

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE UnB GAMA-FACULDADE DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE
MATERIAIS DA ENGENHARIA

ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO ENTRE CILINDROS
DISPOSTOS LADO A LADO: EFEITO DA INTERAÇÃO ENTRE
ESTEIRAS NOS COEFICIENTES AERODINÂMICOS E NO
DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

Thiago Ferreira Gomes

ORIENTADOR: Dr. Jhon Nero Vaz Goulart

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS
DA ENGENHARIA

PUBLICAÇÃO: FGA.DM – 081A/2019

BRASÍLIA/DF: Junho/2019

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DO GAMA / FACULDADE DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE
MATERIAIS DA ENGENHARIA**

**"ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO ENTRE CILINDROS
DISPOSTOS LADO A LADO: EFEITO DA INTERAÇÃO ENTRE ESTEIRAS
NOS COEFICIENTES AERODINÂMICOS E NO DESPRENDIMENTO DE
VÓRTICES"**

THIAGO FERREIRA GOMES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA DA FACULDADE DO GAMA E FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA.

APROVADA POR:



Prof. Dr. Jhon Nero Vaz Goulart; FGA / UnB

(Orientador)



Prof. Dr. Marcus Vinicius Girão de Moraes; FT / UnB

(Membro Interno)



Prof. Dr. Manuel Nascimento Dias Barcelos Júnior; FGA / UnB

(Membro Externo)

Brasília / DF, 25 de junho de 2019

FICHA CATALOGRÁFICA

THIAGO FERREIRA GOMES

Estudo numérico do escoamento entre cilindro dispostos lado a lado: efeito da interação entre esteiras nos coeficientes aerodinâmicos e no desprendimento de vórtice, [Distrito Federal] 2019.

101. 210 x 297 mm (FGA/FT/UnB, Mestre, Integridade de Materiais da Engenharia, ANO).
Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade UnB Gama. Programa de Pós-Graduação em Integridade de Materiais da Engenharia.

- | | |
|--------------------------|-------------------------------|
| 1. Cilindros lado a lado | 2. Simulação numérica |
| 3. Biestabilidade | 4. Coeficientes aerodinâmicos |
| 5. Número de Strouhal | 6. k- ω SST |
| I. FGA/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Thiago, F. G. (2019). Estudo numérico do escoamento entre cilindro dispostos lado a lado: efeito da interação entre esteiras nos coeficientes aerodinâmicos e no desprendimento de vórtice. Dissertação de Mestrado m Integridade de Materiais da Integridade da Engenharia, Publicação 081A/2019, Faculdade UnB Gama/FT/Universidade de Brasília, DF, 101.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Thiago Ferreira Gomes

TÍTULO: Estudo numérico do escoamento entre cilindro dispostos lado a lado: efeito da interação entre esteiras nos coeficientes aerodinâmicos e no desprendimento de vórtice.

GRAU: Mestre ANO: 2019

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

THIAGO FERREIRA GOMES
SHCES 505, Bloco A, Apartamento 302
70650-551 Brasília, DF – Brasil.
FGOMES.THIAGO@GMAIL.COM

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que me apoiaram e me deram forças para a realização deste trabalho. Meu agradecimento mais que especial é para a minha família na qual sempre acreditou em mim e sempre estavam lá para mim em todos os momentos. Vocês sempre estavam dispostos a me ouvir e me ajudar com todas as minhas dificuldades, para vocês não há nada a dizer além de obrigado.

Agradeço ao meu orientador Prof. Jhon Goulart e também a Prof. Carla Anflor, pelo apoio, confiança, elogios e orientação. Os quais foram muito além de professores e além de me ensinarem conteúdo me ensinaram trabalho em grupo, coleguismo e força para sempre superar meus limites e inseguranças. E a todos meus amigos e integrantes do Grupo de Mecânica Experimental e Computacional (GMEC), por todo seu apoio e força em especial para Diana, Allan, Davi, Tiago, Adrian e Jalusa.

Aos meus amigos de longa data Lima que sempre me deram incentivo para continuar nessa jornada e a minha namorada Taylane Lima que me deu forças e sempre acreditou em mim mesmo quando eu mesmo não acreditava me apoiando nos meus momentos de fraqueza.

A CAPES pelo financiamento financeiro e a UnB-FGA pelo ambiente de estudo e aprendizado.

Por fim quero agradecer a todos que algumas maneiras contribuíram de alguma forma para conclusão deste trabalho e me fizeram crescer como acadêmico e como pessoa.

RESUMO

O presente trabalho visa abordar a interação entre esteiras formadas por um escoamento transversal sobre dois cilindros circulares paralelos dispostos lado a lado variando suas relações de espaçamento, p/d , bem como o número de Reynolds. Nesse trabalho p é dado como a distância entre os centros de dois cilindros e d é a diâmetros dos mesmos. As análises foram feitas em domínio computacional - 2D e 3D, usando um *software Ansys CFX*. Foram comparados os resultados para diferentes números de *Reynolds* e diferentes razões de espaçamento p/d .

Foi adotado o método de discretização por volumes finitos (MFV) para realizar as simulações. Para este estudo foram simulados três números diferentes de *Reynolds*, $Re = 200, 1000$ e 3000 e duas razões de espaçamento $p/d = 1,50$ e $2,00$. Os resultados das simulações foram comparados a outros autores que utilizaram semelhantes números de Reynolds e configurações geométricas para avaliar esse problema. O número de *Reynolds* (Re) foi baseado no diâmetro dos cilindros (d), na velocidade da corrente livre do escoamento (U_∞) e na viscosidade cinemática do fluido (ν). A razão de espaçamento (p/d) foi baseada na distância entre o centro dos cilindros (p) e no diâmetro dos cilindros (d). Para a avaliação dos resultados foi realizado uma abordagem URANS (*Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*), sendo a turbulência modelada de forma isotrópica através do modelo de $k-\omega$ SST (*Shear Stress Transport*).

Para ambas as razões de espaçamento e em diferentes números de Reynolds foi detectada a formação de esteiras assimétricas a jusante dos cilindros que se trocam de forma aleatória, isto evidencia o fenômeno este denominado biestabilidade. Foram observadas diferentes topologia de esteiras ao longo das simulações bem como a troca entre elas. Devido à natureza biestável do escoamento as flutuações nos coeficientes aerodinâmicos nos cilindros bem como flutuações nos campos de velocidade no escoamento. Logo, conforme a razão de espaçamento entre os cilindros aumentou os modos biestáveis torna-se mais duradouros e o número de trocas entre uma topologia de esteira e outra tende a diminuir. O número de trocas de topologias de esteira também diminuiu, ao passo que os coeficientes aerodinâmicos tiveram sua magnitude também decrescida.

Palavras-chave: cilindros lado-a-lado, simulação numérica, biestabilidade, coeficientes aerodinâmicos, número de Strouhal, $k-\omega$ SST.

ABSTRACT

The present work aims to address the interaction between mats formed by a transverse flow on two parallel circular cylinders arranged side by side varying their spacing ratios, p/d , as well as the Reynolds number. In this work p is given as the distance between the centers of two cylinders and d is the diameters thereof. The analyzes were done in computational domain - 2D and 3D, using an Ansys CFX software. Results were compared for different Reynolds numbers and different p/d spacing ratios.

The Finite Volume Discretization (FVM) method was used to perform the simulations. For this study three different numbers of Reynolds, $Re = 200, 1000$ and 3000 and two spacing ratios $p/d=1.50$ and 2.00 were simulated. The results of the simulations were compared to other authors who used similar Reynolds numbers and geometric configurations to evaluate this problem. The Reynolds number (Re) was based on the diameter of the cylinders (d), the velocity of the free flow current (U_∞) and the kinematic viscosity of the fluid (ν). The spacing ratio (p/d) was based on the distance between the center of the cylinders (p) and the diameter of the cylinders (d). For the evaluation of the results, a URANS (Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes) approach was performed, with the turbulence being modeled isotropically through the $k-\omega$ SST (Shear Stress Transport) model.

For both spacing ratios and in different Reynolds numbers the formation of asymmetric mats downstream of the cylinders that were changed at random was detected, this shows the phenomenon called bistability. Different topology of mats was observed along the simulations as well as the exchange between them. Due to the bistable nature of the flow the fluctuations in the aerodynamic coefficients in the cylinders as well as fluctuations in the velocity fields in the flow. Thus, as the ratio of spacing between the cylinders increased, the bistable modes become more durable and the number of exchanges between one tread topology and another tends to decrease. The number of exchanges of mat topologies also decreased, while the aerodynamic coefficients also decreased their magnitude.

Keywords: circular cylinders side-by-side, numerical simulation, bistability, aerodynamic coefficients, Strouhal number, $k-\omega$ SST.

Índice

1. INTRODUÇÃO.....	17
1.1. Motivação.....	18
1.2. Objetivos	19
1.2.1. Objetivo geral.....	19
1.2.2. Objetivos específicos	19
1.3. Metodologia.....	19
1.4. Abrangência e Limitações.....	19
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1. escoamento Turbulento Sobre Um Cilindro Isolado.....	20
2.2. escoamento Sobre Bancos de Cilindros	26
2.3. escoamento Sobre Cilindros Dispostos Lado a Lado.....	28
2.4. Interação das Estruturas Coerentes em Esteiras de Cilindro.....	28
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	39
3.1. Equações Governantes	39
3.2. Turbulência.....	39
3.3. Decomposição de Reynolds	42
3.4. Hipótese Boussinesq	44
3.5. Modelagem Matemática da turbulência	45
3.5.1. Modelo de turbulência $k-\epsilon$	45
3.5.2. Modelo de turbulência $k-\omega$	46
3.5.3. Modelo de turbulência $k-\omega$ SST	47
4. METODOLOGIA NUMÉRICA	49
4.1. Parâmetros de Adimensionalização utilizado nos resultados.....	49
4.2. Domínio e Malha Computacional.....	50
4.3. Refinamento Próximo a Parede	52
4.4. Condições de Contorno	53
4.5. Estudo sensibilidade da Malha Computacional.....	54
5. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	59
5.1. Resultados e Discussão para o Espaçamento $p/d=2,00$ em Domínio Bidimensional	59
5.1.1. Coeficiente de pressão - C_p e de tensão cisalhante - τ^*	59
5.1.2. Coeficientes de arrasto - C_d e Sustentação - C_L	63
5.1.3. Campos de flutuação de velocidade	67
5.1.4. Frequência de desprendimento de vórtices das esteiras.....	72
5.2. Resultados e Discussão para o Espaçamento $p/d=1,50$ em Domínio Bidimensional	74
5.2.1. Coeficiente de pressão - C_p e Coeficiente de tensão - τ^*	74
5.2.2. Coeficientes de arrasto - C_D e Sustentação - C_L	77
5.2.3. Flutuações de Velocidade e Topologias de Esteiras.....	80
5.2.4. Frequência de desprendimento de vórtices	85
5.3. Resultados e Discussão para $Re=3000$ para $p/d=2,00$ em Domínio Tridimensional	86

5.3.1.	Ângulos de estagnação e separação da camada limite.....	86
5.3.2.	Topologia das esteiras em domínio tridimensional	88
5.3.3.	Flutuações de velocidade	90
5.4.	Comparativo Entre as Simulações	91
5.5.	Avaliação do ângulo de estagnação e de descolamento da camada limite	91
5.6.	Coeficientes aerodinâmicos.....	92
6.	CONCLUSÕES.....	95
6.1.	Sugestão para trabalhos futuros.....	97
7.	REFERÊNCIAS.....	98

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Mecanismo de desprendimento de vórtice sobre um cilindro adaptado de Meneghini, 2002.....	21
Figura 2.2 Escoamento tridimensional em torno de um cilindro finito adaptado de Noletto, 2006.....	21
Figura 2.3 Relação entre o número de Strouhal (St) e o número de Reynolds (Re) para cilindros circulares, adaptado Blevins, 1990.....	24
Figura 2.4 Relação do coeficiente de arrasto (C_d) x Reynolds, adaptado White, 1991.....	25
Figura 2.5 Relação entre o ângulo de descolamento da camada limite x Reynolds, adaptado Rejani, 2009.....	26
Figura 2.6 Variação dos coeficiente de arrasto e número de Strouhal em função do número de Reynolds, adaptado Rejani, 2009.....	26
Figura 2.7 Ângulo de incidência em bancos de tubos, adaptado Goulart, 2004.....	27
Figura 2.8 Tipos de arranjos em relação as características geométricas dos bancos de cilindros, adaptado Barcellos, 2001.....	27
Figura 2.9 Topologias básicas para bancos de cilindros, adaptado Zdravkovich, 1987.....	31
Figura 2.10 Esteira estreita e larga, adaptado Afgan, et al., 2011.....	33
Figura 2.11 Comportamento da esteira variando o Re e o δ , adaptado Kang, 2003.....	34
Figura 2.12 Modos de desprendimento de vórtice, adaptado Alam et al., 2003. a) Vórtices fora de fase. b) Vórtices em fase.....	36
Figura 2.13 Comportamento da esteira para diversas razões de espaçamento p/d , adaptado Afgan, et al., 2011.....	37
Figura 5.1 a) Ângulo de ataque do escoamento. b) Posicionamento das sondas.....	49
Figura 4.1 Desenho esquemático do domínio computacional para os eixos xy	50
Figura 4.2 Desenho esquemático do domínio computacional para o caso em 3D para os eixos zx	51
Figura 4.3 Detalhe da malha computacional.....	52
Figura 4.4 Distribuição do y^+ entorno dos cilindros. a) $p/d = 2,00$ para $Re=3000$. b) $p/d=1,50$ para $Re=1000$	52

Figura 4.5 Distribuição do Coeficiente de pressão (C_p) entorno do cilindro de dois cilindros dispostos lado a lado com $p/d=2$ e $Re=3000$. a) Cilindro Superior. b) Cilindro Inferior .	56
Figura 4.6 Distribuição do coeficiente de tensão (τ^*) entorno do cilindro de dois cilindros dispostos lado a lado com $p/d=2$ e $Re=3000$. a) Cilindro Superior. b) Cilindro Inferior.	57
Figura 5.2 Distribuição do coeficiente de pressão em torno dos cilindros para $p/d=2,00$. a) Cilindro superior. b) Cilindro inferior.	60
Figura 5.3 Distribuição do coeficiente de tensão em torno dos cilindros para $p/d =2,00$. a) Cilindro superior. b) Cilindro inferior.	62
Figura 5.4 Histórico dos coeficientes aerodinâmicos $p/d =2,00$ $Re=200$. a) Coeficiente de arrasto. b) Coeficiente de sustentação.	64
Figura 5.5 Histórico dos coeficientes aerodinâmicos $p/d =2,00$ $Re=1000$. a) Coeficiente de arrasto. b) Coeficiente de sustentação.	65
Figura 5.6 Histórico dos coeficientes aerodinâmicos $p/d =2,00$ $Re=3000$. a) Coeficiente de arrasto. b) Coeficiente de sustentação.	66
Figura 5.7 Histórico da velocidade para $p/d =2,00$ e $Re=200$. a) Velocidade u^* . b) Velocidade v^*	67
Figura 5.8 Evolução do campo de velocidade correlacionando com o C_d para $p/d =2,00$ e $Re=200$. (a) Histórico do C_d no intervalo $t^*=170-200s$. (b) Campo de velocidade em $t^*=180s$. (c) Campo de velocidade em $t^*=192s$	68
Figura 5.9 Histórico da velocidade para $p/d =2,00$ e $Re=1000$. a) Velocidade u^* . b) Velocidade v^*	69
Figura 5.10 Evolução do campo de velocidade para $p/d =2,00$ e $Re=1000$. (a) Histórico do C_d no intervalo $t^*=30-60s$. (b) Campo de velocidade em $t^*=33s$. (c) Campo de velocidade em $t^*=56s$	70
Figura 5.11 Histórico da velocidade para $p/d =2,00$ e $Re=3000$. a) Velocidade u^* . b) Velocidade v^*	71
Figura 5.12 Evolução do campo de velocidade para $p/d =2,00$ e $Re=3000$. (a) Histórico do C_d no intervalo $t^*=480-860s$. (b) Campo de velocidade em $t^*=480s$. (c) Campo de velocidade em $t^*=860s$	72
Figura 5.13 Número de Strouhal para $p/d =2,00$ e $Re=200$	73
Figura 5.14 Número de Strouhal para $p/d=2,00$ e $Re=1000$	73
Figura 5.15 Número de Strouhal para $p/d=2,00$ e $Re=3000$	74
Figura 5.16 Distribuição do coeficiente de pressão em torno dos cilindros para $p/d=1,50$. a) Cilindro superior. b) Cilindro inferior.	76

Figura 5.17 Distribuição da tensão cisalhante em torno dos cilindros para $p/d=1,50$. a) Cilindro superior. b) Cilindro inferior.	77
Figura 5.18 Histórico dos coeficientes aerodinâmicos $p/d=1,50$ $Re=200$. a) Coeficiente de arrasto. b) Coeficiente de sustentação.....	78
Figura 5.19 Histórico dos coeficientes aerodinâmicos $p/d=1,50$ $Re=1000$. a) Coeficiente de arrasto. b) Coeficiente de sustentação.....	80
Figura 5.20 Histórico da velocidade para $p/d=1,50$ e $Re=200$. a) Velocidade u^* . b) Velocidade v^*	81
Figura 5.21 Evolução do campo de velocidade para $p/d =1,50$ e $Re=200$. (a) Histórico do C_d no intervalo $t^*=50-110s$. (b) Campo de velocidade em $t^*=55s$. (c) Campo de velocidade em $t^*=105s$	82
Figura 5.22 Histórico da velocidade para $p/d=1,50$ e $Re=1000$. a) Velocidade u^* . b) Velocidade v^*	83
Figura 5.23 Evolução do campo de velocidade para $p/d =1,50$ e $Re=1000$. (a) Histórico do C_d no intervalo $t^*=20-120s$. (b) Campo de velocidade em $t^*=65s$. (c) Campo de velocidade em $t^*=110s$	84
Figura 5.24 Número de Strouhal para $p/d=1,50$ e $Re=200$	85
Figura 5.25 Número de Strouhal para $p/d=1,50$ e $Re=1000$	86
Figura 5.26 Distribuição do coeficiente de pressão em torno do cilindro superior para $p/d=2,00$ ao longo do comprimento do cilindro.	87
Figura 5.27 Distribuição do coeficiente de tensão em torno do cilindro inferior para $p/d =2,00$ ao longo do comprimento do cilindro.	87
Figura 5.28 Contorno do campo de velocidade entorno dos cilindros ao longo do comprimento do cilindro em $t^*=700s$. a) $L=0d$. b) $L=2d$. c) $L=4d$	89
Figura 5.29 Histórico da velocidade para $p/d=2,00$ e $Re=3000$ ao longo do comprimento do cilindro superior. a) $L=0d$. b) $L=2d$. c) $L=4d$	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Ângulos de estagnação e separação (todos em graus) para dois cilindros lado a lado	55
Tabela 2 Ângulos de estagnação e separação (todos em graus) para dois cilindros lado a lado variando o número de Reynolds	91
Tabela 3 Comparativo dos resultados dos coeficientes de arrasto e sustentação médio	93

Lista de símbolos

Letras Romanas

A	Área
C_d	Coeficiente de arrasto
$\overline{C_d}$	Coeficiente de arrasto médio
C_{d0}	Coeficiente de arrasto para cilindro isolado
C_{dI}	Coeficiente de arrasto no cilindro inferior
$\overline{C_{dI}}$	Coeficiente de arrasto médio no cilindro inferior
C_{dS}	Coeficiente de arrasto no cilindro superior
$\overline{C_{dS}}$	Coeficiente de arrasto médio no cilindro superior
C_L	Coeficiente de sustentação
$\overline{C_L}$	Coeficiente de Sustentação médio
C_{LI}	Coeficiente de sustentação no cilindro inferior
$\overline{C_{LI}}$	Coeficiente de sustentação médio no cilindro inferior
C_{LS}	Coeficiente de sustentação no cilindro superior
$\overline{C_{LS}}$	Coeficiente de sustentação médio no cilindro superior
Co	Número de Courant
C_p	Coeficiente de pressão
d	Diâmetro do cilindro
D_k	Transporte de k por difusão
f	Frequência
F	Somatório das forças externas
F_1, F_2	Funções de mistura
F_x, F_y	Força paralela ao eixo- x e eixo- y
H	Comprimento característico
$h(t)$	Função genérica
K	Energia cinética turbulenta
L	Comprimento do cilindro
NW	Esteira larga (<i>Narrow Wake</i>)
p	Distância entre os centros dos cilindros
P	Pressão
$P(\theta)$	Pressão como função da posição angular na parede do cilindro
P_∞	Pressão de referencia
P_k	Taxa de transferência de energia do escoamento médio pela turbulência
Pl	Relação de espaçamento horizontal em um banco de cilindros
Pt	Relação de espaçamento vertical em um banco de cilindros
Re	Número de Reynolds
S_{ij}	Taxa do tensor de deformação
St	Número de Strouhal

t	Tempo
T	Tensão turbulenta
t^*	Tempo adimensional
t_c	Tempo convectivo
u, v, w	Velocidade nos eixos (x, y, z)
u^*, v^*	Componentes da velocidades u e v adimensionais
u'	Flutuação da velocidade
u^+	Velocidade de ficção
U_∞	Velocidade de corrente livre
u_i, u_j	Componente da velocidade em notação indicial
WW	Esteira estreita (<i>Wide Wake</i>)
X	Comprimento do domínio no eixo- x
x_i, x_j	Componentes da coordenada espacial em notação indicial
Y	Distância do primeiro elemento de malha a parede
y^+	Distância adimensional do primeiro elemento de malha junto a parede

Letras Gregas

α	Ângulo de incidência do fluido com cilindro
δ	Espaçamento entre as paredes dos cilindros
δ_{ij}	Delta de Kronecker
δ_{sep}	Ângulo de separação da camada limite
Δt	Passo de tempo
Δx	Dimensão local dos volumes de controle
ε	Taxa de dissipação viscosa da energia específica
θ_{est}	Ângulo de estagnação entorno do cilindro
μ_i	Viscosidade dinâmica em notação indicial
ν	Viscosidade cinemática
ν_i	Viscosidade cinemática em notação indicial
ν_t	Viscosidade turbulenta
π	Constante, 3,1415
ρ	Massa específica do fluido
τ^*	Coefficiente de tensão
τ_{ij}	Tensor de Reynolds
τ_w	Coefficiente de arrasto
ω	Taxa de dissipação específica

Lista de abreviações

DES	<i>Direct Numerical Simulation</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
LIF	<i>Laser Inuced Fluorescence</i>
N.S.	<i>Navier-Stokes</i>
PIV	<i>Particle Image Velocimetry</i>
RANS	<i>Reynold Averaged Navier-Stokes</i>
SAS	<i>Scale-Adaptive Simulation</i>
k- ω SST	<i>Shear Stress Transport</i>
URANS	<i>Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>

1. INTRODUÇÃO

O escoamento em torno dos cilindros é um dos tópicos de engenharia mais estudados e tem diversas aplicações, desde simples avaliações sobre o comportamento estático e dinâmico de torres e chaminés, até a pesquisa sobre o escoamento cruzado em trocadores de calor, e os processos fluidodinâmicos que lá acontecem. Ainda mais, como tais processos fluidodinâmicos afetam o processo de transferência de calor em tais equipamentos. Ao por dois cilindros lado a lado em uma determinada razão de espaçamento entre eles é possível observar esse fenômeno, mesmo quando os cilindros têm seção triangular, circular e até mesmo quadrática.

A melhor compreensão sobre o comportamento do escoamento cruzando cilindros já foi amplamente pesquisado ao longo dos anos, porém novos comportamentos do escoamento com a biestabilidade, regiões de interação e como esses fatores alteram as características do escoamento bem como a estrutura por qual ela passa ainda são desconhecidos. A biestabilidade faz com que o escoamento apresente flutuações de caráter aleatório nos campos de pressão e velocidade ao do tempo. O fenômeno é constatado quando as esteiras de dois ou mais corpos estão interagindo entre si e há uma alternância em suas topologias de forma aleatória. Experimentalmente a biestabilidade pode ser constatada através por históricos de velocidade a jusante dos cilindros e também através dos históricos dos coeficientes de arrasto e sustentação em um dos cilindro ou em ambos ao mesmo tempo, além da utilização de técnicas de visualização. Numericamente a biestabilidade pode ser notada utilizando sondas virtuais em diversos pontos do domínio para captar os históricos de velocidade a jusante dos cilindros bem como os históricos dos coeficiente aerodinâmicos nos cilindros e a visualizo de diversos campos como pressão e velocidade. A biestabilidade também acarreta na interferência no comportamento das esteiras a jusante dos cilindros e também são responsáveis por mudanças nos coeficientes aerodinâmicos nos cilindros.

Com advento da computação e modelos matemático cada vez mais sofisticados o uso de ferramentas computacionais com alto desempenho vem se tornando uma solução cada mais utilizada no campo da pesquisa para solução de problemas. Porém as simulações numéricas, mesmo tendo um vasto catálogo de soluções numéricas, ainda assim não são capazes de verificar virtualmente todos os tipos de resultados. Em parte as soluções numéricas são dependentes da malha utilizada bem como abordagem computacional bem acertada do problema. Portanto faz-se necessário primeiramente uma validação da malha computacional para com resultados experimentais e numéricos a fim de garantir a qualidade da simulação. Estudos prévios com a configuração de escoamento cruzando cilindros lado-a-lado foram feitos

por (Bearman e Wadcock, 1973), (Zdravkic, 1977, 1987), (Afgan *et al.*, 2011), (Pang *et al.*, 2016) e (Neumeister *et al.*, 2018).

1.1. MOTIVAÇÃO

O escoamento cruzado em bancos de tubos ou arranjos tubulares são utilizados em diversas áreas da engenharia sendo empregados principalmente em trocadores de calor, cabos da rede elétrica, redes de abastecimento de água, irrigação, evaporadores, estruturas *onshore* e *offshore* e reatores nucleares.

Quando um fluido passa entorno de um cilindro é criada uma esteira de Von Kàrmàn atrás do mesmo, no qual as frequências do desprendimento de vórtice vão depender do número de Reynolds. Conforme dois ou mais cilindros ficam próximos uns dos outros há a interação entre as esteiras de cada um. O nível dessa interação é principalmente determinado pela proximidade entre os cilindros. A interação entre as esteiras pode ser visualizada em determinados momentos onde há uma troca de topologias, o tempo com que uma topologia se mantém antes de sua troca é indeterminado.

As trocas de topologia entre as esteiras fazem que a dinâmica do problema se altere constantemente pois o escoamento passa a ter características randômicas e intermitentes mais intensas. Portanto fatores como Re , proximidade entre corpos, caracterizada pelo grupo adimensional p/d , quantidade de elementos e tipos arranjo podem favorecer mais ou menos as trocas de topologia. Logo o estudo sobre a interação entre fluido e estrutura para escoamentos externos se mostra importante do ponto de vista de caracterizar e determinar como o escoamento reage as estruturas nele imerso e como as mesmas são afetadas pelo escoamento.

Como exemplo do comportamento de como o escoamento cruzado entre cilindro afeta seus coeficientes aerodinâmicos, para o caso de $p/d=2,00$ e $Re=3000$ o coeficiente de arrasto médio nos cilindros foi 35% maior quando comparado com cilindro isolado para o mesmo Re . Sobre o desprendimento de vórtice, surgiram duas novas frequências dominantes próximas a 0,1 e 0,4 além da frequência característica próxima a 0,21 correspondente ao escoamento em cilindro isolados. Essas novas frequências dizem a respeito à formação das topologias de esteira presentes no escoamento biestável. A simulação em domínio tridimensional mostrou que o desenvolvimento de diferentes tipos de topologia de esteira a jusante dos cilindros e como elas se desenvolvem ao longo do comprimento dos mesmos. Portanto as mudanças constantes na forma que o escoamento passa pelos cilindros pode favorecer trocas de energia seja ela energia cinética ou térmica.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo geral

O principal objetivo deste trabalho é estudar o fenômeno da biestabilidade em arranjos de cilindros sob escoamento cruzado através da investigação numérica do comportamento do escoamento turbulento. Por meio dos coeficientes aerodinâmicos nos cilindros, pela visualização do escoamento e pelos históricos de velocidade a jusante dos cilindros.

1.2.2. Objetivos específicos

- Analisar as flutuações de velocidade nas esteiras dos cilindros;
- Analisar o aparecimento do fenômeno da biestabilidade para baixos números de Reynolds e diferentes relações de espaçamento p/d ;
- Avaliar a dinâmica do escoamento com respeito a frequência de desprendimento de vórtices e como essa é afetada pelos parâmetros adimensionais impostos a geometria.
- Avaliar os efeitos da formação das topologias de esteira em domínio tridimensional bem como ângulos de estagnação e descolamento de camada limite.

