UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – UNB
FACULDADE DE EDUCAÇÃO – FE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO – PPGE

CRISTINA DE JESUS TEIXEIRA

A PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESTRATÉGIA DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: UMA ÊNFASE SOBRE EFETIVIDADE, COLABORAÇÃO E CRIATIVIDADE

BRASÍLIA – DF
2019

CRISTINA DE JESUS TEIXEIRA

A PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESTRATÉGIA DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: UMA ÊNFASE SOBRE EFETIVIDADE, COLABORAÇÃO E CRIATIVIDADE

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação – PPGE, da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília – UnB, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Educação, sob a orientação do Professor Doutor Geraldo Eustáquio Moreira.

Área de concentração: Educação.

Linha de pesquisa: Educação em Ciências e Matemática.

Brasília - DF
2019

Ficha catalográfica elaborada automaticamente,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Teixeira , Cristina de Jesus
TC933p A PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESTRATÉGIA DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: UMA ÊNFASE SOBRE EFETIVIDADE, COLABORAÇÃO E CRIATIVIDADE / Cristina de Jesus Teixeira ; orientador Geraldo Eustáquio Moreira. -- Brasília, 2019.
189 p.

Dissertação (Mestrado - Mestrado em Educação) -- Universidade de Brasília, 2019.

1. Aprendizagem da matemática. 2. Resolução e formulação de problemas. 3. Projeto Matemática É Para Todos. 4. Colaboração entre pares. 5. Criatividade em matemática. I. Moreira, Geraldo Eustáquio, orient. II. Título.

A PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESTRATÉGIA DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: UMA ÊNFASE SOBRE EFETIVIDADE, COLABORAÇÃO E CRIATIVIDADE

Dissertação apresentada à Comissão Examinadora do Programa de Pós-Graduação – PPGE, da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília – UnB, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Educação.

Área de concentração: Educação.

Linha de pesquisa: Educação em Ciências e Matemática.

Brasília – DF, 18 de junho de 2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Geraldo Eustáquio Moreira – Presidente
Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE/UnB
Universidade de Brasília (UnB)

Prof. Dr. Cleyton Hércules Gontijo – Membro Interno
Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE/UnB
Universidade de Brasília (UnB)

Prof. Dr. Ricardo Ruviaro – Membro Externo
Programa de Pós-Graduação em Matemática – PROFMAT/UnB
Universidade de Brasília (UnB)

Prof. Dr. Rogério César dos Santos – Suplente
Programa de Pós-Graduação em Matemática – PROFMAT/UnB
Universidade de Brasília (UnB)
Faculdade UnB Planaltina - FUP

Dedico este estudo
aos meus meninos e às minhas meninas do
Projeto *Matemática É Para Todos*.

AGRADEÇO...

A Deus por sua infinita bondade e misericórdia, por me proteger de todo mal e ter me guiado até aqui.

De todo coração, ao meu orientador, Professor Doutor Geraldo Eustáquio Moreira, por ter enxergado em mim uma possibilidade, por ter me acolhido, por sua exímia capacidade de nos guiar de forma enérgica e ao mesmo tempo doce, por ter me dado a honra de suas sábias orientações, sem as quais eu jamais conseguiria.

Aos Professores Cleyton Hércules Gontijo e Ricardo Ruviaro, pelas ricas contribuições à minha pesquisa e por aceitarem participar da minha banca.

Aos amigos de caminhada Thiago, Cátia e Meire, por todo apoio, ajuda e auxílio.

Aos colegas da pós-graduação pelas experiências compartilhadas.

Aos meus irmãos e irmãs: Hugo, Michelle, Érica, Rogério (in memoriam), Nicole, Lorena (in memoriam), Jean... meus primeiros alunos e companheiros da escola da vida, na qual compartilhamos as dores, as esperanças e as alegrias. Obrigada por todas as ricas contribuições.

Ao Bosco e ao Jean por todo auxílio sempre.

À minha amada mãe, guerreira forjada a fogo e ferro nesta vida, a ela que possibilitou que eu chegasse até aqui.

Ao meu pai, Glofo (*in memoriam*).

Às minhas sempre menininhas, Sarah e Eduarda, minhas produções perfeitas!

Ao Adailton, meu amor de sempre, pelo amor, cuidado, carinho, pelas contribuições e pela compreensão nesses dois anos.

Aos amigos e familiares que de forma direta ou indireta contribuíram em minha caminhada.

Aos amigos e parceiros do CEF CASEB, pelas possibilidades de construções e desconstruções da minha prática imperfeita, por possibilitar que sonhos e projetos aconteçam.

Aos meus queridos estudantes, por reacenderem em mim a chama do desejo de aprender.

AGRADECIMENTOS INSTITUCIONAIS

Esta dissertação de mestrado teve o apoio da Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal – FAP/DF, financiadora do Projeto de Pesquisa “Formação do Professor de Matemática na Perspectiva da Educação do Campo: formação e prática docente, didáticas específicas de Matemática e acompanhamento da aprendizagem do aluno”. Também recebeu apoio e incentivos do Grupo de Pesquisa *Dzeta* Investigações em Educação Matemática – DIEM e do Programa de Pós-Graduação em Educação da UnB – PPGE/UnB e do Centro de Ensino Fundamental CASEB.

NÚMEROS...

Última edição do Guiness Book
Corações a mais de 1000?
E eu com esses números?
5 extinções em massa... 400 humanidades?
e eu com esses números?
Solidão a 2... dívida externa... anos luz
Aos 33 jesus na cruz. Cabral no mar aos 33
E eu? o que faço com estes números?
A medida de amar é amar sem medida
Velocidade máxima permitida
A medida de amar é amar sem medida
Nascimento e Silva 107... Corrientes 348?
e eu com esses números?
Traço de audiência... tração nas 4 rodas
E eu? o que faço com estes números?
7 vidas... mais de mil destinos
Todos foram tão cretinos
Quando elas se beijaram
A medida de amar é amar sem medida
Preparar pra decolar
Contagem regressiva
A medida de amar é amar sem medida
Mega ultra híper micro baixas calorias
Quilowatts… gigabytes
E eu? o que faço com esses números?
A medida de amar é amar sem medida
Preparar pra decolar
Contagem regressiva
A medida de amar é amar sem medida.

Engenheiros do Hawaii

RESUMO

Esta dissertação de mestrado, no formato *multipaper*, concatena três artigos resultantes de pesquisas cujos objetos de estudo são as aprendizagens da matemática. O estudo intentou identificar possibilidades de promoção das aprendizagens da matemática por meio da proposição de problemas em perspectivas diferenciadas: do contexto da proposição dos problemas (projeto Matemática É Para Todos); das interações que nele se estabelecem (colaboração); e de um produto desse contexto (criatividade). O objetivo geral de cada artigo assume *status* de objetivo específico em relação ao *multipaper,* portanto, analisar as percepções dos estudantes em relação ao projeto *Matemática É Para Todos* – MEPT, enquanto coadjuvante das aprendizagens da matemática, refere-se ao primeiro artigo; analisar se as interações entre pares, no momento da resolução de problemas, podem favorecer o desenvolvimento de habilidades matemáticas relaciona-se ao segundo artigo, e analisar a criatividade em matemática a partir da estratégia de formulação de problemas, ao terceiro artigo. O estudo de abordagem qualitativa, estratégia pesquisa-ação teve como instrumento de coleta de dados: questionário aberto, registro de observações e produções escritas. O cenário das pesquisas constituiu-se em uma escola pública de Brasília de ensino fundamental, anos finais, e a amostra investigada compôs-se dos estudantes participantes do projeto MEPT. Ademais, os resultados e as análises revelam que o objetivo geral deste estudo, "identificar possibilidades de promoção das aprendizagens da matemática a partir da proposição de problemas em diferentes perspectivas" consolida-se, uma vez que foram alcançados os objetivos de cada pesquisa. Na primeira pesquisa, as análises do projeto MEPT evidenciaram resultados que podem ser traduzidos enquanto possibilidades para as aprendizagens da matemática a partir tanto do engajamento quanto das potencialidades do projeto. O engajamento verificou-se a partir do envolvimento e persistência dos estudantes nos processos de resoluções dos problemas, o que foi explicitado pelos constructos autoestima e autoavaliação. As potencialidades foram enfatizadas por meio das habilidades compreender, analisar, interpretar e aplicar e por meio dos motivos intrínsecos para aprender apresentados pelos estudantes. Em relação à segunda pesquisa, a colaboração entre pares no desenvolvimento das habilidades matemáticas em contexto de resolução de problemas, os resultados das análises evidenciaram que as interações entre pares, quando promovidas por meio da resolução de problemas, podem se constituir colaborativas. As interações se configuram como colaborativas a partir dos diálogos, das indagações, das discussões entre os pares em situação de resolução de problemas, o que foi apontado pelos elementos perceber, reformular, posicionar, questionar, avaliar e compreender, explicitadas pelos estudantes. Com relação ao desenvolvimento de habilidades, as análises apontaram que as colaborações entre os pares podem se constituir em elementos auxiliares no desenvolvimento de habilidades matemáticas, o que ficou evidenciado a partir dos processos de resolução de problemas com ênfase em determinado objeto do conhecimento e das habilidades suscitadas para tal resolução. A terceira e última pesquisa, criatividade matemática utilizando a estratégia de formulação de problemas, evidenciou a partir das análises que as formulações apresentaram os elementos componenciais da criatividade matemática: criatividade, fluência, flexibilidade, elaboração e originalidade. As análises indicaram, ainda, que o contato constante com a resolução de problemas no projeto MEPT pode ter influenciado os resultados sobre a criatividade das formulações produzidas. Desse modo, a partir dos resultados e das análises das três pesquisas, pode-se inferir que este estudo apresenta possibilidades que podem ser utilizadas para repensar a forma de organização do cenário para as aprendizagens da matemática, não apenas para um grupo de estudantes, mas para a organização do trabalho pedagógico como um todo.

Palavras-chave: Aprendizagem da matemática. Resolução e formulação de problemas. Projeto Matemática É Para Todos. Colaboração entre pares. Criatividade em matemática.

ABSTRACT

This dissertation, organized in multipaper format, interlink three articles resulted from researches whose objects of study are the learning of mathematics. The study attempted to identify the possibilities for the promotion of mathematics learning through the proposition of problems in differentiated perspectives: of the context of the proposition of problems (project: *Matemática É Para Todos*); of the interactions that are established in it (colaboration); and a product generated from this context (creativity). The general objective of each article assumes the status of specific objective in regard to the multipaper, therefore, to analyze the perceptions of the students regarding the project *Matemática É Para Todos* - MEPT, as an adjunct to the mathematics learning, refers to the first article, to analyze whether peer interactions, at the time of problem resolution, may favor the development of mathematical skills is related to the second article, and analyzing the creativity in mathematics from the problem-formulation strategy, is related to the third article. The study, of qualitative approach and research-action strategy had as instrument of data collection: a questionnaire composed by open-ended questions, written record of observations and students written productions. The research scenario was consisted of a public middle school in Brasília and the investigated sample consisted of students participating in the MEPT project. Furthermore, the results and the analysis have revealed that the general objective of this study “to identify the possibilities for the promotion of mathematics learning through the proposition of problems in differentiated perspectives” was consolidated, whereas the objectives of each research were achieved. In the first research, the analyses of the MEP project have pointed results that can be reworded as possibilities for mathematics learning considering both, the commitment and the potentialities of the project. The commitment was based on the students' involvement and persistence in problem-solving processes, which was explained by the constructs of self-esteem and self-evaluation. The potentialities were emphasized through the students’ abilities of comprehension and application besides the intrinsic learning motivation. Regarding to second research, the collaboration between peers in the development of mathematical skills in the context of problem solving, the results of analyses have shown that those interactions, once promoted in the light of problem solving, can be collaborative. The interactions are configured as collaborative from the dialogues, inquiries and discussions between peers, in problem-solving contexts, which was pointed out by the elements perception, reformulation, positioning, questioning, evaluation and understanding, explained by the students. With reference to the development of skills, the analyses pointed out that the collaborations between peers may constitute auxiliary elements in the development of mathematical skills, which was evidenced from the processes of problem solving with emphasis on a certain object of knowledge and the skills raised for a certain resolution. The analyses of the third and last research, "mathematical creativity using the strategy of formulating problems", have shown that the formulations of problems, made by the students, presented the component elements of mathematical creativity: creativity, fluency, flexibility, elaboration and originality. The analyses also have indicated that the constant contact with problem solving in the MEPT project may have influenced the results on the students' creativity in the formulations produced. Thus, from the results and analysis of the three researches, it can be inferred that this study presents possibilities that can be used to rethink the form of organization of the scenario of mathematics learning, not only for a group of students, but also for the organization of the pedagogical work as a whole.

Keywords: Mathematics learning. Resolution and formulation of problems. Project Mathematics Is For Everyone. Collaborative pairs. Creativity in mathematics.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEF	Centro de Ensino Fundamental
DF	Distrito Federal
DIEM	Dzeta Investigações em Educação Matemática
ECMA	Educação em Ciências e Matemática
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais
MEC	Ministério da Educação
NCTM	*National Council of Teachers of Mathematics*
MEPT	Matemática É Para Todos
OMDF	Olimpíada de Matemática do Distrito Federal
OBMEP	Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programmed for International Student Assessment
SEEDF	Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal
UEG	Universidade Estadual de Goiás
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UNB	Universidade de Brasília

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

> Se o que temos de aprender evolui, e ninguém duvida que evolui e cada vez mais rapidamente, a forma como tem de se aprender e ensinar também deveria evoluir (POZO, 2002, p. 26).

Não é de hoje que se fala sobre a necessidade de mudanças na organização da escola, tanto física e, mais ainda, dos processos pedagógicos. "O caráter anacrônico da escola contemporânea e sua resistência à mudança são reconhecidos, embora não diretamente enfrentados" (TUNES; PEDROZA, 2011, p. 28). Modificam-se os mecanismos e os documentos, as políticas e diretrizes educacionais são formuladas e reformuladas, mas "na sua essência, a escola permanece a mesma" (TUNES; PEDROZA, 2011, p. 28).

Illich (1985) antecipou-se sobre o processo obsoleto no qual a escola emergia diante das demandas criadas pela sociedade capitalista e tecnológica, que busca por cidadãos criativos, capazes de resolver problemas e criar possibilidades diante de situações novas. Além do que a escolarização, tal como está estruturada no sentido de ensino, atribui uma carga de instrução e transmissão de conhecimento que recai sobre a ação pedagógica do professor, deixando em segundo plano a aprendizagem, que diz respeito aos processos desenvolvidos pelo estudante. Nesse sentido, Rancière (2005) critica o fato de a pedagogia estar erigida sobre a lógica da necessidade imprescindível de um mestre explicador.

Ocorre que, na contramão de toda essa radical mudança que sofreu a sociedade com os adventos tecnológicos e globalizados nos últimos trinta anos, está a escola – inerte, não apenas na forma estrutural, mas também na postura pedagógica de conduzir os processos de aprendizagem, principalmente em matemática, ainda fundamentada no cartesianismo. De acordo com Zunino (1995), é possível que a priorização dada ao ensino de mecanismos, em detrimento da formulação de problemas que permitam a construção de relações e operações, tenha convencido os estudantes de que o conhecimento matemático consiste em um conjunto de regras mais ou menos arbitrárias e incompreensíveis.

Mas como pensar o ensino da matemática centralizado na priorização da memorização e repetição, "em uma época em que a criatividade é posta como uma das competências indispensáveis ao uso qualitativo das tecnologias"? (PAIS, 2006, p. 61). Se os avanços tecnológicos estão presentes até mesmo nos lares e ambientes mais humildes, é comum uma criança de sete anos saber acessar e manipular jogos, aplicativos, celulares e ferramentas tecnológicas, que às vezes são produzidos por ela própria. Marcusse (2000) ressalta que, nas escolas, a matemática ainda é uma ciência ensinada em um momento definido por alguém de maior competência, ao passo que, na vida, ela é parte da atividade de quem joga, de quem brinca, compra, vende, mede, encomenda peças de madeiras, que constrói paredes, que faz jogo de rua. Gonzalez Rey (2005, p. 17) destaca a imprescindibilidade de

> [...] aspectos necessários a uma nova visão de aprendizagem, relacionados com o reconhecimento da aprendizagem como uma função construtiva que implica em sua integridade o sujeito que aprende. O aspecto criativo do aprender, tema que não encontra subsídio nas teorias dominantes da aprendizagem hoje.

É preciso que se efetuem mudanças, principalmente sobre o papel que a educação deve desempenhar. D'Ambrósio (2007) enfatiza que a educação deve ser uma estratégia desenvolvida pelas sociedades para facilitar e estimular a ação comum e, ao mesmo tempo, oportunizar que os sujeitos atinjam seu potencial criativo. Explica, ainda, que alfabetização e contagem são insuficientes para o cidadão de uma sociedade moderna (D'AMBRÓSIO, 2004, p. 36). Esse autor defende a apropriação dos instrumentos analíticos que possam viabilizar aos estudantes manejo, entendimento e sequenciamento de códigos e símbolos para a elaboração de modelos e suas aplicações no quotidiano (D'AMBRÓSIO, 2009), o que pode proporcionar aos alunos capacidade de ampliar a construção de novos conhecimentos que estão ligados aos momentos históricos e às experiências produzidas no cotidiano ou no meio cultural. (MOREIRA; SOUZA, 2018).

Todavia, para desenvolver no estudante "a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor soluções criativas às questões que surgem em seu dia a dia, na escola ou fora dela" (DANTE, 2007, p. 11), é necessário que sejam desenvolvidas ações que proporcionem condições de formar cidadãos críticos, capazes de fazer uso correto do que aprendem na escola, nas atividades de vida; é necessário que a aprendizagem faça sentido, que seja algo que desperte a curiosidade e o desejo de aprender no estudante, que sejam processos que passem pela sua compreensão, que estimulem a sua criatividade, que o habilitem a agir colaborativamente.

Para que a aprendizagem da matemática seja significativa, é necessário que o trabalho pedagógico seja alicerçado em atividades que façam sentido para os estudantes, que representem um desafio, um obstáculo, que seja instigante. Nesse sentido, como defendem diversos teóricos, entre eles Dante (2007), Onuchic e Avellato (2011), Perrenoud (2000); Smole (2011), Moreira (2014), Muniz e Bittar (2009) e English (2003), Pozo e Angón (1998), a aprendizagem da matemática deve ser embasada na resolução de problemas e deve visar à compreensão. Compreender alguma coisa requer a construção de significados e atribuição de sentido aos conteúdos escolares (COLL, 2004, p. 217). Compreender requer um envolvimento pessoal, que significa maior compromisso na aprendizagem; implica, em maior ou menor medida, uma construção pessoal do significado da tarefa (POZO, 2002, p. 128). Schroeder e Lester Jr. (1989, p. 34) e Onuchic (1999) enfatizam a importância de que a aprendizagem da matemática seja alicerçada por meio da resolução de problemas no que são acompanhados por Vila e Callejo:

> O ensino/aprendizagem por meio da resolução de problemas é uma tentativa de modificar o desenvolvimento habitual das aulas de matemática. Os problemas são um meio para pôr o foco nos alunos, em seus processos de pensamento e nos métodos inquisitivos; uma ferramenta para formar sujeitos com capacidade autônoma de resolver problemas, críticos e reflexivos, capazes de se perguntar pelos fatos, suas interpretações e explicações, de ter seus próprios critérios, modificando-os, se for necessário, e de propor soluções (VILA; CALLEJO, 2006, p. 29).

Apesar de todos os problemas apresentados no ensino da matemática, alguns avanços têm ocorrido em relação ao processo de ensino da matemática, relativamente à resolução de problemas, principalmente, nas últimas décadas, a partir do método de Polya (2006) e das recomendações do NCTM (1980, 1989, 1990). No entanto, o impacto no currículo e, sobretudo, na sala de aula de matemática, de modo “a produzir bons solucionadores de problemas, tem sido muito limitado” (VALE; PIMENTEL; BARBOSA, 2015, p. 39). Entende-se por bom solucionador o estudante capaz de mobilizar estratégias que possam dar conta de uma variedade de situações.

Por outro lado, o efetivo trabalho pedagógico[1] pautado na proposição de problemas não contribui somente para a formação do pensamento lógico-matemático, “mas em muitos outros aspectos da atividade intelectual como a capacidade de análise e de pensar de forma crítica, a criatividade” (ECHEVERRÍA, 1998, p. 44).

Huete e Bravo salientam que “problema é uma questão que precisa da criatividade de quem aprende, exigindo-lhe a incorporação de elementos de aprendizagem precedentes para conseguir sua solução” (HUETE; BRAVO, 2006, p. 73). A resolução de um problema é um ato criativo (VILA; CALLEJO, 2006, p. 94), pois o processo de solução não é linear, não é uma ação que possa ser prevista e antecipadamente descrita com precisão; nesse sentido, “é preciso buscar sempre problemas que permitam mais de uma solução, que valorizem a criatividade e admitam estratégias pessoais” (HUETE; BRAVO, 2006, p. 32).

A resolução de um problema guarda em si, por mais simples que seja, a criatividade da solução que “se manifesta na atualização de uma ideia” (PAIS, 2006, p. 87). Isto posto, a utilização pedagógica dos problemas requer a mobilização e a articulação de conceitos, modelos, definições, algoritmos e “quanto mais qualitativas forem as articulações entre esses componentes, mais serão as chances de obter soluções criativas e, consequentemente, expandir o significado do saber” (PAIS, 2006, p. 131).

Para além disso, sendo a matemática um produto social que resulta da interação entre os sujeitos que se reconhecem como partícipes de uma comunidade (SADOVSKY, 2010, p. 22), sua aprendizagem também deve ser pensada a partir da interação entre os sujeitos de um contexto, no caso, a escola. Desse modo, a matemática da escola, para fazer sentido e ser propriedade dos estudantes, deve ser organizada como atividade social, que demande processos de interação e comunicação entre os pares, pois a “comunicação do pensamento desempenha um papel importante para melhorar os processos de resolução de problemas, porque o esforço de explicitar as ideias ajuda a torná-las claras, aproxima outras formas de pensamento” (VILA; CALLEJO, 2006, p. 70). Além do que, quando os problemas são

---

[1] Por trabalho pedagógico entende-se todo o trabalho cujas bases estejam, de alguma forma, relacionadas à Pedagogia, evidenciando, portanto, métodos, técnicas, avaliação intencionalmente planejadas e tendo em vista o alcance de objetivos relativos à produção de conhecimentos (FERREIRA, 2017).

complexos, a colaboração se constitui fundamental para lidar com “problemas que se afiguram demasiado pesados para serem enfrentados de forma individual” (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 1).

A referência à resolução de problemas engloba processos relativos à organização do trabalho pedagógico ancorado em estratégias que partem de problemas, sem às vezes dar ênfase ao modo como essa atividade leva à resolução. Neste estudo, de modo amplo, a referência é feita à estratégia de proposição de problemas, no sentido de ampliação da resolução, reformulação e formulação de problemas; desse modo utiliza-se essa denominação ao referir-se a tais termos, portanto, aprendizagens da matemática por meio da proposição de problemas.

Ademais, na busca de possibilidades que tenham potencial para oferecer aos estudantes condições de se apropriarem dos objetos do conhecimento matemático, “desenvolver a criatividade para participar dos desafios contemporâneos” (PAIS, 2006, p. 37), buscando soluções diferenciadas e democratizando as aprendizagens da matemática, este estudo apresentou alguns resultados de investigações referentes aos processos de aprendizagem por meio da proposição de problemas em diferentes perspectivas.

Isto posto, o estudo constituiu-se de três partes de investigação. A primeira parte refere-se ao projeto Matemática É Para Todos - MEPT em relação às aprendizagens da matemática, a segunda parte diz respeito às interações entre pares em situação de resolução de problemas, e a terceira parte aborda o desenvolvimento da criatividade em matemática nas formulações de problemas produzidos pelos estudantes.

CAPÍTULO 1 APRESENTAÇÃO

> [...] A certeza na frente, a história na mão, aprendendo e ensinando uma nova lição, caminhando e cantando e seguindo a canção, vem vamos embora que esperar não é saber, quem sabe faz a hora, não espera acontecer (GERALDO VANDRÉ).

A concepção de aprendizagem adotada nesta pesquisa busca se alinhar às atuais demandas e necessidades educacionais do século XXI, considerando-se a "qualidade da aprendizagem em termos de transformação, mudança e melhoria, pela qual se concebe que a essência da educação é facultar aos estudantes e capacitá-los para pensar e atuar de forma autônoma, independente, articulada" (CABANÍ, 2004, p. 205), de forma a proporcionar o desenvolvimento do pensamento crítico e da criatividade.

Portanto, a proposta inicial desta dissertação era investigar as aprendizagens da matemática na perspectiva da resolução de problemas. No entanto, no desenvolvimento da investigação, surgiram várias questões inerentes ao estudo, que resultaram em pesquisas potenciais, tais como o cenário no qual ocorrem essas aprendizagens, as interações entre os pares em situação de resolução de problemas e a criatividade das produções dos estudantes. Assim, foi necessário optar por uma forma pouco ortodoxa para compor o estudo, no caso, o *multipaper.*

Quanto à estruturação do estudo, o primeiro capítulo foi composto por: apresentação, memorial, justificativa, declaração de objetivos, objeto investigado e problema de pesquisa e percurso de investigação. O segundo capítulo refere-se ao cenário do estudo, busca investigar o projeto *Matemática É Para Todos* – MEPT, em relação às aprendizagens matemática dos estudantes. O terceiro capítulo apresenta uma investigação sobre as interações entre pares em situação de resolução de problemas e as potencialidades dessa atividade para o desenvolvimento de habilidades matemáticas. O quarto capítulo versa sobre o desenvolvimento da criatividade em matemática a partir da estratégia de formulação de problemas. O quinto capítulo apresenta considerações a partir das pesquisas dos capítulos dois, três e quatro.

No segundo capítulo, cujo título é "Matemática É Para Todos", apresenta-se o projeto Matemática É Para Todos – MEPT, que se configura como cenário do estudo. Discute-se acerca das aprendizagens e seus reveses e sobre outros espaços de aprendizagem. A ideia foi descrever o percurso do projeto e, posteriormente, analisar as percepções dos estudantes em relação ao projeto *Matemática É Para Todos* – MEPT, enquanto coadjuvante das aprendizagens da matemática. Nesse sentido, buscou-se verificar o engajamento dos estudantes no projeto e identificar potencialidades para o processo de aprendizagem da matemática.

No terceiro capítulo, “A colaboração entre pares no desenvolvimento das habilidades matemáticas em contexto de resolução de problemas”, traça-se um panorama das aprendizagens da matemática, perpassando pelas habilidades e competências, estratégia de resolução de problemas e interação entre pares. A investigação girou em torno do desenvolvimento de habilidades matemáticas por meio das interações em contexto de resolução de problemas.

O quarto capítulo, “Criatividade em matemática utilizando a estratégia de formulação de problemas”, refere-se ao desenvolvimento da criatividade matemática. Nesse capítulo, apresenta-se a estratégia formulação de problemas com o intuito de incentivar e promover a criatividade em matemática. A pesquisa é desenvolvida a partir da proposta de uma sequência didática. O intento foi analisar a criatividade das produções dos estudantes, buscando componentes de criatividade.

No quinto e último capítulo estão as considerações. Nessa parte discorre-se sobre a aprendizagem da matemática em uma perspectiva de necessidade de mudanças. Sequencialmente retratam-se os resultados e as análises dos capítulos anteriores e apresentam-se considerações a partir de tais inferências.

1.1 Como tudo começou...

> Ai de nós, educadores, se deixarmos de sonhar sonhos possíveis. Os profetas são aqueles que se molham de tal forma nas águas da cultura e da história de seu povo, que conhecem o seu aqui e o seu agora e, por isso, podem prever o amanhã que eles, mais do que adivinham, realizam (FREIRE, 1989, p. 95).

Sendo a primeira filha de oito irmãos, fui, antes de tudo, babá e, de algum modo, “professora”.

Em meados de 1983, meus pais conseguiram um emprego de zeladores numa escola rural. Pode parecer irrelevante, mas creio que algumas grandes paixões por determinadas profissões surjam da mesma forma como aconteceu comigo.

João, sim, professor João Nogueira Batista Aguiar, simplesmente "João", era simples, mas não simplificado! Esse professor de matemática e ciências, de olhar compreensivo e instigante por trás das lentes grossas, voz hipnótica e enérgica mesmo quando ensinava divisão ou equação do primeiro grau, descia do ônibus com sua mochila jeans meio encardida nas costas, dentro da qual trazia tesouros. Em alguma aula eu devo ter me apaixonado por ele, melhor dizendo, que toda a classe deve ter se apaixonado por ele. Não havia como ser diferente, era um professor fascinante. Em suas aulas de matemática, pelas quais eu esperava ansiosa, aprendi sobre fotografia; diversidade de pássaros da fauna brasileira; cavernas e todas as fantásticas formações que se dão em seu interior, como estalactites e estalagmites; sobre orquídeas e líquens em toda sua diversidade e fragilidade, e muitas outras coisas, além do conteúdo previsto. Acho que ele era estudante e pesquisador de algum curso de pós-graduação. Lembro que, toda segunda-feira, ele tinha novidades e uma história para nós nas aulas de matemática nas quais me perdia num mundo, até então, totalmente desconhecido e do qual eu me apropriava com extrema ganância.

Os anos passavam e, a cada dia, tinha mais convicção de que precisava e necessitava fazer algo que fosse tão significativo quanto o que vi aquele simples João professor fazer, transformar vidas dia após dia, inclusive a minha. Que fazer então? Ser professora de matemática? Logo eu que era fascinada por arte e história! Chegava a planejar mentalmente minhas aulas de arte e história. Como faltava certo tempo para ir à faculdade, fiquei com essa interrogação por noites e noites.

Cursando o segundo grau[2] de uma escola técnica, comecei a ter certa dificuldade em matemática. Não entendia, matemática sempre fora tão simples para mim, onde estava o problema? Passados os três anos do segundo grau, cheguei à conclusão de que a forma como os meus professores ensinavam matemática é que a tornava tão distante e fria. Lembrava saudosa de um João professor! Onde estavam os professores "Joãos"? Seriam poucos? Seria ele o único?

Enfim, o vestibular. O que fazer, então, se chegava a hora da escolha que seria a marca do que eu me tornaria enquanto profissional? Escolhi ser professora, ao perceber que assim teria a chance de mudar situações que, há algum tempo, me

[2] Nomenclatura dada ao Ensino Médio nas décadas de 80 e 90.

incomodavam. Poderia fazer algo que me daria a possibilidade de trabalhar arte, nasci desenhando e pintando; literatura, já que ganhei concursos de poesia e redação e história, em todo o seu encanto, pois sempre admirei aqueles professores que me ensinavam história como quem senta na varanda e conta uma fábula de Monteiro Lobato – devo confessar, foram poucos. Enfim, tentaria fazer ao menos um pouco daquilo que tanto me encantava.

Decidi cursar matemática, iniciando o curso em 1994. Ao mesmo tempo que entrei na faculdade, também passei em um concurso do Ministério da Educação – MEC. Em meados de 1996, completei o estágio probatório de dois anos como funcionária do quadro de funcionários efetivos. Nessa mesma época, estavam abertas as inscrições para professor de contrato temporário da Secretaria de Educação. Como estava terminando a licenciatura e era habilitada em ciências e matemática do ensino fundamental, me inscrevi nas duas disciplinas. Fui convocada para ciências e, imediatamente, pedi exoneração do MEC. Minha chefe imediata e meus colegas de trabalho ficaram estarrecidos com minha decisão, pois, além de estar deixando algo estável, o contrato que iria assumir era de apenas 15 dias. Pensei muito pouco, pois uma sala enfadonha onde se produziam anais e documentos em reuniões com personalidades da área da educação infantil de todo o Brasil não era exatamente o que eu almejava como discípula do "João professor". Saí do MEC.

> *Minha primeira experiência com a realidade da sala de aula, enquanto professora, aconteceu em março de 1996, quando fui contratada para lecionar ciências na Escola Classe 431 de Samambaia. Recebi o "Huck", apelido bem apropriado para o currículo das escolas públicas, que continha o programa básico a ser cumprido. Passados alguns dias, tive a sensação de que algo restava errado, talvez eu. Em sala de aula, pude observar a quantidade de informações em detrimento da qualidade delas, pois o meu fazer pedagógico estava impregnado de conteúdo a ser dado, esse é o termo, "dado", pois não enxergava meios de interagir com o aluno e, ao mesmo tempo, fazer o que me estava sendo exigido. Os objetivos a serem alcançados pelo conteúdo proposto eram bem diferentes dos meus objetivos enquanto educadora. Foi um início bastante frustrante, mas não para me fazer voltar.*

No ano seguinte, 1997, fui lecionar matemática para turmas de oitava série. Nessa ocasião, minha inquietação quanto ao ensino da matemática e como ela era vista pelos alunos aumentou em progressão geométrica. Por mais que tentasse fugir das aulas tradicionais expositivas, ainda investia muito em cálculos e pouco discutíamos sobre os resultados; era um trabalho mais intuitivo que fundamentado. Percebi, nesse momento, a necessidade de olhar com mais atenção para o modo como eram estabelecidas as relações entre professor e aluno nas aulas de matemática.

Passei, a partir de então, a preparar aulas buscando propor situações que envolvessem a mim e aos alunos ao mesmo tempo, situações conhecidas pelos alunos, fossem em reportagens de revistas, jornais, ou relacionadas ao que faziam quando não estavam na escola. A contribuição dos alunos passou a ser intensa e empolgante, pois todos tinham um exemplo para ser trabalhado e se sentiam orgulhosos de saber aquela matemática que já faziam em casa e na rua, mas que antes nem sabiam que sabiam. Sentindo-me muito mais humana, deixava que os conceitos matemáticos “perambulassem” entre o conteúdo que tinha obrigatoriamente que ser cumprido e a nossa aula, digo nossa porque os alunos passaram a fazer parte do planejamento dela, que a cada dia se tornava mais prática e dinâmica.

Em 1998, agora professora do quadro de efetivos da extinta Fundação Educacional, fui convidada para ser coordenadora na escola em que lecionava 40 horas. Era uma escola pequena, cuja comunidade era bastante carente. Aceitei, existiam algumas dificuldades, mas a equipe da direção era extremamente comprometida com o trabalho pedagógico, porém sem deixar os aspectos administrativos de lado. Foi a primeira direção da gestão democrática, eleita pela comunidade escolar. Havia alguma resistência por parte dos professores em relação à mesma, pois era uma direção que tinha um objetivo, e, creio, naquele momento foi mal interpretada por alguns de meus colegas de trabalho.

Fazendo uma análise hoje, percebo que aquela direção me serviu de suporte para o trabalho que viria a desempenhar dois anos mais tarde. Voltando à minha iniciação como coordenadora, contei com o total apoio da vice-diretora. Pude colocar em prática um antigo projeto que envolvia todas as disciplinas da escola e ao qual nós chamamos de “Primeira Olimpíada de Matemática do CEF 427 de Samambaia”. Lembro-me de que fizemos uma reunião na qual passamos para os professores a ideia de organizar uma Olimpíada de Matemática, mas deixamos claro que só seria possível acontecer tal projeto se todos estivessem envolvidos e fizessem parte do planejamento que começava naquele momento.

A princípio, houve alguma resistência por parte dos professores, mas aos poucos eles se mostraram mais e mais empolgados, a ponto de surgirem com a ideia de cada professor, chefe de equipe, se travestir de um renomado cientista, matemático, escritor etc. No dia da segunda etapa da Olimpíada de Matemática, que era a parte lúdica, contamos com a participação de Charles Chaplin, Einstein, Mário de Andrade, Hipáfia (uma enfermeira da Cruz Vermelha), entre outros dos quais não consigo me lembrar agora.

Com a equipe docente, formamos uma grande parceria, preparamos, aplicamos e analisamos algumas atividades lúdicas que envolviam professores e alunos. Pude acompanhar mais de perto o desenvolvimento das crianças quando o professor é um parceiro - isso foi excepcional, pois o desempenho delas sempre era surpreendente. Tive a oportunidade de estar na posição de observadora e ter certeza de que a afetividade e as relações que se desenvolveram entre aluno e professor agiram como catalizadores no desenvolvimento daquele trabalho. Foi algo gratificante e inesquecível. Hoje, quando revejo as fotos tiradas na ocasião, sinto saudades daquele projeto que não mais vivi.

Figura 1 - Segunda fase Olimpíada de Matemática do CEF 427 de Samambaia - 1998

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

Em 2000, passei a integrar o quadro da direção dessa mesma escola, cargo em que permaneci por sete anos, durante os quais, paralelamente, acumulei várias funções. Admito ter enfrentado muitas dificuldades em todos os aspectos. Tive que aprender, com amor e dor, como administrar uma escola sem ter tido nenhuma preparação, mas valeu a pena, pois nesse lugar ao qual chamei de casa por diversas vezes, construí uma família, fiz amigos, chorei no banheiro, perdi irmãos, conquistei respeito com dignidade e trabalho, desaprendi para reaprender, ouvi muitas coisas boas e ruins, mas todas elas me serviram de material de aprendizagem. Porém, a parte mais importante e dolorosa de fazer parte de uma direção de escola pública, do ponto de vista pedagógico, foi conhecer e entender como as coisas realmente acontecem por trás dos bastidores. Assisti e participei de ações com as quais nem sempre concordava.

No ano de 2001, fui coordenadora e professora do “Programa Sucesso no Aprender”. O programa funcionava aos sábados e tinha como proposta de trabalho investir no lúdico e trabalhar a autoestima do aluno. Enquanto professora de matemática, resolvi levar aos alunos algo que particularmente adoro, o desenho e a pintura. Matemática, desenho e cores, tinta acrílica sobre telas, que seriam confeccionadas pelos alunos, que a princípio ficaram assustados... aula de matemática com tinta e pincel? Mas logo se entregaram ao deleite de verem surgir, em seus traços feitos com régua, belas imagens coloridas partindo de conteúdos de matemática trabalhados em sala, aos sábados.

No final daquele semestre, a coordenadora do programa “Sucesso no Aprender” resolveu montar um jornal que falava do trabalho produzido pelas escolas participantes do referido projeto de todo o Distrito Federal. Tentando organizar meus arquivos, encontrei um exemplar desse jornal, já com manchas de mofo e amassado. Cuidadosamente o desamassei e pude observar que a maioria, cerca de um terço das fotos da capa, era de meus alunos pintando seus quadros, e que a página destinada à Regional de Samambaia foi composta, praticamente, com esses trabalhos, incluindo o pequeno parágrafo de abertura intitulado “Sucesso no Aprender e na Matemática”.

Figura 2 - Atividades desenvolvidas no programa “Sucesso no Aprender” em 2001

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

A experiência arrebatadora aconteceu quando tive a oportunidade de lecionar para futuros professores de matemática em dois polos da Universidade Estadual de Goiás - UEG, sendo um em Santo Antônio do Descoberto, onde lecionei a disciplina História da Matemática, em 2006. Ao ser selecionada para tal disciplina, me senti um tanto quanto insegura, afinal História da Matemática exige uma formação acadêmica vasta e ampla; decidi, então, executar um também antigo projeto - a elaboração de uma “revista” interdisciplinar de matemática, e nada como a História da Matemática para começar. Resultado, dez exemplares diferentes, cujos rascunhos guardo, com muito carinho, da Revista de Educação e História da Matemática.

No outro polo, em Cristalina, lecionei Álgebra, Cálculo e fui orientadora do Trabalho de Conclusão de Curso e do Estágio Supervisionado. Ali enfrentei meus maiores fantasmas e conquistei minha maior glória. Encontrei alunos típicos dos cursos de Exatas, que acreditam que são os melhores da faculdade por exibirem em suas camisetas frases de matemática e algoritmos complicados, que escondem sua dificuldade de leitura atrás da antiga falácia de que professores de matemática não precisam ler. Isso foi o que mais me chocou. Lembro-me de alguns professores do meu passado usarem com uma dose de “pseudo” orgulho essa frase, mas não podia acreditar que ainda hoje fosse assim, como acreditar que um professor possa não cultivar o hábito de ler e, pior ainda, não querer aprender a cultivá-lo, como falar em educação sem leitura, como resolver problemas simples sem a capacidade de interpretá-los? Eu tinha um desafio, tinha a obrigação de trazer algo de novo para aqueles que logo estariam na sala de aula e quem sabe seriam professores de meus filhos.

Em minhas primeiras aulas de álgebra, comecei lentamente a introduzir textos curtos sobre matemática e educação em geral. Comecei com parágrafos, frases sobre educação e, pouco a pouco, fui montando meu arsenal, até que um dia uma aluna me interpelou sobre o objetivo de um texto que eu havia levado intitulado “Famílias más... Mães más...”, na aula de álgebra. Eu sabia o porquê, mas não podia expor verbalmente minha intenção, pois isso acabaria por fazê-los matar a charada. Fiquei pensativa diante daquela aluna adulta que torcia o nariz em minha direção, e respondi que era apenas para distrair um pouco, mas que, se a turma quisesse, não levaria mais textos e nem minhas caixetas ambulantes repletas de livros, CD’s, DVD’s, material pedagógico e uma quase oficina de material concreto para o ensino de matemática, que sempre deixava à vista na torcida de que os mais curiosos se aventurassem. A turma permaneceu muda, voltei a falar sobre anéis, grupos e álgebra na sua mais pura essência, no entanto eu estava vazia.

Na aula seguinte, fui desarmada, sem meu arsenal de livros e outros tantos materiais. Ao entrar na sala, duas crianças vieram me trazer vasinhos de cacto, fiquei sem entender, eram os filhos da aluna que me interrogara. E algo inesperado aconteceu, como eu não havia levado mensagem, nem texto, nem caixas, dois alunos perguntaram se eu precisava de ajuda para buscar meu material no carro. Fiquei perplexa, não tinha percebido que eles já tinham incorporado aquela ambientalização e que meu objetivo estava sendo alcançado. Assim continuei, foram muitas aventuras nas outras aulas de álgebra, depois em cálculo, e quando chegou o momento de elaborar o Trabalho de Conclusão de Curso - TCC, eles já tinham alguma bagagem para compor a bibliografia.

Essa turma estava se formando em junho de 2007, e numa de minhas últimas aulas, na qual recebia orgulhosa os dois exemplares do TCC, já encadernados na cor azul, de cada aluno, totalizando 29 diferentes trabalhos concluídos, uma aluna da comissão de formatura pediu para dar um recado para a turma. Perguntei se era necessário que eu saísse, ela disse sorridente que não, pois o recado era também para mim. Assumindo um tom altivo, ela disse que, por unanimidade, eu tinha sido escolhida a professora que daria nome à turma. Não preciso dizer que, além das lágrimas, eu fui saudada com palavras que trago como dedicatória em alguns Trabalhos de Conclusão de Curso – TCC, “À Cristina de Jesus Teixeira, professora da escola e da vida”. Recebi também um pequeno troféu em cristal, mas a maior recompensa foi saber que consegui transformar e ser transformada por aqueles que se tornaram meus mestres.

A partir de então, já no segundo semestre de 2007, percebi que precisava me aperfeiçoar. Apesar dos cursos de pós-graduação *lato sensu*, que havia feito, necessitava de um curso *stricto senso* voltado para a minha área de interesse, e foi então que me inscrevi no processo seletivo para o mestrado em Educação Matemática da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília. Li toda a bibliografia indicada, mandei *e-mails* para todos os orientandos do professor Cristiano Alberto Muniz, na tentativa de obter alguma informação sobre como proceder. Apenas um *e-mail* foi respondido por uma orientanda, pela qual nutro intenso carinho e respeito, que se disponibilizou a me ajudar quando eu não sabia que caminho tomar. Ela leu, releu, corrigiu meu pré-projeto e fez sugestões que eu prontamente acatei.

Como o processo de seleção do mestrado era composto de quatro etapas, eu passei na primeira, que era a apresentação do pré-projeto, passei na prova de espanhol e reprovei na prova escrita de conhecimento, que trazia duas questões sobre as quais devo ter sido por demais romântica em minha redação, algo que tenho tentado corrigir, mas até então não havia conseguido. Após ter sido reprovada, entrei com recurso, não consegui. Entrei com requerimento para tentar uma vaga como aluna especial, não consegui. Eu não podia desistir, precisava estar lá e fazer parte de algo para mim desconhecido, mas que acreditava ser um trecho da minha caminhada, não podia desistir agora. Enviei um *e-mail* para o professor Cristiano Alberto Muniz pedindo que me deixasse assistir às suas aulas, que me desse uma única chance e, na resposta por *e-mail*, estava escrito “compareça quinta-feira às 19 horas”. Enquanto eu chorava de alegria, minha irmã dizia não entender o motivo de tanta felicidade, se eu não tinha conseguido exatamente nada. O que minha irmã não compreendia era que o fato de estar no ambiente da universidade e ter acesso a novas possibilidades de aprender e ensinar representava muito.

Depois disso, fui trabalhar em uma escola do centro de Brasília com uma diretora tirana, foi uma experiência horrível, pedi devolução. Optei pela primeira escola que me ofereceram. Uma escola antiga, a mais antiga de Brasília, na qual fui muito bem recebida e resolvi ficar. Nessa escola, tive e estou tendo oportunidade e liberdade de desenvolver um trabalho próximo do que idealizei. Desde que cheguei, percebi que poderia desenvolver projetos antigos e engavetados.

