uma grandeza vetorial envolvendo magnitude e direção. Um único acelerômetro mede magnitude, mas não direção. Normalmente, mede o componente de aceleração ao longo de uma linha ou direção predeterminada. As informações de direção geralmente são fornecidas por girômetros que fornecem um quadro de referência para os acelerômetros. Ao contrário de outros métodos posicionais que dependem de referências externas, um sistema de navegação inercial (INS do inglês *Inertial Navigation System*) é compacto e autônomo, já que não é necessário comunicar-se com outras estações ou outras referências. Esta propriedade permite que a nave navegue em um território desconhecido [?].

A navegação inercial pode ser descrita como um processo de direcionar o movimento de um veículo, foguete, navio, aeronave, robô, etc., de um ponto para outro em relação a um eixo de referência. A posição atual do veículo pode ser determinada a partir do deslocamento em relação a uma posição de referência inicial conhecida [?].

A ação controladora é baseada nos componentes sensores da aceleração do veículo em direções espaciais conhecidas, por instrumentos que mecanizam as leis newtonianas do movimento. A primeira e a segunda integração da aceleração detectada determinam velocidade e posição, respectivamente. Um INS típico inclui um conjunto de girômetros, um conjunto de acelerômetros e unidades apropriadas de processamento de sinais. Embora o princípio dos sistemas possa ser simples, a fabricação de um sistema prático exige uma base tecnológica sofisticada.

A precisão do sistema é independente da altitude, do terreno e de outras variáveis físicas, mas é limitada quase exclusivamente pela precisão de seus próprios componentes. Os INS

tradicionais dependem principalmente de giroscópios mecânicos e acelerômetros, mas hoje existem muitos tipos diferentes disponíveis, como giroscópios ópticos, giroscópios de vibração piezoelétricos, giroscópios ressonantes ativos e passivos, etc. Além disso, os girômetros e acelerômetros microcontrolados estão causando um impacto importante na modelagem inercial moderna [?].

### **2.3.2 Giroscópios**

Uma forma de obtenção do fenômeno do efeito giroscópico é obtido com o uso de cristais piezoelétricos, que segundo Santos [?], é realizada através da tecnologia de micro-máquinas. Um fragmento de cristal, inserido numa pastilha de circuito impresso, é colocado em movimento vibratório linear, quando ocorre uma tendência de movimento rotacional no eixo ortogonal ao movimento linear, surgirá uma aceleração de Coriolis proporcional a velocidade angular. A aceleração é detectada na forma da força que a mesma produz, indicando a intensidade do movimento rotacional.

A principal vantagem dessa implementação são as dimensões bastante reduzidas, tornando possível a implementação para certos tipos de aplicações [?].

### **2.3.3 Acelerômetros**

Na navegação inercial, a aceleração absoluta é medida em termos de três componentes mutuamente perpendiculares do vetor de aceleração total. A integração desses sinais de aceleração por duas vezes fornece o deslocamento a partir de um local inicial conhecido inicial [?].

Os acelerômetros são feitos de três elementos básicos: massa de prova, mecanismo de suspensão e mecanismo de retirada. Alguns acelerômetros requerem geradores de força elétrica ou magnética e servo-circuitos apropriados. Os acelerômetros medem não apenas a aceleração veicular real, mas também respondem às forças de reação gravitacional. A aceleração devido à gravidade é uma função da posição - em particular, latitude e altitude - e é compensada por computadores [?].

Acelerações nos três eixos são medidas por acelerômetros adequadamente posicionados. Como os acelerômetros contêm erros, as leituras devem ser compensadas removendo vieses fixos ou aplicando fatores de escala. Os erros podem ser funções de temperatura de operação, vibração ou choque. A medição do tempo deve ser precisa, pois é ajustada dentro do processo de integração para determinação de posição. A rotação da Terra também deve ser considerada e os efeitos gravitacionais devem ser compensados adequadamente [?].



### 2.3.3.1 Acelerômetros piezoelétricos

Os acelerômetros piezoelétricos são amplamente utilizados em medições de aceleração, choque e vibração de uso geral. Eles basicamente são transdutores de movimento com grandes sinais de saída e tamanhos comparativamente pequenos. Eles estão disponíveis com frequências naturais muito altas e são, portanto, adequados para aplicações de alta frequência e medições de choque.

Esses dispositivos utilizam uma massa em contato direto com o componente piezoelétrico, ou cristal. Quando um movimento variável é aplicado ao acelerômetro, o cristal experimenta uma excitação de força variável ( $F = ma$ ), fazendo com que uma carga elétrica proporcional  $q$  seja desenvolvida através dele [?].

### 2.3.3.2 Micro-acelerômetros

No final da década de 1970, tornou-se evidente que a tecnologia de IC (circuito integrado) de processamento essencialmente planar poderia ser modificada para fabricar estruturas eletromecânicas tridimensionais, chamadas de micro-usinagem. Acelerômetros e sensores de pressão estavam entre os primeiros sensores IC. O primeiro acelerômetro foi desenvolvido em 1979. Desde então, a tecnologia vem progredindo de forma constante até o ponto em que uma gama extremamente diversificada de acelerômetros está prontamente disponível. A maioria dos sensores usa micro-usinagem em massa em vez de técnicas de micro-usinagem de superfícies. Na micro-usinagem a granel, as flexuras, feixes ressonantes e todos os outros componentes críticos do acelerômetro são feitos de silício a granel para explorar todas as propriedades mecânicas do silício monocristalino. Com design e processo de filme adequados, a micro-usinagem a granel produz um acelerômetro extremamente estável e robusto [?].

## 2.3.4 Tecnologia MEMS

Os sensores inerciais do tipo *Micro Electro-Mechanical Systems* (MEMS) são implementações microscópicas dos sensores vistos acima em encapsulamentos de silício. Eles surgiram no fim da década de 1970 e possuem as seguintes vantagens [?] [?] [?]:

- Tamanho reduzido;
- Peso reduzido;
- Construção robusta;
- Baixo consumo de energia;
- Rápida inicialização;
- Preço reduzido;

- Maior confiabilidade;
- Baixo custo de manutenção;
- Diminuem a quantidade de partes no sistema final.

Em contrapartida, a redução no tamanho prejudicou o desempenho e a resolução dos sensores e, além disso, aumentou o nível do ruído [?].

## 2.3.5 Erros dos Sensores

Os erros obtidos nas medidas cruas dos sensores podem ser classificados como determinísticos ou aleatórios.

### 2.3.5.1 Erros Determinísticos

Os erros determinísticos consistem de viés previsível e, portanto, compensável, que é causado por características do componente sensível e sua instalação. Para a compensação desses desvios é necessária uma caracterização dos sensores, incluindo ensaios em sua montagem final [?].

Os principais erros determinísticos encontrados são:

- Viés Fixo;
- Erros do fator de escala;
- Desalinhamento do eixo de entrada;
- Acoplamento cruzado do eixo de entrada;
- Anisoinércia;
- Sensibilidade à aceleração angular;
- Zona morta;
- *Threshold*;
- Sensibilidade à temperatura.

### 2.3.5.2 Viés Fixo

O viés fixo se trata de uma leitura fixa e diferente de zero quando o sensor está livre de excitações (pelo menos no eixo de leitura), isto é, quando sua saída deveria ser igual a zero.

Esse erro pode ser determinado através de ensaios e ser compensado na aplicação.

O comportamento do viés fixo pode ser observado na Figura 2.9.

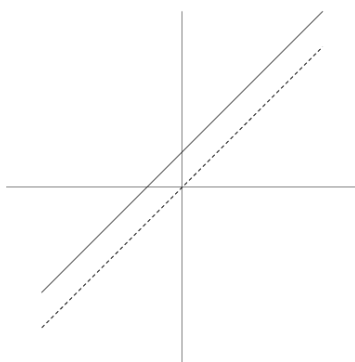


Figura 2.9: Viés fixo

### 2.3.5.3 Erros do Fator de Escala

O fator de escala é definido pelo IEEE como a taxa de variação da saída do sensor com relação a uma entrada que se pretende medir, e é, em geral, determinado como a inclinação da reta que melhor ajusta, através do método do menor erro quadrático médio, os dados de entrada/saída do sensor [?].

O fator de escala do sensor deve ser determinado através de ensaios de calibração.

O comportamento do fator de escala pode ser observado na Figura 2.10.

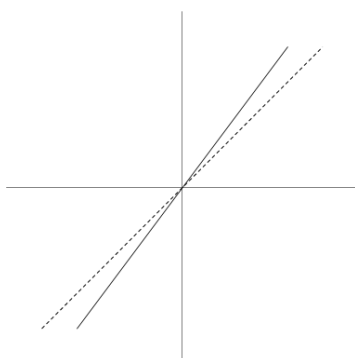


Figura 2.10: Fator de escala

### 2.3.5.4 Desalinhamento do Eixo de Entrada

O desalinhamento do eixo de entrada é o erro causado pelo desalinhamento do eixo sensível do sensor (elemento sensível com relação ao eixo de entrada de referência IRA (encapsulamento ou eixo informado ao usuário do sensor) [?].

Pode ser apresentado de forma absoluta, como um ângulo, ou em componentes como ângulos de Euler ou cossenos diretores.

Essas componentes de desalinhamento devem ser determinadas através de calibração do sensor. Outros desalinhamentos surgem quando o sensor é fixado à estrutura a ser monitorada. Esses novos desalinhamentos devem ser compensados em uma calibração feita após a instalação.

O comportamento do desalinhamento do eixo de entrada pode ser observado na Figura 2.11.

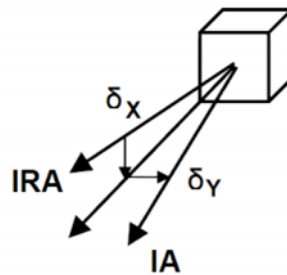


Figura 2.11: Desalinhamento do eixo de entrada [?]

### 2.3.5.5 Acoplamento Cruzado

O acoplamento cruzado é um erro causado por imperfeições na fabricação do sensor que faz com que os eixos não sejam perfeitamente ortogonais entre si, de modo que o sensor se torna sensível a estímulos ortogonais ao eixo de entrada [?]. No caso de acelerômetros pendulares, o acoplamento cruzado pode ocorrer quando o centro de massa do corpo de prova está desalinhado do eixo do pêndulo [?].

O comportamento do acoplamento cruzado pode ser observado na Figura 2.12.

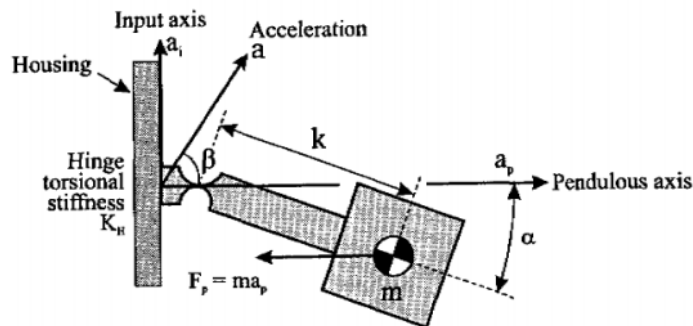


Figura 2.12: Acoplamento cruzado [?]

### 2.3.5.6 Anisoinércia

Um corpo com momentos de inércia diferentes em torno de dois eixos distintos (e.g. eixos X e Y), quando rotaciona em torno de um eixo no plano definido por esses dois eixos (plano XY), tende a alinhar sua rotação ao eixo de maior momento de inércia. Durante a rotação, as acelerações centrífugas em torno dos dois eixos são distintas, e surge um torque.

Esse princípio é o que norteia o erro de anisoinércia em acelerômetros. Assimetrias na construção mecânica do acelerômetro fazem com que surjam torques quando o sensor é girado simultaneamente em mais de um eixo além do eixo de entrada. Esse torque na

estrutura é indistinguível de um torque gerado por aceleração e o sensor faz uma medição errada [?].

### 2.3.5.7 Sensibilidade a aceleração angular

A despeito do erro causado pela sensibilidade a aceleração angular, um acelerômetro pendular girando em torno do eixo perpendicular ao plano do pêndulo a velocidade angular constante é capaz de oferecer uma leitura correta. No entanto, quando surge uma aceleração angular, a massa de prova sofre uma força inercial centrífuga com relação ao encapsulamento do acelerômetro, que causa um erro na medida do acelerômetro. Essa força surge porque a massa de prova em geral não fica exatamente sobre o ponto onde se deseja medir acelerações, há sempre distâncias referentes à fixação do sensor e à estrutura mecânica do mesmo como, por exemplo, a própria estrutura do pêndulo [?].

### 2.3.5.8 Zona Morta

Banda ou zona morta é uma faixa de medição ao redor do zero na qual o sensor não é capaz de detectar pequenas variações na sua entrada [?]. De acordo com o IEEE, a zona morta é definida como o maior valor da mínima entrada em torno do zero que produz uma saída igual a, pelo menos, 10% do valor esperado usando o fator de escala nominal do sensor [?].

O comportamento da banda morta na Figura 2.13.

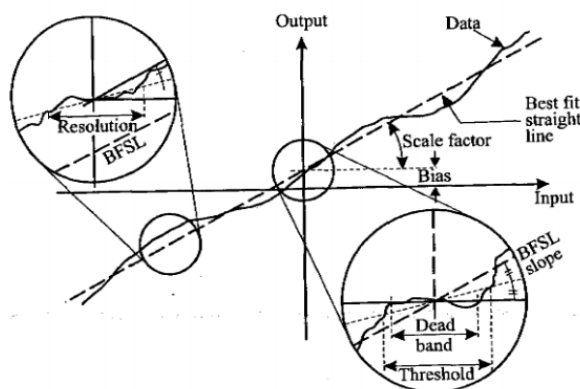


Figura 2.13: Banda morta, *threshold* e resolução [?]

### 2.3.5.9 *Threshold*

O *threshold* ou limiar é definido como o maior valor da mínima entrada em torno do zero que produz uma saída igual, a pelo menos, metade do valor esperado [?]. O IEEE adiciona que, para determinar o *threshold*, deve-se considerar o fator de escala nominal do acelerômetro [?]. Diferencia-se da resolução do sensor uma vez que esta se aplica a leituras em torno de qualquer entrada, enquanto que o *threshold* se aplica somente em torno do zero.

O comportamento do *threshold* pode ser observado na Figura 2.13.

### 2.3.5.10 Erros Aleatórios

Os erros aleatórios consistem de viés imprevisível, normalmente causado pelos circuitos eletrônicos de medição em torno do componente sensível. Embora não se tratem de erros compensáveis, a caracterização desses erros permite atenuar o seu efeito através de tratamento do sinal; além disso, a partir dos parâmetros que caracterizam esses desvios aleatórios, pode-se determinar se um sensor é adequado ou não para uma certa aplicação [?].

Os principais erros aleatórios encontrados são:

- Ruído gaussiano branco;
- Instabilidade do viés;
- Histerese;
- *Vibropendulous Error*;
- *Rate Random Walk*.

## 2.4 Múltiplas Unidades de Medição Inercial

O movimento de veículos onde a característica de não-escorregamento é garantida pode ser descrito de forma simplificada uma vez que devido a essa característica, o centro de rotação instantâneo pode ser medido com base nas velocidades relativas de cada uma das rodas.

Para os veículos onde característica de não-escorregamento não é garantida, a medida da posição do centro instantâneo de rotação não pode ser feita exclusivamente pela medição das velocidades e posições das rodas e precisa de recursos adicionais para ser calculado efetivamente.

Neste capítulo está formulada uma descrição matemática de como unidades de medição inerciais (IMUs) podem ser utilizadas para a medição do centro instantâneo de rotação (ICR do inglês *Instant Center of Rotation*) do movimento de veículos onde característica de não-escorregamento não é garantida.

### 2.4.1 Movimento circular

Um movimento circular, na mecânica clássica, é aquele em que um objeto ou ponto material se desloca numa trajetória circular. Uma força centrípeta muda de direção o vetor

velocidade, sendo continuamente aplicada para o centro do círculo. Esta força é responsável pela chamada aceleração centrípeta, orientada para o centro da circunferência (trajetória). Pode haver ainda uma aceleração tangencial, que obviamente deve ser compensada por um incremento na intensidade da aceleração centrípeta a fim de que a trajetória não deixe de ser circular.

O movimento circular é classificado, de acordo com a ausência ou a presença de aceleração tangencial, em movimento circular uniforme e movimento circular uniformemente variado.

#### 2.4.1.1 Movimento circular uniforme

O movimento circular uniforme consiste num tipo de movimento de trajetória circular em que o módulo da velocidade é constante, variando apenas a direção e o sentido do vetor velocidade, uma vez que o somatório das forças no corpo é não nulo apenas na componente normal.

O somatório das forças neste tipo de movimento é nulo na componente tangencial (componente da aceleração com direção igual à do vetor velocidade podendo ter sentido diferente) e não nulo na componente normal ou centrípeta (sendo esta componente direcionada para o centro da curva) à trajetória. Como tal, o valor absoluto da velocidade (o módulo do vetor velocidade) é constante, variando a sua direção e sentido.

No caso do movimento circular uniforme, a aceleração centrípeta é constante, uma vez que o raio da trajetória é constante por definição, e a velocidade  $v$  é também constante dado que a aceleração tangencial é nula.

#### 2.4.1.2 Aceleração centrípeta

A aceleração centrípeta, também chamada de aceleração normal ou radial, é a aceleração originada pela variação da direção do vetor velocidade de um móvel, característico de movimentos curvilíneos ou circulares. Ela é perpendicular à velocidade e aponta para o centro da curvatura da trajetória.

A aceleração centrípeta pode ser calculada conforme a Eq. 2.75.

$$\vec{a}_c = -\frac{v^2}{r}\vec{u}_n \quad (2.75)$$

Onde  $\vec{a}_c$  é a aceleração centrípeta,  $v$  é a velocidade,  $r$  é o raio da trajetória,  $u_n$  é o versor normal à trajetória.

A equação Eq. 2.75 pode ainda ser expressa como a Eq. 2.76.

$$\vec{a}_c = -\frac{(\omega r)^2}{r}\vec{u}_n = -\omega^2 r\vec{u}_n \quad (2.76)$$

onde  $\omega$  é a velocidade angular.

A partir das Eq. 2.75 e 2.76 podemos concluir que a aceleração centrípeta tem direção perpendicular à trajetória, no sentido do centro da curva descrita por esta, e módulo dado pela Eq. 2.77.

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad (2.77)$$

### 2.4.1.3 Movimento circular uniformemente variado

Por fim a aceleração angular (indicada por  $\gamma$ ) é definida como a derivada da velocidade angular expresso pela Eq. 2.78.

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad (2.78)$$

A aceleração angular guarda relação somente com a aceleração tangencial  $a_t$  e não com a aceleração centrípeta  $a_c$  conforme a Eq. 2.79.

$$\vec{a}_t = \vec{\gamma} \times \vec{r} \quad (2.79)$$

Onde  $\vec{a}_t$  é a aceleração tangencial.

A força centrípeta é aquela que mantém o objeto em movimento circular, provocando a constante mudança da direção do vetor velocidade e é dirigida ao centro da trajetória.

## 2.4.2 Acelerômetros e o movimento circular

A partir da análise do movimento circular uniforme, é possível perceber que a partir da medição da velocidade angular e da aceleração centrípeta é possível calcular centro instantâneo de rotação (ICR) pelo cálculo do raio de rotação conforme a Eq. 2.80.

$$r = \frac{a_c}{\omega^2} \quad (2.80)$$

Como ICR pode não estar alinhado com o sistema de coordenadas da IMU, a medição das acelerações nos três eixos dos acelerômetros (desde que os acelerômetros estejam montados de forma ortogonal) podem descrever os três componentes das distâncias do ICR conforme



a Eq. 2.81.

$$r_n = \frac{a_{cn}}{\omega_n^2} \quad (2.81)$$

onde  $n$  é o eixo no qual está sendo realizada a medição.

Como a velocidade angular pode acontecer em mais de um eixo simultaneamente, a Eq. 2.77 pode ser reescrita conforme a Eq. 2.82.

$$\vec{a}_c = -\vec{\omega} \times \vec{r} \times \vec{\omega} \quad (2.82)$$

Onde  $\vec{a}_c$  é a aceleração centrípeta,  $\vec{\omega}$  é a velocidade angular e  $\vec{r}$  é o raio de rotação.

A velocidade angular  $\vec{\omega}$  pode ser expressa na forma da Eq. 2.83.

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_x & \dot{\theta}_y & \dot{\theta}_z \end{bmatrix}^T \quad (2.83)$$

O raio  $\vec{r}$  pode ser expresso na forma da Eq. 2.84.

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} r_x & r_y & r_z \end{bmatrix}^T \quad (2.84)$$

Aplicando a Eq. 2.83 na Eq. 2.82, pode ser obtida a Eq. 2.85.

$$\vec{a}_c = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_y^2 + \dot{\theta}_z^2 & -\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y & -\dot{\theta}_x \dot{\theta}_z \\ -\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y & \dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_z^2 & -\dot{\theta}_y \dot{\theta}_z \\ -\dot{\theta}_x \dot{\theta}_z & -\dot{\theta}_y \dot{\theta}_z & \dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

Para o movimento circular uniformemente variado, a aceleração angular  $\vec{\gamma}$  provoca acelerações conforme a Eq. 2.86.

$$\vec{a}_t = \vec{\gamma} \times \begin{bmatrix} r_x & r_y & r_z \end{bmatrix}^T \quad (2.86)$$

A aceleração angular  $\vec{\gamma}$  pode ser escrita na forma da 2.87.

$$\vec{\gamma} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_x & \ddot{\theta}_y & \ddot{\theta}_z \end{bmatrix}^T \quad (2.87)$$

Aplicando a Eq. 2.87 na Eq. 2.86, pode ser obtida a Eq. 2.88.

$$\vec{a}_t = \begin{bmatrix} 0 & \ddot{\theta}_z & -\ddot{\theta}_y \\ -\ddot{\theta}_z & 0 & \ddot{\theta}_x \\ -\ddot{\theta}_y & \ddot{\theta}_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

Somando-se a Eq. 2.85 e a Eq. 2.88, a medida dos acelerômetros devido ao movimento circular é dado pela Eq. 2.89.

$$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_t = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_y^2 + \dot{\theta}_z^2 & \ddot{\theta}_z - \dot{\theta}_x \dot{\theta}_y & -\ddot{\theta}_y - \dot{\theta}_x \dot{\theta}_z \\ -\ddot{\theta}_z - \dot{\theta}_x \dot{\theta}_y & \dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_z^2 & \ddot{\theta}_x - \dot{\theta}_y \dot{\theta}_z \\ -\ddot{\theta}_y - \dot{\theta}_x \dot{\theta}_z & \ddot{\theta}_x - \dot{\theta}_y \dot{\theta}_z & \dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

Como  $\dot{\theta}_k$  pode ser medido pelos giroscópios da IMU e  $\ddot{\theta}_k$  pode ser calculado a partir da medida de  $\dot{\theta}_k$  (para todos os  $k = x, y$  e  $z$ ), o centro de rotação instantâneo pode ser calculado pelas medições dos acelerômetros de cada IMU e comparado com as demais medições das outras IMUs instaladas no veículo.

Ao se restringir o movimento do robô ao plano  $xy$ , a Eq. 2.89 pode ser escrita na forma da Eq. 2.90.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_z^2 & \ddot{\theta}_z & 0 \\ -\ddot{\theta}_z & \dot{\theta}_z^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

Pela Eq. 2.90, o raio  $r_z$  não pode ser determinado (mesmo que por definição seja 0), dessa forma a Eq. 2.90 pode, ainda, ser escrita na forma da Eq. 2.91.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_z^2 & \ddot{\theta}_z \\ -\ddot{\theta}_z & \dot{\theta}_z^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

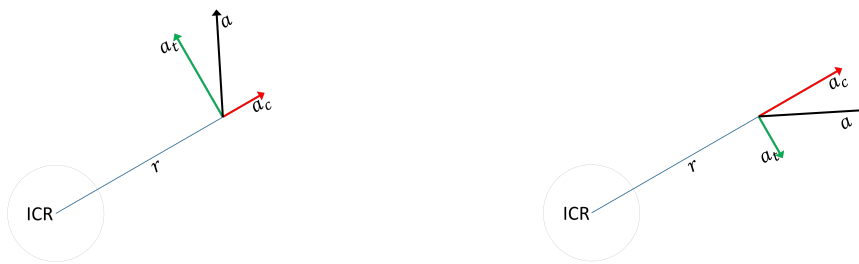
Resolvendo o sistema da Eq. 2.91 para  $\vec{a}$ , é definida a Eq. 2.92.

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \end{bmatrix} = \frac{1}{\dot{\theta}_z^4 + \ddot{\theta}_z^2} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_z^2 & \ddot{\theta}_z \\ -\ddot{\theta}_z & \dot{\theta}_z^2 \end{bmatrix} \cdot \vec{a} \quad (2.92)$$

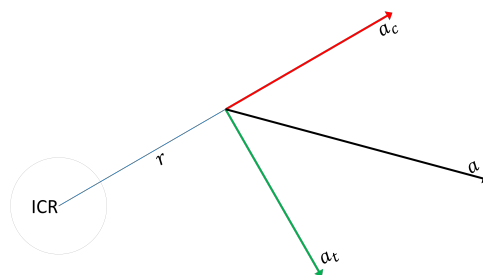
A Eq. 2.92 pode ser escrita na forma da Eq. 2.93

$$\begin{bmatrix} r_x \\ r_y \end{bmatrix} = \frac{1}{\dot{\theta}_z^4 + \ddot{\theta}_z^2} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_z^2 & \ddot{\theta}_z \\ -\ddot{\theta}_z & \dot{\theta}_z^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} \quad (2.93)$$

A Figura 2.14 ilustra três situações para leituras das IMUs para a distância de centro instantâneo de rotação de 1m. A Figura 2.14(a), demonstra a aceleração resultante da aceleração angular de  $-0,5rad/s^2$  e velocidade angular de  $0,5rad/s$ . A Figura 2.14(b), demonstra a aceleração resultante da aceleração angular de  $0,25rad/s^2$  e velocidade angular de  $0,71rad/s$ . A Figura 2.14(c), demonstra a aceleração resultante da aceleração angular de  $-1rad/s^2$  e velocidade angular de  $1rad/s$ .



(a) aceleração angular de  $-0,5rad/s^2$  e velocidade angular de  $0,5rad/s$  (b) aceleração angular de  $0,25rad/s^2$  e velocidade angular de  $0,7rad/s$



(c) aceleração angular de  $-1rad/s^2$  e velocidade angular de  $1rad/s$

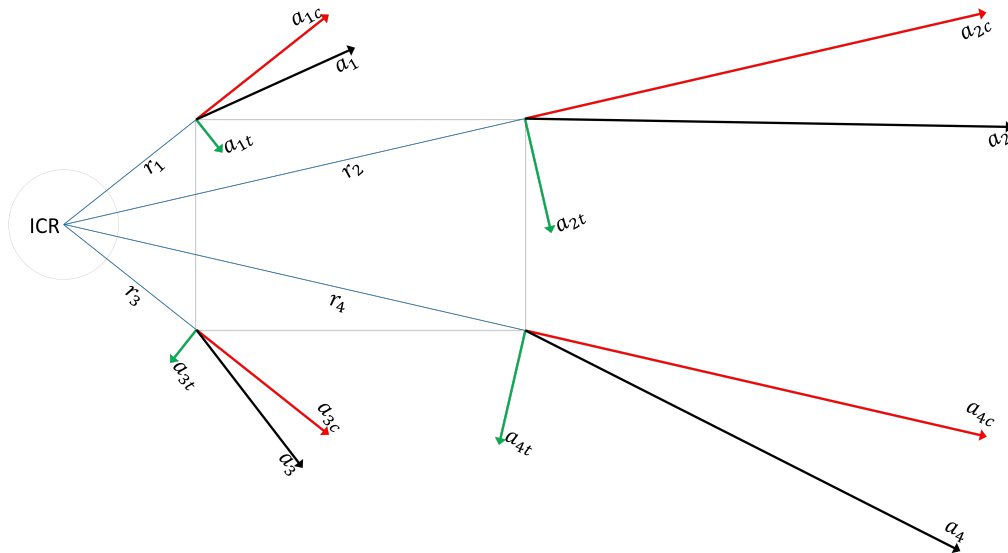
Figura 2.14: acelerações resultantes para um raio de rotação de 1m

### 2.4.2.1 Múltiplos acelerômetros e a medição do centro instantâneo de rotação

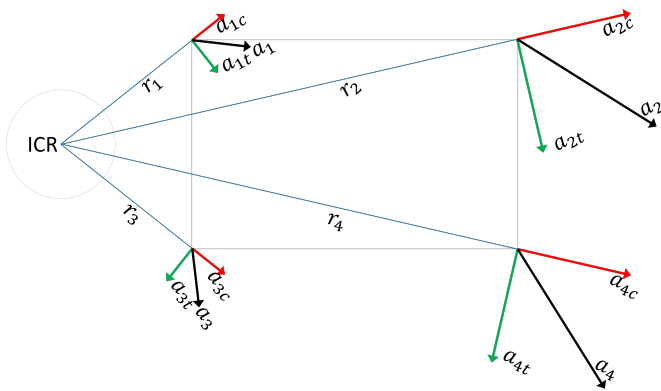
Apesar de um único conjunto de acelerômetros (um para cada eixo) poder descrever com precisão as distâncias até o ICR, quando o ICR se encontra exatamente na posição onde está situada a IMU, todas as leituras relativas às acelerações devidas às forças centrípetas seriam iguais a 0.

Para evitar problemas de leituras 0, onde pode haver equilíbrio de forças, é necessário que haja mais de um conjunto de acelerômetros. Ao serem adicionados outros conjuntos de acelerômetros, é possível medir, além da aceleração centrípeta, as acelerações tangenciais (incluindo as acelerações angulares e lineares).

A Figura 2.15 ilustra duas situações para leituras das IMUs para a distância de centro instantâneo de rotação de 1m. A Figura 2.15(a), demonstra a aceleração resultante da aceleração angular de  $-0,25rad/s^2$  e velocidade angular de  $1rad/s$ . A Figura 2.15(b), demonstra a aceleração resultante da aceleração angular de  $-0,25rad/s^2$  e velocidade angular de  $0,5rad/s$ .



(a) aceleração angular de  $-0,25\text{rad/s}^2$  e velocidade angular de  $1\text{rad/s}$



(b) aceleração angular de  $-0,25\text{rad/s}^2$  e velocidade angular de  $0,5\text{rad/s}$

Figura 2.15: acelerações resultantes para quatro IMUs

Pela ilustração da Figura 2.15 é possível observar a diferença do comportamento esperado para as leituras de acelerações entre as IMUs. A Figura 2.15(a) exibe grandes acelerações centrífugas enquanto na Figura 2.15(b) as acelerações centrífugas são pequenas devido à baixa velocidade angular.

## 2.5 Controle

A teoria de controle na engenharia de sistemas de controle é um subcampo da matemática que lida com o controle de sistemas dinâmicos de operação contínua em processos e máquinas de engenharia. O objetivo é desenvolver um modelo de controle para controlar

tais sistemas usando uma ação de controle de maneira otimizada sem atrasos ou excessos e garantindo a estabilidade do controle.

Para fazer isso, é necessário um controlador com o comportamento corretivo necessário. Este controlador monitora a variável de processo controlada (PV) e a compara com a referência ou *set point* (SP). A diferença entre o valor real e desejado da variável de processo, chamada de sinal de erro ou erro SP-PV, é aplicada como *feedback* para gerar uma ação de controle para trazer a variável de processo controlada para o mesmo valor que a referência.

O uso extensivo é geralmente feito de um estilo diagramático conhecido como diagrama de blocos. Nele, a função de transferência, também conhecida como função do sistema ou função de rede, é um modelo matemático da relação entre a entrada e a saída com base nas equações diferenciais que descrevem o sistema.

A teoria do controle data do século XIX, quando a base teórica para o funcionamento dos governadores foi descrita pela primeira vez por James Clerk Maxwell [?]. A teoria do controle foi ainda mais avançada por Edward Routh em 1874, Charles Sturm e em 1895, Adolf Hurwitz, que contribuíram para o estabelecimento de critérios de estabilidade de controle; e a partir de 1922, o desenvolvimento da teoria do controle PID por Nicolas Minorsky [?]. Embora uma grande aplicação da teoria de controle esteja na engenharia de sistemas de controle, que lida com o projeto de controle de processo sistemas para a indústria, outras aplicações vão muito além disso. Como a teoria geral dos sistemas de *feedback*, a teoria de controle é útil sempre que o *feedback* ocorre.

### 2.5.1 Controle de malha aberta e malha fechada

Fundamentalmente, existem dois tipos de malhas de controle: controle sem realimentação (ou de *loop* aberto) e controle com realimentação(*feedback*) (ou de *loop* fechado).

No controle de *loop* aberto, a ação de controle do controlador é independente da "saída de processo"(ou "variável de processo controlada- PV).