1.3. METODOLOGIA

A fim de realizar o objetivo deste trabalho foi feita uma simulação no domínio tridimensional com a razão de espaçamento $p/d=2,0$ e $Re=3000$ a fim de avaliar como ocorre o desenvolvimento das esteira ao longo do comprimento dos cilindros. São avaliados, em ambos os cilindros, os coeficientes de arrasto, C_d e sustentação, C_L , médios, bem como seus históricos. Também são avaliadas a distribuição das tensões cisalhantes, em conjunto com os coeficientes de pressão entorno da superfície dos cilindros, a fim de verificar a posição angular do ponto de estagnação e de separação da camada limite. Os históricos de velocidade, em ambas as direções, também foram monitorados em posições a jusante dos cilindros com o objetivo de visualizar o momento onde acontece a troca de sinais entre as esteiras.

1.4. ABRANGÊNCIA E LIMITAÇÕES

O trabalho se limita a estudar um escoamento cruzado em par de cilindros dispostos lado a lado para apenas duas razões de espaçamento $p/d=1,50$ e $2,00$ para os $Re = 200, 1000$ e 3000 . O problema se abrange uma solução para um escoamento em regime turbulento onde o mesmo é solucionado por um modelo de turbulência isotrópico, o fluido de trabalho é incompressível e não há transferência de calor.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O escoamento em torno de um cilindro circular é uma das formas mais simples de escoamento sobre corpos rombudos. Não obstante a essa aparente simplicidade há uma gama de aplicações práticas desse tipo de escoamento. Essas aplicações muitas vezes se dão quando dois ou mais cilindros são arranjados das mais variadas configurações. Quando um escoamento atravessa uma formação de bancos de cilindros, o escoamento é caracterizado por ser um escoamento externo. Quando um corpo rombudo está imerso em um escoamento transversal acaba por gerar uma separação do escoamento entorno da sua superfície depende da geometria do corpo, do regime do escoamento e se há ou não outros corpos na vizinhança do corpo (Meneghini, 2002). Quando dois cilindros estão distanciados de tal maneira que as esteiras de cada cilindro acabam por interagir uma com a outra de forma aleatória, alterando os coeficientes aerodinâmicos nos cilindros bem como o comportamento do próprio escoamento. Este fenômeno onde as esteiras interferem umas nas outras de forma aleatória recebe de fenômeno da biestabilidade. O fenômeno da biestabilidade faz com que a interação entre as esteiras produza modos estáveis de topologias de escoamento que mudam aleatoriamente ao longo do tempo.

2.1. ESCOAMENTO TURBULENTO SOBRE UM CILINDRO ISOLADO

Conforme o escoamento contorna o cilindro são formadas duas camadas cisalhantes na região de sua esteira com sinais opostos determinantes para formação dos vórtices. (Norberg, 2003). O vórtice cresce recebendo energia da camada cisalhante ao qual ele está conectado. Em um determinado instante o vórtice tem energia suficiente para formar uma camada cisalhante em sentido oposto. Uma porção de fluido com vorticidade oposta é atraído e assim interrompendo o recebimento de energia do vórtice e assim se desprendendo formando a esteira de Von Kàrmàn (Gerrard, 1966).

Williamson (1996) descreve como se dá o desprendimento de vórtice. A Figura 2.1 (a) mostra as trajetórias que o escoamento pode seguir: na trajetória 'c' o fluido vai na direção da região da esteira mais próxima ao corpo, para formação de um novo vórtice. Na trajetória 'b' o fluido se move na direção da camada cisalhante oposta a ele e causa a interrupção da alimentação de energia para formação do vórtice. Na trajetória 'a' o fluido rotaciona junto ao vórtice em formação no lado oposto da esteira. A Figura 2.1 (b) mostra as linhas de corrente atrás de um cilindro com desprendimento de vórtice.

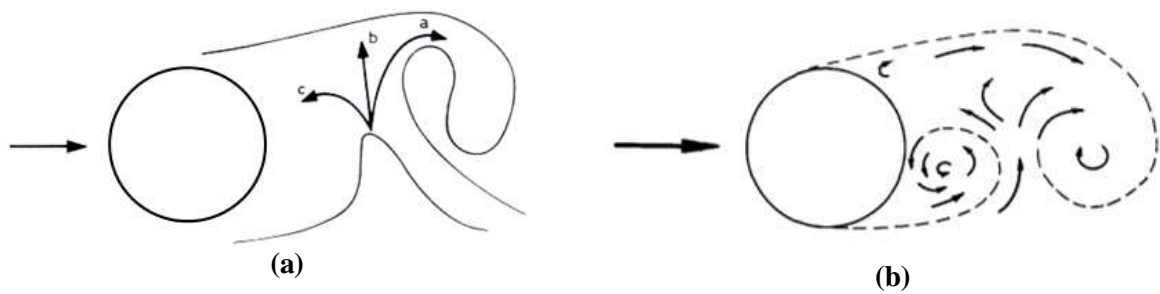


Figura 2.1 Mecanismo de desprendimento de vórtice sobre um cilindro adaptado de Meneghini, 2002.

Estruturas de arranjo de cilindros finitos, geralmente, são postos de forma perpendicular a bases planas. Nesses casos o escoamento pode sofrer influência da camada limite desenvolvida pela superfície, criando vórtices ferradura e de ponta (Noletto, 2006). A Figura 2.2 mostra os tipos de vórtices que se desprendem quando o escoamento encontra um cilindro isolado perpendicular a um plano infinito e com o topo livre. Quando o cilindro tem uma razão de aspecto pequena, L/d , onde L é o comprimento do cilindro perpendicularmente a base, o tamanho da camada limite pode inibir ou modificar a formação das esteiras de Von Kármán. Porém quando a razão de aspecto é alta a formação de esteiras se torna mais intensa e a camada limite pode não ter tanta influência na formação das mesmas (Sumner, 2004).

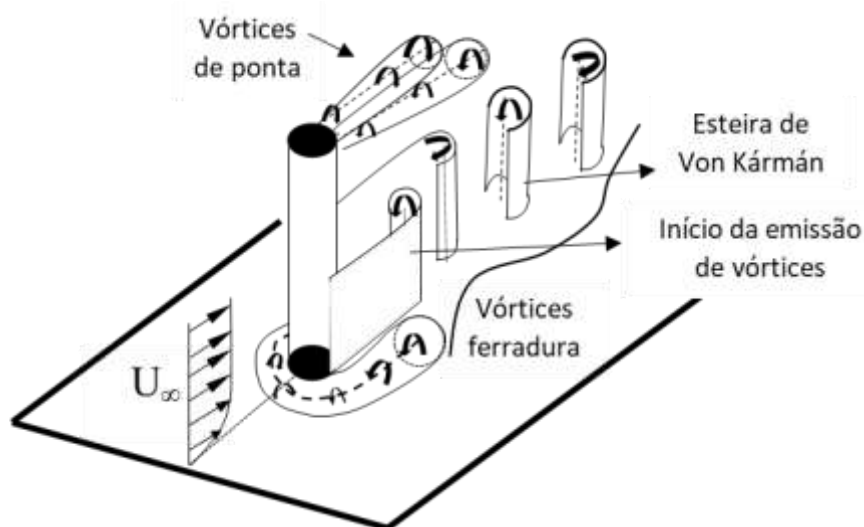


Figura 2.2 Escoamento tridimensional em torno de um cilindro finito adaptado de Noletto, 2006.

Para um cilindro isolado os modos de desprendimento de vórtices são classificados em função do número de Reynolds (Blevins, 1990). O número de Reynolds é computado:

$$Re = \frac{U_\infty d}{\nu} \quad (2.1)$$

onde U_∞ é a velocidade característica do escoamento (geralmente é a velocidade da corrente livre), d é o diâmetro do cilindro e ν é a viscosidade cinemática do fluido. Blevins (1990) mostra em seu trabalho o escoamento em estado laminar subdividido em pelo menos três regimes, para Re entre 5 e 200.

- $Re < 5$: Para esse regime de escoamento as forças viscosas têm maior influência que as forças inerciais. Não há separação da camada limite pois há tensões cisalhantes ao longo de todo o contorno do cilindro;
- $5 < Re < 45$: Há um aumento da influência das forças inerciais em relação das forças viscosas. Logo, inicia-se o processo de separação da camada limite a jusante do corpo formando assim um par fixo de vórtices simétricos. Conforme aumenta o número de Reynolds a extensão da região de recirculação aumenta.
- $45 < Re < 180$: A camada cisalhante começa a apresentar instabilidades gerando assim oscilações da esteira de vórtices. Esteira de vórtices apresenta comportamento periódico, laminar e vórtices de sinais opostos.
- $180 < Re < 400$: O comportamento da esteira a jusante do cilindro, que era até então laminar e periódica, se torna instável para essa faixa de número de Reynolds. Conforme o Re aumenta essa transição se espalha gradualmente a montante da região vizinha ao cilindro, fazendo que os vórtices tenham comportamento turbulento. Zdravkovich (1997) em seu trabalho, mostrou que a região de transição é dividida em duas zonas:
 - I. A primeira quando começa com a transição dos vórtices laminares na esteira quando Re varia entre 180 a 250;
 - II. Para um Re variando de 250 a 400 ocorre a formação do primeiro vórtice irregular assim denominando a segunda etapa da zona de transição da esteira.
- $400 < Re < 3,5 \times 10^5$: Regime denominado pré ou subcrítico, nesse intervalo ocorre a transição das camadas cisalhantes, onde mesmo com os vórtices em regime turbulento a camada limite permanece laminar fazendo que elas se separem aproximadamente a 80° do ponto de estagnação. Conforme o aumento do Re a região da esteira atravessa três diferentes fases:
 - I. A primeira com $400 < Re < 2000$, onde aparecem ondulações da camada cisalhante livre;
 - II. De $2000 < Re < 40.000$, a vorticidade aumenta na camada cisalhante livre, fazendo assim com que o regime se torne turbulento e se envolvendo em vórtices alternados;
 - III. Por fim de $40.000 < Re < 3,5 \times 10^5$, a camada cisalhante livre a jusante do cilindro muda para o regime turbulento, junto com formação de vórtices turbulentos.
- $3,5 \times 10^5 < Re < 1,50 \times 10^6$: Regime de escoamento denominado supercrítico. Nesse regime a esteira é completamente turbulenta com separação turbulenta da camada

limite, onde a mesma é parcialmente laminar e parcialmente turbulenta. Para esse regime de escoamento os pontos de separação ficam entorno de 140° . Devido a influência da turbulência há um da viscosidade na camada limite, portanto o escoamento resisti mais ao gradiente adverso de pressão. Efeito para essa faixa de Re o desprendimento da camada limite ocorre entre os ângulos 85° a 115° e 245° a 275° (Achenbach, 1968).

- $1,50 \times 10^6 < Re < 4 \times 10^6$: Regime de transição superior onde a separação da camada limite completamente turbulenta em um lado do cilindro. Como conclusão as forças viscosas ainda têm um impacto significativo para o escoamento. Como a camada limite resiste mais ao gradiente adverso de pressão, a separação passa a ocorrer a cerca entre 100° a 110° (Meneghini, 2002).
- $4 \times 10^6 < Re$: Regime transcrito as forças inerciais têm um impacto muito mais significativo em relação as forças viscosas fazendo assim que a camada cisalhante bem como a camada limite e a esteira formada sejam completamente turbulentas.

A frequência de desprendimento de vórtices geralmente é apresentada de forma adimensional na forma do número de Strouhal, que é definido da seguinte forma:

$$St = \frac{fd}{U_\infty} \quad (2.2)$$

onde f é a frequência de desprendimento de vórtices, d é o diâmetro do cilindro e U_∞ é a velocidade característica do escoamento.

Blevins (1990) mostrou a relação o número de Reynolds e o número de Strouhal (St) para cilindros lisos. A Figura 2.3 mostra o número de St em função do número de Reynolds (Re). Quando escoamento ainda está em regime laminar $Re \leq 200$, o St apresenta valores abaixo de 0,20. Em regime subcrítico, $400 < Re < 3,5 \times 10^5$, a frequência de desprendimento de vórtices, o número de Strouhal, é quase constante com seu valor entorno de 0,21. Com o aumento do número de Reynolds e o escoamento entrando em regime crítico o número de Strouhal apresenta valores distintos caso a superfície do cilindro seja lisa ou rugosa. Para superfície lisa o St é avaliado entre 0,15 a 0,28 para o caso de cilindros com superfície lisa, apresentando um crescimento quase linear conforme o Re aumenta. Porém para cilindros com superfície rugosa o número de St apresenta um crescimento linear mais expressivo quando o escoamento está em regime critico variando de 0,20 até 0,43. Quando o escoamento atinge regime supercrítico inicialmente o St continua com seu aumento linear, porém em aproximadamente $Re=4 \times 10^6$ há uma queda abrupta em seu valor, e o comportamento do St passa a não divergir devido a rugosidade do cilindro.

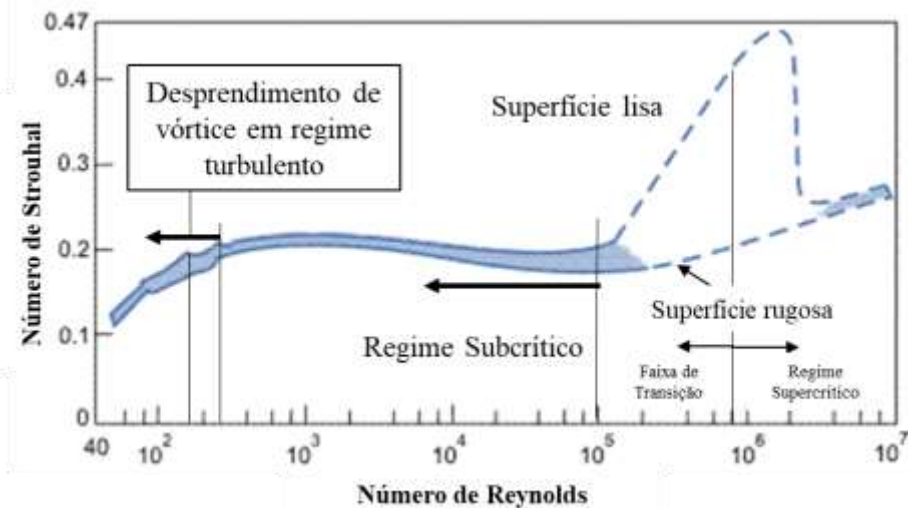


Figura 2.3 Relação entre o número de Strouhal (St) e o número de Reynolds (Re) para cilindros circulares, adaptado Blevins, 1990

Em relação ao escoamento em torno de cilindros, Achenbach (1968) estudou sobre escoamento cruzado sobre cilindro isolado com um número de Reynolds variando de $6,00 \times 10^4 < Re < 5,00 \times 10^6$, onde o número de Reynolds foi baseado na velocidade de entrada do escoamento, diâmetro do cilindro e viscosidade cinemática do fluido. O autor mediu experimentalmente a distribuição de pressão e a distribuição da tensão cisalhante como função da posição angular na superfície do cilindro. Com isso o autor conseguiu determinar o ângulo em que há o descolamento da camada limite entorno do cilindro. Quando a tensão cisalhante é nula e o gradiente da distribuição de pressão é positivo ocorre o descolamento da camada limite. Quando o escoamento atinge o regime supercrítico ocorre um efeito de bolha onde a camada limite descola por um curto espaço e volta a recolar antes do descolamento efetivo.

Posteriormente White (1991) mostrou, em um trabalho experimental, um escoamento normal a um cilindro com uma razão de aspecto que tende ao infinito, $L/d \rightarrow \infty$, onde L é o comprimento do cilindro e d . O diâmetro, o escoamento passa a não ser mais influenciado pela camada limite alterada pela base onde o cilindro é apoiado. Conforme o Re aumenta o valor do coeficiente de arrasto entorno do cilindro converge para valores entorno de 1,32 durante o regime subcrítico. Após passar pela zona de transição turbulenta, onde a camada limite se torna turbulenta, e entrar em regime crítico o coeficiente de arrasto começa a convergir, porém para valores mais baixos. A Figura 2.4 mostra a relação entre o coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds para um cilindro 2D e uma esfera (White, 1991). Os resultados obtidos pelo autor vão ao encontro dos resultados encontrado por Blevins (1990).

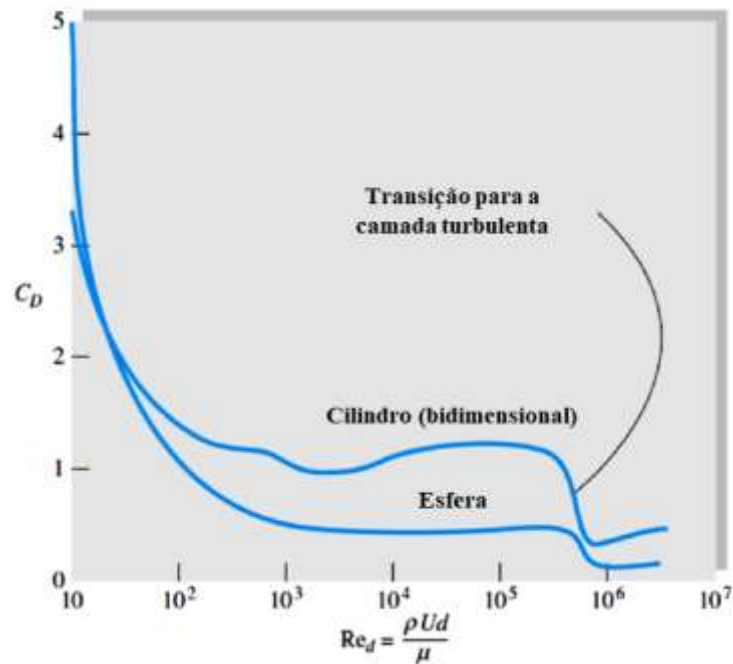


Figura 2.4 Relação do coeficiente de arrasto (C_d) x Reynolds, adaptado White, 1991.

A fim de avaliar o ângulo no qual há a separação da camada limite entorno de um cilindro, Meneghini (2002) fez um estudo experimental sobre o escoamento em torno de um cilindro isolado para $Re \leq 300$. A Figura 2.5 apresenta a ângulo de separação da camada limite, em função do número Reynolds. Os valores dos ângulos de separação decrescem com o aumento do número de Reynolds, na faixa estudada, devido a importância das forças inerciais. Os ângulos de separação possuem pouca variação para valores de $100 < Re < 300$.

Coefficientes de arrasto médio ($\overline{C_d}$) entorno do cilindro e número de Strouhal (St) também foram alvo de pesquisa do autor, para as mesmas faixas de Re . a Figura 2.6 mostra os resultados numéricos do autor comparados aos resultados experimentais de Zdravkovich (1997). O autor enfatizou a boa concordância de seus resultados com aqueles previamente publicados, dando especial destaque as faixas de Re que possuem valores do coeficiente de arrasto (C_d) e St pouco afetados pelo número de Reynolds.

Com o objetivo de investigar o comportamento dos coeficientes aerodinâmicos entorno de um cilindro para baixos números de Reynolds, Rejani *et al.* (2009) fizeram um estudo numérico em domínio bidimensional e tridimensional de um escoamento passando entorno de um cilindro isolado. Os autores mostram que o ângulo de separação da camada limite sofre pouca variação para o intervalo de $70 < Re < 300$ conforme mostrado na Figura 2.5. Os resultados corroboram com os apresentados por White(1991) e por Menghini(2002), acrescentando que para um cilindro isolado o coeficiente de sustentação médio permanece em zero Figura 2.6 (a) para $Re > 70$. Por fim na Figura 2.6 (b) mostra que para a faixa do número de

Re investigada pelos os autores há pouca variação com a frequência de desprendimento de vórtice.

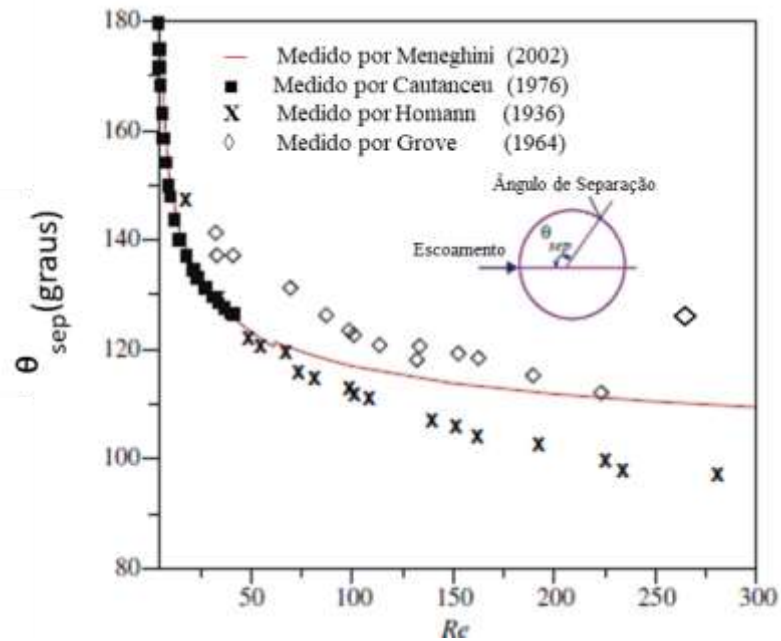


Figura 2.5 Relação entre o ângulo de desolamento da camada limite x Reynolds, adaptado Rejani, 2009.

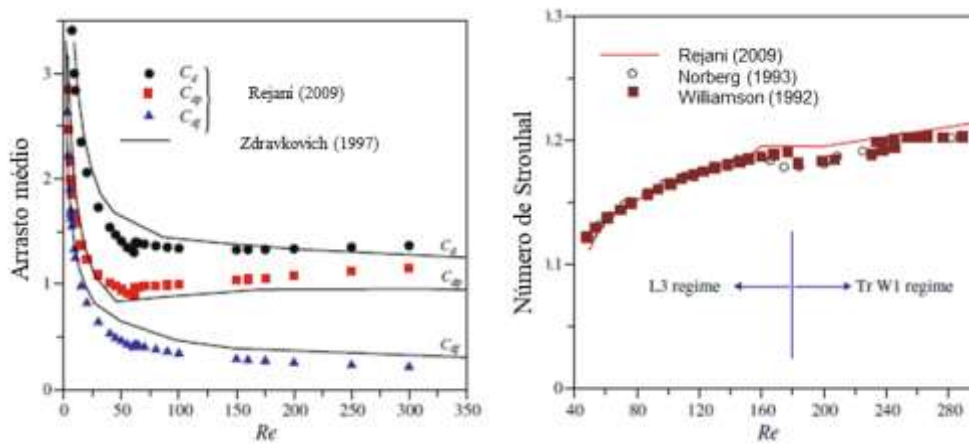


Figura 2.6 Variação dos coeficiente de arrasto e número de Strouhal em função do número de Reynolds, adaptado Rejani, 2009.

2.2. ESCOAMENTO SOBRE BANCOS DE CILINDROS

A complexidade do estudo sobre bancos de cilindros é devido a uma série de fatores tais como ângulo de incidência, proximidade entre os tubos, topologia organizacional entre os tubos, vibração, regime do escoamento e a presença ou não de placas defletoras (Goulart, 2004). Devido a esses fatores a metodologia de avaliação acaba por depender fortemente de experimentação ou modelagem numérica. Essa última vem como uma ferramenta que visa melhorar a compreensão dos fenômenos físicos para esse caso (Olinto, 2005).

Para os escoamentos externos há diversas formas de dispor os tubos em um banco: a primeira delas tem a ver com a inclinação dos mesmos, a maioria dos trabalhos na área considera que o escoamento incidente é transversal aos tubos, onde, $\alpha=90^\circ$. Por outro lado, há poucos trabalhos dando ênfase a escoamentos com tubos inclinados quando $\alpha<90^\circ$ (Goulart, 2004). A Figura 2.7 mostra um desenho esquemático sobre esses dois tipos de topologia.

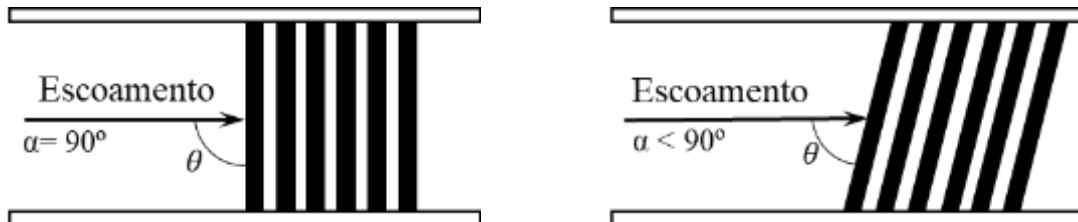


Figura 2.7 Ângulo de incidência em bancos de tubos, adaptado Goulart, 2004.

Além da inclinação outro fator que impacta é o arranjo com que os tubos são organizados, os tipos mais comuns são os arranjos triangulares e quadrangulares. Ambos são caracterizados por razões de espaçamento longitudinais, P_l , ou transversais, P_t . Para caracterizar o escoamento que passa por um banco de cilindro são usados os seguintes números adimensionais: o número de Reynolds (Re) e relações de distância P_l/d e P_t/d . A Figura 2.8 mostra um desenho esquemático diferenciando os dois tipos de arranjos bem como as distâncias P_t e P_l .

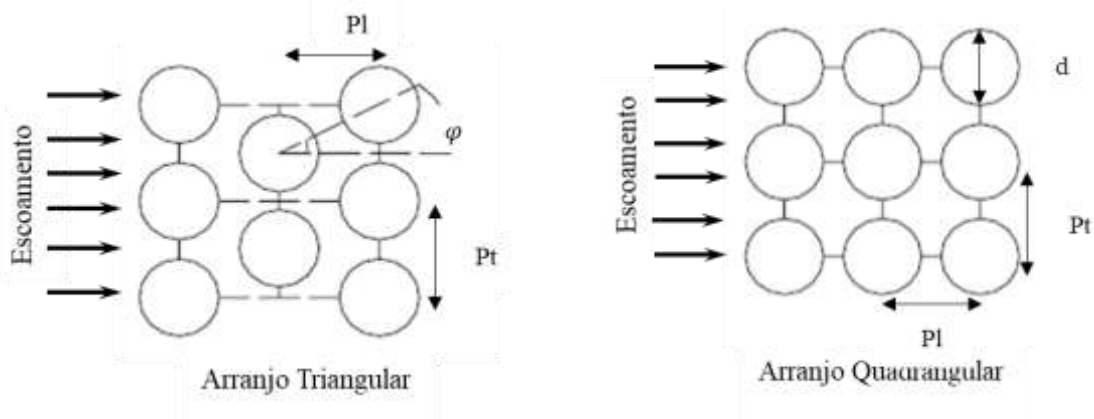


Figura 2.8 Tipos de arranjos em relação as características geométricas dos bancos de cilindros, adaptado Barcellos, 2001.

Em ambos arranjos, na primeira linha de tubos, o escoamento não sofre qualquer perturbação e é semelhante ao escoamento sobre tubos dispostos lado a lado. Conforme o escoamento chega aos tubos das demais fileiras o mesmo já mostra alterações devido a formação de esteiras. Em bancos de arranjo quadrangular o escoamento, ao passar dentro do arranjo, é semelhante a um escoamento em canais retos, onde a razão P_t/d tem grande influência na distribuição de velocidade no banco. Porém em bancos de arranjo triangulares o escoamento ao passar pelo banco de cilindros, tem comportamento semelhante a um escoamento em um

canal curvo com sua secção transversal divergindo e convergindo de forma periódica (Goulart, 2004).

Em seu trabalho Endres (1997), mostrou o impacto que a razão de espaçamento tem no escoamento e as classificou da seguinte forma:

- Para um $Pt/d < 1,50$ de maneira geral não ocorrem periodicidade nas flutuações das grandezas no interior do banco de tubos;
- Quando $1,50 < Pt/d < 4,00$ o desprendimento de vórtice a jusante dos tubos ocorre de forma mais periodicamente definida, logo mostrando uma forte dependência dos tubos vizinhos;
- Por fim para $Pt/d > 4,00$ ainda ocorre o desprendimento de vórtice porém se assemelhando mais um escoamento em cilindros isolados.

2.3. ESCOAMENTO SOBRE CILINDROS DISPOSTOS LADO A LADO

Um dos primeiros a estudar escoamento passando entorno de cilindros lado a lado foi Spivack (1946). O autor fez um trabalho experimental utilizando uma plataforma giratória onde um dos cilindros é fixo no centro e o segundo cilindro pode girar entorno do primeiro. O número de Re foi variado de $2,5 \times 10^4$ a $1,6 \times 10^5$ e foram postos dois cilindros lado a lado normais ao escoamento. O autor avaliou os efeitos da influência de um cilindro sobre o outro, para diferentes relações p/d , chegando as seguintes conclusões:

- I. Para $p/d < 1,1$ há um único desprendimento de vórtice onde o escoamento enxerga os cilindros como um único corpo rombudo;
- II. Quando $1,2 < p/d < 2$ há formação de duas esteiras características, esteira estreita, *narrow wake*, (NW) e esteira larga, *wide wake*, (WW). Os dois tipos de esteiras se formam e trocam de sinal e forma aleatória;
- III. Para $2,7 < p/d < 4$ as esteiras se comportam de forma espelhada, desprendendo vórtices de forma sincronizada;
- IV. Finalmente para $p/d > 4$ não há mais interação entre as esteiras ou a interação entre elas é pouco relevante.

A Figura 2.9 mostra as diversas topologias que foram investigadas tanto para arranjos de tubos quadrulares quanto triangulares (Zdravkovich, 1987).

