

**SOLUÇÃO COM O USO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
DO PROBLEMA INVERSO DE DANOS EM PLACAS COM PERDA
DE MATERIAL**

MARCUS ALEXANDRE NORONHA DE BRITO

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**SOLUÇÃO COM O USO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS
FINITOS DO PROBLEMA INVERSO DE DANOS EM
PLACAS COM PERDA DE MATERIAL**

MARCUS ALEXANDRE NORONHA DE BRITO

ORIENTADOR: LUCIANO MENDES BEZERRA, PhD

TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

TESE DE PUBLICAÇÃO: E.TD-006A/19

BRASÍLIA/DF: JUNHO DE 2019

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**SOLUÇÃO COM O USO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS
FINITOS DO PROBLEMA INVERSO
DE DANOS EM PLACAS COM PERDA DE MATERIAL**

MARCUS ALEXANDRE NORONHA DE BRITO

TESE SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO(A) POR:

Luciano Mendes Bezerra, PhD. (ENC-UnB)
(Orientador)

Willian Taylor Matias Silva, Dr. Ing. (ENC-UnB)
(Co-Orientador)

Artur Antônio de Almeida Portela, PhD. (ENC-UnB)
(Examinador Interno)

Marcus Vinícius Girão de Moraes, Dr. Univ. (ENM-UnB)
(Examinador Externo)

Ramon Saleno Yure Rubim Costa Silva, DSc. (VALEC/MT)
(Examinador Externo)

Jorge Douglas Bonilla Rocha, Dr. Ing. (UNICA/Cuba)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 10 DE JUNHO DE 2019

FICHA CATALOGRÁFICA

BRITO, MARCUS ALEXANDRE NORONHA DE

Solução com o uso do método dos elementos finitos do problema inverso de danos em placas com perda de material.

[Distrito Federal] 2018.

277p. 210x297 mm (ENC/FT/ UnB, Doutor, Estruturas e Construção Civil, 2019).

Tese de Doutorado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

1. Identificação de Danos

3. Placas

2. Método dos Elementos Finitos

4. Perda de Material

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BRITO, M.A.N. (2019). **Solução com o uso do método dos elementos finitos do problema inverso de danos em placas com perda de material**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E. TD-006A/19, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 277p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Marcus Alexandre Noronha de Brito

TÍTULO: Solução com o uso do método dos elementos finitos do problema inverso de identificação de danos em placas com perda de material.

GRAU: DOUTOR

ANO: 2019

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma cópia para esta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Marcus Alexandre Noronha de Brito
Rua Padre Felismino, 370 - Centro
49.500-480, Itabaiana, SE – Brasil
marcusanb@yahoo.com.br

Dedicatória

Dedico este trabalho a Deus, pelo provimento de tudo e de todos, à minha mãe Marleide Noronha Cedro, às minhas filhas Larah Melyssa e Maria Lis, à minha esposa Rosana Cunha e às minhas irmãs Janafina, Janaleide, Giovanna, Jayanna e Mariana.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus pela criação de tudo que é necessário e fundamental em minha vida.

À minha mãe Marleide Noronha Cedro pelo inesgotável amor, carinho e compreensão em todos os momentos e por sempre mostrar que a educação é o melhor caminho.

Às minhas irmãs Janaína, Janaleide, Giovanna, Jayanna e Mariana pela presença, mesmo que na maior parte do tempo longe, pelo carinho e alegria em tê-las como irmãs.

À minha esposa Rosana Santos da Cunha por ter ao longo desses anos estado ao meu lado e sempre sonhado com a finalização deste trabalho.

Às minhas maravilhosas filhas Larah Melyssa dos Santos Noronha e Maria Lis dos Santos Noronha por serem minha máxima fonte de inspiração e geração de forças nos momentos em que mais precisei.

Ao meu cunhado Edvaldo Elias e ao meu sobrinho Lucas Elias por mesmo que sem perceberem sempre me passaram autoconfiança, alegria e motivação.

Ao meu Orientador Professor Luciano Mendes Bezerra por dedicar-me confiança no desenvolvimento deste trabalho, pelos imensuráveis conhecimentos divididos, pelos ensinamentos não só na Engenharia, mas sobretudo de vida, pelas conversas sobre música, pelo apoio incondicional nos momentos mais decisivos e importantes deste trabalho e por constantemente mostrar que a cordialidade e a honra deverá estar acima de qualquer outra coisa.

Ao Professor Willian Taylor Matias Silva, meu co-orientador, por sempre contribuir com o melhor desenvolvimento desta tese e disponibilidade a ajudar, pelas conversas e reuniões decisivas e orientadoras.

Ao Professor Wellington Andrade da Silva da Universidade Federal de Goiás - Catalão, irmão, amigo e colega no auxílio incondicional, ensinamentos, por ter estado presente e participado na construção do programa computacional.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil pelos ensinamentos dentro e fora de sala de aula e pela contribuição em minha formação acadêmica.

Aos professores Jorge Douglas Bonilla Rocha (UNICA/Cuba), Marcus Vinícius Girão de Moraes (ENM-UnB), Ramon Saleno Yure Rubim Costa Silva (Valec) e Artur Antônio Almeida Portela (ENC-UnB), pela disponibilidade de participação na banca de doutorado e primorosas contribuições técnicas neste trabalho.

Aos mais que amigos e sim membros da minha família: Karlla do Carmo, Antônio Carlos Montandon, Simone Montandon, João Carlos Uchôa e Lucinéia Turnes por estarem sempre no apoio e presentes nos instantes mais que necessários.

Especialmente à Dona Ana Benício, Sr. Baltazar e toda a sua família pelos incontáveis e imensuráveis momentos de apoio, aconselhamento de vida e fé nas tantas dificuldades encontradas, por ter-me adotado como filho ao longo desta trajetória, isso foi extremamente honroso, glorificante e enriquecedor para mim.

Ao grande amigo Moisés Mendonça por acompanhar minha formação desde a graduação e me ensinar ao longo de quase duas décadas com sua experiência que: “Nem tudo se aprende na faculdade”, muito obrigado.

Aos meus colegas e amigos do Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil pelos anos em que passamos juntos.

Aos professores e amigos do Instituto Federal de Brasília – IFB pelo apoio e presença no início dessa jornada;

Aos professores, coordenação e meus alunos do curso de Engenharia Civil do Instituto Federal de Sergipe (IFS) pela compreensão nos momentos de necessidade de afastamento para finalização desta tese.

Aos amigos Luis Rabelo e família, Abner Benício, Felipe Fiusa e família, Marcos Mota e família, muito obrigado pela atenção e carinho.

À CAPES e ao CNPq, pelo fomento à pesquisa para o desenvolvimento nacional.

À todos que fazem a Universidade de Brasília – UnB, pois sem estes seria impossível a realização deste trabalho.

A todos que de alguma maneira contribuíram para esta pesquisa de Doutorado.

“A batalha que se vence é do tamanho da glória.”
(Marleide Noronha Cedro)

RESUMO

Autor: Marcus Alexandre Noronha de Brito

Orientador: Luciano Mendes Bezerra, PhD.

Co-Orientador: Willian Taylor Matias Silva, Dr. Ing

Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, Junho de 2019.

Título: Solução com o uso do método dos elementos finitos do problema inverso de identificação de danos em placas com perda de material.

As pesquisas em Problemas Inversos têm crescido proporcionando o desenvolvimento tecnológico nas mais diversas áreas da ciência como Medicina, Geofísica, Sensoriamento Remoto, recuperação de imagens, prospecção da crosta terrestre, entre outras. Na Engenharia, importantes trabalhos foram realizados utilizando os Problemas Inversos em aplicações práticas em áreas como Aeronáutica, Engenharia Naval. Na Mecânica os Problemas Inversos são largamente estudados na transferência de calor, assim como também na Engenharia Estrutural. Com elevados níveis de confiabilidade a aplicação às técnicas inversas possibilitam a obtenção de resultados ótimos onde muitas vezes seriam impossíveis de serem obtidos ou, se possível, com custo operacional elevado. A solução do Problema Inverso de identificação de danos em estruturas de placas é abordada nesse trabalho, inicialmente com a apresentação da metodologia da inserção do dano para caracterização do problema e em seguida, por meio da análise estática e dinâmica de modelos numéricos através do Método de Elementos Finitos (MEF) minimiza-se uma função objetivo com a utilização do método dos mínimos quadrados, outros métodos de otimização como *Levenberg-Marquardt* (LM), *Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno* (BFGS), *Davidon-Fletcher-Powell* (DFP) e o método bio-inspirado de Colônia de Morcegos (CM) que permite avaliar seus dados de resposta em um processo de atualização do modelo de dano, alcançando assim soluções ótimas na localização e quantificação de danos internos em placas. A implementação do processo de análise usando MEF é desenvolvida na linguagem MATLAB® com o auxílio das saídas do *software* ANSYS® na linguagem APDL. Vários exemplos de localização e quantificação de danos são aplicados com a finalidade de comprovar a sensibilidade e robustez do método proposto.

Palavras-chave: Problemas Inversos, Identificação de Danos, Placas.

ABSTRACT

Research in Inverse Problems have grown providing technological development in various areas of science such as medicine, geophysics, remote sensing, image recovery, prospecting the earth's crust, among others. In Engineering, important work was carried out using Inverse Problems in practical applications in areas such as aeronautics, naval engineering. Mechanical In the Inverse Problems are widely studied in heat transfer, and also in structural engineering. With high levels of reliability the application to inverse techniques make it possible to obtain excellent results which often would be impossible to obtain or, if possible, with high operating costs. Solving the Problem plates structures in damage identification Converse is addressed in this work, initially with the presentation of the insertion of the methodology of the damage to characterize the problem and then through static and dynamic analysis of numerical models by Method Finite Element Method (FEM) minimizes up an objective function using the least squares method, that evaluates your response data in a process of updating the damage model, thus achieving optimal solutions in locating and quantifying internal damage on plates. The implementation of the review process using MEF is developed in MATLAB® language with the help of ANSYS® software outs in APDL language. Various examples of the damage location and quantification are applied in order to verify the sensitivity and robustness of the proposed method.

Keywords: Inverse Problems, Damage Identification, Plates.

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| 1 – INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 – Motivação | 4 |
| 1.2 – Justificativa | 6 |
| 1.3 – Objetivos..... | 8 |
| 1.4 – Inovação do Trabalho | 10 |
| 1.5 – Estruturação do Trabalho | 11 |
| 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 13 |
| 2.1 – Abordagem Histórica dos Problemas Inversos na Ciência..... | 13 |
| 2.2 – Conceituação de Um Problema Inverso (PI)..... | 15 |
| 2.3 – A Importância Prática dos Problemas Inversos | 21 |
| 2.4 – Métodos de Solução de PI. | 24 |
| 2.5 – O Problema Inverso de Detecção de Falhas Estruturais | 28 |
| 3 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 35 |
| 3.1 – O Elemento Finito de Placa | 35 |
| 3.1.1 – Elemento Quadrilátero Isoparamétrico..... | 41 |
| 3.2 – Aplicações da Dinâmica Via Métodos dos Elementos Finitos | 48 |
| 3.2.1 – O problema de Autovalores em Vibrações Livres não Amortecidas. | 50 |
| 4 – INTEGRIDADE ESTRUTURAL | 54 |
| 4.1 – A Técnica de Inspeção..... | 54 |
| 4.2 – Alterações Estruturais na Presença de Danos | 59 |
| 4.3 – As Funções Objetivo..... | 64 |
| 4.4 – A Contaminação dos Dados | 70 |
| 4.5 – A Presença do Dano em Placas..... | 74 |

| | |
|---|------------|
| 5 – OS MÉTODOS DE BUSCA AO DANO..... | 80 |
| 5.1 – Soluções não Exatas..... | 81 |
| 5.2 – Atualização do Vetor Dano e Penalizações..... | 82 |
| 5.3 – Os Métodos de Busca Implementados | 84 |
| 5.3.1 – Levenberg-Marquardt (LM) | 84 |
| 5.3.2 – Colônia de Morcegos (CM) | 88 |
| 5.3.3 – Davidon-Flecher-Powell (DFP)..... | 91 |
| 5.3.4 – Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno (BFGS) | 92 |
| 5.3.5 – O Método de Busca Gradiente (GRAD)..... | 93 |
| 6 – ANÁLISE DAS FUNÇÕES OBJETIVO, CALIBRAÇÃO DOS MÉTODOS E AUTOMAÇÃO DO PROBLEMA | 94 |
| 6.1 – Avaliação das Funções Objetivo..... | 95 |
| 6.2 – Avaliação das funções quocientes e posicionamento dos nós de monitoramento | 113 |
| 6.2.1 – Nós de monitoramento colineares | 114 |
| 6.2.2 – Nós de monitoramento não-colineares | 116 |
| 6.3 – Calibração dos Parâmetros dos Métodos | 118 |
| 6.3 – A Automação do Processo..... | 121 |
| 7 – EXEMPLOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS..... | 123 |
| 7.1 – Exemplo 01 | 126 |
| 7.1.1 – Levenberg-Marquardt (LM) | 127 |
| 7.1.2 – Colônia de Morcegos (CM) | 135 |
| 7.1.3 – Davidon-Flecher-Powell (DFP)..... | 141 |
| 7.1.4 – Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno (BFGS); | 146 |
| 7.1.5 – Análise de Eficiência – Exemplo 01..... | 152 |
| 7.2 – Exemplo 02 | 153 |
| 7.2.1 – Levenberg-Marquardt (LM) | 156 |

| | |
|---|------------|
| 7.2.2 – Colônia de Morcegos (CM)..... | 161 |
| 7.2.3 – Davidon-Flecher-Powell (DFP)..... | 167 |
| 7.2.4 – Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno (BFGS); | 172 |
| 7.2.5 – Análise de Eficiência – Exemplo 02..... | 176 |
| 7.3 – Exemplo 03 | 177 |
| 7.3.1 – Levenberg-Marquardt (LM) | 178 |
| 7.3.2 – Colônia de Morcegos (CM)..... | 183 |
| 7.3.3 – Davidon-Flecher-Powell (DFP)..... | 188 |
| 7.3.4 – Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno (BFGS) | 192 |
| 7.3.5 – Análise de Eficiência – Exemplo 03..... | 197 |
| 7.4 – Exemplo 04 | 198 |
| 7.4.1 – Levenberg-Marquardt (LM) | 199 |
| 7.4.2 – Colônia de Morcegos (CM)..... | 204 |
| 7.4.3 – Davidon-Flecher-Powell (DFP)..... | 208 |
| 7.4.4 – Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno (BFGS) | 213 |
| 7.4.5 – Análise de Eficiência – Exemplo 04..... | 217 |
| 8 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS..... | 219 |
| 8.1 – Conclusões | 219 |
| 8.2 – Sugestões para Trabalhos Futuros..... | 222 |
| 9 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS. | 223 |
| ANPÊNDICE | 244 |
| A. Análise de Convergência de Malha | 244 |
| B. Código Fonte – SISNIDE_R.19 | 245 |
| C. Código Fonte – Subrotina Calibra_erro..... | 258 |
| D. Código Fonte – Subrotina func_contain | 259 |
| E. Código Fonte – Subrotina gaussmix..... | 260 |
| F. Modelo de Input – Exemplo 01..... | 260 |

| | |
|---|------------|
| G. Modelo de Input no ANSYS..... | 268 |
|---|------------|

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 2.1 – Representação esquemática do Problema Direto (a) e do Problema Inverso (b) (Brito, 2008). | 18 |
| Figura 2.2 – Contaminação caracterizada pela atenuação do sinal (Fonte: CDC Engenharia – Estudos Geofísicos Aplicados a Geotecnia e a Estruturas de Concreto - 2011) | 21 |
| Figura 2.3 – Delimitação da área contaminada (Fonte: CDC Engenharia – Estudos Geofísicos Aplicados a Geotecnia e a Estruturas de Concreto - 2011) | 22 |
| Figura 2.4 – Identificação externa da infiltração na parede do túnel (Fonte: CDC Engenharia – Estudos Geofísicos Aplicados a Geotecnia e a Estruturas de Concreto - 2011) | 23 |
| Figura 2.5 – Tomografia fatiada da parede até 70 cm de profundidade. (Fonte: CDC Engenharia – Estudos Geofísicos Aplicados a Geotecnia e a Estruturas de Concreto - 2011)..... | 24 |
| Figura 3.1 – Elementos básicos de uma placa | 36 |
| Figura 3.2 – Hipótese de deformações a placa de Kirchhoff (Bathe, 1996)..... | 36 |
| Figura 3.3 – Deformações no elemento de placa (Bathe, 1996)..... | 38 |
| Figura 3.4 – Estrutura planar | 42 |
| Figura 3.5 – Distribuição de tensões no elemento | 42 |
| Figura 3.6 – Exemplo de coordenadas s e t do elemento mestre..... | 43 |
| Figura 3.7 – Variações de forma do elemento quadrilátero isoparamétrico..... | 43 |
| Figura 3.8 – Exemplo de comportamento dinâmico de estruturas sob amortecimentos. | 49 |
| Figura 3.9 – Interpretação matemática da amplitude e da fase. | 52 |
| Figura 3.10 – Oscilador harmônico do sistema não amortecido. | 53 |
| Figura 4.1 – Processo Best-fit modificado. | 57 |
| Figura 4.2 – Exemplo de densidade de probabilidade com distribuição gaussiana. | 71 |

| | |
|--|-----|
| Figura 4.3 – Exemplos comparativos de distribuição gaussiana de contaminação de dados. | 74 |
| Figura 4.4 – Modelos de Falhas em linhas orientadas ao longo dos eixos x e y. | 75 |
| Figura 4.5 – Modelos de Falhas em área orientadas ao longo dos eixos x e y. | 75 |
| Figura 4.6 – Função Heaviside | 76 |
| Figura 4.7 – Função Delta de Dirac..... | 78 |
| Figura 5.1 – Exemplo de malha utilizada e localização do elemento 01 ($\mu i0$) e seus nós do elemento..... | 82 |
| Figura 6.1 – Modelo numérico utilizado, distribuição de elementos e conectividade dos nós. | 95 |
| Figura 6.2 – Condições de contorno, dano real e carga aplicada ao Exemplo 01. | 96 |
| Figura 6.3 – Comportamento das funções objetivo – Iteração j=1..... | 98 |
| Figura 6.4 – Comportamento das funções objetivo – Iteração j=5..... | 100 |
| Figura 6.5 – Comportamento das funções objetivo – Iteração j=8..... | 101 |
| Figura 6.6 – Comportamento das funções objetivo – Iteração j=12..... | 102 |
| Figura 6.7 – Comportamento das funções objetivo – Iteração j=15..... | 103 |
| Figura 6.8 – Comportamento das funções objetivo – Iteração j=16..... | 104 |
| Figura 6.9 – Evolução do dano proposto – Iterações j=1, 5, 8, 12, 15 e 16 - ($f1$) | 106 |
| Figura 6.10 – Evolução do dano proposto – Iterações j=1, 5, 8, 12, 15 e 16 - ($f2$) | 107 |
| Figura 6.11 – Evolução do dano proposto – Iterações j=1, 5, 8, 12, 15 e 16 - ($f3$) | 109 |
| Figura 6.12 – Evolução do dano proposto – Iterações j=1, 5, 8, 12, 15 e 16 - ($f4$) | 110 |
| Figura 6.13 – Evolução do dano proposto – Iterações j=1, 5, 8, 12, 15 e 16 - ($f5$) | 111 |
| Figura 6.14 – Evolução do dano proposto – Iterações j=1, 5, 8, 12, 15 e 16 - ($f6$) | 112 |
| Figura 6.15 – Análise do parâmetro τ – Levenberg-Marquardt. | 119 |

| | |
|--|-----|
| Figura 6.16 – Análise do parâmetro η – Levenberg-Marquardt | 119 |
| Figura 6.17 – Análise dos parâmetros k_0 , k_1 e k_2 – Colônia de Morcegos. | 120 |
| Figura 6.18 – Análise dos parâmetros β_x e β_y – Davidon-Fletcher-Powell e Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno. | 121 |
| Figura 6.19 – Operação do SISNIDE | 123 |
| Figura 7.1 – Possíveis combinações de métodos de busca e função objetivo f_{nu}, θ, ω para cada exemplo. | 125 |
| Figura 7.2 – Geometria do Exemplo 01 com indicação do posicionamento do dano real. | 126 |
| Figura 7.3 – Elementos, conectividades, condições de apoio, cargas aplicadas e nós monitorados - Exemplo 01 | 127 |
| Figura 7.4 – Desenvolvimento dos valores de f_{1u}, θ, ω nos nós monitorados – Exemplo 01 – (LM)..... | 128 |
| Figura 7.5 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - f_{1u}, θ, ω - Exemplo 01..... | 129 |
| Figura 7.6 – Desenvolvimento dos valores de f_{3u}, θ, ω nos nós monitorados – Exemplo 01 – (LM)..... | 130 |
| Figura 7.7 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - f_{3u}, θ, ω - Exemplo 01..... | 132 |
| Figura 7.8 – Desenvolvimento dos valores de f_{4u}, θ, ω nos nós monitorados – Exemplo 01 – (LM)..... | 133 |
| Figura 7.9 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - f_{4u}, θ, ω - Exemplo 01..... | 134 |
| Figura 7.10 – Desenvolvimento dos valores de f_{1u}, θ, ω nos nós monitorados – Exemplo 01 – (CM) | 135 |
| Figura 7.11 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de f_{1u}, θ, ω e respectiva iteração – Exemplo 01 – (CM) | 136 |
| Figura 7.12 – Desenvolvimento dos valores de f_{3u}, θ, ω nos nós monitorados – Exemplo 01 – (CM) | 137 |

| | |
|---|-----|
| Figura 7.13 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f3u, \theta, \omega$ e respectiva iteração – Exemplo 01 – (CM) | 138 |
| Figura 7.14 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (CM) | 139 |
| Figura 7.15 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f4u, \theta, \omega$ e respectiva iteração – Exemplo 01 – (CM) | 140 |
| Figura 7.16 – Desenvolvimento dos valores de $f1u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (DFP) | 141 |
| Figura 7.17 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f1u, \theta, \omega$ - Exemplo 01 . | 142 |
| Figura 7.18 – Desenvolvimento dos valores de $f3u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (DFP) | 143 |
| Figura 7.19 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f3u, \theta, \omega$ - Exemplo 01 . | 144 |
| Figura 7.20 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (DFP) | 145 |
| Figura 7.21 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f4u, \theta, \omega$ - Exemplo 01 . | 146 |
| Figura 7.22 – Desenvolvimento dos valores de $f1u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (BFGS)..... | 147 |
| Figura 7.23 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f1u, \theta, \omega$ - Exemplo 01 | 148 |
| Figura 7.24 – Desenvolvimento dos valores de $f3u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (BFGS)..... | 149 |
| Figura 7.25 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f3u, \theta, \omega$ - Exemplo 01 | 150 |
| Figura 7.26 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (BFGS)..... | 151 |

| | |
|--|-----|
| Figura 7.27 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f4u, \theta, \omega$ - Exemplo 01 | 152 |
| Figura 7.28 – Análise de eficiência - Exemplo 01 | 152 |
| Figura 7.29 – Geometria do Exemplo 02 com indicação do posicionamento do dano real. | 154 |
| Figura 7.30 – Elementos, conectividades, condições de apoio, cargas aplicadas e nós monitorados - Exemplo 02 | 155 |
| Figura 7.31 – Desenvolvimento dos valores de $f1u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (LM)..... | 156 |
| Figura 7.32 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f1u, \theta, \omega$ - Exemplo 02... 157 | |
| Figura 7.33 – Desenvolvimento dos valores de $f3u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (LM)..... | 158 |
| Figura 7.34 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f3u, \theta, \omega$ - Exemplo 02... 159 | |
| Figura 7.35 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (LM)..... | 160 |
| Figura 7.36 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f4u, \theta, \omega$ - Exemplo 02... 161 | |
| Figura 7.37 – Desenvolvimento dos valores de $f1u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (CM) | 162 |
| Figura 7.38 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f1u, \theta, \omega$ e respectiva iteração – Exemplo 02 – (CM)..... | 163 |
| Figura 7.39 – Desenvolvimento dos valores de $f3u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (CM) | 164 |
| Figura 7.40 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f3u, \theta, \omega$ e respectiva iteração – Exemplo 02 – (CM)..... | 165 |
| Figura 7.41 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (CM) | 166 |

| | |
|---|-----|
| Figura 7.42 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f4u, \theta, \omega$ e respectiva iteração – Exemplo 02 – (CM) | 167 |
| Figura 7.43 – Desenvolvimento dos valores de $f1u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (DFP) | 168 |
| Figura 7.44 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f1u, \theta, \omega$ - Exemplo 02 . | 169 |
| Figura 7.45 – Desenvolvimento dos valores de $f3u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (DFP) | 170 |
| Figura 7.46 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f3u, \theta, \omega$ - Exemplo 02 . | 170 |
| Figura 7.47 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (DFP) | 171 |
| Figura 7.48 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f4u, \theta, \omega$ - Exemplo 02 . | 171 |
| Figura 7.49 – Desenvolvimento dos valores de $f1u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (BFGS)..... | 172 |
| Figura 7.50 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f1u, \theta, \omega$ - Exemplo 02 | 172 |
| Figura 7.51 – Desenvolvimento dos valores de $f3u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (BFGS)..... | 173 |
| Figura 7.52 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f3u, \theta, \omega$ - Exemplo 02 | 173 |
| Figura 7.53 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (BFGS)..... | 174 |
| Figura 7.54 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f4u, \theta, \omega$ - Exemplo 02 | 175 |
| Figura 7.55 – Análise de eficiência - Exemplo 02 | 176 |
| Figura 7.56 – Geometria do Exemplo 03 com indicação do posicionamento do dano real. | 177 |

| | |
|---|-----|
| Figura 7.57 – Elementos, conectividades, condições de apoio, cargas aplicadas e nós monitorados - Exemplo 03 | 178 |
| Figura 7.58 – Desenvolvimento dos valores de $f1u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (LM)..... | 179 |
| Figura 7.59 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f1u, \theta, \omega$ - Exemplo 03... | 180 |
| Figura 7.60 – Desenvolvimento dos valores de $f3u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (LM)..... | 180 |
| Figura 7.61 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f3u, \theta, \omega$ - Exemplo 03... | 181 |
| Figura 7.62 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (LM)..... | 182 |
| Figura 7.63 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f4u, \theta, \omega$ - Exemplo 03... | 182 |
| Figura 7.64 – Desenvolvimento dos valores de $f1u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (CM) | 183 |
| Figura 7.65 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f1u, \theta, \omega$ e respectiva iteração – Exemplo 03 – (CM) | 184 |
| Figura 7.66 – Desenvolvimento dos valores de $f3u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (CM) | 185 |
| Figura 7.67 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f3u, \theta, \omega$ e respectiva iteração – Exemplo 03 – (CM) | 186 |
| Figura 7.68 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (CM) | 187 |
| Figura 7.69 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f4u, \theta, \omega$ e respectiva iteração – Exemplo 03 – (CM) | 188 |
| Figura 7.70 – Desenvolvimento dos valores de $f1u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (DFP) | 189 |

| | |
|---|-----|
| Figura 7.71 – Desenvolvimento dos valores de $f3u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (DFP) | 189 |
| Figura 7.72 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (DFP) | 190 |
| Figura 7.73 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f1u, \theta, \omega$ - Exemplo 03 . | 191 |
| Figura 7.74 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f3u, \theta, \omega$ - Exemplo 03 . | 191 |
| Figura 7.75 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f4u, \theta, \omega$ - Exemplo 03 . | 192 |
| Figura 7.76 – Desenvolvimento dos valores de $f1u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (BFGS)..... | 193 |
| Figura 7.77 – Desenvolvimento dos valores de $f3u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (BFGS)..... | 193 |
| Figura 7.78 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (BFGS)..... | 194 |
| Figura 7.79 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f1u, \theta, \omega$ - Exemplo 03 | 195 |
| Figura 7.80 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f3u, \theta, \omega$ - Exemplo 03 | 195 |
| Figura 7.81 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f4u, \theta, \omega$ - Exemplo 03 | 196 |
| Figura 7.82 – Análise de eficiência - Exemplo 03 | 197 |
| Figura 7.83 – Geometria do Exemplo 04 com indicação do posicionamento do dano real. | 198 |
| Figura 7.84 – Elementos, conectividades, condições de apoio, cargas aplicadas e nós monitorados - Exemplo 04 | 199 |
| Figura 7.85 – Desenvolvimento dos valores de $f1u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (LM)..... | 200 |

| | |
|--|-----|
| Figura 7.86 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f1u, \theta, \omega$ - Exemplo 04... | 201 |
| Figura 7.87 – Desenvolvimento dos valores de $f3u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (LM)..... | 202 |
| Figura 7.88 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (LM)..... | 202 |
| Figura 7.89 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f3u, \theta, \omega$ - Exemplo 04... | 203 |
| Figura 7.90 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f4u, \theta, \omega$ - Exemplo 04... | 203 |
| Figura 7.91 – Desenvolvimento dos valores de $f1u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (CM) | 204 |
| Figura 7.92 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f1u, \theta, \omega$ e respectiva iteração – Exemplo 04 – (CM) | 205 |
| Figura 7.93 – Desenvolvimento dos valores de $f3u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (CM) | 206 |
| Figura 7.94 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f3u, \theta, \omega$ e respectiva iteração – Exemplo 04 – (CM) | 206 |
| Figura 7.95 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (CM) | 207 |
| Figura 7.96 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f4u, \theta, \omega$ e respectiva iteração – Exemplo 04 – (CM) | 208 |
| Figura 7.99 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f1u, \theta, \omega$ - Exemplo 04 . | 211 |
| Figura 7.100 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f4u, \theta, \omega$ - Exemplo 04 | 211 |
| Figura 7.101 – Desenvolvimento dos valores de $f3u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (DFP) | 212 |
| Figura 7.102 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f3u, \theta, \omega$ - Exemplo 04 | 213 |
| Figura 7.103 – Desenvolvimento dos valores de $f1u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (BFGS)..... | 214 |

| | |
|---|-----|
| Figura 7.105 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f1u, \theta, \omega$ - Exemplo 04 | 215 |
| Figura 7.106 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f3u, \theta, \omega$ - Exemplo 04 | 215 |
| Figura 7.107 – Desenvolvimento dos valores de $f4u, \theta, \omega$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (BFGS)..... | 216 |
| Figura 7.108 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f4u, \theta, \omega$ - Exemplo 04 | 217 |
| Figura 7.109 – Análise de eficiência - Exemplo 04 | 217 |
| Figura A.1 – Convergência das Frequências Naturais (Hz) | 244 |

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Símbolos

| | |
|----------------------------|--|
| Ω | Domínio matemático do problema; |
| Γ | Fronteira do problema; |
| \mathbf{K} | Matriz de rigidez da estrutura; |
| \mathbf{K}_a | Matriz de rigidez ajustada da estrutura; |
| \mathbf{M} | Matriz de massa da estrutura; |
| z | Eixo vertical da estrutura; |
| θ_x, θ_y | Rotações nos eixos x e y , respectivamente; |
| l_x, l_y | Rotação nos eixo x e y , respectivamente; |
| μ | Deslocamento axial no eixo x ; |
| v | Deslocamento axial em y ; |
| w | Deslocamento transversal no eixo z ; |
| β_x | Rotação na seção média no plano xz ; |
| β_y | Rotação na seção média no plano yz ; |
| $\boldsymbol{\varepsilon}$ | Vetor deformações; |
| $\boldsymbol{\gamma}$ | Vetor de deformações transversais; |
| τ | Tensão cisalhante; |
| G | Módulo de elasticidade transversal; |
| V | Solicitação cisalhante; |
| A_s | Área da seção transversal; |
| $\boldsymbol{\sigma}$ | Vetor de tensões normais; |
| E | Módulo de elasticidade; |
| ν | Coefficiente de Poisson; |
| k | Fator que expressa a relação entre as seções transversais com e sem aplicação de carregamento. |
| \mathbf{H} | Matriz de função de interpolação; |

| | |
|----------------------|--|
| s | Coordenada local do elemento finito; |
| t | Coordenada local do elemento finito; |
| J | Matriz Jacobiana; |
| B | Matriz de correlação; |
| C | Matriz de amortecimento da estrutura; |
| $\ddot{\mathbf{u}}$ | Vetor de acelerações do sistema; |
| $\dot{\mathbf{u}}$ | Vetor de velocidades do sistema; |
| \mathbf{u} | Vetor de deslocamentos do sistema; |
| \mathbf{f}_{ext} | Vetor de forças externas; |
| \mathbf{f}_i | Vetor de forças internas de inércia; |
| \mathbf{f}_d | Vetor de forças internas de amortecimento; |
| \mathbf{f}_s | Vetor de forças internas elásticas; |
| α_m | Constante de proporcionalidade com a matriz de massa para o amortecimento de <i>Rayleigh</i> ; |
| β_k | Constante de proporcionalidade com a matriz de rigidez para o amortecimento de <i>Rayleigh</i> ; |
| ρ | Amplitude da função senoidal; |
| θ | Fase da função senoidal; |
| ω | Frequências de vibração livre; |
| $[\mathbf{K}^e]_0^i$ | Matriz de rigidez do elemento intacto; |
| $[\mathbf{K}^e]_d^i$ | Matriz de rigidez do elemento danificado; |
| α_i | Parâmetro de severidade do dano, espessura da falha interna; |
| $[\mathbf{M}^e]_0^i$ | Matriz de massa do elemento intacto; |
| $[\mathbf{M}^e]_d^i$ | Matriz de massa do elemento danificado; |
| ξ | Vetor de características do dano; |
| ξ_p | Vetor de características dano real; |
| ξ_r | Vetor de características dano prognosticado; |
| μ_i^k | Elemento danificado; |
| f_n | Funções Objetivo em termos de translações, rotações e frequências naturais; |

| | |
|-------------------------|--|
| \mathbf{K}_0 | Matriz de rigidez intacta da estrutura; |
| $\Delta\mathbf{K}$ | Perturbação na matriz de rigidez; |
| \mathbf{p} | Vetor de cargas aplicadas ao sistema; |
| n_d | Número dos elementos finitos danificados; |
| λ | Autovalores do sistema; |
| Φ | Autovetores do sistema (modo de vibração); |
| f_{obj}^j | Função Objetivo em termos das características do dano; |
| f_p^j | Função Objetivo com dano prognosticado; |
| f_r | Função Objetivo com dano real ou de referência; |
| q | Constante métrica Euclidiana; |
| $Min[.]$ | Mínimo de uma função; |
| nf | Número de frequências naturais; |
| nn | Número de nós; |
| e_r | Erro relativo; |
| Ψ | Função densidade de probabilidade; |
| D | Rigidez da placa; |
| H | Função de <i>Heaviside</i> ; |
| δ | Delta de Dirac |
| ζ_j | Passo do avanço da localização do dano; |
| ν | Parâmetro de calibração do método Levenberg-Marquardt; |
| ∇ | Operador matemático; |
| $\bar{\mathbf{g}}_0$ | Vetor de operação do método Levenberg-Marquardt; |
| \bar{h}_0 | Parâmetro de operação do método Levenberg-Marquardt; |
| ζ_{LM} | Parâmetro preliminar do método Levenberg-Marquardt; |
| $\bar{\mathbf{h}}_{LM}$ | Vetor de atualização dos parâmetros do dano no método Levenberg-Marquardt; |
| \mathbf{I} | Matriz Identidade; |
| L | Fator de proporção para atualização do parâmetro D_{LM} no método Levenberg-Marquardt; |

| | |
|----------------------|---|
| D_{LM} | Atualizador do parâmetro preliminar ζ_{LM} no método Levenberg-Marquardt; |
| \mathbf{v}_j | Vetor velocidade na iteração j ; |
| \mathbf{a}_j | Vetor aceleração na iteração j ; |
| \mathbf{m}^i | Vetor de melhor posicionamento obtido individualmente; |
| \mathbf{m}^b | Vetor de melhor posicionamento obtido em bando; |
| \mathbf{m}^m | Vetor de melhor posicionamento do indivíduo dentre todo o grupo; |
| \mathbf{s}_j | Vetor de posicionamento aleatório dos indivíduos; |
| $\hat{\mathbf{H}}_i$ | Inversa da matriz hessiana; |
| \mathbf{g}_i | Parâmetro de cálculo do método Davidon-Flecher-Powe e Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno; |
| \mathbf{q}_i | Parâmetro de cálculo do método Davidon-Flecher-Powell e Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno;; |
| \mathbf{p}_i | Passo ótimo do método Davidon-Flecher-Powell e Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno;; |
| \mathbf{d}_i | Vetor direção; |
| $\hat{\beta}_i$ | Multiplicador do passo ótimo \mathbf{p}_i ; |
| t_r | Taxa de redução; |
| k_0 | Parâmetro de inércia do indivíduo; |
| k_1 | Parâmetro de experiência do indivíduo em busca solo; |
| k_2 | Parâmetro de experiência do indivíduo em busca em bando; |

Abreviaturas

| | |
|---------|---|
| MDF | Método das Diferenças Finitas; |
| MEC | Método dos Elementos de Contorno; |
| MEF | Método dos Elementos Finitos; |
| APDL | <i>Ansys Parametric Design Language;</i> |
| LM | Levenberg Marquardt; |
| BFGS | Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno; |
| DFP | Davidon-Fletcher-Powell; |
| CM | Colônia de Morcegos; |
| PI`s | Problemas Inversos; |
| PD`s | Problemas Diretos; |
| EDO`s | Equações Diferenciais Ordinárias; |
| EDP`s | Equações Diferenciais Parciais; |
| ACS | <i>Ant Colony Sistem;</i> |
| ANN | <i>Artificial Neural Networks;</i> |
| GA | <i>Genetic Algorithms;</i> |
| PLIM | Programação Linear Inteira Mista; |
| CA | Colônia de Abelhas; |
| AFM | <i>Atomic Force Microscopy;</i> |
| FRFs | Funções de Resposta de Frequência; |
| COMAC | <i>Coordinate Modal Assurance Criterion;</i> |
| SISNIDE | Sistema Numérico de Identificação de Danos em Estruturas; |
| FRAC | <i>Frequence Response Assurance Criterion;</i> |
| GSC | <i>Global Shape Criterion;</i> |
| GAC | <i>Global Amplitude Criterion;</i> |
| GRAD | Otimização gradiente; |

1 – INTRODUÇÃO

O desenvolvimento tecnológico e o princípio da melhor relação custo/benefício tem trazido aos sistemas estruturais um maior nível de sofisticação e complexidade, apresentando processos construtivos mais elaborados, provendo cada vez mais segurança e resistência. Concomitante a isso nota-se a evolutiva redução no tempo de execução.

Esse avanço tecnológico também se constata na construção civil. Algumas estruturas, sem o devido controle no projeto ou no uso inadequado, podem apresentar falhas estruturais que em certas situações chegam ao colapso causando prejuízos econômicos consideráveis ou até mesmo perdas humanas.

O desgaste de uma estrutura acumula-se durante toda a sua vida útil. Vários fatores contribuem para a sua degradação. Como exemplos de ações que podem levar a estrutura ao desgaste, podem ser citadas a ação lenta, mas gradual e firme, do peso próprio da estrutura; as sobrecargas de utilização, principalmente quando excedem as previsões de projeto; as ações dinâmicas como vento, sismos, corrosão e ainda o aumento progressivo de trincas pré-existentes ainda geradas durante o processo de produção do elemento estrutural. Neste último caso, a trinca inicial pode sofrer propagação que é objeto de estudo da Mecânica da Fratura.

Uma estrutura pode vir a apresentar falhas significativas e, conseqüentemente, ter reduzida a sua capacidade de resistência aos carregamentos aplicados. Microfissuras podem evoluir sob carregamento alternado causando grandes falhas no material e conseqüente deslocamento ou perda de parte do material estrutural. Estas alterações podem provocar deformações e vibrações muitas vezes excessivas levando a estrutura ao colapso ou acarretam desconforto e conseqüente insegurança para os usuários, prejudicando assim a funcionalidade, a finalidade para a qual a estrutura foi concebida.

A detecção de danos tem como objetivo fornecer informações sobre o estado da estrutura, indicar potenciais falhas e possibilitar que com isso seja possível tomadas de decisões de

manutenção para que se possa a tempo evitar o colapso estrutural. Sendo assim, a detecção de danos mostra-se extremamente necessária por meio da realização de exames estruturais periódicos e avaliações diagnósticas das condições da estrutura. A detecção, a priori, de danos ainda em fase inicial, reduz a possibilidade de seu desenvolvimento e conseqüente evolução do problema.

A metodologia amplamente adotada na investigação das condições estruturais e detecção de danos tem sido a inspeção visual. Contudo, com a complexidade cada vez maior apresentada pelos sistemas estruturais, tal técnica tem se tornado em alguns casos ineficiente e inadequada. Com tal técnica não se faz possível a detecção de danos subsuperficiais, imperceptíveis à visão humana assim como a percepção de danos em locais de difícil acesso. A ineficiência da inspeção visual se maximiza então quando se trata de investigações de estruturas de grande porte, tornando tal procedimento lento e oneroso se comparado a outros métodos de inspeção. Segundo Chase (2001), a despesa dos Estados Unidos com consertos de danos em pontes chega aproximadamente a um montante de 10 bilhões de dólares, atualmente realizada em sua grande maioria unicamente através de inspeção visual.

Aliada à inspeção visual, a utilização de outras técnicas como emissão de raios-X e ultrassom, entre outros métodos, são alternativas adicionais para a investigação de detecção de danos estruturais. Muito embora essas técnicas tenham eficiência técnica já comprovada, são técnicas de aplicação localizada e exigem um conhecimento prévio de uma região, ou possível região afetada, segundo Garnier (2011), Ciampa et al. (2018) e Gholizadeh, S. (2016). Além disso para aplicação de tais técnicas deve haver condições propícias de acessibilidade às áreas de investigação, tanto para os equipamentos, quanto para seus operadores.

A avaliação da integridade de estruturas através da análise das respostas estáticas e dinâmicas tem se mostrado, nas últimas décadas, bastante eficiente, possibilitando a detecção de danos de forma rápida e econômica para a indústria aeroespacial, mecânica e da construção civil.

A indústria petrolífera, por exemplo, é beneficiada, especialmente em suas plataformas *off-shore* com o desenvolvimento e aplicação de técnicas de inspeção estrutural em tempo real. (Ji et.al., 2016). O mesmo se pode dizer sobre a indústria aeronáutica, em que nas modernas aeronaves

os crescentes índices de desempenho requeridos exigem a incorporação de técnicas de diagnóstico estrutural mais precisos e em tempo real, baixando assim os custos operacionais e elevando os níveis de segurança e confiabilidade de voo (Lima, 2013).

Agências de controle asiáticas exigem, por razões de seguridade, que as empresas construtoras de obras de infraestrutura de grande porte realizem instrumentação e monitoramento periódico das condições estruturais (Das, Saha e Patro, 2016).

Inúmeras pesquisas atualmente são desenvolvidas com o objetivo de detectar falhas em estruturas estabelecendo análises que empregam métodos baseados em modelos numéricos associados à análise inversa, várias destas pesquisas apresentam métodos para estimar o posicionamento de falhas bem como a severidade associada. Dentre vários importantes trabalhos cita-se: Kubo (1988); Sanayei e Scamolpi (1991); Bezerra e Saigal (1993); Banan e Hjelmstad (1994); Friswell e Mottershead (1995); Hjelmstad e Shin (1996); Honório e Bezerra(1997); Sampaio, Maia e Silva (1999); Filho et. al.,(2000); Duffey et. al., (2000); Wang, Fukunaga, Yao, Zhang e Wu (2001); Marin e Lesnic (2003); Worden e Dulieu-Barton (2004); Bakhtiari-Nejad, Rahai e Esfandiari (2005); Leme (2007); Caldeira (2009); Frizzarin (2010); Lakshmanan (2010); Tomaszewska (2010); Silva (2015), Ozisik (2018). entre outros.

As técnicas de análise inversa ou simplesmente Problemas Inversos, definidos mais diante, diferem substancialmente das análises diretas ou Problemas Diretos ou de Valor de Contorno comumente utilizadas em escritórios de cálculo estrutural como o escopo maior do estudo das tensões e deformações atuantes na estrutura.

Um problema de detecção de danos através de modelos matemáticos pode ser descrito como um Problema Inverso quando a partir da informação do comportamento de resposta da estrutura em termos de deslocamentos, acelerações, tensões advindas dos carregamentos estáticos e/ou dinâmicos, busca-se identificar os parâmetros físicos e constitutivos dos sistemas estruturais, como por exemplo, o módulo de elasticidade, rigidez e amortecimento da estrutura.

Na prática não é fácil a obtenção de dados experimentais suficientes para se caracterizar adequadamente os defeitos estruturais, além do que estes testes são de custo elevado, portanto, obter estes dados em grandes estruturas, ainda é muito difícil (Oliveira, 2013). Conseqüentemente, para diminuir despesas, muitos modelos numéricos estão sendo largamente pesquisados em Institutos de Pesquisas e Universidades para aplicação em técnicas de monitoramento de estruturas, notadamente na área da engenharia estrutural. Tais modelos podem possibilitar um auxílio durante a inspeção de uma estrutura a um custo relativamente baixo.

As pesquisas com modelos numéricos para detecção de danos têm se utilizado do atual momento tecnológico de acesso a grandes processamentos para modelagens numérico-computacionais disponibilizados por velozes processadores eletrônicos de grande capacidade de processamento associado a grandes dispositivos de armazenamento de dados.

1.1 – Motivação

A aplicação de métodos de detecção de falhas baseados em técnicas de modelos numéricos tem auxiliado enormemente no diagnóstico estrutural. O significativo aumento do uso de algoritmos numérico-computacionais tem sido utilizado em todos os campos da ciência, em especial na física-matemática. Além das facilidades atualmente encontradas no processamento, já citada anteriormente, a existência de técnicas de avaliação estrutural em níveis tecnológicos cada vez maiores e mais aprimorados podem propiciar a resolução adequada de problemas em maior complexidade (Plato e Hofman 2019).

As investigações experimentais, por maior nível de desenvolvimento tecnológico que se empregue ainda agregam elevados custos em suas aplicações e junto a estes, mão de obra técnica especializada e experiência. Todos esses fatores, muitas vezes, tornam o procedimento experimental impraticável em determinadas análises do comportamento estrutural (Verho et al, 2018)

Os métodos experimentais, ainda amplamente aplicados, apresentam elevada eficiência na descrição de problemas apenas de forma pontual. Porém, mostram-se impossibilitados de realizar a descrição de um objeto cuja forma ou carregamento possua maior complexidade.

Um exemplo disto pode ser entendido quando em uma estrutura sob carregamento estático ou dinâmico ou mesmo o campo potencial em um corpo sob ação térmica não podem revelar o tensor de tensão de forma completa, descrito, portanto, somente baseado nos valores lidos por *strain gages* ou potenciômetros (Patankar, 2018 ; Islam e Mahmud, 2019). Tais instrumentos se localizam em pontos discretos dos objetos sob investigação experimental e não no seu contínuo e conseguem leituras limitadas do estado de tensão.

Técnicas baseadas em métodos numéricos como Método das Diferenças Finitas (MDF), Método dos Elementos de Contorno (MEC) e Método dos Elementos Finitos (MEF), dentre outros, são aplicadas para se determinar a existência de um dano. Estas técnicas são mais acessíveis se comparadas com técnicas experimentais.

O emprego de metodologias mistas ou híbridas numérico-experimentais tem também evoluído constantemente. Constituem uma área de pesquisa onde as vantagens de cada método são utilizadas para reter uma descrição mais detalhada do objeto em análise. Segundo Islam e Mahmud, (2019), os métodos mistos ou híbridos devem ser aplicados com maior amplitude nos mais distintos ramos da ciência, em especial na engenharia.

Contudo, nem sempre as aplicações dessas metodologias mistas são fáceis. Por exemplo, a avaliação entre os dados numéricos e os dados experimentais, obtidos por uma análise modal pelo MEF deve levar em conta, dentre outros fatores, a presença de amortecimento na estrutura, o que é bastante difícil de se modelar com toda a exigência da realidade estrutural requerida, pelo fato da dificuldade existente em se obter tais dados de amortecimento.

Outra dificuldade encontrada é a causada pelas diferenças entre o número de graus de liberdade do modelo de elementos finitos e o número de pontos onde é medida a resposta na estrutura e à presença de erros de modelagem como de erros nas medições.

Algumas dessas dificuldades tentam ser contornadas e solucionadas em pesquisas, como a dos erros nos modelos de elementos finitos que podem ser reduzidos com a utilização de técnicas

de ajuste dos modelos (Kwong e Lin, 2005). No que tange a aplicação de métodos numéricos este trabalho simula o comportamento da estrutura, obtendo medidas estáticas e dinâmicas advindas da modelagem pelo MEF na detecção de falhas em estruturas.

Certamente utilizar Problemas Inversos é matematicamente difícil pela multiplicidade numérica de soluções. Porém, para um especialista em Problemas Inversos, estes raramente são fáceis, comumente difíceis e às vezes insolúveis, mas sempre fascinantes (Xiao, 2018).

1.2 – Justificativa

Existem diversos métodos de detecção de danos baseados em respostas estruturais, enquadrados tipicamente em dois grupos em relação às suas dependências de modelos estruturais como os baseados em sinais ou experimentais e os baseados em modelos numéricos (Erazo, et al. 2019).

Rytter (1993), Carden e Fanning (2004), Chen (2008), dentre outros, apresentam os problemas de detecção de danos em uma classificação de quatro níveis distintos:

O nível fundamental tem como objetivo determinar, dentro de um fator de confiabilidade, a ocorrência ou não um dano no interior da estrutura analisada. Este nível apresenta somente informações se o sistema se encontra intacto ou danificado.

Entre alguns dos principais métodos de detecção de danos baseados em análises de sinais encontram-se o método *Novelty Detection* (Worden, Sohn e Ferrar, 2002) que tem como objetivo extrair dados dinâmicos com o auxílio de análises estatísticas de situações extremas para a definição do estado da estrutura. Este método possui nível um de detecção, pois permite tão somente avaliar se a estrutura está ou não danificada.

Os níveis dois e três, também chamados de níveis intermediários, têm como objetivo determinar duas valiosas informações: Posição (nível 02) e a extensão ou severidade (nível 03) do

dano estrutural. Este trabalho foi desenvolvido no nível três, pois determina a localização e a severidade do dano.

O quarto e último nível prediz com sua técnica de detecção o defeito e a vida útil do sistema estrutural, e a evolução da falha. Para isso se faz necessário a aplicação da teoria da mecânica da fratura.

Diversas técnicas numérico-computacionais são aplicadas em estudos na Mecânica da Fratura para a detecção de falhas nas mais distintas áreas (Borukhov e Timoshpol'skii, 2005; Golubeva, 2007; Cajka e Krejsa, 2014; Pospisil et al., 2014; Krejsa et al., 2015).

Várias técnicas existem na mecânica experimental na detecção de danos apresentadas por métodos não-destrutivos (Gholizadeh, 2016): Líquido Penetrante, Raio-X, correntes de Eddy (Ju et al. 2017), também chamada de corrente parasita, ou ensaio por correntes parasitas que baseia-se fundamentalmente na Lei da indução de Faraday, os métodos de campo magnético, métodos foto-térmicos, de ultra-som e de inspeção visual (Baar et al. 2015), além de métodos baseados em sinais como o de emissão acústica (Carlos, 2003).

Em sua grande maioria as técnicas apresentadas acima não possuem confiabilidade, muito embora forneçam indicações da existência e em alguns casos da extensão da falha estrutural. A identificação de falhas através da utilização do líquido penetrante é bastante eficiente quando os danos encontram-se na superfície da estrutura, mas não apresenta resultados satisfatórios quando tais danos se localizam no interior do objeto, sendo nestes utilizada as técnicas como ultra-som e raios-X.

As partículas magnéticas e a utilização da corrente de Eddy, são métodos de investigação mais eficazes, contudo, pouco viáveis em estruturas de grandes vãos, como treliças de pontes metálicas, por exemplo. Além disto, estas técnicas possuem a restrição apresentar respostas ótimas ou quase ótimas quando o dano se encontra próximo a superfície da estrutura. Outra restrição é que somente materiais eletricamente condutores podem ser inspecionados com esta técnica.

Materiais ferromagnéticos apresentam maior dificuldade na detecção e avaliação de descontinuidades (falhas) devido à variação de permeabilidade magnética. Para estes são mais comumente utilizadas técnicas como Magnetização DC, Campo Remoto e Campo Próximo, propiciando maior confiabilidade, sobretudo em tubos de aço carbono instalados em equipamentos de troca térmica. A limitação imposta pelo profundo conhecimento do seu operador sobre o método de ensaio são minimizados pelo desenvolvimento de *hardwares* e *softwares* que auxiliam na configuração de sondas. Porém a necessidade de padrões conhecidos para calibração do aparelho ainda se faz presente.

O ultra-som e o raio-X, dentre as diversas técnicas não-destrutivas, são as mais confiáveis para se identificar falhas estruturais, porém são de aplicação complexa e de alto custo. As principais vantagens desses métodos são a não utilização de modelos numéricos, que como consequência não possibilita a simulação de erros de modelagens e custos computacionais. (Mendes, 2010).

Para tanto, o desenvolvimento de novas técnicas numérico-computacionais se faz oportuna no que se refere ao auxílio no monitoramento consequente diagnóstico de patologias estruturais (Bezerra e Saigal, 1993). É neste âmbito que este trabalho vem a propor uma contribuição com o desenvolvimento de um novo método para a solução inversa do problema de localização e quantificação de falhas internas em estruturas através de métodos numéricos computacionais.

1.3 – Objetivos

Este trabalho possui como objetivo geral o desenvolvimento de uma nova metodologia de identificação de danos em estruturas de placas por meio da implementação de modelos numérico-computacionais. Neste trabalho são utilizadas conjuntamente análises estáticas e dinâmicas em regime elástico com diversas funções objetivo que caracterizam o comportamento estrutural da peça estudada.

Portanto, o objetivo principal é a obtenção da solução numérico-computacional para um problema matemático, conhecido por Problema Inverso de detecção de dano, cuja formulação

possibilite a localização e quantificação deste dano estrutural, dentro de uma região de factibilidade de existência em estruturas de placas.

A solução deste Problema Inverso divide este trabalho nas principais etapas:

1. Implementação automática em elementos finitos em linguagem *ANSYS Parametric Design Language - APDL*[®] para a solução elastostática e elastodinâmica de placas;
2. Desenvolvimento de diversas funções objetivo, em combinações elastostáticas e elastodinâmicas capazes de caracterizar de forma conveniente o comportamento estrutural das placas;
3. Criação e programação na Linguagem *MATLAB*[®], juntamente com a Linguagem *APDL* do *ANSYS*[®] de metodologia numérico-computacional de busca da falha interna na estrutura, aplicando diversas funções objetivo, que solucionem o Problema Inverso de localização e quantificação aproximada do dano. As funções objetivo são escritas em termos dos resíduos apresentados e devem ser minimizados considerando os resíduos entre valores simulados numericamente e os valores prognosticados;
4. Analisar exemplos e estudar a efetividade das funções objetivo e de diversos métodos de otimização aplicado como *Levenberg-Marquardt (LM)*, *Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)*, *Davidon-Fletcher-Powell (DFP)* e o método bioinspirado de *Colônia de Morcegos (CM)* mesmo quando inseridas contaminações numéricas que simulem erros de medições práticas para que se garanta precisão, estabilidade e robustez suficiente em seu procedimento, fornecendo assim uma solução factível, chegando a uma solução ótima ou quase ótima, dentro de sua tolerância ao ruído.

1.4 – Inovação do Trabalho

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um método inverso de avaliação de falhas estruturais em placas identificando sua localização e quantificação do dano ou falha mediante verificação de resíduos gerados por funções objetivos desenvolvidas, concebidas a partir de diferentes respostas estruturais ou assinaturas obtidas por resultados de formulações estáticas e dinâmicas do comportamento estrutural.

Diversos trabalhos apresentam métodos aplicados a estruturas de treliças e vigas onde a variação nas características na matriz de rigidez são alteradas devido a existência do dano. Contudo, no desenvolvimento deste a perturbação numérica devido a ação física de existência do dano não se faz somente na matriz de rigidez mas também na matriz de massa da estrutura, caracterizando a influência da perda de massa do dano interno apresentado.

Aplicação de métodos não comumente utilizados na Engenharia de Estruturas como as otimizações pelo algoritmos de *Levenberg-Marquardt (LM)*, *Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)*, *Davidon-Fletcher-Powell (DFP)* e o método bioinspirado no comportamento de espécies naturais como a Colônia de Morcegos (CM), que de modo inédito é adaptado neste trabalho e utilizado pela em estruturas de placas.

São realizados testes de aplicação de valores das constantes de cada método de otimização de modo a se obter os melhores resultados possíveis na solução do Problema Inverso de identificação de danos em placas, apresentando a utilização de valores que diferem do comumente utilizado na literatura.

1.5 – Estruturação do Trabalho

O Capítulo 1 apresenta uma introdução dos Problemas Inversos nos diversos campos da ciência e da tecnologia, orientado pela motivação da realização desta pesquisa e descrição dos objetivos gerais e principais do trabalho.

No Capítulo 2 é abordado o surgimento dos Problemas Inversos na ciência, conceitos técnicos, consistência desses tipos de problemas de detecção de danos, exemplos de utilização em diversas áreas. É feita também uma abordagem sobre integridade estrutural e descrição de metodologias empregadas na solução de problemas inversos.

O Capítulo 3 aborda os fundamentos teóricos para a utilização do MEF para placas, assim como a definição matemática do método de localização e quantificação da falha estrutural para a solução do Problema Inverso que avalia o comportamento das funções objetivo e os resíduos entre os valores prognosticados e os simulados. É explanado também às considerações dinâmicas desse trabalho e finalmente o método de minimização da função objetivo aplicada na definição da região de factibilidade de apresentação da solução ótima ou quase ótima do problema.

No Capítulo 4 são apresentados problemas de pequenas dimensões em diversas configurações de condições de contorno, posicionamento de carregamentos, localização e severidade da falha, determinando a precisão, estabilidade e suficiente robustez do método desenvolvido.

O Capítulo 5 trata da apresentação do método de busca do dano, a atuação da função objetivo e como se procede com a atualização do vetor dano nas diversas iterações de convergência do problema assim como o critério de parada do processo de busca.

O Capítulo 6 traz aplicações do algoritmo numérico computacional para exemplos reais, observando a potencialidade do método quanto a localização e quantificação do dano nessas estruturas.

E finalmente, o Capítulo 7 contempla as conclusões obtidas com o desenvolvimento deste trabalho e traz sugestões para o desenvolvimento e ampliação deste em aplicações a trabalhos vindouros.

2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

São abordados na revisão bibliográfica um cunho histórico a respeito da inserção e larga utilização dos Problemas Inversos na ciência, bem como os conceitos de Problemas Diretos e Problemas Inversos.

Também é aqui colocada a importância prática que os Problemas Inversos possuem nos mais diversos segmentos do cotidiano.

São apresentados os principais métodos de solução de Problemas Inversos na literatura e o uso específico da solução destes problemas para identificação de danos em estruturas.

2.1 – Abordagem Histórica dos Problemas Inversos na Ciência

As aplicações dos Problemas Inversos (PIs) encontram-se mais próximas do nosso cotidiano do que se possa imaginar. Arquimedes, matemático, nascido na cidade de Siracusa, fora interpelado pelo rei Hiéron sobre a pureza do ouro de uma de suas coroas. Aplicando em 287 a.C. as teorias já conhecidas do empuxo, submergindo parcialmente ou totalmente o corpo (coroa) tinha o deslocamento de fluido cujo peso é igual à magnitude das forças de empuxo que atuam no corpo (Resnick et al., 1992). Assim, Arquimedes desenvolveu o procedimento experimental, não-destrutivo, largamente usado até os dias atuais na identificação da composição dos materiais de um objeto, dando o primeiro relato da utilização dos PIs de que se tem conhecimento na história da ciência.

Muito tempo depois, surge o outro importante PI constituído. Em 1882, Sir. A Shuster lança a proposta de se definir a forma de um sino a partir dos sons que ele seria capaz de emitir: “(...) *to find a shape of a Bell by means of the sounds which it is capable of sending out.*”.

Em 1966, Marc Kac, reformula a proposição de Sir. A. Shuster enunciando o que hoje é provavelmente o mais famoso PI na história da comunidade científica da matemática: “ Você é capaz de prever a forma de um tambor pelo som que ele emite?” (Okada et. al. 2005).

A solução deste problema já é conhecida a bastante tempo, contudo, a sua formulação inversa perdurou por muito. Após vários anos, este problema foi solucionado pela negativa de que existem vários tambores com formas diferentes que são capazes de emitir o mesmo som (Gordon et al., 1992).

Decerto, todos já se depararam com a resolução de um PI, talvez, não de um ponto de vista matemático (Silva Neto e Neto, 2005). Por ser uma área multidisciplinar, que associa a uma análise matemática de problemas os dados experimentais obtidos, se tornando assim uma interface entre a teoria e a prática (Silva Neto e Neto, 2005).

As pesquisas em aplicações em PI's têm crescido e aplicadas a casos mais complexos nas últimas décadas, como por exemplo, a identificação de materiais não-metálicos em solos através da análise da radiação refletida, o que possibilita a Geofísica caracterizar os perfis estratigráficos do solo e a Sismologia detectar e mensurar movimentações na crosta terrestre além e processar imagens utilizadas em prospecções (Lebedeva, 2008).

Na engenharia Biomédica com a estimação da intensidade e localização de fontes de radiação, desenvolvendo novas técnicas de tomografia computadorizada como: *Computerized Tomography (CT)*, *Single Photon Emission Computerized Tomography (SPECT)*, *Near Infrared Optical Tomography (NIROT)*, além da aplicação do desenvolvimento de monitoramento cardíaco por meio de eletrocardiogramas (Karoui et al. 2018; Alayed et al. 2018).

Na solução de problemas de determinação da intensidade de fontes térmicas com dependência funcional no espaço e/ou no tempo, em problemas de transferência de calor, a partir de medidas transientes de temperatura em transferência de calor por condução, estimação da condutividade de difusividade térmica e os estudos da combustão de fornos como uma das áreas

de aplicação destes PI's em radiação térmica (Ko e Ji, 2000; Barbarosie, 2003; Lee, Alaeddine e Doumanidis, 2004; Atchonouglo, 2008; Azari e Zhang, 2008; Wu, 2009; Zhang e Delichatsios, 2009; Das e Mishra, 2010; Wen, Hon e Xu, 2011; Lazar et al. 2012; Vasileiou, Vosniakos e Pantelis, 2017;), entre outros (Borukhov e Timoshpol'skii, 2005; Silva Neto e Neto, 2005; Kamynin, 2015; Zhang et al.,2017;).

Já na Engenharia Estrutural são utilizados para a solução de problemas como os de identificação de danos, otimização topológica, desenvolvimento de novos materiais (Bezerra e Saigal, 1993; Wang, 2001; Marin e Lesnic, 2003; Rus e Gallego, 2005; Krejsa et al. 2015; Hussein e Lesnic, 2016).

2.2 – Conceituação de Um Problema Inverso (PI)

Antes de se definir o que seja um PI, é convenientemente necessário o entendimento do que se trata um Problema Direto (PD) (Lazar et al. (2012) Um clássico PD é o de se encontrar a temperatura num domínio matemático, sendo conhecidas as condições de temperatura ou do fluxo de calor definidas na fronteira deste domínio (Kreuzig and Wiley, 2001).

Análogo a este clássico problema, contudo com uma maior complexidade, é a determinação da elevação da temperatura atmosférica por consequência da interação da radiação solar com a própria atmosfera terrestre. A variação desse fenômeno vem causando graves alterações climáticas significativas e com grandes consequências ambientais amplamente conhecidas pela redução da camada de ozônio, objeto de importantes estudos desenvolvidos pelos cientistas.

Poder estabelecer uma solução para um modelo matemático que se formula por diversos fenômenos, como no problema descrito acima, em que a partir de uma causa, como a quantidade medida de CO₂ na atmosfera, ou o aumento da temperatura se possa determinar os seus efeitos, caracteriza-se um PD.

Contudo, se contrário a isso, se a intenção for a obtenção da informação de forma experimental sobre a temperatura da atmosfera por medição de alguns pontos ou mesmo pela

aferição da concentração de gases de CO₂ de maneira localizada e se queira determinar a quantidade de CO₂ liberada por algumas indústrias, automóveis, queimadas, então o problema já não pode ser resolvido de forma direta (Campos Velho, 2000).

Inúmeros Problemas Diretos (PD's) são encontrados na Física-Matemática e nas Engenharias, constituindo problemas em que o conhecimento das equações que regem o fenômeno estudado é pleno e válido dentro do domínio matemático Ω , bem definido e com suas condições de contorno suficientemente necessárias na fronteira Γ , delimitando adequadamente Ω .

A suficiência das condições de contorno, que possibilitam a solução do problema, é traduzida com a condição adequada ao sistema, não sendo incompletas tão pouco apresentadas de forma redundante. Tais problemas são denominados Problemas de Valores de Contorno (PVC). Sendo assim, são estudadas as consequências uma vez conhecidas as suas causas e condições.

A análise inversa, ou PI, se destina a reconstruir as condições de contorno incompletas ou mesmo identificar o domínio matemático Ω , assim como a fronteira do sistema do problema Γ , constituindo assim um problema mal-postulado, em que informações que estariam presentes se em uma análise direta, tais como equações do problema, condições de contorno e domínio matemático, não estão diretamente definidos, ou se então se mostram em uma forma incompleta ou até mesmo redundante (Campos Velho, 2000).

Os problemas das Engenharias e da Física-Matemática possuem normalmente uma equação ou um conjunto de equações que governam o problema, um domínio matemático de atuação Ω e as condições de contorno na fronteira Γ bem definidos (Borukhov e Timoshpol'skii, 2005). Essas condições permitem a solução das equações, geralmente, por Equações Diferenciais Ordinárias (EDO's) ou Equações Diferenciais Parciais (EDP's), que governam o problema. Todo problema apresentado com essas características é conhecido com PD.

Contudo, os problemas que por vezes o domínio matemático Ω , as condições de contorno da fronteira Γ ou os parâmetros que definem as equações do problema não estão devidamente

identificados ou mesmo definidos de forma pontual, de maneira incompleta ou mesmo de forma redundante, estes possuem classificação como PI (Cajka e Krejsa, 2014; Cheng e Cabral, 2005). Estes buscam as causas e condições a partir das características ou consequências observadas do fenômeno físico. “Resolver um Problema Inverso é determinar causas desconhecidas a partir de efeitos desejados ou observados” (Verho et al. 2018).

No tratamento de dados de experimentos de grande escala, algumas medidas indiretas são normalmente utilizadas para que se obtenha uma conclusão sobre as inter-relações do fenômeno ou processo em estudo. Se a estrutura de um modelo matemático do processo é conhecida, então ainda se pode ter um problema na identificação deste modelo como, por exemplo, a necessidade de se determinar os coeficientes da sua equação diferencial que rege o fenômeno e tais tipos de problemas podem ser encontrados na Engenharia e na Física-Matemática.

Os problemas da Física-Matemática podem ser classificados considerando diferentes características de excitação do fenômeno. Entre estes, é possível se distinguir os problemas como estacionário e não estacionários. Os estacionários são processos ou fenômenos independentes no tempo, enquanto os não estacionários descrevem processos dinâmicos, cuja solução é obtida com a variação temporal de suas características. Nestes últimos a linha de demarcação entre problemas diretos e inversos é menos óbvia (Samarskii and Vabishchevich, 2007).

A solução de um problema inverso consiste, portanto, em determinar as causas ou o domínio matemático ou a explicação do fenômeno com base na observação de seus efeitos. A Figura 2.1 esquematiza o que é um Problema Direto e um Problema Inverso.

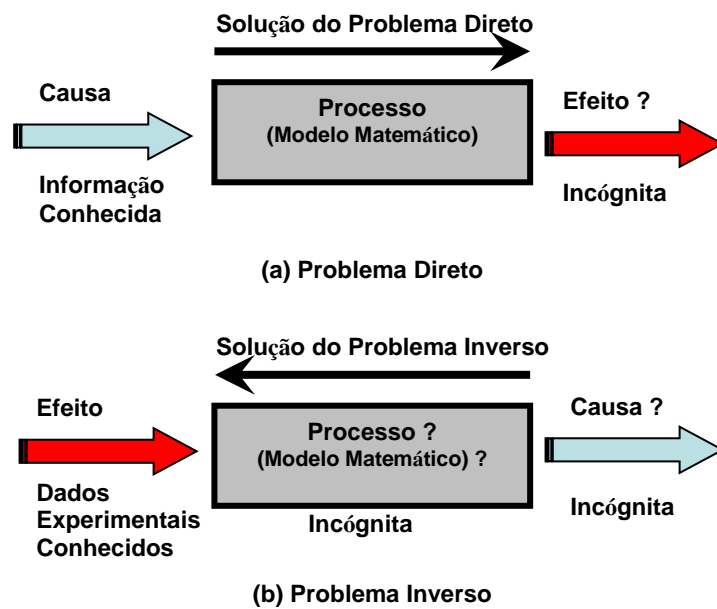


Figura 2.1 – Representação esquemática do Problema Direto (a) e do Problema Inverso (b) (Brito, 2008).

Há uma fundamental diferença entre os Problemas Diretos e os Problemas Inversos. Os Problemas Inversos são considerados mal-postos, *Ill-Posed Problems*, em inglês.

O matemático francês J. Hadamard (1983) postulou três condições ou requisitos essenciais para caracterização dos problemas ditos diretos. A primeira destas é a condição de existência. O problema apresentado deve conter uma solução.

A segunda condição traz a necessidade da unicidade da solução, ou seja, deve existir no máximo uma solução para o problema. Finalmente a terceira é a condição de estabilidade. A solução deve manter a dependência continuamente sobre os dados (Gutman et al. 2018). Quando alguma das três condições de Hadamard não é satisfeita, diz-se que o problema é mal-posto ou mal-postulado.

A existência de uma solução, matematicamente, pode ser aplicada delimitando o espaço solução, ou seja, sua fronteira Γ . O conceito de soluções de distribuição de uma equação diferencial

é um exemplo. Muitas vezes essa condição é resolvida com a flexibilização da noção de solução, procurando-se não uma solução exata, mas uma solução aproximada.

Se um problema possui múltiplas soluções, isso significa que as informações que o define são insuficientes ou excedentes para que seja possível descrevê-lo precisamente de forma unívoca, aceitando um só valor.

Neste caso deve-se encontrar outras condições de contorno adicionais que obrigue a unicidade, como por exemplo, condições de sinal. Não há uma única solução se existe ausência ou mesmo abundância de informação. Não existem truques matemáticos que burlem o desconhecimento (Silva Neto, 2005). A falta de informação não pode ser sanada por qualquer artifício matemático (Horoldagva et al. 2016).

É praticamente impossível ser atingida qualquer convergência em um universo de possíveis soluções em que existam ruídos inevitáveis em computação numérica, efeitos degenerativos adicionados sobre os dados, do operador, ou até mesmo das limitações existentes pelo processamento numérico, com um problema que não depende continuamente sobre os dados.

Essa falta de continuidade do problema pode ser resolvida discretizando tantas quantas parcelas contínuas sejam necessárias. Contudo, apesar disso, a dificuldade de obtenção pode persistir, já que, mesmo com meios contínuos, estes problemas podem ainda ser mal-condicionados.

A exigência de continuidade é ligada à estabilidade ou robustez da solução, com respeito aos erros que inevitavelmente ocorrem nos dados. A continuidade é uma condição necessária, mas não suficiente para a robustez (Abrashin, 2003).

Todos os problemas tradicionais da Física Matemática, tais como o problema de Dirichlet para equações elípticas ou o problema de Cauchy para equações hiperbólicas, são bem-condicionados no sentido das condições de Hadamard (Aouicha, 2011).

Na prática, para que se tenham problemas bem-postos, as soluções numéricas devem possuir um razoável comportamento. As técnicas de regularização procuram contornar as dificuldades associadas ao problema da não dependência suave da solução nos dados de entrada (Silva Neto, 2005).

Um número cada vez maior de problemas matemáticos de alta relevância física são formulados impropriamente, estes chamados com frequência de problemas mal-formulados ou mal-postos, não satisfazendo uma ou mais condições postuladas por Hadamard. Nesse conjunto de problemas estão os que inferem sobre a interpretação dos dados medidos, também denominados dados de referência (Helmut Moritz, 1994).

Diferentes algoritmos aplicados a mesmos conjuntos de dados podem vir a apresentar um conjunto de respostas completamente distintas, como por exemplo, as obtidas por investigação sísmica na construção de imagens de estimação de perfis de solo em geofísica.

Por se tratar de problemas altamente subdeterminados, produzindo uma solução única através de um conjunto de dados insuficientes, deve-se a estes incorporar informações adicionais, ainda que básicas como o princípio dos mínimos quadrados. Contudo, o uso dessas informações adicionais traz um nível de incerteza ao problema, podendo estas serem insuficientes ou inadequadas, assim a cautela deva estar sempre presente ao se tratar de análises inversas, no que tange a consideração dos limites de sua aplicabilidade.

A grande maioria dessas informações adicionais é obtida por experimentos laboratoriais. Estes procedimentos podem ser facilmente controlados mantendo-se muitos de seus parâmetros constantes. Com o desenvolvimento tecnológico os sistemas atingiram um alto nível de confiabilidade e sofisticação na identificação das informações adicionais, trazendo para a teoria inversa uma evolução de largo horizonte.

2.3 – A Importância Prática dos Problemas Inversos

Problemas Inversos são os problemas que consistem em encontrar uma propriedade desconhecida de um objeto, a partir da observação de uma resposta deste objeto, ou por meio de uma análise de algum sinal (Krejsa et al. 2015).

Tais problemas são importantes na identificação de vôo de objetos como aviões e mísseis, assim como a trajetória de objetos imersos em água como submarinos, ou até mesmo o caminhamento desenvolvido por algumas espécies de peixes e muitas outras situações. Cita-se como exemplo a separação da fuselagem de um Boeing 737 da Aloha Airlines em 1988, trazendo à tona o problema de envelhecimento e da necessidade de melhor monitoramento das aeronaves (Sohn et al., 2003).

Um Problema Inverso bastante aplicado é o de identificação de heterogeneidades em subsuperfícies. Em geofísica, por exemplo, a falta de homogeneidade pode ser caracterizada como um depósito petrolífero, uma caverna, uma mina, ou uma área contaminada, ocorrida por vazamento de material químico, (Figura 2.2).

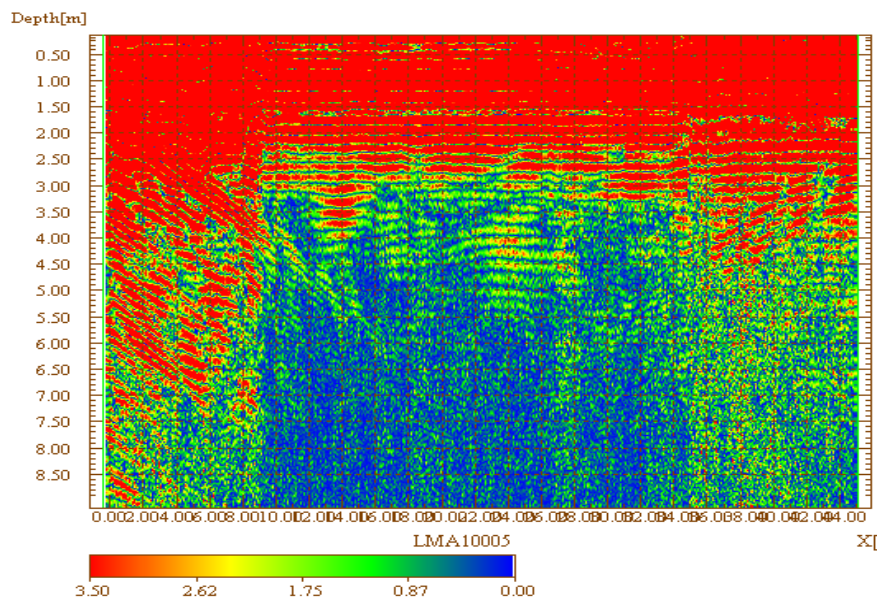


Figura 2.2 – Contaminação caracterizada pela atenuação do sinal (Fonte: CDC Engenharia – Estudos Geofísicos Aplicados a Geotecnia e a Estruturas de Concreto - 2011)

A presença do material indesejado e de características conhecidas atenua a amplitude do sinal refletido, sendo possível delimitar a área (extensão e profundidade) com a presença de contaminante do meio (Figura 2.3).

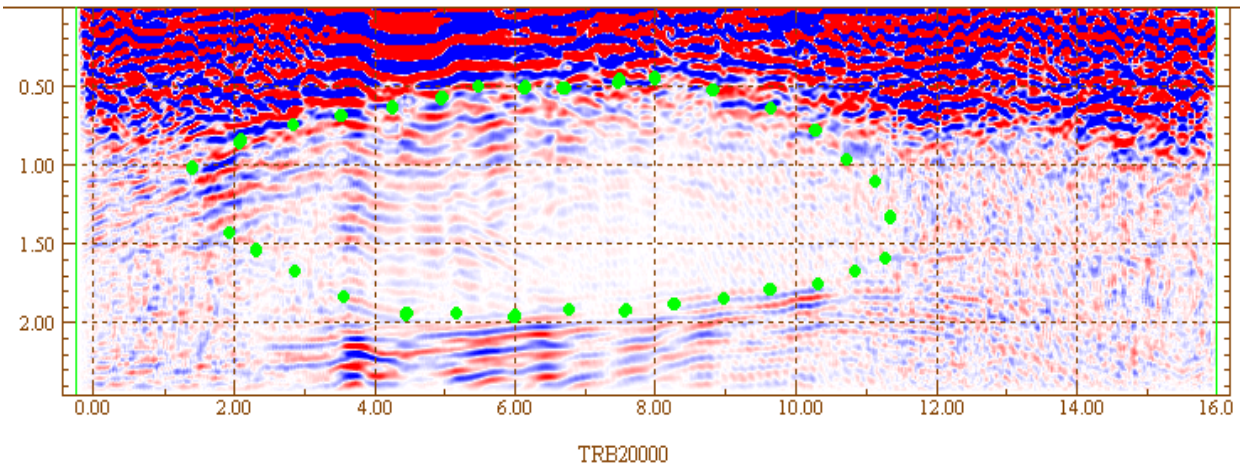


Figura 2.3 – Delimitação da área contaminada (Fonte: CDC Engenharia – Estudos Geofísicos Aplicados a Geotecnia e a Estruturas de Concreto - 2011)

Esse tipo de investigação possui uma imensa importância no desenvolvimento de projetos de grande porte, como podem ser citados os problemas encontrados na construção da rede ferroviária de Integração Oeste-Leste (FIOL), no interior do estado da Bahia onde um de seus lotes de construção foi interrompido pela descoberta de cavernas isoladas que possuíam registros de importantes fósseis pré-históricos. Isso mostra claramente que a ausência de um plano de investigação geofísica pode levar a inviabilidade um projeto.

Na construção civil a investigação não destrutiva pode auxiliar consideravelmente na manutenção e correção de problemas cujas causas não podem ser diretamente identificadas, como por exemplo, o ocorrido no metrô do Rio de Janeiro na localização de fonte geradora de infiltração em uma das paredes de seus túneis, (Figura 2.4).



Figura 2.4 – Identificação externa da infiltração na parede do túnel (Fonte: CDC Engenharia – Estudos Geofísicos Aplicados a Geotecnia e a Estruturas de Concreto - 2011)

Para este caso procedeu-se com uma investigação tomográfica da parede até a profundidade necessária, sendo possível determinar não só a fonte geradora da infiltração, mas como também todo o caminhamento e espalhamento da umidade dentro da considerável espessura do elemento estrutural do túnel, (Figura 2.5).

TOMOGRAFIA FATIADA DA PAREDE ATÉ 70CM DE PROFUNDIDADE

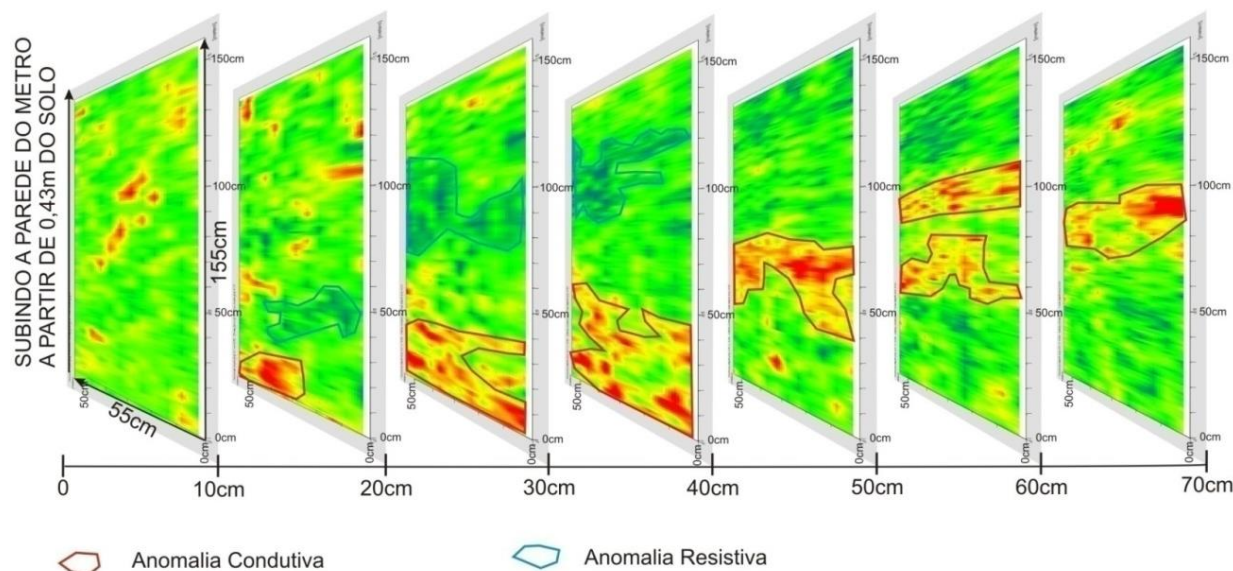


Figura 2.5 – Tomografia fatiada da parede até 70 cm de profundidade. (Fonte: CDC Engenharia – Estudos Geofísicos Aplicados a Geotecnia e a Estruturas de Concreto - 2011)

Na medicina, essas heterogeneidades encontradas, podem representar tumores ou alguma outra espécie de anormalidade, propiciando um diagnóstico cada vez mais rápido, preciso e principalmente com uma intervenção menos agressiva ao paciente.

2.4 – Métodos de Solução de PI.

São vários os métodos atualmente aplicados para a solução dos mais diversos problemas inversos na ciência, como os de análise direta, método dos mínimos quadrados e suas variantes como o dos mínimos quadrados ponderados (Carroll, 2017), decomposição em valores singulares, métodos dos pontos interiores, métodos de regularização (Davidan, 2017) , métodos estatísticos bayesianos (Levy and Mislevy, 2016), aplicações de filtro digitais como os de Kalman (Chen, Zao and Principe, 2017), métodos de minimização de funções como o de *Levenberg-Marquardt* (LM) (Junhong et. all, 2017), Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno (BFGS) (Mokhtari and Alejandro, 2015), Davidon-Flecher-Powell (DFP) (Mamat et. al 2018), os métodos bioinspirados como:

Colônias de Formigas (*ACS – Ant Colony Sistem*) (Wang et. all 2015), Colônia de Morcegos (*BC-Bat Colony*) (Jayabarathi et. all 2017), Redes Neurais Artificiais (*ANN – Artificial Neural Networks*) (Davide et all. 2016), Algoritmos Genéticos (*GA – Genetic Algorithms*) (Kiani and Yildiz, 2015), Transformadas Rápidas de Fourier (FFT) (Kabel,. Merkert, and Schneider, 2015).

Usualmente surgem na literatura científica novas metodologias para tentar resolver Problemas Inversos, nas mais diversas aplicações como, por exemplo, a aplicação de novas funções de regularização usando conceitos de entropia não-extensiva (Campos Velho, 2000).

Aplicações diferentes requerem técnicas diferentes, como por exemplo, análises em baixas frequências ou altas frequências, técnicas baseadas ou não em modelo matemático, modelo linear ou não, métodos analíticos ou heurísticos e aproximação global ou local. Assim, é importante definir as vantagens e limitação de cada técnica.

Os métodos desenvolvidos e aplicados na solução dos Problemas Inversos podem ser classificados, segundo a sua metodologia matemática em determinísticos, estocásticos ou combinatórios.

Entre os determinísticos pode-se citar o de minimização de primeira ordem como o gradiente conjugado, ou da métrica variável e ainda os métodos de segunda ordem como o Levenberg-Marquardt (LM) (Gill et al. 2006). Estes são bem utilizados para minimizar funções objetivo suaves.

Dentre os métodos estocásticos destaca-se o método das redes Bayesianas têm-se a programação dinâmica (Ikezawa et al. 2016) a caminhada randômica (Lee et al., 2009), entre outros. Geralmente estes métodos são mais demorados se comparados com os determinísticos, mas, independem do grau de convexidade das funções objetivo.

Já o método combinatório utiliza-se de correlações finitas de soluções ou objetivos que atendem aos critérios determinados pelas condições de contorno dos problemas estudados. Destaca-se a otimização combinatória. Esta técnica é de elevada complexidade computacional, na

qual são necessárias soluções exatas para uma grande quantidade de problemas combinatórios, os métodos exatos que utilizam Programação Linear Inteira Mista (PLIM) e os metaheurísticos (Martinhon, 2005).

As ANN (*Artificial Neural Networks*), baseadas em modelos naturais, são redes em arranjos de elementos cujo modelo numérico de neurônios artificiais constitui uma combinação linear seguida de uma função de ativação. Procede-se com uma combinação de diferentes caminhos construídos por diversas conexões de pesos distintos, realizando um processamento paralelo (Kalogerakis, 2016).

Em 1975, o Algoritmo Genético (GA) foi desenvolvido (Campos Velho, 2000), muito embora a idéia de computação evolucionária tenha surgido ainda na década de 60. Tais algoritmos baseiam-se na teoria da evolução das espécies de Charles Darwin, em que os indivíduos mais adaptados sobrevivem e transmitem suas características para as gerações posteriores. Aqui os elementos computacionais geram melhores descendentes para que no final sobrevivam os mais aptos selecionados por uma busca estocástica que levem a uma solução ótima do PI.

Os ANN's possuem aplicações ainda mais rápidas que os métodos tradicionais, pois sofrem uma evolução constante da identificação e distribuição dos pesos das conexões. Assim o processo torna-se evolutivo e com isso traz velocidade ao processamento, permitindo também a implementação total em *hardwares*, os chamados neurocomputadores (Guo, Zou, and Chen. 2015).

Uma grande aplicação dos ANNs é a reconstrução e processamento de imagens (Plato e Hofman, 2019) e Raios-X (Monard, Nickl e Paternain, 2018), em que se tem a formação de imagens tridimensionais geradas através da recepção de inúmeros Raios-X oriundos de diversas localizações distintas.

Os sistemas bio-inspirados tem contribuído de maneira significativa para o desenvolvimento de novas técnicas de otimização, que se fundamentam na utilização de uma população de candidatos à solução com estratégias distintas para atualização dessa população, como por exemplo as Colônias de Formigas (ACS), fundamentado no comportamento de formigas durante o processo

de busca por alimento onde estabelecem uma conduta de comunicação pelos feromônios liberados durante o trajeto do percurso (Serapião, 2009).

Esses algoritmos bio-inspirados ou simplesmente inspirados na natureza estão largamente inseridos no campo da ciência chamada de Computação Natural, onde nas últimas décadas o desenvolvimento de técnicas de otimização utilizando a modelagem de sistemas biológicos de solução de Problemas Inversos tem sido amplamente discutido. Dentre as estratégias bio-inspiradas os algoritmos de Colônia de Abelhas (CA) e Colônia de Morcegos (CM), desenvolvidos com a observação do comportamento da busca dos insumos para produção de mel e caça da presa, respectivamente (Lucic e Teodorovic, 2001) e (Yang, 2010).

O método de otimização bio-inspirado do Algoritmo de Colônia de Vagalumes (ACV) se destaca dentre os métodos que não fazem uso de dados do gradiente da função objetivo e aplicado cada vez mais em diversas áreas da ciência (Moreira, 2016).

No campo da bio-engenharia tem se destacado as restaurações de imagens biológicas obtidas com microscópios de força atômica (AFM – Atomic Force Microscopy) (Krieg et al. 2018).