A equipe dessa escola tem trabalhado no sentido de democratizar a matemática, ou seja, levar os estudantes a acreditarem que a matemática não é uma disciplina apenas para um grupo seleto considerado acima da média. Em 2015, desenvolvemos uma exposição de jogos confeccionados pelos estudantes; em 2016, oferecemos aos estudantes oficinas de raciocínio lógico e de problemas olímpicos e organizamos nossa primeira Olimpíada de Matemática, não uma Olimpíada para ranquear os melhores, mas para mostrar que todos são capazes. Nessa escola, temos conseguido caminhar na mesma direção em relação aos projetos pedagógicos relacionados à matemática.

Em 2014, incentivada pela então vice-diretora, iniciei um projeto para atender estudantes no contraturno, às segundas e terças-feiras, com início às 11 horas e término às 12h15min. Eram oferecidas oficinas de construção de materiais concretos, jogos, matemática e arte etc. Como eu lecionava à tarde, os estudantes, inicialmente, tinham certa resistência em sair de casa cedo para chegar à escola mais cedo e, principalmente, sendo aulas de matemática. No entanto, alguns vinham e contavam para os outros, e assim conseguimos que muitos aderissem ao projeto. É importante citar que os estudantes do ano de 2014 eram, em sua maioria, oriundos de turmas de aceleração. Isto posto, o trabalho pedagógico tinha que ser pensado em uma perspectiva de agregação, de trabalhar a autoestima, de trazê-los para a escola. Essas eram necessidades que se constituíam mais importantes que o currículo a ser cumprido.

Figura 3 - Jogos construídos nos encontros do projeto - 2014

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

Retomei, em 2015, um projeto sobre resolução de problemas de Olimpíadas de Matemática, que havia iniciado em 2011 em outra escola. Como era exercício provisório nessa escola e só assumia as turmas no início do segundo bimestre, iniciei o projeto em meados de junho. Os participantes foram poucos, apenas sete estudantes que haviam sido contemplados com vaga para a segunda fase de uma Olimpíada de Matemática. O objetivo, a princípio, era motivar os estudantes e levá-los a desenvolver autonomia para resolver os problemas. Para tanto, nos reuníamos toda segunda-feira e terça-feira, no contraturno. Em grupo, discutiam, dialogavam, trocavam informações e resolviam os problemas e desafios. Para minha surpresa, dos 54 estudantes de toda a escola que participaram da segunda fase da Olimpíada, dez foram agraciados com medalhas e menções honrosas. E cinco eram estudantes que haviam participado do projeto!

Percebi então que era possível fazer um trabalho diferenciado, pautado na resolução de problemas de Olimpíadas – abordagem considerada difícil, tanto por estudantes quanto por alguns professores. Em 2016, continuei com o projeto, que foi estendido para todos os que quisessem participar. A direção da escola possibilitou que uma sala de aula ficasse à minha disposição. Todo o planejamento dos encontros das oficinas era fundamentado na resolução de problemas. Nesse ano, dos 16 estudantes premiados na OBMEP, 11 eram participantes do projeto. Em 2017, os estudantes participantes do projeto voltaram a se destacar, no entanto crescemos em qualidade, chegando a ter uma das estudantes com o melhor desempenho de todo o Distrito Federal.

O envolvimento nesse projeto reacendeu a necessidade de voltar a estudar. Definitivamente precisava de respaldo teórico para embasar meu fazer pedagógico. Pleiteei uma vaga como aluna especial na disciplina "Avaliação da educação básica". Nessa disciplina, o professor solicitou que desenvolvêssemos alguma atividade referente à avaliação formativa e escrevêssemos um artigo sobre a atividade desenvolvida. A atividade resultou no artigo com o seguinte título: "O *feedback* entre pares como instrumento de autorregulação das aprendizagens na resolução de problemas da OBMEP", que teve como pano de fundo o projeto "Matemática É Para Todos" que, à época, ainda não tinha essa nomenclatura.

Para dar continuidade ao antigo projeto de melhorar minha prática pedagógica, fiz inscrição para o mestrado acadêmico de 2017. Ao fazer a inscrição, tive o prazer de descobrir que havia um novo professor na linha de pesquisa Educação em Ciências e Matemática, para a qual eu estava me candidatando. Já o conhecia como coordenador de um curso de matemática no qual eu havia trabalhado como professora temporária, mas, como ele estava concluindo o doutorado, não tivemos muito contato. Pesquisei sobre o referido professor e tive certeza da minha escolha, apesar de haver outra opção de professor na linha de pesquisa, voltado para a ludicidade.

O processo seletivo para as vagas oferecidas foi concorridíssimo e, por várias vezes, tive certeza de que não conseguiria ser contemplada com a vaga, pois já havia participado de dois processos seletivos e não havia sido aprovada. Em meados de junho de 2017, o tão esperando resultado do processo seletivo foi publicado... passei!

No segundo semestre do mestrado acadêmico de 2017, estava investido todo o esforço e tempo nesse curso que, afinal, era algo pelo qual muito ansiei... ao fazer a matrícula, tive a alegria de concretizar algo tão desejado e, ao mesmo tempo, a dura decisão de ter que pedir afastamento e me afastar da escola... os meninos pareciam desconfiar de alguma coisa e me perguntavam ansiosos sobre a continuidade do Projeto. Em meados de março, participei do processo seletivo para afastamento remunerado da SEEDF para estudar e fui contemplada com vaga na classificação provisória. Já sabia o que faria, mas precisava conversar com meu orientador. A conversa foi simples, ele disse que eu tinha que ter certeza da minha decisão e arcar com as consequências.

Optei por não me afastar... talvez uma das mais difíceis decisões profissionais que tive que tomar, pois essa decisão não diz respeito apenas a tempo. Quando estou com eles, com meus meninos e minhas meninas, seja nas aulas regulares, ou seja, nos tempos do projeto, tenho certeza de que a minha escolha foi acertada. É algo que preciso muito fazer e sei que é possível, pois eu acredito que a matemática é para todos.

1.2 Justificativa

Sabe-se que o ensino da matemática ainda se configura como vilão dentro dos espaços escolares. De um lado, os estudantes que, em sua maioria, consideram-na difícil; do outro lado, os professores que, por diversos motivos, não têm obtido êxito em alcançar e motivar os estudantes. Os sistemas criam, recriam, copiam e implantam programas e modelos na tentativa de melhorar os índices de proficiência dos estudantes, principalmente em matemática, no entanto esses programas não têm surtido o efeito desejado.

Os mesmos estudantes que demonstram dificuldade na matemática escolar lidam com números e algoritmos complexos em seus celulares, *tablets* e *vídeo games*, jogos, resolvem problemas de complexidade muito superior aos que são apresentados em seus livros escolares, mas, nesses, a matemática não é aparente, mas está presente. A matemática faz parte do cotidiano dos estudantes, no entanto seus resultados não refletem a intimidade que, mesmo de forma inconsciente, os estudantes estabelecem naturalmente com ela. A curiosidade para resolver problemas e enigmas, tão inerente ao estudante em outros contextos cotidianos, parece desaparecer nos espaços da sala de aula.

Isto posto, entende-se que muitas vertentes podem ser investigadas na busca de respostas para as colocações acima. No entanto, este estudo contempla a investigação sobre as aprendizagens da matemática por meio da proposição de problemas em perspectivas diferenciadas. Buscam-se possibilidades com vistas à promoção e à democratização da aprendizagem da matemática.

Na perspectiva de o problema de estudo investigado obter resultados positivos, em relação ao objetivo do estudo de identificar possibilidades de promoção das aprendizagens da matemática por meio da proposição de problemas, a implementação do projeto MEPT em outras escolas pode contribuir para melhorias qualitativas das aprendizagens da matemática dos estudantes.

1.3 Declaração dos objetivos

A declaração dos objetivos tem o propósito de informar a intenção geral de um estudo, ela indica o que se pretende alcançar (CRESWELL, 2010). Para Marconi e Lakatos (2003, p. 219), o objetivo geral está ligado a uma visão global e abrangente do tema.

Ao destrinchar o tema do estudo, “aprendizagens da matemática por meio da proposição de problemas”, obtiveram-se subtemas que se consolidaram em pesquisas, aqui apresentadas na forma de artigos, o que nos levou a optar por pesquisas microssituadas em uma abrangência macro, no sentido de alcançar os objetivos propostos. Cada artigo que compõe esse estudo apresenta um objetivo geral e independente dos demais artigos, mas subordinado ao objetivo *lato* que remete ao estudo; no caso, identificar possibilidade de promoção das aprendizagens da matemática por meio da proposição de problemas.

Os objetivos gerais de cada artigo atuam como objetivos específicos em relação ao *multipaper.* Richardson (2007) explica que os objetivos específicos definem etapas que devem ser cumpridas para alcançar o objetivo geral; por sua vez, os objetivos específicos podem ser entendidos como o desmembramento do objetivo geral, o que favorece o trajeto do estudo.

No entanto, cada artigo enquanto subtema apresenta, além do objetivo geral, que funciona como objetivo específico em relação à dissertação, os próprios objetivos específicos. Marconi e Lakatos (2003, p. 219) ressaltam que os objetivos específicos apresentam caráter mais concreto, o que permite atingir o objetivo geral e aplicá-lo a situações particulares.

Ademais, nesta dissertação, os artigos estão encadeados sequencialmente de modo que o primeiro artigo, “Matemática É Para Todos”, teve como objetivo geral analisar o projeto Matemática É Para Todos – MEPT, enquanto coadjuvante das aprendizagens da matemática. Especificamente analisar as percepções dos estudantes em relação ao projeto Matemática É Para Todos – MEPT, verificar o engajamento dos estudantes no projeto e identificar potencialidades para o processo de aprendizagem da matemática.

O segundo artigo, “A colaboração entre pares no desenvolvimento das habilidades matemáticas em contexto de resolução de problemas”, teve como objetivo geral analisar se as interações entre pares, no momento da resolução de problemas, podem favorecer o desenvolvimento de habilidades matemáticas e, de forma restrita, identificar se as interações apresentam elementos componenciais da colaboração e verificar se essas interações entre os pares favorecem o desenvolvimento de habilidades matemáticas.

No terceiro artigo, “Aprendizagem da matemática utilizando a estratégia de criatividade formulação de problemas”, objetivou-se analisar as produções dos estudantes em relação à criatividade matemática, especificamente descrever as atividades desenvolvidas a partir da estratégia de criatividade em matemática com foco na formulação de problemas e identificar componentes de criatividade: fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração.

De posse dos resultados e das análises das três pesquisas precedentes, buscou-se identificar possibilidades para promover, no sentido de estimular-incrementar - auxiliar as aprendizagens da matemática, democratizar sua aprendizagem e suscitar o desejo de aprender nos estudantes.

1.4 O objeto investigado e o problema de pesquisa

A aprendizagem da matemática se tornou alvo de pesquisas e dos órgãos responsáveis pela educação devido aos problemas surgidos em relação ao seu ensino e a sua aprendizagem no último século. Isso se deve, em parte, às mudanças apresentadas tanto na sociedade em relação à obrigatoriedade da escolarização quanto na demanda por mão de obra específica por conta de fatos referentes à industrialização, aos conflitos e guerras, aos avanços tecnológicos etc.

Em meados do século XX, começou-se a falar na aprendizagem da matemática a partir da estratégia de resolução de problemas, por entender a resolução de problemas como ferramenta que agrega aspectos necessários ao desenvolvimento de habilidades matemáticas. Desde então, diversos estudos e pesquisas em nível mundial têm se voltado para essa temática. No entanto, por mais que se tenha investigado e produzido metodologias e estratégias voltadas para a resolução de problemas, na tentativa de melhorar a qualidade da aprendizagem, essas não têm surtido o efeito desejado no contexto da sala de aula. Isso pode ser ocasionado por diversos fatores, entre eles a forma como a disciplina ainda é ensinada e como são aferidos os resultados dessa aprendizagem.

O fato de a matemática ensinada na escola ainda ser apresentada despida de sua natureza humana, e ensinada como um amontoado de regras, deduções e fórmulas a afasta do cotidiano dos estudantes, excluindo-a do leque de conhecimentos que desperta o interesse e o desejo de aprender. Além disso, os resultados de avaliações e testes nessa disciplina, que geralmente têm sido ruins, costumam ter impactos negativos sobre a autoestima e o autoconceito da maioria dos estudantes. Ademais, por ser considerada como um conhecimento de difícil apropriação, pode-se notar uma aceitação e até validação, por parte da sociedade, de que se tenha baixo desempenho em matemática, justificando-se, inclusive, não gostar de matemática.

Portanto, o objeto deste estudo, de forma ampla, são *as aprendizagens da matemática, especificamente por meio da estratégia proposição de problemas.* Nesse sentido, o problema de pesquisa se configura a partir do anseio de buscar possibilidades para promover as aprendizagens da matemática. Ao se falar em possibilidades, não se cogita desenvolver projetos concebidos enquanto “aulas de reforço” ou “reagrupamentos[3]” nos quais os estudantes são separados por níveis de dificuldades, tampouco escolher estudantes para qualquer que seja a atividade a desenvolver. O problema de pesquisa indaga possibilidades potenciais de promover

[3] Estratégia de intervenção utilizada para sanar dificuldades de aprendizagens. Consiste na formação de grupos de estudantes de uma mesma turma ou turmas diferentes, durante o horário das aulas, de acordo com suas dificuldades de aprendizagem ou suas potencialidades (DISTRITO FEDERAL, 2014, p. 19-20).

a aprendizagem dessa disciplina, despertar o interesse e o desejo de aprender do estudante e levá-lo a perceber a matemática como algo que faz parte da vida, democratizando sua aprendizagem.

Portanto, apresenta-se um estudo que intenta identificar possibilidades de promoção das aprendizagens da matemática a partir da proposição de problemas em perspectivas diferenciadas. Para tanto, investiga-se uma proposta de projeto que acontece no contraturno e no qual as atividades são baseadas na proposição de problemas e desenvolvidas pelos estudantes organizados em pares.

O estudo é composto por três partes, uma que analisa o cenário no qual se desenvolvem as atividades referentes aos problemas, outra que aborda a dinâmica da interação dos pares em situação de resolução de problemas e seus efeitos sobre as aprendizagens da matemática, e a última parte, que investiga a criatividade das produções dos estudantes.

Desse modo, a composição do problema de pesquisa refere-se às possibilidades de promoção (estimular, incrementar, auxiliar) da aprendizagem da matemática por meio da estratégia de proposição de problemas, constituindo-se o problema de pesquisa *Como promover as aprendizagens da matemática por meio da estratégia de proposição de problemas?*

1.5 Percurso da pesquisa

A construção do percurso desta pesquisa, por se constituir a partir de microestudos, demandou diferentes instrumentos e procedimentos de pesquisa que foram descritos, especificamente, em cada artigo. Em seu formato holístico, o estudo privilegiou a abordagem qualitativa, a concepção histórico-cultural e a estratégia pesquisa-ação.

A pesquisa qualitativa é uma forma de investigação na qual os fatos e dados são interpretados, nela “o pesquisador faz uma interpretação do que enxerga, ouve e entende” (CRESWELL, 2010, p. 209). Tudo que se capta com os sentidos é interpretado, pois sua importância está agregada ao estudo das relações entre os sujeitos. Richardson (2007) destaca que o objetivo fundamental da pesquisa qualitativa está no aprofundamento da compreensão de um fenômeno social e nas análises qualitativas da consciência articulada dos sujeitos envolvidos no fenômeno.

Conforme Moreira (2002), a pesquisa qualitativa é por natureza interpretativa, ou seja, procura compreender o contexto do estudo do ponto de vista dos sujeitos envolvidos, das relações estabelecidas e do produto dessas interações. O processo de pesquisa envolve as questões e os procedimentos que emergem, "os dados coletados no ambiente do participante, a análise indutivamente construída a partir das particularidades, as interpretações feitas pelo pesquisador acerca do significado dos dados" (CRESWELL, 2010, p. 26). Borba e Araújo (2006, p. 106) enfatizam que "o qualitativo engloba a ideia do subjetivo".

Para além disso, este estudo se caracteriza por conferir interpretações de natureza subjetiva e, portanto, complexas, cujo carácter construtivo e interpretativo enfatiza os processos e seus significados socialmente construídos. A interpretação e a atribuição de significados são elementos básicos no processo de pesquisa qualitativa, sendo os processos de interação e seus significados os focos principais de abordagem.

A concepção histórico-cultural adotada por este estudo se fundamenta no fato de tratar-se de uma investigação que evidencia a importância das interações para o desenvolvimento do estudante, que o conhecimento é construído nas interações que o sujeito estabelece como seu meio sociocultural. Para Vigotsky (2001), o conhecimento é socialmente construído pelas e nas relações humanas.

Conforme Pederiva (2018), os sujeitos se constituem histórico-culturalmente nas relações que estabelecem com os outros, na troca de experiências de cada um e de todos. Este estudo, por ser constituído a partir das interações entre os estudantes, se insere em contextos de relações dialógicas e, desse modo,

> [...] a educação assume uma perspectiva revolucionária (...) ao invés de encerrar o desenvolvimento em limitações de ordem biológica da pessoa, apenas em sua dimensão natural, aponta, por meio da dimensão histórica e cultural, na direção das possibilidades de cada um, na apropriação de ferramentas culturais, que pode ser efetuada por todos sem distinções (PEDERIVA, 2018, p. 23).

A concepção histórico-cultural entende a aprendizagem como processo que não cessa, o processo de educação é compreendido a partir de saltos qualitativos entre níveis de aprendizagem, na qual "a aprendizagem desperta processos internos de desenvolvimento que somente podem ocorrer quando o indivíduo interage com outras pessoas" (OLIVEIRA, 1992, p. 33).

O estudo está pautado nos processos que os estudantes percorrem entre antigas e novas aprendizagens e, de acordo com Vigotsky (1930 *apud* PEDERIVA, 2018, p. 26), a educação como processo é o campo de ampliação das experiências de cada um, um processo colaborativo entre os sujeitos baseado na unidade intelecto-afetivo.

Quanto ao papel da pesquisadora neste estudo, tendo em vista que esta desempenhou as funções de observação e participação ao mesmo tempo, a pesquisa se configura como pesquisa-ação. Essa forma de atuação aconteceu em função de o estudo ser desenvolvido no contexto de docência da pesquisadora.

As características da pesquisa-ação, tratando-se de uma estratégia geralmente utilizada em projetos de pesquisa educacional, são adequadas a esse estudo; Elliott (1991, p. 69) ressalta que trata-se de “estudo de uma situação social com vistas a melhorar a qualidade da ação dentro dela”. A pesquisa-ação, segundo Elliott (1991), permite superar as lacunas existentes entre a pesquisa educativa e a prática docente, ou seja, entre a teoria e a prática, e os resultados ampliam as capacidades de compreensão do professor e suas práticas, podendo favorecer mudanças. Thiollent (2002, p. 75) reforça dizendo que “com a orientação metodológica da pesquisa-ação, os pesquisadores em educação estariam em condição de produzir informações e conhecimentos de uso mais efetivo, inclusive no nível pedagógico”.

Nesse sentido, a pesquisa-ação se configura ideal para o estudo em questão, pois a professora, sendo ao mesmo tempo observadora e pesquisadora, se coloca em uma posição de reflexão e mediação. Sobre isso, Thiollent (2002) enfatiza que, “no contexto das práticas educacionais, vistas numa perspectiva transformadora e emancipadora, as ideias dão lugar a uma reciclagem e possibilidade de conhecer e agir de modo racional” (THIOLLENT, 2002, p. 7).

A pesquisa-ação é um processo que, para Elliot (2001), se altera constantemente em espirais de reflexão e ação, o que possibilita perceber e diagnosticar uma situação ou problema prático que se quer melhorar ou resolver, formular estratégias de ação, desenvolver essas estratégias e avaliar sua eficiência, ampliar a compreensão da nova situação. A pesquisa-ação oferece “elementos de tomada de consciência que são levados em consideração nas próprias situações investigadas” (THIOLLENT, 2002, p. 75-6).

Apesar de compreender a importância da pesquisa-ação para este estudo e de ter clara a noção do quão a participação da professora pesquisadora pode ter influenciado e modificado sua própria prática, enfatiza-se veementemente que sua participação não se configurou, em nenhum momento do estudo, como objeto de investigação, não oferendo, portanto, resultados, tampouco constando das análises.

Em relação à estrutura, este estudo, por se configurar de forma complexa, está organizado no formato *multipaper*. Duke e Beck (1999) explicam que, no *multipaper*, o corpo da dissertação toma a forma de uma combinação de artigos de pesquisa, assumindo características próprias, sendo, portanto, o *multipaper* uma forma original de produzir conhecimento, sem perder a coesão com o objeto *lato* de estudo.

> A principal característica da tese em formato de artigos é que cada artigo tem suas próprias características de individualidade. Isto significa que cada artigo terá seu próprio objetivo, método de pesquisa, resultados, discussões e conclusões, de maneira que ele possa ser submetido e aprovado em um periódico acadêmico independentemente dos demais artigos, ou baseado nos resultados parciais obtidos no artigo anterior (FRANK E YUKIHARA, 2013, p. 3).

De acordo com Garnica (2011), o formato *multipaper* consiste em uma coleção de manuscritos multiautoria que trazem entre si certa independência, mas configuram algo que se pretende coeso. No *multipaper,* os textos dialogam, e muitas vezes revisitam momentos e temas já visitados.

> Algo como que uma independência que complementa e, complementando, talvez organize informações de modo a permitir, sempre, reconfigurações e, é claro, ressignificações. Uma ousadia tímida. Ousadia, pois pretende impor-se numa região – a academia – na qual tais inovações não são usuais. Tímida por sentirmos ainda a necessidade de explicações e sondagens cautelosas e prévias (uma estratégia dentre as quais se inscreve essa nossa apresentação, que tenta anunciar uma perspectiva e que é nossa", mas assinada pelo orientador) (GARNICA, 2011, p. 8).

Frank e Yukihara (2013) esclarecem que, quando a dissertação intenta investigar um problema e, para tanto, necessita obter resultados intermediários, nesse caso seria comum que cada artigo atendesse a um dos objetivos específicos, que, por sua vez, atendem ao objetivo geral desta, nesse caso, os resultados parciais de cada artigo vão conduzindo ao resultado final desejado para atender ao objetivo geral.

Outrossim, a ousadia de trabalhar com algo novo, em um campo de rigor tradicionalmente consagrado como o da pesquisa científica acadêmica, se sustenta na concepção vigotskiana de que, para haver desenvolvimento, é preciso criar novos modos de produção e, sendo a pesquisa compreendida como capacidade de elaboração própria, condensa-se em uma multiplicidade de horizontes no contexto científico (DEMO, 2000, p. 18).

Ademais, este estudo descreve uma pesquisa de abordagem qualitativa e interpretativa em relação ao objeto investigado “Aprendizagem da matemática por meio da estratégia de proposição de problemas”.

1.5.1 Mapa metodológico

O mapa metodológico tem por finalidade apresentar de forma sintética a metodologia utilizada na dissertação. Richardson (2007) explica que a metodologia são os procedimentos e regras utilizados, e o método é o caminho ou a maneira para chegar a determinado objetivo.

Quadro 1 - Mapa metodológico da dissertação

OBJETIVO GERAL DO ESTUDO		
Identificar possibilidades de promoção das aprendizagens da matemática a partir da proposição de problemas em perspectivas diferenciadas: do contexto da proposição dos problemas (projeto Matemática É Para Todos); das interações que nele se estabelecem (colaboração); e de um produto desse contexto (criatividade).		
Objetivos Específicos	**Pesquisas**	**Método/Instrumento**
Analisar as percepções dos estudantes em relação ao projeto *Matemática É Para Todos* – MEPT, enquanto coadjuvante das aprendizagens da matemática	Artigo I	Pesquisa qualitativa. Questionário aberto.
Analisar se as interações entre pares, no momento da resolução de problemas, podem favorecer o desenvolvimento de habilidades matemáticas.	Artigo II	Pesquisa qualitativa. Registro de observações.
Analisar as produções em relação à criatividade em matemática com foco na formulação de problemas.	Artigo III	Pesquisa qualitativa. Produções escritas.

Fonte: Elaborado pelos autores.

O mapa metodológico explicita os objetivos de cada pesquisa e os respectivos procedimentos utilizados, interligando-os ao objetivo geral do estudo.

REFERÊNCIAS

BOAVIDA, A.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. *In*: GTI (org.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional.** Lisboa: APM, 2002. p. 43-55.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática***.* Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

CABANÍ, M. L. P. A aprendizagem escolar do ponto de vista do aluno: os enfoques de aprendizagem. *In*: COLL, C.; MARCHESI, Á.; PALÁCIOS J. (org.). **Desenvolvimento Psicológico e Educação**: Psicologia da Educação Escolar. Tradução Fátima Murad. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004. v. 2. p. 193-208.

COLL, C. Linguagem, atividade e discurso na sala de aula. *In*: COLL, C.; MARCHESI, Á.; PALACIOS, J. **Desenvolvimento psicológico e educação:** Psicologia da Educação Escolar. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004, p. 261-279.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa:** Métodos Qualitativo, Quantitativo e Misto. Tradução: Magda Lopes. 3. ed. Porto Alegre Artmed, 2010.

D'AMBRÓSIO, U. Os fundamentos Filosóficos e epistemológicos do e no ensino da matemática. *In*: FÁVERO, M. H.; CUNHA, C. (org.). **Psicologia do Conhecimento:** o diálogo entre as ciências e a cidadania. Brasília: UNESCO, Universidade de Brasília, Liber Livros Editora, 2009. p. 85-100.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação matemática da teoria à prática.** 15. ed. São Paulo: Papirus, 2007.

D'AMBRÓSIO, U. Um enfoque transdisciplinar à educação e à história da matemática. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (org.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 13-29.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12. ed. São Paulo: Editora Ática. 2007.

DEMO, P. **Metodologia do conhecimento científico**. São Paulo: Atlas, 2000.

DUKE, N. K.; BECK, S. W. Education should consider alternative formats for the dissertation. **Educational Researcher**, v. 28, n. 3, p. 31–36, 1999.

ECHEVERRÍA, M. P. P. A Solução de Problemas em Matemática. *In*: POZO, J. I. (org). **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998, p. 43-66.

ELLIOTT, J. Recolocando a pesquisa-ação em seu lugar original e próprio. In Geraldi, C. M. G.; Fiorentini, D. e Pereira, E. M. A. (Orgs) **Cartografias do trabalho docente:** professor(a)-pesquisador(a). Campinas, SP: Mercado de Letras, 1998.

ENGLISH, L. D. Problem posing in the elementary curriculum. *In:* LESTER, F.; CHARLES, R. (ed.). **Teaching mathematics through problem solving**. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 2003.

FERREIRA, L. S. **Trabalho pedagógico na escola**: sujeitos, tempo e conhecimentos. Curitiba: Editora CRV, 2017.

FRANK, A. G**.**; YUKIHARA, E. Formatos alternativos de teses e dissertações. **Blog Ciência Prática**. 15 abr. 2013. Tema: Ciência prática. Disponível em: http://cienciapratica.wordpress.com/. Acesso em: 22 jan. 2018. (Blog).

FREIRE, P. Educação: o sonho possível. *In*: BRANDÃO, C.R. (org.). **O Educador:** vida e morte. 9. ed. Rio de Janeiro: Graal, 1989, p. 89-101.

GARNICA, A. V. M. Apresentação. *In*: SOUZA, L. A. de. **Trilhas na construção de versões históricas sobre um Grupo Escolar.** 2011. 420 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Campus de Rio Claro, São Paulo, UNESP, 2011.

HUETE S. J. C.; BRAVO, J. A. F. **O Ensino da Matemática:** fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

ILLICh, I. **Sociedade sem escolas**. Tradução Lúcia Mathilde Endlich Orth. Petrópolis: Vozes, 1985.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MARCUSSE, C. G. **O aspecto afetivo no ensino da matemática**. monografia: Jacarezinho-PR, 2000.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 7 n. 1, p. 7-29. 2002. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/ienci. Acesso em: 20 fev. 2019.

MOREIRA, G. E. Resolvendo problemas com alunos com Transtornos Globais do Desenvolvimento: desafios e conquistas. **Educação Matemática em Revist**a, Rio Grande do Sul, v. 01, n. 15, 2014.

MOREIRA, G. E, SOUZA, A. S. As influências de malba tahan para a educação Matemática*:* o legado de um educador à frente de seu tempo. **Revista de Educação Matemátic**a, São Paulo, v. 15, n. 19, p. 294-309, maio/ago. 2018.

MUNIZ, C. A.; BITTAR, M. **A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. Curitiba: Editora CRV, 2009.

NCTM. **An Agenda for Action**: Recommendations for School Mathematics in the 1980’s. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1980

NCTM. **Sugerências para resolver problemas**. México, Trillhas, National Council of Teachers of Mathematics, 1990.

NCTM. **New direction for elementary school mathematics**. Yearbook. Virginia, National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V*.* **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-220.

ONUCHIC. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática,** Rio Claro (SP), v. 5, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender Matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2006.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar**. Tradução Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes médicas, 2000.

POLYA, G**. A Arte de Resolver Problemas**. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POZO, J. I. **Aprendizes e mestres:** a nova cultura da aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2002.

POZO, J. I.; ANGÓN, Y. P. A Solução de Problemas como Conteúdo Procedimental da Educação Básica. *In*: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed. 1998.

RANCIÈRE, J. **O Mestre ignorante:** Cinco lições sobre a emancipação intelectual. Traduzido por Lilian do Valle. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

RICHARDSON, R. J. *et al*. **Pesquisa social**: métodos e técnicas. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

SADOVSKY, Patrícia. **O ensino da matemática hoje:** Enfoques, sentidos e desafios. São Paulo, Ática, 2010.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K.,. Developing understanding in mathematics via problem solving. *In*: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (ed.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p. 31-42.

SMOLE, K. C. S. Textos em matemática: por que não? *In*: SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2011. p. 151- 173.

TUNES, E; PEDROZA, L. P. O silêncio ou a profanação do outro. *In*: TUNES, E. (org.). **Sem escola, sem documento**. Rio de Janeiro: E-papers, 2011. p. 15-29.

VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A. Ensinar matemática com resolução de problemas. **Quadrante**, Lisboa, v. 24, n. 2, p. 39-60, 2015.

VIGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar**: O papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

ZUNINO, D. L. **A Matemática na escola:** aqui e agora. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

CAPÍTULO 2 MATEMÁTICA É PARA TODOS

Resumo: Esta pesquisa teve como propósito analisar as percepções dos estudantes em relação ao projeto *Matemática É Para Todos* – MEPT, enquanto coadjuvante das aprendizagens da matemática. Especificamente buscou verificar o engajamento dos estudantes no projeto e identificar potencialidades para o processo de aprendizagem da matemática. A pesquisa teve abordagem qualitativa e o instrumento para a coleta de dados constituiu-se de questionário aberto composto por quatro perguntas. Participaram desta pesquisa 49 estudantes dos oitavos anos. Os resultados e análises, considerando o letramento matemático que visa ao desenvolvimento de competências e habilidades, permitiram identificar potencialidades para o desenvolvimento cognitivo a partir dos indícios de evidências de processo de compreensão, síntese, análise e aplicação. Em relação à motivação, as potencialidades identificadas foram relativas aos indícios de evidências de possibilidades de adquirir conhecimento. O engajamento pôde ser verificado a partir das ações que evidenciaram envolvimento e persistência do estudante na atividade, o que se revelou por meio da autocrítica, envolvimento e autonomia. Ademais, pode-se depreender que os constructos conhecimento, motivação, autoavaliação e autoestima confluem de modo complementar no contexto do projeto MEPT, viabilizando sua efetividade enquanto elemento coadjuvante das aprendizagens da matemática. Os resultados e análises evidenciaram, ainda, que os aspectos afetivos têm grande interferência nos processos de aprendizagem, uma vez que não foi possível separá-los do domínio cognitivo no contexto do desenvolvimento da atividade de resolução de problemas, notadamente quando desenvolvida entre pares.

Palavras-chave: Aprendizagem da matemática. Resolução de problemas. Matemática É Para Todos. Interação entre pares.

2.1 Matemática É Para Todos - gênese

> Uma vez que você saiba o que a matemática realmente é, e uma vez que veja como nossos cérebros criam a linguagem, você achará muito menos surpreendente que pensar matematicamente é apenas uma forma especializada de usar a nossa capacidade para a linguagem (DEVLIN, 2005, p. 17).

Em 2014 se nasce, em uma escola pública de Brasília de ensino fundamental anos finais, o projeto *Matemática É Para Todos* - MEPT. Por esta escola ser localizada no centro de Brasília, a clientela atendida é bastante plural, sendo oriunda de todo o Distrito Federal e entorno. A diversidade se dá pela razão principal de não se tratar de escola sequencial, o que acarreta vagas disponíveis no dispositivo telefônico 156[4] da SEEDF.

O MEPT emerge do desejo de oportunizar aos estudantes algo para além da matemática da sala de aula que, devido ao seu caráter ainda tão formal, curricular e hierarquizado, afasta mais que agrega, levando ao cultivo e à disseminação da ideia de elitização desse conhecimento tão humano em sua essência (NCTM, 1991, p. 433). “A noção de que a matemática é um cânone de regras e formalismos inventados pelos especialistas que todo mundo tem que decorar e usar para obter respostas únicas e corretas deve mudar” e caminhar no sentido que indica a “necessidade da formação de um pensamento eidético” (HUETE; BRAVO, 2006, p. 111) no ensino e aprendizagem da matemática.

No desejo de que “o hábito de exigir respostas padronizadas seja superado, em busca de outras competências mais significativas, em sintonia com a elaboração do conhecimento e o ritmo digital da sociedade da informação” (PAIS, 2006, p. 11), a ideia do projeto foi prematura, no qual gestação e nascimento foram concomitantes. Desejando oferecer aos estudantes suplemento em relação às aprendizagens matemáticas, organizou-se, inicialmente no contraturno, encontros uma vez por semana, às segundas-feiras. Na ocasião construíam-se materiais de manipulação, jogos, entre outros e, esporadicamente, tratava-se dos conteúdos trabalhados em sala de aula que surgiam no contexto da atividade desenvolvida. A iniciativa não tinha intenção de se encorpar como um projeto e tampouco houve preocupação de

---

[4] Ferramenta por meio da qual são realizadas solicitações diversas à Secretaria de Educação do Distrito Federal, inclusive vagas nas escolas públicas da educação básica.

nomear as atividades dos encontros, o que ocasionou que, por vezes, esses encontros fossem denominados de "reforço".

No entanto, observou-se certo desconforto da parte dos estudantes com o fato de participarem de algo que era chamado por eles e pelos colegas de "reforço" em matemática, fato que ficou marcado pela fala de uma estudante (Viviane) do 6º ano em 2014: "*Prof., se estamos aprendendo coisas que os outros não sabem ainda, por que chamamos de reforço?"* A indagação se tornou alvo de reflexão incessante, que obviamente se encontra mais no campo afetivo que cognitivo. No caso dos estudantes, relacionado à autoestima, à motivação e ao autoconceito e, para a professora, como incômodo permanente sobre sua prática, o que pode ter origem no exposto por Brito (2005, p. 85): "Muitas vezes com base no desempenho em matemática, os alunos são rotulados como mais ou menos inteligentes."

A partir desse fato, em 2015, buscou-se nova configuração para o espaço conhecido como reforço de matemática. A ideia era calcar os encontros em algo que eliminasse o estigma de reconhecimento de dificuldades e seletividade de hierarquia intelectual. Buscou-se algo que despertasse o interesse dos estudantes e que estivesse livre de estigmas e preconceitos, quer seja "reforço" para os que apresentavam alguma dificuldade em matemática, quer sejam atividades para estudantes considerados acima da média em matemática.

Diante das recomendações sobre a importância de fundamentar o trabalho pedagógico na estratégia de resolução de problemas, NCTM (1980, 1983 e 1990), dos PCN (1998), da BNCC (2018) etc., ocorreu a ideia de utilizar os bancos de questões das olimpíadas de matemática[5], uma vez que há disponibilização desses materiais, tanto física como virtual.

A princípio, houve certa insegurança com o instrumento[6] escolhido para alicerçar a estratégia pedagógica, posto que a resolução de problemas requer uma postura, tanto por parte do professor quanto dos estudantes, diferente da

[5] A OBMEP, Olimpíada Canguru e Olimpíada de Maio estruturam seus materiais de forma mais lúdica e sem hierarquização de conteúdos. Boa parte das questões pode ser resolvida sem, necessariamente, o uso de fórmulas. São problemas mais democráticos do ponto de vista do alcance, no que difere das questões da Olimpíada Brasileira de Matemática – OBM e da Olimpíada de Matemática do Distrito Federal – OMDF, que apresentam questões conteudistas.

[6] Trata-se de problemas oriundos de olimpíadas de matemática.

normalmente adotada[7]. Nesse tipo de atividade, por vezes é exigida muita leitura nos textos bases e enunciados dos problemas. Além do que geralmente são requeridos interpretação, análise, reflexão, avaliação antes do cálculo propriamente dito. Isso posto, para diminuir os obstáculos diante das atividades, optou-se por realizar algumas adaptações de modo a tornar o acesso ao material mais acolhedor.

Como a concepção geral, tanto de alunos quanto de professores, sobre o material de olimpíadas de matemática é de que apresentam elevado grau de dificuldade e complexidade em suas questões, uma das ações para viabilizar sua utilização foi fazer adequação de alguns problemas, e outra foi organizar os problemas por blocos de objetos do conhecimento, conforme pode ser verificado no apêndice C.

As observações, durante os encontros, evidenciaram que a primeira ação (adequação dos problemas) só se faz necessária para estudantes iniciantes no projeto, e a segunda (organização por blocos de objetos de conhecimento) se mostrou desnecessária.

Na perspectiva de promover a interação entre os pares durante a resolução dos problemas, organizou-se a turma em grupos de três a quatro estudantes. Em 2016, estudantes do sétimo ano auxiliavam (monitoria) os colegas do sexto ano durante os encontros. No entanto, as observações evidenciaram que, pelo fato de haver um estudante nomeado monitor, os demais, por vezes, se colocavam em uma situação de subordinação cognitiva e dependência afetiva. Colomina e Onrubia (2004) salientam que as situações de monitoria caracterizam-se por baixos níveis de discussão e expressam hierarquia, em função da competência requerida do estudante monitor e da receptividade do estudante monitorado. Em vista disso, a partir de 2017, optou-se pela formação dos grupos sem presença de monitores. As observações e reflexões a partir da prática da professora, ocasionadas pelo desenvolvimento do trabalho pedagógico nos encontros do MEPT, evidenciaram possibilidades na interação entre pares para o processo de aprendizagem da matemática.

A cada ano surgem mais estudantes interessados em participar do projeto. Em pouco tempo, de sete estudantes passaram para mais de 40! Não cabiam em uma sala. A adesão e a participação são voluntárias, não há recompensas e

---

[7] A resolução de problemas tem sido desenvolvida em sala de aula regular, no entanto, ainda não se configura como instrumento de base para o trabalho pedagógico.

tampouco agregação de nota por participação, sendo que têm participado do MEPT estudantes que apresentam dificuldades de aprendizagem nos mais diversos graus, estudantes fora do fluxo, estudantes NEE etc.

Outrossim não se trata de escolher ou indicar estudantes que tenham bom ou mau desempenho, trata-se de ofertar aos estudantes a oportunidade de participar de uma atividade de matemática livre do juízo de valor que impregna, ainda, o *status quo* da matemática. Trata-se de partilhar da ideia de que a matemática é para todos e para, além disso, promover ações que levem os estudantes a comprovarem essa ideia.

2.1.1 Participação dos estudantes no projeto MEPT

No início de cada ano, a professora explica aos estudantes sobre como o projeto MEPT funciona. Inicialmente as vagas são oferecidas para os estudantes das turmas nas quais a professora pesquisadora é regente. No entanto, têm surgido cada vez mais estudantes de outros anos e turmas interessados em participar e, à medida que surgem demandas, contempla-se todos os estudantes que se voluntariarem e que couberem no espaço disponibilizado, uma sala de aula; em consequência, a média de participação tem sido de aproximadamente 50 estudantes ao longo do ano. A tabela 1 apresenta os dados referentes à participação dos estudantes por ano de 2014 a 2019.

Tabela 1 - Quantitativo de estudantes participantes do MEPT

Ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
2014	08	-	-	-	08
2015	06	04	-	-	10
2016[8]	**55**	29	-	-	84
2017	02	**45**	02	-	49
2018	02	02	**49**	-	53
2019	03	03	02	**49**	57

Fonte: Tabela elaborada pelos autores a partir de dados do arquivo da professora pesquisadora.

O projeto acontece desde 2014 em uma escola pública de Brasília, de ensino fundamental, anos finais. Os encontros acontecem às segundas e terças-feiras no

[8] Em 2016, os estudantes participavam apenas um dia por semana, segunda-feira ou terça-feira. A partir de 2017, os encontros passaram a ser nas segundas e terças-feiras.

contraturno, no horário de 13h às 14h15min, no período de março a novembro de cada ano. Conforme acontece em escolas que têm atividades no contraturno, é oferecido almoço para os estudantes participantes.

2.1.2 Dinâmica dos encontros no projeto MEPT

A dinâmica dos encontros é fundamentada na estratégia pedagógica resolução de problemas com ênfase no desenvolvimento de interação entre os estudantes. A estrutura de formação de pares é pensada com a intencionalidade de promover e facilitar os processos de diálogo e discussão, em concordância com Santos (2004), sobre a importância da predisposição dos estudantes envolvidos no que vão fazer.

Organizados em pares, preferencialmente mais de dois estudantes e não mais que quatro[9], os estudantes recebem alguns problemas[10] e se põem à resolução. Nesse processo surgem dúvidas, discussão, argumentações sobre possibilidades de resolução entre eles. Em raras ocasiões, quando algum estudante insiste em querer auxílio da professora pesquisadora, esta indaga sobre quais foram as opiniões dos colegas sobre a dúvida e, em seguida, estimula-o a dialogar e discutir com seus pares.

Não há monitores e tampouco líderes nos grupos, uma vez que a prevalência de hierarquias de conhecimento reivindica atitudes de submissão cognitiva e dependência afetiva entre os estudantes. Sobressai o espírito de ajuda mútua entre os pares. Nesse sentido, Coll (2004) esclarece sobre a importância de que os estudantes se percebam congêneres diante do desafio imposto pelos problemas.

Além dos problemas, por vezes são utilizadas videoaulas para situar algum objeto do conhecimento ainda não conhecido formalmente pelos estudantes. Futuramente[11], intenciona-se incrementar os encontros com estratégias de reformulação de problemas, construções geométricas e mágica matemática.

---

[9] A organização dos pares é pensada na quantidade máxima de quatro estudantes para facilitar a interação entre todos, uma vez que foi detectado, durante os encontros, que uma quantidade maior que essa impossibilita o diálogo entre os estudantes de forma uniforme.

[10] Apêndice E e F, geralmente blocos de problemas entregues aos estudantes.
[11] A partir de agosto de 2019.

2.1.3 *Participação da professora pesquisadora nos encontros do projeto MEPT*

A participação da professora pesquisadora se dá de forma a interferir o mínimo possível nas atividades dos encontros do projeto MEPT. A elaboração das atividades desenvolvidas no projeto é uma tarefa da professora pesquisadora, no entanto são influenciadas e orientadas pela observação e análise constante dos comportamentos dos estudantes e, principalmente, pela significação que apresentam em relação à abordagem de um conteúdo matemático específico. Portanto há interferência, principalmente no planejamento das atividades (elaboração, reelaboração e seleção dos problemas).

Durante os encontros, as intervenções acontecem de forma circunstancial, uma vez que se incentiva que os estudantes interajam com seus pares. Isso posto, a atuação e intervenção nos encontros pode ser classificada como mediadora, no sentido do que sugere Demo (2004, p. 13) e Freire (2010), de estimular a construção da autonomia e promover a emancipação dos estudantes, uma vez que esporadicamente há intervenções, e estas, quando acontecem, são para esclarecer algum conceito ainda não conhecido dos estudantes ou amenizar discussões geradas pelos conflitos cognitivos, discordância de ideias e empolgação no processo de construção das soluções.

Não há um mestre explicador, segundo Rancière (2005, p. 21), não há aulas sobre qualquer coisa, apenas estudantes que interagem na busca de solução para os problemas e desafios matemáticos propostos. Privilegia-se a fala dos estudantes, a habilidade de argumentar, uma vez que conhecer é "questionar, verificar, duvidar" (DEMO, 2004, p. 23); força-se o estudante à tomada de decisões e ao desenvolvimento da autonomia. Para além disso, não há ambiente social autônomo, isto é, sem um sujeito que o interprete, para que o contexto faça sentido, como afirma Vigotsky (2001), ao que enfatiza Tunes (2001, p. 11): "toda aprendizagem é um fenômeno singular, intransferível e não reprodutível".

Portanto, a pesquisa de campo pode ser caracterizada como um processo de pesquisa-ação, por se desenvolver em um contexto de colaboração e negociação (ELLIOT, 1998) entre os sujeitos envolvidos.