2.4. INTERAÇÃO DAS ESTRUTURAS COERENTES EM ESTEIRAS DE CILINDRO

O processo de escoamento biestável também é alvo desta pesquisa. Durante os processos, formam-se esteiras estreitas e largas atrás de cada cilindro. No primeiro momento, a

esteira que está bem atrás de um cilindro se move atrás para o cilindro ao lado, cuja esteira era estreitamente larga. Essa troca ocorre ao longo do tempo e, cada modo, dura um curto período de tempo (de Paula, 2013 e Neumeister *et al.*, 2018).

Dois cilindros estão em uma zona de maior interação quando o espaçamento entre eles é $1,20 < p/d < 2,20$. Dentro desse espaçamento característico o escoamento começa a ter um comportamento biestável que é caracterizado por ser intermitente e aleatório. A biestabilidade em pares de cilindros pode ser observada quando no escoamento são formadas duas esteiras a jusante dos cilindros, uma esteira larga e uma esteira estreita. O comportamento das características aerodinâmicas atrás dos cilindros é fortemente influenciado pelo modo ao qual a esteira se encontra sendo que quando $p/d=1,50$ as interações são mais fortes. (Wang e Zhou, 2004)

A análise de ondaletas está sendo uma das técnicas mais utilizadas para determinação da biestabilidade em trabalhos experimentais, pois com ferramenta tem a capacidade de enxergar as trocas de sinal de velocidade e outras propriedades. Em 2005 Olinto (2005) fez um trabalho experimental estudando o escoamento transversal sobre dois cilindros lado a lado e em um banco de tubos em arranjo quadrado. O autor apresenta o espectro de potência a partir dos sinais de velocidade medidos por uma sonda de fio quente a jusante dos cilindros podendo assim identificar sinais de biestabilidade no escoamento. Outra observação foi que, mesmo ocorrendo o fenômeno da biestabilidade para o escoamento com dois corpos imerso, só houve uma frequência dominante para o desprendimento de vórtice.

Alam e Zhou (2007) apresentaram um estudo experimental sobre o comportamento do coeficiente de sustentação para um escoamento transversal em dois cilindros lado a lado para os espaçamentos $p/d=1,10$, $1,13$ e $1,20$ visando compreender como o modo da esteira afeta a propriedade aerodinâmica. Os autores utilizaram transdutores de pressão para medir a distribuição de pressão entorno dos cilindros e utilizaram a técnica de jato de óleo para visualização do escoamento. Os autores notaram que para $p/d=1,10$ e $1,20$ há formação de duas esteiras distintas e que o coeficiente de sustentação apresenta mudanças abruptas. Foi observado que para $p/d=1,10$ o escoamento já se torna biestável já mostrando regiões de separação bem definidas. Para $p/d=1,20$ a $2,00$ regiões de separação se tornaram mais sutis conforme a razão de espaçamento se aproxima de $2,00$. Porém em $p/d=1,20$ foram identificados dois modos predominantes do escoamento. Quando a razão de espaçamento chega $p/d=1,13$, ou autor mostrou que o escoamento apresenta um comportamento descontínuo, ora similar quando $p/d=1,10$, ora quando $p/d=1,20$, portanto apresentando 4 modos de biestabilidade.

Vagtinski (2008) em seu trabalho experimental teve como seu objetivo principal de investigar o fenômeno da biestabilidade em bancos de tubos em arranjo triangular submetidos e um escoamento cruzado em regime subcrítico. O trabalho também consistiu em investigar dois tubos dispostos lado a lado, três tubos e bancos de tubos em arranjo triangular variando de uma a cinco fileiras, aplicando um espaçamento $p/d=1,26$ e $1,60$, com Re variando de $1,85 \times 10^4$ a $2,98 \times 10^4$. Foi utilizado anemometria de fio quente para medir as flutuações de velocidade em um canal aerodinâmico e a visualização do escoamento. Em todos os arranjos o autor identificou o fenômeno da biestabilidade.

Gao et al. (2010) fizeram um trabalho experimental sobre um escoamento transversal a um par de cilindros de diâmetros diferentes em regime subcrítico usando a técnica de PIV. No trabalho experimental foram postos dois cilindros de diâmetros diferentes dispostos lado a lado a um escoamento transversal para diferentes três números de Reynolds, 1200, 2400 e 4800. A distância entre o centro dos cilindros, p , foi adimensionalizada pelo seu diâmetro, levando a três relações p/d , 1,2, 2,4 e 3,6. Os autores verificam que o fenômeno da biestabilidade ocorre quando a velocidade chega a um determinado limite fazendo assim a troca nas esteiras. Quando há mudança de direção do escoamento na fenda, a energia turbulenta é redistribuída formando um novo estado de equilíbrio logo caracterizando a mudança de modos nas esteiras. Os autores afirmam que conforme a um aumento do número de Reynolds o comprimento dos vórtices diminui. Além disso foram observados dois padrões assimétricos de esteiras que dependiam fortemente da relação de espaçamento p/d e que eram pouco influenciados pelo Re quando p/d equivale a 1,2.

Oruč et al. (2013) fizeram um trabalho experimental a fim de avaliar visualmente como as esteiras se comportam ao inserir uma placa entre elas. O trabalho utilizou as técnicas de jato de tinta e PIV em um canal com água com um escoamento transversal em regime subcrítico a dois cilindros de mesmo diâmetro. Os autores fizeram primeiramente o experimento utilizando apenas os dois cilindros e foi possível visualizar o fenômeno da biestabilidade com a formação da esteira larga e estreita. Após a colocação da placa entre os cilindros foi verificado que com a relação $S/d > 3,00$, assimetria das esteiras deixa de existir. Nesse trabalho S é o comprimento da placa e d o diâmetro do cilindro. Para $S=d$ e $S=2d$ o comportamento assimétrico entre as esteiras persiste pois a comprimento da placa ainda não é suficientemente grande para impedir a interação entre os vórtices.

Neumeister (2015) realizou um estudo numérico para investigar melhor o fenômeno da biestabilidade em um escoamento em regime turbulento e transiente a dois cilindros disposto lado a lado de mesmo diâmetro. A autora realizou uma comparação entre modelos *SAS-SST* e

LES (*Large Eddy Simulation*), para razões de espaçamento $p/d=1,26$ variando o número de Reynolds de $1,70 \times 10^4$ a $2,60 \times 10^4$. O estudo destaca os campos de velocidade, sinais de velocidade e avaliação dos coeficientes aerodinâmicos para fazer as comparações dos resultados obtidos. O estudo foi capaz verificar o fenômeno da biestabilidade para todos os modelos avaliados e destaca que a troca da forma das esteiras não ocorre de forma simultânea logo podendo haver momentos onde há formação de vórtices simétricos antes da troca. A autora observou que o escoamento que passa pela fenda inicialmente não é inclinado, portanto gerando vórtices simétricos antes da formação de esteiras assimétrica. A autora ainda avaliou que a formação das esteiras estreita (NW) e larga (WW) são fontes causadoras do descompasso na formação de vórtices. Por fim a autora ressaltou que a simulação em *LES* apresentou resultados com mais qualidade que a simulação em *SAS-SST*.

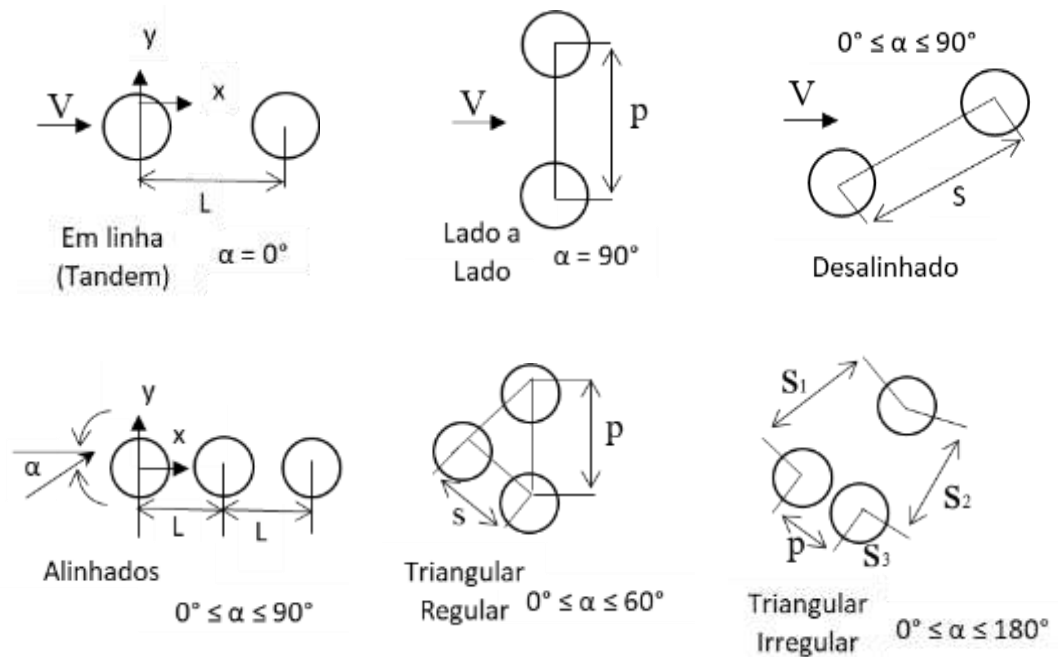


Figura 2.9 Topologias básicas para bancos de cilindros, adaptado Zdravkovich, 1987.

Em seu trabalho Bearman e Wadcok (1973), fizeram um estudo experimental de um escoamento transversal em regime subcrítico em cilindros de mesmo diâmetro dispostos lado a lado variando a razão de espaçamento δ/d onde δ é a distância entre as paredes dos cilindros e d é o diâmetro do cilindro. O trabalho fixa o número de Reynolds fixo em $2,50 \times 10^4$, o mesmo sendo dimensionado com base no diâmetro dos cilindros e a velocidade de entrada, e na viscosidade cinemática do fluido, foi mantida constante durante o experimento. Os autores mediram o coeficiente de arrasto, sustentação, coeficiente de pressão como função da posição angular e o número de Strouhal (St), ao final os resultados foram comparados com os valores

obtidos em um cilindro isolado submetido ao mesmo Re . Os autores observaram que quando o espaçamento entre os cilindros chega a 4 diâmetros de distância não há força de repulsão entre os cilindros, já quando os mesmos estão em contato, $\delta/d=0$, a força de repulsão entre eles é máxima. Os autores também perceberam que a frequência de desprendimento de vórtice é diferente para cada cilindro, quando a distância entre os cilindros, δ , é menor que 1 diâmetro. Os valores para o St , quando a distância entre os cilindros é menor que 1, varia 0,12 até 0,35 para os cilindros inferior e superior respectivamente. Quando a distância entre cilindros é maior que $1,2d$ os valores do St convergem para 0,21 tanto para o cilindro inferior quanto superior. Para um espaçamento entre 0,5 e 1,1 diâmetros de distância entre os cilindros, o St apresenta uma variação de 0,12 a 0,34.

Posteriormente Williamson (1985), fez um trabalho de visualização do desprendimento de vórtice para um escoamento em regime laminar em um par de cilindros dispostos lado a lado variando a relação de espaçamento δ/d . O número de Reynolds foi adimensionalizado com base na velocidade de entrada do sistema, U_∞ , e no diâmetro do cilindro. O método de visualização foi por injeção de jatos de tinta em um canal com água. O autor mostrou que quando a distância entre os cilindros, δ , é acima de 1 diâmetro o número de St começa a convergir para os mesmos valores que um cilindro isolado, St igual a 0,21. Para uma distância entre os cilindros variando entre 1 a 5 diâmetros de distância há interação entre as esteiras dos cilindros onde elas produzem ou vórtices em fase ou fora de fase e assim permanecem. Para $\delta < 1d$ os desprendimentos ocorrem com duas frequências dominantes por outro lado para $\delta > 5d$, a frequência dos desprendimentos bem como sua forma, se assemelham a cilindros isolados.

A técnica PIV (*Particle Image Velocimetry*) é uma das técnicas bastante difundida para visualização de escoamentos complexos. No trabalho de Sumner *et al.* (1999) os autores realizaram um trabalho experimental em regime subcrítico com número de Reynolds variando $500 < Re < 3000$ para uma relação de espaçamento $1,00 < p/d < 6,00$ utilizado PIV. A técnica PIV foi utilizada para determinar o ângulo de deflexão do jato central que passa por dois cilindros dispostos lado a lado a um escoamento transversal. Os autores realizaram o experimento com dois e três cilindros dispostos lado a lado com um escoamento transversal. O PIV mostrou que para $p/d < 1,20$, independentemente do número de Reynolds, o escoamento se assemelha ao de corpos rombudos e quando a relação de espaçamento passa a ser $p/d > 1,20$ o escoamento formou esteiras largas e estreitas. Para $1,20 < p/d < 3$ neste intervalo de espaçamento é onde o ângulo de deflexão do escoamento apresentou uma condição de simetria no jato central. Para a relação $p/d = 1,20$, houve a maior variação do deslocamento do jato central, indo de 5 a 30° de deflexão. Para $3 \leq p/d$ foi determinado que o ângulo de deflexão se

estabiliza em cerca de $2,50^\circ$. Os autores também observaram que o número de St foi de 0,21 para essa razão de espaçamento. O St se manteve constante em 0,21 para a razão de espaçamento $2,50 < p/d < 3,00$. Quando $p/d = 1,50$ o St apresentou frequências dominantes 0,06 e 0,34. Para essa razão de espaçamento, segundo os autores, houve uma maior interação entre os cilindros.

A utilização de técnicas de análise de sinal no domínio conjunto tempo-frequência como a técnica de ondaletas (*wavelets*) permite avaliar quando as esteiras estão com respeito a topologia de sua esteira, estreita ou larga. Quando dois cilindros estão na região de maior interação, $0,10 < \delta/d < 5,00$, o escoamento tende a ter um comportamento tendencioso para formação de esteira larga e estreita atrás de um dos cilindros de forma aleatória (Alam *et al.*, 2003). Alam e seus colaboradores fizeram um estudo experimental sobre o escoamento em regime subcrítico atrás de dois cilindros dispostos lado a lado medindo características aerodinâmicas dos cilindros onde δ é a distância entre as paredes do cilindro e d é o diâmetro dos cilindros. O estudo mostrou que para diversas razões de espaçamento onde $\delta/d < 3$, os coeficientes médios de arrasto e sustentação assumem valores distintos em ambos os cilindros. Quando $\delta/d > 3$ o valor do C_d se mantém em 0,30 a 1,30 para os cilindros inferior e superior respectivamente. Com relação a frequência de desprendimento de vórtice o estudo concorda com os resultados encontrados com Bearman e Wadcock (1973) que mostraram que para uma razão $\delta/d < 1,00$ o número de Strouhal varia para cada cilindro. Porém a partir de $\delta/d > 1,00$ o número de Strouhal se assemelha ao de um cilindro isolado. A Figura 2.10 mostra a topologia da esteira larga e estreita.

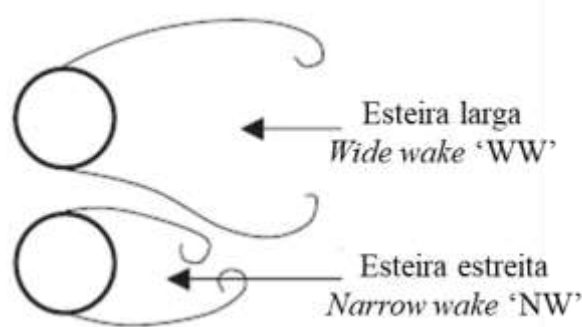


Figura 2.10 Esteira estreita e larga, adaptado Afgan, et al., 2011.

Com o objetivo de determinar os tipos de topologia de esteira formadas atrás de cilindros dispostos lado a lado Kang (2003), realizou um trabalho numérico onde avaliou os coeficientes arrastos, sustentação, número Strouhal, além de utilizar técnicas de visualização das esteiras. O autor avalia um escoamento em duas dimensões (2D) utilizando o método das fronteiras imersas, em regime laminar onde o número de Reynolds varia de 40 a 160. Os cilindros foram

dispostos lado a lado onde o espaço entre eles δ , que representa a distância entre os cilindros, foi variando 0,20 a 5,00 diâmetros de distância. O autor mostrou que a formação das esteiras é fortemente ligada ao número de Reynolds e ao espaçamento entre os cilindros, sendo este último o fator de maior impacto. Para mostrar isso o autor fixou o número de Reynolds e só alterou o espaçamento entre os cilindros. Ele notou as seguintes topologias para a esteira: sincronizados fora de fase, sincronizados em fase, movimento de desprendimento alternado de vórtice comumente chamado na literatura de ‘*Flip-Flop*’, comportamento de corpo rombudo e esteiras isoladas. A Figura 2.11 mostra os tipos de esteira encontradas no trabalho de Kang (2003), para os diferentes valores δ e Re .

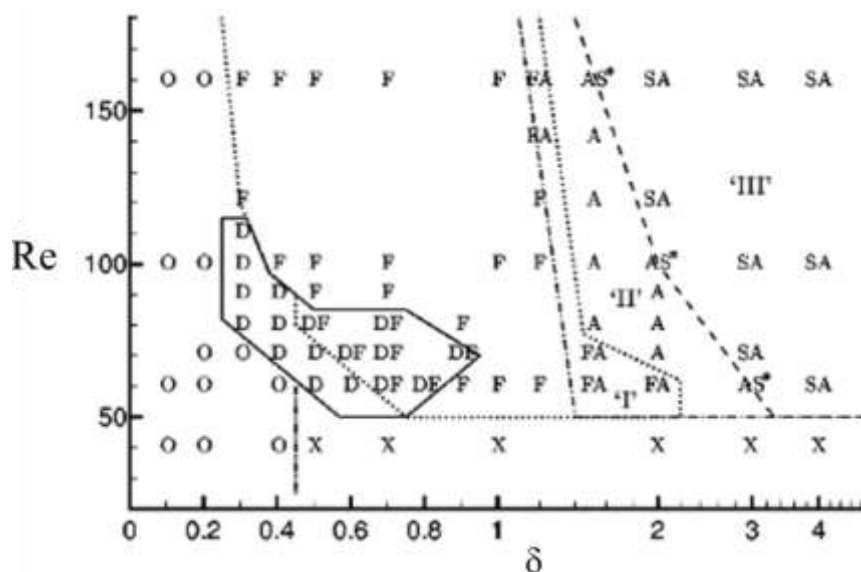


Figura 2.11 Comportamento da esteira variando o Re e o δ , adaptado Kang, 2003, onde; S(---) sincronizado fora de fase; A(— · —) sincronizados em fase; F(····) movimento (Flip-Flop); O(— · · —) corpo rombudo; D(—) comportamento de deflexão; X comportamento isolado. A denotação “*” denota estados transitórios.

Um ano depois Wang e Zhou (2004) realizaram um trabalho experimental do escoamento transversal sobre dois cilindros disposto lado a lado variando a razão de espaçamento entre eles p/d onde, p é a distância entre o centro dos dois cilindros e d o diâmetro dos cilindros. O regime do escoamento foi o subcrítico e como técnica experimental, os autores utilizaram visualização a laser, bem como sondas de fio quente para observar a dinâmica da formação das estruturas coerentes. A razão de espaçamento variava de $1,20 < p/d < 2,00$. Os autores concluíram que para $p/d > 2,00$ as frequências de desprendimento de vórtice são compatíveis com as de cilindros isolados. Para $p/d < 1,20$ há geração de uma única esteira devido ao espaço entre os cilindros, pois o escoamento enxerga os cilindros como um corpo rombudo. Para a região de maior interação onde $1,20 < p/d < 2,00$ foi observado que há a formação de uma esteira larga e estreita ao longo dos cilindros mostrando que o comportamento descrito por Williamson (1985).

Para investigar não somente cilindros lado a lado Sumner *et al.* (2005) fizeram um trabalho de revisão e investigação. O trabalho experimental verificou os coeficientes médios de arrasto e sustentação e o número de Strouhal de dois cilindros de mesmo diâmetro. O trabalho variou o ângulo entre os cilindros usando uma plataforma giratória e a também variou a relação de espaçamento p/d , que variou de $1,125 < p/d < 4,00$, o número de Reynolds varreu valores de $3,20 \times 10^4 < Re < 7,40 \times 10^4$. Os autores determinaram que o número de Strouhal variou de forma pouca significativa sendo pouco influenciado pela razão p/d ou ao ângulo entre os cilindros. Já os coeficientes de arrasto e sustentação se mostraram mais sensíveis as variações de α e as distâncias adimensionais p/d . Para razões de espaçamento $p/d < 1,25$ as forças de arrasto e sustentação mostram pouca variação à mudança do ângulo entre os cilindros, e o comportamento do escoamento se aproximou a um comportamento entorno de um corpo rombudo. Para o intervalo de espaçamento $1,50 < p/d < 2,50$ foi a razão de espaçamento para qual determinados valores de α o número de Strouhal alcançou seu maior valor de 0,19 e 0,37 St para os cilindros inferior e superior, respectivamente. Os coeficientes de sustentação variam de 0 até 0,5 e o coeficiente de arrasto variou de 1,00 até 1,35, portanto mostrando assim como o ângulo entre os cilindros impacta nos coeficientes aerodinâmicos para a razão espaçamento de $1,50 < p/d < 2,00$. Para $p/d = 3,00$ e $4,00$ os cilindros que comportaram como cilindros isolado tendo pouca ou nenhuma interação entre eles.

A fim de investigar a transferência de calor entre cilindros Giacomello (2006) fez trabalho numérico onde fixou o número de Reynolds em 300 e o número de Prandl (Pr) igual a 1 para dois cilindros dispostos lado a lado de mesmo diâmetro. O autor utilizou o método numérico das fronteiras imersas para solucionar o problema. O estudo mostrou que para qualquer distância entre os cilindros que seja $p/d > 4$, os vórtices se desprendem em oposição de fase e sincronizados. Já para razões de espaçamento $p/d = 1$ e $p/d = 2$, o escoamento se torna assimétrico e biestável mostrando uma variação no ângulo do jato central que passa entre os cilindros tendo um comportamento aleatório. Outra observação foi que os coeficientes de arrasto e sustentação são inversamente proporcionais a separação entre os cilindros. Por fim, o trabalho mostrou que o processo de desprendimento de vórtice tem grande influência na transferência de calor. A Figura 2.12 mostra o um desenho esquemático de quando os vórtices estão se desprendendo em fase ou fora de fase como encontrados no trabalho do autor.

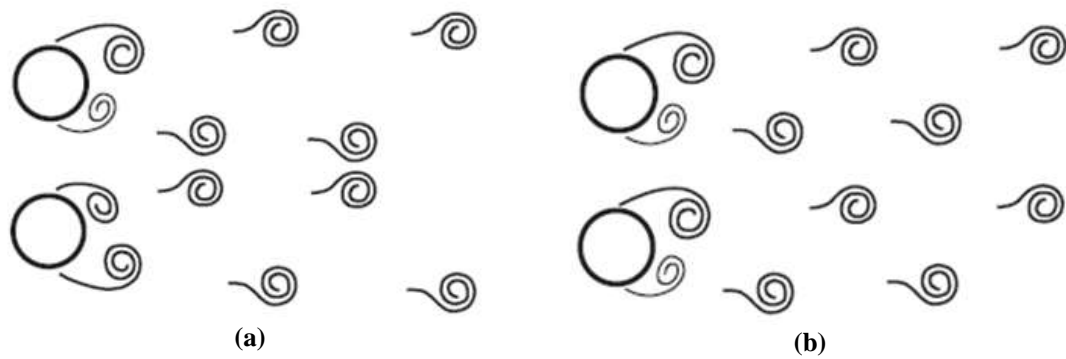


Figura 2.12 Modos de desprendimento de vórtice, adaptado Alam et al., 2003. a) Vórtices fora de fase. b) Vórtices em fase

A razão de espaçamento, o número de tubos e orientação dos mesmos são fatores que impactam fortemente na magnitude da interferência que um cilindro irá causar nos demais. Sumner (2010) fez uma revisão sobre o escoamento transversal entre dois cilindros de mesmo diâmetro e de comprimento infinito desde o regime laminar até o regime transcrito. Mostrando diversos estudos experimentais, as características aerodinâmicas como comportamento e estruturas das esteiras e os efeitos das forças de sustentação arrasto e número de Strouhal. Os resultados mostraram que para cilindros quando lado a lado, independentemente, do número de Reynolds, existem três tipos de configurações que a esteira pode assumir;

- Para um espaçamento $p/d < 1,10$ a esteira se forma como se tivesse passando por um corpo rombudo;
- Quando a razão de espaçamento $1,10 < p/d < 2,20$ apresentam um comportamento de esteira estreita (NW) e esteira larga (WW);
- Para $p/d > 2,20$ há uma fraca interação entre os cilindros fazendo que as esteiras tenham comportamento semelhante a de cilindros isolados.

Com o objetivo de investigar os efeitos tridimensionalidade do escoamento passando por cilindros, Afgan *et al.* (2011) realizaram um trabalho numérico onde os autores simularam um escoamento passando por um cilindro isolado e depois passando por dois cilindros lado a lado em um escoamento transversal em regime subcrítico. Os autores utilizaram o modelo dinâmico LES (*Large Eddy Simulation*), e fixaram o número de Reynolds em 3900, baseado no diâmetro do cilindro e na velocidade da corrente livre do escoamento para simulação com o cilindro isolado. Para as razões de espaçamento $1,00 < \delta/d < 5,00$ onde δ é a distância entre as paredes dos cilindros e d é o diâmetro do cilindro. Primeiramente os autores avaliaram os coeficientes de arrasto, sustentação e pressão (C_p), número de *Strouhal* e ângulo de descolamento da camada limite dessa forma eles validaram o método de simulação para caso com apenas um cilindro isolado. Os autores também mostraram os ângulos nos quais a camada

limite se separou e os pontos de estagnação nos cilindros conforme foi variando o δ/d . Tanto o ângulo de separação da camada limite tanto o ângulo de estagnação foram avaliados quando o escoamento atrás dos cilindros está com a topologia de esteira larga (WW) e esteira estreita (NW). Independente da razão δ/d e adotando que o ponto paralelo do cilindro ao escoamento sendo o ângulo 0° , durante a topologia WW o ângulo de separação foi de cerca de 82° e para a topologia NW o ângulo de separação foi entorno de 100° . Os autores mostram que quando as esteiras trocam de modo os coeficientes aerodinâmicos mudam de valores de forma inversamente proporcional para ambos cilindros. Logo, quando há uma queda no valor de um dos cilindros o outro também sofre uma queda. Os autores também mostraram que para o intervalo de espaçamento $1,25 < \delta/d < 1,75$ há maior interação entre os cilindros e estes aparentando um processo de troca de topologia no formato das esteiras de forma intermitente e de duração aleatória. Para um espaçamento $\delta/d=1,00$ o escoamento se comporta como de um corpo rombudo e autores notaram que para $\delta/d>3,00$ a formação das esteiras bem como seu comportamento é independente. O comportamento da interação entre as esteiras pode ser observado na Figura 2.13 onde são mostrados as linhas de corrente passando entorno dos cilindros para cada uma das três zonas interação.

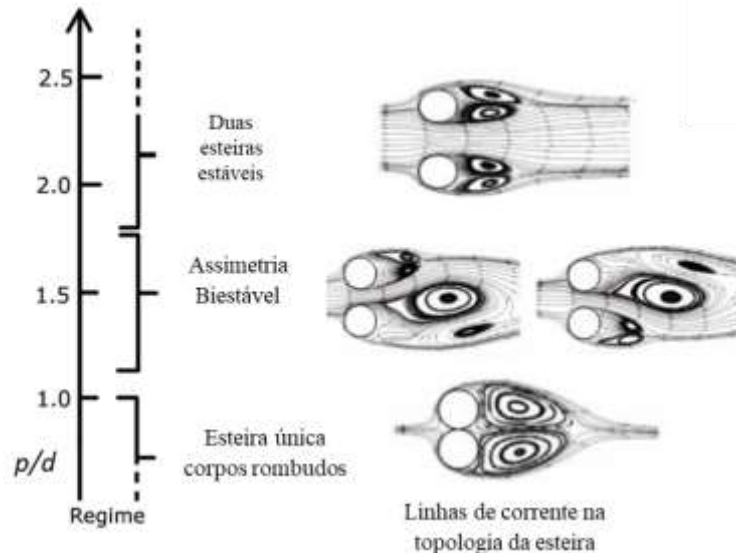


Figura 2.13 Comportamento da esteira para diversas razões de espaçamento p/d , adaptado Afgan, et al., 2011.

Bao *et al.* (2013) realizaram um trabalho numérico 2D de um escoamento transversal sobre dois cilindros de mesmo diâmetro que oscilavam. Para esse trabalho os autores variaram o número de Reynolds de 300 a 1000 e variando a razão de espaçamento p/d . Foi avaliado os coeficiente de arrasto e sustentação em ambos cilindros de forma simultânea, bem como seus valores médios para cada caso simulado. Isocontorno de vorticidade e linhas de corrente também foram alvo da avaliação dos autores para razões de espaçamento $1,20 < p/d < 5,00$. O

estudo mostrou que a razão p/d tem grande influência no coeficiente de arrasto, porém para o coeficiente de sustentação o espaçamento parece ter pouca influência em seu valor. O estudo também mostrou que a vibração irregular também afeta os coeficientes de arrasto e sustentação e o comportamento das esteiras são minimamente influenciados pela vibração dos cilindros.