Na engenharia de estruturas têm evoluído diversas pesquisas na determinação de falhas interiores e abertas em elementos estruturais (Bezerra, 1993; Goldbarg, 2000; Aragão, 2000). Portanto, é notável a larga utilização dos algoritmos numéricos computacionais na obtenção da solução de diversos Problemas Inversos.

Muitas destas técnicas de solução de PI associam-se aos algoritmos numéricos computacionais e incorporam etapas auxiliares em soluções sequenciais que utilizam MEC, MEF e MDF. Opondo-se aos métodos experimentais, os quais envolvem altos custos e tempo para sua execução e solução os métodos numéricos como o MEC, MDF e MEF, permitem uma discretização mais refinada do objeto em análise.

Métodos numéricos e experimentais, são empregados em técnicas híbridas para a solução de PIs. Os métodos numéricos tradicionalmente utilizados na solução de PDs na Engenharia por mais

de dois séculos. Porém, apenas nas últimas décadas é que os PIs vêm tomando a atenção da comunidade científica.

Na Engenharia a maioria dos artigos na literatura dedica-se aos Problemas Inversos térmicos, os chamados IHCP (*Inverse Heat Conduction Problems*). Cita-se os trabalhos de González et al. (2008); Wu (2009); Zhang e Delichatsios (2009); Sun, Zhang e Howell (2016); Hunter e Guo (2016); Keshtkar e Amiri (2018), na determinação de propriedades térmicas (Damay et al. 2015; Ye, Zhao, e Quan, 2018).

2.5 – O Problema Inverso de Detecção de Falhas Estruturais

Alterações no comportamento das estruturas induzem em modificações de suas propriedades físicas e nas condições de serviços idealizadas, e por estes motivos podem ser indicadores de presença de danos estruturais. Os primeiros trabalhos científicos que tratam dessa avaliação do comportamento dinâmico de barras com variação de sua rigidez são da década de 40 (Han, Lee e Choi, 2016).

Uma estrutura é dita como danificada quando ela passa por uma alteração em sua rigidez ou, mais geralmente, reduz a sua energia de deformação e, sob esta ótica, o dano altera as frequências naturais da estrutura (Zou et al., 2000).

Somente nos anos 60 é que surge o primeiro trabalho publicado que propõe detalhadamente um método de detecção de danos que utilizam dados como a vibração da estrutura (Behmanesh e Moaveni, 2016). No trabalho citado é feita uma correlação entre o módulo dinâmico, aferindo a curva tensão-deformação da estrutura sob a ação dinâmica de um carregamento com diversos danos inferidos à estruturas de compostos elastoméricos.

O grande crescimento na pesquisa de detecção de danos se deu com a comprovação nos anos 70 que uma simples inspeção visual em estruturas de pontes e de aeronaves não era suficiente para que fosse possível atribuir uma confiabilidade de uso nesses tipos de estruturas civis e aeronáuticas (Yarnold e Moon, 2015).

Trabalhos como os de Bezerra (1993), Marin e Lesnic (2003), Rus e Gallego (2005) na identificação de defeitos em estruturas planares no campo elastostático, Doebling et al.(1996,1998), Salawu (1997), Fanning e Carden (2004) com identificação de danos por meio de dados dinâmicos, Honório e Bezerra (1997) para problemas inversos e além de trabalhos em pórticos Wang et al. (2001), Hussein e Lesnic (2016) e Vu-Bac et al. (2018) tem contribuído para o desenvolvimento de soluções de identificação de danos ou falhas em estruturas.

É comum se encontrar soluções múltiplas para os problemas inversos de detecção de danos. Na busca de se trabalhar com as possíveis múltiplas soluções que satisfazem à problemática inversa algumas técnicas heurísticas são aplicadas em estruturas como as Redes Neurais (Zang e Imregun, 2001; Staszewky, 2002; Hamamoto e Soma, 2003; Lee et. al., 2005, Pierce, Worden e Mason, 2006) e Algoritmos Genéticos (AGs) (Moslem e Nafaspour, 2002; Rao, Srinivas e Murthy, 2004; Sang-Youl e Shi-Chang, 2005), dentre muitas outras estão sendo utilizadas para a resolução do problema de detecção de danos.

Entre as principais dificuldades encontradas na resolução de Problemas Inversos de detecção de danos baseados em modelos está a existência de erros presentes tanto em medidas experimentais extraídas (ruídos nos dados), como em análise com utilização de modelos numéricos, (representando possíveis erros de modelagem, na ordem ou parâmetros do modelo constitutivo).

As técnicas mais utilizadas na detecção de falhas estruturais são as baseadas em modelos analíticos, numéricos, numérico-experimentais ou experimentais. Tais modelos permitem simular, detalhadamente o comportamento de sistemas estruturais e possibilitam a comparação e validação dos resultados destes com os dados obtidos a partir da estrutura real.

As metodologias baseadas em modelos numérico-experimentais, desenvolvidas na década de oitenta, realizam basicamente a comparação entre as respostas experimentais com os resultados obtidos pela análise de modelo numérico da estrutura.

Uma aplicação experimental muito utilizada na Engenharia de Estruturas é a experimentação com solicitações dinâmicas. Segundo Friswell e Penny (1997), as medidas dos dados durante um experimento dinâmico podem ser de três tipos: dados no domínio do tempo, dados no domínio da frequência e dados modais. As medidas dinâmicas realizadas no domínio do tempo, também chamadas de séries temporais, podem ser obtidas a partir de acelerômetros ou de sensores piezoelétricos, que possuem características de caráter digital.

As funções de resposta em frequência (FRFs) obtidas com o conhecimento tanto da excitação dinâmica quanto de sua resposta, a partir de séries temporais e transformadas mediante algoritmos como, por exemplo, o da Transformada Rápida de Fourier (FFT). Para sistemas não lineares é possível se obter as, Transformadas Rápidas de Fourier de ordem superior (HFRFs), utilizadas na detecção de falhas (Pozo e Vidal 2017).

O método que aplica dados modais está ligado à identificação paramétrica de sistemas e tornado, desde a década de 70 em um método bastante utilizado devido a gama de aplicações. Os métodos de dados modais constantes na literatura como Pandey, Biswas e Samman (1991); Fox (1992); Salawu e Willians (1994); Pandey e Biswas (1994 e 1995); Friswell e Mottershead (1995); Jauregui e Farrar (1996); Wahab e De Roeck (1999); Lu, Ren e Zhao (2002); Kim et. al., (2003), Justin et al. (2015) e Park e Kwan (2018) supõe a invariância das frequências naturais, dos fatores de amortecimento, das formas modais em relação a excitação dinâmica aplicada durante a realização dos ensaios reais.

Um dos motivos da popularidade da aplicação de métodos modais na identificação de danos é a redução da quantidade de dados a serem analisados, sem perdas significativas de informação para uma dada faixa de frequência.

As técnicas de utilização de modelos numéricos possuem a vantagem da alta capacidade de identificar falhas por meio da resposta dinâmica global da estrutura, até o nível três de avaliação definido por Rytter (1993) que identifica a posição e a severidade do dano estrutural, podendo ser aplicada tanto para sistemas lineares quanto para sistemas não lineares.

O MEF apesar de ser aplicado amplamente na maioria dos casos de interesse prático por permitir uma boa representação da realidade da estrutura, nem sempre apresenta uma predição exata. Erros e imprecisões podem ocorrer por vários fatores, dentre os quais a realização de estimativas imprecisas das propriedades dos materiais constituintes da estrutura; realização de uma fraca modelagem, emprego de uma malha pouco refinada, omissão do amortecimento ou aplicação de um modelo de amortecimento inapropriado, sendo este último de difícil modelagem no MEF. Contudo, todas essas problemáticas apresentadas podem ser contornadas por ajustes de modelos de elementos finitos.

Baruch (1978) apresentou uma pesquisa pioneira empregando o método modal para um sistema linear juntamente com o ajuste de modelos. Sua formulação baseia-se na minimização da norma euclidiana da diferença entre a matriz de rigidez analítica da estrutura K e a matriz de rigidez ajustada K_a , para isso fez uso dos multiplicadores de Lagrange para calcular a solução explícita da matriz K_a .

Lieven e Ewins (1988) propõem a formulação denominada COMAC (*Coordinate Modal Assurance Criterion*) como metodologia de comparação e correlação entre formas modais obtidos tanto de forma experimental quanto de forma analítica, identificando as coordenadas com falta de correlação. Essa técnica é bastante usada para se identificar regiões de elevadas inconsistências como, por exemplo, aumento de massa.

Filho, Roitman e Magluta (2000), propõem uma solução alternativa para o problema de esparcidade real dos modelos ajustados, como modificação do método de Kabe (1985), conseguindo identificar para quase todos os cenários de pórticos planos analisados as simulações de danos livres de ruídos. Neste trabalho, foi identificado que ocorria, em medições de frequências e formas modais com ruídos simulados, uma grande queda na sensibilidade do método, quando utilizados mais que três modos na verificação.

No trabalho desenvolvido por Kim et al. (2003) foi apresentada uma metodologia que relaciona as variações de energia modal em função das alterações das frequências naturais, indicando a presença de falhas na estrutura. Essa teoria possibilita a identificação de danos.

Contudo, na prática, essa identificação pode ser difícil de ser conseguida pelas incertezas em suas medidas, como por exemplo as frequências naturais e deslocamentos.

Na grande maioria dos métodos apresentados a matriz de massa M não sofre variações. Esta suposição possui grande significado, uma vez como é apresentado por Baruch (1997), as matrizes de massa e rigidez não conseguem ser identificadas simultaneamente com o emprego somente de informações modais, pelo fato de existir para esse problema infinitos conjuntos de soluções e pela dificuldade de se obter frequências naturais de alta ordem, em que para um grande número de frequências estas se aproximam entre si, formando o que é chamado de *clusters*.

A técnica baseada em sinais que empregam unicamente dados experimentais para solucionar o PI de detecção de dano também tem sido desenvolvida, dispensando assim o uso de modelos numéricos como, por exemplo, a Detecção de Anomalias ou Detecção de Eventos Externos (*Novelty Detection* ou *Outliert Detection*) vários outros trabalhos que utilizam essa técnica (Rytter, 1993; Qi et al., 1997; Sohn e Farrar, 2001; Worden e Dulieu-Barton, 2004; Peng e Chu, 2004; Rus et. al., 2004; Leong et. al., 2005; Zhang, 2006).

Com algumas limitações apresentadas por alguns métodos, como problemas de divergência e instabilidades, os métodos heurísticos surgem combinando técnicas clássicas com novos paradigmas da computação, como redes neurais, algoritmos genéticos, teoria dos conjuntos difusos, entre vários. Mares e Surace (1996) baseia-se na aplicação de análise modal conjunta aos Algoritmos Genéticos para detecção de falhas em vigas. Moslem e Nafaspour (2002) aplica Algoritmos Genéticos em treliças 2D. Skrinar (2006) usa o conceito de Algoritmo micro-genético. Learth e Zimmerman (1993) empregam uma rede neural conhecida como *Multilayer Backpropagation (BP)* na identificação de falhas em vigas em balanço modelada com quatro elementos finitos utilizando as duas primeiras frequências naturais. Estes trabalhos mostram alguns dos diversos trabalhos que fazem uso da metodologia heurística.

Na identificação de falhas em estruturas, a localização de danos internos tem seguido basicamente duas vertentes, a elastostática e a elastodinâmica. Como mostrado pelos trabalhos como Moslem e Nafaspour (2002) e Skrinar (2006), tem se dado a preferência pelas formulações

elastodinâmicas com a análise das frequências e modos de vibração da estrutura realizando uma avaliação comparativa.

Segundo Doebling, Farrar e Prime (1998), a análise de danos não possui significado sem que uma avaliação comparativa seja realizada entre dois estados distintos do sistema estrutural, em que quase sempre um deles, admitido geralmente como inicial, é o seu estado intacto.

Contudo, apesar da grande quantidade de trabalhos direcionados para a aplicação de dados dinâmicos, nota-se vários problemas que ainda se encontram presentes nessas formulações, dentre os quais podemos colocar o fato de que algumas formulações numéricas não simulam as reais características dinâmicas da estrutura quando verificadas com as apresentadas em uma instrumentação prática da estrutura analisada.

Outro problema apresentado por algumas formulações dinâmicas é que as frequências naturais e os modos de vibração são comportamentos globais da estrutura, muitas vezes utilizados por métodos pouco robustos que se deparam com dificuldades em representar tais tratamentos de dados dinâmicos globais como representação de danos locais. Estruturas com elevada rigidez apresentam grandes dificuldades na obtenção dos modos de vibração, o que gera certa restrição no uso de métodos de testes modais. Na formulação de alguns métodos são necessários a aplicação de muitos modos de vibração, inclusive de alta ordem, sendo um complicador se aplicado na prática, devida a dificuldade de obtenção destes.

O uso de análise estática conjuntamente com a análise dinâmica, propicia uma redução desses problemas apresentados pela simplicidade e facilidade de execução prática em se obter dados estáticos.

Nesse trabalho tenta-se unificar as vertentes de respostas elastostáticas e elastodinâmicas em diversas assinaturas estruturais chamadas aqui de funções objetivo para resolver o PI de identificação de falhas ou danos estruturais.

Associadas às diversas funções objetivo são utilizadas distintas estratégias de buscas para que seja possível avaliar suas potencialidades em função das condições que envolvem o problema em uma estrutura de placa.

A aplicação do Problema Inverso em estruturas em placas possibilita a adoção de elementos finitos superficiais considerando o uso das rotações além das translações como respostas estáticas nas funções objetivo, colocando-as em novos testes e sob novas condições de sensibilidade estrutural.

Além disso, a utilização de métodos numéricos na identificação de danos em estruturas se faz eficiente no auxílio dos métodos convencionais, reduzindo assim a região de factibilidade de presença dessa falha ou dano, podendo assim otimizar custos operacionais. Com isso orientou-se à aplicação em placas para que possam ser úteis em tabuleiros de pontes, viadutos e passarelas ou até mesmo em lajes de edifícios de grades dimensões.

Então as formulações desenvolvidas possibilitam a aplicação dos métodos propostos em qualquer tipo, espessura, geometria de placa ampliando o campo de aplicação prática na Engenharia estrutural.

3 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Conforme apresentado no capítulo anterior, nos mais variados campos da Engenharia são aplicados Problemas Inversos em inúmeras situações práticas, com as mais diversas utilizações de métodos numéricos, algoritmos de otimização de forma a buscar a melhor solução para um problema.

Na proposta deste trabalho o problema a ser estudado é o de identificação e localização de danos em estruturas de placas, nível 03, que como dito, representa na Engenharia a necessidade de se minimizar uma área com possibilidade de presença de danos internamente posicionados em seus elementos estruturais, extremamente aplicável na realidade.

Assim, são abordadas as teorias de placas e aplicação do desenvolvimento matemático destes danos nos elementos discretizados pelo Método dos Elementos Finitos bem como o desenvolvimento da teoria de dinâmica das estruturas para a análise elastodinâmica.

Assim, faz-se uma abordagem da fundamentação teórica da estrutura e deste elemento com aplicação matemática nos elementos de placa utilizando o *software* de análise estrutural ANSYS®.

3.1 – O Elemento Finito de Placa

A formulação do elemento finito de placa aqui adotado (*Plate Element*), elemento disponível na biblioteca do *software* ANSYS®, está baseada na teoria das placas e inclui deformações e cisalhamentos transversais, onde os deslocamentos sobre o eixo vertical z e duas rotações θ_x e θ_y são as variáveis nodais desconhecidas (Figura 3.3).

Uma placa é uma estrutura que se caracteriza por possuir uma dimensão muito menor se comparada as duas outras dimensões; $l_z \ll l_x$ e l_y , sendo l_z a espessura da placa. Toda placa é composta por três elementos básicos que são: A superfície de referência, seus vértices e sua espessura, (Figura 3.1).

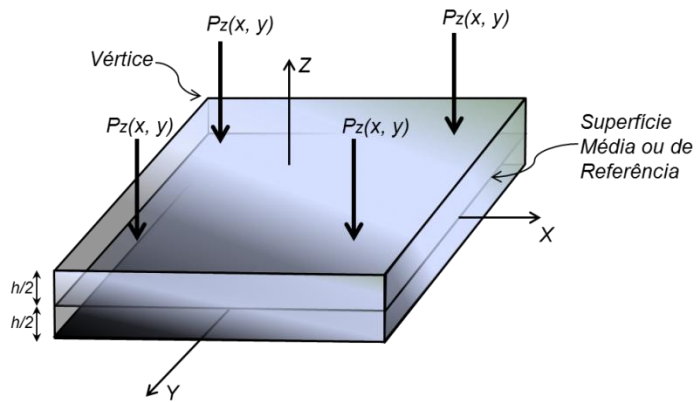


Figura 3.1 – Elementos básicos de uma placa

Considerando o estudo de placas finas, aplicam-se as hipóteses de Kirchhoff em que as deflexões são pequenas se comparadas com a sua espessura. A tensão normal transversal é desprezível e as normais à superfície de referência indeformada da placa continuam normais à superfície de referência deformada e não sofrem variação em seu comprimento (Figura 3.2).

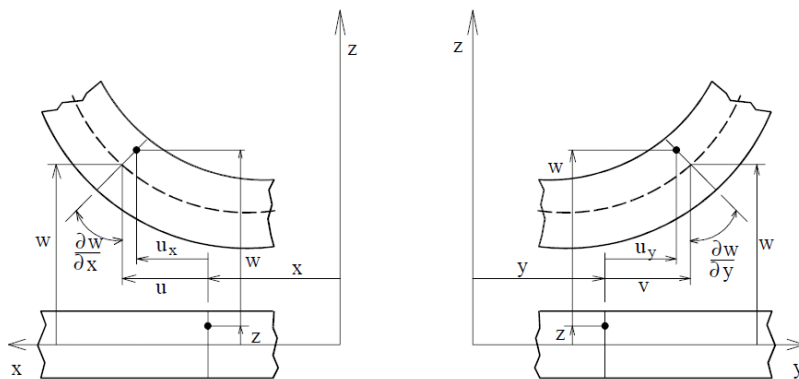


Figura 3.2 – Hipótese de deformações a placa de Kirchhoff (Bathe, 1996).

Essa teoria se utiliza do pressuposto que o material da superfície média do elemento tenha em seus pontos de coordenadas x , y e z , pequenas deslocamentos por flexão (Voyiadjis e Panera, 1991; Ebrahimi e Sepiani, 2010) como apresentados pelas Equações (3.1) a (3.3) que representam um campo de deslocamentos aproximados.

$$\mathbf{u}_x(x, y, z) \cong \boldsymbol{\mu}(x, y) = -z\beta_x(x, y); \quad (3.1)$$

$$\mathbf{u}_y(x, y, z) \cong \mathbf{v}(x, y) = -z\beta_y(x, y); \quad (3.2)$$

$$\mathbf{u}_z(x, y, z) \cong \mathbf{w}(x, y) = \mathbf{w}(x, y) \quad (3.3)$$

onde $\boldsymbol{\mu}(x, y)$ e $\mathbf{v}(x, y)$ são os deslocamentos axiais de um ponto (x, y, z) , $\mathbf{w}(x, y)$ é o deslocamento transversal de um ponto $(x, y, 0)$ e β_x e β_y são as rotações na seção média da superfície dos planos xz e yz , respectivamente, como mostrado na Figura 3.3. Pela teoria de placas de Kirchhoff as deformações, rotações, por cisalhamento são dadas por:

$$\beta_x = \frac{\partial w_x}{\partial x} \quad \text{e} \quad \beta_y = \frac{\partial w_y}{\partial y} \quad (3.4)$$

Considerando o elemento de placa da Figura 3.1, é representada a variação linear em função da espessura das deformações ε_{xx} , ε_{yy} e γ_{xy} da em função de β_x e β_y .

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = -z \begin{bmatrix} \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

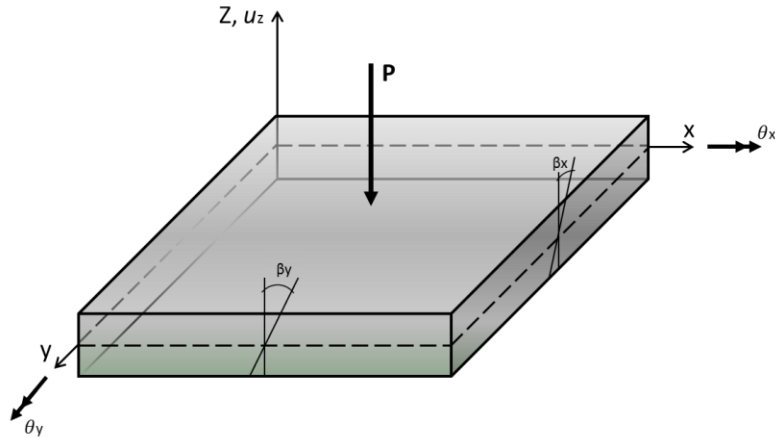


Figura 3.3 – Deformações no elemento de placa (Bathe, 1996)

As componentes de deformações transversais γ_{xz} e γ_{yz} para pequenas variações, onde sua seção transversal pode ser considerada normal ao seu eixo longitudinal são consideradas constantes ao longo da espessura da placa.

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} - \beta_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} - \beta_y \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

A rotação total do plano originalmente normal à linha neutra da placa é dada pela deformação transversal w e pela constante de deformação de cisalhamento γ da seção transversal placa.

$$\beta = \frac{dw}{dx} - \gamma \quad (3.7)$$

sendo τ e G a tensão e o módulo de elasticidade transversal do material, respectivamente e V a solitação cisalhante submetida na peça de seção transversal A_s .

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad e \quad \tau = \frac{V}{A_s} \quad (3.8)$$

Assim, o estado de tensões no elemento finito de placa de material isotrópico corresponde ao plano de tensões onde $\tau_{zz} = 0$:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = -z \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

e

$$\begin{bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} - \beta_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} - \beta_y \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Considerando, desta forma, para o elemento finito de placa, a Equação 3.11 define a formulação do princípio dos trabalhos virtuais, sendo p equivalente ao carregamento transversalmente aplicado ao plano médio da espessura do elemento de placa por unidade de área A .

$$\int_A \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \bar{\epsilon}_{xx} & \bar{\epsilon}_{yy} & \bar{\gamma}_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz dA + k \int_A \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_{xz} & \bar{\gamma}_{yz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} dz dA = \int_A \bar{w} p dA \quad (3.11)$$

O parâmetro k é o fator que expressa a relação entre as seções transversais com e sem aplicação do carregamento: $k = \frac{A_c}{A}$, com valor prático geralmente empregado de 5/6 (Bathe, 1996).

Substituindo as Equações (3.5) e (3.6) e as Equações (3.9) e (3.10) na Equação (3.11), se obtêm a expressão que relacionam os esforços de flexão $C_b k$ e os cisalhamentos internos $C_s \gamma$ pela Equação (3.12).

$$\int_A \bar{k}^T C_b k dA + \int_A \bar{\gamma}^T C_s \gamma dA = \int_A \bar{w} p dA \quad (3.12)$$

onde

$$k = \begin{bmatrix} \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x} \end{bmatrix}; \quad e \quad \gamma = \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} - \beta_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} - \beta_y \end{bmatrix} \quad (3.13) \text{ e } (3.14)$$

e

$$C_b = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}; \quad e \quad C_s = \frac{Ehk}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15) \text{ e } (3.16)$$

onde:

O indicador variacional correspondente a Equação (3.11) pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_A \int_{-h/2}^{h/2} [\bar{\epsilon}_{xx} \quad \bar{\epsilon}_{yy} \quad \bar{\gamma}_{xy}] \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} dz dA \\ & + \frac{k}{2} \int_A \int_{-h/2}^{h/2} [\bar{\gamma}_{xz} \quad \bar{\gamma}_{yz}] \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} dz dA - \int_A \bar{w} p dA \end{aligned} \quad (3.17)$$

Com as deformações dadas pelas Equações 3.5 e 3.6 o princípio dos trabalhos virtuais corresponde a adotar $\delta\Pi = 0$ com os respectivos deslocamentos transversais w e as rotações β_x e β_y , variáveis e dependentes.

Na discretização dos elementos finitos de placa é utilizado:

$$w = \sum_{i=1}^q \mathbf{h}_i w_i; \quad (3.18a)$$

$$\beta_x = - \sum_{i=1}^q \mathbf{h}_i \theta_y^i; \quad (3.18b)$$

$$\beta_y = \sum_{i=1}^q \mathbf{h}_i \theta_x^i \quad (3.18c)$$

em que \mathbf{h}_i são as funções de interpolação do elemento e q o número de nós do elemento. Com as interpolações é possível proceder de maneira usual e todos os conceitos de elementos finitos isoparamétricos aplicados diretamente.

3.1.1 – Elemento Quadrilátero Isoparamétrico

Seja a Figura 3.4 uma estrutura plana discretizada com elementos quadriláteros (Figura 3.5) que traz um problema plano onde a terceira dimensão z , representa a espessura da placa para um caso do estado plano de tensões.

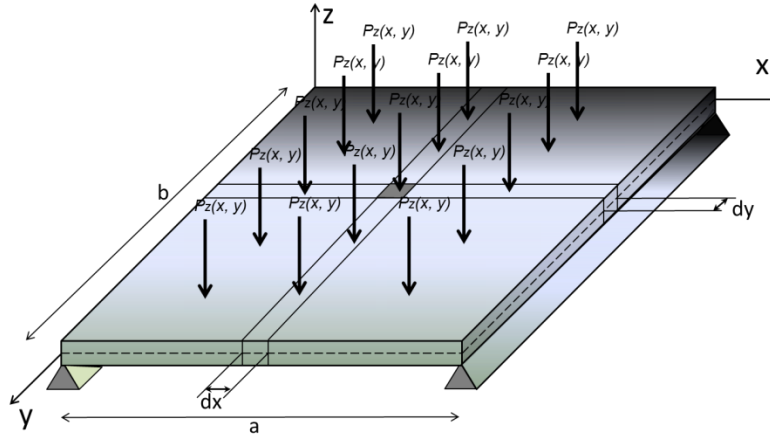


Figura 3.4 – Estrutura planar

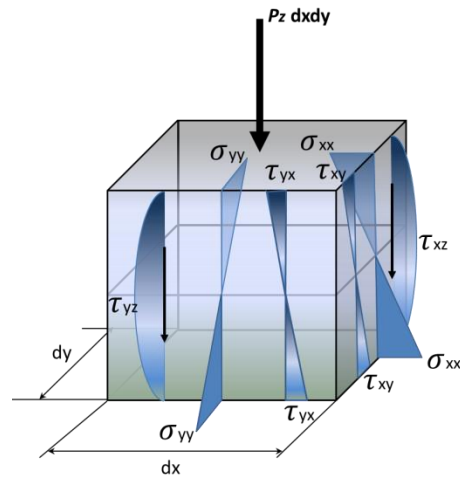


Figura 3.5 – Distribuição de tensões no elemento

As funções de interpolação h_i para o elemento quadrilátero isoparamétrico utilizado na discretização das placas modeladas nesse trabalho, geram uma matriz $\mathbf{H}_{2 \times 8}$, chamada de matriz de função de interpolação, composta por funções h_i , $i=1, \dots, 4$, definidas, em termos das coordenadas locais s e t do elemento, Figura 3.6.

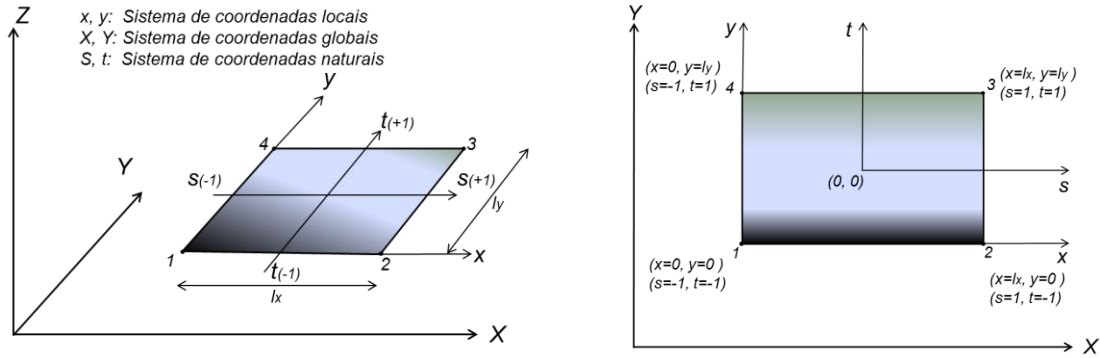


Figura 3.6 – Exemplo de coordenadas s e t do elemento mestre.

As Equações 3.19 a 3.22 mostram as funções de interpolação onde as coordenadas s e t do elemento são adimensionais, vistas suas alterações geométricas na Figura 3.7.

$$h_1 = \frac{1}{4}(1-s)(1-t) \quad (3.19)$$

$$h_2 = \frac{1}{4}(1+s)(1-t) \quad (3.20)$$

$$h_3 = \frac{1}{4}(1+s)(1+t) \quad (3.21)$$

$$h_4 = \frac{1}{4}(1-s)(1+t) \quad (3.22)$$

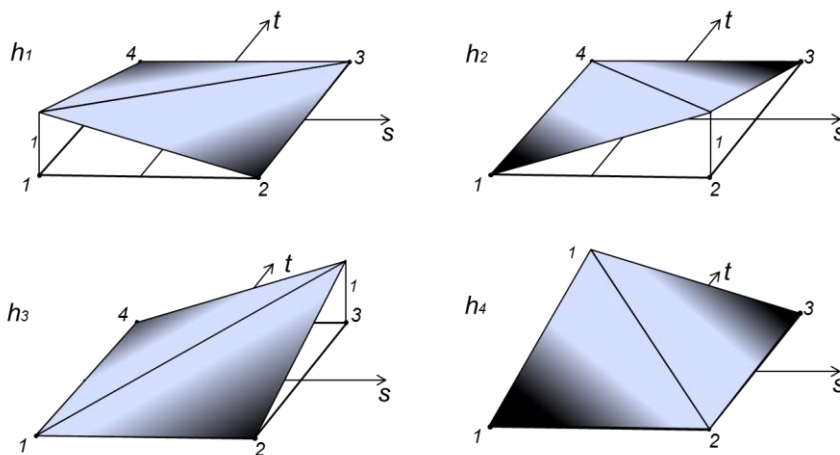


Figura 3.7 – Variações de forma do elemento quadrilátero isoparamétrico.

A geometria, ou seja, as coordenadas x e y de qualquer ponto do elemento podem ser expressas como na Equação em 3.18, com $q=4$.

A distribuição das funções de interpolação h_1 a h_4 podem ser representadas em coordenadas globais de forma matricial.

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix} \quad (3.23)$$

O conceito de elemento isoparamétrico permite que as coordenadas x e y e os seus deslocamentos sejam ambos aproximados pelas mesmas funções de interpolação.

Como as funções de interpolação \mathbf{h}_i são escritas em termos das coordenadas locais s e t se expressa as deformações.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \beta_x}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial \beta_x}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x} \\ \frac{\partial \beta_y}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial y} \\ \left(\frac{\partial \beta_x}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} + \frac{\partial \beta_x}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial \beta_y}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial \beta_y}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x} \right) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

então as funções de interpolação h_i em relação a s e t ficam:

$$\frac{\partial \mathbf{h}_i}{\partial s} = \frac{\partial \mathbf{h}_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial \mathbf{h}_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}_i}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{h}_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{h}_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} \quad (3.26)$$

que podem ser representadas, na forma matricial, por:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial s} \\ \frac{\partial}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix}; \quad (3.27)$$

onde a matriz J é chamada de matriz Jacobiana e resolvendo a Equação 3.27 para $\frac{\partial}{\partial x}$ e $\frac{\partial}{\partial y}$, se tem:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial s} \\ \frac{\partial}{\partial t} \end{pmatrix} = \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial x}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial s} \\ \frac{\partial}{\partial t} \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

sendo $|J|$ o determinante da matriz Jacobiana, chamado de Jacobiano, dado por:

$$|J| = \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial y}{\partial t} - \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial s} \quad (3.29)$$

Desenvolvendo $\frac{\partial x}{\partial s}$, por exemplo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{1}{4} (1-s)(1-t)x_1 + \frac{1}{4} (1+s)(1-t)x_2 + \frac{1}{4} (1+s)(1+t)x_3 \right. \\ \left. + \frac{1}{4} (1-s)(1+t)x_4 \right] \end{aligned} \quad (3.30)$$

Resultando em:

$$\frac{\partial x}{\partial s} = -\frac{1}{4} (1-t)x_1 + \frac{1}{4} (1-t)x_2 + \frac{1}{4} (1+t)x_3 - \frac{1}{4} (1+t)x_4 \quad (3.31)$$

Analogamente:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{1}{4}(1-s)y_1 - \frac{1}{4}(1+s)y_2 + \frac{1}{4}(1+s)y_3 + \frac{1}{4}(1-s)y_4 \quad (3.32)$$

Então, $|J|$ é calculado como:

$$|J| = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[\left(\frac{\partial h_i}{\partial s} x_i \frac{\partial h_j}{\partial t} y_j \right) - \left(\frac{\partial h_i}{\partial t} x_i \frac{\partial h_j}{\partial s} y_j \right) \right]; \quad (3.33)$$

$$|J| = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[x_i \left(\frac{\partial h_i}{\partial s} \frac{\partial h_j}{\partial t} - \frac{\partial h_i}{\partial t} \frac{\partial h_j}{\partial s} \right) y_j \right] \quad (3.34)$$

E fazendo i variar de 1 a 4 e j de 1 a 4 para cada i , obtém-se $|J|$ em notação matricial como expresso por:

$$|J| = \frac{1}{8} \{x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4\} \begin{bmatrix} 0 & 1-t & -s-t & -1+s \\ -1+t & 0 & 1+s & -s-t \\ s-t & -1-s & 0 & 1+s \\ 1-s & s+t & -1-t & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix} \quad (3.35)$$

Portanto:

$$\begin{aligned} |J| = \frac{1}{8} \{ & (x_1 - x_3)(y_2 - y_4) - (x_2 - x_4)(y_1 - y_3) \\ & + s[(x_3 - x_4)(y_1 - y_2) - (x_1 - x_2)(y_3 - y_4)] \\ & + t[(x_2 - x_3)(y_1 - y_4) - (x_1 - x_4)(y_2 - y_3)] \} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Dessa forma se pode escrever:

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{1}{|J|} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial s}{\partial s} - \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} \right) = \frac{1}{|J|} \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{1}{|J|} \left(\sum_{i=1}^4 \frac{\partial h_i}{\partial t} y_i \right) \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial s}{\partial y} = -\frac{1}{|J|} \left(\sum_{i=1}^4 \frac{\partial h_i}{\partial t} x_i \right) \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial t}{\partial x} = -\frac{1}{|J|} \left(\sum_{i=1}^4 \frac{\partial h_i}{\partial t} y_i \right) \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial t}{\partial y} = -\frac{1}{|J|} \left(\sum_{i=1}^4 \frac{\partial h_i}{\partial s} x_i \right) \quad (3.40)$$

Aplicando o desenvolvimento do Jacobiano, as deformações podem ser expressas como por exemplo a ϵ_{xx} .

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{|J|} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[w_{xi} \left(\frac{\partial h_i}{\partial s} \frac{\partial h_j}{\partial t} - \frac{\partial h_i}{\partial t} \frac{\partial h_j}{\partial s} \right) \right] \quad (3.41)$$

Assim as deformações ϵ_{xx} , ϵ_{yy} e γ_{xy} em forma matricial ficam:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} & B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{w} \quad (3.42)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{x} \mathbf{w} \quad (3.43)$$

onde \mathbf{B} é uma matriz cujos elementos possuem a forma:

$$B_{11} = \frac{1}{8|J|} (y_{24} - y_{34}^s - y_{23}^t) \quad (3.44)$$

$$B_{12} = \frac{1}{8|J|} (-y_{13} - y_{34}^s - y_{14}^t) \quad (3.45)$$

$$B_{13} = \frac{1}{8|J|} (-y_{24} + y_{12}^s - y_{14}^t) \quad (3.46)$$

$$B_{14} = \frac{1}{8|J|} (y_{13} - y_{12}^s + y_{23}^t) \quad (3.47)$$

$$B_{21} = \frac{1}{8|J|} (-x_{24} - x_{34}^s - x_{23}^t) \quad (3.48)$$

$$B_{22} = \frac{1}{8|J|} (x_{13} - x_{34}^s - x_{14}^t) \quad (3.49)$$

$$B_{23} = \frac{1}{8|J|} (-x_{24} + x_{12}^s - x_{14}^t) \quad (3.50)$$

$$B_{24} = \frac{1}{8|J|} (x_{13} - x_{12}^s + x_{23}^t) \quad (3.51)$$

onde $x_{ij} = x_i - x_j$ e $y_{ij} = y_i - y_j$

3.2 – Aplicações da Dinâmica Via Métodos dos Elementos Finitos

A Equação geral da dinâmica que representa o comportamento do movimento de qualquer sistema estrutural de n graus de liberdade é dada pela Equação matricial que estabelece uma relação das excitações externas com as características físicas na Equação 3.52:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}_{ext}(t) \quad (3.52)$$

onde \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, pertencentes a um espaço $\mathfrak{R}^{n \times n}$ e os vetores $\ddot{\mathbf{u}}(t)$, $\dot{\mathbf{u}}(t)$, e $\mathbf{u}(t) \in \mathfrak{R}^n$ os respectivos vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos que geram as forças internas de inércia, $\mathbf{f}_i(t)$, de amortecimento, $\mathbf{f}_d(t)$

e a força elástica, $f_s(t)$ da estrutura submetida a uma excitação dinâmica externa como apresentado pelas Equações 3.53 a 3.55.

$$f_i(t) = M\ddot{u}(t) \tag{3.53}$$

$$f_d(t) = C\dot{u}(t) \tag{3.54}$$

$$f_s(t) = Ku(t) \tag{3.55}$$

Portanto, para o equilíbrio dinâmico num instante t se tem:

$$f_i(t) + f_d(t) + f_s(t) = f_{ext}(t) \tag{3.56}$$

Com o conhecimento da geometria global da estrutura, de suas propriedades e dos elementos finitos utilizados na discretização é possível se calcular as matrizes de massa e rigidez M e K . Já a matriz de amortecimento C é obtida por meio de observações físicas de aplicações matemáticas. É com a modelagem da matriz de amortecimento C , da inserção de amortecimentos viscosos que é possível a aquisição das vibrações transientes observadas experimentalmente, como, por exemplo, na Figura 3.8.

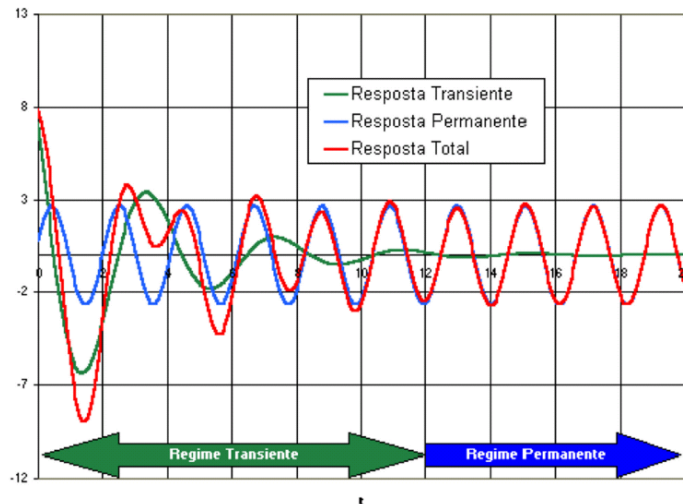


Figura 3.8 – Exemplo de comportamento dinâmico de estruturas sob amortecimentos.

O amortecimento de uma estrutura é um parâmetro de difícil modelagem numérica e quantificação de seus verdadeiros mecanismos, isso por que depende da estrutura como um todo e não uma propriedade particular de seus elementos estruturais, tornando-se assim quase impossível de montar a matriz de amortecimento \mathbf{C} da mesma maneira e facilidade que são construídas as matrizes de massa \mathbf{M} e de rigidez \mathbf{K} . Assim algumas hipóteses são desenvolvidas para que se tenha uma matriz de amortecimento \mathbf{C} como o amortecimento de *Rayleigh*, uma das mais adotadas na literatura clássica dos MEF é desenvolvida por:

$$\mathbf{C} = \alpha_m \mathbf{M} \quad (3.57)$$

$$\mathbf{C} = \beta_k \mathbf{K} \quad (3.58)$$

$$\mathbf{C} = \alpha_m \mathbf{M} + \beta_m \mathbf{K} \quad (3.59)$$

Portanto a matriz de amortecimento \mathbf{C} pode ser obtida através das matrizes de massa \mathbf{M} e rigidez \mathbf{K} , por meio de constantes de proporcionalidade α_m e β_k , na proposição de que o amortecimento está distribuído proporcionalmente sobre toda a estrutura assim como a massa e a rigidez.

Na prática as Equações 3.57 e 3.58 são pouco utilizadas, já que um maior controle modal e obtenção pode ser realizado por meio do uso da Equação 3.59, também denominado de amortecimento de *Rayleigh*, proporcionando uma maneira simples e matematicamente conveniente.

3.2.1 – O problema de Autovalores em Vibrações Livres não Amortecidas.

Um sistema estrutural é dito sob condições de vibrações livres e não amortecidas quando a sua matriz de amortecimento é nula e não há excitação dinâmica externa, ou seja: $\mathbf{C}=0$ e $\mathbf{f}_{ext}(t)=0$, o que se obtém a partir da Equação 3.49 a seguinte expressão:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = 0 \quad (3.60)$$

A Equação 3.60 possui a solução geral como:

$$\mathbf{u}(t) = A\text{sen}(\omega_n t) + B\text{cos}(\omega_n t) \quad (3.61)$$

As constantes A e B são determinadas em função das condições iniciais $t=0$.

$$\mathbf{u}(0) = B; \quad \dot{\mathbf{u}}(0) = \omega A; \quad \ddot{\mathbf{u}}(0) = -\omega_n^2 B \quad (3.62)$$

Para $\mathbf{u}(0) = \mathbf{u}_0$ e $\dot{\mathbf{u}}(0) = 0$

$$\Rightarrow A = 0 \text{ e } B = u_0 \Rightarrow \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_0 \text{cos}(\omega_n t) \quad (3.63)$$

Para $\mathbf{u}(0) = u_0$ e $\dot{\mathbf{u}}(0) = v_0$

$$\Rightarrow A = \dot{\mathbf{u}}(0) / \omega_n \text{ e } B = 0 \Rightarrow \mathbf{u}(t) = \dot{\mathbf{u}}(0) / \omega_n \text{sen}(\omega_n t) \quad (3.64)$$

Para $\mathbf{u}(0) = \mathbf{u}_0$ e $\dot{\mathbf{u}}(0) = \dot{u}_0$

$$\Rightarrow A = \dot{u}_0 / \omega_n \text{ e } B = u_0 \Rightarrow \mathbf{u}(t) = \dot{u}_0 / \omega_n \text{sen}(\omega_n t) + u_0 \text{cos}(\omega_n t) \quad (3.65)$$

Com isso a solução pode também ser expressa.

$$\mathbf{u}(t) = \rho \text{cos}(\omega_n t + \theta) \quad (3.66)$$

Para uma amplitude ρ , ângulo de fase da função senoidal θ , e frequência natural de vibração ω .

$$\rho = \sqrt{u_0^2 + \left(\frac{\dot{u}_0}{\omega_n}\right)^2} \quad (3.67)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-\dot{u}_0}{\omega_n \cdot u_0} \right) \quad (3.68)$$

A interpretação matemática da amplitude ρ e ângulo de fase θ pode ser observada na Figura 3.9.

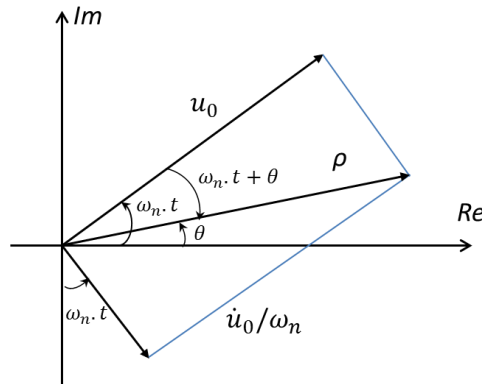


Figura 3.9 – Interpretação matemática da amplitude e da fase.

Substituindo a Equação 3.66 na segunda derivada da Equação 3.60 se resulta numa equação matricial que relaciona as matrizes de massa \mathbf{M} e de rigidez \mathbf{K} com agora não com os vetores de acelerações $\ddot{\mathbf{u}}(t)$ e deslocamentos $\mathbf{u}(t)$, mas com as frequências de vibração livre ω .

$$[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] \rho \cos(\omega_n t + \theta) = 0 \quad (3.69)$$

sendo a Equação 3.66 válida $\forall t$, escreve-se:

$$\mathbf{K}q = \omega^2 \mathbf{M}q \quad (3.70)$$

Descreve-se, portanto um problema da álgebra linear também conhecido na Engenharia como um problema de autovalor linearizado. Um sistema desenvolvido com n graus de liberdade fornece n valores de ω^2 reais positivos que representam o quadrado as frequências naturais de vibração. Em um sistema de um grau de liberdade, ou seja, $n=1$ se tem $q = m\omega^2/k$ ou então: $\omega = (k/m)^{1/2}$.

Algumas particularidades das condições das matrizes de massa \mathbf{M} e de rigidez \mathbf{K} merecem atenção, como por exemplo: A singularidade da matriz de massa \mathbf{M} determina que se tenha um ou mais autovalores infinitos, ao passo que uma singularidade da matriz \mathbf{K} indicará um ou mais autovalores nulos.

Verifica-se, portanto, que a cada autovalor, ω^2 , ou seja, frequência natural de vibração existe um autovetor q correspondente que representa as formas modais de vibração, ou simplesmente modos de vibração.

São vários os métodos numéricos utilizados para se obter a solução da Equação de autovalor generalizado. Equação 3.70: Os métodos de transformação, empregados geralmente quando as matrizes de massa \mathbf{M} e de rigidez \mathbf{K} são de pequena ordem, ou seja, para sistemas estruturais com pequenos graus de liberdade, como os de *Jacobi* e *Householder*, bastante empregado para soluções de estruturas bi-dimensionais, como treliças, por exemplo, (Weaver e Johnston, 1987).

A resposta da vibração livre, na ausência de excitação, não amortecida é um harmônico simples com frequência $f = \omega_n/2\pi$ ou período $T = 2\pi/\omega_n$. Figura 3.10.

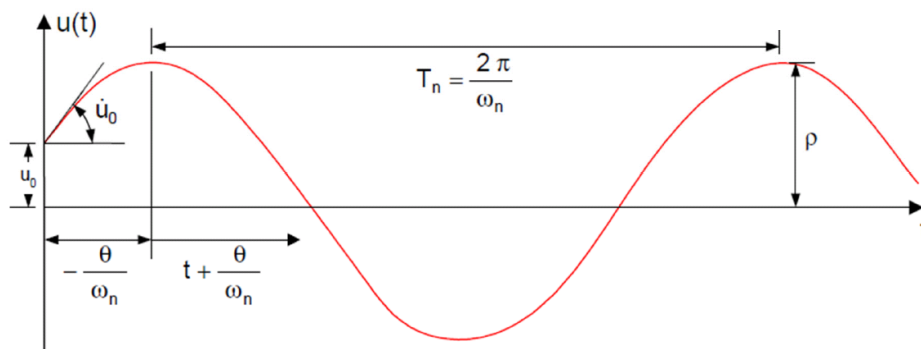


Figura 3.10 – Oscilador harmônico do sistema não amortecido.

4 – INTEGRIDADE ESTRUTURAL

Neste capítulo será desenvolvida a matemática aplicada para que seja possível a técnica de inspeção, inclusive considerando as alterações nas características estáticas e dinâmicas da estrutura decorrente da presença do dano.

São apresentadas também as Funções Objetivo analisadas juntamente com a verificação do domínio matemático daquelas funções que apresentam estruturas matemáticas em quociente, de modo que se comprove não haver indeterminações numéricas.

É mostrado o processo de contaminação dos dados, aqui realizado de forma contínua de modo a representar um monitoramento em tempo real (contínuo) dos parâmetros estático e dinâmicos da estrutura.

E por fim a interferência dos danos internos presentes em elementos estruturais de placas.

4.1 – A Técnica de Inspeção

O método de identificação aplicado neste trabalho assume que o domínio real da estrutura de placa não é totalmente conhecido, tendo em vista que não se conhece a posição e a magnitude da falha na placa. Portanto, sua localização, extensão e severidade são desconhecidas.

São aplicados algoritmos que procedem distintamente a busca falha por meio da utilização de variadas funções objetivo que possam caracterizar o comportamento da estrutura e avaliar a potencialidade de cada uma destas funções objetivo conjuntamente com o método de busca para cada exemplo estudado.

O dano em uma estrutura possui a propriedade básica de alterar características físicas importantes, tais como: a rigidez e a massa, considerados dentro da proposta de modelagem do dano pelo Método dos Elementos Finitos.

Assim, um vetor contendo características do dano é introduzido na modelagem numérica da estrutura que interfere nas propriedades de cada elemento finito do modelo. Dessa forma, um elemento finito pode ser considerado “danificado”, quando suas características são distintas dos demais elementos, permitindo com isso obtenção do vetor que contém os parâmetros de dano inseridos no modelo.

A rigidez do elemento danificado pode ser expressa em função do elemento intacto:

$$[\mathbf{K}^e]_d^i = \alpha_{k,i}[\mathbf{K}^e]_0^i, \quad i = 1, \dots, n \quad (4.1)$$

sendo n o número de elementos finitos, $[\mathbf{K}^e]_d^i$ a rigidez do i -ésimo elemento finito danificado na estrutura e $[\mathbf{K}^e]_0^i$ a rigidez do i -ésimo elemento finito intacto, $\alpha_{k,i}$ é o i -ésimo parâmetro de severidade do i -ésimo elemento finito, ele representa a espessura da falha interna.

É considerada uma espessura média da falha, dentro do elemento quadrilátero isoparamétrico. Em um modelo gerado através de uma malha, pode-se identificar dentre todos os elementos finitos quais estão submetidos ao parâmetro $\alpha_{k,i}$, definindo assim um conjunto de possíveis características do dano como geometria e grau de severidade.

Como os elementos finitos que constituem a falha possuem as mesmas características físicas do material da estrutura, pode-se definir que o parâmetro $\alpha_{m,i}$ que incide sobre a variação da matriz de massa dos elementos danificados, inserindo uma perda de material, uma vez que a hipótese de dano ocupa toda a área ($a \times b$) do elemento quadrilátero sendo expressa como:

$$[\mathbf{M}^e]_d^i = \alpha_{m,i}[\mathbf{M}^e]_0^i, \quad i = 1, \dots, n \quad (4.2)$$

sendo $[\mathbf{M}^e]_d^i$ a matriz de massa do i -ésimo elemento finito danificado na estrutura e $[\mathbf{M}^e]_0^i$ a matriz de massa do i -ésimo elemento finito intacto,

Os valores do parâmetro α_i variam segundo o intervalo $[0,1)$, ou seja, se adotados como nulos, $\alpha_{m,i} = 0$, significa que o dano assume toda a espessura do elemento finito, deixando de caracterizar um dano interno e sim um elemento vazado na placa e caso $\alpha_{m,i} = 1$ o elemento está teoricamente intacto.

Matematicamente o intervalo de $\alpha_{m,i}$ pode ainda ter o seu limite superior maximizado, ou seja, admitido valores superiores a 1 (um) no algoritmo, podendo representar em uma situação particular um reforço no material constituinte do elemento. Porém essa hipótese não é adotada neste trabalho tampouco nos exemplos estudados.

Contudo, às variáveis $\alpha_{k,i}$ e $\alpha_{m,i}$ não podem ser atribuídos valores inferiores a zero para que se evite ajustes pouco realísticos durante a análise como rigidez ou massa negativa do elemento.

Diversas são as técnicas que permitem a solução do problema inverso de localização e quantificação de falhas internas em estruturas. A técnica de ajustamento da resposta prognosticada (ou calculada) a um conjunto de medidas disponíveis (dados de referência) é utilizada por diversos pesquisadores como Bezerra (1993), Roitman et al. (2003), Jurjo et al. (2010), Bucher et al. (2011).

Neste trabalho a metodologia *best-fit* é implementada, (Figura 4.1), tornando o algoritmo capaz de realizar um mapeamento completo do dano, ou seja, identificando a sua localização, forma e severidade, espessura do dano dentro da placa.

A diferença entre o modelo prognosticado e a realidade do posicionamento da falha gera um resíduo dependente de uma função objetivo adotada, onde quanto maior o resíduo, mais distante da situação real está a proposição da falha.

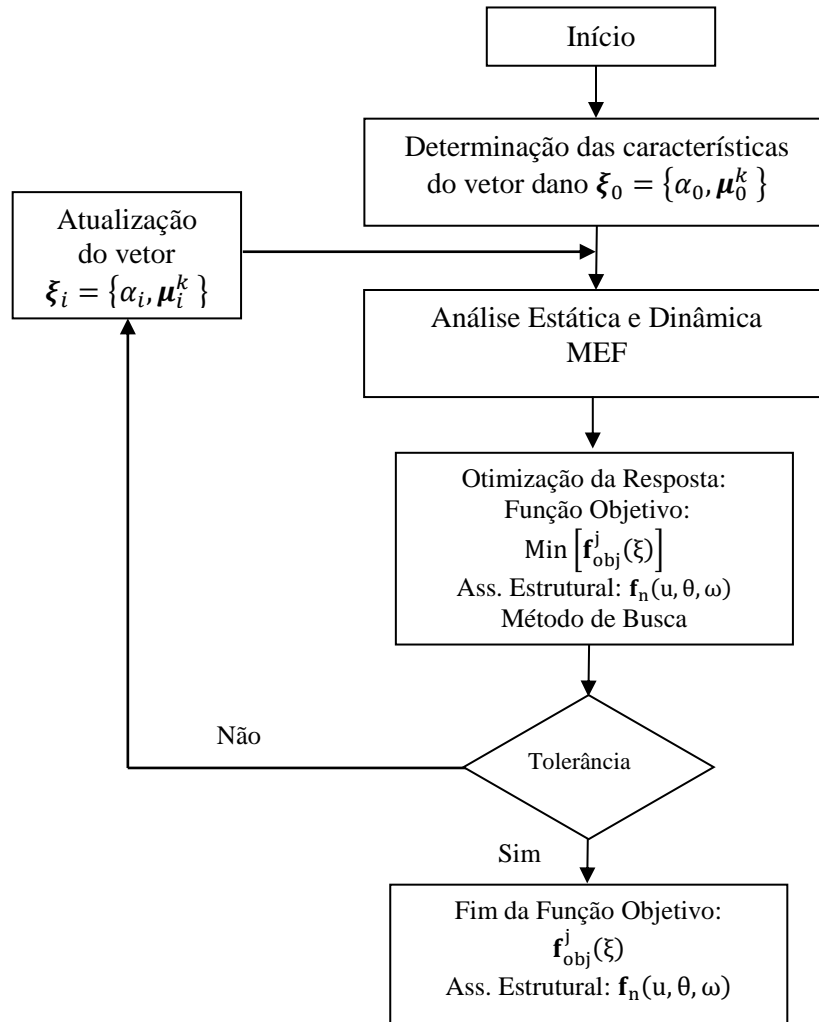


Figura 4.1 – Processo Best-fit modificado.

A técnica apresentada no processo *Best-fit* possui em sua implementação a atualização do vetor que constitui o dano $\xi = \{\alpha_i, \mu_i^k\}$, representado pela severidade α_i da falha, ou seja, a espessura do dano e pelo elemento danificado μ_i^k caracterizando assim o dano.

A utilização de seis expressões matemáticas envolvendo parâmetros estáticos e dinâmicos, também chamadas de assinaturas estruturais, ou funções objetivo, $f_1(\theta, u, \omega)$, $f_2(\theta, u, \omega)$, ... e $f_6(\theta, u, \omega)$, onde θ e u são as rotações e translações obtidas na placa, respectivamente e ω as suas frequências naturais de vibração, desenvolvidas adiante, processam a otimização do problema, sendo a solução final apresentada pelo melhor comportamento dentre todas as funções objetivo.

O critério de parada do método de busca aplicado é dado por meio de uma tolerância dos valores obtidos pela função objetivo, também chamado de resíduos, encontrados em relação a diferença da situação real do dano e a prognosticada.

A partir de um modelo de falha idealizada, se inicializa o procedimento de busca com as características propostas para a falha. Inicia-se, portanto, as variáveis do vetor de dano prognosticado $\xi = \{\alpha_i, \mu_i^k\}$, espessura α_i e localização predita μ_i^k . Dessa forma, busca-se a minimização das características das respostas apresentadas pela estrutura através dos resíduos das funções objetivo.

Os valores de referência são comparados através de um caminhamento principal de busca, dado pelas particularidades do algoritmo de cada método, o que reduz significativamente o número de iterações e tempo de processamento se comparado com a técnica combinatória empregada em outros métodos.

A metodologia empregada parte de um conjunto inicial de parâmetros do vetor ξ e que deve ser ajustado aos dados de referência, de forma que o mapeamento gerado pelos resíduos da função objetivo se aproxime ao máximo do valor de referência buscando o seu mínimo durante a evolução do vetor prognosticado ξ_p durante o processo de busca do dano real.

A diferença entre o modelo de dano prognosticado e o modelo de dano real constitui o resíduo representado por uma função objetivo definida por uma norma num espaço métrico apropriado (Scales e Moraes, 2000). Os danos são desconhecidos em termos de sua localização e de sua severidade, contudo devem ser encontradas por meio dos dados do vetor ξ quando a função objetivo tender a zero, $f_{obj}^j(\xi) \rightarrow 0$.

As diferenças das características comportamentais da estrutura devem ser atribuídas durante o processo pelo vetor ξ , de modo a se obter respostas estruturais às modificações impostas pela atualização de ξ como deslocamentos, frequências, deformações, tensões e reações de apoio. As técnicas de medição experimental de dados estáticos e dinâmicos como deslocamentos e

frequências são estudadas por diversos pesquisadores na de identificação de falhas em estruturas (Kubo, 1988; Bezerra, 1993; Wang et al., 2001; Marin e Lesnic, 2003; Rus e Gallego, 2005).

4.2 – Alterações Estruturais na Presença de Danos

A presença de danos em estruturas neste trabalho é caracterizada pela alteração na matriz de rigidez e de massa do elemento $[\mathbf{K}^e]_d^i$, $[\mathbf{M}^e]_d^i$, respectivamente, ou conjunto de elementos finitos do modelo estrutural, (Wang, 2001). Numa estrutura intacta, a resposta de uma estrutura sob ação de um carregamento estático p , pode ser expresso por.

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{p} \quad (4.3)$$

sendo \mathbf{K} a matriz de rigidez no sistema de coordenadas globais e \mathbf{u} o vetor de deslocamentos da estrutura.

Ao apresentar um dano, a matriz de rigidez do elemento, ou dos elementos que a representa, sofre uma variação em sua constituição, que pode ser expressa matematicamente por $\delta[\mathbf{K}^e]_d^i$, onde, conseqüentemente, a matriz de rigidez global também carregará essa perturbação causada pelo dano, representada por $\Delta\mathbf{K}$ (Sang-Youl e Shi-Chang, 2005).

A estrutura que contém este dano pode ter a sua equação de equilíbrio estático expressa pela Equação 4.3 em termos do novo vetor deslocamento também alterado pela falha \mathbf{u}_d .

$$(\mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K})\mathbf{u}_d = \mathbf{p} \quad (4.4)$$

sendo \mathbf{K}_0 a matriz de rigidez intacta da estrutura em coordenadas globais.

O vetor deslocamento da estrutura que contém o dano, \mathbf{u}_d , pode ser obtido através da matriz de rigidez intacta da estrutura \mathbf{K}_0 e da sua variação $\Delta\mathbf{K}$ em consequência da presença deste dano.

$$\mathbf{u}_d = (\mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K})^{-1}\mathbf{p} \quad (4.5)$$

Na equação 4.5 o termo que descreve a alteração da matriz de rigidez, $\mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K}$, pode ser desenvolvido por meio de uma aproximação de primeira ordem por expansão binomial da série de *Taylor* do tipo $(a + x)^n$, sendo $a > x$ e $n = -1$.

Então $(\mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K})^{-1}$ pode ser escrito como:

$$(\mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K})^{-1} = \mathbf{K}_0^{-1} + (-1)\mathbf{K}_0^{(-1)+(-1)}\Delta\mathbf{K} + \dots \quad (4.6)$$

assim:

$$(\mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K})^{-1} \approx \mathbf{K}_0^{-1} - \mathbf{K}_0^{-1}\Delta\mathbf{K}\mathbf{K}_0^{-1} \quad (4.7)$$

dessa forma o vetor deslocamento da estrutura danificada \mathbf{u}_d na Equação 4.5 pode ser reescrito como:

$$\mathbf{u}_d = (\mathbf{K}_0 + \Delta\mathbf{K})^{-1}\mathbf{p} \approx (\mathbf{K}_0^{-1} - \mathbf{K}_0^{-1}\Delta\mathbf{K}\mathbf{K}_0^{-1})\mathbf{p} \quad (4.8)$$

A diferença dos deslocamentos obtida entre os vetores \mathbf{u}_0 (estrutura intacta) e \mathbf{u}_d (estrutura danificada) pode ser calculada como:

$$\Delta\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 - \mathbf{u}_d = \mathbf{K}_0^{-1}\Delta\mathbf{K}\mathbf{K}_0^{-1}\mathbf{p} \quad (4.9)$$

sendo:

$$\mathbf{K}_0(\Delta\mathbf{u}) = (\Delta\mathbf{K})\mathbf{u}_0 \quad (4.10)$$

Utilizando o Método dos Elementos Finitos, a variação da matriz de rigidez $\Delta\mathbf{K}$ pode ser expressa em termos do somatório das matrizes de rigidez dos elementos danificados do modelo numérico proposto.

$$\Delta\mathbf{K} = \sum_{i=1}^{n_d} \mathbf{B}_i^T \delta[\mathbf{K}^e]_d^i \mathbf{B}_i \quad (4.11)$$

Em que n_d representa o número dos elementos finitos danificados, \mathbf{B}_i a matriz Booleana ou matriz binária com domínio *booleano* $\mathbf{B} = \{0, 1\}$ correspondente ao *i-ésimo* elemento e $\delta[\mathbf{K}^e]_d^i$ a variação de rigidez do *i-ésimo* elemento, onde pode ser expresso como:

$$\delta[\mathbf{K}^e]_d^i = \alpha_{k,i} E_i [\mathbf{K}^e]_0^i \quad (4.12)$$

onde α_i é o escalar no intervalo ($0 \leq \alpha_i \leq 1$) que denota a proporção do dano e E_i o Módulo de Elasticidade longitudinal (Módulo de Young) sendo o parâmetro que representa a propriedade física do material do elemento *i*.

Para estruturas com simples ou múltiplos danos e de várias severidades (intensidades), ao escalar α_i pode ser atribuído diversos valores, sendo extraído da Equação 4.12, representado separadamente a influência da extensão e localização de cada falha.

então o problema de autovalores generalizado é reescrita para a situação intacta da estrutura como:

$$(\mathbf{K}_0 - \lambda_{0i} \mathbf{M}_0) \Phi_{0i} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.13)$$

onde *i-ésimo* modo de vibração da estrutura intacta Φ_{0i} é correspondente a *i-ésima* frequência natural $\omega_{0i} = \lambda_{0i}^{1/2}$.

Os autovalores λ_{0i} da estrutura intacta podem ser expressos pelo quociente de *Rayleigh* como na Equação 4.14 (Park e Kwan 2018).

$$\lambda_{0i} = \frac{\Phi_{0i}^T \mathbf{K}_0 \Phi_{0i}}{\Phi_{0i}^T \mathbf{M}_0 \Phi_{0i}} \quad (4.14)$$

Os princípios de ortogonalidade para os modos de vibração normalizados em relação à matriz de massa \mathbf{M}_0 , e matriz de rigidez \mathbf{K}_0 , em coordenadas globais ($ne \times ne$) denotados em relação a i -ésima forma modal Φ_{0i} ($1 \times ne$) são dados por:

$$\Phi_{0i}^T \mathbf{M}_0 \Phi_{0j} = \delta_{ij} \quad (4.15)$$

$$\Phi_{0i}^T \mathbf{K}_0 \Phi_{0j} = \lambda_{0i} \delta_{ij} \Leftrightarrow \Phi_{0i}^T \mathbf{K}_0 \Phi_{0j} = \omega_{0i}^2 \delta_{ij} \quad (4.16)$$

Para a estrutura com a presença de dano a equação de autopares é expressa como na Equação 4.19:

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}) \Phi_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.17)$$

onde:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_0 + \Delta \mathbf{K} \quad (4.18)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \Delta \mathbf{M} \quad (4.19)$$

$$\Phi_i = \Phi_{0i} + \Delta \Phi_i \quad (4.20)$$

$$\lambda_i = \lambda_{0i} + \Delta \lambda_i \quad (4.21)$$

são as respectivas matrizes de rigidez e massa, autovetores e autovalores da estrutura danificada.

Portanto os autovalores e autovetores da estrutura danificada são:

$$\Phi_i^T \mathbf{M} \Phi_j = \delta_{ij} \quad (4.22)$$

$$\Phi_i^T \mathbf{K} \Phi_j = \lambda_i \delta_{ij} \Leftrightarrow \Phi_i^T \mathbf{K} \Phi_j = \omega_i^2 \delta_{ij} \Leftrightarrow \Phi_i^T \mathbf{K} \Phi_i = \omega_i^2 \quad (4.23)$$

Com δ_{ij} , delta de *Kronecker*, representado pela variação:

$$\delta_{ij} = 0, \quad i \neq j \quad (4.24)$$

$$\delta_{ij} = 1, \quad i = j \quad (4.25)$$

Assim a diferença nos autovalores pode ser expressa pela Equação 4.26:

$$\Delta\lambda_i = \lambda_i - \lambda_{0i} = \Phi_i^T \mathbf{K} \Phi_i - \Phi_{0i}^T \mathbf{K}_0 \Phi_{0i} \quad (4.26)$$

Para pequenas variações $\delta\mathbf{K}$ e $\delta\mathbf{M}$ pode-se dizer que $\delta\mathbf{K} \approx \Delta\mathbf{K}$, $\delta\mathbf{M} \approx \Delta\mathbf{M}$ e $\delta\Phi_i \approx \Delta\Phi_i$, assim o segundo termo da Equação 4.26 pode ser escrito como:

$$\Delta\lambda_i = \Phi_i^T \delta\mathbf{K} \Phi_i \approx \Phi_{0i}^T \delta\mathbf{K}_0 \Phi_{0i} \quad (4.27)$$

Como $\omega_i = \lambda_i^2$, podemos escrever a variação da frequência natural (Justin et al. 2015) como:

$$\Delta\omega_j^2 = \frac{\Phi_i^T \Delta\mathbf{K} \Phi_i}{\Phi_i^T \Delta\mathbf{M} \Phi_i} \quad (4.28)$$

Na Equação 4.28 a variação da massa $\Delta\mathbf{M}$ é considerada, isso mostra a aplicabilidade da variação das frequências em casos que implicam em perdas de massa, como por exemplo, corrosão em estruturas.

As Equações 4.9 e 4.28 justificam, respectivamente, a variação dos deslocamentos e das frequências em estruturas com alterações de rigidez e de massa, sendo observado que com o aparecimento de danos na estrutura as variações das frequências e deslocamentos são sensíveis à $\Delta\mathbf{K}$ e $\Delta\mathbf{M}$, com isso $\Delta\mathbf{u}$ e $\Delta\omega$ são consideradas nas funções objetivo.

4.3 – As Funções Objetivo

O problema de identificação de danos nas estruturas de placas é tomado nesse trabalho como um problema matemático e será desenvolvido em MATLAB[®] juntamente com o uso da linguagem de programação APDL (*Ansys Parametric Design Language*) que tornará possível a atualização automática do modelo numérico em elementos finitos constituído pelo *software* de simulação numérica para Engenharia ANSYS[®] em que é necessário se definir a função objetivo para que por meio desta se determine a diferença (resíduo) entre os valores do modelo de dano prognosticado e do dano real da estrutura.

A função objetivo deve ser capaz de gerar um resíduo sensível a pequenas variações locais do comportamento da estrutura. Comparado esse resíduo a uma tolerância pré-estabelecida se procede com a atualização automática do modelo, modificando as características da falha estrutural prognosticada de modo que se inicie um processo iterativo comandado por um algoritmo de busca desenvolvido em MATLAB[®] deixando assim o modelo matemático no ANSYS[®] subordinado aos comandos de modificações em APDL.

Diversas funções objetivo foram propostas para solucionar o problema inverso de identificação de falhas em estruturas (Mares e Surace, 1996; Moslem e Nafaspour, 2002; Banks et al. 1996). Lieven e Ewins (1988), com a medida de correlação *Coordinate Modal Assurance Criterion* (COMAC), a sua analogia no domínio da frequência *Frequency Response Assurance Criterion* (FRAC), (Heylen e Avitabile, 1998), *Global Shape Criterion*, (GSC) e *Global Amplitude Criterion* (GAC), (Zang, Grafe, e Imregun, 2001), Brito (2008), que analisa algumas novas funções objetivo, dentre outros como (Bezerra e Saigal, 1993, Wang et al. 2001, Brito, 2008 e Caldeira, 2009).

A maioria das funções objetivo utilizadas na solução do Problema Inverso de identificação de danos em estruturas possui apenas características dinâmicas: frequências naturais ou modos de vibração. As funções objetivo empregadas neste trabalho possuem características estáticas e dinâmicas, esta combinação se mostra bastante simples e eficaz na solução do Problema Inverso.

As análises desenvolvidas em termos simplesmente das frequências naturais não se mostram eficazes para determinar a existência de danos, pois frequentemente as variações provocadas pelas avarias nos elementos não manifestam variações existente em situações normais operação da estrutura (Magluta et al., 2004)

Neste trabalho são utilizadas seis funções objetivo específicas, em termos das diferenças das componentes dos vetores deslocamentos e frequência natural de vibração entre a estrutura com dano e intacta, buscando expressar uma diferença supostamente significativa entre valores prognosticados e valores de referência (dano real), expressas com grandezas dinâmicas e estáticas, ou mesmo combinação entre estas.

Os valores resíduos gerados pelas funções objetivo são calculados por meio de uma sub-rotina desenvolvida em MATLAB[®] que se utiliza de auto implementação do *Software* ANSYS[®], como mencionado anteriormente. Não estando o resíduo dentro de um espaço de tolerância, o modelo é novamente atualizado e novos dados são obtidos e reverificados os critérios de convergência em um processo iterativo até que o determinado critério tenha sido atingido.

Para o trabalho conjunto de processamento entre os *softwares* MATLAB[®] e ANSYS[®] foi desenvolvido, para este trabalho, o programa SISNIDE (Sistema Numérico de Identificação de Danos em Estruturas) que se trata de um algoritmo de identificação de danos pelo método de minimização dos resíduos de funções objetivo aplicadas a diversos métodos de otimização numérica.

A função objetivo $f_{obj}^j(\xi)$ num espaço métrico adequado (Kolmogorov e Fomin, 1970), define a distância entre a solução estimada, dano prognosticado $f_p^j(\xi_p)$ e a proveniente da solução real ou de referência $f_r(\xi_r)$. O vetor $\xi = \{\alpha_i, \mu_i^k\}$ indica as características do dano na estrutura como severidade do dano α_i e localização, coordenadas cartesianas, na malha adotada o(s) elemento(s) danificado(s) μ_i^k como na expressão 4.29.

$$\xi = \{\alpha_i, \mu_i^k\} \quad \text{e} \quad \alpha_i \in \mathbb{R}_+, \quad \mu_i^k \in \mathbb{N}_+^* \quad (4.29)$$

O nível de severidade α_i indica a magnitude do dano no elemento finito que constitui a avaria em função da redução de sua espessura, criando um vazio interno em relação à superfície média do elemento finito de placa.

Isso possibilita que na modelagem um dano possua variação de α_i , ou seja, uma variação da espessura do dano. Já μ_i^k corresponde às coordenadas cartesianas do k -ésimo elemento finito com a respectiva i -ésima severidade de dano. Com o modelo numérico em elementos finitos desenvolvido tendo o controle das conectividades de seus elementos é possível controlar a severidade e posição do dano e a forma por meio do monitoramento de α_i e μ_i^k nas iterações durante o procedimento de minimização da função objetivo.

A função objetivo $f_{obj}^j(\xi)$ pode ser matematicamente definida como a Equação 4.30:

$$f_{obj}^j(\xi) = \left\{ [f_r(\xi_r) - f_p^j(\xi_p)]^q \right\}^{1/q} \quad (4.30)$$

Na função objetivo $f_{obj}^j(\xi)$ da Equação 4.29 a constante q , segundo Scales & Gersztenkorn (1988) define a métrica Euclidiana ou a norma Euclidiana, Equação 4.31, (i.e. $q=2$) muito comumente adotada na minimização de problemas de regressão.

$$\|\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n |x_i|^2} \quad (4.31)$$

De maneira que a solução do problema de identificação do dano na estrutura é obtida quando atingido o mínimo da função objetivo $f_{obj}^j(\xi)$, Equação 4.32:

$$\text{Min}[f_{obj}^j(\xi)] \rightarrow 0 \quad (4.32)$$

Quanto mais próximo de zero o valor da função objetivo, mais próxima a condição do dano prognosticado $\xi_p = \{\alpha_{p,i}, \mu_{p,i}^k\}$ estará do vetor de dano real $\xi_r = \{\alpha_i, \mu_i^k\}$, na vizinhança do dano real, conduzindo a valores ótimos.

Se:

$$f_{obj}^j(\xi) \rightarrow 0; \quad (4.33)$$

Então:

$$\xi_p = \{\alpha_{p,i}, \mu_{p,i}^k\} \rightarrow \xi_r = \{\alpha_i, \mu_i^k\} \quad (4.34)$$

Neste trabalho são utilizadas seis expressões para a função objetivo com termos estáticos e dinâmicos, extraídas e modificadas a partir de (Brito, 2008) verificadas suas capacidades de convergirem para ótimos globais, sendo adaptadas com a inclusão dos parâmetros estáticos de rotação nodal para utilização nos elementos finitos de placas, esperando com isso elevar a sensibilidade da função objetivo.

A primeira expressão, $f_1(u, \theta, \omega)$, Equação 4.35, utiliza das razões das diferenças das rotações e translações nodais, respectivamente $\Delta\theta_x^k$, $\Delta\theta_y^k$ e Δu_z^k para os nn , número de nós, em relação aos quadrados das nf frequências naturais obtidos $\Delta\omega_k^2$ com a proposta de inserção de grandezas estáticas e dinâmicas.

A inserção dos erros, ou contaminação dos dados, tratados mais adiante, inseridos na leitura dos dados frequência e deslocamentos, representam a real dificuldade na obtenção destas grandezas isentas de ruídos, faz com que os valores de $\sum_{j=1}^{nf} \Delta\omega_j^2$, no denominador, não tendam a um zero quando o dano prognosticado se aproximar do dano real, ou seja, $\xi_p = \{\alpha_{p,i}, \mu_{p,i}^k\} \rightarrow \xi_r =$

$\{\alpha_i, \mu_i^k\}$ e dessa maneira não gerem problemas de domínio matemático nem convergência da função.

Assim, no denominador da função $f_1(u, \theta, \omega)$ é inserido um valor fixo, ε , dentro de tolerância estabelecida, para que mesmo com os dados contaminados de erros não se tenha problemas de instabilidade na convergência na busca do mínimo da função.

$$f_1(u, \theta, \omega) = \frac{\sum_{i=1}^{nn} (|\Delta u_z^i| + |\Delta \theta_x^i| + |\Delta \theta_y^i|)}{\sum_{j=1}^{nf} \Delta \omega_j^2 + \varepsilon} \quad (4.35)$$

As variações dos deslocamentos nodais e frequências são dadas pelas Equações 4.36 a 4.39, onde os índices superiores i e d representam respectivamente as condições de resposta intacta e danificada (prognosticada).

$$\Delta \theta_x^k = \theta_x^{i,k} - \theta_x^{d,k} \quad (4.36)$$

$$\Delta \theta_y^k = \theta_y^{i,k} - \theta_y^{d,k} \quad (4.37)$$

$$\Delta u_z^k = u_z^{i,k} - u_z^{d,k} \quad (4.38)$$

$$\Delta \omega_k^2 = (\omega_k^i - \omega_k^d)^2 \quad (4.39)$$

A expressão é calculada para todos os nn nós da estrutura e para as n_f primeiras frequências naturais extraídas para a estrutura. Pois são conhecidas as dificuldades de se medir altas frequências e notada a baixa significância nos resultados finais com o uso de grandes números de frequências naturais.

A segunda expressão, $f_2(u, \theta, \omega)$, criada como função objetivo introduz o produto do somatório do logaritmo das respostas estáticas e dinâmicas da estrutura avaliada:

$$f_2(u, \theta, \omega) = \left[\sum_{i=1}^{nn} \log(\Delta u_{z,i}^2 + 10) \right] \cdot \left[\sum_{i=1}^{nn} \log(\Delta \theta_{x,i}^2 + 10) \right] \cdot \left[\sum_{i=1}^{nn} \log(\Delta \theta_{y,i}^2 + 10) \right] \cdot \left[\sum_{j=1}^{nf} \log(\Delta \omega_j^2 + 10) \right] - 1 \quad (4.40)$$

Esta função tem como principal objetivo verificar a eficiência da aplicação do produto do somatório dos logaritmos nos parâmetros estáticos e dinâmicos de pequenas magnitudes de forma a agregar sensibilidade numérica suficiente para que se possibilite a captura dos danos.

A terceira função objetivo, $f_3(u, \theta, \omega)$, diferencia-se da função $f_1(u, \theta, \omega)$, primeiramente pelo fato de que se utiliza apenas das 3 primeira frequências naturais de vibração e por realizar os quocientes para cada frequência na tentativa de obtenção de uma maior sensibilidade numérica durante a captura dos resíduos gerados durante a busca do dano.

$$f_3(u, \theta, \omega) = \sum_{i=1}^{nn} \left[\left(\frac{|\Delta u_z^i| + |\Delta \theta_x^i| + |\Delta \theta_y^i|}{\Delta \omega_1^2 + \varepsilon} \right) + \left(\frac{|\Delta u_z^i| + |\Delta \theta_x^i| + |\Delta \theta_y^i|}{\Delta \omega_2^2 + \varepsilon} \right) + \left(\frac{|\Delta u_z^i| + |\Delta \theta_x^i| + |\Delta \theta_y^i|}{\Delta \omega_3^2 + \varepsilon} \right) \right] \quad (4.41)$$

A função objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ é formatada através do somatório dos quadrados das diferenças $\Delta(\cdot)$ (entre a estrutura intacta e danificada) das translações e rotações de todos os nn números de nós da placa e suas nf frequências naturais obtidas.

$$f_4(u, \theta, \omega) = \frac{(\sum_{i=1}^{nn} \Delta u_{z,i}^2 + \sum_{i=1}^{nn} \Delta \theta_{x,i}^2 + \sum_{i=1}^{nn} \Delta \theta_{y,i}^2)}{\sum_{j=1}^{nf} \Delta \omega_j^2 + \varepsilon} \quad (4.42)$$

A função objetivo $f_5(u, \theta, \omega)$ compõe uma variação da Equação 4.42, em que se opera com o produto do somatório das nf frequências naturais pelo somatório dos nn deslocamentos translacionais e rotacionais.

$$f_5(u, \theta, \omega) = \sum_{j=1}^{nf} \sum_{i=1}^{nn} [\Delta u_{z,i}^2 + \Delta \theta_{x,i}^2 + \Delta \theta_{y,i}^2] + \Delta \omega_j^2 \quad (4.43)$$

E finalmente a função $f_6(u, \theta, \omega)$ que se trata de uma modificação obtida a partir da função $f_2(u, \theta, \omega)$, operando com o logaritmo do somatório das respostas estáticas (translação e rotação) e dinâmicas (frequências) da estrutura da placa estudada, Equação 4.44.

$$f_6(u, \theta, \omega) = \log\left(\sum_{i=1}^{nn} \Delta u_{z,i}^2 + 1\right) + \log\left(\sum_{i=1}^{nn} \Delta \theta_{x,i}^2 + 1\right) \\ + \log\left(\sum_{i=1}^{nn} \Delta \theta_{y,i}^2 + 1\right) + \log\left(\sum_{j=1}^{nf} \Delta \omega_j^2 + 1\right) \quad (4.44)$$

As seis funções foram implementadas no algoritmo SISNIDE de modo que possam ser selecionadas ao se escolher com qual Função Objetivo deseja-se solucionar o problema, chamadas essas seis sub-rotinas de *func01* a *func06*, respectivamente.

4.4 – A Contaminação dos Dados

Como mencionado anteriormente, os dados lidos: deslocamentos (translação e rotação) e frequências naturais de vibração são neste trabalho contaminados com ruídos e_r em distribuição gaussiana, Figura 4.2, de maneira a representar os erros intrínsecos nas leituras dos dados das estruturas *in loco*, sejam eles aleatórios ou sistemáticos, como por exemplo: efeitos de carga e má calibração dos equipamentos ou ainda erros ambientais como: variações térmicas ou campos eletromagnéticos.

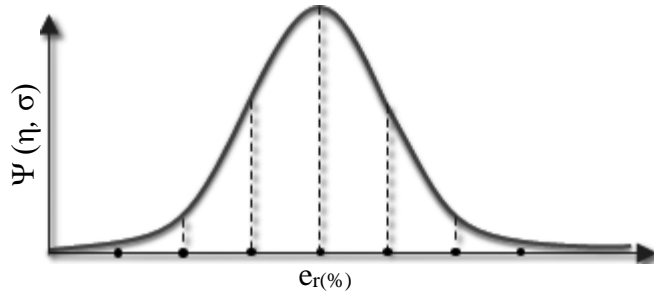


Figura 4.2 – Exemplo de densidade de probabilidade com distribuição gaussiana.

Para isso no algoritmo SISNIDE, desenvolvido para este trabalho, foi implementada uma sub-rotina, denominada *calibra_erro*, capaz de calibrar a magnitude da contaminação dos dados, mediante os parâmetros pré-determinados, que por sua vez a sub-rotina *gauss_mix* distribui esses dados de maneira *gaussiana* e finalmente a sub-rotina *func_contain* é responsável de inserir esta contaminação em cada dado lido.

A sub-rotina *calibra_erro* permite adaptar os valores máximos de desvio padrão σ esperado em uma leitura. Tecnicamente os aparelhos de medições e captura de leituras estáticas e dinâmicas atualmente disponíveis no mercado têm apresentado, segundo seus fabricantes, uma variação máxima da ordem de 3% a 3,5% do valor medido.

Assim, para a distribuição normal da variável aleatória $e_r \sim N(\eta, \sigma^2)$ o valor do desvio padrão $\sigma = \sqrt{E[(e_r - \eta)^2]}$ é calculado pela sub-rotina *calibra_erro* de modo que se tenha um erro máximo atribuído como *input* desta sub-rotina.

A sub-rotina *gauss_mix* cria a distribuição gaussiana, segundo o desvio padrão σ calculado pela sub-rotina *calibra_erro*. Essa sub-rotina garante que a densidade de probabilidade $\Psi(\eta, \sigma)$ seja estabelecida em função da média η e o desvio padrão σ , dada por.

$$\Psi(\eta, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\eta}{\sigma}\right)^2} \quad (4.45)$$

É atribuído um caráter aleatório ao erro ou contaminação introduzido para toda resposta estática (deslocamentos) e dinâmica (frequências naturais) a cada iteração processada, com objetivo de se obter uma contaminação contínua, válido para monitoramento contínuo, proposta deste trabalho, o que atualmente pode ser obtido e lido continuamente por meio de observações constantes em pontos pré-definidos (instrumentação) da estrutura.

Desta forma os dados puros de deslocamentos (θ_x, θ_y, u_z) para todos mn número de nós e todas nf frequências naturais ω , passam a serem tratados como dados contaminados expressos como $(.) = (.) + e_r(\%)$.

A tarefa de atribuir corretamente a contaminação aleatória e distinta de todos os dados antes da do início do processamento da iteração i é dada à sub-rotina *func_contain* que garante a contaminação de todos os dados de entrada (deslocamentos e frequências naturais) para o processamento seguinte, distintamente do anterior.

Desta maneira a cada processamento da estrutura executado pelo algoritmo SISNIDE é gerada uma nova distribuição de erros e estes contaminando os seus respectivos dados, fazendo com que não exista nenhum dado lido da estrutura com igual erro atribuído.

A Figura 4.46 mostra exemplo comparativos da contaminação dos dados em porcentagem com sua distribuição normal de erros (contaminações) atribuídas a diferentes dados (deslocamentos e frequências naturais) lidos em iterações distintas durante um processamento com contaminação máxima de $\pm 4,5\%$, valores teóricos adotados didaticamente, para um nó mesmo nó n da estrutura e uma análise dinâmica com 5 frequências naturais, $nf = 5$, como demonstração da aplicação da contaminação dos dados.

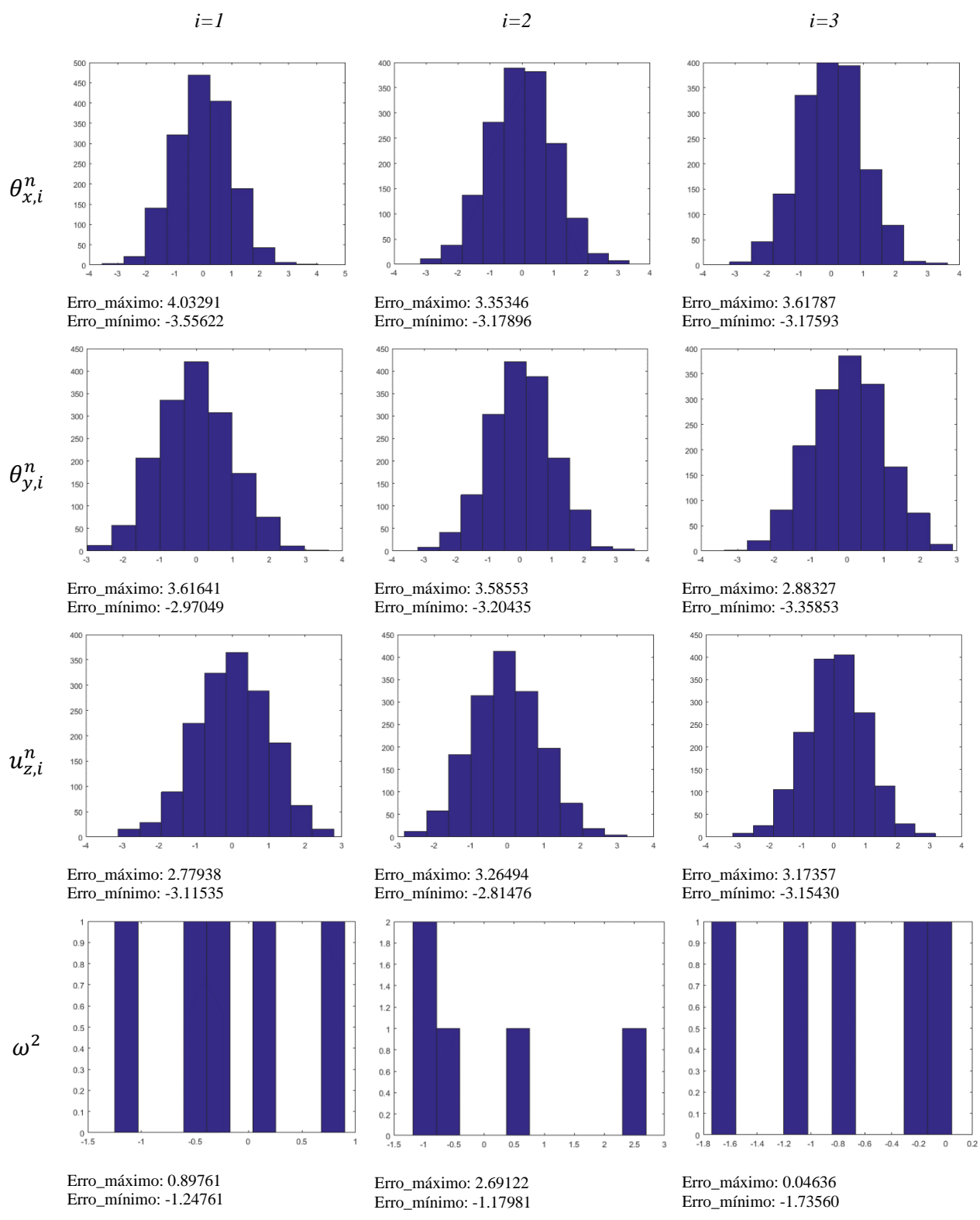


Figura 4.3 – Exemplos comparativos de distribuição gaussiana de contaminação de dados.