No controle de malha fechada, a ação de controle do controlador depende do *feedback* do processo na forma do valor da variável de processo (PV). Um controlador de *loop* fechado, portanto, possui um *loop* de *feedback* que garante que o controlador exerça uma ação de controle para manipular a variável de processo para ser o mesmo que a "entrada de referência"ou "*setpoint*". Por esse motivo, os controladores de malha fechada também são chamados de controladores de *feedback* [?].

A definição de um sistema de controle de malha fechada de acordo com a *British Standard Institution* é "um sistema de controle com *feedback* de monitoramento, o sinal de desvio formado como resultado dessa realimentação sendo usado para controlar a ação de um elemento de controle final de forma a tendem a reduzir o desvio a zero" [?].

Da mesma forma, "um sistema de controle de *feedback* é um sistema que tende a manter

uma relação prescrita de uma variável de sistema para outra, comparando funções dessas variáveis e usando a diferença como um meio de controle" [?].

Os controladores de malha fechada têm as seguintes vantagens sobre os controladores de malha aberta:

- rejeição de perturbação;
- desempenho garantido mesmo com incertezas do modelo, quando a estrutura do modelo não corresponde perfeitamente ao processo real e os parâmetros do modelo não são exatos;
- processos instáveis podem ser estabilizados;
- sensibilidade reduzida a variações de parâmetros;
- melhor desempenho de rastreamento de referência;
- Em alguns sistemas, o controle de malha fechada e malha aberta é usado simultaneamente. Em tais sistemas, o controle de malha aberta é denominado *feedforward* e serve para melhorar ainda mais o desempenho do rastreamento de referência.

Uma arquitetura comum de controlador de malha fechada é o controlador proporcional-integral-derivativo (PID).

## 2.5.2 Resposta transitória e resposta estacionária

A resposta temporal de um sistema de controle consiste em duas partes: a resposta transitória e a resposta estacionária. Por resposta transitória, entende-se aquela que vai do estado inicial ao estado final. Por resposta estacionária, entendemos o comportamento do sinal de saída do sistema na medida em que  $t$  tende ao infinito. Assim, a resposta  $c(t)$  do sistema pode ser escrita como na Eq. 2.94 [?].

$$c(t) = c_{tr}(t) + c_{ss}(t) \quad (2.94)$$

onde  $c_{tr}$  é a resposta transitória e  $c_{ss}$  é a resposta estacionária.

A característica mais importante do comportamento dinâmico do sistema de controle é a estabilidade absoluta, isto é, se o sistema é estável ou instável[?].

Outros comportamentos importantes do sistema (além da estabilidade absoluta), com os quais se deve ter uma consideração especial, são a estabilidade relativa e o erro estacionário. Como um sistema físico de controle contém energia armazenada, a saída do sistema, quando este é submetido a um sinal de entrada, não pode seguir a entrada imediatamente, mas apresenta uma resposta transitória antes que um regime permanente seja obtido. A

resposta transitória de um sistema de controle prático frequentemente apresenta oscilações amortecidas antes de atingir o estado permanente. Se o sinal de saída de um sistema em regime permanente não coincidir exatamente com a entrada, diz-se que o sistema apresenta um erro estacionário. Esse erro é indicativo da precisão do sistema. Na análise de um sistema de controle, deve-se examinar o comportamento da resposta transitória e do estado estacionário.

### 2.5.3 Definição das especificações da resposta transitória

A resposta transitória de um sistema a uma entrada em degrau unitário depende das condições iniciais. Antes de atingir o regime permanente, a resposta transitória de um sistema de controle apresenta, frequentemente, oscilações amortecidas. Na especificação das características das respostas transitórias de um sistema de controle a uma entrada em degrau unitário, é comum especificar o seguinte[?]:

Tempo de atraso,  $t_d$ : trata-se do tempo requerido para que a resposta alcance metade de seu valor final pela primeira vez.

Tempo de subida,  $t_r$ : é o tempo requerido para que a resposta passe de 10% a 90%, ou de 5% a 95%, ou de 0% a 100% do valor final.

Tempo de pico,  $t_p$ : é o tempo para que a resposta atinja o primeiro pico de sobressinal.

Máximo sobressinal,  $M_p$ : é o valor máximo de pico da curva de resposta, medido a partir da unidade. Se o valor final da resposta em regime permanente diferir da unidade, então é comum utilizar porcentagem máxima de sobressinal.

Tempo de acomodação,  $t_s$ : é o tempo necessário para que a curva de resposta alcance valores em uma faixa (geralmente de 2% ou 5%) em torno do valor final, aí permanecendo indefinidamente.

Os termos  $t_d$ ,  $t_r$ ,  $t_p$ ,  $M_p$  e  $t_s$  podem ser observados na Figura 2.16.

As especificações no domínio de tempo dadas anteriormente são muito importantes, porque a maioria dos sistemas de controle é sistema no domínio de tempo, isto é, devem fornecer respostas temporais aceitáveis[?].

### 2.5.4 Controle PID

O controle PID tem por finalidade tratar tanto respostas transitórias quanto condições estacionárias, o controle proporcional-integral-derivativo (PID) oferece a solução mais simples e eficiente para muitos problemas de controle do mundo real [?].

Desde a invenção do controle PID em 1910 (em grande parte do piloto automático de navio de Elmer Sperry) e dos métodos de ajuste direto da Ziegler-Nichols (ZN) em 1942 [?], a popularidade do controle PID só aumenta [?].

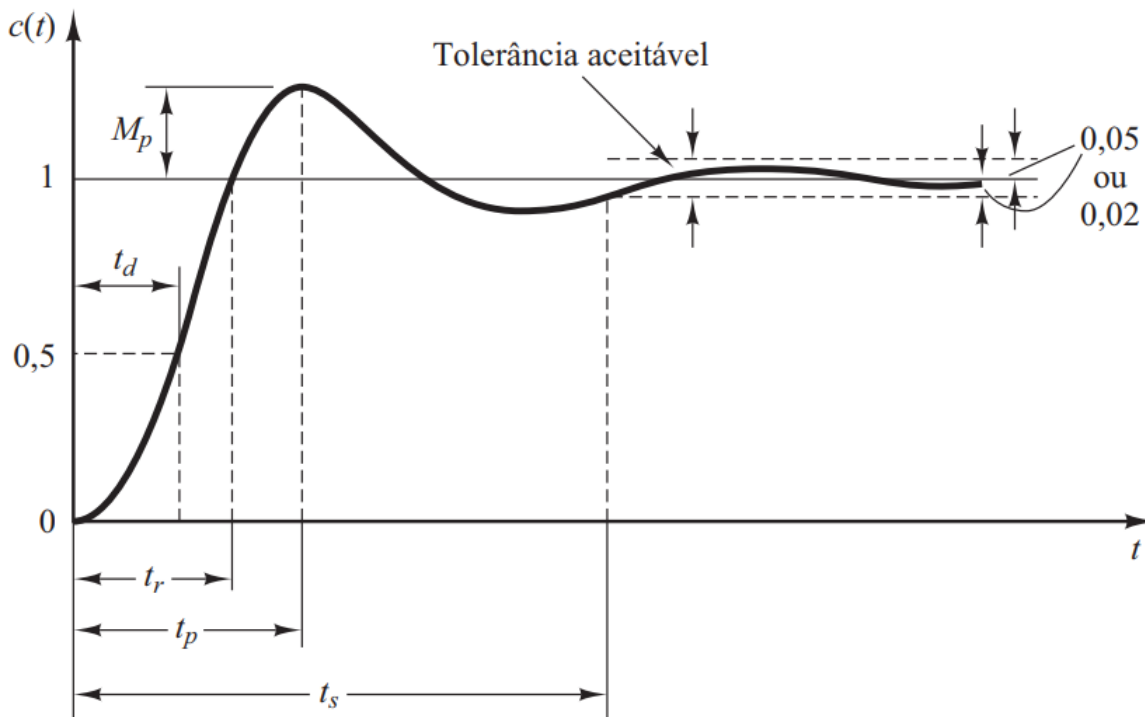


Figura 2.16: Curva de resposta em degrau unitário[?]

Com os avanços da tecnologia digital, o controle automático oferece um amplo espectro de opções para esquemas de controle. No entanto, mais de 90% dos controladores industriais ainda são implementados com base em algoritmos PID, particularmente nos níveis mais baixos [?], já que nenhum outro controlador corresponde à simplicidade, funcionalidade clara, aplicabilidade e facilidade de uso oferecida pelo controlador PID [?]. Sua ampla aplicação estimulou e sustentou o desenvolvimento de várias técnicas de ajuste PID, pacotes de software sofisticados e módulos de hardware [?].

#### 2.5.4.1 Sintonia

Funcionalidade de três termos e a estrutura paralela um controlador PID podem ser considerados como uma forma extrema de um compensador atraso de fase (no qual as baixas frequências são amplificadas) e de um compensador avanço de fase (no qual as altas frequências são amplificadas). Um controlador PID padrão também é conhecido como controlador de “três termos”, cuja função de transferência é geralmente escrita na “forma paralela” dada pela Eq. 2.95 ou a “forma ideal” dada pela Eq. 2.96 [?].

$$G(s) = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s \quad (2.95)$$

$$G(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (2.96)$$



Onde  $K_P$  é o ganho proporcional,  $K_I$  o ganho integral,  $K_D$  o ganho derivativo,  $T_I$  a constante de tempo integral e  $T_D$  a constante de tempo derivativo. As funcionalidades de “três termos” são destacadas pelo seguinte:

- O termo proporcional - fornece uma ação de controle geral proporcional ao sinal de erro através do fator de ganho de passagem.
- O termo integral - reduz erros de estado estacionário através de compensação de baixa frequência por um integrador.
- O termo derivativo - melhora a resposta transitória através de compensação de alta frequência por um diferenciador.

Os efeitos individuais desses três termos no desempenho de malha fechada estão resumidos na Tabela 2.2. Observe que essa tabela serve como um primeiro guia apenas para processos de malha aberta estáveis. Para um desempenho ideal,  $K_P$ ,  $K_I$  (ou  $T_I$ ) e  $K_D$  (ou  $T_D$ ) são mutuamente dependentes da sintonização [?].

<b>Resposta de malha fechada</b>	<b>Tempo de subida</b>	<b>Sobressinal</b>	<b>Tempo de acomodação</b>	<b>Erro estacionário</b>	<b>Estabilidade</b>
Aumento de $K_P$	Aumenta	Aumenta	Diminui pouco	Diminui	Piora
Aumento de $K_I$	Diminui pouco	Aumenta	Aumenta	Diminui muito	Piora
Aumento de $K_D$	Diminui pouco	Diminui	Diminui	Poucas mudanças	Melhora

Tabela 2.2: Efeitos independentes da sintonização de P, I e D

#### 2.5.4.2 Efeito do termo integral sobre estabilidade

A ação de controle integral, embora remova o erro residual ou o erro estacionário, pode conduzir a uma resposta oscilatória com uma amplitude que decresce lentamente ou mesmo uma amplitude sempre crescente, ambas, em geral, indesejáveis[?].

#### 2.5.4.3 Correção da saturação de integração

Se um atuador que realiza a ação de controle tiver um limite de alcance efetivo, o integrador poderá saturar e a correção futura será ignorada até que a saturação seja compensada. Isso causa oscilações de baixa frequência e pode levar à instabilidade. Uma medida comum usada para neutralizar este efeito é *anti-windup* [?] [?] [?]. Isto é realizado pelo *feedback* negativo interno de alguma quantidade em excesso da ação integral ao integrador, de tal forma

que a saturação será removida. Quase todos os pacotes de software e módulos de hardware implementaram alguma forma de proteção *anti-windup* do integrador [?].

#### 2.5.4.4 Efeito do termo derivativo na estabilidade

Uma ação de controle derivativo, quando acrescentada a um controlador proporcional, permite que se obtenha um controlador de alta sensibilidade. Uma vantagem em utilizar a ação de controle derivativo é que esta responde a uma taxa de variação do erro atuante e pode produzir uma correção significativa antes que o valor do erro atuante se torne muito elevado. Portanto, o controle derivativo prevê o erro atuante, inicia uma ação corretiva antecipada e tende a aumentar a estabilidade do sistema[?].

Embora o controle derivativo não afete diretamente o erro estacionário, ele aumenta o amortecimento do sistema, permitindo, assim, o uso de um valor mais elevado do ganho K, o que resultará em maior precisão no regime permanente[?].

Pelo fato de o controle derivativo operar sobre a taxa de variação do erro atuante e não sobre o próprio erro atuante, esse modo nunca é utilizado sozinho. Ele é sempre utilizado em combinação com uma ação de controle proporcional ou proporcional-integral[?].

#### 2.5.4.5 Correções na ação derivativa

Um diferenciador puro não é “casual”. Ele não restringe os ganhos de alta frequência, portanto, resultará em um sinal de controle alto teoricamente infinito quando submetido é uma entrada degrau ou perturbação ocorre. Para combater isso, a maioria dos pacotes de software PID e módulos de hardware executam algumas formas de filtragem no diferenciador.

As ações que podem ser utilizadas para a correção da ação derivativa são:

1. Média através de um filtro passa-baixo linear: Uma correção comum é distribuir o diferenciador em cascata com um filtro passa-baixa, ou seja, modificá-lo para a Eq. 2.97.

$$G'_D(s) = \frac{T_D s}{1 + \frac{T_D}{\beta} s} \quad (2.97)$$

2. Estrutura Modificada: A questão de melhorar o desempenho transitório tornou-se recentemente tão crucial que a atenção da estrutura de *feedback* negativo de unidade fundamental foi proposta no controle de PD de PID [?]. É possível adotar uma variante para a estrutura PID padrão, que usa a variável de processo (PV) em vez do sinal

de erro para o termo derivativo, ou seja, a utilização da forma da Eq. 2.98.

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau - K_D \frac{d}{dt} y(t) \quad (2.98)$$

Onde  $e$  é o  $PV$ ,  $r$  é o sinal de referência ou *set-point*. Também é proposto que, para reduzir ainda mais a sensibilidade a mudanças de ponto de ajuste, o termo proporcional também pode ser alterado para atuar sobre o  $PV$ , em vez do sinal de erro, ou seja, a utilização da forma da Eq. 2.99.

$$u(t) = -K_P y(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau - K_D \frac{d}{dt} y(t) \quad (2.99)$$

3. Remoção da Ação Singular Através de um Filtro Mediano Não Linear: Outro método é usar um filtro mediano, que é não-linear e amplamente aplicado no processamento de imagens. Ele compara vários pontos de dados vizinhos em torno do atual e seleciona sua mediana para uma ação "não singular". Dessa forma, picos incomuns ou indesejados resultantes de um comando ou perturbação de etapa, por exemplo, serão completamente filtrados. O principal benefício deste método é que nenhum parâmetro extra é necessário, embora não seja muito adequado para uso em processos com menos amortecimento [?].

#### 2.5.4.6 Objetivos de Ajuste e Métodos Existentes

A pré-seleção de uma estrutura de controlador pode representar um desafio na aplicação do controle PID. Como os fornecedores geralmente recomendam seus próprios projetos de estruturas de controle, suas regras de ajuste para uma estrutura de controlador específica não funcionam necessariamente bem com outras estruturas. Uma solução encontrada é fornecer suporte para estruturas individuais em software. Os leitores podem consultar [?] e [?] para discussões detalhadas sobre o uso de várias estruturas PID. No entanto, os parâmetros do controlador são ajustados de forma que o sistema de controle de malha fechada seja estável e atenda a determinados objetivos associados ao seguinte:

- robustez da estabilidade;
- melhorar a resposta estacionária e o desempenho transitório (incluindo o tempo de subida, o tempo de pico e o tempo de estabilização);
- desempenho de regulação no estado estacionário;
- robustez contra a incerteza de modelagem de plantas;
- atenuação de ruído.

Com determinados objetivos, os métodos de ajuste para controladores PID podem ser agrupados de acordo com sua natureza e uso, como segue [1][2][3]:

- Métodos analíticos - Os parâmetros PID são calculados a partir de relações analíticas ou algébricas entre um modelo de fábrica e um objetivo (como o controle de modelo interno (IMC) ou ajuste lambda). Estes podem levar a uma fórmula fácil de usar e podem ser adequados para uso com ajuste *on-line*, mas o objetivo precisa estar em uma forma analítica e o modelo deve ser preciso.
- Métodos heurísticos - Eles são desenvolvidos a partir da experiência prática em ajuste manual (como a regra de ajuste ZN) e da inteligência artificial (incluindo sistemas especialistas, lógica difusa e redes neurais). Novamente, eles podem servir na forma de uma fórmula ou base de regras para uso *on-line*, geralmente com objetivos de design de compromisso.
- Métodos de resposta de frequência - As características de frequência do processo controlado são usadas para ajustar o controlador PID (como a modelagem de *loop*). Estes são frequentemente métodos *off-line* e acadêmicos, onde a principal preocupação do design é a robustez da estabilidade.
- Métodos de otimização - Estes podem ser considerados como um tipo especial de controle ótimo, onde os parâmetros PID são obtidos *ad hoc* usando um método de otimização numérica *off-line* para um único objetivo composto ou usando heurísticas computadorizadas ou um algoritmo evolutivo para múltiplos objetivos de projeto. Estes são frequentemente métodos no domínio do tempo e, na maioria das vezes, aplicados *off-line*.
- Métodos de ajuste adaptativo - São para ajuste *on-line* automatizado, usando um ou uma combinação dos métodos anteriores com base na identificação em tempo real.

A classificação anterior não estabelece um limite artificial e alguns métodos aplicados na prática podem pertencer a mais de uma categoria. Um excelente resumo sobre os métodos de ajuste do PID pode ser encontrado em [4], [5], [6] e [7].

# Capítulo 3

## Recursos utilizados

Para a realização dos experimentos de coleta de dados e validação das hipóteses levantadas a respeito da utilização de múltiplas IMUs para a medição do centro instantâneo de rotação, afim de viabilizar a realimentação para o controle, foram utilizados o robô Pioneer 3-AT, a IMU MPU6050, o microcontrolador STM32F103, microcontrolador ATmega328P e o robô ABB IRB-140.

### 3.1 Robô Pioneer P3-AT

O Pioneer P3-AT é um pequeno robô *skid-steer* de quatro rodas e quatro motores, ideal para operação em todo o terreno ou para experimentação em laboratório. O Pioneer P3-AT vem completo com uma bateria, botão de parada de emergência, codificadores de roda e um microcontrolador com firmware ARCOS, bem como o avançado pacote de desenvolvimento de software de robótica móvel da Pioneer SDK [?]. Uma imagem do robô pode ser visualizada na figura 3.1.

Os robôs de pesquisa Pioneer são os robôs móveis mais populares do mundo para educação e pesquisa. Sua versatilidade, confiabilidade e durabilidade os tornaram a plataforma preferida para robótica avançada. Os robôs Pioneer são pré-montados, personalizáveis e atualizáveis, e robustos o suficiente para durar anos de uso em laboratório e em sala de aula [?].

As dimensões do robô podem ser observadas na figura 3.2.

### 3.2 IMU MPU-6050

O MPU-6050 incorpora o *MotionFusion*<sup>TM</sup> da InvenSense e o *firmware* de calibração em tempo de execução que permite aos fabricantes eliminar a integração complexa, qualificação e nível de sistema de dispositivos discretos em produtos ativados por movimento, garantindo que algoritmos de fusão de sensores e procedimentos de calibração forneçam ótimos



Figura 3.1: Pioneer P3-AT equipado com pneus para todos os terrenos [?]

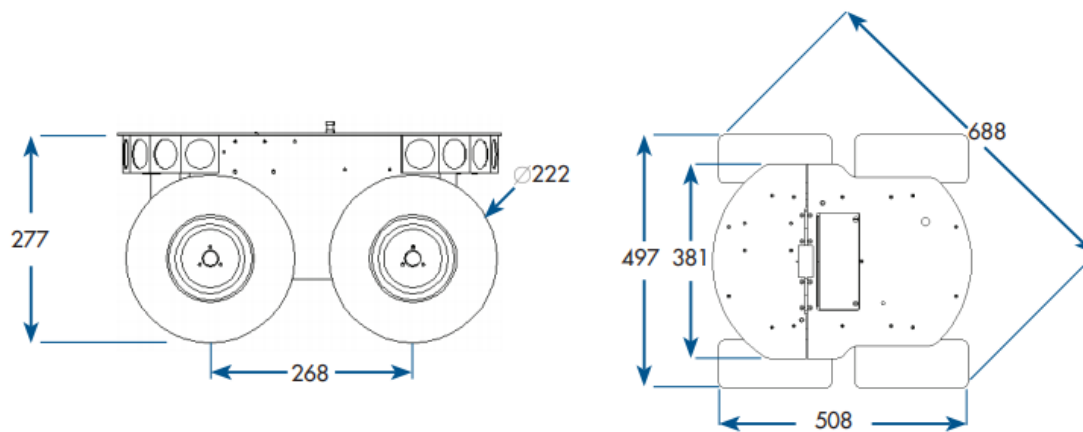


Figura 3.2: Dimensões em mm do Pioneer P3-AT [?]

desempenho para os consumidores [?].

Os dispositivos MPU-6050 combinam um giroscópio de 3 eixos e um acelerômetro de 3 eixos na mesma matriz de silício, junto com um processador digital de movimento integrado (DMP™), que processa complexos algoritmos fusão de sensores de 6 eixos. O dispositivo pode acessar magnetômetros externos ou outros sensores através de um barramento I<sup>2</sup>C mestre auxiliar (que pode ser observado na figura 3.3), permitindo que os dispositivos coletem um conjunto completo de dados do sensor sem intervenção do processador do sistema.



Figura 3.3: Diagrama de blocos da família MPU-6000 [?]

A plataforma *MotionApps*™ da InvenSense que acompanha o MPU-6050 abstrai as complexidades baseadas em movimento, diminuindo o gerenciamento de sensores do sistema operacional e fornece um conjunto estruturado de APIs para o desenvolvimento de aplicativos [?].

Para rastreamento de precisão de movimentos rápidos e lentos, as sensores apresentam uma faixa de escala completa de giroscópio programável pelo usuário de  $\pm 250$ ,  $\pm 500$ ,  $\pm 1000$  e  $\pm 2000^\circ/s$  (graus por segundo) e um acelerômetro programável pelo usuário intervalo de escala de  $\pm 2g$ ,  $\pm 4g$ ,  $\pm 8g$  e  $\pm 16g$ . Recursos adicionais incluem um sensor de temperatura incorporado e um oscilador no chip com variação de  $\pm 1\%$  na faixa de temperatura operacional [?].

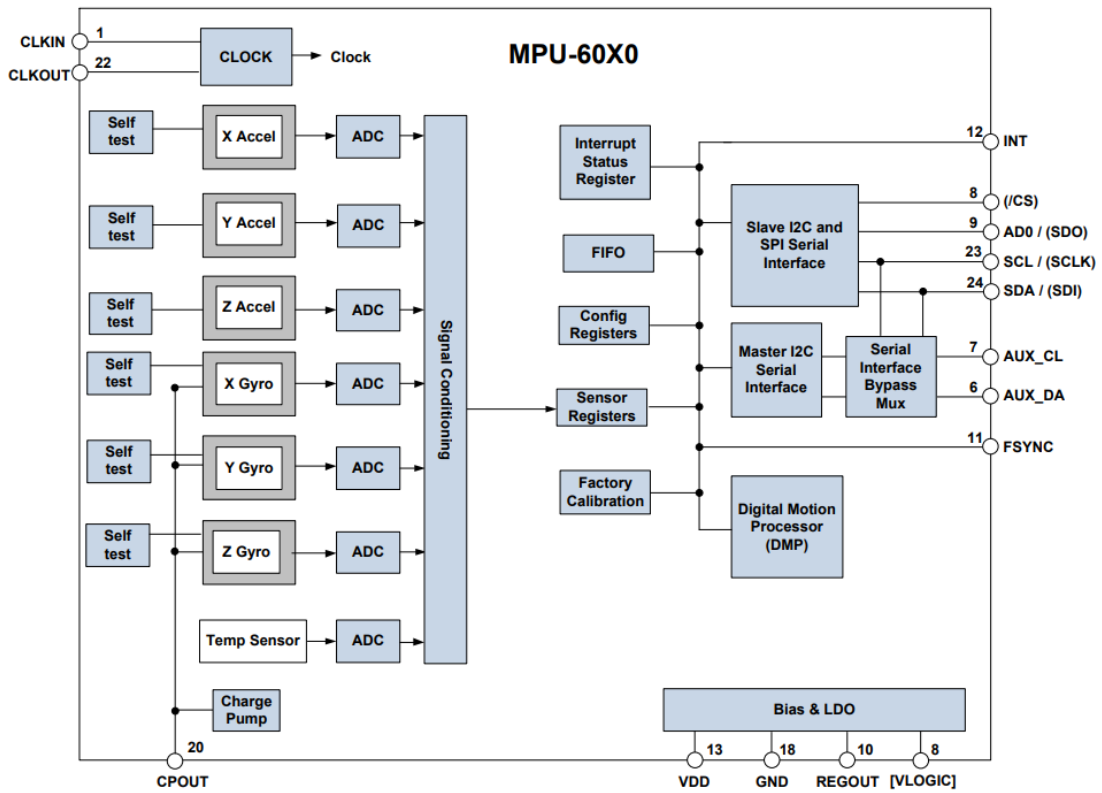
O diagrama de blocos completo pode ser observado na figura 3.4.

O eixos de medição podem ser observados na figura 3.5.

### 3.3 STM32F103

A família de linha de desempenho de média densidade STM32F103xx incorpora o núcleo RISC de 32 bits ARM®Cortex®-M3 de alto desempenho, operando em uma frequência de 72MHz, memórias embarcadas de alta velocidade (memória Flash até 128kbytes e SRAM até 20kbytes) e uma extensa faixa de E/S e periféricos aprimorados conectados a dois barramentos APB. Todos os dispositivos oferecem dois ADCs de 12 bits, três temporizadores de uso geral de 16 bits mais um temporizador PWM, além de interfaces de comunicação padrão e avançadas [?].

Os dispositivos operam a partir de uma fonte de alimentação de 2,0 a 3,6V. Eles estão disponíveis na faixa de temperatura de  $-40$  a  $+85^\circ C$  e na faixa de temperatura estendida de



Note: Pin names in round brackets ( ) apply only to MPU-6000  
 Pin names in square brackets [ ] apply only to MPU-6050

Figura 3.4: Diagrama de blocos da família MPU-6000 [?]

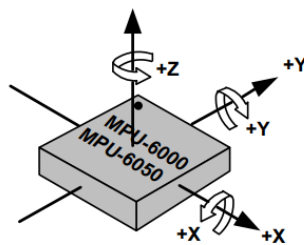


Figura 3.5: Eixos de medição da família MPU-6000 [?]



–40 a +105°C. Um conjunto abrangente de modos de economia de energia permite o design de aplicações de baixa potência [?].

A família de linhas de desempenho de média densidade STM32F103xx inclui dispositivos em seis tipos diferentes de pacotes: de 36 pinos a 100 pinos. Dependendo do dispositivo escolhido, diferentes conjuntos de periféricos são incluídos, a descrição abaixo fornece uma visão geral da gama completa de periféricos propostos nesta família [?].

Esses recursos tornam a família de microcontroladores de linha de desempenho de média densidade STM32F103xx adequada para uma ampla gama de aplicações, como acionamentos de motores, controle de aplicativos, equipamentos médicos e portáteis, periféricos para computadores e jogos, plataformas posicionamento global por satélite, aplicações industriais, controladores lógicos programáveis, inversores, impressoras, sistemas de alarme, intercomunicadores de vídeo e sistemas de climatização, entre outros [?].

A família de dispositivos STM32F103 pode ser observada na figura 3.6.

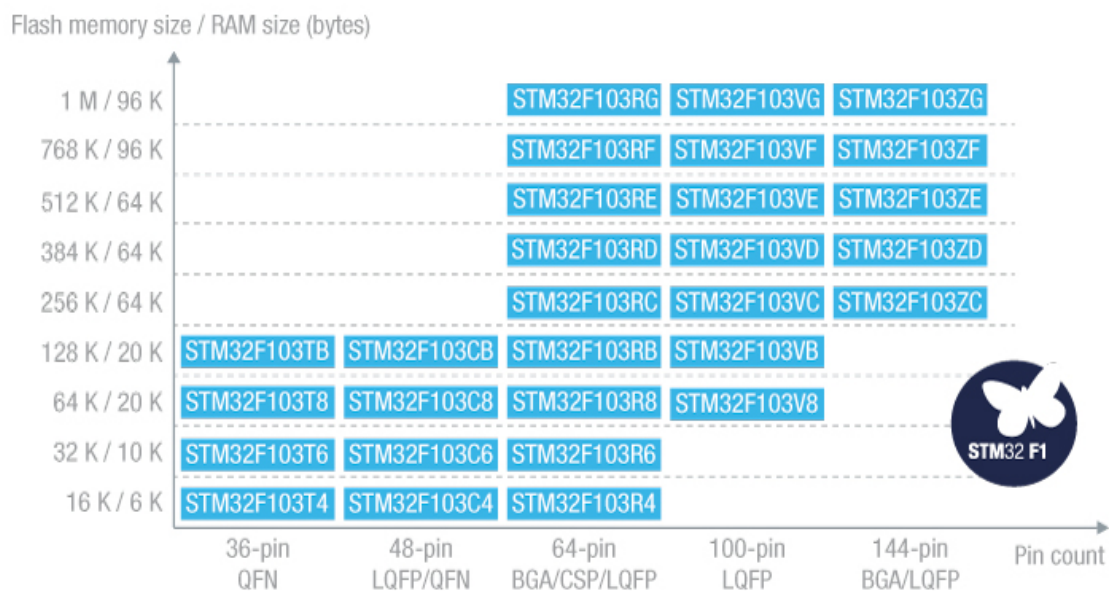


Figura 3.6: A família de dispositivos STM32F103 [?]

### 3.4 ATmega328

O microcontrolador ATmega328 AVR RISC de 8 bits Microchip de alto desempenho combina 32kB de memória *flash* com recursos de leitura enquanto escreve, 1kB EEPROM, 2kB SRAM, 23 linhas de E/S de propósito geral, 32 registradores de trabalho de uso geral, três temporizadores/contadores flexíveis com modos de comparação, interrupções internas e externas, UART programável, uma interface serial de 2 fios orientada por byte, porta serial SPI, conversor A/D de 10 bits de 6 canais (8 canais nos pacotes TQFP e QFN/MLF) , temporizador de *watchdog* programável com oscilador interno e cinco modos de economia de

energia selecionáveis por software. O dispositivo opera entre 1,8-5,5 volts [?].

Ao executar instruções em um único ciclo de *clock*, o dispositivo alcança *throughputs* de aproximadamente 1 MIPS por MHz, equilibrando o consumo de energia e a velocidade de processamento. Uma ilustração do ATmega328 pode ser vista na figura 3.7.

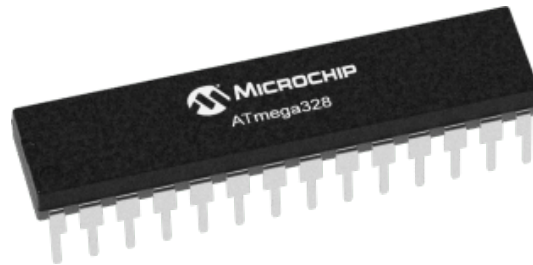


Figura 3.7: ATmega328 versão SPDIP-28

### 3.5 Robô ABB IRB-140

Para a calibração dos sensores e validação do modelo matemático proposto é necessário um robô confiável é preciso, para tais tarefas foi escolhido robô ABB IRB-140.

O robô ABB IRB-140 é um robô compacto e muito poderoso. Ele é um robô industrial de seis eixos que pode manipular uma carga útil de 6 kg com um alcance de 810 mm (para o eixo 5). Ele pode ser montado no chão, invertido ou montado na parede em qualquer ângulo. O design robusto com cabos totalmente integrados aumenta a flexibilidade geral e a função de detecção de colisão garante que o robô seja confiável e seguro. Uma imagem que ilustra como o robô possui um projeto livre de cabos soltos pode ser visualizado na Figura 3.8.

O robô ABB IRB-140 está disponível nas versões Standard, Foundry Plus 2, Clean Room e Wash, todos os braços mecânicos totalmente protegidos por IP67, tornando o fácil de integrar e adequado para uma grande variedade de aplicações. Raio excepcionalmente estendido da área de trabalho devido ao mecanismo de flexão da parte superior do braço, rotação do eixo 1 de 360 graus, mesmo quando montado na parede. O envelope de trabalho do robô pode ser visualizado na Figura 3.9.

As versões do IRB 140 Foundry Plus 2 e do Wash são adequadas para operar em ambientes de fundição extremos e outros ambientes agressivos com altos requisitos de resistência à corrosão e estanqueidade. Além da proteção IP67, o excelente tratamento de superfície torna o robô de alta pressão a vapor lavável. Também disponível na versão White Room ISO classe 6, tornando-o especialmente adequado para ambientes com padrões rigorosos de limpeza.