Pang *et al.* (2016) realizou um estudo numérico utilizando o método de vórtice, onde foi fixado o número de Reynolds em $6,00 \times 10^4$ e foi variado a razão de espaçamento p/d . O trabalho mostrou que $p/d=1,20$ as esteiras têm um comportamento em regime assimétrico, para $1,20 < p/d < 2,60$ as esteiras assumem comportamentos em fase, fora de fase e dessincronizadas de forma intermitente e aleatória. Portanto nessa zona, os vórtices se desprendem em fase por um determinado tempo e de forma aleatória trocam de sinal mantendo um regime fora de fase por um tempo indeterminado. Para $p/d > 2,50$ o número de Strouhal para ambos cilindros converge para o mesmo valor de 0,20 e para os coeficientes de pressão na superfície dos cilindros tem comportamento semelhante ao comportamento de um cilindro isolado. Já para razões de espaçamento $p/d > 2,60$ cada cilindro tem seu valor independente em relação ao número de Strouhal, dependendo do espaçamento até três frequências dominantes podem surgir. Para $1,10 < p/d < 2,00$, espaçamento em que há uma grande interação entre os cilindros, o coeficiente de pressão entorno dos cilindros apresenta comportamento semelhante para ambos. O coeficiente de sustentação médio, bem como o coeficiente de arrasto, não apresenta variação significativa a mudança de modos da esteira a jusante dos cilindros, ou seja, a formação de esteiras largas e estreitas não influenciava nessas grandezas. Os autores visualizaram que em um determinado momento o comportamento de troca de sinais foi interrompido por alguns instantes indicando uma possível biestabilidade.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, pretende-se apresentar as equações governantes utilizadas para resolver o problema proposto dando uma breve introdução sobre turbulência. Também serão apresentadas as equações de transporte utilizadas para alguns modelos de turbulência dando ênfase no modelo k- ω SST, que foi o modelo de turbulência utilizados neste trabalho. Descrições mais detalhadas dos modelos citados neste trabalho podem ser encontradas nos trabalhos em Menter (1994) e Freire *et al.*(2002).

3.1. EQUAÇÕES GOVERNANTES

De forma geral todo escoamento seja ele laminar ou turbulento é governado pelas equações de Navier-Stokes. As Equações (3.1) e (3.2) apresentam na forma inicial as equações de conservação de massa e conservação da quantidade de movimento linear, respectivamente. (Freite *et al.*, 2002)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.2)$$

onde ρ é a massa específica do fluido, ν é a viscosidade cinemática do fluido, u_i é a componente da velocidade na forma indicial, x_i é a componente da coordenada espacial na forma indicial e t é o tempo.

3.2. TURBULÊNCIA

Apesar de muito se tentar ainda não há uma definição universal para o fenômeno da turbulência que seja apropriado para todo e qualquer problema tanto prático quanto teórico. Pope (2000) sugere que, enquanto não há uma forma geral para definir turbulência ao aplicar modelos de solução, os mesmo devem ser aplicados a fim de resolver problemas específicos para cada área de interesse levando sempre em conta suas limitações. A maioria dos regimes de escoamentos, em problemas práticos, são turbulentos e em linhas gerais a turbulência pode ser caracterizada por flutuações irregulares de velocidade, temperatura e outros escalares que se sobrepõem aos valores médios do escoamento principal, (Schlichting, 1974).

Apesar da falta de consenso para definição da turbulência Tennekes e Lumley (1972), Silva *et al.*(2002) e Silvestrini e Möller, (2004) destacam em seus trabalhos as seguintes características da turbulência:

- I. Turbulência ocorre apenas com alto número de Reynolds. Esta característica pode ser interpretada a relação aos efeitos convectivos e os efeitos difusivos envolvidos num dado escoamento. Os efeitos convectivos injetam instabilidades ao escoamento favorecendo as instabilidades e perturbações no escoamento, em contra partida efeitos difusivos atuam no papel de amortecer as instabilidades ordinárias no escoamento;
- II. A turbulência somente ocorre quando há algum nível de rotação no escoamento. A rotação do escoamento ocorre devido a uma gama de fontes de instabilidades as quais o escoamento é submetido como vibrações, velocidade do fluido e entre outros fatores, portanto causando o aumento da energia turbulenta. Por conta dessas fontes de instabilidade são criados mecanismos de transição a turbulência que tem relação com a geração de vorticidade;
- III. É um fenômeno altamente dissipativo, favorecendo a difusão e mistura de energia, massa e quantidade movimento, necessitando de alimentação constante de energia para que continue existindo, pois caso o contrário, as forças viscosas consomem rapidamente a energia turbulenta. Isso se deve ao fato de partículas de alta energia cinética, entram em contato com partículas de baixa energia cinética. Por consequência desse fato há uma geração de altos gradientes de potenciais associados, acelerando de forma significativa a difusão molecular;
- IV. Turbulência tem seu comportamento dinâmico altamente sensível às condições iniciais que lhe são impostas. Portanto o conjunto de estados que serão adquiridos pelo sistema será afetado por valores finitos quando ele é perturbado inicialmente por excitações infinitesimais. Esse processo perpetua e amplifica perturbações inicialmente ínfimas, mas que determinam instabilidades de naturezas diferentes como fases, frequências e posições. Portanto a imprevisibilidade é uma característica inerente da turbulência na qual pode ser modelada utilizando modelos matemáticos e estáticos a fim de amortizar as fontes de instabilidade bem como suas interferências das mais diversas formas. Logo a turbulência é vista como um fenômeno randômico do qual parte dele pode ser expresso apenas por ruídos que são injetados no sistema pelas mais diversas fontes e a outra parte composta pelas grandes escalas do escoamento.

Mesmo o escoamento turbulento tendo como característica principal seu estado caótico, alguns padrões podem ser identificados. Esses padrões podem ser observados pelo surgimento de vórtices, também denominados estruturas coerentes. A presença de uma grande quantidade de estruturas coerentes de forma periódica é o que forma um “padrão” em meio ao caos do escoamento. Vale salientar que a turbulência se manifesta de forma proporcional as macro

escalas características do mesmo, portanto quanto maiores são as escalas do escoamento maior será o tamanho das macro escalas da turbulência (Souza et al., 2011).

Grandes estruturas coerentes são fortemente influenciadas pela geometria do escoamento e da maneira que os mesmos são gerados, portanto possuem características anisotrópicas. Conforme o escoamento acontece grandes vórtices são formados drenando energia do escoamento principal, que por sua vez geram pequenos vórtices que drenam energia dos vórtices maiores assim repetidamente até o ponto que a energia se dissipa na forma de calor. Esse comportamento foi descrito por Kolmogorov em 1941 onde há a continua de transferência de energia em forma de "cascata", em que a energia é dissipada das grandes estruturas até as pequenas estruturas. Devido as tensões viscosas o escoamento busca um estado de equilíbrio onde a energia turbulenta é dissipada na forma de calor (Schwind, 1980).

Do ponto de vista experimental a turbulência vem sendo estudada desde o século XIX. Atualmente há uma enormidade de técnicas e equipamentos capazes de medir e visualizar algumas propriedades do escoamento como anemometria de fio quente e laser, LIF (*Laser Induced Fluorescence*), PIV (*Particle Image Velocimetry*) e etc.

Já a abordagem analítica se limita a problemas aonde não há uma grande complexidade geométrica, limitando, muitas vezes, a problemas entre placas planas escoamentos internos. Essa dificuldade se dá pela complexidade das equações bem como uma série de condições de contorno que restringem os problemas de serem abordados de maneira mais apropriada.

Por sua vez a simulação numérica, que vem ganhando cada vez mais espaço desde a década de 1970, tem se tornando cada vez mais barata e rápida, muito devido a capacidade computacional e seu relativo baixo custo. A abordagem numérica tem a capacidade de resolver problemas de maior complexidade que uma abordagem analítica. Também permite visualizar e medir uma gama de variáveis de forma simultânea, levando assim um vantagem, em alguns casos, a abordagem experimental. Como há vários modelos numéricos que podem ser aplicados em uma gama de situações, os modelos por sua vez procuram resolver problemas de escoamento turbulento atendendo a uma série de condições. Algumas abordagens numéricas existentes para resolver escoamentos turbulentos são citadas abaixo (Sparlat, 2000):

- Decomposição de Reynolds (RANS – *Reynold Averaged Navier-Stokes* e URANS – *Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*);
- Metodologia híbrida (Utilização conjunta da decomposição de Reynolds e grandes escalas);
- Simulação numérica de grandes escalas (LES – *Large Eddy Simulation*);

- Simulação numérica direta (DNS – *Direct Numerical Simulation*).

Os exemplos de escoamento encontrados na natureza e no cotidiano em geral são complexos e difíceis de estudar. Por meio da formulação da relação entre as tensões internas e taxas de deformação de um fluido Isaac Newton (1643-1727) mostrou que alguns fluidos são estruturas simples em sua constituição.

Após mais de um século depois de Isaac Newton uma formulação matemática fundamental que descrevia o movimento dos fluidos newtonianos foi formulado por Claude-Louis Navier (1785-1836) e George G. Stokes (1819-1903), ficando conhecido como as equações de Navier-Stokes (*N.S.*). Apesar de abranger de forma genérica os campos de velocidade e pressão ainda apresentam algumas limitações que podem ser observadas ao realizar simulações diretas de escoamentos turbulentos. A partir dos estudos feitos por George G. Stokes (1819-1903), que ao dividir em componentes médias e flutuantes, as equações de *N.S.* deu origem a decomposição de Reynolds.

Como consequência dessa nova formulação é possível agora descrever matematicamente os efeitos em um campo dado por valores médios do escoamento e seus efeitos flutuantes de forma isolada, porém levando também a novas variáveis. O surgimento de novas variáveis superando o número de equações, resultou em um problema matematicamente indeterminado, levando assim ao problema clássico de fechamento da turbulência.

3.3. DECOMPOSIÇÃO DE REYNOLDS

A aproximação RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) parte da ideia da decomposição de Reynolds, que divide o campo do escoamento em um campo médio e outro flutuante. Para uma variável genérica (h) tem-se:

$$h = \bar{h} + h' \quad (3.3)$$

Essa ideia é aplicada as equações de balanço de massa e quantidade de movimento conjuntamente a um filtro temporal. A hipótese consiste em transformar as variáveis de um escoamento em uma superposição entre quantidades médias e flutuantes dessas variáveis. A tomada da média temporal pode ser feita da seguinte maneira:

$$\bar{h} = \frac{1}{\Delta t} \int_{-t}^t h(t) dt \quad (3.4)$$

Aplicando a hipótese da decomposição de Reynolds na equação da continuidade e tomando a média, tem-se a equação da continuidade filtrada a partir da substituição da Equação (3.1):

$$\frac{\partial(\bar{\rho})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}u_i + \overline{\rho'u'_i})}{\partial x_i} = 0 \quad (3.3)$$

Por fim considerando que o escoamento é incompressível e sua massa específica constante, a equação da continuidade implica que:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.4)$$

$$\rho = \bar{\rho} \quad (3.5)$$

$$\rho' = 0 \quad (3.6)$$

Aplicando a decomposição de Reynolds, considerando o escoamento incompressível e a Equação (3.4) tem-se que a média da flutuação da velocidade é nula como visto a seguir:

$$\frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.7)$$

Aplicando a decomposição de Reynolds na equação da quantidade do movimento linear Equação (3.2) e considerando as mesmas propriedades para obter a Equação (3.3) e ao agrupar o termo $\overline{u'_i u'_j}$ ao termo difusivo, tem-se a seguinte equação:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (3.8)$$

Após aplicar a decomposição de Reynolds e obter as Equações (3.3) e (3.8) tem-se um sistema de equações que não tem solução, pois há 4 equações (três componentes da equação de Navier-Stokes e a equação da continuidade) e 10 variáveis (a pressão, três componentes da velocidade e seis tensões de Reynolds).

O desequilíbrio entre variáveis nas equações da continuidade e balanço de quantidade de movimento é causado pela inserção do tensor de Reynolds ($-\overline{\rho u'_i u'_j}$). Portanto este deve ser modelado a fim de resolver este problema. Para resolver qualquer problema que envolva um escoamento turbulento é, então, necessário providenciar um novo conjunto de equações que relacione as grandezas médias as grandezas instantâneas. Há duas formas de modelagem, a primeira considerando constantes obtidas de forma experimental e aplicá-las nos modelos de turbulência chamada de modelagem constitutivas. A outra forma de modelagem chamada de evolutiva utiliza formas analíticas aplicada nas equações de Navier-Stokes (Freire *et al.*, 2002).

O tensor de Reynolds é uma incógnita a mais no problema passível de uma equação de transporte para descrevê-lo. Porém para um escoamento turbulento cada instabilidade é composta por outras instabilidades nas quais o comprimento de onda é menor do que as

primeiras. Portanto, para cada vez que há uma solução para uma determinada escala do problema são inseridos mais variáveis devido uma escala menor do problema. Esse procedimento de obtenção de novas relações funcionais onde a cada nova solução novas variáveis surgem é chamado de “problema do fechamento de Reynolds”

3.4. HIPÓTESE BOUSSINESQ

A hipótese de Boussinesq propõe que a transição para que o escoamento passa do regime laminar para turbulento haja um aumento nos coeficientes de atrito do fluido (Souza *et al.*, 2011). É aplicado quando se considera que os fenômenos de transferência de quantidade de movimento molecular e turbulento se processem de modo análogo. É sugerido a criação de um novo coeficiente de atrito denominado atrito interno, sendo este uma grandeza que depende linearmente apenas do gradiente de velocidade médio do escoamento. Logo, esse atrito interno gera um campo de tensões que varia conforme uma variável chamada de viscosidade turbulenta ν_t , portanto o tensor de Reynolds pode ser expresso da seguinte forma:

$$\tau_{ji} = -\rho \overline{u_i u_j} = -\rho \begin{pmatrix} \overline{u^2} & \overline{uv} & \overline{uw} \\ \overline{vu} & \overline{v^2} & \overline{vw} \\ \overline{wu} & \overline{wv} & \overline{w^2} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

onde, τ_{ij} é conhecido com Tensor de Reynolds e surge da decomposição de Reynolds dos termos não lineares das equações de Navier-Stokes. Os elementos da diagonal principal representam componentes de tensão normal e os demais termos representados as tensões cisalhantes. Aplicando a hipótese de Boussinesq, corrigida por Komolgorov (1942), tem-se:

$$\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \rho \quad (3.10)$$

onde, δ_{ij} é o delta de Kronecker e já contém o termo da energia cinética turbulenta e μ_t é a viscosidade turbulenta. A energia cinética pode ser escrita da seguinte maneira:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} = \frac{1}{2} \left(\overline{u_i^2} + \overline{u_j^2} + \overline{u_k^2} \right) \quad (3.11)$$

Para um problema isotrópico os termos u_i , u_j e u_k da Equação (3.11) são iguais entre eles logo pode-se escrever a equação da seguinte maneira:

$$k = \frac{3}{2} \overline{u_i^2} \quad (3.12)$$

Substituindo as Equações (3.11) e (3.10) na Equação (3.8) chega-se a seguinte equação:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right] \quad (3.13)$$

Rearranjando os termos da Equação (3.13) tem-se:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}^*}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.14)$$

onde, \bar{P}^* é a pressão modificada e é definida na seguinte forma:

$$\bar{P}^* = \bar{P} + \frac{2}{3} k \quad (3.15)$$

onde, k é a energia cinética turbulenta.

3.5. MODELAGEM MATEMÁTICA DA TURBULÊNCIA

3.5.1. Modelo de turbulência k-ε

O modelo utiliza duas equações de transporte da energia cinética turbulenta, k, e a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa ε. O modelo chamado de modelo k-ε foi desenvolvido por Laufer e Spalding, 1972-1974. O modelo parte das equações de Navier-Stokes onde se pode obter k a partir da contração da equação de transporte de tensor de Reynolds, quando aplicado a condição i=j.

$$k = \frac{\overline{u_i u_i}}{2} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + C_k = D_k + P + \varepsilon \quad (3.17)$$

onde,

$$C_k = U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (3.18)$$

$$D_k = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left[u_j \left(\frac{u_i u_i}{2} + \frac{p}{\rho} \right) - \nu \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.19)$$

$$P_k = -u_i u_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (3.20)$$

$$\varepsilon = -\nu \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)} \quad (3.21)$$

Os termos a direita da Equação (3.17) denotam a taxa de variação local e transporte por convecção de k respectivamente.

O termo D_k representa o transporte de k por difusão, somente transferindo energia de uma posição para outra no escoamento. O termo de produção P_k representa a taxa de transferência de energia do escoamento médio para mecanismo da turbulência. Por último o termo ε é interpretado como sendo a taxa de dissipação viscosa da energia turbulenta.

O conceito de cascata de energia possibilita relacionar a dissipação de energia nas pequenas escalas as grandes escalas turbulentas (Freire *et al.*, 2002). E assumindo que os valores ε e k como base para definir as escalas de velocidade e comprimento U e H respectivamente, representam as grandes escalas da turbulência, temos que:

$$U = k^{1/2} \quad (3.22)$$

$$H = \frac{1}{\varepsilon} k^{3/2} \quad (3.23)$$

onde, H é um comprimento característico. A viscosidade turbulenta pode ser expressa da seguinte forma:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.24)$$

Por fim a formulação do modelo $k-\varepsilon$ pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + \left[\nu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] - \varepsilon \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left[\nu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.26)$$

onde: $\sigma_k = 1,00$, $C_{\varepsilon 1} = 1,44$ e $C_{\varepsilon 2} = 1,92$ são constantes obtidas de forma experimental a fim de poder resolver basicamente dois fatores no escoamento: a camada logarítmica e o decaimento de turbulência homogênea isotrópica.

O modelo se mostrou eficaz para avaliar escoamentos externos para altos números de Reynolds. Porém não se tem mostrando eficaz para resolver escoamentos cisalhantes livres e esteiras. O modelo possui grande deficiência em resolver problemas envolvendo corpos rombudos não conseguindo lidar com gradientes adversos de pressão e a produção de energia cinética tende a ser maior que sua dissipação.

3.5.2. Modelo de turbulência $k-\omega$

O modelo $k-\omega$ foi desenvolvido por Kolgomorv, 1942. Adiciona-se um termo a equação de transporte para a energia cinética turbulenta, acrescentado um segundo parâmetro a taxa de dissipação de energia por unidade de volume e tempo, ω , que pode ser expresso da seguinte forma:

$$\omega = c \frac{k^{1/2}}{H} \quad (3.27)$$

onde, c é constante, k é energia cinética turbulenta e H é um comprimento característico. Wilcox, em 1998, apresentou uma forma extensa do modelo sendo chamado de versão padrão do modelo $k-\omega$.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + \alpha_1 \frac{\omega}{k} \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] - \beta_{\omega 1} \omega^2 \quad (3.28)$$

onde: $\alpha_1 = 5/9$, $\beta_{\omega 1} = 3/40$ e $\sigma_{\omega 1} = 2,00$ são constantes obtidas de forma experimental.

3.5.3. Modelo de turbulência $k-\omega$ SST

O modelo *Shear-Stress Transport* ($k-\omega$ SST) foi desenvolvido por Menter(1994). É um modelo que utiliza o modelo $k-\omega$ nas regiões próximas as paredes e para as regiões mais distantes usa o modelo $k-\varepsilon$. O modelo $k-\omega$ SST faz uso de uma função de mistura, F_1 , que quando em regiões afastadas das parede assume valor igual a 0 e o modelo $k-\varepsilon$ é ativado, nas regiões próximas as paredes o modelo $k-\omega$ é ativado e a função de mistura passa a valer 1. A formulação do modelo é apresentada a seguir:

$$\rho \left(\frac{\partial k}{\partial t} + u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) = \tilde{P}_k - \beta^* k \omega \rho + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \quad (3.29)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) = \alpha \rho S^2 + -\beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_{\omega} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1-F_1) \rho \sigma_{\omega 2} + 1 \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (3.30)$$

onde a função de mistura F_1 e pode ser expressa da seguinte forma:

$$F_1 = \tanh \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right); \frac{4 \sigma_{\omega 2} k}{CD y^2} \right] \right\}^4 \quad (3.31)$$

e,

$$CD = \max \left(2 \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-20} \right) \quad (3.32)$$

$\beta^* = 0,09$, $\beta_2 = 0,0828$, $\alpha_2 = 0,31$, $\sigma_{k2} = 1,0$ e $\sigma_{\omega 2} = 1,168$ são termos constantes,

são termos fonte, P_k é o termo de geração de turbulência devido as forças viscosas. O termo viscosidade turbulenta, ν_t no modelo é expressa da seguinte maneira:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (3.33)$$

Onde, o termo \mathbf{S} da Equação (3.33) representa a invariante da taxa do tensor de deformação e é dado por $\mathbf{S} = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$, por fim o termo F_2 é uma segunda função de mistura que é expresso da seguinte forma:

$$F_2 = \tanh \left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \quad (3.34)$$

Em ambas as funções de mistura, F_1 e F_2 , tem sua formulação baseada na distância entre as proximidades de uma superfície e as propriedades do escoamento. O modelo acaba por ter a capacidade de resolver adequadamente escoamentos com gradientes adversos de pressão, podendo assim ser usado para avaliar a subcamada viscosa e se mostrando pouco sensível a grandezas turbulentas na corrente livre, portanto se mostrando um modelo adequado para simular escoamentos externos, porém isotrópico.

O termo P_k é utilizado pelo modelo como um limitador de produção e tem como objetivo evitar o crescimento da turbulência em regiões de estagnação:

$$P_k = \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.35)$$

$$\tilde{P}_k = \min(P_k, 10 \cdot \beta^* \rho k \omega) \quad (3.36)$$

4. METODOLOGIA NUMÉRICA

Para alcançar os objetivos deste trabalho foram avaliados os coeficientes de arrasto (C_d), sustentação (C_L), pressão (C_p) e tensão cisalhante adimensionalizada (τ^*) bem como os sinais de velocidade e os campos de velocidade do escoamento e pressão entorno dos cilindros. A Figura 5.1 (a) mostra a orientação e a direção do ângulo (θ) em torno dos cilindros. Já a Figura 5.1 (b) mostra o posicionamento das sondas onde foram adquiridos os sinais das componentes u e v da velocidade. O posicionamento das sondas foi escolhido conforme os trabalhos de Vagtinski (2008), Lopez (2014) e Neumeiter (2015).

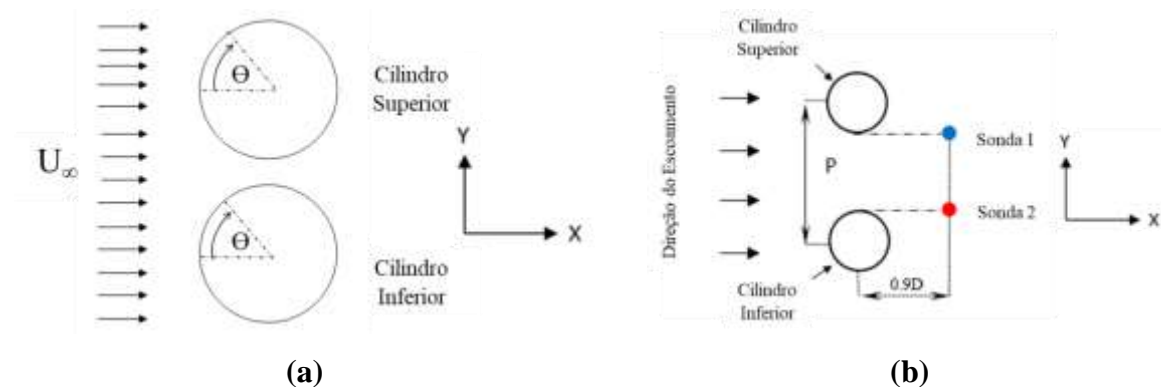


Figura 4.1 a) Ângulo de ataque do escoamento. b) Posicionamento das sondas

O escoamento demora um certo período de tempo para cruzar todo o domínio na direção x , esse período de tempo é denominado tempo convectivo, t_c , que pode ser expresso da seguinte forma:

$$t_c = \frac{X}{U_\infty} \quad (4.1)$$

onde, X é o comprimento total na direção x do domínio computacional.

4.1. PARÂMETROS DE ADIMENSIONALIZAÇÃO UTILIZADO NOS RESULTADOS

Os parâmetros adimensionais já utilizados neste trabalho foram o número de Reynolds, Equação (2.1), e o número de Strouhal, Equação (2.2) que já foram apresentados na Seção 2.1 também já foram apresentados os coeficientes de pressão e tensão Equação (4.8) e Equação (4.10), respectivamente que foram apresentados na Seção 4.4. Outros fatores adimensionalizados foram:

- Tempo

Neste trabalho, devido aos diferentes números de Reynolds utilizados, um escoamento passa mais rápido pelo domínio computacional que outro. Assim, com o objetivo de poder avaliar o mesmo tempo de simulação e aquisição dos dados de flutuação de quantidades turbulentas, o tempo foi adimensionalizado da seguinte forma:

$$t^* = \frac{tU_\infty}{d} \quad (4.2)$$

As componentes de velocidade na direção principal e transversal, u e v , foram adimensionalizadas da seguinte forma:

$$u^* = \frac{u}{U_\infty} \quad (4.3)$$

$$v^* = \frac{v}{U_\infty} \quad (4.4)$$

onde, u^* e v^* são as velocidades adimensionalizadas nas componentes x e y respectivamente, u e v são os sinais de velocidade adquiridos e são as médias temporais das velocidades.

4.2. DOMÍNIO E MALHA COMPUTACIONAL

O escoamento é incompressível e passa por dois cilindros de diâmetro $d=1,00$ e a razão de espaçamento $p/d=1,50$ e $2,00$ e o número de Reynolds sendo fixado em 200, 1000 e 3000. A discretização matemática do problema foi feita baseada no método de volumes finitos (M.V.F). As relações de espaçamento, distância da entrada até os cilindros, bem como dos cilindros até a saída, usados no trabalho, foram impostas segundo o Afgan *et al.* (2011). A seguir é mostrado um desenho esquemático de como foi montado a geometria do problema onde as distâncias são todas em função do diâmetro do cilindro. Em todos os casos os cilindros se encontram a $10d$ e $15d$ de distância da entrada a montante dos cilindros e a saída do escoamento, respectivamente. Também para todo os caos 2D, a bidimensionalidade do problema é assegurada através da imposição de condição de simetria no eixo- z . A Figura 4.2 mostra um desenho esquemático da geometria para os casos em 2D, bem como suas principais medidas de referência.

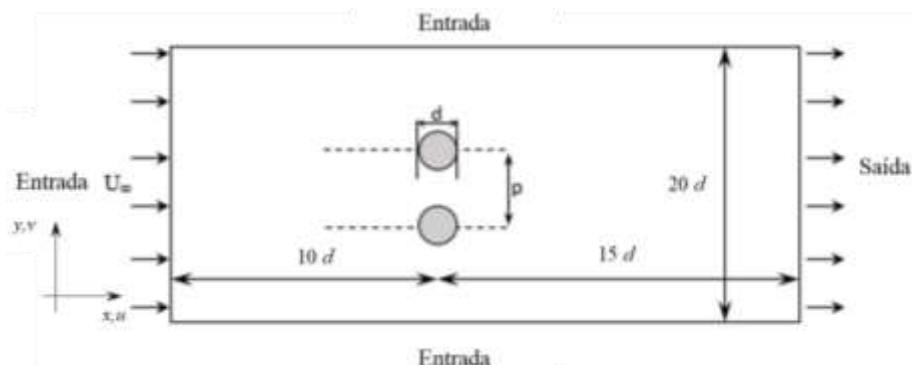


Figura 4.2 Desenho esquemático do domínio computacional para os eixos xy .

Para o caso em 3D foi simulado apenas para $Re=3000$ e $p/d=2$, mantendo-se as mesmas distâncias entre os cilindros e as fronteiras do problema. No eixo- z o domínio do problema foi imposto um comprimento de 4 diâmetros, como sugerido por Afgan *et.al* (2011). Também foi

adicionada a condição de periodicidade nas fronteiras na terceira dimensão. A Figura 4.3 mostra em como é o domínio computacional apenas para o caso em 3D, para a vista nos planos xy o problema tridimensional respeita as mesmas dimensões mostradas na Figura 4.2.