4.5 – A Presença do Dano em Placas

O comportamento mecânico de placas isotrópicas danificadas pode ser descrito por expressões formuladas a partir da equação geral do movimento de placas de espessura variável (Leissa, 1993).

$$\nabla^2(\mathbf{D}\nabla^2\mathbf{w}) - (1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial y \partial x} \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial y^2} \right) + \mathbf{m} \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial t^2} = 0 \quad (4.46)$$

onde $\mathbf{w} = \mathbf{w}(x, y)$, definido na Equação 3.3, representa o vetor deslocamento da placa fora do seu plano, $\mathbf{h} = \mathbf{h}(x, y)$, a espessura da placa, ν o coeficiente de poisson, ρ e E , respectivamente a densidade e o Módulo de Young do material constituinte, como apresentados nas equações seguintes.

A massa m por unidade de área da placa e a sua rigidez \mathbf{D} são expressas, respectivamente.

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}(x, y) = \rho \mathbf{h}(x, y) \quad (4.47)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}(x, y) = \frac{E \mathbf{h}^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (4.48)$$

São considerados defeitos as reduções na espessura da placa. O entalhe tipo de dano em linha ao longo das direções x e y podem ser aplicados, Figura 4.4, assim como entalhes internos à espessura \mathbf{h}_0 da mesma, Figura 4.5. Os danos em linha podem ser considerados como descrições simplificadas como uma fenda linear. As delaminações ou danos de área internas são orientadas ao longo do eixo de referência.

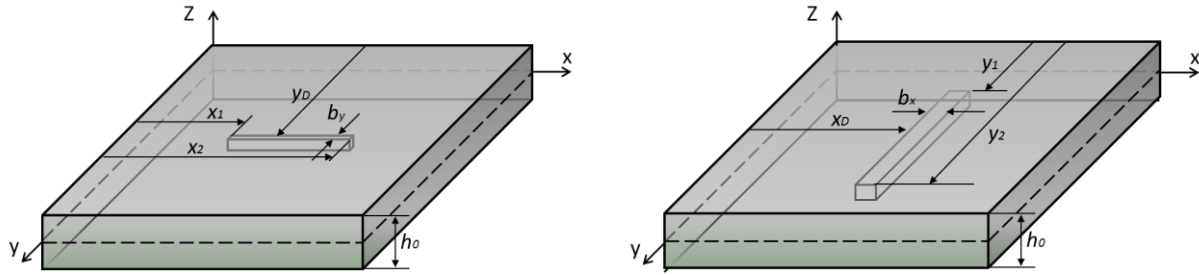


Figura 4.4 – Modelos de Falhas em linhas orientadas ao longo dos eixos x e y.

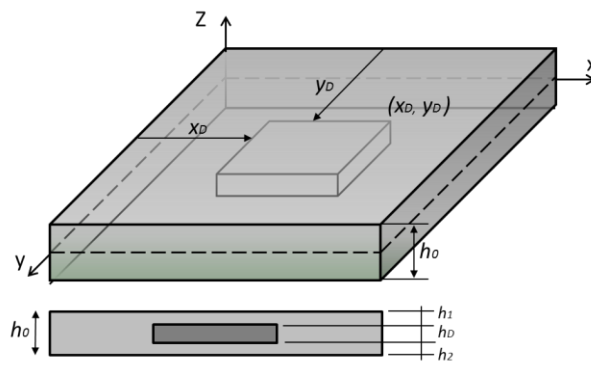


Figura 4.5 – Modelos de Falhas em área orientadas ao longo dos eixos x e y.

Neste trabalho os danos são representados por reduções internas h_D na espessura total da placa h_0 . A espessura central da placa na região do dano pode ser descrita por:

$$h_d = h_0 - h_D \quad \text{ou} \quad h_d = h_0 - h_1 - h_2 \quad (4.49)$$

A rigidez à flexão da placa na região do dano pode ser expressa por:

$$D_d = \frac{E h_d^3}{12(1 - \nu^2)} = D_0 \left(1 - \frac{h_D}{h_0}\right)^3 \quad (4.50)$$

onde D_0 representa a rigidez da região não danificada, como descrito na equação 4.47.

A Equação, a massa m por unidade de área na região da placa com a presença do dano pode ser expressa por:

$$m_d \cong m_0 \left(1 - \frac{h_D}{h_0}\right) \quad (4.51)$$

em que $m_0 = \rho h_0$ é a massa por unidade de área na região intacta da placa.

A rigidez à flexão $D(x, y)$ da placa, então pode ser escrita como:

$$D(x, y) = D_0 [1 - \varepsilon (H(x - x_1) - H(x - x_2))(H(y - y_1) - H(y - y_2))] \quad (4.52)$$

onde x_1, x_2 e y_1, y_2 definem as dimensões do dano nas direções x e y e $H(x)$ é a função de *Heaviside*, também chamada de função degrau. A Equação 4.51 pode ser reescrita em função das dimensões do dano como:

$$D(x, y) = D_0 \left[1 - \varepsilon A_D \frac{(H(x - x_1) - H(x - x_2)) (H(y - y_1) - H(y - y_2))}{(x_2 - x_1) (y_2 - y_1)} \right] \quad (4.53)$$

A Figura 4.4 mostra um exemplo de função *Heaveside* que pode ser aplicada nos eixos x e y , do ponto de vista teórico, para delimitar a fronteira do dano.

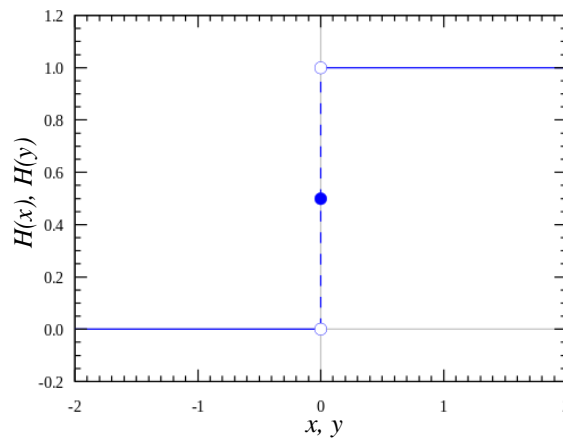


Figura 4.6 – Função Heaviside

A função $H(x)$ é descontínua e assume um valor zero para um argumento negativo e um para um argumento positivo. Um exemplo de função de *Heaviside* é expressa em:

$$H(x) = \frac{1 + \operatorname{sgn}(x)}{2} = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad (4.54)$$

A função $\operatorname{sgn}(x)$ é chamada de função sinal que retorna um valor dependendo do sinal do número real:

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad (4.55)$$

Pode-se dizer que $a = x_2 - x_1$, $b = y_2 - y_1$, onde a área do dano é expressa por $A_D = axb$. Neste trabalho o dano é modelado em elementos finitos de placa com área A^e , como o dano pode assumir qualquer combinação pela junção de vários elementos da placa a área do dano A_D na malha é representada por:

$$A_D = \sum_{i=1}^{n_e} A_i^e \quad (4.56)$$

A conectividade conhecida dos elementos da malha possibilita a predição da geometria do dano e se esta é localizada em uma única área, ou em uma área com topologia mais complexa.

As variáveis de integração da função Delta de *Dirac*, $\delta(x)$, Figura 4.7, sobre a extensão do dano substitui a função *Heaviside*, conforme Equação 4.58.

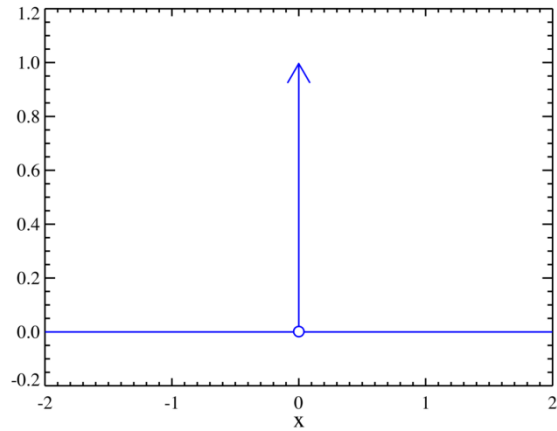


Figura 4.7 – Função Delta de Dirac

$$\delta(x) = \frac{dH(x)}{dx} \quad (4.57)$$

$$\mathbf{D}(x, y) = \mathbf{D}_0 \left[1 - \varepsilon A_D \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \delta^2(x - x_D)(y - y_D) dx dy \right] \quad (4.58)$$

Esta substituição é adotada, a fim de se tirar proveito das propriedades da função Delta de Dirac, muito conveniente na realização das derivações apresentadas abaixo. Assim a descrição geral do dano pode expressar a rigidez à flexão $\mathbf{D}(x, y)$ da placa (Cordano, Kawano, 2002).

Uma solução para a Equação 4.46 é obtida por meio da superposição modal resultando:

$$\mathbf{w}(x, y) = \sum_{i,j} \Phi_{i,j}(x, y) e^{i\omega_i t} \quad (4.59)$$

onde $\Phi_{i,j}$ e ω_i são respectivamente o modo de vibração (autovetor) e frequência natural (autovalor) da placa.

Considerando a simplicidade da contribuição de um único modo i,j e substituindo a Equação 4.59 na Equação 4.46, (Leissa, 1993), pode-se escrever:

$$\nabla^2(\mathbf{D}\nabla^2\Phi) - (1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 \mathbf{D}\partial^2\Phi}{\partial y^2 \partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \mathbf{D}\partial^2\Phi}{\partial y \partial x \partial y \partial x} + \frac{\partial^2 \mathbf{D}\partial^2\Phi}{\partial x^2 \partial y^2} \right) - m\lambda\Phi = 0 \quad (4.60)$$

onde $\lambda = \omega^2$.

5 – OS MÉTODOS DE BUSCA AO DANO

Os métodos de solução do problema inverso de identificação de danos em placas utilizados neste trabalho tem como base combinar um modelo inicial da estrutura com os dados medidos buscando a melhoria (atualização) do modelo.

Aqui a atualização do modelo é realizada através da função objetivo $f_{obj}^j(\xi)$ composta por dados dinâmicos como as frequências naturais de vibração ω e estáticos como os deslocamentos nodais da estrutura \mathbf{u} (Translações) e θ (Rotações).

Dentre as técnicas de cálculo, a de atualização de modelos apresenta um elevado nível de sensibilidade às respostas da estrutura, sejam elas estáticas ou dinâmicas (Friswell e Mottershead, 1995).

Neste trabalho são aplicados quatro métodos de otimização distintos em algoritmos desenvolvidos para busca do dano: Levenberg-Marquardt (LM), Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS), Davidon-Fletcher-Powell (DFP) e o método bio-inspirado de Colônia de Morcegos (CM), todos relacionados a um modelo paramétrico da estrutura e à minimização das funções objetivo embasados nos resíduos entre os dados medidos e as previsões, ou dados prognosticados do modelo.

A alternativa utilizada neste trabalho é atualização da matriz de massa e rigidez, possível pelo acoplamento entre o MATLAB® e o ANSYS® por meio da linguagem fundamental para modelagem neste, o APDL, em que se altera sistematicamente o elemento ou o conjunto de elementos que levam às características do dano para a hipótese de comparação.

Contudo, os modelos atualizados obtidos são frequentemente de difícil interpretação para monitoramento da busca da falha ou dano, para sanar este problema aplicou-se algoritmos de busca distintos que tem suas potencialidades e sensibilidades de eficiência analisados adiante.

5.1 – Soluções não Exatas

Como colocado no Capítulo 4, busca-se a minimização da função objetivo $f_{obj}^j(\xi)$, como solução do Problema Inverso. Contudo, dificilmente esse mínimo atingirá o valor nulo. A sensibilidade do método de otimização empregado ditará a capacidade do mesmo em identificar o dano.

Assim, pode-se escrever a Equação 4.30 sob a forma da presença do erro $\epsilon^{j,e}$ obtido para cada elemento finito e constituinte da placa na iteração de busca j , como na Equação 5.1.

$$f_{obj}^{j,e}(\xi) = \left\{ [f_r^e(\xi_r) - f_p^{j,e}(\xi_p^j)]^q \right\}^{1/q} = \epsilon^{j,e} \quad (5.1)$$

Na atualização do modelo, busca-se levar a j -ésima proposição de dano prognosticado dado pelo vetor ξ_p^j para uma condição onde a região da placa tenha apresentado menores valores nos índices $\epsilon^{j,e}$ do vetor resíduo ϵ^T , constituído por: $\epsilon^T = (\epsilon^{j,1}, \epsilon^{j,2}, \dots, \epsilon^{j,e})$. Nota-se que os índices do vetor resíduo ϵ^T representam a contribuição do erro de cada elemento finito que constitui a placa na malha na função objetivo $f_{obj}^{j,e}(\xi)$.

Numa situação livre de ruídos ou contaminações, situação hipotética, após a j -ésima iteração o vetor de características do dano proposto ξ_p^j , alcançará exatamente as condições previstas pelo vetor de características de referência do dano ξ_r , o dano real, dessa maneira é esperado que o conjunto de valores da função objetivo para essa j -ésima iteração seja um conjunto de valores nulos ou numericamente muito próximos de zeros.

Como na solução de problemas inversos quase sempre não se atinge soluções exatas a solução viável, quase ótima, é encontrada quando o conjunto de escalares de $f_{obj}^j(\xi)$ possuir os menores valores, dentro de sua tolerância, ou seja, apresente os menores resíduos em ϵ^T .

Caso na j -ésima iteração a função objetivo $f_{\text{obj}}^j(\xi)$ não apresente um conjunto de resíduos, ϵ^T , inferior à tolerância numérica predeterminada para a configuração geral do sistema estrutural o vetor ξ_p^j de dano prognosticado será atualizado em termos de suas características como: o posicionamento (coordenadas cartesianas) μ_i^k e sua severidade α_i iniciando uma nova iteração agora como o vetor ξ_p^{j+1} .

5.2 – Atualização do Vetor Dano e Penalizações

No processo de busca utilizado na solução do Problema Inverso de identificação de danos em estruturas deste trabalho a atualização do vetor de caracterização do dano prognosticado ξ_p é fundamental na condução do modelo matemático, pois dele dependem as informações estáticas e modais obtidas.

Nos métodos de busca aplicados o ponto de partida, μ_1^0 é o primeiro elemento assumido como o dano prognosticado, ξ_p^j . O algoritmo de identificação de danos SISNIDE desenvolvido permite escolher se o processo de otimização será iniciado com o prognóstico do dano sempre posicionado no elemento 01 da matriz de conectividade da placa, Figura 5.1, ou se iniciará o processo como o dano prognosticado ξ_p^j em um posicionamento definido aleatoriamente pela sub-rotina *damage_randon* dentro do domínio Ω da placa.

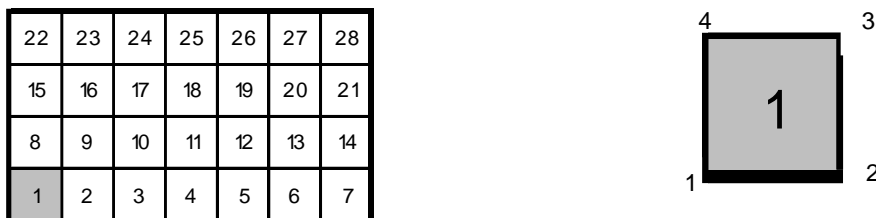


Figura 5.1 – Exemplo de malha utilizada e localização do elemento 01 (μ_i^0) e seus nós do elemento.

A partir da posição inicial $\boldsymbol{\mu}_1^0$, uma direção de caminhamento \boldsymbol{d}_0 é então determinada. O tamanho do passo ζ_0 é admitido em seguida com base na minimização da Função Objetivo por meio de um dos métodos de otimização aplicado. A nova posição i atualizada genericamente da maneira que segue na Equação 5.2:

$$\boldsymbol{\mu}_i^1 = \boldsymbol{\mu}_1^0 + \zeta_0 \boldsymbol{d}_0 \quad (5.2)$$

O processo de caminhamento (para onde ir e como ir) do dano prognosticado $\boldsymbol{\xi}_p^j$ é realizado a partir de $\boldsymbol{\mu}_i^1$. Como a determinação de \boldsymbol{d}_0 e ζ_0 está relacionada aos valores dos resíduos $\boldsymbol{\epsilon}^T$ naquela iteração j da função objetivo $f_{\text{obj}}^j(\boldsymbol{\xi})$, aplicada ao método de otimização.

Em muitos métodos de otimização são encontradas situações não convexas com múltiplos resíduos $\boldsymbol{\epsilon}^{j,e}$, dentro da mesma faixa de tolerância, a solução é dada admitindo durante a busca a adoção do resíduo $\boldsymbol{\epsilon}^{j,e}$ local mais próximo do ponto antecessor, ou seja, com o menor passo ζ_j . Visto isso é sabido que a determinação da tolerância numérica ideal é fundamental para a qualidade da solução encontrada para o problema, sendo diretamente proporcional ao número de iterações j necessárias.

Durante o processo de otimização do problema inverso alguns métodos podem levar o próximo dano prognosticado $\boldsymbol{\xi}_p^j$ para fora do domínio Ω da placa o que não faz sentido físico, assim, a função de penalização desenvolvida na sub-rotina *Penalty* identifica quando o passo de dano ζ_j intercepta a fronteira Γ trazendo novamente a localização do dano prognosticado $\boldsymbol{\xi}_p^j$ para uma posição factível, ou seja, dentro do domínio Ω .

A sub-rotina *Penalty* possibilita também o registro de restrição ou aprendizado em relação à localização do dano simulado na estrutura impossibilitando que o vetor de dano prognosticado $\boldsymbol{\xi}_p^j$ assuma, em iterações predecessoras, características (posicionamentos e severidades) antes

avaliadas, permitindo à cada iteração uma maior velocidade de processamento que a iteração anterior.

5.3 – Os Métodos de Busca Implementados

É sabido que diferentes métodos de busca podem gerar melhores soluções que outras em problemas inversos ou apresentarem eficiências distintas para os seus respectivos procedimentos.

Este trabalho apresenta quatro diferentes métodos de busca, ou otimização, para que seja possível adiante avaliar suas eficiências na obtenção da melhor solução para os problemas de identificação de danos em placas, como a obtenção da solução ótima, número de iterações necessárias para esse fim, velocidade no processamento (desde que utilize a mesma configuração de *hardware*) e mínimos resíduos gerados.

5.3.1 – Levenberg-Marquardt (LM)

O método de otimização de Levenberg-Marquardt foi publicado originalmente por Kenneth Levenberg e posteriormente melhorado por Donald Marquardt e aqui adaptado para a utilização conjuntamente com as Funções Objetivo $f_{obj}^j(\xi)$.

Estabelece-se inicialmente no processo o parâmetro de calibração v , comumente utilizado $\eta=2$ porém, adiante serão feitas verificações para se determinar qual melhor parâmetro a ser utilizado no Problema Inverso de Identificação de danos em placas.

O algoritmo de identificação de danos SISNIDE permite assumir primeiramente tanto uma posição aleatória do dano prognosticado ξ_p^0 , quanto adotar como danificado o primeiro elemento da malha para que se determine os primeiros termos matemáticos utilizados no método iniciando o processo.

$$f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi}) \leftarrow f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi}_p^0) \quad (5.3)$$

sendo:

$$\boldsymbol{\xi}_p^k = \{\alpha_{p,i}, \boldsymbol{\mu}_{p,i}^k\} \text{ e } \boldsymbol{\mu}_{p,i}^k = (x_i; y_i) \quad (5.4)$$

onde $(x_i; y_i)$ são as coordenadas, o posicionamento do dano prognosticado $\boldsymbol{\mu}_{p,i}^k$. Dessa forma podemos reescrever a Função Objetivo em termos das coordenadas do dano ordenando seus termos em função das coordenadas cartesianas.

$$f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi}) = f_n(x; y; \alpha) \quad (5.5)$$

Posteriormente obtém-se o $\nabla f_{\text{obj}}(\theta_x; \theta_y; u_z; \omega) = \nabla f_n(x; y; \alpha)$, sendo operador gradiente ∇ definido como:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial \alpha} k \quad (5.6)$$

Então o gradiente da Função Objetivo, $\nabla f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi}) = \nabla f_n$, é dado por:

$$\nabla f_n = \frac{\partial f_n}{\partial x} i + \frac{\partial f_n}{\partial y} j + \frac{\partial f_n}{\partial \alpha} k \quad (5.7)$$

A Função Objetivo $f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi})$ definida em função das respostas estáticas e dinâmicas $f_n(\theta_x, \theta_y, u_z, \omega)$ é reescrita em diferenças finitas.

$$\frac{\partial f_n}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial \theta_x} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial \theta_y} \frac{\partial \theta_y}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial \theta_y} \frac{\partial \theta_y}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial u_z} \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (5.8)$$

e

$$\frac{\partial f_n}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial \theta_x} \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial \theta_y} \frac{\partial \theta_y}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial \theta_y} \frac{\partial \theta_y}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial u_z} \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (5.9)$$

e

$$\frac{\partial f_n}{\partial \alpha} = \frac{\partial f}{\partial \theta_x} \frac{\partial \theta_x}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial \theta_y} \frac{\partial \theta_y}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial \theta_y} \frac{\partial \theta_y}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial u_z} \frac{\partial u_z}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial \alpha} \quad (5.10)$$

Com a Função Objetivo obtida para $(x_0; y_0)$, calcula-se inicialmente:

$$\bar{\mathbf{g}}_0 = [\nabla f_n(x_0; y_0; \alpha_0)]^T \cdot f_n(x_0; y_0; \alpha_0) \quad (5.11)$$

e

$$\bar{\mathbf{h}}_0 = [\nabla f_n(x_0; y_0; \alpha_0)]^T \cdot [\nabla f_n(x_0; y_0; \alpha_0)] \quad (5.12)$$

Assim os parâmetros preliminares são determinados como (Hagan e Menhaj, 1994):

$$\zeta_{LM} = \tau \cdot \bar{\mathbf{h}}_0, \quad \text{com } \tau = 10^{-3} \quad (5.13)$$

Com a sub-rotina *damage_randon* determina-se o próximo posicionamento aleatório para cálculo da Função Objetivo $f_n(x_i; y_i; \alpha_i)$, obtendo-se também $\bar{\mathbf{g}}_i$ e $\bar{\mathbf{h}}_i$, para a *i-ésima* iteração, conforme equações 5.11 e 5.12 anteriormente descritas.

Desta forma inicia-se o processo iterativo enquanto $\|\bar{\mathbf{g}}\| > \epsilon_1$, sendo ϵ_1 a tolerância adotada, é feito:

$$\bar{\mathbf{h}}_{LM} = \frac{-\bar{\mathbf{g}}}{(\bar{\mathbf{h}} + \zeta_{LM}\mathbf{I})} \quad (5.14)$$

sendo \mathbf{I} a matriz identidade e sabendo que $\bar{\mathbf{h}}_{LM}$ pode ser escrito como:

$$\bar{\mathbf{h}}_{LM} = \begin{bmatrix} \bar{h}_{LMx} \\ \bar{h}_{LM y} \\ \bar{h}_{LM\alpha} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Se $\bar{\mathbf{h}}_{LM} \geq \left[\left(\frac{x_i - x_0}{2} \right); \left(\frac{y_i - y_0}{2} \right); \left(\frac{\alpha_i - \alpha_0}{2} \right) \right]$, então:

$$x_{i+1} \leftarrow x_i + \bar{h}_{LMx(i)} \quad (5.16)$$

$$y_{i+1} \leftarrow y_i + \bar{h}_{LM y(i)} \quad (5.17)$$

$$\alpha_{i+1} \leftarrow \alpha_i + \bar{h}_{LM\alpha(i)} \quad (5.18)$$

Senão:

$$x_{i+1} \leftarrow x_i + \bar{x} \quad (5.19)$$

$$y_{i+1} \leftarrow y_i + \bar{y} \quad (5.20)$$

$$\alpha_{i+1} \leftarrow \alpha_i + \bar{\alpha} \quad (5.21)$$

Sendo, \bar{x} e \bar{y} as dimensões médias do elemento e $\bar{\alpha}$ a média entre a severidade dos danos definidos em α_0 e α_i .

Atualiza-se a Função Objetivo agora para $f_n(x_{i+1}; y_{i+1}; \alpha_{i+1})$ na $(i+1)$ -ésima iteração e consequentemente atualiza-se também as equações 5.11 e 5.12 para $\bar{\mathbf{g}}_{i+1}$ e $\bar{\mathbf{h}}_{i+1}$.

Calcula-se para atualização do parâmetro ζ_{LM} para a $(i+1)$ -ésima iteração dos termos descritos nas Equações 5.22 e 5.23:

$$L = (\bar{\mathbf{h}}_{LM})^T \cdot \left[\zeta_{LM} \cdot \bar{\mathbf{h}}_{LM} - \left(\frac{\partial f_n}{\partial x}; \frac{\partial f_n}{\partial y}; \frac{\partial f_n}{\partial \alpha} \right) \right] \quad (5.22)$$

e

$$D_{LM} = [f_n(x_{i+1}; y_{i+1}; \alpha_{i+1}) - f_n(x_i; y_i; \alpha_i)] / L \quad (5.23)$$

Se $D_{LM} > 0$, então:

$$\zeta_{LM} = \zeta_{LM} \cdot \text{máx} \left[\frac{1}{3}; 1 - (2D_{LM} - 1)^3 \right] \quad (5.24)$$

Senão o novo parâmetro ζ_{LM} para a iteração seguinte será:

$$\zeta_{LM} = \zeta_{LM} \cdot \eta \quad (5.25)$$

Atualizando também o parâmetro inicial para:

$$\eta = 2\eta \quad (5.26)$$

5.3.2 – Colônia de Morcegos (CM)

O método de otimização por Colônia de Morcegos (CM) é uma técnica estocástica, baseada em fatores aleatórios desenvolvida por Dr. Eberthart e Dr. Kennedy em 1995 com observação no comportamento da experiência do animal individualmente e em bando (Oliveira, Carmo e Souza, 2015).

O algoritmo de otimização por Colônia de Morcegos adaptado para solução do problema inverso de identificação de danos em placas é baseado em dois fatores: A experiência individual do morcego na caça à presa e a experiência coletiva do bando, ou seja, a habilidade de caça quando em conjunto. Assim, o método de Colônia de Morcegos (CM) simula um bando de determinado número j de indivíduos que voam em um espaço determinado (domínio da placa) em busca de comida (dano na placa), com o objetivo de algum indivíduo primeiramente localizar a sua presa (solução do problema) que é a identificação do dano.

No início do processo de otimização a colônia de morcegos busca por seu alimento (dano na placa) sem qualquer direção preferencial. Ao passo que notam regiões dentro do espaço de busca com maior adensamento de alimento passam a voar predominantemente nessas áreas, comunicando-se com os demais ($j-1$) indivíduos do bando sobre tais mapeamentos dessas regiões e atualizando seu posicionamento.

Cada indivíduo, durante o processo de otimização, movimenta-se de acordo com o resultado obtido do seu melhor posicionamento individual e também do melhor posicionamento do bando. Dessa forma, o movimento de cada morcego é uniformemente acelerado em uma iteração do método, tendo sua velocidade descrita como a função horária de um movimento uniformemente acelerado e desprezando a variação da velocidade entre as iterações.

$$\mathbf{v}_j = \mathbf{v}_{0j} + \mathbf{a}_j t \quad (5.27)$$

Tomando-se como tempo unitário, tem a equação final da velocidade:

$$\mathbf{v}_j = \mathbf{v}_{0j} + \mathbf{a}_j \quad (5.28)$$

sendo \mathbf{a}_j uma combinação linear dos deslocamentos entre a posição atual do j -ésimo indivíduo para a sua melhor localização obtida individualmente \mathbf{m}^i e da posição atual do morcego para a melhor situação do bando em vôo, dada por \mathbf{m}^b .

$$\mathbf{a}_j = rand_1 \cdot k_1 \cdot (\mathbf{m}^i - \mathbf{s}_j) + rand_2 \cdot k_2 \cdot (\mathbf{m}^b - \mathbf{s}_j) \quad (5.29)$$

A melhor localização do j -ésimo indivíduo \mathbf{m}^i é dada pelo menor valor gerado pela função objetivo $f_n(x_i; y_i; \alpha_i)$, daquele indivíduo durante todo o processo de busca nas i -ésimas iterações, onde:

Se,

$$f_n(x_i; y_i; \alpha_i) < f_n(x_{i-1}; y_{i-1}; \alpha_{i-1}) \quad (5.30)$$

então,

$$\mathbf{m}^m \leftarrow \xi_p^k = \{\alpha_{p,i}, \mu_{p,i}^k\} \text{ com } \mu_{p,i}^k = (x_i; y_i) \quad (5.31)$$

senão, \mathbf{m}^m continua com a posição anteriormente atribuída.

Já \mathbf{m}^b , como dito, é a melhor posição do bando é a melhor característica dada ao vetor dano prognosticado ξ_p^k de todos os indivíduos em todas as iterações já realizadas.

Assim, a velocidade da Equação 5.28 é escrita como:

$$\mathbf{v}_j = rand_0 \cdot k_0 \cdot \mathbf{v}_{0j} + rand_1 \cdot k_1 \cdot (\mathbf{m}^i_j - \mathbf{s}_j) + rand_2 \cdot k_2 \cdot (\mathbf{m}^b_j - \mathbf{s}_j) \quad (5.32)$$

onde, $rand_0$, $rand_1$ e $rand_2$ são constantes aleatórias de direcionamento e k_0 , k_1 e k_2 são constantes que possibilitam a calibração da inércia de cada morcego e o nível de impacto da experiência individual e do bando, respectivamente.

Com isso o posicionamento \mathbf{s} dos j morcegos distribuídos de modo aleatório no início do processo é atualizado segundo a Equação 5.33.

$$\mathbf{s}_j = \mathbf{s}_{0j} + rand_0 \cdot k_0 \cdot \mathbf{v}_{0j} + rand_1 \cdot k_1 \cdot (\mathbf{m}^i_j - \mathbf{s}_j) + rand_2 \cdot k_2 \cdot (\mathbf{m}^b_j - \mathbf{s}_j) \quad (5.33)$$

E o processo terá a atualização do posicionamento de todos os seus j indivíduos até que o valor da função objetivo $f_n(x; y; \alpha)$ atinja a tolerância esperada.

5.3.3 – Davidon-Fletcher-Powell (DFP)

Desenvolvido por Willian C. Davidon, Roger Flecher e Michael JD Powell trata-se de um método do modo quase-Newton que tem como idéia a realização de uma aproximação iterativa da inversa da matriz hessiana (Nocedal, 1999).

A aproximação da inversa da matriz hessiana é dada de maneira que:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{H}}_i = \nabla^2 f_n^{-1} \quad (5.34)$$

A construção da aproximação $\hat{\mathbf{H}}_i$ da inversa da matriz hessiana $\nabla^2 f_n^{-1}$ com o uso de informações de primeira ordem adquiridas durante o processo de minimização se utiliza de cada iteração para que se defina a direção descendente predecessora. Com a aproximação da solução, ou seja, com a aproximação da localização do dano o problema converge para a inversa da matriz hessiana.

Assumindo-se dois pontos de possíveis soluções do problema, dados por $\xi_p^k = \{\alpha_{p,i}, \mu_{p,i}^k\}$ e $\xi_p^k = \{\alpha_{p,i+1}, \mu_{p,i+1}^k\}$, com $\mu_{p,i}^k = (x_i; y_i)$ e $\mu_{p,i+1}^k = (x_{i+1}; y_{i+1})$, respectivamente, define-se:

$$\mathbf{g}_i = -\nabla[f_n(x_i; y_i; \alpha_i)]^T \quad \text{e} \quad \mathbf{g}_{i+1} = -\nabla[f_n(x_{i+1}; y_{i+1}; \alpha_{i+1})]^T \quad (5.35)$$

Sendo a hessiana $\nabla^2 f_n$ constante, então:

$$\mathbf{q}_i \equiv \mathbf{g}_{i+1} - \mathbf{g}_i = \nabla^2 f_n \cdot \mathbf{p}_i \quad (5.36)$$

onde

$$\mathbf{p}_i = \beta_i \mathbf{d}_i \quad (5.37)$$

Inicialmente toma-se $\mathbf{d}_0 = \mathbf{g}_0$, ou seja, $\mathbf{g}_0 = -\nabla[f_n(x_0; y_0; \alpha_0)]^T$.

O parâmetro $\hat{\beta}_i$ que determina o passo ótimo \mathbf{p}_i para a solução do problema com a Função Objetivo $f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi}) = f_n(x; y; \alpha)$ deve ser encontrado por:

$$\min_{\beta_i \in [0,1]} f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi} + \mathbf{p}_i) \quad (5.38)$$

Enquanto a condição de parada não é satisfeita, $\|\hat{\mathbf{H}}_i\| \leq \text{Tolerância}$, atualiza-se os parâmetros $\mathbf{g}_i, \mathbf{q}_i, \mathbf{p}_i$ com $\boldsymbol{\xi} + \mathbf{p}_i$, assim como a determinação da direção \mathbf{d}_i que é dada por:

$$\mathbf{d}_i = \hat{\mathbf{H}}_i \cdot \mathbf{g}_i \quad (5.39)$$

Sendo a matriz $\hat{\mathbf{H}}_{i+1}$ definida na iteração predecessora como (Ribeiro e Karas, 2013):

$$\hat{\mathbf{H}}_{i+1} = \hat{\mathbf{H}}_i + \frac{\mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^T}{\mathbf{p}_i^T \mathbf{q}_i} - \frac{\hat{\mathbf{H}}_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T \hat{\mathbf{H}}_i}{\mathbf{q}_i^T \hat{\mathbf{H}}_i \mathbf{q}_i}; i = 0, 1, \dots, i - 1 \quad (5.40)$$

5.3.4 – Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

O método de otimização Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno é assim denominado devido aos seus desenvolvedores Charles George Broyden, Roger Fletcher, Donald Goldfarb e David Shanno.

Esse método diferencia-se basicamente do método DFP pela aproximação da hessiana: que ao invés de aplicar a Equação 5.40, aplica-se (Ribeiro e Karas 2013):

$$\hat{\mathbf{H}}_{i+1} = \hat{\mathbf{H}}_i + \frac{\mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^T}{\mathbf{p}_i^T \mathbf{q}_i} \left[\mathbf{I} + \frac{\mathbf{q}_i^T \hat{\mathbf{H}}_i \mathbf{q}_i}{\mathbf{p}_i^T \mathbf{q}_i} \right] - \frac{\hat{\mathbf{H}}_i \mathbf{q}_i \mathbf{p}_i^T + \mathbf{p}_i \mathbf{q}_i^T \hat{\mathbf{H}}_i}{\mathbf{p}_i^T \mathbf{q}_i}; i = 0, 1, \dots, i - 1 \quad (5.41)$$

5.3.5 – O Método de Busca Gradiente (GRAD)

Neste trabalho o método gradiente será utilizado no estudo da potencialidade das funções objetivo apresentadas na solução da busca do dano em placas.

Este método se utiliza do conceito do gradiente de uma função, ou seja, a direção em que a máxima variação da função ocorre, sendo o mais simples método de primeira ordem para obtenção da direção de descida \mathbf{d}_i (Chapra and Canale, 2010).

Dada a i -ésima iteração, a direção \mathbf{d}_i da máxima variação da Função Objetivo $f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi}) = f_n(x; y; \alpha)$ é dada por:

$$\mathbf{d}_i = -\frac{\nabla f_n(x; y; \alpha)}{\|\nabla f_n(x; y; \alpha)\|} \quad (5.42)$$

A atualização da direção \mathbf{d}_i , enquanto $\|\nabla f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi})\| > \text{Tolerância}$ para a $(i+1)$ -ésima iteração:, é apresentada na Equação 5.43.

$$\boldsymbol{\xi}_{i+1} = \boldsymbol{\xi}_i - \beta_i \frac{\nabla f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi}_i)}{\|\nabla f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi}_i)\|} \quad (5.43)$$

Inicialmente no problema ($i=0$) adota-se $\beta=1$ como dimensão do passo para o cálculo de $\nabla f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi}_0) = \nabla f_n(x_0; y_0; \alpha_0)$.

Caso $\nabla f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi}_{i+1}) \geq \nabla f_{\text{obj}}(\boldsymbol{\xi}_i)$, aplica-se uma redução do passo β_i dada por $\beta_i = t_r \beta_i$, sendo t_r uma taxa de redução previamente estabelecida.

6 – ANÁLISE DAS FUNÇÕES OBJETIVO, CALIBRAÇÃO DOS MÉTODOS E AUTOMAÇÃO DO PROBLEMA

Os exemplos iniciais de identificação de danos em placas foram processados manualmente de forma que, antes de se proceder com a automação da solução, fosse possível verificar a eficiência das funções objetivo a serem inseridas nas sub-rotinas de otimização desenvolvidas.

Nesta etapa os modelos estruturais de placas foram discretizados no *software* SAP 2000® e tratados suas respostas estáticas e dinâmicas em planilha eletrônica para verificação da obtenção da convergência dos valores residuais das funções objetivo de modo a assegurar bons resultados com o uso destas quando da automação do processo em casos mais complexos.

Como esta fase do trabalho avalia-se das Funções Objetivo previamente à automação do processo foi utilizado o método de otimização gradiente (GRAD), devido a sua simplicidade já demonstrada, facilitando a evolução manual da busca da solução do problema.

O problema utilizado como validação do método de identificação de danos foi o de uma estrutura de placa retangular com dimensões de 2,0x1,0 m e 0,05 m de espessura. O modelo numérico foi desenvolvido em malha com elementos finitos quadriláteros isoparamétricos de dimensões 0,10 x 0,10 m, totalizando 200 elementos (Figura 6.1). As placas modeladas são de aço com módulo de elasticidade $E=20500 \text{ kN/cm}^2$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$.

No modelo numérico em elementos finitos foi utilizado o elemento *Plate* Quadrilátero Isoparamétrico da biblioteca de elementos do ANSYS®.

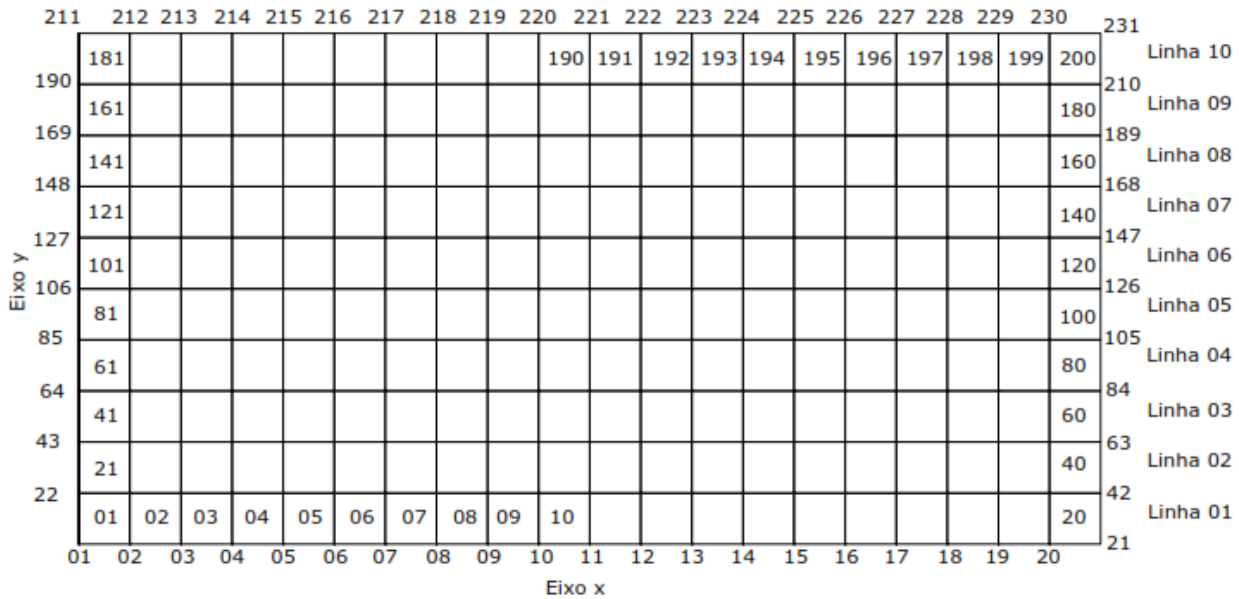


Figura 6.1 – Modelo numérico utilizado, distribuição de elementos e conectividade dos nós.

6.1 – Avaliação das Funções Objetivo

No caso aplicado foi observada a capacidade (sensibilidade e robustez) do método em solucionar o problema inverso de identificação de danos frente às diversas variações de parâmetros do sistema.

O exemplo a ser analisado constitui-se de uma placa retangular simplesmente engastada na borda vertical esquerda, com dano real constituído pelo elemento finito de número 156. A espessura do dano prognosticado neste exemplo é de 50% da espessura da placa, ou seja, 0,025 m. Duas cargas estáticas de intensidade $P=10kN$ aplicadas simetricamente nos nós 21 e 231, como mostra a Figura 6.2.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 181 | 182 | 183 | 184 | 185 | 186 | 187 | 188 | 189 | 190 | 191 | 192 | 193 | 194 | 195 | 196 | 197 | 198 | 199 | 200 |
| 161 | 162 | 163 | 164 | 165 | 166 | 167 | 168 | 169 | 170 | 171 | 172 | 173 | 174 | 175 | 176 | 177 | 178 | 179 | 180 |
| 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 | 151 | 152 | 153 | 154 | 155 | 156 | 157 | 158 | 159 | 160 |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 | 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 |
| 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |

Figura 6.2 – Condições de contorno, dano real e carga aplicada ao Exemplo 01.

Neste tipo de problema a espessura do dano α_i permanece invariável e igual ao seu valor de inicial $\alpha_0 = 0,5$ ao longo de todo o processo de otimização. A fixação do parâmetro espessura do dano α_i , tornando-o invariável, permite a análise somente da atualização do parâmetro de localização do dano.

O comportamento dos resultados das Funções Objetivo é observado ao longo de algumas iterações do processo, contudo, no processo de automação, aplicado posteriormente, o parâmetro α_i , que representa a espessura do dano prognosticado será variável e controlado o seu refinamento no processo do pré-processamento do problema.

Para esta verificação foi adicionada uma contaminação (erros ou ruídos dos dados) nos deslocamentos e frequências obtidas com distribuição gaussiana, como descrito no item 4.4 deste trabalho, simulando possíveis erros que ocorrem na prática em sua aquisição, como leitura do equipamento, aferição e calibragem do mesmo e incidência de vibrações externas à estrutura, possibilitando a observação da sensibilidade da função objetivo frente à essa perturbação numérica.

Como já mencionado anteriormente, a opção pelo uso das seis assinaturas estruturais no processo se deu pelo fato de que a variação de parâmetros do sistema estudado traz significativas

alterações nas respostas apresentadas pela Função Objetivo $f_{obj}^j(\xi)$ a outro problema, objeto de estudo realizado por Brito (2008).

Sendo assim, ao final do processo de minimização da função objetivo feito pelas seis assinaturas estruturais o resultado final é expresso pela função objetivo que utiliza a assinatura que apresenta melhores resultados finais (menores resíduos).

Como demonstrado na Equação 4.30, durante o processo de busca do dano se $f_p^j(\xi_p) \rightarrow f_r(\xi_r)$, ou seja, a proposição do dano na j -ésima iteração se aproxima do dano real, a função objetivo aproxima-se cada vez mais do zero (ou mínimo esperado), isso pode ser observado nos gráficos apresentados para todas as seis assinaturas estruturais utilizadas na função objetivo para a mesma iteração j , como visto nas Figuras 6.3 a 6.8, onde nas primeiras iterações o nível de resíduo $\epsilon^{j,e}$ para cada elemento da função objetivo $f_{obj}^j(\xi)$ é máximo, ao passo que nas últimas iterações esses valores vão diminuindo e aproximando-se do zero, o que significa uma aproximação do dano proposto ao dano real.

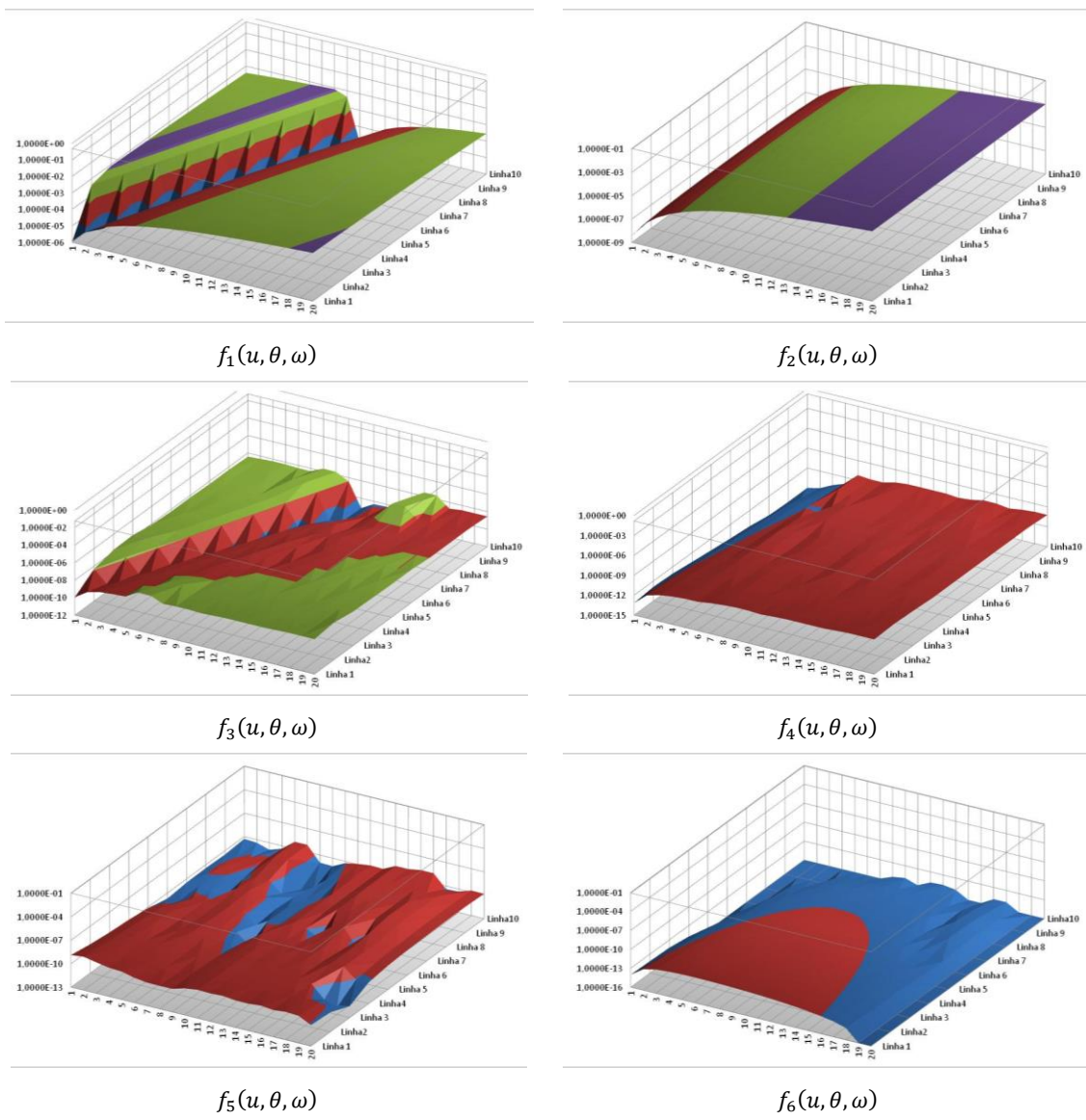


Figura 6.3 – Comportamento das funções objetivo – Iteração $j=1$.

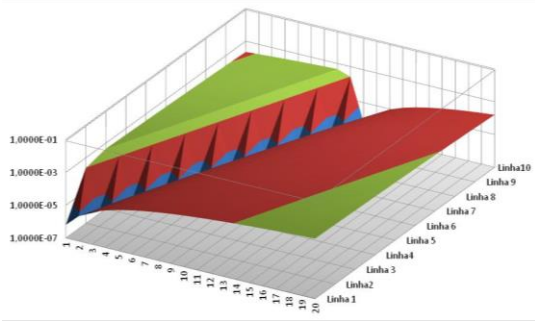
Nota-se que para os parâmetros do problema a função objetivo $f_{obj}^j(\xi)$, composta pela assinatura estrutural $f_2(u, \theta, \omega)$, apresenta um comportamento mais contínuo e suave se comparado a Função Objetivo composta com a assinatura $f_1(u, \theta, \omega)$. As demais funções objetivo apresentaram valores variados em exceção da função $f_4(u, \theta, \omega)$ que apresenta valores bem regulares em baixos nos seus resíduos próximo ao engaste, já na região oposta mostra valores de resíduos relativamente elevados, caracterizado ser uma função pouco sensível a condição de apoio proposta ao problema.

Esse comportamento de continuidade da Função Objetivo poderá ser observado nos exemplos posteriores que não é característica unicamente intrínseca da formulação matemática da assinatura estrutural $f_2(u, \theta, \omega)$, mas como também dos parâmetros do problema como condição de contorno, aplicação dos carregamentos estáticos, magnitude e localização do dano, podendo apresentar descontinuidades para essa função objetivo em cenários de problemas distintos a esse.

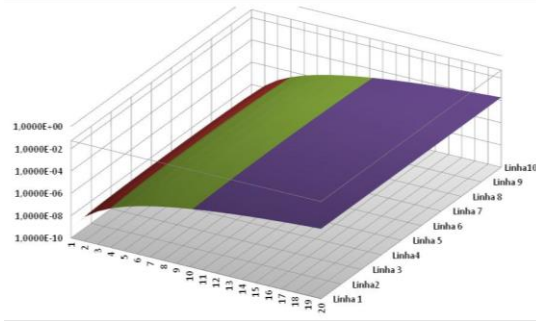
Observa-se já na primeira iteração o comportamento das Funções Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$ se mostra bastante diferenciado do apresentado pelas funções $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_2(u, \theta, \omega)$. Isso comprova que o comportamento apresentado pelas Funções Objetivo está diretamente ligado às suas formulações matemáticas que lhes conferem maior ou menor sensibilidade às respostas e gerações de resíduos, isso é explicado pelo fato das assinaturas estruturais possuírem fatores estáticos como os deslocamentos de translação e rotacionais em suas formulações.

É visível que a Função Objetivo $f_6(u, \theta, \omega)$, para esse problema, denota ser mais suave, ou seja, com resíduos de menores magnitudes. Assim mostra-se que a Função Objetivo deve possuir uma sensibilidade numérica que possibilite atualização do modelo numérico mesmo trabalhando muito próximo da tolerância de convergência, caracterizada por superfícies sem muitos picos.

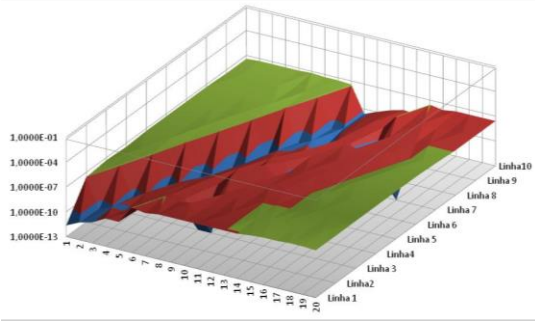
Na iteração $j=5$, Figura 6.4, percebe-se uma significativa variação nos resultados obtidos pela função $f_6(u, \theta, \omega)$ nas regiões da placa com maiores deslocamentos para o carregamento dado e próximo ao dano real proposto.



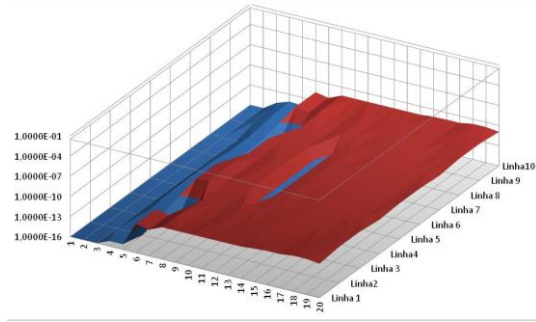
$f_1(u, \theta, \omega)$



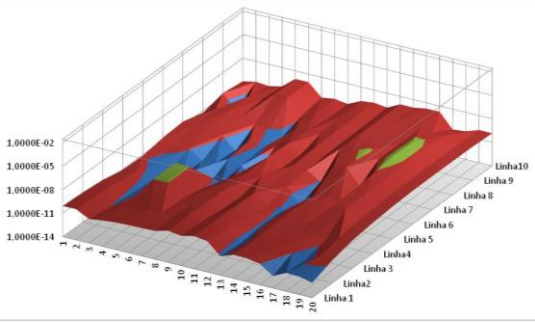
$f_2(u, \theta, \omega)$



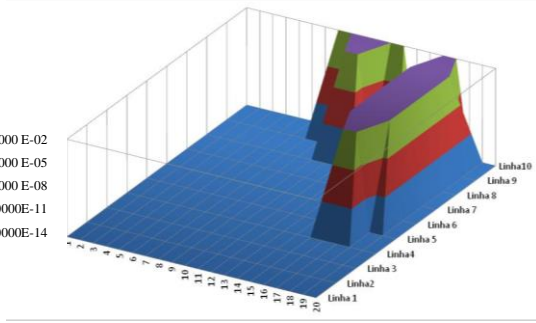
$f_3(u, \theta, \omega)$



$f_4(u, \theta, \omega)$



$f_5(u, \theta, \omega)$



$f_6(u, \theta, \omega)$

Figura 6.4 – Comportamento das funções objetivo – Iteração $j=5$.

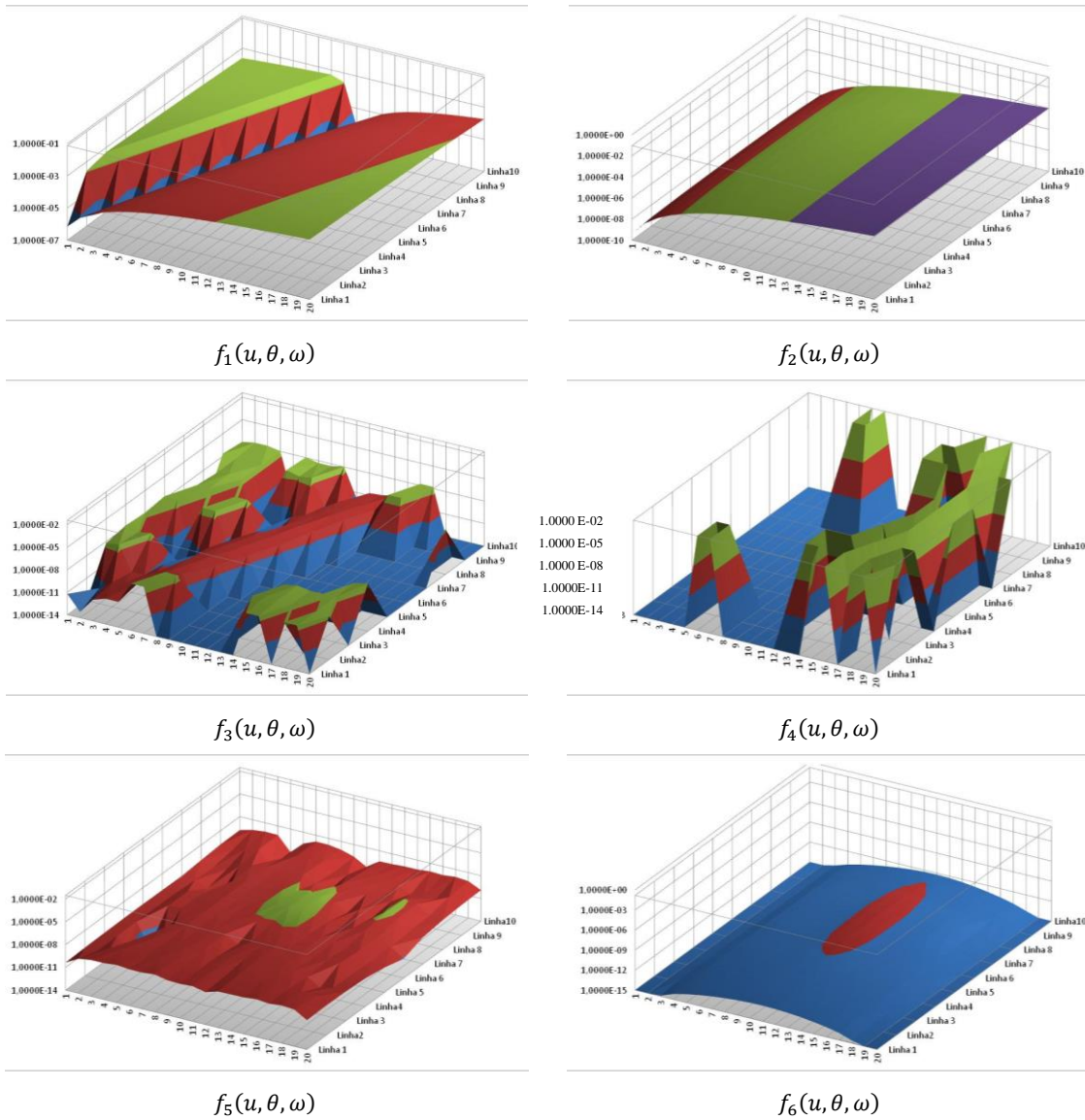


Figura 6.5 – Comportamento das funções objetivo – Iteração $j=8$.

Observa-se aqui que na iteração $j=8$ o comportamento da Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ sofre uma variação extremamente significativa em relação às apresentadas para as iterações anteriores. Isso acontece pelo fato da proposição de dano nessa iteração passar próximo ao ponto de aplicação de carregamento estático, essa característica pode ser melhor observada na visualização em gradiente plano como o mapeamento do caminhamento do dano para essas iterações.

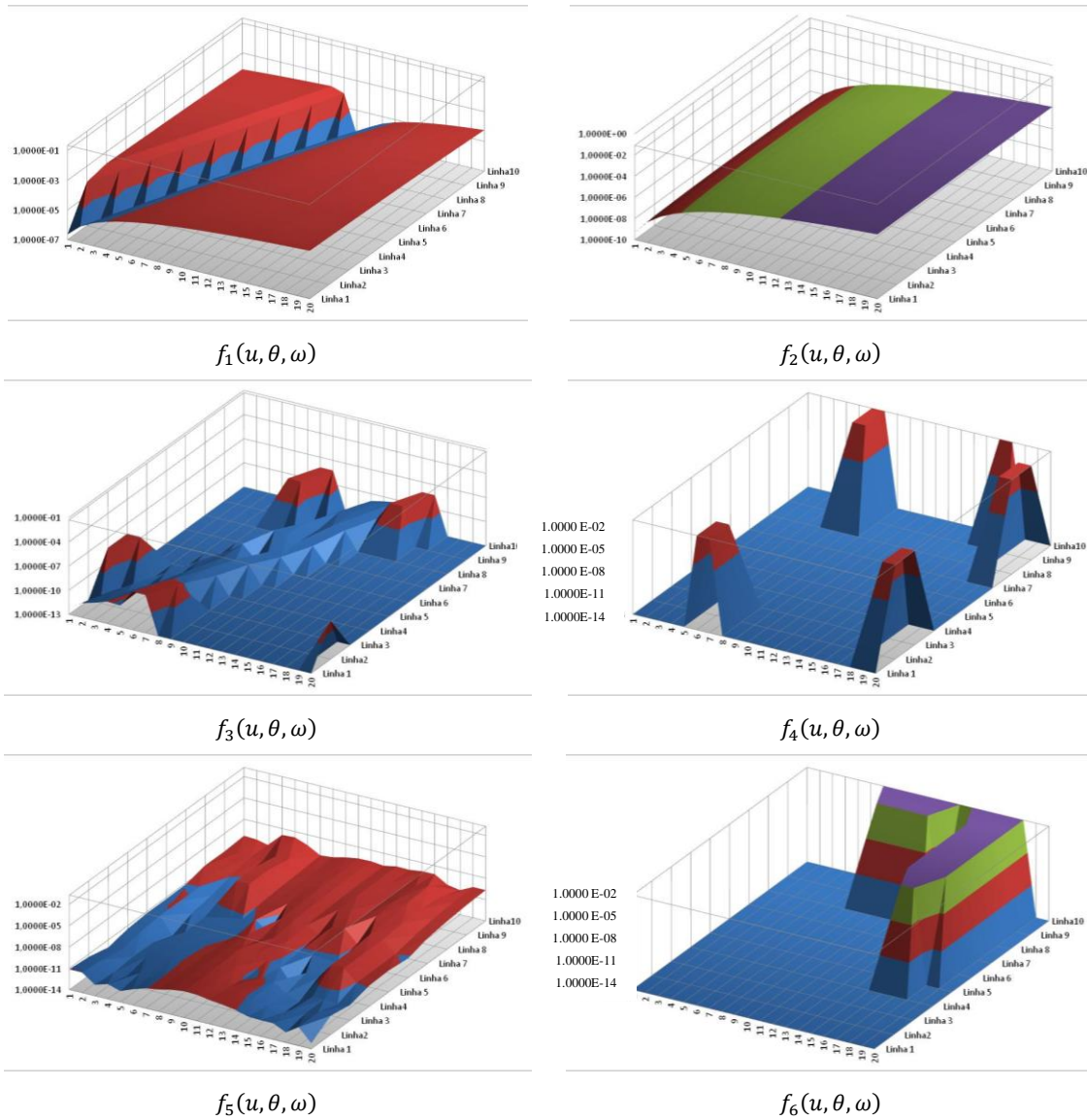
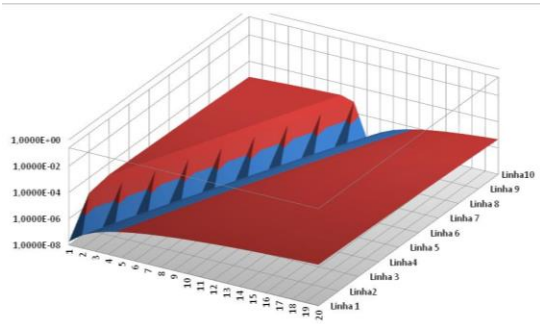
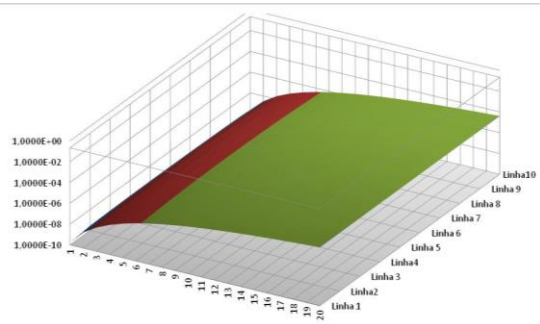


Figura 6.6 – Comportamento das funções objetivo – Iteração $j=12$

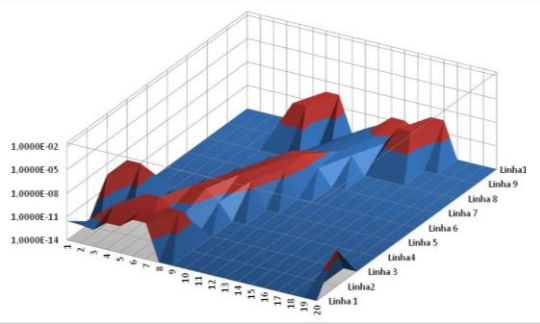
Visualiza-se que na iteração $j=12$ a função objetivo $f_6(u, \theta, \omega)$ apresenta picos na mesma região da placa quando o dano proposto esta próximo dos engastes, porém ainda distante da configuração do dano real.



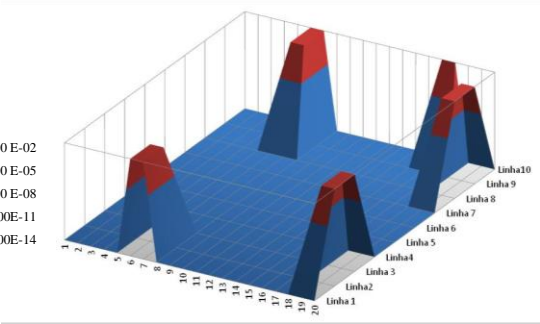
$f_1(u, \theta, \omega)$



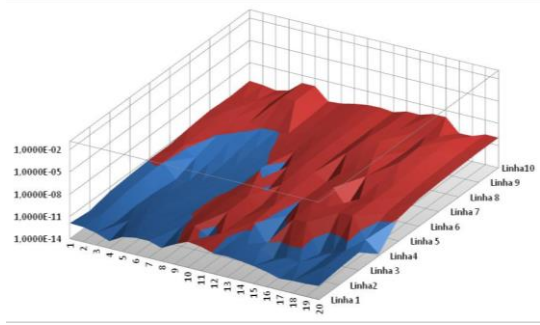
$f_2(u, \theta, \omega)$



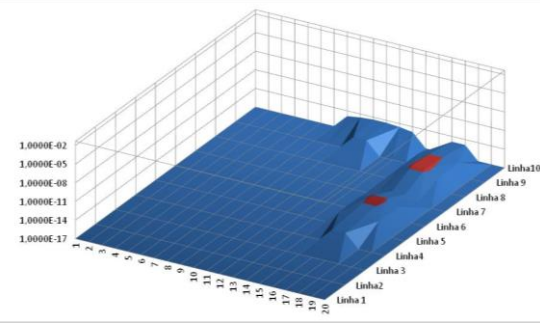
$f_3(u, \theta, \omega)$



$f_4(u, \theta, \omega)$



$f_5(u, \theta, \omega)$



$f_6(u, \theta, \omega)$

Figura 6.7 – Comportamento das funções objetivo – Iteração $j=15$.

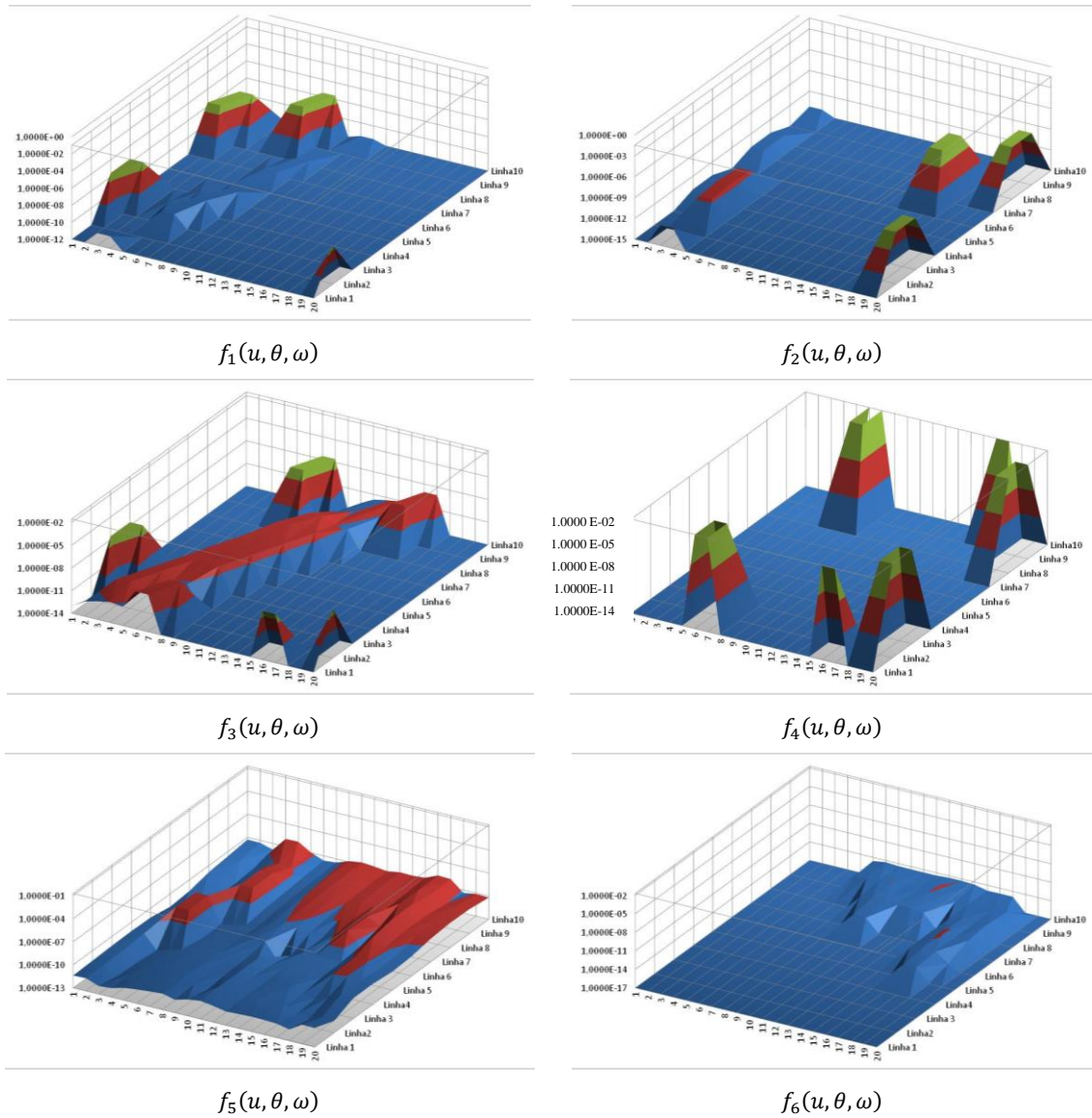


Figura 6.8 – Comportamento das funções objetivo – Iteração $j=16$.

O processo na 16ª iteração atinge o critério de parada com erro mínimo ϵ (resíduo da Função Objetivo) de $2,79 \times 10^{-8}$ para a assinatura estrutural $f_1(u, \theta, \omega)$ e de $2,90 \times 10^{-8}$ para a assinatura estrutural $f_3(u, \theta, \omega)$, muito semelhante.

É visto pelo comportamento dessas funções objetivo na última iteração que a função $f_3(u, \theta, \omega)$, para esse exemplo, apresentou melhores resultados em termos de magnitude de resíduos sobre a placa.

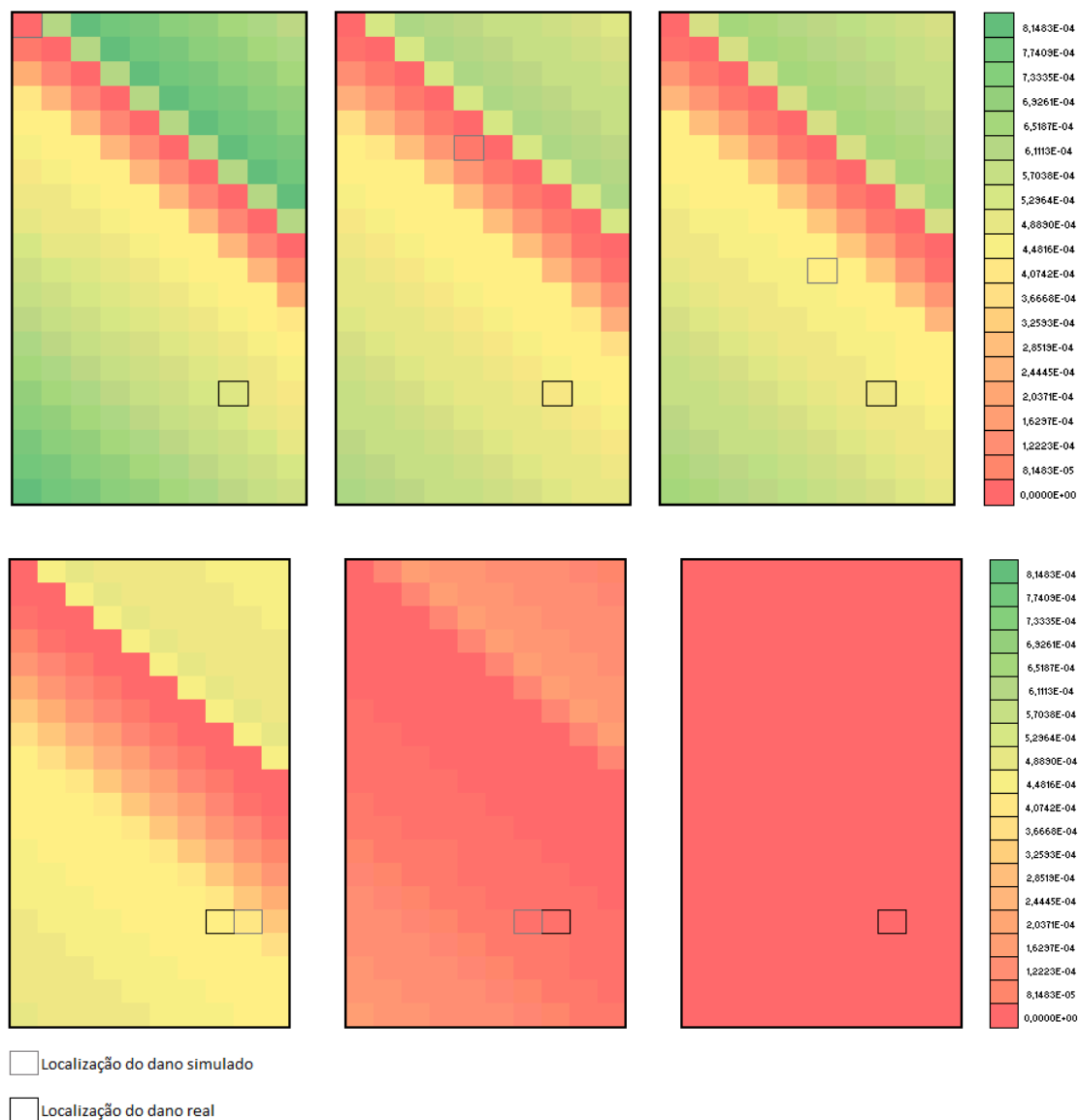
A partir da 15ª iteração as Funções Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$ começam a predominar com baixos valores residuais, embora com distribuições distintas apesar de possuírem mesmas condições dadas ao problema.

Para estas funções o máximo resíduo encontrado foi de $2,87 \times 10^{-8}$ para a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ e de $2,12 \times 10^{-12}$ para a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$, mais uma vez apresenta melhores resultados (menores resíduos) em relação à função $f_1(u, \theta, \omega)$.

Nas últimas iterações as Funções Objetivo $f_5(u, \theta, \omega)$ e $f_6(u, \theta, \omega)$ ficam extremamente suave, muito mais para o uso da assinatura $f_6(u, \theta, \omega)$, que inclusive admite um resíduo máximo de $6,0 \times 10^{-15}$ em comparação ao erro máximo de $2,62 \times 10^{-9}$ da $f_5(u, \theta, \omega)$.

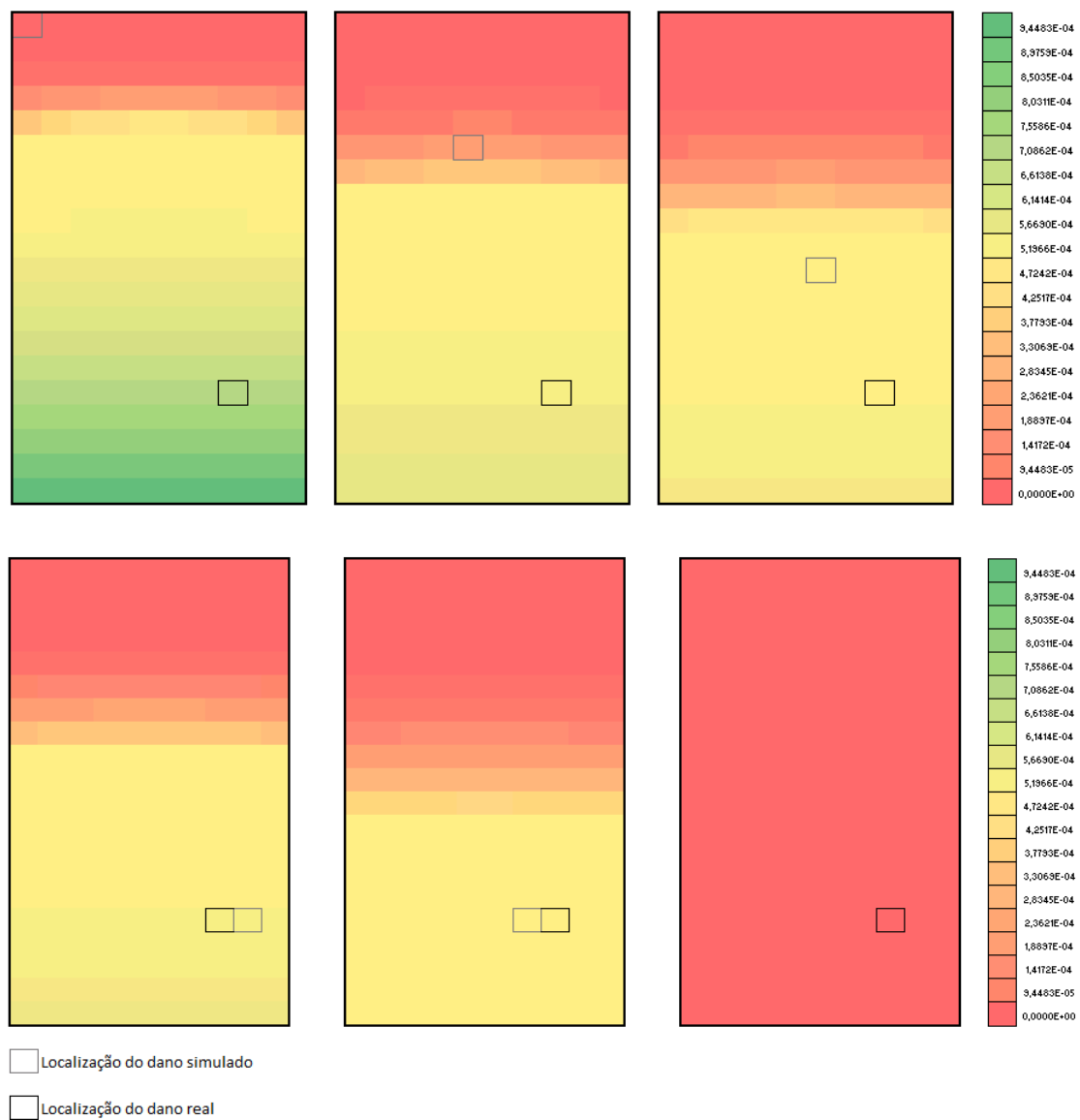
Os gráficos das Figuras 6.3 a 6.8 mostram com precisão o comportamento das Funções Objetivo em termos dos resíduos gerados para cada elemento da placa, porém não mostra o caminhamento das proposições do dano e se na última iteração o problema obteve uma solução ótima ou quase ótima, localizando o dano real ou se aproximando deste. Para a solução deste problema foi implementada uma visualização em plano do caminhamento do dano e gradiente dos resíduos gerados pela Função Objetivo quando da atualização do modelo matemático.

Os valores do resíduo gerado na placa é apresentado em gradiente de cores que permite nas Figuras 6.9 e 6.10, além de visualizar a atualização da localização do dano obtido por meio do método gradiente (GRAD), possibilita também observar a redução gradativa dos resíduos ϵ durante a aproximação do dano proposto em relação ao dano real nas atualizações dos modelos nas j iterações.



$$f_1(u, \theta, \omega)$$

Figura 6.9 – Evolução do dano proposto – Iterações $j=1, 5, 8, 12, 15$ e $16 - (f_1)$



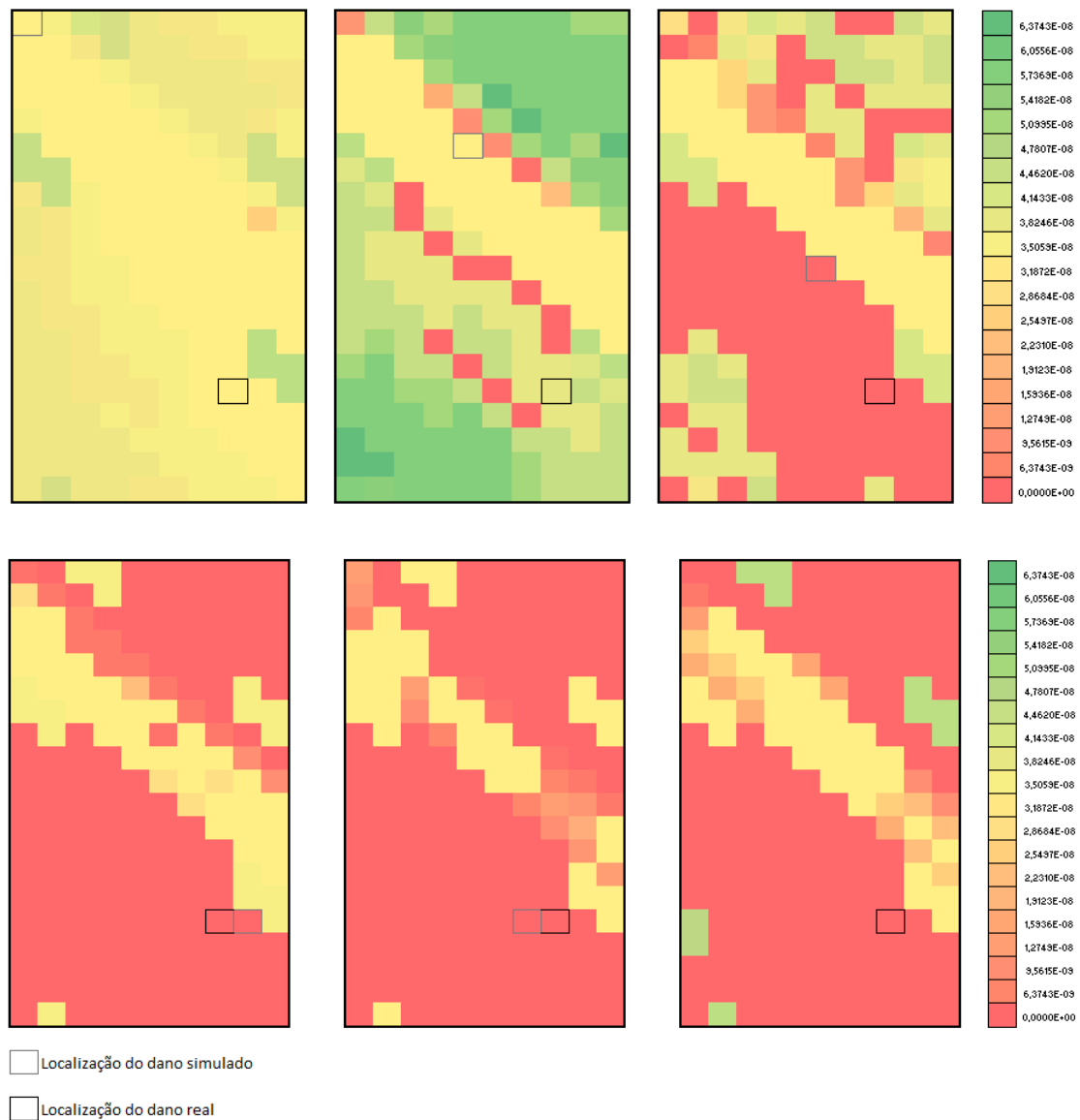
$$f_2(u, \theta, \omega)$$

Figura 6.10 – Evolução do dano proposto – Iterações $j=1, 5, 8, 12, 15$ e $16 - (f_2)$

Ambas as assinaturas estruturais $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_2(u, \theta, \omega)$ convergiram para a aproximação do dano no elemento finito de número 156, mostrado nas Figuras 6.9 e 6.10 pela uniformização da placa na cor vermelha (menor valor da função objetivo $f_{obj}^j(\xi)$).

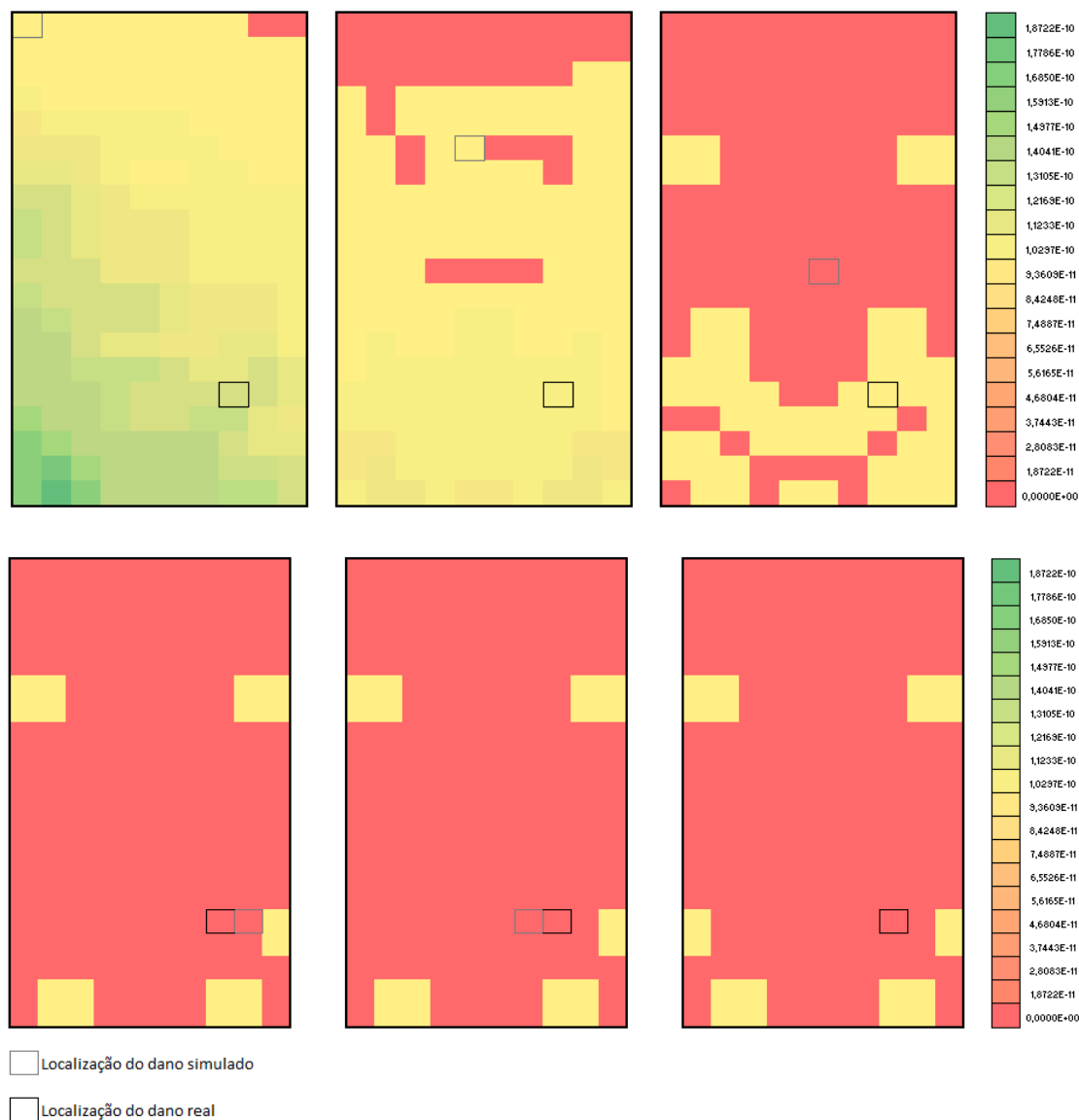
Verifica-se que apesar do dano real ter sido encontrado com a convergência do problema na minimização da função objetivo, tanto para a assinatura $f_1(u, \theta, \omega)$ quanto para a assinatura $f_2(u, \theta, \omega)$, resíduos permaneceram, mostrando que a função objetivo em sua última iteração ($j=16$), para este exemplo de validação, não atinge o seu mínimo igual a zero para todos os elementos, isso se deve à contaminação introduzida que simulam falhas na medição de dados, como as inseridas nas frequências naturais e deslocamentos e devido à sensibilidade da Função Objetivo à esses erros.