Aplicações principais:

- Soldagem a arco



Figura 3.8: Ilustração do ABB IRB-140

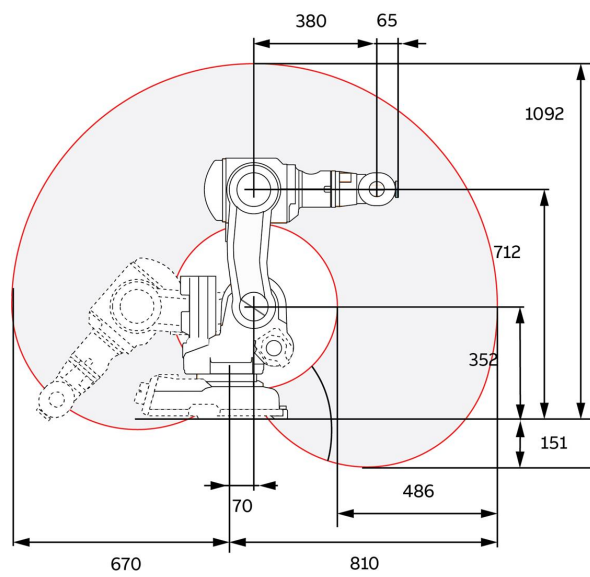


Figura 3.9: Envelope de trabalho do ABB IRB-140

- Montagem
- Limpeza / Pulverização
- Carregamento / Descarregamento
- Interação de máquinas
- Manuseio de materiais
- Embalagem
- Rebarbando

## 3.6 Outros recursos utilizados

Outros recursos utilizados foram o transceptor NRF24L01 utilizado para comunicação e o *driver* de linha Max3232.

### 3.6.1 NRF24L01

O módulo NRF24L01 *Wireless Transceiver* fabricado pela Nordic é uma excelente opção de comunicação sem fios entre dispositivos como Arduino, PIC, Raspberry Pi, BeagleBone e dentre outros. Seu alcance pode chegar a 10 metros em ambientes internos e 50 metros em campo aberto [?].

Acompanha uma antena embutida que opera na frequência de 2,4GHz com velocidade de operação de 2Mbps, modulação GFSK, habilidade de anti-interferência, verificação de erros por CRC, comunicação multi-ponto de 125 canais e controle de fluxo.

Uma ilustração do NRF24L01 pode ser vista na figura 3.10.

### 3.6.2 MAX3232

O dispositivo MAX3232 consiste em dois drivers de linha, dois receptores de linha, e um circuito duplo de terminal de proteção de  $\pm 15kV$  ESD para o terminal (terminais de conexão de porta serial, incluindo GND). O dispositivo atende aos requisitos do TIA/EIA-232-F e fornece a interface elétrica entre um controlador de comunicação assíncrona e do conector de porta serial. A bomba de carga e quatro capacitores externos pequenos permitem a operação de um única fonte de 3V a 5,5V. Os dispositivos operam em taxas de sinalização de dados até 250 kbit/s e uma taxa de variação da saída máxima de  $30V/\mu s$ . Uma ilustração do MAX3232 pode ser vista na figura 3.11.

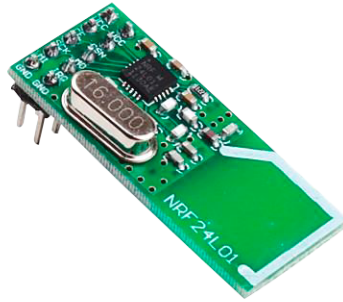


Figura 3.10: O módulo NRF24L01 Wireless Transceiver

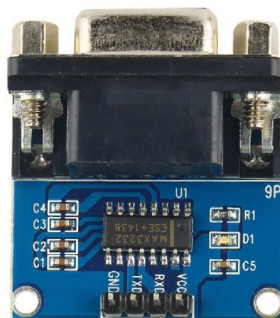


Figura 3.11: Módulo MAX3232

### 3.7 Descrição da montagem realizada para o experimento

O experimento de medição dos centros de rotação instantâneos consiste em utilizar os acelerômetros e girômetros para, com suas medições, poder calcular as posições  $r_x$  e  $r_y$  dos centros de rotação instantâneos.

Para a realização das medições, foi montado um sistema cujo diagrama simplificado pode ser visualizado na Figura 3.12.

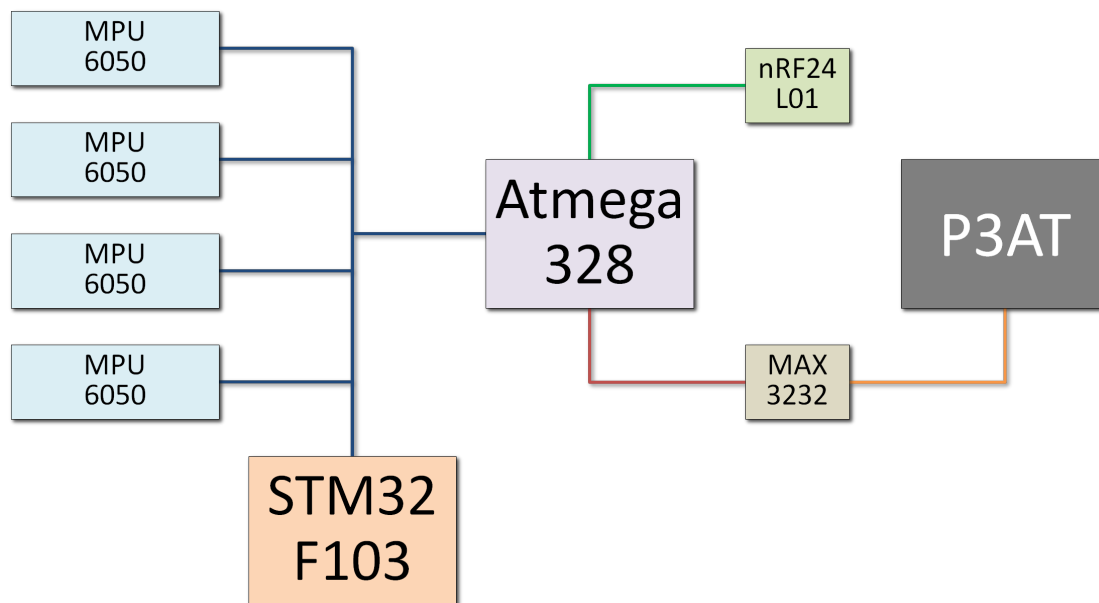


Figura 3.12: Diagrama simplificado do sistema para medição dos centros instantâneos de rotação do robô.

Na Figura 3.12, pode ser observado:

- Os quatro MPU-6050 que contêm, cada um, os três acelerômetros e três girômetros montados de forma ortogonal na IMU (conforme observado na Figura 3.5) de forma que cada um seja capaz de medir as respectivas acelerações lineares e velocidades angulares de cada um dos três eixos dos respectivos sistemas de coordenadas.
- Os MPU-6050 são conectados ao microcontrolador STM32F103 por meio de um barramento  $I^2C$  para que seja efetuado a leitura de seus respectivos valores.
- O microcontrolador STM32F103 é responsável pelo cálculo da posição dos centros instantâneos de rotação de cada conjunto de os três acelerômetros e três girômetros, e também do centro instantâneo de rotação do robô.
- O STM32F103 é conectado ao microcontrolador ATmega328 por meio do mesmo barramento  $I^2C$ .

- Microcontrolador ATmega328 é responsável pela comunicação entre o robô P-3AT, o microcontrolador STM32F103 e o computador que irá coletar os dados e solicitar vários centros instantâneos de rotação e velocidades angulares
- Para a comunicação entre o robô P-3AT e o microcontrolador ATmega328, foi utilizado um porta de comunicação serial RS-232, que por sua vez, precisa de um conversor de níveis de tensão MAX-3232 para a ligação entre o robô e o microcontrolador.
- Para simplificar a ligação e viabilizar a comunicação entre o microcontrolador ATmega328 e o computador foi utilizado um par de rádios nRF24L01 conectados por meio do barramento SPI do microcontrolador.

Na Figura 3.13, pode ser visto o *croqui* da montagem dos elementos dos blocos da Figura 3.12.

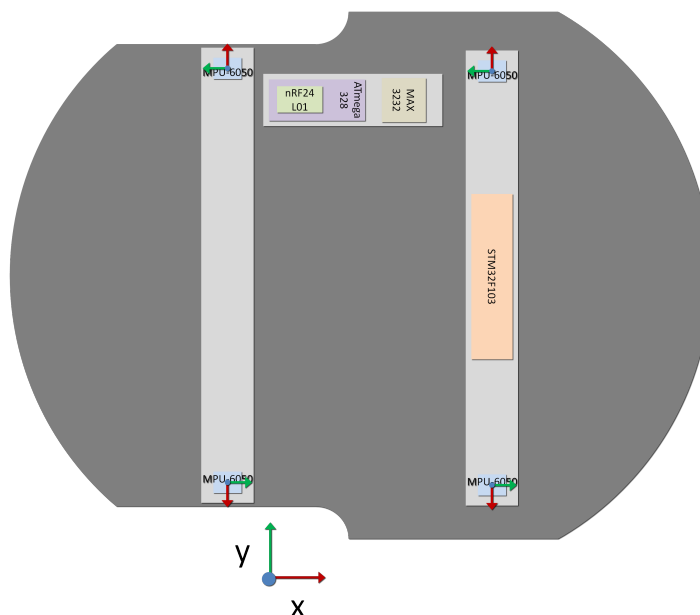


Figura 3.13: *Croqui* da montagem dos elementos

Os MPU-6050 foram montados igualmente espaçados de 96mm na direção  $x$  do sistema de coordenadas do robô, afim de aproveitar a furação existente, e igualmente espaçados de 150mm na direção  $y$ , afim de que os sensores ficassem dentro da proteção da tampa superior do robô.

Os MPU-6050 foram montados com seus eixos de medição  $x$  apontados para fora do robô. Esta montagem possui dois objetivos principais: facilitar a montagem do cabeamento dos sensores, e tentar reduzir os ruídos de modo comum das leitura de aceleração do robô.

Uma imagem da montagem do robô pode ser observada na Figura 3.14.

Para a realização dos testes de validação das características dos acelerômetros e girômetros, uma montagem muito parecida foi realizada no robô ABB IRB-140. Essa montagem pode ser visualizada na Figura 3.15.

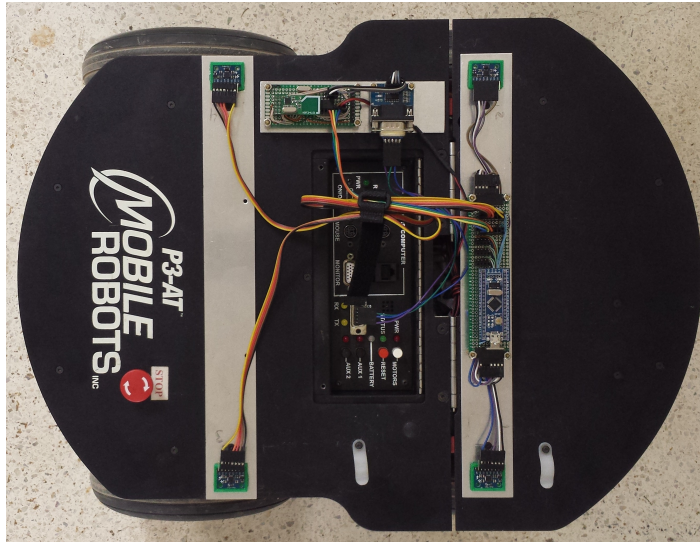
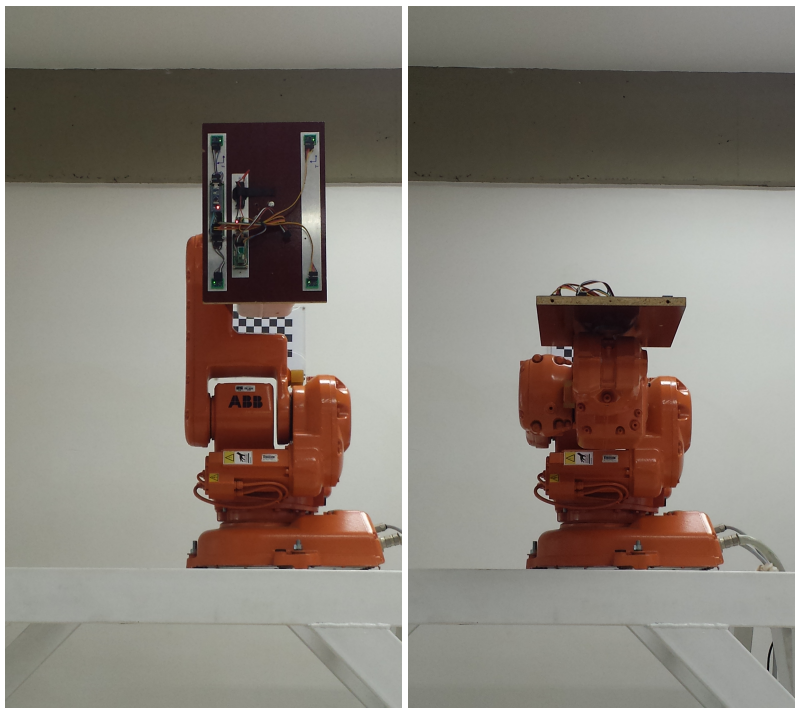


Figura 3.14: Foto da montagem dos elementos no robô P-3AT



(a) Vista frontal

(b) Vista na orientação de trabalho

Figura 3.15: Vistas dos sensores montados no robô IRB-140



# Capítulo 4

## Metodologia

Neste capítulo será explicada a metodologia empregada para:

- Medição dos parâmetros geométricos e inerciais
- Identificação dos parâmetros das IMUs:
  - Modelagem de identificação de parâmetros dos acelerômetros e girômetros
  - Modelagem de identificação de parâmetros do modelo para medição de centros instantâneo de rotação e velocidade angular do robô Pioneer P-3AT
- Medição dos centros instantâneos de rotação:
  - Medição dos centros instantâneos de rotação do Pioneer P-3AT
  - Confirmação da medição dos centros instantâneos de rotação do Pioneer P-3AT
- Controle:
  - Obtenção da cinemática inversa do robô P-3AT
  - Sintonização do controlador PID para a velocidade angular e centro instantâneo de rotação do robô P-3AT

### 4.1 Identificação dos parâmetros geométricos e inerciais

A medição, e posterior cálculo, dos parâmetros geométricos e inerciais do robô são obtidos com base no trabalho [?], onde, a massa do robô é medida usando uma balança eletrônica comum (com uma resolução de 100g), enquanto suas dimensões são medidas com uma fita métrica padrão. Para ter uma estimativa da posição planar do centro de massa do robô ( $CoM$ ) em relação aos pontos de contato roda/solo, ou seja, as coordenadas  $x, y$  dos vetores  $p_i$ , o robô também é ponderado colocando-se na balança apenas duas rodas de cada vez e deixando as outras duas rodas de tal modo que o robô esteja completamente equilibrado [?].

## 4.2 Identificação de parâmetros das IMUs

Os parâmetros das IMUs, conforme descrito na seção 2.3.5.1, são:

- Viés Fixo;
- Fator de escala;
- Desalinhamento do eixo de entrada;
- Acoplamento cruzado do eixo de entrada;
- Banda/zona morta;
- *Threshold*;

### 4.2.1 Modelagem de identificação de parâmetros dos acelerômetros

A modelagem de identificação de parâmetros pode ser realizada pela aplicação o algoritmo de Levenberg-Marquardt para a solução numérica para a obtenção dos parâmetros necessários [?].

Para realizar essa estimativa dos valores de viés fixo, fator de escala, desalinhamento do eixo de entrada e acoplamento cruzado do eixo de entrada, os acelerômetros precisam ser observados como uma função que, a partir de vários parâmetros geométricos de elos e variáveis de juntas, conforme representado na Eq. 4.1.

$$\vec{a} = f(\alpha, \beta, \gamma, o_x, o_y, o_z, g_x, g_y, g_z) \quad (4.1)$$

onde  $\vec{a}$  representa o valor da aceleração medida pelo sensor,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são os ângulos de rolamento (ao redor do eixo  $x$ ), arfagem (ao redor do eixo  $y$ ) e guinada (ao redor do eixo  $z$ ) do sensor,  $o_x$ ,  $o_y$  e  $o_z$ , são os vieses fixos de cada eixo e,  $g_x$ ,  $g_y$  e  $g_z$  são os fatores de escala de cada eixo.

O valor de  $\Delta\hat{a}$  na Eq. 4.3 exprime o erro de medição do valor da aceleração medido pelos acelerômetros.

$$\Delta\hat{a} = M - C \quad (4.2)$$

onde  $M$  é o valor medido pelos sensores e  $C$  é o valor calculado.

Supondo que a primeira derivada da Eq. 4.1, indicada na Eq. 4.3, corresponde ao erro

de medição dos acelerômetros.

$$\Delta \hat{\vec{a}} = \frac{\partial \hat{\vec{a}}}{\partial \alpha} \cdot \Delta \alpha + \frac{\partial \hat{\vec{a}}}{\partial \beta} \cdot \Delta \beta + \frac{\partial \hat{\vec{a}}}{\partial \gamma} \cdot \Delta \gamma + \frac{\partial \hat{\vec{a}}}{\partial o_x} \cdot \Delta o_x + \frac{\partial \hat{\vec{a}}}{\partial o_y} \cdot \Delta o_y + \frac{\partial \hat{\vec{a}}}{\partial o_z} \cdot \Delta o_z + \frac{\partial \hat{\vec{a}}}{\partial g_x} \cdot \Delta g_x + \frac{\partial \hat{\vec{a}}}{\partial g_y} \cdot \Delta g_y + \frac{\partial \hat{\vec{a}}}{\partial g_z} \cdot \Delta g_z \quad (4.3)$$

A Eq. 4.3 pode ser reescrita na forma matricial, conforme expresso na Eq. 4.4. Com isso, a Eq. 4.2 passa a ser formulada como a matriz Jacobiana do manipulador, constituída pelas derivadas parciais de  $\vec{a}$  com relação a cada parâmetro a ser identificado. O termo  $\Delta x$ , presente na Eq. 4.4, corresponde ao vetor com os parâmetros calibrados. Portanto, o problema da calibração resume-se à solução de um sistema de equações não-lineares do tipo  $Ax = b$ .

$$\Delta \hat{\vec{a}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{T}}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial \hat{T}}{\partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial \hat{T}}{\partial g_{z1}} \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial \hat{T}}{\partial \beta_2} & \cdots & \frac{\partial \hat{T}}{\partial g_{z2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{T}}{\partial \alpha_m} & \frac{\partial \hat{T}}{\partial \beta_m} & \cdots & \frac{\partial \hat{T}}{\partial g_{zm}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ o_x \\ o_y \\ o_z \\ g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = \mathbf{J} \cdot \Delta x \quad (4.4)$$

Vários métodos estão disponíveis para solucionar o sistema discriminado na Eq. 4.4, dentre os quais se destacam o algoritmo proposto por Levenberg-Marquardt [?], que provou ser bem sucedido em termos práticos, sendo, portanto, recomendado para soluções gerais [?]. Este consiste em um método de solução iterativa, que introduz algumas alterações no método de Gauss-Newton, com o objetivo de evitar problemas relacionados a divergência numérica.

De forma simplificada, o algoritmo é constituído de três etapas descritas a seguir, onde  $x_k$  é o vetor de parâmetros do modelo cinemático na  $k^{th}$ , e  $\Delta x_k$  são as alterações a serem inseridas no modelo [?].

1. Calcular o Jacobiano do sistema ( $\mathbf{J}(x_k)$ ), Eq. 4.5, onde por simplificação, foi utilizado  $step^{(1..p)} = 10^{-7}$ ;

$$\mathbf{J}^{(1..p)} = \frac{\Delta \hat{T}^{(1..p)} - \Delta \hat{T}}{step^{(1..p)}} \quad (4.5)$$

onde  $p$  é o número de parâmetros cujas derivadas serão calculadas.

O Jacobiano do sistema será representado na forma da Eq. 4.6.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^{(1)} & \mathbf{J}^{(2)} & \dots & \mathbf{J}^{(p)} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

2. Calcular o vetor  $\Delta x_k$  a partir da relação expressa na Eq. 4.7;

$$\Delta x = (\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J} + \mu_k \cdot \mathbf{I})^{-1} \cdot \mathbf{J}^T \cdot \Delta \hat{T} \quad (4.7)$$

Na Eq. 4.8,  $\mu_k$  é definido com valores que podem variar entre  $10^{-3}$  e  $10^{-5}$ , ajustados conforme a necessidade.

3. Atualizar os valores de  $x_k$  a partir da Eq. 4.8.

$$\Delta x^{new} = \Delta x - (\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J} + \mu_k \cdot \mathbf{I})^{-1} \cdot \mathbf{J}^T \cdot \Delta \hat{T} \quad (4.8)$$

4. Executar os paços anteriores até que a Eq. 4.8 seja satisfeita, onde o  $\varepsilon$  é o erro mínimo aceitável ou a variação do erro seja menor do que  $\varepsilon$ .

$$\left\{ (\Delta x^{new} - \Delta x)^T \cdot (\Delta x^{new} - \Delta x) \right\}^{\frac{1}{2}} < \varepsilon \quad (4.9)$$

A Eq. 4.10 pode ser utilizada para representar o modelo ideal da leitura da aceleração da gravidade pelos acelerômetros.

$$\begin{aligned} \vec{a} &= Rot(\alpha, \beta, \gamma) \vec{g} \\ &= \begin{bmatrix} C_\beta C_\gamma & C_\gamma S_\alpha S_\beta - C_\alpha S_\gamma & S_\alpha S_\gamma + C_\alpha S_\beta C_\gamma \\ C_\beta S_\gamma & C_\alpha C_\gamma + S_\alpha S_\beta S_\gamma & C_\alpha S_\beta S_\gamma - C_\gamma S_\alpha \\ -S_\beta & C_\beta S_\alpha & C_\alpha C_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_\alpha S_\gamma + C_\alpha S_\beta C_\gamma \\ C_\alpha S_\beta S_\gamma - S_\alpha C_\gamma \\ C_\alpha C_\beta \end{bmatrix} g \quad (4.10) \end{aligned}$$

Onde  $C_\alpha$ ,  $S_\alpha$ ,  $C_\beta$ ,  $S_\beta$ ,  $C_\gamma$  e  $S_\gamma$ , são respectivamente  $\cos\alpha$ ,  $\sin\alpha$ ,  $\cos\beta$ ,  $\sin\beta$ ,  $\cos\gamma$  e  $\sin\gamma$ .

O modelo para a obtenção dos parâmetros de correção para os erros de medição para os acelerômetros utilizado está apresentado na equação Eq. 4.11.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} o_x + g_x (S_{\alpha\delta_\alpha} S_{\gamma\delta_\gamma} + C_{\alpha\delta_\alpha} S_{\beta\delta_\beta} C_{\gamma\delta_\gamma}) \\ o_y + g_y (C_{\alpha\delta_\alpha} S_{\beta\delta_\beta} S_{\gamma\delta_\gamma} - S_{\alpha\delta_\alpha} C_{\gamma\delta_\gamma}) \\ o_z + g_z (C_{\alpha\delta_\alpha} C_{\beta\delta_\beta}) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Onde  $C_{\alpha\delta_\alpha}$ ,  $S_{\alpha\delta_\alpha}$ ,  $C_{\beta\delta_\beta}$ ,  $S_{\beta\delta_\beta}$ ,  $C_{\gamma\delta_\gamma}$  e  $S_{\gamma\delta_\gamma}$ , são respectivamente  $\cos(\alpha + \delta_\alpha)$ ,  $\sin(\alpha + \delta_\alpha)$ ,  $\cos(\beta + \delta_\beta)$ ,  $\sin(\beta + \delta_\beta)$ ,  $\cos(\gamma + \delta_\gamma)$  e  $\sin(\gamma + \delta_\gamma)$ .

Para o experimento, os ângulos  $\alpha$  (ao redor do eixo  $x$  do sensor) foram variados entre  $-90^\circ$  e  $90^\circ$  com variação de  $30^\circ$  e  $\beta$  (ao redor do eixo  $y$  do sensor) foram variados entre  $-180^\circ$  e  $180^\circ$  com variação de  $60^\circ$  para cada uma dos conjuntos de medidas, um total de 67 conjuntos de 100 medições cada. Para ambos valores de  $\alpha$  e  $\beta$  iguais a 0, o eixo  $z$  do sensor está perfeitamente perpendicular ao plano do solo, ou seja, a leitura do sensor deveria ser de uma vez a aceleração da gravidade.

A Figura 4.1 ilustra o robô ABB IRB-140 em sua *pose home position* na qual todos os ângulos de juntas ( $\theta_k$ ) sejam iguais a zero. A alteração do ângulo  $\theta_5$  para  $90^\circ$  faz com que os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  do modelo de calibração dos acelerômetros sejam iguais a zero. Para a alteração dos ângulos foi solicitado que o robô alterasse a junta  $\theta_5$  a fim de varia o ângulo  $\alpha$  e a junta  $\theta_6$  a fim de varia o ângulo  $\beta$ . O valor de  $\alpha$  é igual a  $\theta_5 - 90^\circ$  e o valor de  $\beta$  é igual ao valor de  $\theta_6$ .

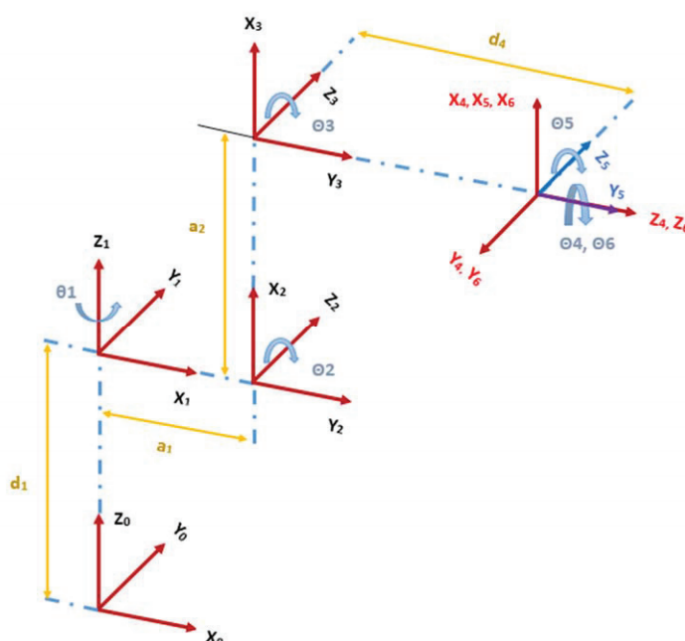


Figura 4.1: *Pose home position* do robô ABB IRB-140[?]

A Figura 4.2 ilustra a resposta do modelo matemático proposto na Eq. 4.11 para a leitura da medição dos acelerômetros para o conjunto de ângulos para o qual o experimento foi proposto. A partir da Figura 4.2 é possível observar que os três eixos dos acelerômetros podem ser submetidos a valores de acelerações que variam desde uma vez a aceleração da gravidade até este mesmo valor negativo.

Com os acelerômetros configurados para medições de duas vezes a aceleração gravidade o valor máximo medido por cada um dos acelerômetros deveria ser 32768 unidades. A leitura de uma aceleração uma gravidade terrestre ao nível do mar (aproximadamente  $9,80665m/s^2$ ), quando o sensor estivesse precisamente perpendicular ao plano do solo, deveria ser de 16384 unidades.

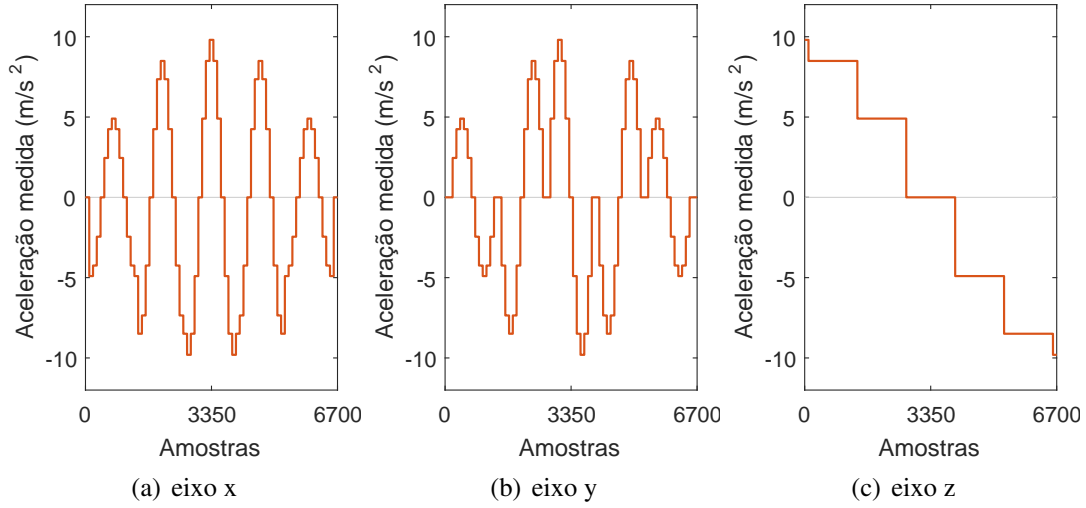


Figura 4.2: Aceleração calculada para os acelerômetros prevista pela aplicação da Eq. 4.11

## 4.2.2 Modelagem de identificação de parâmetros do modelo para medição de centros instantâneo de rotação e velocidade angular do robô Pioneer P-3AT

De forma análoga a realizada para a identificação dos parâmetros dos acelerômetros, a Eq. 4.3 foi modificada para atender o novo modelo, ficando conforme as Eq. 4.12, 4.13 e 4.14.

$$r_y = f(q_1, q_2, p_1, p_2, p_3, p_4) \quad (4.12)$$

$$r_x = f(q_1, q_2, r_y, p_5) \quad (4.13)$$

$$\omega = f(q_1, q_2, p_6) \quad (4.14)$$

Onde  $r_x$ ,  $r_y$  são a posição do centro instantâneo de rotação em  $x$  e  $y$ ,  $\omega$  é a velocidade angular do robô,  $q_1$  e  $q_2$  são as velocidades das juntas 1 e 2 (motores esquerdo e direito), e  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ ,  $p_4$ ,  $p_5$  e  $p_6$  são os seis parâmetros necessários para calcular as equações dos centros instantâneos de rotação e velocidade angular do robô.

Um modelo proposta para as Eq. 4.12, 4.13 e 4.14 pode ser observado nas Eq. 4.15, 4.16 e 4.17.

$$r_y = (q_1 + q_2) \left( \frac{p_1}{q_1 - q_2} + \frac{p_2}{abs(q_1 - q_2)} \right) + abs(q_1 + q_2) \left( \frac{p_3}{q_1 - q_2} + \frac{p_4}{abs(q_1 - q_2)} \right) \quad (4.15)$$

$$r_x = \text{sign}(q_1 - q_2) \cdot p_5 \cdot r_y \quad (4.16)$$

$$\omega = (q_1 - q_2) \cdot p_6 \quad (4.17)$$

Nos experimentos foram identificados os parâmetros propostos pelas Eq. 4.15, 4.16 e 4.17.

### 4.2.3 Cinemática inversa para robô Pioneer P-3AT

A cinemática inversa deve ser obtida diretamente da cinemática direta do robô. Como a cinemática direta obtida nas Eq. 4.15, 4.16 e 4.17 não é linear, a solução completa da cinemática inversa é de grande dificuldade e, por opção, não foi realizada.

Como é necessário que haja uma cinemática inversa para o controle da cinemática do robô, a cinemática direta foi simplificada de forma que ela fosse linearizada para o raio de rotação ( $r$ ) e para a velocidade angular ( $\omega$ ).

Os parâmetros da cinemática inversa simplificada podem ser calculados da mesma que foram identificados de parâmetros do modelo para medição de centros instantâneo de rotação e velocidade angular do robô Pioneer P-3AT.

De forma análoga à realizada para a identificação dos parâmetros dos acelerômetros, a Eq. 4.3 foi modificada para atender o novo modelo, ficando conforme as Eq. 4.18 e 4.19.

$$r = f(q_1, q_2, K_r) \quad (4.18)$$

$$\omega = f(q_1, q_2, K_\omega) \quad (4.19)$$

Onde  $r$  é a posição do centro instantâneo de rotação em  $y$ ,  $\omega$  é a velocidade angular do robô,  $q_1$  e  $q_2$  são as velocidades das juntas 1 e 2 (motores esquerdo e direito), e  $K_r$  e  $K_\omega$  são os parâmetros necessários para calcular as equações dos centros instantâneos de rotação e velocidade angular do robô.

As cinemáticas diretas simplificadas obtidas podem ser observadas nas Eq. 4.20 e 4.21.

$$r = K_r \frac{q_2 + q_1}{q_2 - q_1} \quad (4.20)$$

$$\omega = K_\omega (q_2 - q_1) \quad (4.21)$$

Os valores dos  $K_r$  e  $K_\omega$  podem ser obtidos experimentalmente.