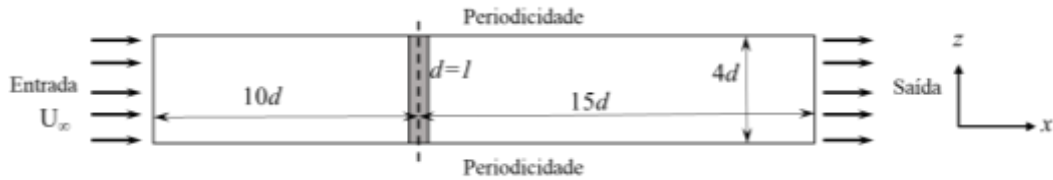


Figura 4.3 Desenho esquemático do domínio computacional para o caso em 3D para os eixos zx

A Figura 4.4 mostra o domínio computacional no plano (x,y) no qual foi utilizado para simular o escoamento em torno dos cilindros. A malha computacional é estruturada consiste apenas em volumes hexaédricos. A escolha da malha hexaédrica e estruturada acarreta uma em uma melhora na velocidade com que o *software Ansys CFX* processa a simulação. Para atender as exigências do modelo computacional foi utilizado uma malha Quasi-2D, para simular os casos em domínio bidimensional. A malha Quasi-2D pode ser entendida como uma camada modelada em 3D com apenas um elemento na direção do comprimento do cilindro onde se aplica a condição de simetria na terceira dimensão (z). O modelo de turbulência também exige que para as regiões próximas aos cilindros foi adotado o critério $y^+ \leq 1$. Portanto nas regiões próximas aos cilindros os volumes são da ordem de 10^{-3} m. Para a região mais a jusante, próximo à saída, dos cilindros os volumes de controle estão na ordem 10^{-1} m. O valor de y^+ foi calculado segundo o trabalho de Lopez (2014) onde o autor sugere que seja calculado da seguinte maneira:

$$y^+ = \frac{Y u^+}{\nu} \quad (4.5)$$

onde u^+ é a velocidade de fricção, ν é a viscosidade cinemática e Y é a distância do primeiro ponto junto a parede. O termo u^* pode ser definido da seguinte forma:

$$u^+ = \sqrt{\frac{0,0135 U_\infty^2}{\text{Re}^{1/7}}} \quad (4.6)$$

O número de Reynolds para cálculo da malha foi fixado em 3000 para todos os caso, essa escolha possibilita que a mesma malha possa atender a todos os casos simulados, 2D e 3D quando visto no plano xy . Para o caso 3D ainda foram feitas 10 divisões ao longo do eixo- z . A Figura 4.4 mostra uma malha hexaédrica feita na geometria em análise em uma vista no plano xy .

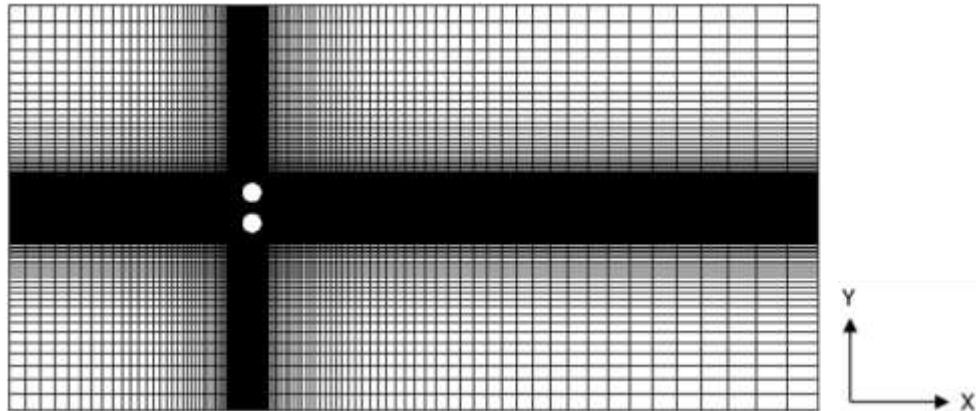


Figura 4.4 Detalhe da malha computacional

4.3. REFINAMENTO PRÓXIMO A PAREDE

O modelo de turbulência $k-\omega$ SST foi utilizado e tem a exigência que a distância adimensional do primeiro nó da malha junto a parede (y^+) entorno da superfície dos cilindros (0° - 360°) não exceda 1, logo $y^+ \leq 1$. Essa exigência é típica dos modelos baseados em ω , uma vez que conseguem simular a subcamada viscosa (Menter, 1994). Normalmente para o uso do modelo sempre se busca trabalhar com alta resolução junto a parede, com o primeiro nó da malha em uma distância estando dentro da subcamada viscosa afim de obter as propriedades padrão do modelo.

Devido a assimetria da distribuição da malha na Figura 4.4 é mostrado a distribuição do y^+ na superfícies dos cilindros superior e inferior em função do ângulo em torno do cilindro. Para tal análise foram impostas as seguintes condições: p/d equivalente a 1,50 a Re igual a 1000 e para p/d igual a 2,00 foi utilizado Re igual a 3000. Foram avaliados esses casos, pois esses requerem a maior restrição de malha para cada razão de espaçamento, Figura 4.5.

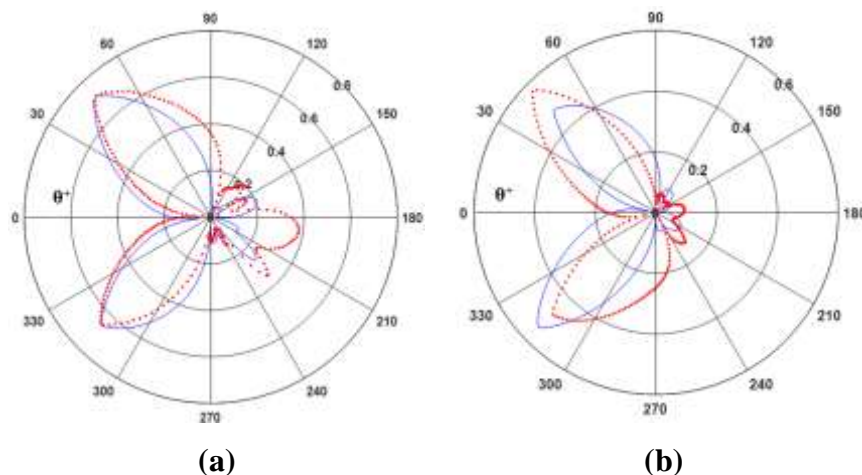


Figura 4.5 Distribuição do y^+ entorno dos cilindros. a) $p/d=2,00$ para $Re=3000$. b) $p/d=1,50$ para $Re=1000$.
— Cilindro Superior, Cilindro Inferior

Os resultados mostram que houve um cuidado afim de garantir que o modelo possa ativar devidamente a função de mistura próxima a parede. Para ambas razões de espaçamento

é perceptível que a porção frontal da superfície dos cilindros, ao qual o fluido vai ao encontro, requer maior cuidado devido ao aumento de velocidade. Na parte a jusante do cilindro, devido as baixas velocidades, não há necessidade de maior refino de malha. Porém como a malha ao redor dos cilindros e uniforme é possível perceber que o y^+ nesta região assume valores bem menores que a porção frontal do cilindro. Utilizando a Equação (4.5) o valor para o y^+ deveria ser o mais próximo de 1, portanto o primeiro ponto após a parede deveria estar no máximo a uma distância de 0,0141[m]. Devido ao escoamento que passa pelo espaço entre os cilindros ter uma velocidade maior que a velocidade de entrada, foi adotado que a distância entre o primeiro ponto a parede dos cilindros seria de 0,001[m]. Logo como pode ser visto na Figura 4.5 o valor máximo do y^+ foi igual a 0,6 para o $p/d=1,50$, isso permitiu verificar satisfatoriamente os valores dos coeficiente de arrasto, sustentação, pressão e tensão entorno dos cilindros, como será visto nos capítulos subsequentes.

4.4. CONDIÇÕES DE CONTORNO

A fim de simular apropriadamente o problema proposto, foram impostas as seguintes condições de contorno nas regiões mostradas na Figura 4.2 e Figura 4.3. Nas entradas foram adotadas a condição de entrada de velocidade prescrita, U_∞ , com intensidade de turbulência de 1%. As componentes v e w da velocidade são nulas. Para ambos os cilindros foi imposta a condição de parede sem escorregamento, portanto velocidade ($u=v=w=0$). Na saída do domínio foi imposta a condição de pressão estática nula e na terceira dimensão (z) foi aplicada a condição de simetria a fim de assegurar a bidimensionalidade do problema. Para o caso tridimensional em relação as condições de entrada de velocidade prescrita e pressão de saída foram adotadas exatamente as mesmas condições que os casos em domínio bidimensional. Assim como os cilindros continuaram com a condição de não escorregamento. Já na terceira dimensão (z) foi imposta a condição periodicidade nas regiões onde $z=0d$ e $z=4d$.

Para a discretização do termo advectivo é necessário que correlacione o valor da variável contida no nó situado no lado oposto ao sentido do escoamento com o valor da variável contida no ponto de integração através de uma função de aproximação Verardi (2008). No presente trabalho foi utilizado o esquema *Upwind Second Order*. Além do mais o esquema de marcha no tempo utilizado foi o *Second Order Backward Euler* que se baseia em passar informação entre volumes de controle vizinhos com base na expansão em série de Taylor da solução centrada dos próprios volumes de controle, Barth e Jespersen (1989)

O modelo de turbulência foi o *k- ω SST* e o critério de convergência utilizado foi menor que 1×10^{-6} para todas as variáveis. O passo de tempo (Δt) utilizado para cada simulação foi

fixado de forma que o número de *Courant* (CFL) sempre fosse menor que 1 durante toda simulação, desta forma a frequência de aquisição de dados seja mantida. O número de Courant (CFL) é uma grandeza adimensional e escalar relaciona o fluxo advectivo que atravessa os volumes da malha, o tempo e a distância entre o centro de dois volumes, e pode ser escrito da seguinte forma:

$$CFL = \frac{U_{\infty} \Delta t}{\Delta x} \quad (4.7)$$

onde, Δx é a menor dimensão local dos volumes de controle. Portanto o Δt foi fixado de tal forma afim de garantir dois fatores, o primeiro a frequência de aquisição de dados e o segundo que ao passar por qualquer volume $CFL \leq 1$. O passo de tempo utilizado para os casos com número de $Re=200, 1000$ e 3000 foi de $0.80s, 0.14s$ e $0.03s$ respectivamente. Para os históricos de velocidade (u, v) bem como os coeficientes de arrasto (C_d) e sustentação (C_L) foram adquiridos na mesma frequência que os passos de tempo (Δt). Os campos de pressão e velocidade médios foram salvos a cada 50 passos de tempo para os casos bidimensionais e a cada 100 passos de tempo para o caso tridimensional.

4.5. ESTUDO SENSIBILIDADE DA MALHA COMPUTACIONAL

A fim de validar a qualidade dos resultados, foi replicado o trabalho de Afgan *et al.*(2011), onde o autor mantém a razão de espaçamento $p/d=2$ e $Re =3000$ para um problema tridimensional. Foram comparados os resultados em relação aos ângulos de estagnação e separação da camada limite bem como o número de Strouhal. O domínio físico foi estabelecido conforme a Figura 4.2, e foram produzidas três(3) malhas computacionais semelhantes a Figura 4.4. As simulações feitas nessa etapa foram 2D e comparadas como o trabalho 3D do referido autor. As malhas computacionais forma nomeadas ‘Malha 1’, ‘Malha 2’ e ‘Malha 3’, onde o tamanho dos volumes de controle entorno dos cilindros vai do maior para o menor, respectivamente.

Para a escolha da malha computacional foi utilizado um estudo de sensibilidade para o caso do número de $Re=3000$, onde foram testadas três malhas, que tiveram seus resultados comparados com os de Afgan *et al.* (2011). Foram avaliados ângulo de estagnação (θ_{Est}) e separação da camada limite (δ_{Sep}) entorno do cilindro inferior (Ci) e cilindro superior (Cs), respectivamente para o mesmo número de Re e para relação de espaçamento $p/d=2,00$ conforme mostrado na Tabela 1:

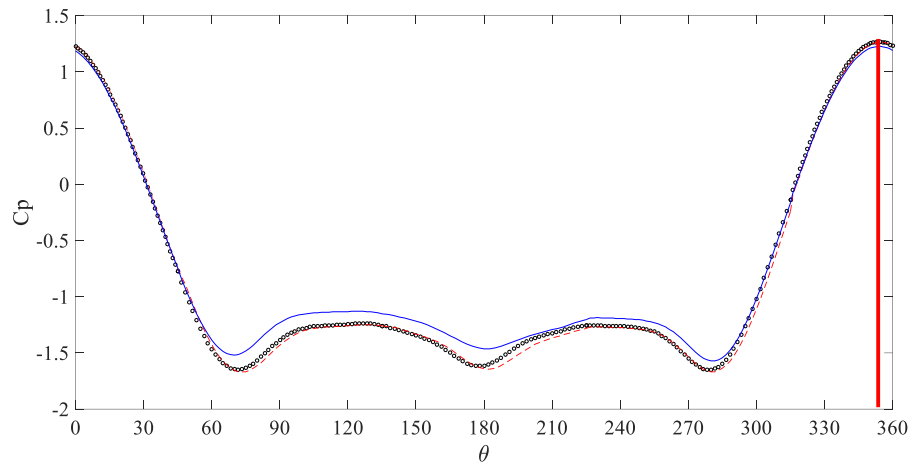
Tabela 1 Ângulos de estagnação e separação (todos em graus) para dois cilindros lado a lado

	θ_{EstCi}	θ_{EstCs}	δ_{SepCi}	δ_{SepCs}	Nº de Nós	Nº de Volumes		
Afgan <i>et al.</i> ,2011	353,7°	8,1°	83,8°	262,1°	99,8°	276,3°	-----	-----
Malha 1	353,6°	7,7°	87,0°	265,7°	104,9°	278,1°	220.000	105.800
Malha 2	353,6°	7,7°	85,5°	263,5°	101,7°	277,3°	234.946	116.280
Malha 3	353,6°	7,7°	84,9°	262,8°	100,2°	276,4°	241.000	125.946

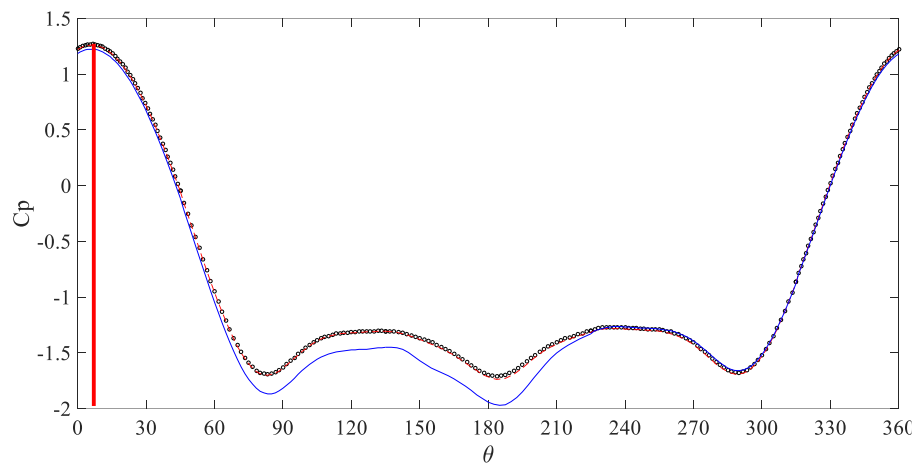
Os resultados referentes aos ângulos de estagnação (θ_{Est}) apresentaram os mesmos resultados em todas as malhas testadas apresentado uma diferença máxima de 0,4° em relação ao ângulo referente ao cilindro inferior. Os resultados das Malhas 2 e 3 para ângulos de separação da camada limite (δ_{Sep}) apresentaram resultados mais próximos aos da referência que os resultados da Malha 1. Houveram poucas diferenças nos resultados apresentados. A maior diferença ocorreu nos ângulos de separação no cilindro superior que foi de 5,1° quando comparados os resultados da Malha 1 com o resultado da referência. Os ângulos de estagnação (θ_{Est}) foram obtidos com a distribuição da pressão média ($P(\theta)$) em torno do cilindro adimensionalizada pela pressão dinâmica, conforme a seguinte Equação (4.8):

$$C_p = \frac{P(\theta) - P_\infty}{0,5\rho U_\infty^2} \quad (4.8)$$

onde: $P(\theta)$ é a pressão como função da posição angular na parede do cilindro, P_∞ é a pressão de referência, nesse caso, zero. Seguindo a base teórica sobre escoamento sobre cilindros dispostos lado a lado por Tutar (2001) e Rajani *et al.*(2008) o θ_{Est} se encontra onde o C_p é máximo. O trabalho de Vu *et al.* (2016) mostra que para baixos números de Re o valor de C_p em 0° assume valores ligeiramente superiores a 1, o autor também salienta que próximo aos ângulos 80° e 270° o C_p assume os menores valores, ambas afirmações são observadas no presente trabalho. A orientação dos ângulos é em sentido horário onde o ângulo 0° fica paralelo a direção principal do escoamento a esquerda dos cilindros conforme a **Erro! Fonte de referência não encontrada.**(a). A Figura 4.6 mostra a distribuição do C_p entorno dos cilindros superior e inferior, respectivamente.



(a)



(b)

Figura 4.6 Distribuição do Coeficiente de pressão (C_p) entorno do cilindro de dois cilindros dispostos lado a lado com $p/d=2$ e $Re=3000$. a) Cilindro Superior. b) Cilindro Inferior
— Malha 1; - - Malha 2; oo Malha 3

Os resultados das Malhas 1, 2 e 3 tem sua principal diferença nos ângulos próximos a 180° , este fato ocorre, pois, a Malha 1 tem menor nível de refinamento em relação as Malhas 2 e 3. Tal fato é mais perceptível quando avaliado os efeitos da interação entre os cilindros devido a sua proximidade. Como os cilindros estão próximos o suficiente para interagir os ângulos de estagnação (θ_{Est}) se deslocam para o espaçamento entre os cilindros, portanto apresentando ângulos de estagnação (θ_{Est}) de $7,7^\circ$ e $353,6^\circ$ respectivamente.

A posição angular de descolamento da camada limite (δ_{Sep}) entorno dos cilindros foi avaliada conforme Achenbach (1968) e Johansson *et al.* (2013). Os autores sugerem que a δ_{Sep} ocorre quando o coeficiente de tensão (τ^*) na superfície dos cilindros é nula, conforme eq. (4.5).

$$\tau^* = \frac{\tau_w \sqrt{Re}}{0,5 \rho U_\infty^2} \Big|_{parede} \quad (4.9)$$

O coeficiente de tensão foi adimensionalizado baseado no número de Re, na velocidade prescrita do fluido (U_∞), pela viscosidade cinemática (ν) e pelo gradiente da velocidade na direção principal do escoamento, como pode ser observado pela Equação (4.10):

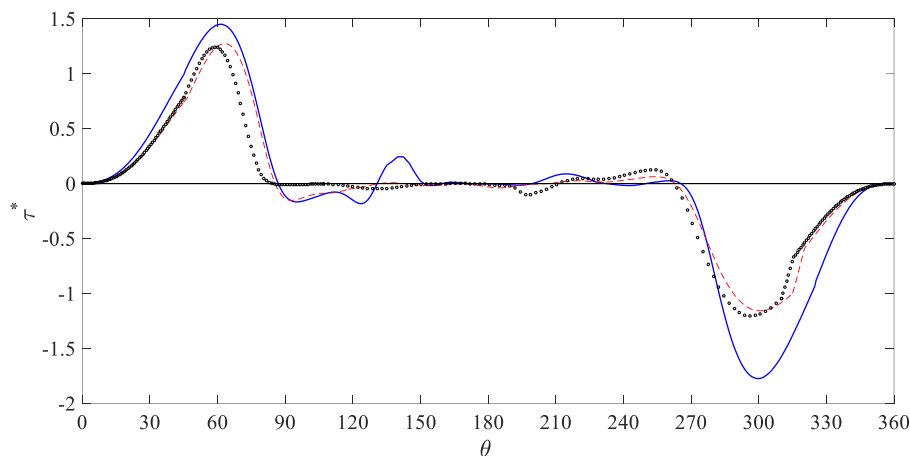
$$\tau^* = \frac{\tau_w \sqrt{\text{Re}}}{0,5 \rho U_\infty^2} \quad (4.10)$$

O termo τ_w , representa a tensão cisalhante entorno dos cilindros, que pode ser descrito pela seguinte equação:

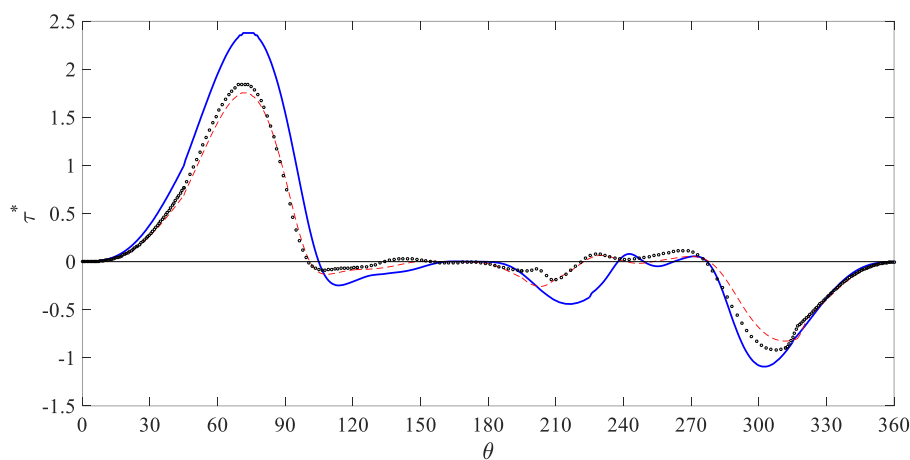
$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \eta} \right)_{\text{parede}} \quad (4.11)$$

Na Equação (4.7) u_θ é a velocidade paralela a parede dos cilindros e η é a direção perpendicular à superfície em qualquer posição angular.

A Figura 4.7 mostram a distribuição do τ^* entorno dos cilindros superior e inferior respectivamente.



(a)



(b)

Figura 4.7 Distribuição do coeficiente de tensão (τ^*) entorno do cilindro de dois cilindros dispostos lado a lado com $p/d=2$ e $\text{Re}=3000$. a) Cilindro Superior. b) Cilindro Inferior.
— Malha 1; --- Malha 2; ooo Malha 3.

A diferença de resultados para distribuição do coeficiente de tensão (τ^*) foi mais perceptível quando comparados os resultados das Malhas 2 e 3 com o resultado da Malha 1. Os resultados da Malha 1 apresentam picos mais elevados nos ângulos próximos a 80° e 300° , além de um efeito de bolha nos ângulos 140° para cilindro superior (Cs) e em 220° para a cilindro inferior (Ci). Este efeito de bolha não ocorre para número de $Re=3000$. Portanto esse falso efeito de bolha é causado devido a Malha 1 não ser suficiente refinada.

Entretanto os resultados da Malhas 2 e 3 são muito similares e mais parecidos com os resultados de Achembach (1968), que em seu trabalho sugere que haja um efeito de bolha também ao analisar a distribuição do C_p , que pode ser identificado como um pico no local onde estaria a bolha.

Portanto considerando os resultados obtidos pelas três malhas para o $Re=3000$ e $p/d=2$, a malha escolhida para realizar as simulações com $Re=200$ e 1000 mantendo o espaçamento entre os cilindros foi a Malha 2. Apesar da Malha 3 ter alcançado resultados mais próximos aos de Afgan *et al.* (2011) a diferença dos resultados alcançados pela Malha 2 são mínimos. Porém a diferença no número de nós é de cerca de 18%, gerando um custo computacional mais elevado. A malha computacional escolhida para os casos bidimensionais contém 116.280 volumes, todos hexaédricos, e 234.946 nós. Para o caso tridimensional foi escolhida uma malha semelhante a aquela utilizada para casos em duas dimensões, porém agora com dez camadas na direção do eixo-z, portanto contendo 2.388.000 volumes hexaédricos e contendo 2.529.933 nós.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

As simulações numéricas realizadas neste trabalho foram feitas com um computador de 36 GHz Intel Core i7, 32 GB RAM, uma placa de vídeo de 2GB NVIDIA DDR5 Windows 10. O tempo de simulação para cada um dos casos bidimensionais durou aproximadamente 7 dias, para o caso tridimensional o tempo de simulação foi de aproximadamente 3 meses. O tempo convectivo, t_c , varia de 100 a 1100 tempos convectivos para os casos em 2D e para o caso em 3D foi de cerca de 5100.

5.1. RESULTADOS E DISCUSSÃO PARA O ESPAÇAMENTO $p/d=2,00$ EM DOMÍNIO BIDIMENSIONAL

5.1.1. Coeficiente de pressão - C_p e de tensão cisalhante - τ^*

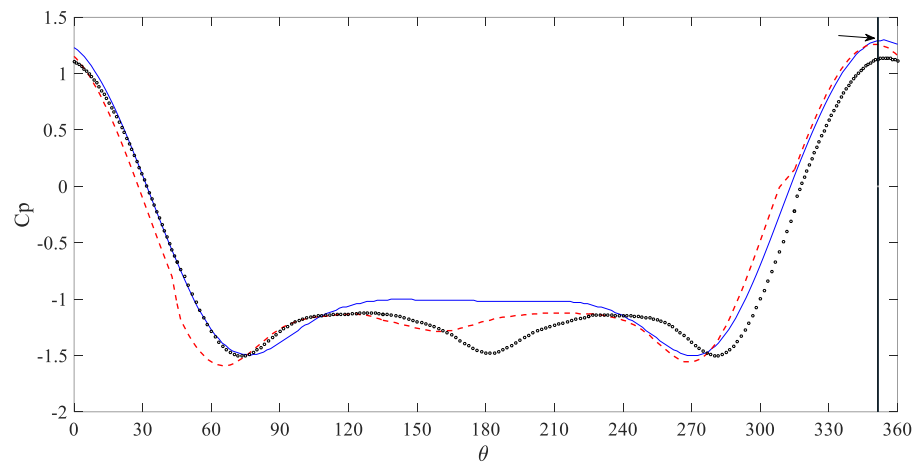
Nesta seção do trabalho são apresentados os resultados da distribuição da pressão média e da tensão de cisalhamento em torno dos cilindros em função da posição angular dos cilindros (θ) onde a razão de espaçamento $p/d=2,00$ onde o número de Reynolds é fixado em 200, 1000 e 3000. De acordo com o trabalho numérico de Hensan e Navid (2011), o movimento dos ângulos de estagnação é devido às forças de repulsão que atuam sobre os cilindros próximos uns dos outros. Ainda mais, as forças repelentes ficam mais fortes à medida que os cilindros se aproximam uns dos outros. Os valores para $Re=200$ dos θ_{Est} são ligeiramente mais afastados do 0° quando comparados com os resultados para $Re=1000$ e 3000 com pode ser observado na Figura 5.1(a). Rajani *et al.* (2008) também observou que ao aumentar o número de Reynolds e o ângulo de estagnação dos cilindros se deslocava para região da fenda. A Figura 5.1 mostra a distribuição do coeficiente de pressão (C_p) entorno dos cilindros superior e inferior, respectivamente e destaca onde se encontra o ponto onde C_p é máximo (ponto de estagnação). Os resultados Figura 5.1 (a) e (b) mostram os coeficiente de pressão médio ao longo dos cilindros dos cilindros superior e inferior, respectivamente para $Re=200$, 1000 e 3000.

A distribuição do coeficiente de pressão como função do ângulo mostra que os ângulos de estagnação dirigem-se em direção a fenda estreita em ambos os cilindros, evidenciando a interação entre suas esteiras. Os resultados mostram que o ângulo de estagnação não sofre interferência do número de Reynolds. Os resultados para $Re=1000$ e 3000 são similares devido ao fato de estarem sob o mesmo regime de escoamento. (Blevins, 1990).

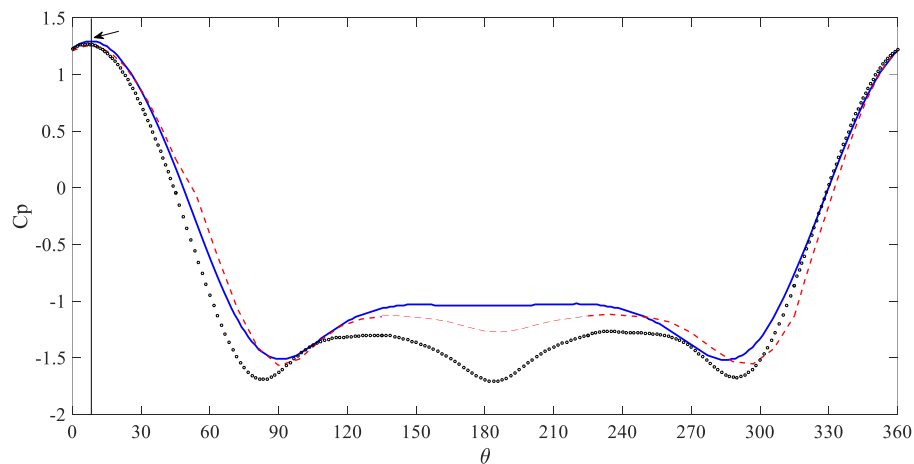
Porém ainda há uma fraca interação entre os cilindros quando o número de Reynolds é igual 200, quando o número Reynolds equivale a 1000 as forças dinâmicas fazem que as esteiras estejam sempre em fase. Por fim para $Re=3000$ há uma certa semelhança com os resultados

para $Re = 1000$, no entanto, com flutuações mais lentas e sendo mais fácil detectar o momento de troca de sinais. Tal movimento é bem observado através dos coeficientes aerodinâmicos e velocidade nas sondas posicionadas conforme a **Erro! Fonte de referência não encontrada.** (b).