2.2 A aprendizagem da matemática

A aprendizagem da matemática é “um processo de construção socialmente mediada” (ONRUBIA; ROCHERA; BARBERÀ, 2004, p. 332), que se origina em contexto de interação social (POZO, 2002, p. 192), no qual “os alunos aprendem por meio de um processo ativo de elaboração de significados e atribuição de sentidos” (ONRUBIA; ROCHERA; BARBERÀ, 2004, p. 332). Nesse contexto, há clara interferência do campo afetivo sobre os processos de aprendizagem.

No entanto, pouca ou nenhuma importância tem sido dada à afetividade na organização do trabalho pedagógico de aulas de matemática. Gasta-se muita energia com currículos e programas, no que se constata que uma das grandes dificuldades do trabalho pedagógico na disciplina matemática se assenta em questões relacionadas a esses tópicos. Sobre isso, Brito e Gonçalez (2005, p. 223) lembram que “um dos aspectos negligenciados, do processo de ensino e aprendizagem, é o cumprimento do planejamento, independente da compreensão dos alunos”.

Huete e Bravo (2006, p. 16) afirmam que “toda disciplina curricular marcada por um caráter de cientificidade possui uma hierarquia em seu conteúdo”, além do que há ainda a herança das reformas que influenciadas pela importação de modelos buscaram por tecnologia e mão de obra especializada. “Esse problema agrava-se na tendência pedagógica tradicional do ensino da matemática porque prioriza o formalismo (linguagem) em detrimento da compreensão” (PAIS, 2006, p. 77). Brito e Pirola (2005, p. 86) ressaltam que “muitas escolas, hoje, usam métodos de ensino que induzem a uma aprendizagem ligada à memorização. Muitos professores apresentam, em suas aulas, o conteúdo matemático desvinculado do cotidiano”.

Além disso, de acordo com Perrenoud (1999, p. 82), “o currículo formal enfatiza mais os conteúdos a ensinar, as noções a estudar e a trabalhar do que os conhecimentos propriamente ditos” e seus significados e aplicações. Ratificando, Willougby (2000, p. 8) relata que a matemática que se tem ensinado nas escolas, da forma que é ensinada, tem levado os estudantes a não gostarem nem da matemática e nem da aprendizagem da matemática.

Dessarte, os movimentos no sentido de mudanças no ensino e aprendizagem dessa disciplina têm ocorrido, principalmente, devido aos avanços do campo da Educação Matemática que, “por ser plural, permite novas maneiras de olhar seus objetos, novas operações para compreendê-los em suas historicidades” (PINTO, 2008, p. 39). Todavia, mudanças na educação levam tempo para serem digeridas, aceitas e, principalmente, vivenciadas e aplicadas, e “a prática revela que os estudantes têm crenças e sentimentos negativos em relação à matemática e sobre si mesmos como estudantes dessa disciplina” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 15), fato que se fundamenta em virtude “da apresentação da matemática de forma preconcebida e atomizada, em que predominam regras”; portanto, no chão da sala de aulas, as mudanças acontecem, ainda, morosamente.

Ademais o currículo reflete a necessidade organizacional da sociedade na busca de padronizar o conhecimento gerado pela escolarização obrigatória, com a expansão das massas. Essa padronização requer uma medida, o que acarreta, junto ao cumprimento do currículo, a exigência dos processos de avaliação que, por sua vez, tem se centrado mais nos resultados que nos processos. Conforme Morin (2011, p. 45), “o parcelamento e a compartimentação dos saberes impedem apreender o que está tecido junto”.

Uma situação de aprendizagem limitada por um conteúdo específico, no qual há prazos tanto para ensinar como para aprender, dificulta que o trabalho pedagógico seja organizado de modo a contemplar perspectivas variadas e metodologias diferenciadas, quais sejam resolução de problemas, proposta de colaboração entre os pares. O currículo verticalizado e ordenado, no qual um objeto do conhecimento tem data de validade, não permite o diferente, o desafio, o desejável.

No sentido de cogitar mudanças, a BNCC enfatiza a necessidade de que “as escolas precisam elaborar propostas pedagógicas que considerem as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes” (BRASIL, 2018, p. 15), de que as aprendizagens sejam significativas e sirvam para enfrentar os problemas do cotidiano. Essa necessidade fica ampliada quando “ações repetitivas passam a ser feitas pelas máquinas” (PAIS, 2006, p. 11). A BNCC enfatiza a necessidade de promover ações que possibilitem destacar aspectos afetivos da aprendizagem como “interesse”, “aprendizagem significativa” e “problemas do cotidiano”.

Destarte, a aprendizagem deveria minimamente significar (TAPIA; MONTERO, 2004, p. 178) a elaboração das competências dos estudantes, permitindo que estes sejam capazes de regular seu processo de aprendizagem. Essa ocorrência requer que os estudantes percebam o “significado ou a utilidade intrínseca do que devem aprender, nesse caso, o interesse aumenta exponencialmente, essa motivação contribui não apenas para maior aprendizagem" (TAPIA; MONTERO, 2004, p. 179) e desenvolvimento, mas também para o sentimento de satisfação do estudante.

No entanto, confronta-se com problemas estruturais, não apenas com o sistema de seleção e de orientação, com a rede de possibilidades e de opções, mas com a organização das turmas, os espaços, os horários, os modos de agrupamento dos alunos (PERRENOUD, 1999, p. 149). Não obstante, as atividades e as situações propostas são constantemente limitadas por tempo, espaço" (PERRENOUD, 2000, p. 48). Ratificando, Sadovsky (2010, p. 24) lamenta o fato de a escola impor um modo de trabalho em que os saberes só podem durar certo tempo na vida da sala de aula "porque em seguida haverá necessidade de ocupar outros saberes" (SADOVSKY, 2010, p. 24).

Por outro lado, para que o estudante demonstre interesse pelo que aprende, deve perceber uma autonomia na determinação das metas de sua aprendizagem e nos meios para alcançá-la, além de estar em um ambiente emocionalmente benéfico, pois quando o que "move a aprendizagem é o desejo de aprender, seus efeitos sobre os resultados obtidos parecem ser mais sólidos e consistentes do que quando os motivos são externos" (POZO, 2002, p. 141).

Ademais, é necessário pensar em uma gênese do trabalho pedagógico que motive os estudantes a investir em um trabalho de reconstrução de ideias; "é preciso pensar em um processo de produção na sala de aula que considere as condições da instituição escolar" (SADOVSKY, 2010, p. 23). Para além do que, o vazio de sentido que tem se baseado na mecanização da aprendizagem da matemática acaba por gerar um relaxamento da exigência intelectual que, querendo facilitar e incluir, exclui. Ao contrário, deve-se desafiar os estudantes, visto que "desafiar um estudante significa propor situações que ele considere complexas, mas não impossíveis" (SADOVSKY, 2010, p. 14).

> Trata-se de gerar nele uma certa tensão, que o anime, que convide a pensar (...) a testar sua capacidade para a tarefa que tem em mãos. Trata-se ainda de motivá-lo a interagir com seus colegas (...) ao lançar esse desafio, é necessário acreditar no potencial dos estudantes, mas essa crença não pode ser inventada. Tem que estar respaldada em conhecimentos que possibilitem refletir sobre qual será o ponto de partida para a atuação (SADOVSKY, 2010, p. 14-15).

Na impossibilidade, ocasionada por aspectos estruturais e organizacionais, de desenvolver de forma contínua a organização do trabalho pedagógico pautado mais especificamente em metodologias diferenciadas, uma possibilidade são tanto os espaços disponibilizados pela escola no contraturno quanto os horários destinados ao projeto interdisciplinar, por esses espaços não serem delimitados por prazos e currículos.

Salienta-se que, em hipótese alguma, defende-se que seja ampliada a carga da disciplina de matemática. Não é questão de quantidade, e sim de qualidade. A organização do trabalho pedagógico deve ser ancorada na resolução de problemas, quais sejam as possibilidades de atividades interdisciplinares, conquanto sejam atividades que despertem o "desejo de aprender" (POZO, 2002, p. 141), que é o que verdadeiramente move a aprendizagem.

2.3 Possibilidades - Espaço integral

A utilização dos diferentes tempos e espaços da escola deve ser organizada de forma a oferecer aos estudantes possibilidades de desenvolvimento de suas capacidades para além das atividades disciplinares curriculares. Sobre isso, a BNCC "expressa o compromisso do Estado Brasileiro com a promoção de uma educação integral voltada ao acolhimento, reconhecimento e desenvolvimento pleno de todos os estudantes" (BRASIL, 2018, p. 5). Quando se refere ao "acolhimento" e "pleno desenvolvimento" a BNCC, mais uma vez, enfatiza a necessidade de dar lugar aos aspectos afetivos da aprendizagem. Isso posto, apresenta-se o projeto Matemática É Para Todos - MEPT, cujas ideias norteadoras vão no sentido de oferecer aos estudantes atividades configuradas de forma a promover a democratização da matemática e a potencialização das aprendizagens dos estudantes, as quais, por acontecerem no contraturno, se alinham à BNCC, que explicita:

> Independentemente da duração da jornada escolar, o conceito de educação integral com o qual a BNCC está comprometida se refere à construção intencional de processos educativos que promovam aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea (BRASIL, 2018, p. 14).

Para além disso, as Diretrizes da Educação Integral enfatizam que “a Educação em Tempo Integral propõe a utilização dos espaços físicos, bem como das potencialidades da Unidade Escolar” (DISTRITO FEDERAL, 2018b, p. 28).

Concernente a isso, é importante enfatizar que todas as atividades do MEPT são desenvolvidas com base na estratégia pedagógica resolução de problemas a partir da interação entre pares, mediante a qual o domínio cognitivo (resolução de problemas) é perpassado pelo domínio afetivo e contextual (interação entre pares), em consonância com a BNCC, que reconhece que a Educação Básica deve visar à formação e ao desenvolvimento humano global “rompendo com visões reducionistas que privilegiam ou a dimensão intelectual (cognitiva) ou a dimensão afetiva” (BRASIL, 2018a, p. 14).

Em vista disso, o trabalho pedagógico deve assentar-se em atividades que concatenam tanto o domínio cognitivo quanto o afetivo. A aprendizagem precisa ter significado e sentido para os estudantes, pois “o desenvolvimento da inteligência é inseparável da afetividade” (MORIN, 2011, p. 20).

A necessidade de estruturar o trabalho pedagógico em atividades que valorizem os aspectos afetivos e sociais é salientada por Danyluk (2002, p. 23), ao enfatizar que a afetividade, a compreensão, a interpretação e a comunicação fazem parte do modo de ser do ser humano, com o que concorda Vygotsky (2001), quando reafirma que a afetividade é um componente do sistema conceitual que nos foi dado e imposto pelo meio que nos rodeia.

> Quem separa desde o começo o pensamento do afeto fecha para sempre a possibilidade de explicar as causas do pensamento, porque uma análise determinista pressupõe descobrir seus motivos, as necessidades e interesses, os impulsos e tendências que regem o movimento do pensamento em um ou outro sentido. De igual modo, quem separa o pensamento do afeto nega de antemão a possibilidade de estudar a influência inversa do pensamento no plano afetivo, volitivo da vida psíquica, porque uma análise determinista dessa última inclui tanto atribuir ao pensamento um poder mágico capaz de fazer depender o comportamento humano única e exclusivamente de um sistema interno de indivíduos, como transformar o pensamento em um apêndice inútil do comportamento, em uma sombra sua desnecessária e impotente (VYGOSTKY, 1993, p. 25).

Em vista disso, para além de toda a formalidade tanto da organização da escola quanto da organização do trabalho pedagógico, há que se desenvolver ações e projetos efetivos que tenham potencial para despertar nos estudantes o desejo de aprender.

2.4 Procedimentos metodológicos

A escolha da metodologia fundamentou-se no pressuposto empírico da trama subjetiva que permeia o objeto de estudo, no caso o projeto MEPT. Para além da carga afetiva que transita entre e contagia todos, há ainda o componente cognitivo. Nesse sentido, Brito (2005) enfatiza a necessidade de uma abordagem integradora de aspectos cognitivos e afetivos.

O percurso de pesquisa implica construir e indicar possibilidades diante dos diferentes espaços e tempos da escola, portanto a construção da pesquisa perpassa pela compreensão da teia de relações sociais e culturais que se estabelecem no microespaço da sala de aula (GODOY, 1995, p. 63). Por conseguinte, esta pesquisa se configura na abordagem qualitativa, cuja estratégia é a pesquisa-ação.

O enfoque qualitativo justifica-se pelas características nas quais o foco está nos significados das formas de constituição das relações entre os estudantes e os processos de aprendizagem. Consoante Minayo (2001, p. 14) explica, a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos.

A opção pela estratégia pesquisa-ação se deve ao fato de o projeto ser desenvolvido pela professora, então pesquisadora, que por sua vez elabora as atividades e realiza as intervenções necessárias. No entanto, as atividades e intervenções não se constituíram como um fim em si mesmo para serem consideradas nas análises. Não obstante, McNiff (2002) enfatiza que a pesquisa-ação implica tomar consciência dos princípios que conduzem o pesquisador, ter clareza a respeito tanto do que se está fazendo, quanto do porquê se está fazendo. Pode-se pensar na pesquisa-ação tanto no sentido de aprimorá-la quanto nos aspectos referentes à sua compreensão, o que pode provocar mudanças significativas na prática pedagógica.

Em face do propósito da pesquisa, o delineamento dos objetivos resultou em analisar as percepções dos estudantes em relação ao projeto *Matemática É Para Todos* – MEPT, enquanto coadjuvante das aprendizagens da matemática, verificar o engajamento dos estudantes no projeto e identificar potencialidades para as aprendizagens da matemática.

Para a coleta de dados, utilizou-se questionário aberto constituído por quatro perguntas. A construção do questionário foi viabilizada após entrevista semiestruturada, na qual solicitou-se aos estudantes que falassem sobre o projeto. Na entrevista semiestruturada, detectou-se forte presença do componente afetivo, o que corroborou para o enfoque desse domínio na construção das perguntas. A partir da pré-análise do material resultante das falas dos estudantes, estruturou-se o questionário em quatro temas: motivação, importância para as aprendizagens, autoavaliação e autoestima. Esses temas deram origem às perguntas: a) Por que você participa do MEPT?; b) Em relação à sua aprendizagem em matemática, qual a importância do MEPT?; c) Como você avalia sua participação no MEPT?; d) Como você se sente quando participa dos encontros do MEPT?

Participaram dessa pesquisa 49 estudantes dos oitavos anos. A pesquisa foi desenvolvida em uma escola de ensino fundamental, anos finais, com um total aproximado de 36 turmas por ano, do matutino e do vespertino. A amostra da pesquisa compôs-se de 49 estudantes do 8º ano, do turno matutino.

2.5 Resultados e análises

O material resultante do instrumento questionário aberto, após passar pela pré-análise dos dados brutos, na qual utilizou-se elementos da análise de conteúdo de Bardin (descrição, redução e interpretação), originou categorias de análise provenientes das aferições de sentido do que se aprende a partir da capacidade de elaborar resposta a perguntas do tipo “Qual a importância de participar do projeto MEPT para mim? Tenho alguma razão pessoal que valha a pena aprendê-lo? Como me sinto quando estou participando? Como avalio a minha participação?” As respostas remetem, em última análise, a uma dimensão mais afetiva e emocional da aprendizagem” (MIRAS, 2004, p. 209). Consoante, a dimensão afetiva da aprendizagem traz subjacentes processos que interferem na construção do conhecimento.

Para efeitos de análise, as respostas ao questionário foram separadas em dois grupos. O primeiro consistiu no material das respostas consideradas atinentes ao constructo engajamento (autoavaliação e autoestima) dos estudantes no projeto

MEPT, e o segundo foi referente às respostas relativas à potencialidade (importância e motivação) do MEPT para as aprendizagens da matemática.

2.5.1 Sobre as categorias

Os processos de aprendizagem são resultantes das interações dos estudantes no contexto social. Nesse sentido, Brito (2005, p. 69) explica que "a aprendizagem é um processo que envolve os domínios cognitivo, afetivo e contextual", inter-relacionados, que pode ser inferida a partir de mudanças relativamente permanentes no comportamento, resultantes da prática. Tacca (2006) acrescenta a impossibilidade de pensar o processo de aprendizagem fora da relação com as pessoas, é preciso "captar suas emoções para, a partir daí, colocar o seu pensamento na conjunção de novas aprendizagens" (TACCA, 2006, p. 49). Por conseguinte, a aprendizagem se configura como processo repleto de interferências afetivas.

Não obstante, pelas características da atividade resolução de problemas, pode-se depreender que essa, quando se mostra como eixo da organização do trabalho pedagógico com dinâmica de interação entre pares, constitui-se por excelência resultado das relações desenvolvidas nesse contexto e, por reivindicar a subjetividade dos estudantes, um emaranhado de afetividade e cognição. Sobre isso, Chacón (2003, p. 24) salienta que a atividade resolução de problemas, por demandar tomada de atitude, autonomia e mobilização de estratégias e procedimentos, "leva os alunos a atuarem dentro de uma complexa rede de influências afetivas". A resolução de problemas é uma atividade complexa, na qual estão envolvidos aspectos do tipo cognitivo, afetivo e contextual. (VILA; CALLEJO, 2006, p. 71). Em vista disso, é pertinente que o domínio afetivo se sobressaia à observação nesse tipo de contexto.

Isso posto, no decorrer do tratamento dos materiais de análise, obtiveram-se categorias que foram classificadas componenciais dos domínios cognitivo e afetivo: conhecimento (domínio cognitivo), motivação, autoavaliação e autoestima. Estas foram aglutinadas em conformidade com os objetivos da pesquisa. Para esses fins, foram consideradas para identificar potencialidades para o processo de aprendizagem, as categorias domínio cognitivo e motivação[12], e para verificar o engajamento dos estudantes no projeto, as categorias autoavaliação e autoestima.

Para efeitos de representatividade textual, consideraram-se três excertos das respostas dos estudantes para cada subcategoria. No entanto o quantitativo de material bruto submetido à análise de conteúdo[13] (descrição, redução e interpretação) totalizou 49 produções de respostas por questão.

2.5.2 Engajamento dos estudantes no projeto MEPT

Nesta pesquisa, o constructo engajamento é compreendido como o envolvimento ativo do estudante em situação, cuja demanda envolve diversos fatores como interesse, esforço, autoconceito, autonomia, negociação conjunta, etc. Portanto, fica evidenciado que se trata do que ocorre na situação em que se encontra o estudante, sobre o que concordam Price, Handley e Millar (2011), ao afirmarem que o engajamento não é um produto, mas um processo e (PEREIRA; OLIVEIRA, 2016, p. 103) diz respeito ao "reconhecimento do que ocorre na situação".

Para Harper e Quaye (2009), engajamento é mais do que apenas o envolvimento do estudante ou sua participação na atividade, envolvendo também a percepção do aluno em sentir-se pertencente ao contexto da situação. Bzuneck (2001) afirma que consiste de envolvimento e adesão, sendo comportamentos reveladores: iniciar logo as ações exigidas, participar em classe, aplicar esforço, ter persistência, intensidade, atenção e concentração. Ainda de acordo com esses autores, "alunos motivados para aprender demonstram engajamento de qualidade nas atividades acadêmicas" (BZUNECK, 2001, p. 18).

Para verificar o engajamento dos estudantes, foram consideradas as análises das categorias autoavaliação e autoestima. Essa junção se justifica a partir da compreensão de engajamento que se refere ao envolvimento do estudante na situação de resolução de problemas junto aos pares. Isto posto, pode-se inferir que tanto a autoavaliação (consciência de seus processos de aprendizagem) quanto a

---

[12] Apesar de a motivação ser considerada um componente da afetividade, nesta pesquisa, as características que a compuseram permitiram que a mesma fosse anexada ao domínio cognitivo (potencialidade) na lente da professora pesquisadora.

autoestima (sentimento sobre as características que se atribui) confluem para as qualidades do engajamento do estudante na atividade.

2.5.3 Autoavaliação

A autoavaliação é entendida como um processo mental interno mediante o qual o estudante toma consciência dos diferentes momentos e aspectos da sua atividade cognitiva. Para Hadji (2001, p. 95), é a atividade de autocontrole refletido das ações e comportamentos do aluno", sobre o que opina Lima (2017, p. 173), ao mencionar que se "trata do processo pelo qual o estudante toma conhecimento de como andam suas aprendizagens, percebe-se aprendendo e procura aprender mais".

A subcategoria autoavaliação surgiu a partir da pergunta *Como você avalia sua participação no MEPT?* A extração da essência das respostas resultou, por redução, nas subcategorias *autocrítica* - A_1; *envolvimento* - A_2 e *autonomia/reflexão* - A_3.

Tabela 2 - Subcategorias da categoria autoavaliação

Classificação	Subcategorias	Recorrência
A_1	Autocrítica	05
A_2	Decisão de aprender – Esforço	34
A_3	Autonomia – Reflexão	07

Fonte: Tabela elaborada pelos autores.

A subcategoria *autocrítica* - A_1 refere-se à capacidade de percepção de que a parcialidade da participação interfere na qualidade do desenvolvimento das atividades, e Hoffmann (2006) explica que a autoavaliação diz respeito à tomada de consciência e autocrítica sobre aprendizagens e condutas cotidianas.

> *"Tem como ser melhor, eu participo do projeto para aprender mais e eu quero que até o final do ano, eu esteja melhor."*
>
> *"Regular, eu converso mais sobre os problemas do que faço... mas tô aprendendo."*

[13] Nesta pesquisa, o procedimento de análise aproximou-se da Análise de Conteúdo de Bardin (2016), todavia, metodologicamente assume-se a utilização de *elementos da Análise de Conteúdo*, o que se justifica pelo formato metodológico da dissertação, *multipaper*, não permitir um maior aprofundamento e descrição detalhada dos procedimentos de análise.

> *“Minha participação é razoável, faço todos os problemas, mas só posso ficar na segunda-feira.”*

Em relação a *envolvimento* - A_2, o envolvimento e a consciência do próprio engajamento explicitam a reflexão e consequente “superação das limitações ou dificuldades inerentes ao processo de aprender” (LIMA, 2017, p. 172). Para que haja autoavaliação, supõe-se necessário ao estudante um motivo forte, desafios, “um desejo de saber e uma decisão de aprender” (PERRENOUD, 1999, p. 97).

> *“A minha participação é abundante e meus desempenhos estão aumentando.”*
>
> *“Uma boa participação, converso com meus colegas e todos nós pensamos juntos.”*
>
> *“Eu acho que minha participação é boa, porque tento resolver todos os problemas, discuto com o meu grupo, tiro dúvidas.”*

A terceira subcategoria, *autonomia/reflexão* - A_3, sobre a capacidade de se perceber analisando os processos de pensamento tanto próprios como dos pares, evidencia “a busca de fortalecimento da autonomia” (LIMA, 2017, p. 172). Nesse sentido, para Villas Boas (2017), a autoavaliação consiste em orientar o estudante a refletir sobre os objetivos de sua aprendizagem.

> *“Boa, eu sempre fui mais na minha, sempre fui de resolver problemas, equações sozinha, mas agora no projeto eu tô descobrindo mais sobre o que as outras pessoas pensam, mostro a minha linha de raciocínio e também vejo a linha de raciocínio dos outros.”*
>
> *“Muito boa, eu tenho aprendido muita coisa com os outros, tô descobrindo que tem muita coisa que eu não sabia que sabia.”*
>
> *“Cada dia melhor, meu grupo mesmo com dificuldade dá um jeito, pensa, pensa e no final conseguimos.”*

Em relação às análises da categoria autoavaliação, pode-se inferir que há “busca de uma meta de forma intencional, mesmo que não explícita, essa avaliação que o estudante realiza “da distância que o separa da meta e de sua capacidade de alcançá-la é a de que a consecução da meta interesse diretamente do estudante” (TAPIA; MONTERO, 2004, p. 185).

Hoffmann (2006, p. 36) explica que a autoavaliação é um processo de aprendizagem, pelo qual o estudante toma conhecimento de como andam suas aprendizagens, “percebe-se aprendendo e procura aprender mais”.

2.5.4 Autoestima

“A autoestima refere-se à avaliação afetiva que fazemos de nosso autoconceito em seus diferentes componentes, ou seja, como a pessoa se valoriza e se sente em relação às características que se autoatribui” (MIRAS, 2004, p. 211). “No que se refere à autoestima, as definições dizem respeito ao valor e à competência de um indivíduo” (DA ROCHA FALCÃO, 2003, p. 13).

Destarte, a autoestima pode ser definida como juízo pessoal de valor que o indivíduo tem de si mesmo. Sua importância é grande na relação do indivíduo com ele mesmo e com os outros, influenciando sua percepção dos acontecimentos e principalmente seu comportamento. Seu sucesso frente a um desafio dependerá muito do seu estado emocional, no que se refere à qualidade de sua autoestima e ao seu nível de confiança (ASSIS, 2003, p. 16).

A partir disso, a categoria autoestima definiu-se em razão da pergunta *Como você se sente quando participa dos encontros do MEPT?* As respostas geraram duas subcategorias, *Aceitação* - E_1 e *Autoconceito* - E_2.

Tabela 3 - Subcategorias da categoria autoestima

Classificação	Subcategorias	Recorrência
E_1	Aceitação – Valorização	25
E_2	Autoconceito	21

Fonte: Elaborado pelos autores.

A subcategoria *aceitação/valorização – E_1*, com 25 respostas, refere-se à forma como o estudante se sente, “sensação de gratificação e de bem-estar diante de uma situação e de um grupo” (MIRAS, 2004, p. 218). Refere-se também ao englobamento dos aspectos relativos ao modo como o estudante se percebe perante o grupo, ou seja, “a maior parte dos alunos tem necessidade de ser reconhecida e valorizada como pessoa única” (PERRENOUD, 2000, p. 151).

> *"Me sinto bem, é interessante porque matemática vira diversão com todo mundo se ajudando e conversando, fora que a gente aprende mais."*
>
> *"Eu me sinto acolhido."*
>
> *"Eu me sinto outra pessoa, às vezes é cansativo ficar depois da aula, mas quando estamos resolvendo os problemas ficamos tão concentrados que esquecemos o tempo."*

O *autoconceito* – E_2, que gerou 21 respostas, compreende "os processos relativos à forma como o estudante se percebe como aprendiz, como pessoa dotada de determinadas características ou habilidades para enfrentar a aprendizagem" (MIRAS, 2004, p. 211). Chacón (2003, p. 75) explica que o autoconceito em matemática influencia as atitudes do estudante diante da tarefa. Esses aspectos podem ser observados nos excertos a seguir.

> *"Me sinto desafiado pelos problemas e com entusiasmo para fazer as questões. Quando acertamos ficamos felizes e nos achamos muito inteligentes e quando erramos tentamos de novo e de novo... até acertarmos."*
> *"Me sinto inteligente e que realmente tenho capacidade."*
>
> *"Eu me sinto muito bem, apesar de ser meio barulhento é um ambiente agradável e tenho melhorado muito em desempenho."*

As análises da subcategoria autoestima apresentaram elementos que indicam atitudes positivas em relação a si mesmo quando da resolução de problemas. A respeito disso, Chacón (2003, p. 75) explica que o autoconceito em matemática está relacionado com as atitudes do estudante. Brito e Souza (2008, p. 196) salientam que o autoconceito matemático envolve as autopercepções do aluno enquanto aprendiz dessa disciplina. Esses aspectos podem ser observados nos excertos transcritos.

Para Chacón (2003), o autoconceito em matemática é formado por conhecimentos subjetivos, as emoções e as intenções de ações sobre si mesmo referentes à matemática. "A percepção da competência atua como profecia de autocumprimento em relação a si mesmo" (MIRAS, 2004, p, 219), o que pode determinar as expectativas do estudante diante das aprendizagens, pois "a leitura que o estudante faz de seus resultados está fortemente condicionada por seus interesses e o valor que atribui à tarefa" (MIRAS, 2004, p. 219), e à valorização dos pares e do professor.

2.6 Potencialidades para as aprendizagens da matemática

Nesta pesquisa, o termo potencialidades refere-se às possiblidades que o projeto MEPT pode representar para o desenvolvimento das aprendizagens dos estudantes. Em vista disso, foram descritas as características que contemplam o letramento matemático definido, conforme a BNCC, como

> [...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2018, p. 264).

Além do mais, a BNCC estabelece que o letramento matemático deve assegurar aos alunos "reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo, perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação" (BRASIL, 2018, p. 264).

Ademais, conforme explicitam Powell e Bairral (2006, p. 53), a cognição matemática deve ser inserida num contexto de produção que vá além da expressividade, ou seja, que envolva reflexão crítica e preconize processos colaborativos de diferentes dimensões e de tomada de consciência sobre as experiências individuais e coletivas. Ao investir no desenvolvimento das potencialidades, segundo Perrenoud (2000, p. 125), "transformam espetacularmente não só nossas maneiras de comunicar, mas também de trabalhar, de decidir, de pensar".

Para identificar potencialidades para o processo de aprendizagem da matemática, foram consideradas as categorias conhecimento (domínio cognitivo) e motivação. Essa composição estruturou-se em razão da compreensão das subcategorias geradas por meio das respostas dos estudantes ao serem questionados sobre a importância do projeto MEPT para sua aprendizagem e o motivo de participarem do projeto.

As subcategorias que se sobressaíram da primeira questão (*compreensão, síntese, análise, aplicação*), quando justapostas às subcategorias da segunda questão (*aprender mais - melhores oportunidades - reforço*), indicaram complementaridade na acepção do constructo potencialidade, no sentido de possibilitar o desenvolvimento das aprendizagens matemáticas[14].

2.6.1 Conhecimento (domínio cognitivo)

O material resultante da segunda questão, após passar pelo processo de descrição, redução e interpretação, explicitou, de modo geral, algumas subcategorias, que foram nomeadas *compreensão* - C_1; - *síntese* - C_2; *análise* - C_3 e *aplicação* - C_4.

Por conseguinte, denominou-se a categoria como *conhecimento (domínio cognitivo)* pela aproximação evidenciada com a taxonomia revisada dos objetivos educacionais de Bloom (ANDERSON; KRATHWOHL, 2001), no caso a do domínio cognitivo. O tipo de conhecimento (dimensão do conhecimento) a ser adquirido é designado por substantivos, e os processos (dimensão do processo cognitivo) para atingi-los são descritos por verbos. Para efeitos dessa pesquisa, foi considerada a dimensão do conhecimento que indica "algo a ser feito".

A aproximação da dimensão do conhecimento se fundamenta na natureza da pergunta geradora do material analisado e, conforme pode ser observado, essa pode suscitar respostas relativas às aprendizagens *Em relação à sua aprendizagem em matemática, qual a importância do projeto MEPT?* Desse modo, as subcategorias são componentes do *domínio cognitivo,* expressos por substantivos que indicam o tipo de conhecimento explicitado nas respostas.

Tabela 4 - Subcategorias da categoria domínio cognitivo

Classificação	**Subcategorias**	**Recorrência**
C_1	Compreensão	26
C_2	Síntese	08
C_3	Análise	02
C_4	Aplicação	13

Fonte: Elaborado pelos autores.

De acordo com Solé e Teberosky (2004, p. 321), compreensão é o resultado da interação dos conhecimentos prévios com os atuais, do contexto, sendo essa subcategoria, *compreensão* – C_1, a que abrangeu a maior parte das respostas, 26

[14] Não se intencionou, nesta pesquisa, separar os aspectos cognitivos dos afetivos, uma vez que se compreende que esses aspectos se encontram atrelados no processo de aprendizagem da matemática.

das 49, referindo-se a processos que indicam apropriação de objetos do conhecimento pelos estudantes. Miras (2004, p. 218) explica que “o sentimento de competência é definido como o conjunto de crenças que o aluno tem a respeito de suas próprias habilidades para aprender em uma situação concreta”, o que pode ser aferido de alguns excertos das respostas.

> *“A matemática parece cada vez mais fácil, eu consigo entender e resolver os problemas.”*
>
> *“Tô conseguindo aprender matemática agora.”*
>
> *“Melhora meu desempenho nas aulas de matemática.”*

A segunda subcategoria *síntese – C_2*, que agrupou oito respostas, indica processos de esquematização e organização do pensamento para explicitar o conhecimento para o outro, sobre o falar e explicar dos estudantes a respeito da forma de resolução dos problemas e dos objetos do conhecimento (conteúdos) sobre os quais os estudantes têm propriedade. Indica, ainda, processo de metacognição, uma vez que a explicitação do pensamento para os pares requer pensar sobre o próprio pensamento.

Nessa subcategoria, a qualidade expressa pelo conteúdo sobre a capacidade de falar sobre o próprio conhecimento é relevante em detrimento da quantidade de recorrências (nove, que representam aproximadamente 18%), visto que a matemática ainda é considerada pelos estudantes e ensinada por alguns professores como disciplina formal, com aplicação de algoritmos e resultados, ainda conservando os aspectos absolutistas (FISCHER, 2008, p. 90), em detrimento da capacidade de explicitar pensamentos por meio da fala, de argumentar, de evidenciar os processos, muito embora reconhecendo as modificações que vêm sendo apontadas para o ensino da matemática.

Em face do exposto, apresentam-se os excertos que revelam o desenvolvimento da habilidade de falar sobre o fazer, sobre o pensamento matemático dos estudantes.

> *“Com a ajuda do que aprendo no projeto eu consigo pensar e explicar sobre os problemas para meus colegas.”*
>
> *“... agora posso aprender e ensinar explicando e discutindo a matéria para os outros.”*
> *“A melhor parte é falar de matemática.”*

A subcategoria *análise* – C_3 que, apesar de englobar apenas cinco respostas, foi considerada por acrescentar algo para além do habitual em alusão à matemática, no caso a referência à capacidade de interpretação de textos. Como salientam Powell e Bairral (2006, p. 15) sobre a percepção dos estudantes, "a matemática é algo que se faz, não alguma coisa de se entender". Nesse sentido, a análise está relacionada a dividir a informação em partes relevantes e irrelevantes, importantes e menos importantes e entender a inter-relação existente entre as partes. Além disso, "a reflexão sobre os processos da matemática que estão aprendendo leva os estudantes a importantes avanços cognitivos e afetivos" (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 28).

> *"As atividades do projeto nos ajuda na interpretação de texto."*
>
> *"Como temos várias formas de resolver os problemas eu estou ficando cada vez melhor em todas as matérias que tem que analisar e interpretar texto."*
>
> *"Antes da matemática tem que interpretar os problemas."*

Em relação à subcategoria *aplicação* – C_4, esta explicita a capacidade de perceber a matemática nos diversos contextos, e não apenas no conteúdo da sala de aula. Trata-se de ampliação dos horizontes dos estudantes sobre os objetos de conhecimento da matemática, o que explicita reconhecimento da importância da matemática para além das provas e notas, além do que evidencia a capacidade de transposição do conhecimento para situações reais.

Essa subcategoria teve 13 recorrências, do que se pode inferir que os estudantes começam a perceber a matemática como instrumento necessário para o bom desempenho em outros contextos que não o da escola, ou seja, revela percepção da utilização da matemática na vida.

> *"A importância de aprender a resolver problemas e que consigo levar para a vida, pois tudo que aprendo aqui levo lá pra fora."*
>
> *"Aumenta minha capacidade de resolver problemas de física, química e dos outros problemas do dia a dia."*
>
> *"A importância é que você sai daquele mundinho que você conhece para aprender coisas além do seu conhecimento na prática."*

As análises das subcategorias *compreensão*, *síntese, análise e aplicação* evidenciaram processos cognitivos subjacentes ao pensamento dos estudantes. Pozo (2002, p. 49) explica que o conhecimento é uma construção, uma mudança, sendo que essa construção acontece quando o que se aprende é resultado da interação entre a nova informação e os conhecimentos prévios. Para acontecer essa interação, é necessário que haja compreensão, por parte dos estudantes, sobre os processos envolvidos na atividade, ou seja, o estudante, “ao compreender, traduz para as próprias palavras, reconstrói a partir dos próprios conhecimentos”.

Consoante a isso, o domínio cognitivo, conforme Anderson e Krathwohl (2001), apresenta categorias na dimensão do conhecimento, que foram descritas nas análises dos excertos, tais como *compreensão, síntese, análise e aplicação.* O surgimento, nas análises, desses componentes pode indicar construção de conhecimento, sendo manifestada a partir dos extratos do pensamento explicitados nas respostas dos estudantes quando arguidos sobre a importância do projeto MEPT para suas aprendizagens, o que indica evidências de sentimento de autoeficácia[15] diante da própria aprendizagem, ou seja, de competência diante da aprendizagem da matemática.

2.6.2 Motivação

O constructo motivação deriva do verbo latino *movere*, que significa mover para desenvolver determinada tarefa. Segundo Bzuneck (2001, p. 9), “motivação ou motivo é aquilo que move uma pessoa ou que a põe em ação ou faz mudar o curso”. A motivação está ligada à interação dinâmica entre as características pessoais e os contextos em que as tarefas escolares se desenvolvem. De acordo com Pozo (2002, p. 146), “sem motivação não há aprendizagem”.

A definição da categoria surgiu em conformidade com os excertos analisados da segunda pergunta *Por que você participa do projeto MEPT?* A intencionalidade era buscar os motivos que levam os estudantes a participarem do projeto MEPT. Desse modo, o tratamento do material das respostas gerou quatro subcategorias, quais sejam: *aprender mais,* M_1*; melhores oportunidades -* M_2*, reforço -* M_3 *e identificação -* M_4*,* apresentadas na tabela 5.

---

[15] Autoeficácia é um julgamento da capacidade de alcançar certo nível de desempenho, enquanto uma expectativa de desempenho é um julgamento da provável consequência que tal comportamento produzirá (COLL, 2004, p. 391).

Tabela 5 - Subcategorias da categoria motivação

Classificação	Subcategorias	Recorrência
M_1	Aprender mais	26
M_2	Melhores oportunidades	12
M_3	Reforço	6
M_4	Identificação	5

Fonte: Tabela elaborada pelos autores.

A subcategoria M_1, que engloba os processos de aprender mais, reteve 26 das 49 respostas, ou seja, mais da metade dos estudantes que participaram do projeto MEPT. Essa subcategoria diz respeito ao desejo de aprender, o que remete à motivação intrínseca, ou seja, o motivo de aprender é o que se aprender – a aprendizagem (POZO, 2002, p. 139). Nesse sentido, "quando o que move a aprendizagem é o desejo de aprender, seus efeitos sobre os resultados obtidos parecem ser mais sólidos e consistentes" (POZO, 2002, p. 141). A explicitação motivadora da vontade de aprender pode ser observada nos trechos das respostas a seguir.

> *"Quero melhorar na matemática, quero ter mais conhecimentos, aprender a resolver problemas e levar pra vida toda."*
>
> *"Quero melhorar meu raciocínio (...) para mim é muito gratificante conseguir esse desenvolvimento do meu cérebro."*
>
> *"Para melhorar meu desempenho na matéria."*

Em relação à subcategoria M_2, sobre oportunidades advindas pela participação no MEPT, pode-se inferir que as 12 respostas agregadas a essa subcategoria indicam como motivação explicita a busca de oportunidades melhores de vida a partir do desenvolvimento da competência em matemática. A motivação é intrínseca, sendo que Tapia e Montero (2004) enfatizam que um dos fatores que levam os estudantes a investirem esforço e interesse em uma atividade são "os tipos de metas ou de objetivos cuja obtenção consideram importante" (TAPIA; MONTERO, 2004, p. 178), e, sobretudo, que proporcione ao "aluno a experiência de que seu trabalho está sendo útil porque permite progredir" (TAPIA; MONTERO, 2004, p. 181).

Há ainda o valor social vinculado à aprendizagem da matemática, sobre o que reafirma Charlot (2000), no sentido de que uma relação com o saber depende sempre de uma representação das práticas sociais nas quais ela se investe, "muitas vezes, com base no desempenho em matemática, os alunos são rotulados como mais ou menos inteligentes" (BRITO; PIROLA, 2005, p. 85).

> *"Estudando matemática a gente tem mais oportunidades na vida relacionado à matemática..."*
>
> *"Para ter um futuro melhor, pois para ter um bom emprego é preciso saber matemática."*
>
> *"Pode me dar muitas oportunidades no futuro."*

Sobre a participação por buscar uma forma de complementação para as aprendizagens, a subcategoria *reforço - M_3* obteve seis agregações. Nessa perspectiva, pode-se inferir a busca dos estudantes por "possibilidades que julgam ter para superar as dificuldades que implicam alcançar as aprendizagens" (TAPIA; MONTERO, 2004, p. 178). A capacidade de compreender suas dificuldades e "superar a ansiedade, buscando informação espontaneamente e pedindo ajuda, se coloca como o êxito de um projeto pessoal" (TAPIA; MONTERO, 2004, p. 179), e ainda "sentindo que atua de forma autônoma, controlando a própria conduta, é positivo e facilita a regulação da própria aprendizagem" (TAPIA; MONTERO, 2004, p. 181).

> *"Eu sempre tive dificuldade em matemática, então eu queria aprender mais e ter mais facilidade na matéria."*
>
> *"No ano passado eu reprovei por causa da matemática, precisava fazer o projeto para me ajuda na matéria."*
>
> *"Tenho dificuldades, mas também aprendo coisas avançadas que eu não aprendo na sala."*

A subcategoria *identificação M_4*, que obteve cinco posições, referindo-se à participação por gostar de matemática, antecipa o interesse e o esforço empenhado por ser "percebida como algo que o aluno escolhe de bom grado (TAPIA; MONTERO, 2004, p. 181). Acerca da motivação, Pozo (2002, 141) ressalta que "os motivos intrínsecos ou o desejo de aprender estão vinculados à busca do significado e sentido do que fazemos", ou seja, a razão para aprender está no que se aprende, o que se apresenta destacado nos excertos:

> *“Porque eu gosto de matemática e quero aprender cada vez mais...”*
>
> *“Eu gosto muito de matemática e hoje usamos matemática em tudo.”*
>
> *“Porque eu gosto muito de matemática e queria aprender além do que eu estava aprendendo nas aulas normais.”*

As análises da categoria motivação indicam que “o fato de os alunos perceberem que um resultado da aprendizagem é significativo “possibilita o incremento de suas capacidades, tornando-os mais competentes” (TAPIA; MONTERO, 2004, p. 178), o que permite que eles enfrentem a aprendizagem atribuindo-lhe significado e produzindo efeitos altamente positivos”.

Isto posto, aprender exige esforço, requer altas doses de motivação (POZO, 2002, p. 138) e, para consentir em tal investimento, é necessário que o estudante desenvolva autonomia na determinação de metas de sua aprendizagem. Concordando, Perrenoud (2000, p. 70) ratifica que, para “tomar a decisão de aprender e conservá-la, é preciso uma boa razão. O prazer de aprender é uma delas, o desejo de saber é outra”.

2.7 Algumas considerações

> Quando os alunos percebem o significado ou a utilidade intrínseca do que devem aprender, seu interesse aumenta em praticamente todos os casos, embora mais naqueles que tendem a atuar buscando o desenvolvimento da competência pessoal e o desfrute da tarefa, motivação que contribui não apenas para maior aprendizagem e desenvolvimento, mas também para um maior bem-estar pessoal (TAPIA; MONTERO, 2004, p. 179-192).

Os resultados desta pesquisa evidenciaram que o projeto MEPT pode ser uma possibilidade coadjuvante para o processo de ensino e aprendizagem da matemática, uma vez que foi possível verificar o engajamento dos estudantes no projeto e identificar algumas potencialidades.

O engajamento dos estudantes no projeto MEPT foi evidenciado pelas ações que mostram envolvimento e persistência do estudante na atividade. Isto posto, a explicitação das subcategorias autocrítica (*capacidade de tomar consciência e analisar a própria ação*), envolvimento (*reflete a capacidade de se doar à atividade*) e autonomia (*capacidade de agir diante dos conflitos*) podem ser indicadores de engajamento do estudante. “O sentimento de competência, definido como o conjunto de crenças que o aluno tem a respeito de suas próprias habilidades para aprender em uma situação concreta, configura-se assim como um novo fator determinante da possibilidade de atribuir sentido à aprendizagem" (MIRAS, 2004, p. 218).

O afloramento das subcategorias aceitação *(como o estudante se percebe diante dos pares)* e autoconceito *(como se percebe como aprendente*) se revelam importantes no contexto da autoestima, contribuindo para o engajamento do estudante na situação.

A identificação de potencialidades para as aprendizagens da matemática, considerando o letramento matemático que visa ao desenvolvimento das competências e habilidades de raciocinar, argumentar, comunicar, podem ser reconhecidas nas subcategorias compreensão (compreendem os objetos do conhecimento matemático); síntese (sintetizar a compreensão acerca dos objetos do conhecimento e comunicar/explicar aos pares); análise (capacidade de interpretação de textos); e aplicação (dos conhecimento a situações novas).

A motivação, cujas subcategorias são *aprender mais, melhores oportunidades, reforço e gostar de matemática,* pode ser identificada como potencialidades para "reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo, perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, e estimula a investigação" (BRASIL, 2018, p. 264). A motivação é classificada como uma das categorias da afetividade, por Vila e Callejo (2005, p. 33). Esses autores enfatizam a importância de se levar em conta, junto com a cognição, o papel dos afetos e do contexto (VILA; CALLEJO, 2005, p. 34).