Resolvendo as Eq. 4.20 e 4.21 para  $q_2 + q_1$  e  $q_2 - q_1$ , são obtidas as as Eq. 4.22 e 4.23

$$q_2 + q_1 = \frac{r\omega}{K_r K_\omega} \quad (4.22)$$

$$q_2 - q_1 = \frac{\omega}{K_\omega} \quad (4.23)$$

A partir das Eq. 4.22 e 4.23, a cinemática inversa pode ser obtida resultando nas Eq. 4.24 e 4.25.

$$q_1 = \frac{\omega}{2K_\omega} - \frac{r\omega}{2K_r K_\omega} \quad (4.24)$$

$$q_2 = \frac{\omega}{2K_\omega} + \frac{r\omega}{2K_r K_\omega} \quad (4.25)$$

É interessante notar que para  $q_1 = q_2$ , o raio de rotação ( $r$ ) é infinito e a velocidade angular é nula ( $\omega$ ) e mas a velocidade tangencial ( $r\omega$ ) é não nula, ou seja, o robô deveria andar em linha reta para todo  $q_1 \neq 0$ , e que para  $q_1 = -q_2$ , o raio de rotação  $r$  é zero, ou seja, o robô deveria girar ao redor do centro geométrico para todo  $q_1 \neq 0$ .

Para a realização dos experimentos não será utilizada a igualdade  $q_1 = q_2$ , uma vez que o sensor depende da velocidade angular para a realização da medição do raio de rotação.

### 4.3 Comprovação do modelo de medição dos centros de rotação instantâneos

Para a comprovação do modelo de medição dos centros de rotação instantâneos são necessários três itens fundamentais:

1. O movimento seja executado exclusivamente em um plano, preferencialmente horizontal, para que forças externas, inclusive a força gravitacional, influenciem de forma muito pequena ou nenhuma o experimento.
2. Uma distância até o centro de rotação confiável e precisamente medida, de forma que não sejam necessários ajustes no modelo para a comprovação de sua qualidade.
3. Uma velocidade angular conhecida, uma aceleração angular conhecida e que ambas possam ser devidamente modeladas.

Para atender às necessidades do experimento, foi necessária a utilização do robô ABB IRB-140, que é um robô de seis graus de liberdade cuja base foi montada sobre uma super-



fície paralela ao plano horizontal, atendendo o primeiro item necessário para a realização de um experimento adequado.

O robô ABB IRB-140 é um robô com controle da posição, velocidade e aceleração angulares precisas satisfazendo o segundo e o terceiro itens para a realização do experimento.

O cálculo dos ângulos necessários para que a distância do elemento terminal do robô até o centro de rotação de sua base foi realizado com base na cinemática direta e inversa do robô ABB IRB-140 que pode ser encontrada em detalhes no trabalho de Almaged[?]. Como o movimento na direção do eixo z não foi necessária para a realização do experimento e nem influenciou em seu resultado, os cálculos foram simplificados de forma que o robô somente executasse movimento planar, em sua maior parte, com a variação somente do eixo da junta 1.

Os eixos 2 e 3, ficam responsáveis pelo ajuste do raio de rotação até o centro de rotação constante (uma grande vantagem para esse experimento) e o eixo 5 é utilizado para garantir que a orientação dos sensores seja mantida na horizontal.

Os eixos 4 e 6 são fixos em zero graus para não haver variação dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  dos sensores.

Com o auxílio do robô ABB IRB-140, foram realizados os seguintes testes para a medição dos centros instantâneos de rotação:

1. Foi solicitado ao robô que ele fosse para um determinado alcances horizontal, para a simulação de um centro instantâneo de rotação.
2. Foi solicitado ao robô que ele fosse para a posição onde o eixo 1 fosse igual ao ângulo  $-180^\circ$ .
3. Foi solicitado ao robô que ele fosse para a posição onde o eixo 1 fosse igual ao ângulo  $+180^\circ$ , efetuando assim uma volta completa.

## 4.4 Controle

Para a realização do controle do robô seria possível a utilização de diversos tipos de controladores. O controlador escolhido para a realização da tarefa de controle da posição dos centros instantâneos de rotação e velocidade angular do robô P-3AT foi o controlador PID por se tratar de um controlador de simples construção e baixo custo computacional (necessário para o cálculo em tempo real no microcontrolador).

## 4.4.1 Controlador PID

Para a realização do controle do robô, foram implementados dois controladores: um para o controle da posição em  $y$  do centro de rotação instantâneo e outro para o controle da velocidade angular do robô. Os controladores foram construídos com a mesma estrutura, dessa forma, a explicação do funcionamento será para ambos. Embora a descrição do funcionamento seja a de um controlador analógico, o controlador implementado foi um controlador digital feito a partir da discretização do controlador analógico apresentado.

Uma apresentação de um controlador PID simples pode ser observada na Figura 4.3, onde pode ser observado o diagrama de blocos do controlador. A ideia desse controlador é que sempre a diferença entre a saída do robô (ou qualquer outro processo a ser controlado) ( $y(t)$ ) e a entrada (comando) ( $u(t)$ ), gere um sinal erro ( $e(t)$ ). O erro deverá ser amplificado pelo ganho de controle proporcional ( $K_P$ ), integrado e amplificado pelo ganho de controle integral ( $K_I$ ), e diferenciado e amplificado pelo ganho de controle diferencial ( $K_D$ ), a soma desses sinais deverá gerar o sinal de controle que será aplicado na entrada do processo.

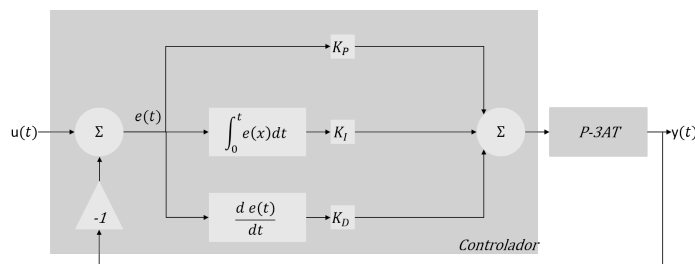


Figura 4.3: Controlador PID simples

Como é possível que o robô siga o comando solicitado e não haja erro, mesmo que não seja viável, é possível implementar uma possibilidade de soma do sinal de entrada ao sinal de comando, o que pode ser observado na Figura 4.4. Essa opção é a opção ideal quando quando o processo foi completamente modelado e não é esperado nenhum erro entre o comando e a saída.

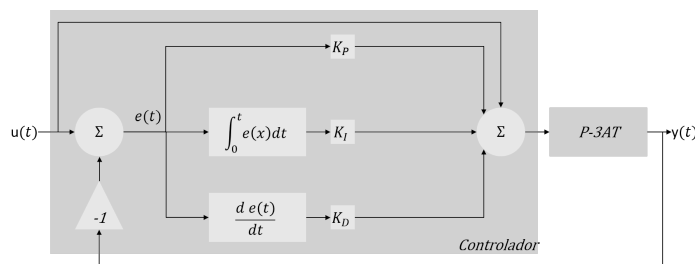


Figura 4.4: Controlador PID com soma do comando

Para evitar o *windup*, fenômeno que ocorre quando o erro de regime não pode ser corrigido que faz com que a saída do integrado seja cada vez maior a cada integração, pode ser implementado um limitador para a integral do erro. A implementação pode ser observada na Figura 4.5 na qual a função integral deve obedecer os limites mínimos e máximos impostos pelas restrições.

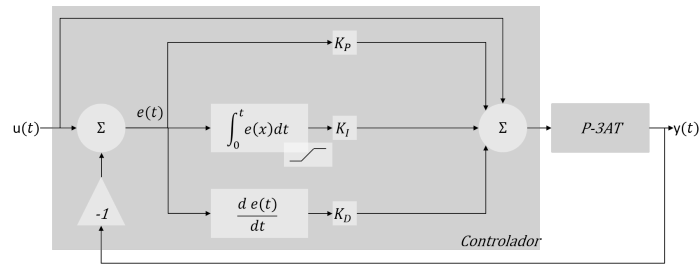


Figura 4.5: Controlador PID com limitador do integrador

Como o derivador pode apresentar valores muito grandes para respostas a pulsos, impulsos ou degraus, a saída do derivador deve ser limitada por outra função de limitador, conforme demonstrado na Figura 4.6, assim o sinal de comando não apresentará valores infinitos (ou pelo menos demasiadamente grandes) para sinais com derivadas infinitas.

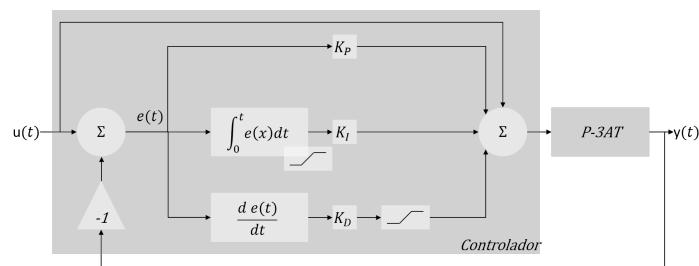


Figura 4.6: Controlador PID com limitador do integrador e do derivador

Como o erro pode ser demasiadamente grande para ser aplicado diretamente no robô, o que geraria sobressinais na saída, é interessante que esse também seja limitado. A Figura 4.7 apresenta uma solução completa para o controlador, a solução apresentada na Figura 4.7 contempla todos os elementos necessários para que um controle proporcional integral derivativo seja implementado.

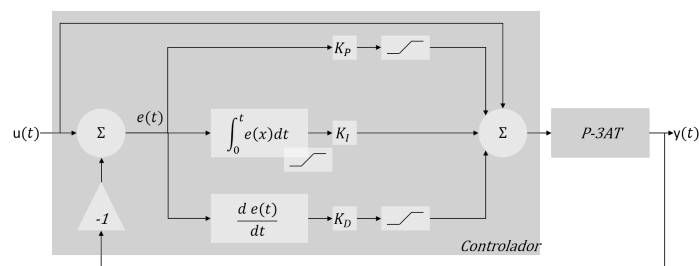


Figura 4.7: Controlador PID completo

Aplicando a transformada de Laplace com condições iniciais nulas o controlador assume a forma da Figura 4.8.

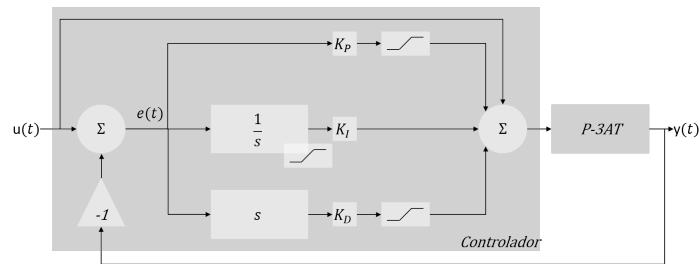


Figura 4.8: Controlador PID completo contínuo

Fazendo uma transformação do modelo contínuo para o modelo discreto pelo método da transformada bilinear de Tustin (com o qual  $s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$ )[?] o controlador assume a forma da Figura 4.9.

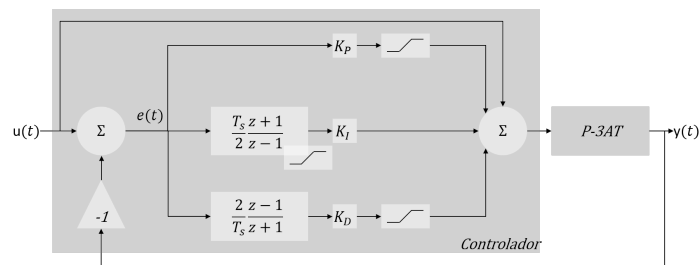


Figura 4.9: Controlador PID completo discreto

# Capítulo 5

## Resultados experimentais e discussão

Foram realizados experimentos para:

- Medição dos parâmetros geométricos e inerciais
- Identificação dos parâmetros das IMUs:
  - Modelagem de identificação dos parâmetros dos acelerômetros e girômetros
  - Modelagem de identificação de parâmetros do modelo para medição de centros instantâneo de rotação e velocidade angular do robô Pioneer P-3AT
- Medição dos centros instantâneos de rotação:
  - Medição dos centros instantâneos de rotação do Pioneer P-3AT
  - Confirmação da medição dos centros instantâneos de rotação do Pioneer P-3AT
- Controle:
  - Obtenção da cinemática inversa do robô P-3AT
  - Sintonização do controlador PID para a velocidade angular e centro instantâneo de rotação do robô P-3AT

### 5.1 Medição dos parâmetros geométricos e inerciais

Para o cálculo do centro de massa do robô e os parâmetros geométricos, foram realizadas as medições apresentadas na Tabela 5.1 a fim de encontrar os valores dimensionais da Figura 2.5. Uma das medições está ilustrada na Figura 5.1.

Foram, também, medidas as distâncias entre os pontos de contatos das rodas com o plano horizontal (conforme a Figuras 2.5 e 2.7) e as medições estão apresentadas na Tabela 5.2.

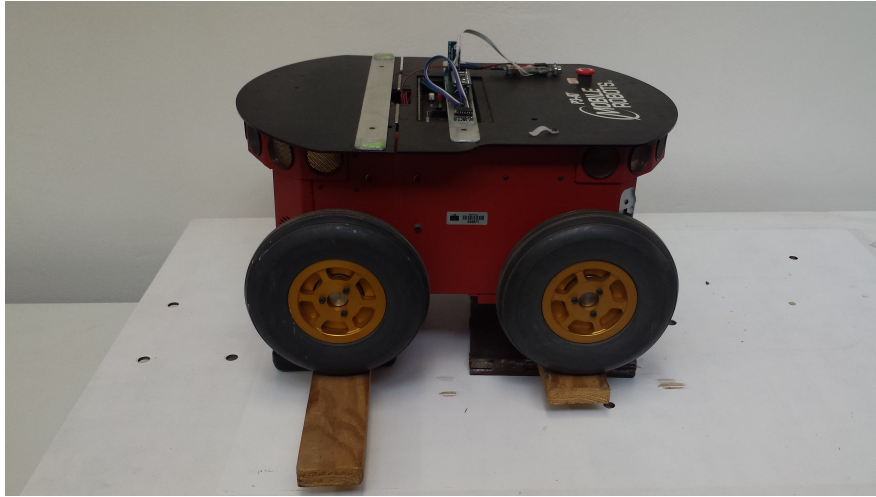


Figura 5.1: Medição das forças normais a partir das forças peso do robô

Tabela 5.1: Medição das forças normais das rodas em relação ao plano

Posição	Forças normais atuantes	Massa medida
Frente	$N_2 + N_3$	11,3kg
Traseira	$N_1 + N_4$	11,6kg
Direita	$N_3 + N_4$	11,6kg
Esquerda	$N_1 + N_2$	11,3kg
Massa Total	$N_1 + N_2 + N_3 + N_4$	22,9kg

Tabela 5.2: Medições dos pontos de contato

Distância entre os pontos de contato das rodas	Parâmetros	Medição
Dianteira e traseira	a + b	268mm
Esquerda e direita	c + d	360mm

Tabela 5.3: Distâncias dos pontos de contato das rodas até o centro de massa do robô

Parâmetro	Valor calculado
a	132,2mm
b	135,8mm
c	182,4mm
d	177,6mm

Pela Eq. 2.32, é possível calcular a distância dos pontos de contato das rodas até o centro de massa do robô. Os resultados estão apresentados na Tabela 5.3.

A partir da Tabela 5.3, é possível calcular a posição do centro de massa com relação ao centro geométrico do robô, como a diferença entre as distâncias  $a$  e  $b$  para  $d_x$ , e  $c$  e  $d$  para  $d_y$ . Os resultados estão apresentados na Tabela 5.4.

Pela Eq. 2.33, é possível calcular os valores das forças de contato normais à superfície do plano horizontal conforme a Tabela 5.5.

Como as forças de atrito dependem das forças normais aplicadas e o material é o mesmo

Tabela 5.4: Posição do centro de massa com relação ao centro geométrico

Parâmetro	Valor calculado
$d_x$	1,8mm
$d_y$	2,4mm

Tabela 5.5: Forças normais das rodas em relação ao plano calculadas

Força ( $N_i$ )	Massa medida	Valor da força normal
$N_1$	5,7kg	56,2N
$N_2$	5,6kg	54,6N
$N_3$	5,7kg	56,2N
$N_4$	5,9kg	57,6N
Total ( $N$ )	22,9kg	224,6N

para todas as rodas é possível admitir que as forças de atrito para todas as rodas são muito parecidas.

## 5.2 Identificação dos parâmetros das IMUs

Para a identificação dos parâmetros dos sensores inerciais, o trabalho foi dividido em duas atividades, a identificação dos parâmetros dos acelerômetros e a identificação dos parâmetros dos girômetros.

### 5.2.1 Identificação dos parâmetros dos acelerômetros

Com o objetivo de validar o modelo matemático proposto na Eq. 4.11, os acelerômetros foram submetidos a diversos ângulos com os quais era suposto que fosse formado um conjunto de dados com os quais métodos numéricos, com o algoritmo de Levenberg-Marquardt, fossem capazes de encontrar os ajustes que fizessem a minimização dos erros de medição.

O resultado obtido para a medição de cada uma das quatro IMUs utilizadas no experimento é observado nas Figuras 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, respectivamente.

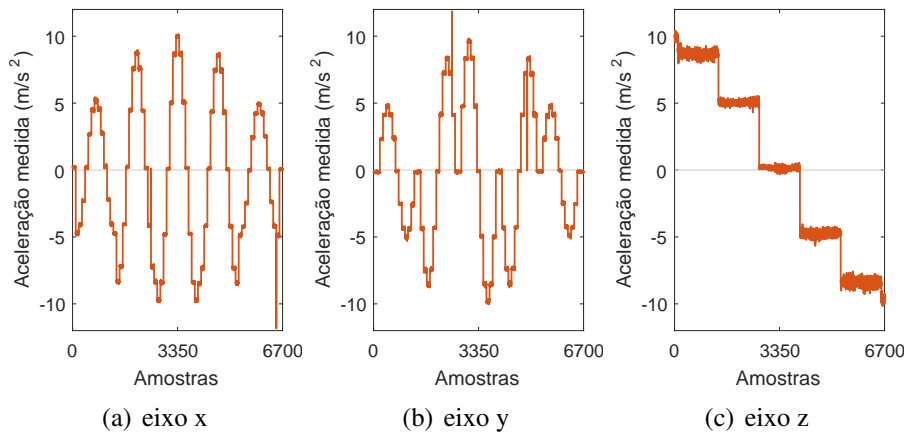


Figura 5.2: Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a  $IMU_1$  para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2

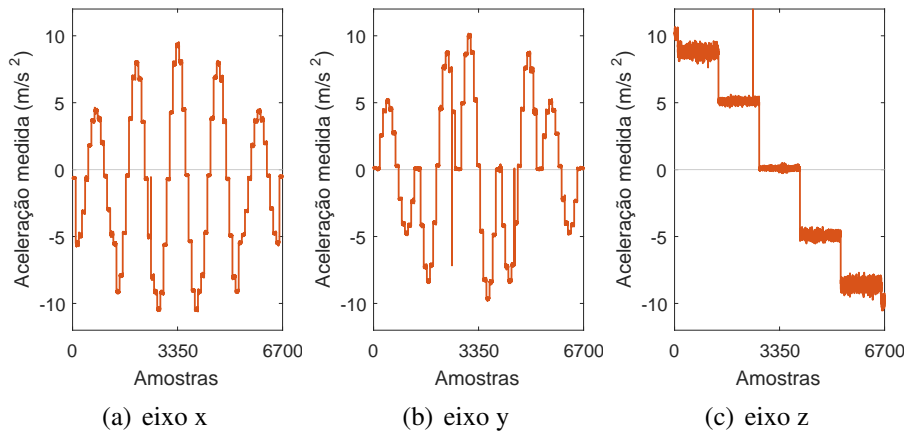


Figura 5.3: Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a  $IMU_2$  para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2

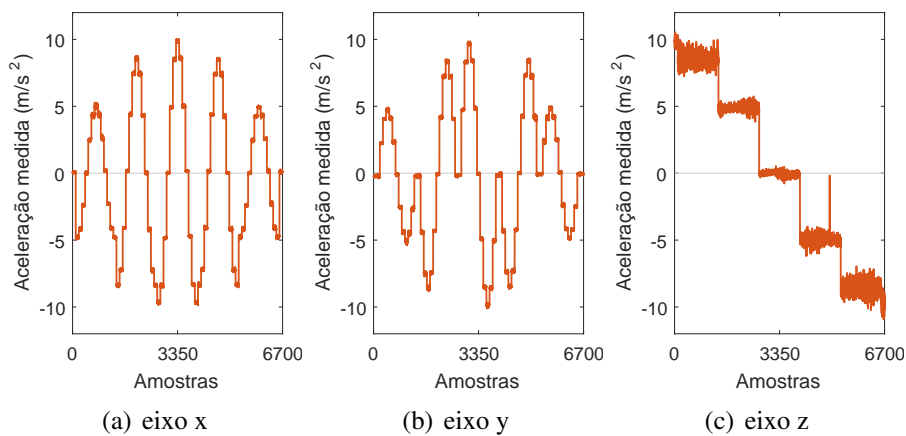


Figura 5.4: Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a  $IMU_3$  para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2

Após a aplicação do algoritmo de Levenberg-Marquardt, foram obtidos os parâmetros corrigidos da Tabela 5.6 necessários para a correção da leitura dos valores, onde os  $o_k$  são



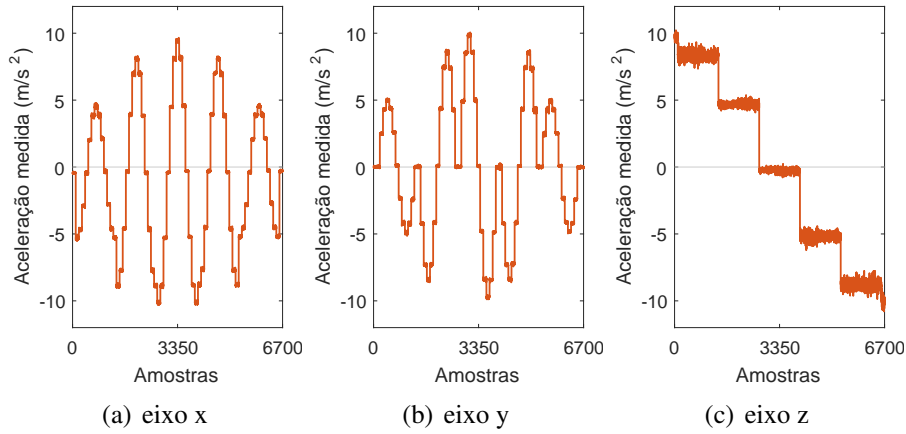


Figura 5.5: Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a  $IMU_4$  para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2

os vieses-fixos dos acelerômetros, os  $g_k$  são os ganhos necessários para a medição de uma gravidade, e os  $\delta_k$  são os ângulos (medidos em graus) de desalinhamentos dos eixos dos acelerômetros.

Tabela 5.6: Parâmetros corrigidos necessários para a correção da leitura dos valores

Parâmetro	$o_x$	$o_y$	$o_z$	$g_x$	$g_y$	$g_z$	$\delta_\alpha$	$\delta_\beta$	$\delta_\gamma$
$IMU_1$	216	-165	278	16466	16277	16439	0,398	0,113	0,314
$IMU_2$	-95	292	221	16480	16383	16775	0,374	0,204	-0,458
$IMU_3$	159	-135	7	16304	16309	16509	0,385	0,207	0,026
$IMU_4$	-596	99	-338	16341	16370	16524	0,354	0,235	0,110

Após a correção dos valores, foram observadas as medições apresentadas nas Figuras 5.6, 5.7, 5.8, 5.9, para  $IMU_1$ ,  $IMU_2$ ,  $IMU_3$  e  $IMU_4$  respectivamente.

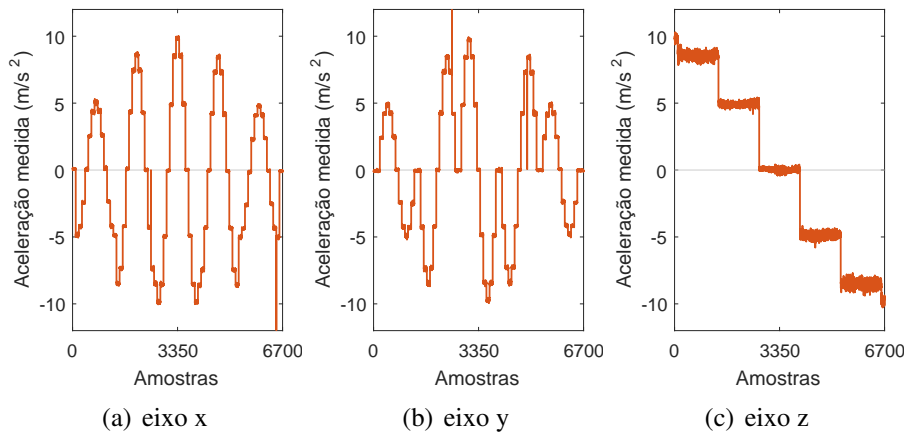


Figura 5.6: Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a  $IMU_1$  após a correção dos parâmetros para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2

Pelas Figuras 5.6, 5.7, 5.8, 5.9, é interessante notar que a correção dos parâmetros fez com que os gráficos, apesar do ruído, ficassem muito mais parecidos com os propostos pela Eq. 4.11 e dessa forma muito parecidos com a Figura 4.2 que traz os valores ideais.

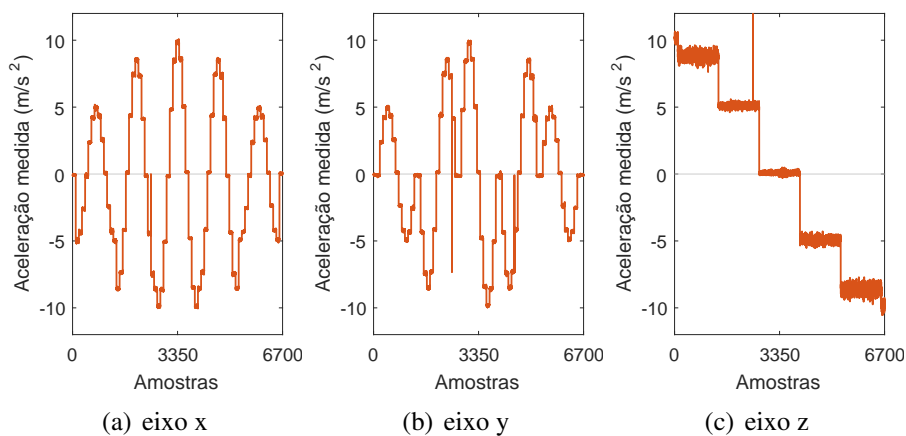


Figura 5.7: Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a  $IMU_2$  após a correção dos parâmetros para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2

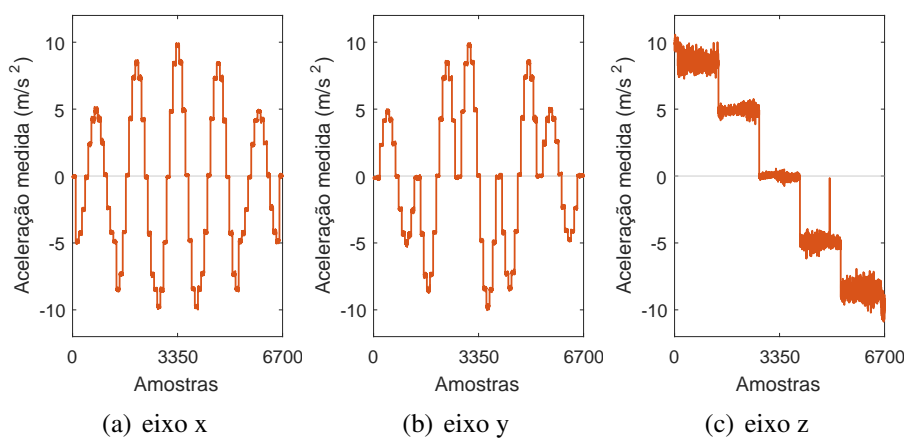


Figura 5.8: Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a  $IMU_3$  após a correção dos parâmetros para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2

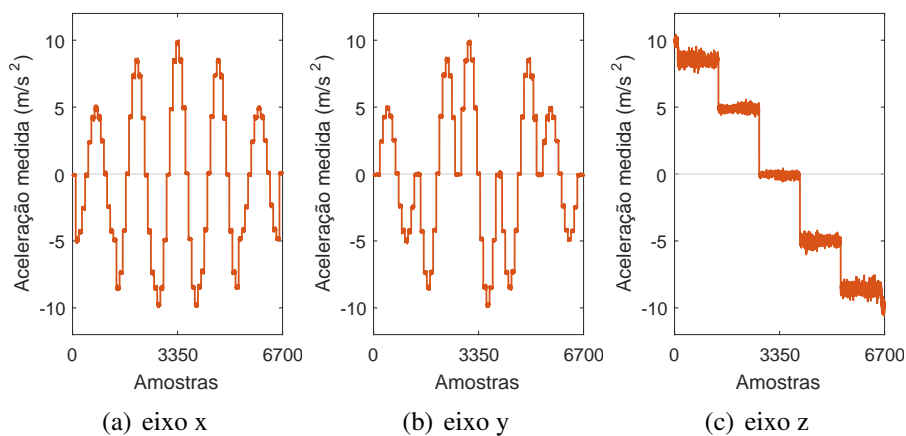


Figura 5.9: Leitura da aceleração medida pelos acelerômetros para a  $IMU_4$  após a correção dos parâmetros para o mesmo conjunto de dados da Figura 4.2

## 5.2.2 Identificação dos parâmetros dos girômetros

Apesar do procedimento para obtenção dos valores dos parâmetros para os girômetros ser mais simples, nas subseções seguintes estão descritos os procedimentos realizados para a identificação dos parâmetros.

### 5.2.2.1 Viés Fixo

Afim de medir o viés fixo dos girômetros, os mesmos foram submetidos a uma velocidade angular nula ( $\vec{\omega} = 0$ ).

A partir dos valores médios das medições, é determinado o valor do viés fixo dos girômetros todas as vezes que as IMUs são inicializadas.

### 5.2.2.2 Fator de escala

O fator de escala é determinado a partir do valor medido para velocidades angulares conhecidas as quais os girômetros são submetidos.

Durante a realização dos experimentos, os girômetros foram submetidos ao mesmo conjunto de velocidades angulares, e os valores foram comparados para a validação do fator de escala previsto no *datasheet* do dispositivo.

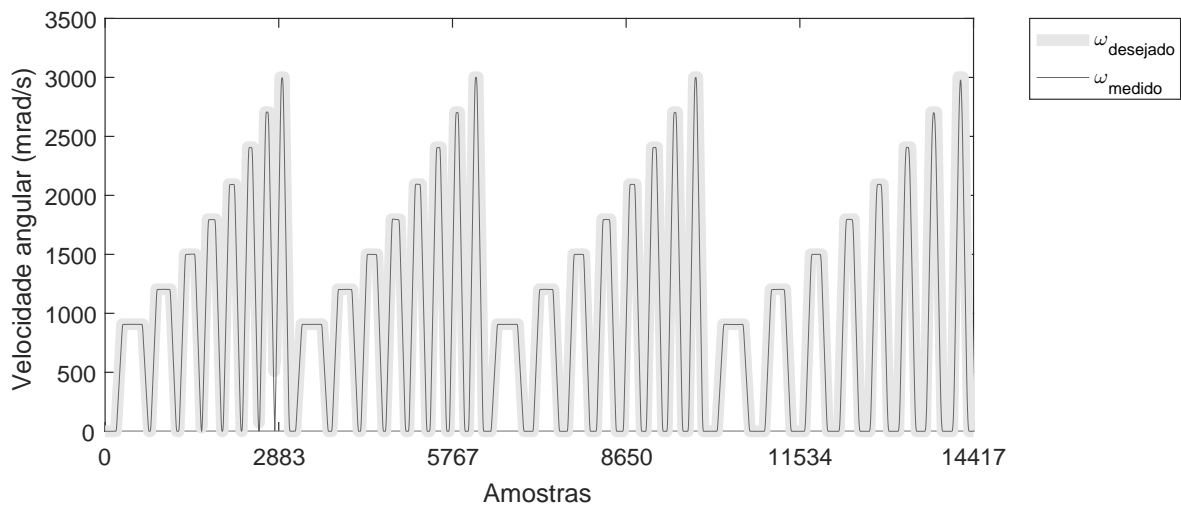
### 5.2.2.3 Desalinhamento do eixo de entrada e acoplamento cruzado do eixo de entrada

Como os acelerômetros e os girômetros foram construídos sobre a mesma pastilha, foi admitido que o desalinhamento da montagem dos acelerômetros e girômetros é o mesmo.