As Figuras 6.11 e 6.12 apresentam os gradientes de cores e caminhamento dos danos propostos para a atuação das Funções Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$ para o mesmo problema.



$$f_3(u, \theta, \omega)$$

Figura 6.11 – Evolução do dano proposto – Iterações $j=1, 5, 8, 12, 15$ e $16 - (f_3)$

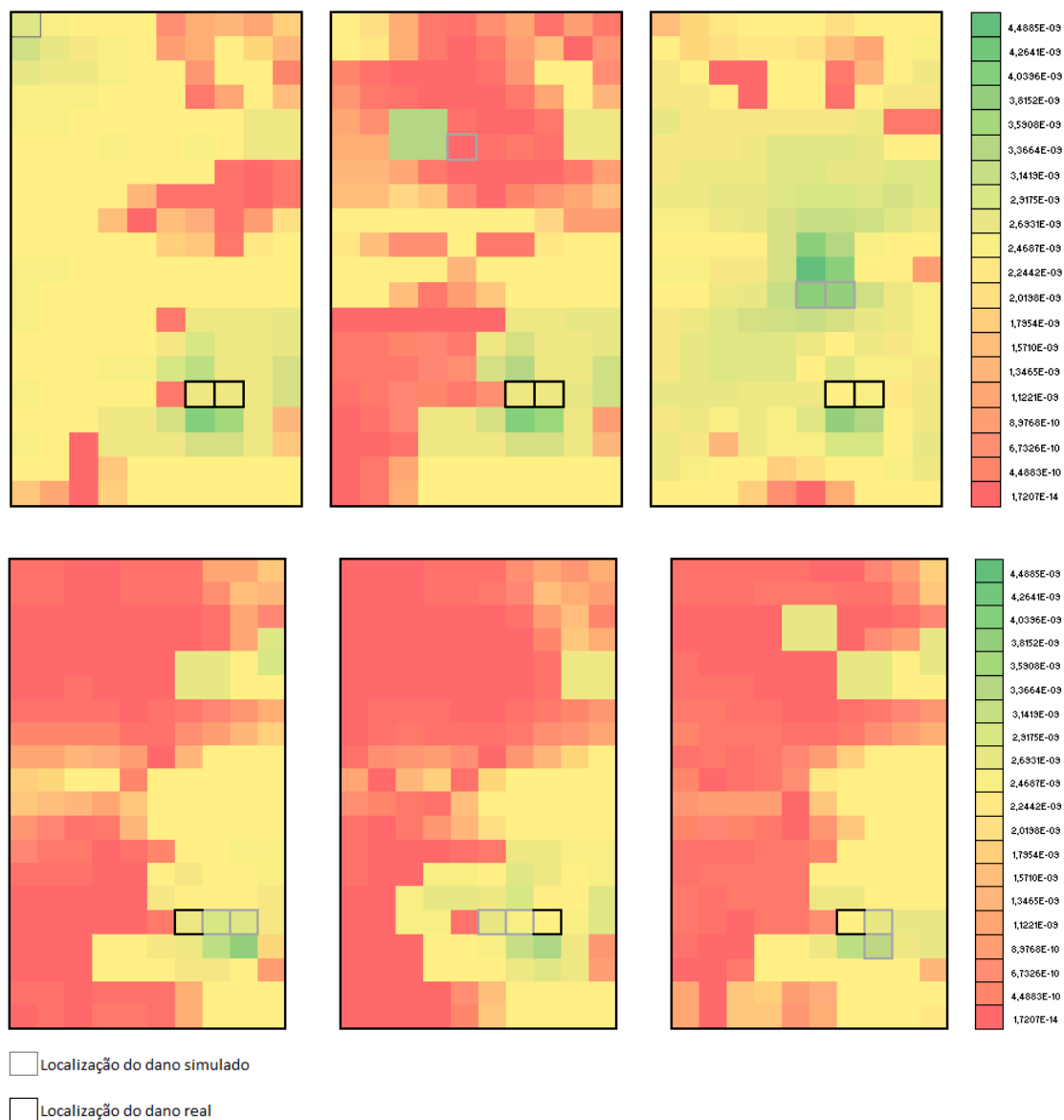


$$f_4(u, \theta, \omega)$$

Figura 6.12 – Evolução do dano proposto – Iterações $j=1, 5, 8, 12, 15$ e $16 - (f_4)$

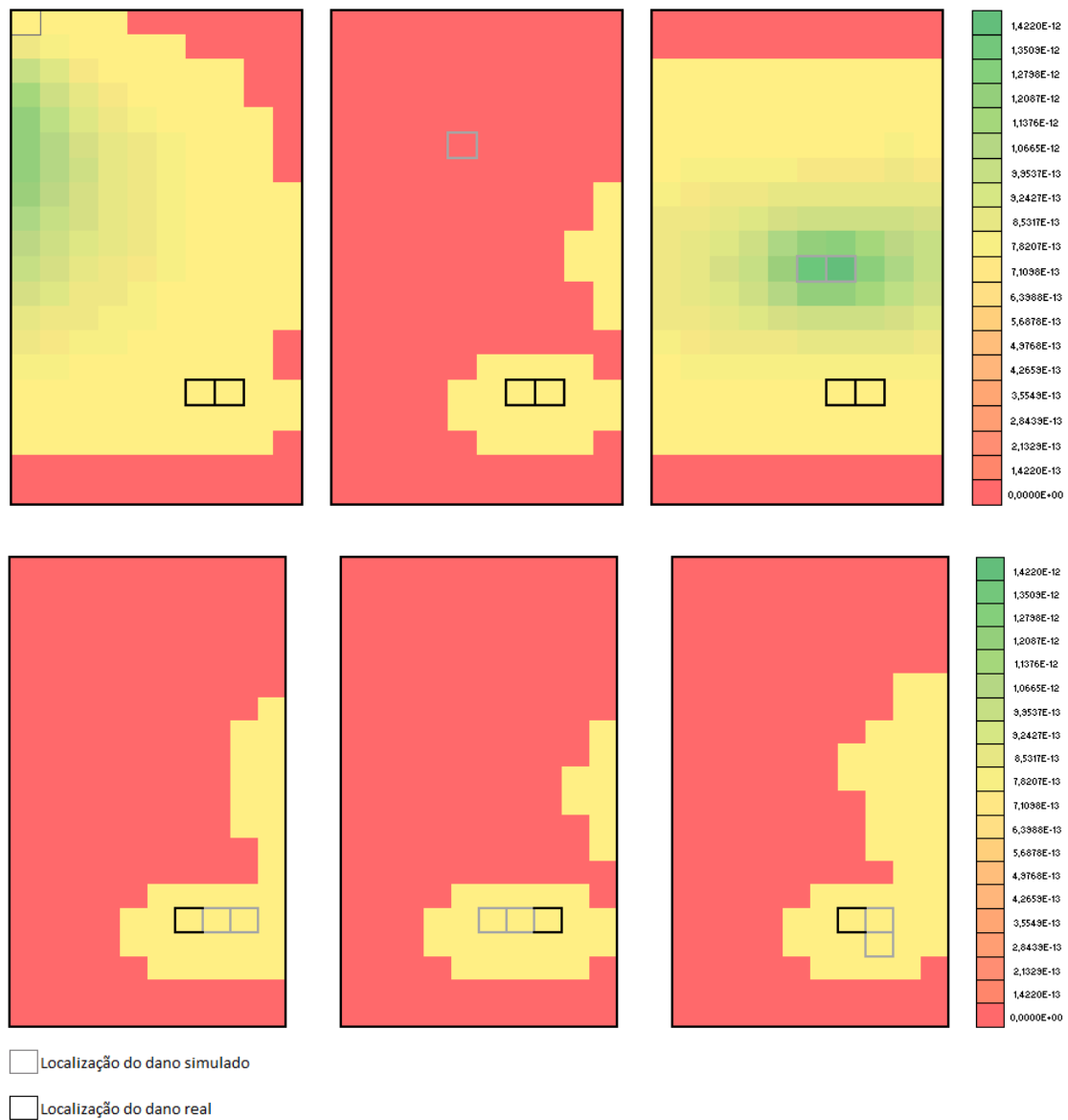
Nas duas Funções Objetivo, $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$ a proximidade da localização do dano proposto com o ponto de aplicação do carregamento insere uma interferência significativa.

Mais uma vez o método de minimização, fazendo uso das Funções Objetivo, $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$, foi capaz de localizar o dano real no elemento 156.



$$f_5(u, \theta, \omega)$$

Figura 6.13 – Evolução do dano proposto – Iterações $j=1, 5, 8, 12, 15$ e $16 - (f_5)$



$$f_6(u, \theta, \omega)$$

Figura 6.14 – Evolução do dano proposto – Iterações $j=1, 5, 8, 12, 15$ e $16 - (f_6)$

Constata-se, portanto, que em casos semelhantes a esse problema o critério de parada deverá ser mais refinado, para que se permitam mais iterações, onde possivelmente o dano proposto com o uso das Funções Objetivo $f_5(u, \theta, \omega)$ e $f_6(u, \theta, \omega)$ teria convergido para uma melhor solução.

Contudo observa-se que todas as Funções Objetivo mostram-se capazes de serem implementadas, estas com diferentes comportamentos de atuação em relação às suas sensibilidades na obtenção de uma solução ótima para o problema, dessa forma escolhe-se para automação do processo e posteriormente análise comparativa dos exemplos estudados as funções $f_1(u, \theta, \omega)$, $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$, respectivamente, devido aos seus resultados e características de formação matemática.

6.2 – Avaliação das funções quocientes e posicionamento dos nós de monitoramento

As funções $f_1(u, \theta, \omega)$, $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$, equações 4.35, 4.41 e 4.42, respectivamente apresentadas possuem arranjos matemáticos com utilização de quocientes em suas formulações o que leva a necessidade de da aplicação do parâmetro ε em seu denominador de modo não promover indefinição matemática que em caso das diferenças entre os valores intactos e danificados da translação Δu_z e rotações $\Delta \theta_x$ e $\Delta \theta_y$ dos numeradores e também diferença entre as frequências naturais $\Delta \omega$ serem nulos.

Para isso foi procedida a análise destas funções de modo a processá-las como o exemplo da Figura 6.2 sem contaminação dos dados para que seja possível analisar a potencialidades em não convergirem para uma indefinição matemática de divisão por zero.

Ainda assim esta análise observa se durante o desenvolvimento e convergência dos resíduos das funções objetivo é possível o aparecimento de picos não desejáveis de valores devido a aproximação de seus parâmetros estáticos (numeradores) e dinâmicos (denominadores) a valores de baixa ordem pela atribuição do valor 10^{-02} ao parâmetro ε .

Outra análise realizada é a da influência do posicionamento dos nós de monitoramento na placa durante o processamento, de modo a observá-los quando posicionados colinearmente e não-colinearmente.

Ressalta-se que durante essas análises a função *func contain* que promove a contaminação contínua das funções objetivo foi desabilitada de modo a possibilitar a análise do domínio das funções quando a possibilidade de indeterminação matemática.

6.2.1 – Nós de monitoramento colineares

Neste exemplo de placa de 200 elementos, conforme já apresentado na figura 6.2, tomou-se como pontos de monitoramento contínuo os nós de números 11, 54, 97, 140, 183 e 226, colinearmente posicionados, como mostrado na Figura 6.15.

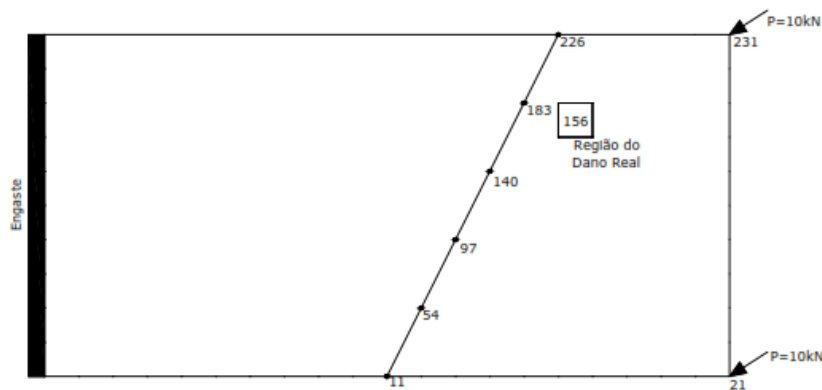


Figura 6.15 – Exemplo com nós colineares de monitoramento

A convergência dos resíduos nas funções objetivo são observadas na Figura 6.16 em que se observa que as funções $f_1(u, \theta, \omega)$, $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$, apesar de possuírem arranjos em quociente não apresentarem picos de valores em seu desenvolvimento apresentam e sim um decaimento gradativo dos valores ao contrário das demais funções objetivo.

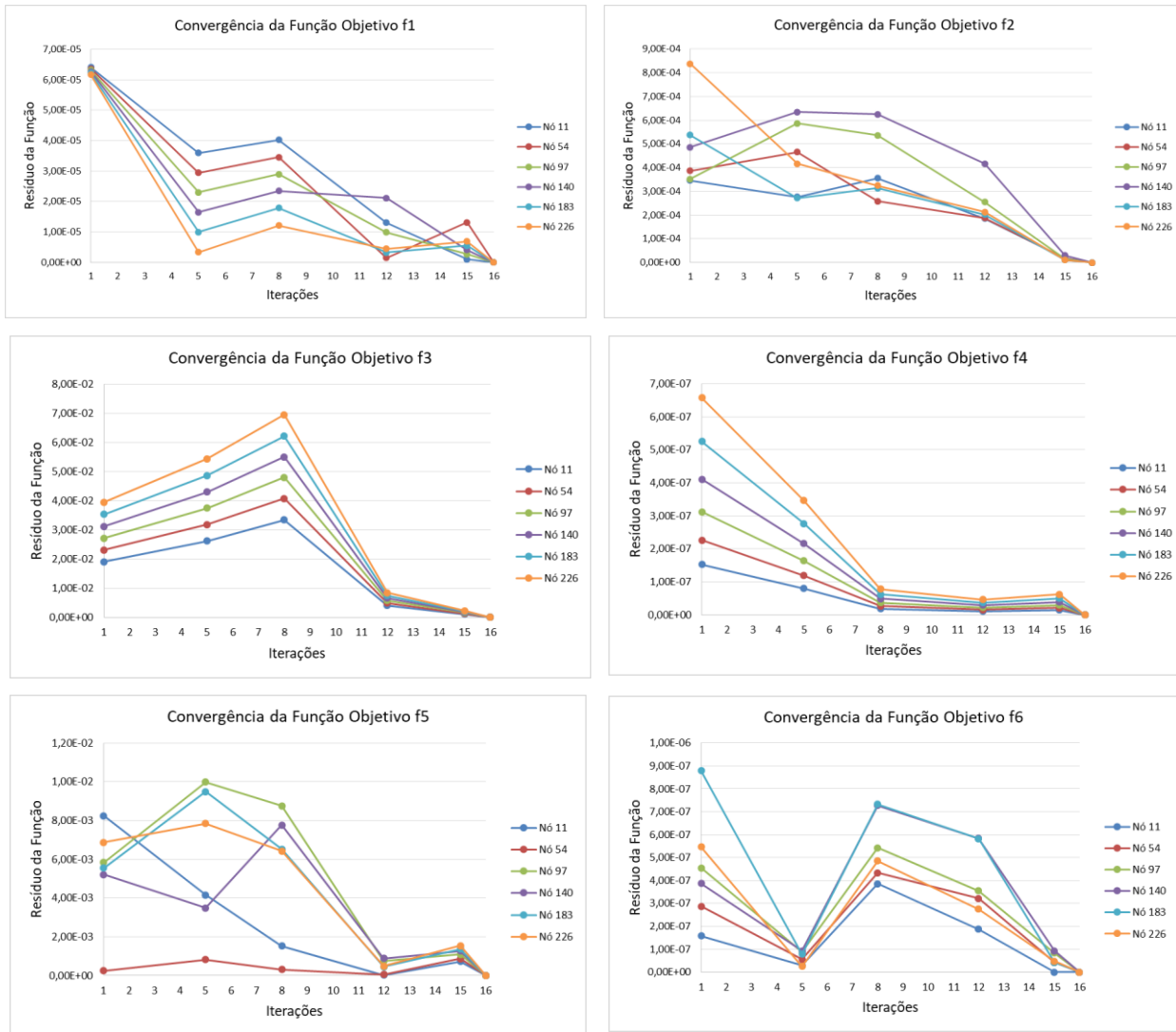


Figura 6.16 – Convergência das funções objetivo – Monitoramento colinear

Pode ser visto que a função $f_4(u, \theta, \omega)$ mostra para esta análise a melhor convergência dentre as funções analisadas. Quanto a proximidade do nó de monitoramento em relação ao dano real observa-se que as funções $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$ são as que melhor demonstram sensibilidade dos resultados nestas condições.

6.2.2 – Nós de monitoramento não-colineares

O segundo exemplo utilizado para esta análise foi o de locação dos nós de monitoramento em posições não colineares, nós 21, 60, 101, 134, 142, 151 e 180, respectivamente, como mostra a Figura 6.17 de modo a observar as possíveis alterações nos resultados que essa modificação pode acarretar.

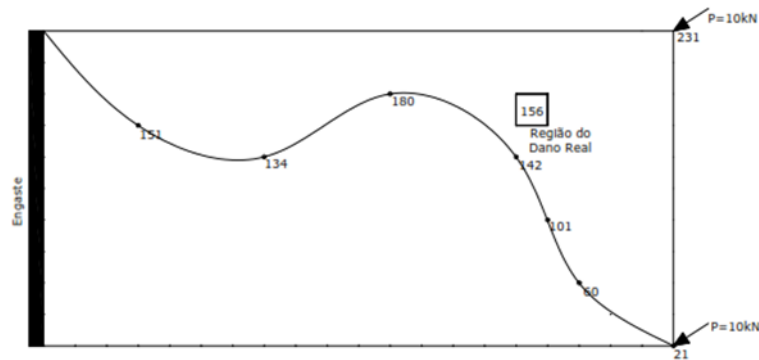


Figura 6.17 – Exemplo com nós não-colineares de monitoramento

Se observa na Figura 6.18 na convergência das funções resíduo com os posicionamentos dos nós não-colineares que mais uma vez as funções objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$ apresentam melhores resultados de convergência. Denotam um comportamento padrão de redução dos valores dos resíduos gerados pelas funções ao passo que as demais funções objetivo apresentam diversas perturbações, ou seja, inúmeras variações no decaimento dos valores.

Mais uma vez pode ser concluído que as funções com arranjo em quociente convergem de maneira mais “bem comportada” segundo a variação dos resultados obtidos por cada nó de monitoramento.

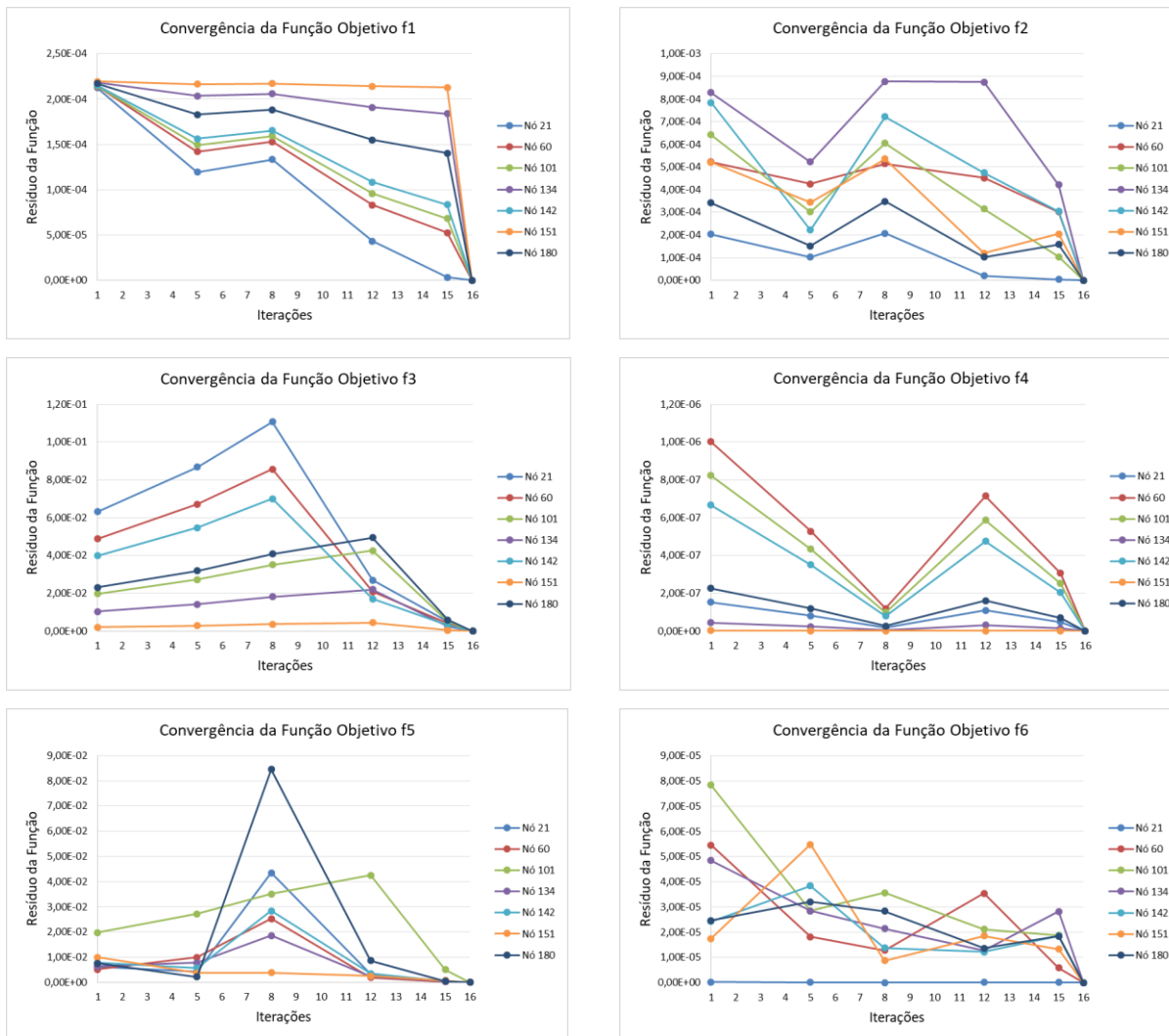


Figura 6.18 – Convergência das funções objetivo – Monitoramento não-colinear

Constata-se também que a variação das frequências naturais de vibração $\Delta\omega$ variam bem menos em função do reposicionamento dos danos prognosticados que em relação à variação dos parâmetros estáticos Δu_z , $\Delta\theta_x$ e $\Delta\theta_y$, denotando que as funções objetivo com arranjo quociente mostram-se mais apropriadas quanto aos resultados esperados.

6.3 – Calibração dos Parâmetros dos Métodos

Nos métodos de otimização, adiante aplicados aos exemplos deste trabalho: Levenberg-Marquardt (LM), Colônia de Morcegos (CM), Davidon-Fletcher-Powell (DFP) ou Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) existem parâmetros constantes que necessitam ser estudados para que se atribua a esses valores de modo que o método de otimização alcance sua maior eficiência no processamento da estrutura.

Dessa forma, para a obtenção do melhor valor de cada parâmetro no método de otimização pretendido, foi processada a estrutura com as características apresentadas no item 6.1 (Avaliação das Funções Objetivo) com variação gradual dos parâmetros inerentes a cada método e tomado o seu tempo de processamento para que se conseguisse o melhor valor, ou seja, o de melhor performance em termos de tempo computacional depreendido para solução do problema.

No método Levenberg-Marquardt (LM), o avanço da iteração posterior depende do parâmetro ζ_{LM} (Eq. 5.13), que por sua vez é função das constantes τ e η , (Eq. 5,13 e 5.26), respectivamente.

As Figuras 6.15 e 6.16 mostram, respectivamente, as eficiências do processamento da solução do problema de localização do dano e placa com a variação destas constantes, observando que a adoção para os exemplos a serem solucionados os valores de $\tau = 10^{-3}$ e $\eta=1,6$.

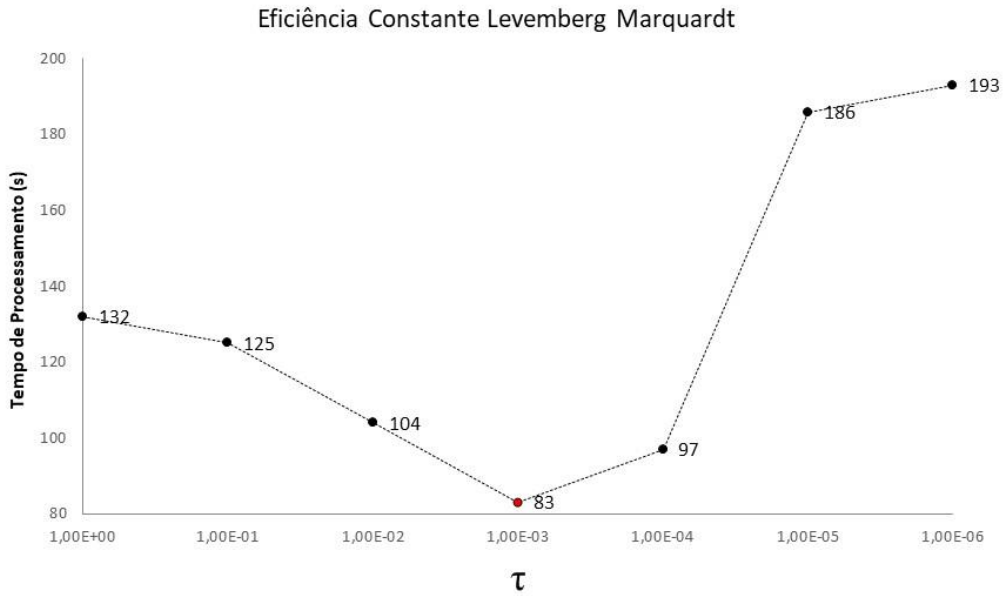


Figura 6.15 – Análise do parâmetro τ – Levenberg-Marquardt.

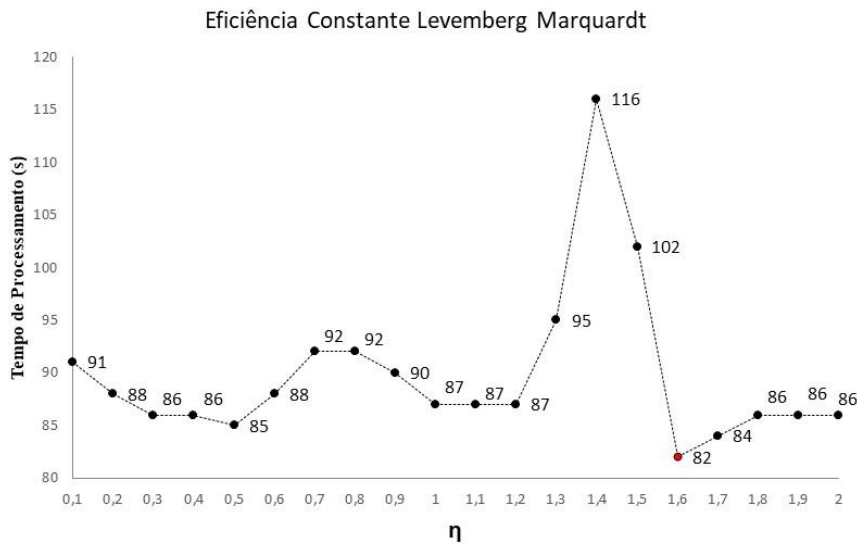


Figura 6.16 – Análise do parâmetro η – Levenberg-Marquardt.

O método de otimização bio-inspirado por Colônia de Morcegos (CM) em sua formulação baseada no comportamento da espécie, como já citado anteriormente, se utiliza de três parâmetros que caracterizam a atuação de cada indivíduo durante a caçada (busca do dano): A inércia do indivíduo, representada pelo parâmetro k_0 , que possibilita os indivíduos voarem com velocidades

distintas; E os parâmetros k_1 e k_2 que representam as experiências dos indivíduos em caçadas de modo solo e em bando, respectivamente (Eq. 5.29 e 5.32).

A Figura 6.17 mostra a potencialidade dos parâmetros k_0 , k_1 e k_2 quando analisados isoladamente onde se obtém como valores otimizados $k_2 = 0,2$ e $k_0 = k_1 = 0,5$.

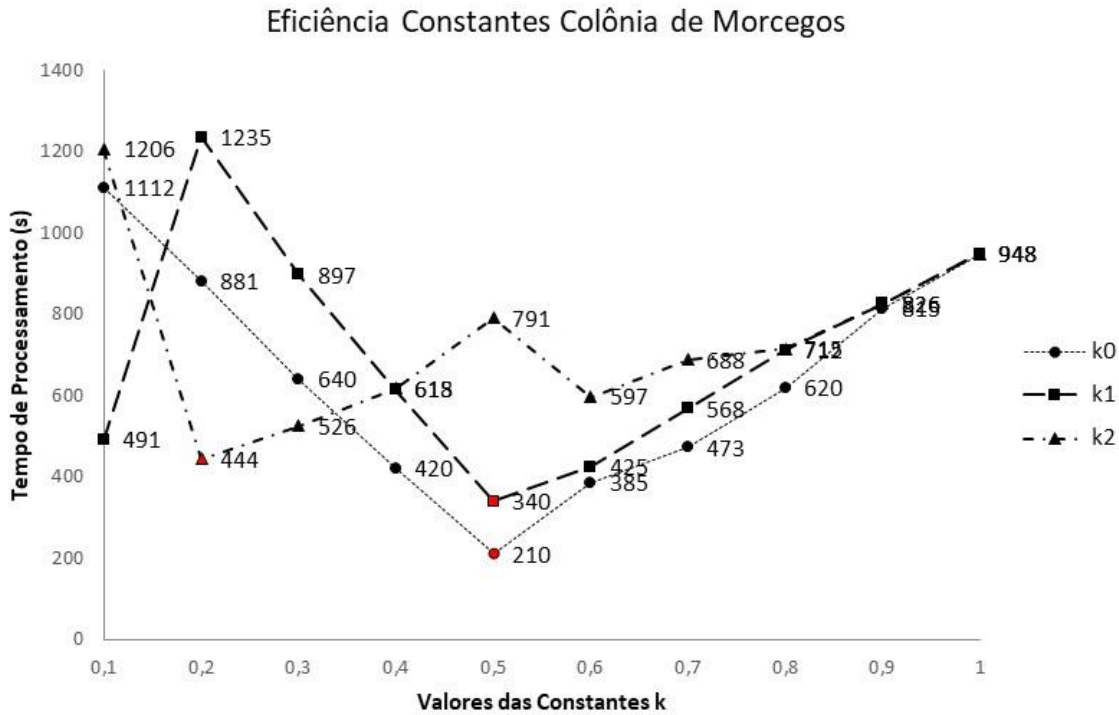


Figura 6.17 – Análise dos parâmetros k_0 , k_1 e k_2 – Colônia de Morcegos.

Os métodos Davidon-Fletcher-Powell (DFP) e Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) diferem em seu algoritmo apenas pelas funções das aproximadas de suas hessianas, como pode ser observado nas Equações 5.40 e 5.41, respectivamente. Assim, o parâmetro β_i , composto por β_x e β_y que geram o passo \mathbf{p}_i , segundo a equação 5.37 são iguais para esses dois últimos métodos de otimização, como mostrado na Figura 6.18, e assumindo valores de $\beta_x = \beta_y = 0,1$.

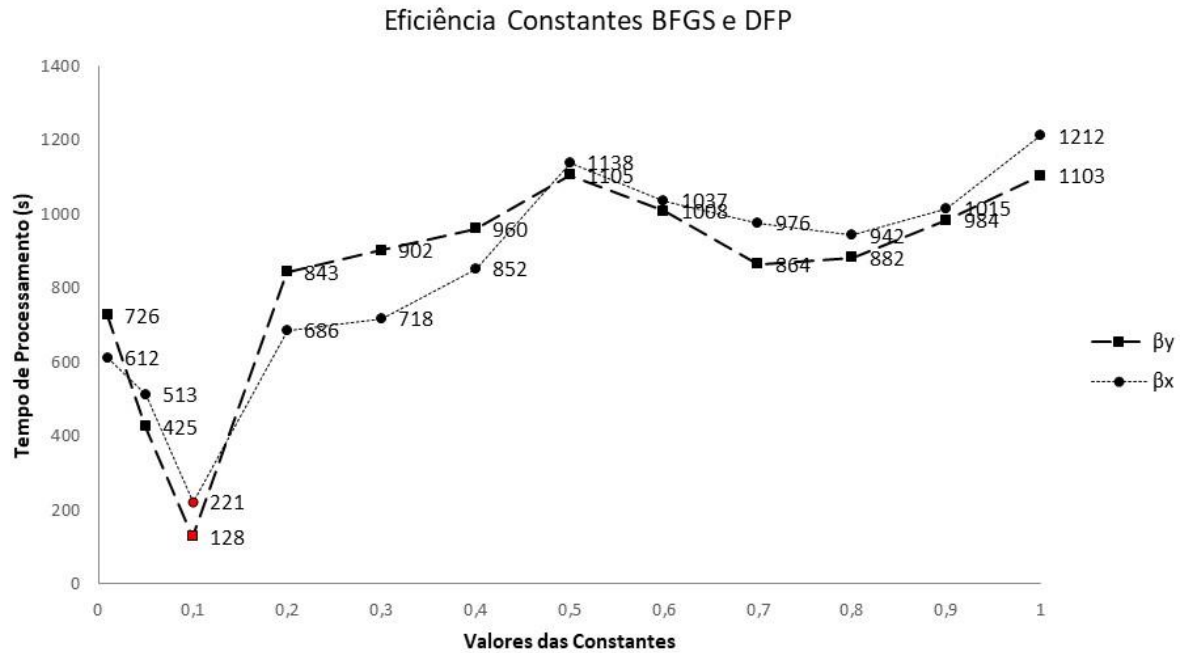


Figura 6.18 – Análise dos parâmetros β_x e β_y – Davidon-Flecher-Powell e Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno.

6.3 – A Automação do Processo

Foi desenvolvido o algoritmo denominado SISNIDE – Sistema Numérico de Identificação de Danos em Estruturas, desenvolvido na plataforma numérica do MATLAB[®] de forma a automatizar o processo de convergência com a atualização constante do modelo numérico a que se

aplica as Funções Objetivo e o método de busca (otimização), possibilitando a variação entre estes permitindo uma análise comparativa de eficiência.

O SISNIDE permite gerenciar a atualização do modelo numérico estrutural desenvolvido no *software* ANSYS® de maneira que seja auto implementado o dano dentro da malha da placa definida e modificá-lo automaticamente por meio da rotina que define o novo posicionamento do dano prognosticado, para que assim possa constantemente obter novos dados atualizados das informações e respostas estáticas, translações e rotações, e modais como as frequências naturais de vibração.

Ainda o SISNIDE permite que se possa ajustar alguns dados que na solução do Problema Inverso devem ser constantemente corrigidos de forma se adaptar para a obtenção da melhor solução possível, como por exemplo variáveis de calibração particulares de cada método de otimização utilizado.

Da mesma forma no SISNIDE é capaz de se definir o número de frequências naturais a se trabalhar; Refinar as possibilidades de proporção de dano interno, ou severidade do dano, α_i ; Alterar a tolerância de análise para que possa reduzir a magnitude do resíduo e assim se estender o critério de parada para obtenção de resultados mais satisfatórios; Habilitar ou não a coleta de rotações na placa para composição das Funções Objetivo; Escolher o tipo de método de otimização, como: Levenberg-Marquardt (LM), Colônia de Morcegos (CM), Davidon-Flecher-Powell (DFP) ou Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno (BFGS); Escolher a Função Objetivo que se queira trabalhar e selecionar os nós da malha que queira analisar durante o processo..

A Figura 6.19 mostra, de forma ilustrativa, o modo geral de operação do SISNIDE, onde os dados de entrada são inicialmente pré-processados pelo programa principal no MATLAB®, comandando automaticamente o processamento da estrutura pelo software ANSYS® e recebendo após os dados de saída da análise do ANSYS® que por sua vez são trabalhados novamente pelo MATLAB® como uso da Função Objetivo e com o método de otimização (busca do dano) previamente determinados. Caso os dados de saída não atendam a solução ótima esperada o

MATLAB® se encarrega de alterar e alimentar o ANSYS® com as novas características da estrutura que será mais uma vez processada e a operação assim se repete até que se obtenha uma solução ótima para o problema.

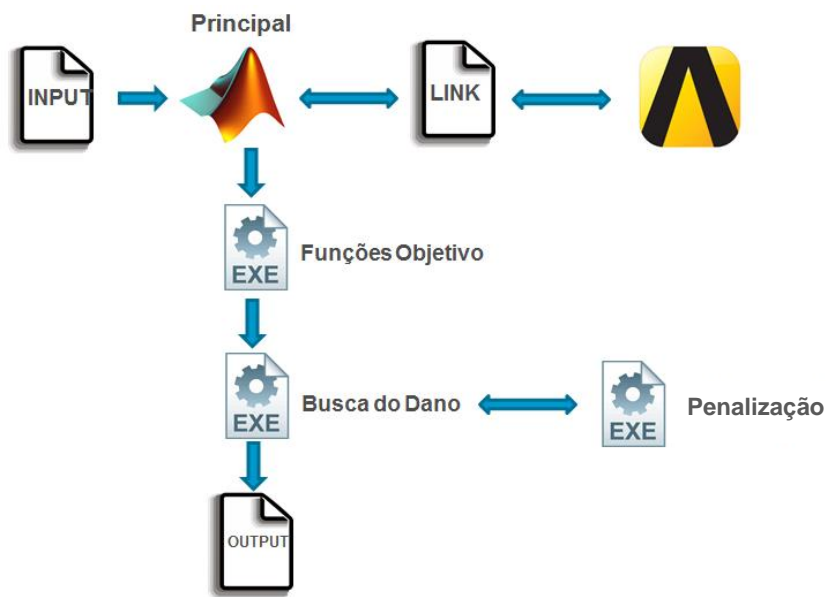


Figura 6.19 – Operação do SISNIDE

7 – EXEMPLOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS.

Nos exemplos apresentados busca-se analisar o comportamento das diversas Funções Objetivo em cada caso, observando suas respectivas sensibilidades, eficiências para os métodos de busca aplicados: Levenberg-Marquardt (LM), Colônia de Morcegos (CM), Davidon-Flecher-Powell (DFP) ou Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno (BFGS);

Todos os exemplos tratam de placas em aço com módulo de elasticidade de $2,05 \times 10^8$ kN/m², peso específico de 77 kN/m³ e coeficiente de Poisson de 0.3. Apesar de apresentarem ao longo dos exemplos geometrias diferenciadas as placas possuem espessuras invariáveis e iguais a 0.05 m. As condições de contorno e localização da aplicação das cargas nodais de 5 kN são expostas em cada exemplo.

Para cada um dos quatro exemplos é realizada uma combinação entre os quatro métodos de otimização utilizados para a solução do problema, juntamente as três funções que se apresentaram com maior eficiência, $f_1(u, \theta, \omega)$, $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$ como descrito na Figura 7.1.

Em todos os exemplos as frequências naturais e deslocamentos foram contaminados com ruídos da ordem de até 4,5% de seus valores originais, segundo a formulação apresentada no item 4.4, com o auxílio da subrotina *func_contain*.

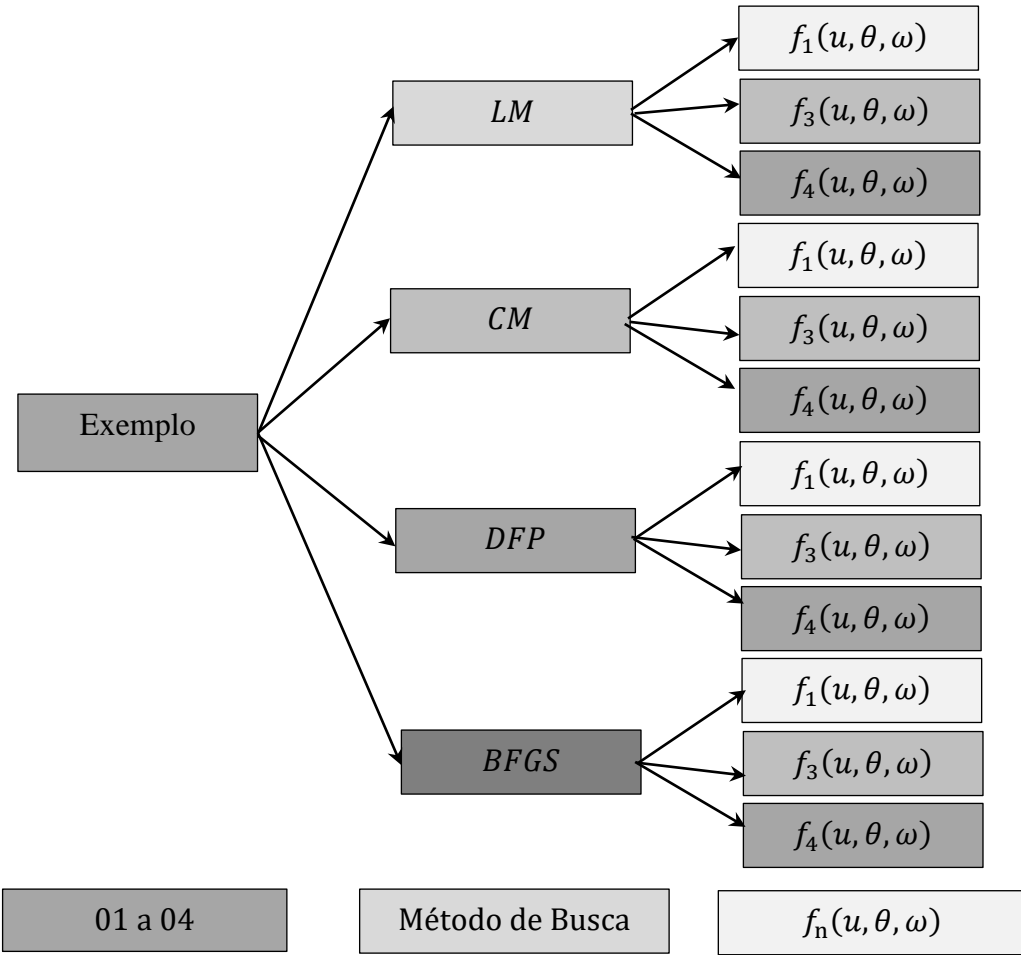


Figura 7.1 – Possíveis combinações de métodos de busca e função objetivo $f_n(u, \theta, \omega)$ para cada exemplo.

7.1 – Exemplo 01

Este primeiro exemplo traz uma placa quadrada de 0.5 x 0.5 m, simplesmente engastada em um de seus lados. A placa está discretizada em elementos quadriláteros isoparamétricos em uma malha de 400 elementos com 0.05 m de espessura.

A Figura 7.2 mostra o exemplo a ser analisado na busca do dano real internamente localizado, a priori desconhecido.

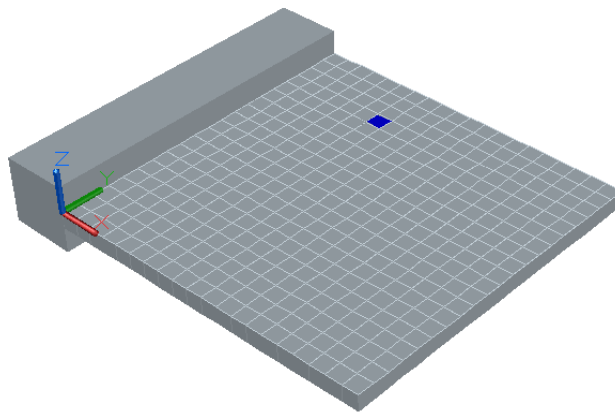


Figura 7.2 – Geometria do Exemplo 01 com indicação do posicionamento do dano real.

A Figura 7.3 traz a distribuição dos elementos na geometria, suas conectividades, condições de apoio, localização do dano real, a priori desconhecido constante no elemento 327 e as cargas aplicadas nos nós 10 e 430, respectivamente.

Como colocado anteriormente, o SISNIDE possibilita determinar previamente os nós que serão monitorados durante o processo de otimização, podendo da mesma forma se configurar para o monitoramento por meio de todos os nós da placa, contudo, neste exemplo foram selecionados como nós de monitoramento, ou seja, aqueles que expressarão os valores das Funções Objetivo, os nós linearmente distribuídos entre os nós de números 10 e 430, arranjados paralelamente ao lado engastado, com o intuito de observar, especificamente neste exemplo a sensibilidade destes, mesmo que em dois destes (nó 10 e 430) estejam aplicadas as cargas estáticas do problema.

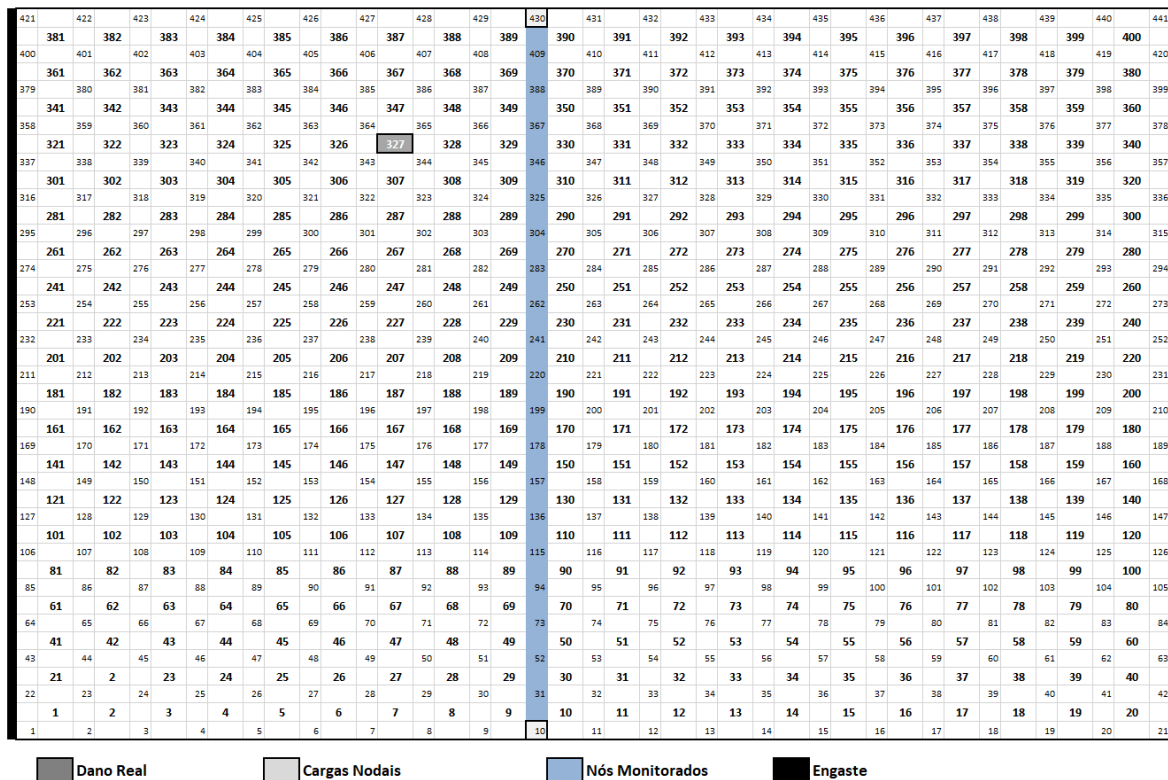


Figura 7.3 – Elementos, conectividades, condições de apoio, cargas aplicadas e nós monitorados - Exemplo 01

São apresentadas as simulações de busca ao dano localizado no elemento 327 com 0,03 m de espessura, ou seja, com uma severidade α de 40%.

7.1.1 – Levenberg-Marquardt (LM)

A Figura 7.4 mostra o desenvolvimento dos valores da Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados ao longo das 92 iterações necessárias para que encontrasse a solução ótima com um erro médio de $7,99 \times 10^{-2}$.

Desenvolvimento de $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01
Levenberg-Marquardt (LM)

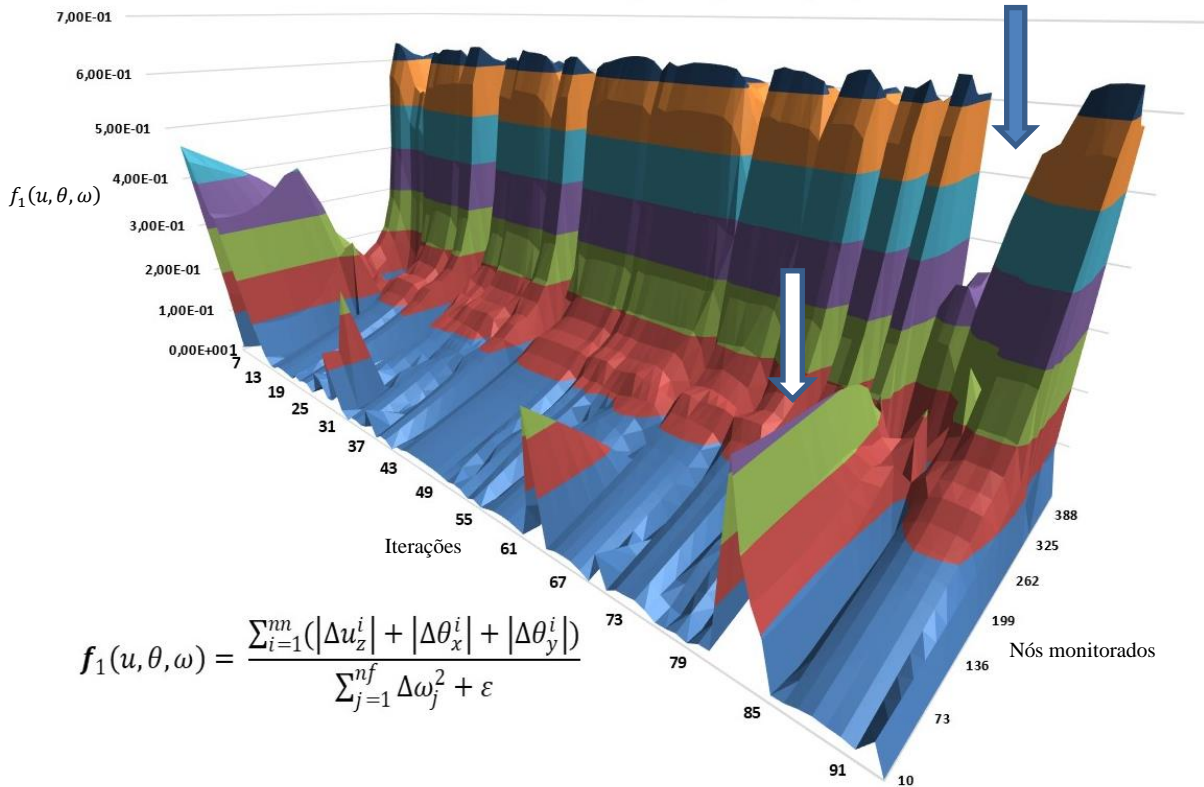


Figura 7.4 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (LM)

Observa-se no gráfico da Figura 7.4 que a proximidade do dano (Elemento 327) à borda, ver Figura 7.3, faz com que durante o processo de otimização pelo método Levenberg-Marquardt utilizando a Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ se obtém maiores valores ao contrário do encontrado no lado oposto da placa, distante do dano real, onde se gera menores valores dos resíduos.

Por conta da contaminação dos dados, de forma a melhor simular um caso prático real, o comportamento gráfico sofre uma perturbação na sua evolução (setas azul e branca) durante as iterações e consequente busca da melhor solução, contudo, o método e a Função Objetivo, conjuntamente, se mostram robustos suficientemente de maneira a não permitir uma localização não satisfatória ao dano real.

A Figura 7.5 mostra a evolução das variáveis independentes x , y e t que representam as coordenadas do ponto médio da localização do dano e sua espessura (nível de severidade), respectivamente demonstradas em uma relação das variáveis prognosticadas, ou simuladas e as variáveis do dano real. Percebe-se então a convergência de todas as variáveis para valores próximos a unidade, na iteração de número 91, representando, assim, a máxima aproximação que os valores prognosticados têm em relação aos seus respectivos valores reais.

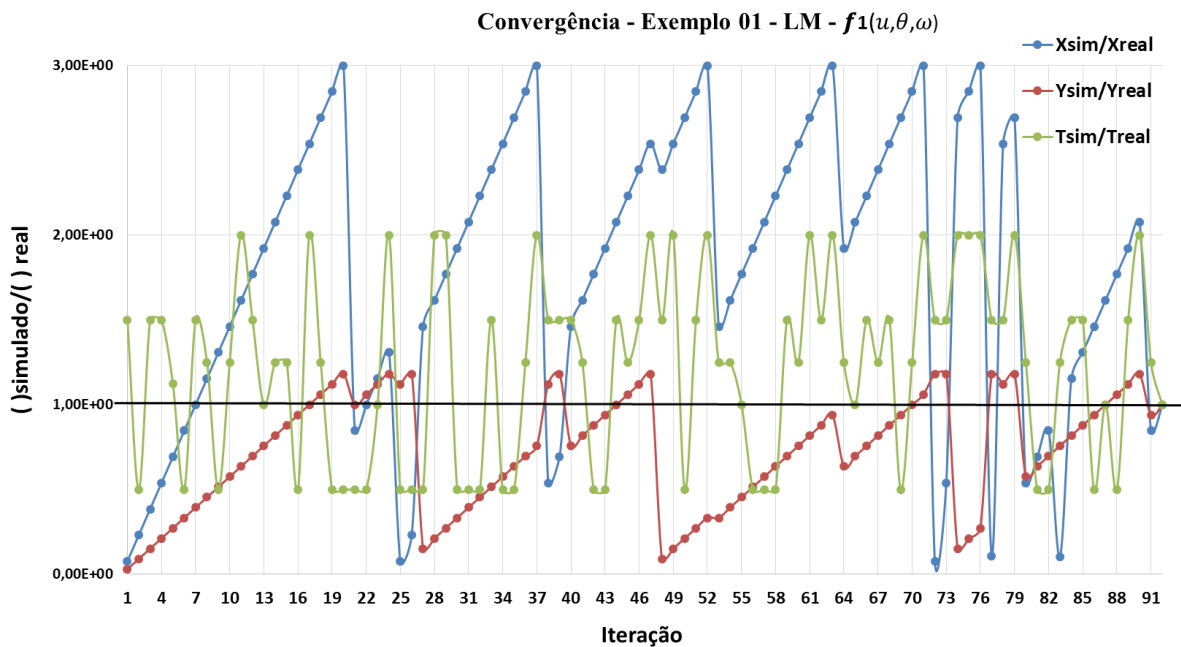


Figura 7.5 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01

É possível se observar na Figura 7.5 que o método Levenberg-Marquardt (LM), aplicado à Função objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ desenvolve um padrão de evolução no que diz respeito aos valores de as coordenadas (x ; y) do dano prognosticado em relação às mesmas coordenadas do dano real. Nota-se que esse padrão se altera quando sua variável de calibração, η , é modificado, alterando com isso o número de iterações necessárias para que se atinja a solução ótima do problema, contudo, conforme demonstrado na Figura 6.16, foi utilizado o parâmetro η de forma a se obter num menor número de iterações a melhor solução ao problema proposto.

Da mesma forma, aplica-se o método *Levenberg-Marquardt* (LM) agora à Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ em que se obtém os valores dos resíduos como o apresentado na Figura 7.6.

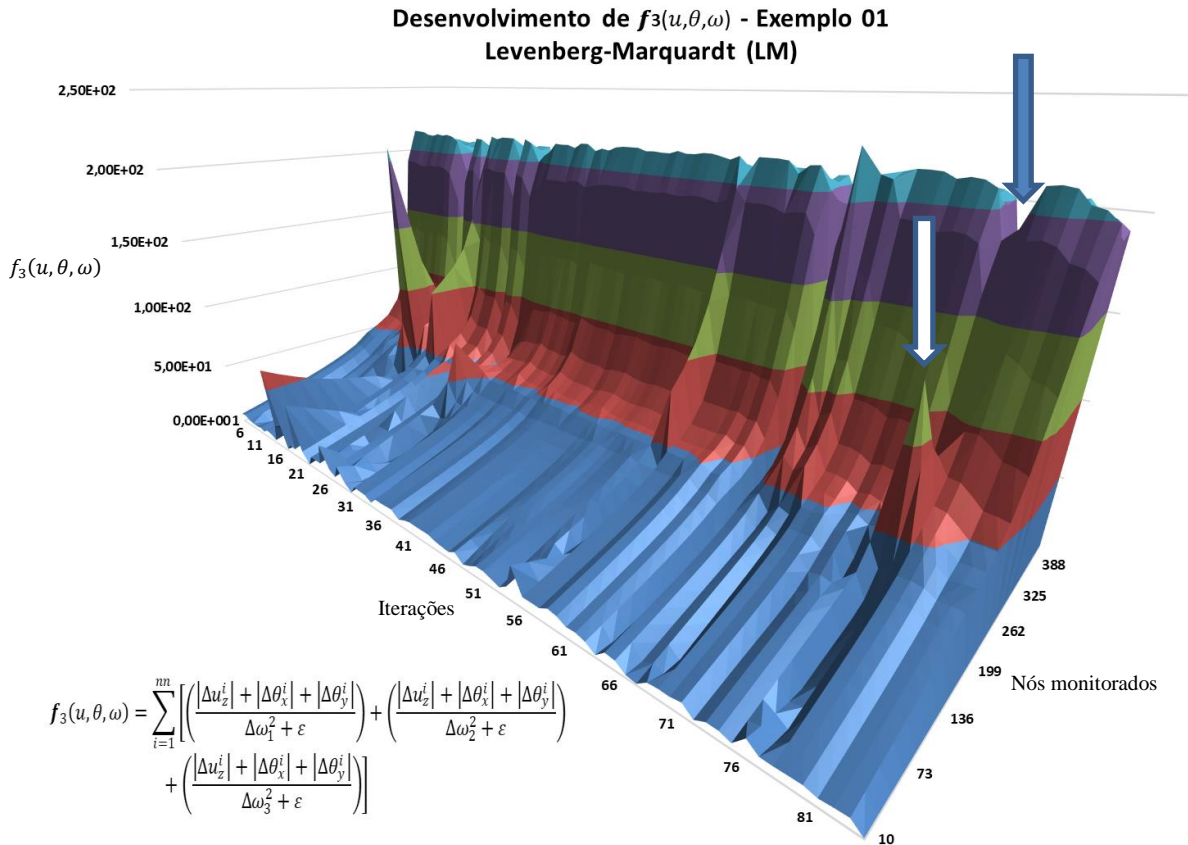


Figura 7.6 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (LM)

O desenvolvimento dos valores da Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ preserva características semelhantes às observadas quando aplicada a Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, como visto na Figura 7.4. Mantendo-se os mesmos nós selecionados para o monitoramento durante as iterações, verifica-se que nos nós mais próximos do dano real, elemento 327, os valores de resíduos atingidos pela Função Objetivo são maiores, podendo caracterizar assim, uma determinação de maior sensibilidade e possível localização em uma região da placa.

As semelhanças citadas quanto aos gráficos das Figuras 7.4 e 7.6 se dá novamente em relação às perturbações no padrão de desenvolvimento, como pode novamente ser visto nas setas que indicam a inversão da apresentação dos resíduos. A aleatoriedade da contaminação inserida traz em certa iteração queda nos resíduos que se apresentam com maiores valores ao mesmo momento (iteração) em que nas regiões mais afastadas (nós de monitoramento) que apresentavam comportamento mais suave uma descontinuidade é gerada, contudo, mais uma vez superada pelo método.

Assim, se confirma que a proximidade dos nós monitorados, nós escolhidos previamente para expressarem os valores dos resíduos gerados pelas Funções Objetivo, trazem maior sensibilidade em seus resultados se comparados com os nós monitorados que se encontram mais afastados do nó que contém o dano real, isso possibilita uma pré-definição de um local com grandes chances de localização do dano real.

A solução ótima é atingida em um número menor de iterações (83 iterações) com erro médio de $7,30 \times 10^{-1}$ entre os nós monitorados, maior que o encontrado quando utilizada a Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$.

A evolução das variáveis independentes aplicadas à Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$, mostradas na Figura 7.7 assumem comportamento semelhante às obtidas quando utilizadas a Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, mostrando com isso a dependência da resposta obtida em função do método de otimização utilizado e da Função Objetivo aplicada.

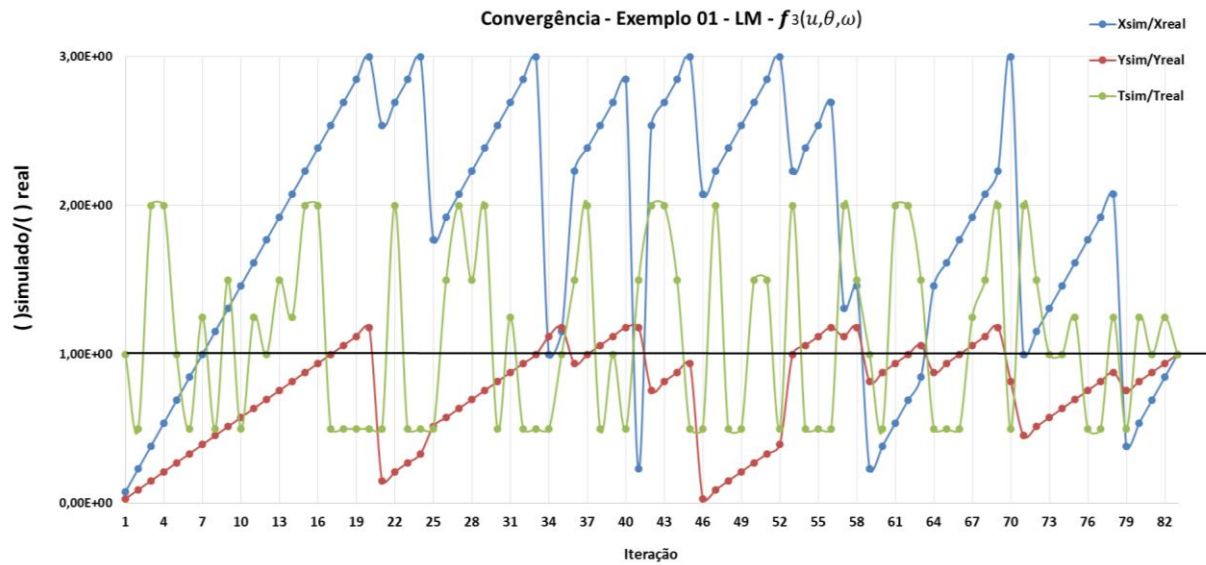


Figura 7.7 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01

Já utilizando a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ a solução ótima é atingida com apenas 35 iterações, número bem menor que os resultados anteriormente apresentados, mostrando ser, no processo de otimização pelo método Levenberg-Marquardt, a de melhor potencial de convergência, inclusive apresentando erro médio entre os nós monitorados de $1,31 \times 10^{-7}$, sendo uma combinação método de otimização (LM) e Função Objetivo ($f_4(u, \theta, \omega)$) de elevada robustez em problemas com presença de contaminação.

Desenvolvimento de $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01
Levenberg-Marquardt (LM)

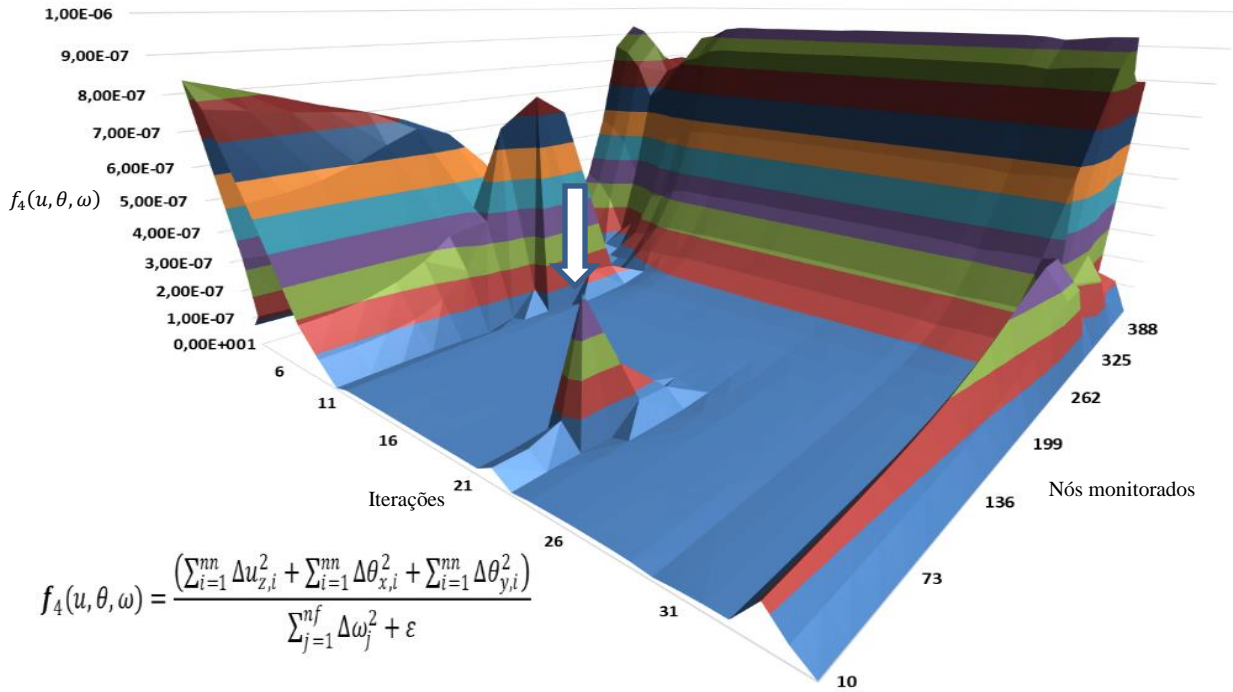


Figura 7.8 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (LM)

Os valores apresentados para a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados atingem já nas primeiras iterações valores baixos, como pode ser visto pela grande região de suavidade na superfície do gráfico da Figura 7.8, contudo, o comportamento de grandes valores da função se mantém nas iterações seguintes nas áreas dos nós próximos ao dano real, como mencionado anteriormente, refletindo numa sensibilidade do método quanto a proximidade do dano, caracterizando, pelo observado na aplicação das demais funções, $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_3(u, \theta, \omega)$, que se trata uma característica inerente do método e não da Função Objetivo aplicada.

Observa-se (seta branca) durante as iterações na região de maior suavidade, especificamente entre as iterações 20 e 21, uma variação abrupta do comportamento gráfico, isso se deve ao desvio do dano prognosticado para um ponto muito afastado do dano real (Elemento 69).

Esse comportamento pode ser analisado também no gráfico da Figura 7.9 onde nestas mesmas iterações ($i=20$ e 21) a relação entre valores simulados e valores reais assumem os maiores resultados do gráfico.

Na iteração de número 20, onde o dano prognosticado assume o elemento de número 400, a coordenada x e a espessura (severidade) do dano t assumem valores mais afastados do ideal, ou seja, mais afastados dos valores unitários, enquanto na iteração seguinte, $i=21$, a coordenada y passa a assumir essa maior diferença.

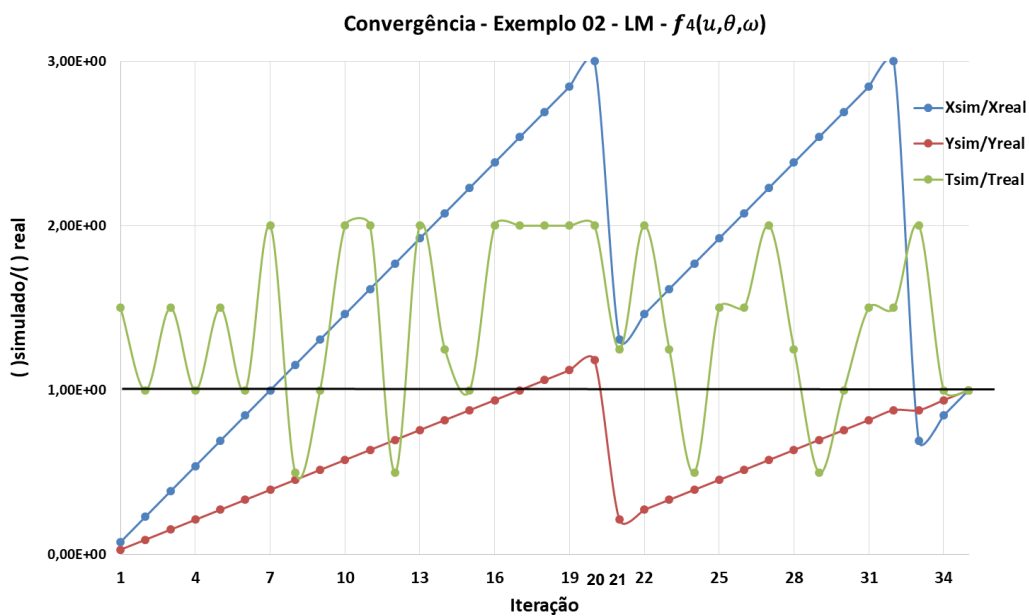


Figura 7.9 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01

A evolução da convergência das variáveis independentes da Figura 7.9 mostra um padrão de variação para as modificações das coordenadas médias x , y do dano simulado com uma variação linear e uma queda na relação $(.)$ simulado/ $(.)$ real por volta da trigésima iteração ($i > 30$).

Em algumas iterações seguintes ($i = 34$) é que ambos os valores alcançam a relação valor simulado/valor real $((.)$ simulado/ $(.)$ real) próximo a 1, como mencionado, atinge-se então, nesta iteração a máxima proximidade do dano simulado em relação ao dano real.

7.1.2 – Colônia de Morcegos (CM)

Na aplicação do método de otimização pelo processo bio-inspirado de Colônia de Morcegos, para este exemplo, foi adotado 4 (quatro) indivíduos na busca da presa (dano real). Como visto na Figura 7.10 o comportamento da Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ é semelhante ao obtido pela mesma Função Objetivo com o método Levenberg-Marquardt, inclusive gerando maiores valores nos nós monitorados próximos ao dano real.

Para esta Função Objetivo a solução ótima foi obtida com apenas 52 iterações com erro médio de $2,19 \times 10^{-01}$ utilizando-se dos mesmos nós monitorados aplicados no método de otimização anterior (nós 10 a 430), Figura 7.3.

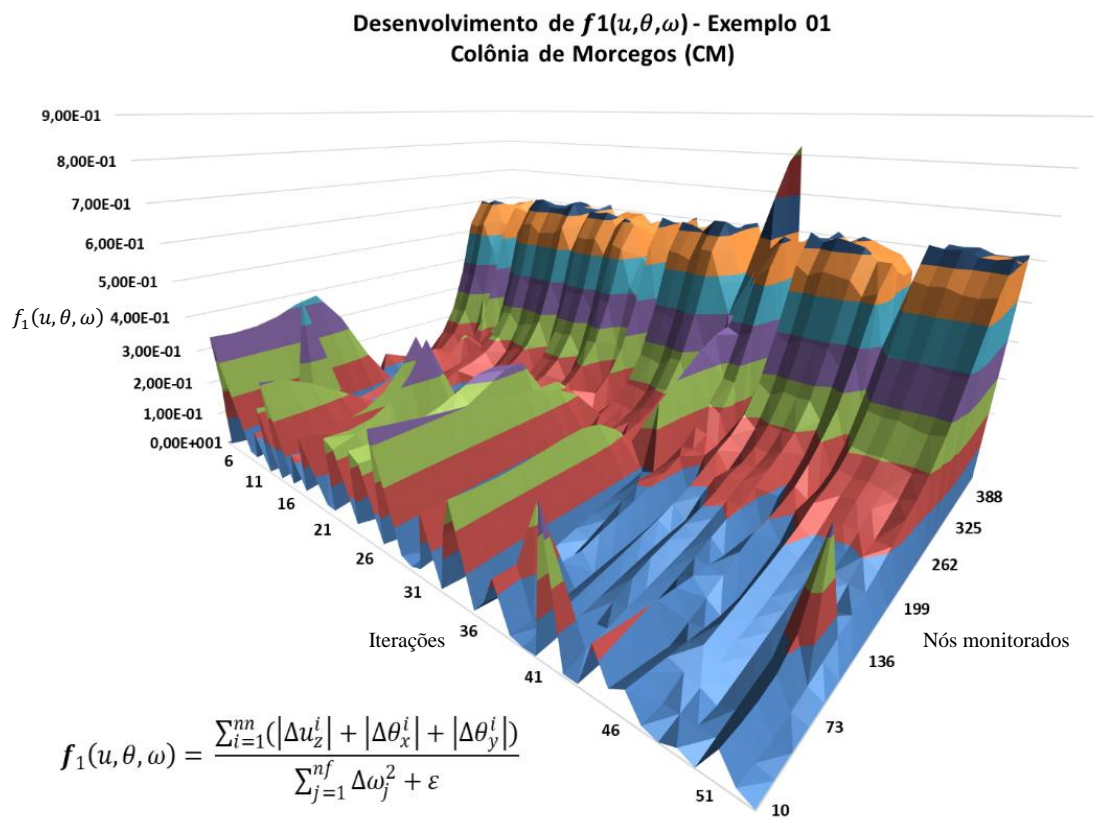


Figura 7.10 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (CM)

Uma característica do comportamento dos resíduos gerados apresentadas pelo método bio-inspirado de colônia de morcegos é que quando aplicado à Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ gera regiões bem menos suaves que as apresentadas no método anterior e se comparadas a esse método (CM) aplicado às demais Funções Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$.

Como o método Colônia de Morcegos (CM) foi aqui empregado com múltiplos indivíduos ($n=4$) optou-se, por simplificação de interpretação dos resultados, ao invés de apresentar a evolução das variáveis independentes: x , y e t , registrar o rastreamento das posições do melhor morcego em cada iteração até que um dos indivíduos (morcegos) do bando encontre sua presa (dano real), demonstrando assim, o caminho percorrido durante o processamento, Figura 7.11.

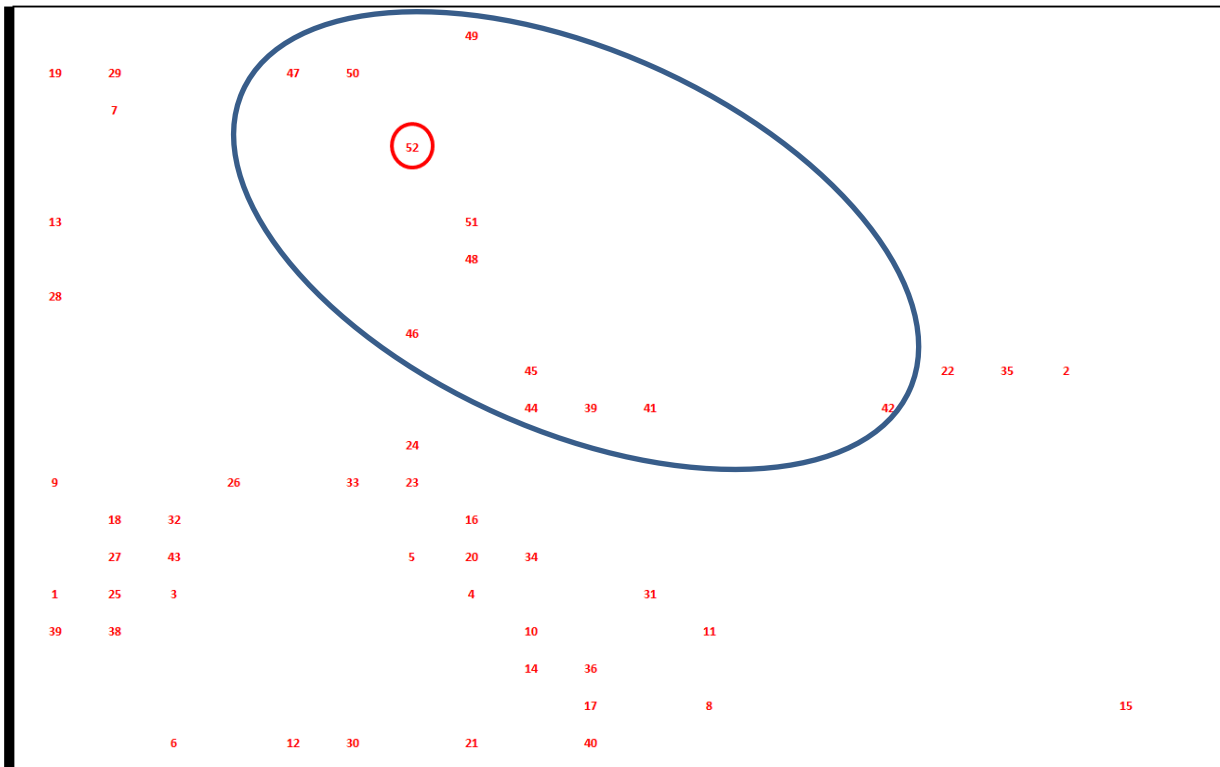


Figura 7.11 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f_1(u, \theta, \omega)$ e respectiva iteração – Exemplo 01 – (CM)

Na Figura 7.11 pode-se observar o posicionamento do melhor morcego com o registro da iteração no ponto de sua localização, representando uma possível solução para o problema. Observa-se também que nas últimas iterações o melhor morcego começa a “sobrevolar” uma região mais restrita ou chamada aqui de sub-região (delimitada pela área da elipse) até que na iteração de número 52, destacada pelo círculo, é atingido pelo melhor indivíduo dentre os quatro morcegos lançados inicialmente encontrando a solução ideal do problema.

Quando utilizada a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ o processo de otimização por Colônia de Morcegos (CM) mostra-se um pouco mais eficiente na obtenção da solução ótima, atingindo esta com 48 iterações com erro final médio de $8,98 \times 10^{-01}$, apresentando características semelhantes, já discutidas no desenvolvimento dos valores das Funções Objetivo, a respeito da localização do dano e dos nós monitorados escolhidos.

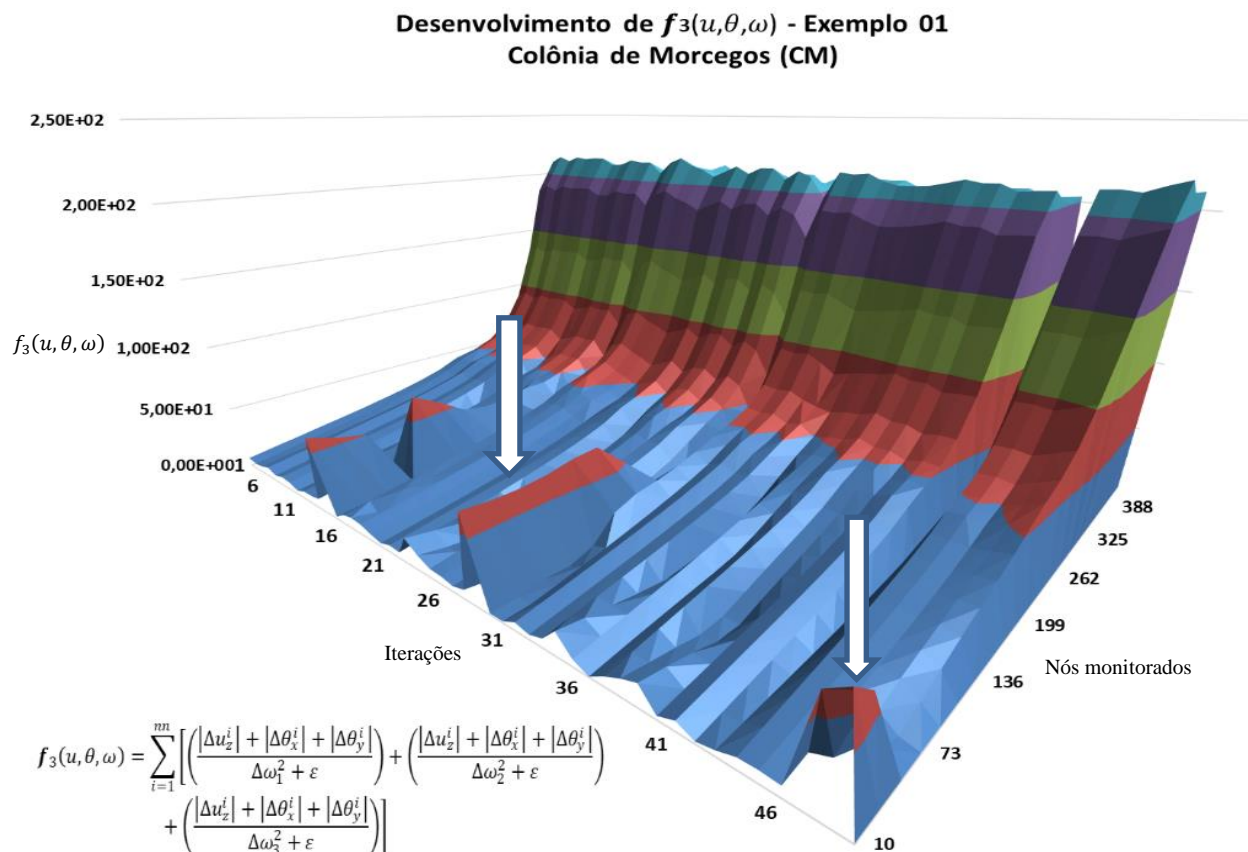


Figura 7.12 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (CM)

Contudo a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$, apesar de manter as mesmas características de desenvolvimento dos resíduos gerados, apresenta menores descontinuidades decorrentes das contaminações por erros aleatoriamente aplicados, como pode ser visto nas setas na Figura 7.11.

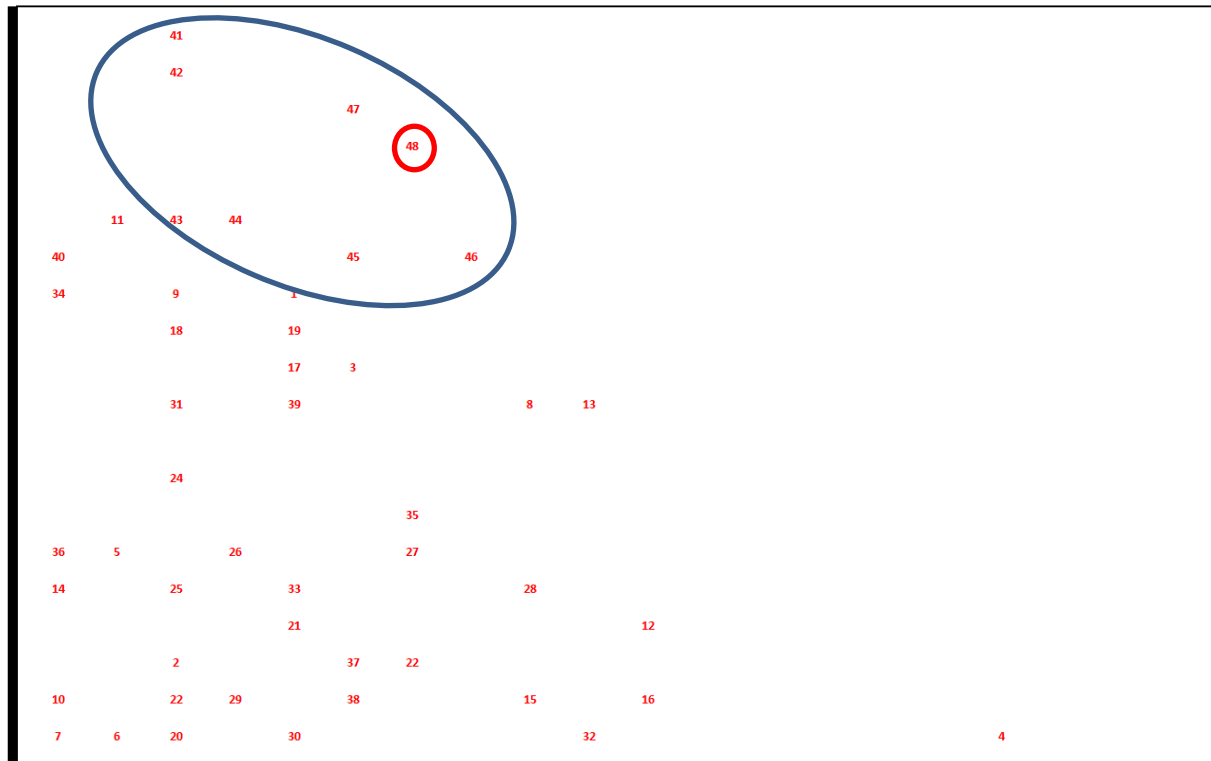


Figura 7.13 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f_3(u, \theta, \omega)$ e respectiva iteração – Exemplo 01 – (CM)

É observado na Figura 7.13 que a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ apresenta melhores resultados na busca do dano, pois as regiões afastadas do dano real (Elemento 327) sequer foram “sobrevoadas”, ou seja, tomadas como região de localização do dano prognosticado, concentrando seus melhores indivíduos em uma determinada região da placa. Ainda se nota que a chamada sub-região de aproximação delimitada mais uma vez pela elipse, é menor que a estabelecida pelos resultados da Função Objetivo anterior, $f_1(u, \theta, \omega)$, essa redução da região de possíveis localizações do dano real fez como que o número de iterações também fosse reduzido, mostrando uma maior eficiência da Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ em relação à Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$.

Quando utilizada a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ a eficiência do processo de otimização por Colônia de Morcegos mostra-se ainda maior que as já utilizadas para o Exemplo 01, pois consegue alcançar a solução ótima com apenas 30 iterações e um erro médio de apenas $2,86 \times 10^{-07}$, apresentando com isso a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ como a melhor para a solução do problema conjuntamente com o método de otimização por Colônia de Morcegos.

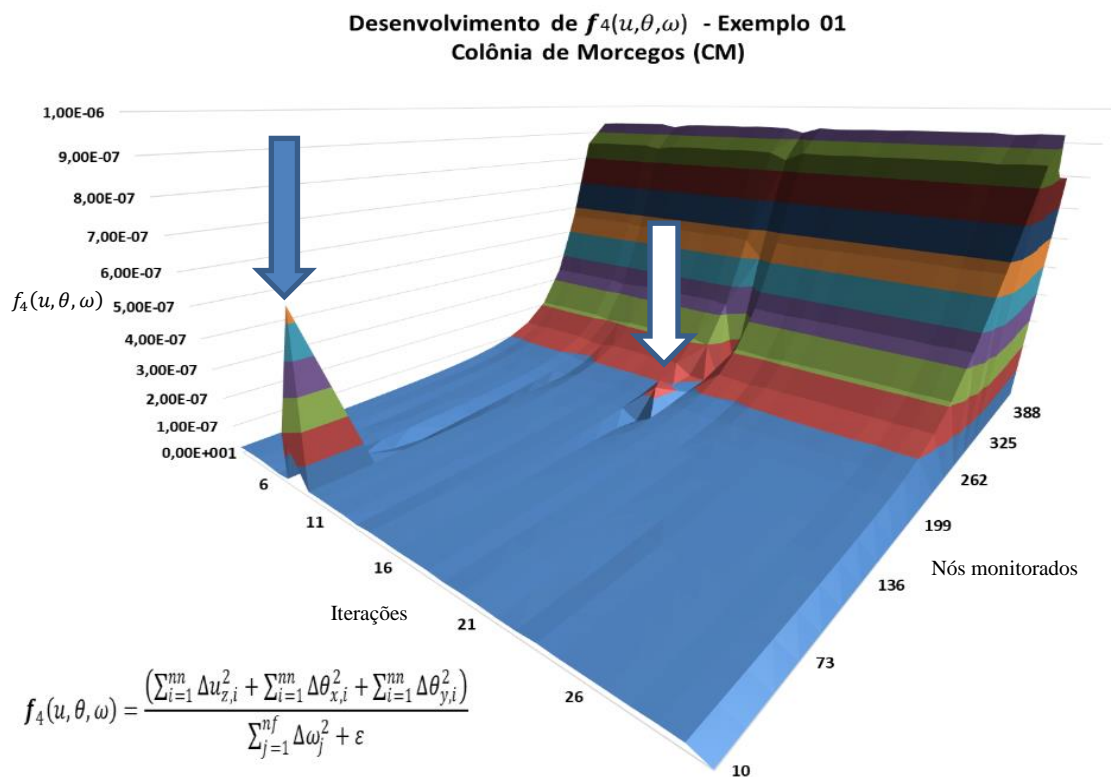


Figura 7.14 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (CM)

Apesar dos valores da Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ manterem características apresentadas anteriormente em relação aos valores das Funções Objetivo anteriores esta é a que melhor apresenta os resultados obtidos pelo método bio-inspirado de Colônia de Morcegos para o exemplo, ou seja, apresentando perturbações pontuais devido à contaminações dos dados (setas azul e branca) e mantendo o maior padrão na sua convergência e obtenção da solução ótima .