Os resultados e as análises apontam que os aspectos afetivos têm interferência nos processos de aprendizagem, uma vez que não parece possível separá-los do domínio cognitivo no contexto do desenvolvimento da atividade. As categorias conhecimento, motivação, autoavaliação e autoestima confluem de modo complementar no contexto do projeto MEPT, viabilizando sua efetividade enquanto elemento coadjuvante das aprendizagens da matemática. À medida que se produz a aprendizagem, não apenas se constroem significados mais complexos, como também se atribui aos conteúdos um sentido progressivamente mais integrado na própria estrutura pessoal" (CABANÍ, 2004, p. 198).

Ademais, há indícios provenientes dos resultados e análises de que atividades que apresentam certo grau de dificuldade e complexidade, no caso problemas, demandam interações entre os pares por exigir que estes trabalhem em ajuda mútua na busca da resolução. Essas interações, em contextos de aprendizagem, são discutidas no capítulo três.

Reitera-se que a prática da professora pesquisadora não se constituiu objeto de investigação. No entanto, há inegável discernimento das influências ocasionadas tanto pelas observações quanto do próprio contexto para a prática pedagógica.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, L. W.; KRATHWOHL, K. R. A. **Taxonomy for learning, teaching and assessing:** a revision of Bloom's taxonomy or educational objectives. New York: Longman, 2001.

ASSIS, S. G. **A representação social do ser adolescente**: um passo decisivo na promoção da saúde. Rio de Janeiro: Cienc. Saúde Coletiva, v. 8, n. 3, p. 669-679, 2003.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro, São Paulo: Edições 70, 2016.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricula**r, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA, Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRITO, M. R. F. A aprendizagem significativa e a formação de conceitos na escola. *In*: BRITO, M. R. F. **Psicologia da educação matemática.** Florianópolis: Insular, 2005. p. 69-84.

BRITO, M. R. F; GONÇALEZ; M. H. C. C. a Aprendizagem de atitudes positivas em relação a Matemática. *In*: BRITO, M. R. F. **Psicologia da educação matemática**. Florianópolis: Insular, 2005, 221-234.

BRITO, M. R. F; PIROLA, N. A. Aprendizagem Significativa e a formação de conceitos na escola. *In*: BRITO, M. R. F. **Psicologia da educação matemática.** Florianópolis: Insular, 2005. p. 85-106.

BZUNECK, J. A. A motivação do aluno: aspectos introdutórios. In: BORUCHOVITCH, E.; BZUNECK, J. A. (org). **A motivação do aluno**: contribuições da psicologia contemporânea. Petrópolis, RJ: Vozes, 2001. p. 9-36.

CABANÍ, M. L. P. A aprendizagem escolar do ponto de vista do aluno: os enfoques de aprendizagem. *In*: COLL, Cezar, MARCHESI, Álvaro, PALÁCIOS Jesus e colaboradores (org.). **Desenvolvimento Psicológico e Educação**: Psicologia da Educação Escolar. Tradução: Fátima Murad. 2. ed. V. 2. Porto Alegre: Artmed, 2004. p. 193-208.

CHACÓN, I. M. G. **Matemática Emocional:** Os afetos na aprendizagem Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber:** elementos para uma teoria. Porto Alegre: Artmed, 2000.

COLL, C. Linguagem, atividade e discurso na sala de aula. *In*: COLL, C.; MARCHESI, Á.; PALACIOS, J. **Desenvolvimento psicológico e educação:** Psicologia da Educação Escolar. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004. p. 261-279.

COLOMINA, R.; ONRUBIA, J. Interação educacional e aprendizagem escolar: a interação entre alunos. *In*: COLL, Cezar, MARCHESI, Álvaro, PALÁCIOS Jesus e colaboradores (Org.). **Desenvolvimento Psicológico e Educação:** Psicologia da Educação Escolar. Tradução: Fátima Murad. 2. ed. V. 2. Porto Alegre: Artmed, 2004. p. 280-293.

DANYLUK, O. **Alfabetização Matemática:** As primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre: Sulina, Ediupf, 2002.

DA ROCHA FALCÃO, J. T. **Psicologia da Educação Matemática:** uma introdução. BH: Autêntica, 2003.

DEMO, P. **Professor do futuro e reconstrução do conhecimento**. Petrópolis: Vozes, 2004.

DEVLIN, Keith, J. **O gene da Matemática**. Tradução: Sérgio Moraes Rego. 2ª edição. Rio de Janeiro, Record, 2005.

DISTRITO FEDERAL. **Diretrizes Pedagógicas e Operacionais para a Educação em Tempo Integral**: nas Unidades Escolares da Rede Pública de Ensino do Distrito Federal. Secretaria de Estado de Educação – SEEDF, Brasília, 2018a.

DISTRITO FEDERAL, **Diretrizes da Educação Integral**, 2018b.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonom**ia. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2010.

FISCHER, M. C. B. Os Formadores de Professores de Matemática e suas Práticas Avaliativas. In. VALENTE, W. R. (org). **Avaliação em Matemática:** História e Perspectivas Atuais. Campinas, SP: Papirus, 2008.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de Administração de Empresas.** São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995.

HADJI, C. **Avaliação desmistificada**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

HARPER, S.; QUAYE, S. J. (ed.). **Student engagement in higher education**: theoretical perspectives and practical approaches for diverse populations. New York and London: Routledge, 2009. p. 137–155

HOFFMAN, Jussara. **O jogo do contrário em avaliação**. 3. ed. Porto Alegre: Mediação, 2007.

HUETE S. J. C.; BRAVO, J. A. F. **O Ensino da Matemática:** fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

LIMA, E. S. Avaliação por colegas: Aprendendo a ser avaliador. *In*: VILLAS BOAS, B. M. F. (org.) **Interações com o trabalho pedagógico**. Campinas, SP: Papirus, 2017, p. 169-178.

MCNIFF, J. **Action research for professional development:** concise advice for new action researchers. 2002. Acessível em: http://www.jeanmcniff.com/booklet1.html. Acesso em: 23 abr. 2019.

MINAYO, M. C. S. (org.). **Pesquisa Social:** Teoria, método e criatividade. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MIRAS, M. Afetos, emoções, atribuições e expectativas: O sentido da aprendizagem escolar. *In*: COLL, C.; MARCHESI, Á.; PALACIOS, J. **Desenvolvimento psicológico e educação**: Psicologia da Educação Escolar. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004. p. 209-222.

MORIN, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro.** Tradução Catarina Eleonora F. da Silva e Jeanne Sawaya. 11. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

NCTM. **Agenda for Action:** Recommendations for School Mathematics in the 1980's. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1980.

NCTM. **Priorities in school mathematics.** Virgínia, 1981.

NCTM. **Sugerências para resolver problemas**. México, Trillhas, National Council of Teachers of Mathematics, 1990.

NCTM. **Estándares Curriculares y para la Evaluación**. Sevilla, SAEM Thales, National Council of Teachers of Mathematics 1991.

ONRUBIA, J.; ROCHERA, M.J.; BARBERÀ, E. O ensino e a aprendizagem da matemática: uma perspectiva psicológica. *In*: COLL, C.; MARCHESI, Á.; PALACIOS, J. **Desenvolvimento psicológico e educação**: Psicologia da Educação Escolar. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004. p. 294-310.

PAÍNS. **O significado de aprender o número**. In: Encontros com Sara Paín. PARENTE, S. São Paulo: Casa do Psicólogo Livraria e Editora Ltda., 2000.

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e Aprender Matemática**. Belo Horizonte, MG: Ed. Autêntica, 2006.

PEREIRA, J. S.; OLIVEIRA, A. M. P. Materiais manipuláveis e engajamento de estudantes nas aulas de matemática envolvendo tópicos de geometria**. Ciências e educação.** Bauru, 2016, v. 22, n. 1, p. 99-115.

PERRENOUD, P. **Avaliação:** da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas. Tradução Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

PINTO, N. B. Cultura escolar e práticas avaliativas: uma análise das provas de matemática do exame de admissão ao ginásio. *In*: VALENTE, Wagner Rodrigues (org). **Avaliação em Matemática:** Histórias e perspectivas atuais. São Paulo: Papirus, 2008.

POZO, J. I. **Aprendizes e mestres**: a nova cultura da aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2002.

POWELL, A.; BAIRRAL, M. **A escrita e o pensamento matemático:** Interações e potencialidades. Campinas: Papirus, 2006.

PRICE, M.; HANDLEY, K.; MILLAR, J. J. Feedback: focusing attention on engagement. **Studies in Higher Education**, USA, v. 36, n. 8, p. 879–896, 2011

RANCIÈRE, J. **O Mestre ignorante:** Cinco lições sobre a emancipação intelectual. Traduzido por Lilian do Valle. Autêntica. Belo Horizonte. 2005.

SADOVSKY, P. **O ensino de matemática hoje:** Enfoques, sentidos e desafios. São Paulo, SP: Ática, 2010.

SANTOS, M. P. **Encontros e esperas com os ardinas de Cabo Verde**: aprendizagem e participação numa prática social. 2004. Tese de doutoramento em Educação (Didática da Matemática) apresentada à Universidade de Lisboa através da Faculdade de Ciências, 2004.

SOLÉ, I.; TEBEROSKY, A. O ensino e a aprendizagem da alfabetização: uma perspectiva psicológica. *In*: COLL, Cezar, MARCHESI, Álvaro, PALÁCIOS Jesus e colaboradores (org.). **Desenvolvimento Psicológico e Educação:** Psicologia da Educação Escolar. Tradução: Fátima Murad. 2. ed. v. 2. Porto Alegre: Artmed, 2004, p. 311-326.

SOUZA, L. F. N. I. E BRITO, M. R. F. Crenças de auto-eficácia, autoconceito e desempenho em matemática. **Estudos de Psicologia.** Campinas, v 25, n 2, 2008, p. 193- 201.

TACCA, M. C. V. R. (org.). **Aprendizagem e trabalho pedagógico.** 3. ed. Campinas, SP, Alínea. 2006.

TAPIA, J. A. MONTERO, I. Orientação motivacional e estratégias motivadoras na aprendizagem escolar *In*: COLL, C.; MARCHESI, Á.; PALACIOS, J. **Desenvolvimento psicológico e educação:** Psicologia da Educação Escolar. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004, p. 177-192.

TUNES, E. **Sem escola, sem documento.** Rio de Janeiro: E-parpers, 2011.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar:** O papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

VILLAS BOAS, B. M. F. **Avaliações:** Interações com o trabalho pedagógico. (org.). Campinas, SP: Papirus, 2017.

VIGOTSKY. L. S. **A Psicologia da Arte**. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo, Martins Fontes, 2001.

VIGOTSKY, L. S. **Obras escogidas.** v. 2. Madrid: Visor, 1993.

WILLOUGBY, S. S. Perspectives on Mathematics Education. *In:* BURKE, M. J. e CURCIO, F. R. (ed.). **Learning Mathematics for a new century.** Yearbook, NCTM, 2000.

CAPÍTULO 3 A COLABORAÇÃO ENTRE PARES NO DESENVOLVIMENTO DAS HABILIDADES MATEMÁTICAS EM CONTEXTO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Resumo: O tema de pesquisa deste artigo versa sobre as interações entre os pares em situação de resolução de problemas e o desenvolvimento de habilidades matemáticas. Intenciona-se, de forma ampla, analisar se as interações entre pares, no momento da resolução de problemas, podem favorecer o desenvolvimento de habilidades matemáticas e, de forma restrita, identificar se as interações apresentam elementos componenciais da colaboração e verificar se essas interações podem favorecer o desenvolvimento de habilidades matemáticas. A pesquisa de abordagem qualitativa foi desenvolvida a partir dos registros de observação de 16 estudantes do 8º ano de uma escola pública de Brasília no período compreendido entre março e novembro de 2018. Os resultados revelaram indícios de que as interações suscitadas em contextos de resolução de problemas constituem-se por elementos componenciais da colaboração e que as colaborações entre pares podem auxiliar o desenvolvimento de habilidades matemáticas. Observou-se também que houve compartilhamento de informações e mutualidade de contribuições, indícios de apropriação do problema, sentimento de pertencimento e inclusão advindos das trocas ocorridas entre os pares em situação de resolução de problemas.

Palavras-chave: Interação entre pares. Resolução de problemas. Habilidades matemáticas. Colaboração.

3.1 Preâmbulo

> Ao colaborarem, eles lançam luzes sobre o mundo que os cerca e sobre os problemas que os unem e os desafiam. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 14).

A leitura matemática do mundo parece ser uma das características mais antigas da espécie humana (DANYLUK, 2002). “o homem age matematicamente e, assim como falamos, matematizamos” (DANYLUK, 2002, p. 11). Nesse sentido, Devlin (2005) defende que a capacidade de lidar com a matemática surge a partir da necessidade de comunicação entres nossos ancestrais,

O sujeito se constitui histórico e culturalmente na relação que estabelece com o outro, por conseguinte os significados das coisas do mundo são construídos pelas relações estabelecidas pelo estudante ao estar com seus pares, ou seja, ao indagar, discutir e comunicar, o estudante não age isoladamente, e sim em razão de um outro. É por meio das trocas e das experiências sociais que se configura o processo de aprendizagem. Vigotsky (2004) defende que a aprendizagem de conceitos deve ter origem nas relações e nas práticas sociais. Nesse processo de construção do conhecimento, “a transição do individual para o social foi, e continua sendo, o ponto crucial na evolução do indivíduo e da espécie” (DANYLUK, 2002, p. 11).

Se consciente da importância das relações sociais para a aprendizagem, a organização do trabalho pedagógico deve se ancorar em atividades que tenham potencial para despertar nos estudantes a necessidade de interagir, o que não se obtém por um exercício de aplicação de algoritmo. É necessário que a demanda cognitiva seja de níveis complexos, no caso situações que apresentem desafios e que requeiram maior esforço para serem solucionadas. Outrossim, o trabalho pedagógico focado na resolução de problemas tem sido considerado eixo norteador por documentos orientadores e/ou curriculares internacionais e nacionais, quais sejam o *National* do *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM (1980, 1983 e 1990), os Parâmetros Curriculares Nacionais PCN (1998) e, mais recentemente, a Base Nacional Curricular Comum – BNCC (2018), desde o início da década de 80.

A interação[16] é outro aspecto que tem sido enfatizado por sua importância para o processo de aprendizagem da matemática. Nesse sentido, uma das competências específicas de matemática, proposta pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018), é que as atividades levem os estudantes a "interagir com seus pares, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas" (BRASIL, 2018, p. 265).

No entanto, o fato de os termos *resolução de problemas* e *interação* estarem presentes nos documentos orientadores e nas diretrizes pedagógicas não tem garantido, ainda, que façam parte regularmente da organização do trabalho pedagógico. O instrucionismo não privilegia a habilidade de argumentar; "ao aluno cabe escutar, tomar nota e fazer prova, dentro de um contexto reprodutivo" (DEMO, 2004, p. 33).

Ressalta-se que não é possível preparar alunos capazes de solucionar problemas ensinando conceitos matemáticos desvinculados da realidade, esperando que saibam como utilizá-los no futuro (BIAGGI, 2000) e, menos ainda, que esse modelo seja utilizado de forma que possa promover a aprendizagem da matemática. A utilização da metodologia de resolução de problemas comumente se dá de forma superficial e equivocada e, conforme explica Fonseca (2004, p. 22), os problemas têm servido apenas para treinar certos procedimentos.

Elucubrando sobre a importância de que o trabalho pedagógico seja canalizado para a promoção da aprendizagem da matemática por meio da estratégia resolução de problemas com incentivo à interação entre os pares, esta pesquisa intenta estabelecer o *link* entre os temas propostos no sentido de evidenciar a viabilidade do desenvolvimento de habilidades matemáticas, utilizando-se da estratégia[17] resolução de problemas por meio da colaboração entre pares. Nesse sentido a Base Nacional Comum Curricular traz como fundamento pedagógico que:

---

[16] A interação é um componente do processo de comunicação, de significação, de construção de sentido e que faz parte de todo ato de linguagem. É um fenômeno sociocultural, com características linguísticas e discursivas passíveis de serem observadas, descritas, analisadas e interpretadas (BRAIT, 2001, p. 194).

[17] Estratégias pedagógicas de aprendizagem são os procedimentos que implicam uma relação pedagógica cujo objetivo é captar a motivação do aluno, suas emoções, para, a partir daí, colocar seu pensamento na conjunção de novas aprendizagens" (TACCA, 2006, p. 49).

> No novo cenário mundial, reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, comunicar-se, ser criativo, analítico-crítico, participativo, aberto ao novo, colaborativo, resiliente, produtivo e responsável requer muito mais do que o acúmulo de informações. Requer o desenvolvimento de competências para aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, conviver e aprender com as diferenças e as diversidades (BRASIL, 2018, p. 14).

A BNCC reforça a importância tanto das interações quanto da capacidade de mobilizar diferentes estratégias para o desenvolvimento das competências necessárias aos estudantes. Nessa perspectiva, esta pesquisa escolheu como dispositivo[18], para provocar interações entre os estudantes em situação de resolução de problemas, atividades, na forma de problemas, de bancos de atividades dos *sites* de olimpíadas de matemática[19].

Consubstanciando, esta pesquisa se circunscreve na busca de apontar possibilidades de práticas que apresentem potencialidades para promover o desenvolvimento das habilidades matemáticas. A limitação do assunto resultou no tema *A colaboração entre pares no desenvolvimento das habilidades matemáticas em contexto de resolução de problemas*. Buscando contextualizar teoricamente a pesquisa, apresenta-se um apanhado sobre os termos que constituem o tema pesquisado, quais sejam habilidades e consequentemente competências, resolução de problemas e colaboração

---

[18] Esse dispositivo poderia ser advindo de qualquer fonte, seja de *sites* de desafios matemáticos, problemas de livros paradidáticos, didáticos ou mesmo formulados por professores e pesquisadores, no entanto as atividades disponíveis nos bancos de Olimpíadas de Matemática, além de serem de fácil acesso, são diversificadas e elaboradas para grupos díspares e apresentam graus de dificuldades que contemplam diversos estágios de desenvolvimento em que se encontram a grande maioria dos estudantes. Além do que, os bancos são constituídos por atividades que apresentam certo grau de dificuldades, o que as torna desafiadoras e instigantes.

[19] Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP; Olimpíadas de Maio; Olimpíada Canguru; Olimpíada de Matemática do Distrito Federal - OMDF; Olimpíada Brasileira de Matemática - OBM; etc.

3.2 Habilidades e competências

Na literatura atual sobre educação, os termos habilidade e competência são entendidos de forma interligada e cíclica. No entanto, as habilidades estão relacionadas a aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos estudantes, sendo expressas por verbos que explicitam os processos cognitivos envolvidos, e as competências estão relacionadas a processos complexos que exigem a mobilização, conforme a BNCC, "de conhecimentos anteriores, habilidades, atitudes e valores. Essas competências são mobilizadas para resolver problemas do cotidiano, para atuar no mundo do trabalho e o exercício da cidadania" (BRASIL, 2018, p. 8).

Para garantir o desenvolvimento das competências, a BNCC estabelece que cada componente curricular seja composto por um conjunto de habilidades, sendo que essas habilidades estão "relacionadas a diferentes objetos de conhecimento que são entendidos como conteúdos, conceitos e processos" (BRASIL, 2018, p. 29). Os componentes das competências centram-se geralmente nos campos do saber, do ser e do saber fazer. Perrenoud (2000); Sodré e Gontijo (2018); Roldão (2003); Zabala e Arnau (2010); Pozo (2002) apontam competência como capacidade de mobilizar, selecionar e utilizar esquemas e recursos cognitivos adequados diante de situações[20].

Uma competência, conforme Perrenoud (2000), torna-se estável quando a mobilização dos conhecimentos não requer reflexão, apenas se acionam esquemas já constituídos, ou seja, ao ser integrada ao repertório cognitivo do estudante, a competência assume o *status* de habilidade.

A palavra habilidade, cujo prefixo *hab,* em latim, dá origem às palavras *habilitas* e *habitus*, que significam, respectivamente, "hábil" e "hábito", são entendidas como ser hábil para executar uma ação habitual. Zabala e Arnau (2010) definem habilidade como componente da competência, constituindo-se como um conjunto de ações que visam alcançar um objetivo; corroborando, Perrenoud (1999b) assume habilidade como uma sequência de modos operatórios e que, de acordo com a BNCC, está relacionada a objetos do conhecimento "conteúdos, conceitos e procedimentos" (BRASIL, 2018, p. 28).

---

[20] Situação é entendida como algo que requer uma resposta que não está disponível inicialmente, mas que pode ser produzida, ou seja, um problema a ser resolvido.

A habilidade geralmente é solicitada a partir do que se percebe como exercício, e não de uma situação complexa. Segundo Pozo (1998, p. 17), “quando a prática nos proporcionar a solução direta para a solução de um problema, acabaremos aplicando essa solução rotineiramente, servindo, simplesmente, para exercitar habilidades já adquiridas”. Nesse contexto, o problema tem caráter de exercício irrefletido e mecânico, no que concorda Perrenoud (2000), que entende que, quando o sujeito passa a mobilizar conhecimentos e capacidades para resolver uma situação-problema[21], sem necessitar de mobilizar estratégias, então ele está utilizando a habilidade.

As habilidades cognitivas são expressas por objetivos de aprendizagem, o que remete aos conteúdos curriculares; por outro lado, as competências são centradas no estudante, o que fica evidenciado pela ênfase na capacidade do estudante de mobilizar não somente habilidades, mas também atitudes, valores e esquemas, e de ser capaz de reconhecer em que situações utilizá-las. Zabala e Arnau (2010) ressaltam que:

> É necessário que o aluno seja cognitivamente “capaz” e, sobretudo, em outras capacidades: motoras, de equilíbrio, de autonomia pessoal e de inserção social. Não é suficiente saber ou dominar uma técnica, nem é suficiente sua compreensão e sua funcionalidade, é necessário que o que se aprende sirva para poder agir de forma eficiente e determinada diante de uma situação real (ZABALA; ARNAU, 2010, p. 11).

“De forma progressiva e gradual, mas em um processo irreversível, os currículos se deslocaram das matérias para o aluno” (ZABALA; ARNAU, 2010, p. 9). As habilidades e competências matemáticas são necessárias para que os estudantes tenham condições de ler, interpretar e atuar sobre o mundo, de forma que, conforme D’Ambrosio (2007), proporcionem ao estudante o desenvolvimento da criatividade e da capacidade de atuar em situações novas, ao que completa Skovsmose (2009, p. 107), que destaca a importância de “oportunizar a reflexão sobre as ações, estabelecer relações entre os fatos e construir o conhecimento matemático”. Sobre o conhecimento que dever ser desenvolvido ao longo do ensino fundamental, a Base Nacional Curricular Comum – BNCC apresenta como compromisso:

---

[21] Nesta pesquisa, os termos *problema, situação-problema* e *situação* são utilizados como sinônimos.

> O *letramento matemático*[22] definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2018, p. 264).

A BNCC, ao sublinhar a importância do letramento matemático, estabelece a afluência entre o desenvolvimento de habilidades, a comunicação verbal e a resolução de problemas, e nas competências específicas de matemática para o ensino fundamental (BRASIL, 20018, p. 265) reitera a importância da interação entre pares na busca de soluções para problemas.

Destarte, para que sejam desenvolvidas as competências demandadas pela sociedade atual, é necessário que a organização do trabalho pedagógico seja ancorada na resolução de problemas, a respeito do que Perrenoud (1999b) ressalta que o estudante construirá competências de alto nível somente se confrontado com problemas complexos e realistas, que mobilizem diversos tipos de recursos cognitivos. Onuchic (1999) enfatiza que o processo de aprendizagem da matemática deve ocorrer por meio da Resolução de Problemas.

Concordando com a literatura que, de modo geral, apresenta habilidade como algo estável do repertório cognitivo do estudante, esta pesquisa propõe-se ao desenvolvimento de habilidades a partir da compreensão do que apresentam Zabala e Arnau (2010) e Perrenoud (1999b), de que a habilidade é um componente da competência, sendo necessária a mobilização de um conjunto de habilidades para resolver um problema. Estável, no sentido que explica Pozo (2002):

> Quando uma nova informação é processada ou organizada através de certas estruturas de conhecimento prévio, o grau de reconstrução a que se veem submetidas essas estruturas depende de como o aluno percebe a relação entre essa nova informação e seus conhecimentos prévios [...] a construção do conhecimento requer que se tome consciência das diferenças entre essa nova informação e as estruturas que tentam assimilá-la ou compreendê-la (POZO, 2002, p. 130).

Nessa pesquisa o termo estável é utilizado para qualificar a habilidade, em conformidade com Pozo (2002), e compreendida como algo com que o estudante

[22] Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos,

tenha tido contato e manipulado, que é solicitado em novas situações. Essas novas situações se configuram pela demanda da mobilização de conceitos, procedimentos e esquemas que possibilitem a ação do estudante na busca de respostas para a situação posta. Sendo assim, o termo *desenvolver habilidades*[23] é empregado no sentido de elaborar e reelaborar esquemas, procedimentos e ações a partir de conhecimentos prévios, mas que da forma que se encontram, por si só, não possibilitam a resolução do problema. Sintetizando, *desenvolver habilidades* implica a ação de mobilizar habilidades reelaborando-as para aplicar na resolução de um novo problema.

Isto posto, o desenvolvimento de habilidades, a partir da proposta de interação entre pares, evidencia a acepção do lugar que a estratégia *resolução de problemas* ocupa no processo de aprendizagem da matemática, sendo a mesma nomeada como cerne para a organização do trabalho pedagógico.

3.3 A estratégia resolução de problemas como cerne para a organização do trabalho pedagógico

A estratégia Resolução de Problemas para a aprendizagem da matemática tem sido, há algumas décadas, tópico de interesse e discussões, tanto de pesquisadores (como Polya (2006); Onuchic (1999); Onuchic e Avellato (2005); Smole (2001); Dante (2003, 2009); Brito (2010); Perrenoud (1999); Branca (1997); Shoenfeld (1997); Schroeder e Lester Jr. (1989); Kilpatrick (1985);) quanto de entidades e documentos com foco na aprendizagem da matemática (NCTM (1980, 1981, 1990); PCN (1998); BNCC (2018) etc.).

A demanda pela estratégia de resolução de problemas surge em resposta à problemática advinda após mudanças estruturais no ensino da matemática, ocasionadas, principalmente, por mudanças sociais oriundas dos modos de produção capitalista que requeriam formação de mão de obra especializada e técnica, sustentadas pelo formalismo e pela lógica. O interesse pela resolução de problemas surge, então, "devido às falhas dos programas anteriores para o ensino

---

procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo (PISA, 2012).

[23] Esse aparte se faz necessário em função de esclarecer que a palavra *desenvolvimento,* encontrada no título desta pesquisa, refere-se a aprimorar, elaborar, potencializar a habilidade.

da Matemática” (SCHOENFELD, 1989, p. 8) e aos problemas surgidos em relação ao ensino e aprendizagem dessa disciplina.

Estando o ensino da matemática, até as últimas décadas do século XX, conforme Roxo (2004), sob a influência quase exclusiva de preconceitos de organização excessivamente lógica e sistemática causada, ainda, pela influência grega dos *Elementos de Euclides*[24], isso fez com que a aprendizagem da matemática se tornasse quase inacessível para a grande maioria dos estudantes. Em *Euclides Roxo e a modernização do ensino da Matemática no Brasil*, Valente (2004) explica que:

> As estruturas dos sistemas educacionais, as matérias de estudo, os métodos de instrução e os currículos se viram desafiados pelas dramáticas mudanças sociais ocorridas no final do século XIX. A Matemática, nesse contexto, costumava servir como um paradigma para o pensamento lógico, de modo que os conteúdos eram usualmente bastante elementares e os métodos de ensino enfatizavam aspectos formais. A Matemática escolar tinha um carácter estático e desligado das aplicações práticas. Por outro lado, a indústria e o comércio demandavam não apenas uma instrução matemática mais ampla como também conhecimentos mais modernos e avançados que servissem de base para aplicações técnicas (VALENTE, 2004, p. 12).

Nessa conjuntura, despontaram movimentos de pesquisas e entidades que somam esforços na tentativa de encontrar meios e recursos metodológicos para subsidiar melhorias das/nas aprendizagens diante do fracasso do ensino da matemática. “A noção de que a matemática é um cânone de regras e formalismos inventados pelos especialistas que todo o mundo tem que memorizar e usar para obter respostas únicas e corretas deve mudar” (NCTM, 1991, p. 433).

> Por acaso ensinamos cálculos aritméticos, cálculos algébricos e algoritmos apenas porque são coisas interessantes por si mesmas? É evidente que não, e é isso que estão querendo dizer os alunos quanto rejeitam o ensino de matemática que enfatiza essas coisas. Por isso, direta ou indiretamente, as aplicações da matemática deveriam ser priorizadas em sala de aula. (HIGINO, 1997, apresentação).

De acordo com Onuchic e Avellato (2005), após tentativas fracassadas de melhorar o ensino e a aprendizagem da matemática, se iniciam, em meados da década de 70, investigações sistemáticas sobre resolução de problemas e suas implicações curriculares[25]. No fim dessa década, a resolução de problemas ganha espaço mundialmente e, na década de 80, o *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM, no documento *Agenda for Action*, recomenda que a “A resolução de problemas seja o foco do ensino e aprendizagem da matemática escolar” (NCTM, 1980, p. 1). Essa recomendação influenciou os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, que posicionaram a resolução de problemas enquanto ponto de partida para o processo de ensino e aprendizagem da matemática (BRASIL, 1998, p. 41-42). Nessa direção, o ensino via resolução de problemas, conforme Schroeder e Lester Jr. (1989), é a forma mais coerente para promover a aprendizagem da matemática.

> A aprendizagem da matemática por meio da resolução de problemas pode ser vista como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica matemática) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos) (SCHROEDER; LESTER JR., 1989, p. 33).

Na perspectiva de Brito (2010, p. 19):

> A solução de problemas é, portanto, geradora de um processo através do qual o aprendiz vai combinar, na estrutura cognitiva, os conceitos, princípios, procedimentos, técnicas, habilidades e conhecimentos previamente adquiridos que são necessários para encontrar a solução com uma nova situação que demanda uma reorganização conceitual cognitiva.

No entanto, não basta que a resolução de problemas faça parte da organização do trabalho pedagógico como estratégia de apoio, da qual se faz uso vez ou outra. Como já explicitado na introdução, para além de ser pauta das pesquisas da Educação Matemática, constar dos documentos orientadores educacionais e dos planejamentos escolares, a estratégia resolução de problemas carece ser o alicerce para a organização de todo o trabalho pedagógico.

Para além de pautar a organização do trabalho pedagógico na estratégia de resolução de problemas, é ainda necessário que haja um ambiente adequado para

---

[24]A influência dos *Elementos* no ensino da matemática era justificada pela organização lógica e fortalecimento do raciocínio (ROXO, 2007, p. 152).

[25] O currículo formal enfatiza mais os conteúdos a ensinar, as noções a estudar e a trabalhar do que os conhecimentos propriamente ditos (PERRENOUD, 1999a, p. 82).

as demandas cognitivas exigidas no processo de resolução. Diversos autores, como Orunbia, Rochera e Barberá, (2004); Pozo (1998, 2002); Boavida e Ponte (2002); Perrenoud (1999a, 2000); Fiorentini (2006), Alrø e Skovsmose (2006), Damiani (2008); Torres, Alcântara e Irala (2004) explicitam recorrência à utilização da estratégia da resolução de problemas em contextos de interação entre os estudantes.

Concernente a isso, a BNCC recomenda que os problemas sejam resolvidos de forma que haja interação entre os pares de forma cooperativa (BRASIL, 2018, p. 265). A aprendizagem da matemática, segundo Orunbia, Rochera e Barberá (2004) é um processo de construção socialmente mediada, no qual os alunos aprendem por meio de um processo ativo de elaboração de significados e de atribuição de sentidos.

> Entre os critérios recorrentes de estudo das pesquisas em Educação Matemática estão contextualizar a aprendizagem da Matemática em atividades significativas; orientar a aprendizagem dos estudantes para a compreensão e resolução de problemas; pautar o processo de ensino na interação e cooperação[26] entre os estudantes e oportunizar aos estudantes falar matematicamente em sala de aula (ONRUBIA; ROCHERA; BARBERÁ, 2004, p. 334-338).

A colaboração, conforme Pozo (2002), não fomenta a aprendizagem por si mesma, é apenas uma condição que torna mais fácil a ativação dos processos de aprendizagem por favorecer o surgimento de conflitos cognitivos. Conflitos cognitivos surgem diante de situações que sejam entendidas pelo estudante como problemas.

Em concordância com as demandas atuais, assume-se, nesta pesquisa, a resolução de problemas como estratégia para o desenvolvimento das habilidades matemáticas e, como forma de organização dos estudantes, propõe-se que as atividades sejam entre pares. Destarte, a resolução problema é compreendida, nesta pesquisa, como ação diante de situação para a qual não se tem uma resposta pronta, sendo necessário mobilizar habilidades e competências cognitivas como ler, interpretar, analisar, expor, discutir, avaliar, comunicar, criando estratégias e procedimentos para a construção do processo de resolução e, devido à

[26] O termo cooperação é utilizado por Orunbia, Rochera e Barberá (2004) como sinônimo de colaboração.

complexidade da demanda cognitiva, em contextos de sala de aula, seja preferencialmente proposto meio da interação entre pares.

3.4 Proposição de atividades a partir da interação entre pares

> A realidade é construção constante, contínua e interminável. O homem torna-se homem quando afetado pelo que o cerca, vivendo com os outros homens e com as outras coisas desse mundo, compreendendo isso pelo que é afetado e comunicando suas compreensões, compartilhando-as (GARNICA, 1999, p. 62).

A interação social é compreendida como condição de possibilidade da existência do sujeito, porque este só se constitui como tal na relação com os outros, segundo Colaço (2004), sendo "a aprendizagem escolar concebida como um processo construtivo que tem um carácter intrinsecamente social, interpessoal e comunicativo" (COLOMINA; ONRUBIA, 2004, p. 280), portanto, de interação, havendo que se considerar a importância de promover interações entre os estudantes no contexto da sala de aula.

No entanto, nem toda atividade, em pares ou em grupos, tem por característica agir como catalizadora do processo de aprendizagem. "O simples fato de diversas pessoas atuarem em conjunto não significa que se esteja, necessariamente, perante uma situação de colaboração" (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 3). Desse modo, considerando a complexidade em relação aos aspectos sociais que tangenciam o processo da aprendizagem, apresentam-se algumas considerações em relação às interações sociais nomeadas como cooperação e colaboração.

Para Torres, Alcântara e Irala (2004), a literatura sobre o tema permite constatar que frequentemente utilizam-se os termos cooperação e colaboração como sinônimos. Damiani (2008) argumenta que:

> Embora tenham o mesmo prefixo (co), que significa ação conjunta, os termos se diferenciam porque o verbo cooperar é derivado da palavra operare – que, em latim, quer dizer operar, executar, fazer funcionar de acordo com o sistema – enquanto o verbo colaborar é derivado de *laborare* – trabalhar, produzir, desenvolver atividades tendo em vista determinado fim (DAMIANI, 2008, p. 214-215).

Damiani (2008) compreende cooperação como processo no qual há ajuda mútua na execução de tarefas, mas "podendo existir relações desiguais e hierárquicas entre os pares"; por outro lado, na colaboração, os pares se apoiam na busca de resolver o desafio sem se pautar em uma liderança, estabelecendo relações de confiança mútua e corresponsabilidade pela condução das ações (DAMIANI, 2008, p. 215).

De acordo com Torres, Alcântara e Irala (2004), a aprendizagem colaborativa parte da ideia de que o conhecimento resulta das trocas comunicativas nas quais os pares trabalham juntos na busca de solução de problemas, projetos etc. Panitz (1996) entende a colaboração como um processo mais aberto, no qual os participantes do grupo interagem para atingir um objetivo compartilhado. Esses autores visualizam a aprendizagem colaborativa como uma estratégia que estimula o envolvimento de todos os estudantes no processo de aprendizagem.

Por outro lado, a "cooperação apresenta-se como um conjunto de técnicas e processos que grupos de indivíduos aplicam para a concretização de um objetivo final ou a realização de uma tarefa específica" (TORRES; ALCÂNTARA; IRALA, 2004, p. 132). Na cooperação, há uma organização dentro do grupo para realizar uma tarefa, na qual há uma hierarquização de ações.

Tanto a colaboração quanto a cooperação estão relacionadas a atividades desenvolvidas em pares ou grupos. No entanto, a literatura apresenta indícios de que a cooperação esteja mais centrada na tarefa, enquanto a colaboração está centrada nos estudantes. As divergências acontecem em relação à dinâmica de cada uma delas, já que na cooperação os estudantes têm papéis definidos e na colaboração todos interagem sem hierarquia. Alguns autores, como Pozo (2002); Colomina e Onrubia (2004); Coll (2004); Perrenoud (2010), não apresentam diferenciação entre cooperação e colaboração, entendendo-as como sinônimos no sentido do que se exibe nessa pesquisa para colaboração.

Para Pozo (2002, p. 257), a proposta de atividade em cooperação "só tem sentido quando as tarefas constituem problemas". "Na colaboração, dois ou eventualmente mais alunos com o mesmo nível de competência trabalham no desenvolvimento e na resolução de uma tarefa" (COLOMINA; ONRUBIA, 2004, p. 282).

A proposição de situações-problema torna a atividade colaborativa mais eficaz, pois há o aparecimento de uma situação de conflito cognitivo[27], provocando a

[27] Conflito sociocognitivo é uma interação social que se mostra construtiva, quando induz a uma confrontação entre soluções divergentes dos sujeitos participantes (DOISE, 1991).

necessidade de que os pares interajam de forma colaborativa (MOYSÉS, 2006), sendo a situação tomada pelos estudantes como um desafio a ser solucionado. Desse modo, "a discussão em grupo ajuda os alunos a identificarem lacunas nos seus conhecimentos e a entenderem como a nova informação se relaciona com conceitos mais amplos e inclusivos" (ALMEIDA, 2002, p. 160).

Face ao exposto, esta pesquisa se alinha com o entendimento de Damiani (2008); Torres, Alcântara e Irala (2004); Panitz (1996); Pozo (2002); Colomina e Onrubia (2004); Fiorentini (2006); Alrø e Skovsmose (2006), sobre a conceitualização[28] de colaboração. Entretanto, pela especificidade da pesquisa, compreende-se o termo colaboração em função do processo de aprendizagem da matemática, como "proposta de organização das atividades, na qual os estudantes trabalhem em pares ou pequenos grupos e sejam partícipes, independentes e autônomos na execução da tarefa, sendo o propósito potencializar o desenvolvimento de habilidades matemáticas, com foco na resolução de problemas que exijam processos cognitivos complexos como interpretar, analisar, avaliar, relacionar, formular, criar e adaptar, comunicar e discutir etc.".

Por conseguinte, esta pesquisa elege a colaboração entre pares como forma de organização da atividade de resolução de problemas, cujo objetivo é otimizar o desenvolvimento de habilidades matemáticas.

3.5 Trajeto da Pesquisa

O caminho percorrido, conforme Perrenoud (1999a, p. 117), pressupõe centrar a observação mais sobre os processos do que sobre os resultados obtidos, na busca de informações alternativas e potenciais de melhoria dos processos de aprendizagem da matemática. A pesquisa assume a perspectiva de que observar é construir uma representação realista das aprendizagens, segundo Perrenoud (1999a), sendo considerada, portanto, como formativa que, de acordo com Manrique, Moreira e Maranhão (2016), preocupa-se com a formação integral do estudante.

---

[28] Em alguns trechos, a partir das análises, o termo cooperação foi utilizado com sinônimo de colaboração.

Trata-se de uma pesquisa qualitativa na qual se utiliza a análise de conteúdo[29]. A investigação gira em torno da seguinte indagação: *As interações entre pares, em situação de resolução de problemas, podem se constituir elemento catalizador do desenvolvimento de habilidades matemáticas?* Objetiva-se analisar se as interações entre pares, em situação de resolução de problemas, se constituem enquanto colaborativas e se representam potencialidades para o desenvolvimento de habilidades matemáticas.

A análise de conteúdo foi realizada a partir das interações observadas e registradas por escrito[30]. Utilizaram-se alguns protocolos de resolução para respaldar as análises das interações, apenas como ilustração. De posse das observações registradas, procedeu-se às análises na busca de elementos componentes das interações que apontassem evidências que as constituíssem enquanto colaboração. Posteriormente, analisaram-se as interações, buscando indícios favoráveis ao desenvolvimento de habilidades matemáticas.

Da pesquisa, que acontece no cenário do projeto *Matemática É Para Todos*, objeto de estudo contextualizado e descrito no capítulo dois[31], foi necessário fazer um recorte do material produzido para as análises. Assim, constituíram a amostra da pesquisa os registros de observações e alguns protocolos produzidos em 2018, sendo, portanto, a amostra composta por 16 estudantes do 8º ano de uma escola pública de Brasília, no período compreendido entre março e novembro de 2018.

A pesquisa concebeu-se como pesquisa-ação, uma vez que as atividades propostas e intervenções foram elaboradas e realizadas pela professora pesquisadora, como pode ser verificado no capítulo dois deste estudo.

3.6 Resultados e análises

Neste tópico, são apresentados os registros das interações entre os pares em situação de resolução dos problemas e suas respectivas análises. O processo de

---

[29] As análises foram feitas com base em alguns elementos da Análise de Conteúdo de Bardin (2009, p. 31), que define esse instrumento como um conjunto de técnicas de análise das comunicações, que utiliza procedimentos objetivos e sistemáticos de descrição de conteúdo das mensagens, visando obter indicadores que possibilitem inferir conhecimentos relativos a essas comunicações.

[30] A princípio, a ideia era gravar as falas/interações dos estudantes, no entanto, devido à especificidade da proposta de discussão entre os pares, e ao consequente ruído das vozes, as gravações iniciais evidenciaram a impossibilidade de uso de tal instrumento.

[31] Como o cenário desta pesquisa é referente ao capítulo dois, não se realizou uma pormenorização dos dados referentes ao mesmo.

análise foi dividido em duas etapas. A primeira etapa trata de identificar se as interações entre os pares apresentam elementos componenciais da colaboração. A segunda etapa refere-se a verificar se essas interações favorecem o desenvolvimento de habilidades matemáticas.

Na primeira etapa, buscou-se extrair sentido dos dados coletados, a partir do registro das observações das situações de interação, procedendo-se à análise preliminar dos dados com o intuito de construir significados, passíveis de serem analisados mediante a teoria.

A partir da leitura da transcrição dos registros das interações entre os estudantes, foi possível identificar elementos recorrentes, entre aqueles considerados relevantes para esse estudo. Buscando respaldo em Fiorentini (2006) e Alrø e Skovsmose (2006), que pesquisaram grupos cooperativos[32], foi possível estabelecer elementos componenciais das interações entre os estudantes.

O tratamento das transcrições pode ser, de acordo com Martins e Bicudo, (1989) e Bardin[33] (2009), apresentado como descrição, redução e interpretação. Foram, portanto, considerados elementos componenciais da colaboração, após passarem pelo tratamento de descrição, redução e interpretação, as unidades de significado[34] descritas como/em: *Perceber/Reconhecer (P/R); Reformular (R); Posicionar (P); Desafiar/Questionar (D/Q); Avaliar/Validar (AV)* e *Compreender (C).*

A unidade de significado *Perceber/Reconhecer* é entendida no sentido de descobrir alguma coisa no contexto em que está inserida e fazê-la conhecida dos pares. Delinear uma ideia matemática, que significa ser capaz de reconhecer um princípio ou algoritmo matemático. Perceber, dentro de um processo de colaboração, "significa expor suas próprias perspectivas para o grupo no bojo do processo de colaboração" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 106).

Reformular (R) refere-se a dizer algo já conhecido de outra forma, com outras palavras, levando a repensar sobre algo. Dessa maneira, os pares podem confirmar que possuem um entendimento comum sobre algo, conforme Alrø e Skovsmose

---

[32] Cooperação é empregada como sinônimo de colaboração.
[33] Descrição - descrever o sentido amplo das interações; redução – classificação por exaustão das descrições, dentro de cada tema, que se apresentaram mais relevantes no âmbito da pesquisa; interpretação – parte na qual se analisa o sentido das unidades de significado dentro do contexto investigado.
[34] Unidade de significado, de acordo com Bardin (2010, p. 104), é o elemento unitário de conteúdo a ser submetido posteriormente à classificação. Toda categorização necessita definir o elemento unitário a ser classificado.

(2006). O elemento reformular é importante para o acompanhamento dos demais estudantes.

Posicionar (P) significa, neste estudo, ter atitude diante de uma situação, expressar opinião para os pares, compartilhar no sentido de discutir. “Posicionar-se pode contribuir para a construção de uma perspectiva comum” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 106), levando à promoção de atitudes positivas em relação a si mesmo e aos pares.

Desafiar/Questionar (D/Q) diz respeito a buscar outras perspectivas do conhecimento, indagar se o percurso percorrido está correto, divergir, associar a outras ideias, examinar outras possibilidades. Não ter medo de errar, procurar alternativas. Nesse sentido, um problema deve oferecer certa resistência que leve o estudante a investir seus conhecimentos anteriores disponíveis, de maneira que conduza ao questionamento e à elaboração de novas ideias (PERRENOUD, 1999a, p. 58).