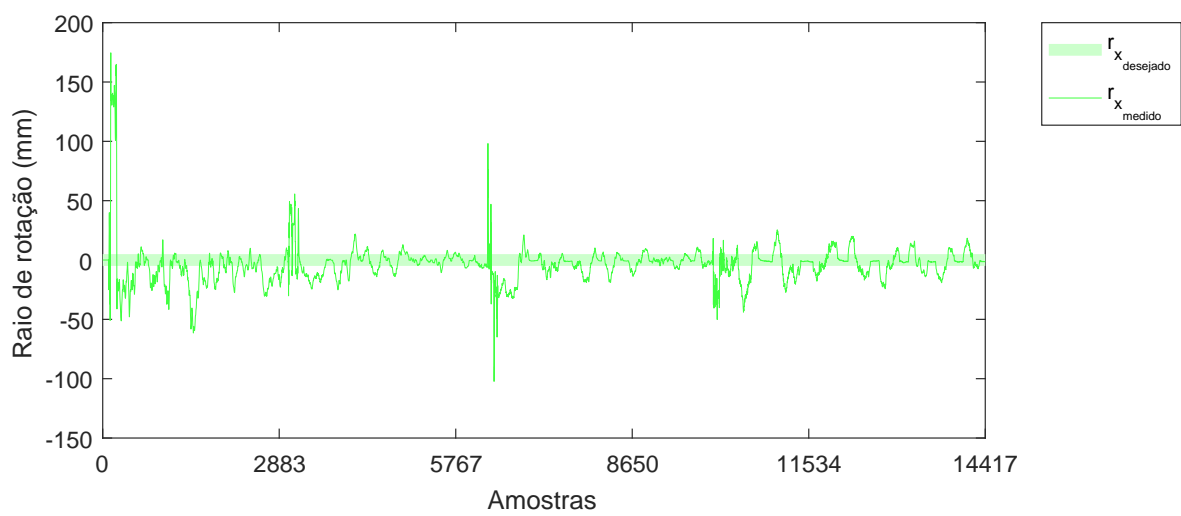
## 5.3 Medição dos centros instantâneos de rotação

Com o objetivo de validar o modelo proposto pela Eq.2.93, o experimento proposto na seção 4.3 foi realizado para várias velocidades e alcances horizontais.

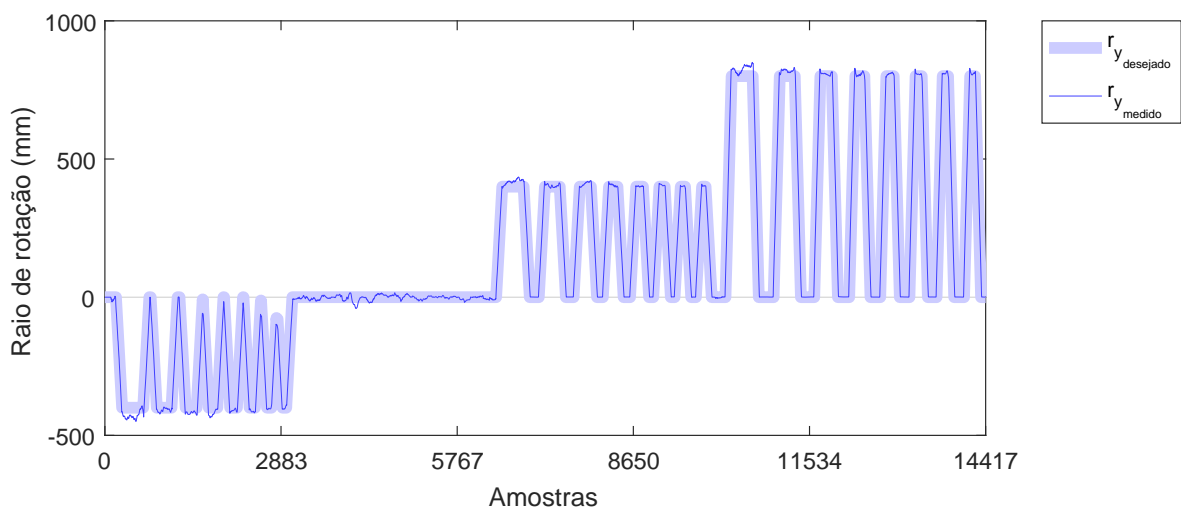
Os resultados obtidos estão apresentados nas Figuras 5.10 e 5.11.



(a) Velocidades angulares ( $\omega$ )



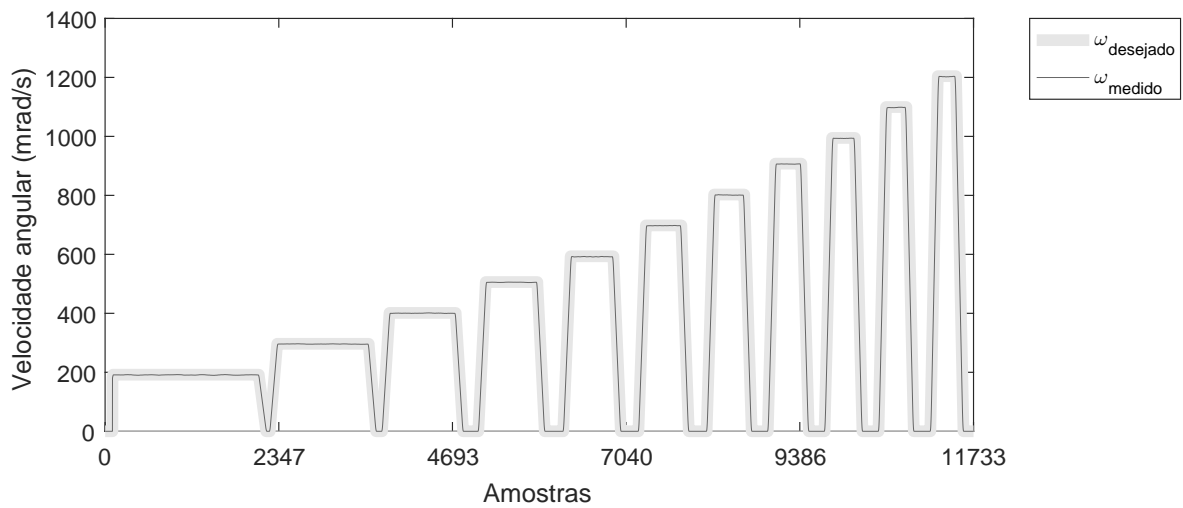
(b) Distância do ICR no eixo x ( $r_x$ )



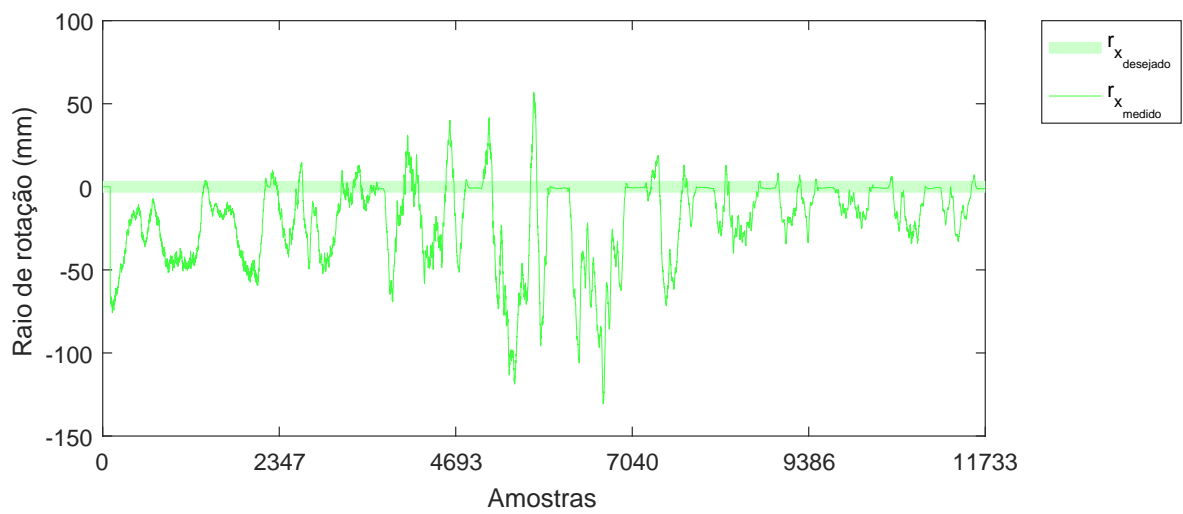
(c) Distância do ICR no eixo y ( $r_y$ )

Figura 5.10: Medição de raios entre -400mm e 800mm, para velocidades angulares entre 0,8rad/s e 2,8rad/s

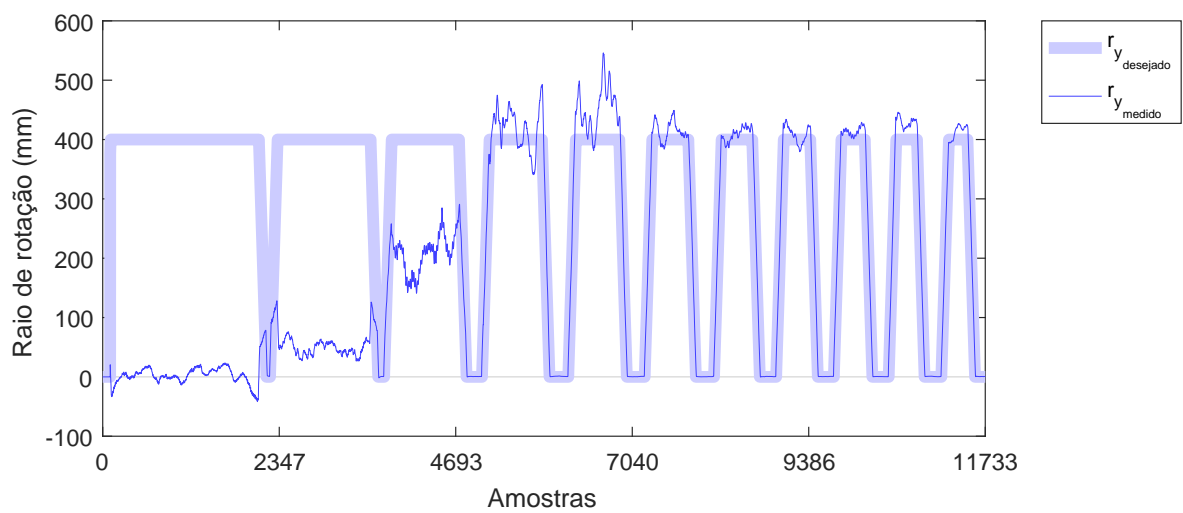
Conforme apresentado na Figura 5.10, é possível verificar que a medição de velocidade



(a) Velocidades angulares ( $\omega$ )



(b) Distância do ICR no eixo x ( $r_x$ )



(c) Distância do ICR no eixo y ( $r_y$ )

Figura 5.11: Medição de raio de 400mm, para velocidades angulares entre 0,2rad/s e 1,2rad/s angular pelo giroscópio tem uma boa resposta para velocidades angulares entre 0,8rad/s e 2,8rad/s e que também é possível medir raios para essas velocidades com uma qualidade

relativamente boa e pode ser testado no robô móvel Pioneer P-3AT com grande efetividade.

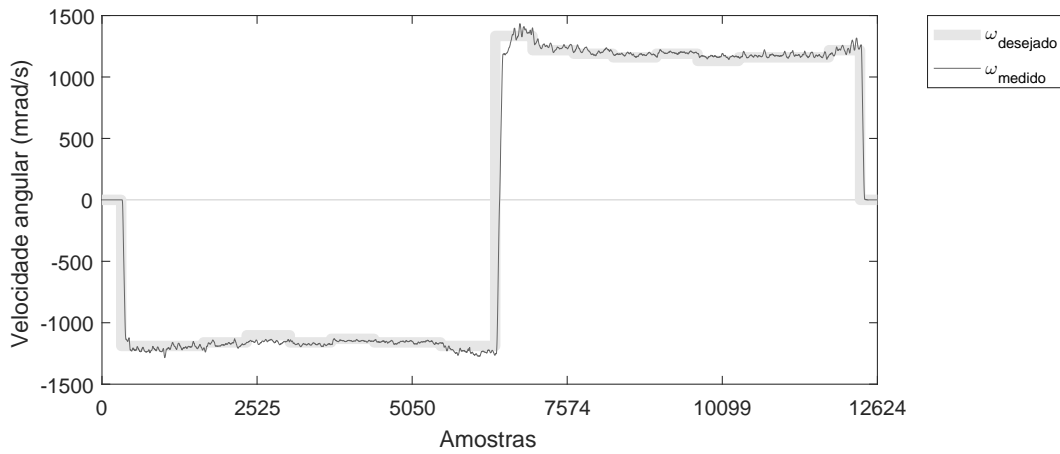
Conforme apresentado na Figura 5.11, a medição do raio para velocidades angulares baixas (entre  $-0,7\text{rad/s}$  e  $0,7\text{rad/s}$ ) não apresenta uma qualidade adequada para medições de raios, apesar de medição de velocidade angular pelo giroscópio ter uma boa resposta.

### **5.3.1 Medição dos centros de rotação instantâneos do Pioneer P-3AT**

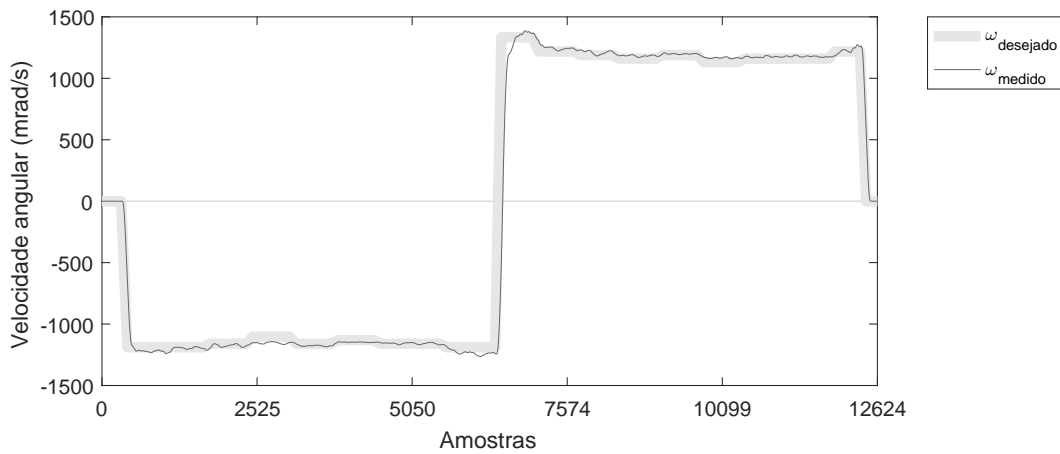
Com o robô Pioneer P-3AT, foram realizados os seguintes testes para a medição dos centros de rotação instantâneos:

1. Foi solicitado ao robô que ele rodasse ao redor de um ponto conhecido com um raio (previsto) de forma que fosse possível determinar o valor desse raio para diferentes velocidades.
2. Foi repetido a medição para diversos raios.

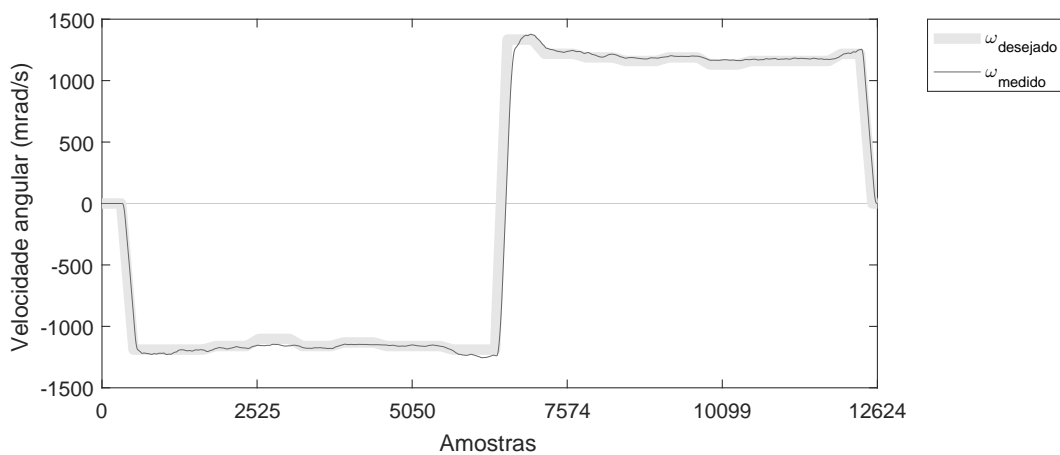
Os resultados obtidos estão dispostos nas Figuras 5.12, 5.13 e 5.14.



(a) Sem filtros



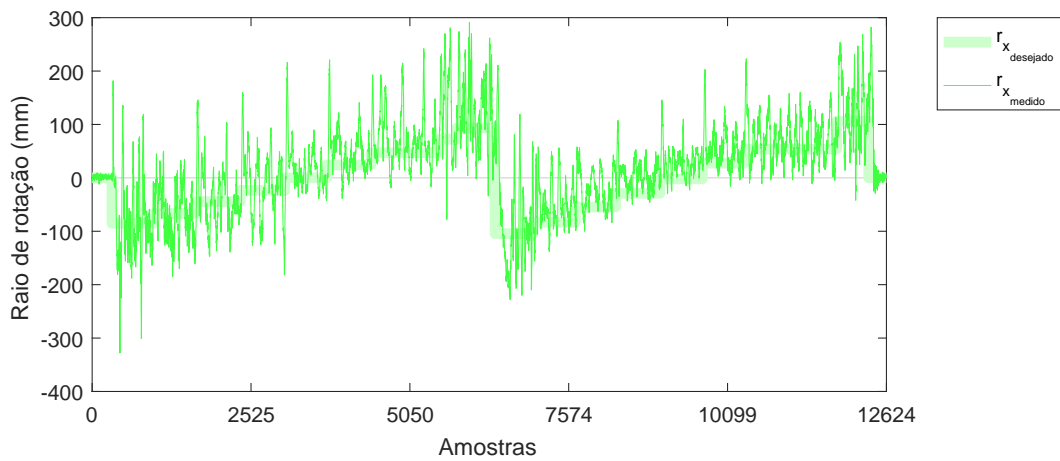
(b) Filtro de janela móvel de 100 amostras



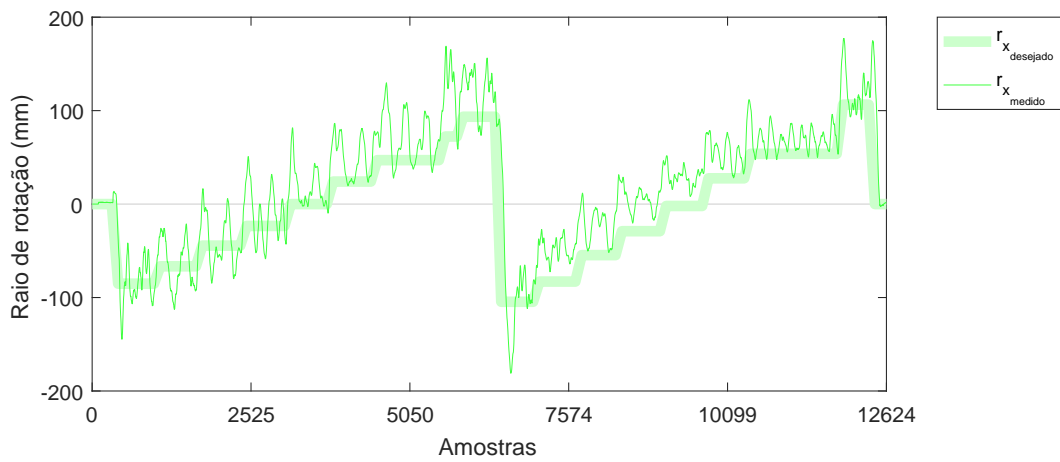
(c) Filtro de janela móvel de 200 amostras

Figura 5.12: Leituras da medições dos centros instantâneos de rotações para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm

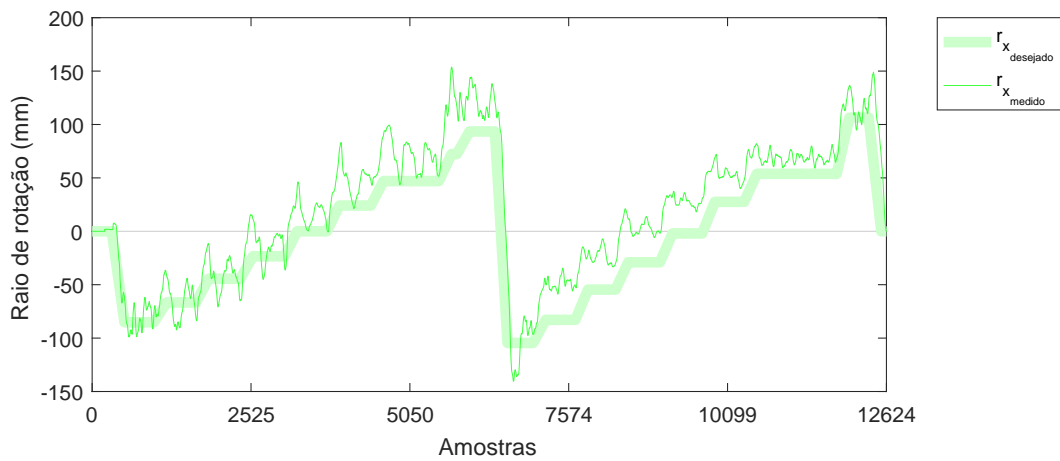
A Figura 5.12 exibe as leituras da medições dos centros instantâneos de rotações para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm, a partir dessa figura é possível observar que a leitura da velocidade angular acompanha exatamente o modelo proposto.



(a) Sem filtros



(b) Filtro de janela móvel de 100 amostras

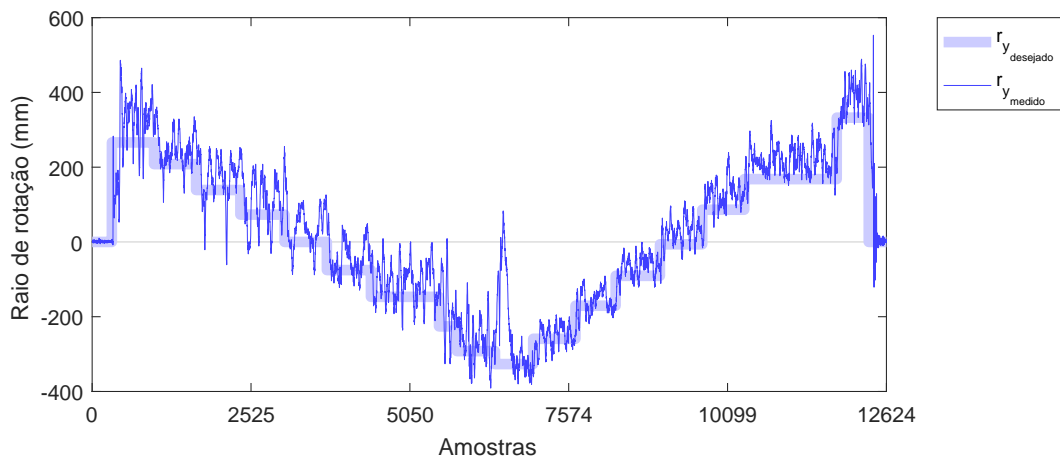


(c) Filtro de janela móvel de 200 amostras

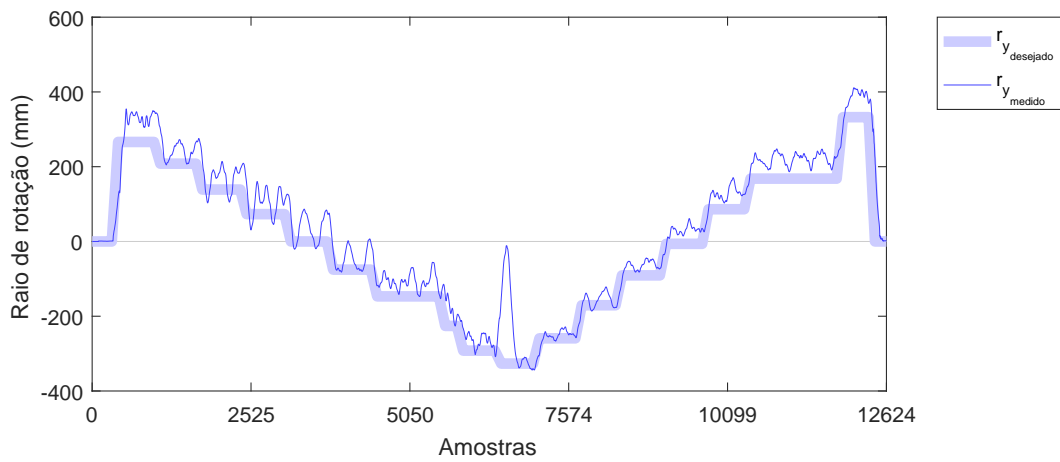
Figura 5.13: Leituras da medições dos centros instantâneos de rotações para a velocidade angular de  $1,2\text{rad/s}$  e raios variando entre  $-300\text{mm}$  e  $300\text{mm}$  com passo de  $75\text{mm}$

A Figura 5.13 exibe as leituras da medições dos centros instantâneos de rotações para a velocidade angular de  $1,2\text{rad/s}$  e raios variando entre  $-300\text{mm}$  e  $300\text{mm}$  com passo de  $75\text{mm}$ , a partir dessa figura é possível observar que a leitura de  $r_x$  acompanha bem o modelo proposto embora precisem de filtros de muitas amostrar para seus resultados serem satisfatórios.

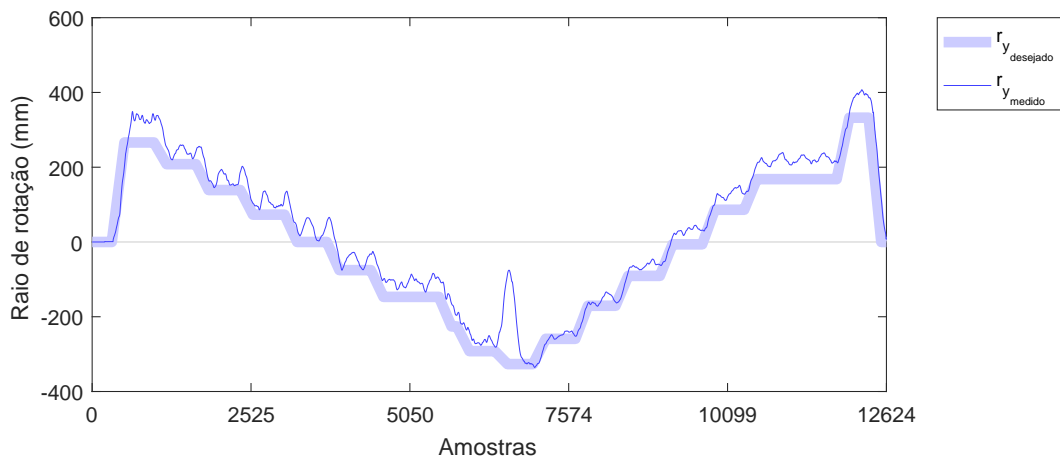




(a) Sem filtros



(b) Filtro de janela móvel de 100 amostras



(c) Filtro de janela móvel de 200 amostras

Figura 5.14: Leituras da medições dos centros instantâneos de rotações para a velocidade angular de  $1,2\text{rad/s}$  e raios variando entre  $-300\text{mm}$  e  $300\text{mm}$  com passo de  $75\text{mm}$

A Figura 5.14 exibe as leituras da medições dos centros instantâneos de rotações para a velocidade angular de  $1,2\text{rad/s}$  e raios variando entre  $-300\text{mm}$  e  $300\text{mm}$  com passo de  $75\text{mm}$ , a partir dessa figura é possível observar que a leitura de  $r_y$  acompanha bem o modelo proposto embora precisem de filtros de muitas amostrar para seus resultados serem satisfatórios.

Após a realização dos experimentos, os valores dos parâmetros para as Eq. 4.15, 4.16 e 4.17 encontrados pela aplicação do método de minimização numérico de erros de Levenberg-Marquadt estão apresentados na Tabela 5.7.

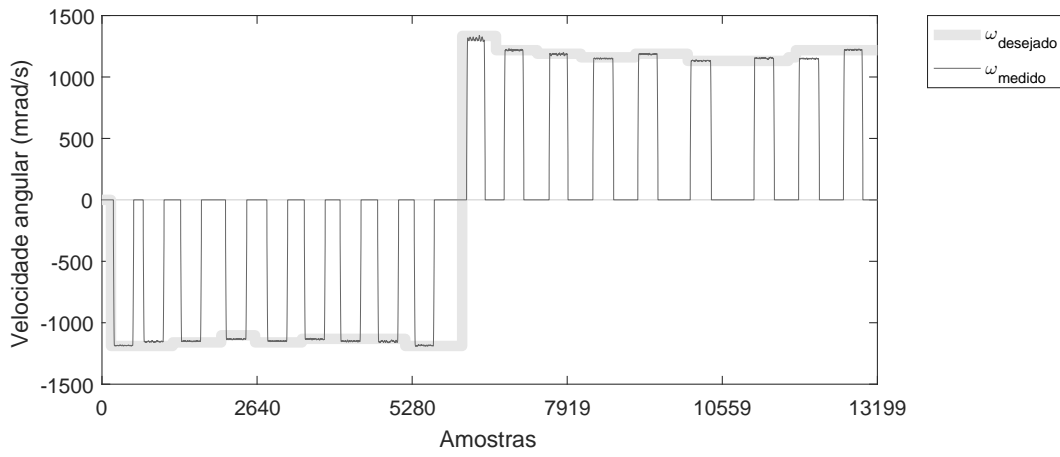
Tabela 5.7: Parâmetros obtidos pelo método de Levenberg-Marquadt para o modelo das Eq. 4.15, 4.16 e 4.17

Parâmetro	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$
Valor	246,7	-25,0	5,0	-34,5	315,0	29,0

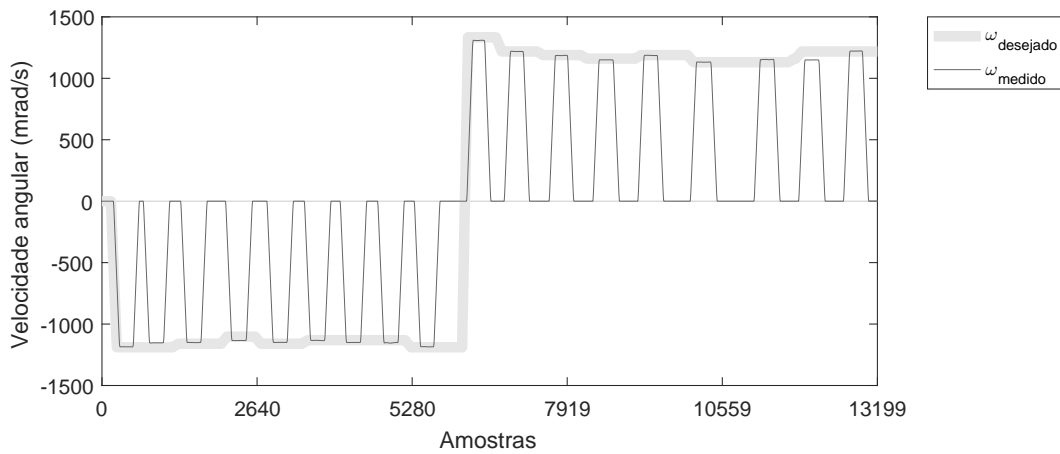
Pela observação das Figuras 5.12, 5.13 e 5.14, fica evidente que o sinal obtido após a utilização do filtro de média de janela móvel parece ter grande qualidade, mas apesar de sua uma grande qualidade, o atraso da leitura real provocado pela utilização do filtro com janelas muito largas provocará prejuízos para o controle em tempo real, dessa forma, para fins de controle só foram utilizadas janelas estreitas (menores que 100 amostras).

### **5.3.2 Confirmação da medição dos centros de rotação instantâneos do Pioneer P-3AT**

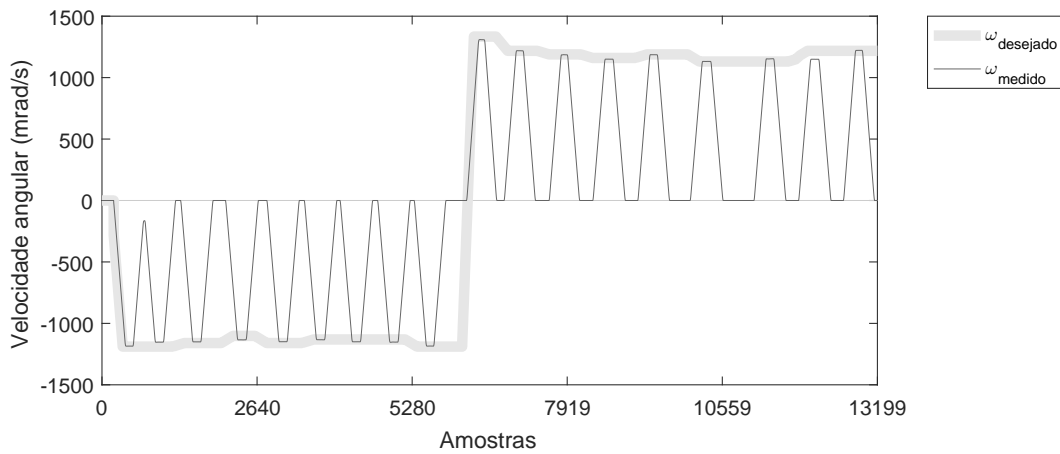
Foram executados experimentos com os mesmos dados de velocidade angular e raio de rotação no robô ABB IRB-140 para a confirmação das medições realizadas com o Pioneer P-3AT. Os resultados apresentados nas Figuras 5.15, 5.16 e 5.17, confirmam que o modelo proposto para a medição dos centros instantâneos de rotação estão corretos e podem ser utilizados para fins de controle.