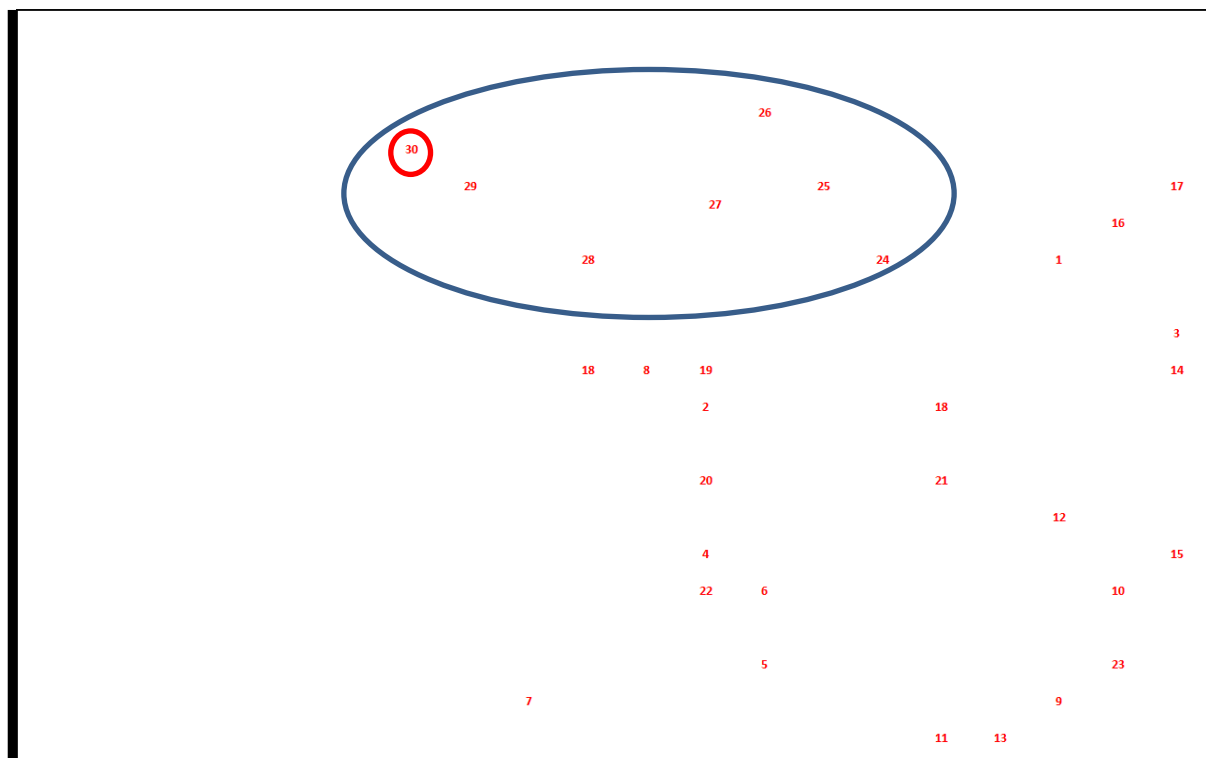


Figura 7.15 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f_4(u, \theta, \omega)$ e respectiva iteração – Exemplo 01 – (CM)

A Figura 7.15 mostra que a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ fez no processo de otimização por Colônia de Morcegos tomar “vôos” definição da locação dos danos prognosticados inicialmente em áreas distintas das estabelecidas quando utilizadas as Funções Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_3(u, \theta, \omega)$, apesar de ter conseguido a finalização do problema com um menor percurso que as outras duas anteriores, inicialmente tomou danos prognosticados mais esparsos que os apresentados pelas outras duas funções $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_3(u, \theta, \omega)$, mostrando que a concentração ou dispersão dos danos prognosticados obtidos pelos melhores indivíduos do bando está diretamente ligada à Função Objetivo aplicada ao método.

7.1.3 – Davidon-Flecher-Powell (DFP)

Com a aplicação do método de otimização por Davidon-Flecher-Powell (DFP) ainda para o exemplo 01, se verifica que a solução ótima foi atingida em apenas 19 iterações, com um erro médio de $6,87 \times 10^{-2}$, mostrando ser o melhor método para aplicação da Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ para este exemplo.

A Figura 7.16 mostra a mesma peculiaridade observada nos gráficos de desenvolvimento das Funções Objetivo anteriores onde na região do dano com proximidade aos nós de monitoramento os valores da Função Objetivo são mais sensíveis em relação aos demais pontos, podendo com isso, denotar, com a análise do comportamento do gráfico, uma pré-locação do dano numa região ainda a ser refinada.

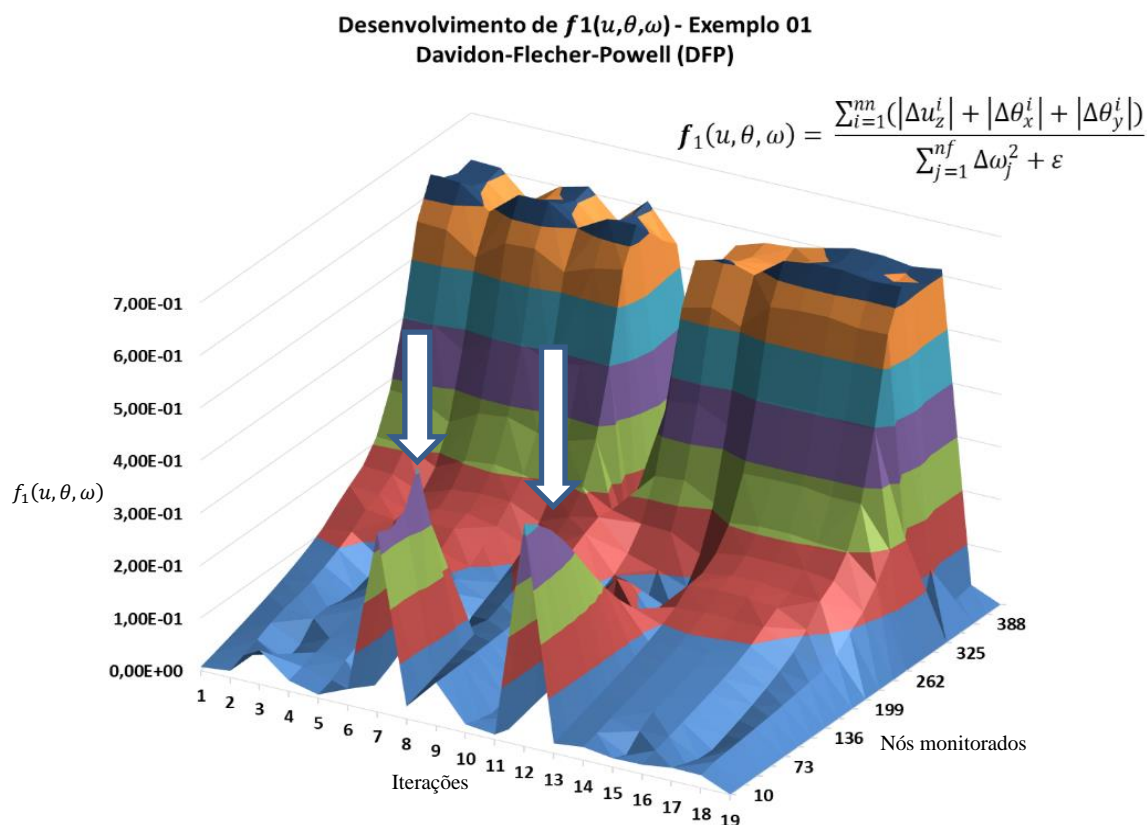


Figura 7.16 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (DFP)

Durante as iterações os danos prognosticados, mais especificamente nas iterações de números 6 e 12 assumiram localizações muito afastadas (elementos 198 e 25, respectivamente) das posições que vinham assumindo em relação ao dano real (localizado no elemento de número 327), em reflexo a isso os nós monitorados mais afastados em relação ao dano real captaram, nessas iterações, uma mudança de comportamento por esse desvio da tendência de localização do dano prognosticado, sendo corrigido nas iterações sucessivas.

A Figura 7.17 mostra a seguir a evolução na convergência das variáveis independentes de localização do dano real. Percebe-se que na iteração de número 6 ($i = 6$) a coordenada x de localização do dano prognosticado se afastou muito do seu valor real, sendo a responsável pelo posicionamento mais afastado do dano proposto. Já na iteração de número 12 ($i = 12$), as três variáveis não atingiram seus valores máximos de afastamentos em relação aos seus respectivos valores reais, contudo, as três variáveis, coordenadas x , y e severidade do dano t , tomaram, neste momento ($i = 12$), valores afastados dos seus respectivos valores de referência, gerando o segundo pico de perturbação observado na Figura 7.16.

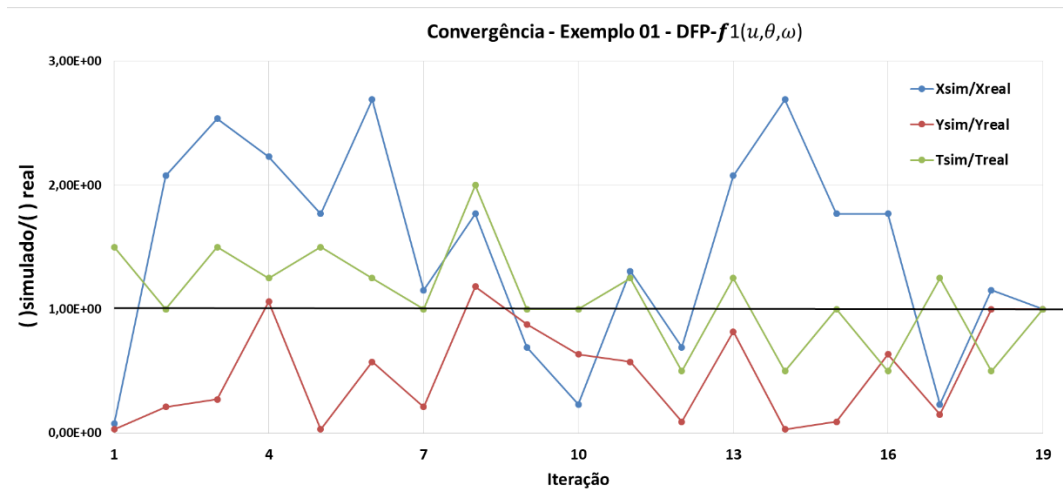


Figura 7.17 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01

Aplicando a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ o desenvolvimento dos valores desta função são expressos pela Figura 7.8.

A solução ótima foi atingida localizando o dano real, contudo, o método Davidon-Flecher-Powell (DFP) não foi o que apresentou a melhor performance de processamento pois necessitou de 86 iterações com um erro médio não dos menores, $7,58 \times 10^{-1}$.

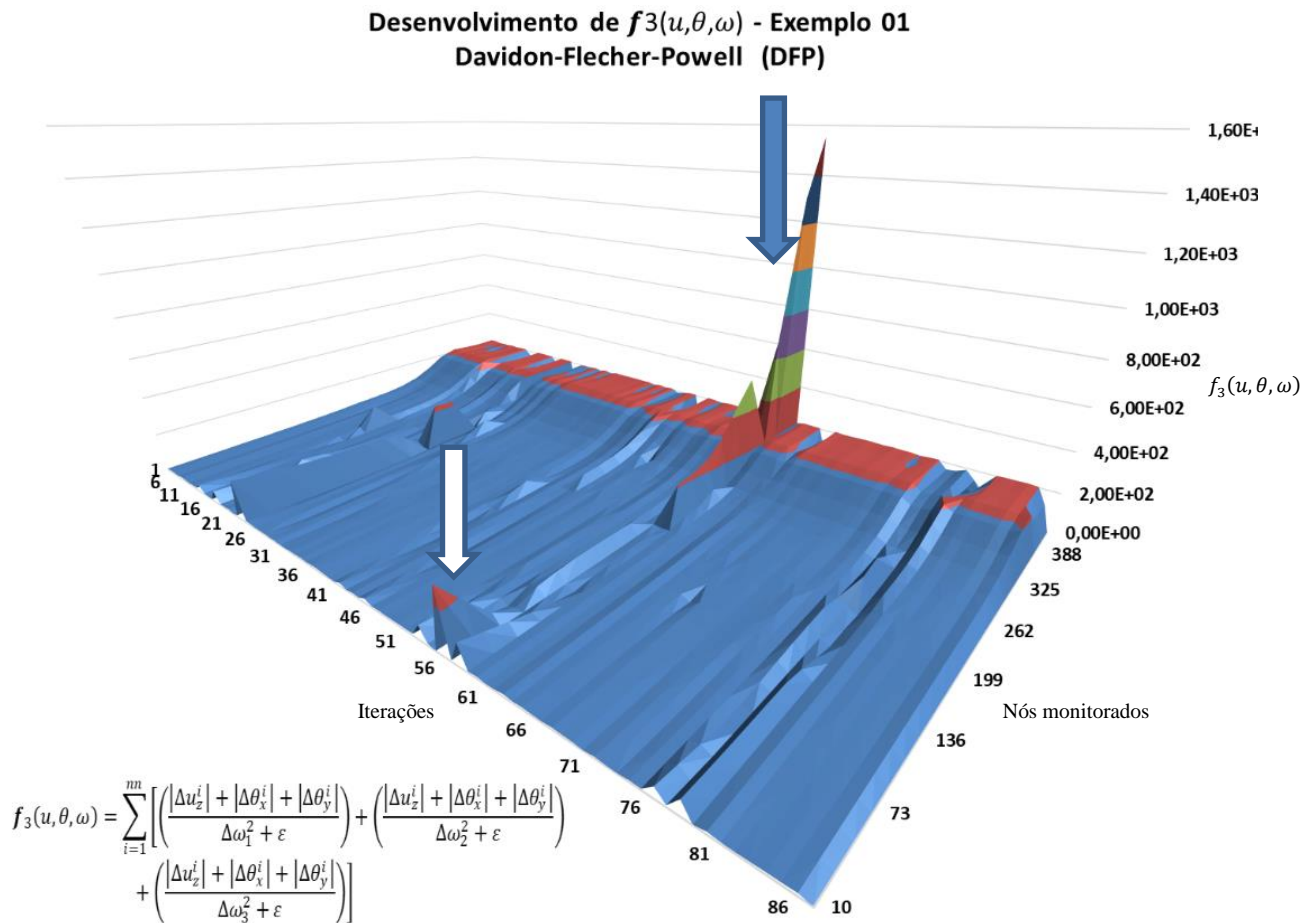


Figura 7.18 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (DFP)

Apesar de não ter sido a combinação Método e Função Objetivo de melhor performance, mostra-se no desenvolvimento dos valores de função $f_3(u, \theta, \omega)$ uma sensibilidade em gerar uma perturbação no padrão de sua distribuição exatamente nos pontos de aplicação das cargas nodais.

Ainda percebe-se na mesma Figura 7.18 que a perturbação mais significativa encontra-se justamente no ponto de aplicação da carga mais próxima do dano real (seta azul), possibilitando a dedução da potencialidade da captura da interferência da carga em proximidade ao dano real a ser localizado. Essa dedução se consolida ainda mais por saber que as cargas deste exemplo são simetricamente posicionadas em relação à geometria da placa e de mesma magnitude.

A evolução das variáveis independentes é dada na Figura 7.19 a seguir, mostra a busca destas variáveis em atingir seus valores de referência (variáveis do dano real) ao longo das 86 iterações necessárias.

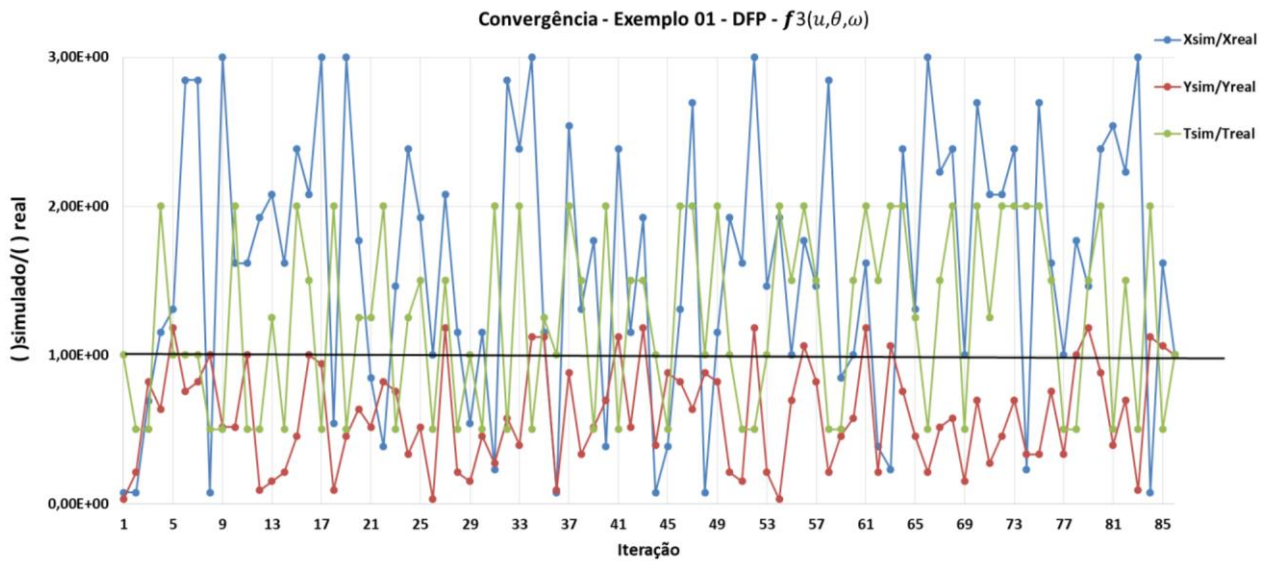


Figura 7.19 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01

Das três Funções Objetivo aplicadas ao método de otimização Davidon-Fletcher-Powell (DFP), a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ foi a que menor potencialidade apresentou, sendo necessárias exatas 126 iterações para que encontrasse a solução ótima do problema, apesar de ter gerado um dos menores erros médios para a solução encontrada nos nós monitorados, de $1,06 \times 10^{-07}$.

Desenvolvimento de $f_4(u, \theta, \omega)$
 - Exemplo 01
 Davidon-Fletcher-Powell (DFP)

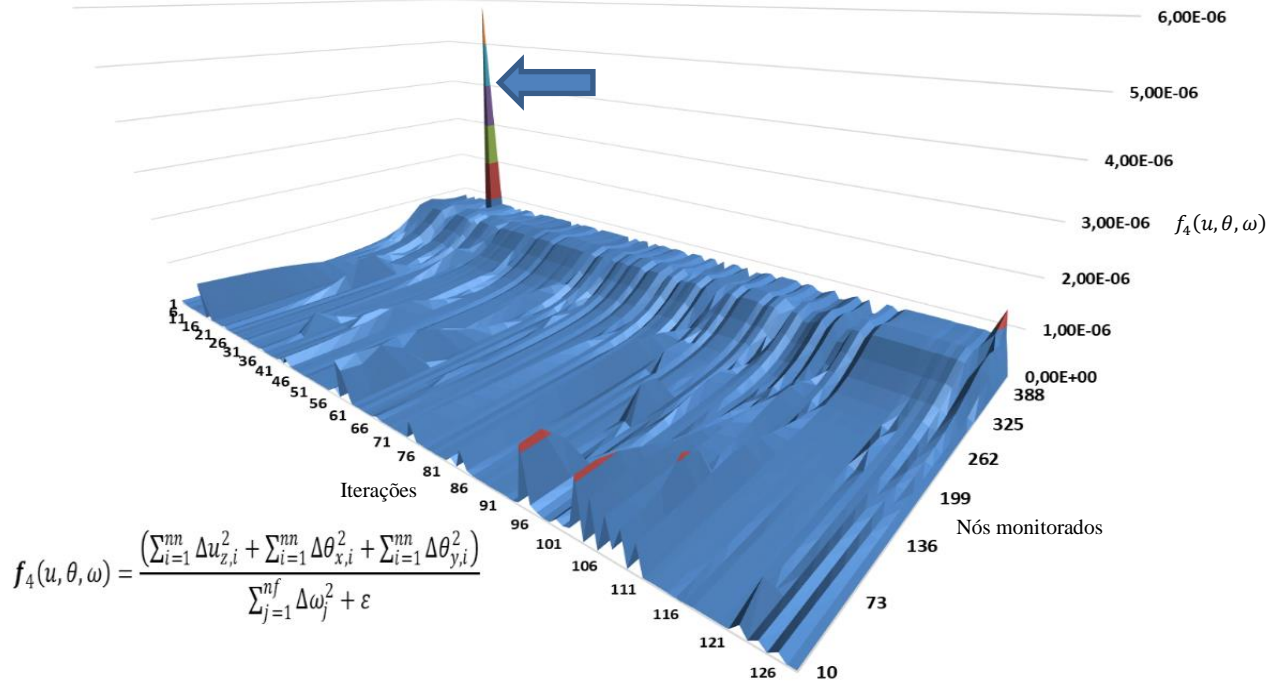


Figura 7.20 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 01 – (DFP)

Observa-se na Figura 7.20 que a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ não possui a mesma sensibilidade em identificar a carga próxima ao dano real como apresentado pela $f_3(u, \theta, \omega)$ para o mesmo método. Nota-se então que a perturbação (seta azul) não corresponde nem a aplicação de uma das cargas nodais tampouco a região de localização do dano real e sim a pior localização do dano prognosticado ao longo das iterações (elemento 57), ou seja, o mais afastado dentre os prognosticados durante as 126 iterações para obtenção da solução ideal do problema.

A Figura 7.21 mostra a evolução das variáveis independentes para a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$.

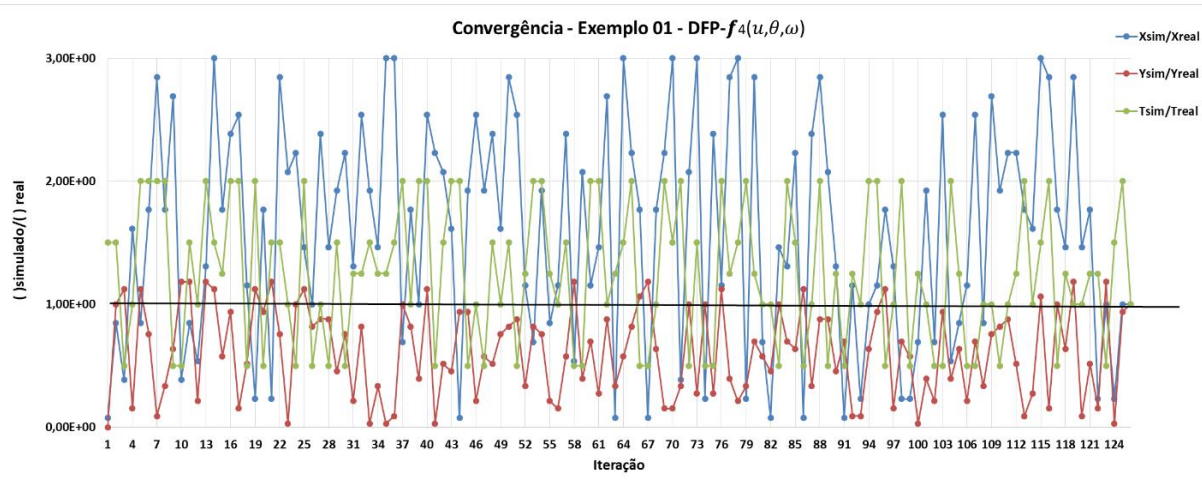


Figura 7.21 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01

7.1.4 – Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS);

Por fim, no empenho dos métodos de otimização do exemplo 1 utiliza-se o método Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS). Em relação aos métodos anteriores para o problema de localização de danos em placas este foi o que necessitou de um número maior de iterações para alcançar a solução ótima do problema, 109 iterações quando aplicada a Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$.

O desenvolvimento da Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ para os mesmos nós monitorados nos métodos anteriores apresenta, na Figura 7.22, um comportamento distinto do observado até o momento, porém também converge apresentando um erro médio de $2,23 \times 10^{-01}$.

Desenvolvimento de $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01
Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

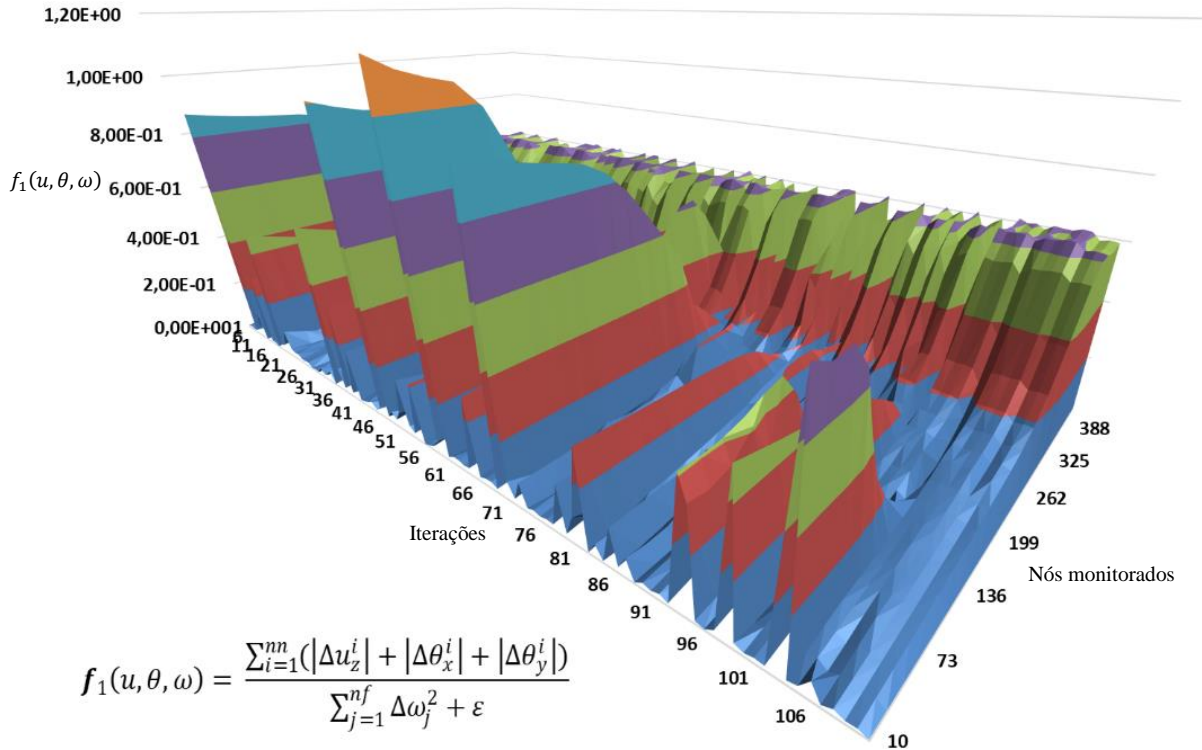


Figura 7.22 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 01
 – (BFGS)

O método se mostra bastante sensível nas regiões próximo às bordas livres, ou seja, próximos aos nós monitorados de números 10 e 430, ver Figura 7.3. Tanto a aplicação das cargas estáticas, quanto as contaminações aplicadas podem ser causas geradoras de tamanha descontinuidade gráfica apresentada, contudo, mesmo após 109 iterações, aqui se mostra não ser o método mais eficiente para a solução deste problema, consegue atingir uma solução ótima.

A evolução das variáveis aleatórias x , y , e espessura t , são mostradas na Figura 7.23 a seguir. Observa-se que a variável que representa a coordenada y em quase todo o processamento teve seu valor simulado ou prognosticado abaixo do seu respectivo valor real o passo que a coordenada x em quase todas as iterações mostra-se com valores prognosticados longe de seu valor real, o que juntamente com as demais variáveis independentes aproximam-se de uma convergência apenas nas últimas iterações, o que explica mais uma vez o nível de descontinuidade gráfica encontrada na Figura 7.22.

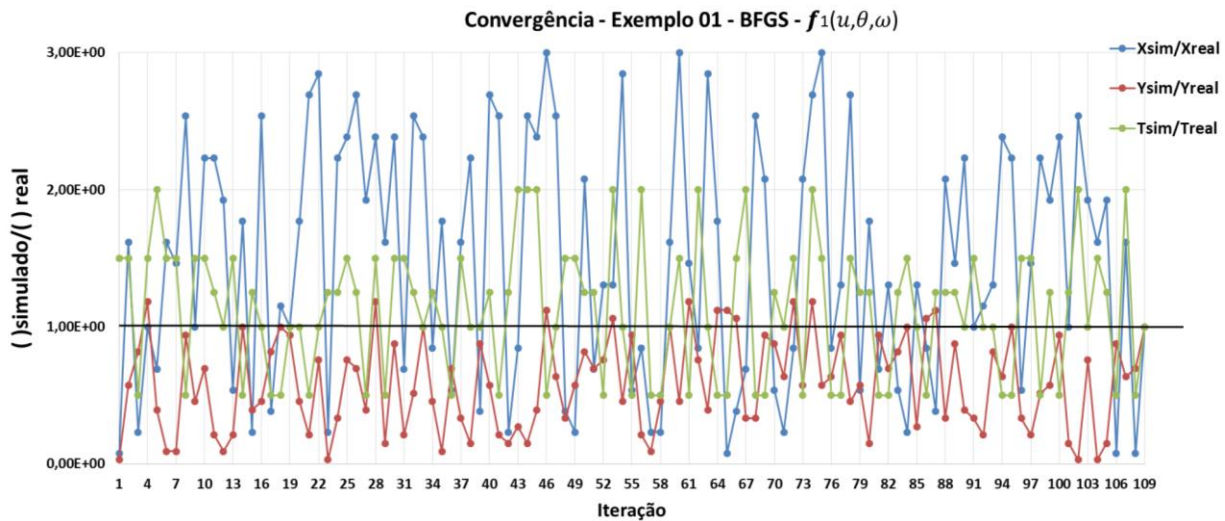


Figura 7.23 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01

Alterando e processando a estrutura com a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$, observa-se que o comportamento dos valores dessa função ao longo do processamento gera uma perturbação na iteração de número 66 (Seta azul), devido ao dano prognosticado, nesta iteração, se dar muito próximo ao ponto de aplicação da carga estática, (tomado no elemento 352) e apresentando uma maior suavidade na superfície da função, quando retomado os danos prognosticados mais próximos ao real, Figura 7.24, até convergir para a solução ótima, necessitando de um maior número de iterações (126), maior ainda mesmo que a função anterior.

Desenvolvimento de $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01
 Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

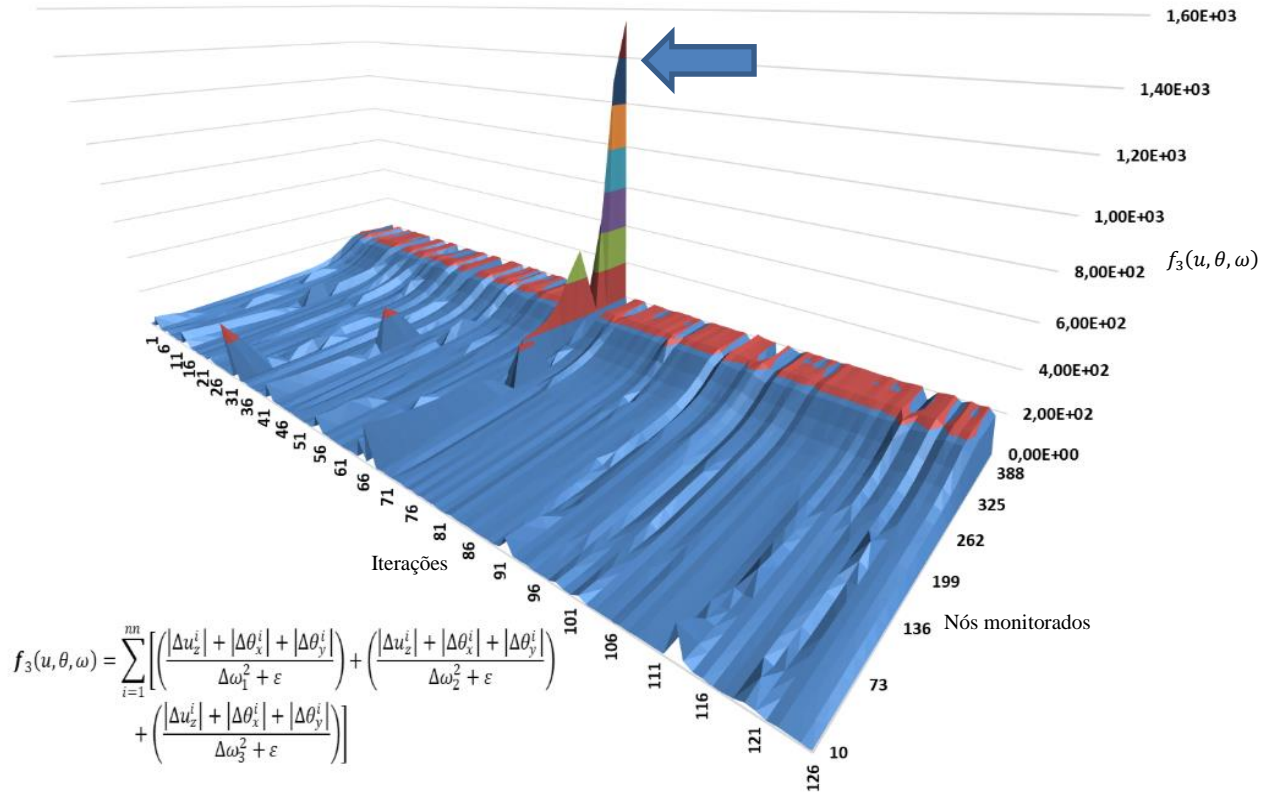


Figura 7.24 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 01
 – (BFGS)

O desenvolvimento das variáveis da Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ apresenta-se na Figura 7.25 muito semelhante ao observado na Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, mostrando ser uma característica proveniente do método BFGS.

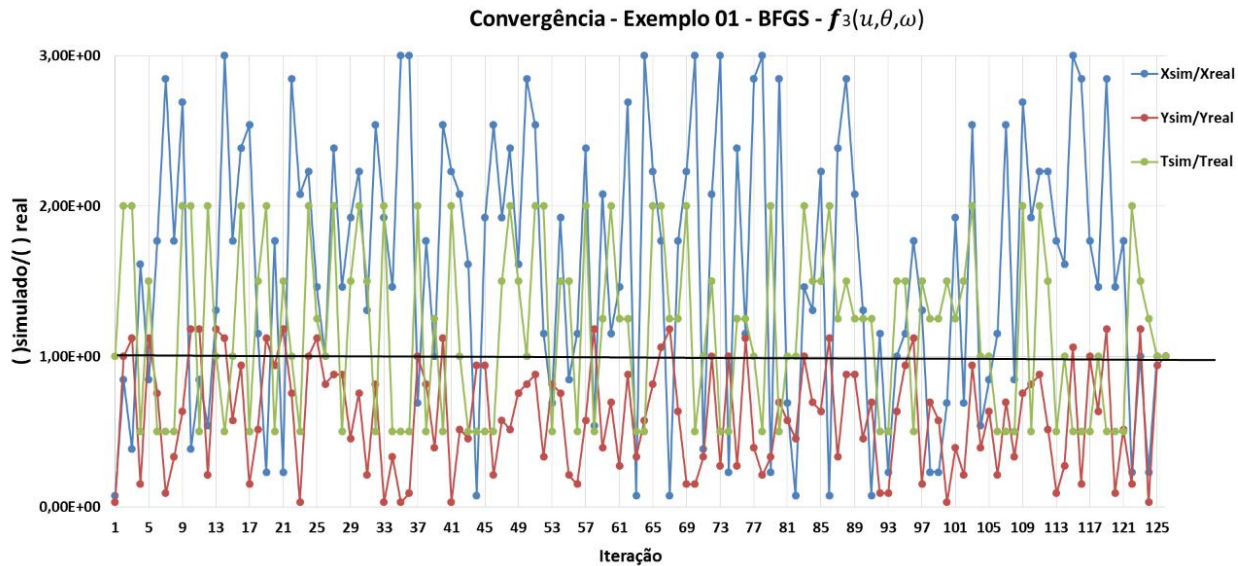


Figura 7.25 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01

Por fim, no exemplo 1, aplica-se a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ onde na Figura 7.26 se vê ao longo das 164 iterações necessárias uma suavidade em quase todos os valores apresentados, salvo em 3 iterações específicas que demonstraram perturbações fora do padrão nos trechos de aplicação de carga, isso pelo fato de nestas iterações (116, 126 e 155) os danos prognosticados estavam localizados próximos às cargas estáticas aplicadas, no caso da iteração número 116 que tem como dano prognosticado o elemento de número 29, próximo ao nó 10 e analogamente a iteração de número 126 que tem como dano prognosticado o elemento 389, também muito próximo ao nó carregado de número 430.

Já na iteração de número 155 o pico de resíduo observado se dá pelo fato de ser a pior localização do dano prognosticado das iterações realizadas, admitindo o dano no elemento 76, ou seja, muito distante em termos de localização do dano real, localizado no elemento de número 327.

Desenvolvimento $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01
Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

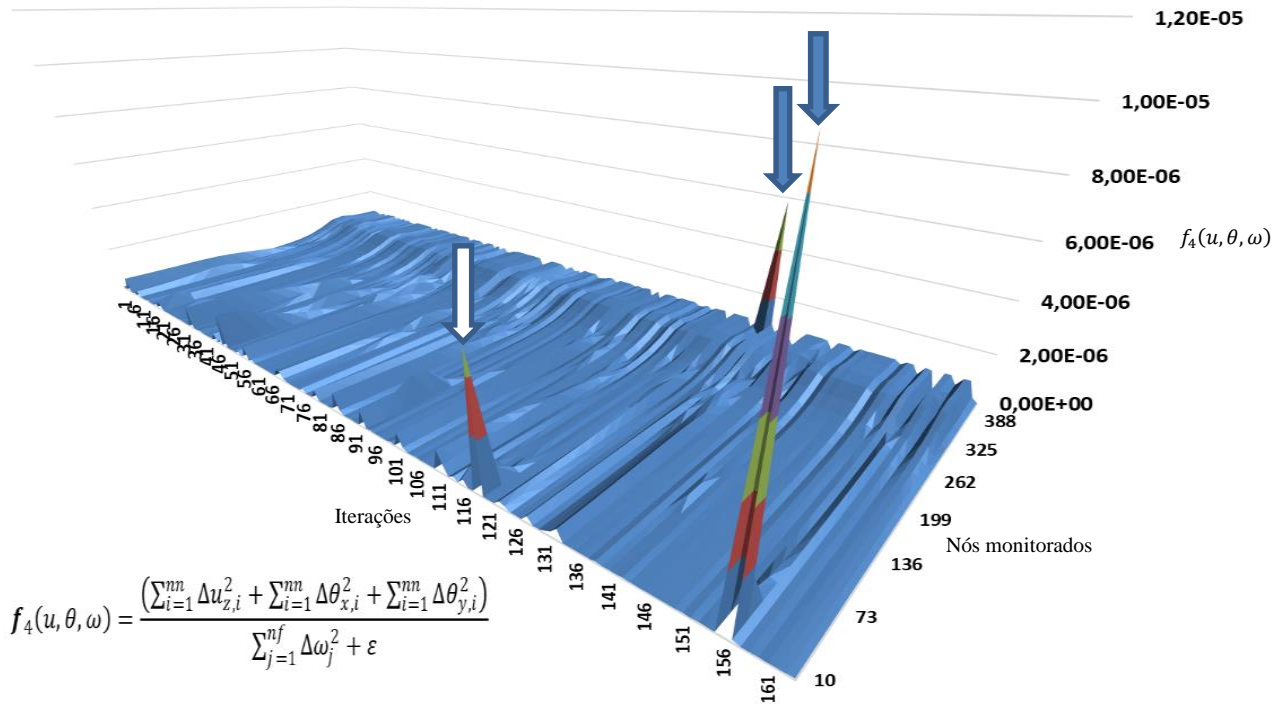


Figura 7.26 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 01
 – (BFGS)

A evolução das variáveis independentes continua mantendo praticamente o mesmo desenvolvimento que nas Funções Objetivo anteriormente aplicadas a esse método, Figura 7.27, se confirmando como característica do método BFGS.

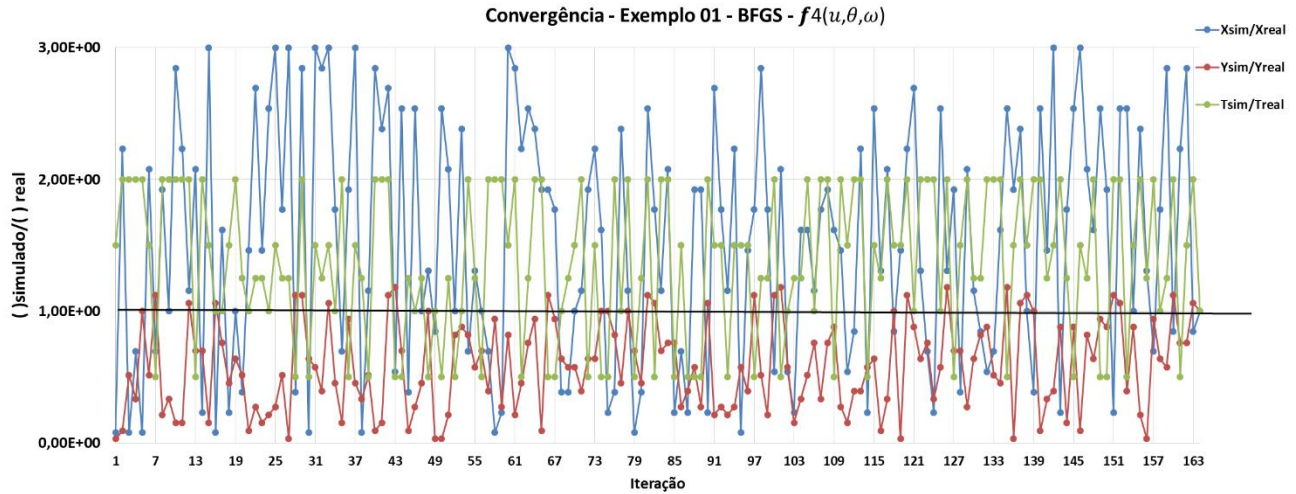


Figura 7.27 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 01

7.1.5 – Análise de Eficiência – Exemplo 01

A Figura 7.28 mostra as iterações necessárias para cada método utilizando as três Funções Objetivo durante cada processo de solução do problema do exemplo 01.

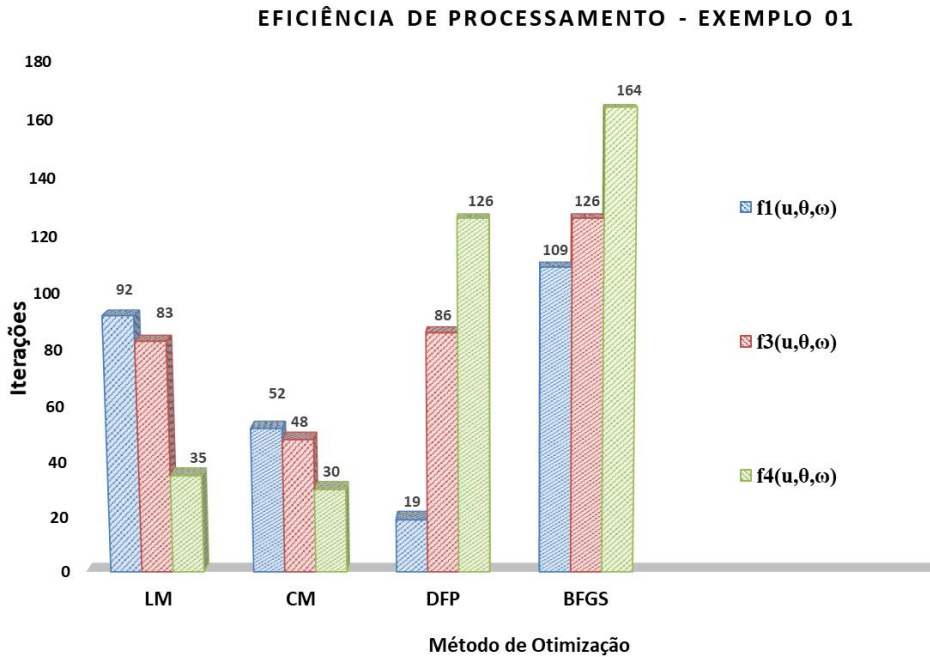


Figura 7.28 – Análise de eficiência - Exemplo 01

Observa-se no exemplo 01 que a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ mostrou-se mais eficiente em termos de tempo de processamento para os métodos de otimização LM e CM, justamente o inverso quando se observados os métodos DFP e BFGS, inclusive a Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ aplicada ao método DFP atingiu a solução ótima do problema em apenas 19 iterações.

Em linhas gerais, para o exemplo 01 o método bio-inspirado de colônia de morcegos se mostrou o mais eficiente se comparado na maioria dos métodos aplicados, com significativa diferença em número de iterações.

A respeito à eficiência na sensibilidade quanto a proximidade dos nós, continuidade do processo quanto à dados contaminados e à perturbações dos resultados quando o dano prognosticado se encontra próximo tanto aos nós de monitoramento, quanto aos nós carregados, todos os métodos se mostraram possuir a mesma eficiência para o exemplo aplicado.

É notada também a sensibilidade obtida pelo nó monitorado quando neste está sendo aplicado um carregamento estático.

7.2 – Exemplo 02

O segundo exemplo tem como objetivo verificar a aplicabilidade da solução do Problema Inverso de identificação de danos em placas com geometria composta, de modo a observar a capacidade e sensibilidade dos métodos de busca em atingir a solução ótima do problema.

No exemplo 02 é utilizada uma geometria em “L” composta por 310 elementos finitos com espessura uniforme de 0.05 m de espessura.

A Figura 7.29 mostra o exemplo a ser analisado na busca do dano real internamente localizado, a priori desconhecido.

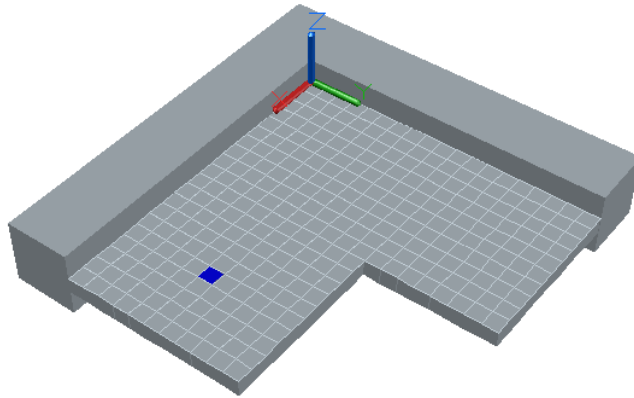


Figura 7.29 – Geometria do Exemplo 02 com indicação do posicionamento do dano real.

A Figura 7.30 mostra a distribuição dos elementos na geometria composta em “L” bi-engastada, suas conectividades, a localização do dano real, a priori desconhecido constante no elemento 116 com 0.005 m de espessura (nível de severidade), ou seja, 10% da espessura do elemento intacto e as cargas aplicadas nos nós 252 e 351, respectivamente.

7.2.1 – Levenberg-Marquardt (LM)

A Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ demonstrou grande potencial de convergência, como pode ser observado na Figura 7.31 onde já nas primeiras iterações os valores reduziram significativamente deixando a superfície gerada a partir dos valores da função obtidos pelos nós monitorados ao longo das iterações bastante suave e regular, convergindo para a solução ótima com um erro médio entre os nós monitorados de $1,01 \times 10^{-04}$.

Certamente as iterações necessárias, mesmo após baixos valores da Função Objetivo se deve ao fato da geometria composta da estrutura, o que requisita mais o reposicionamento do dano prognosticado dentro do domínio factível quando este é admitido fora do plano da placa. Uma vez esse posicionamento sendo estabelecido fora do domínio factível da estrutura um novo reposicionamento é realizado pela subrotina *penalty* do programa SISNIDE.

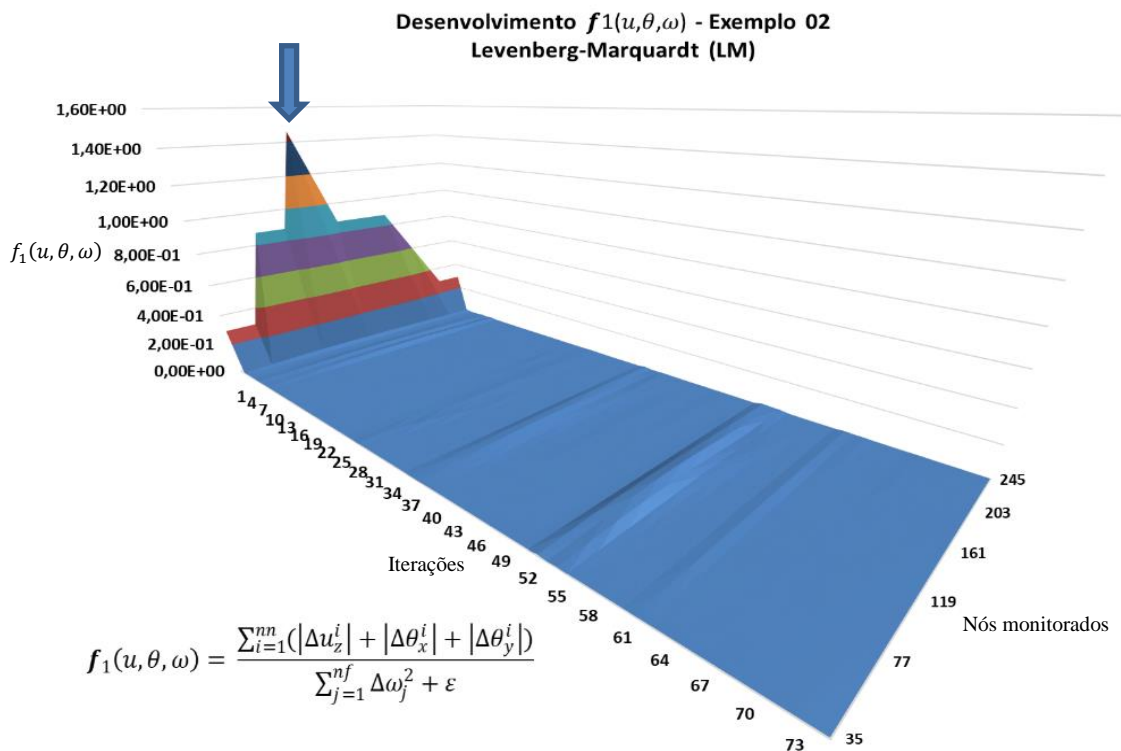


Figura 7.31 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (LM)

O valor gráfico identificado com a seta azul mostra o pior posicionamento durante as iterações, ou seja, o dano prognosticado mais afastado (elemento 22) em relação ao elemento realmente danificado (elemento 116).

A evolução das variáveis de localização e magnitude do dano se desenvolvem segundo o mostrado na Figura 7.32 em que se observa neste caso que a coordenada y durante o processo de otimização assume em quase todo o tempo valores prognosticados ou simulados acima do valor real, ao contrário do que se observa para a coordenada x , muito embora com valores mais próximos do real.

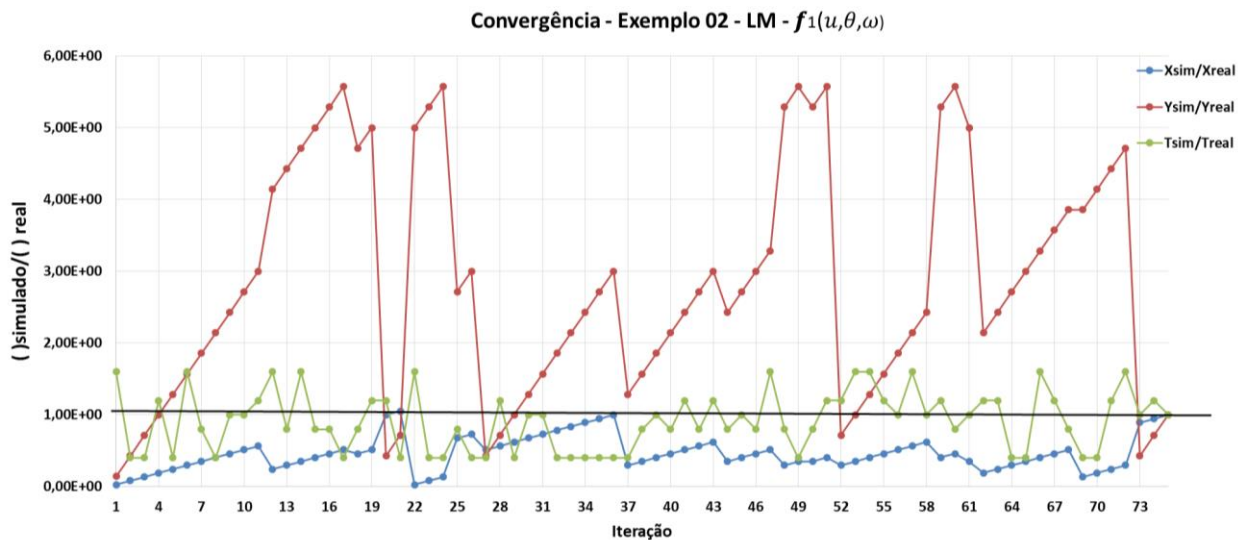


Figura 7.32 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 02

O desenvolvimento da Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ para os nós monitorados é muito semelhante os obtido quando aplicada a Função objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ no método Levenberg-Marquardt, apesar que na Função $f_3(u, \theta, \omega)$ apresentar-se com uma suavidade na superfície ligeiramente maior, como pode ser observado na Figura 7.33, apesar de ambos os casos a solução ótima ter sido atingida com o mesmo número de iterações ($i=75$).

O pico central observado nas primeiras iterações (seta azul) se deve ao fato do pior posicionamento do dano prognosticado e de que dos nós monitorados o nó central desta linha de

monitoramento está exatamente no alinhamento que passa pelo dano real, mais uma vez demonstrando que perturbações no desenvolvimento dos valores das Funções Objetivos podem denotar a presença do dano como predefinição de sua localização, assim como o ocorrido na Figura 7.31 com a Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$.

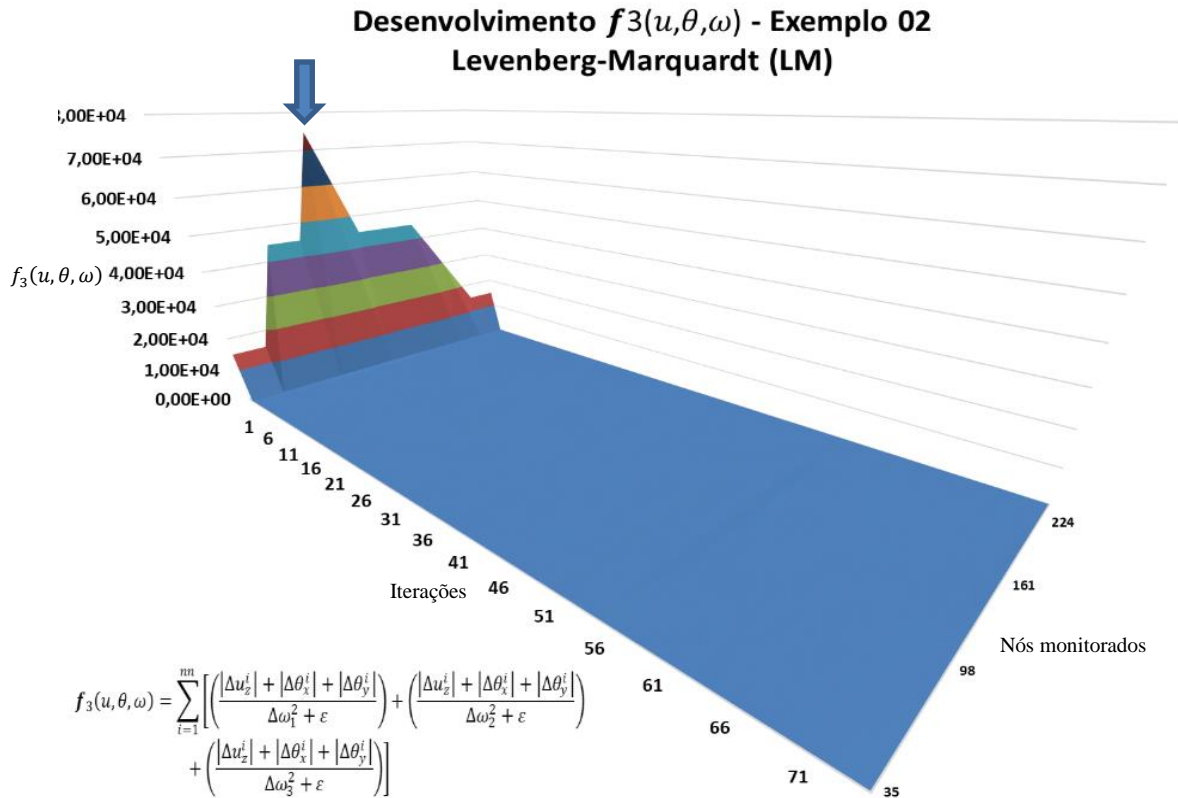


Figura 7.33 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (LM)

A evolução das variáveis aleatórias da Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ também mostra um arranjo muito semelhante com o obtido quando utilizado a Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, como pode ser visto na Figura 7.34, ou seja, coordenadas x com valores prognosticados quase sempre inferior dos valor real e coordenada y com valores exatamente inversos aos observados nas coordenadas x e espessuras (níveis de severidade) variando mas se mostrando muito mais próximos do real que as duas variáveis anteriores.

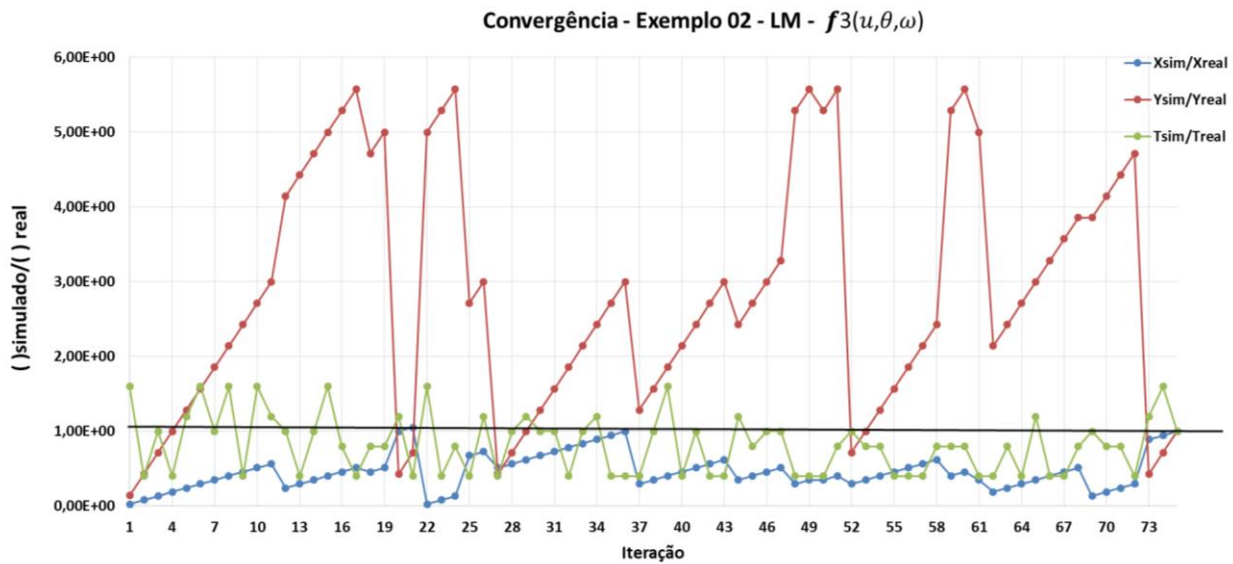


Figura 7.34 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 02

Com a utilização da Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$, apesar de mantidos os nós de monitoramento, o desenvolvimento da superfície de valores durante as iterações se mostrou extremamente diferente em relação às duas Funções Objetivo anteriores, apresentando uma sensibilidade totalmente distinta da $f_4(u, \theta, \omega)$ em relação às outras funções $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_3(u, \theta, \omega)$, como pode ser observado na Figura 7.35.

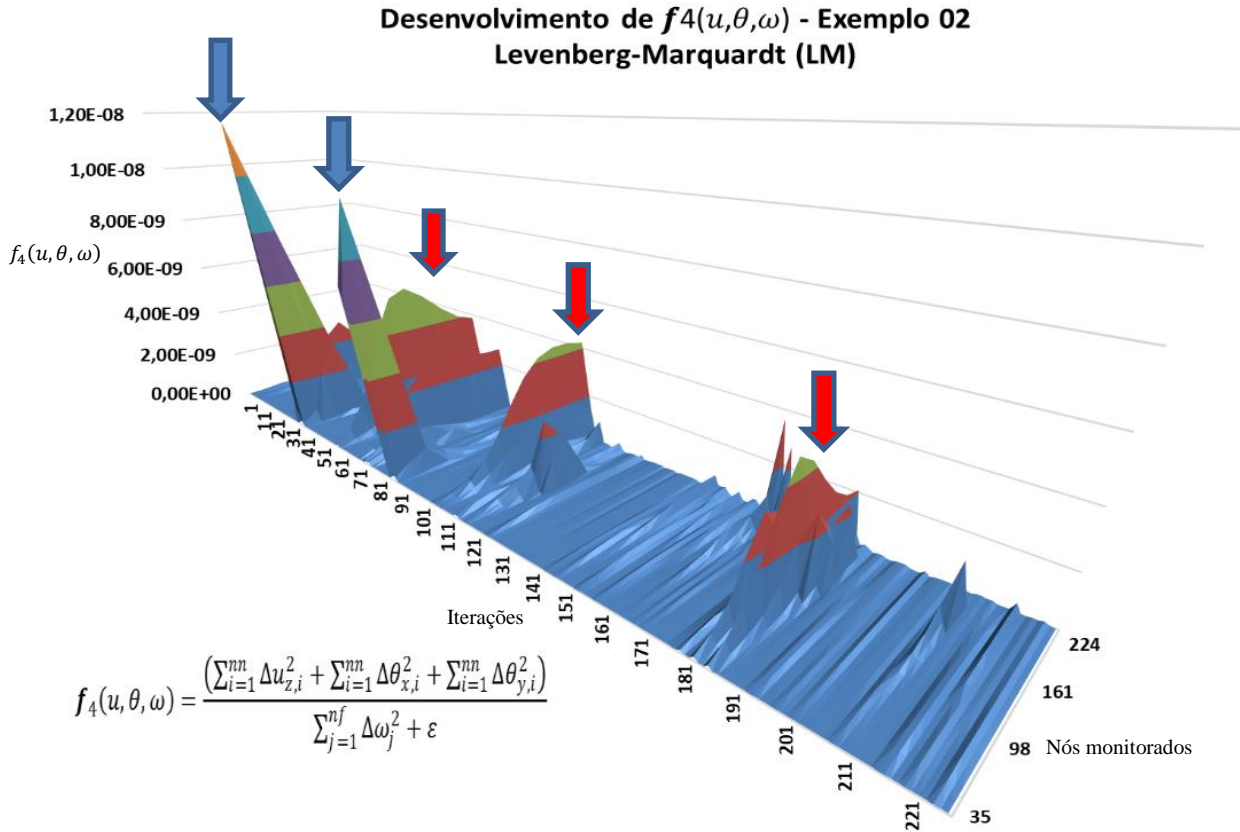


Figura 7.35 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 02
– (LM)

As discontinuidades apresentadas pelas setas azuis no gráfico da Figura 7.35 mostram os valores prognosticados que mais se afastaram do valor real, como na iteração de número 29 admitindo o como dano prognosticado no elemento número 244 e na iteração 80 com o dano prognosticado no elemento de número 255, ambos extremamente distante do elemento realmente danificado, 116.

Já as discontinuidades apontadas pelas setas vermelhas, são geradas pelas proximidades dos danos prognosticados em relação às cargas estáticas aplicadas, perturbando assim, a sensibilidade do método, nestes pontos discretos.

Além disso, a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ no método de otimização (LM) para o problema do exemplo 02 se mostrou bem menos eficiente que as demais Funções Objetivo anteriores para o mesmo método na solução do problema com a mesma geometria, pois necessitou de 226 iterações para que pudesse atingir a solução ótima esperada, com pode ser visto na Figura 7.36.

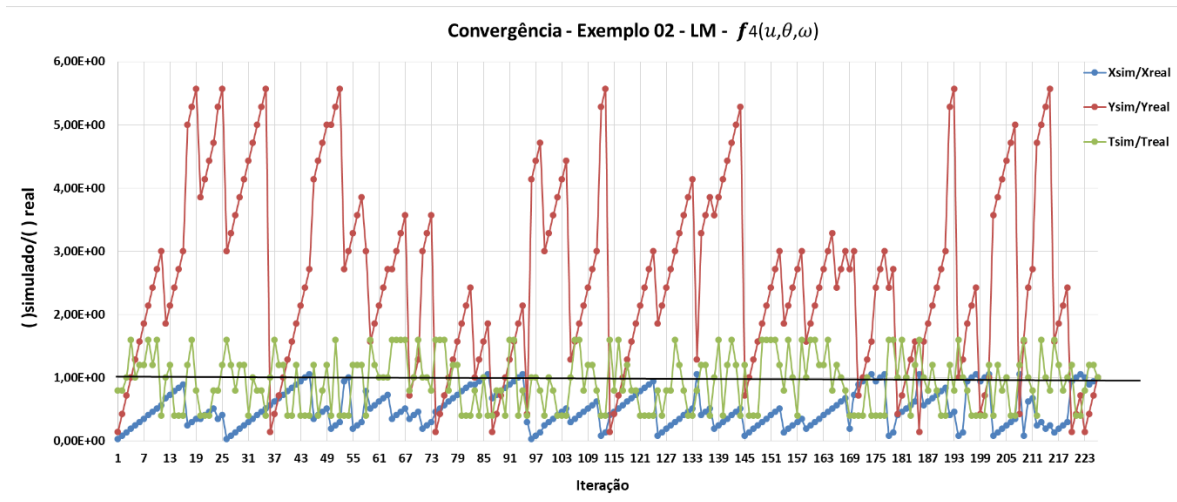


Figura 7.36 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 02

7.2.2 – Colônia de Morcegos (CM)

Nesse exemplo, o método de otimização bio-inspirado por colônia de morcegos, mostra que é capaz de atingir a solução com um pequeno número de iterações (23), apesar da geometria composta aplicada, como pode ser visto na Figura 7.37, utilizando-se novamente de quatro indivíduos para a busca do dano real.

É observado que a descontinuidade encontrada na iteração de número 14 com um pico nos valores do resíduo da Função Objetivo pelo fato do dano prognosticado estar relativamente longe do dano real e muito próximo dos primeiros nós de monitoramento, mostrando que essa proximidade eleva a sensibilidade nos resultados apresentados.

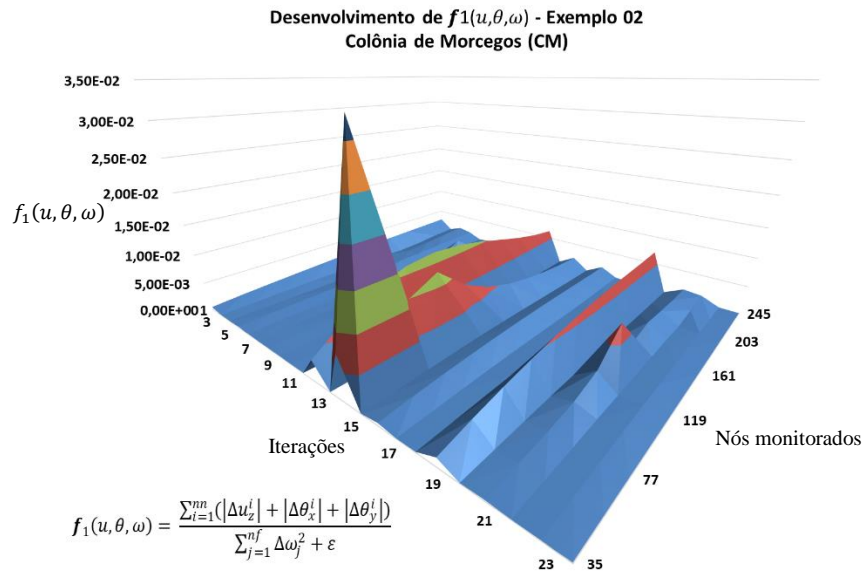


Figura 7.37 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 02
– (CM)

Na Figura 7.38 é mostrado o posicionamento a cada iteração do melhor morcego do bando na busca da “presa” (dano real) e observa-se o rápido posicionamento na região de maior proximidade do dano real, mantendo o posicionamento em um subespaço de maior probabilidade da presença da solução, atingido na iteração de número 23.

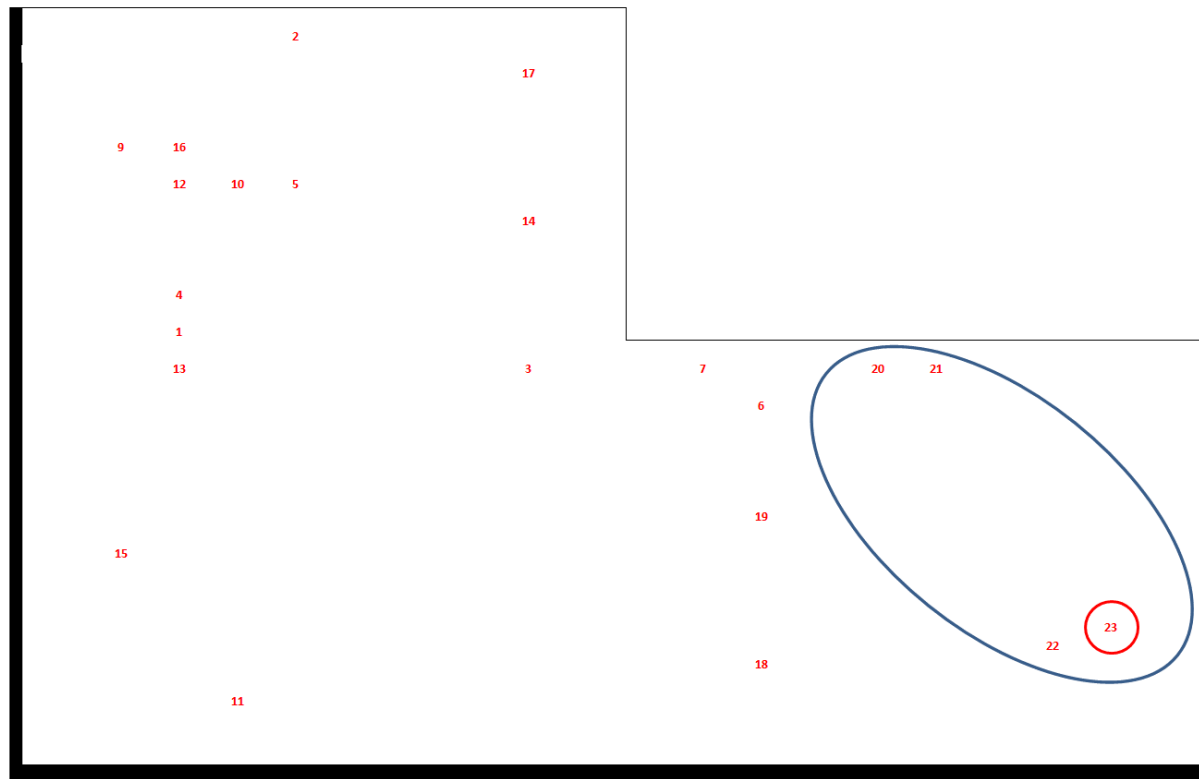


Figura 7.38 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f_1(u, \theta, \omega)$ e respectiva iteração – Exemplo 02 – (CM)

Com a utilização da Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$, como visto na Figura 7.39 atinge-se a solução esperada encontrando o dano real com um pouco mais de iterações que anteriormente com a Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, 33 iterações, com um erro médio entre os nós monitorados de $5,93 \times 10^{-02}$.

As perturbações gráficas observadas na Figura 7.39 indicadas pelas setas mostram o afastamento do dano prognosticado em relação ao posicionamento do dano real como por exemplo nas iterações, 1, 7, 18 e 24 que trazem a localização do dano prognosticado nas posições dos elementos 264, 283, 278 e 182, respectivamente.

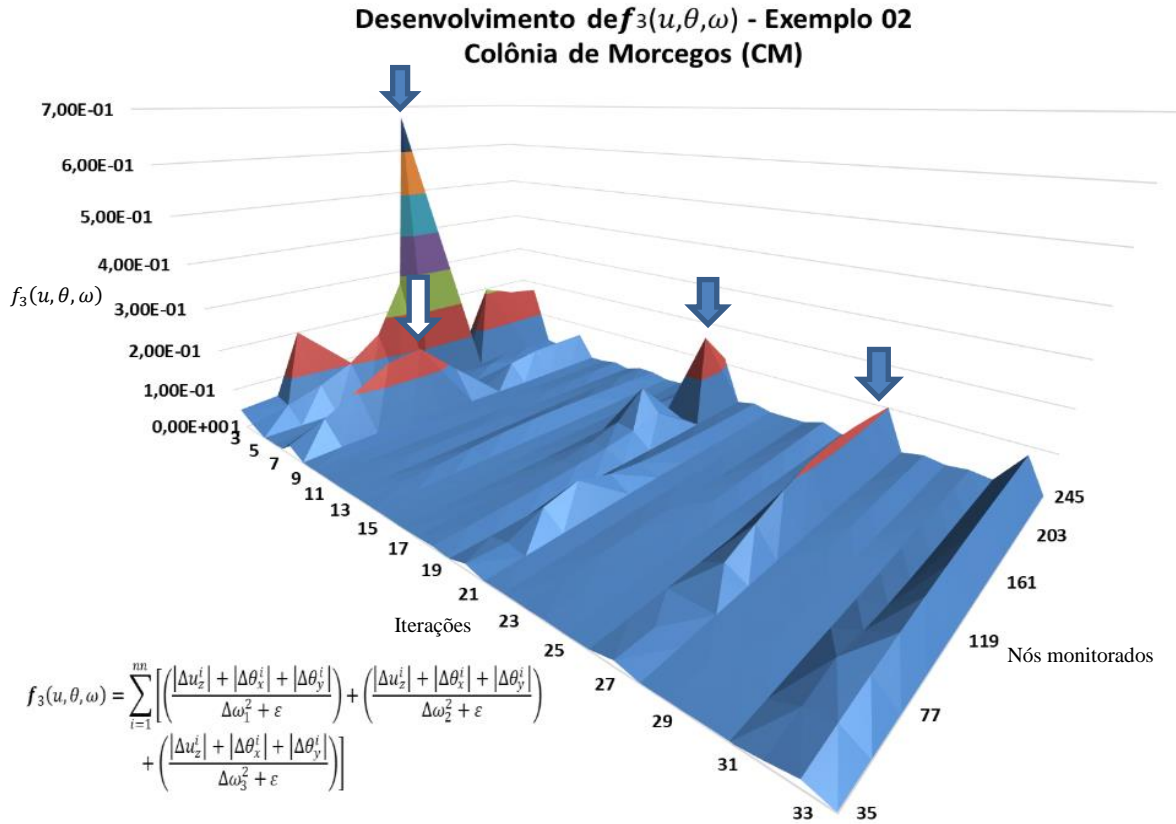


Figura 7.39 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (CM)

No processo de otimização por Colônia de Morcegos a utilização de uma Função Objetivo distinta da anterior fez com que a sub-região de busca tomada nas últimas iterações fosse também modificada. Quando utilizada a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ se obtém um número maior de iterações dentro desta sub-região, contudo, atinge a mesma solução esperada, Figura 7.40.

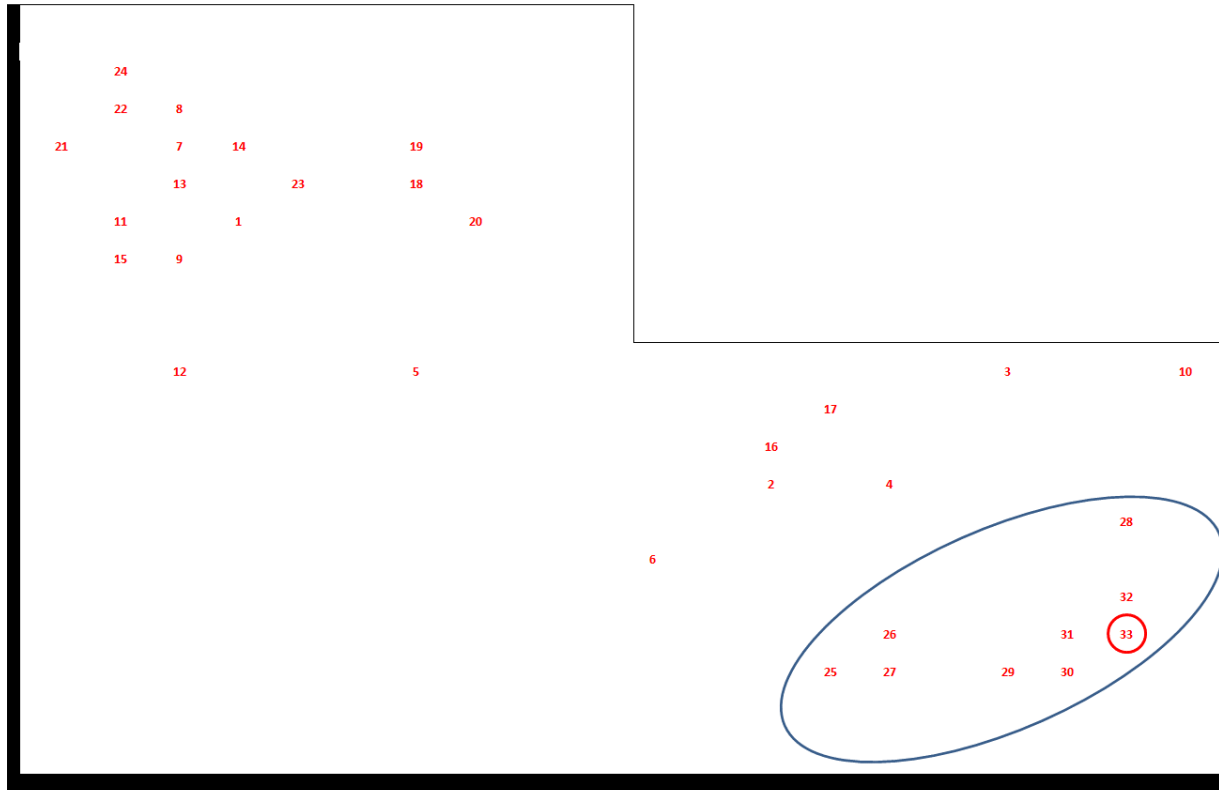


Figura 7.40 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f_3(u, \theta, \omega)$ e respectiva iteração – Exemplo 02 – (CM)

Por último, aplica-se a este método a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ onde se visualiza na Figura 7.41 em três momentos do processo, exatamente nas iterações de números 11, 16 e 20 uma variação abrupta nos valores dos resíduos da Função Objetivo devido ao afastamento da localização dos danos prognosticados nessas respectivas iterações em relação à localização do dano real, como essas localizações prognosticadas estavam relativamente próximas aos nós monitorados os valores dos resíduos da Função Objetivo aplicada se mostraram descontínuos.

Registra-se a solução esperada com um erro médio de $1,32 \times 10^{-11}$, mostrando a potencialidade da Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ quando da atuação em um problema com solução não exata devido à contaminação dos dados da frequência natural e dos deslocamentos.

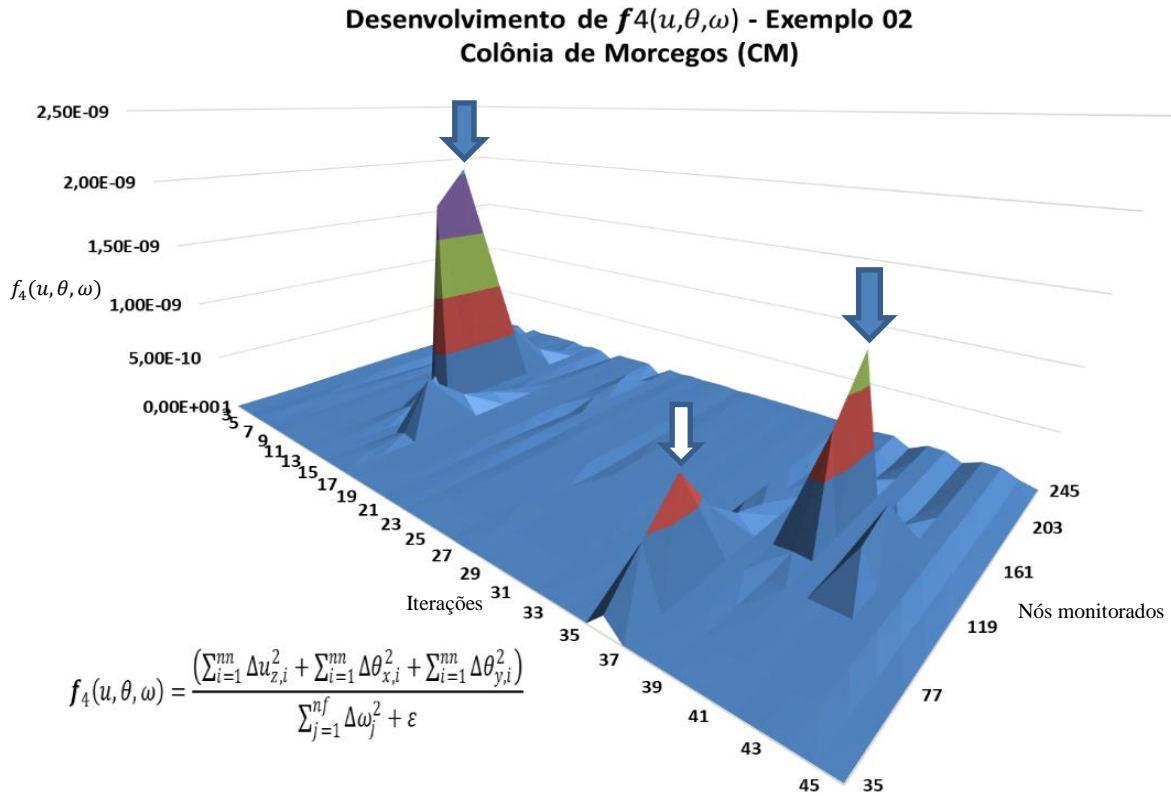


Figura 7.41 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 02
– (CM)

Neste exemplo, com a otimização por Colônia de Morcegos utilizando a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$, percebe-se na Figura 7.42 que os “vãos dos melhores morcegos” (Danos prognosticados ou simulados) encontram-se concentrados nas abas da placa com geometria em “L” de forma que na metade do processo para seu fim estes se concentraram ainda mais na aba que continha o dano real, aproximando-se cada vez mais deste, até atingi-lo na iteração de número 45, gerando uma sub-região ou superfície de factibilidade de localização do dano real.

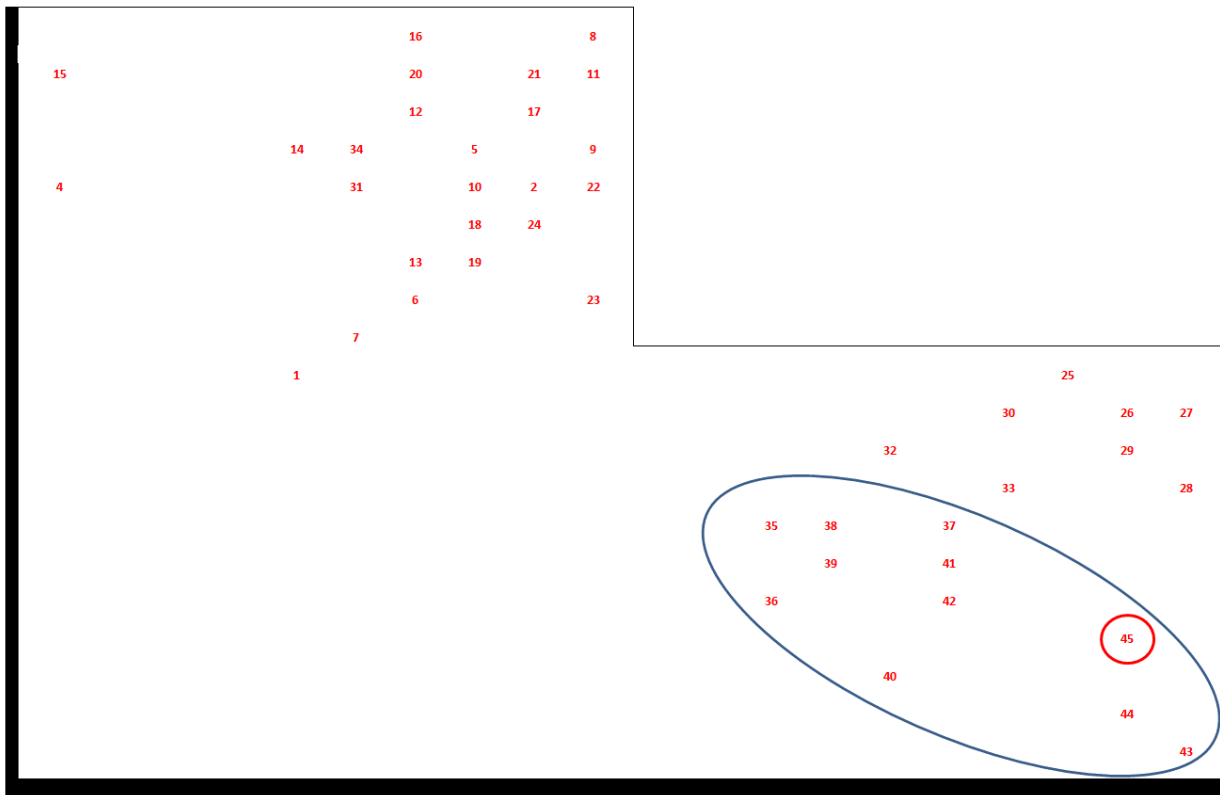


Figura 7.42 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f_4(u, \theta, \omega)$ e respectiva iteração – Exemplo 02 – (CM)

7.2.3 – Davidon-Fletcher-Powell (DFP)

O método DFP aplicado na solução do segundo exemplo com a Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ mostra uma distribuição de valores para os nós monitorados muito semelhante aos obtidos pelo método Levenberg-Marquardt, onde nas primeiras iterações gera uma perturbação denotada pelo nó central dentre os selecionados para monitoramento (119) capturando um elevado resíduo da Função Objetivo devido ao afastamento do dano prognosticado nessa iteração em relação ao posicionamento do dano real.

Nas iterações seguintes a Função assume uma suavidade na superfície, indicando maiores proximidades dos danos prognosticados em relação ao objetivo, finalizando a busca ao atingir a

solução por encontrar o dano real (116) com 91 iterações e um erro médio de $5,98 \times 10^{-03}$, Figura 7.43.