Em ambos os cilindros a assimetria na distribuição de C_p é menos perceptível, confirmando assim a fraca interação entre os cilindros para essa relação de espaçamento $p/d=2,00$, levando o ponto de estagnação mais próximo a 0° . Contudo, uma leve assimetria entre as curvas ainda pode ser notada. Em ambas as figuras é notável que as curvas de C_p não se sobrepõem, levando a uma indicação que há interferência de um cilindro no outro pela sua proximidade, tal como já explicitado pelo trabalho de Vagtinski (2008) e Vakil (2011). Novamente, esses valores estão em conformidade com os resultados apresentados por Alam (2006) e Pang *et al.* (2016).



(a)



(b)

Figura 5.1 Distribuição do coeficiente de pressão em torno dos cilindros para $p/d=2,00$. a) Cilindro superior. b) Cilindro inferior.
— $Re=200$; - $Re=1000$, oo $Re=3000$

Ao analisar a distribuição de pressão, pode-se ver uma distribuição similar, independentemente do número de Reynolds. Em primeiro lugar, o ponto de estagnação desloca-se em direção ao vão estreito em ambos os cilindros, ocorrendo a cerca de $354,0^\circ$ e $7,70^\circ$ nos cilindros superior e inferior, respectivamente.

Como dito antes, embora o número de Reynolds tenha sido alterado, a localização do ponto de estagnação se mostrou pouco sensível a variação do Re . Quanto aos valores de pressão, os menores coeficientes ocorreram em diferentes posições angulares, dependendo do cilindro. Para a parte superior na Figura 5.1(a), eles estão em $75,0^\circ$ e $285,0^\circ$ para Reynolds números de 200 e 1000. Um pequeno deslocamento pode ser visto para Reynolds número 3000. Além disso, independentemente da posição do tubo a distribuição de pressão cai para $180,0^\circ$, mostrando um vale para $Re = 3000$.

No cilindro superior da Figura 5.1(a) a pressão mínima é alcançada em 60° e 280° , enquanto que no cilindro inferior essa quantidade é alcançada em $80,0^\circ$ e $290,0^\circ$. O cilindro inferior seu ângulo de estagnação fica em 9° . Há uma interação entre os cilindros apesar de fraca visto que um cilindro isolado tem seu ponto de estagnação a 0° . Quantitativamente chama atenção as menores pressões encontradas no cilindro superior e inferior, $C_p(60^\circ \text{ e } 280^\circ)$ e $C_p(80^\circ \text{ e } 290^\circ) \sim -1,30$, já indicando que para um aumento de Re esses valores não mudam. A Figura 5.1 sugere que haja um descolamento da camada limite entre 90° e 260° para o cilindro superior e 100° e 280° para o cilindro inferior. Como a razão de espaçamento de $p/d = 2,00$ faz com que a interação entre os cilindros seja fraca. Dessa forma o deslocamento das curvas se torna bem menor quando se compara com o caso onde tem-se o mesmo Re mas com $p/d = 1,50$, que serão apresentados na Seção 5.4.

Quando comparado as Figura 5.1 (a) e (b) nota-se que há uma antissimetria em relação a distribuição da pressão em torno do cilindros. Portanto a distribuição de pressão para o cilindro superior indo de 360° a 0° se assemelha a distribuição de pressão indo de 0° a 360° . Isso se confirma, quando analisados os pontos de estagnação nos cilindros onde para o cilindro superior ele se situa a cerca de 6° abaixo do ângulo zero, ao passo que para o cilindro inferior o ângulo de estagnação está a 7° do ângulo zero, logo apresentando apenas 1° de diferença. Essa característica também ocorre quando observado os ângulos onde ocorre as menores pressões onde no cilindro superior e inferior ocorrem aproximadamente a 70° antes e depois de do ângulo zero.

Quando comprados os ângulos de separação (δ_{sep}) para os cilindros superior e inferior é observado que para $Re = 200$ a camada limite se descola mais cedo que os resultados para $Re = 1000$ e 3000 , isso ocorre, pois, ao aumentar a velocidade da camada limite também aumenta

(Afgan *et al.*, 2011). Com o aumento no Re a viscosidade para os casos de $Re=1000$ e 3000 a subcamada viscosa tem maior aderência a superfície dos cilindros. A Figura 5.2 mostra a distribuição do coeficiente de tensão cisalhante (τ^*) entorno do cilindro superior e inferior, respectivamente onde as setas destacam os pontos onde se registra o ângulo de separação da camada limite. Como pode ser observado na Figura 5.2(a) enquanto para $Re = 1000$ e 3000 os δ_{sep} são muito próximos, já para $Re = 200$ no segundo ponto de separação mostra um diferença de aproximadamente 20° , isso provavelmente deve ocorrer devido ao aumento da turbulência, logo o fluido se mantém mais tempo em contato com a parede (Alam e Zhou, 2007). O fato do aumento do Re manter o fluido mais tempo junto a parede do cilindro é mais perceptível na Figura 5.2(b) onde fica mais perceptível que a cada aumento do Re o δ_{sep} apresenta um acréscimo de aproximadamente 10° , porém esse comportamento não deve continuar até o regime de escoamento passar para o regime crítico.

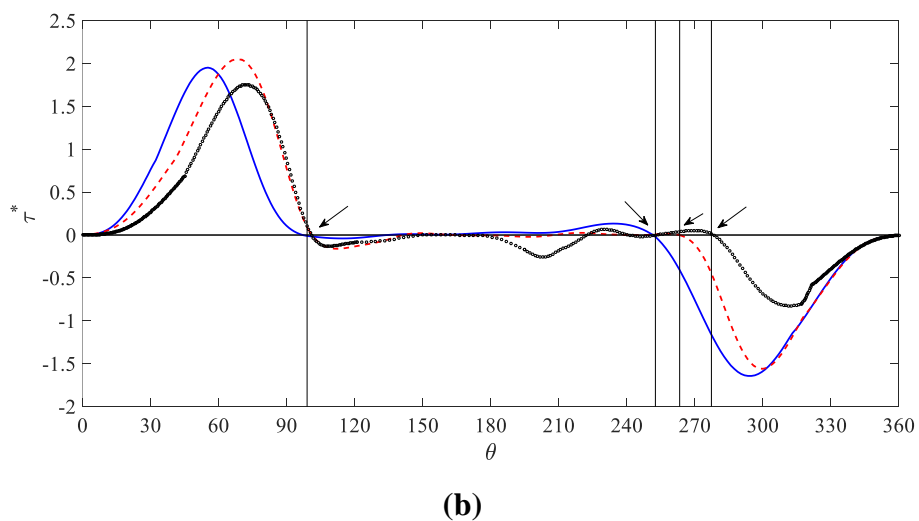
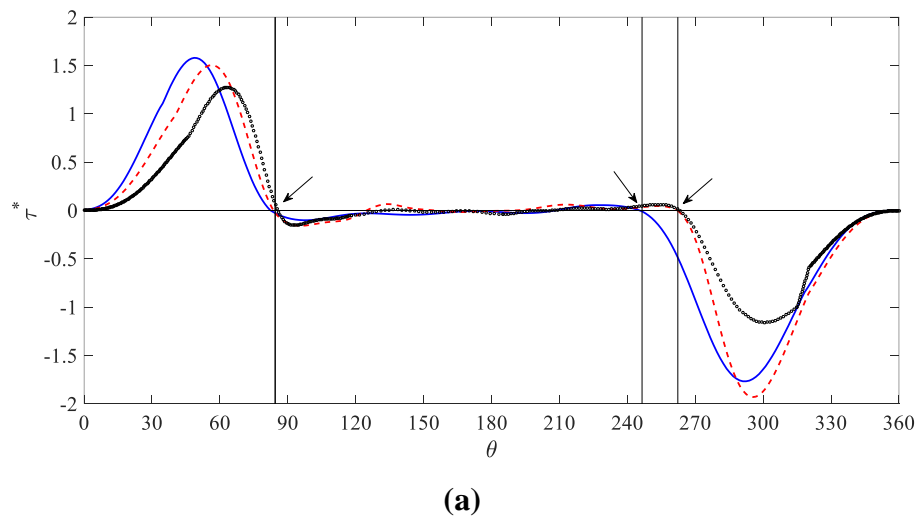


Figura 5.2 Distribuição do coeficiente de tensão em torno dos cilindros para $p/d = 2,00$. a) Cilindro superior. b) Cilindro inferior.
 — $Re=200$; - - - $Re=1000$, ooo $Re=3000$

O resultado da Figura 5.2(a) mostra que para o cilindro superior o ponto de estagnação em cerca de 355° e para o cilindro inferior o ponto de estagnação foi de 9° . A Figura 5.2 (b) mostra a distribuição do coeficiente de tensão entorno dos cilindros e verificando a condição de descolamento descrita na equação 5.5 tem-se que os ângulos de descolamento da camada limite no cilindro superior são $94,0^\circ$ e $252,0^\circ$. Para o cilindro inferior os ângulos de descolamento da camada limite ao redor do cilindro são $96,0^\circ$ e $257,0^\circ$.

A diferença entre os ângulos de descolamento e recolagem da camada limite para ambos cilindros é de 120° , bem como a diferença entre os ângulos onde estão o ponto de estagnação e o descolamento da camada limite é em média de 116° em ambos cilindros. A diferença da magnitude das curvas na Figura 5.2(b) pode ser devido a uma inclinação do jato central causada pela interação dos cilindros.

5.1.2. Coeficientes de arrasto – C_d e Sustentação - C_L

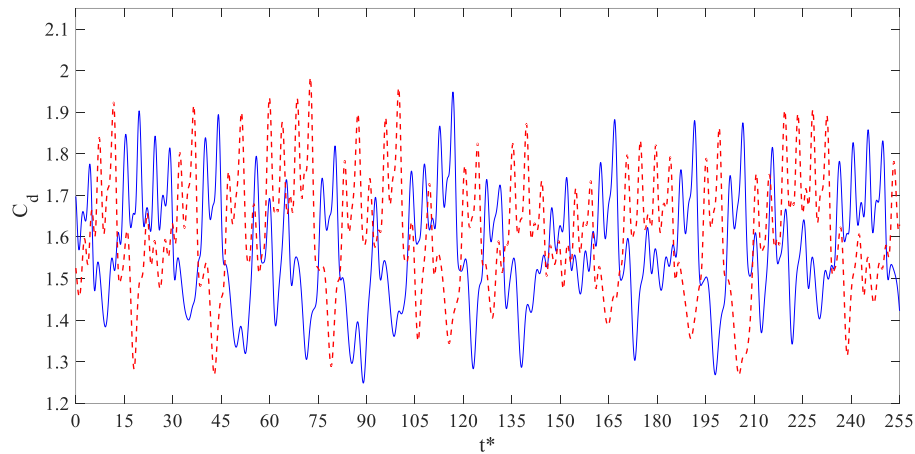
As forças fluido dinâmicas que agem sobre um cilindro bem com sua magnitude direção e variação são determinadas pelo regime do escoamento. A pressão dinâmica e a área de ataque do cilindro são fatores de grande influência nessas forças. Os coeficientes de arrasto e sustentação são descritos, respectivamente por:

$$C_d = \frac{2F_x}{\rho d U_\infty^2 L} \quad (5.1)$$

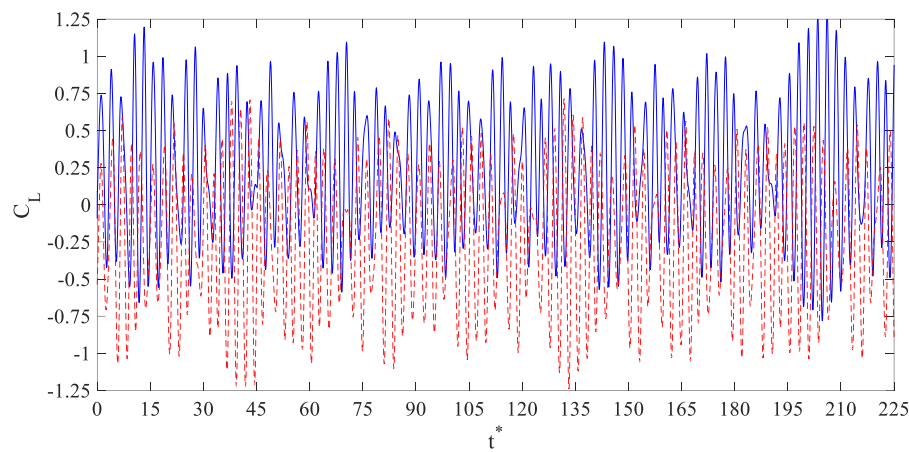
$$C_L = \frac{2F_y}{\rho d U_\infty^2 L} \quad (5.2)$$

onde, F_x é a força paralela ao eixo- x e F_y a força paralela ao eixo- y , d é o diâmetro do cilindro, ρ é a massa específica do fluido, U_∞ é velocidade de corrente livre e ' L ' é o comprimento do cilindro na terceira dimensão, eixo- z , equivalente a $0,001$ [m].

O C_L foi definido positivo quando direcionado para o cilindro superior e negativo quando direcionado para o cilindro inferior enquanto o C_d é positivo no sentido do escoamento e negativo contra o sentido do escoamento. As Figura 5.3 até 5.6 mostram o histórico dos coeficiente de arrasto (C_d) e coeficiente de sustentação (C_L) como função do tempo adimensional (t^*), respectivamente para $Re = 200, 1000$ e 3000 para $p/d = 2,0$. Antes de registrar o histórico de C_d e C_L o escoamento atravessou oito(8) vezes o domínio no eixo- x , nos dois casos, em regime estacionário para que o problema tenha tempo necessário para estar estabilizado antes de adquirir os dados.



(a)



(b)

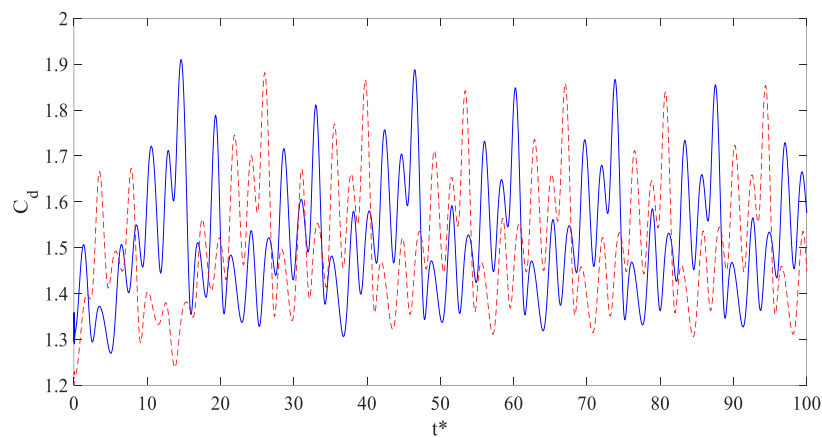
Figura 5.3 Histórico dos coeficientes aerodinâmicos $p/d=2,00$ $Re=200$. a) Coeficiente de arrasto. b) Coeficiente de sustentação.
— Cilindro Superior; - - -Cilindro Inferior.

Ao analisar as flutuações de na Figura 5.3(a) foram detectados pelo menos 19 momentos onde há troca de sinais. A intensa troca de sinais é causada devido ao movimento das esteiras, fato este também observado na Figura 5.3(b) onde uma certa defasagem entre os sinais, possivelmente indicando que tipo de topologia cada esteira percebe. Foi observado que a flutuações nos históricos da Figura 5.3(b) são mais frequentes quando comparados as flutuações na Figura 5.3(a).

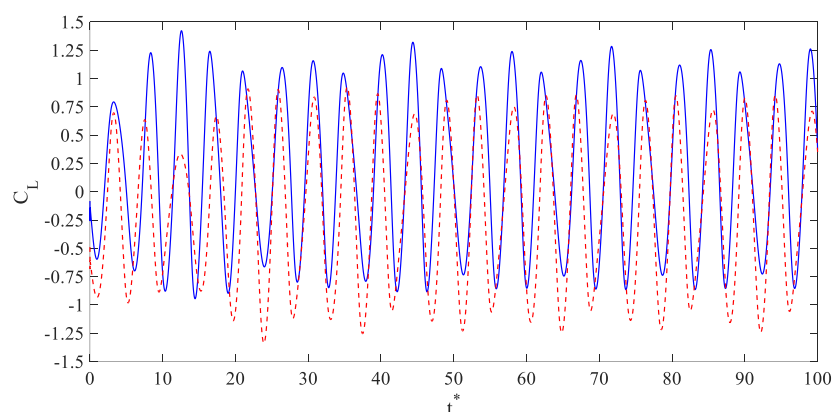
Para um $p/d=2,00$ e fixando o número de Reynolds igual a 1000 se observa que logo após $t^*=30s$ o escoamento adota um comportamento aparentemente periódico, para o coeficiente de arrasto e principalmente no coeficiente de sustentação como pode ser observado na Figura 5.4. A Figura 5.4(a) mostra a mudança periódica no comportamento do coeficiente de arrasto, onde ora o cilindro superior experimenta maior C_d , ora menor, devido a mudança na topologia das esteiras Ao observa a Figura 5.4(b) é possível há defasagem nos históricos do

coeficiente de sustentação dos dois cilindros. Como dito anteriormente a relação de espaçamento está no limiar de uma região onde os cilindros interagem, logo supõe-se que ao aumentar o Re as forças inercias não foram capazes de alterar a tendência do escoamento. A característica biestável do escoamento não pode ser visualizada pelo histórico do coeficiente de sustentação. Em contra partida o histórico do coeficiente de arrasto foi capaz de apresentar troca de topologia bem como mostra o momento onde as mesmas se trocam.

O comportamento quase sincronizado do C_L também foi observado por Verma e Govardhan (2011), que em seu trabalho avaliou a influência da proximidade entre dois cilindros lado a lado para baixos números de Re . O autor notou que as forças de repulsão entre os cilindros, apesar de pequenas, ainda são suficientes para que haja interação entre as esteiras. Esse comportamento condiz com os resultados obtidos no presente trabalho, para poder avaliar como cada topologia de esteira afeta o C_L , foi feita a média do C_L , nos cilindros superior e inferior.



(a)

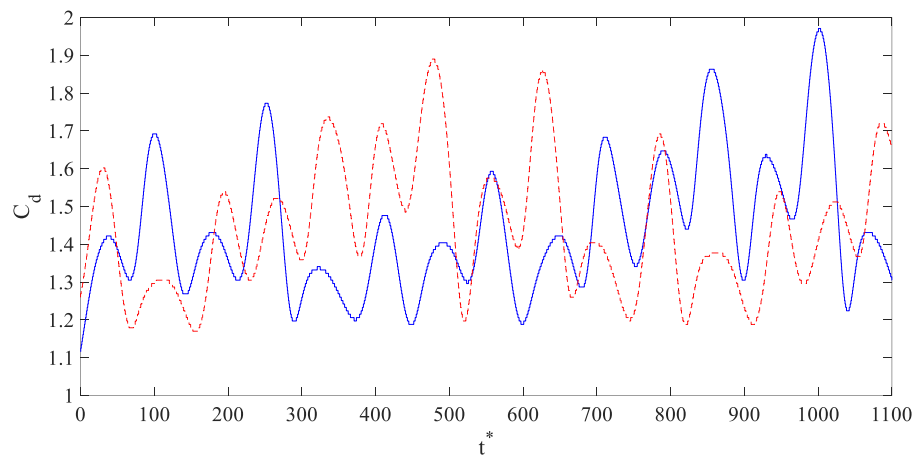


(b)

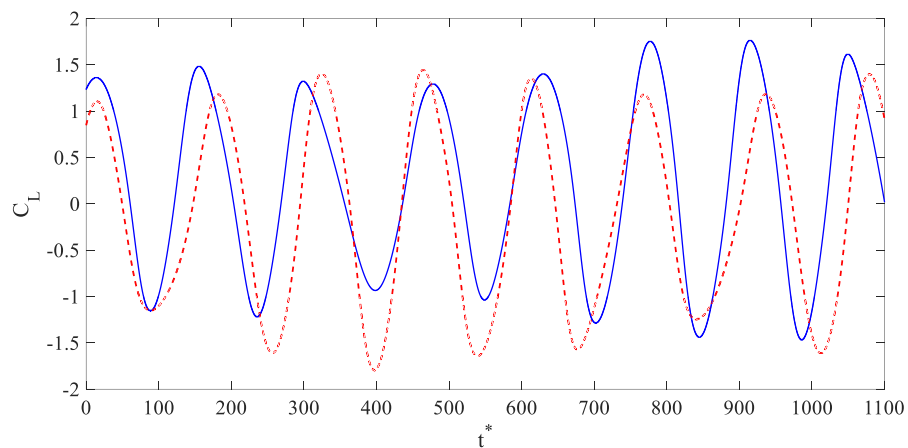
Figura 5.4 Histórico dos coeficientes aerodinâmicos $p/d=2,00$ $Re=1000$. a) Coeficiente de arrasto. b) Coeficiente de sustentação.

— Cilindro Superior; - - -Cilindro Inferior.

Ao aumentar o número de Reynolds para 3000 as trocas entre as esteiras se torna menos frequentes em relação ao caso anterior, como pode ser observado na Figura 5.5(a). A troca de sinais de C_d sugere portanto um comportamento biestável com o aumento do Re . Na Figura 5.5(a) inicialmente tem-se um aumento na magnitude nos sinais de C_d para ambos os cilindros em relação aos casos anteriores. Os sinais de C_d se alteram de forma aleatória e permanecem com seu valor um tempo determinado. Na Figura 5.5(b) os sinais de C_L têm um comportamento em fase com uma pequena defasagem, em sua magnitude.



(a)



(b)

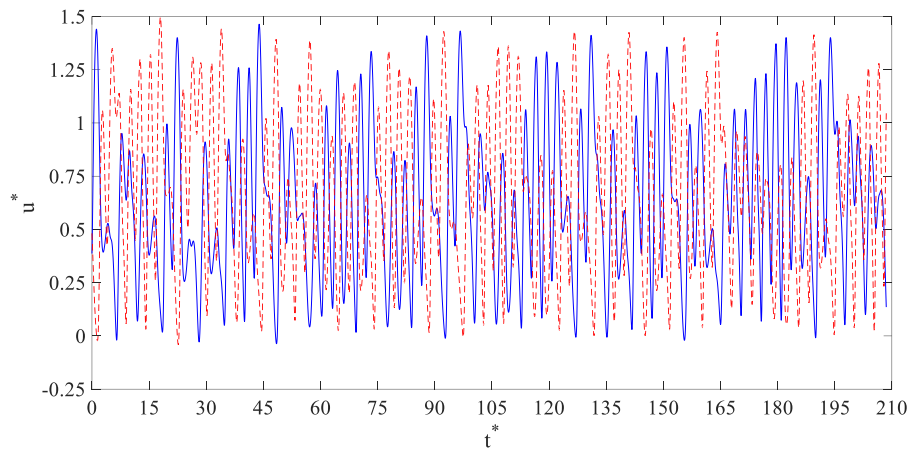
Figura 5.5 Histórico dos coeficientes aerodinâmicos $p/d = 2,00$ $Re = 3000$. a) Coeficiente de arrasto. b) Coeficiente de sustentação.

— Cilindro Superior; - - - Cilindro Inferior

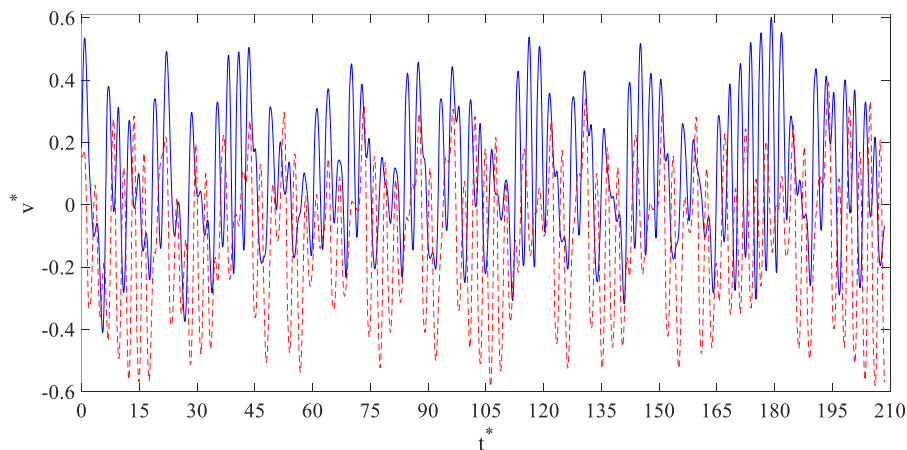
Até o momento em todos os casos somente ao analisar os históricos do coeficiente de arrasto foi possível verificar a característica biestável do escoamento, formação da esteira larga e estreita, entretanto ao visualizar os históricos do coeficiente de sustentação não é possível verificar isto.

5.1.3. Campos de flutuação de velocidade

Na Figura 5.6 (a) e (b) é mostrado o histórico de velocidades u^* e v^* , as velocidades u^* e v^* foram descritos nas Equações **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e (4.4), respectivamente. Foram medidos a jusante dos cilindros. A razão de espaçamento foi de $p/d = 2,00$ e o Re foi mantido em 200.



(a)



(b)

Figura 5.6 Histórico da velocidade para $p/d = 2,00$ e $Re = 200$. a) Velocidade u^* . b) Velocidade v^* .
— Cilindro Superior; -- Cilindro Inferior

Afim de avaliar qualitativamente o que está acontecendo com escoamento foram feitos isocontornos do campo de velocidade. A Figura 5.4(a) foi dividida em um intervalo de tempo durante o intervalo de tempo de 170 a 200 tempos adimensionais (t^*) que serão mostrados junto ao um detalhe na Figura 5.7:

- Na Figura 5.7(b) $t^* = 180s$ há a formação de uma esteira larga (WW) a jusante do cilindro inferior e esteira estreita (NW) após a cilindro superior;
- Na Figura 5.7(c) $t^* = 192s$ essa formação se inverte. Há uma esteira larga (WW) no cilindro superior e esteira estreita (NW) no cilindro inferior.

A troca de topologia das esteiras a jusante dos cilindros ocorre em $t^*=193s$, após este instante a formação da NW tem relação direta com o acréscimo no seu coeficiente de arrasto (C_d). Isso ocorre devido ao fato de que o aumento do arrasto na esteira estreita está associado com o fato do jato central direcionar os pontos em direção a esteira estreita. Isto acarreta na diminuição da largura da esteira bem como aumento da velocidade do escoamento entorno do cilindro aumentando assim a força de arrasto entorno do cilindro e ao trocar de topologia os sinais de C_d também são trocados.

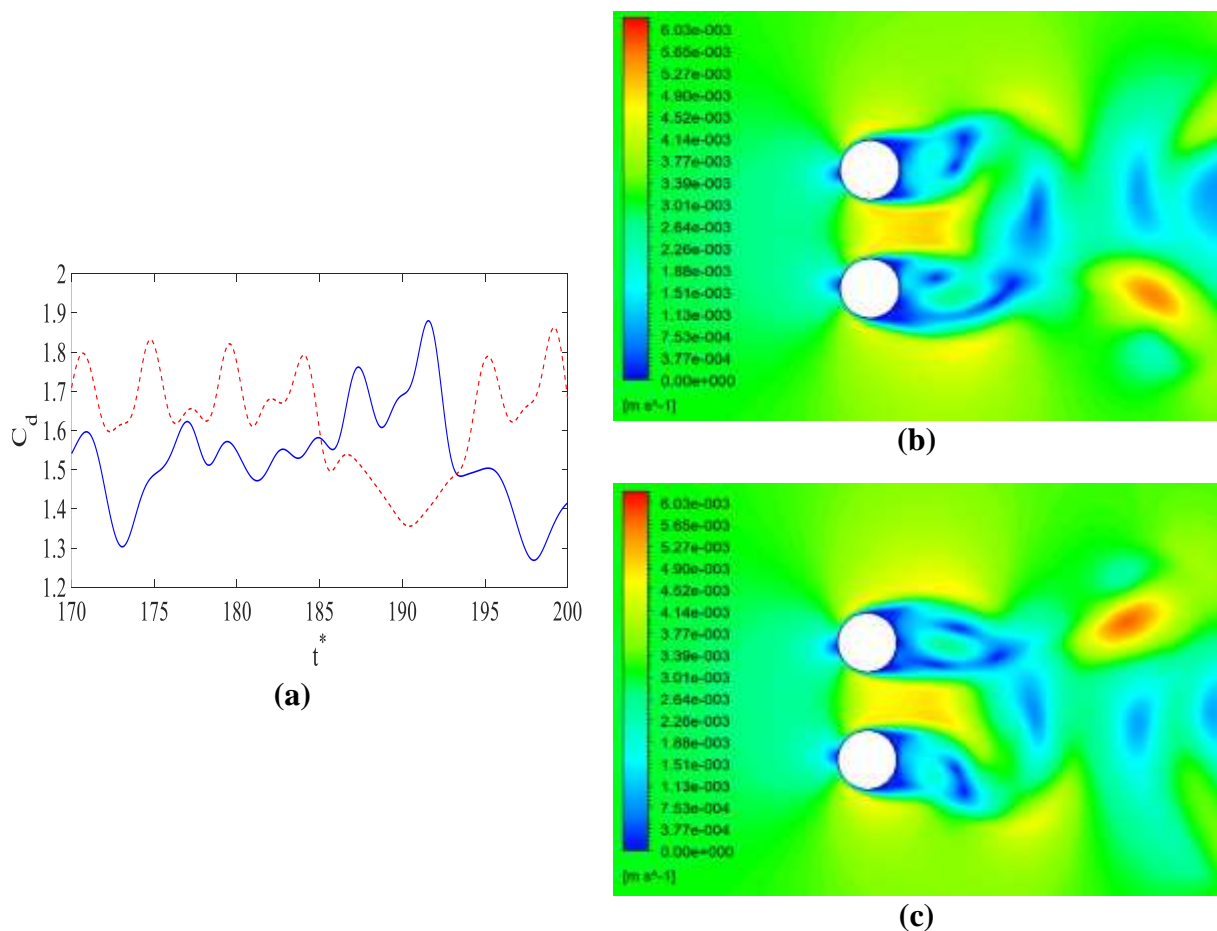


Figura 5.7 Evolução do campo de velocidade correlacionando com o C_d para $p/d=2,00$ e $Re=200$. (a) Histórico do C_d no intervalo $t^*=170-200s$. (b) Campo de velocidade em $t^*=180s$. (c) Campo de velocidade em $t^*=192s$.