(a) Sem filtros



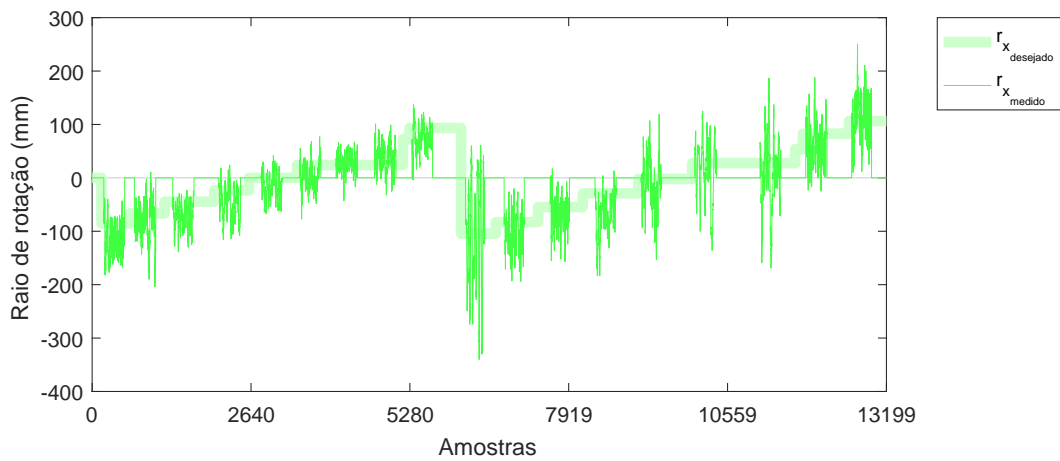
(b) Filtro de janela móvel de 100 amostras



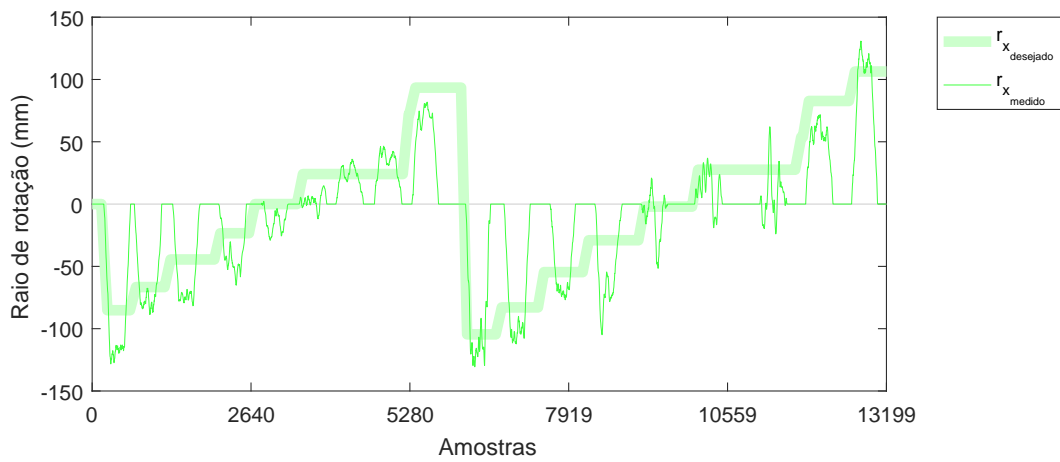
(c) Filtro de janela móvel de 200 amostras

Figura 5.15: Leituras dos centros instantâneos de rotação para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm

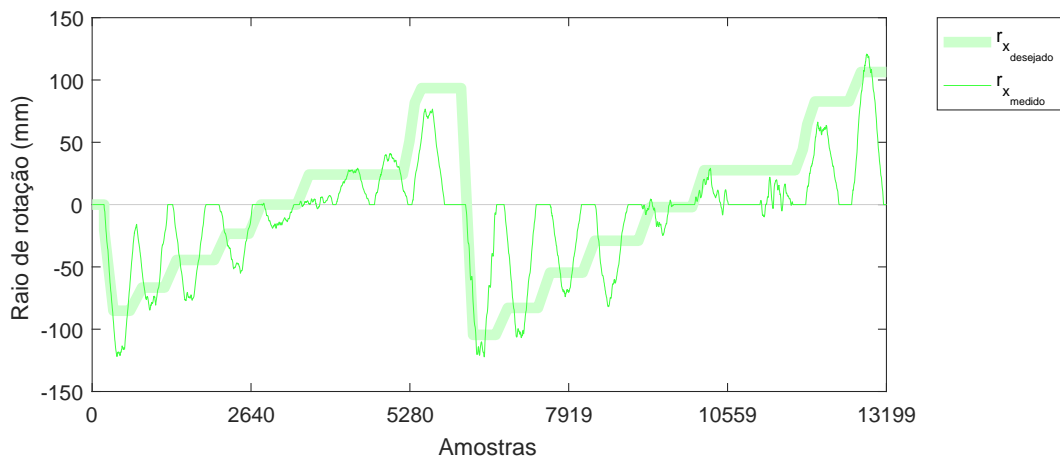
A Figura 5.15 exibe as leituras da medições dos centros instantâneos de rotações para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm, a partir dessa figura é possível observar que a leitura da velocidade angular acompanha exatamente o modelo proposto.



(a) Sem filtros



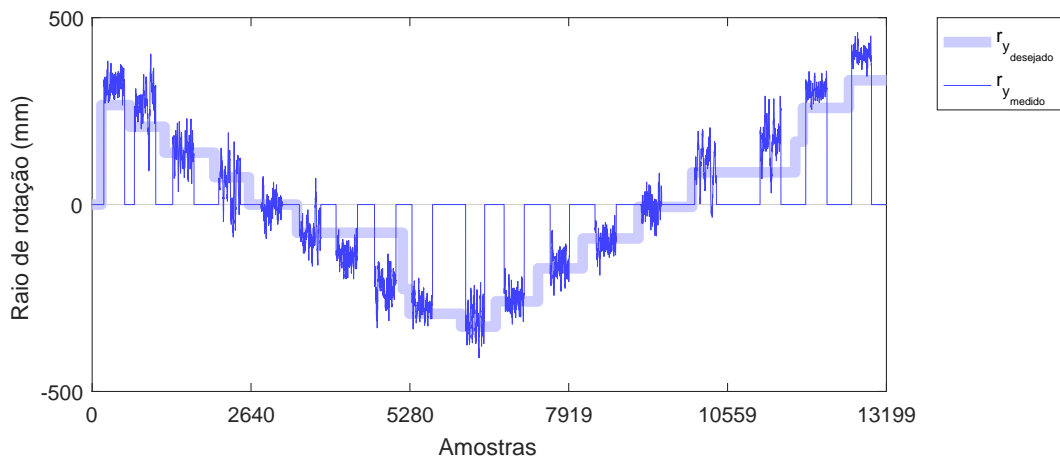
(b) Filtro de janela móvel de 100 amostras



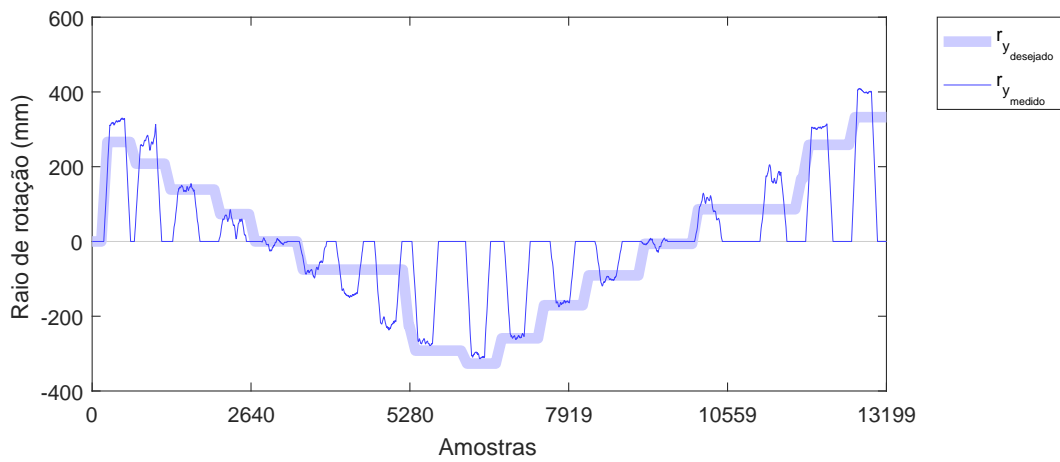
(c) Filtro de janela móvel de 200 amostras

Figura 5.16: Leituras dos centros instantâneos de rotação para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm

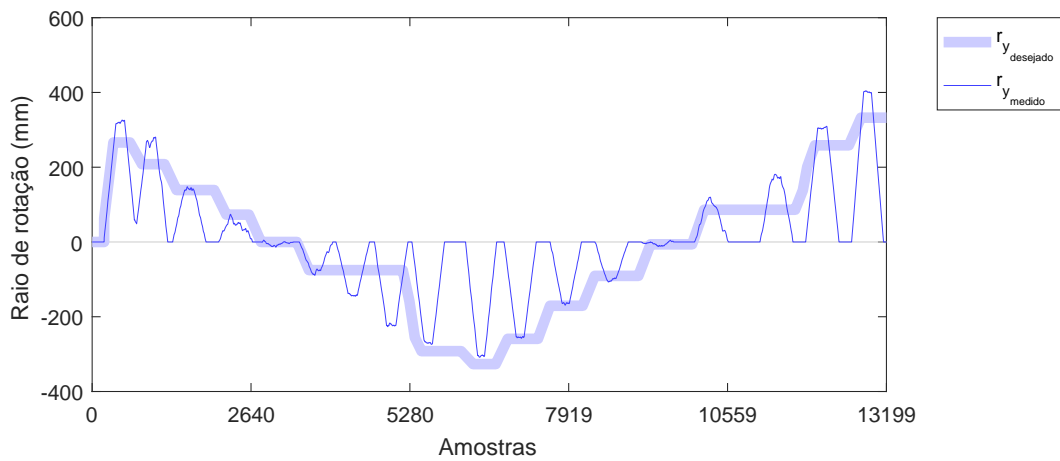
A Figura 5.16 exibe as leituras da medições dos centros instantâneos de rotações para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm, a partir dessa figura é possível observar que a leitura de  $r_x$  acompanha bem o modelo proposto embora precisem de filtros de muitas amostrar para seus resultados serem satisfatórios.



(a) Sem filtros



(b) Filtro de janela móvel de 100 amostras



(c) Filtro de janela móvel de 200 amostras

Figura 5.17: Leituras dos centros instantâneos de rotação para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm

A Figura 5.17 exibe as leituras das medições dos centros instantâneos de rotações para a velocidade angular de 1,2rad/s e raios variando entre -300mm e 300mm com passo de 75mm, a partir dessa figura é possível observar que a leitura de  $r_y$  acompanha bem o modelo proposto embora precisem de filtros de muitas amostras para seus resultados serem satisfatórios.

Pelas Figuras 5.15, 5.16 e 5.17, é possível observar que as leituras dos centros de rotação nos dois robôs possuem valores muito parecidos (embora a leitura realizada no IRB-140 tenha muito menos ruídos).

## 5.4 Controle

Os resultados experimentais para o controle podem ser divididos em duas seções:

- Cinemática inversa, onde são apresentados os parâmetros utilizados para a cinemática inversa proposta;
- Controlador PID, onde os resultados do controlador implementado são apresentados.

### 5.4.1 Cinemática inversa

A partir dos dados coletados para a elaboração das Fig. 5.12, 5.13 e 5.14 foi possível determinar os valores dos parâmetros  $K_\omega$  e  $K_r$  necessários para implementação da cinemática inversa simplificada.

A cinemática inversa aplicada para o controlador do raio de rotação e da velocidade angular do robô P-3AT (dada pelas Eq. 4.24 e 4.25), tem os parâmetros  $K_\omega = 259$  e  $K_r = 58$ .

### 5.4.2 Controlador PID

Para o controle do robô Pioneer P-3AT foi utilizado o controlador proposto na Figura 4.7. Os ganhos e limites dos controladores de velocidade angular e raio de rotação foram alterados a fim de melhorar a resposta dinâmica aos sinais de comando enviados ao robô.

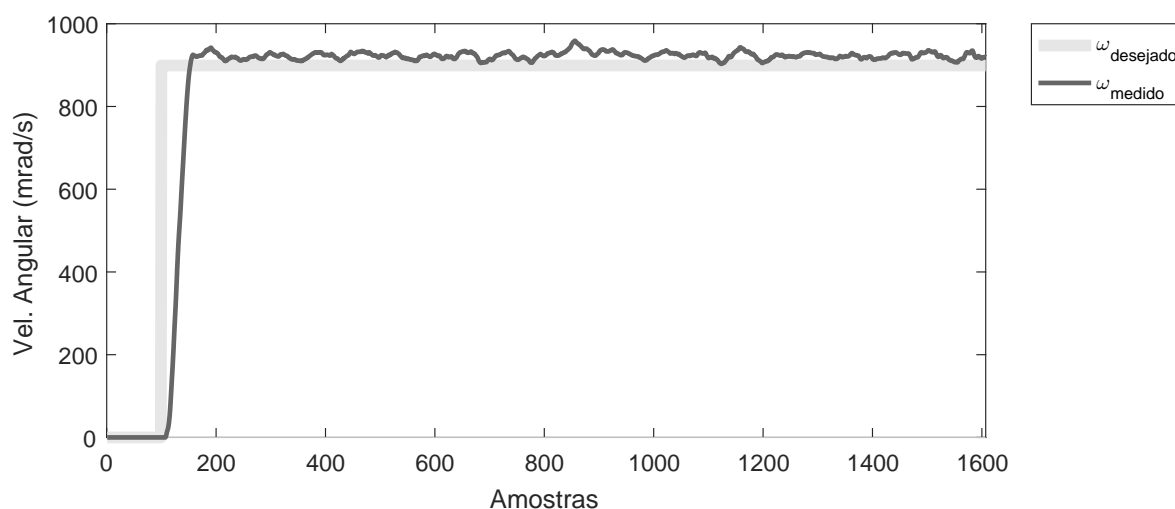
Os resultados obtidos para as sintonias dos controladores de velocidade angular e raio podem ser observados nas Tabelas 5.8 e 5.9.

Tabela 5.8: Comparação dos desempenhos dos controladores de velocidade angular

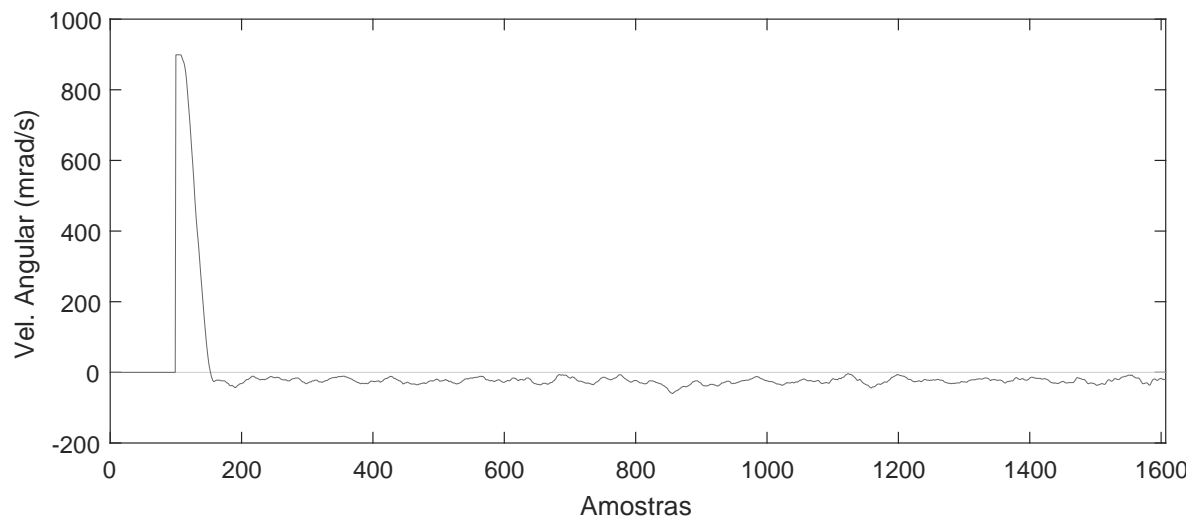
Figura	Tempo de subida	Tempo de Atraso	Tempo de acomodação	Sobressinal	Erro de regime	Estabilidade
5.18	0,8s	0,4s	0,9s	43mrad/s	20mrad/s	Estável
5.19	1s	0,5s	3,7s	7mrad/s	10mrad/s	Estável
5.20	0,8s	0,4s	3,1s	85mrad/s	40mrad/s	Estável
5.21	0,8s	0,4s	3s	136mrad/s	5mrad/s	Instável
5.22	0,8s	0,4s	0,3s	133mrad/s	0mrad/s	Instável
5.23	0,8s	0,4s	0,4s	142mrad/s	0mrad/s	Estável
5.24	0,8s	0,4s	3,8s	148mrad/s	0mrad/s	Instável

Tabela 5.9: Comparação dos desempenhos dos controladores de raios

Figura	Tempo de subida	Tempo de Atraso	Tempo de acomodação	Sobressinal	Erro de regime	Estabilidade
5.25	2,7s	1,4s	12,5s	45mm	40mm	Estável
5.26	4,4s	2,2s	4,3s	47mm	0mm	Estável
5.27	4,9s	2,4s	3,45s	38mm	-7mm	Estável
5.28	2,9s	1,4s	2,6s	45mm	10mm	Instável
5.29	0,7s	0,4s	3,9s	170mm	130mm	Instável
5.30	4,4s	2,2s	4,2s	42mm	10mm	Estável
5.31	2,7s	1,3s	4,9s	31mm	5mm	Instável
5.32	6,4s	3,2s	4,2s	3mm	7mm	Instável



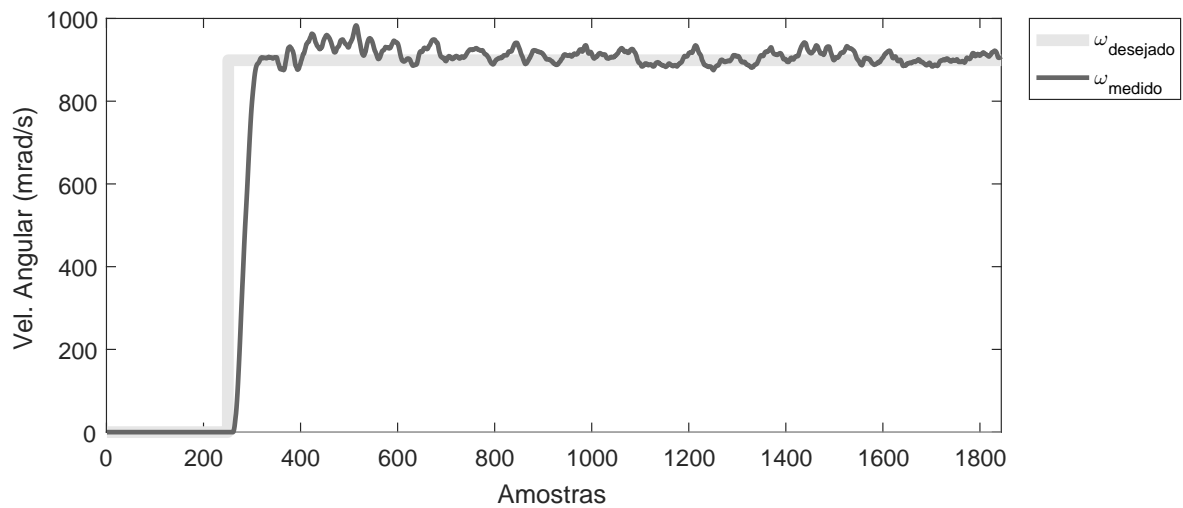
(a) Velocidade angular desejada e velocidade angular medida



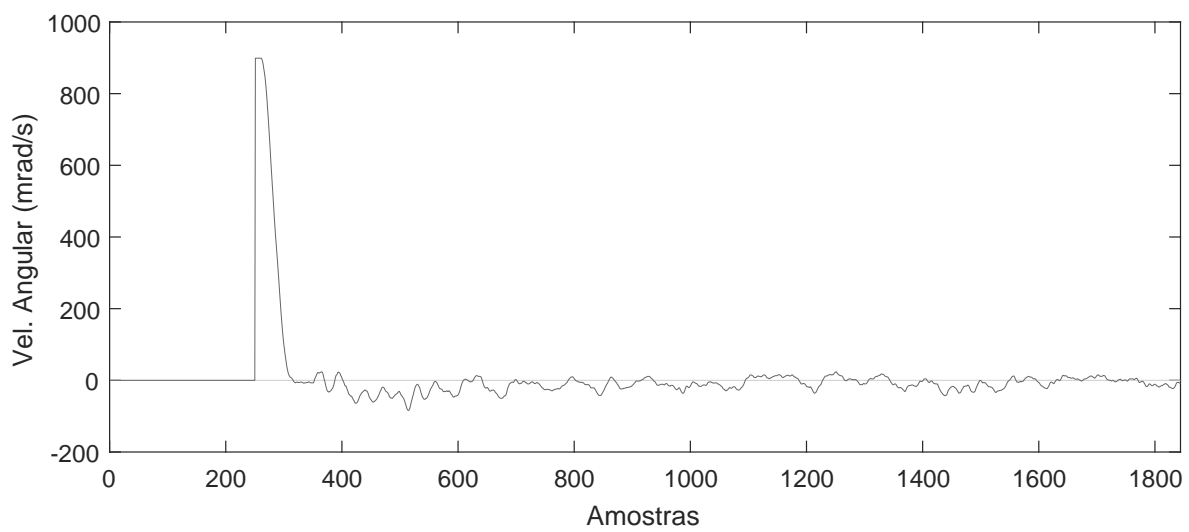
(b) Erro

Figura 5.18: Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, com ganhos dos controladores nulos

Para a Figura 5.18, foram ajustados os ganhos do controlador de raio e de velocidade angular para 0, essa é a resposta de malha aberta do sistema.



(a) Velocidade angular desejada e velocidade angular medida

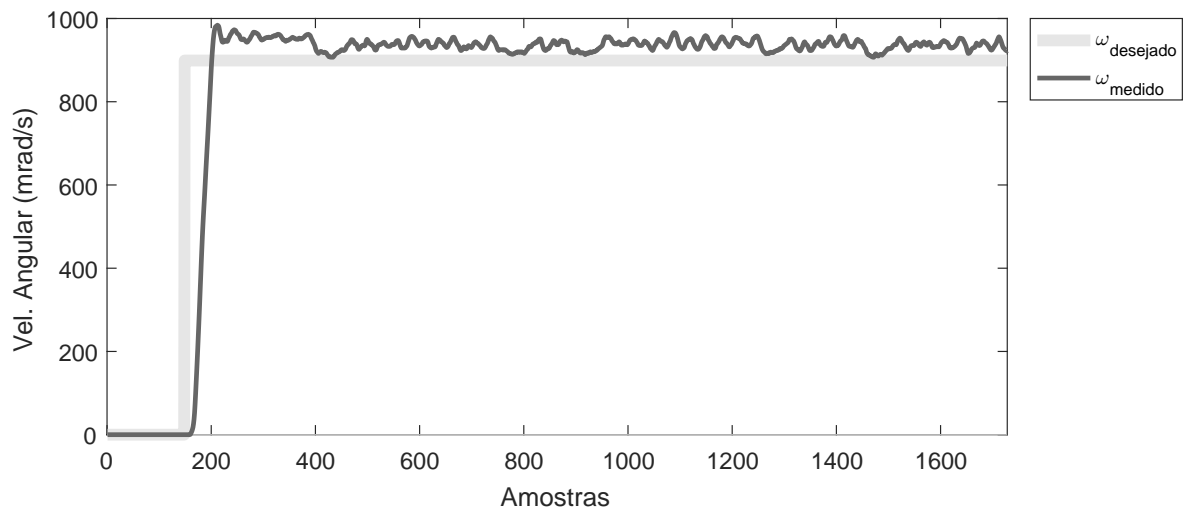


(b) Erro

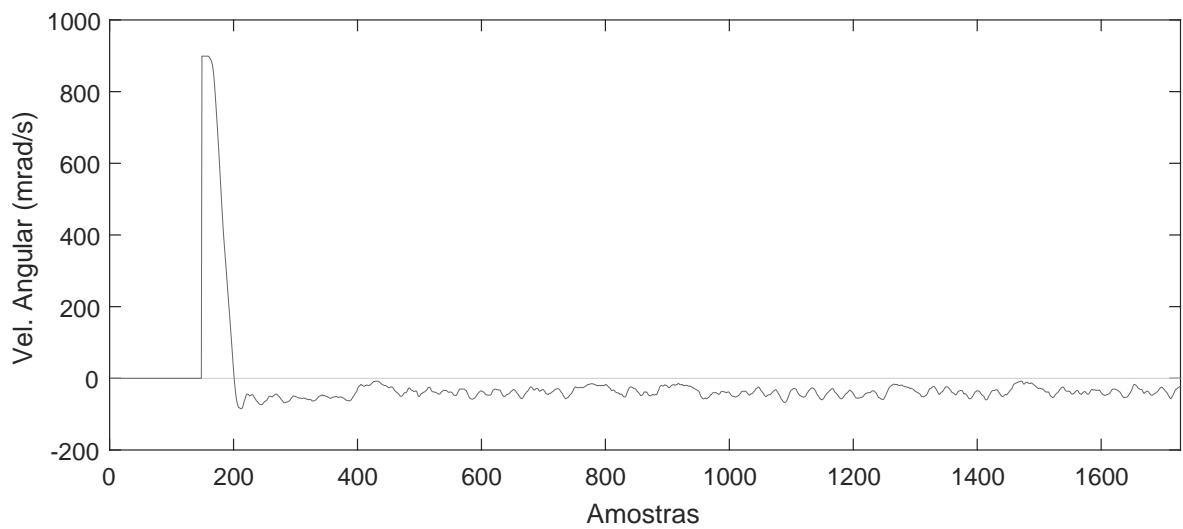
Figura 5.19: Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, para a melhor resposta com controlador de velocidade angular e raio ativados

Para a Figura 5.19, foram ajustados os ganhos do controlador de raio e de velocidade angular para seus melhores valores, assim os melhores desempenhos para ambas variáveis são obtidos.





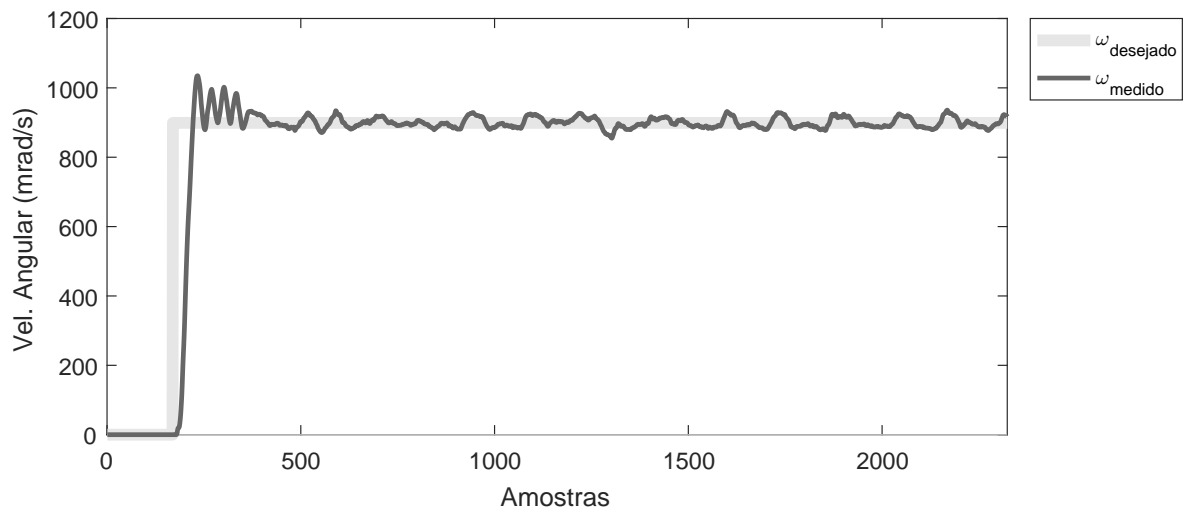
(a) Velocidade angular desejada e velocidade angular medida



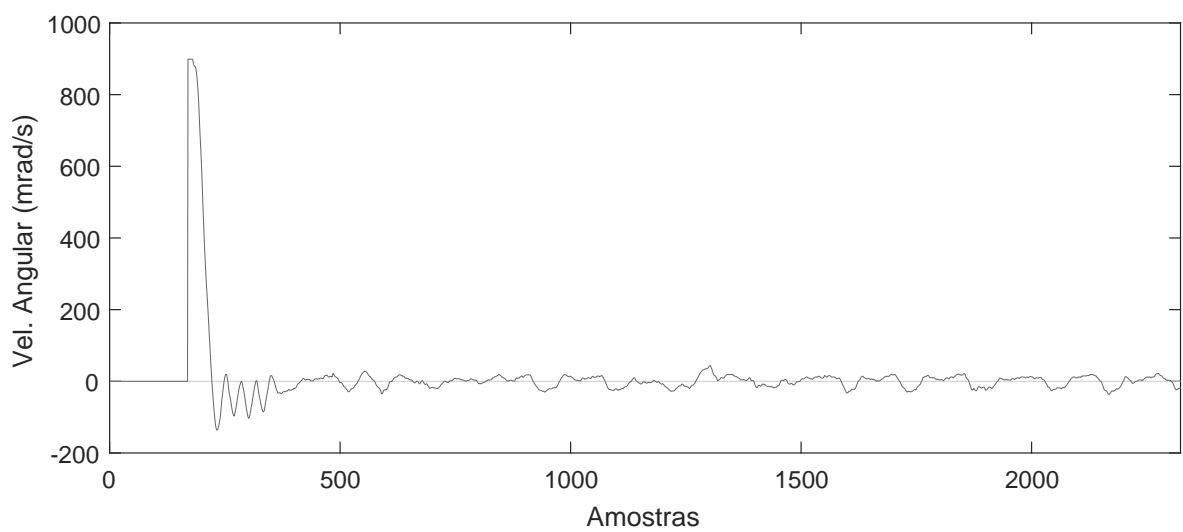
(b) Erro

Figura 5.20: Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, com ganho do controlador proporcional baixo

Para a Figura 5.20, foram ajustados os ganhos do controlador de raio para 0, ainda para a mesma situação, o ganho do controlador proporcional da velocidade angular foi dividido por dois (com relação ao melhor valor) e os demais ganhos foram mantidos nos melhores valores ajustados. Nessa situação o erro de regime é alto.