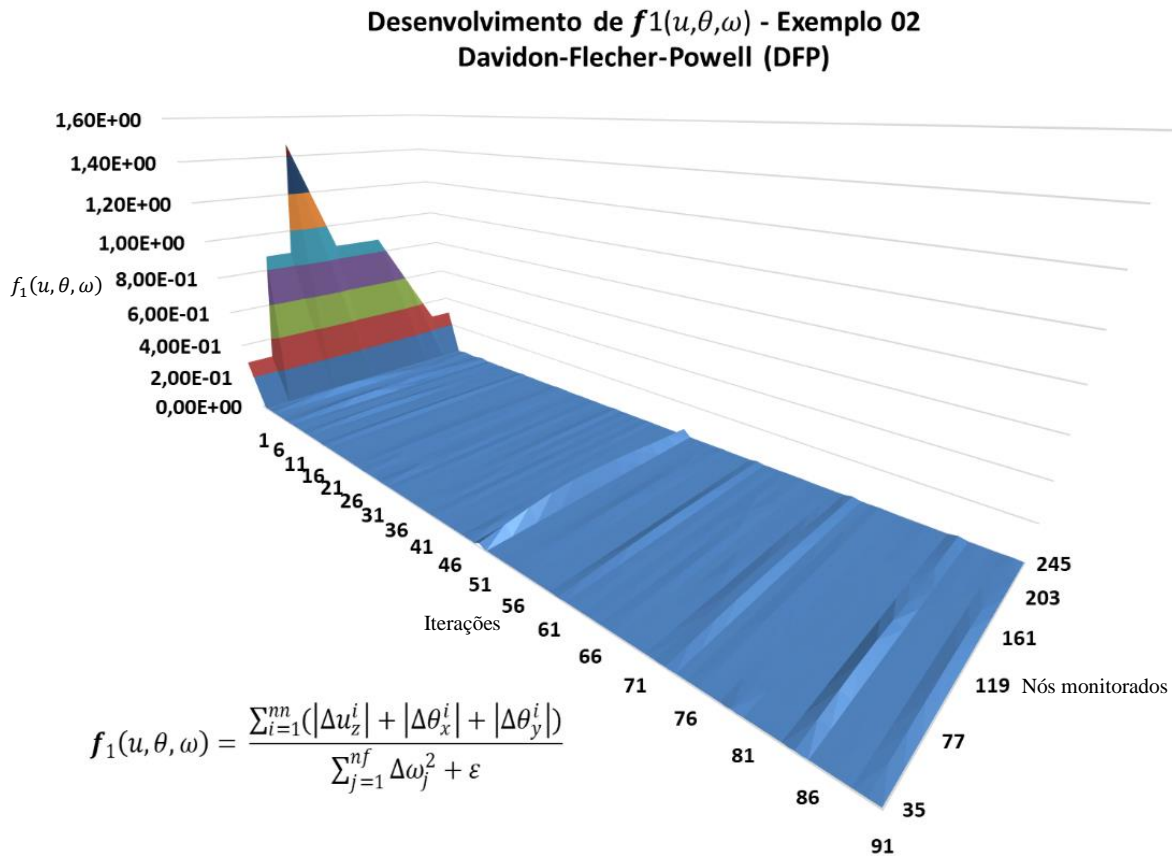


Figura 7.43 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (DFP)

Durante as 91 iterações necessárias para que o método DFP, na Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, encontrasse a solução para o problema observa-se na Figura 7.44 da evolução das variáveis que a abscissa x encontra-se em quase todo o tempo com valores prognosticados abaixo do real, enquanto a ordenada y das coordenadas do ponto médio do dano assumia valores prognosticados acima do valor real.

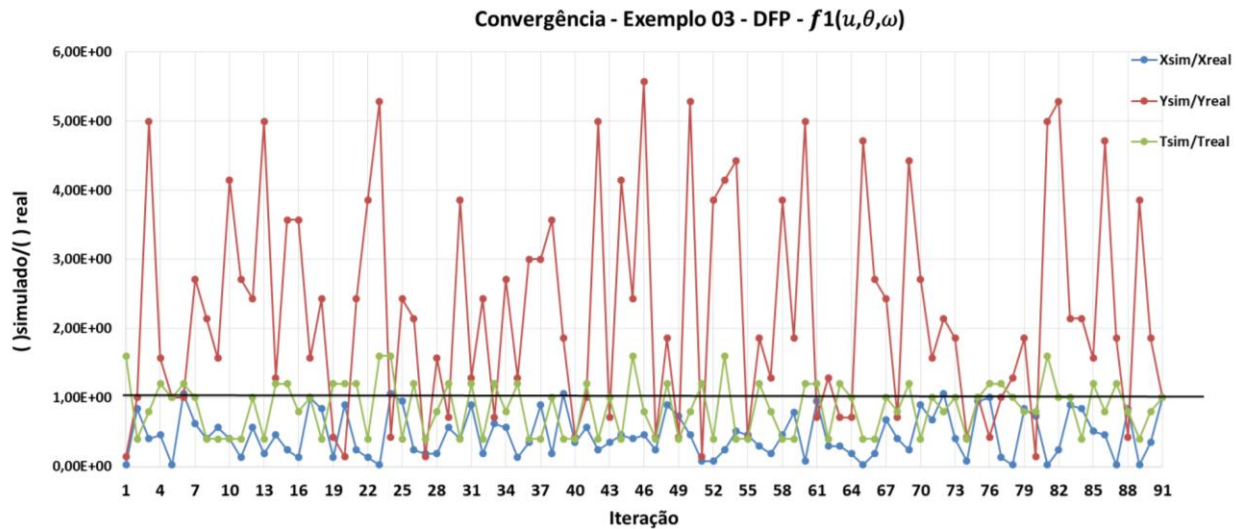


Figura 7.44 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 02

Os resultados obtidos para o método DFP com a utilização da Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ mostram-se idênticos aos alcançados com a função $f_1(u, \theta, \omega)$, embora tivesse sido necessária muito mais iterações (215), decrescendo significativamente a potencialidade de aplicação desse método para a solução desse problema em termos de velocidade na obtenção da resposta para a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$, Figuras 7.45 e 7.46.

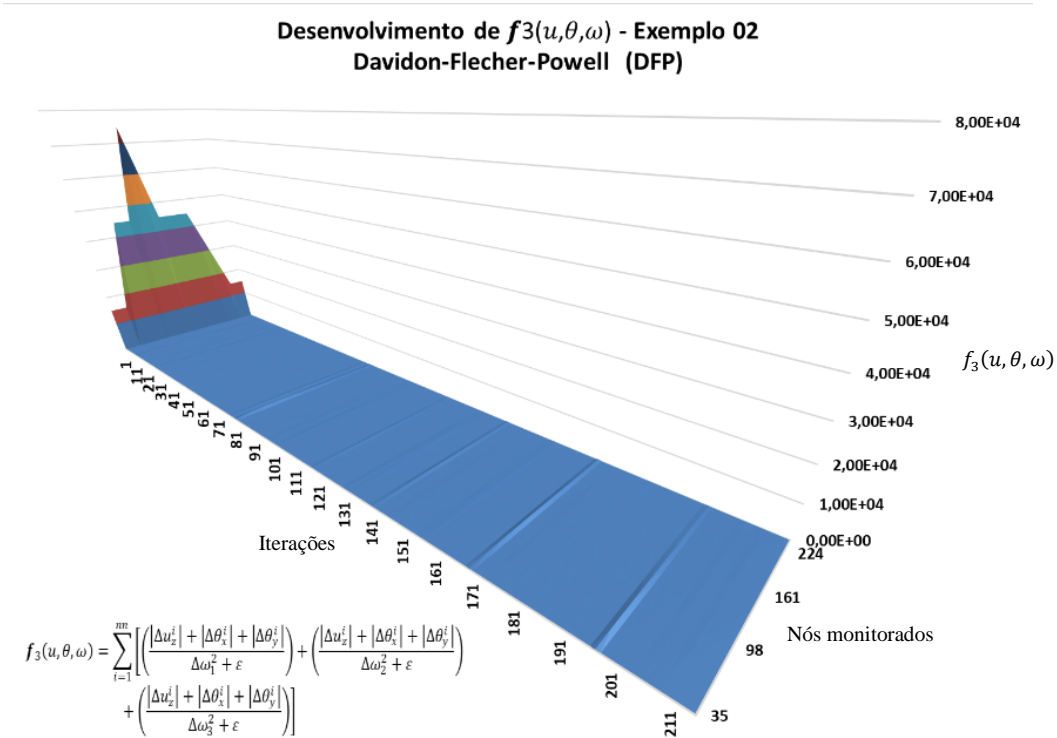


Figura 7.45 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (DFP)

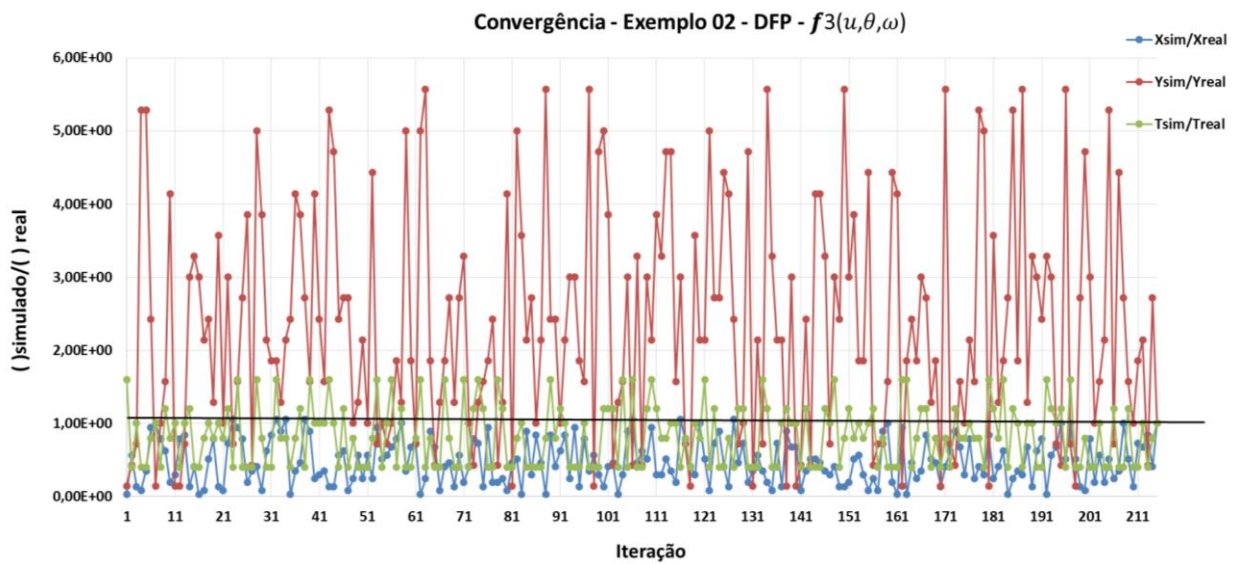


Figura 7.46 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 02

Já a utilização da Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ propiciou ao método DFP uma velocidade da obtenção da solução do problema com a necessidade de apenas 3 (três) iterações com baixíssimo erro ($2,57 \times 10^{-11}$), ou seja, muito próximo da solução exata, Figura 7.47 e 7.48.

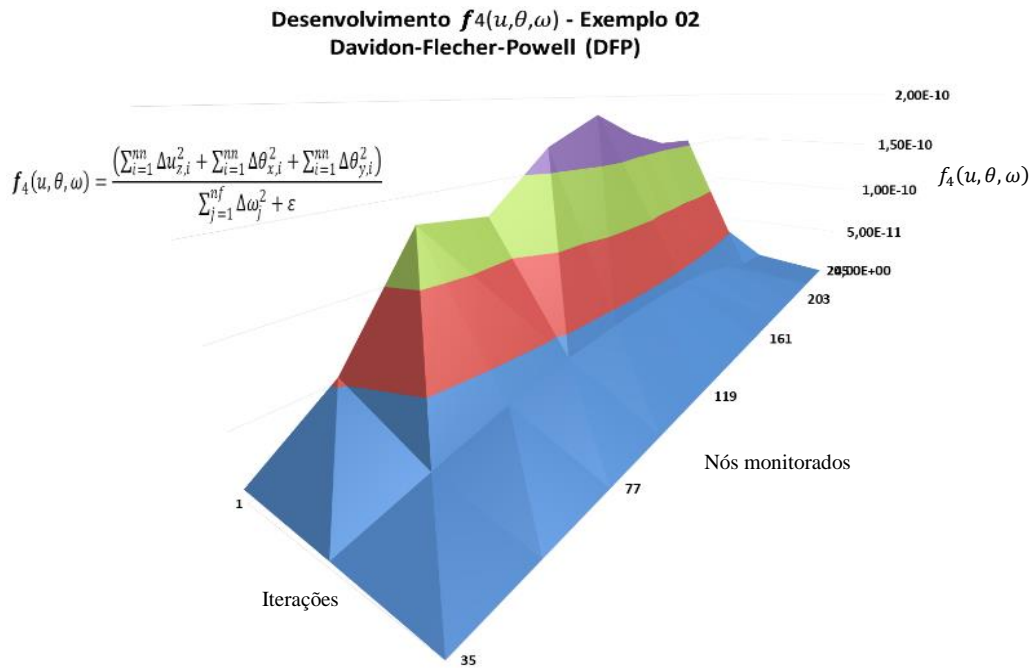


Figura 7.47 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (DFP)

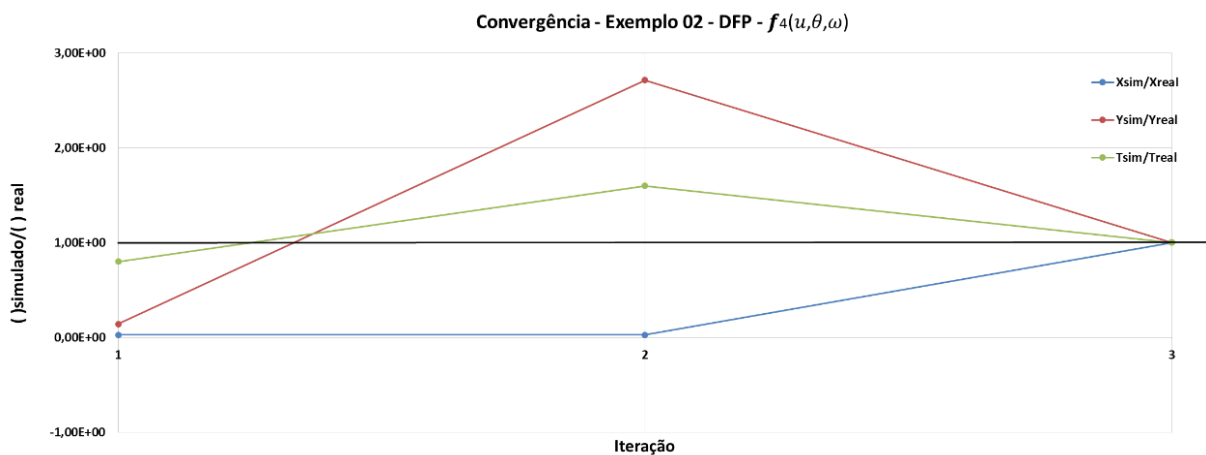


Figura 7.48 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 02

7.2.4 – Broyden-Flecher-Goldfarb-Shanno (BFGS);

Quando aplicados às Funções Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_3(u, \theta, \omega)$ o método BFGS produziu distribuição de valores idênticos aos produzidos pelo método DFP com as mesmas funções, mantendo as mesmas características, muito embora com número de iterações mais baixas, 73 e 91, respectivamente, Figuras 7.49 e 7.50, mostrando, assim, maior eficiência neste exemplo.

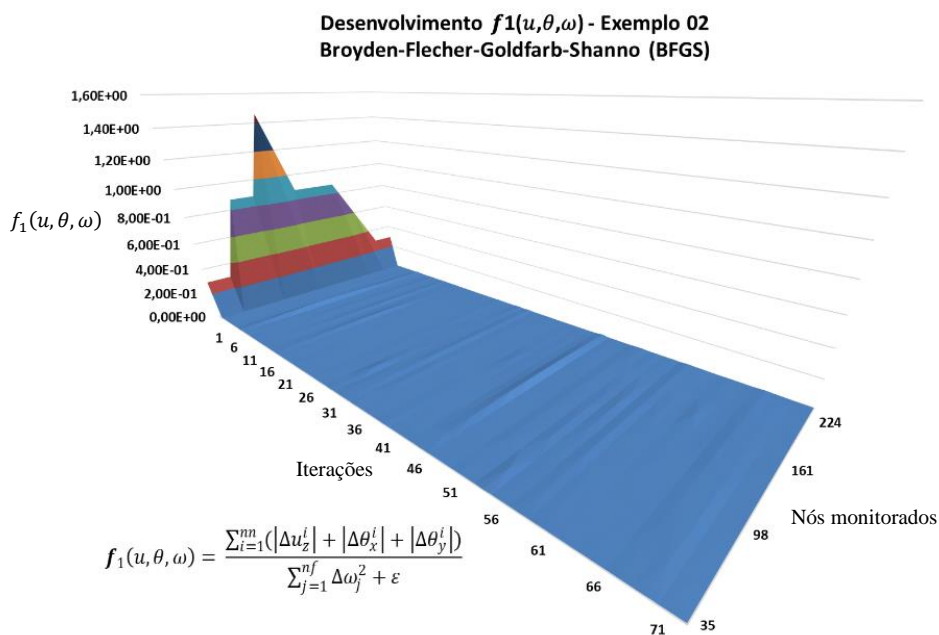


Figura 7.49 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (BFGS)

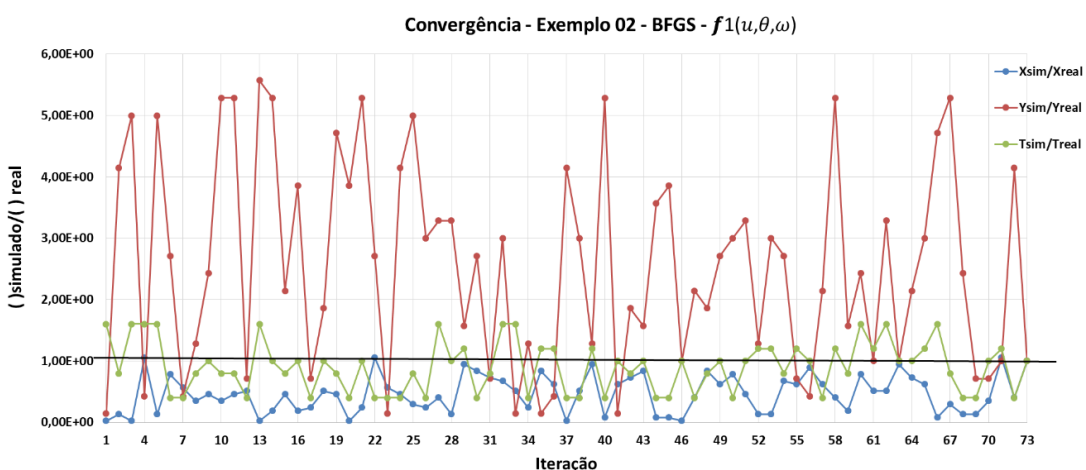


Figura 7.50 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 02

Da mesma forma para a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$, pois como visto nas Figuras 7.51 e 7.52 permanecem inalteradas as principais características.

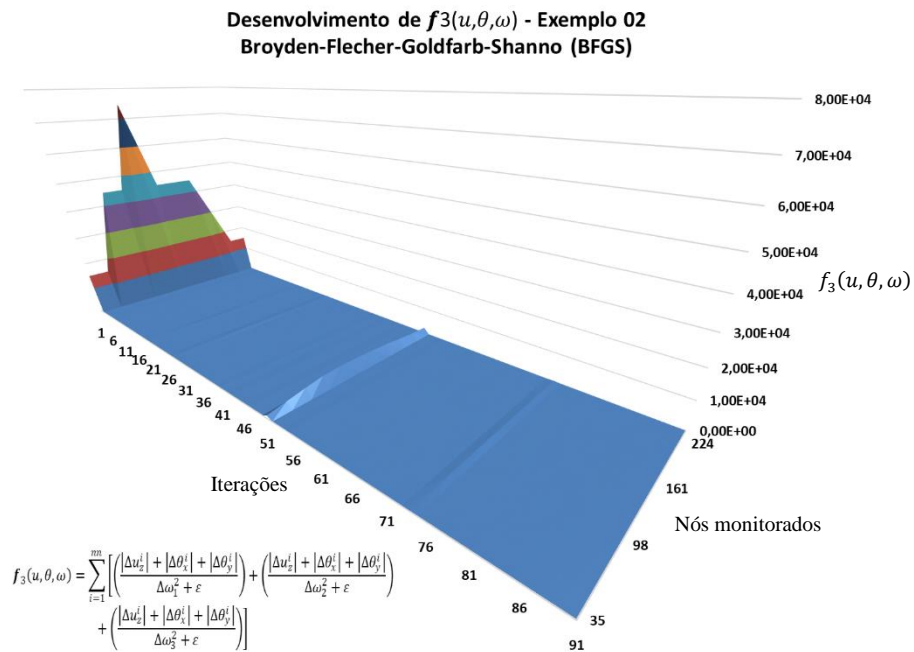


Figura 7.51 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (BFGS)

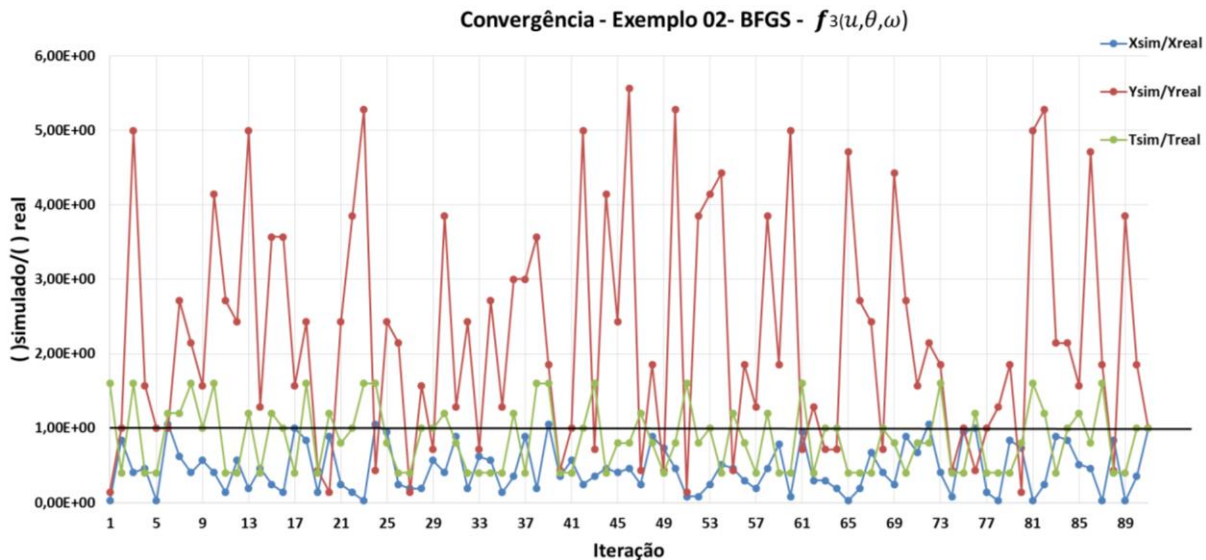


Figura 7.52 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 02

Contudo, ao se aplicar a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ a distribuição assume características bastante distintas das duas primeiras, alcança a solução do problema com 73 iterações e demonstra uma perturbação (pico) em sua distribuição de valores quando o dano prognosticado se afasta excessivamente do dano real, as demais perturbações gráficas, de menor magnitude são devidas ou à afastamentos de menor magnitude, ou à aproximação desses danos prognosticados, em suas iterações, em relação aos nós carregados, Figura 7.53.

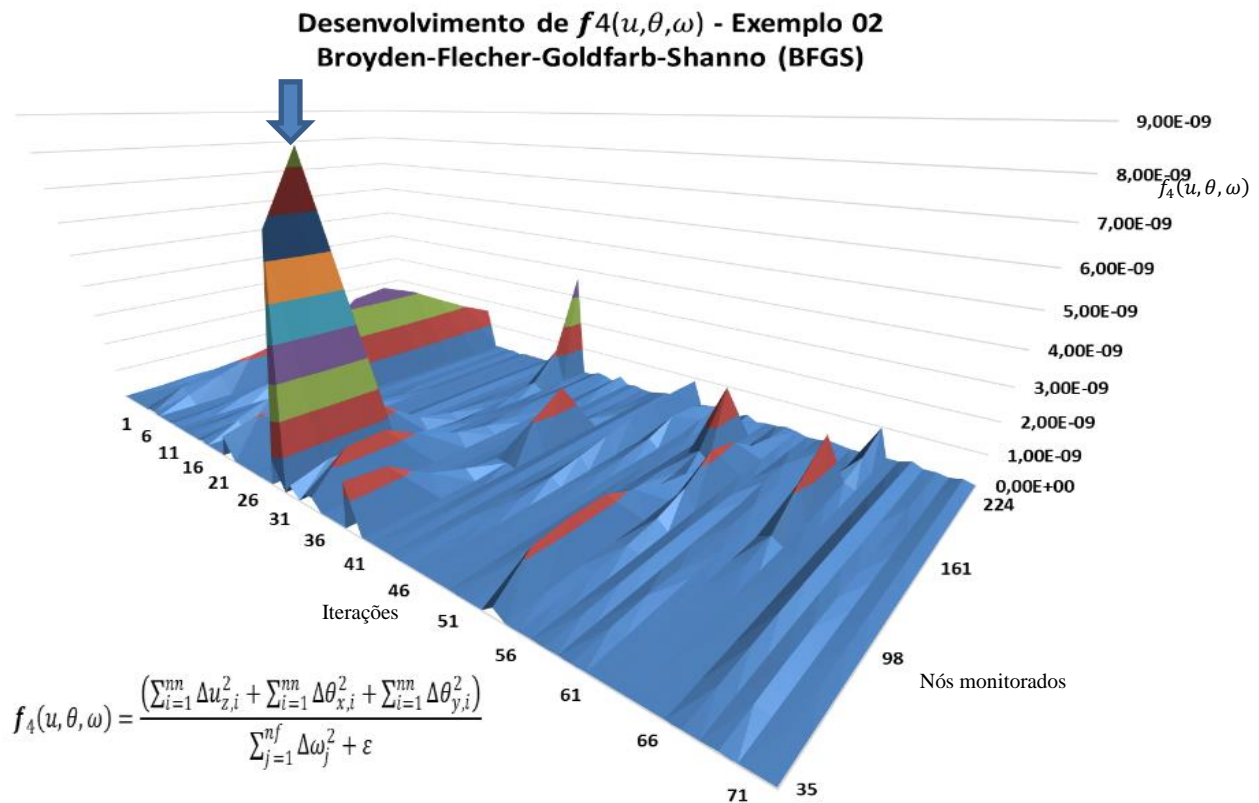


Figura 7.53 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 02 – (BFGS)

A evolução das variáveis continua com a mesma tendência das geradas pelas funções anteriores, como pode-se ver na Figura 7.54, admitindo valores prognosticados (simulados) das coordenadas y acima dos valores reais e das coordenadas x abaixo destas.

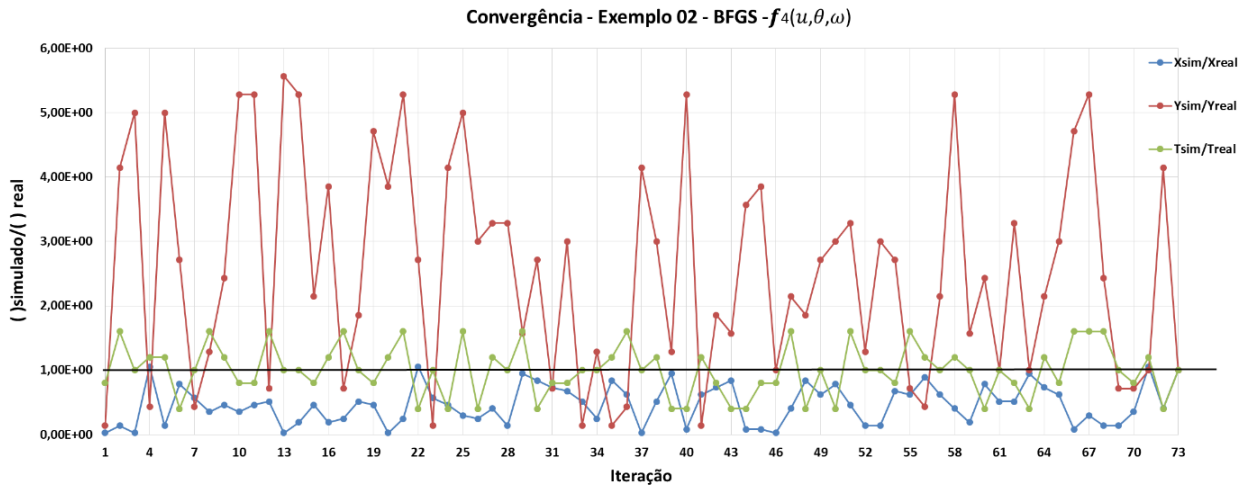


Figura 7.54 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 02

7.2.5 – Análise de Eficiência – Exemplo 02

A Figura 7.55 mostra as iterações necessárias para cada método utilizando as três Funções Objetivo durante cada processo de solução do problema do exemplo 02.

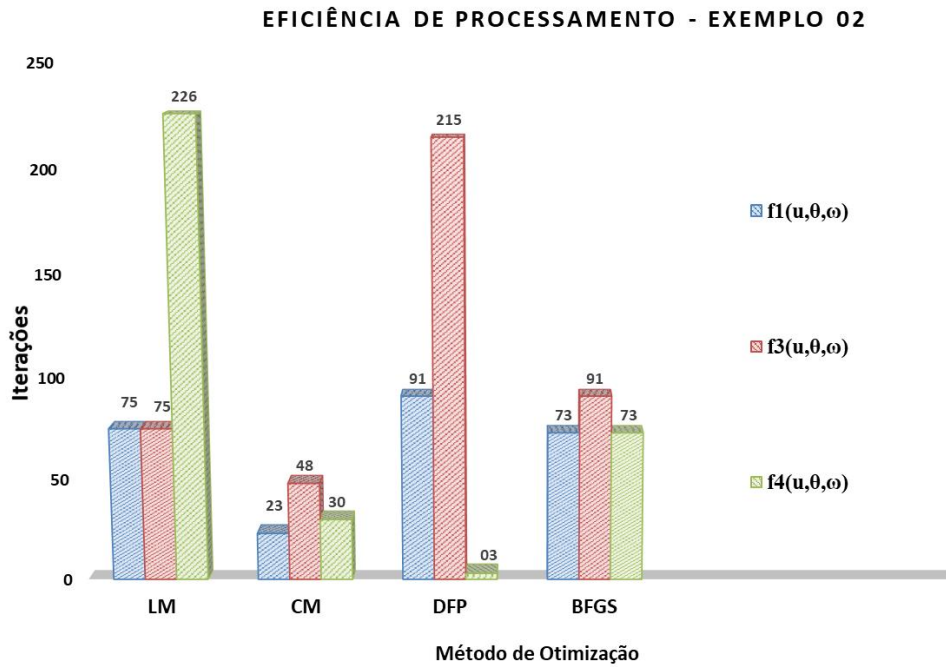


Figura 7.55 – Análise de eficiência - Exemplo 02

É visto no exemplo 2 que o método bio-inspirado por Colônia de Morcegos (CM) mostra-se, de maneira geral, o mais eficiente na solução do problema, atingindo na Função Objetivo mais eficiente $f_1(u, \theta, \omega)$ apenas 23 iterações, apesar de que o processamento mais eficiente tenha sido o DFP com apenas 03 iterações utilizando a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$, embora não tenha atingido uma boa performance com a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$.

7.3 – Exemplo 03

O objetivo principal deste exemplo é verificar a potencialidade da aplicação dos métodos de busca em geometrias vazadas, de modo que estas regiões não sejam identificadas como danos com 100% de severidade, uma vez que o SISNIDE assume essa possibilidade. Outra verificação é a da sensibilidade da capacidade da identificação do dano interno que se localiza na fronteira da região vazada.

A Figura 7.56 mostra o exemplo 03 analisado na busca do dano real internamente localizado, a priori desconhecido.

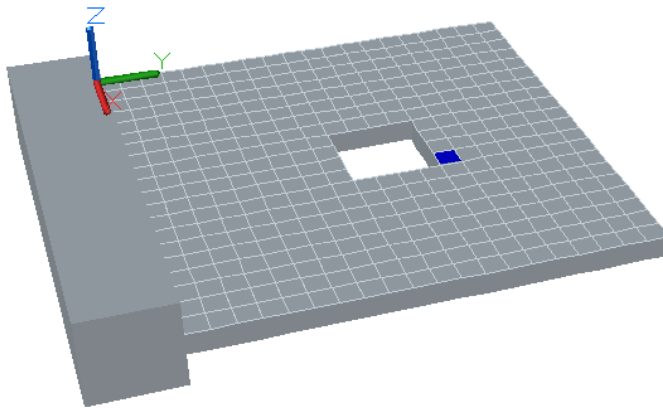
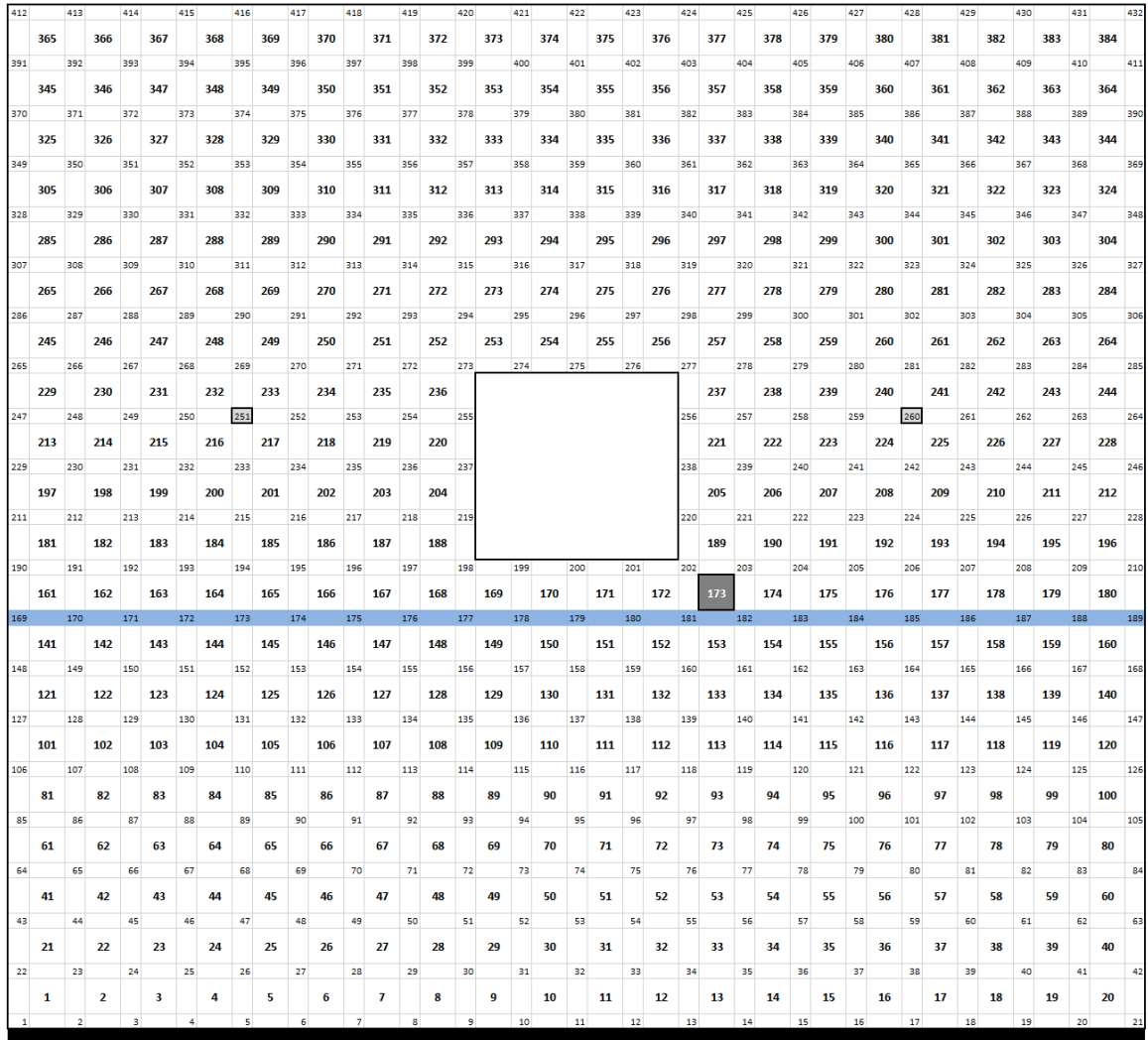


Figura 7.56 – Geometria do Exemplo 03 com indicação do posicionamento do dano real.

O exemplo 03 utiliza uma geometria vazada, conforme a Figura 7.56 composta por 384 elementos finitos com espessura uniforme de 0.05 m de espessura.

A Figura 7.57 mostra a distribuição dos elementos na geometria composta vazada, suas conectividades, a localização do dano real, a priori desconhecido constante no elemento 173 com 0.015 m de espessura, ou seja, 30% da espessura do elemento intacto, cargas aplicadas nos nós 251 e 260, respectivamente, os apoios e os nós de monitoramento utilizados durante o processo.



Danó Real
 Cargas Nodais
 Nós Monitorados
 Engaste

Figura 7.57 – Elementos, conectividades, condições de apoio, cargas aplicadas e nós monitorados - Exemplo 03

7.3.1 – Levenberg-Marquardt (LM)

A Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ não mostrou muita eficiência na solução do problema do exemplo 3 com o método de otimização LM, pois necessitou de 211 iterações para atingir o dano real da estrutura, um número iterações bem acima do já atingido e como pode ser visto na Figura 7.58 não foi capaz de definir uma característica favorável à interpretação dos resultados da

distribuição dos valores de sua função, ou seja, apresentando inúmeras irregularidades, com comportamento de valores de resíduos inconstante ao longo das iterações nos nós monitorados.

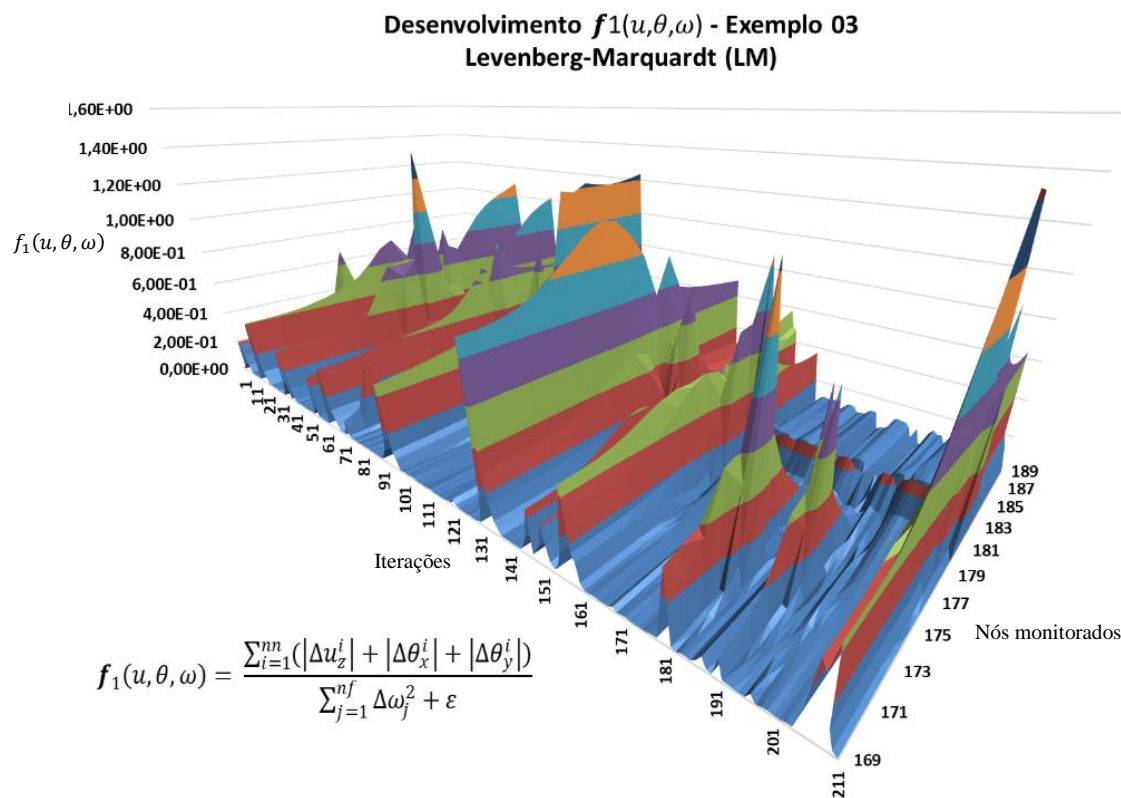


Figura 7.58 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (LM)

A evolução das variáveis das coordenadas do ponto médio do dano (x,y) e a sua espessura t são apresentadas na Figura 7.59, denotando que o método de otimização prognosticou o dano em ambos os lados da placa, admitindo uma erro médio nos nós monitorados de $1,21 \times 10^{-01}$.

Na Figura 7.59 percebe-se que a variável t correspondente à severidade do dano apresenta uma maior regularidade se comparada às variáveis de localização (x,y) .

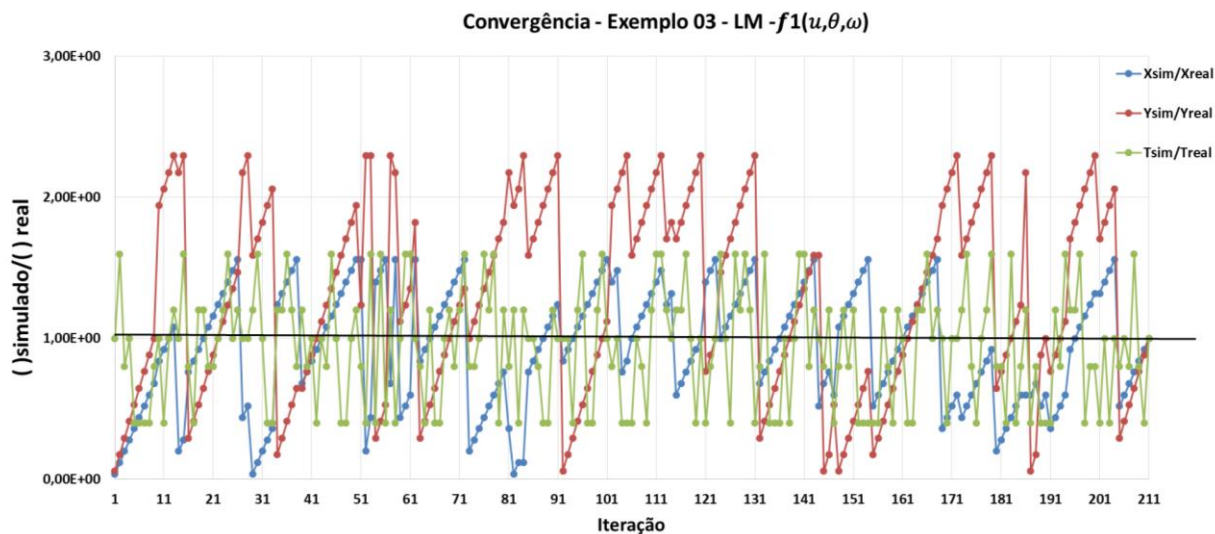


Figura 7.59 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03

Já quando aplicado ao método Levenberg-Marquardt a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ a solução ótima foi atingida mais rapidamente carecendo apenas de 36 iterações, Figura 7.60, com um erro médio de $2,09 \times 10^{-01}$.

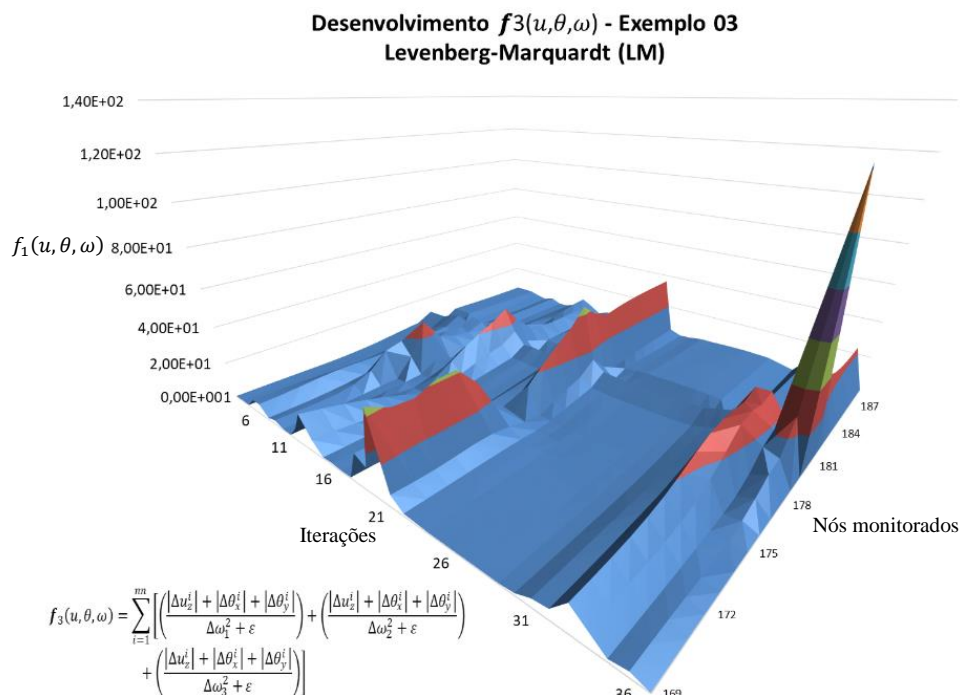


Figura 7.60 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (LM)

As variáveis evoluem de forma crescente segundo a relação simulado/real, contudo, nas iterações de número 17 e 28, o dano prognosticado aproxima-se da região vazada e do apoio engastado respectivamente, causando a queda na relação apresentada na Figura 7.61.

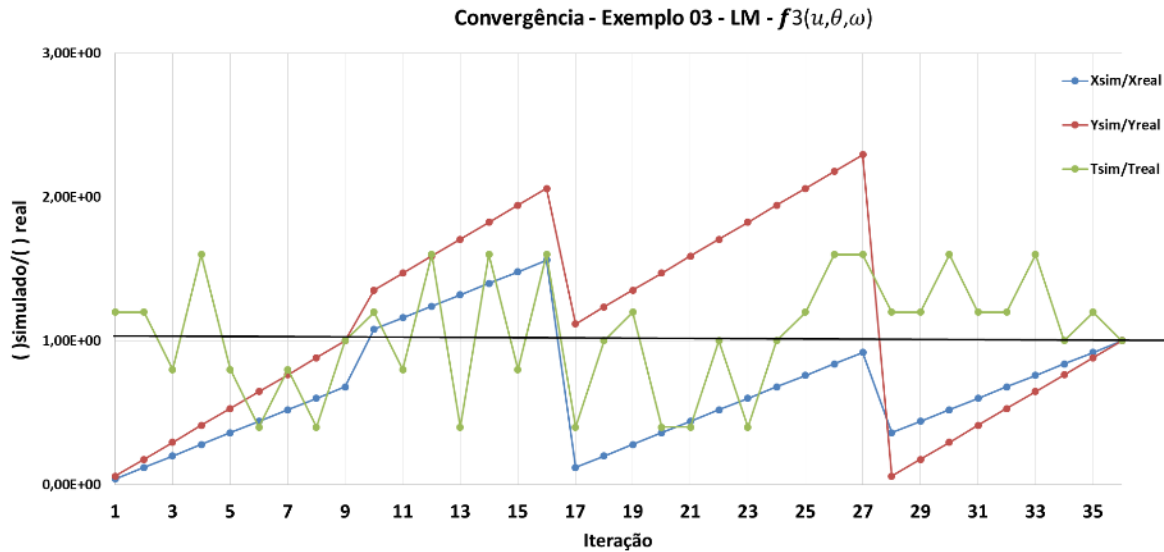


Figura 7.61 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03

Quando aplicada a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$, apesar da solução ser alcançada com o mesmo número de iterações que quando utilizada a Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, o desenvolvimento dos valores da função se mostrou bastante distinto da última, na Figura 7.62 mostra os picos da superfície que denotam a sensibilidade da função em registrar alterações no seu comportamento quando o dano prognosticado localiza-se próximo às bordas externas da geometria, ou seja, longe do dano real.

As alterações das relações simulado/real das variáveis independentes são mostradas na Figura 7.63.

Desenvolvimento $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03
Levenberg-Marquardt (LM)

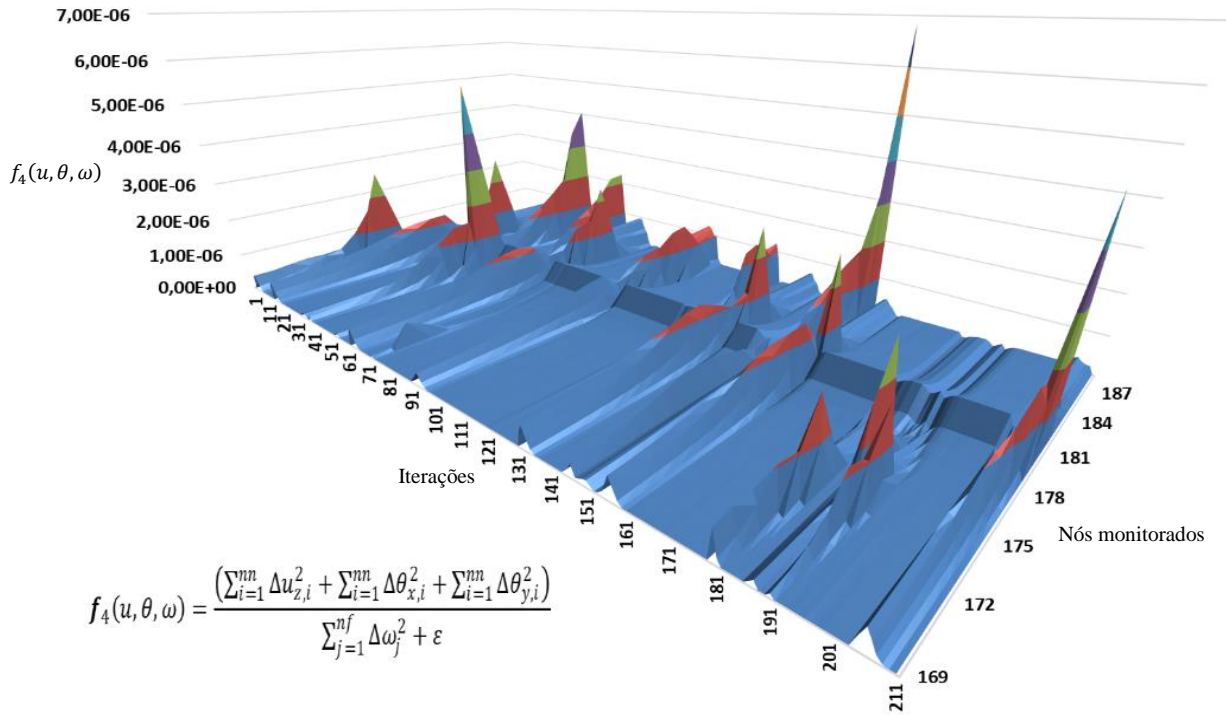


Figura 7.62 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (LM)

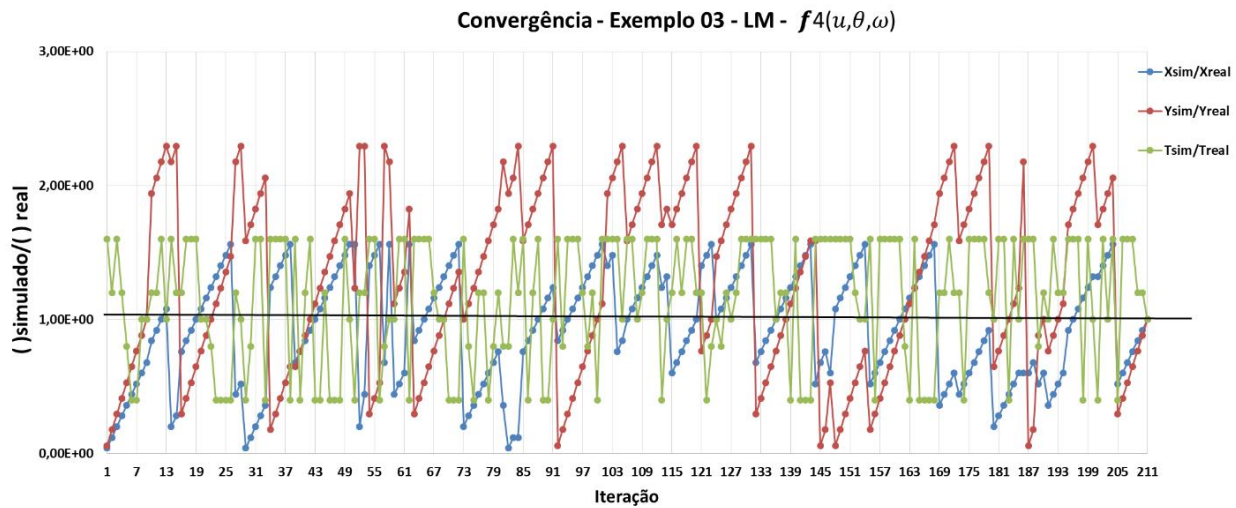


Figura 7.63 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03

7.3.2 – Colônia de Morcegos (CM)

O método de Colônia de Morcegos novamente neste exemplo mostra-se de elevado potencial pois para as três Funções Objetivos trabalhadas necessita de relativamente baixos números de iterações para que se alcance uma solução desejável.

A Figura 7.64 mostra o desenvolvimento da função $f_1(u, \theta, \omega)$, onde os picos de sua superfície registram a localização do dano prognosticado próximo às fronteiras da geometria.

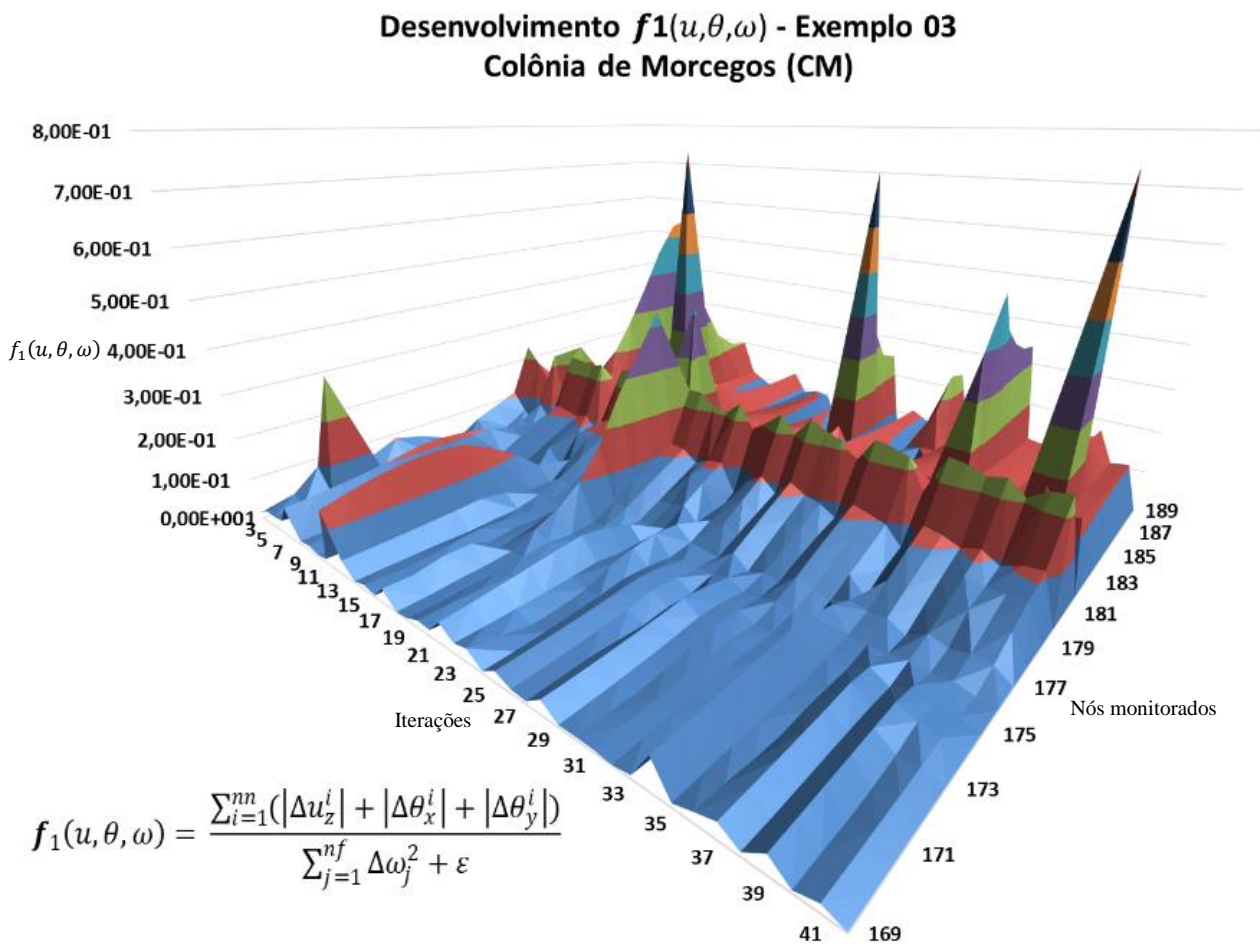


Figura 7.64 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 03 – (CM)

A Figura 7.65 mostra o rastreamento das posições do dano prognosticado em cada iteração do processo de busca da solução do problema. É percebido que os melhores morcegos a partir vigésima nona iteração concentram-se mais em um subespaço que caminham progressivamente para a solução ótima atingindo-a na iteração de número 41.

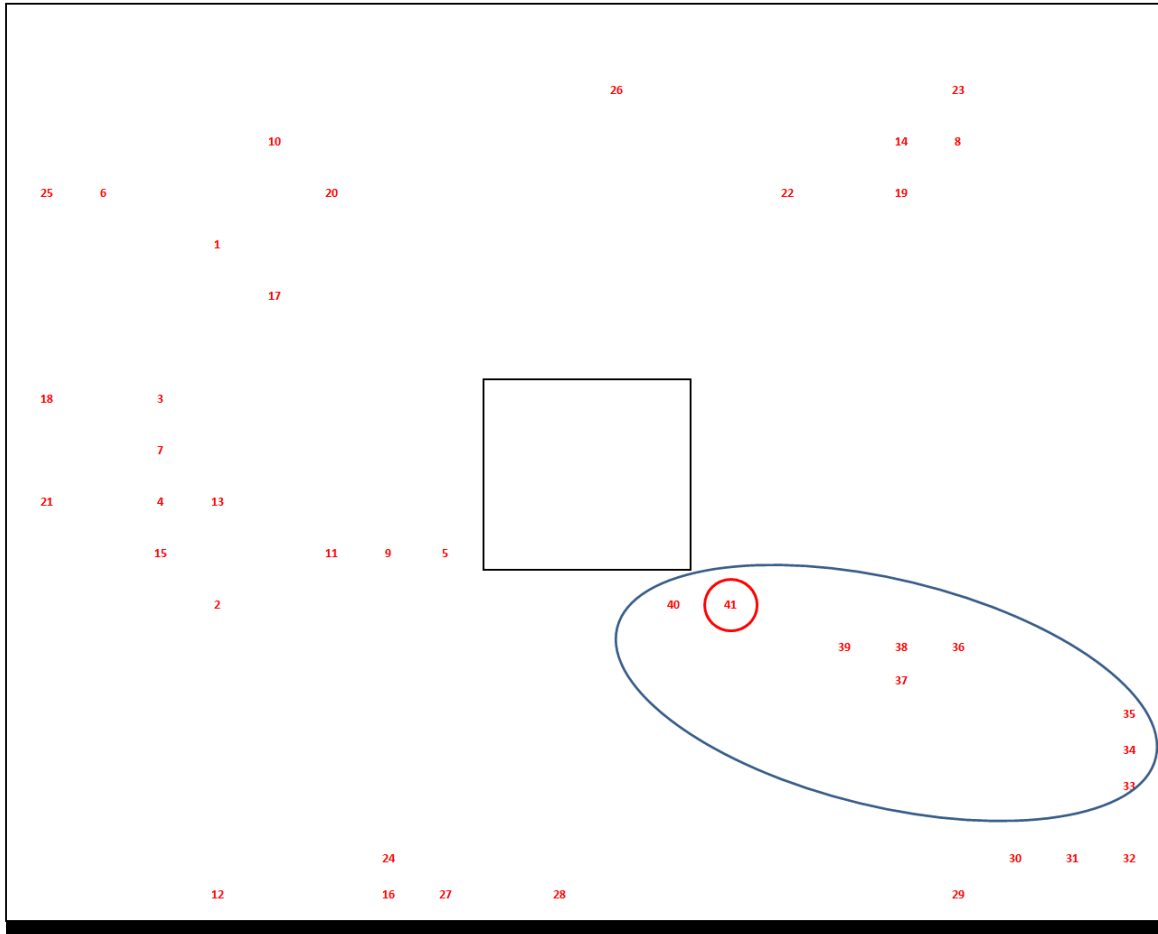


Figura 7.65 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f_1(u, \theta, \omega)$ e respectiva iteração – Exemplo 03 – (CM)

A aplicação da Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ gera um desenvolvimento de superfície de valores semelhante ao gerado pela Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$, contudo, necessitou de mais iterações para alcançar a solução ótima com 63 iterações, Figura 7.66.

Desenvolvimento $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03 Colônia de Morcegos (CM)

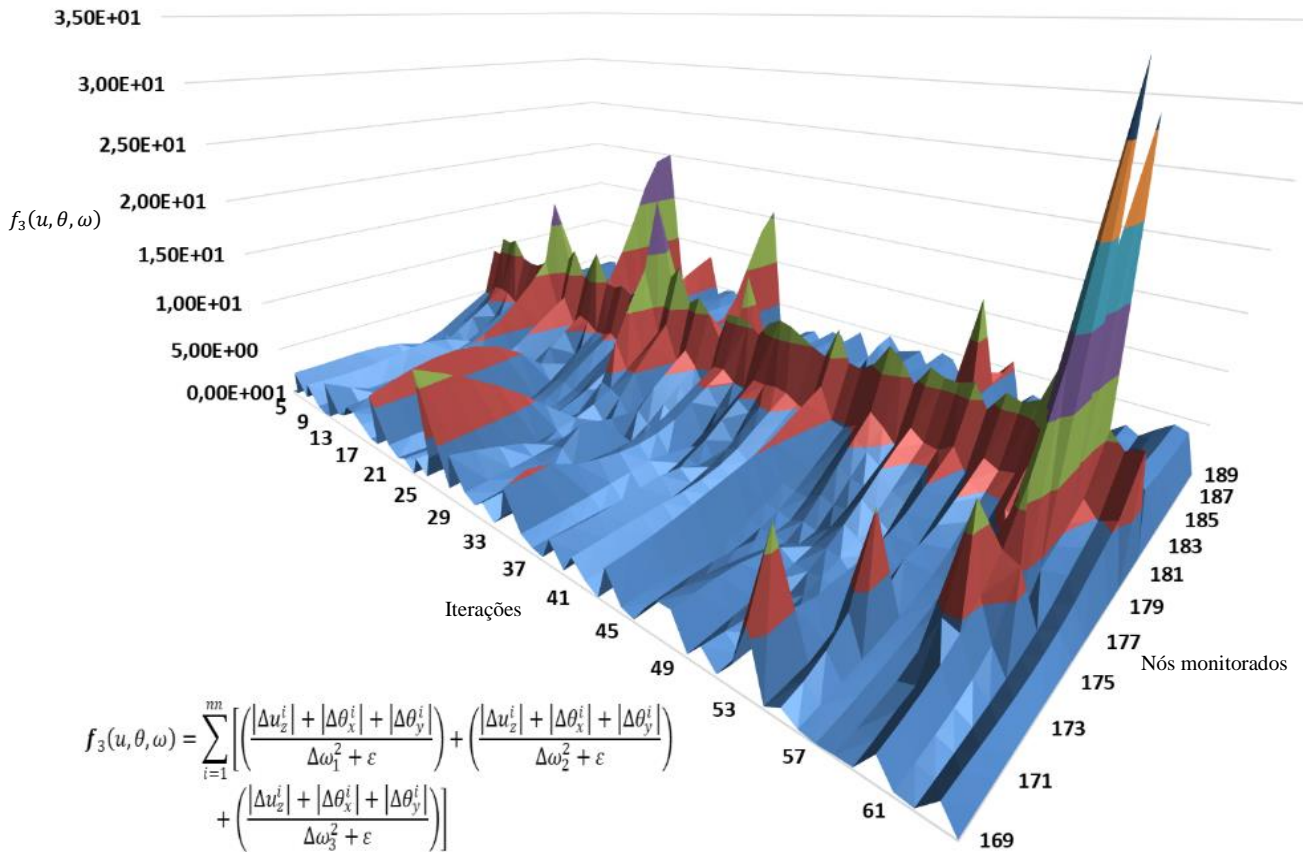


Figura 7.66 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 03
– (CM)

O rastreamento da posição dos melhores morcegos em cada iteração, mostrado na Figura 7.67, é representado pelas primeiras posições, posteriormente espaçadas em dezenas de iterações e finalizado colocando as últimas posições unitariamente devido ao número de iterações, dando ênfase nas últimas iterações na sub-região que mostra a convergência do posicionamento, ou seja, a aproximação ao dano real.

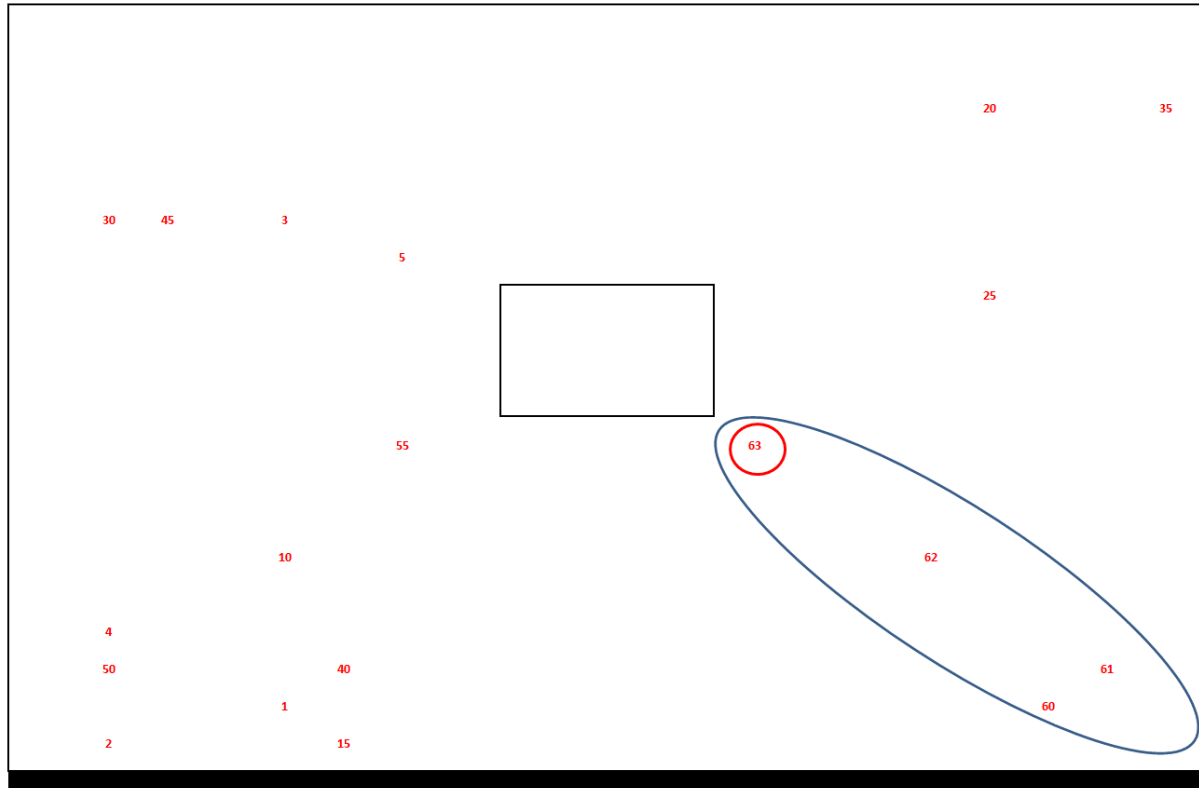


Figura 7.67 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f_3(u, \theta, \omega)$ e respectiva iteração – Exemplo 03 – (CM)

A Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ mostra um desenvolvimento mais suave e contínuo dos seus valores junto aos nós previamente selecionados para monitoramento, principalmente a sensibilidade nos nós 181 a 183 (nós próximos ao dano real a priori desconhecido) que desde as primeiras iterações, independente do posicionamento do dano prognosticado vem mostrado continuamente uma perturbação no seu padrão da superfície, denotando a interferência quanto a alteração que o dano internamente traz à estrutura, como pode ser visto na Figura 7.68.

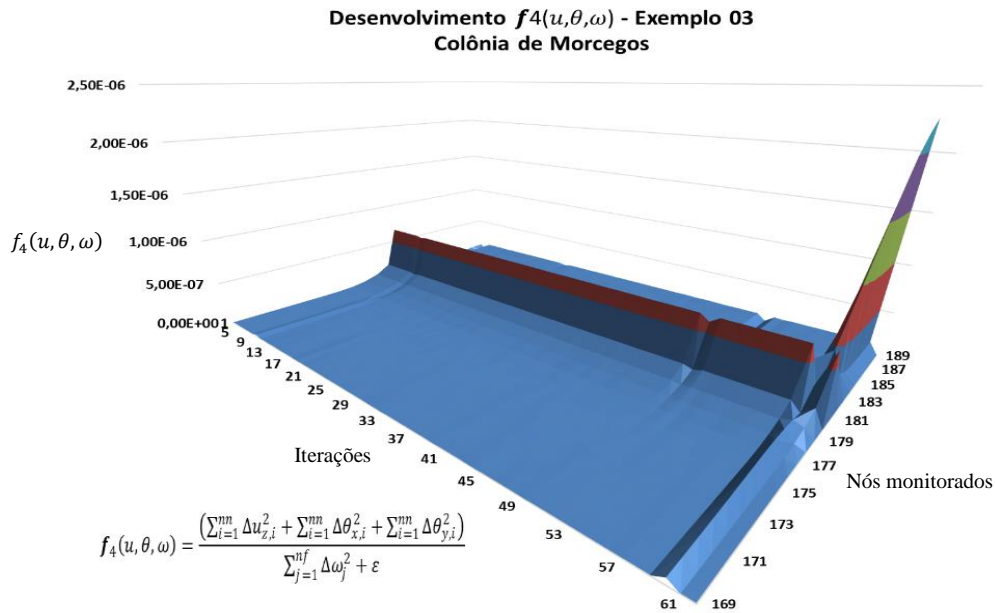


Figura 7.68 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 03
– (CM)

A iteração de número 60 mostra um desvio do dano prognosticado em afastamento ao nó monitorado de número 187, gerando um pico de valor, contudo, sendo corrigido na iteração seguinte.

No rastreamento da Figura 7.69 mostra uma inversão da aproximação dos “morcegos” com melhores resultados atingindo a “presa” (dano real) com 61 iterações.

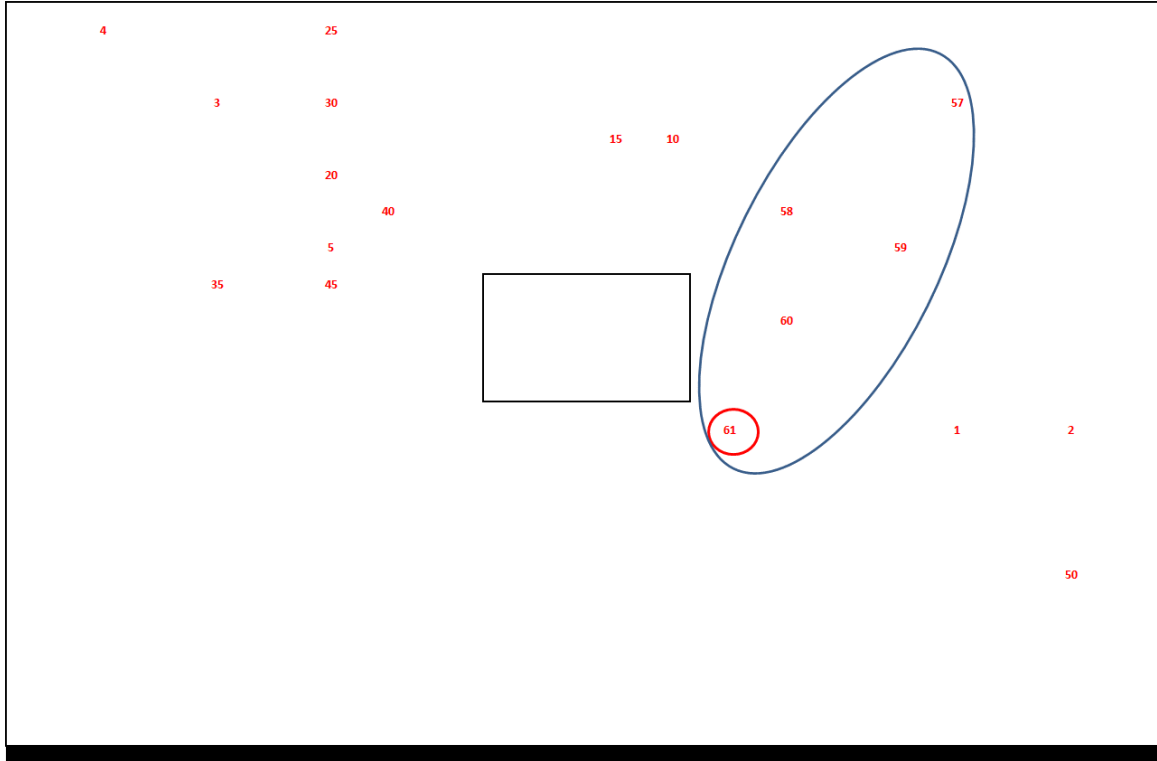


Figura 7.69 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f_4(u, \theta, \omega)$ e respectiva iteração – Exemplo 03 – (CM)

7.3.3 – Davidon-Fletcher-Powell (DFP)

O método DFP não se apresentou como um processo de boa qualidade para solução do problema do exemplo 3, pois, apesar de ter encontrado a solução ótima para as três Funções Objetivos utilizou-se de um número excessivo de iterações se comparado ao número total de elementos em que a malha foi discretizada, 229, 196 e 301 para as Funções Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$, respectivamente.

Apesar do número de iterações as superfícies das Funções Objetivos sofrem perturbações quando o dano prognosticado se afasta do dano real, capturado seus resíduos pelos nós monitorados, como no caso das Funções Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_3(u, \theta, \omega)$, respectivamente, Figuras 7.70 e 7.71.

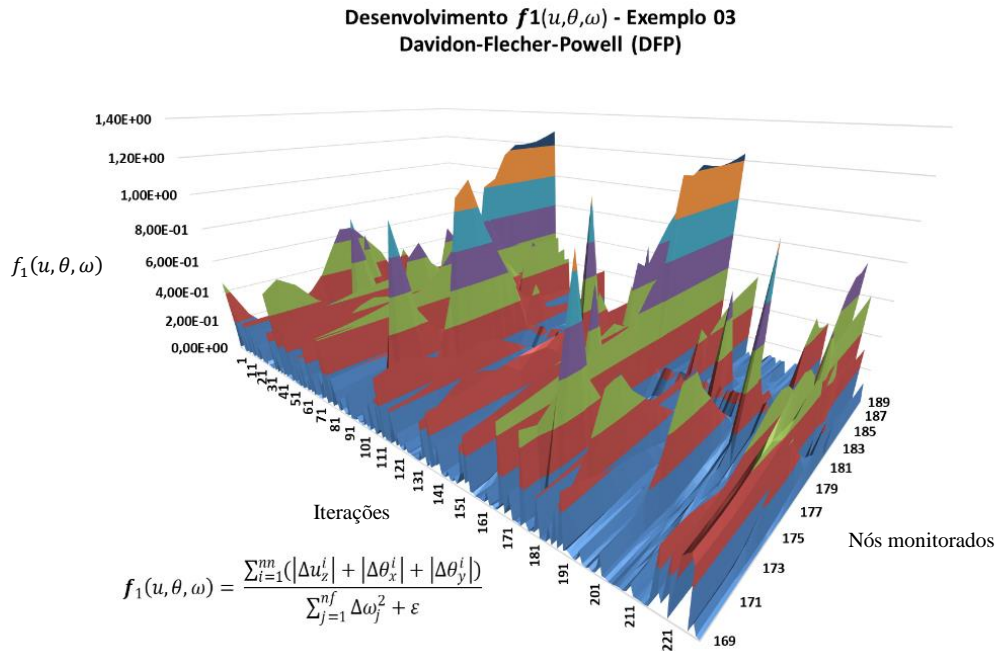


Figura 7.70 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 03
– (DFP)

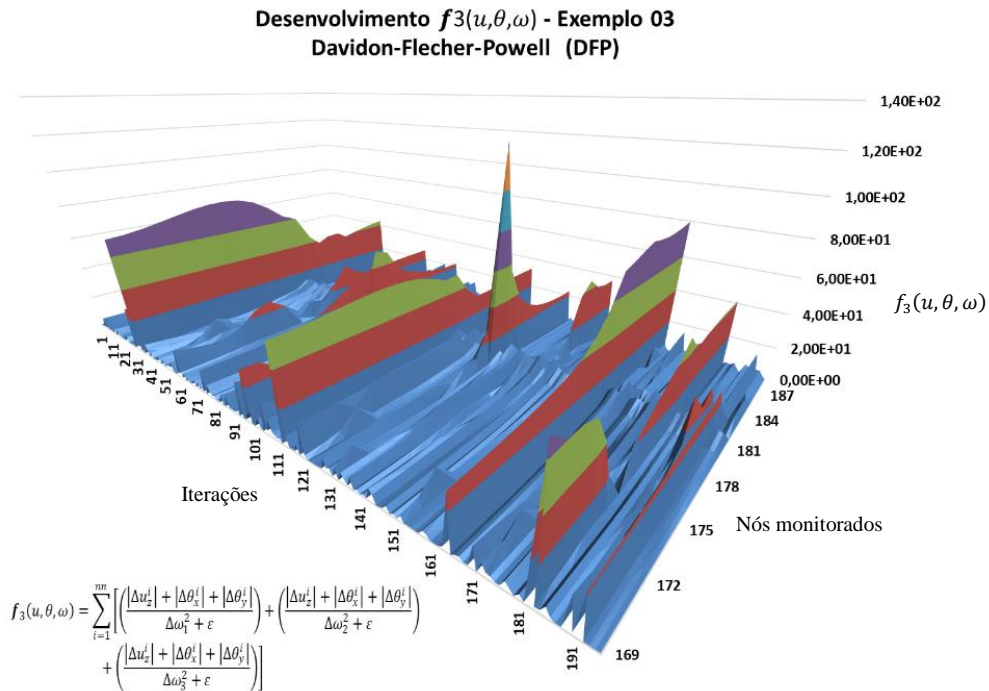


Figura 7.71 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 03
– (DFP)

Desenvolvimento $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03
Davidon-Fletcher-Powell (DFP)

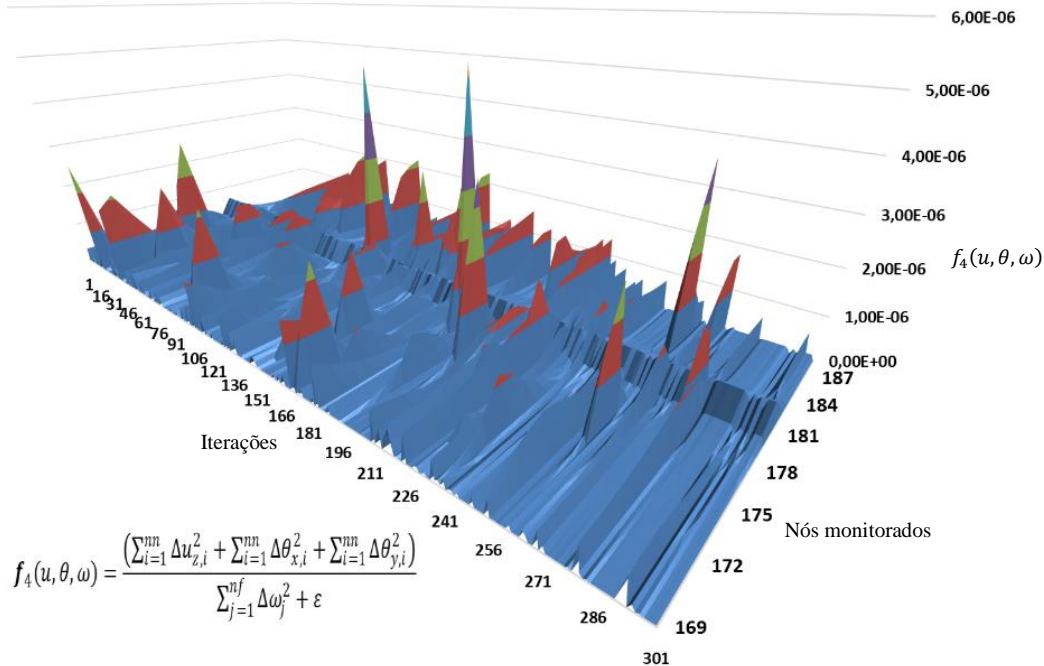


Figura 7.72 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 03
 – (DFP)

Já no caso da Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$, Figura 7.72, as discontinuidades pelo afastamento do dano prognosticado em relação ao dano real se faz mais pontualmente ao longo das iterações.

As variações das relações simulado/real das variáveis do problema para as Funções Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$ são apresentadas nas Figuras 7.73 a 7.75, respectivamente.

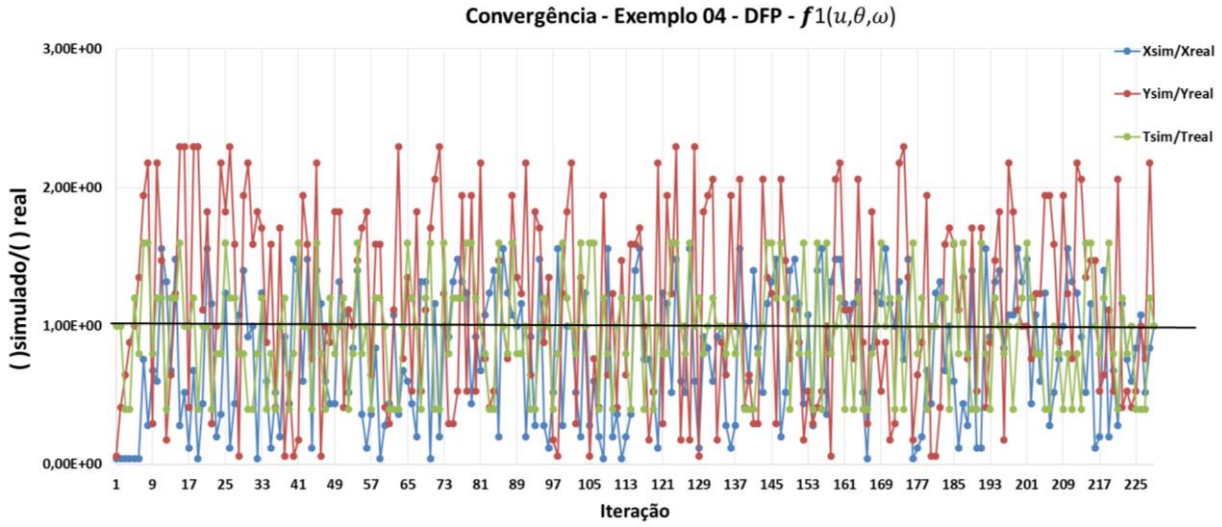


Figura 7.73 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03

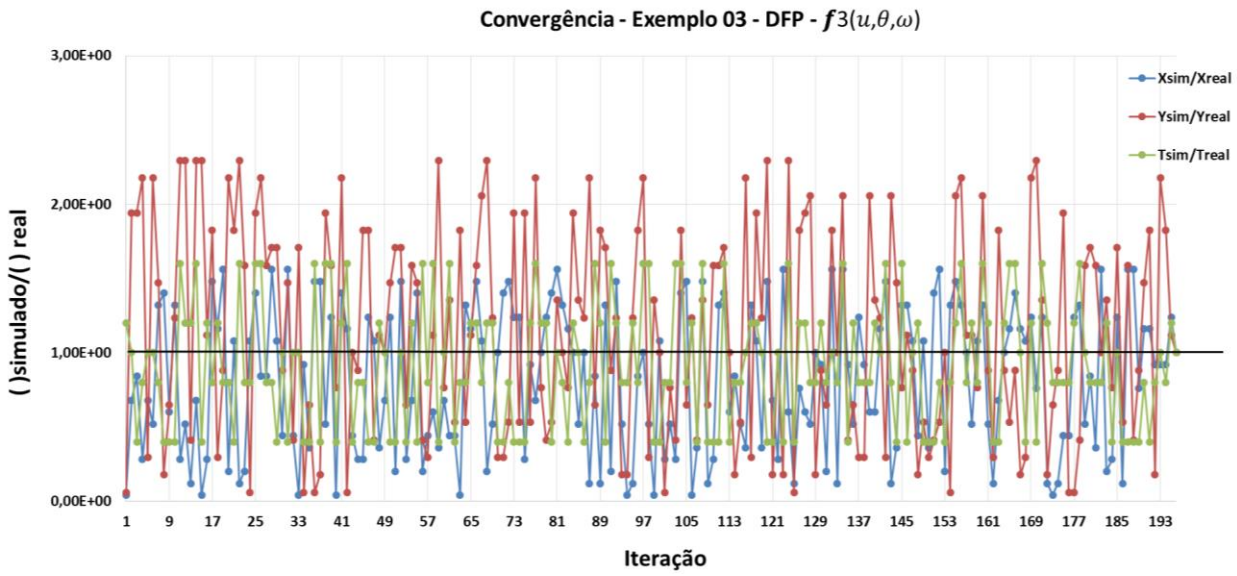


Figura 7.74 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03

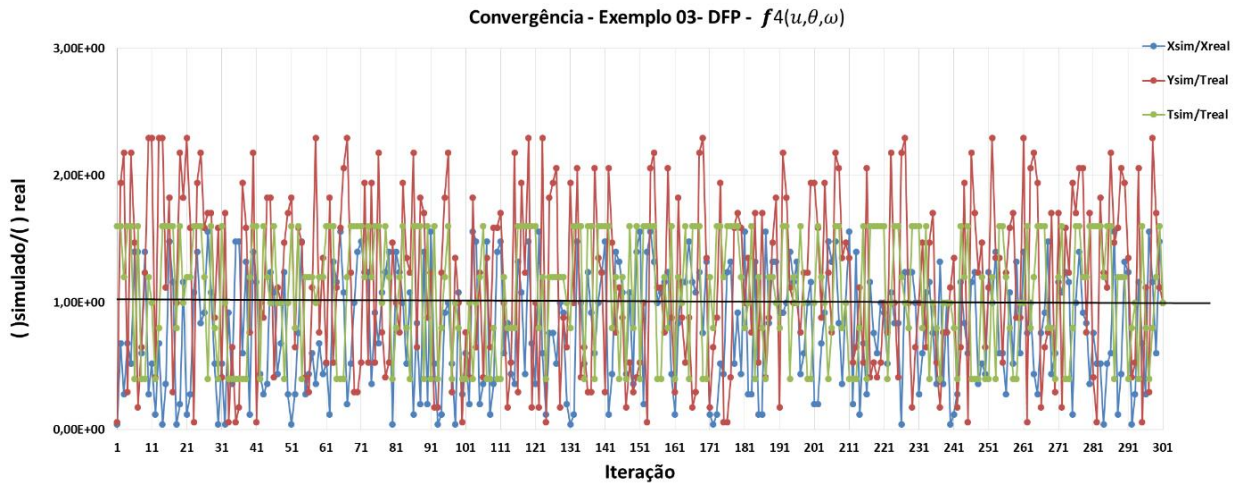


Figura 7.75 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03

7.3.4 – Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

Os resultados obtidos por esse método no exemplo 3 com a utilização das Funções Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, Figura 7.76 e $f_4(u, \theta, \omega)$, Figura 7.78, não foram satisfatórios, devido ao alto número de iterações necessárias, (301 e 269) apesar de gerarem baixos valores de erros médios, como $1,22 \times 10^{-07}$ e $1,21 \times 10^{-07}$, respectivamente.

Ainda assim, essas funções possuíam a sensibilidade de perturbar a superfície de resíduos quando em uma iteração o dano prognosticado se aproximava de um dos nós de monitoramento, porém distante do dano real, como ocorrido por estas mesmas funções em outros métodos de otimização ou em outros exemplos apresentados.

A Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ ao contrário das outras duas anteriormente descritas apresentou uma performance bem melhor, em relação às demais, com 90 iterações necessárias para a solução ótima do problema, como pode ser observado na Figura 7.77.