Avaliar/Validar (A/V), esse elemento da colaboração, pode assumir diversos significados, entre eles apoiar uma ideia, sugerir algo, investigar o caminho percorrido, verificar o que se apresenta, testar o algoritmo utilizado, elogiar, fazer considerações construtivas etc. Nesse elemento, de acordo com Alrø e Skovsmose (2006), os aspectos emocionais e cognitivos convivem lado a lado.

Compreender (C), neste estudo, diz respeito ao processamento dos pensamentos resultantes de conclusões elucidativas acerca dos processos demandados nos procedimentos de busca de resolução. Pensar, verbalizar e compartilhar o pensamento com os pares. Apreender, entender e compreender os conceitos e procedimentos provenientes da situação. Compreensão, de acordo com Orunbia, Rochera e Barberá (2004), é um constructo conceituado a partir do resultado da interação dos conhecimentos prévios do estudante com os proporcionados pela situação.

Na segunda etapa das análises, buscou-se, a partir das transcrições das interações entre os pares, elementos que apontassem indícios de desenvolvimento de habilidades matemáticas. Essas habilidades são as que se encontram na BNCC, de forma que, para garantir o desenvolvimento das competências específicas, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades. Essas habilidades estão relacionadas a diferentes objetos de conhecimento – entendidos como conteúdos, conceitos e processos, que por sua vez são organizados em unidades temáticas (BRASIL, 2018, p. 28).

As unidades temáticas são distribuídas em *números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade, análise combinatória e estatística.* Em função das peculiaridades apresentadas devido ao formato metodológico utilizado nesta pesquisa, *multipaper*, não foi possível considerar todos os registros para análise. Destarte, elegeu-se um registro referente a cada uma das unidades temáticas propostas na BNCC, perfazendo um total de cinco (5), de modo que, para cada unidade temática, haja possibilidade de ser desenvolvida, ao menos, uma habilidade matemática.

Após análise da estrutura conceitual dos problemas e com fundamento na BNCC, identificou-se a possibilidade de desenvolvimento das habilidades relacionadas no quadro 2.

Quadro 2 - Habilidades referentes às unidades temáticas identificadas nos problemas

U. T.	HABILIDADE
Números	(EF07MA01)[35] Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos. (EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.
Álgebra	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. (EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
Geometria	(EF08MA17) Aplicar os conceitos de bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas. (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos.
Grandezas e Medidas	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figura. (EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

[35] Cada objetivo de aprendizagem e desenvolvimento é identificado por um código alfanumérico (BRASIL, 2018, p. 26). O verbo explicita o processo cognitivo envolvido na habilidade (p. 29).

U. T.	HABILIDADE
Contagem probabilida de	(EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.

Pode-se observar que algumas das habilidades descritas são referentes ao 1º bloco, no entanto, consideramos o exposto pela BNCC, que "os critérios de organização das habilidades expressam um arranjo possível" (BRASIL, 2018, p. 31), e consideramos a ideia de currículo espiralado.

> Na definição das habilidades, a progressão ano a ano se baseia na compreensão e utilização de novas ferramentas e também na complexidade das situações-problema propostas e tendo em vista que as noções matemáticas são retomadas ano a ano, com ampliação e aprofundamento crescentes (BRASIL, 2018, p. 297-298).

Para algumas unidades temáticas, há mais de uma habilidade e, no decorrer das análises, habilidades de diferentes unidades temáticas se inter-relacionam. Desse modo, as análises concernentes à verificação de habilidades, como já explicitado na BNCC, estão correlacionadas, não sendo possível, em algumas situações, relacioná-las somente a uma unidade temática.

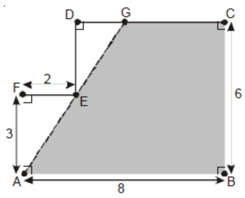
3.6.1 Análises das interações para identificar elementos componenciais da colaboração

Nesta pesquisa, a colaboração é concebida como um processo de interação entre pares que apresenta certas qualidades. Como especificado anteriormente, o tratamento inicial dos conteúdos referentes aos registros possibilitou identificar elementos componenciais da colaboração. Dessa forma, apresentam-se a seguir o problema gerador das interações, um protocolo de resolução, os registros das interações referentes à resolução dos problemas e às respectivas análises, organizadas por unidade temática.

3.6.1.1 Registros e análises referentes às interações geradas na resolução do problema da unidade temática grandezas e medidas e o protocolo de resolução

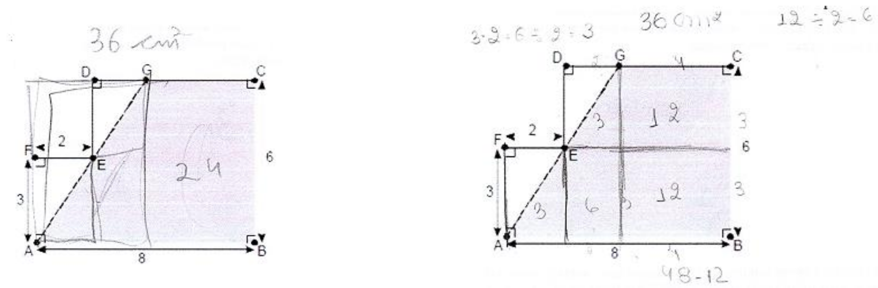
Problema gerador das interações - A figura mostra um polígono *ABCDEF* no qual dois lados consecutivos quaisquer são perpendiculares. O ponto *G* está sobre o lado *CD* e sobre a reta que passa por *A* e *E*. Os comprimentos de alguns lados estão indicados em centímetros. Qual é a área do polígono *ABCG* ?

Figura 4 - Problema gerador



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Figura 5 - Protocolo de resolução do problema área do trapézio e do retângulo



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

Quadro 3 - Transcrições referentes à unidade temática grandezas e medidas

R	***Nic:*** *Esse quadrilátero é um trapézio ou losango? Não tenho certeza...*
P	***Beto:*** *É um trapézio porque dois lados não são paralelos...*
P/R	***Nic:*** *Então dá para usar aquela fórmula, que usa as 2 bases, ali do banner né?*
AV	***Fa:*** *É, mas tá faltando esse número da parte menor de cima da figura.* *Como que vamos fazer então pra calcular?*
P	***Beto:*** *Hum... se a altura vale 6, e de A até F vale 3 então de E até o D também vale 3.*
P	***Nic:*** *Tá certo Beto, mas esse valor não resolve nada! FE é 2 mas falta DG.*
P/R	***Fa:*** *Vixi... esse tá complicado... tem que resolver sem usar a fórmula da área...*
P	***Beto:*** *E se a gente completar o retângulo?!*
D/Q	***Fa:*** *Qual retângulo você tá falando? Tô vendo só o trapézio... me mostra aqui...*
P	***Beto:*** *Aqui ó, Fa, se completar essas linhas vira um retângulo...*
C	***Fa:*** *Ah, entendi, vou fazer...*
P	***Nic:*** *Pera, acho que dá.... esse desenho vale então 3 vezes 2 que dá 6...*
P/R	***Fa/Beto:*** *E tem dois desse retângulo né?! Então tem que tirar 12, fica...*
C	***Nic:*** *Isso, fica 48 – 12, dá 36!*

Perceber/Reconhecer (P/R); Reformular (R); Posicionar (P); Desafiar/Questionar (D/Q); Avaliar/Validar (A/V); Compreender (C).

Fonte: Quadro elaborado pelos autores.

No processo de resolução do problema, referente à unidade temática g*randezas e medidas,* no qual é preciso descobrir a área do trapézio ABCG, a unidade de significado *Reformular* evidencia processos de reflexão a respeito de conhecimentos prévios dos estudantes. Nesse sentido, a “reflexão sobre os atos mentais pode gerar representações e heurísticas[36] para o aprendiz desenvolver maneiras mais eficazes de pensar” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 48).

A unidade de significado *Posicionar*, que gerou seis classificações, indica utilização de conhecimento adquirido sobre o qual se esclarecem dúvidas, revela posicionamento a partir de percepções sobre informações constatadas, demonstra atitude e reflexão. O ato de posicionar-se, de acordo com Alrø e Skovsmose (2006), pode contribuir para a construção de uma perspectiva comum, tomar posição significa fazer declarações ou apresentar argumentos sobre determinado objeto do conhecimento.

Em relação a *Perceber/Reconhecer,* que gerou três classificações, há indícios de identificação e discernimento a respeito do objeto de conhecimento adequado à situação e compartilhamento com os pares. A unidade de significado *Avaliar/Validar* indica avaliação sobre os procedimentos tanto próprios quanto dos pares. Ao enfrentar a resolução de um problema, o estudante tenta acessar conhecimentos/conceitos que já possui, relacionados, de algum modo, com a situação proposta, conforme Vila e Callejo (2006).

A unidade de significado *Desafiar/Questionar* revela busca de entendimento sobre o exposto pelos pares, manifestando coragem de demonstrar não compreensão do exposto, o que pode indicar sentimento de pertencimento. Suscita questionamento/indagação e consequente reflexão sobre o processo do pensamento. De acordo com Alrø e Skovsmose (2006), a aprendizagem depende da qualidade do contato das relações interpessoais que se manifesta durante a comunicação entre os participantes.

A unidade de significado *Compreensão* aponta entendimento dos procedimentos a serem realizados quanto aos adotados, a aprendizagem construtiva[37], de acordo com Pozo (2002), se dá a partir da consciência do estudante sobre os conflitos entre seus conhecimentos prévios e a nova informação.

Na resolução do problema referente à unidade temática grandezas e medidas, as análises das unidades de significado geradas a partir das interações

---

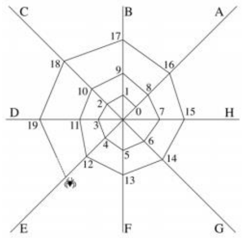
[36] Arte de inventar ou descobrir. Método que pretende levar a inventar, descobrir ou a resolver problemas, "heurística", no Dicionário Priberam da Língua Portuguesa [em linha], 2008 2013. Disponível em: https://dicionario.priberam.org/ Acesso em: 26 fev. 2019.

entre os pares apontam indícios de colaboração, uma vez que são construções que se deram a partir dos diálogos suscitados no contexto de busca de possibilidades e procedimentos para a resolução do problema, nos quais os estudantes desenvolveram, juntos, estratégias que possibilitaram construir um processo de resolução. “A colaboração envolve negociação cuidadosa, tomada conjunta de decisões, comunicação efetiva e aprendizagem mútua num empreendimento que se foca na promoção do diálogo” (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 4).

3.6.1.2 Registros e análises referentes às interações geradas na resolução do problema da unidade temática números e o protocolo de resolução

Problema gerador das interações - A, B, C, D, E, F, G e H são os fios de apoio que uma aranha usa para construir sua teia, conforme mostra a figura. A aranha continua seu trabalho. Sobre qual fio de apoio estará o número 118?

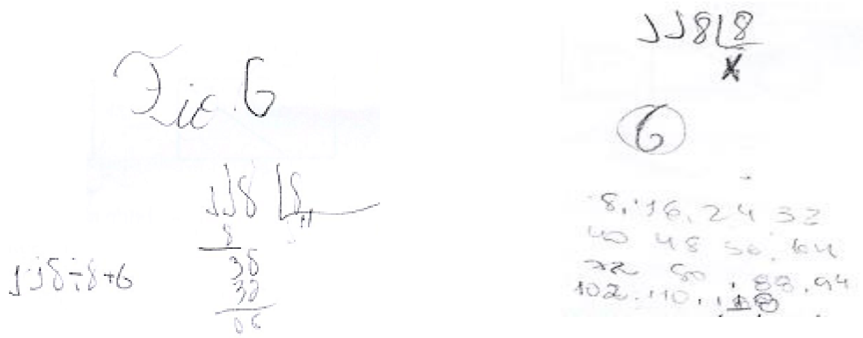
Figura 6 - Problema gerador



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

[37] Aprendizagem construtiva – processo em que o que aprendemos é o produto da informação nova interpretada à luz de, ou a através do que já sabemos.

Figura 7 - Protocolo de resolução do problema unidade temática números



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

Quadro 4 - Transcrições referentes à unidade temática números

P/R	***Manu:*** *Ei, ei! esse tá fácil! Olha só, é só contar que chega na letra!*
P	***Rick:*** *Para né?! Tem que ter um jeito mais fácil, a professora não ia pôr um que desse esse trabalho todo não!*
P	***Rick:*** *Acho que já sei... vê aqui Manu, a teia tá em 8 pedaços...*
C	***Bia:*** *E depois começa outra vez... ah! Múltiplos de 8 então!*
R	***Manu:*** *Ué, é mais fácil fazer a divisão...*
D/Q	***Bia:*** *Que divisão? De 118 por 8?*
A/V	***Bia/Rick:*** *Deu errado, dá resto... com vírgula...*
D/Q	***Rick/Manu:*** *Não! Dá 14 e sobra 6! Se dá certo sempre é letra A?!?*
A/V	***Manu:*** *Mas tinha que dar exato né?! Fizemos errado então?!*
C	***Bia:*** *Entendi, tá certo! Olha?! 14 é no final, se contar o resto chega na letra...*
P	***Rick:*** *Vou contar...*
C	***Manu:*** *Ah!!! Isso mesmo, dá no G!*
R	***Bia:*** *É só encontrar o padrão então, se sobrasse 3 seria letra D, tipo isso!?!*
Perceber/Reconhecer (P/R); Reformular (R); Posicionar (P); Desafiar/Questionar (D/Q); Avaliar/Validar (A/V); Compreender (C).	

Fonte: Quadro elaborado pelos autores.

Na resolução do problema sobre *Números*, a unidade de significado *Perceber/Reconhecer* indica percepção quanto ao procedimento que pode ser utilizado para a construção da resolução. “Indica processo metacognitivo, que é um componente da reflexão” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 49-50).

Em relação a *Posicionar (P)*, na qual houve três ocorrências, há indicação de exposição de opinião a respeito dos procedimentos expostos pelos pares e, consequentemente, reflexão sobre o caminho percorrido pelos outros e por si mesmo, visto que, “ao abordar um problema, é preciso adotar uma atitude aberta e buscar estratégias de resolução” (VILA; CALLEJO, 2006, p. 97).

A unidade de significado *Compreensão (C),* que teve três classificações, revela entendimento sobre o procedimento exposto pelos pares, inferências sobre a possibilidade de percursos, sendo o estudante forçado a refletir sobre os próprios conhecimentos implícitos, que, conforme Pozo (2002), pode levar à produção de estratégias de solução.

A unidade de significado *Reformular (R)*, que teve duas classificações, revela apreensão e entendimento de possibilidades de modificar o procedimento utilizado pelos pares, mudanças de parâmetro a partir da reflexão sobre o processo utilizado na resolução. “A interação possibilita que os pares ajustem suas ideias ao processo de compreensão (COLL, 2004, p. 277).

A unidade de significado *Desafiar/Questionar (D/Q)*, com duas ocorrências, indica indagação sobre o caminho percorrido, questiona e expõe, ao mesmo tempo, possibilidades de resolução, busca de outras perspectivas ao questionar-se sobre o próprio percurso percorrido, ou dos pares, se está correto. Nesse sentido, Zabala e Arnau (2010) explicam que conflito cognitivo é o processo por meio do qual o aluno questiona suas ideias, como primeiro passo para a construção de significados.

E, por último, a unidade de significado *Avaliar/Validar (A/V)* revela avaliação sobre o próprio processo de construção, investigação do percurso e percepção dos erros e outras possibilidades de construção desse percurso. Há evidências de fala exploratória, que conforme Coll (2004), é aquela na qual os estudantes interagem de forma crítica, mas construtiva, tanto em relação às contribuições próprias quanto dos pares.

Considerando as análises referentes à resolução do problema sobre *Números*, pode-se inferir que as mesmas indicam que houve colaboração, entre os pares, na atividade de resolução do problema, pois “os estudantes constroem um conhecimento compartilhado que se justifica abertamente e que se manifesta de forma perceptível na interação” (COLL, 2004, p. 277).

3.6.1.3 Registros e análises referentes às interações geradas na resolução do problema da unidade temática álgebra e o protocolo de resolução

Problema gerador das interações – Otávio mostrou para Gabriela um truque com três dados, cujas faces estão numeradas de 1 a 6. Ele fica de costas, pede a ela que jogue um dado de cada vez e que, em seguida:

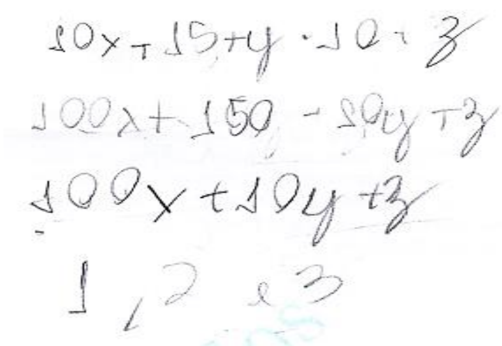
Figura 8 - Problema gerador

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

• dobre o número obtido no primeiro dado,
some 3 e multiplique por 5;
• some ao resultado encontrado o número obtido no segundo dado e multiplique por 10;
• some ao último resultado o número obtido no terceiro dado;
• anuncie o resultado final.
Otávio então dirá, em ordem, quais foram os números obtidos nos dados.

a) Se Gabriela obtiver os números 4, 6 e 1, nessa ordem, qual resultado ela anunciará?
b) Se Gabriela anunciar o resultado 273, o que Otávio vai dizer?
c) Explique por que Gabriela não pode anunciar o resultado 432.

Figura 9 - Protocolo de resolução do problema da unidade temática álgebra



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

Quadro 5 - Transcrições referentes à unidade temática álgebra

D/Q	***Biel:*** *Cê tá conseguindo fazer essa aqui?*
A/V	***Leo:*** *100x+150+10y+ z?! mas a gente não aprendeu esse com esse tanto de letra...*
R	***Paulinho:*** *E como com isso a gente vai saber o número dos dados?!*
P	***Samuka:*** *Hum... vamos pensar... o que pode mexê daqui...*
P/R	***Biel:*** *E se tira ele fica os com as letras, dá para montar duas equações, peraí... vamos testar no sistema...*
A/V	***Paulinho:*** *Fiz aqui um sistema... olha, não tem como solução...*
P	***Leo:*** *Tentei também e não dá por sistema...*
D/Q	***Leo:*** *Hum.. e esse tirá 150 e deixar só os dos dados?!*

A/V	***Samuka:*** *É mesmo.. vamos fazer de outro jeito, que cê tá fazendo, Paulinho?*
AV	***Paulinho:*** *Testando o que o Leo falou... olha aí, sem o 150 fica o 1º dado vezes 100, o 2º vezes 10 e o último sozinho!*
AV	***Leo/Biel:*** *Dá certo?! Fazendo aqui... tira a prova aí também Samuka,*
C	***Samuka:*** *Dá certo sim, x =1, y = 2 e z = 3!*
Perceber/Reconhecer (P/R); Reformular (R); Posicionar (P); Desafiar/Questionar (D/Q); Avaliar/Validar (A/V); Compreender (C).	

Fonte: Quadro elaborado pelos autores.

A resolução do problema sobre *Álgebra (expressões algébricas)*, no que se refere à unidade de significado *Desafiar/Questionar (D/Q)* indica, nas interações da unidade temática *álgebra*, questionamento sobre as tentativas de resolução do problema, sobre o próprio procedimento e compartilhamento desse com os pares e, de acordo com Vila e Callejo (2006), esse processo de busca em interação, assim como os achados, as perguntas, os bloqueios e as diferentes maneiras de chegar à solução podem ser compartilhados.

Avaliar/Validar (A/V) revela análise e avaliação sobre a utilização de procedimentos de resolução, sobre o procedimento executado e a validação desse procedimento, sendo que, para Perrenoud (2000), o choque das representações obriga cada um a precisar seu pensamento e a levar em conta o dos pares.

A unidade de significado *Posicionar (P)* indica expressão de opinião sobre o procedimento, compartilhamento com os pares sobre o processo de pensamento, exposição do processo de procedimento utilizado e percepção da impossibilidade de utilização e compartilhamento com os pares sobre o processo de pensamento. Nesse sentido, a verbalização e a comunicação do pensamento desempenham um papel muito importante para melhorar os processos de resolução de problemas, “porque o esforço de explicitar as ideias ajuda a torná-las claras, pois se aproxima de outras formas de pensamento” (VILA; CALLEJO, 2006, p. 70).

A unidade de significado *Perceber/Reconhecer (P/R)* indica exposição das ideias para os pares e percepção de possibilidades; Pozo (2002), enfatiza que a explicação do ponto de vista, a explanação do próprio pensamento são processos importantes para a aprendizagem.

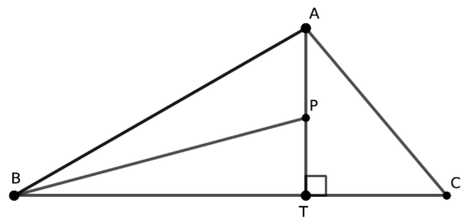
A unidade de significado *Compreender (C)* aponta apropriação do procedimento executado e apreensão do conhecimento, no que se pode observar que ocorre a devolução do problema, ou seja, conforme Perrenoud (2000), os estudantes apropriam-se dele, sua mente põe-se em movimento, constroem-se hipóteses, procede-se a explorações, propõem-se tentativas de resolução.

As análises das unidades de significado, nas quais foram classificadas as interações entre os pares no processo de resolução do problema relativo à unidade temática *álgebra,* foram: *Desafiar/Questionar (D/Q), Avaliar/Validar (A/V), Posicionar (P), Perceber/Reconhecer (P/R), Compreender (C).* Como as classificações são provenientes das interações resultantes dos processos de interação que surgiram na resolução do problema, infere-se que essas interações são colaborativas. Nesse contexto, os estudantes, em interação, desfrutam da oportunidade de regular a comunicação e mediar seus processos de construção compartilhada de conhecimento, o que, de acordo com Colomina e Orunbia (2004), impõe a necessidade de explicitar, estruturar e formular mais claramente suas ideias, apoiando-se para isso na possibilidade de coordenar e controlar suas contribuições.

3.6.1.4 Registros e análises referentes às interações geradas na resolução do problema da unidade temática geometria e o protocolo de resolução

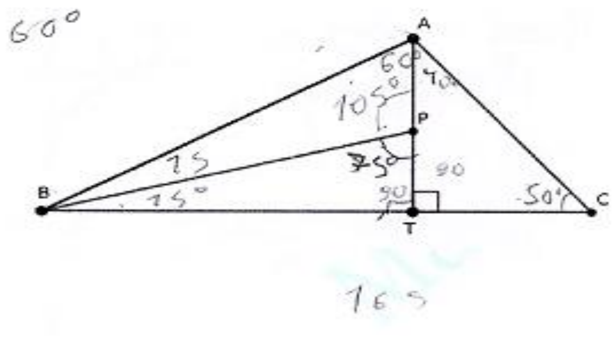
Problema gerador das interações - Seja *ABC* um triângulo tal que *ACB* = 50º. A altura correspondente ao vértice *A* e a bissetriz do ângulo *ABC* se encontram em *P*, com *P* no interior do triângulo *ABC* e *APB* = 105º. Encontre as medidas dos ângulos *BAC* e *ABC*.

Figura 10 - Problema gerador



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Figura 11 - Protocolo de resolução referente ao problema de geometria



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

Quadro 6 - Transcrições referentes à unidade temática geometria

P	***Gabi:*** *A gente sabe que a soma dos ângulos de dentro dá 180, então...*
D/Q	***Ly:*** *Essa aqui, do T ao A, faz formar o de 90 né?!*
P/R	***Theus:*** *É.. então o do A dá 40 e esse do outro lado dá 90 também...*
A/V	***Ly:*** *Acho que sim, os dois juntos têm que dar 180...*
D/Q	***Gabi:*** *O que é bissetriz?é o que divide o ângulo ou o lado?*
P	***Theus:*** *É o que divide o ângulo em 2 partes iguais, acho...*
P/R	***Gabi:*** *Bom, se esse aí vale 105, então o de baixo dá 75...*
R	***Gabi:*** *Então esse do T, 90 mais o de 75, fica 15 para o da metade do B, B é 30 graus!*
C	***Ly:*** *Pronto! 30 mais 50 é o que falta de A dá 60!!!*

Perceber/Reconhecer (P/R); Reformular (R); Posicionar (P); Desafiar/Questionar (D/Q); Avaliar/Validar (A/V); Compreender (C).

Fonte: Quadro elaborado pelos autores.

A unidade de significado *Posicionar (P)* indica ação e iniciativa diante do problema a ser resolvido, demostra conhecimento sobre a situação exposta. Quando há mais de um estudante envolvido no processo de aprendizagem, torna-se essencial compartilhar pontos de vista, o que, para Alrø e Skovsmose (2006), pressupõe justificar atitudes e posicionamentos.

Desafiar/Questionar (D/Q) aponta indagação sobre a leitura dos elementos do problema, questionamento e possibilidade de conclusões, reflexão e apresenta possibilidade de resposta. Pozo (2002) explica que, nesse sentido, os pares costumam apresentar contradições implícitas em nosso discurso, obrigando-nos a explicitá-lo, defendendo explicações alternativas às nossas.

A unidade de significado *Perceber/Reconhecer (P/R)* revela análise e percepção sobre os elementos apresentados, reconhecimento de conhecimentos prévios e posterior utilização na situação exposta. Para Pozo (2002), trata-se de integrar a informação aos conhecimentos anteriores, e a representação de uma tarefa pode mudar porque se estabelecem novas conexões entre as informações novas e as anteriores.

Avaliar/Validar (A/V) indica validação do processo apresentado. *Reformular (R),* correspondendo à reflexão e reestruturação dos elementos na busca de resolução do problema. Desse modo, os estudantes, de acordo com Colomina e Orunbia (2004), têm oportunidade para regular seus pares mediante a própria linguagem que, por sua vez, lhes impõe a necessidade de explicitar, estruturar e formular mais claramente seus requisitos e seus pontos de vista.

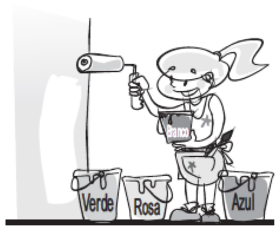
Compreender (C) aponta apreensão, apropriação e entendimento dos conhecimentos utilizados no processo de resolução. Pozo (2002) enfatiza que a compreensão ajuda a reorganizar os elementos, relacionando-os com os conhecimentos prévios dos estudantes.

O processo de resolução referente à unidade temática geometria equivale àquele no qual as unidades de significado que geraram classificação dos processos de interação entre os pares foram *Perceber/Reconhecer (P/R), Reformular (R), Posicionar (P), Desafiar/Questionar (D/Q), Avaliar/Validar (A/V), Compreender (C).* Essas unidades de significado, conforme as análises, apontam que as interações entre os pares foram colaborativas. Os estudantes encontram na interação entre iguais amplas oportunidades para se envolverem em processos de construção conjunta de metas, ideias e conceitos, “apoiando-se para isso na possibilidade de coordenar e controlar mutuamente suas contribuições, seus pontos de vista e seus papéis na interação” (COLOMINA; ONRUBIA, 2004, p. 285).

3.6.1.5 Registros e análises referentes às interações geradas na resolução do problema da unidade temática probabilidade, combinatória e estatística e o protocolo de resolução

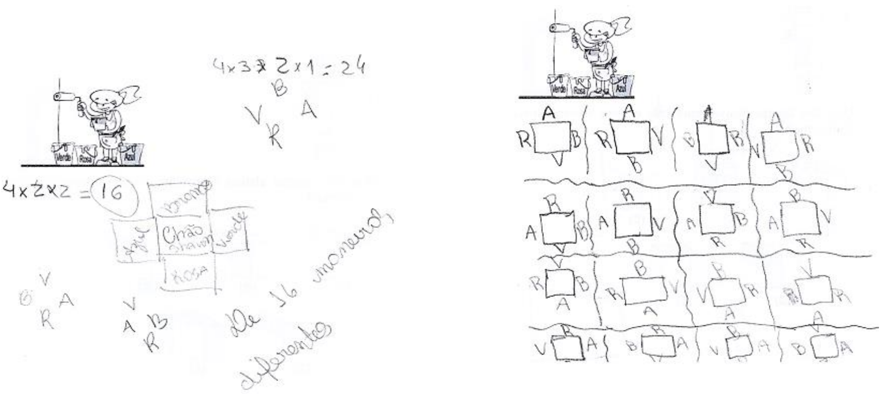
Problema gerador das interações – Manuela quer pintar as quatro paredes de seu quarto usando as cores azul, rosa, verde e branco, cada parede de uma cor diferente. Ela não quer que as paredes azul e rosa fiquem de frente uma para a outra. De quantas maneiras diferentes ela pode pintar seu quarto?

Figura 12 - Problema gerador



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Figura 13 - Protocolo de resolução do problema de análise combinatória



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

Quadro 7 - Transcrições referentes à unidade temática análise combinatória

P/R	***Nat:*** *Hum.. esse é combinar e possibilidade...*
P	***Mila:*** *Parece que é sim, bem, mas dá para fazer começando com uma parede rosa e a do lado azul e depois verde ou azul e depois branca...*
D/Q	***Nat:*** *Mas tá dizendo aqui que não pode ser azul e rosa?!*
C	***Nat:*** *Ah entendi... deixa eu fazer aqui no meu...*
A/V	***Ana:*** *Se tem 4 cores para a 1ª parede sobra 3 para a segunda? é isso mesmo né?!*
P	***Mila:*** *Não, se pensar que tem 3 pro lado aí pode ter que usar a cor azul e rosa na frente uma da outra... o que não pode...*
R	***Nat:*** *Peraí.. então tem 4 e depois 2 e 2...*
P	***Ana:*** *Eu fiz a conta aqui... olha?!*
D/Q	***Nat:*** *Fica 4 vezes 3 vezes 2 vezes 1? Não... é... 4 vezes 2 vezes 2, certo?*
A/V	***Mila:*** *Acho que é, deu aqui 16...*
A/V	***Mila:*** *Confere com o do esquema que fiz aqui, deu certo*

Perceber/Reconhecer (P/R); Reformular (R); Posicionar (P); Desafiar/Questionar (D/Q); Avaliar/Validar (A/V); Compreender (C).

Fonte: Quadro elaborado pelos autores.

A unidade de significado *Perceber/Reconhecer (P/R)* aponta percepção do objeto de conhecimento de que trata o problema, no caso princípio multiplicativo da análise combinatória. Para Colomina e Onrubia (2004), nessas situações os estudantes têm oportunidades para regular os pares a partir de sua própria linguagem.

Posicionar (P) indica atitude e ação em relação ao conhecimento demandado no problema, utilização de conhecimentos prévios e compartilhamento com os pares, ao que reforçam Alrø e Skovsmose (2006), que posicionar significa argumentar em favor de uma ideia, defender um ponto de vista.

A unidade de significado classificado como *Desafiar/Questionar (D/Q)* indica indagações sobre elementos do texto-base, aponta entendimento sobre o enunciado e apresenta questionamentos reflexivos que indicam a necessidade de auxílio dos pares. Sobre isso, Carvalho e César (2000) explicam que a disparidade de opiniões entre estudantes pode ocasionar um conflito sociocognitivo, que é relevante para o processo de aprendizagem.

Compreender (C) indica apreensão e compreensão sobre o procedimento a ser utilizado na busca de formas de resolução do problema e, conforme Zabala (2010), a compreensão ocorre quando o aluno, mediante um processo que sempre é pessoal, reconstrói ou elabora o objeto de estudo por meio de atividades as quais exigem dele uma grande atividade mental.

Reformular (R) aponta reflexão sobre o conhecimento e posterior adequação desse à situação apresentada. Para Colaço (2004), ao representar as ações usando a comunicação, os estudantes reorganizam o seu raciocínio e compartilham entre si suas novas construções.

A unidade de significado *Avaliar/Validar (A/V)* aponta processo de avaliação do procedimento utilizado, indica validação do procedimento próprio e dos pares. Nesse sentido, Boavida e Ponte (2002) enfatizam a importância da exposição das ideias e apontam o diálogo como instrumento de confronto de ideias e de construção de novas compreensões.

As análises referentes à unidade temática *probabilidade*, combinatória e estatística cujas interações entre os estudantes indicam que a resolução do problema foi construída a partir das trocas de informação, das dúvidas geradas e da busca por possibilidades de resposta, do diálogo, oriundos da situação de resolução do problema proposto, suscitados a partir das dificuldades e conflitos cognitivos enfrentados pelos estudantes, evidenciam, em concordância com as análises, que as interações foram colaborativas. Boavida e Ponte (2002) ressaltam a importância da forma como os estudantes se relacionam uns com os outros, em uma troca contínua de dar e receber, assumindo uma responsabilização conjunta pela orientação do trabalho e sendo capazes de construir soluções para os problemas no respeito pelas diferenças e particularidades individuais.

3.6.2 Análises das interações para verificar o desenvolvimento de habilidades matemáticas

> As habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares (BRASIL, 2018, p. 29).

Nesta parte, são apresentadas as interações entre pares, oriundas das situações de resolução de problemas pertinentes a cada uma das unidades temáticas da BNCC. Após cada transcrição, expõem-se as análises referentes aos excertos e ao objeto do conhecimento ao qual se faz referência no processo de interação e apresentam-se algumas considerações.

3.6.2.1 Registros e análises referentes às interações geradas na resolução do problema da unidade temática grandezas e medidas (área do trapézio e retângulo)

A unidade temática grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas, contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico (BRASIL, 2018, p. 271).

> **Nic:** *Esse quadrilátero é um trapézio ou losango?*

O excerto da interação indica que há dúvidas sobre as definições das propriedades de alguns quadriláteros, referente à habilidade (EF06MA20) de identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles. No entanto, o conflito cognitivo gerado leva à reflexão sobre o processo do pensamento e à indagação que provoca a verbalização.

> **Beto:** *Acho que é um trapézio porque esses dois lados não são paralelos...*

O fragmento da interação aponta domínio da definição de diferentes quadriláteros e ainda posicionamento a respeito do entendimento do que seja *paralelo,* uma vez que a utilização do termo é adequada para distinguir um trapézio de um losango, sendo as habilidades envolvidas (EF06MA20): identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles e (EF09MA10) demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal (BRASIL, 2018, p. 301).

> ***Nic:*** *Então dá para usar aquela fórmula ali do banner né?*

O excerto revela apreensão do exposto pelo colega, o que Polya (2006) denomina de raciocínio plausível, ou seja, que se situa no contexto da busca de ideias para encontrar a solução. Observa-se também a apropriação correta da definição do quadrilátero trapézio, o que pode ser verificado pelo reconhecimento imediato da fórmula da área do trapézio que poderia ser utilizada, que se refere à habilidade (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos) (BRASIL, 2018, p. 301). Há, nesse trecho, indícios de adequação e utilização de conhecimento prévio na resolução do problema.

> ***Fa:*** *É, mas tá faltando esse número da parte menor de cima da figura. Como que vamos fazer então pra calcular?*
> ***Beto:*** *Hum... se a altura vale 6, e de A até F vale 3, então de E até o D também vale 3.*

A indagação de Fa demonstra conhecimento sobre a utilização adequada da fórmula do trapézio, revelada como um “pensar alto” que parece sugerir a busca de possibilidades para a construção da resolução. A afirmativa de Beto aponta processo de análise e reflexão gerados pela indagação de Fa. A reflexão parece implicar a conclusão em relação ao que “falta” do comprimento do segmento 6.2.1 referente à altura do trapézio.

> ***Nic:*** *Tá certo, Beto, mas esse valor não resolve nada! FE é 2 mas falta DG.*

Evidencia compreensão em relação à afirmativa sobre os demais segmentos que compõem o trapézio e a necessidade de descobrir o valor de DG, o que demonstra domínio sobre os elementos da fórmula da área do trapézio, indica “processo metacognitivo, que é um componente da reflexão crítica” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 50).

> ***Fa:*** *Vixi... esse tá complicado... tem que resolver sem usar a fórmula da área...*
> ***Beto:*** *E se a gente completar o retângulo?!?*

O trecho interação indica a percepção da necessidade de buscar uma forma diferenciada para a resolução do problema e percepção da possibilidade de composição e decomposição dos quadriláteros em outros polígonos, ou seja, apresenta uma conjectura (p. 97) na busca de argumentos para comprovar sua ideia. Observando o 2º protocolo, fica perceptível a compreensão das razões entre o retângulo e o triângulo, o que referencia a habilidade (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas (BRASIL, 2018, p. 307).

> ***Fa:*** *De qual retângulo cê ta falando? Tô vendo só o trapézio... me mostra aqui...*
> ***Beto:*** *Aqui ó, Fa, se completar essas linhas vira um retângulo...*
> ***Fa:*** *Ah, entendi, aí fica um retângulo de 8 x 6 certo?! Vou fazer aqui...*

A verbalização de Fa evidencia eminente conflito cognitivo, gerado pela visualização da decomposição do desenho geométrico. Conforme Pozo (2002), o conflito cognitivo é uma condição necessária para promover a aprendizagem construtiva[38]. Na verbalização de Beto, pode-se observar o raciocínio demonstrativo, (VILA; CALLEJO, 2006, p. 95), que se situa no contexto da justificação. Na interação, há indícios de desenvolvimento da compreensão a partir da indagação, na busca da solução.

[38] Aprendizagem construtiva, de acordo com Pozo (2002, p. 126), é um processo em que o que aprendemos é o produto da informação nova interpretada à luz de, ou a através do que já sabemos.

> ***Nic:*** *Pera, acho que dá.... esse desenho formado pelo triângulo do canto vale então 3 vezes 2 que dá 6, que é metade do retângulo.*
> ***Fa:*** *E tem a área desses outros dois triângulos juntos que é igual ao retângulo né?! Então a parte que completou o retângulo vale 6 + 6, daí tem que tirar 12, fica...*
> ***Nic:*** *Isso, fica 48 – 12, dá 36!*

O excerto da verbalização de Nic releva análise e conclusão gerados a partir da reflexão causada pelas interações. A fala de Fa indica percepção em relação à decomposição do retângulo em 2 triângulos e, consequentemente, a possibilidade do cálculo da área do triângulo como metade da área do retângulo. As interações evidenciam o desenvolvimento da habilidade (EF08MA14) de demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos. As interações apontam processos conjuntos de construção da resolução dos problemas, já que no trajeto dessa construção os estudantes foram levados a buscar ferramentas e estratégias para a reelaboração dos próprios conhecimentos.

A interação entre os estudantes evidencia percepção sobre composição de polígonos (figuras planas) e da possibilidade de resolução de problemas envolvendo o cálculo da área, no caso do trapézio, sem utilização da fórmula dada. A dedução do cálculo da área do trapézio a partir da mobilização do campo conceitual de áreas de outras figuras planas. Há indícios de promoção e desenvolvimento da habilidade (EF07MA32) relativa a "resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas" (BRASIL, 2018, p. 307).

As análises demonstram reconhecimento dos elementos e também compreensão das propriedades do trapézio, apropriação da definição de diferentes quadriláteros, compreensão do que significam os segmentos *paralelos* nos quadriláteros, conexão entre os dados do problema e a fórmula correta. Há, nesse trecho, indícios de apropriação de conceitos e conhecimento pelo estudante que implicam a conclusão em relação ao que "falta" do comprimento do segmento referente à altura do trapézio.

O processo evidencia busca de compreensão em relação à afirmativa sobre os demais segmentos que compõem o trapézio e à necessidade de descobrir o valor do segmento DG, o que demonstra domínio sobre os elementos tanto componentes da fórmula como da área do trapézio. Aponta compreensão sobre possibilidades de composição e decomposição dos quadriláteros em outros polígonos, das razões entre o retângulo e o triângulo, o que evidencia percepção em relação à decomposição do retângulo em dois triângulos e consequentemente a possibilidade do cálculo da área do triângulo como metade da área do retângulo e dedução do cálculo da área do trapézio a partir da mobilização do campo conceitual de áreas de outras figuras planas. As análises apresentam indícios de desenvolvimento da habilidade (EF08MA19) referente a “resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figura” (BRASIL, 2018, p. 313). De acordo com o Currículo em Movimento, “Grandezas e Medidas é um bloco de conteúdos muito importante por ser presente no cotidiano, por isso é preciso que a unidade escolar realize práticas pedagógicas para a compreensão e a sistematização desse saber” (DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 162).

Além disso, os objetos de conhecimento da unidade temática “grandezas e medidas” estão diretamente relacionados a outros objetos de conhecimento de unidades temáticas como “Números”, não sendo antecedente, mas paralelo e concomitante, conforme o Currículo em Movimento (DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 162). “Contribui, ainda, para a consolidação e ampliação da noção de número, para a aplicação de noções geométricas e para a construção do pensamento algébrico” (DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 163).

3.6.2.2 Registros e análises referentes às interações geradas na resolução do problema da unidade temática números

Com referência ao Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos (BRASIL, 2018, p. 267).

> ***Manu:*** *Ei, ei! esse tá fácil! Olha só, é só contar que chega na letra!*
> ***Rick:*** *Para né?! Tem que ter um jeito mais fácil, a professora não ia pôr um que desse esse trabalho todo não...*
> ***Bia:*** *Verdade, pensa se fosse para achar a letra que tá, sei lá, no 300?! Credo!*

O excerto da interação revela que, apesar de Manu ter noção da ideia de construção de uma sequência, o mesmo não apresentou, a princípio, visualização de um algoritmo para determinação de termos aleatórios, no que é arguido por Rick e Bia. No entanto, no processo e interação entre os pares, surgem evidências de reconhecimento de uma sequência enquanto um algoritmo que possibilite encontrar o resultado sem necessidade de cálculo exaustivo, o que pode ser observado, tanto na fala de Rick quanto de Bia, recorrência da habilidade (EF07MA15) correspondente a utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas. O Currículo em Movimento salienta que “o planejamento do trabalho com as operações precisa oportunizar o desenvolvimento de estratégias próprias e/ou pessoais para resolução de situações-problema” (DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 160-161).

> ***Rick:*** *Acho que já sei... vê aqui Manu, a teia tá em 8 pedaços...*
> ***Bia:*** *E depois começa outra vez... ah! Múltiplos de 8 então!*
> ***Manu:*** *Ué, é mais fácil fazer a divisão!*

O fragmento da interação indica processo de análise em relação ao problema, conduzindo-os à reflexão e compreensão da utilização do objeto de conhecimento “múltiplos e divisores” e da relação entre eles, (EF07MA01) que consiste em resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo (...) por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos. Há também indícios de reconhecimento de um padrão e da razão entre os termos da sequência, ou seja, sua construção, sendo que “o desenvolvimento dos processos mentais é fundamental para o desenvolvimento do pensamento, fruto da construção dos sujeitos em situações de proposição de respostas reflexivas” (DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 158).

> ***Bia:*** *Que divisão? De 118 por 8?*
> ***Manu:*** *Sim, faz aí...*
> ***Bia/Rick:*** *Deu errado, dá resto... com vírgula...*
> ***Rick/Manu:*** *Não! Dá 14 e sobra 6! Se dá certo sempre é letra A!*
> ***Manu:*** *Mas tinha que dar exato né?! Fizemos errado então...*

A interação revela conflito cognitivo ocasionado pelo procedimento da divisão e pela percepção de que conjunto universo utilizado é dos naturais, pois sendo uma sequência formada pelas teias de aranha não há possibilidade de haver um fio da teia que seja fracionado, ou seja, que seja representado como um decimal ou fração, o que sinaliza para a habilidade (EF07MA08) de comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

Corroborando, o Currículo em Movimento enfatiza que "os estudantes resolvam problema com números naturais e números racionais, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem os resultados encontrados, considerando as diferentes estratégias de resolução" (DISTRITO FEDERAL, 2018b, p. 159).

> ***Bia:*** *Entendi, tá certo! Olha?! 14 é no final, se contar o resto chega na letra.*
> ***Rick:*** *Vou contar...*
> ***Manu:*** *Ah!!! Isso mesmo, dá no G!*
> ***Bia:*** *É só encontrar o padrão então, se sobrasse 3 seria letra D, tipo isso né!?*

O excerto da interação apresenta evidências de ampliação dos conceitos em relação à construção de sequências, do significado de resto e padronização. Há, ainda, indicação de abstração do conceito do particular para o geral, o que pode ser comprovado pela conclusão explicitada na fala de Bia, que indica a compreensão da sequência recursiva. As habilidades sinalizadas "(EF07MA15) equivalem a utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas" (BRASIL, 2018, p. 305) e "(EF08MA11) identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes" (BRASIL, 2018, p. 311).

As interações entre estudantes/pares indicam indícios de utilização de conhecimentos prévios, reconhecimento e seleção de estratégias adequadas para a construção da resolução do problema, uso apropriado das *letras* em uma sequência numérica, que remete à habilidade "(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes" (BRASIL, 2018, p. 311). Observa-se, ainda, estabelecimento da relação entre múltiplos e divisores enquanto razão entre os termos, compreensão sobre padronização numérica e transferência conceitual para a álgebra e representação de uma sequência por um termo geral, no que se percebe o recurso da habilidade de "(EF08MA11) identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes" (BRASIL, 2018, p. 311).