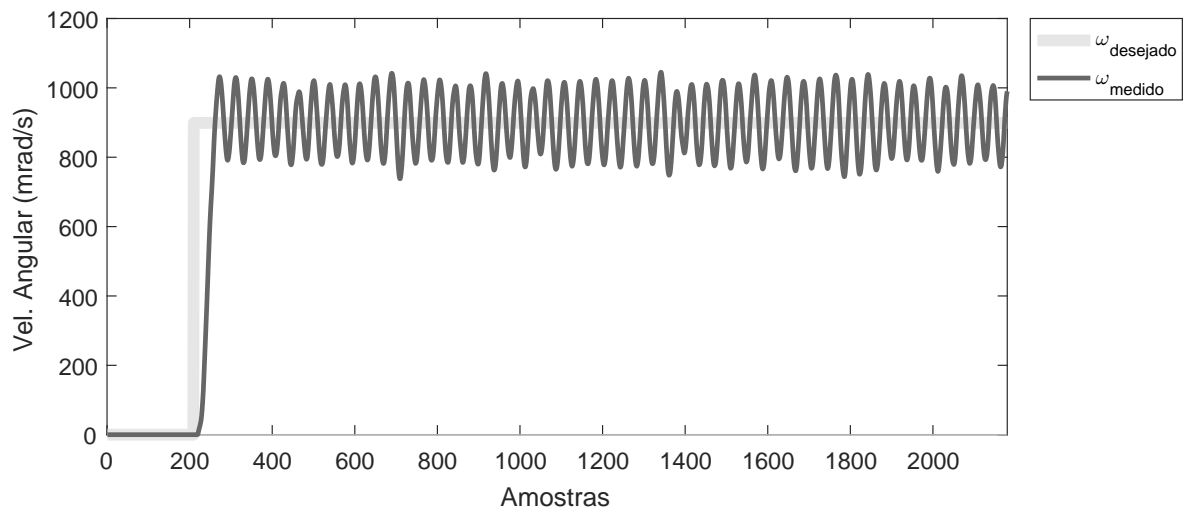
(a) Velocidade angular desejada e velocidade angular medida



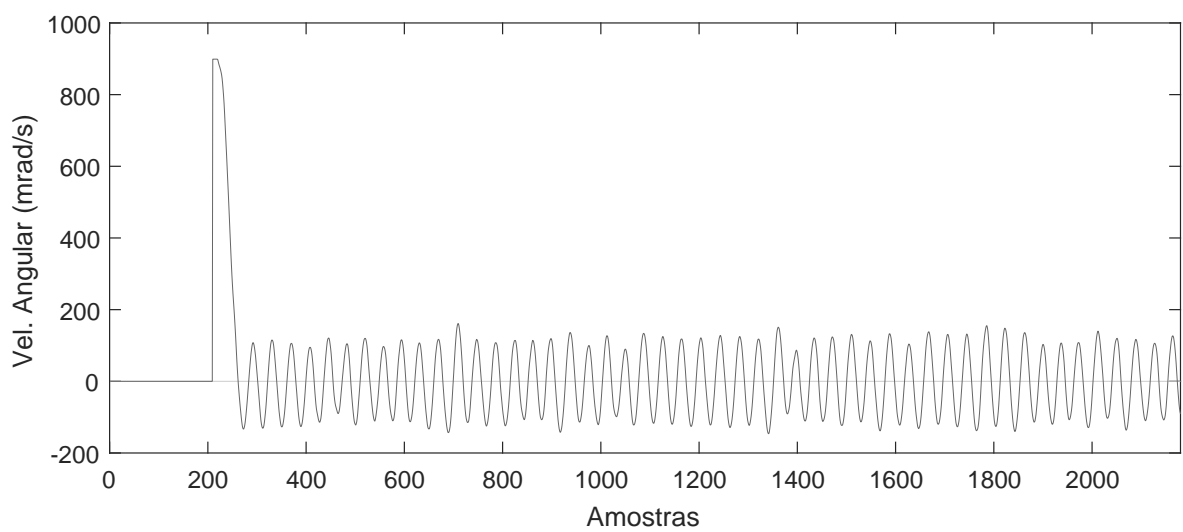
(b) Erro

Figura 5.21: Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, com ganho do controlador integral alto

Para a Figura 5.21, foram ajustados os ganhos do controlador de raio para 0, ainda para a mesma situação, o ganho do controlador integral da velocidade angular foi dobrado (com relação ao melhor valor) e os demais ganhos foram mantidos nos melhores valores ajustados. Para essa situação, a resposta do sistema fica estável, mas o sobressinal fica alto.



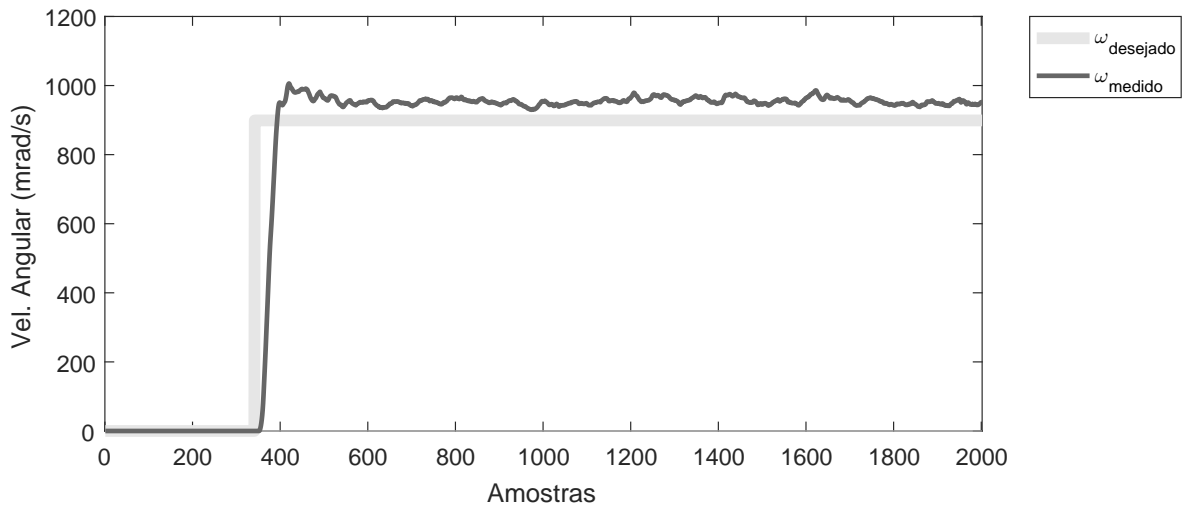
(a) Velocidade angular desejada e velocidade angular medida



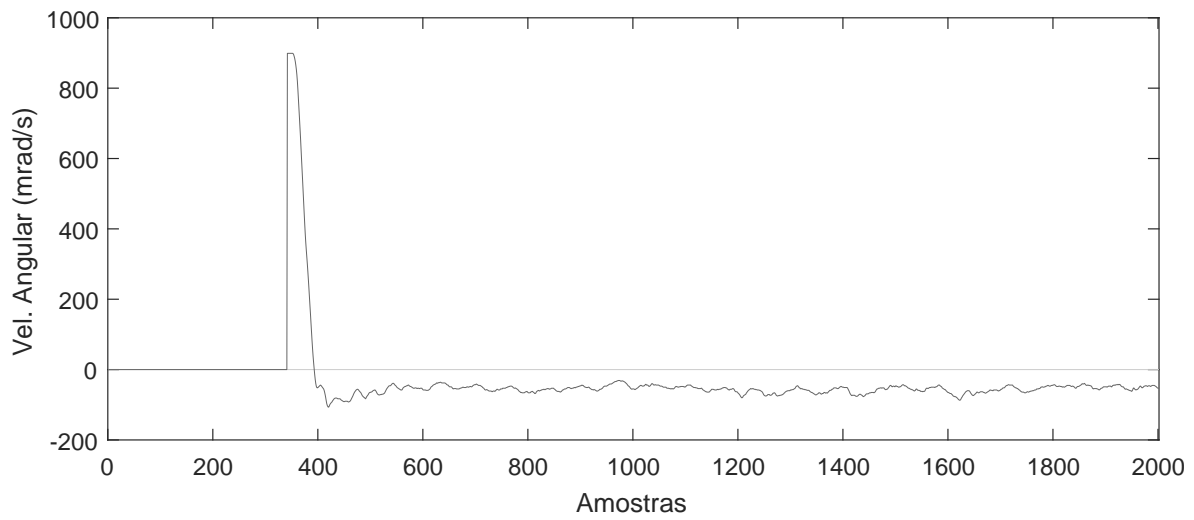
(b) Erro

Figura 5.22: Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, com ganho do controlador diferencial nulo

Para a Figura 5.20, foram ajustados os ganhos do controlador de raio para 0, ainda para a mesma situação, o ganho do controlador diferencial da velocidade angular foi colocado em 0 e os demais ganhos foram mantidos nos melhores valores ajustados. Para essa situação, a resposta do sistema fica instável.



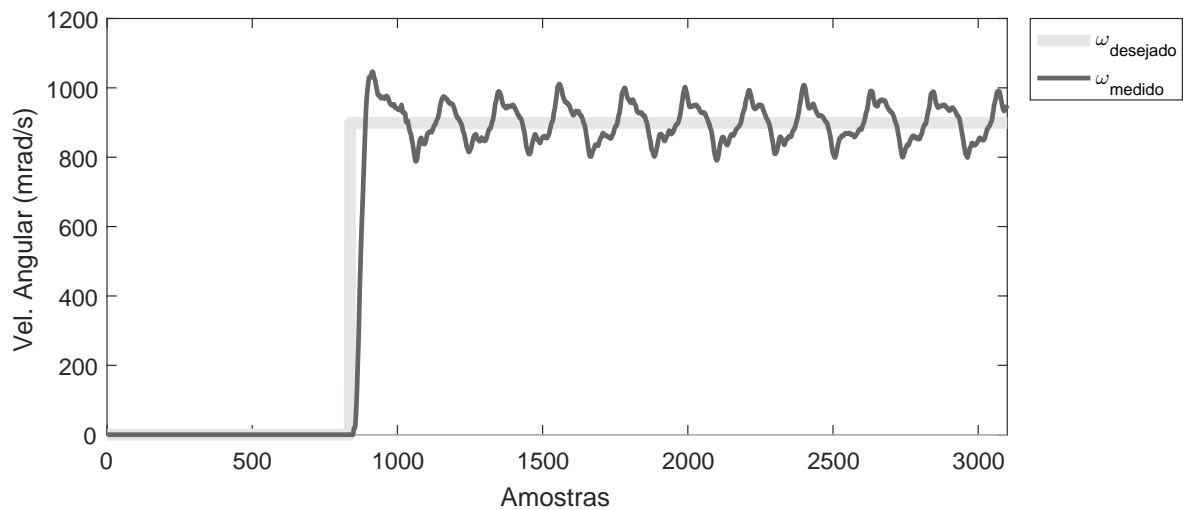
(a) Velocidade angular desejada e velocidade angular medida



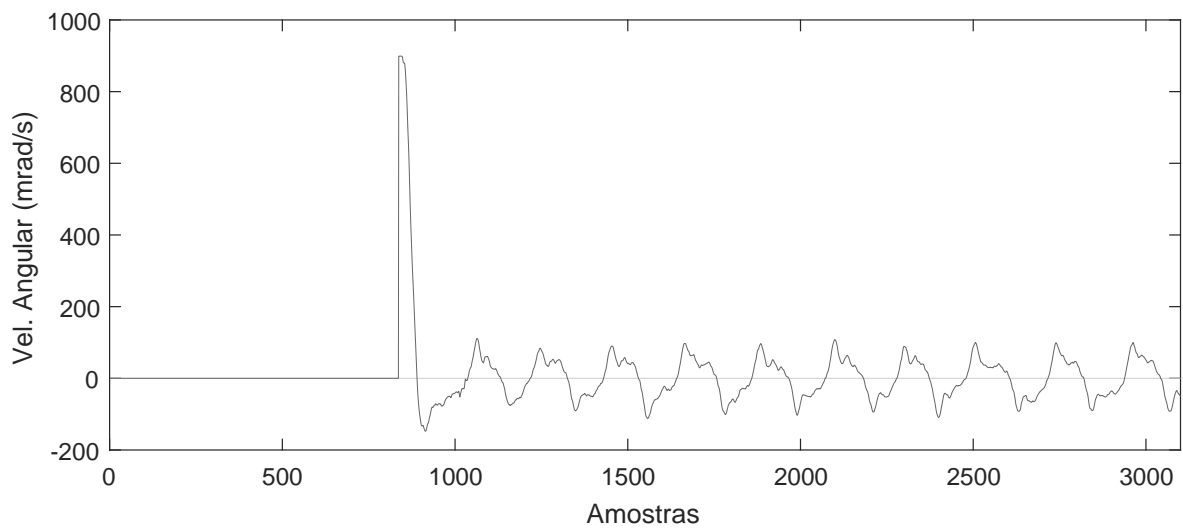
(b) Erro

Figura 5.23: Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, com ganho do controlador proporcional muito baixo

Para a Figura 5.23, foram ajustados os ganhos do controlador de raio para 0, ainda para a mesma situação, o ganho do controlador proporcional da velocidade angular foi ajustado para um quarto do melhor valor e os demais ganhos foram mantidos nos melhores valores ajustados. Para essa situação, a resposta do sistema fica estável, mas o erro de regime permanente fica alto.



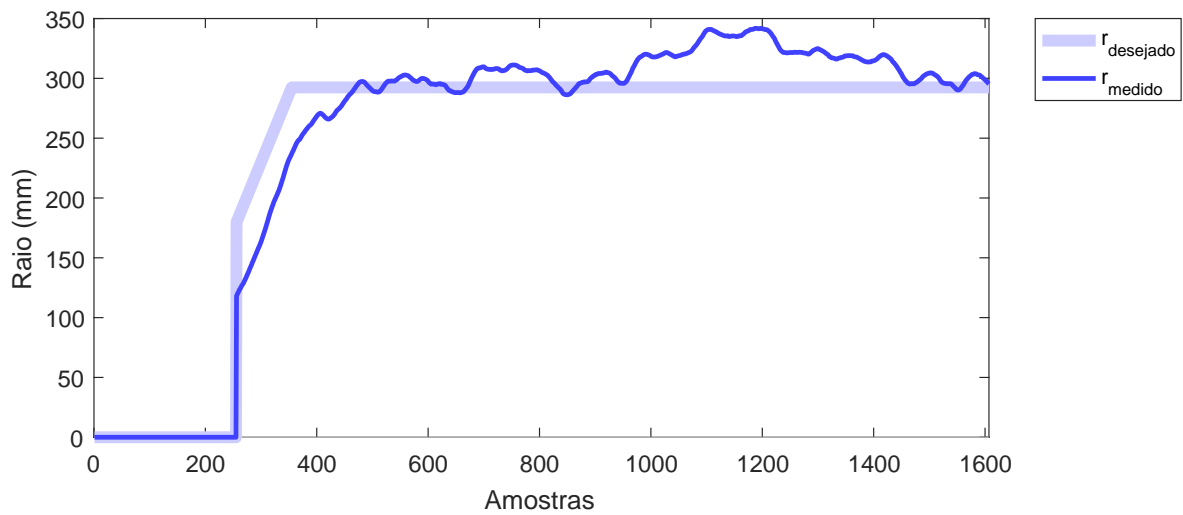
(a) Velocidade angular desejada e velocidade angular medida



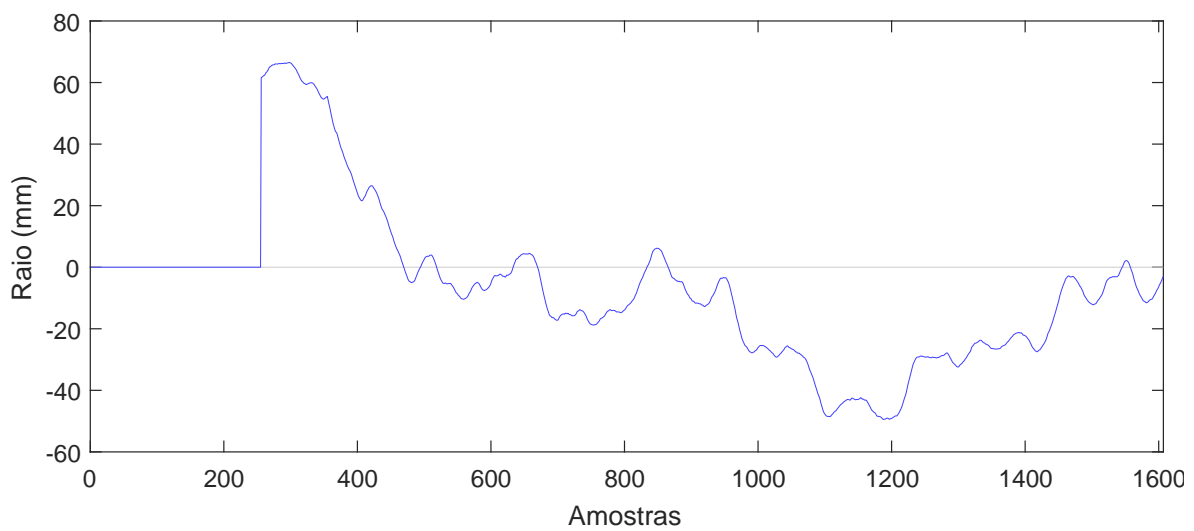
(b) Erro

Figura 5.24: Resposta da velocidade angular para um degrau de 900mrad/s e erro associado, com ganho do controlador proporcional muito baixo e ganho do controlado integral alto

Para a Figura 5.23, foram ajustados os ganhos do controlador de raio para 0, ainda para a mesma situação, o ganho do controlador proporcional da velocidade angular foi ajustado para um quarto do melhor valor, o ganho do integral da velocidade angular foi ajustado para o dobro do melhor valor e derivativo foi mantido no melhor valor ajustado. Para essa situação, a resposta do sistema fica instável.



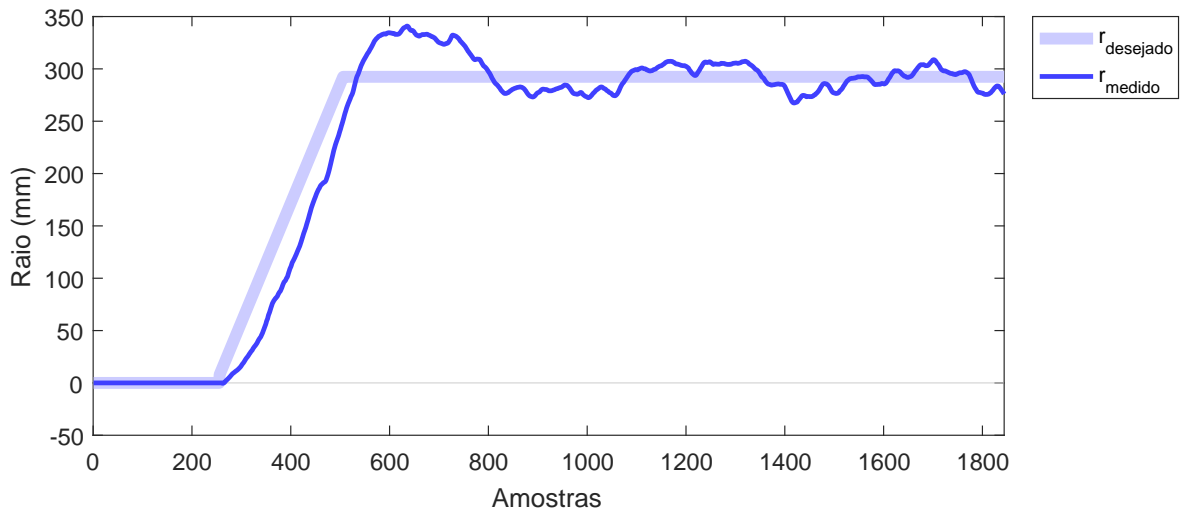
(a) Raio desejado e raio medido



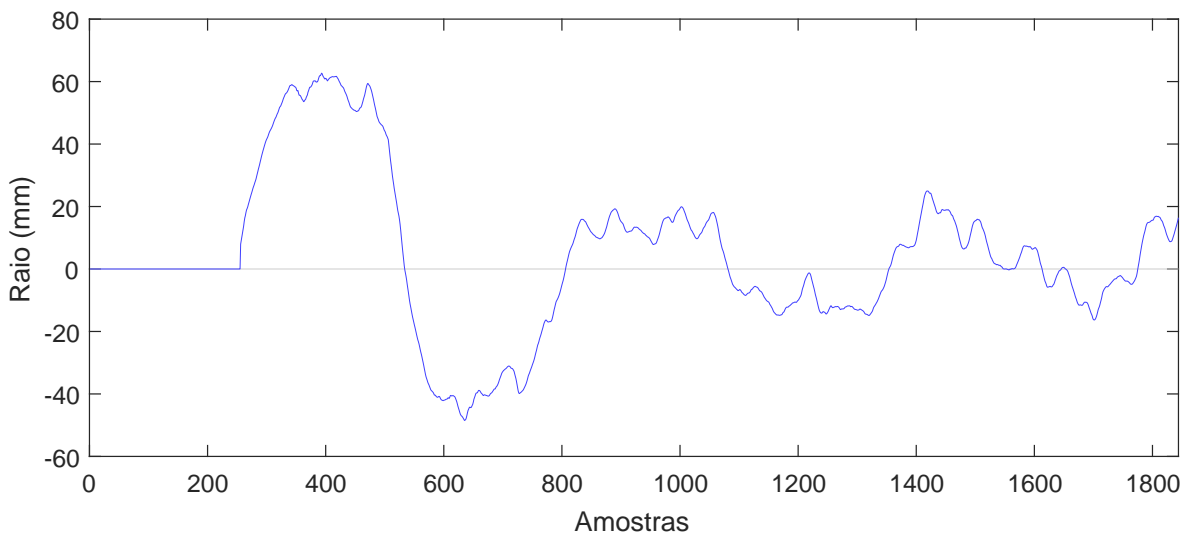
(b) Erro

Figura 5.25: Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganho dos controladores nulos

Para a Figura 5.25, foram ajustados os ganhos do controlador de raio e de velocidade angular para 0, essa é a resposta de malha aberta do sistema.



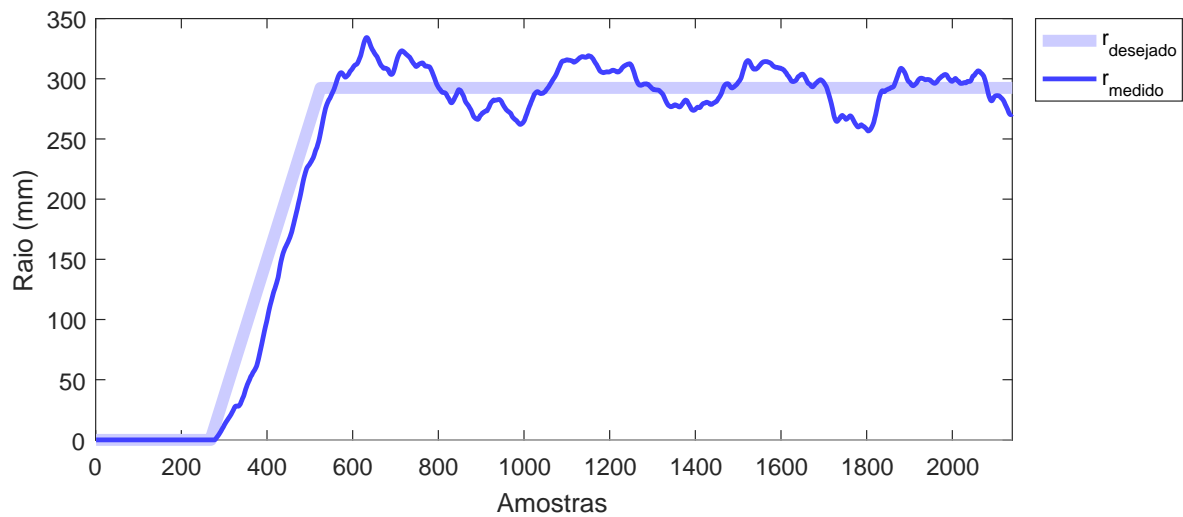
(a) Velocidade angular desejada e velocidade angular medida



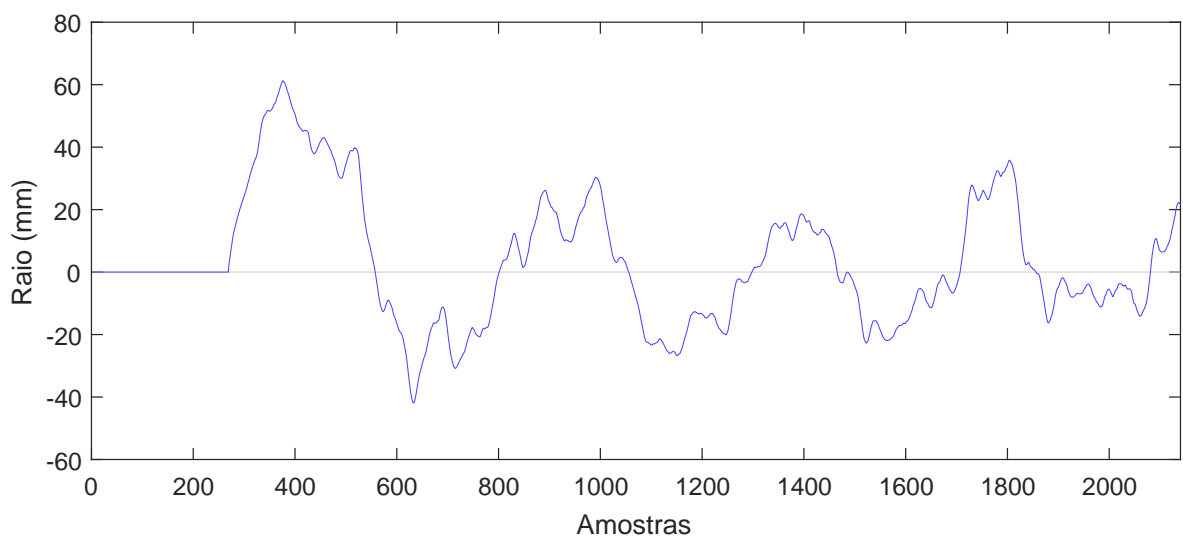
(b) Erro

Figura 5.26: Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, para a melhor resposta com controlador de velocidade angular e raio ativados

Para a Figura 5.26, foram ajustados os ganhos do controlador de raio e de velocidade angular para seus melhores valores, assim os melhores desempenhos para ambas variáveis são obtidos.



(a) Raio desejado e raio medido

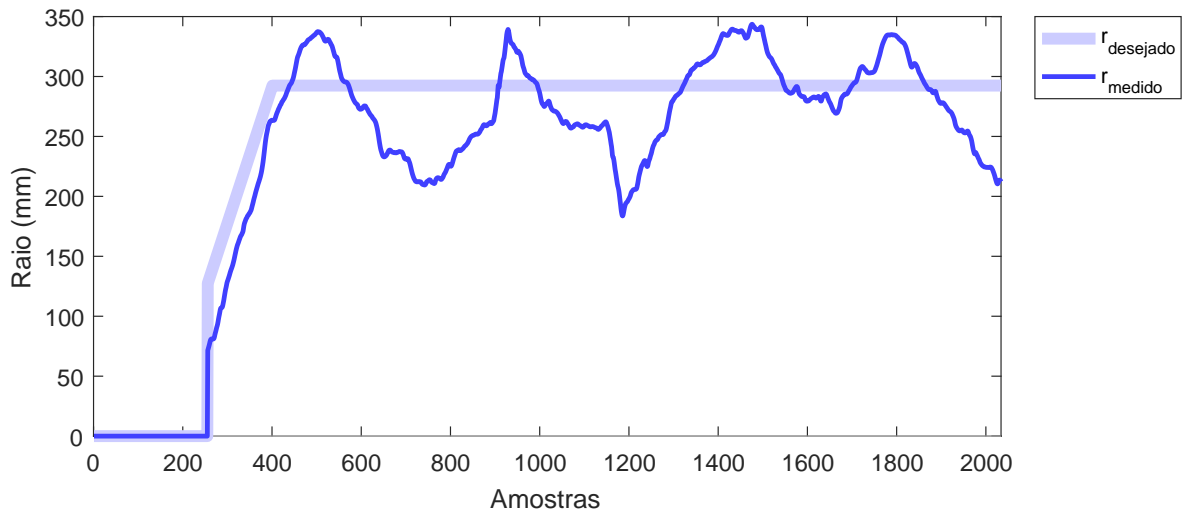


(b) Erro

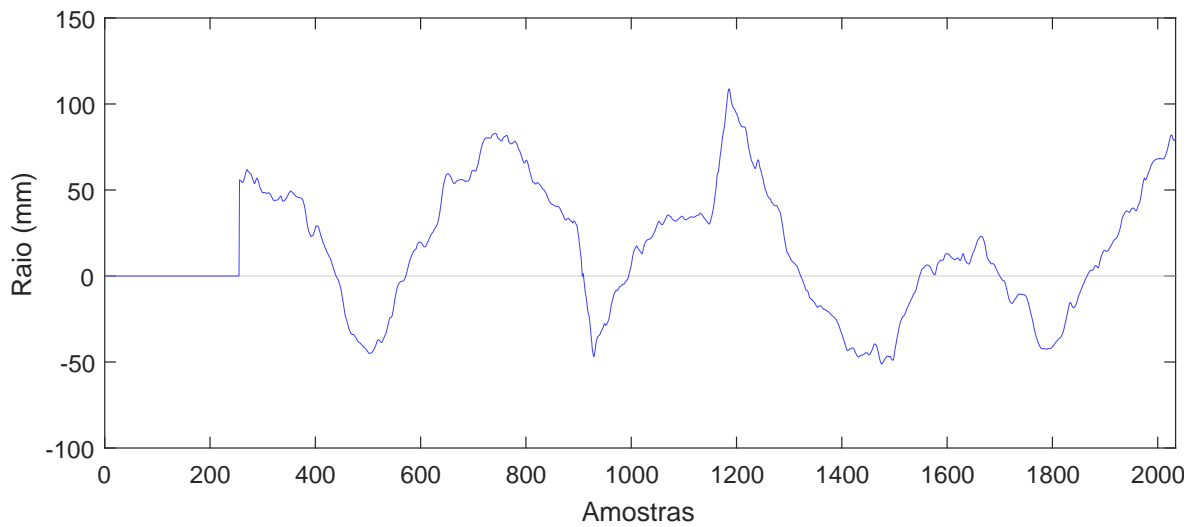
Figura 5.27: Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganhos do controlador de velocidade angular nulos

Para a Figura 5.27, foram ajustados os ganhos do controlador de velocidade angular para 0. Essa é a melhor situação para o controle do raio, nela os controladores têm seus melhores valores e o controlador de velocidade angular não atrapalha o raio, assim os melhores desempenhos são obtidos.





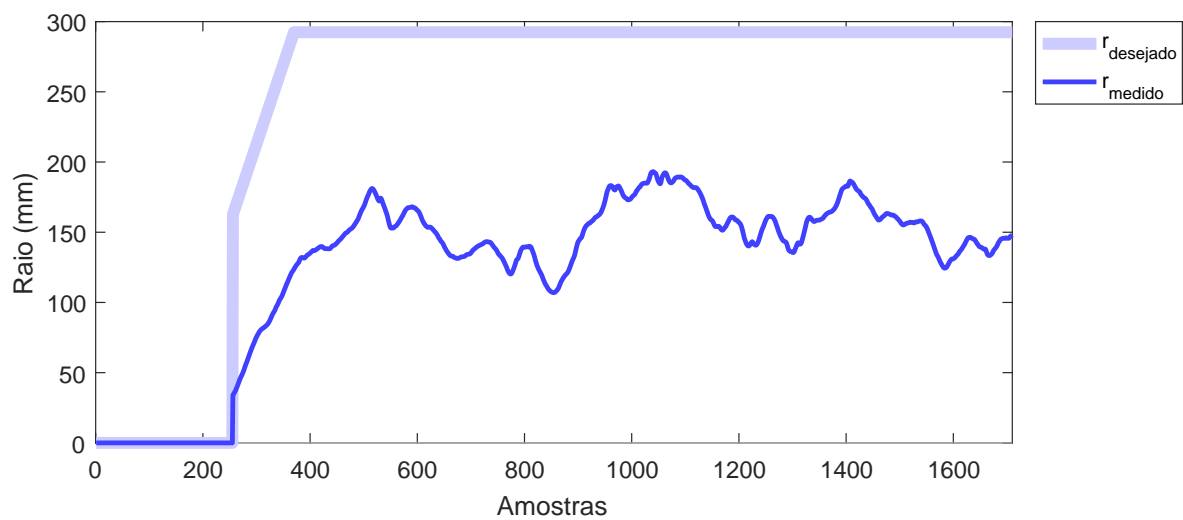
(a) Raio desejado e raio medido



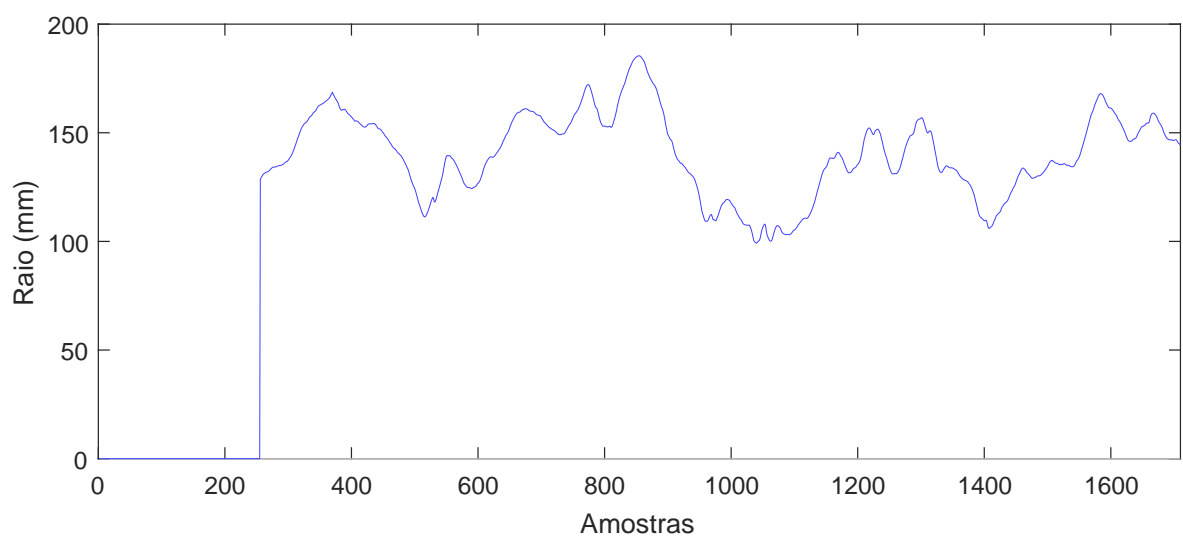
(b) Erro

Figura 5.28: Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganho do controlador proporcional baixo

Para a Figura 5.28, foram ajustados os ganhos do controlador de velocidade angular para 0, ainda para a mesma situação, o ganho proporcional do controlador do raio foi dividido por 2 (com relação ao melhor valor) e os demais ganhos foram mantidos nos melhores valores ajustados. Para essa situação, a resposta do sistema fica instável e o há erro de regime e, devido ao controlador integral não ter sido reajustado, há oscilação na resposta.