A Figura 5.8 (a) e (b) mostram o histórico das velocidades u^* e v^* respectivamente. As velocidades u^* e v^* foram descritos nas Equações 5.3 e 5.4 respectivamente, e foram medidos a jusante dos cilindros. A razão de espaçamento foi de $p/d=2,00$ e o Re foi mantido em 1000.

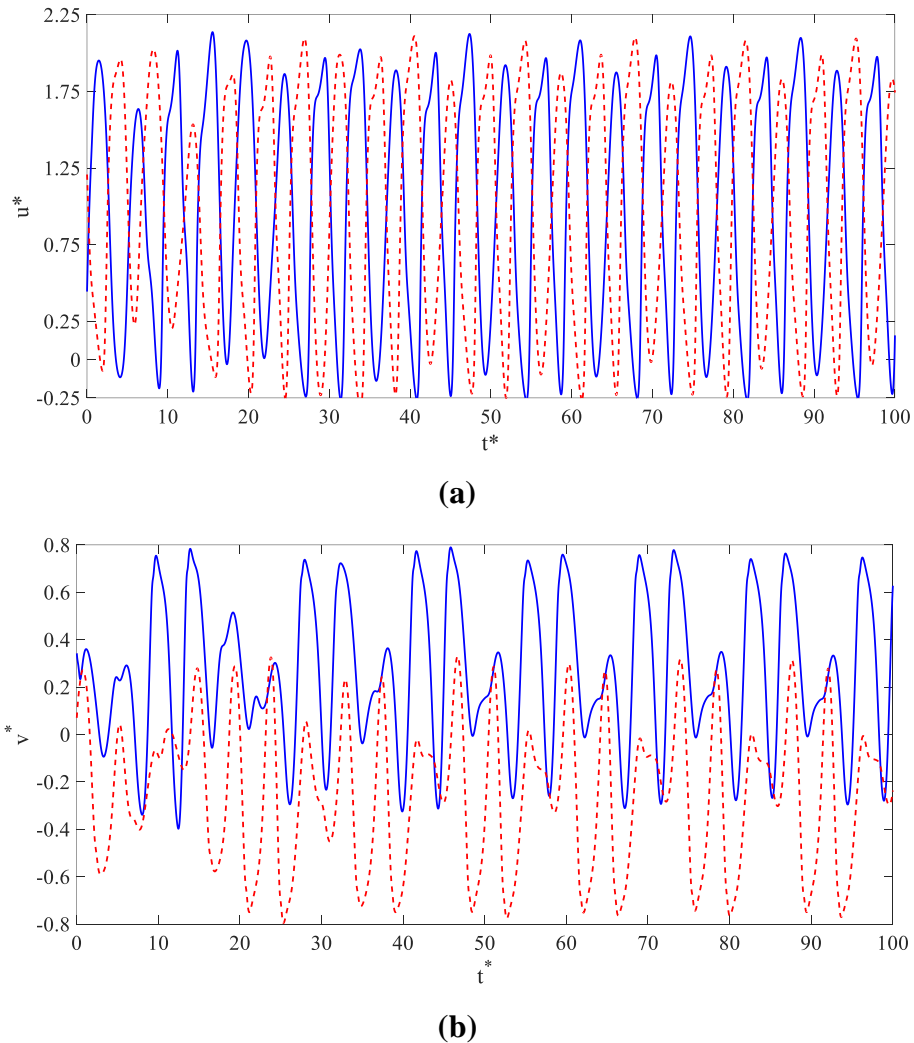


Figura 5.8 Histórico da velocidade para $p/d=2,00$ e $Re=1000$. a) Velocidade u^* . b) Velocidade v^* .
 — Cilindro Superior; - - Cilindro Inferior

Vale enfatizar que para esse caso onde $p/d=2$ e $Re=1000$, devido ao espaçamento entre os cilindros e com o aumento da velocidade as forças inerciais não foram suficientes para causar atraso entre os sinais dos cilindros, ou seja, não podendo interromper a tendência de troca constante dos sinais entre as esteiras.

O escoamento após estabilizado adota apenas o movimento de *Flip-Flop* portanto o movimento de troca entre topologia de esteiras é periódico e bem definido. Na Figura 5.9 mostra o escoamento no intervalo de tempo em $t^*=30-60s$ podendo assim comprovar como o escoamento muda de comportamento com o passar do tempo. A Figura 5.9 (a) mostra como o histórico de C_d tem a capacidade de perceber qual tipo de topologia está sendo percebida por cada cilindro. Novamente é avaliado os contornos de velocidade nas proximidades dos cilindros. Na Figura 5.9 (b) nota-se a formação de esteira estreita no cilindro superior e esteira larga no cilindro inferior, ao passo que na Figura 5.9 (c) houve uma inversão das topologias de

esteira. Com base nas conclusões de Roshko (1954) um coeficiente arrasto maior, quando pares de cilindros interagem, indica a formação de esteira estreita a jusante do cilindro com maior C_d .

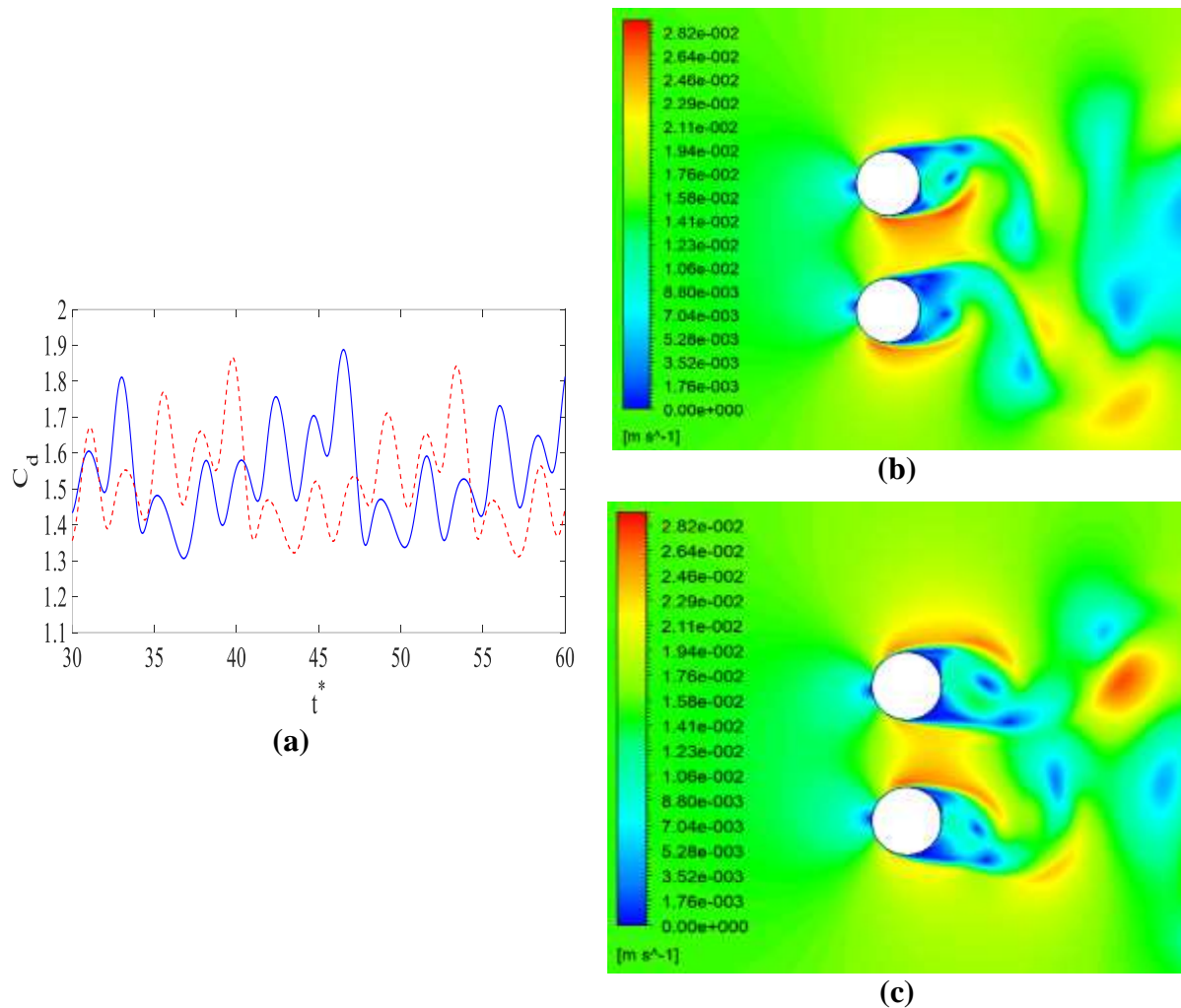
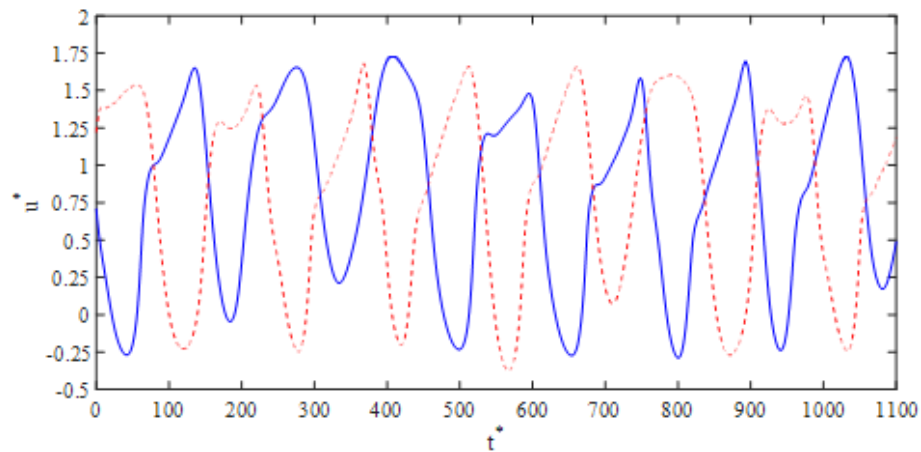


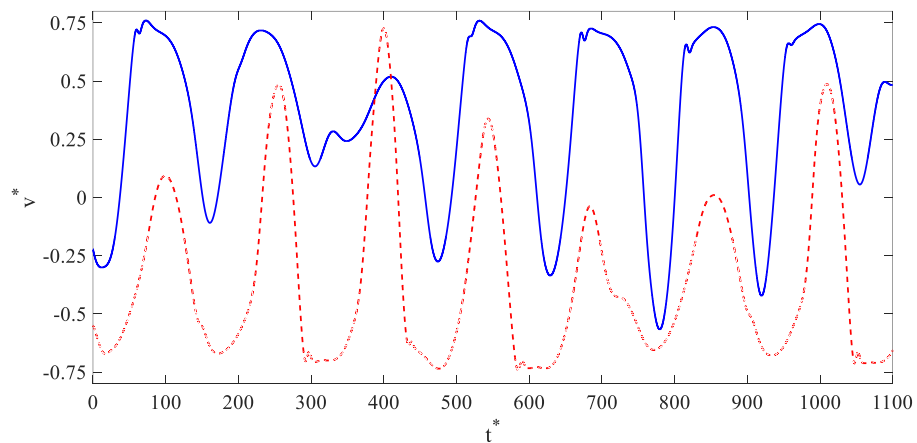
Figura 5.9 Evolução do campo de velocidade para $p/d=2,00$ e $Re=1000$. (a) Histórico do C_d no intervalo $t^*=30-60$ s. (b) Campo de velocidade em $t^*=33$ s. (c) Campo de velocidade em $t^*=56$ s.
 — Cilindro Superior; - - Cilindro Inferior

A Figura 5.9 indicou que apesar de existir uma interação entre as esteiras, mesmo com o aumento do Re porém a característica biestável do escoamento não pode ser observada nos sinais de velocidade. Para o caso em questão somente o histórico do coeficiente de arrasto junto com os campos de velocidade foram capazes de registrar a biestabilidade do problema. Portanto assim como no histórico do coeficiente de arrasto os sinais de velocidade não foram capazes de verificar a biestabilidade no problema.

Em comparação com os casos apresentados anteriormente para $Re=200$ e 1000 o caso para $Re=3000$ apresentou trocas mais menos frequentes nos sinais de velocidade. A trocas de sinais, além de menos frequentes, ainda tiveram seus valores absolutos maiores como mostrado na Figura 5.10.



(a)



(b)

Figura 5.10 Histórico da velocidade para $p/d=2,00$ e $Re=3000$. a) Velocidade u^* . b) Velocidade v^* .
— Cilindro Superior; - - Cilindro Inferior

De forma análoga ao caso anterior, $Re=1000$, somente o histórico do coeficiente de arrasto e com os campos de velocidade foi possível verificar a característica biestável do escoamento. Ao avaliar esses dois fatores foram constatadas 16 trocas entre as esteiras, onde a esteira estreita (NW) permaneceu atrás do cilindro superior por 49,37% do tempo simulado. Novamente os históricos de velocidade bem como o do coeficiente de sustentação não foram capazes de verificar a característica biestável do problema.

A Figura 5.11 (b) e (c) corroboram com Alam *et al.*(2003) e com os resultados anteriores. É notado que a formação de esteira estreita a jusante de um cilindro está diretamente associado ao aumento do coeficiente de arrasto, de forma análoga a formação de esteira larga está associada a um coeficiente de arrasto menor.

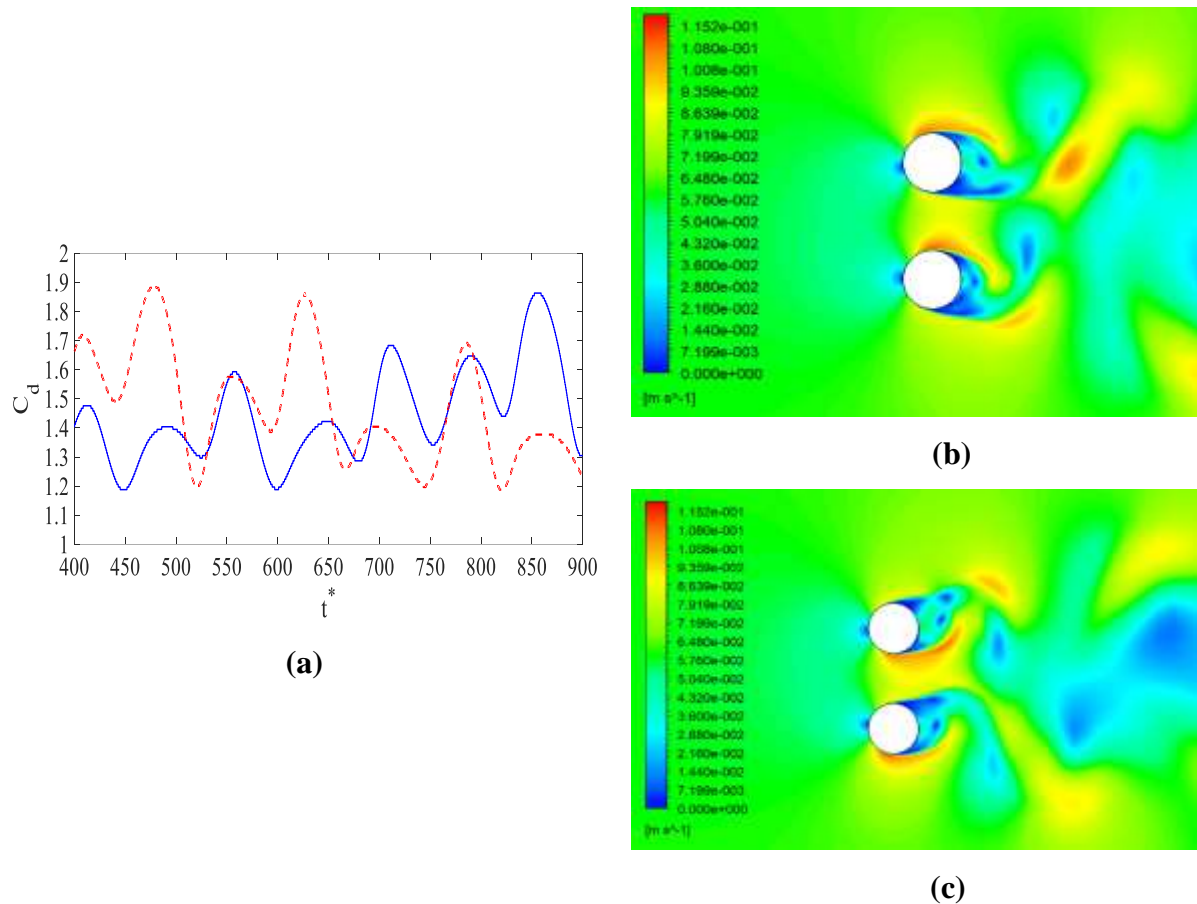


Figura 5.11 Evolução do campo de velocidade para $p/d=2,00$ e $Re=3000$. (a) Histórico do C_d no intervalo $t^*=480-860$ s. (b) Campo de velocidade em $t^*=480$ s. (c) Campo de velocidade em $t^*=860$ s.
 — Cilindro Superior; - - Cilindro Inferior

5.1.4. Frequência de desprendimento de vórtices das esteiras

Os trabalhos de Vagtinski (2008) e Afgan *et al.* (2011) sugerem que para um escoamento biestável cada uma das esteiras larga (WW) e estreita (NW) teria uma frequência de desprendimento de vórtice característica. Afgan *et al.* (2011) mostrou em seu trabalho que ao analisar o número de Strouhal (St) em um escoamento biestável aparecem três picos característicos o primeiro entorno de 0,21 causado pelo escoamento entre cilindros, os outros dois em 0,13 e 0,27 referentes a esteira larga (WW) e esteira estreita (NW), respectivamente.

Afim de avaliar a frequência de desprendimento de vórtice adequadamente, os dados utilizados para realização da FFT foram divididos em intervalos. Para a realização da FFT foi utilizado a rotina do *software Matlab*. Na Figura 5.12 mostra um pico bem definido no espectro em 0,19 a outros dois picos o primeiro em 0,14 e o segundo em 0,33, que podem ser oriundos da influência da troca topologia entre as esteiras. O primeiro pico em $St=0,19$ encontra forte concordância com a frequência de desprendimento de vórtices em um cilindro isolado para baixos números de Reynolds (Meneghini, 2002). Para todos os casos simulados o St foi feito com base nos coeficientes de sustentação, para os para valores de $St = 0,14$ e $0,33$ representam

o surgimento de esteira estreita e larga, ou seja, evidenciando comportamento biestável do escoamento para $Re=200$ e $p/d=2,00$. Portanto corroborando com os históricos de C_d e campos de velocidade como pode ser visto na figura a seguir.

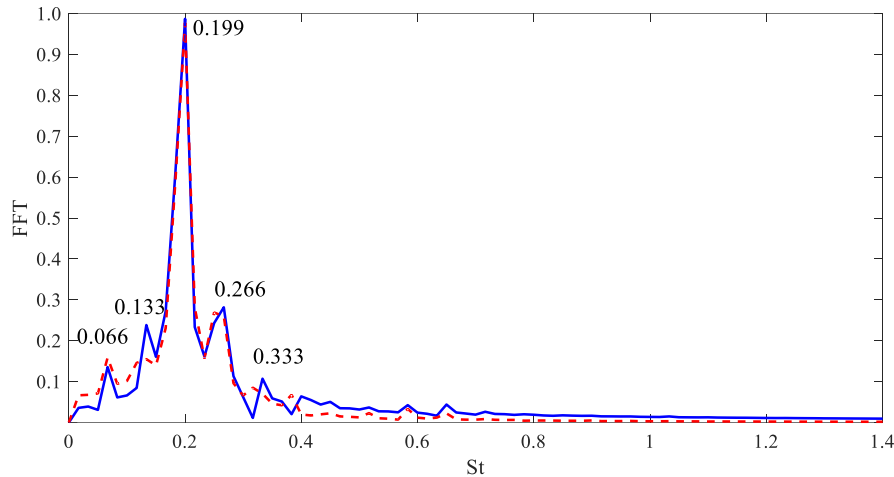


Figura 5.12 Número de Strouhal para $p/d=2,00$ e $Re=200$.
— Cilindro Superior; - - Cilindro Inferior

Na Figura 5.13 a transformada de Fourier é mostrada para as componentes axiais de flutuação de velocidade na esteira dos cilindros para $Re=1000$. Diferentemente do que acontece para o valor inferior de número de Reynolds ($Re=200$) agora um único pico aparece no espectro indicando uma frequência adimensionalizada de desprendimento de vórtices, $St=0,22$. Esse resultado demonstra que o par de cilindros está sob fraca interação apresentando apenas o movimento de *Flip-Flop*, assim com apresentado Verma e Govardhan (2011) onde o St comportando assume valores iguais ao um cilindro isolado.

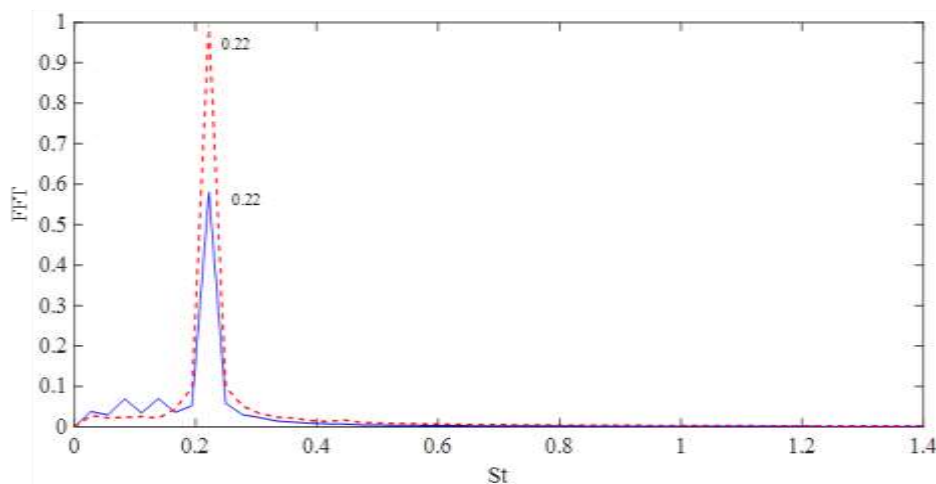


Figura 5.13 Número de Strouhal para $p/d=2,00$ e $Re=1000$
— Cilindro Superior; - - Cilindro Inferior

A transformada de Fourier para o sinal de flutuação de velocidade na direção axial para $Re = 3000$ é mostrado na Figura 5.14. Os resultados mostram quem além das frequências

principais próximo a 0,21 outras frequências secundárias foram encontradas perto de 0,10, 0,30 e 0,43 essas frequências foram encontradas por Vagtinski (2008), Afgan *et al.* (2011), Lopez (2014) e Neumeister (2015). Os autores concluíram que picos próximos a 0,1 são causados devido a esteira larga (WW), enquanto os picos entorno 0,3 e 0,4 são causados pela esteira estreita (NW). Uma possível explicação para o fato de a NW ter maior frequência que a WW, deve-se ao jato central que é direcionado ao cilindro, gerando assim flutuações de velocidade mais rápidas que na WW.

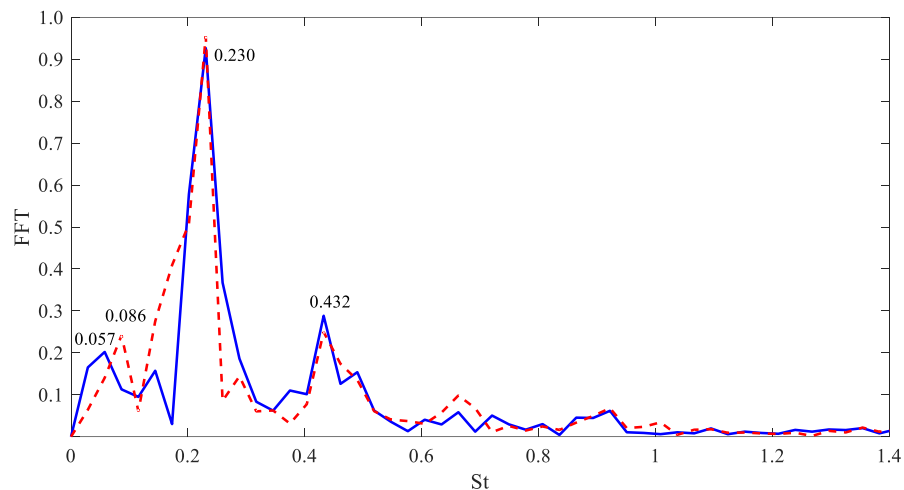


Figura 5.14 Número de Strouhal para $p/d=2,00$ e $Re=3000$
— Cilindro Superior; - - Cilindro Inferior

5.2. RESULTADOS E DISCUSSÃO PARA O ESPAÇAMENTO $P/D=1,50$ EM DOMÍNIO BIDIMENSIONAL

5.2.1. Coeficiente de pressão - C_p e Coeficiente de tensão - τ^*

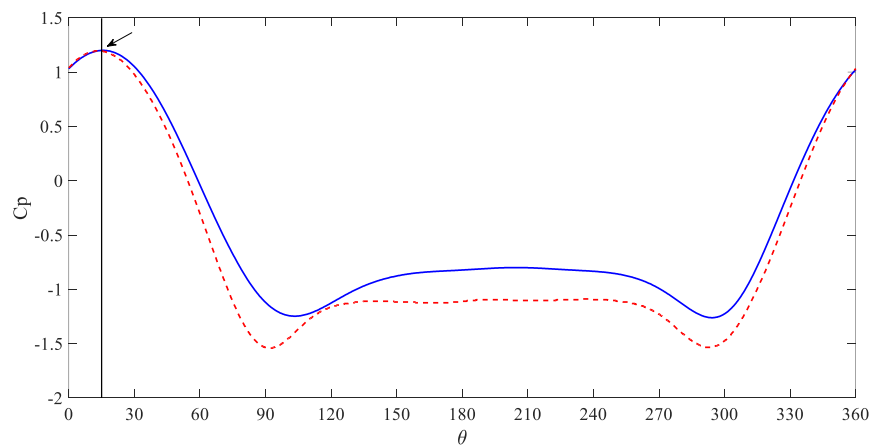
Nesta seção do trabalho são apresentados os resultados da distribuição da pressão média e do coeficiente de cisalhamento em torno dos cilindros em função da posição angular dos cilindros (θ). Na Figura 5.15(a) e (b) são mostradas as distribuições de C_p como função da posição angular para os cilindros superior e inferior, onde $p/d=1,50$ e $Re = 200$ e 1000 respectivamente.

Se valendo dos estudos em cilindro isolado como de Tutar (2001), Rajane (2008), Johanson *et al.* (2013) entre outro demais trabalhos, quando a curva do C_p atinge seu valor máximo e depois começa a decrescer, aquele ponto é um ponto de estagnação ou seja onde a pressão paralela à superfície é máxima e o fluido tem velocidade nula.

A Figura 5.15(a), em destaque, nota-se que ângulo de estagnação para ambos números de Reynolds é de 15° onde C_p equivale 1,21. Ambas as distribuições de pressão são bastante próximas a aquela encontrada em um cilindro isolado (em termos qualitativos), porém, com

seus pontos de estagnação, independentemente do Reynolds simulado, convergindo para a fenda (Lopez, 2014). Uma notória diferença entre as curvas está no ponto de pressão mínima, para $Re=200$ o C_p mínimo equivale a $-1,25$ em 103° e 294° entretanto para $Re=1000$ C_p atinge seu valor mínimo de $-1,54$ em 90° e 293° . Essa diferença ocorre devido aos diferentes regimes de escoamento, pois para $Re=200$ o escoamento está em regime laminar e para $Re=1000$ o escoamento está em regime turbulento. Somado a isso a formação de esteiras, larga e estreita, atrás dos cilindros contribuem para essa diferença.