A proposta da unidade temática números é levar os estudantes a desenvolverem o pensamento numérico, utilizando, para isso, diferentes formas de analisar e interpretar quantidades. Nesse sentido, problemas têm potencial para contextualizar a construção das ideias relativas a números, que podem ser de proporção, aproximação, sequenciamento etc., para os números dos vários conjuntos. De acordo com o Currículo em Movimento, os estudantes devem utilizar estratégias diversas, com compreensão dos processos nelas envolvidos (DISTRITO FEDERAL, 2018b, p. 160-161).

3.6.2.3 Registros e análises referentes às interações geradas na resolução do problema da unidade temática álgebra

A unidade temática álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2018, p. 269).

> ***Biel:*** *Cê tá conseguindo fazer essa aqui?*
> ***Leo:*** *Esse treco parece aqueles de adivinhação...*
> ***Joao Paulo:*** *Parece mesmo, kkkk! Montei aqui, oh?!*
> ***Samuka/Leo:*** *100x +150+10y+ z?! mas a gente não aprendeu esse com esse tanto de letra...*
> ***Biel:*** *E como com isso a gente vai saber o número dos dados?!*
> ***Paulinho:*** *Hum... vamo pensar... o que pode mexê daqui...*

As interações expressam que, a partir da tentativa de encontrar uma forma de resolução para o problema, os estudantes identificaram a possibilidade de utilização da álgebra. A colocação de Samuka/Leo, em relação ao esboço de Paulinho, aponta identificação das possibilidades de utilização de processos algébricos, provavelmente referente a sistemas de 1º grau com duas variáveis. A fala/ verbalização tanto de Samuka quanto de Leo e Biel demonstra processo cognitivo de análise relativa às variáveis apresentadas por Paulinho, e há indicação de recorrência da habilidade de “(EF07MA13) compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita” (BRASIL, 2018, p. 305). Nesse sentido, é importante reconhecer expressões algébricas, equações, sistemas de equações (DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 161).

> ***Biel:*** *E se tira ele fica os com as letras, dá para montar duas equações, peraí... vamo testar no sistema...*
> ***Paulinho:*** *Fiz aqui um sistema... olha, não tem como resolver...*
> ***Leo:*** *Tentei também e não dá por sistema...*

As interações evidenciam apropriação do objeto de conhecimento "sistemas de equações", que remete à habilidade de "(EF08MA07) associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano" (BRASIL, 2018, p. 311). É importante que os estudantes compreendam "os diferentes significados das incógnitas em uma expressão, estabelecendo uma generalização de uma propriedade" (DISTRITO FEDERAL, 2018b, p. 161).

> ***Leo:*** *Hum... e se tirar 150 e deixar só os dos dados?!*
> ***Samuka:*** *É mesmo... vamo fazer de outro jeito, que cê tá fazendo, Paulinho?*
> ***Paulinho:*** *Testando o que o Leo falou... olha aí, sem o 150 fica o 1º dado vezes 100, o 2º vezes 10 e o último sozinho!*
> ***Leo/Biel:*** *Dá certo?! Fazendo aqui... tira a prova aí também, Samuka,*
> ***Paulinho:*** *Uh!!! Acho que conseguimos!!!*
> ***Samuka:*** *Dá certo sim, x =1, y = 2 e z = 3!*

Revela percepção dos processos que podem ser utilizados para resolução do problema e reconhecimento das propriedades de uma expressão algébrica, remetendo à habilidade de "(EF08MA06) resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações" (BRASIL, 2018, p. 311). De acordo com o Currículo em Movimento, "é importante que os estudantes realizem conexões entre variável e função e entre incógnita e equação, por meio de resolução de equações" (DISTRITO FEDERAL, 2018b, p. 161).

As análises das interações apontam recorrência a objetos de conhecimento algébricos, como"(EF08MA06) resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações" (BRASIL, 2018, p. 311), utilização correta da propriedade aditiva das equações "(EF07MA13) compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita" (BRASIL, 2018, p. 305) e "(EF08MA06) resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações" (BRASIL, 2018, p. 311), o que implica trânsito conceitual entre os campos numéricos e algébricos.

A importância da álgebra se fundamenta no desenvolvimento do pensamento algébrico essencial para compreender e fazer uso de modelos matemáticos, e é nessa perspectiva que a álgebra generaliza a aritmética e possibilita a dedução e uso de fórmulas. Esses aspectos são revistos e aprofundados proporcionalmente ao fechamento de cada ciclo da educação básica. Essa unidade temática se configura como conjunto de importantes objetos de conhecimento, pois contribui para o letramento matemático dos estudantes.

3.6.2.4 Registros e análises referentes às interações geradas na resolução do problema da unidade temática geometria

Nessa unidade temática, estudam-se posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais que podem desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes (BRASIL, 2018, p. 269).

> ***Gabi:*** *A gente sabe que a soma dos ângulos de dentro dá 180, então...*
> ***Ly:*** *Essa aqui, do T ao A, faz formar o de 90 né?!*
> ***Theus:*** *É... então o do A dá 40 e esse do outro lado dá 90 também?*
> ***Ly:*** *Acho que sim, os dois juntos têm que dar 180...*

A interações indicam apropriação do objeto de conhecimento ângulos e medidas, o que fica evidenciado pelo estabelecimento de relações entre os ângulos e cálculo de valores de ângulos internos do triângulo, sem o uso de fórmulas, há recorrência das habilidades de "(EF07MA27) calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos..." (BRASIL, 2018, p. 307), e "(EF07MA24) [...] verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°" (BRASIL, 2018, p. 307).

> ***Gabi:*** *O que é bissetriz? Esqueci...*
> ***Theus:*** *É o que divide o ângulo em 2 partes iguais, acho...*
> ***Gabi:*** *Bom, se esse aí vale 105, então o de baixo dá 75...*
> ***Ly:*** *Mas precisa pôr isso aqui?*
> ***Theus:*** *Sim, pra achar os do B.*

> ***Gabi:*** *Então esse do T, 90 mais o de 75, fica 15 para o da metade do B, B é 30 graus!*
> ***Ly:*** *Pronto! 30 mais 50 é o que falta de A da 60!!!*

A indagação de Gabi gera o cenário para a análise e reflexão apresentados pelos pares, os excertos revelam mobilização de conceitos elementos e propriedades dos ângulos de um triângulo, o que remete à habilidade de "(EF08MA17) aplicar os conceitos [...] bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas" (BRASIL, 2018, p. 313).

As interações apontam apropriação do objeto do conhecimento ângulos de um triângulo, utilização das propriedades dos ângulos internos de um triângulo e elementos, o que reporta às habilidades de "(EF07MA27) calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos" (BRASIL, 2018, p. 7), do elemento bissetriz "(EF08MA17) aplicar os conceitos de bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas" (BRASIL, 2018, p. 313). Há indicação quanto à percepção, por parte dos estudantes, de possibilidades de estruturação do processo de resolução do problema a partir do compreensão dessas propriedades.

Para além de ser a Geometria um conjunto de objetos de conhecimento, ela se faz presente no cotidiano em vários aspectos sem que nos apercebamos disso, desde a locomoção até a forma como culturalmente as pessoas se alojam etc. Quanto à geometria das medidas e proporções, o Currículo em Movimento do DF ressalta que essa é uma "área do saber em estreita relação com as grandezas e medidas" (DISTRITO FEDERAL, 2018b, p. 162).

3.6.2.5 Registros e análises referentes às interações geradas na resolução do problema da unidade temática probabilidade, combinatória e estatística

Para essa unidade temática, os problemas de contagem devem, inicialmente, estar restritos àqueles cujas soluções podem ser obtidas pela descrição de todos os casos possíveis, mediante a utilização de esquemas ou diagramas, e, posteriormente, àqueles cuja resolução depende da aplicação dos princípios multiplicativo e aditivo e do princípio da casa dos pombos (BNCC, 2018, p. 273). O problema, que gerou as interações e cujos excertos são analisados abaixo, foi classificado como objeto de conhecimento "Análise combinatória – princípio multiplicativo". Esse enquadramento se deu com base no Currículo em Movimento

(DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 163), que inclui a Análise Combinatória dentro do bloco de conteúdos "Probabilidade e Estatística[39]".

> ***Nat:*** *Hum... esse é combinar e possibilidade...*
> ***Mila:*** *Parece que é sim, bem, mas dá para fazer começando com uma parede rosa e a do lado azul e depois verde ou azul e depois branca...*
> ***Nat****: Mas tá dizendo aqui que não pode ser azul e rosa?!*
> ***Mila:*** *Não pode na frente, mas do lado pode...*
> ***Nat:*** *Ah entendi... deixa eu fazer aqui no meu...*
> ***Ana:*** *Se tem 4 cores para a 1ª parede sobra 3 para a segunda? é isso mesmo né?!*
> ***Mila:*** *Não, se pensar que tem 3 pro lado aí pode ter que usar a cor azul e rosa na frente uma da outra... o que não pode...*

As interações apontam processos de análise, interpretação e reflexão sobre os dados apresentados na tentativa de descobrir um procedimento para resolução. As falas de Nat e Ana indicam recorrência à ideia do princípio multiplicativo sem restrição, já Mila demonstra perceber ser uma combinação que apresenta restrição em relação à posição das cores e, portanto, não sendo apenas um processo de multiplicação simples, a interação entre as estudantes parece ampliar o conceito sobre a problemática que envolve o desenvolvimento da habilidade de "(EF08MA03) resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo" (BNCC, 2018, p. 311). Pozo (2002) salienta que, nesse processo, na tentativa de compreender novas situações ocorrem tanto a expansão dos conhecimentos prévios quanto a reflexão sobre o próprio conhecimento, o que pode provocar um ajuste na estrutura dos conceitos, aumentando assim o nível de compreensão do estudante.

> ***Nat:*** *Peraí... então tem 4 e depois 2 e 2...*
> ***Mila:*** *Acho que é...*
> ***Ana:*** *Eu fiz a conta aqui... olha?!*
> ***Mila:*** *Tô fazendo o desenho também...*
> ***Nat:*** *Fica 4 vezes 3 vezes 2 vezes 1? Não... é... 4 vezes 2 vezes 2, certo?*
> ***Mila:*** *Acho que é, deu aqui 16...*
> ***Nat/Ana:*** *Isso!!! 16!*

---

[39] Apesar da unidade temática "Probabilidade e Estatística" na BNCC dar ênfase a objetos do conhecimento relacionados à estatística e eventos de probabilidade, optou-se por um problema concernente ao objeto do conhecimento Análise Combinatória (princípio multiplicativo). Isso se deve ao fato de haver muita recorrência aos problemas referentes a esse objeto nas atividades desenvolvidas.

Mila: *Confere com o do esquema que fiz aqui, deu certo.*

As falas/verbalizações apontam processos significativos de compreensão acerca do objeto de conhecimento, e além de análise do processo de desenvolvimento do protocolo escrito há também o esquema na forma de desenho, que serviu como parâmetro para avaliar as resoluções das estudantes. Sobre isso, Alrø e Skovsmose (2006) salientam que, durante o processo de interação, os estudantes aprendem a pensar juntos.

As análises revelam que, na resolução do problema, houve demanda de análises, reflexões, explicitações do pensamento, elaboração de ideias, validação do exposto pelos pares, avaliações e tomadas de atitudes no sentido de encontrar uma forma de resolução. Os conflitos cognitivos provocaram reflexões e exposição de argumentos. Nesse sentido o processo de resolução explicita indicativos de desenvolvimento da habilidade de "(EF08MA03) resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo" (BNCC, 2018, p. 311), da mesma forma o Currículo em Movimento apresenta como objetivo de aprendizagem "elaborar e resolver situações-problema de contagem cuja solução envolva a aplicação do princípio multiplicativo" (DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 204).

Conforme o Currículo em Movimento, esse bloco de conteúdos é responsável por "desenvolver uma proposta de leitura, interpretação, levantamento, produção e análise de dados, desenvolver o pensamento combinatório [...]" (DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 163), salientando, ainda, que os conteúdos matemáticos desse bloco de conteúdos "exigem uma organização e estratégias que colocam o estudante em ação, favorecendo a aprendizagem, possibilitando julgamentos bem fundamentados e a tomar as decisões adequadas" (DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 163).

3.7 Considerações

> A colaboração em um grupo é um processo dinâmico, criativo, mutável, onde por diversas vezes é preciso parar para pensar e, se necessário, reajustar o rumo. Estes reajustamentos de rumo podem requerer modificações nos papéis dos participantes, que têm, muitas vezes, de ser renegociados durante o desenvolvimento dos processos de resolução do problema (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 11).

Nada melhor para aprender do que a descentração que nos produzem os outros, “como focos de conhecimento alternativo que podem levar a perceber a relatividade dos saberes de cada estudante” (POZO, 2002, p. 258). Nesse contexto a colaboração, de acordo com Boavida e Ponte (2002), constitui-se importante estratégia diante de problemas complexos. À vista disso, para que a atividade proposta realmente demande colaboração entre os pares, a mesma deve representar um verdadeiro problema, para o qual não se veja de imediato uma solução. Sobre isso Schoenfeld (1989) afirma que a interação social é a componente central da aprendizagem, reiterando a importância da colaboração no processo de aprendizagem dos estudantes em matemática.

Corroborando com o exposto, esta pesquisa apresenta resultados que ratificam que há indícios de desenvolvimento de habilidades matemáticas na proposição do trabalho pedagógico ancorado na estratégia de Resolução de Problemas, quando orientado para demandar a colaboração entre pares.

Na primeira parte das análises, sobre a identificação de elementos componenciais de colaboração nas interações entre os pares, as situações de resolução de problemas geraram conflitos, dúvidas, indagações diante das quais pôde-se observar o surgimento de interações que, para além da comunicação apontam processos coadunados e progressivos em relação à construção da resolução do problema, uma vez que, a partir das falas suscitadas durante a busca de possíveis caminhos de resolução, os estudantes foram obrigados a mobilizar diversas estratégias, a reelaborar habilidades e conhecimentos e propor negociações.

Atinente a isso, o Currículo em Movimento enfatiza que “ao dar liberdade aos estudantes, não lhes impondo modos de fazer, eles se mostram criativos e autônomos em seus processos de aprendizagem, avançando para estruturas mais elaboradas de construção da resolução” (DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 160-161).

Concernentemente, as análises realçam a riqueza das interações entre os pares, o que pode ser observado tanto na qualidade das comunicações como nos percursos cognitivos manifestados no desencadeamento das ações pela busca de solução dos problemas. Para além disso, a explicitação dos elementos componenciais da colaboração, definidos anteriormente nesta pesquisa, apontam indícios de que as interações se constituem como colaboração/colaborações entre os estudantes pares, no contexto desta pesquisa.

Na segunda parte das análises, referentes à verificação do desenvolvimento de habilidades matemáticas, respaldadas na BNCC e no Currículo em Movimento, observou-se com frequência a mobilização de conceitos e conhecimentos e, por vezes, a reelaboração desses adequando-os à situação. Isso pode ser visualizado quanto às possibilidades de arranjos relativos às tentativas de construções nas quais observou-se constante recorrência a conhecimentos já estáveis. Essas recorrências foram mais incisivas nos objetos do conhecimento do 7º ano. A maior parte está centrada nos objetos do conhecimento da *Geometria* e da *Álgebra*.

As análises evidenciam ainda que, na interação, os pares, ao explicitarem suas compreensões e dúvidas acerca dos problemas, tiveram oportunidade de refletir e estruturar novos conceitos e conhecimentos. Não obstante, pode-se inferir que ao mobilizarem habilidades estáveis, reelaborando-as, consequentemente ativaram o desenvolvimento de habilidades novas. Noutras palavras, o problema ao exigir a mobilização de determinadas habilidades obrigou-os a reestruturarem as antigas e, a partir disso, gerar novos conceitos e habilidades. O que encontra respaldo na BNCC, que enfatiza que a distribuição das habilidades de "cada ano ou bloco de anos não representa uma ordem ou hierarquia esperada das aprendizagens quanto aos objetos de conhecimento – que podem apresentar crescente sofisticação ou complexidade" (BRASIL, 2018, p. 31).

Ademais, a compreensão sobre os objetos de conhecimento e das habilidades essenciais de cada uma das unidades temáticas permite um visão articulada entre o desenvolvimento das habilidades e das retomadas que os estudantes fazem ano a ano desses objetos do conhecimento, fazendo uso das habilidades já desenvolvidas e reelaborando-as, ampliando e aprofundando de forma progressiva os conceitos e conhecimentos (BRASIL, 2018, p. 297-298), o que permite que os estudantes tenham ferramentas para lidar com situações cada vez mais complexas.

As análises indicaram, ainda, que nas resoluções dos estudantes os processos heurísticos se sobrepuseram em relação aos procedimentos algorítmicos, o que pode ser indicativo de tomada de atitude em relação ao próprio conhecimento e autonomia diante dos problemas. Sendo que a utilização de algoritmos, geralmente, indica processo de resolução adequado, em conformidade com o que foi ensinado em sala de aula, ou seja, prescrito. Em contrapartida, procedimentos heurísticos indicam desprendimento das regras e empreendimento cognitivo, descritivo.

Outrossim, como a atividade foi desenvolvida no primeiro bimestre de 2018, momento no qual os estudantes tinham tido contato com poucos objetos de conhecimento referentes ao 8º ano, pode-se inferir que houve desenvolvimento de novas habilidades. Há ainda as habilidades que, apesar de serem referentes ao 8º ano, foram em parte desenvolvidas nos anos anteriores, tais como (EF08MA06), (EF08MA19), (EF08MA03), etc. De modo geral foram identificadas habilidades que estão relacionadas aos diversos objetos do conhecimento e que, conforme a BNCC, se correlacionam podendo garantir o desenvolvimento das competências específicas para o componente curricular matemática.

A resolução de um problema pode demandar uma quantidade variada de ações, mobilizações e restruturações de habilidades, o que se ancora no fato de que a abordagem por processos, de acordo com Perrenoud (1999, p. 64), leva a fazer menos coisas, a dedicar-se a poucos problemas, mas que apresentem potencial para a produção de aprendizagens e conhecimentos. Decorre que isso pode “Obrigar a abrir mão de boa parte dos conteúdos tidos como indispensáveis” (PERRENOUD, 1999b, p. 64), o que sugestiona, mais uma vez, mais ênfase nos processos e menos nos resultados, sejam eles em relação ao resultado quantitativo de aprendizagens (avaliação) ou aos conteúdos curriculares.

Para além disso, a produção de pensamentos implícitos e explicitados pelas interações, diante dos conflitos cognitivos dos obstáculos encontrados pelos estudantes nos problemas justifica a geração de conhecimentos, o que se respalda em Vigotsky: “Todo pensamento surge como resposta a um problema, como resultado de um novo ou difícil contato com os elementos do meio” (VIGOTSKY, 2004, p. 107) e esse processo, geralmente, só pode ser realizado mediante a interação, a negociação e a comunicação com o outro na busca de solução para o problema.

Isso posto, a melhor maneira de aprender matemática, de acordo com Orunbia, Rochera e Barberá (2004, p. 332) “é dentro de um contexto de investigação e de tomada de decisões”. Nesse sentido, reafirma-se que a resolução de problemas é o ambiente que demarca e dá sentido ao uso da matemática no âmbito escolar, dado que “Aprender é construir modelos para interpretar a informação que recebemos” (POZO, 2002, p. 48).

> O estudante pode avançar do pensamento narrativo e contextualizado próprio da aproximação intuitiva e cotidiana dos fenômenos para o pensamento paradigmático próprio da Matemática como sistema formal, em um processo gradual que parte de conhecimentos prévios do estudante e avança para níveis cada vez mais complexos (ORUNBIA; ROCHERA; BARBERÁ, 2004, p. 333).

Assentando nas análises, pode-se inferir que as interações geradas no contexto de resolução de problemas se constituíram em colaborações entre os pares, uma vez que todos os excertos analisados apresentaram indícios compreendidos nas definições teóricas ao longo da pesquisa. Para além disso, a proposta de atividade de colaboração entre pares, na resolução de problemas, se mostrou como possibilidade capaz de potencializar o desenvolvimento de habilidades matemáticas, como pode ser comprovado pelas análises.

Por conseguinte, esta pesquisa elege a colaboração como elemento catalizador dos processos de aprendizagem da matemática. Importa ressaltar que a colaboração é uma forma de organização do desenvolvimento das atividades na turma, que se constitui auxiliar no desenvolvimento de habilidades matemáticas em atividades de demanda cognitiva complexa, nas quais a proposição de problemas é a estratégia que deve ser utilizada para organizar o trabalho pedagógico nas aulas de matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. S. **Facilitar a aprendizagem:** ajudar aos alunos a aprender e a pensar. Psicologia Escolar e Educacional, 2002, p. 155- 165

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Trad. Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte, ed. Autêntica, 2006.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 4. ed. Lisboa: Edições 70, 2010.

BIAGGI, G. V. Uma nova forma de ensinar matemática para futuros administradores: uma experiência que vem dando certo. **Revista de Ciências da Educação**. XXXX, v. xx, p. 103-113. 2000.

BOAVIDA, A.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In: GTI (Org.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional.** Lisboa: APM, 2002.

BRAIT, B. O processo interacional. In PRETI, D. (org.). **Análise de textos orais**. São Paulo: Humanitas FFLCH/USP. 2001.

BRANCA, N. A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. *In*: KRULIK, S.; REYS, R. E. (org.). **A resolução de problemas na matemática escola**r. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1997. p. 4-12.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática - ensino de 5.ª a 8ª. 2. ed. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF, 2018.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. *In*: BRITO, M. R. F. (org.). **Solução de problemas e a matemática escolar.** 2. ed. Campinas, Alínea, 2010, p. 15-44.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. *In*: BRITO, M. R. F. (org.). **Solução de problemas e a Matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006. p. 13-53

CARVALHO, C; CÉSAR, M. Reflexões em torno de dinâmicas de interação: o caso do trabalho em díade em tarefas não-habituais de Estatística. *In:* MONTEIRO, C. *et al.* (org.). **Interações na aula de Matemática.** Viseu: Fundação Calouste Gulbenkian, 2000, p. 85-97.

COLAÇO, V. de F. R. Processos interacionais e a construção de conhecimento e subjetividade de crianças. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, Porto Alegre, v. 17, n. 3, 2004, p. 333-340.

COLL, C. Linguagem, atividade e discurso na sala de aula. *In*: COLL, C.; MARCHESI, Á.; PALACIOS, J. **Desenvolvimento psicológico e educação:** Psicologia da Educação Escolar. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004. p. 261-279.

COLOMINA, R.; ONRUBIA, J. Interação educacional e aprendizagem escolar: a interação entre alunos. *In*: COLL, Cezar, MARCHESI, Álvaro, PALÁCIOS Jesus e colaboradores (org.). **Desenvolvimento Psicológico e Educação:** Psicologia da Educação Escolar. Tradução: Fátima Murad. 2. ed. V. 2. Porto Alegre: Artmed, 2004, p. 280-293.

D’AMBROSIO, U. **Educação Matemática:** da teoria à prática. Campinas, ed. Papirus, 2007.

DAMIANI, M. F. Entendendo o ensino colaborativo em educação e revelando seus benefícios. **Revista Educar,** n. 31, p. 213-230, 2008

DANYLUK, O. **Alfabetização Matemática** – As primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre: Sulina, Ediupf, 2002.

DANTE, L. R. **Formulação e Resolução de problemas de Matemática**: Teoria e prática. São Paulo: Ática, 2009.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática. 1ª A 5ª séries.** Para estudantes do curso Magistério e professores do 1º grau. 12. ed. São Paulo: Editora Ática. 2003.

DEMO, P. **Professor do futuro e reconstrução do conhecimento**. Petrópolis: Vozes, 2004

DEVLIN, K. **O Gene da Matemática**. Rio de Janeiro, 2ª ed. Record, 2005.

DISTRITO FEDERAL. **Currículo em Movimento da Educação Básica**: Anos iniciais – Anos finais. 2. ed. Brasília: SEEDF, 2018.

FIORENTINI, D. Pesquisar Práticas Colaborativas ou Pesquisar Colaborativamente? *In*: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.) P**esquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 49-78.

FONSECA, M. C. F. R. Avaliação do alfabetismo matemático: interações e possibilidades da pesquisa *In*: FONSECA, M. C. F. R. (org.). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas. Reflexões a partir do INAF 2002. São Paulo: Global, Instituto Paulo Montenegro, 2004, 11-30.

GARNICA, A. V. M. Filosofia da Educação Matemática: Algumas ressignificações e uma proposta de pesquisa. *In*: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 59-74.

HIGINO, H. D. Apresentação. *In*: KRULIK, S.; REYS, R. E. (org.). **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1997.

KILPATRICK, J. A retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problem solving. *In:* E. A. Silver (ed.), **Teaching and learning mathematical problem solving:** Multiple research perspectives, 1985, p. 1-15.

MANRIQUE, Ana Lúcia; MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque; MOREIRA, Geraldo Eustáquio. **Desafios da Educação Matemática Inclusiva:** Práticas. Volume II. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

MARTINS, J.; BICUDO, M. A. V. A Pesquisa Qualitativa em Psicologia: Fundamentos e Recursos Básicos. São Paulo: Morais, 1989.
MOYSÉS, **L. Aplicações** de Vygotsky à educação matemática. 7. ed. Campinas: São Paulo: Papirus, 2006.

DOISE, W. La doble dinámica social en el desarrollo cognitivo. **Anthropos – Suplementos**, n. 24, p. 12-19, 1991.

NCTM. **Agenda for Action:** Recommendations for School Mathematics in the 1980’s. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1980.

NCTM. **Priorities in school mathematics.** Virginia, National Council of Teachers of Mathematics 1980.

NCTM. **Priorities in school mathematics.** Virgínia, 1981.

NCTM. **New direction for elementary school mathematics**. Yearbook. Virginia, National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

NCTM. **Sugerencias para resolver problemas**. México, Trillhas, National Council of Teachers of Mathematics, 1990.

NCTM. **Estándares Curriculares y para la Evaluación**. Sevilla, SAEM Thales, National Council of Teachers of Mathematics 1991.

NCTM. **Normas profissionais para o ensino da Matemática**. Lisboa, APM e IIE. National Council of Teachers of Mathematics, 1994.

OCDE. *Programme for International Student Assessment.* PISA 2012: **Relatório Nacional:** resultados brasileiros. Brasília, DF: Inep; MEC. 2012.

ONRUBIA, J.; ROCHERA, M.J.; BARBERÀ, E. O ensino e a aprendizagem da matemática: uma perspectiva psicológica. *In*: COLL, C.; MARCHESI, Á.; PALACIOS, J. **Desenvolvimento psicológico e educação**: Psicologia da Educação Escolar. 2.ed. Porto Alegre: Artmed, 2004, 294-310.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-220.

ONUCHIC, L., AVELLATO, S. Novas Reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A e BORBA, M. (org.) **Educação Matemática – pesquisa em movimento**, 2. ed. Revisada, São Paulo, Editora Cortez, 2005, p. 213-231.

PANITZ, T. **A definition of collaborative vs cooperative learning**. 1996. Disponível em: http://www. a_definition_of_collaborative_vs_cooperative_learning.pdf. Acesso em: 06 abr. 2019.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensi**nar. Tradução Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes médicas, 2000.

PERRENOUD, P. **Avaliação:** da excelência à regulação das aprendizagens – entre duas lógicas. Tradução Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999a.

PERRENOUD, P. **Construir as competências desde a escola**. Porto Alegre: Artmed Editora. 1999b.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

POZO, J. I. **Aprendizes e mestres:** a nova cultura da aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2002.

POZO, J. I. (org.). **A Solução de Problemas:** Aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre, Artmed, 1998.

POWELL, A. B.; BAIRRAL, M. A. **A escrita e o pensamento matemático:** Interações e potencialidades. Campinas, São Paulo: Papirus, 2006.

ROXO, E. A matemática e o curso secundário. *In*: VALENTE, W. R. (org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil.** Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 2004, p. 151-179.

ROLDÃO, M. **Gestão do currículo e avaliação de competências** – as questões dos professores. Lisboa: Editorial Presença, 2003.

SCHOENFELD, A. H. Heurísticas na sala de aula. *In*: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (org.). A resolução de problemas na matemática escolar. Tradução de Hygino H. D. São Paulo: Atual, 1997. p. 13-31.

SCHOENFELD, A. Ideas in the air: Speculations on small group learning, environmental and cultural influences on cognition, and epistemology. International Journal of Research in **Mathematics Education**, v. 1, n. 13, 1989, p. 71-88.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. *In*: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (ed.). **New directions for elementary school mathematics.** Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

SKOVSMOSE, O. Preocupações de uma educação matemática crítica. *In*: FÁVERO, M. H.; CUNHA, C. (org.). **Psicologia do Conhecimento:** o diálogo entre as ciências e a cidadania. Brasília: UNESCO, Universidade de Brasília, Liber Livros Editora, 2009. p. 101-114.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

SODRÉ, V. S; GONTIJO, C. H. **Avaliação em Matemática:** Percepções docentes para o ensino e aprendizagem. Curitiba: Appris, 2018.

TORRES, P. L.; ALCÂNTARA, P. R.; IRALA, E. A. F. Grupos de consenso: uma proposta de aprendizagem colaborativa para o processo de ensino-aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional,** Curitiba, v. 4, n.13, 2004, p. 129-145.

VALENTE, W. R. (org). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 2004.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar:** O papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

VYGOTSKY, L. S. **Psicologia pedagógica**. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

ZABALA, A.; ARNAU, L. **Como aprender e ensinar competências**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CAPÍTULO 4 CRIATIVIDADE EM MATEMÁTICA UTILIZANDO A ESTRATÉGIA DE FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS

Resumo: Esta pesquisa refere-se ao desenvolvimento da criatividade em matemática a partir da estratégia de formulação de problemas. Objetivou-se analisar as produções em relação à criatividade e, especificamente, descrever as atividades desenvolvidas com foco na formulação de problemas e identificar componentes de criatividade (fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração) nas produções dos estudantes. Utilizou-se a metodologia qualitativa na qual o instrumento de coleta de dados foram as produções desenvolvidas a partir da formulação de problemas. Participaram da pesquisa 98 estudantes do 8º ano de uma escola pública de Brasília. Os resultados e análises evidenciaram que as formulações de problemas apresentaram elementos componenciais da criatividade em matemática, portanto, a sequência didática, a partir da releitura de uma imagem, se mostrou adequada para estimular e desenvolver a criatividade em matemática. Ademais, o fato de a maioria das formulações serem produções de estudantes participantes do projeto MEPT, no qual são desenvolvidas atividades a partir da estratégia de resolução de problemas por pares, pode ter influenciado a qualidade das produções em relação à criatividade em matemática.

Palavras-chave: Criatividade em matemática. Formulação de problemas. Estratégias de criatividade em matemática.

4.1 Buscando possibilidades...

> Entendo educação com uma estratégia desenvolvida pelas sociedades com dois objetivos maiores: criatividade e cidadania. Sendo a criatividade responsável por estimular e possibilitar que cada indivíduo atinja seu potencial, imaginando e realizando ações que visem o novo, subordinado à ética maior de respeito, solidariedade e cooperação (D'AMBROSIO, 2009, p. 99).

Esta pesquisa foi alicerçada em uma perspectiva sociocultural, na qual as construções se dão a partir das relações do sujeito com o outro e com o meio, Glăveanu (2010), ressalta essa perspectiva comentando a obra de Vigotsky, afirmando

> [...] para a importância da mediação cultural através de ferramentas e sinais para o desenvolvimento de todas as funções mentais superiores, seu trabalho inicial na imaginação e criatividade na infância (1930/1998) estabeleceu as bases para uma abordagem cultural para a criatividade, afirmando que (1) existe criatividade no cotidiano e não apenas em grandes obras históricas; (2) cada criador é um produto de sua/seu tempo e ambiente. Aquilo que acontece a partir da perspectiva histórico-cultural é que os criadores usam símbolos e ferramentas para a produção de novos artefatos culturais culturalmente construídos (GLĂVEANU, 2010, p. 9).

Vigotsky (2009, p. 23-24) enfatiza a "necessidade de ampliar a experiência do sujeito, caso se queira criar bases suficientemente sólidas para a sua atividade de criação", e fala sobre a importância do contexto no qual se dá essa experiência. Essa criação torna-se possível somente graças à experiência alheira ou experiência social". Para este autor que a criatividade é um processo que ocorre na vida real a partir das interações entre os sujeitos.

Para além da interação entre pares, esta pesquisa teve como proposição estimular e desenvolver a criatividade, a partir da organização do trabalho pedagógico pautado em estratégias metodológicas e da estratégia de proposição de problemas, especificamente da estratégia formulação de problemas. Gontijo (2006) definiu criatividade em matemática como:

> [...] a capacidade de apresentar inúmeras possibilidades de solução apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns (originalidade), tanto em situações que requeiram a resolução e elaboração de problemas como em situações que solicitem a classificação ou

> organização de objetos e/ou elementos matemáticos em função de suas propriedades e atributos, seja textualmente, numericamente, graficamente ou na forma de uma sequência de ações (GONTIJO, 2006, p. 4).

Outrossim, entende-se que, apesar do foco deste estudo ser o desenvolvimento da criatividade em matemática a partir da estratégia de formulação de problemas, ressalta-se a importância da estratégia de reformulação e da própria resolução de problemas. Gontijo (2006 p. 234) enfatiza que as estratégias mais eficazes para favorecer o desenvolvimento da criatividade matemática referem-se ao emprego da resolução, da formulação de problemas e da redefinição.

A atividade descrita por esta pesquisa surge da busca de possibilidades que tenham potencial para estimular e promover o desenvolvimento da criatividade em matemática dos estudantes. Nessa perspectiva, desenvolveu-se uma sequência didática[40] a partir da estratégia de formulação de problemas.

Polya (1995), Dante (2005), Onuchic e Avellato (2011), Perrenoud (2000); Smole (2011); Moreira (2014), Muniz e Bittar (2009) e English (2003), entre outros, concordam que no processo de aprendizagem da matemática a disponibilização de problemas é fundamental para o desenvolvimento dos processos complexos do pensamento, tomada de atitude e autorregulação, etc. Documentos como a Agenda para Ação de 1980 do *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM, posteriormente os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998) e recentemente a Base Nacional Comum Curricular - BNCC recomendam que a aprendizagem da matemática seja amparada pela resolução de problemas.

Em relação à criatividade em matemática, vários autores defendem que o trabalho pedagógico alicerçado em problemas pode ser utilizado para promover e incentivar a criatividade em matemática, entre eles Haylock (1997), English (2003), Sriraman (2004), Dacey e Conklin (2013) e Gontijo (2006). De modo geral, as estratégias que podem favorecer o pensamento criativo em matemática são a resolução, a reformulação e formulação de problemas.

A proposta de formulação de problemas se torna pertinente por oportunizar aos estudantes aplicar aquilo que foi trabalhado e discutido em aula. Grundmeier (2003) ressalta que os estudantes devem ter oportunidades de formular problemas

[40] Sequência didática é "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos" (ZABALA, 2007, p. 18).

sobre o assunto que estão estudando para que sua curiosidade sobre o tema seja revelada e que o processo de formulação de problemas afeta positivamente as habilidades de resolução de problemas.

Apesar de haver, ainda, mais ênfase na resolução de problemas, tanto por parte dos documentos sobre aprendizagem matemática quanto por teóricos da educação matemática, o processo de formulação de problemas afeta positivamente as habilidades de resolução de problemas (GRUNDMEIER, 2003). Associada à resolução de problemas, a formulação de problemas também é considerada um importante componente do currículo de matemática. (ENGLISH, 1997).

Entendendo a importância da proposição de problemas para a aprendizagem da matemática, esta pesquisa apresenta uma proposta de sequência didática pautada no desenvolvimento e utilização de estratégia de criatividade em aulas de matemática, convergindo para a formulação de problemas.

A sequência didática foi estruturada na formulação de problemas a partir da releitura de imagens. Flemming (2005) destaca que uma estratégia para estimular o pensamento divergente[41] seria a utilização de situações que possibilitem múltiplas respostas, como por exemplo, a integração entre matemática e literatura, escrita e compreensão de textos.

4.2 Criatividade em matemática – estratégias metodológicas a partir da proposição de problemas

Na literatura brasileira pouca ênfase tem sido dada à formulação de problemas. Dante (2005) trata do tema relacionando-o à resolução de problemas e Gontijo (2006; 2007), com enfoque no desenvolvimento da criatividade matemática, apresenta um estudo mais elaborado sobre possibilidades do trabalho pedagógico voltado tanto para a formulação quanto para a resolução de problemas.

Por outro lado, nos documentos nacionais norteadores do currículo da educação básica, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2018) e os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998), pode-se perceber a tentativa de propor a formulação de problemas, nos PCN (1998) e uma evolução considerável em relação à formulação de problemas na BNCC (2018), nesta quase todas as habilidades a serem desenvolvidas preconizam a formulação de problemas. E, ainda, estabelece o letramento matemático em função tanto da resolução quanto da formulação de problemas “para o processo e ensino de Matemática, as competências e habilidades [...] devem ser trabalhadas de modo a favorecer a *formulação* e a resolução de problemas em uma variedade de contextos” (BRASIL, 2018, p. 264). Isto posto, entende-se a necessidade da proposição de atividades voltadas não apenas para a resolução de problemas, mas também para a formulação.

4.3 Resolução de problemas

A resolução de problemas tem sido considerada pelos documentos norteadores dos currículos como eixo para a aprendizagem da matemática [...] Para Diniz (2001), a resolução de problemas assenta-se no enfrentamento de situações, as quais não possuem solução evidente e exigem, do resolvedor, combinar seus conhecimentos para solucioná-lo. E também considerada como uma tentativa de resolver questões não estruturadas para as quais não se tem uma técnica específica, buscando descobrir um caminho que possa levar de uma situação a outra por meio de uma série de operações mentais (GONTIJO, 2006, p. 244).

> O termo problema para designar uma situação (...) cujo método de solução não é imediatamente acessível ao aluno/resolvedor ou ao grupo de alunos que tenta resolvê-la, porque não dispõe de um algoritmo que relaciona os dados e a incógnita ou de um processo que identifique automaticamente os dados com a conclusão e, portanto, deverá buscar, investigar, estabelecer relações e envolver suas emoções para enfrentar uma situação nova (VILA; CALLEJO, 2006, p. 29).

Há mais de quatro décadas a resolução de problemas tornou-se o centro da aprendizagem matemática por recomendação do *National Council of Teachers of Mathematics* - NCTM (1980, 1989), inspirado no trabalho desenvolvido por Polya (1945-1995).

> [...] os padrões de processo de Resolução de Problemas, Raciocínio e Prova, Comunicação, Conexões, e Representação, desenvolveu ainda mais a importância da resolução de problemas criativos com padrões que afirmam que todos os alunos devem "construir novos conhecimentos matemáticos através da resolução de problemas",

[41] De acordo com Guilford (1967), o pensamento divergente enfatiza múltiplas soluções para o problema e/ou considera o problema de diferentes pontos de vista.

> "fazer e investigar conjecturas matemáticas", “entender como as ideias matemáticas se interconectam e constroem umas sobre as outras para produzir um todo coerente” e “criar e usar representações para organizar, registrar e comunicar ideias matemáticas” (NCTM, 2000, p. 402).

Schroeder e Lester Jr. (1989, p. 31) apresentaram três modos de abordar Resolução de Problemas: (1) ensinar *sobre* resolução de problemas; (2) ensinar matemática *para* resolver problemas; e (3) ensinar matemática *através* da resolução de problemas. No entanto, a partir do que trazia o NCTM, entendia-se que era necessário ensinar estratégias e métodos para resolver problemas.

O terceiro modo de abordagem parece ser o mais significativo, uma vez que de acordo com Onuchic e Avellato (2011), o trabalho pedagógico desenvolvido por meio da resolução de problemas se apoia na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino-aprendizagem é a de ajudar os alunos a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro das atividades feitas em cada unidade temática e de que o ensino pode ser feito por meio da resolução de problemas.

Dacey e Conklin (2013) apresentaram três modelos que poderiam ser utilizados para a resolução de problemas: (1) Modelo Criativo de Resolução de Problemas; (2) Modelo Wallas; (3) Aprendizagem baseada em problemas.

No modelo criativo de solução de problemas - CPS, de Alex Osborn, o processo de resolução é pautado por estágios (fases), a proposta é que pensamento crítico, que se entende como regulação e autoavaliação, e criativo sejam complementares, ou seja, sejam dialógicos e dialéticos – focando tanto na produção como na seleção de ideias que se apresentem como soluções relevantes e significativas, de forma que o pensamento convergente e divergente se entrelaçam na elaboração de ideias criativas e úteis.

As fases atuais do *Modelo Criativo de Solução de Problemas* são basicamente: (1) Compreender o problema; (2) Gerar ideias; (3) Planejar a ação e também a fase de análise, de criticidade e escolha das ideias mais úteis e viáveis.

No modelo proposto por *Wallas* há quatro fases, não rígidas, que são (1) preparação, (2) incubação, (3) iluminação e (4) verificação. Em matemática, a iluminação talvez não venha com a solução e sim com ideia acerca do procedimento para resolver o problema e, desse modo, ainda haverá trabalho a ser executado antes de chegar à validação do resultado, na verdade a validação é do procedimento a ser utilizado na resolução buscada.

Por último, o modelo de Aprendizagem Baseada em Problemas *Wallas*. Neste modelo a proposta de elaboração de ideias se dá com a resolução de problemas reais, que fazem parte do cotidiano dos estudantes. É ancorado na investigação, na colaboração entre os pares. Desenvolve nos estudantes a capacidade de criar estratégias para problemas reais enquanto sujeitos proativos e críticos. Na troca colaborativa os estudantes refletem e avaliam suas decisões, aprendem a aceitar o erro e se tornam confiantes.

Haylock (1997) explica que as estratégias que favorecem a criatividade em matemática, para se trabalhar produção divergente na perspectiva de problemas, incluem (1) resolução de problemas, (2) redefinição de problemas e (3) formulação de problemas. A resolução de problemas parte de uma situação-problema já definida para a qual os estudantes devem buscar soluções. A redefinição de problemas exige que os estudantes mobilizem novas ideias a partir dos dados de um problema existente, modificando-o, redefinindo-o. Já a formulação de problemas deve partir de imagens, palavras ou mesmo apenas algoritmos dos quais os estudantes devem se apropriar e criar seus próprios seus problemas.

4.4 Formulação de problemas

> É preciso saber formular problemas. Os problemas não se formulam de modo espontâneo. É justamente esse *sentido do problema* que caracteriza o verdadeiro espírito científico. Tudo é construído. (BACHELARD, 1997, p. 18).

Aos alunos deve ser dada a oportunidade para formular problemas de determinadas situações e criar novos problemas modificando as condições iniciais de uma determinada situação (NCTM, 1991, p. 95). Sobre a formulação de problemas, Silver (1994) comenta que tanto se refere à geração de novos problemas como à reformulação de problemas já existentes.

Desse modo, a reformulação também faz parte do desenvolvimento das habilidades necessárias à formulação, e sobre isso Vergnaud (1987) enfatiza que formular um problema requer a capacidade de compreender, sintetizar e elaborar, sobre o que concorda Kilpatrick (1987), ao afirmar que tanto a formulação como a reformulação de problemas estão associadas à resolução de problemas.

Portanto a formulação de problemas é um componente importante dentro do currículo por ser considerada uma parte essencial do fazer matemático (NCTM, 2000), pois envolve a geração de novos problemas e questões que visam explorar uma determinada situação, bem como a reformulação de um problema durante o processo de solução.

De acordo com Cunningham (2004), proporcionar aos estudantes possibilidades de inventar seus próprios problemas matemáticos aprimora o raciocínio e a análise dos processos de construção. Quando os estudantes desenvolvem problemas, podem promover o senso de propriedade que precisam adotar para construir seu próprio conhecimento. Essa apropriação dos problemas resulta em um alto nível de engajamento e curiosidade, bem como entusiasmo em relação ao processo de aprendizagem da matemática.

Ademais, nesta pesquisa utilizou-se o termo formulação de problemas entendido como a criação de situações a partir de vivências e experiências dos estudantes e/ou por algum tipo de estímulo. Concordamos com a concepção de Haylock (1997), que define formulação como a criação de situações e problemas a partir de algo preexistente, como uma imagem, uma história, um objeto etc. A elaboração é reconhecida como um componente importante do ensino e aprendizagem da matemática (NCTM, 2000).

Dentro da estratégia pedagógica escolhida, para incentivar e promover a criatividade, no caso formulação de problemas, foram analisados os aspectos componenciais da criatividade, pois, de acordo com Alencar (1990), para estimular o desenvolvimento da criatividade deve-se criar um clima que permita aos alunos apresentar fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração em seus trabalhos.

Segundo Gontijo (2007), a capacidade criativa em matemática deve ser caracterizada pela abundância ou quantidade de ideias diferentes produzidas sobre um mesmo assunto (fluência), pela capacidade de alterar o pensamento ou conceber diferentes categorias de respostas (flexibilidade), por apresentar respostas infrequentes ou incomuns (originalidade) e por apresentar grande quantidade de detalhes em uma ideia (elaboração).

Diante disso, e compreendendo a importância de fundamentar a organização do trabalho pedagógico nas estratégias pedagógicas de proposição de problemas, optou-se por desenvolver esta pesquisa a partir da estratégia de criatividade formulação de problemas.