Desenvolvimento $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03
Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

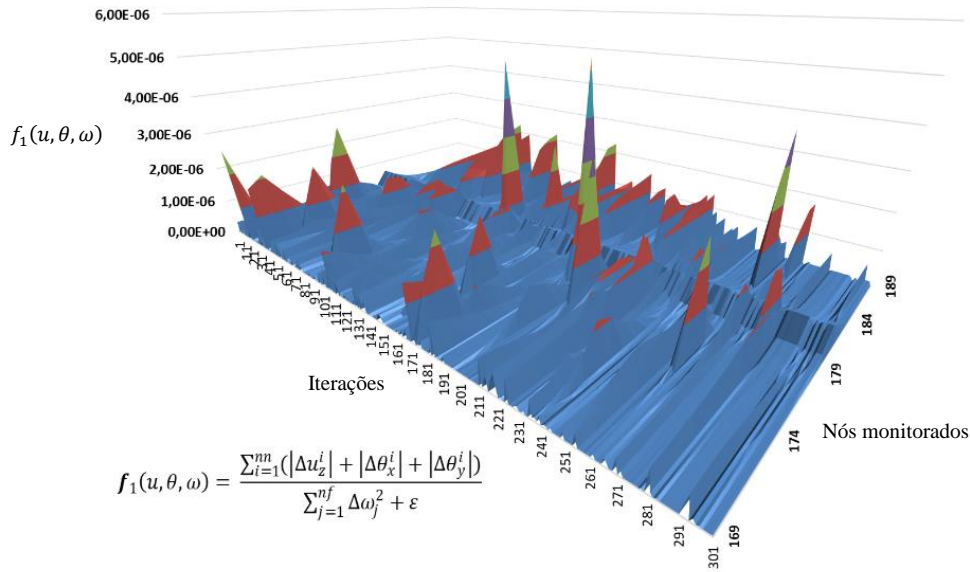


Figura 7.76 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 03
 – (BFGS)

Desenvolvimento $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03
Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

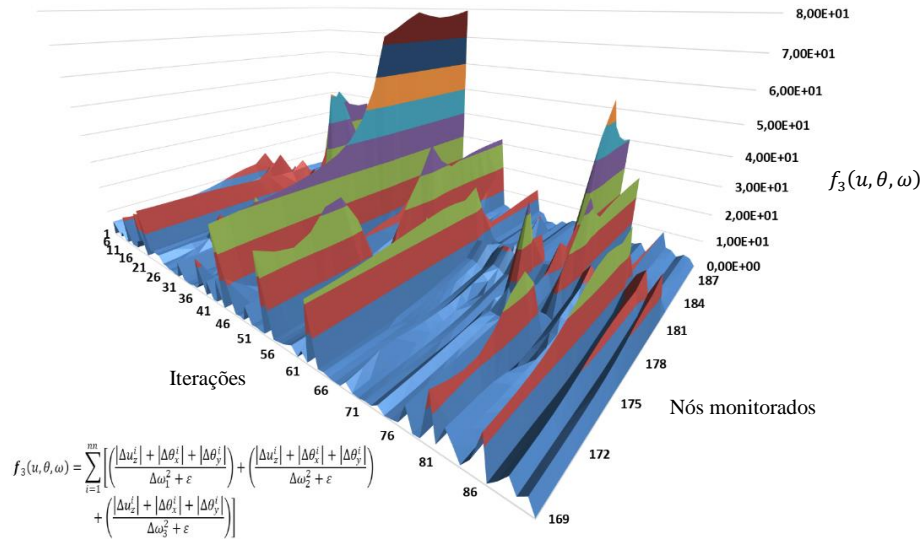


Figura 7.77 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 03
 – (BFGS)

Desenvolvimento $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03
Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

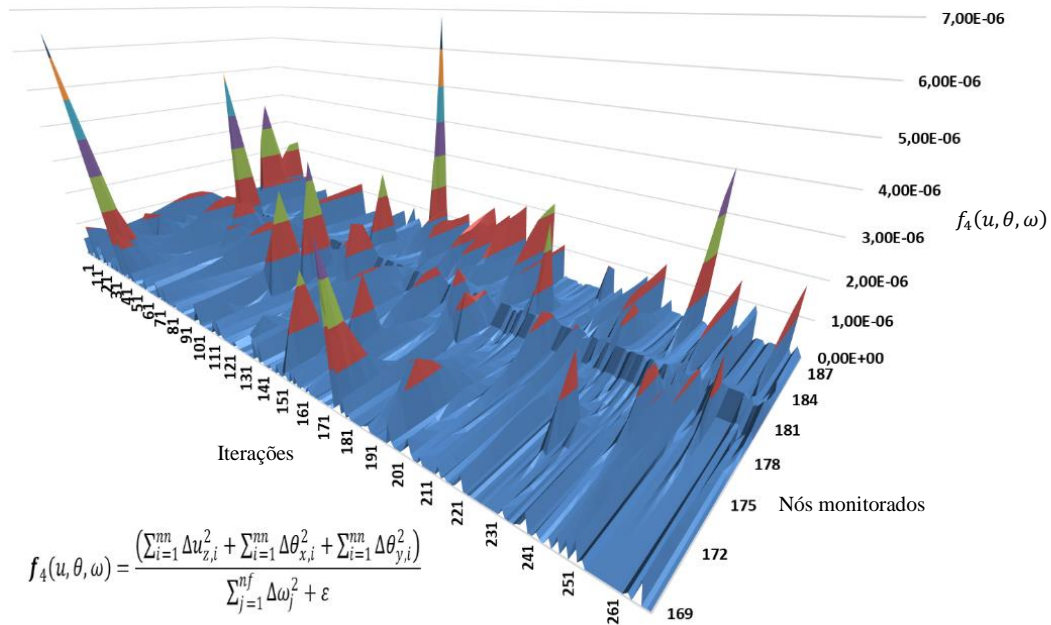


Figura 7.78 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 03
 – (BFGS)

As modificações das variáveis das funções aplicadas ao método BFGS para este exemplo são apresentadas nas Figuras 7.79 a 7.81.

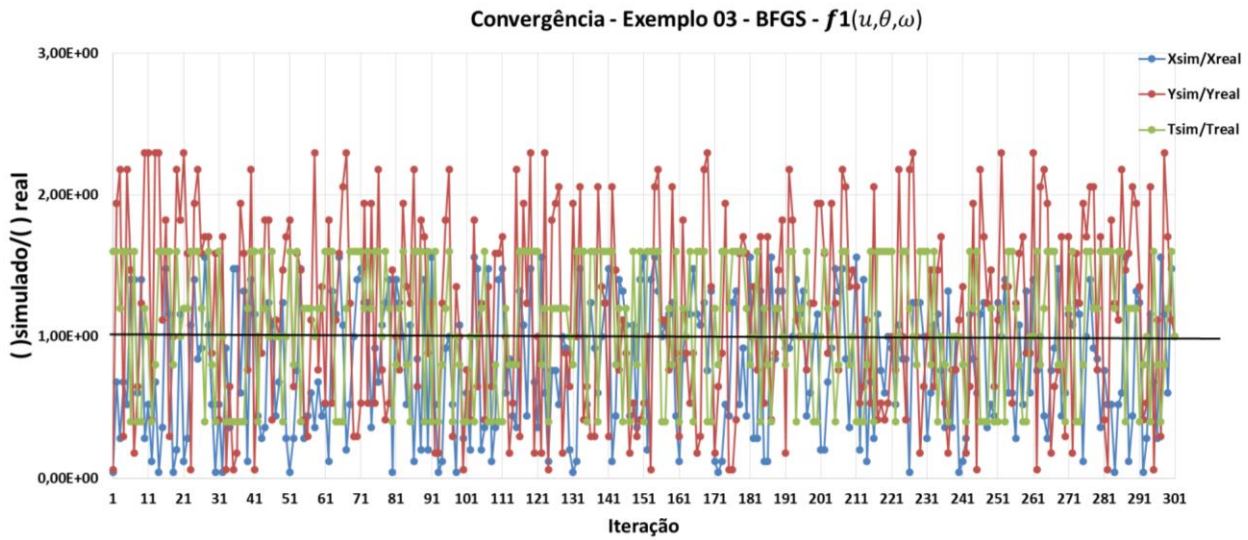


Figura 7.79 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03

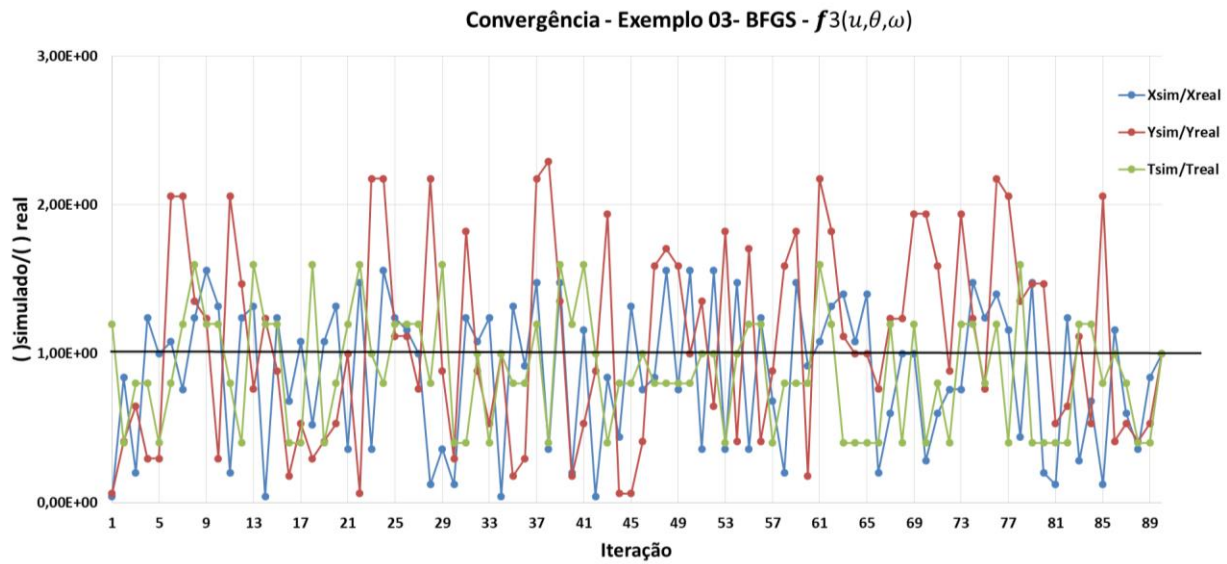


Figura 7.80 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03

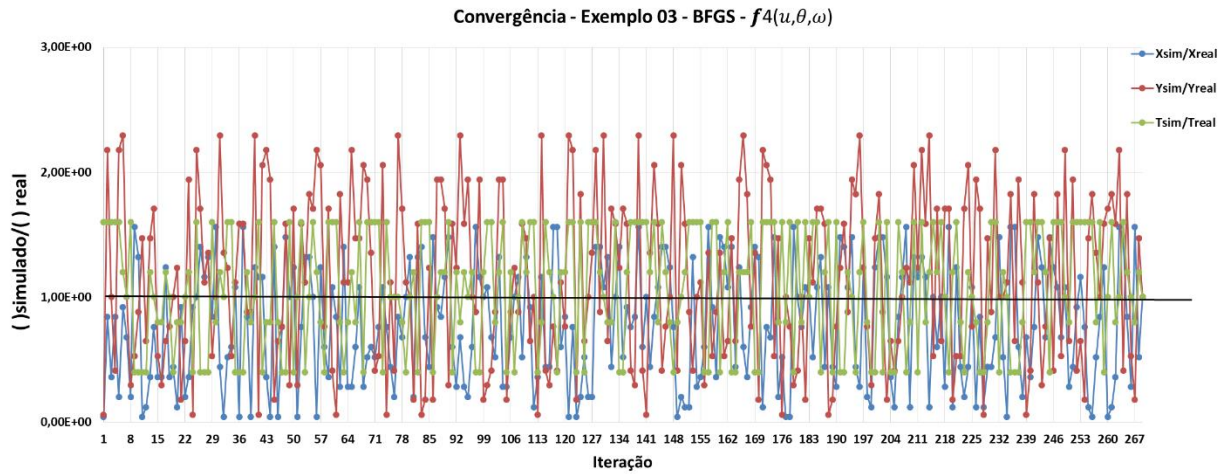


Figura 7.81 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 03

É observado, de modo geral, nas Funções Objetivo do Exemplo 03 que a variável x de localização do dano real tem maior dispersão se comparada com as demais variáveis: y e t , permanecendo essas duas últimas mais próximas dos valores atribuídos ao dano real.

7.3.5 – Análise de Eficiência – Exemplo 03

A Figura 7.82 mostra as iterações necessárias para cada método utilizando as três Funções Objetivo durante cada processo de solução do problema do exemplo 03.

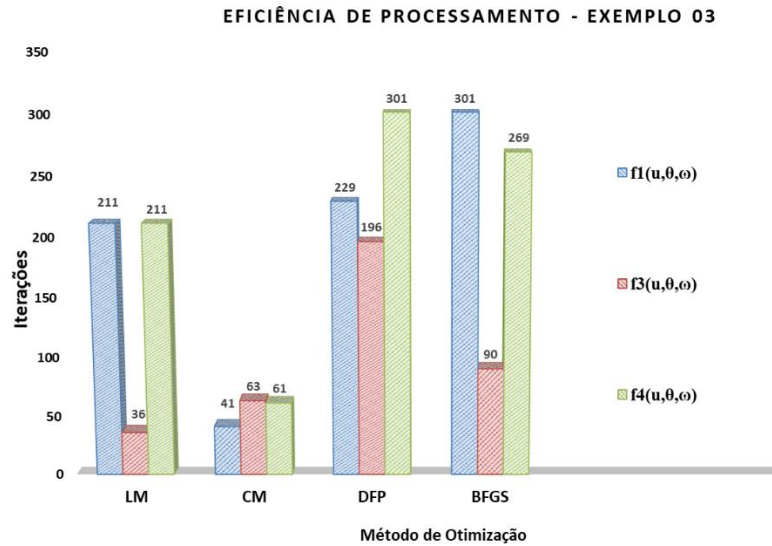


Figura 7.82 – Análise de eficiência - Exemplo 03

É visto, portanto, que o método bio-inspirado de Colônia de Morcegos (CM) apresenta a melhor performance dentre os demais métodos. O método Levenberg-Marquardt (LM) apenas com o uso da Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ atinge uma performance competitiva para o exemplo 3. O método DFP realmente fica neste exemplo aquém dos demais processamentos, bem como as Funções Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$ quando utilizadas no método BFGS.

7.4 – Exemplo 04

O quarto e último exemplo tem como objetivo imprimir o maior número de dificuldades no domínio do problema para colocar em teste o programa SISNIDE, reunindo características como: diversos engastes, promovendo hiperstaticidade à estrutura, geometria composta, regiões vazadas da placa e descontinuidade dos elementos com possível necessidade de desvio de trajeto.

A Figura 7.83 mostra a vista isométrica do exemplo 04 analisado na busca do dano real internamente localizado, a priori desconhecido.

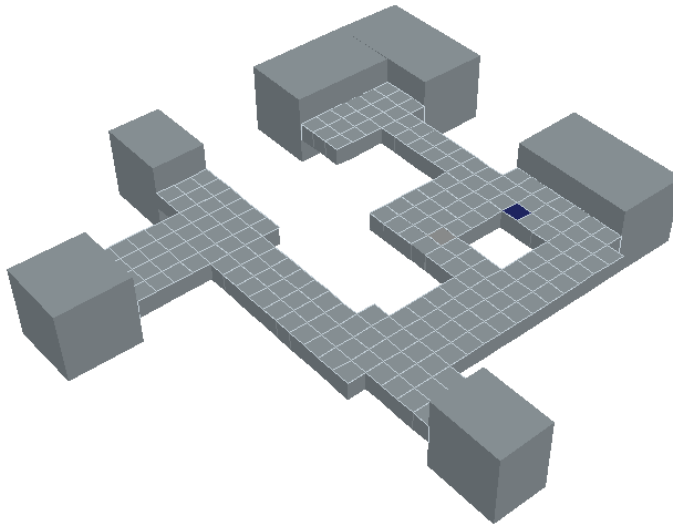


Figura 7.83 – Geometria do Exemplo 04 com indicação do posicionamento do dano real.

O exemplo 04 utiliza uma geometria com diversos itens que agregam maior complexidade, conforme a Figura 7.83 composta por 195 elementos finitos com espessura uniforme de 0.05 m de espessura.

A Figura 7.84 mostra a distribuição dos elementos na geometria, suas conectividades, a localização do dano real, a priori desconhecido constante no elemento 79 com 0.025 m de espessura, ou seja, 50% da espessura do elemento intacto, cargas aplicadas nos nós 48 e 135, respectivamente, os apoios e os nós de monitoramento utilizados durante o processo.

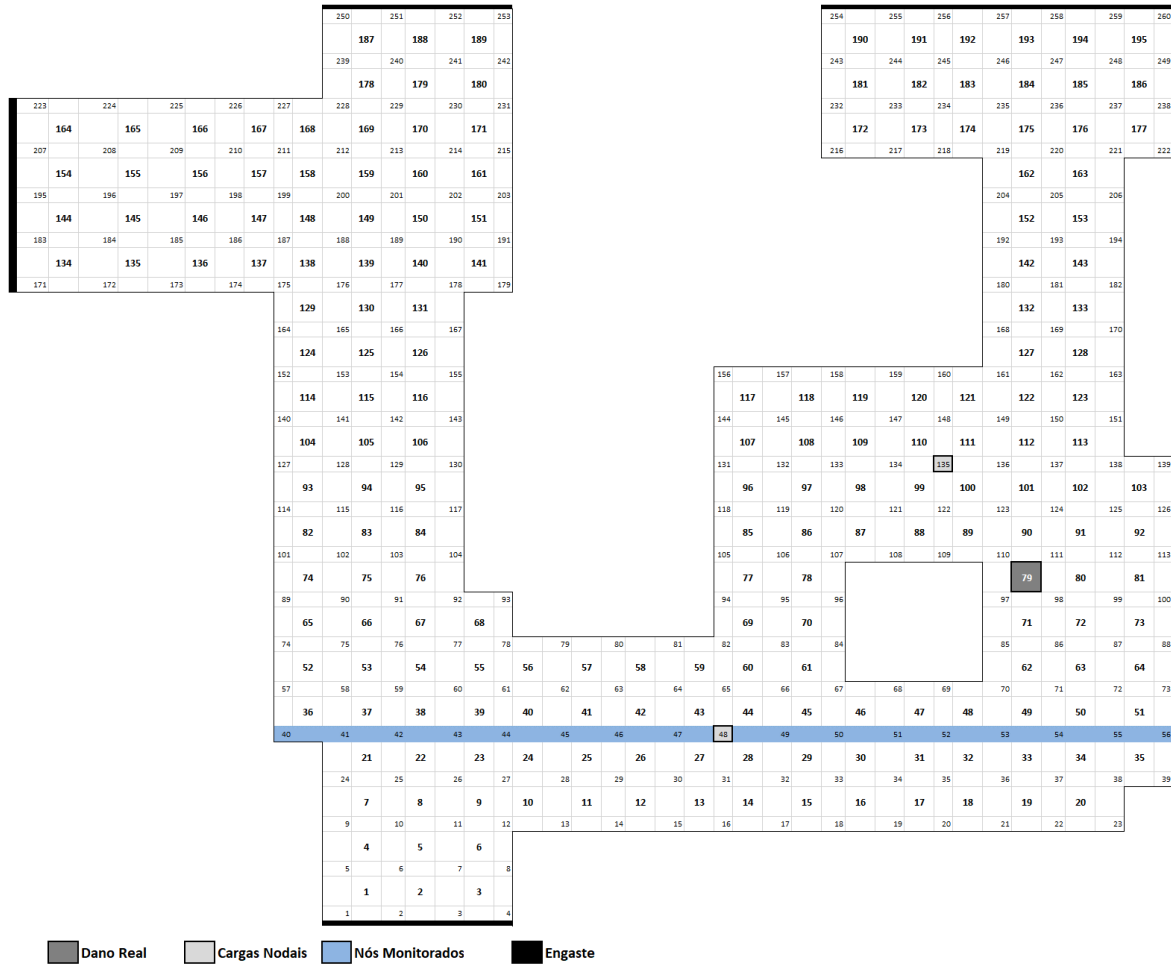


Figura 7.84 – Elementos, conectividades, condições de apoio, cargas aplicadas e nós monitorados - Exemplo 04

7.4.1 – Levenberg-Marquardt (LM)

Para o exemplo 04 o método de otimização Levenberg-Marquardt (LM) mostrou-se eficiente quando aplicado à Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, Figura 7.85, alcançando a solução ótima para o problema com apenas 77 iterações e um erro médio de $1,80 \times 10^{-04}$. É certo que nos outros exemplos anteriores a solução, mesmo com o método Levenberg-Marquardt (LM) era atingida mais rapidamente, ou seja, em um menor número de iterações, ressalta-se, contudo, o fato de que como a geometria do problema é bem mais complexa que as dos exemplos anteriores a subrotina

de punição *penalty* atua mais frequentemente, garantindo que o dano prognosticado esteja sempre dentro do domínio factível.

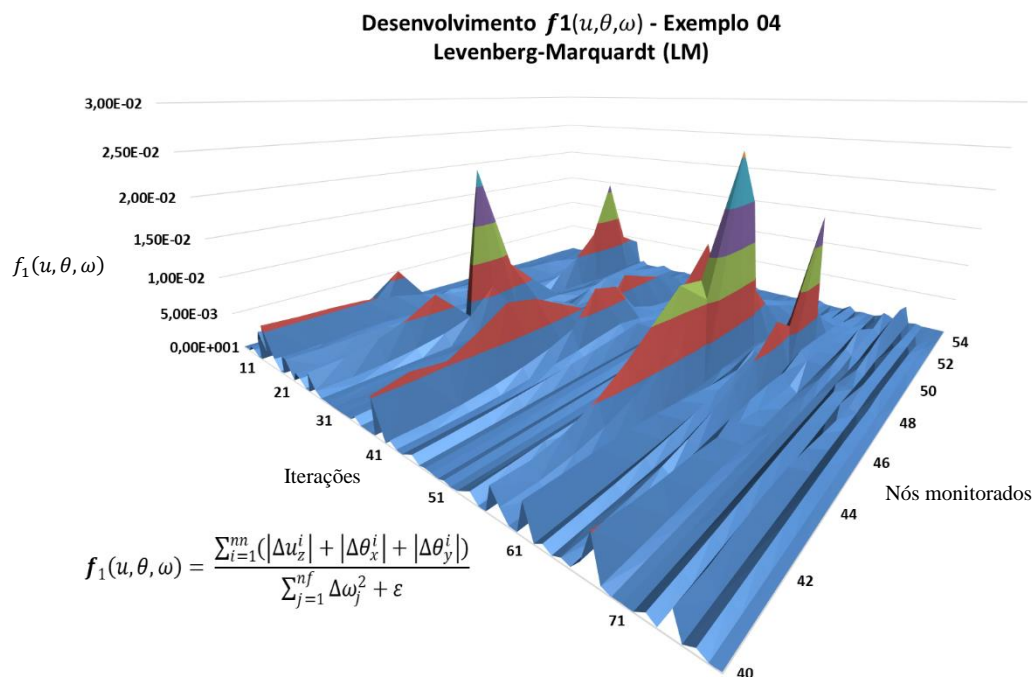


Figura 7.85 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (LM)

Aqui como nos demais exemplos quando os danos prognosticados assumem posições distantes do dano real e próximos aos nós de monitoramento é gerada uma perturbação, descontinuidade, na superfície dos resultados.

As variáveis independentes das coordenadas do ponto médio do dano e da sua espessura adotada durante as iterações são mostradas na Figura 7.86 que convergem para 1, ou seja, os valores simulados assumem igualdade aos reais.

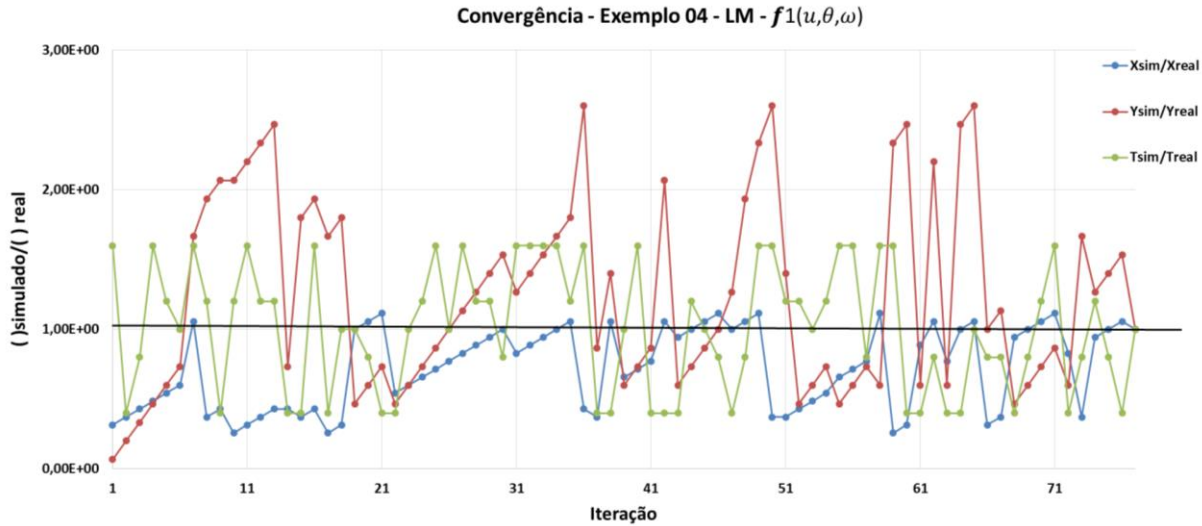


Figura 7.86 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 04

Quando utilizadas as Funções Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$ a eficiência do método Levenberg-Marquardt cai bastante, pois em ambas as funções a solução ótima é atingida somente após exatas 166 iterações para cada uma, com erros médios de $2,71 \times 10^{-02}$ e $3,54 \times 10^{-10}$, respectivamente .

As Figuras 7.87 e 7.88, mostram as superfícies de valores de suas funções durante as iterações monitoradas pelos nós escolhidos previamente.

Apesar das superfícies de valores das funções se apresentarem relativamente suaves, mais uma vez, tomada como características, podemos pré-localizar os danos prognosticados quando estes passam próximos aos nós de monitoramento gerando os picos de valores observados.

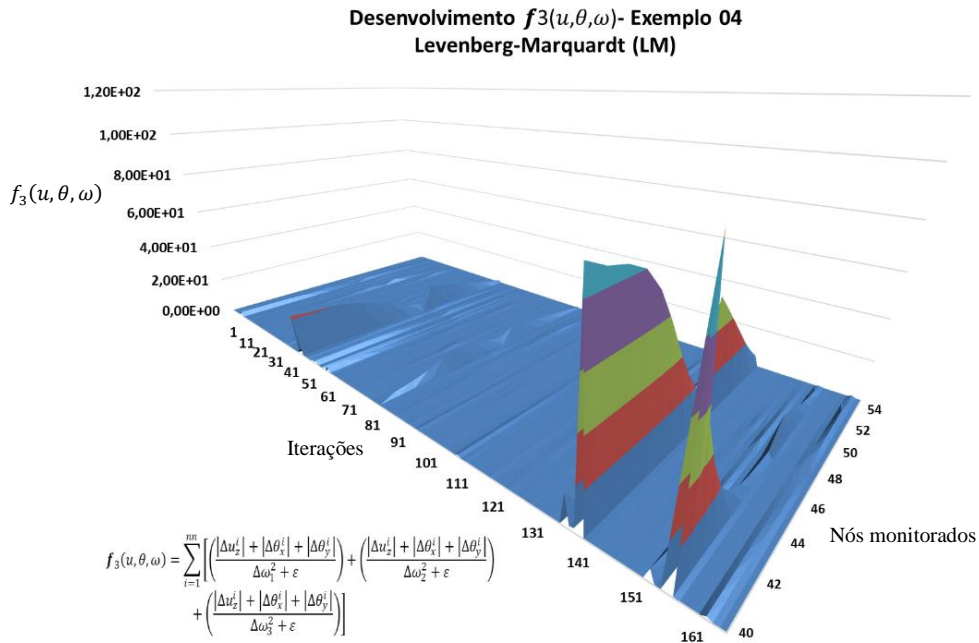


Figura 7.87 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (LM)

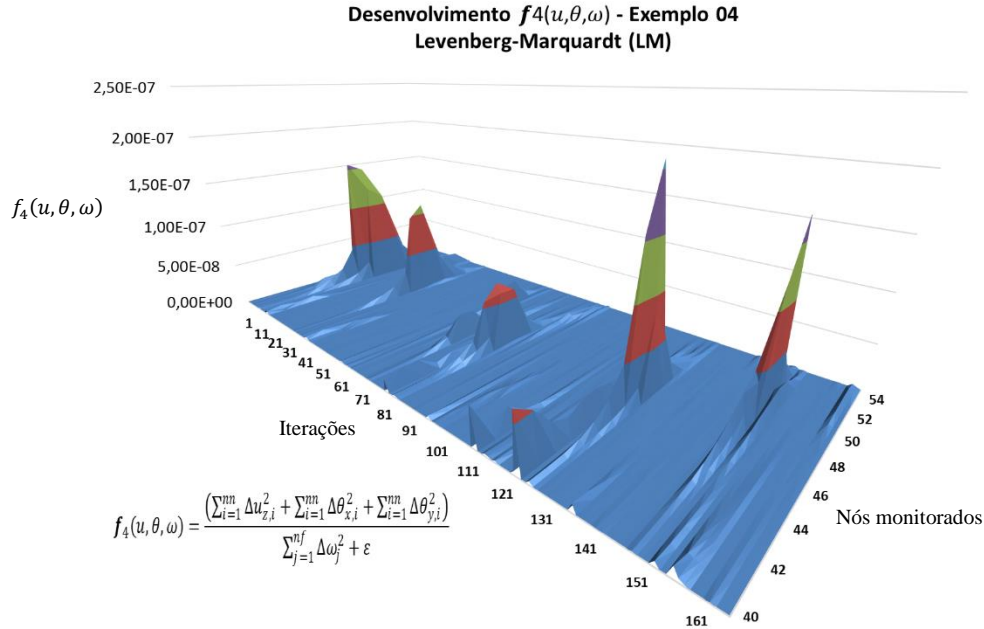


Figura 7.88 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (LM)

As alterações das variáveis independentes para os dois casos, $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$ mostram-se muito parecidos, onde se conclui pela baixa interferência das Funções Objetivo nesse problema para o método Levenberg-Marquardt, como pode ser visto nas Figuras 7.89 e 7.90.

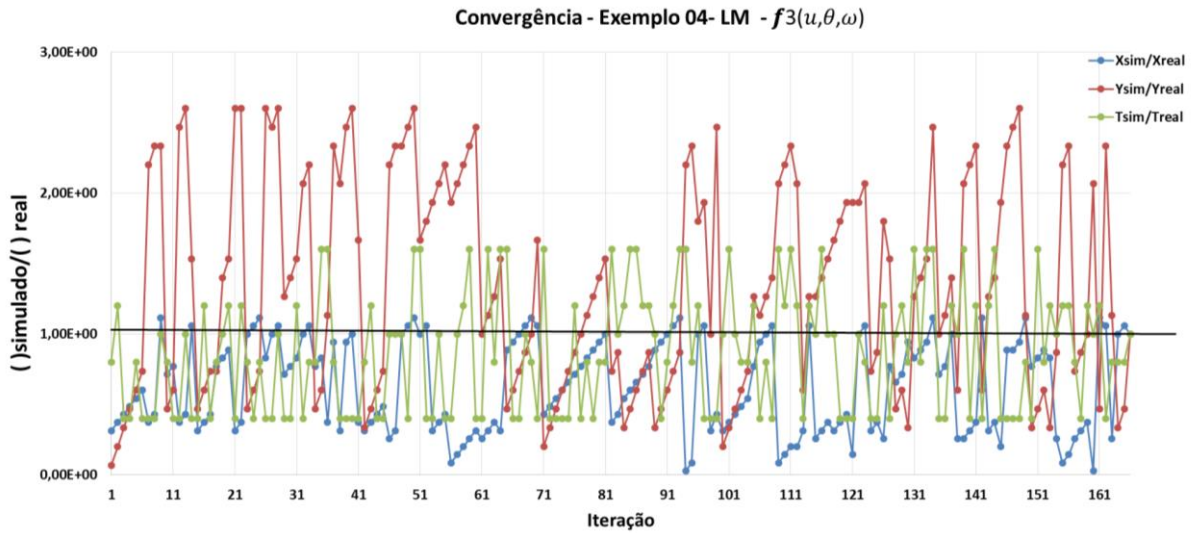


Figura 7.89 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 04

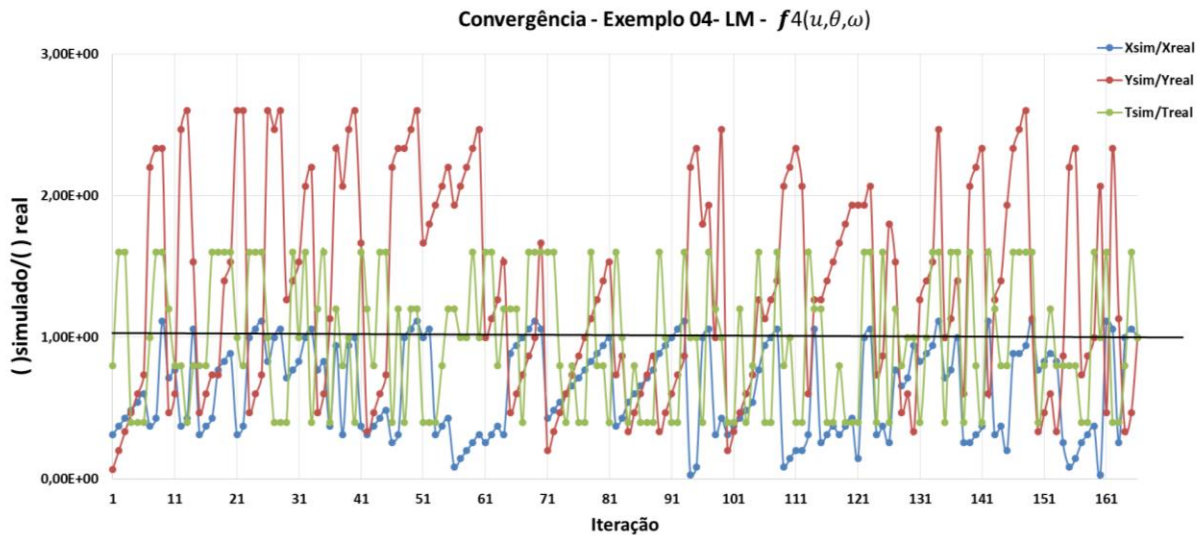


Figura 7.90 – Evolução das variáveis independentes - (LM) - $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 04

7.4.2 – Colônia de Morcegos (CM)

Apesar da complexidade da geometria da estrutura o que se demonstrou no método anterior um aumento no número de iterações para solução do problema o método por Colônia de Morcegos atingiu a solução ótima dentro da média de iterações dos problemas anteriores, demonstrando, mais uma vez, ser um método extremamente robusto, superando os níveis elevados de complexidade na geometria do domínio.

Para a Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ a solução ótima foi alcançada com apenas 51 iterações e um erro médio de $1,94 \times 10^{-04}$, como pode ser visto na Figura 7.91.

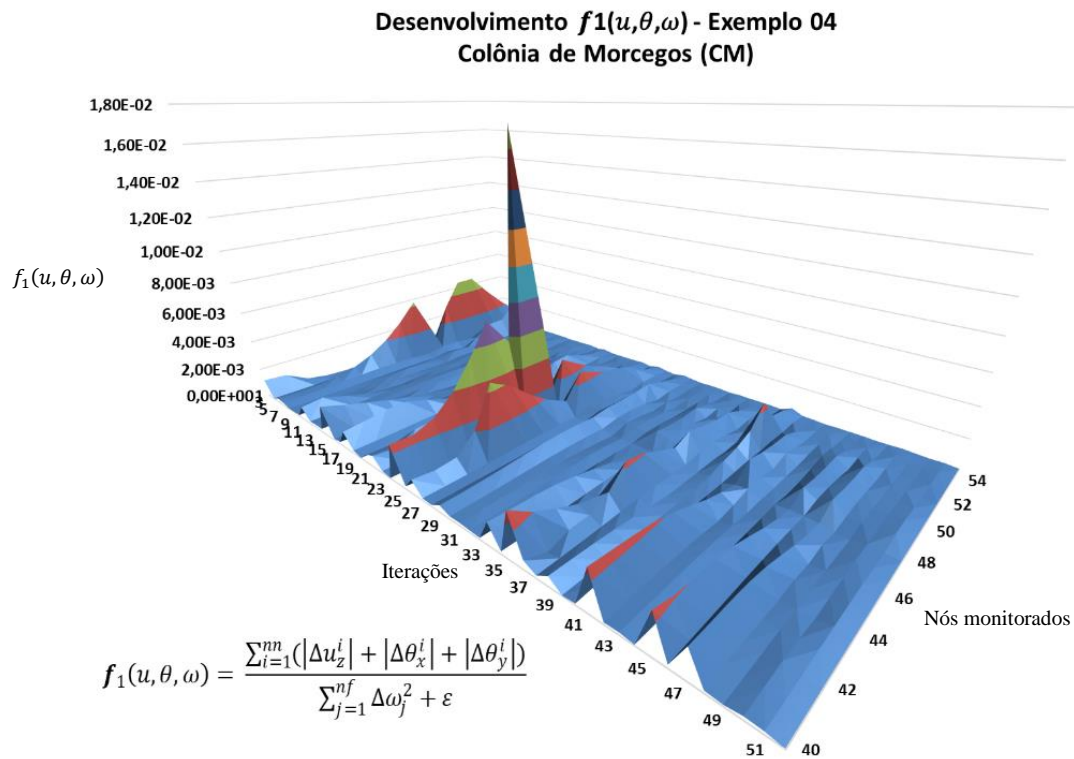


Figura 7.91 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (CM)

O pico observado na superfície de resíduos mostra a pior combinação de dados que caracterizam o dano prognosticado em relação ao dano real, gerando desta maneira o maior resíduo capturado pelo nó de monitoramento 49.

O rastreamento das posições dos melhores morcegos durante as iterações é mostrado na Figura 7.92, e observa-se nesta figura a concentração final dos posicionamentos nas últimas iterações quando o dano prognosticado começa a se aproximar do dano real. Nesta representou-se apenas as iterações iniciais e as finais.

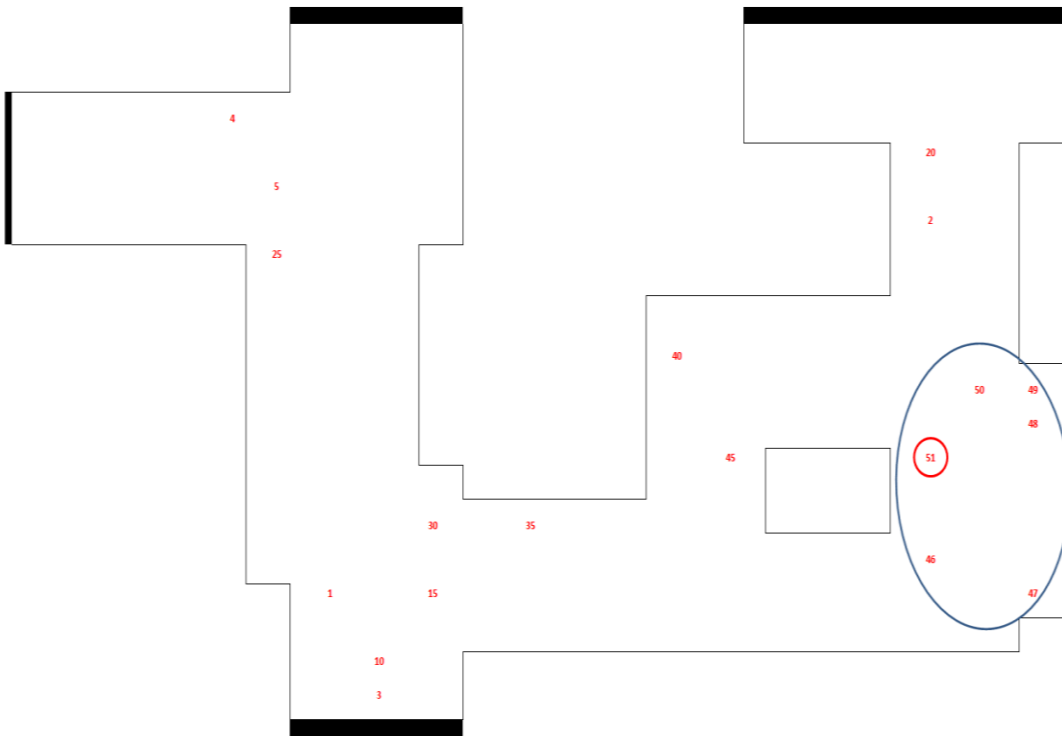


Figura 7.92 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f_1(u, \theta, \omega)$ e respectiva iteração – Exemplo 04 – (CM)

Para a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ o método Colônia de Morcegos comportou-se de maneira muito parecida, se comparado com os resultados obtidos quando empregada a Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, tanto em relação à superfície de valores identificados pelos nós monitorados, Figura 7.93, quanto pelo rastreamento das posições dos melhores “morcegos” gerando um caminamento de aproximação do dano real idêntico ao anterior, Figura 7.94.

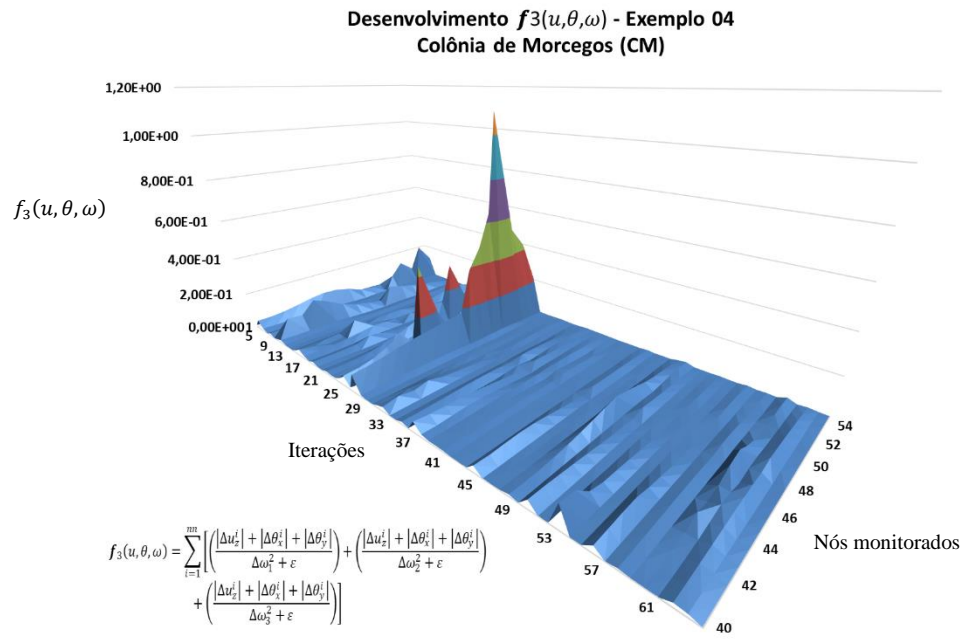


Figura 7.93 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (CM)

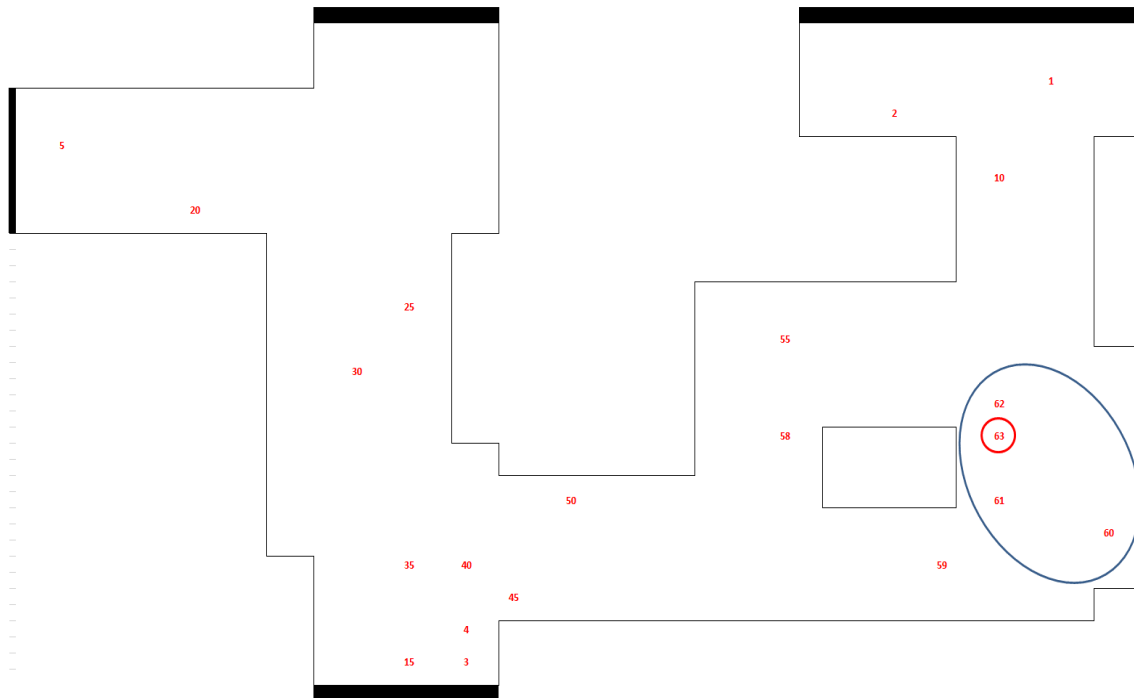


Figura 7.94 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f_3(u, \theta, \omega)$ e respectiva iteração – Exemplo 04 – (CM)

Para a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ o método Colônia de Morcegos obteve o melhor resultado com a identificação do dano real, ou seja, atingindo a solução ótima, com apenas 6 iterações. Pode-se perceber também que quando o dano prognosticado passa próximo aos pontos monitorados a superfície de valores da função gera uma perturbação no padrão de dados, Figura 7.95, como descrito anteriormente para outros exemplos, ocorrendo neste exemplo especificamente nas iterações 3 e 4. A Figura 7.96 mostra o rastreamento dos melhores indivíduos na busca do dano.

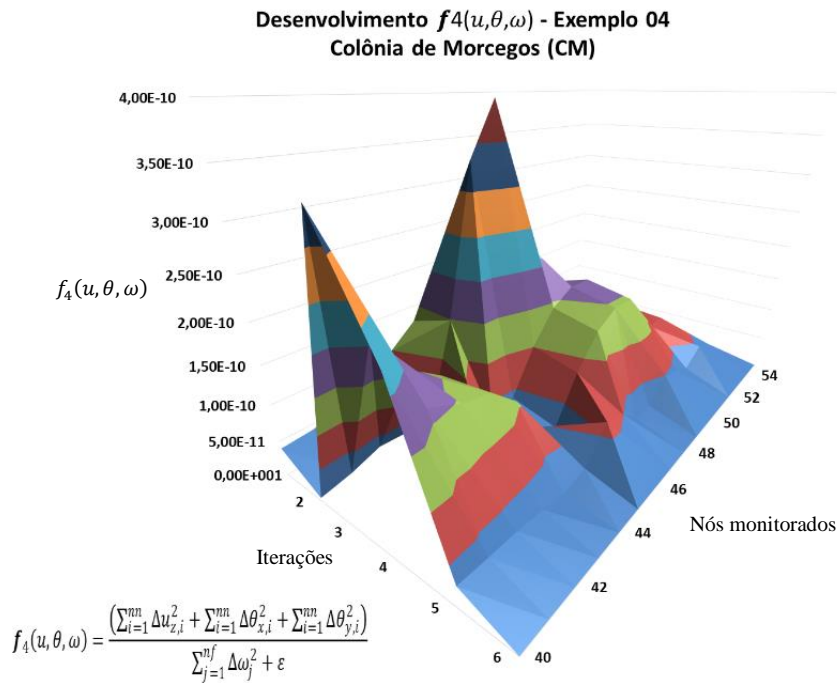


Figura 7.95 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (CM)

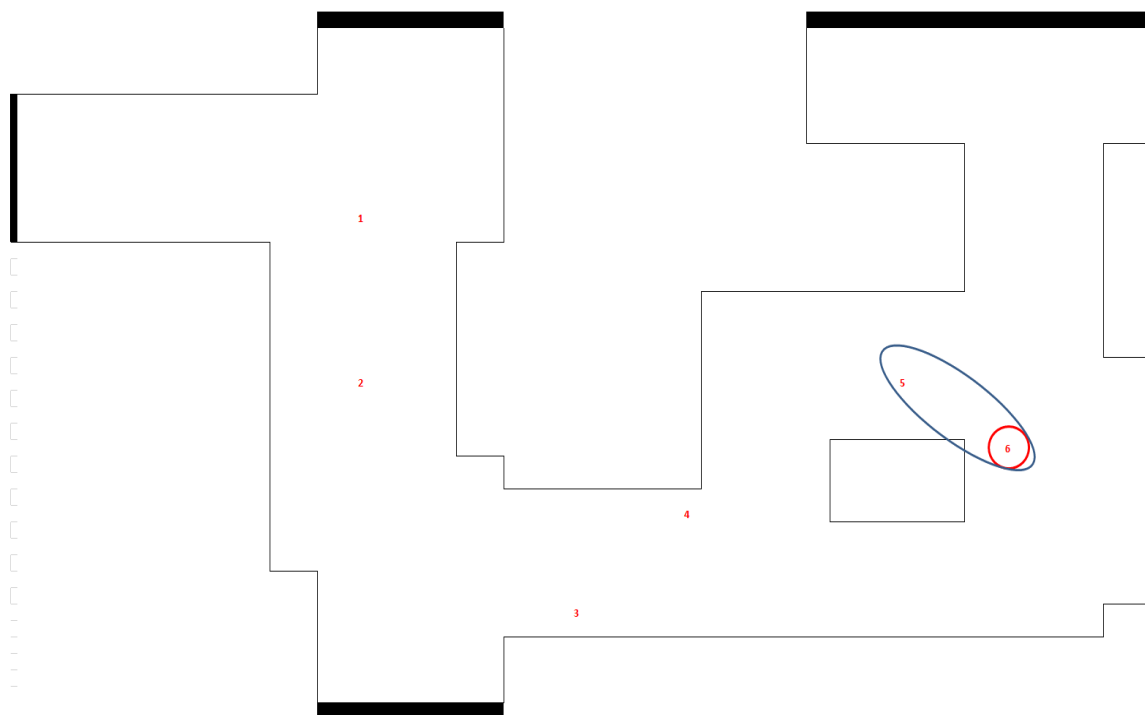


Figura 7.96 – Rastreamento das posições prognosticadas dos melhores indivíduos de $f_4(u, \theta, \omega)$ e respectiva iteração – Exemplo 04 – (CM)

7.4.3 – Davidon-Fletcher-Powell (DFP)

O método DFP apesar de ter alcançado a solução esperada para as três Funções Objetivo, não se mostrou eficiente em termos de velocidade de processamento, se comparado com os demais métodos já aplicados a esse exemplo.

As Funções Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$, necessitaram, cada, de 191 iterações, demonstrando ser, para a configuração geométrica apresentada, menos ineficiente do ponto de vista de número de iterações necessárias, Figuras 7.97 e 7.98.

Desenvolvimento $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 04
Davidon-Fletcher-Powell (DFP)

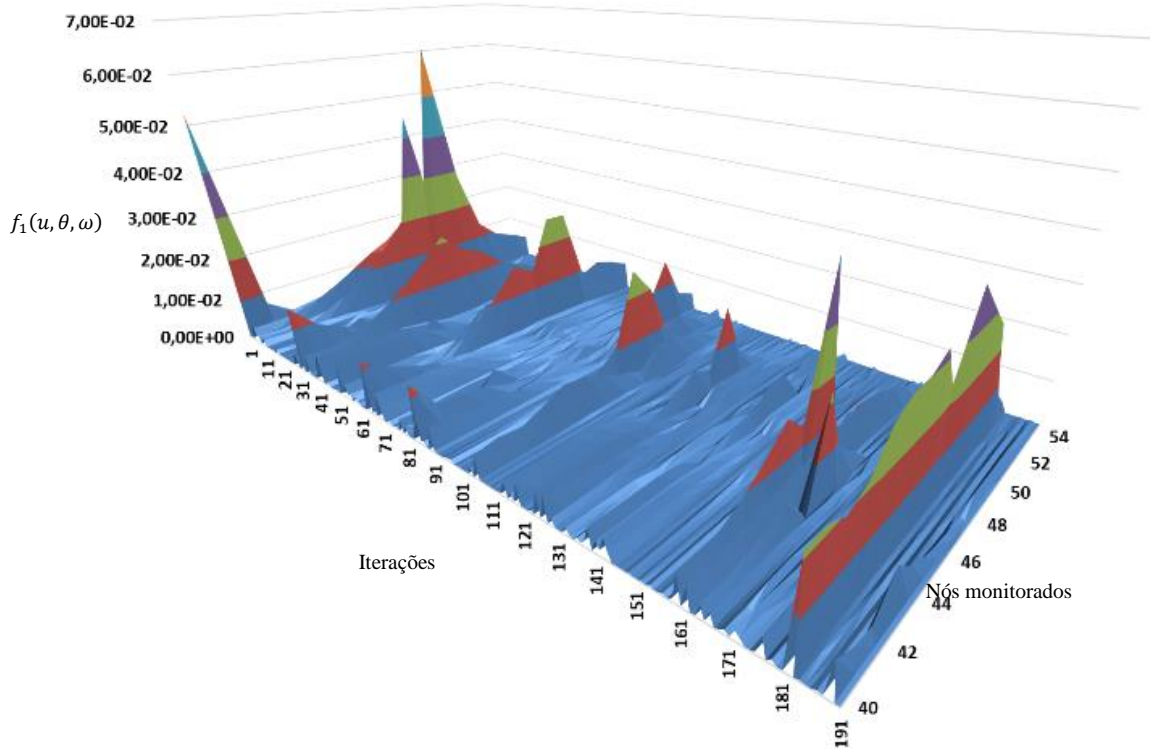


Figura 7.97 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (DFP)

Mais uma vez os danos prognosticados que se afastam exageradamente da posição e da severidade do dano real geram resíduos elevados, mostrando que os nós de monitoramento, pré-definidos, que estão mais próximos desses danos capturam de maneira mais sensível, ou seja, com valores mais elevados os resíduos mostrados nas superfícies gráficas.

Desenvolvimento $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 04
Davidon-Fletcher-Powell (DFP)

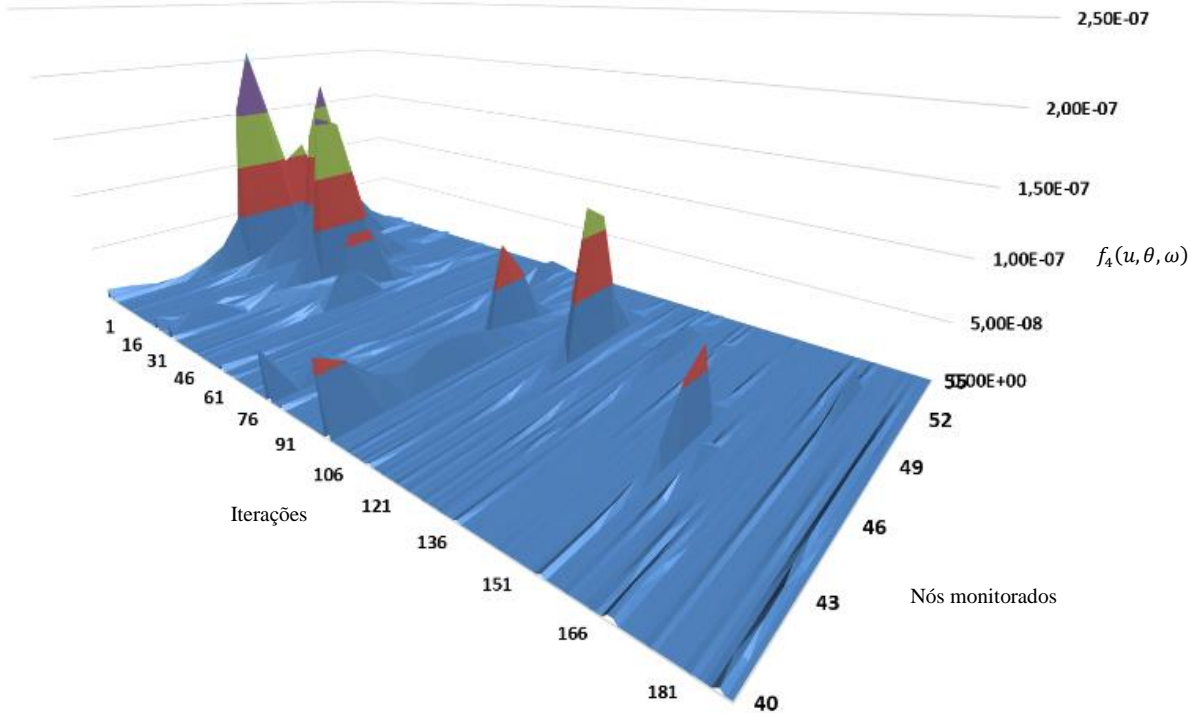


Figura 7.98 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (DFP)

A Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ apresenta um menor número de discontinuidades, ou seja, menores números de picos, denotando que apesar de ter necessitado para esta função o mesmo número de iteração para obtenção da solução ótima, assumiu durante o processo de convergência danos prognosticados com configurações mais próximas do dano real.

Os comportamentos da evolução das variáveis quando aplicadas as duas Funções Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$ são também idênticos, como se vê nas Figuras 7.99 e 7.100, respectivamente.

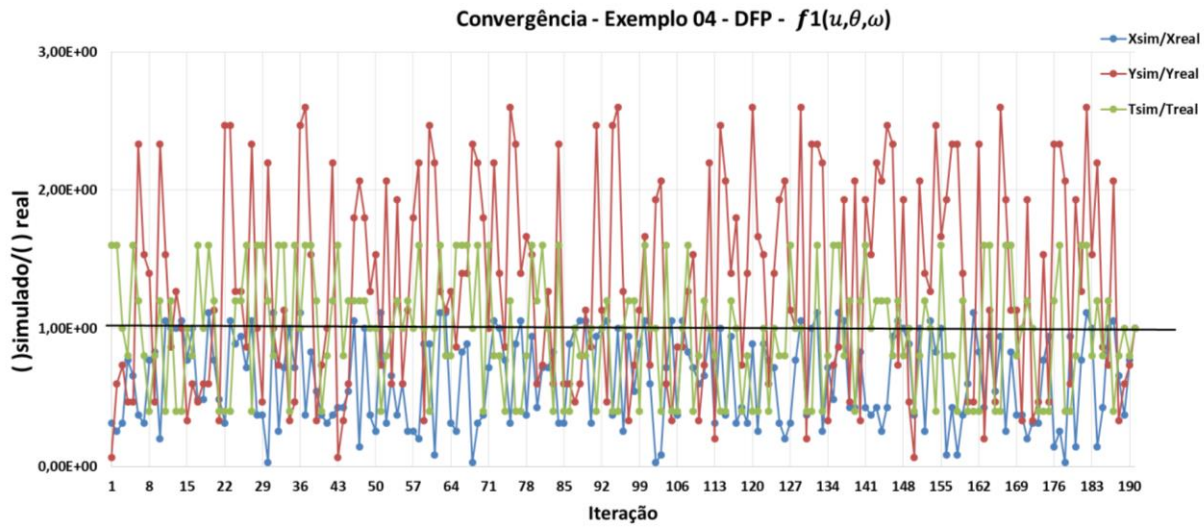


Figura 7.99 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 04

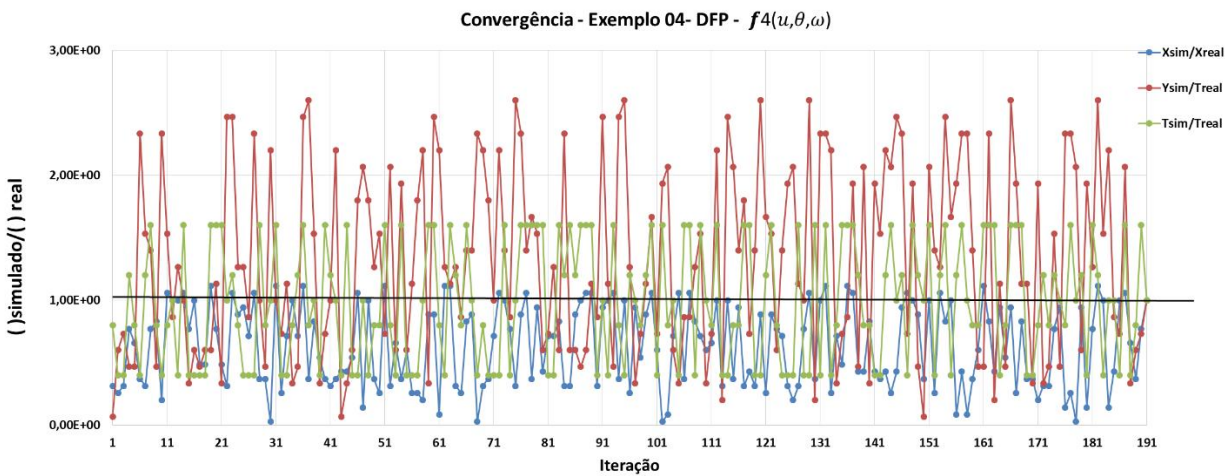


Figura 7.100 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 04

Quando aplicada a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ os resultados melhoram, no que tange o número de iterações necessárias para que se atingisse a solução ótima (113 iterações) se comparado com as 191 iterações quando aplicadas as Funções Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$. Contudo, como pode ser observado na Figura 7.101 o comportamento da superfície de valores resíduo para a Função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ é completamente diferente das duas anteriores, também aplicadas ao

método DFP, apresentando inúmeras descontinuidades, capturadas quase que em mesma magnitude em todos os nós monitorados.

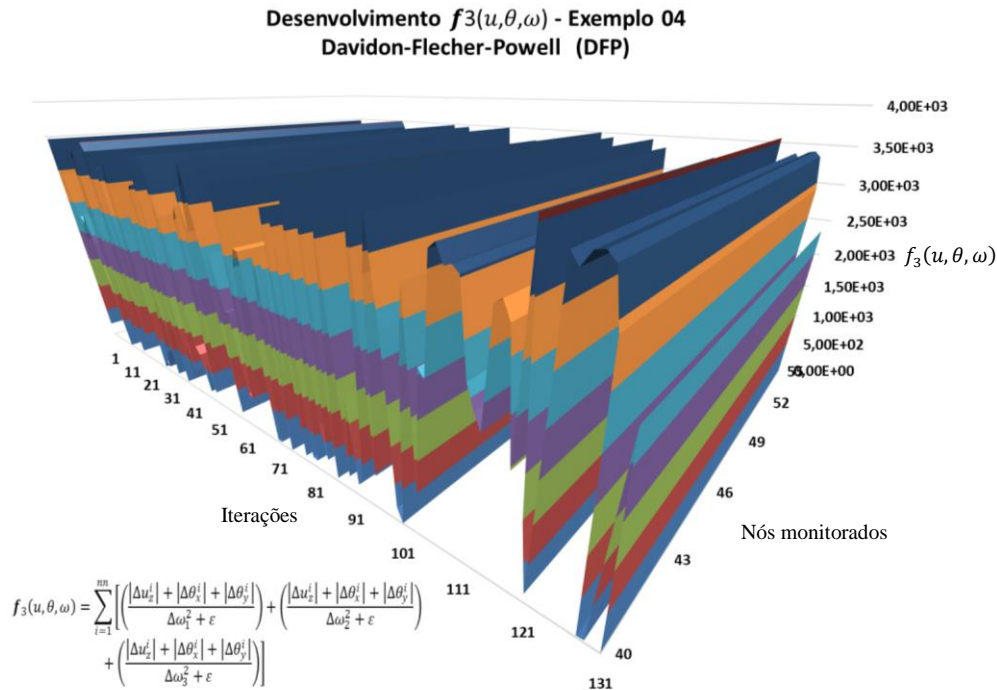


Figura 7.101 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (DFP)

O alto nível de descontinuidade mostra que ser a Função Objetivo $f_3(u, \theta, \omega)$ extremamente sensível ao posicionamento do dano prognosticado em relação aos nós monitorados quando aplicada a esse método nesse problema de complexa geometria e sofrer perturbações em sua superfície quando esse dano tenta assumir uma localização fora do domínio da placa, sendo aplicada a subrotina *penalty*, aqui já mencionada.

A evolução das variáveis de localização e espessura do dano prognosticado durante as iterações são mostradas na Figura 7.102.

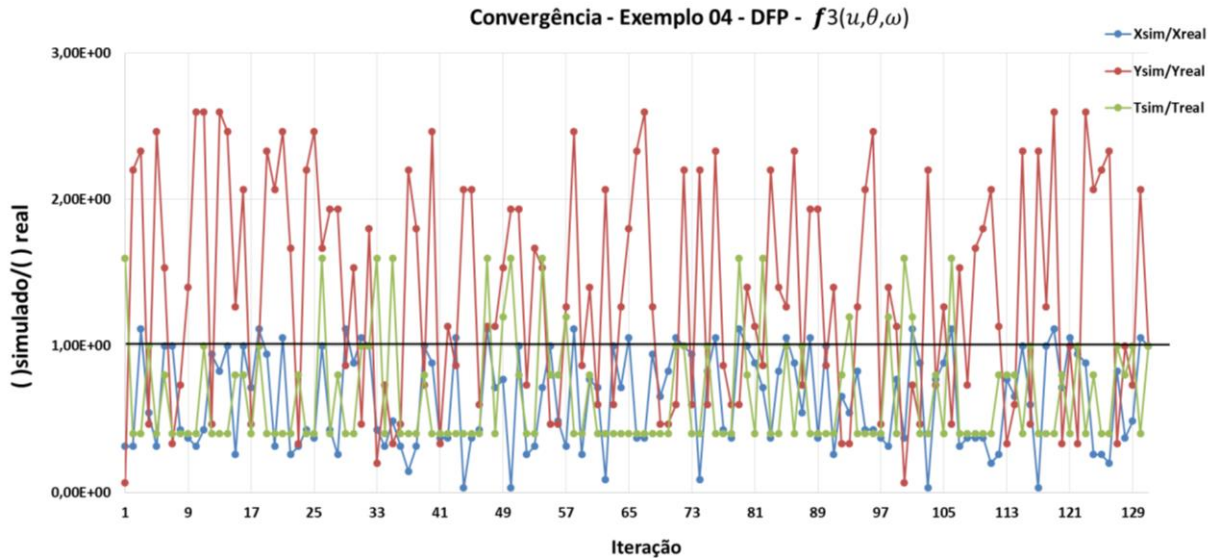


Figura 7.102 – Evolução das variáveis independentes - (DFP) - $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 04

7.4.4 – Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

O método BFGS, assim com o DFP, mostrado anteriormente para o exemplo 04, também não se mostrou eficiente principalmente devido à complexidade da geometria, como citado anteriormente.

Para as Funções Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_3(u, \theta, \omega)$ atingiu a solução esperada com 139 e 137 iterações, respectivamente, contudo com características dos dados de suas funções em superfície extremamente distintas, como se vê nas Figuras 7.103 e 7.104.

Desenvolvimento $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 04
 Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

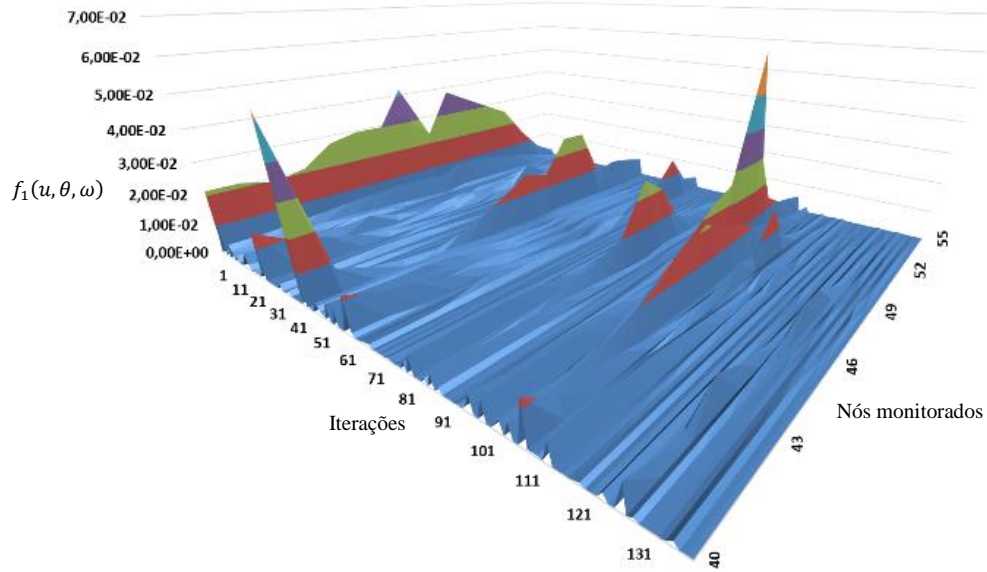


Figura 7.103 – Desenvolvimento dos valores de $f_1(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (BFGS)

Desenvolvimento $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 04
 Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)

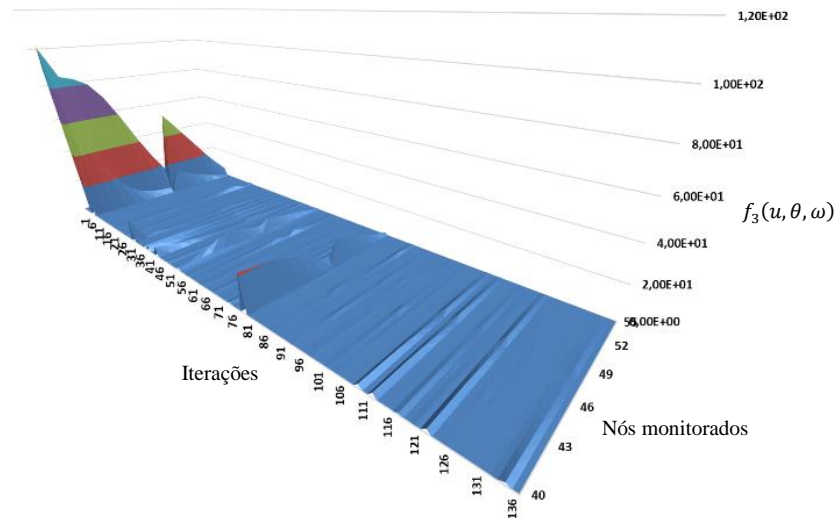


Figura 7.104 – Desenvolvimento dos valores de $f_3(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (BFGS)

Os comportamentos das variáveis de localização e espessura do dano são expostos nas Figuras 7.105 e 7.106, respectivamente para as Funções Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$ e $f_3(u, \theta, \omega)$.

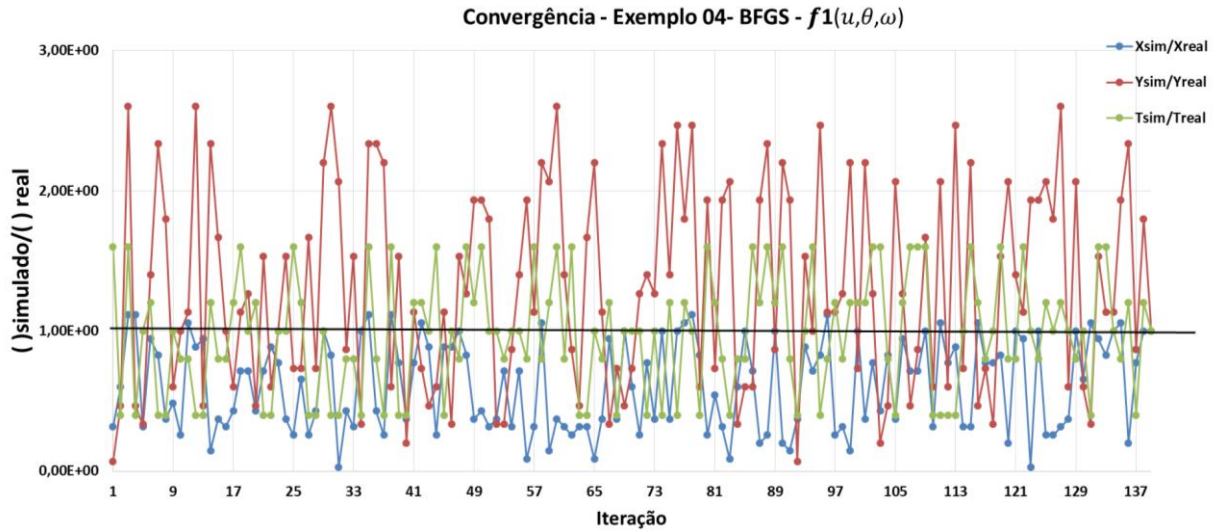


Figura 7.105 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f_1(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 04

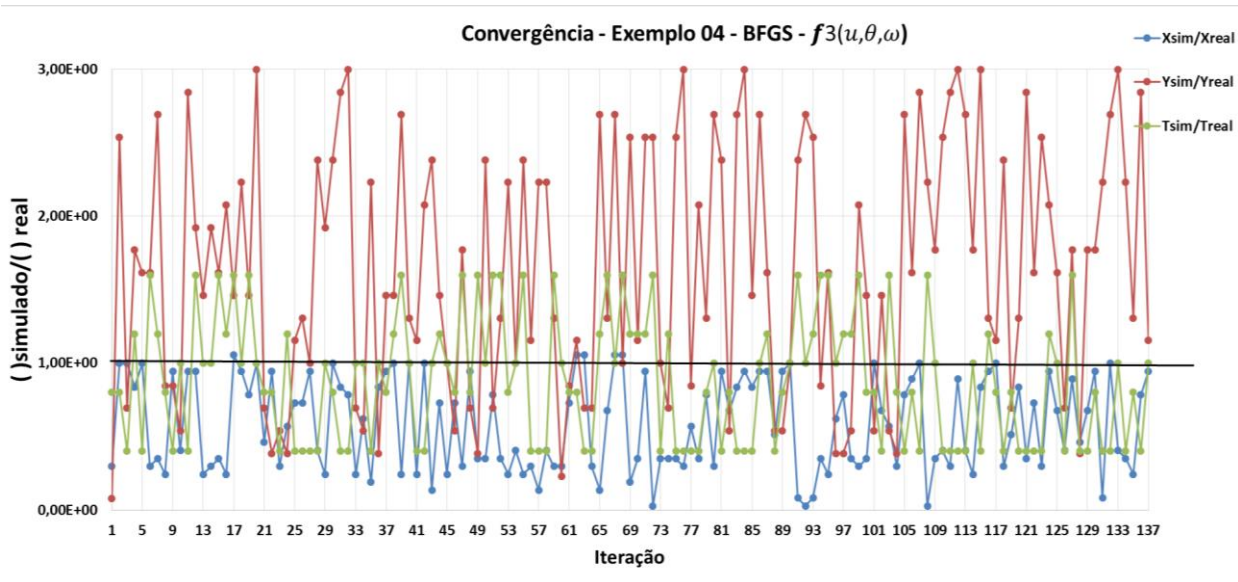


Figura 7.106 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f_3(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 04

A função Objetivo $f_4(u, \theta, \omega)$ não expressou quase nenhuma melhoria em sua eficiência na solução deste problema com o método BFGS, pois necessitou de 131 iterações, um número elevado se comparado à discretização do problema.

Sua superfície de valores da função e evolução das variáveis independentes são apresentadas pelas Figuras 7.107 e 7.108, respectivamente.

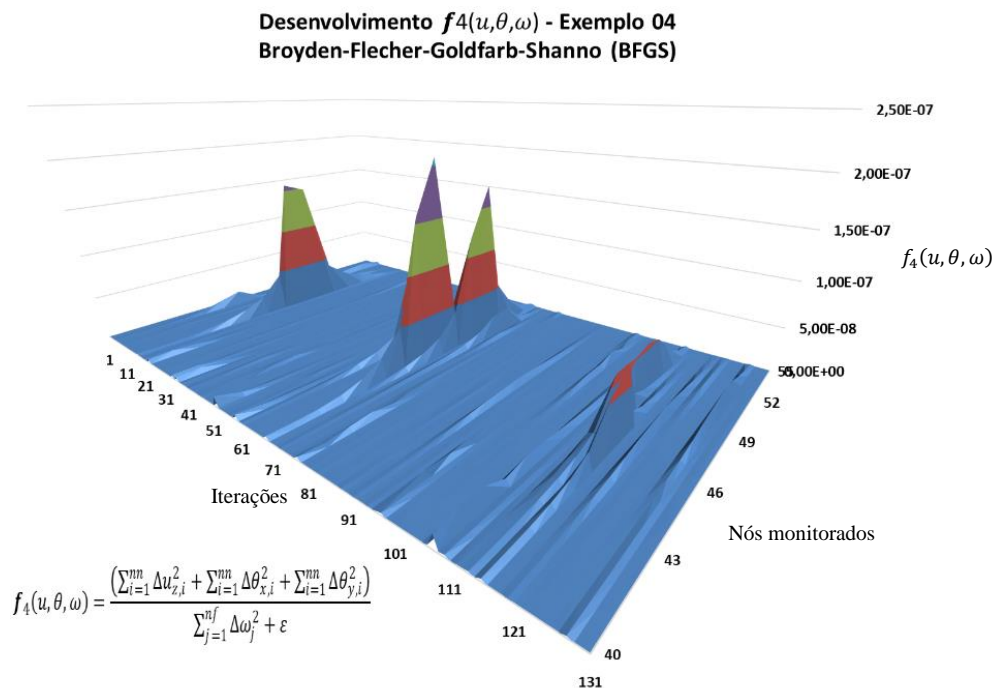


Figura 7.107 – Desenvolvimento dos valores de $f_4(u, \theta, \omega)$ nos nós monitorados – Exemplo 04 – (BFGS)

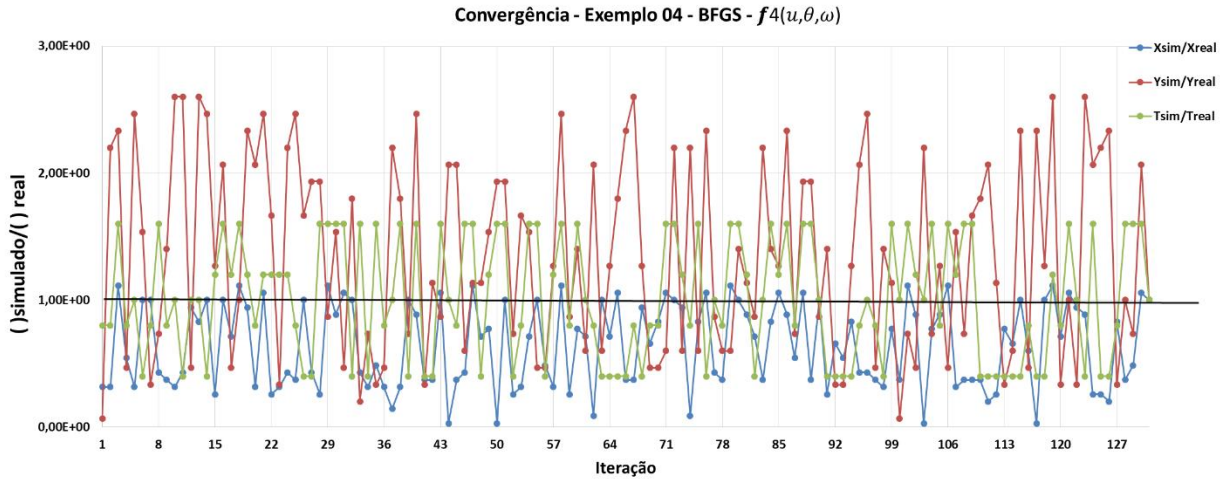


Figura 7.108 – Evolução das variáveis independentes - (BFGS) - $f_4(u, \theta, \omega)$ - Exemplo 04

7.4.5 – Análise de Eficiência – Exemplo 04

A Figura 7.109 mostra as iterações necessárias para cada método utilizando as três Funções Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$, $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$, durante cada processo de solução do problema do exemplo 04.

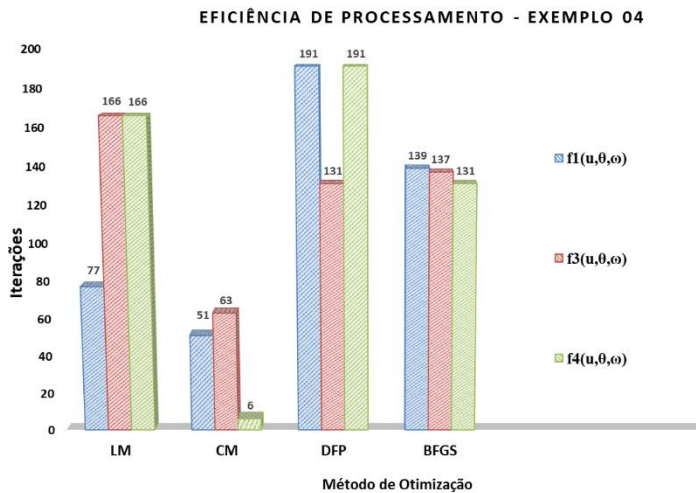


Figura 7.109 – Análise de eficiência - Exemplo 04

Em mais um exemplo se vê a eficiência inquestionável do método bio-inspirado Colônia de Morcegos para todas as Funções Objetivos selecionadas e aplicadas. O método Levenberg-Marquardt (LM) mostrou-se eficiente com o uso da Função Objetivo $f_1(u, \theta, \omega)$.

Já os métodos DFP e BFGS não atingiram uma eficiência tal qual os dois primeiros métodos para esse exemplo de complexa geometria.

8 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

8.1 – Conclusões

Este trabalho apresentou uma revisão da importância dos Problemas Inversos na ciência e na Engenharia, bem como na engenharia de estruturas na identificação de danos em placas. Com a formulação proposta via critérios de minimização com o uso de elementos finitos acoplados ao MATLAB® gerenciando a atualização do modelo estrutural analisado no software ANSYS® experimentou-se algumas assinaturas de caráter estático-dinâmico e métodos de otimização.

De forma geral fica comprovada a eficiência das formulações, denominadas Funções Objetivo, de modo que a conjunção de características estáticas e dinâmicas demonstrou a potencialidade e precisão nos resultados numéricos frente a outras funções somente estáticas ou dinâmicas existentes em inúmeras literaturas.

Com a aplicação e análise dessas seis Funções Objetivo em um problema de identificação de danos internos em placas pode ser compreendido cada uma de suas sensibilidades no que diz respeito aos resíduos gerados como resultado da minimização do problema de maneira que três destas foram escolhidas para serem implementadas no algoritmo numérico-computacional desenvolvido, o SISNIDE– Sistema Numérico de Identificação de Danos em Estruturas.

O processamento de um problema de localização de dano em uma placa retangular utilizando-se das seis Funções Objetivo elasto-dinâmicas aplicadas ao método de otimização gradiente mostraram os melhores resultados, como sensibilidade na geração de resíduos (valores fundamentais para definição das soluções) nas funções $f_1(u, \theta, \omega)$, $f_3(u, \theta, \omega)$ e $f_4(u, \theta, \omega)$.

O desenvolvimento do programa SISNIDE – Sistema Numérico de Identificação de Danos em Estruturas, escrito em MATLAB® e em ANSYS *Parametric Design Language*, permite uma iteração automática entre estes dois pacotes computacionais, ampliando o horizonte significativamente do aprimoramento dos processos de identificação em danos.

Concebido de forma aberta para que possa adiante serem implementadas novas funções, outros métodos de otimização e adaptado para ajustes que possibilitará o processamento de novas estruturas.

A atualização do modelo numérico-computacional se mostrou fundamental para a manutenção da viabilidade da resolução de problemas de identificação de danos internos em estruturas de maior porte por meio da interligação do *software* ANSYS® utilizando a linguagem APDL (*ANSYS Parametric Design Language*) com a programação das funções e sub-rotinas numéricas no MATLAB®, permitindo que na obtenção de uma solução ideal para o problema proposto fosse possível a alteração do modelo numérico em centenas de vezes num curto espaço de tempo, ratificando assim, a viabilidade técnica do processo.

Para melhor realismo do processo de identificação de danos internos em estruturas foi proposta uma contaminação dos dados estático-dinâmicos, com as sub-rotinas *calibra_erro*, *func_contain* e *gauss_mix*, de forma a representar as dificuldades reais existente ao se obter tais dados numa instrumentação estrutural. O SISNIDE, mesmo com contaminação dos dados prognosticados foi capaz de alcançar uma solução ótima para o problema de identificação de danos em placas .

Os métodos aplicados e adaptados para este trabalho como o método de *Levenberg-Marquardt* (LM), o método bio-inspirado de Colônia de Morcegos (CM) e os métodos *Davidon-Fletcher-Powell* (DFP) e *Broyden-Fletcher-Goldfab-Shanno* (BFGS) mostraram em alguns casos terem melhor aplicabilidade em termos de eficiência, tempo de processamento.

Reitera-se que a robustez de um método de otimização (capacidade em atingir a solução ótima esperada) aplicado à solução de um Problema Inverso depende do conjunto de dados, calibração de parâmetros e especificamente neste trabalho das Funções Objetivo aplicadas.

Observa-se que todos os métodos aplicados foram capazes de solucionar o problema, seja em geometrias de placas simples, seja em geometrias com domínios mais complexos, contudo,

como exposto a velocidade de obtenção da solução esperada está alinhada à Função Objetivo alinhada à cada situação, trazendo números distintos de iterações, muito embora a todos os exemplos aplicados o método bio-inspirado por Colônia de Morcegos (CM) apresentou as melhores respostas com os menores números de iterações necessárias.

Como esperado, por se tratar de aplicações em problemas inversos, algumas das configurações de ferramentas de solução não se mostraram tão eficazes na solução particular, contudo, atuando diferentemente em problemas distintos, confirmando assim, a necessidade que se tem em solucionar um problema inverso, onde não basta apenas obter a melhor solução dentre as possíveis respostas, mas aplicar também o melhor método para o alcance da solução ótima.

Durante os exemplos apresentados pode-se observar que a geometria do problema é fundamental para o comportamento do desenvolvimento dos danos prognosticados a cada iteração, onde a sub-rotina de punição permite que o dano prognosticado na situação predecessora assuma um valor de domínio fora da factibilidade real seja posto novamente em um domínio possível para o espaço disponibilizado pela placa. Isso se mostra igualmente eficaz, seja em placas retangulares contínuas, seja em geometrias mais complexas com a do último exemplo.

A certificação com sucesso da aplicação do SISNIDE em geometrias compostas e complexas de placas, assim como estruturas vazadas, de forma que o método de busca fosse possível varrer todo o domínio estrutural, independentemente de qual o domínio atribuído.

O conceito de redução dos resíduos gerados pelas Funções Objetivos ao passo que o dano prognosticado se aproxima do dano real em suas características de localização sobre a placa, seja quanto a sua severidade é verificado e comprovado pelo fato de que em todos os exemplos as superfícies geradas assumem descontinuidades a todo momento em que o dano prognosticado se afasta do dano real, a priori desconhecido.

Por fim conclui-se com a finalização deste trabalho sobre a vastidão de possibilidades quanto ao desenvolvimento de estudos sobre Problemas Inversos e o quanto esses problemas regem o desenvolvimento da Tecnologia, da Engenharia e da humanidade.

8.2 – Sugestões para Trabalhos Futuros

São elencados alguns aspectos no intuito de dar prosseguimento e desenvolvimento nesta linha de investigação e consequente continuidade de produção científica sobre o assunto:

- Desenvolvimento e aplicação de novas funções objetivo;
- Implementação de métodos de busca de danos contemplando técnicas não apresentadas;
- Aplicação do SISNIDE em estruturas de chapas e cascas;
- Criação de uma interface gráfica para programa SISNIDE de maneira que se torne mais amigável a alteração das ferramentas escolhidas na análise como: funções resíduo, método de busca e critério de parada.

9 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Abrashin, V, N. (2003). A Class of Additive Methods for Nonlinear Multidimensional Problems of Mathematical Physics. *Differential Equations*, Vol. 39, No. 7, 2003, pp. 926–935.

Alaeddine, M., Doumanidis, C. C. (2004). Distributed parameter thermal controllability: a numerical method for solving the inverse heat conduction problem. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*; 59:945–961.

Alayed, M; Naser, M. A; Aden-Ali, I. e Deen, M. J. (2018). Time-resolved diffuse optical tomography system using an accelerated inverse problem solver. OSA Publishing > Optics Express > Volume 26 > Issue 2 > Page 963 – 979, Vol. 26.

Aouicha, H. B (2011). Computation of the spectra of some integral operators and application to the numerical solution of some linear integral equations. University of Carthage, Department of Mathematics, Institute of Engineering Studies in Bizerte, Tunisia. *Journal Applied Mathematics and Computation* 218 p 3217–3229.