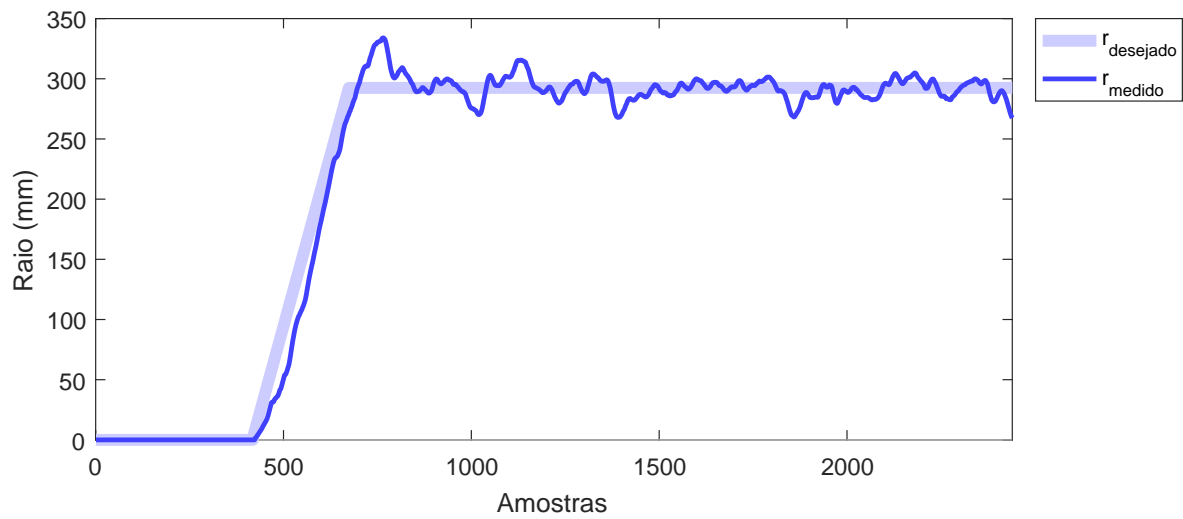
(a) Raio desejado e raio medido



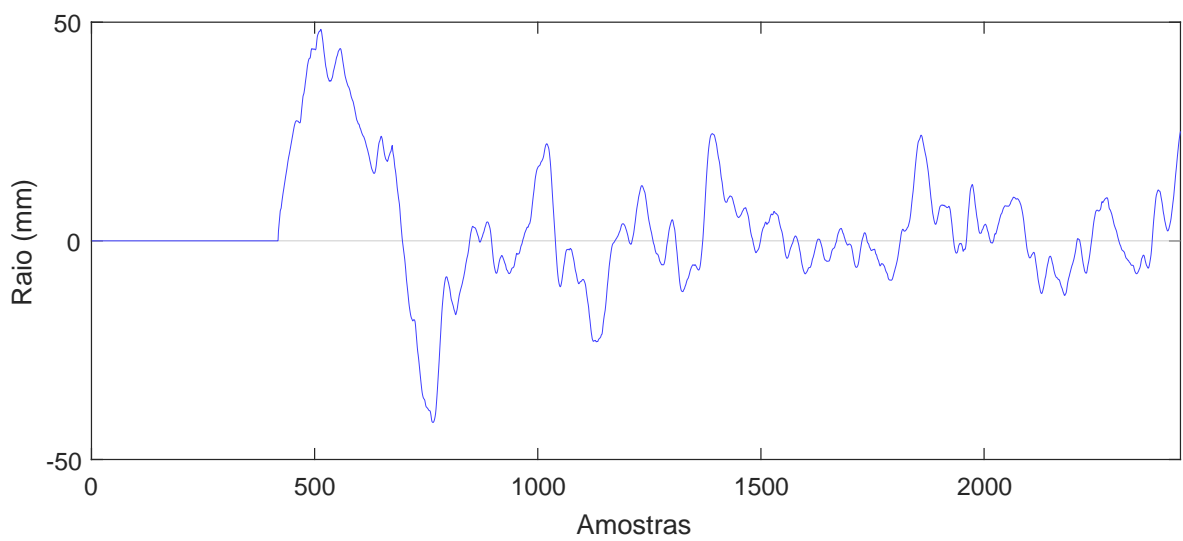
(b) Erro

Figura 5.29: Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganho do controlador proporcional nulo

Para a Figura 5.29, foram ajustados os ganhos do controlador de velocidade angular para 0, ainda para a mesma situação, o ganho proporcional do controlador do raio foi colocado em 0 e os demais ganhos foram mantidos nos melhores valores ajustados. Para essa situação, a resposta do sistema fica instável e o erro de regime fica alto (o valor não chega a metade do valor desejado).



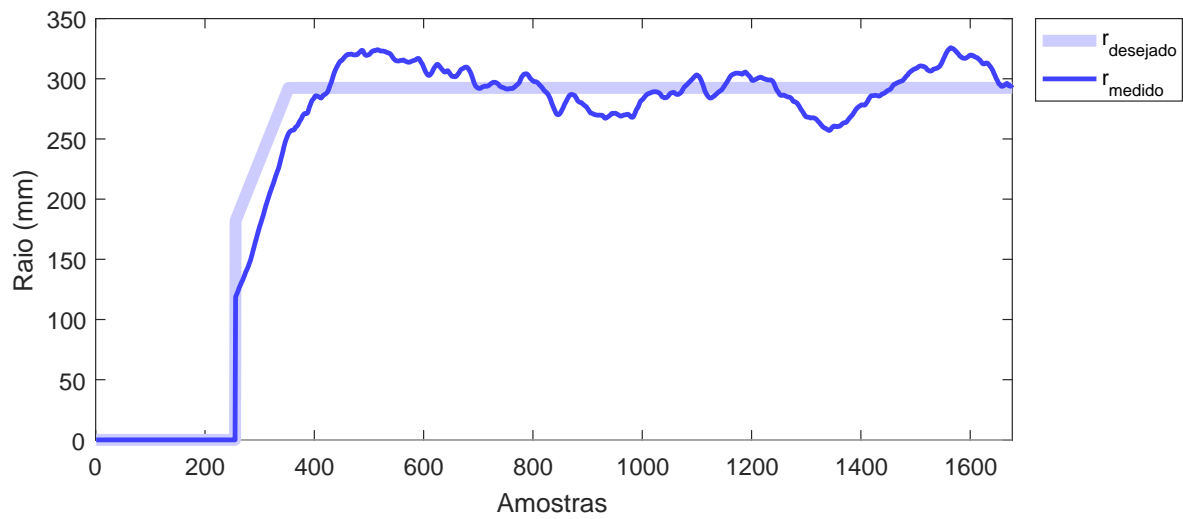
(a) Raio desejado e raio medido



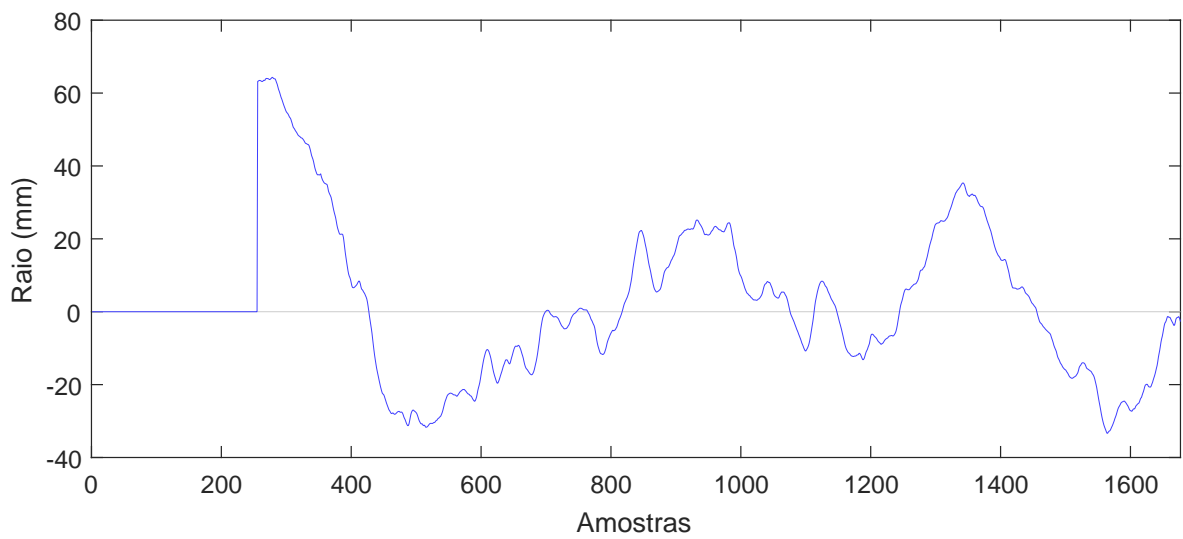
(b) Erro

Figura 5.30: Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganho integral alto

Para a Figura 5.30, foram ajustados os ganhos do controlador de velocidade angular para 0, ainda para a mesma situação, o ganho integral do controlador do raio foi dobrado (com relação ao melhor valor) e os demais ganhos foram mantidos nos melhores valores ajustados. Para essa situação, a resposta do sistema fica estável, mas o sobressinal fica alto.



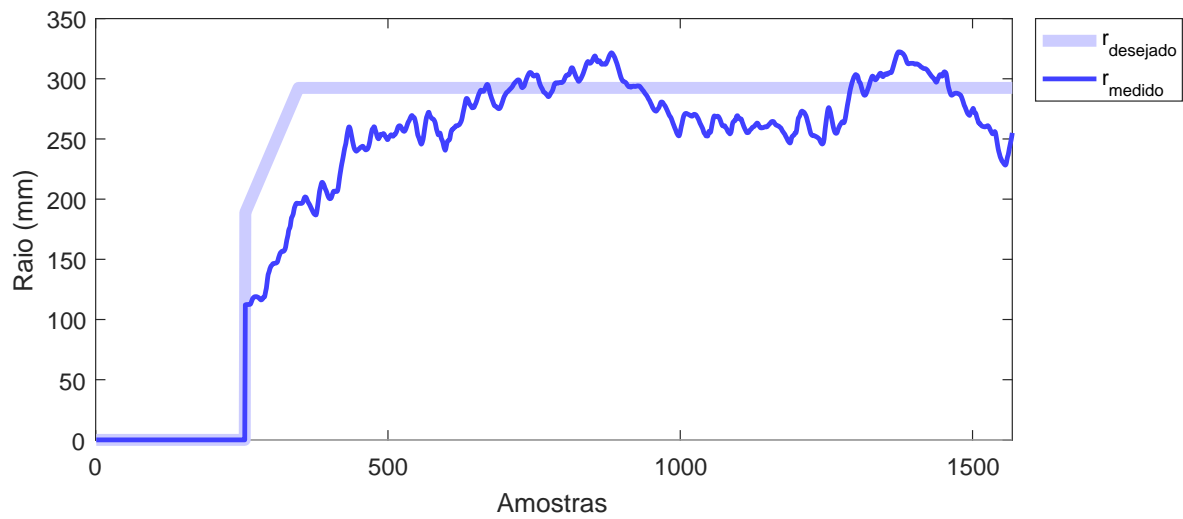
(a) Raio desejado e raio medido



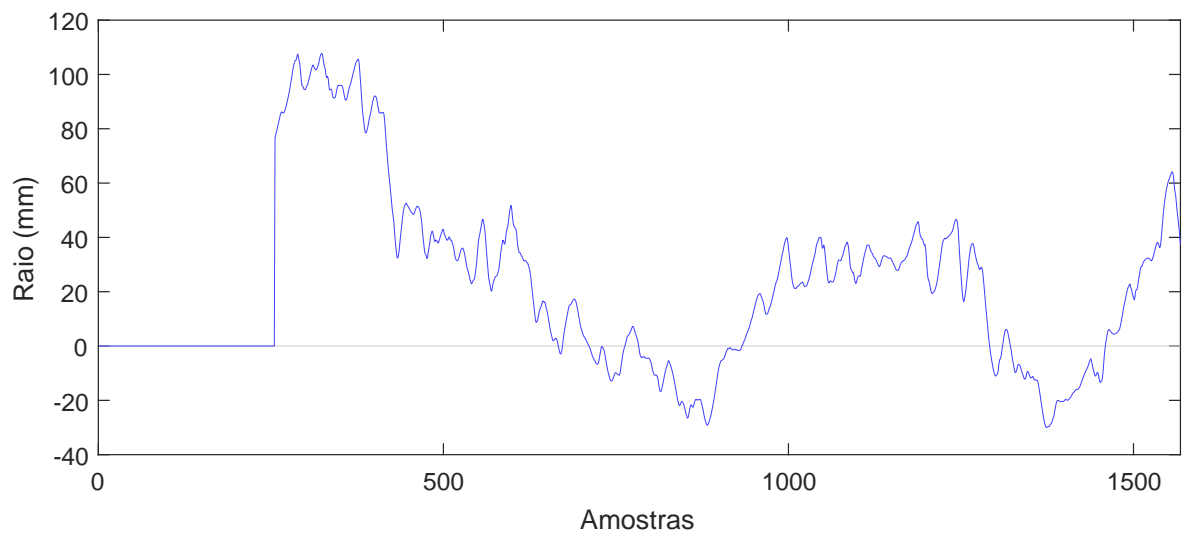
(b) Erro

Figura 5.31: Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganho dos controladores proporcional e diferencial altos

Para a Figura 5.31, foram ajustados os ganhos do controlador de velocidade angular para 0, ainda para a mesma situação, o ganho diferencial do controlador do raio foi dobrado (com relação ao melhor valor) e os demais ganhos foram mantidos nos melhores valores ajustados. Para essa situação, a resposta do sistema fica instável, mesmo que o sobressinal fique baixo, o sistema não deverá alcançar o estado estacionário.



(a) Raio desejado e raio medido



(b) Erro

Figura 5.32: Resposta do raio para um degrau de 300m e erro associado, com ganho do controlador diferencial nulo

Para a Figura 5.32, foram ajustados os ganhos do controlador de velocidade angular para 0, ainda para a mesma situação, o ganho diferencial do controlador do raio foi ajustado para 0 e os demais ganhos foram mantidos nos melhores valores ajustados. Para essa situação, a resposta do sistema fica instável.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 5.8, é possível concluir que a sintonia do controlador provocou uma melhoria significativa no erro de regime. Embora pareça que os tempos de subida, de atraso e de acomodação tenham piorado com a implementação do controlador, as melhoras no valor de sobressinal e de erro de regime são boas e devem ser aceitas.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 5.9, é possível concluir que a sintonia do controlador provocou uma melhoria significativa no erro de regime e tempo de acomodação. Embora pareça que os tempos de subida e de atraso tenham piorado com a implementação do controlador provocou melhoras significativas.

A piora dos tempos do para os parâmetros de  $\omega$  podem ser explicados pela priorização da correção do raio de rotação que foi implementada no controlador que, uma vez que os controladores precisam trabalhar em conjunto, não há como exigir que haja melhoria em todos os valores mensuráveis.

Para ilustrar a capacidade do robô de acompanhamento de trajetórias, foi solicitado que o robô executasse uma trajetória circular com velocidade angular de 900mrads e raio de 300mm antes e depois de implementadas as estratégias de controle. Os resultados estão apresentados nas Figuras 5.33 e 5.34.

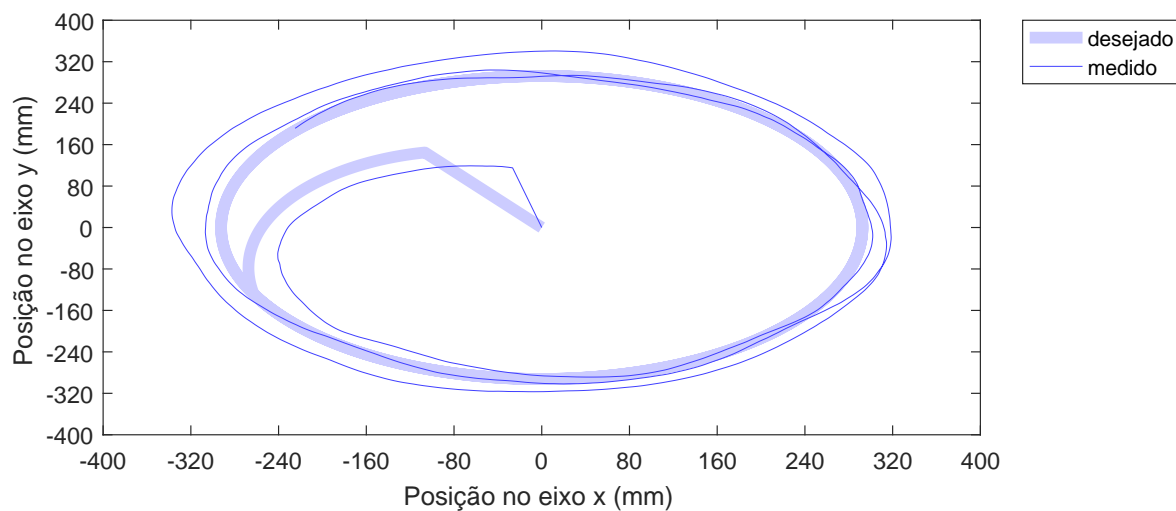


Figura 5.33: Acompanhamento de trajetória antes da implementação do controle

Na Figura 5.33, existe acompanhamento de trajetória, mas como a malha de controle está aberta, o erro fica variando de valor.

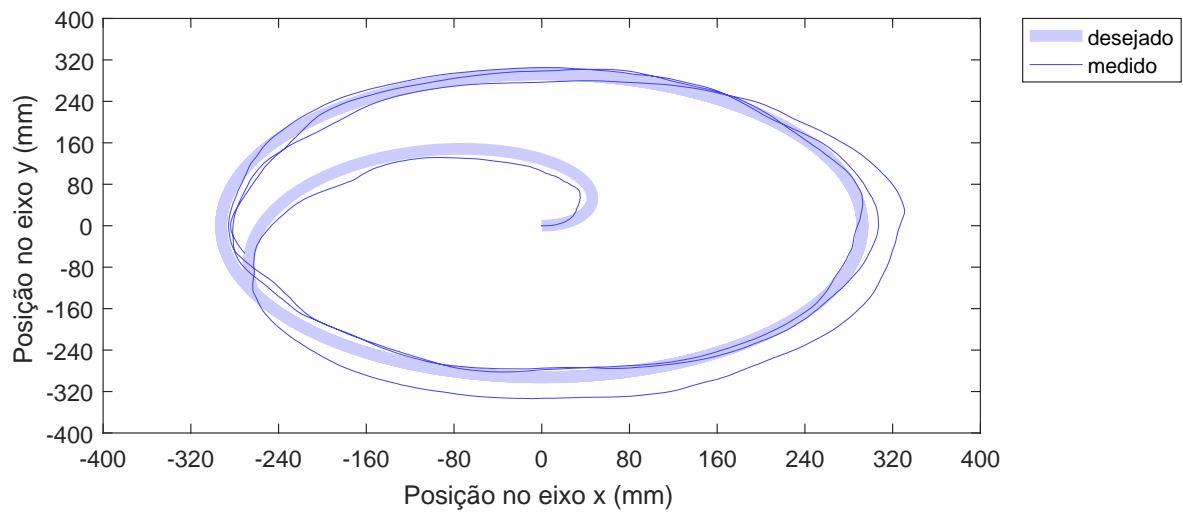


Figura 5.34: Acompanhamento de trajetória após da implementação do controle

Na Figura 5.34, é interessante observar que após o sobressinal (logo após a primeira metade da primeira volta) o acompanhamento de trajetória fica muito bom, praticamente desaparecendo o erro.

Das Figuras 5.33 e 5.34, é importante observar que a melhoria da capacidade do robô de acompanhamento de trajetórias foi significativa.

# Capítulo 6

## Conclusão e trabalhos futuros

Este capítulo apresenta as principais conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros que poderiam ser abordados a partir dos resultados alcançados.

### 6.1 Conclusão

Um sensor baseado em girômetros e acelerômetros provou ser capaz de ser efetuada a medição da posição do centro instantâneo de rotação sem a necessidade de uma IMU de última geração para a viabilização da realimentação para o controle de robôs móveis.

Os parâmetros de calibração dos sensores puderam ser adquiridos graças às qualidades mecânicas do robô ABB IRB-140 que comprovadamente é um robô preciso para tarefas que exigem movimentação suave, como a tarefa de calibração desses sensores.

A construção do sensor pode ser viabilizada devido a minimização dos erros de medição dos quatro conjuntos de três girômetros e acelerômetros, o permitiu uma fusão de sensores, fazendo o conjunto de todos os sensores ter o comportamento de um sensor muito melhor. A utilização de múltiplos sensores permitiu o descarte de medições que poderiam estar incorretas (principalmente nas regiões onde o nível sinal era muito próximo ao nível do ruído).

Embora o modelo cinemático para um robô do tipo *skid-steering* (SSMRs do inglês *skid-steering mobile robots*) não possa ser construído pelos métodos analíticos convencionais, um bom modelo pode ser conseguido a partir de métodos numéricos de minimização de erros.

O algoritmo de Levenberg-Marquardt provou ser uma excelente ferramenta na obtenção de modelos não-lineares pela minimização dos erros dos parâmetros. A partir dos dados obtidos empiricamente foi possível construir um modelo de seis parâmetros para o cálculo do centro instantâneo de rotação do veículo.

Como o modelo construído algoritmo de Levenberg-Marquardt não pode ser implementado para o controle em tempo real no microcontrolador ATmega328p, um modelo simplificado de dois parâmetros, mesmo tendo um erro esperado maior, provou ser capaz de contro-



lar com uma grande precisão o SSMR Pioneer P-3AT mesmo para trajetórias circulares de raios grandes ou pequenos, o que não era possível em outras implementações [?].

A partir do modelo cinemático simplificado de menor foi possível implementar um modelo cinemático inverso para o SSMR Pioneer P-3AT.

Com o sensor adequado e o modelo cinemático inverso do SSMR Pioneer P-3AT foi possível implementar o controle PID do robô e os resultados foram bastante satisfatórios. A estratégia de controle foi suficiente para que o robô fosse capaz de seguir as trajetórias previstas mesmo com os ruídos apresentados pelo sensor construído.

## 6.2 Trabalhos futuros

O sensoriamento construído, apesar de atender todas as necessidades dos experimentos realizados precisa de maior pesquisa para atender todos os tipos de robôs móveis. A limitação à rotação horizontal pode ser um impeditivo de utilização do sensor em aeronaves, barcos e outros tipos de veículos com maiores graus de liberdade (ou pelo menos, menos restrições de movimento).

A pesquisa a respeito de robôs skid-steering pode ser continuado com outros sensores de melhor desempenho que os sensores inerciais de baixo custo utilizados nesse trabalho. É esperado que com sensores menos ruidosos seja possível realizar as medições dos centros instantâneos de rotação para velocidades angulares mais baixas, o que pode ser uma vantagem para a medição de centros instantâneos de rotação mais distantes da trajetória do robô.

Ainda é possível a utilização de sensores com outros princípios de funcionamento para efetuar as mesmas medições. Como propostas, sensores de visão baseados em fluxo óptico poderiam fornecer respostas mais precisas para as medições, mas por terem um custo computacional muito maior, não puderam ser testadas com o processamento embarcado disponível.

O procedimento para a calibração dos acelerômetros gerou um efeito colateral interessante: foi descoberto que o robô ABB IRB-140 precisa ser alinhado e que a mesma IMU utilizada para construção do sensoriamento para o robô P-3AT pode sentir o desalinhamento e ser utilizada como auxílio para a calibração do robô ABB IRB-140.

Para um futuro mais próximo é possível alterar a programação do sensoriamento construído para alterar a variável de leitura de posição centro de rotação instantâneo para velocidade tangencial e com isso possibilitar outras estratégias de controle.

# Referências Bibliográficas

- [1] PEREIRA, J. et al. Avaliação e correção do modelo cinemático de robôs móveis visando a redução de erros no seguimento de trajetórias. Universidade do Estado de Santa Catarina, 2003.
- [2] CAMPION, G.; BASTIN, G.; DANDREA-NOVEL, B. Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. *IEEE transactions on robotics and automation*, IEEE, v. 12, n. 1, p. 47–62, 1996.
- [3] DIXON, W. et al. Robustness to kinematic disturbances. *Nonlinear control of wheeled mobile robots*, Springer, p. 113–130, 2001.
- [4] DIXON, W. E. et al. *Nonlinear control of engineering systems: a Lyapunov-based approach*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013.
- [5] MORIN, P.; SAMSON, C. Practical stabilization of driftless systems on lie groups: the transverse function approach. *IEEE Transactions on Automatic control*, IEEE, v. 48, n. 9, p. 1496–1508, 2003.
- [6] YI, J. et al. Kinematic modeling and analysis of skid-steered mobile robots with applications to low-cost inertial-measurement-unit-based motion estimation. *IEEE transactions on robotics*, IEEE, v. 25, n. 5, p. 1087–1097, 2009.
- [7] CARACCILOLO, L.; LUCA, A. D.; IANNITTI, S. Trajectory tracking control of a four-wheel differentially driven mobile robot. In: IEEE. *Robotics and Automation, 1999. Proceedings. 1999 IEEE International Conference on*. [S.l.], 1999. v. 4, p. 2632–2638.
- [8] MOTTA, J. M. S.; CARVALHO, G. C. de; MCMASTER, R. Robot calibration using a 3d vision-based measurement system with a single camera. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Elsevier, v. 17, n. 6, p. 487–497, 2001.
- [9] ANG, K. H.; CHONG, G.; LI, Y. Pid control system analysis, design, and technology. *IEEE transactions on control systems technology*, IEEE, v. 13, n. 4, p. 559–576, 2005.
- [10] KOZŁOWSKI, K.; PAZDERSKI, D. Global positioning systems, inertial navigation, and integration. *International journal of applied mathematics and computer science*, v. 14, p. 477–496, 2004.

- [11] MOTTA, J. M. S.; LLANOS-QUINTERO, C. H.; SAMPAIO, R. C. Inverse kinematics and model calibration optimization of a five-dof robot for repairing the surface profiles of hydraulic turbine blades. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 13, n. 3, p. 114, 2016.
- [12] SANTOS, P. P. G. D. d. O. Modelagem e determinação de parâmetros de sensores inerciais mems. INPE – São José dos Campos, 2016.
- [13] PACEJKA, H. B. Tyre mechanics and vehicle dynamics. *Society of Automotive Engineers, SAE*, 2002.
- [14] PAZDERSKI, D.; KOZŁOWSKI, K.; DIXON, W. Tracking and regulation control of a skid steering vehicle. In: GAINESVILLE, FLORIDA. *American Nuclear Society Tenth International Topical Meeting on Robotics and Remote Systems*. [S.l.], 2004. p. 369–376.
- [15] WEBSTER, J. G. *The measurement, instrumentation and sensors handbook*. [S.l.]: CRC press, 1998.
- [16] SANTOS, W. E. d. et al. Sistema para identificação da curvatura na junta prismática de um robô via quaternions. Florianópolis, SC, 2003.
- [17] GREWAL, M. S.; WEILL, L. R.; ANDREWS, A. P. *Global positioning systems, inertial navigation, and integration*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007.
- [18] TITTERTON, D.; WESTON, J. L.; WESTON, J. *Strapdown inertial navigation technology*. [S.l.]: IET, 2004.
- [19] IEEE. Ieee standard for inertial sensor terminology. *IEEE Std 528–2001*, 2001.
- [20] LAWRENCE, A. Modern inertial technology-navigation. *Guidance and Control*, v. 368, 1998.
- [21] MAXWELL, J. C. I. on governors. *Proceedings of the Royal Society of London*, The Royal Society London, n. 16, p. 270–283, 1868.
- [22] MINORSKY, N. Directional stability of automatically steered bodies. *Journal of the American Society for Naval Engineers*, Wiley Online Library, v. 34, n. 2, p. 280–309, 1922.
- [23] DISTEFANO, J. J.; STUBBERUD, A. J.; WILLIAMS, I. J. *Schaum's outline of feedback and control systems*. [S.l.]: McGraw-Hill Professional, 1997.
- [24] MAYR, O. The origins of feedback control. *Scientific American*, JSTOR, v. 223, n. 4, p. 110–119, 1970.
- [25] KATSUHIKO, O. *Engenharia de controle moderno*. [S.l.]: São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2010.

- [26] ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. Optimum settings for automatic controllers. *TRANSACTIONS*, ASME, v. 64, p. 759–768, 1942.
- [27] LEVINE, W. S. Pid control. *The Control Handbook*, Ed. Piscataway, NJ: IEEE Press, p. 198–209, 1996.
- [28] WANG, L.; BARNES, T. J. D.; CLUETT, W. R. New frequency-domain design method for pid controllers. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, IEE, v. 142, n. 4, p. 265–271, 1995.
- [29] ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. *PID controllers: theory, design, and tuning*. [S.l.]: Instrument society of America Research Triangle Park, NC, 1995.
- [30] BOHN, C.; ATHERTON, D. P. An analysis package comparing pid antiwindup strategies. *IEEE Control Systems Magazine*, IEEE, v. 15, n. 2, p. 34–40, 1995.
- [31] SHINSKEY, F. G. *Feedback Controllers for the Process Industries*. [S.l.]: McGraw-Hill Professional, 1994.
- [32] GERRY, J. P. A comparison of pid control algorithms. *Control Engineering*, v. 15, n. 2, p. 102–105, 1987.
- [33] KAYA, A.; SCHEIB, T. J. Tuning of pid controls of different structures. *Control Engineering*, v. 35, n. 7, p. 62–65, 1988.
- [34] FENG, W.; LI, Y. Performance indexes in evolutionary cacs automation with application to batch pid generation. *Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Computer Aided Control System Design*, IEEE, p. 486–491, 1999.
- [35] LI, Y. et al. Pideasy and automated generation of optimal pid controllers. p. 29–33, 1998.
- [36] GOREZ, R. A survey of pid auto-tuning methods: Feature issue controller tuning. *Journal A, Addendum*, v. 38, n. 1, p. 3–10, 1997.
- [37] O'DWYER, A. *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. [S.l.]: Imperial College Press, 2009.
- [38] QUEVEDO, J.; ESCOBET, T. Digital control: past, present and future of pid control. *IFAC Proceedings*, IFAC, p. 5–7, 2000.
- [39] ADEPTTECHNOLOGY, I. *09366-P3AT Rev. A*. 2011.
- [40] TDK-INVENSENSE. MPU-6050 | TDK. 2018. <https://www.invensense.com/products/motion-tracking/6-axis/mpu-6050/>.

- [41] STMICROELECTRONICS. *STM32F103 - Medium-density performance line ARM<sup>TM</sup>-based 32-bit MCU with 64 or 128 KB Flash*. 2018. <https://www.st.com/resource/en/datasheet/cd00161566.pdf>.
- [42] INC., M. T. *ATmega328 - 8-bit AVR Microcontrollers*. 2019. <https://www.microchip.com/wwwproducts/en/ATmega328>.
- [43] ELETRÔNICOS, F. C. *NRF24L01 Wireless Transceiver 2,4GHz - FilipeFlop*. 2019. <https://www.filipeflop.com/produto/nrf24l01-wireless-transceiver-24ghz/>.
- [44] MAFRICA, S. Advance modeling of a skid-steering mobile robot for remote telepresence. Universita degli Studi di Genova and Roger Williams University, 2012.
- [45] JR, J. E. D.; SCHNABEL, R. B. *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*. [S.l.]: Siam, 1996.
- [46] ALMAGED, M. Forward and inverse kinematic analysis and validation of the abb irb 140 industrial robot. *International Journal of Electronics, Mechanical and Mechatronics Engineering (IJEMME)*, v. 7, n. 2, p. 1383–1401, 2017.
- [47] MEGRETSKI, A. *Multivariable control systems*. Massachusetts Institute of Technology, 2004.