4.5 Metodologia

A pesquisa se constitui em uma abordagem qualitativa, cujo instrumento de coleta de dados foram as produções dos estudantes referentes à estratégia de formulação de problemas. A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública de Brasília de ensino fundamental, anos finais. Foram pesquisados estudantes do 8º ano em 2018. A amostra pesquisada compôs-se de 98 estudantes[42] de quatro turmas. Dentre os participantes 49 participavam, em 2018, do projeto Matemática É Para Todos - MEPT[43], 18 participaram em outros anos (2016 e 2017) e 31 não haviam participado.

Os objetivos foram analisar atividades desenvolvidas a partir da proposição da estratégia de criatividade em matemática com foco na formulação de problemas e, de forma específica, descrever essas atividades e identificar os componentes da criatividade: fluência, flexibilidade, elaboração e originalidade nessas produções.

Os estudantes das turmas nas quais a atividade foi desenvolvida têm contato constante com resolução de problemas em grupos colaborativos. No entanto não haviam sido desenvolvidas, de forma organizada e criteriosa, atividades centradas na formulação de problemas. Desse modo optou-se por uma sequência didática, dividida em duas fases. Na primeira fase, foi proposta atividade de aquecimento utilizando a estratégia de formulação de problemas a partir de imagens nas quais havia explicitação de grandezas.

Na segunda fase, foi solicitado aos estudantes que formulassem problemas a partir da releitura de uma tirinha da Mafalda. As atividades da primeira fase tiveram como propósito preparar os estudantes para a segunda fase, ou seja, atividade de aquecimento, sendo a segunda fase o foco da atividade. As produções da segunda fase foram descritas a analisadas conforme os critérios de criatividade quanto à flexibilidade, fluência, originalidade e elaboração.

---

[42] A proposta inicial era desenvolver a sequência didática no projeto MEPT. No entanto, considerando que os encontros têm duração de 75 minutos e a atividade proposta foi organizada para quatro aulas, foi necessário desenvolvê-la dentro do horário de aula regular.

[43] Matemática É Para Todos – projeto desenvolvido pela professora pesquisadora desde 2014.

4.6 Sequência didática

4.6.1 Primeira fase – atividade de aquecimento

A primeira fase da sequência didática serviu como atividade de aquecimento para a atividade de formulação de problemas e foi desenvolvida em duas aulas.

O aquecimento constituiu-se da formulação de problemas com materiais que traziam informações numéricas. (01) panfletos – nessa atividade, os estudantes, em dupla, trouxeram folhetos de propaganda; (02) medidas proporcionas da bandeira do Brasil e de um campo de futebol – nessa atividade, foi entregue a cada dupla uma imagem da bandeira do Brasil e de um campo de futebol com as proporções padronizadas.

4.6.2 Segunda Fase – Formulação de problemas a partir da leitura da tirinha da Mafalda - Descrição da sequência didática

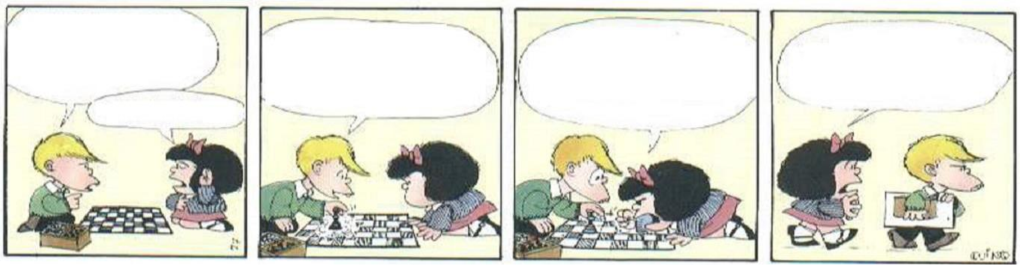
Nessa fase os estudantes receberam uma imagem, para a partir dela produzirem ideias, não havendo limitação quanto ao tipo de operação a ser utilizada e tampouco sobre o assunto a ser abordado. Os conceitos e conteúdos de matemática utilizados na formulação dos problemas foram escolhidos pela dupla. Quanto ao contexto da imagem, foi solicitado aos estudantes, previamente, que fizessem pesquisas sobre a personagem Mafalda. No mais, trata-se da utilização de vocabulário próprio do campo matemático no qual os problemas se constituíram, seja algébrico, geométrico, aritmético etc.

Para promover a aproximação com a tarefa, foram utilizadas as seguintes técnicas de criatividade junto à turma: (a) descrição das características principais da tirinha, com base nas pesquisas feitas pelos estudantes, *check list*; (b) realização de pesquisa sobre as características da tirinha – visualização e contextualização sobre os temas abordados; (c) desenvolvimento da tarefa principal - estratégia de Criatividade – formulação de problemas a partir de uma imagem; (d) atividade coletiva: testagem – resolução pelo grupo de alguns problemas formulados; (e) atividade coletiva – *Brainstorming (posterior troca com colegas e* validação do(s) problema(s) formulado(s) – a validação foi feita pela dupla de troca que resolveu os problemas.

4.6.3 *Proposição da atividade*

Nessa parte, foi solicitado aos estudantes que observassem a (tirinha) figura 14, e discutissem com seus pares sobre as ideias apresentadas na imagem, e a partir dela formulassem no mínimo três problemas.

Figura 14 – Tirinha da Mafalda



Adaptada de QUINO, J. L Mafalda. Tradução de Mônica S. M. da Silva, São Paulo: Martins Fontes, 1988.

4.6.4 *Quanto aos critérios de criatividade*

A atividade buscou possibilidades se organizar o trabalho pedagógico na perspectiva da proposição de problemas com foco na criatividade matemática, utilizando a estratégia formulação de problemas, a partir da releitura de imagens.

Nessa abordagem foram analisados: (a) pertinência - se os problemas elaborados representam situações matemáticas e se têm solução; (b) fluência - quantos problemas foram elaborados e qual a média de tempo gasto; (c) flexibilidade – agrupamento quanto às semelhanças ou não em relação à estrutura das operações matemáticas: adição - subtração; multiplicação - divisão; potenciação - radiciação; proporção – porcentagem, etc.; (d) elaboração – riqueza de detalhes na proposição do problema; (e) originalidade – o quanto uma produção se diferencia das demais.

4.7 Resultados e análises

Nessa parte são apresentados os resultados e as análises das produções dos estudantes em relação aos critérios componenciais de criatividade e também em relação à pertinência ao conteúdo específico de matemática. Os problemas foram categorizados quanto à pertinência, flexibilidade, fluência, originalidade e elaboração. Foram contabilizados para análises os problemas formulados pelas 49 duplas, perfazendo um total de 138 formulações de problemas. Nem todas as duplas elaboraram o total de problemas solicitado.

4.7.1 Atividade de aquecimento

As atividades de aquecimento foram analisadas de forma breve, por não se constituírem como foco da atividade, sem deixar de ser dada a devida importância ao procedimento utilizado. Foram expostos exemplos das duas atividades de aquecimento apenas para conhecimento da proposta e foi feita uma breve análise das mesmas com o intuito de mostrar a diferença entre os tipos de produções dos estudantes.

(a) Exemplos de produções dos estudantes a partir de panfletos de propaganda

A atividade com panfletos de propaganda, em sua maioria, tinha referencial de valores, seja de custos, de peso ou de descontos.

Figura 15 – Formulação atividade aquecimento

Gaia estava comprando a mobília do seu quarto. Sabemos que no total, ela levou R$ 14.665,00 para serem gastos. Gaia comprou 4 móveis: uma cama, uma estante, uma penteadeira e um criado-mudo. Sabemos que os valores destes imóveis são, respectivamente, $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{1}{7}$ e $\frac{2}{10}$ do valor que ela levou. Sabemos também que Gaia recebeu R$ 838,50 de troco. Descubra quanto Gaia gastou.

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

Figura 16 – Formulação atividade aquecimento

1) Dona Guirema compra os ingredientes de sua mistura. Sabendo que a parte da água sanitária é sempre 6 vezes maior que a de amaciante, e que o amaciante compõe 12,5% do total e que o restante da mistura é composto por desinfetante responda: Quantos reais Dona Guirema gastará em 4 L de mistura? E quantos reais sobrarão de litros de amaciante e desinfetante?

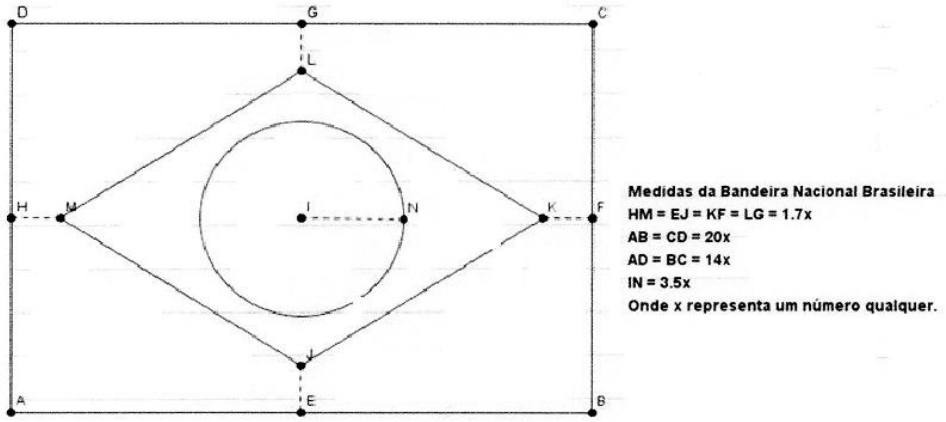
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

A formulação apresentada na figura quinze ressalta riqueza de detalhes e complexidade na estrutura da formulação, uma vez que o conceito de operações com frações é considerado difícil pela maioria dos estudantes. Quanto ao conceito de proporção, utilizado na figura dezesseis, apesar de ser familiar na etapa em que se encontram os estudantes, ao ser explorado concomitantemente aos conceitos de porcentagem e custo aponta para o detalhamento da formulação.

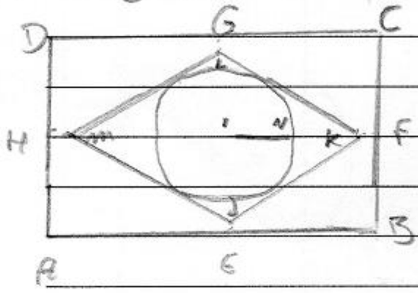
b) Exemplos de produções dos estudantes a partir de um campo de futebol e uma bandeira do Brasil.

A atividade com a bandeira do Brasil e com o campo de futebol trazia referenciais de geometria, de medidas e grandezas proporcionais.

Figura 17 – Formulação atividade de aquecimento



Em 2018, ano de copa um engenheiro quer colocar na parede de uma casa a bandeira do Brasil, mas precisa seguir as proporcoes abaixo

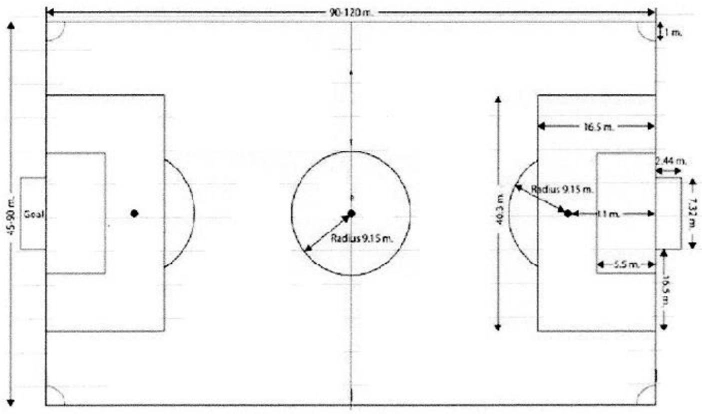


HM = EJ = KF = LG = 1,7 x
AB = CD = 20 x
AD = BC = 14 x
IN = 3,5

Sabendo que a base da parede mede 10 metros e a altura 2,5 metros quais são as maiores medidas para essa Bandeira?

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

Figura 18 – Formulação atividade de aquecimento



Em um estadio de futebol, ao estiar a ban
deira, Angelina observou que a bandeira tinha
como comprimento 2,8 metros e como largura
4,0 metros. Angelina quer descobrir quantas
bandeiras do Brasil cabem em um campo de
futebol no qual a largura mede 120 metros
e seu comprimento 90 metros. Descubra:

a) Qual a área do campo de futebol?
b) E da bandeira do Brasil?
c) Quantas bandeiras cabem dentro do cam-
po de futebol?
d) Quantos metros irão sobrar do campo
sem bandeira?

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

É possível observar que a primeira produção, figura dezessete, se restringe somente às informações explícitas na imagem, envolve tanto as medidas da bandeira quanto do campo de futebol, no entanto observa-se a busca pela complexidade na estrutura da formulação do problema ao envolver cálculo das áreas, transformação de unidades de medida, proporção (divisão – quanto um cabe dentro do outro) e de diferença. Já a segunda produção, figura dezoito, apesar de envolver a ideia do campo de futebol, não se restringe somente à ideia apresentada pela imagem, pois contempla o conceito de custo e não faz uso da padronização de medidas indicada na figura. No entanto a estrutura da formulação se prendeu à ideia do cálculo de área e proporção.

4.7.2 Análise breve da atividade de aquecimento

A maioria dos estudantes formulou um ou no máximo dois problemas, havendo pouca variedade em relação aos conteúdos específicos utilizados. Não se verificou, de forma destacada, nas duas atividades de aquecimento exemplificadas acima, **(a)** e **(b)**, componentes de criatividade como fluência, flexibilidade e originalidade. Nessas atividades teve destaque a elaboração. Principalmente na atividade **(a)**, grande parte das produções apresentou riqueza de detalhes, e nesse sentido Dacey e Conklin (2013) entendem que um sinal de criatividade é a capacidade de elaborar as ideias. Elaboração nesse sentido é a ampliação de ideias ou conceitos. À medida que os alunos elaboram, eles experimentam o "trabalho" que a criatividade exige.

Como na atividade (a) dos panfletos os itens já vêm com preços, peso, medida, desconto etc., todos estipulados, verificou-se, a partir das análises, que as produções dos estudantes ficaram restritas aos problemas voltados para operações com decimais, proporção, porcentagens etc. Em relação à atividade **(b),** cujas imagens traziam as medidas relativas as proporções da bandeira e do campo de futebol, observou-se que as produções contemplaram cálculos de perímetro, área e alguns utilizaram conceitos de geometria. Nas formulações referentes à atividade de aquecimento, as análises revelaram que de modo geral os estudantes ficaram limitados aos conceitos e conteúdos que visualizaram nas imagens. No entanto cada operação e conteúdo diferente que foi abordado representa indícios de flexibilidade.

4.7.3 Produções referentes à releitura da tirinha “Mafalda” de Quino

4.7.3.1 Resultados relativos à pertinência

De posse das produções dos estudantes, procedeu-se à análise delas em relação à pertinência à situação matemática.

Tabela 6 - Pertinência em relação à situação matemática

PERTINÊNCIA				
Turma	Total elaborado	Situações matemáticas	Apresentam solução	Não apresentam solução
8ª	38	38	36	2
8B	36	36	32	4
8C	18	18	12	6
8D	46	46	37	9
Total	**138**	**138**	**117**	**21**

Fonte: Elaboração dos autores.

A categoria "pertinência em relação à situação matemática" foi entendida em relação às formulações representarem ou não situações matemáticas. Sendo, portanto, separada em duas subcategorias, conforme a tabela seis, acima. As produções foram categorizadas em produções que "representam situações matemáticas" e produções que "não representam situações matemáticas" e, das produções que representam situações matemáticas, verificou-se as que apresentavam solução.

4.7.3.2 Análises relativas à pertinência

Dos 138 problemas elaborados pelos estudantes, todos representam situações matemáticas e, desses, 117 apresentaram soluções, ou seja, 85% das produções são situações-problema e têm solução. Ao converter uma situação em problema, eles começam a prestar atenção às correlações lógicas e a formatam como uma questão. Silver e Cai (1996) afirmam que as habilidades para resolver problemas tornam-se mais fortes, enquanto questionam se um problema formulado tem solução.

Considerando que quatro duplas formularam apenas um problema e que, conforme a tabela seis com as especificações dos quantitativos, essas duplas apresentaram problemas com solução, pode-se concluir que os 14% de problemas sem solução são de estudantes que formularam um ou mais problemas com solução e, para Lubart (2007), é necessário certa base de conhecimentos antes da produção criativa, o que permite compreender situações, considerar os eventos, posicionar-se frente às situações observadas e focalizar aspectos diferentes de um problema. Nesse sentido, em relação à pertinência, a proposta de atividade de formulação de problemas foi exitosa.

4.7.3.3 Resultados relativos à fluência

A tabela sete apresenta a categoria fluência em relação ao quantitativo das produções das duplas. Ela foi organizada em quatro subcategorias representativas da fluência em relação à formulação de problemas: uma formulação de problema (NF); duas formulações de problemas (PF); três formulações de problemas (FF); quatro formulações de problemas (MF).

Tabela 7 - Fluência em relação ao volume produzido

TURMA	**Fluência**			
	1 problema (NF)	**2 problemas (PF)**	**3 problemas (FF)**	**4 problemas (MF)**
8A	-	02	11	-
8B	-	-	12	-
8C	02	03	03	01
8D	-	01	13	01
Total	**02**	**06**	**39**	**02**

NF (não fluente), pouco fluente (PF), fluente (FF), muito fluente (MF)

Fonte: Elaborado pelos autores.

4.7.3.4 Análises relativas à fluência

Cada dupla formulou até quatro problemas. No total foram 49 duplas. A maioria dos estudantes, aproximadamente 80%, formulou três problemas, que foi o quantitativo solicitado. Os estudantes que formularam quatro problemas tiveram pouca flexibilidade, ou seja, utilizaram nas formulações contéudo e/ou operações da mesma subcategoria. No entanto uma dessas produções foi uma das mais elaboradas das 138 produções do grupo e, de acordo Leikin (2009), é necessário buscar múltiplos métodos de solução para o problema. Já em relação ao tempo gasto, os estudantes levaram em média 80 minutos para formular o problema, verificar a solução, organizar as produções e conferir os problemas formulados por outra dupla da turma.

Com base no percentual de produções da subcategoria (NF) de 4% e na subcategoria (PF) de 12% e considerando que a subcategoria (FF) = 39 produções de 49, o que representa 80% do total, pode-se inferir que houve investimento no quantitativo de formulações produzidas, portanto as formulações apresentaram indícios de fluência, uma vez que de acordo com Gontijo (2006), de que a capacidade criativa em matemática deve ser caracterizada pela abundância ou quantidade de ideias diferentes produzidas sobre um mesmo assunto.

4.7.3.5 Resultados relativos à flexibilidade

A flexibilidade foi considerada em relação ao agrupamento quanto às semelhanças ou não em relação à estrutura das operações matemáticas. A tabela oito foi constituída pelas subcategorias das operações/conteúdos específicos das produções em geral. Já a tabela nove apresenta as subcategorias dentro de cada produção, ou seja, analisa a flexibilidade referente à operação/conteúdo específico para os problemas formulados por cada dupla.

Na tabela oito o agrupamento das subcategorias foi feito na medida em que eram encontradas, durante as análises, semelhanças ou não em relação à estrutura das operações/conteúdos específicos. Foram consideradas, desse modo, dez subcategorias: adição/subtração (AS); multiplicação/divisão (MD); potenciação/radiciação (PR); expressões numéricas (EN); geometria (Gm); proporção/regra de três (R3); medidas (área, perímetro, volume) (Md); equações (Eq); lógica (Lg) e contagem/probabilidade (CP). As produções foram agrupadas de acordo com suas especificidades em relação às subcategorias.

Tabela 8 - Flexibilidade em relação às operações/conteúdos específicos

Turma	AS	MD	PR	EN	Gm	R3	Md	Eq	Lg	CP
8ª	01	01	-	05	05	04	05	08	06	03
8B	01	9	-	07	03	01	04	05	04	02
8C	-	04	01	09	01	01	-	-	02	-
8D	-	06	03	25	03	03	03	02	01	-
Total	**02**	**20**	**04**	**46**	**12**	**09**	**12**	**15**	**13**	**05**
%	1,4%	14,%	2,9%	33,%	8,6%	6,5%	8,6%	10,8%	9,4%	3,6%

Total: 138 problemas formulados - Adição/subtração (AS); Multiplicação/divisão (MD); Potenciação/radiciação (PR); Expressões numéricas (EN); Geometria (Gm); Regra de três (R3); Medidas (Md); Equações (Eq); Lógica (Lg); Contagem/probabilidade (CP).

Fonte: Elaborada pelos autores.

A tabela nove foi constituída a partir da verificação de cada produção individual (da dupla), considerando 49 produções que totalizam 138 problemas formulados. As produções foram analisadas verificando-se variabilidade de operações/conteúdos específicos em cada problema formulado pela dupla no contexto das 49 produções, sendo organizadas da seguinte forma: um problema uma operação/conteúdo específico diferente (1); dois problemas utilizando a mesma operação/conteúdo específico (2); três problemas utilizando a mesma operação/conteúdo específico (3); quatro problemas utilizando a mesma operação/conteúdo específico (4).

Tabela 9 - Flexibilidade em relação às operações/conteúdos utilizadas nas produções pelos estudantes.

Problemas formulados por operações/conteúdos específicos	Quantitativo Produções
(1) Um problema uma operação/conteúdo específico diferente	28
(2) Dois problemas utilizando a mesma operação/conteúdo específico	14
(3) Três problemas utilizando a mesma operação/conteúdo específico	05
(4) Quatro problemas utilizando a mesma operação/conteúdo específico	02

Fonte: Elaborada pelos autores.

4.7.3.6 Análises relativas à flexibilidade

Analisando a tabela oito, fica evidente que houve variabilidade na utilização das operações para formular os problemas. A subcategoria que representa 33%, EN → expressões numéricas, foi assim denominada por abranger várias operações no mesmo problema. O quantitativo de estudantes que utilizou, separadamente, operações elementares (adição/subtração – multiplicação/divisão) foi de 15,4% e vale ressaltar que nessa subcategoria (multiplicação e divisão) foram classificadas as produções referentes a frações. Nos extremos, observa-se que o percentual é baixo, 1,4% e 3,6%, pois se trata da subcategoria mais elementar (adição/subtração) e a mais complexa (contagem/probabilidade), ainda assim a mais complexa tem mais que o dobro da representatividade da mais elementar.

Em relação à complexidade cognitiva das subcategorias, referentes às operações/conteúdos específicos, pode-se inferir que 51,3% das produções estão compreendidas nas subcategorias elementares[44] e 47,5% nas subcategorias complexas; Sriraman (2004) afirma que os alunos podem alcançar o nível de criatividade matemática lidando com questões desafiadoras e, nesse caso, as produções pertencentes às subcategorias complexas estão em igualdade com as das subcategorias elementares.

Um olhar mais cuidadoso na tabela nove, sobre o quantitativo de problemas formulados por operação/conteúdo específico, permite verificar que das 49 duplas,

[44] As categorias elementares e complexas do contéudo são entendidas nesta pesquisa em relação aos objetos do conhecimento da etapa em que se encontram os estudantes. No caso 8º ano.

28 formularam todos os problemas com operações/conteúdos específicos divergentes, ou seja, 57,1% dos estudantes utilizaram operações diferentes na formulação de cada problema apresentado. A flexibilidade, de acordo com Starko (2010), distingue as resoluções segundo os tipos de abordagens seguidas para obter a solução, evidenciando a escolha das representações mais apropriadas para comunicar e exprimir as estratégias adotadas. Para Wakefield (1992), a criatividade é a habilidade para encontrar soluções, experimentando e usando diferentes estratégias. Leikin e Lev (2013) concluíram que a solução de um problema de matemática usando métodos diferentes pode ser usada para determinar a criatividade matemática.

Conforme as análises das tabelas oito e nove, há evidências de flexibilidade em relação à utilização de operações/conteúdos específicos na formulação dos problemas.

4.7.3.7 Resultados relativos à elaboração

Dentre os componentes de criatividade considerados está a elaboração e, para Dacey e Conklin (2013), um sinal de criatividade é a capacidade de elaborar as ideias.

A tabela dez foi estruturada em relação aos aspectos pormenorizados encontrados nas produções dos estudantes, relativas à elaboração das ideias e riqueza de detalhes, estabelecendo-se as seguintes subcategorias de análise: não elaborado (NE); pouco elaborado (PE); elaborado (E); muito elaborado (ME).

Tabela 10 - Elaboração - Riqueza de detalhes

Turma	NE	PE	E	ME
8A (38)	03	12	14	09
8B (36)	04	18	12	02
8C (18)	02	09	03	04
8D (46)	06	30	09	01
Total	**15**	**69**	**38**	**16**

Nenhuma elaboração (NE); Pouca elaboração (PE); Elaborado (E); Muito elaborado (ME).

Fonte: Elaborada pelos autores.

4.7.3.8 Análises relativas à elaboração

Considerando o total de 138 produções e sendo 15 da subcategoria *"Não Elaborado"* (NE), o que representa 10,9%, e 69 pertencentes à subcategoria *"Pouco*

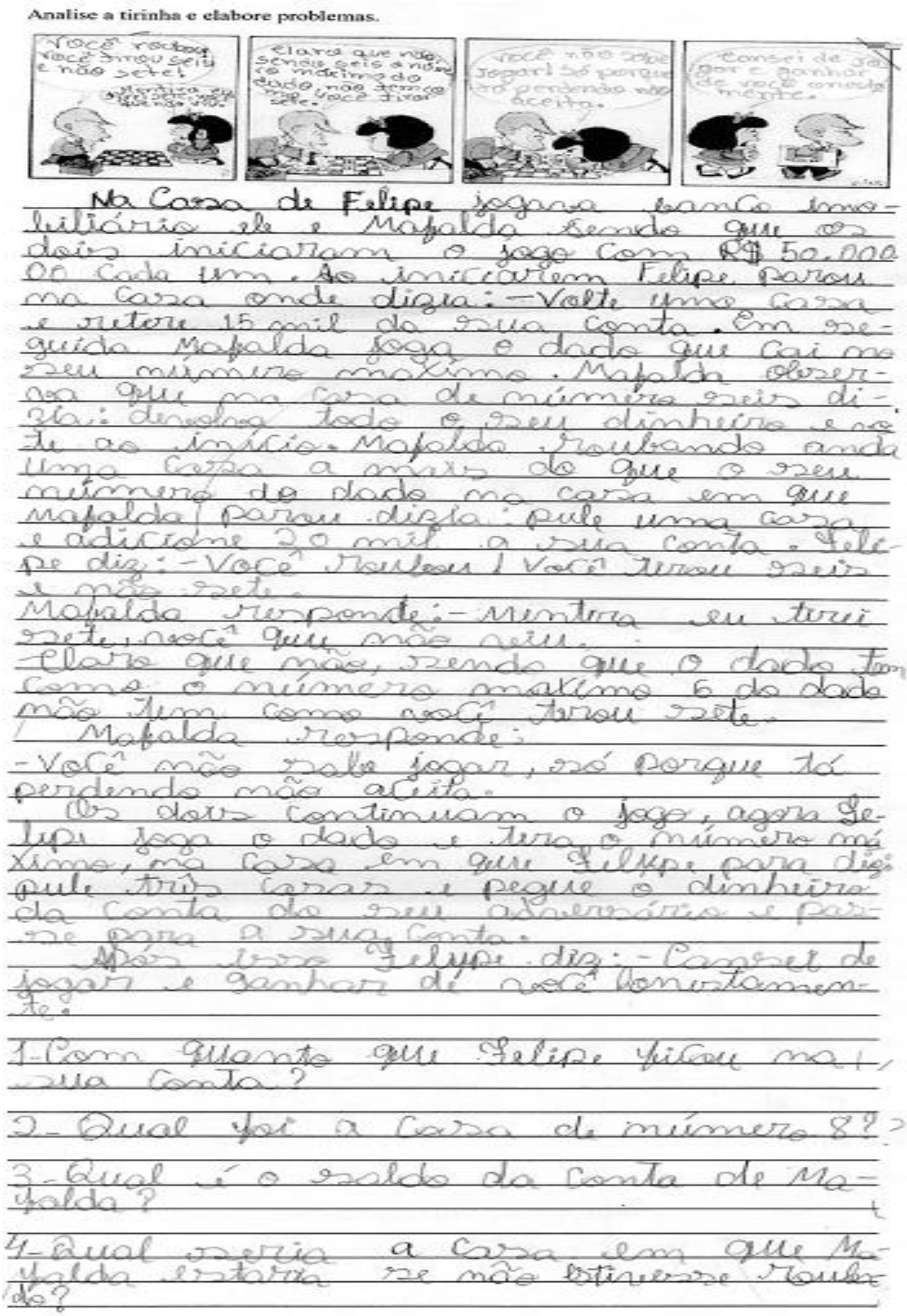
Elaborado” (PE), que representa 50% das produções, 27,5% das produções pertencem à subcategoria *“Elaborado”* e 11,6% à subcategoria *“Muito Elaborado”*. Há que se considerar que houve elaboração conforme os estudantes foram avançando na formulação dos problemas. Conforme Dacey e Conklin (2013), à medida que os alunos elaboram, eles experimentam o "trabalho" que a criatividade exige, ou seja, é um processo no qual os resultados dependem do investimento em outras atividades que requeiram elaboração.

Desse modo, e apesar dos percentuais referentes aos problemas formulados pertencentes às subcategorias “Elaborado” e “Muito Elaborado” serem relativamente menores, pois representam juntos 39,1% do total de problemas formulados, considera-se que a proposição de que fosse desenvolvida elaboração nos problemas formulados foi atingida, pois de acordo com Dacey e Conklin (2013), quando os alunos são forçados a elaborar adquirem compreensão mais profunda das ideias e da capacidade de saber se estão se movendo na direção certa. Ilustram elaboração as figuras quatorze e quinze, que exibem formulações categorizadas como “Elaborada” (E) e “Muito Elaborada” (ME).

A formulação apresentada na figura dezenove revela uma produção rica em detalhes, contando uma história sobre a imagem, sendo considerada muito elaborada. Observa-se maior ênfase ao texto-base, no qual é explorada a ideia do jogo imobiliário. Fato é que ao invés de formular problemas separados, os estudantes optaram por investir no texto-base e formular enunciados sobre ele. Quanto à utilização de conceitos matemáticos, a estruturação se deu no campo aditivo (adição/subtração) e plano cartesiano sem ser observada complexidade cognitiva em relação a isso. A produção aponta que os estudantes investiram em elaboração e menos em flexibilidade em relação à estrutura das operações matemáticas.

Essa produção se destacou em elaboração e também em fluência, uma vez que apresentou três enunciados (problemas) e apresentou a ideia de um jogo de tabuleiro (batalha naval), mas não foi considerada original em relação ao volume total das formulações das duplas (49) uma vez que desenvolveu ideias e conceitos simulares a outras formulações. e nem se destacou em flexibilidade.

Figura 19 – Exemplo de formulação



Na Casa de Felipe jogava banco imobiliária ele e Mafalda sendo que os dois iniciaram o jogo com R$ 50.000,00 cada um. Ao iniciarem Felipe parou na casa onde dizia: — Volte uma casa e retire 15 mil da sua conta. Em seguida Mafalda joga o dado que cai no seu número máximo. Mafalda observa que na casa de número seis dizia: devolva todo o seu dinheiro e vá até ao início. Mafalda roubando anda uma casa a mais do que o seu número do dado na casa em que Mafalda parou dizia: pule uma casa e adicione 20 mil a sua conta. Felipe diz: — Você roubou! Você tirou seis e não sete.

Mafalda responde: — Mentira eu tirei sete, você que não viu.

— Claro que não, sendo que o dado tem como o número máximo 6 do dado não tem como você tirou sete.

Mafalda responde:

— Você não sabe jogar, só porque tá perdendo não aceita.

Os dois continuam o jogo, agora Felipe joga o dado e tira o número máximo, na casa em que Felipe para diz: pule três casas e pegue o dinheiro da conta do seu adversário e passe para a sua conta.

Após isso Felipe diz: — Cansei de jogar e ganhar de você honestamente.

1- Com quanto que Felipe ficou na sua conta?

2- Qual foi a casa de número 8?

3- Qual é o saldo da conta de Mafalda?

4- Qual seria a casa em que Mafalda estaria se não estivesse roubado?

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Já a formulação apresentada na figura vinte evidencia produções elaboradas nas quais se observa certo cuidado com os detalhes, inclusive nos diálogos dos balões, sem, no entanto, deixar de lado a flexibilidade, pois conforme pode ser observado, as formulações elegem conceitos matemáticos distintos. As formulações apontam minúcias ao descrever as estruturas matemáticas utilizadas.

Figura 20 – Exemplo de formulação

Analise a tirinha e elabore problemas.

1º) Mafalda e Felipe estavam jogando xadrez, então entraram em uma discussão sobre quantas casas haviam no tabuleiro. Mafalda disse que o nº era o quadrado de 5 duas vezes adicionado ao dobro de 7. Felipe disse que o nº era a raiz quadrada de 144 adicionado ao dobro de 26 mais 1. Qual dos dois está certo?

2º) Após o jogo, Mafalda resolveu mudar as regras do jogo, e para isso, ela pintou algumas casas brancas do tabuleiro com tinta preta. Sabendo que, o nº de casas de cada cor é igual a metade do tabuleiro (ou seja 32 casas) e que ela pintou exatamente $\frac{1}{4}$ das casas brancas qual vai ser a nova razão em forma de fração irredutível entre o nº de casas brancas e o nº de casas pretas do tabuleiro?

3º) Com essas novas regras Mafalda resolveu mudar também o valor das peças. O Peão, que antes valia 1 agora vale 5. A Torre, que antes valia 5 agora vale 17. A Rainha, que antes valia 9, agora vale 29. Qual será o novo valor do Cavalo e do Bispo, sabendo que antes o cavalo valia 4 e o Bispo valia 3?

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

4.7.3.9 Resultados relativos à originalidade

A tabela onze foi organizada a partir do agrupamento das produções de acordo com suas semelhanças sobre as ideias exploradas na formulação dos problemas.

Tabela 11 – Originalidade

Ideia/Conceito explorado	**8A**	**8B**	**8C**	**8D**	**TOTAL**	**Indicador Originalidade**
Plano cartesiano – tabuleiro	03	01	-	01	05	4ps
Peso das Peças tabuleiro	-	01	-	-	01	0ps
Valores peças tabuleiro	01	01	-	-	02	1ps
Lógica Mafalda e amigos	03	01	01	-	06	5ps
Perímetro/área peças/tabuleiro	04	02	01	01	08	7ps
Ângulos tabuleiro	-	03	-	03	06	5ps
Comparação peças/tabuleiro	01	01	-	01	03	2ps
Jogo – compras	-	03	-	03	06	5ps
Quadrados – tabuleiro	01	01	-	-	02	1ps
Tabuleiro mágico	-	01	-	-	01	0ps
Jogo xadrez – Problematização	04	18	06	20	48	47ps
Releitura - jogo xadrez/dama	16	03	08	16	42	41ps
Tabuleiro composto velha/primos	-	-	02	-	02	1ps
Geometria – ponto médio, triângulos	02	-	-	-	02	1ps
Peças – frações	03	-	-	-	03	2ps
Volume caixa/peças	-	-	-	01	01	0ps
TOTAL	38	36	18	46	138	

Fonte: Elaborada pelos autores.

De posse das similaridades encontradas nos problemas formulados pelos estudantes, elaboraram-se escalas considerando a originalidade em relação ao contexto de produção, ou seja, o fator de originalidade foi estabelecido em relação às demais produções, onde "*ps*" significa "produção semelhante. Desse modo foram organizadas as subcategorias: produções únicas (*0ps*); uma produção semelhante (*1ps*); duas produções semelhantes (*2ps*); três produções semelhantes (*3ps*); quatro produções semelhantes (*4ps*); cinco produções semelhantes (5ps); seis produções semelhantes (*6ps*); sete produções semelhantes (*7ps*); quarenta e duas produções semelhantes (*42ps*) e, por fim, quarenta e sete produções semelhantes (*47ps*). Conforme Dacey e Conklin (2013), originalidade refere-se à capacidade de produzir ideias diferentes daquelas que os outros podem produzir.

4.7.3.10 Análises relativas à originalidade

Analisando a tabela onze, observa-se que das 138 produções, formulações de problemas, aproximadamente 35% estão na subcategoria *"Jogo xadrez – Problematização"* e 30% na subcategoria *"Releitura - jogo xadrez"*, totalizando 65% do total das produções dos estudantes. Essas duas subcategorias diferem apenas no tipo de jogo de tabuleiro, os primeiros *"Jogo xadrez – Problematização"* são as produções nas quais os estudantes utilizaram o próprio xadrez/dama para formular os problemas, não descaracterizando o jogo de xadrez/dama em si. Na segunda subcategoria *"Releitura - jogo xadrez"* , os estudantes formularam problemas a partir de jogos de tabuleiros com adaptações e variações, descaracterizando totalmente o jogo de xadrez/dama.

As demais produções totalizam os 35% restantes. Sendo que dessas oito produções estão na subcategoria 'Perímetro/área peças/tabuleiro", seis na subcategoria "Lógica Mafalda e amigos" e cinco na subcategoria "Plano cartesiano – tabuleiro". Esse quantitativo representa aproximadamente 14% do total das 138 produções. Produções envolvendo cálculo de perímetro e área do tabuleiro e/ou peças já eram esperadas, pelo fato de os estudantes terem contato contínuo com esse tipo de cálculo, no entanto essas produções representaram apenas 6%, já as produções envolvendo lógica e plano cartesiano, desenvolvidas em menor quantidade em sala de aula, representam juntas 8% das produções dos estudantes. Nesse sentido, Wakefield (1992) defende que criatividade é a habilidade para encontrar soluções únicas usando estratégias diferentes.

Em termos de originalidade, foram consideradas as produções das categorias (0ps) e (1ps). Foram produzidas oito formulações (1ps), sendo representadas pelas subcategorias "Geometria – ponto médio, triângulos", "Valores peças tabuleiro", "Tabuleiro composto ímpares/primos" e "Quadrados – quantos tabuleiros". As formulações de problemas da subcategoria (1ps) representam 5,8% do total. Já as produções únicas (0ps), no caso três, foram representadas pelas subcategorias "Volume caixa/peças", "Peso das Peças tabuleiro" e "Tabuleiro mágico". O percentual de representatividade dessas produções, em relação às demais, foi de 2,2%. Sendo que a criatividade inclui a criação de um novo produto e a apresentação de novas ideias, descobrindo novas correlações entre ideias (AKTAMIS; ERGIN, 2006). Desse modo, em relação ao critério de criatividade, originalidade, houve três produções originais, oito tiveram apenas uma outra com traços de similaridades e seis tiveram duas outras com traços de similaridade.

As formulações apresentadas, na figura vinte e um, abordam conceitos matemáticos relativos à geometria (vértice, segmento de reta, ponto médio) e cálculo de área e casa dos pombos. A estrutura dessas formulações e a abordagem dos conceitos matemáticos apontam que as mesmas, em relação às demais, se configuram como produções originais. Essas produções também apontam evidências de flexibilidade e elaboração.

Figura 21 – Exemplo de formulação

Analise a tirinha e elabore três problemas.

1- Um tabuleiro quadrado ABCD tem um dos lados medindo $\sqrt{81}$ cm, e foi traçado uma linha do vértice D até o ponto médio de $\overline{AB}$ denominado M. Sabendo disso, qual é a área de BCDM?

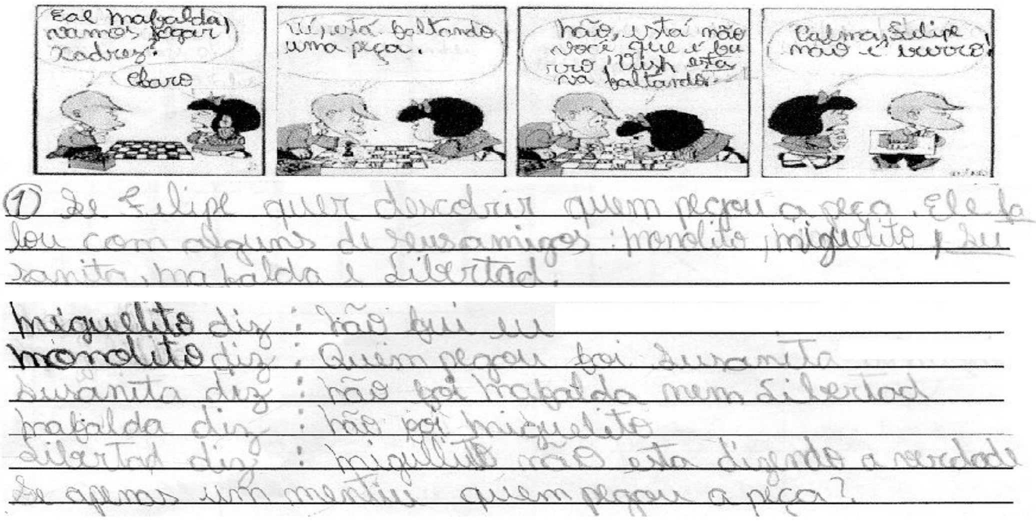
2- Mafalda estava jogando xadrez com Felipe e ela observou que o cavalo só se movimentava em L (2 casas para frente ou para trás e uma casa para a esquerda ou direita) isso contando como um movimento. Sabendo que o tabuleiro é 8x8, Qual o número mínimo de jogadas necessárias, para que o cavalo chegue do outro lado do tabuleiro e volte para a posição inicial?

3- Mafalda e Felipe estavam arrumando o jogo de xadrez, quando Mafalda percebeu que na caixa havia: 1 rei, 2 rainhas, 8 bispos, 20 peões e 5 torres. Ela queria tirar 3 torres sem olhar. Então quantas peças ela precisará tirar para ter certeza que tirasse as 3 torres?

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

As formulações das figuras vinte dois e vinte e três foram consideradas originais. A primeira abordou o tema lógica, não utilizando conceitos matemáticos relativos aos objetos do conhecimento da etapa escolar dos estudantes. Apesar da produção se referir ao tabuleiro de xadrez, o conceito desenvolvido extravasou a estrutura matemática do jogo. Essa produção foi considerada original em relação às demais produções. A segunda envolve o jogo de xadrez e utiliza de conceitos algébricos envolvendo o frações, apresentando em sua estrutura elementos de complexidade cognitiva. Ambas apresentam ainda evidências de elaboração, pois desenvolvem aspectos textuais e flexibilidade, uma vez que foge do padrão de conceitos utilizados pelos demais estudantes.

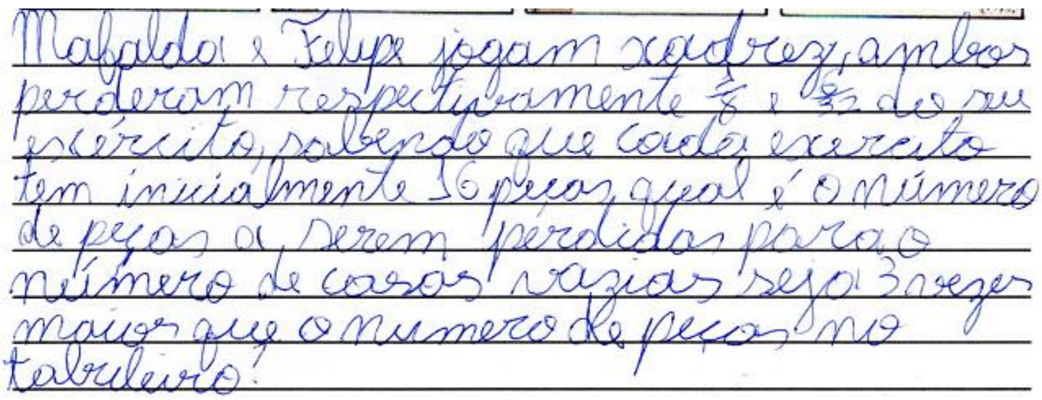
Figura 22 – Exemplo de formulação



① Se Felipe quer descobrir quem pegou a peça. Ele falou com alguns de seus amigos: Manolito, Miguelito, Susanita, Mafalda e Libertad.
Miguelito diz: Não fui eu
Manolito diz: Quem pegou foi Susanita
Susanita diz: Não foi Mafalda nem Libertad
Mafalda diz: Não foi Miguelito
Libertad diz: Miguelito não esta dizendo a verdade
Se apenas um mentiu quem pegou a peça?

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

Figura 23 – Exemplo de formulação


Mafalda e Felipe jogam xadrez, ambos perderam respectivamente $\frac{2}{8}$ e $\frac{6}{32}$ do seu exército, sabendo que cada exercito tem inicialmente 16 peças qual é o número de peças a serem perdidas para o número de casas vazias seja 3 vezes maior que o numero de peças no tabuleiro?

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

As análises das produções, de forma geral, revelam indícios de originalidade, mesmo que com ênfase menor em relação aos demais componentes de criatividade, o que é esperado. O grau em que a originalidade se revelou nas produções não elimina sua importância, uma vez que o componente originalidade é considerado um dos mais importantes para a criatividade. Concorda-se com Sternberg e Lubart (1995), que definiram a criatividade como a capacidade de produção de “peças” originais e apropriadas. No caso dessa atividade, essa originalidade foi considerada em relação às demais produções.