Aragão Filho, L. A. C. M. DE, (2000). Localização de Danos Estruturais Através de Métodos Diretos de Ajuste, Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

Atchonouglo, K., Banna, M., Vallée, C., Dupré, J. C. (2008). Inverse transient heat conduction problems and identification of thermal parameters. *Heat Mass Transfer* (2008) 45:23–29.

Azari, H., Zhang, S. (2008). A Numerical Approximation to the Solution of an Inverse Heat Conduction Problem. *Wiley InterScience*. DOI 10.1002/num.20418.

Baar, J; Tippner, J; Rademacher, P. (2015) Prediction of mechanical properties - modulus of rupture and modulus of elasticity - of five tropical species by nondestructive methods. *Maderas. Ciencia y tecnología* versión On-line ISSN 0718-221X Maderas, Cienc. Tecnol. vol.17 no.2 Concepción abr. 2015 Epub 25-Feb-2015

Bakhtiari-Nejad, F., Rahai, A., Esfandiari, A. (2005). A Structural Damage Detection Method Using Static Noisy Data. *Engineering Structures* 27, p. 1784-1793.

Banan, MR., Hjelmstad, KD. (1994). Parameter estimation of structures from static response, I: Computational aspects. *Journal of Structural Engineering*, ASCE 120 (11), p. 3243-3259.

Banks, H. T., Inman, D. J., Leos, D. Wang, Y. (1996). An experimentally validated damage detection theory in smart structures. *Journal of Sound and Vibration* 191(5), p. 859-880.

Barbarosie, C. (2003). Shape optimization of periodic structures. *Computational Mechanics* 30, 235–246.

Baruch, M. (1978). Optimization Procedure to Correct Stiffness and Flexibility Matrices Using Vibration Tests. *AIAA Journal*, 16(11), p. 1208-1210.

Baruch, M. (1997). Modal data are insufficient for identification of both mass and stiffness matrices. *AIAA Journal*, 35(11), p. 1797-1798.

Bathe, K-J. (1996). *Finite Element Procedures*. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall.

Behmanesh, I. e Moaveni, B. (2016) Accounting for environmental variability, modeling errors, and parameter estimation uncertainties in structural identification. *J Sound Vib*; 374: 92–110.

Bezerra L. M. (1993). *Inverse Elastostatics Solutions with Boundary Elements*, Ph.D. thesis, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA.

Bezerra, L. M.; Saigal, S.(1993). “A Boundary Element Formulation for the Inverse Elastostatics Problem (IESP) of Flaw Detection”. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, USA, v. 36, n. 13, p. 2189-2202.

Borukhov, V. T., Timoshpol'skii, V. I. (2005). Structural Properties of Dynamic Systems and inverse Problems of Mathematical Physics. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, Vol. 78, No. 2.

Brito, M. A. N. (2008). *Análise de Assinaturas Elastostáticas e Elastodinâmicas na Solução do Problema Inverso de Identificação de Danos em Treliças Via Método dos Elementos Finitos*. Dissertação de Mestrado em Estrutura e Construção Civil, Publicação E.DM-004A/08, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 157p.

Brito, M. A. N.; Bezerra, L. M., Matias, W. T., Silva, W. A. (2019). Desempenho de Funções Objetivo em Problemas Inversos de Identificação de Danos em Placas de Kirchhof. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería – RIMNI*. Versión impresa: ISSN 0213-1315, Versión online: ISSN 1886-158 X. (SUBMETIDO);

Brito, M. A. N.; Bezerra, L. M., Matias, W. T., Silva, W. A. (2019). *Damage Detection in Plates Using The Bioinspired Bat Colony Method*. *Latin American Journal of Solids and Structures - LAJSS*. Printed: ISSN 1679-7817, online: ISSN 11679-7825. (SUBMETIDO);

Brito, M. A. N.; Bezerra, L. M., Matias, W. T., Silva, W. A. (2015). Avaliação da Potencialidade de Funções Objetivo Utilizadas na Identificação de Falhas em Estruturas. *Revista Eletrônica de Engenharia Civil - REEC*, ISSN Eletrônico 2179-0612.

Bucher, Henrique Frederico ; Magluta, C ; Mansur, Webe João. (2011). *Application of joint time-frequency distribution for estimation of time-varying modal damping ratio*. *Structural Engineering and Mechanics*, v. 37, p. 131-147.

Cajka, R; Krejsa, M. (2014) Measured Data Processing in Civil Structure Using the DOProC Method. *Advanced Materials Research*, 859: 114-121.

Caldeira, M. M. (2009). Procedimentos Numéricos para a Solução do Problema Inverso de Localização de Danos em Estruturas Aperticadas. Dissertação de Mestrado em Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil - Universidade de Brasília.

Campos Velho, H. F. (2000). Problemas Inversos: Conceitos básicos e Aplicações. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, Lab. De Computação e Matemática Aplicada.

Cardem, E. P; Fanning, P. (2004). *Vibration Based Condition monitoring: A Review*. Structural Health Monitoring, v. 3, n.4, p 355 – 377.

Carlos, M. F. (2003). *Acoustic emission: Heeding the Warning Sounds from Materials*. ASTM-Standardization News.

Carroll R. J. (2017) Transformation and Weighting in Regression, ed. Routledge DOI 9780203735268 Pages 264 ISBN9780203735268.

Chapra, C. S; Canale, R. P. (2010). *Numerical Methods for Engineers. Sixth Edition, Ed. Mc Graw Books*, Higher Education. 994 p.

Chase, S. (2001). *The role Smart structures in managing an aging highway infrastructure*. Proceedings of the SPIE conference, New Beach, CA.

Chen, B; Liu, X; Zhao, H. e Principe, J. C. (2017). Maximum correntropy Kalman filter. Automatica, Elsevier, Volume 76, Pages 70-77.

Chen, H. P. (2008). *Application of Regularization Methods to Damage Detection in Large Sacale Plane Frame Structures Using Incomplete Noisy Modal Data*. Engineering Structures v. 30, p. 3219-3227.

Cheng, A. H-D., e Cabral, J. J. S. P. (2005). Direct solution of ill-posed boundary value problems by radial basis function collocation method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*; 64:45–64.

Ciampa, F; Mahmoodi, P; Pinto, P. e Meo, M; (2018). Recent Advances in Active Infrared Thermography for Non-Destructive Testing of Aerospace Components. Materials and Structures Centre (MAST), Department of Mechanical Engineering, University of Bath, Bath BA2 7AY, UK. *Sensors* 2018, 18(2), 609.

Cordaro, P.D; Kawano, A. (2002). O Delta de Dirac. Uma Introdução à Teoria das Distribuições para Engenharia, Ed. Livraria da Física. ISSN-10: 8588325101.

Damay, N, Forgez, C, Bichat, MP, Friedrich, G. (2015). Thermal modeling of large prismatic LiFePO₄/graphite battery. Coupled thermal and heat generation models for characterization and simulation. *J Power Sources*; 283: 37- 45.

Das, R., Mishra, R. (2010). Inverse analysis applied to retrieval of parameters and reconstruction of temperature field in a transient conduction–radiation heat transfer problem involving mixed boundary conditions. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 37 (2010) 52–57.

Das, S; Saha, P; Patro, S. K. (2016). Vibration-based damage detection techniques used for health monitoring of structures: a review. *Journal of Civil Structural Health Monitoring* Volume 6, Issue 3, pp 477–507.

Davide, B; Jonathan M; Emanuele R; e Michael M. B. (2016). Learning shape correspondence with anisotropic convolutional neural networks. In NIPS.

Davidian, M. (2017). *Nonlinear Models for Repeated Measurement Data*, ed. Routledge, DOI 9780203745502 Pages 360 ISBN 9780203745502.

Doebbling, S. W; Farrar, C. R; Prime, M. B. (1998). A Summary Review of Vibration-Based Damage Identification Methods. *The Shock and Vibration Digest*”, Vol 30, No 2. P.91-105.

Doebbling, S. W; Farrar, C. R; Prime, M.B; Shevitz D. W. (1996). Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics. A Literature Review. LA – 13070 MS.

Ebrahimi, F. e Sepiani, H. (2010). *Transverse shear and rotary inertia effects on the stability analysis of functionally graded shells under combined static and periodic axial loadings. Journal of Mechanical Science and Technology* 24 (12) 2359~2366.

Erazo, K; Sen, D; Nagarajaiah, S. e Sun, L. (2019). Vibration-based structural health monitoring under changing environmental conditions using Kalman filtering. *Mechanical Systems and Signal Processing*. Volume 117, 15 February 2019, Pages 1-15.

Filho, L; Roitman, N; Magluta, C. (2000). Detecção de Danos estruturais através de Métodos Diretos de Ajuste de Modelos. XXIX *Jornadas Sudamericanas de Ingenieria*, 13-17 Noviembre, Punta Del Este, Uruguay.

Fox, C. H. J. (1992). The Location of Defects in Structures: A Comparison of the Use of Natural Frequency and Model Shape Data. *Proceedings 10th International Modal Analysis Conference*, San Diego, California, Vol 1, p. 522-528.

Friswell, M. I; Mottershead, J. E. (1995). *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. 1 ed. Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic Publishers.

Friswell, M.I; Penny, J.E.T. (1997). Is damage location using vibration measurements practical? *EUROMECH 365 International Workshop: DAMAS 97, Structural Damage Assessment Signal Processing Procedures*, Sheffield, UK.

Frizzarin, M; Feng, M. Q; Paolo Franchetti, P. e Soyoz, S. (2010). Damage detection based on damping analysis of ambient vibration data. *Structural. Control Health Monitoring*. 17: 368–385.

Garnier, C; Pastor, M-L; Eyma, F. e Lorrain, B. (2011). The detection of aeronautical defects in situ on composite structures using Non Destructive Testing. *Composite Structures* 93, 1328–1336.

Gholizadeh, S. (2016) A review of non-destructive testing methods of composite materials. XV Portuguese Conference on Fracture, PCF 2016, 10-12 February 2016, Paço de Arcos, Portugal, *Procedia Structural Integrity*, 050–057.

Gill, P. E; Masic, M; Skelton, R. E. (2006). Optimization of tensegrity structures. *International Journal of Solids and Structures* 43, 4687–4703.

Goldbarg, M. C; Luna, H. P. L. (2000). *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*, 2. ed., Editora Campus, Rio de Janeiro, Brasil.

Golubeva, V. A. (2007). Inverse monodromy Problems in Mathematical Physics. *Journal of Mathematical Sciences*, Vol. 144, No. 1.

González, A; Rowley, C. e Obrien, E. J. (2008). A general solution to the identification of moving vehicle forces on a bridge. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*; 75:335–354.

Gordon, C. D. L. e S. Wolpert. (1992). One Cannot Hear the Shape of a Drum. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 27 (1): 134-138.

Guo, K; Zou, D. e Chen, X. (2015). 3D Mesh Labeling via Deep Convolutional Neural Networks. *ACM Trans. Graph.* 35, 1.

Gutman, I; Togan, M; Yurttas, A; Cevik, a. S e Cangul, I. N. (2018). Inverse Problem for Sigma Index. *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.* 79 (2018) 491-508. ISSN 0340 – 6253.

Hadamard, J., Hardy, G.H. (1983). A review - *The Psychology of Invention in the Mathematical Field. The Mathematical Intelligencer* Volume 5, Issue 2, Pages 60-63.

Hagan, M. e Menhaj, M. B. (1994). “*Training Feedforward Networks with the Marquardt Algorithm*”. IEEE Transactions on Neural Networks, v.5, n.6.

Hamamoto, T. e Soma, S. (2003). “Story Damage Detection of Multistory Buildings Using Genetic Algorithm and Neural Network”. *International Workshop on advanced sensor, structural health monitoring and smart structures on*. 10-11, Keio University, Japan.

Han, K; Lee, E; Choi, S. (2016). Early detection of tire-road friction coefficient based on pneumatic trail stiffness, *Proc. Amer. Control Conf.*, pp. 6326-6331, 2016.

Heylen, W. e Avitabile, P. (1998). Correlations considerations – Part 5. Proceedings of the 16th International Modal Analysis Conference, Santa Barbara, California, Bethel, CT, Society for Experimental Mechanics, p.207-214.

Hjelmstad, K. D. e Shin, S. (1996). Crack Identification in a Cantilever Beam from Modal Response. *Journal of Sound and Vibration*, 19 (5), p. 527-545.

Honório, M. C. F. e Bezerra, L.M.(1997). “*Uma Formulação Com Integrais de Contorno e Otimização para a Resolução de um Problema Inverso de Condução de Calor*”. In: XI - Encontro de Física de Reatores e Termo Hidráulica, 1997, Poços de Calda, MG.. Anais do XI-ENFIR, 1997.

Horoldagva, B; Buyantogtokh, L; Dorjsembe, S. e Gutman, I. (2016). Maximum size of maximally irregular graphs. *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.* 76, 81–98.

Hunter, B. e Guo, Z. (2016). Improved treatment of anisotropic scattering in radiation transfer analysis using the finite volume method. *Heat Transf. Eng.* 37(4): 341–350.

Hussein, M. S. e Lesnic, D. (2016). Simultaneous determination of time and space-dependent coefficients in a parabolic equation, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 33, pp. 194–217, 2016.

Ikezawa, Y; Fujimoto, H; Hori, Y; Kawano, D; Goto, Y; Tsuchimoto, M. and Sato, K. (2016). Range Extension Autonomous Driving for Electric Vehicles Based on Optimal Velocity Trajectory Generation and Front-Rear Driving-Braking Force Distribution”, IEEJ Journal of IA, Vol. 5, No. 3, pp. 228-235.

Islam, A; Islam, M. M. e Mahmud, M. (2019). Stress on Spur Gear and Simulation for Micro Hybrid Systems by Ansys Workbench. Journal of Applied Research on Industrial Engineering. J. Appl. Res. Ind. Eng. Vol. 6, No. 1 (2019) 80–86.

Jauregui, D. V; Farrar, C. R. (1996). Damage Detection Algorithms Applied to Numerical Modal Data from a Bridge. Proceedings of the *14th International Modal Analysis Conference*, p. 119-125.

Jayabarathi, T; Raghunathan, T. e Gandomi, A. H. (2017). The Bat Algorithm, Variants and Some Practical Engineering Applications: A Review. Nature-Inspired Algorithms and Applied Optimization pp 313-330, Studies in Computational Intelligence book series (SCI, volume 744).

Ji, C. Y; Xue, H. Z; Shi, X. H; e Gaidai, O. Experimental and numerical study on collapse of aged jacket platforms caused by corrosion or fatigue cracking. Engineering Structures. Volume 112, 1 April 2016, Pages 14-22.

Jones, K.; Turcote, J. (2002). Finite element model updating using anti-resonant frequencies. *Journal of Sound and Vibration*, 252(4), p.717-727.

Ju, T; Achenbach, J. D; Jacobs, L. J; Guimaraes, M. e Qu, J. (2017). Ultrasonic nondestructive evaluation of alkali–silica reaction damage in concrete prism samples. Materials and Structures.

Junhong Li, J; Zheng, W, X; Gu, J e Hua L. (2017) Parameter estimation algorithms for Hammerstein output error systems using Levenberg–Marquardt optimization method with varying interval measurements. Journal of the Franklin Institute. Volume 354, Issue 1, Pages 316-331.

Jurjo, D.L.B.R. ; Magluta, C. ; Roitman, N. ; Gonçalves, P.B. (2010). *Experimental methodology for the dynamic analysis of slender structures based on digital image processing techniques*. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 24, p. 1369-1382.

Justin, G; Wadhwa, C. N; Cha, Y; Durand, F; Freeman, W. T. e Buyukozturk, O. (2015). Modal identification of simple structures with high-speed video using motion magnification. Journal of Sound and Vibration. Volume 345, Pages 58-71.

Kabe, A. M. (1985). Stiffness Matrix Adjustment Using Mode Data. AIAA Journal. Vol. 23, N. 9. P. 1431-1445.

Kabel, M; Merkert, D. e Schneider, M. (2015). Use of composite voxels in FFT-based homogenization. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 294(0):168–188.

Kalogerakis, E; Averkiou, M; Maji, S. e Chaudhuri, S. (2016). 3D Shape Segmentation with Projective Convolutional Networks. arXiv preprint arXiv:1612.02808.

Kamynin, V. L. (2015). The inverse problem of the simultaneous determination of the right-hand side and the lowest coefficient in parabolic equations with many space variables, Mathematical Notes, vol. 97, no. 3-4, pp. 349–361, 2015.

Kapur, J. N. e Kesavan, H. K. (1992). Entropy Optimization Principles with Applications. Academic Press, Inc..

Keshtkar, M. M. e Amiri, B. (2018) Numerical simulation of radiative–conductive heat transfer in an enclosure with an isotherm obstacle. Heat Transf. Eng. 39(1): 72–83.

Kiani, M. e Yildiz, A.R. (2015). A comparative study of non-traditional methods for vehicle crashworthiness and NVH optimization, Archives of Computational Methods in Engineering, DOI: 10.1007/s11831-015-9155-y (in press).

Kim, J. T; Ryu, Y. S; Cho, H. M; Stubbs, N. (2003). Damage Identification in Beam Type Structures: Frequency Based Method vs Mode-Shape-Based Method. *Engineering Structures*, 25, p. 57-67.

Kolmogorov, A. N. (2006). Contemporary Debates on the Nature of Mathematics. *Problems of Information Transmission*, Vol. 42, No. 4, pp. 379–389.

Kolmogorov, A. N. e Fomin, S. V. (1970). *Introductory Real Analysis*. Ed. Dover Books on Mathematics.

Krejca, M; Janas P; Krejca, V; Kala, Z. e Seitzl, S. (2015). DOProC-Based Reliability Assessment of Steel Structures Exposed to Fatigue. *Perspectives in Science*. DOI: 10.1016/j.pisc.2015.11.037.

Kreyszig, E. e Wiley, J. (2001). “Advanced Engineering Mathematics”. Eighth, 16th. Printing Edition.

Krieg, M; Fläschner, G; Alsteens, D; Gaub, B. M; Roos, W. H; Gijs J. L. Wuite, G. J. L; Gaub, H. E; Gerber, C; Dufrêne, Y. F. e Müller, D. (2018). Atomic force microscopy-based mechanobiology. *Nature Reviews Physics* volume 1, pages 41–57.

Kwong, K-S. e Lin, R-N. (2005). Robust finite element model updating using Taguchi method. *Journal of Sound and Vibration*, 280(1-2), p.77-99.

Lakshmanan, N; Raghuprasad, B. K; Gopalakrishnan, N; Sathishkumar, K. e Murthy, S. G. N. (2010). Detection of contiguous and distributed damage through contours of equal frequency change. *Journal of Sound and Vibration* 329, 1310–1331.

Lazar Kovacevi, Pal Terek, Damir Kakas, Aleksandar Miletic, 2012. “A correlation to describe interfacial heat transfer coefficient during solidification of Al –Si alloy casting”, *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 212, pp.1856 –1861.

Learth, W. J. e Zimmerman, D. C. (1993). Analysis of neural network supervised training with application to structural damage detection. *Proceedings of the 9th Virginia Polytechnic Institute and state university symposium on dynamics and control of large structures*, Blacksburg, VA, p.583-594.

Lee, D.S; Gonzalez, L. F; Périaux, J. e Srinivas, K. (2009). Evolutionary Optimisation Methods with Uncertainty for Modern Multidisciplinary Design in Aeronautical Engineering. *Notes on Num. FluidMech.*, Vol. 100 NNFM100, pp. 271–284.

Lee, J. J; Lee, J. W; Yi, J. H; Yun, C. B. e Jung, H. I. (2005). “Neural networks-based damage detection for bridges considering errors in baseline Finite elements models”.*Journal of Sound and Vibration*, 280, p. 555-578.

Lee, W-S; Ko, Y-H. e Ji, C-C. (2000). A study of an inverse method for the estimation of impulsive heat flux. *Journal of the Franklin Institute* 337, 661-671.

Leissa, A. (1993). *Vibration of Plates* Acoustical Society of America, Washington.

Leme, S. P. L. (2007). Determinação e Propagação de Trincas em Estruturas Aeronáuticas com Reforçadores Utilizando o Método dos Elementos de Contorno Dual e Sensores Piezelétricos. Tese de Doutorado em Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil - Universidade de Brasília.

Leong, W. H; Staszewski, W. J; Lee, B. C. e Scarpa, F. (2005). Structural health monitoring using scanning laser vibrometry: III Lamb waves for fatigue crack detection. *Smart Materials and Structure*, 14, p.1387-1395.

Levy, R. e Mislevy, R. J. (2016) *Bayesian Psychometric Modeling*, ed. Chapman and Hall/CRC, DOI 9781315374604 Pages 492 pages ISBN9781315374604.

Lieven, N. A. J. e Ewins, D. J. (1988). Spatial Correlation of Modes Shapes, the Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC). *In Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference*, p. 690-695.

Lima, Renato. (2013). Análise de algoritmos de culpabilidade na avaliação de erros e violações e sua aplicação na aviação. Dissertação de Mestrado – Programa de Engenharia Mecânica e Aeronáutica – Instituto Tecnológico de Aeronáutica.

Lu, Q; Ren, G. e Zhao, Y. (2002). Multiple Damage Location with Flexibility Curvature and Relative Frequency Change for Beam Structures. *Journal of Sound and Vibration*, 253 (5), p. 1101-1114.

Lucic, P. e Teodorovic, D. (2001). *Bee System: Modeling Combinatorial Optimization Transformation Engineering Problems By Swarm Intelligence*. *In Preprints of the TRISTAN IV Triennial Symposium on Transportation Analysis*, 441-445.

Magluta, C; Gadéa, A. S. M. e Roitman, N. (2004). Identificação de Danos em Plataformas Fixas de Petróleo. *2º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo & Gás*.

Mamat, M; Dauda, M. K; Mohamed, M. A; Waziri, M. Y; Mohamad, F. S. e Abdullah, H. (2018). Derivative free Davidon-Fletcher-Powell (DFP) for solving symmetric systems of nonlinear equations. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering* 332 doi:10.1088/1757-899X/332/1/012030.

Mares, C. e Surace, C. (1996). An application of genetic algorithms to identify damage in elastic structures. *Journal of Sound and Vibration*, 195(2), p. 195-215.

Marin, L. e Lesnic, D. (2003). BEM first-order regularisation method in linear elasticity for boundary identification. *Computational Methods Applied in Mechanical Engineering*. 192 , 2059–2071.

Mendes, R. (2010). A Tomografia Computadorizada de Raios X como Método Não Destrutivo de Análise Volumétrica de Concreto: Estudo de Caso em Testemunho de Concreto da Usina Hidrelétrica Mourão. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciência dos Materiais – Universidade Federal do Paraná.

Mokhtari, A. e Ribeiro, A. (2015). Global convergence of online limited memory BFGS. *The Journal of Machine Learning Research*, 16:3151–3181.

Monard, F; Nickl, R. e Paternain, G. P. (2018). Efficient nonparametric Bayesian inference for XX-ray transforms. *The Annals of Statistics*. Volume 47, Number 2, 1113-1147.

Moreira, F.R; Lobato, F.S; Cavalini Jr. A. A. e Steffen Jr. V. (2016). *Robust Multi-Objective Optimization Applied to Engineering Systems Design*. *Latin American Journal of Solids and Structures*, vol. 13, pp. 1802-1822.

Moslem, K. e Nafaspour, R. (2002). Structural Damage Detection by Genetic Algorithms. *AIAA Journal*, 40 (7), p. 1395- 1401.

Nocedal, Jorge. e Wright, Stephen J. (1999), *Numerical Optimization*, Springer-Verlag, ISBN 0-387-98793-2.

Okada, Y; Shudo, A; Tasaki, A. e Harayama, T. (2005). ‘Can one hear the shape of a drum?’: revisited. *Journal of Physics: Mathematical and General*. 38, L163–L170.

Oliveira, M. A. (2013). Monitoramento de Integridade Estrutural Baseada em Sensores Piezelétricos e Análise de Sinais no Domínio do Tempo. Tese de Doutorado em Pós-graduação em Engenharia Elétrica. Universidade Estadual Paulista, Campos Ilha Solteira – UNESP.

Oliveira, M. A. P; Carmo, M. G. e Souza, A. O. (2015). Colônia de Morcegos: Método de Otimização Meta-Heurístico. *Revista Conexão Eletrônica*. Vol. 12 Número 1

Pandey, A. e Biswas, K. (1994). Damage Detection in Structures Using Changes in Flexibility. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 169, 1, p3-37.

Pandey, A. K. e Biswas, M. (1995). Experimental Verification of Flexibility Difference Method for Locating Damage in Structure. *Journal of Sound and Vibration*, 184(2), p.311-328.

Pandey, A. K; Biswas, M. e Samman, M. N. (1991). Damage Detection from Changes in Curvature Mode Shapes. *Journal of Sound and Vibration*, 145(2), p. 321-332.

Park, H.S. e Kwan, O. B. (2018). Damage detection of building structures under ambient excitation through the analysis of the relationship between the modal participation ratio and story stiffness. *Journal of Sound and Vibration*. Volume 418, Pages 122-143.

Patankar, S. (2018). *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Boca Raton. CRC Press, 214 pages. eBook ISBN9781315275130.

Paz, M. e Leigh, W. E. (2004). "Structural Dynamics: theory and computation". Boston: Kluwer Academic Publishers.

Peng, Z. K; Chu, F. L. (2004). Application of the wavelet transform in machine condition monitoring and fault diagnosis. A review with bibliography. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18, p.199-221.

Pierce, S. G; Worden, K. e Manson, G. (2006). A Novel information-gap technique to assess reability of neural networks-based damage detection. *Journal of Sound and Vibration*, 293, p. 96-111.

Plato, R; Hofmann, B. (2019). A Regularized Variational Inequality Approach for Nonlinear Monotone Ill-Posed Equations. *Journal of Optimization Theory and Applications* April 2019, Volume 182, Issue 2, pp 525–539.

Pospisil, S; Hracov, S; Lahodny, J; Janata, V. e Urushadze, S. (2014). Lifetime prediction of towers with respect to lateral and longitudinal wind load. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 55(2):117-126, 2014.

Pozo, F. e Vidal, Y. (2017) Damage and Fault Detection of Structures Using Principal Component Analysis and Hypothesis Testing. *Advances in Principal Component Analysis* pp 137-191.

Qi, ; Barhost, A; Hashemi, J. e Kamala, G. (1997). Discrete wavelet decomposition of acoustic emission signals from carbon-fiber-reinforced composites. *Composites Science and Technology*, 57(4), p. 389-403.

Rao, M.A; Srinivas, J. e Murthy, B.S.N. (2004). Damage detection in Vibrating bodies using genetic algorithms. *Computers and Structures*, 82, p. 963-968.

Resnick,R; Halliday, D. e Krane, K. S.(1992). *Physics, John Wiley & Sons*, Nova York, 4ª Edição.
Ribeiro, A. A. e Karas, E. W. (2013) *Otimização Contínua: Aspectos teóricos e computacionais*. São Paulo: Cengage Learning.

Roitman, N; Magluta, C. e Oliveira, R. S. (2003). *Structural model adjustment using iterative methods. Materials and Structures* (Online), França, v. 36, n.263, p. 570-577.

Rus, G. e Gallego, R. (2005). Boundary integral equation for inclusion and cavity shape sensitivity in harmonic elastodynamics. *Engineering Analysis with Boundary Elements* 29, 77–91.

Rus, G; Castro, E; Gallego, A; Perez-Aparicio, J. L. e Garcia-Herandez, T. (2004). Detection and location of damage in rods using wavelets of vibration simulated by the NSM and FEM Boller, C. and Staszewki, W. J. (eds), *Proceedings of the second European workshop on Structural Health Monitoring*, Munich, Germany, p.465-473.

Rytter, A. (1993). *Vibration Based Inspection of Civil Engineering*. Ph.D. Thesis, University of Aalborg, Denmark.

Salawu, O. S. (1997). Detection of Structural Damage Through Changes in Frequency: A Review. *Engineering Structures*, 19(9), p. 718-723.

Salawu, O. S. e Willians, C. (1994). Damage Location Using Vibration Mode Shapes. *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference*, p.933-939.

Samarskii, A. A. e Vabishchevich, P. N. (2007). *Numerical Methods for Solving Inverse Problems of Mathematical Physics. Inverse and Ill- Posed Problems Series*. Ed. Walter de Gruyter, Berlin, Germany. 453p.

Sampaio, R. P. C; Maia, N. M. M. e Silva, J. M. M. (1999). Damage detection using the frequency-response-function curvature method. *Journal of Sound and Vibration* 226 (5), p. 1029-1042.

Sanayei, M. e Scamolpi, S. (1991). Structures element stiffness identification from static test data. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*; 117 (EM6).

Sang-Youl, L. e Shi-Chang, W. (2005). “Detection of stiffness identification from static test data”. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*; 117.

Scales J. A. e Gersztenkorn, A. (1988). *Robust methods in inverse problems*. *Inverse Problems*. 4: 1071-1091.

Scales J. A., e Moraes, F. (2000). Local Bayesian Inversion: Theoretical Developments . *International Journal of Geophysics*, 141, 713 – 723.

Serapião, A. B. S. (2009). *Fundamentos de Otimização por Inteligência de Enxames: Uma Visão Geral*.

Silva Neto, A. J. e Neto, F. D. M. (2005). *Problemas Inversos. Conceitos Fundamentais e Aplicações*. Ed. EdUERJ, 172P. Rio de Janeiro. ISBN 85-7511-066-7.

Silva, Ramon Saleno Yure Rubim Costa. (2015). Monitoramento e Identificação Numérico e Experimental de Danos em Vigas e Pontes de Aço e Concreto Utilizando Transformadas de Wavelet. 2015. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil - Universidade de Brasília.

Skrinar, M. (2006). Dynamical analysis of frame type structures with local stiffness reductions by a new finite element based on the dynamic stiffness and mass matrices. *Computational Engineering* V. 4, p 3-12.

Sohn, H. e Farrar, C. H. (2001). Damage diagnosis using time series analysis of vibration signals. *Smart Materials and Structure*. 10, p. 446-451.

Sohn, H; Farrar, C. R; Hermez, F. M; Shunk, D. D; Stinematos, D. W. e Nadler, B. R. (2003). *A review of structural health monitoring literature: 1996-2001*. In Los Alamos National Laboratory – Report, LA-13976-MS.

Staszewsky, W. J. (2002). Intelligent signal processing for damage detection in composite materials. *Composites Science and Technology*, 62, p. 941-950.

Sun, Y; Zhang, X. e Howell, J. R. (2016). Evaluation of three different radiative transfer equation solvers for combined conduction and radiation heat transfer. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf.* 184: 262–273.

Tomaszewska, A. (2010). Influence of statistical errors on damage detection based on structural flexibility and mode shape curvature. *Computers and Structures* 88, 154–164.

Vasileiou, A. N; Vosniakos, G.C; e Pantelis, D.I. (2017). “On the feasibility of determining the Heat Transfer Coefficient in casting simulations by Genetic Algorithms”, *Procedia Manufacturing*, vol.11, pp.509 – 516. <http://dx.doi.org/10.1016/j.promfg.2017.07.144>.

Verho, T; Karppinen, P; Gröschel, A. H; e Ikkala, O. (2018). Imaging Inelastic Fracture Processes in Biomimetic Nanocomposites and Nacre by Laser Speckle for Better Toughness. *Adv. Sci.* 2018, 5, 1700635. *Advanced Science, Nacre-Inspired Nanocomposites.*

Voyiadjis, G.Z. e Panera, P.D. (1991). Composite plate theory with rotatory inertia, transverse shear, and normal stress effects. *Journal of Energy Resources Technology, Transactions of the ASME* Volume 113, Issue 2, Pages 127-132.

Vu-Bac, N; Duong, T; Lahmer, T; Zhuang, X. Sauer, R. B; Park, H. S. e Rabczuk, T. (2018). A NURBS-based inverse analysis for reconstruction of nonlinear deformations of thin shell structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.* Volume 331, 1 Pages 427-455.

Wahab, A. M. M. e De Roeck, G. (1999). Damage Detection in Bridges using Modal Curvatures: Application to a Real Damage Scenario. *Journal of Sound and Vibration*, 226(2), p. 217-235.

Wang, J; Cao, J; Li, B; Lee, S. e Sherratt, S. R. (2015). Bio-inspired ant colony optimization based clustering algorithm with mobile sinks for applications in consumer home automation networks. *Journal of Institute of Electrical and Electronics Engineers - IEEE Transactions on Consumer Electronics* . Volume 61 Issue 4, Pages 438 – 444.

Wang, N. Hu.; Fukunaga, X. H; Yao, Z. H; Zhang, H. X. e Wu, Z. S. (2001). Damage assessment of structures using modal test data. *International Journal of Solids and Structures.* Vol. 38, Issue 18, Pages 3111-3126.

Weaver, W. JR. e Johnston, P. R. (1987). *Structural Dynamics by Finite Elements.* Ed. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall.

Wen, P.H; Hon, Y.C; e Xu, Y. G. (2011). Inverse Heat Conduction Problems by Using Particular Solutions. *Heat Transfer Asian Research*, 40 (2).

Worden, K. e Dulieu-Barton, J. M. (2004). An overview of intelligent fault detection in systems and structures. *Structural health monitoring*, 3(1):82-98.

Worden, K; Shon, H. e Farrar, C. R. (2002). Novelty detection in a changing environment: regression and interpolation approaches. *Journal of Sound and Vibration*, 258 (4), p. 741-761.

Wu, Z-C. (2009). Variational-based finite element method for inverse shape design of heat conduction. *Communications in Numerical Methods in Engineering*; 25:1107–1119.

Xiao, F. (2018). A Hybrid Fuzzy Soft Sets Decision Making Method in Medical Diagnosis. Digital Object Identifier 10.1109/ACCESS.2018.2820099. IEEE Journal, Volume 6.

Yang, X.S. (2010). *A new metaheuristic bat-inspired algorithm. In Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization (NISCO) 2010. Studies in Computational Intelligence, Springer.*

Yarnold, M. e Moon, F. (2015) Temperature-based structural health monitoring baseline for long-span bridges. *Eng Struct*; 86: 157–167.

Ye, X; Zhao, Y. e Quan, Z. (2018). Experimental study on heat dissipation for lithium-ion battery based on micro heat pipe array (MHPA). *Appl Therm Eng.*; 130: 74- 82.

Zang, C. e Imregun, M. (2001). Structural damage detection using artificial neural networks and measured FRF data reduced via principal component projection. *Journal of sound and Vibration*, Volume 242, p. 813-827.

Zang, C; Grafe, H. e Imregun, M. (2001). Frequency domain criteria for correlating and updating dynamic finite element methods. *Mechanical Systems and Signal Processing* 15(1), p. 139-155.

Zhang, A; Liang,S; Gu, Z. e Xiong,S. (2017). “Determination of the interfacial heat transfer coefficient at the metal -sand mold interface in low pressure sand casting” *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol.88, pp.472 –482. <http://dx.doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2017.07.002>

Zhang, J. e Delichatsios, M.A. (2009). Determination of the convective heat transfer coefficient in three-dimensional inverse heat conduction problems. *Fire Safety Journal* 44, 681–690.

ANPÊNDICE

A. Análise de Convergência de Malha

Para análise da convergência da malha foram utilizadas quatro possíveis discretizações em elementos finitos de uma placa de 0,5 m x 0,5 m em 50, 128, 200 e 512 elementos isoparamétricos, respectivamente.

Tabela A.1 – Frequências naturais obtidas (Hz).

| elem/freq | ω_1 | ω_2 | ω_3 |
|-----------|------------|------------|------------|
| 50 | 3,381340 | 14,618851 | 21,114194 |
| 128 | 3,380185 | 14,572500 | 21,081113 |
| 200 | 3,379752 | 14,561131 | 21,072380 |
| 512 | 3,379107 | 14,548402 | 21,062087 |

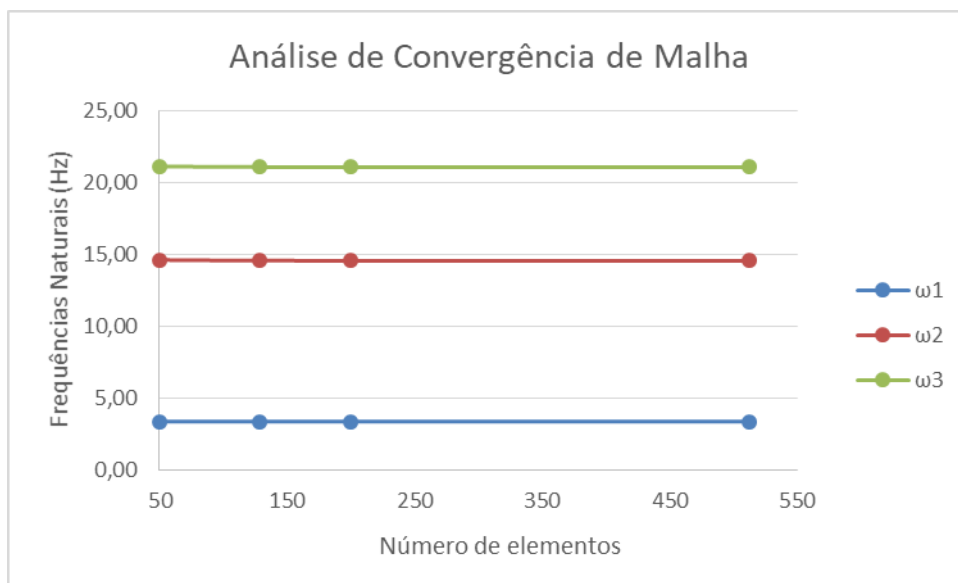


Figura A.1 – Convergência das Frequências Naturais (Hz)

B. Código Fonte – SISNIDE_R.19

```
% Arquivos de Entrada e Saída de Dados
clc;
fprintf('#####\n');
fprintf('#\n');
fprintf('# Sistema Numérico de Identificação de Danos em Estruturas (SISNIDE)\n');
fprintf('#\n');
fprintf('#\n');
fprintf('# * MatLab + ANSYS Parametric Design Language (APDL)\n');
fprintf('# * Algoritmo de Identificação de Danos pelo Método de\n');
fprintf('# Minimização das Funções Resíduo\n');
fprintf('#\n');
fprintf('#\n');
fprintf('#####\n');
fprintf('\n');
fprintf('-----\n');
-----\n');
entrada_dados = input('Digite o nome do arquivo de entrada de dados\n');
('.txt'):\n', 's');
fprintf('\n');
matriz_end = input('Digite o nome do arquivo de entrada da Matriz de\n');
Endereçamento('.txt'):\n', 's');
fprintf('\n');
output_file_matlab = input('Digite o nome do arquivo de saída de dados do\n');
MatLab ('.out'):\n', 's');
fprintf('\n');
fprintf('-----\n');
-----\n');
output_file = 'entrada_ansys.txt'; % Estrutura Intacta

tic; % Início do tempo

% Estrutura Intacta
infile = fopen(entrada_dados, 'r');

[nn, ne, nne, nr, nl, ned, nfn, nalpha, nm, ep, me, nu, gama, type_fob, x, y, z, con, cn, al, ...
med, valpha, vnm, tol, num_l, num_c, search_type, nnm, fcont1, fcont2, C1, C2, C3, ...
includ_rot, nnf, vnf, eldano_randon, tau, ni, mi_x, mi_y] =
input_file(infile, output_file);
fclose(infile);

% Inicialização de Impressão dos Dados de Saída
output(vnm, output_file_matlab)

% Matriz de Endereçamento
```

```

matrix_adress = importdata(matriz_end);

clc;

% Execução do Programa ANSYS Versão 18.2
!"C:\Program Files\ANSYS Student\v182\ansys\bin\winx64\ansys182.exe" -b -i
entrada_ansys.txt -o saida_ansys.txt;

% Importação das Frequencias Naturais
Freq0 = round(importdata('freqnatural.txt'),10);
Disp0 = round(importdata('deslocamentos.txt'),10);
%Freq0 = importdata('freqnatural.txt');
%Disp0 = importdata('deslocamentos.txt');
delete('freqnatural.txt','deslocamentos.txt');

% Estrutura com Dano Real
output_file_damage = 'entrada_ansys_damage.txt'; % Estrutura com Dano
input_file_damage(nn,ne,nr,nl,ned,ep,me,nu,gama,x,y,z,con,cn,al,med,output_fil
e_damage);

% Execução do Programa ANSYS Versão 11
!"C:\Program Files\ANSYS Student\v182\ansys\bin\winx64\ansys182.exe" -b -i
entrada_ansys_damage.txt -o saida_ansys_damage.txt;

% Importação das Frequencias Naturais
FreqR = round(importdata('freqnatural_damage.txt'),10);
DispR = round(importdata('deslocamentos_damage.txt'),10);
%FreqR = importdata('freqnatural_damage.txt');
%DispR = importdata('deslocamentos_damage.txt');
delete('freqnatural_damage.txt','deslocamentos_damage.txt');

% Contaminação das Frequencias e Deslocamentos
[FreqR,DispR,max_cont_W,min_cont_W,max_cont_Uz,min_cont_Uz,max_cont_ThetaX,...
min_cont_ThetaX,max_cont_ThetaY,min_cont_ThetaY] =
func_contam(FreqR,DispR,nfn,fcont1,fcont2);

% Estrutura com Dano Real
resid_0(ne) = 0.0d0;
resid_nodal_0(nnm) = 0.0d0;

if search_type == 5
    bat_MPB_iter = 0;
    mat_nresid_bat_alpha(nm,nalpha) = 0d0;
end

if type_fob == 1
    [resid_0] = func01(resid_0,Disp0,DispR,Freq0,FreqR,ne,con,includ_rot);
    [resid_nodal_0] =
func01_nodal(resid_nodal_0,Disp0,DispR,Freq0,FreqR,nnm,vnm,includ_rot);
elseif type_fob == 2
    [resid_0] = func02(resid_0,Disp0,DispR,Freq0,FreqR,ne,con,includ_rot);
    [resid_nodal_0] =
func02_nodal(resid_nodal_0,Disp0,DispR,Freq0,FreqR,nnm,vnm,includ_rot);
elseif type_fob == 3

```

```

    [resid_0] = func03(resid_0,Disp0,DispR,Freq0,FreqR,ne,con,includ_rot);
    [resid_nodal_0] =
func03_nodal(resid_nodal_0,Disp0,DispR,Freq0,FreqR,nnm,vnm,includ_rot);
elseif type_fob == 4
    [resid_0] = func04(resid_0,Disp0,DispR,Freq0,FreqR,ne,con,includ_rot);
    [resid_nodal_0] =
func04_nodal(resid_nodal_0,Disp0,DispR,Freq0,FreqR,nnm,vnm,includ_rot);
elseif type_fob == 5
    [resid_0] = func05(resid_0,Disp0,DispR,Freq0,FreqR,ne,con,includ_rot);
    [resid_nodal_0] =
func05_nodal(resid_nodal_0,Disp0,DispR,Freq0,FreqR,nnm,vnm,includ_rot);
elseif type_fob == 6
    [resid_0] = func06(resid_0,Disp0,DispR,Freq0,FreqR,ne,con,includ_rot);
    [resid_nodal_0] =
func06_nodal(resid_nodal_0,Disp0,DispR,Freq0,FreqR,nnm,vnm,includ_rot);
end

% Estrutura com Dano Simulado
nresid(ne) = 0.0d0;
resid_n(ne) = 0.0d0;
resid_nodal_n(nnm) = 0.0d0;
nresid_nodal(nnm) = 0.0d0;

[nresid] = norm_resid(nresid,resid_0,resid_n,ne); % Cálculo do vetor norma dos
resíduos
[nresid_nodal] = norm_resid(nresid_nodal,resid_nodal_0,resid_nodal_n,nnm); %
Cálculo do vetor norma dos resíduos dos nós de monitoramento
vec_nresid_nodal = nresid_nodal;

if search_type == 5
    [bat_eldano] = damage_randon(nm,ne);
    mat_bat_eldano(:,1) = bat_eldano;
    mat_alpha_bat_min(1:nm,1) = 0;
    mat_nresid_bat_min(1:nm,1) = 0;
else
    if eldano_randon == 0
        eldano = 1; % Elemento com Dano Simulado
    else
        rand_el = randperm(ne);
        eldano = rand_el(1); % Elemento com Dano Simulado
    end
end

if search_type == 3
    eldano_global = eldano;
end

mi_alpha(nalpha) = 0;
mi_alpha_old(nalpha) = 0;
ni_alpha(nalpha) = 0;
ni_alpha_old(nalpha) = 0;
vgrad_alpha(2,nalpha) = 0;
vgrad_alpha_old(2,nalpha) = 0;

```

```

hlm_alpha_old(2,nalpha) = 0;
h_alpha_old(2,2,nalpha) = 0;
p_alpha_old(2,nalpha) = 0;
h_alpha(2,2,nalpha) = 0;
g0_alpha(2,nalpha) = 0;
h0_alpha(nalpha) = 0;
p_alpha(2,nalpha) = 0;

vresid(nalpha)= 0;
vk(nalpha) = 0;
v_punish(ne) = 0;
v_dFdx(nalpha) = 0;
v_dFdy(nalpha) = 0;

det_HF_alpha(nalpha) = 0;

norm_resid_damage = nresid(med(1,1));
alpha_dano = 0;
it_cont = 0;

if search_type == 3 || search_type == 4 || search_type == 6 || search_type ==
7
    nresid_old = nresid;
    if eldano == ne
        elando_old = 1;
    else
        eldano_old = eldano+1;
    end
    FreqOld = FreqR;
    DispOld = DispR;
end

while vec_nresid_nodal > tol

    it_cont = it_cont + 1; % Contador de Iterações

    if search_type == 5
        fprintf('Iteração: %4d\n',it_cont);
        fprintf('Elementos com Danos:');
        fprintf('%4d',bat_eldano);
    else
        fprintf('Iteração: %4d Elemento com Dano: %4d\n',it_cont,eldano);
        v_punish(it_cont) = eldano;
        v_eldano_simulated(it_cont) = eldano;
    end

    if search_type == 3
        v_eldano_simulated_global(it_cont) = eldano_global;
    end

    for j_alpha = 1:nalpha

        alpha = valpha(j_alpha);

```

```

output_file_simulated = 'entrada_ansys_simulated.txt'; % Estrutura com
Dano Simulado

if search_type == 5
    for i = 1:nm

        eldano = bat_eldano(i);

input_file_simulated(nn,ne,nr,nl,ep,me,nu,gama,x,y,z,con,cn,al,eldano,output_f
ile_simulated,alpha);

        % Execução do Programa ANSYS Versão 11
        !"C:\Program Files\ANSYS
Student\v182\ansys\bin\winx64\ansys182.exe" -b -i entrada_ansys_simulated.txt
-o saida_ansys_simulated.txt;

        % Importação das Frequencias Naturais
        FreqS = round(importdata('freqnatural_simulated.txt'),10);
        DispS = round(importdata('deslocamentos_simulated.txt'),10);
        %FreqS = importdata('freqnatural_simulated.txt');
        %DispS = importdata('deslocamentos_simulated.txt');

delete('freqnatural_simulated.txt','deslocamentos_simulated.txt','entrada_ansy
s_simulated.txt');
        FreqS_bat(:, :, i) = FreqS;
        DispS_bat(:, :, i) = DispS;
    end
else

input_file_simulated(nn,ne,nr,nl,ep,me,nu,gama,x,y,z,con,cn,al,eldano,output_f
ile_simulated,alpha);

        % Execução do Programa ANSYS Versão 11
        !"C:\Program Files\ANSYS
Student\v182\ansys\bin\winx64\ansys182.exe" -b -i entrada_ansys_simulated.txt
-o saida_ansys_simulated.txt;

        % Importação das Frequencias Naturais
        FreqS = round(importdata('freqnatural_simulated.txt'),10);
        DispS = round(importdata('deslocamentos_simulated.txt'),10);
        %FreqS = importdata('freqnatural_simulated.txt');
        %DispS = importdata('deslocamentos_simulated.txt');

delete('freqnatural_simulated.txt','deslocamentos_simulated.txt','entrada_ansy
s_simulated.txt');
    end

    resid_n(ne) = 0.0d0;
    resid_nodal_n(nnm) = 0.0d0;
    if search_type == 5
        resid_n_bat(ne,nm) = 0.0d0;
        resid_nodal_n_bat(nnm,nm) = 0.0d0;
    end
end

```

```

    if type_fob == 1
        if search_type == 5
            for i = 1:nm
                FreqS = FreqS_bat(:, :, i);
                DispS = DispS_bat(:, :, i);
                [resid_n] =
func01(resid_n, Disp0, DispS, Freq0, FreqS, ne, con, includ_rot);
                [resid_nodal_n] =
func01_nodal(resid_nodal_n, Disp0, DispS, Freq0, FreqS, nnm, vnm, includ_rot);
                resid_n_bat(:, i) = resid_n;
                resid_nodal_n_bat(:, i) = resid_nodal_n;
                resid_n = 0.0d0;
                resid_nodal_n = 0.0d0;
                FreqS = 0;
                DispS = 0;
            end
        else
            [resid_n] =
func01(resid_n, Disp0, DispS, Freq0, FreqS, ne, con, includ_rot);
            [resid_nodal_n] =
func01_nodal(resid_nodal_n, Disp0, DispS, Freq0, FreqS, nnm, vnm, includ_rot);
        end
    elseif type_fob == 2

        if search_type == 5
            for i = 1:nm
                FreqS = FreqS_bat(:, :, i);
                DispS = DispS_bat(:, :, i);
                [resid_n] =
func02(resid_n, Disp0, DispS, Freq0, FreqS, ne, con, includ_rot);
                [resid_nodal_n] =
func02_nodal(resid_nodal_n, Disp0, DispS, Freq0, FreqS, nnm, vnm, includ_rot);
                resid_n_bat(:, i) = resid_n;
                resid_nodal_n_bat(:, i) = resid_nodal_n;
                resid_n = 0.0d0;
                resid_nodal_n = 0.0d0;
                FreqS = 0;
                DispS = 0;
            end
        else
            [resid_n] =
func02(resid_n, Disp0, DispS, Freq0, FreqS, ne, con, includ_rot);
            [resid_nodal_n] =
func02_nodal(resid_nodal_n, Disp0, DispS, Freq0, FreqS, nnm, vnm, includ_rot);
        end
    elseif type_fob == 3

        if search_type == 5
            for i = 1:nm
                FreqS = FreqS_bat(:, :, i);
                DispS = DispS_bat(:, :, i);
                [resid_n] =
func03(resid_n, Disp0, DispS, Freq0, FreqS, ne, con, includ_rot);

```

```

        [resid_nodal_n] =
func03_nodal(resid_nodal_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,nm,vnm,includ_rot);
        resid_n_bat(:,i) = resid_n;
        resid_nodal_n_bat(:,i) = resid_nodal_n;
        resid_n = 0.0d0;
        resid_nodal_n = 0.0d0;
        FreqS = 0;
        DispS = 0;
    end
else
    [resid_n] =
func03(resid_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,ne,con,includ_rot);
    [resid_nodal_n] =
func03_nodal(resid_nodal_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,nm,vnm,includ_rot);
end

elseif type_fob == 4

    if search_type == 5
        for i = 1:nm
            FreqS = FreqS_bat(:, :, i);
            DispS = DispS_bat(:, :, i);
            [resid_n] =
func04(resid_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,ne,con,includ_rot);
            [resid_nodal_n] =
func04_nodal(resid_nodal_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,nm,vnm,includ_rot);
            resid_n_bat(:,i) = resid_n;
            resid_nodal_n_bat(:,i) = resid_nodal_n;
            resid_n = 0.0d0;
            resid_nodal_n = 0.0d0;
            FreqS = 0;
            DispS = 0;
        end
    else
        [resid_n] =
func04(resid_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,ne,con,includ_rot);
        [resid_nodal_n] =
func04_nodal(resid_nodal_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,nm,vnm,includ_rot);
    end

elseif type_fob == 5

    if search_type == 5
        for i = 1:nm
            FreqS = FreqS_bat(:, :, i);
            DispS = DispS_bat(:, :, i);
            [resid_n] =
func05(resid_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,ne,con,includ_rot);
            [resid_nodal_n] =
func05_nodal(resid_nodal_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,nm,vnm,includ_rot);
            resid_n_bat(:,i) = resid_n;
            resid_nodal_n_bat(:,i) = resid_nodal_n;
            resid_n = 0.0d0;
            resid_nodal_n = 0.0d0;
            FreqS = 0;

```



```

        DispS = 0;
    end
    else
        [resid_n] =
func05(resid_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,ne,con,includ_rot);
        [resid_nodal_n] =
func05_nodal(resid_nodal_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,nnm,vnm,includ_rot);
    end

    elseif type_fob == 6

        if search_type == 5
            for i = 1:nm
                FreqS = FreqS_bat(:, :, i);
                DispS = DispS_bat(:, :, i);
                [resid_n] =
func06(resid_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,ne,con,includ_rot);
                [resid_nodal_n] =
func06_nodal(resid_nodal_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,nnm,vnm,includ_rot);
                resid_n_bat(:, i) = resid_n;
                resid_nodal_n_bat(:, i) = resid_nodal_n;
                resid_n = 0.0d0;
                resid_nodal_n = 0.0d0;
                FreqS = 0;
                DispS = 0;
            end
        else
            [resid_n] =
func06(resid_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,ne,con,includ_rot);
            [resid_nodal_n] =
func06_nodal(resid_nodal_n,Disp0,DispS,Freq0,FreqS,nnm,vnm,includ_rot);
        end
    end

    if search_type == 5
        for i = 1:nm
            nresid(ne) = 0.0d0;
            resid_n = resid_n_bat(:, i);
            [nresid] = norm_resid(nresid,resid_0,resid_n,ne); %
Cálculo do vetor norma dos resíduos
            nresid_bat(:, i) = nresid;
        end
    else
        nresid(ne) = 0.0d0;
        [nresid] = norm_resid(nresid,resid_0,resid_n,ne); % Cálculo do
vetor norma dos resíduos
    end
    %stop;

    % Resíduo Mínimo Global - Função Gradiente
    if search_type == 3 || search_type == 4 || search_type == 6 ||
search_type == 7
        resid_min2 = 1.0e+1000;
        for i = 1:ne

```

```

        if nresid(i) < resid_min2
            resid_min2 = nresid(i);
            k2 = i;
        end
    end
    vresid2(j_alpha) = resid_min2;
    vk2(j_alpha) = k2;
end

if search_type == 5
    for i = 1:nm
        nresid_nodal(nnm) = 0.0d0;
        resid_nodal_n = resid_nodal_n_bat(:,i);
        [nresid_nodal] =
norm_resid(nresid_nodal,resid_nodal_0,resid_nodal_n,nnm); % Cálculo do vetor
norma dos resíduos dos nós de monitoramento
        tensor_nresid_nodal_bat(:,j_alpha,i) = nresid_nodal;
    end
else
    nresid_nodal(nnm) = 0.0d0;
    [nresid_nodal] =
norm_resid(nresid_nodal,resid_nodal_0,resid_nodal_n,nnm); % Cálculo do vetor
norma dos resíduos dos nós de monitoramento
    mat_nresid_nodal(:,j_alpha) = nresid_nodal;
end
%stop;

if search_type == 1
    [vresid,vk] =
search_ortho(j_alpha,ne,num_l,num_c,it_cont,eldano,...
matrix_adress,nresid,v_punish,vresid,vk);
elseif search_type == 2
    [vresid,vk] =
search_multi_direction(j_alpha,ne,nresid,v_punish,...
vresid,vk,it_cont);
elseif search_type == 3
    [vresid,vk,v_dFdx,v_dFdy] =
search_gradient(j_alpha,ne,con,nresid,nresid_old,...

eldano,eldano_old,FreqS,FreqOld,DispS,DispOld,x,y,v_punish,v_dFdx,v_dFdy,...
vresid,vk,it_cont);
elseif search_type == 4
    [g0_alpha,h0_alpha,mi_alpha,ni_alpha,vgrad_alpha] =
pre_search_LM(j_alpha,ne,con,nresid,nresid_old,...

eldano,eldano_old,FreqS,FreqOld,DispS,DispOld,x,y,it_cont,ni,tau,mi_alpha,ni_a
lpha,...

vgrad_alpha,hlm_alpha_old,vgrad_alpha_old,mi_alpha_old,ni_alpha_old,g0_alpha,h
0_alpha);
elseif search_type == 5
    [mat_nresid_bat_alpha] =
pre_search_bat_colony(j_alpha,nresid_bat,ne,nm,...
bat_eldano,mat_nresid_bat_alpha);
elseif search_type == 6 || search_type == 7

```

```

        [h_alpha,vgrad_alpha,det_HF_alpha] =
pre_search_BFGS_DFP(j_alpha,ne,con,nresid,nresid_old,eldano,eldano_old,...

FreqS,FreqOld,DispS,DispOld,x,y,it_cont,vgrad_alpha,vgrad_alpha_old,search_type,
h_alpha,h_alpha_old,p_alpha_old,det_HF_alpha);
    end
end

    if search_type == 3 || search_type == 4 || search_type == 6 || search_type
== 7
        % Armazenamento - Variáveis do Passo Anterior
        nresid_old = nresid;
        eldano_old = eldano;
        FreqOld = FreqS;
        DispOld = DispS;
    end

    if search_type == 5
        % Busca Colônia de Morcegos

[mat_nresid_bat_min,mat_alpha_bat_min,vec_min_alpha_bat,vec_MPI,vec_bat_MPI,MP
B,...

bat_MPB,bat_alpha_MPB,Sx,Sy,Sz,vec_bat_coordx,vec_bat_coordy,vec_bat_coordz,..
.

bat_eldano,mat_bat_eldano,resid_aux,el_aux,bat_alpha_MPB_iter,bat_MPB_iter,alp
ha_aux] = search_bat_colony(nm,mat_nresid_bat_alpha,...

nalpaha,valpaha,mat_bat_eldano,bat_eldano,con,x,y,z,C1,C2,C3,it_cont,ne,mat_alph
a_bat_min,mat_nresid_bat_min);

        elseif search_type == 4
            % Busca Levenberg-Marquardt
            [hlm_alpha,x_new,y_new,alpha_aux] =
hlm_position(g0_alpha,h0_alpha,mi_alpha,vresid2,ne,con,eldano,x,y,nalpaha);
            mat_position(it_cont,1) = x_new;
            mat_position(it_cont,2) = y_new;
            mi_alpha_old = mi_alpha;
            ni_alpha_old = ni_alpha;
            vgrad_alpha_old = vgrad_alpha;
            hlm_alpha_old = hlm_alpha;
            [eldano_new,indic] =
eldano_new_position(v_punish,x_new,y_new,ne,x,y,con);
            vec_indic(it_cont) = indic;
            elseif search_type == 6 || search_type == 7
                [p_alpha,x_new,y_new,alpha_aux] =
d_position_teste(h_alpha,vresid2,ne,con,eldano,x,y,nalpaha,vgrad_alpha,mi_x,mi_
y,p_alpha);
                mat_position(it_cont,1) = x_new;
                mat_position(it_cont,2) = y_new;
                vgrad_alpha_old = vgrad_alpha;
                h_alpha_old = h_alpha;
                p_alpha_old = p_alpha;

```

```

        [eldano_new,indic] =
eldano_new_position(v_punish,x_new,y_new,ne,x,y,con);
vec_indic(it_cont) = indic;
det_h_alpha(it_cont) = det(h_alpha(:, :, alpha_aux));
det_HESS(it_cont) = det_HF_alpha(alpha_aux);
else
    % Posicionamento do Dano Simulado
    resid_el = 1.0e+100;
    for j = 1:nalpha
        if vresid(j) < resid_el
            resid_el = vresid(j);
            el_aux = j;
        end
    end

    if search_type == 3
        resid_el2 = 1.0e+100;
        for j = 1:nalpha
            if vresid2(j) < resid_el2
                resid_el2 = vresid2(j);
                el_aux2 = j;
            end
        end
    end
end

end

if search_type == 5
    vec_nresid_nodal = tensor_nresid_nodal_bat(:,alpha_aux,el_aux);
vbat_MPB_iter(it_cont)= bat_MPB_iter;
valpha_bat_MPB_iter(it_cont)= bat_alpha_MPB_iter;
vbat_MPB(it_cont)= bat_MPB;
valpha_bat_MPB(it_cont)= bat_alpha_MPB;

elseif search_type == 4 || search_type == 6 || search_type == 7
    eldano = eldano_new;
    vec_nresid_nodal = mat_nresid_nodal(1:nnm,alpha_aux);
    alpha_dano = valpha(alpha_aux);
    valpha_dano(it_cont) = alpha_dano;
else
    eldano = vk(el_aux);
    v_dFdx_dano(it_cont) = v_dFdx(el_aux);
    v_dFdy_dano(it_cont) = v_dFdy(el_aux);
    vec_nresid_nodal = mat_nresid_nodal(1:nnm,el_aux);
    alpha_dano = valpha(el_aux);
    valpha_dano(it_cont) = alpha_dano;
end

if search_type == 3
    eldano_global = vk2(el_aux2);
end

if search_type == 5

```

```

        if it_cont == (ne/nm)-1
            if vec_nresid_nodal > tol
                vec_nresid_nodal(nnm) = tol/1.0e+100;
            end
        end
    else
        if it_cont == ne
            if vec_nresid_nodal > tol
                vec_nresid_nodal(nnm) = tol/1.0e+100;
            end
        end
    end
end

output1(it_cont,vec_nresid_nodal,output_file_matlab);
clc;
end

toc %Fim do tempo

% Impressão do Resultados de Saída

if it_cont == 0
    fprintf('Erro: Corrigir a Tolerância\n');
    stop;
end

if search_type == 3

output3(it_cont,v_eldano_simulated,v_eldano_simulated_global,valpha_dano,...
        v_dFdx_dano,v_dFdy_dano,output_file_matlab,max_cont_W,min_cont_W,...

max_cont_Uz,min_cont_Uz,max_cont_ThetaX,min_cont_ThetaX,max_cont_ThetaY,...
        min_cont_ThetaY,con,x,y);
elseif search_type == 5

output4(it_cont,vbat_MPB_iter,valpha_bat_MPB_iter,vbat_MPB,valpha_bat_MPB,...
        output_file_matlab,max_cont_W,min_cont_W,max_cont_Uz,min_cont_Uz,...
        max_cont_ThetaX,min_cont_ThetaX,max_cont_ThetaY,min_cont_ThetaY);
elseif search_type == 4

output5(it_cont,v_eldano_simulated,valpha_dano,output_file_matlab,max_cont_W,..
..
        min_cont_W,max_cont_Uz,min_cont_Uz,max_cont_ThetaX,min_cont_ThetaX,...
        max_cont_ThetaY,min_cont_ThetaY,con,x,y,vec_indic);
elseif search_type == 6 || search_type == 7

output6(it_cont,v_eldano_simulated,valpha_dano,output_file_matlab,max_cont_W,..
..
        min_cont_W,max_cont_Uz,min_cont_Uz,max_cont_ThetaX,min_cont_ThetaX,...

max_cont_ThetaY,min_cont_ThetaY,con,x,y,vec_indic,det_h_alpha,det_HESS);
else

output2(it_cont,v_eldano_simulated,valpha_dano,output_file_matlab,max_cont_W,..
...

```

```
min_cont_W,max_cont_Uz,min_cont_Uz,max_cont_ThetaX,min_cont_ThetaX,...  
max_cont_ThetaY,min_cont_ThetaY,con,x,y);
```

end

C. Código Fonte – Subrotina Calibra_erro

```
%PROGRAMA PARA CALIBRAÇÃO DO ERRO ALEATÓRIO COM DISTRIBUIÇÃO NORMAL
arquivo = fopen('erro_aleatorio.txt');
vdados = fscanf(arquivo, '%*s %f\n');
x=normrnd(0,1,vdados(1),1)*vdados(2);
maximo = max(x);
minimo = min(x);
hist(x);
fprintf('erro_maximo,%1.5f\n',maximo);
fprintf('erro_minimo,%1.5f\n',minimo);
```

D. Código Fonte – Subrotina func_contain

```
function [FreqR,DispR,max_cont_W,min_cont_W,max_cont_Uz,min_cont_Uz,...
    max_cont_ThetaX,min_cont_ThetaX,max_cont_ThetaY,min_cont_ThetaY] =
func_contam(FreqR,DispR,nfn,fcont1,fcont2)

if fcont1 ~= 0
    vcont1 = normrnd(0,1,nfn,1)*fcont1;
    v_unit(1:nfn,1) = 1;
    vcont1 = vcont1+v_unit;
    FreqR = vcont1'.*FreqR;
    max_cont_W = max(vcont1);
    min_cont_W = min(vcont1);
else
    max_cont_W = 0;
    min_cont_W = 0;
end

if fcont2 ~= 0
    dim = size(DispR);
    mcont2 = normrnd(0,1,dim(1,1),3)*fcont2;
    m_unit(1:dim(1,1),1:3) = 1;
    mcont2 = mcont2+m_unit;
    DispR = mcont2.*DispR;
    max_cont_Uz = max(mcont2(:,1));
    min_cont_Uz = min(mcont2(:,1));
    max_cont_ThetaX = max(mcont2(:,2));
    min_cont_ThetaX = min(mcont2(:,2));
    max_cont_ThetaY = max(mcont2(:,3));
    min_cont_ThetaY = min(mcont2(:,3));
else
    max_cont_Uz = 0;
    min_cont_Uz = 0;
    max_cont_ThetaX = 0;
    min_cont_ThetaX = 0;
    max_cont_ThetaY = 0;
    min_cont_ThetaY = 0;
end
```


E. Código Fonte – Subrotina gaussmix

```
%function [erro_normal] = gaussmix(n,m1,s1,fator_perc)
n = 1200;
fator_perc = 0.10;
erro_dist = fator_perc*rand(n,1);
med = mean(erro_dist);
desv = std(erro_dist);
vec_norm_normal = randn(n,1)/norm(randn(n,1));
erro_normal = med + desv*randn(n,1);
erro_max = max(erro_normal);
erro_min = min(erro_normal);
hist(erro_normal);

x=normrnd(0,1,2000,1)*0.01;maximo = max(x);minimo = min(x);hist(x);
```

F. Modelo de Input – Exemplo 01

Número_de_Nós: 121
Número_de_Elementos: 100
Número_de_Nós_em_Cada_Elemento: 4
Número_de_Nós_com_Restrições: 11
Número_de_Carregamentos_Nodais: 2
Número_de_Elementos_com_Danos: 1
Número_de_Frequencias_Naturais: 3
Número_de_Fatores_de_Redução: 5
Número_de_Nós_Monitorados: 11
Número_de_Morcegos: 3
Constante_de_Inércia_do_Morcego_C1: 0.5
Constante_de_Experiência_do_Morcego_C2: 0.5
Constante_de_Experiência_em_Bando_C3: 0.5
Inclusão_das_rotações_nas_funções_objeto: 1
Fator_de_Contaminação_W: 0.00
Fator_de_Contaminação_Uz_e_Theta: 0.00
Espessura_dos_Elementos_de_Placa: 0.05
Modulo_de_Elasticidade: 2.05E+08
Coeficiente_de_Poisson: 0.3
Densidade: 77
Tolerância_da_Análise: 1e-12
Número_de_Nós_de_Fronteira: 0
Parâmetro_Tau(Levenberg-Marquardt): 1e-03
Parâmetro_Ni(Levenberg-Marquardt): 1.6
Parâmetro_Mi_x(BFGS_e_DFP): 0.1
Parâmetro_Mi_y(BFGS_e_DFP): 0.1

Dano_Inicial_Aleatória(0-não;1-sim): 0

Número_de_linhas_da_Matriz_de_Endereçamento: 10

Número_de_Colunas_da_Matriz_de_Endereçamento: 10

Tipo_de_Busca: 4

1_-_Busca_Ortogonal

2_-_Busca_Multidirecional

3_-_Busca_Gradiente

4_-_Busca_Levenberg-Marquardt

5_-_Busca_Colônia_de_Morcegos

6_-_Busca_Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno

7_-_Busca_Davidon-Fletcher-Powell

Função_Objeto: 1

1_-_Função_01

2_-_Função_02

3_-_Função_03

4_-_Função_04

5_-_Função_05

6_-_Função_06

Coordenadas_Nodais:

| x | y | z |
|------|------|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0.05 | 0 | 0 |
| 0.1 | 0 | 0 |
| 0.15 | 0 | 0 |
| 0.2 | 0 | 0 |
| 0.25 | 0 | 0 |
| 0.3 | 0 | 0 |
| 0.35 | 0 | 0 |
| 0.4 | 0 | 0 |
| 0.45 | 0 | 0 |
| 0.5 | 0 | 0 |
| 0 | 0.05 | 0 |
| 0.05 | 0.05 | 0 |
| 0.1 | 0.05 | 0 |
| 0.15 | 0.05 | 0 |
| 0.2 | 0.05 | 0 |
| 0.25 | 0.05 | 0 |
| 0.3 | 0.05 | 0 |
| 0.35 | 0.05 | 0 |

| | | |
|------|------|---|
| 0.4 | 0.05 | 0 |
| 0.45 | 0.05 | 0 |
| 0.5 | 0.05 | 0 |
| 0 | 0.1 | 0 |
| 0.05 | 0.1 | 0 |
| 0.1 | 0.1 | 0 |
| 0.15 | 0.1 | 0 |
| 0.2 | 0.1 | 0 |
| 0.25 | 0.1 | 0 |
| 0.3 | 0.1 | 0 |
| 0.35 | 0.1 | 0 |
| 0.4 | 0.1 | 0 |
| 0.45 | 0.1 | 0 |
| 0.5 | 0.1 | 0 |
| 0 | 0.15 | 0 |
| 0.05 | 0.15 | 0 |
| 0.1 | 0.15 | 0 |
| 0.15 | 0.15 | 0 |
| 0.2 | 0.15 | 0 |
| 0.25 | 0.15 | 0 |
| 0.3 | 0.15 | 0 |
| 0.35 | 0.15 | 0 |
| 0.4 | 0.15 | 0 |
| 0.45 | 0.15 | 0 |
| 0.5 | 0.15 | 0 |
| 0 | 0.2 | 0 |
| 0.05 | 0.2 | 0 |
| 0.1 | 0.2 | 0 |
| 0.15 | 0.2 | 0 |
| 0.2 | 0.2 | 0 |
| 0.25 | 0.2 | 0 |
| 0.3 | 0.2 | 0 |
| 0.35 | 0.2 | 0 |
| 0.4 | 0.2 | 0 |
| 0.45 | 0.2 | 0 |
| 0.5 | 0.2 | 0 |
| 0 | 0.25 | 0 |
| 0.05 | 0.25 | 0 |
| 0.1 | 0.25 | 0 |
| 0.15 | 0.25 | 0 |
| 0.2 | 0.25 | 0 |
| 0.25 | 0.25 | 0 |
| 0.3 | 0.25 | 0 |
| 0.35 | 0.25 | 0 |
| 0.4 | 0.25 | 0 |
| 0.45 | 0.25 | 0 |

| | | |
|------|------|---|
| 0.5 | 0.25 | 0 |
| 0 | 0.3 | 0 |
| 0.05 | 0.3 | 0 |
| 0.1 | 0.3 | 0 |
| 0.15 | 0.3 | 0 |
| 0.2 | 0.3 | 0 |
| 0.25 | 0.3 | 0 |
| 0.3 | 0.3 | 0 |
| 0.35 | 0.3 | 0 |
| 0.4 | 0.3 | 0 |
| 0.45 | 0.3 | 0 |
| 0.5 | 0.3 | 0 |
| 0 | 0.35 | 0 |
| 0.05 | 0.35 | 0 |
| 0.1 | 0.35 | 0 |
| 0.15 | 0.35 | 0 |
| 0.2 | 0.35 | 0 |
| 0.25 | 0.35 | 0 |
| 0.3 | 0.35 | 0 |
| 0.35 | 0.35 | 0 |
| 0.4 | 0.35 | 0 |
| 0.45 | 0.35 | 0 |
| 0.5 | 0.35 | 0 |
| 0 | 0.4 | 0 |
| 0.05 | 0.4 | 0 |
| 0.1 | 0.4 | 0 |
| 0.15 | 0.4 | 0 |
| 0.2 | 0.4 | 0 |
| 0.25 | 0.4 | 0 |
| 0.3 | 0.4 | 0 |
| 0.35 | 0.4 | 0 |
| 0.4 | 0.4 | 0 |
| 0.45 | 0.4 | 0 |
| 0.5 | 0.4 | 0 |
| 0 | 0.45 | 0 |
| 0.05 | 0.45 | 0 |
| 0.1 | 0.45 | 0 |
| 0.15 | 0.45 | 0 |
| 0.2 | 0.45 | 0 |
| 0.25 | 0.45 | 0 |
| 0.3 | 0.45 | 0 |
| 0.35 | 0.45 | 0 |
| 0.4 | 0.45 | 0 |
| 0.45 | 0.45 | 0 |
| 0.5 | 0.45 | 0 |
| 0 | 0.5 | 0 |

| | | |
|------|-----|---|
| 0.05 | 0.5 | 0 |
| 0.1 | 0.5 | 0 |
| 0.15 | 0.5 | 0 |
| 0.2 | 0.5 | 0 |
| 0.25 | 0.5 | 0 |
| 0.3 | 0.5 | 0 |
| 0.35 | 0.5 | 0 |
| 0.4 | 0.5 | 0 |
| 0.45 | 0.5 | 0 |
| 0.5 | 0.5 | 0 |

Conectividade_dos_Elementos:

| nó_i | nó_j | nó_m | nó_n |
|------|------|------|------|
| 1 | 2 | 13 | 12 |
| 2 | 3 | 14 | 13 |
| 3 | 4 | 15 | 14 |
| 4 | 5 | 16 | 15 |
| 5 | 6 | 17 | 16 |
| 6 | 7 | 18 | 17 |
| 7 | 8 | 19 | 18 |
| 8 | 9 | 20 | 19 |
| 9 | 10 | 21 | 20 |
| 10 | 11 | 22 | 21 |
| 12 | 13 | 24 | 23 |
| 13 | 14 | 25 | 24 |
| 14 | 15 | 26 | 25 |
| 15 | 16 | 27 | 26 |
| 16 | 17 | 28 | 27 |
| 17 | 18 | 29 | 28 |
| 18 | 19 | 30 | 29 |
| 19 | 20 | 31 | 30 |
| 20 | 21 | 32 | 31 |
| 21 | 22 | 33 | 32 |
| 23 | 24 | 35 | 34 |
| 24 | 25 | 36 | 35 |
| 25 | 26 | 37 | 36 |
| 26 | 27 | 38 | 37 |
| 27 | 28 | 39 | 38 |
| 28 | 29 | 40 | 39 |
| 29 | 30 | 41 | 40 |
| 30 | 31 | 42 | 41 |
| 31 | 32 | 43 | 42 |
| 32 | 33 | 44 | 43 |
| 34 | 35 | 46 | 45 |
| 35 | 36 | 47 | 46 |
| 36 | 37 | 48 | 47 |

| | | | |
|----|----|----|----|
| 37 | 38 | 49 | 48 |
| 38 | 39 | 50 | 49 |
| 39 | 40 | 51 | 50 |
| 40 | 41 | 52 | 51 |
| 41 | 42 | 53 | 52 |
| 42 | 43 | 54 | 53 |
| 43 | 44 | 55 | 54 |
| 45 | 46 | 57 | 56 |
| 46 | 47 | 58 | 57 |
| 47 | 48 | 59 | 58 |
| 48 | 49 | 60 | 59 |
| 49 | 50 | 61 | 60 |
| 50 | 51 | 62 | 61 |
| 51 | 52 | 63 | 62 |
| 52 | 53 | 64 | 63 |
| 53 | 54 | 65 | 64 |
| 54 | 55 | 66 | 65 |
| 56 | 57 | 68 | 67 |
| 57 | 58 | 69 | 68 |
| 58 | 59 | 70 | 69 |
| 59 | 60 | 71 | 70 |
| 60 | 61 | 72 | 71 |
| 61 | 62 | 73 | 72 |
| 62 | 63 | 74 | 73 |
| 63 | 64 | 75 | 74 |
| 64 | 65 | 76 | 75 |
| 65 | 66 | 77 | 76 |
| 67 | 68 | 79 | 78 |
| 68 | 69 | 80 | 79 |
| 69 | 70 | 81 | 80 |
| 70 | 71 | 82 | 81 |
| 71 | 72 | 83 | 82 |
| 72 | 73 | 84 | 83 |
| 73 | 74 | 85 | 84 |
| 74 | 75 | 86 | 85 |
| 75 | 76 | 87 | 86 |
| 76 | 77 | 88 | 87 |
| 78 | 79 | 90 | 89 |
| 79 | 80 | 91 | 90 |
| 80 | 81 | 92 | 91 |
| 81 | 82 | 93 | 92 |
| 82 | 83 | 94 | 93 |
| 83 | 84 | 95 | 94 |
| 84 | 85 | 96 | 95 |
| 85 | 86 | 97 | 96 |
| 86 | 87 | 98 | 97 |

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 87 | 88 | 99 | 98 |
| 89 | 90 | 101 | 100 |
| 90 | 91 | 102 | 101 |
| 91 | 92 | 103 | 102 |
| 92 | 93 | 104 | 103 |
| 93 | 94 | 105 | 104 |
| 94 | 95 | 106 | 105 |
| 95 | 96 | 107 | 106 |
| 96 | 97 | 108 | 107 |
| 97 | 98 | 109 | 108 |
| 98 | 99 | 110 | 109 |
| 100 | 101 | 112 | 111 |
| 101 | 102 | 113 | 112 |
| 102 | 103 | 114 | 113 |
| 103 | 104 | 115 | 114 |
| 104 | 105 | 116 | 115 |
| 105 | 106 | 117 | 116 |
| 106 | 107 | 118 | 117 |
| 107 | 108 | 119 | 118 |
| 108 | 109 | 120 | 119 |
| 109 | 110 | 121 | 120 |

Nós_com_Restrições:

| Nó | Apoio |
|-----|-------|
| 1 | 3 |
| 12 | 3 |
| 23 | 3 |
| 34 | 3 |
| 45 | 3 |
| 56 | 3 |
| 67 | 3 |
| 78 | 3 |
| 89 | 3 |
| 100 | 3 |
| 111 | 3 |

Cargas_Nodais:

| Nó | Direção | Valor |
|-----|---------|-------|
| 11 | 3 | -5.00 |
| 121 | 3 | -5.00 |

Elementos_com_Dano_Real

| Num_Elem | Espessura |
|----------|-----------|
| 79 | 0.025 |

Nós_Monitorados:

Nó

11

22

33

44

55

66

77

88

99

110

121

G. Modelo de Input no ANSYS

```
/PREP7
/TITLE, PLACA - ANÁLISE MODAL E ESTÁTICA
ET,1,SHELL63
KEYOPT,1,1,2
R,1,0.050
MP,EX,1,2.050e+08
MP,PRXY,1,0.300
MP,DENS,1,77.000
N, 1,0.000,0.000,0.000
N, 2,0.050,0.000,0.000
N, 3,0.100,0.000,0.000
N, 4,0.150,0.000,0.000
N, 5,0.200,0.000,0.000
N, 6,0.250,0.000,0.000
N, 7,0.300,0.000,0.000
N, 8,0.350,0.000,0.000
N, 9,0.400,0.000,0.000
N, 10,0.450,0.000,0.000
N, 11,0.500,0.000,0.000
N, 12,0.000,0.050,0.000
N, 13,0.050,0.050,0.000
N, 14,0.100,0.050,0.000
N, 15,0.150,0.050,0.000
N, 16,0.200,0.050,0.000
N, 17,0.250,0.050,0.000
N, 18,0.300,0.050,0.000
N, 19,0.350,0.050,0.000
N, 20,0.400,0.050,0.000
N, 21,0.450,0.050,0.000
```

N, 22,0.500,0.050,0.000
N, 23,0.000,0.100,0.000
N, 24,0.050,0.100,0.000
N, 25,0.100,0.100,0.000
N, 26,0.150,0.100,0.000
N, 27,0.200,0.100,0.000
N, 28,0.250,0.100,0.000
N, 29,0.300,0.100,0.000
N, 30,0.350,0.100,0.000
N, 31,0.400,0.100,0.000
N, 32,0.450,0.100,0.000
N, 33,0.500,0.100,0.000
N, 34,0.000,0.150,0.000
N, 35,0.050,0.150,0.000
N, 36,0.100,0.150,0.000
N, 37,0.150,0.150,0.000
N, 38,0.200,0.150,0.000
N, 39,0.250,0.150,0.000
N, 40,0.300,0.150,0.000
N, 41,0.350,0.150,0.000
N, 42,0.400,0.150,0.000
N, 43,0.450,0.150,0.000
N, 44,0.500,0.150,0.000
N, 45,0.000,0.200,0.000
N, 46,0.050,0.200,0.000
N, 47,0.100,0.200,0.000
N, 48,0.150,0.200,0.000
N, 49,0.200,0.200,0.000
N, 50,0.250,0.200,0.000
N, 51,0.300,0.200,0.000
N, 52,0.350,0.200,0.000

N, 53,0.400,0.200,0.000
N, 54,0.450,0.200,0.000
N, 55,0.500,0.200,0.000
N, 56,0.000,0.250,0.000
N, 57,0.050,0.250,0.000
N, 58,0.100,0.250,0.000
N, 59,0.150,0.250,0.000
N, 60,0.200,0.250,0.000
N, 61,0.250,0.250,0.000
N, 62,0.300,0.250,0.000
N, 63,0.350,0.250,0.000
N, 64,0.400,0.250,0.000
N, 65,0.450,0.250,0.000
N, 66,0.500,0.250,0.000
N, 67,0.000,0.300,0.000
N, 68,0.050,0.300,0.000
N, 69,0.100,0.300,0.000
N, 70,0.150,0.300,0.000
N, 71,0.200,0.300,0.000
N, 72,0.250,0.300,0.000
N, 73,0.300,0.300,0.000
N, 74,0.350,0.300,0.000
N, 75,0.400,0.300,0.000
N, 76,0.450,0.300,0.000
N, 77,0.500,0.300,0.000
N, 78,0.000,0.350,0.000
N, 79,0.050,0.350,0.000
N, 80,0.100,0.350,0.000
N, 81,0.150,0.350,0.000
N, 82,0.200,0.350,0.000
N, 83,0.250,0.350,0.000

N, 84,0.300,0.350,0.000
N, 85,0.350,0.350,0.000
N, 86,0.400,0.350,0.000
N, 87,0.450,0.350,0.000
N, 88,0.500,0.350,0.000
N, 89,0.000,0.400,0.000
N, 90,0.050,0.400,0.000
N, 91,0.100,0.400,0.000
N, 92,0.150,0.400,0.000
N, 93,0.200,0.400,0.000
N, 94,0.250,0.400,0.000
N, 95,0.300,0.400,0.000
N, 96,0.350,0.400,0.000
N, 97,0.400,0.400,0.000
N, 98,0.450,0.400,0.000
N, 99,0.500,0.400,0.000
N,100,0.000,0.450,0.000
N,101,0.050,0.450,0.000
N,102,0.100,0.450,0.000
N,103,0.150,0.450,0.000
N,104,0.200,0.450,0.000
N,105,0.250,0.450,0.000
N,106,0.300,0.450,0.000
N,107,0.350,0.450,0.000
N,108,0.400,0.450,0.000
N,109,0.450,0.450,0.000
N,110,0.500,0.450,0.000
N,111,0.000,0.500,0.000
N,112,0.050,0.500,0.000
N,113,0.100,0.500,0.000
N,114,0.150,0.500,0.000

N,115,0.200,0.500,0.000

N,116,0.250,0.500,0.000

N,117,0.300,0.500,0.000

N,118,0.350,0.500,0.000

N,119,0.400,0.500,0.000

N,120,0.450,0.500,0.000

N,121,0.500,0.500,0.000

E, 1, 2, 13, 12

E, 2, 3, 14, 13

E, 3, 4, 15, 14

E, 4, 5, 16, 15

E, 5, 6, 17, 16

E, 6, 7, 18, 17

E, 7, 8, 19, 18

E, 8, 9, 20, 19

E, 9, 10, 21, 20

E, 10, 11, 22, 21

E, 12, 13, 24, 23

E, 13, 14, 25, 24

E, 14, 15, 26, 25

E, 15, 16, 27, 26

E, 16, 17, 28, 27

E, 17, 18, 29, 28

E, 18, 19, 30, 29

E, 19, 20, 31, 30

E, 20, 21, 32, 31

E, 21, 22, 33, 32

E, 23, 24, 35, 34

E, 24, 25, 36, 35

E, 25, 26, 37, 36

E, 26, 27, 38, 37

E, 27, 28, 39, 38
E, 28, 29, 40, 39
E, 29, 30, 41, 40
E, 30, 31, 42, 41
E, 31, 32, 43, 42
E, 32, 33, 44, 43
E, 34, 35, 46, 45
E, 35, 36, 47, 46
E, 36, 37, 48, 47
E, 37, 38, 49, 48
E, 38, 39, 50, 49
E, 39, 40, 51, 50
E, 40, 41, 52, 51
E, 41, 42, 53, 52
E, 42, 43, 54, 53
E, 43, 44, 55, 54
E, 45, 46, 57, 56
E, 46, 47, 58, 57
E, 47, 48, 59, 58
E, 48, 49, 60, 59
E, 49, 50, 61, 60
E, 50, 51, 62, 61
E, 51, 52, 63, 62
E, 52, 53, 64, 63
E, 53, 54, 65, 64
E, 54, 55, 66, 65
E, 56, 57, 68, 67
E, 57, 58, 69, 68
E, 58, 59, 70, 69
E, 59, 60, 71, 70
E, 60, 61, 72, 71

E, 61, 62, 73, 72
E, 62, 63, 74, 73
E, 63, 64, 75, 74
E, 64, 65, 76, 75
E, 65, 66, 77, 76
E, 67, 68, 79, 78
E, 68, 69, 80, 79
E, 69, 70, 81, 80
E, 70, 71, 82, 81
E, 71, 72, 83, 82
E, 72, 73, 84, 83
E, 73, 74, 85, 84
E, 74, 75, 86, 85
E, 75, 76, 87, 86
E, 76, 77, 88, 87
E, 78, 79, 90, 89
E, 79, 80, 91, 90
E, 80, 81, 92, 91
E, 81, 82, 93, 92
E, 82, 83, 94, 93
E, 83, 84, 95, 94
E, 84, 85, 96, 95
E, 85, 86, 97, 96
E, 86, 87, 98, 97
E, 87, 88, 99, 98
E, 89, 90, 101, 100
E, 90, 91, 102, 101
E, 91, 92, 103, 102
E, 92, 93, 104, 103
E, 93, 94, 105, 104
E, 94, 95, 106, 105

E, 95, 96,107,106
E, 96, 97,108,107
E, 97, 98,109,108
E, 98, 99,110,109
E,100,101,112,111
E,101,102,113,112
E,102,103,114,113
E,103,104,115,114
E,104,105,116,115
E,105,106,117,116
E,106,107,118,117
E,107,108,119,118
E,108,109,120,119
E,109,110,121,120
D, 1,ALL,0
D, 12,ALL,0
D, 23,ALL,0
D, 34,ALL,0
D, 45,ALL,0
D, 56,ALL,0
D, 67,ALL,0
D, 78,ALL,0
D, 89,ALL,0
D,100,ALL,0
D,111,ALL,0
/PBC,ALL,1
FINISH
/SOLU
ANTYPE,2
MODOPT,LANB,3
EQSLV,SPAR


```

MXPAND,0, , ,0
LUMPM,0
PSTRES,0
SOLVE
FINISH
/POST1
SET,LIST
*CFOPEN,freqnatural.txt
*GET,FREQN,MODE,1,FREQ
FREQ1 = FREQN
*GET,FREQN,MODE,2,FREQ
FREQ2 = FREQN
*GET,FREQN,MODE,3,FREQ
FREQ3 = FREQN
*VWRITE,FREQ1,FREQ2,FREQ3
(E30.16,2X,E30.16,2X,E30.16)
FINISH
/SOL
ANTYPE,0
F, 11,FZ,-5.000e+00
F,121,FZ,-5.000e+00
SOLVE
FINISH
*GET,NCOUNT,NODE,,COUNT
*DIM,NARRAY,ARRAY,NCOUNT,3
/POST1
SET,LAST
*CFOPEN,deslocamentos.txt
*VGET,NARRAY(1,1),NODE,1,U,Z
*VGET,NARRAY(1,2),NODE,1,ROT,X
*VGET,NARRAY(1,3),NODE,1,ROT,Y

```

*VWRITE,NARRAY(1,1),NARRAY(1,2),NARRAY(1,3)
(E30.16,2X,E30.16,2X,E30.16)

FINISH