4.8 Considerações

Após a análise das produções relativas às atividades propostas e desenvolvidas a partir da estratégia de criatividade formulação de problemas, com ênfase nos componentes de criatividade fluência, flexibilidade, elaboração e originalidade, apresentam-se algumas considerações baseadas nos resultados e nas análises.

Em relação à atividade de aquecimento, que propunha formulação de problemas a partir das imagens de folhetos e de imagens de um campo de futebol e da bandeira do Brasil, observou-se, a partir das análises, que os estudantes ficaram limitados aos conceitos de matemática e grandezas sugestionados pelas imagens. Nas produções referentes aos panfletos, a maioria dos estudantes optou por utilizar operações básicas com números decimais e uns poucos utilizaram proporção, já nas produções com a imagem da bandeira do Brasil e do campo de futebol as produções foram todas sobre perímetro, área e alguns poucos utilizaram geometria.

Nessa primeira parte da sequência didática, as análises das produções revelaram que diante das limitações impostas pelo contexto da imagem, no caso a explicitação de valores, medidas e grandezas, os estudantes foram levados à utilização de determinados conceitos matemáticos e, entendendo não haver muitas possibilidades de conceitos e conteúdos para serem utilizados, os estudantes investiram nos detalhes das formulações. Desse modo as produções, dessa etapa, não foram consideradas significativas quanto à fluência e flexibilidade, mas se sobressaíram no componente elaboração. Esse resultado aponta indícios sobre a possibilidade de eleger a atividade de forma a evidenciar determinado componente de criatividade.

Acerca das análises das produções a partir da imagem da tirinha da Mafalda, sobre a categoria "pertinência em relação à situação matemática", observou-se que todas as produções representaram situações matemáticas, o que revela autonomia sobre o conhecimento e habilidades matemáticas e também envolvimento com a atividade proposta. Nas subcategorias advindas da categoria "pertinência em relação à situação matemática" que são "apresenta solução" e "não apresenta solução" obteve-se mais de 80% na categoria "apresenta solução". Esse resultado indica evidências de domínio sobre o próprio conhecimento e capacidade de buscar estratégias adequadas quando solicitado. Observou-se, ainda, que as produções que não apresentaram soluções foram aquelas nas quais os estudantes se detiveram nos detalhes, ou seja, produções muito elaboradas, o que provavelmente tornou a produção muito complexa, ocasionando confusão entre o texto-base e o enunciado do problema formulado. As análises evidenciaram também que as produções sem solução são todas de estudantes que produziram mais de um problema e que os demais produzidos, por esses estudantes, apresentaram solução.

As análises relativas ao quantitativo de problemas formulados evidenciaram fluência das produções, pois cada dupla formulou no mínimo três problemas a partir de uma mesma imagem no tempo médio de 80 minutos. Segundo Dacey e conklin (2013), para ser um pensador fluente deve-se produzir em abundância de ideias. As ideias fluem de processos de pensamento livre e movimento rápido. Desse modo o componente de criatividade fluência se relaciona diretamente com tempo disponibilizado para a atividade proposta. Para o desenvolvimento da formulação de problemas a partir da leitura da tirinha, disponibilizaram-se duas horas-aula, ou seja, 100 minutos. Esse tempo, dado o fato de ser o primeiro contato dos estudantes com esse tipo de atividade, releva capacidade de se adequar e produzir a partir de uma certa pressão determinada pelo tempo máximo. A fluência pode ser observada pela quantidade de formulações de problemas concentrada no intervalo médio de três produções.

Já com relação à flexibilidade, categoria na qual considerou-se as diferentes operações e conteúdos utilizados para formular problemas tanto em relação ao total de produções como das produções das duplas, pode-se observar que houve concentração de operações e conceitos que são de maior domínio dos estudantes, no caso aritmética (multiplicação e divisão), álgebra (equações de 1º grau), ou seja, a flexibilidade depende do domínio sobre conceitos do estudante, sobre o que concorda Haylock (1997), quando trata sobre a necessidade de base sólida de conhecimentos para a promoção da criatividade em matemática.

Ainda sobre a análise da categoria flexibilidade as produções, tem-se que 28 das 49 duplas formularam todos os problemas a partir de operações e conteúdos diferentes. Para Guilford (1967a), a flexibilidade está relacionada com a capacidade que permite pensar o problema de diferentes aspectos e gerar uma variedade de ideias. A acentuada flexibilidade apresentada nas formulações de problemas produzidos deve estar relacionada ao fato de que a tirinha (imagem) possibilitou aos estudantes diversas interpretações levando-os à utilização de diversas operações e conteúdos. Problemas abertos, segundo Sarduy (1987), são propícios para favorecer o desenvolvimento da criatividade dos alunos no campo da matemática, por permitirem uma variedade de problematizações e soluções.

Por outro lado, nas análises das produções, o componente elaboração não aparece destacado, não que não tenham sido produzidos problemas elaborados, mas as produções que se apresentaram como “elaboradas e “muito elaboradas” não somaram 40% do total de problemas formulados.

As análises das produções evidenciaram, ainda, que diante das diversas possibilidades de leitura e interpretação disponíveis para as formulações de problemas e, não havendo indicadores e parâmetros quanto a operações e conteúdos, os estudantes avaliaram a imagem e selecionaram os conceitos e conteúdos que acharam mais apropriados dentro de seu campo de domínio de conhecimento e interesses. As análises apontam indícios de que os estudantes investiram na diversificação das produções em relação às operações e conceitos sem dar ênfase aos detalhes delas, não se detendo na exploração de pormenores.

Fazendo um paralelo entre as duas atividades desenvolvidas, em relação ao componente elaboração, as análises evidenciaram diferenças entre as produções referentes à atividade de aquecimento e às produções referentes à tirinha da Mafalda. As primeiras revelaram que os estudantes, diante das informações matemáticas presentes nas imagens, ficaram limitados às mesmas e optaram por dar ênfase à elaboração nas produções; já nas últimas, nas quais não existiam informações que remetessem a conceitos matemáticos de forma explicita, não houve evidências de grande investimento nesse componente. Isto posto e, de acordo com as análises, há indícios de que limitações impostas pela atividade podem gerar maior investimento na elaboração.

Da comparação entre as análises dos componentes de criatividade fluência, flexibilidade e elaboração, pode-se inferir que o grau de abertura apresentado pela proposição da atividade pode conduzir os resultados em relação aos componentes de criatividade. Na proposição que apresentava informações matemáticas evidentes, a flexibilidade e a fluência foram menos exploradas e, portanto, menos evidentes que a elaboração. De forma inversa aconteceu quando a proposta não apresentou informações matemáticas evidentes, nessas formulações houve maior investimento nos componentes de criatividade fluência e flexibilidade e menos em elaboração.

Sobre o componente originalidade, entendido nessa atividade como quanto uma produção difere em relação às demais, as análises revelaram que as produções consideradas originais foram as que mais se distanciaram da ideia apresentada pela imagem da tirinha “Mafalda e Felipe jogando dama/xadrez”. Foram encontradas também algumas produções baseadas em assuntos recorrentes em sala de aula como perímetro, área, geometria.

A análises indicaram destaque para as produções nas quais foram utilizadas estratégias não muito familiares, o que pode ser uma evidência de que os estudantes se apropriaram da ideia de formular um problema que apresentasse algo novo (originalidade). Indícios desse fato são, por exemplo, a utilização de operações envolvendo frações (conteúdo considerado, pelos estudantes, complexo e difícil); produções a partir do plano cartesiano (assunto que ainda não havia sido trabalhado oficialmente até o momento da proposição da atividade) e lógica (assunto pouco desenvolvido na sala de aula regular), entre outros. Além disso, as análises indicaram que o engajamento em utilizar diferentes estratégias para a formulação de problemas resultou em um percentual de 8% em termos de produções originais em relação às demais produções.

Ademais, sendo a primeira experiência formalizada da qual os estudantes participaram sobre formulação de problemas, a partir da leitura de uma imagem, com a proposição de serem explorados os componentes de criatividade, pode-se inferir que as produções apresentaram evidências de criatividade, uma vez que todos os componentes da criatividade matemática foram contemplados. Portanto, as análises indicam que a atividade proposta se mostrou adequada para desenvolver a criatividade matemática.

Como as turmas nas quais as atividades foram desenvolvidas são bastante heterogêneas, um estudo sobre a sua composição e as produções desenvolvidas seria provavelmente esclarecedor e pedagogicamente produtivo.

Outro aspecto, referente à composição das turmas, diz respeito aos estudantes que desenvolveram as produções. A maioria, 67 estudantes, participa ou participou do projeto MEPT, em todas as duplas ao menos um dos estudantes é participante do referido projeto. Esses estudantes têm contato constante com resolução de problemas entre pares e esse fato pode ter influenciado a qualidade das produções.

REFERÊNCIAS

AKTAMIŞ, H.; ERGIN, Ö. Fen Eğitimi ve Yaratıcılık. **Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi**, v. 20, p. 77-83. (2006).

ALENCAR, E. M. L. S. **Como desenvolver o potencial criador**: uma guia para a liberação da criatividade em sala de aula. Petrópolis: Vozes, 1990.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico:** contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática - ensino de 5.ª a 8ª. 2. ed. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA, Brasília: MEC/SEB, 2018.

CUNNINGHAM, R.F. **Problem Posing:** An Opportunity for Increasing Student Responsibility. Mathematics and Computer Education 38, 1, 2004, 83-89.

DACEY, J.; CONKLIN, W. **Creativity and the standards**. Huntington Beach: Shell Education, 2013.

D'AMBROSIO, U. Os fundamentos filosóficos e epistemológicos do e no ensino da Matemática. In: FÁVERO, M. H.; CUNHA, C. da (Orgs.). **Psicologia do Conhecimento**: O diálogo entre as ciências e a cidadania. Brasília: Unesco/ Liber Livro, 2009. p. 88-89.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2005.

DINIZ, M.I. Os Problemas Convencionais nos Livros Didáticos. In: Smole, K.S e Diniz, M.I. (org). **Ler, Escrever e Resolver Problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

ENGLISH, L. D. Problem posing in the elementary curriculum. In F. Lester, e R. Charles (Eds.). **Teaching mathematics through problem solving**. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 2003.

ENGLISH, Lyn. D. **Development of seventh-grade student's problem-posing.** Paper presented at the Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Finland, july,1997.

FLEMMING, D. M. **Tendências em educação matemática.** 2. ed. Palhoça: Unisul, v. 2, 2005.

GLĂVEANU, V. Paradigms in the study of creativity: introducing the perspective of cultural psychology. **New ideas in psychology**, vol. 1, n. 28, 2010, p. 79-93.

GONTIJO, C. H. Estratégias para o desenvolvimento da criatividade em matemática **Linhas Críticas**, vol. 12, núm. 23, julio-diciembre, Universidade de Brasília, Brasil, 2006.

GONTIJO, C. H. **Relações entre criatividade, criatividade em Matemática e motivação em Matemática de alunos do ensino médio**. 2007. 194 fl. Tese (Doutorado) - Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

GRUNDMEIER, T. A. **The effects of providing mathematical problem posing experiences for K-8 pre-service teachers:** Investigating teachers' beliefs and characteristics of posed problems." Unpublished doctoral dissertation, University of New Hampshire, 2003.

GUILFORD, J. P. **Creativity:** Yesterday, today and tomorrow. The Journal of Creative Behavior, v. 1, n. 1, 1967a, p. 3-14.

GUILFORD, J. P. **A natureza da inteligência humana**. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1967b.

HAYLOCK, D. W. **A framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren.** Educational Studies in Mathematics, vol. 18, p. 1997, 59-74.

KILPATRICK, J. Problem formulating: Where do good problems come from? In: SCHOENFELD, A. (Org.). **Cognitive science and mathematics education**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1987. p. 123-147.

LEIKIN, R. Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. **Creativity in mathematics and the education of gifted students**, p. 129-145, 2009.

LEIKIN, R., e LEV, M. On the connections between mathematical creativity and mathematical giftedness in high school students. ZDM—T**he International Journal on Mathematics Education**, 2013.

LUBART, T. **Psicologia da criatividade**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

MOREIRA, G. E. Resolvendo problemas com alunos com Transtornos Globais do Desenvolvimento: desafios e conquistas. **Educação Matemática em Revista-RS**, v. 01, n. 15, 2014.

MUNIZ C. A, BITTAR, M. C. **A Aprendizagem Matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. Curitiba: CRV, 2009.

NCTM. **Procedural Fluency in Mathematics:** A Position of the National Council of Teachers of Mathematics. Reston: NCTM, 2014. Disponível em: http://www.nctm.org/about/content.asp x?id=42833

NCTM. **An Agenda for Action:** Recommendations for School Mathematics in the 1980's. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1980

NCTM. **New direction for elementary school mathematics.** Yearbook. Virginia, National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

NCTM. **Sugerencias para resolver problemas.** México, Trillhas, National Council of Teachers of Mathematics, 1990.

NCTM. **Estándares Curriculares y para la Evaluación.** Sevilla, SAEM Thales, National Council of Teachers of Mathematics 1991.

NCTM. **Normas profissionais para o ensino da Matemática**. Lisboa, APM e IIE. National Council of Teachers of Mathematics, 1994.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2000.

ONUCHIC. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro SP, v. 5, n. 41, p. 73-98, dez/2011.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar.** Porto Alegre: Artmed, 2000.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. 2a. ed. Rio de Janeiro, Interciências, 1995.

QUINO, J. L. **Dez anos com Mafalda**, 6ª Edição, Editora WMF Martins Fontes Ltda, 1998.

SARDUY, A. F. L. **Bases psicopedagógícas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria**. La Habana: Editorial Pueblo e Educación, 1987.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K., JR. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New directions for elementary school mathematics.** Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

SILVER, E. A. On mathematical problem posing. **For the Learning of Mathematics FLM Publishing Association**, Canada, v. 4, n. 1, p. 19-28, 1994

SILVER, E. A.; CAI, J. An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, VA, v. 27, p. 521-539, nov. 1996.

SMOLE, K. C. S. Textos em matemática: por que não? In: SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2011. p.151- 173.

SRIRAMAN, Bharath, The characteristics of mathematical creativity. **The Mathematics Educator**, Athens, Georgia – USA, vol. 14, n. 1, 2004, p. 19-34.

STARKO, A. J. **Creativity in the Classroom:** Schools of Curious Delight. 4.ª ed. New York: Routledge, 2010.

STERNBERG. R.J. e LUBART, T.I. An investment theory of creativity and its development. **Human Development**, v. 34, 1995, p. 1-31.

VERGNAUD, G. **Problem solving and concept development in the learning of mathematics**. E.A.R.L.I. Second Meeting. Tübingen, 1987.

VIGOTSKI, Lev. S. **Imaginação e criação na infância:** ensaio psicológico. Apresentação e comentários de Ana Luiza Smolka. Tradução de Zoia Prestes. São Paulo: Ática, 2009.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar:** O papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

WAKEFIELD, J. F. **Creative Thinking, Problem Solving Skillls and The Arts Orientation**. Ablex Publishing Corporation Norwood, New Jersey, 1992.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa:** como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 2007.

CAPÍTULO 5 POSSIBILIDADES PARA AS APRENDIZAGENS DA MATEMATICA POR MEIO DA PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

> Uma grande descoberta resolve um grande problema; mas na solução de todo problema há uma certa descoberta (POLYA, 1989, p. 7).

Uma das consequências que deve ter o processo de ensino e aprendizagem da matemática "é a habilidade para raciocinar e usar eficientemente os recursos à sua disposição quando confrontados com problemas em suas próprias vidas" (SCHOENFELD, 1997, p. 22), e essa é a justificativa que Schoenfeld (1997) utiliza para situar "o processo de resolução de problemas como uma das facetas mais importantes da Matemática" (SCHOENFELD, 1997, p. 22).

Nesse sentido, D'Ambrósio (2007) salienta que estamos na era chamada de *Sociedade do Conhecimento*, na qual a escola não se justifica pela apresentação do conhecimento obsoleto e ultrapassado, sendo o "desafio para a Educação pôr em prática hoje o que vai servir para o amanhã" (D'AMBRÓSIO, 2007, p. 80), estando o conhecimento subordinado ao exercício da cidadania e, consequentemente, "devendo ser contextualizado no momento atual" (D'AMBRÓSIO, 2007, p. 86). Nesse sentido a escola precisa ser capaz de oportunizar aos estudantes instrumentos que os tornem competentes para lidar com situações diversificadas e resolver problemas do cotidiano de forma eficaz e criativa. Assim, "a matemática fornece instrumentos para uma avaliação das consequências da decisão escolhida e ajuda na compreensão de fenômenos" (VIEIRA; MOREIRA, 2018, p. 551).

No entanto, a escola parece de alguma forma imune a todo esse processo tecnológico revolucionário em escala mundial que assola a existência humana. Moysés (2006, p. 59) salienta que "as críticas se acirram contra a forma como a escola vem trabalhando os conteúdos escolares, trata-se de um isolamento em relação ao mundo que a rodeia, no qual a Matemática não é exceção"; sobre isso, Demo (2004, p. 14), enfatiza que "grande parte dos professores de matemática apenas dão aulas, preocupando-se em repassar os conteúdos previstos no currículo, sem tomar a sério se os alunos estão ou não aprendendo".

A aprendizagem, segundo Pozo (2002), precisa ser uma atividade social e não apenas um costume individual e particular, "fruto dessa tradição cultural ainda vigente, em muitas aulas e escolas continua predominando ainda a organização individual da aprendizagem, na qual o êxito de cada aluno é relativo ou depende do fracasso de seus colegas” (POZO, 2002, p. 257). Nessa perspectiva, o foco costuma estar nos resultados individuais e não nos processos de aprendizagem do coletivo.

A referência não é apenas sobre o espaço físico da sala de aula, mas também sobre as formas de relação que a organização do trabalho pedagógico insiste em manter e cultivar. Conforme o Currículo em Movimento, “o ensino da Matemática tem se apoiado, na maioria das vezes, em aulas expositivas, em que as ações desenvolvidas têm como foco a oralidade e a escrita” (DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 155). Ilustram esse fato as carteiras enfileiradas, as listas de exercícios, a importância que se deposita no livro didático. Ratificando, Papert (2001 *apud* D’AMBROSIO, 2009), salienta que “no meio dessa explosão de mudanças a instituição escola continua do mesmo modo”.

Mas se a matemática é um produto da necessidade de comunicação entre os homens, como pensá-la engavetada, estanque do mundo e das relações que lhe deram sentido? “É necessário abrir espaços para que a cultura social invada espaços da sala de aula, a fim de que a Matemática se torne significativa e pulsante” (DISTRITO FEDERAL, 2018, p. 154).

Devlin (2005) discute o surgimento da nossa capacidade para a matemática e conclui que é a mesma capacidade da comunicação. Apresenta uma discussão que mostra que a capacidade para a matemática surge a partir da necessidade de sobrevivência que os levou a se relacionarem, criando estratégias rudimentares, que provavelmente os levou a ter êxito no processo evolutivo, ou seja, enfatiza o quanto a matemática é um produto das relações sociais.

Assentindo, Onrubia, Rochera e Barberá (2004) explicam que a aprendizagem da matemática é um processo de construção socialmente mediada, o que significa que os alunos não aprendem recebendo e acumulando passivamente informação do ambiente, mas que o fazem por meio de um processo ativo de elaboração de significados e de atribuição de sentidos. Esse processo se realiza mediante a interação, a negociação e a comunicação com o outro, ratificando que “Aprender é uma experiência pessoal, mas ela ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 12).

Todavia, porque “falham de maneira tão frequente e notória os processos de ensino e aprendizagem?” (POZO, 2002, p. 17). Culpabilizar os agentes diretos do processo parece ser o mais fácil, no entanto o problema é mais complexo. Pozo

(2002) apresenta uma reflexão na qual compara o que vem acontecendo na educação com o padecimento diante dos processos altamente tecnológicos que, segundo ele, não foram pensados para seres limitados em recursos e capacidade, mas para algumas supostas mentes brilhantes e conclui que talvez o problema não esteja em quem deve aprender e ensinar, mas que os cenários de aprendizagem não sejam adequados para os estudantes de hoje.

Nesse sentido, os cenários podem ser pensados como outros espaços e tempos da escola nos quais podem ser propostas atividades despidas da objetividade e regularidade do formato da sala de aula, tanto nos aspectos estruturais quanto ideológicos, principalmente do engessamento que produzem os currículos.

Ademais, consoante com a necessidade de mudanças na organização do trabalho pedagógico voltado para as aprendizagens da matemática, e alinhando-se ao objetivo geral deste estudo, “identificar possibilidades de promoção das aprendizagens da matemática por meio da proposição de problemas”, as investigações desenvolvidas, enquanto produto da prática que aconteceram a partir do projeto MEPT, cenário no qual se desenvolveram as pesquisas, produziram resultados que traduzem possibilidades para as aprendizagens da matemática e se configuram passíveis de serem adotadas no contexto escolar, uma vez que as investigações se deram sobre a relação entre os sujeitos e os objetos no contexto de uma escola.

A análise do projeto MEPT, a partir das percepções dos estudantes, buscou verificar o engajamento dos estudantes e identificar potencialidades para o processo de aprendizagem da matemática. Nesse sentido os resultados e análises da pesquisa evidenciaram que o projeto MEPT apresenta indícios que podem ser traduzidos enquanto possibilidades para as aprendizagens da matemática. Esses indícios referem-se às análises tanto do engajamento quanto das potencialidades do projeto.

A partir dos resultados e análises referentes ao engajamento, foi possível verificar que houve envolvimento e persistência dos estudantes nos processos de resoluções dos problemas, o que foi explicitado a partir dos constructos autoestima e autoavaliação. Quanto a potencialidades, essas foram evidenciadas a partir da identificação da referência às habilidades como compreender, analisar, interpretar e aplicar e também dos motivos dados à importância de aprender.

Outro aspecto, evidenciado ao longo das análises, foi a afetividade. Para além dos aspectos cognitivos incitados pela resolução dos problemas, o que de certa forma é esperado, as análises apontaram explicitação dos aspectos afetivos em relação ao projeto MEPT, o que pode significar interferências, tanto positivas quanto negativas, nos processos de aprendizagem da matemática. Sobre isso, McLeod (1994) enfatiza que os aspectos afetivos têm um papel fundamental na aprendizagem da matemática.

Em outro momento da investigação, os conflitos cognitivos, as dúvidas, os erros, as dificuldades apresentadas à vista dos problemas se configuraram como fator de estímulo para o estabelecimento das interações entre pares em situação de resolução de problemas. Essas interações constituíram material de investigação do estudo “a colaboração entre pares no desenvolvimento das habilidades matemáticas em contexto de resolução de problemas”.

As interações foram investigadas no sentido de descobrir se elas se constituíam em interações colaborativas e também se tinham potencial para auxiliar no desenvolvimento de habilidades matemáticas. Os resultados das análises indicaram que as interações entre pares, quando promovidas por meio da resolução de problemas, podem se constituir colaborativas. Os indícios de que as interações se configuram como colaborativas surgiu a partir das análises dos diálogos, das indagações, das discussões entre os pares em situação de resolução de problemas, o que foi apontado pelas ações de perceber, reformular, posicionar, questionar, avaliar e compreender, explicitadas pelos estudantes.

Com relação ao desenvolvimento de habilidades, as análises apontaram que as colaborações entre os pares podem se constituir em elementos auxiliares no desenvolvimento de habilidades matemáticas, o que ficou evidenciado a partir dos processos de resolução de problemas com ênfase em determinado objeto do conhecimento e das habilidades suscitadas para tal resolução.

Sobre as colaborações entre pares, é importante salientar, ainda, que as interações colaborativas geradas a partir da complexidade apresentada por alguns problemas levou os estudantes a investirem em argumentações e discussões que demandaram processos cognitivos ricos, tanto em relação à mobilização de habilidades já estáveis quanto na busca de estratégias para recombinar conhecimentos antigos e novos.

A investigação sobre a criatividade matemática das produções dos estudantes evidenciou, a partir das análises, que há indícios de que o contato constante com a resolução de problemas no projeto MEPT pode ter influenciado os resultados sobre a criatividade, sendo que as produções dos estudantes apresentaram os componentes de criatividade, fluência, flexibilidade, elaboração e originalidade.

Em alguns casos, pode-se observar maior investimento na elaboração, riqueza de detalhes, em outros o maior investimento foi em fluência, flexibilidade e originalidade. As análises revelaram que o fato dos estudantes investirem mais ou menos em determinados componentes de criatividade está relacionado à composição do disparador da formulação, por exemplo as informações que a imagem apresenta limitam ou não os conceitos e objetos do conhecimento relacionados, conduz, de algum modo, o processo de construção de formulação, estimulando mais o investimento em alguns componentes e menos em outros.

Para além do exposto, é importante salientar que a utilização da estratégia de criatividade formulação de problemas foi desenvolvida por estudantes que, em sua maioria, participam do projeto MEPT. Isto posto, pode-se considerar que são estudantes que têm acesso a uma maior variedade de situações e, nesse sentido, Vigotski (2009), enfatiza que a criatividade depende das experiências vivenciadas pelos estudantes.

Quanto ao objetivo deste estudo de identificar possibilidades de promoção das aprendizagens da matemática por meio da proposição de problemas, as análises de cada pesquisa, quando compartimentadas, revelam aspectos importantes sobre os processos de aprendizagem da matemática a partir do objeto investigado, seja no contexto do projeto MEPT, seja sobre as colaborações entre pares no momento de resolução de problemas, seja sobre a criatividade matemática das produções. Isso posto, pode-se inferir que o objetivo do estudo se explicita positivo, uma vez que os objetivos de cada pesquisa foram alcançados. Portanto, o estudo apresenta resultados que indicam que é possível promover as aprendizagens da matemática por meio da proposição de problemas em perspectivas diferenciadas.

Ademais, a recepção e o desenvolvimento das atividades, pelos estudantes, o engajamento e persistência no processo de resolução e formulação dos problemas são indicativos da pertinência da ação pedagógica proposta, tanto quanto da estratégia pedagógica utilizada (proposição de problemas) e também da forma de organização e dinâmica entre os estudantes (interação entre pares).

Este estudo apresenta possibilidades que podem ser utilizadas para repensar a forma de organização do cenário para as aprendizagens da matemática, não apenas para um grupo de estudantes, mas para a organização do trabalho pedagógico como um todo, pois conforme Freire (2003, p. 47), “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção”.

Um aspecto a ser salientado é a interferência da participação da professora pesquisadora durante todo o estudo, que pode ser entendida como elemento facilitador dos resultados da investigação, uma vez que assumiu o papel de observadora das práticas de seus estudantes e, consequentemente, da própria prática no contexto das pesquisas. Isso permitiu constantes reflexões sobre os processos e possibilitou modificação e ajustes durante o percurso da investigação. Na perspectiva de busca de possibilidades para as aprendizagens da matemática, essa configuração se mostra adequada, visto que o estudo e seus resultados são consequências da prática imediata. Em outras palavras, o estudo resulta de quem, na prática, sendo conhecedor do contexto, busca modificá-lo com base nas necessidades surgidas durante o processo.

Outrossim, a pesquisa sobre o desenvolvimento da criatividade em matemática utilizando a estratégia de formulação de problemas foi desenvolvida dentro do horário da grade curricular regular, mas a maior parte dos estudantes constituiu-se de participantes do MEPT. Por outro lado, as pesquisas sobre o projeto MEPT e a colaboração entre pares no desenvolvimento de habilidades matemáticas são provenientes de atividades totalmente desenvolvidas no contraturno, período no qual não há obrigatoriedade de permanecer na escola, ou seja, a participação é voluntária. Ressalta-se que não há processos de avaliação quantitativa ou qualquer outro instrumento que vincule a participação do estudante a seu desempenho escolar.

REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.** Tradução Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ALVES, E. V. **Um estudo exploratório dos componentes da habilidade matemática requeridos na solução de problemas aritméticos por estudantes do**

ensino médio. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

D'AMBROSIO, U. Os fundamentos filosóficos e epistemológicos do e no ensino da Matemática. *In*: FÁVERO, M. H.; CUNHA, C. (org.). **Psicologia do Conhecimento:** O diálogo entre as ciências e a cidadania. Brasília: Unesco/ Liber Livro, 2009. p. 88-89.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 2007.

DEMO, P. **Professor do futuro e reconstrução do conhecimento**. Petrópolis: Vozes, 2004.

DEVLIN, K. **O Gene da Matemática.** 2. ed. Rio de Janeiro: Record, 2005.
DISTRITO FEDERAL. **Currículo em Movimento da Educação Básica**: Anos iniciais – Anos finais. 2. Ed. Brasília: SEEDF, 2018.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia -** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2003.

MCLEOD. D. B. Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 6, n. 25, p. 637-647, 1994.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. 7. ed. Campinas: São Paulo: Papirus, 2006.

ONRUBIA, J.; ROCHERA, M.J.; BARBERÀ, E. O ensino e a aprendizagem da matemática: uma perspectiva psicológica. *In*: COLL, C.; MARCHESI, Á.; PALACIOS, J. **Desenvolvimento psicológico e educação:** Psicologia da Educação Escolar. 2.ed. Porto Alegre: Artmed, 2004. p. 294-310.

PERRENOUD, P. ***Avaliação* da excelência à regulação das aprendizagens:** entre duas lógicas Tradução Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999a.

PERRENOUD, P. **Construir as competências desde a escola.** Porto Alegre: Artmed Editora. 1999b.

POLYA, G. **Cómo plantear y resolver problemas**. México, Trilhas, 1989.

POZO, J. I. **Aprendizes e mestres:** a nova cultura da aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2002.

RESNICK, L. Learning in school and out. **Educational Researcher***.* v. 19, n. 19, 1987, p. 3-20.

SCHOENFELD, A. H. Heurísticas na sala de aula. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (org.). **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução de Hygino H. D. São Paulo: Atual, 1997. p. 13-31.

SCHOENFELD, A. Ideas in the air: Speculations on small group learning, environmental and cultural influences on cognition, and epistemology. **International Journal of Research in Mathematics Education**, v. 1, n. 13, p. 71-88, 1989.

VIGOTSKI, Lev. S. **Imaginação e criação na infância:** ensaio psicológico. Apresentação e comentários de Ana Luiza Smolka. Tradução de Zoia Prestes. São Paulo: Ática, 2009.

VIEIRA, L. B.; MOREIRA, G. E. Direitos Humanos e Educação: o professor de matemática como agente sociocultural e político. **Revista de Educação Matemática,** v. 15, p. 548-564, 2018.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA - UNB
FACULDADE DE EDUCAÇÃO - FE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO - PPGE
MESTRADO ACADÊMICO

APÊNDICES

Cristina de Jesus Teixeira

Brasília/DF
2019

APÊNDICE A – LISTA DE PROBLEMAS 2016 (QUESTÕES SIMILARES EM RELAÇÃO AOS CONTEÚDOS)

CENTRO DE ENSINO FUNDAMENTAL CASEB

Educação Integral – CASEB Plus

1ª Lista Problemas - 2016

1. (OBMEP2010) Cláudia inverteu as posições de dois algarismos vizinhos no número 682479 e obteve um número menor. Quais foram esses algarismos?

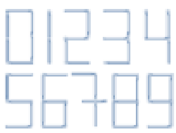
a) 6 e 8 b) 8 e 2 c) 2 e 4 d) 4 e 7 e) 7 e 9

2. Joãozinho subtraiu o menor número de três algarismos diferentes do maior número de três algarismos diferentes. Que resultado ele obteve?

a) 882 b) 883 c) 885 d) 886 e) 888

3. (OBMEP2009) Com palitos de fósforo formamos algarismos, conforme a figura. Deste modo, para escrever o número 188, usamos 16 palitos. César escreveu maior número que é possível escrever com exatamente 13 palitos. Qual é a soma dos algarismos do número que César escreveu?

a) 8
b) 9
c) 11
d) 13
e) 15



4. Cada um dos símbolos representa um único algarismo. Se a multiplicação indicada ao lado está correta, então o valor de:

□ × Δ

é:

a) 12
b) 15
c) 27
d) 39
e) 45

$$\begin{array}{r} \square\ 2\ \square \\ \times\quad\ \ \square \\ \hline \Delta\ 6\ \Delta \end{array}$$

Atividades Projeto Escola Integral 2016

Professora Cristina

Aluno: ______________________ ***Turma:*** ____

5. (OBMEP 2008) Para obter o resumo de um número de até 9 algarismos, deve-se escrever quantos são seus algarismos, depois quantos são seus algarismos ímpares e finalmente quantos são seus algarismos pares. Por exemplo, o número 9103405 tem 7 algarismos, sendo 4 ímpares e 3 pares, logo seu resumo é 743.

a) Encontre um número cujo resumo seja 523.

b) Encontre um núero que seja igual ao seu próprio resumo.

c) Para qualquer número de até 9 algarismos, podemos calcular o resumo de seu resumo. Mostre que esse procedimento leva sempre a um mesmo resultado, qualquer que seja o número incial.

6. Um número A de dois algarismos é um supernúmero se é possível encontrar dois números, B e C ambos também de dois algarismos, tais que:

- A - B + C
- Soma dos algarismos de A – (soma dos algarismos de B) + (soma dos algarismos de C)

Exemplo: 35 = 11 + 24 e 35 = 21 + 14.

pois (3 + 5) = (1 + 1) + (2 + 4) e

(3 + 5) = (2 + 1) + (1 + 4)

a) Mostre de duas maneiras diferentes que 22 é um supernúmero.

b) Mostre de três maneiras diferentes que 25 é um supernúmero.

c) De quantas maneiras diferentes é possível mostrar que 49 é um supernúmero?

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

APÊNDICE B – LISTA DE PROBLEMAS MARÇO DE 2018

Diversidade de objetos do conhecimento (conteúdos)

CEF CASEB - 2018 Professora: Cristina	Aluno (a):		Data __/__/__
	Ano: ○ ○ ○ ○ 6º 7º 8º 9º	Turma: ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ A B C D E F G	Turno: ○ Manhã ○ Tarde

2ª Lista *Matemática É Para Todos* - N2 (8º e 9º ano) - *CASEB, Somos Todos Vencedores!*

1. Marcos fez cinco provas de Matemática. Suas notas, em ordem crescente, foram 75, 80, 84, 86 e 95. Ao digitar as notas de Marcos na ordem em que as provas foram realizadas, o professor notou que as médias das duas primeiras provas, das três primeiras, das quatro primeiras e das cinco provas eram números inteiros. Qual foi a nota que Marcos tirou na última prova?

2. (OBMEP011) Otávio mostrou para Gabriela um truque com três dados, cujas faces estão numeradas de 1 a 6. Ele fica de costas, pede a ela que jogue um dado de cada vez e que, em seguida:

• dobre o número obtido no primeiro dado, some 3 e multiplique por 5;
• some ao resultado encontrado o número obtido no segundo dado e multiplique por 10;
• some ao último resultado o número obtido no terceiro dado;
• anuncie o resultado final. Otávio então dirá, em ordem, quais foram os números obtidos nos dados.

a) Se Gabriela obtiver os números 4, 6 e 1, nessa ordem, qual resultado ela anunciará?

b) Se Gabriela anunciar o resultado 273, o que Otávio vai dizer?

c) Explique por que Gabriela não pode anunciar o resultado 432.

3. Em uma caixa há 9 bolas amarelas numeradas de 1 a 9 e, em uma segunda caixa, há 9 bolas brancas, também numeradas de 1 a 9. Todas as bolas são idênticas, exceto por sua cor e seu número. Uma bola amarela é sorteada e colocada na segunda caixa; a seguir, uma bola é sorteada da segunda caixa.

a) Qual é a probabilidade de que a bola sorteada da segunda caixa seja amarela?

b) Qual é a probabilidade de que as duas bolas sorteadas tenham o mesmo número?

c) Qual é a probabilidade de que a bola sorteada da segunda caixa tenha o número 1?

4. (OBMEP2016) Seis bolas idênticas foram numeradas de 1 a 6 e colocadas em uma caixa. Joaquim retira, uma a uma, quatro bolas da caixa e observa seus números, sem recolocá-las na caixa.

a) Qual é a probabilidade de que o menor número observado seja 1?

b) Qual é a probabilidade de que o maior número observado seja 5?

c) Qual é a probabilidade de que o menor número observado seja 1 e o maior seja 5?

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

APÊNDICE C – LISTA DE PROBLEMAS MARÇO DE 2018

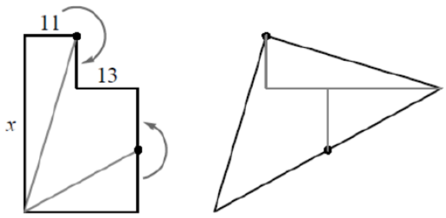
Diversidade de objetos do conhecimento

CEF CASEB - 2018 Professora: Cristina	Aluno (a):	Data ___/___/____
	Ano: ○ 6º ○ 7º ○ 8º ○ 9º Turma: ○ A ○ B ○ C ○ D ○ E ○ F ○ G	Turno: ○ Manhã ○ Tarde

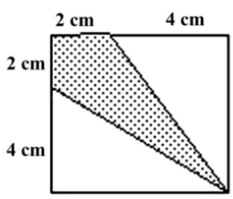
2ª Lista Matemática É Para Todos - N2 (8º e 9º ano) - CASEB, Somos Todos Vencedores!

5. (OBMEP2016) Em uma brincadeira, a mãe de João e Maria combinou que cada um deles daria uma única resposta correta a três perguntas que ela faria.
Ela perguntou:
– Que dia da semana é hoje?
– Hoje é quinta, disse João.
– É sexta, respondeu Maria.
Depois perguntou:
– Que dia da semana será amanhã?
– Segunda, falou João.
– Amanhã será domingo, disse Maria.
Finalmente ela perguntou:
– Que dia da semana foi ontem?
– Terça, respondeu João.
– Quarta, disse Maria.
Em que dia da semana a brincadeira aconteceu?

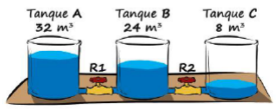
6. (Canguru2011)
Na figura, o desenho à esquerda compõe-se de dois retângulos. Dois lados desses retângulos estão assinalados: 11 e 13. O retângulo é cortado em três partes, que são reagrupadas de modo a formar o triângulo à direita. Qual é a medida do lado assinalado com um *x*?



7. (Canguru2010) Na figura, qual fração da área do quadrado tem a área da região sombreada?



8. (OBMEP2013) Três tanques iguais contêm, inicialmente, 32, 24 e 8 metros cúbicos de água e estão ligados por registros, como na figura. Estes registros servem para deixar a água passar de um tanque (mais cheio) para o outro (menos cheio) até que ambos fiquem com o mesmo volume de água. Só se pode abrir um registro de cada vez, e ele é fechado assim que os tanques que ele liga fiquem com o mesmo volume de água.



Por exemplo, ao abrir o registro **R2** na situação inicial, os tanques **A**, **B** e **C** ficarão, respectivamente, com 32, 16 e 16 metros cúbicos. A seguir, ao fechar **R2** e abrir **R1** os tanques **A**, **B** e **C** ficarão, respectivamente, com 24, 24 e 16 metros cúbicos. Representamos essa sequência por

$$(32;24;8)\xrightarrow{R2}(32;16;16)\xrightarrow{R1}(24;24;16)$$

a) A partir da situação inicial, qual será o volume de água nos tanques **A** e **B** após abrirmos o registro **R1**?

b) A partir da situação inicial, exiba uma sequência de aberturas de registros de modo que o tanque **C** fique com exatamente 21 metros cúbicos de água.

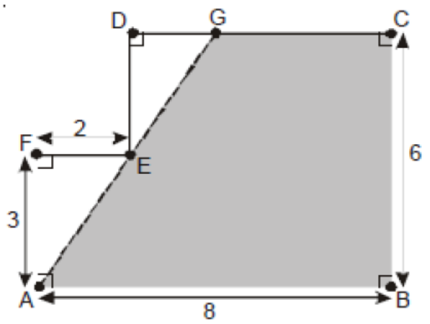
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

APÊNDICE D – PROBLEMAS GERADORES DE INTERAÇÕES ENTRE PARES

Problema - unidade temática Grandezas e Medidas

15ª Lista *Base Teórica - Matemática É Para Todos - CASEB 2018*

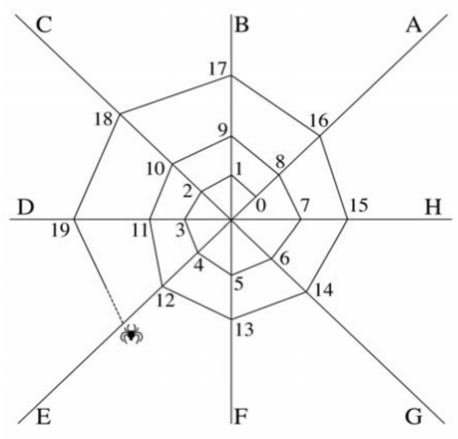
6. A figura mostra um polígono *ABCDEF* no qual dois lados consecutivos quaisquer são perpendiculares. O ponto *G* está sobre o lado *CD* e sobre a reta que passa por *A* e *E*. Os comprimentos de alguns lados estão indicados em centímetros. Qual é a área do polígono *ABCG* ?



Problema da unidade temática Números (múltiplos/divisores/sequências)

26ª Lista *Base Teórica - Matemática É Para Todos - CASEB 2018*

1. A, B, C, D, E, F, G e H são os fios de apoio que uma aranha usa para construir sua teia, conforme mostra a figura. A aranha continua seu trabalho. Sobre qual fio de apoio estará o número 118?



Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

APÊNDICE E – PROBLEMAS GERADORES DE INTERAÇÕES ENTRE PARES

Problema - unidade temática Álgebra

30ª Lista N2 do Projeto *Matemática É Para Todos - CASEB 2018*

5. Otávio mostrou para Gabriela um truque com três dados, cujas faces estão numeradas de 1 a 6. Ele fica de costas, pede a ela que jogue um dado de cada vez e que, em seguida:

• dobre o número obtido no primeiro dado,
some 3 e multiplique por 5;
• some ao resultado encontrado o número obtido no segundo dado e multiplique por 10;
• some ao último resultado o número obtido no terceiro dado;
• anuncie o resultado final.

Otávio então dirá, em ordem, quais foram os números obtidos nos dados.

a) Se Gabriela obtiver os números 4, 6 e 1, nessa ordem, qual resultado ela anunciará?

b) Se Gabriela anunciar o resultado 273, o que Otávio vai dizer?

c) Explique por que Gabriela não pode anunciar o resultado 432.

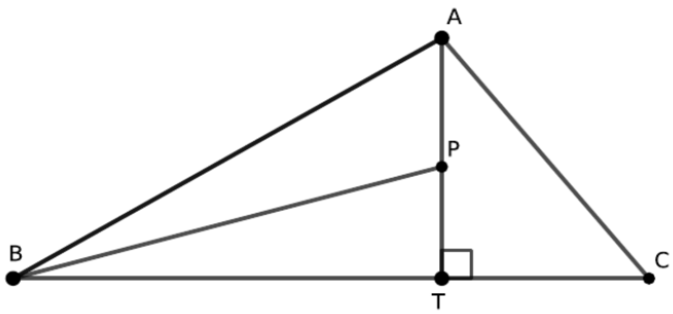
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

APÊNDICE F – PROBLEMAS GERADORES DE INTERAÇÕES ENTRE PARES

Problema - unidade temática - Geometria (triângulo, ângulos, bissetriz)

17ª Lista (2ª fase) do Projeto *Matemática É Para Todos - CASEB 2018*

2. *As medidas dos ângulos*
Seja *ABC* um triângulo tal que *ACB* = 50º. A altura correspondente ao vértice *A* e a bissetriz do ângulo *ABC* se encontram em *P*, com *P* no interior do triângulo *ABC* e *APB* = 105º. Encontre as medidas dos ângulos *BAC* e *ABC*.



Problema da unidade temática – Probabilidade e estatística - Contagem Análise combinatória

4ª Lista do Projeto ***Matemática É Para Todos*** - *CASEB 2018*

5. Manuela quer pintar as quatro paredes de seu quarto usando as cores azul, rosa, verde e branco, cada parede de uma cor diferente. Ela não quer que as paredes azul e rosa fiquem de frente uma para a outra. De quantas maneiras diferentes ela pode pintar seu quarto?

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.

APÊNDICE G – QUESTIONÁRIO ESTUDANTES PARTICIPANTES DO MEPT

Questionário - **Projeto**
"MATEMÁTICA É PARA TODOS"
Gostaria de contar com sua colaboração para responder este questionário, cujo objetivo é verificar o seu engajamento e as potencialidades, do projeto MEPT, para as suas aprendizagens matemáticas. Responda com sinceridade e escreva o máximo possível, não deixe de responder nenhuma questão, suas respostas são muito importantes para mim.
Data*____/____/2018 - ________*º ano

a) Por que você participa do projeto Matemática É Para Todos?

b) Em relação a sua aprendizagem em Matemática qual a importância do Matemática É Para Todos?

c) Como você avalia sua participação no projeto Matemática É Para Todos?

d) Como você e sente quando participa dos encontros do Matemática É Para Todos?

Fonte: Arquivo da professora pesquisadora.