A Figura 5.15 (b) mostra uma pequena diferença nos ângulos de estagnação de 342° e 350° para $Re=200$ e $Re=1000$, respectivamente, porém para C_p igual a $1,20$. Os valores mínimos de C_p foram de $-1,25$ em 65° e 256° e $-1,31$ em 68° e 271° para $Re=200$ e $Re=1000$, respectivamente. Quando comparados aos resultados em relação ao cilindro superior percebe-se que para $Re=200$ o C_p mínimo se manteve em $-1,25$ enquanto para $Re=1000$ o valor teve um decréscimo de cerca de 15%. Nas Figura 5.15(a) e (b) é notável que as curvas de C_p não são sobrepostas, levando a uma indicação que há interferência de um cilindro no outro pela sua proximidade, tal como já explicitado pelo trabalho de Vagtinski (2008) e Vakil (2011). A assimetria na distribuição de C_p mostra que para $p/d=1,50$ há uma forte interação entre os cilindros fazendo assim que ponto de estagnação se aproxime da fenda gerando assim uma assimetria entre as curvas. Portanto estando em conformidade com os resultados apresentados por Alam e Zhou (2007) e Pang *et al.*(2016).



(a)

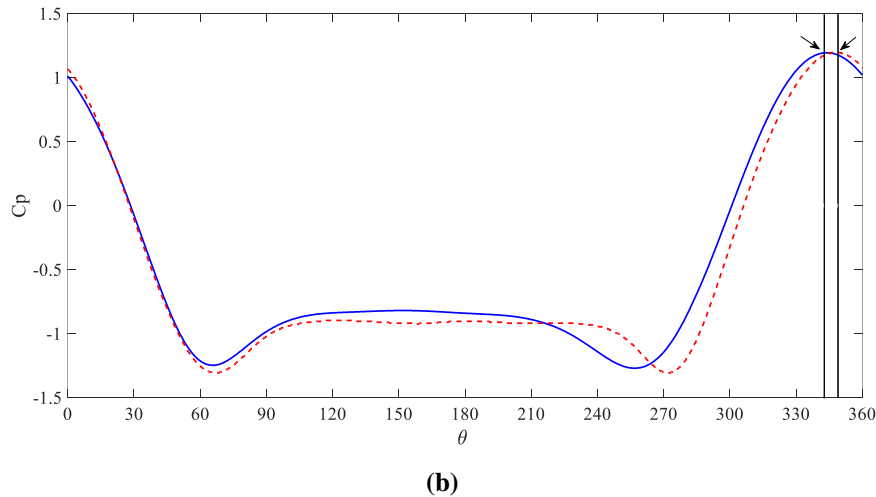
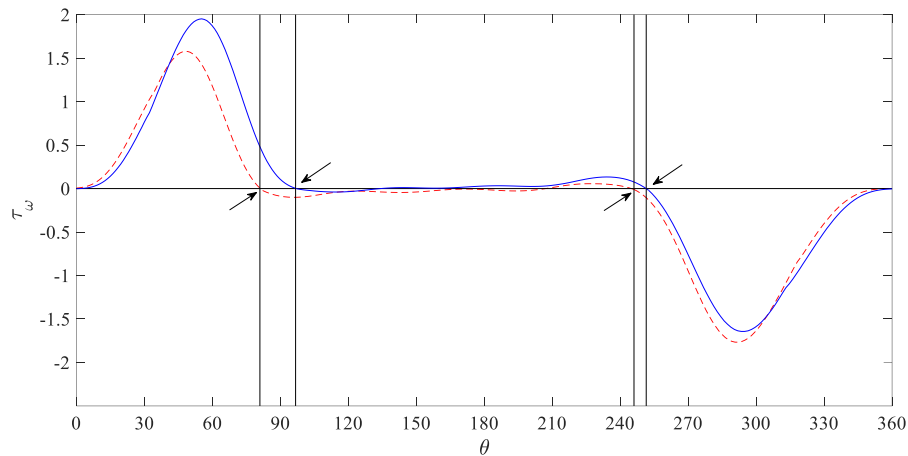


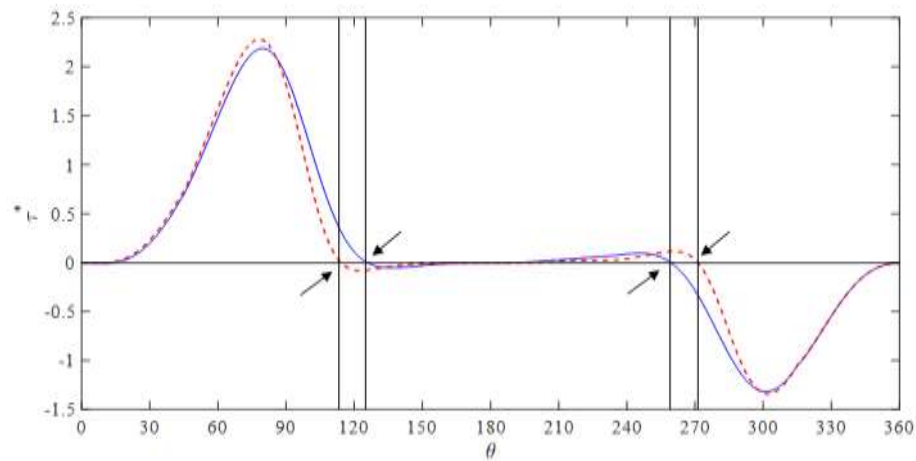
Figura 5.15 Distribuição do coeficiente de pressão em torno dos cilindros para $p/d=1,50$. a) Cilindro superior.
 b) Cilindro inferior.
 — $Re=200$; - $Re=1000$.

A Figura 5.16 (a) e (b) mostra a distribuição do coeficiente de tensão de cisalhamento como função da posição angular na superfície dos cilindros. Não há diferenças entre as distribuições quando os números de Reynolds são levados em conta, ou seja, tal coeficiente parece ser independente do número de Reynolds. Contudo, as diferenças surgem quando os cilindros superior e inferior são comparados. Os maiores valores modulares do coeficiente de cisalhamento encontram-se nas posições 60° e 290° para o cilindro superior, enquanto que para o cilindro inferior esses encontram-se defasados nas posições 80° e 300° , aproximadamente. Os maiores valores no coeficiente de tensão ocorrem na região da fenda para ambos os cilindros, em modulo os valores máximos do coeficiente de tensão são 1,9 e 2,25 para os cilindros superior e inferior, respectivamente.

Tensões nulas ocorrem no ponto de estagnação e marcam o início do descolamento da camada limite. No cilindro superior o primeiro ponto de tensão nula ocorre próximo a 80° , independentemente do número de Reynolds simulado. Essa posição de descolamento da camada limite δ_{sep} é notavelmente maior que aqueles encontrados por Meneghini, 2002, em seu trabalho sobre ângulos de separação em cilindros isolados. Tal diferença parece ser fruto da interação entre os cilindros. Por outro lado, no cilindro inferior o início da separação da camada limite parece ocorrer próximo a 120° , sendo esse um valor mais próximo aquele encontrado por Meneghini, 2002.



(a)



(b)

Figura 5.16 Distribuição da tensão cisalhante em torno dos cilindros para $p/d=1,50$. a) Cilindro superior.
b) Cilindro inferior.
— $Re=200$; - $Re=1000$.

A assimetria nas curvas de τ^* na Figura 5.16 reforçam a ideia que o ponto de estagnação para ambos os cilindros convergem para a fenda. Os ângulos onde a camada limite se descola na Figura 5.16 indicam que no cilindro superior há a formação de uma esteira larga e no cilindro inferior a formação de uma esteira estreita.

5.2.2. Coeficientes de arrasto – C_D e Sustentação - C_L

A Figura 5.17 (a) (b) mostra o histórico dos coeficiente de arrasto (C_D) e coeficiente de sustentação (C_L), respectivamente como função do tempo adimensional (t^*), para $p/d=1,50$ e $Re=200$. Na Figura 5.17 é destacado com círculos os instantes ao qual ocorrem as trocas de sinais de C_D e C_L , conseqüentemente indicando a troca de topologia entre as esteiras. A Figura 5.17(a) e (b) mostram o histórico em t^* de C_D e C_L respectivamente, para $p/d=1,50$ e $Re=1000$, destacando o momento da troca de sinais. Ambos os históricos de C_D e C_L somente foram

adquiridos após 8 tempos convectivos (t_c), para que os efeitos de entrada pudessem ser minimizados.

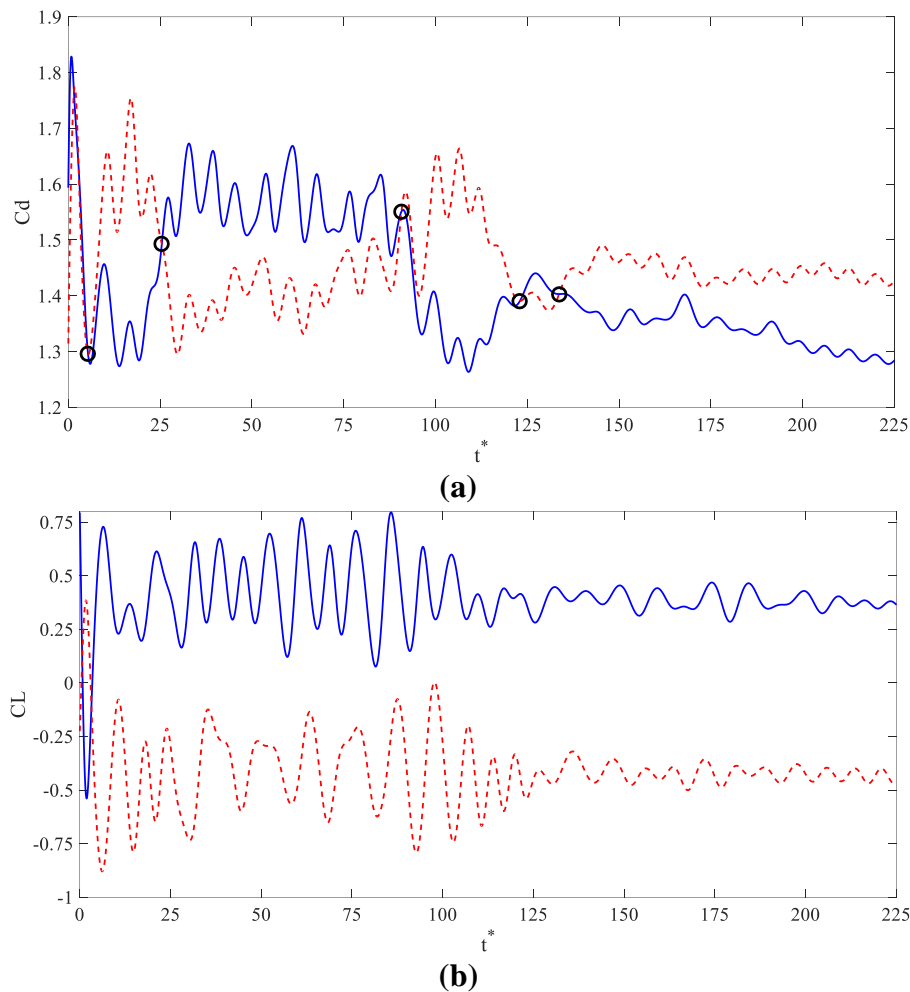


Figura 5.17 Histórico dos coeficientes aerodinâmicos $p/d=1,50$ $Re=200$. a) Coeficiente de arrasto.
b) Coeficiente de sustentação.
— Cilindro Superior; - - -Cilindro Inferior.

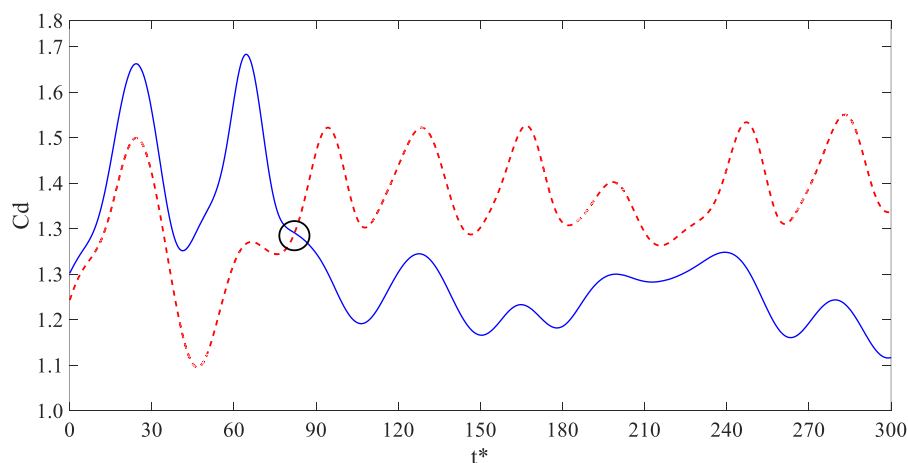
No histórico do coeficiente de arrasto para ambos os cilindros é possível ver que esse possui flutuação, contudo, após $t^* > 100$ as flutuações diminuem consideravelmente. Além do mais pode-se notar que os valores médios de C_d para o cilindro superior excursionam entre $1,70 < C_d < 2,0$, até $t^* \sim 100$, após esse tempo adimensional os valores decaem para valores inferiores a 1,70. Além do mais observa-se a troca de sinais em comportamento inversamente proporcional (Vagtinski, 2008). No cilindro inferior o coeficiente de arrasto atinge valores parecidos aqueles encontrados no cilindro superior, porém somente após as trocas de sinais. É possível observar que na Figura 5.17(a) que há, pelo menos, 3 trocas de sinais de C_d nos tempos t^* iguais a 23,69s, 87,01s e 111,90s. Nota-se ao comparar com os resultados para $p/d=2,00$, Figura 5.3, é possível observa que em relação ao histórico do C_d há uma grande diferença entre as figuras. Primeiramente em relação ao número de trocas, ao diminuir o espaçamento entre os

cilindros os números de trocas diminuíram significativamente, entretanto as mesmas se tornaram mais duradouras. Quando comparados os o histórico do C_L , para o caso $p/d=1,50$ o histórico não apresenta trocas de sinais como para o caso para $p/d=2,00$.

Em relação ao histórico de C_L , Figura 5.17(b) esses não apresentam trocas de sinais. Os valores de C_L flutuam mantando-se com médias invariantes no tempo, com valores de C_L em torno de 0,37 e -0,41 para o cilindro superior e inferior, respectivamente. Contudo, é interessante notar que a influência da proximidade dos cilindros mais uma vez é percebida através do decrescimento das flutuações de C_L a partir de $t^* > 100$, tal como já ocorrerá para coeficiente de arrasto.

Para $p/d=1,50$ e fixando o número de Reynolds igual a 1000 também é possível observar trocas de sinais em C_d , porém uma única vez, enquanto há duas trocas nos valores de C_L . Na Figura 5.18 (a) em t^* igual a 32 os sinais se separam caracterizando a formação de duas esteiras distintas no escoamento, em $t^*=81,50$ s há a troca de sinais caracterizando a troca de topologia entre as esteiras. Na Figura 5.18 (b) há duas trocas de sinais nos seguintes intervalos, o primeiro t^* varia de 11 a 29s, o segundo t^* varia de 119 a 130s. Após $t^*=130$ s não há mais trocas nos sinais de C_L . Os círculos na Figura 5.18 destacam os instantes onde há troca de sinais nos cilindros e consequentemente indicando o instante onde as topologias de esteira começam a se trocar.

Ao comparar os resultados com Re igual a 200 e 1000 é perceptível que com aumento do número de Reynolds as flutuações nos sinais se tornaram mais lentas e as médias dos sinais tornam-se mais estáveis. O aumento do número de Reynolds também possibilitou visualizar trocas de sinais no histórico de C_L . Em ambos ocorrem trocas de sinais, essas trocas de sinais em C_d e C_L são fortes indicadores que o fenômeno da biestabilidade ocorreu durante a simulação dos escoamentos.



(a)

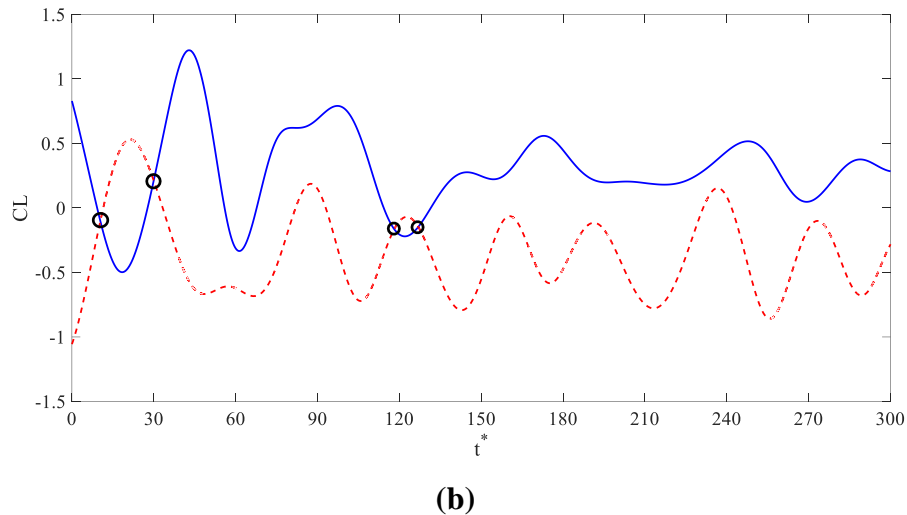


Figura 5.18 Histórico dos coeficientes aerodinâmicos $p/d=1,50$ $Re=1000$. a) Coeficiente de arrasto.
 b) Coeficiente de sustentação.
 — Cilindro Superior; - - -Cilindro Inferior.

Quando comparados os resultados com o caso $Re=1000$ e $p/d=2,00$, Figura, nota-se assim como anteriormente que o número de troca nos históricos de C_d e C_L são significativamente menos frequentes. No caso para $p/d=1,50$ é possível verificar que no histórico C_L é mais sensível as trocas de esteiras, portanto para este espaçamento é possível verificar a característica biestável do espaçamento não somente ao avaliar o histórico do C_d .

5.2.3. Flutuações de Velocidade e Topologias de Esteiras

Com o objetivo de avaliar as características dinâmicas do escoamento a jusante dos cilindros foram posicionadas sondas virtuais na tangente das superfície dos cilindros, a $0,90d$ a jusante dos mesmos, conforme a Figura 5.15, o posicionamento das sonda, bem como sua distância do centro do cilindros foi de acordo com o trabalho de Vagtinski (2008).

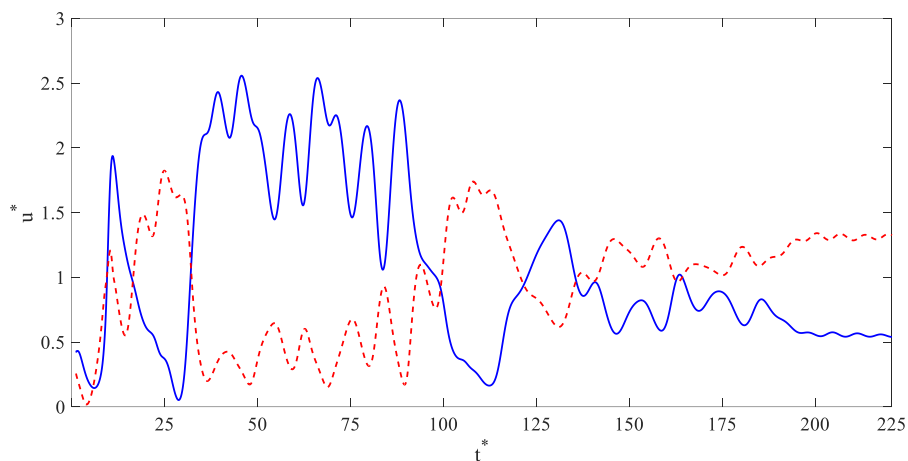
Na Figura 5.19 (a) e (b) é mostrado o histórico de velocidades u^* e v^* respectivamente, que foram descritos nas Equações 5.3 e 5.4. A razão de espaçamento foi de $p/d=1,50$ e o Re foi mantido em 200.

Na Figura 5.19 (a) pode-se visualizar que os sinais de velocidade se dão de uma maneira bem definida apresentando 4 intervalos de trocas de sinais. Entre os segundos 30 e 46 tem-se a primeira troca, após cerca de 60 segundos tem-se uma segunda troca no intervalo de 113 a 135 segundos, logo após a terceira troca acontece no intervalo 135 a 150 segundos, seguida pela quarta e última troca no intervalo 150 a 178 segundos. É importante notar duas características nos sinais de velocidade: a) os sinais de flutuação de velocidade são bastante parecidos com o histórico de C_d para ambos os cilindros; b) a partir de $t^* > 100$ as flutuações de u^* são

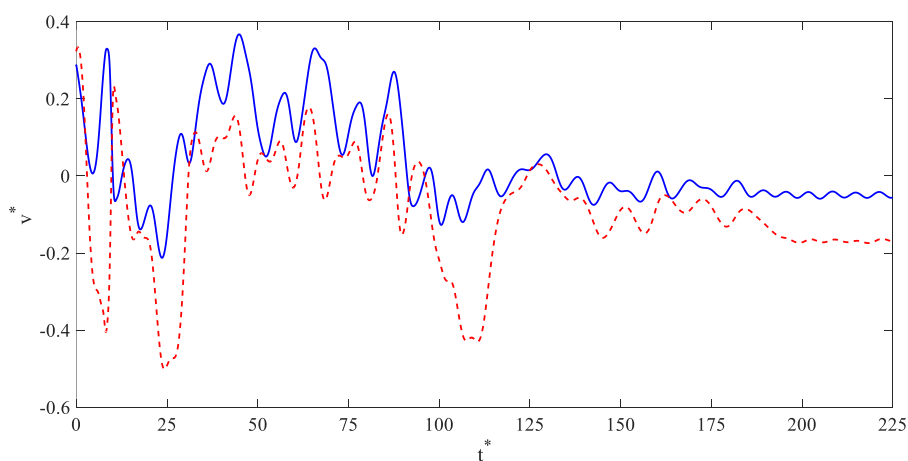
consideravelmente menos frequentes e os sinais de velocidade começam a estabelecer-se sem trocas importantes.

Na Figura 5.19 (b) são avaliados o histórico da componente transversal de velocidade. É possível observar menos trocas, apenas 3 trocas nos seguintes intervalos: a primeira no intervalo de 25 a 48 segundos, a segunda 112 a 133 segundos e por último a terceira ocorrendo logo após a segunda de 133 a 150 segundos.

Observa-se, ainda, que a troca de sinais de velocidade não são simultâneas apresentando uma pequena defasagem temporal entre as componentes principal, u^* e transversal, v^* esses resultados são semelhantes e estão de acordo com aqueles encontrados por Vagtinski (2008), Lopez (2014) e Neumeister (2015). Os resultados mostram uma possível biestabilidade devido a troca de sinais.



(a)



(b)

Figura 5.19 Histórico da velocidade para $p/d=1,50$ e $Re=200$. a) Velocidade u^* . b) Velocidade v^* .
— Sonda 1; - - Sonda 2.

Afim de avaliar qualitativamente o que está acontecendo com escoamento foram feitos isocontornos do campo de velocidade durante os intervalos de trocas. A Figura 5.20 mostra os

contornos de velocidade do escoamento e em detalhes a Figura 5.17 durante o intervalo de tempo 50 a 110 tempos adimensionais

- Na Figura 5.20(b) mostra o momento em que o escoamento adota um esteira estreita no cilindro superior e esteira larga no cilindro inferior e assim permanece até $t^* \approx 55s$;
- Na Figura 5.20(c) em $t^* \approx 107s$ dar-se início a troca em as topologia das esteiras, portanto uma esteira larga e estreita são formadas a jusante dos cilindros superior e inferior respectivamente.

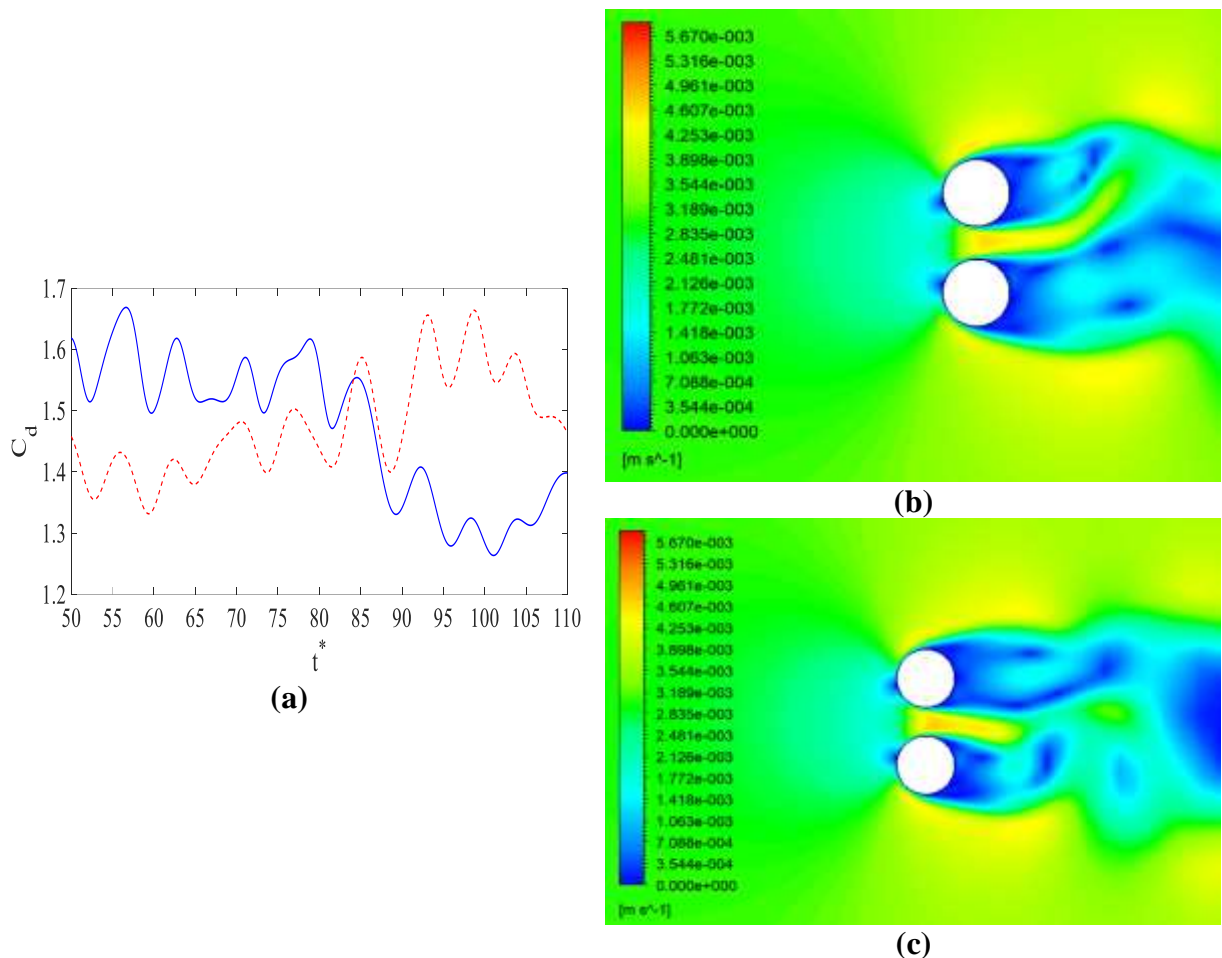


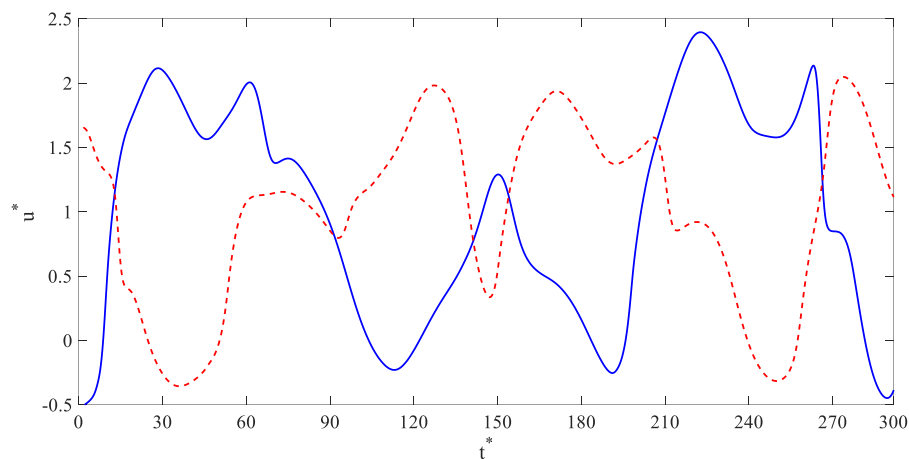
Figura 5.20 Evolução do campo de velocidade para $p/d=1,50$ e $Re=200$. (a) Histórico do C_d no intervalo $t^*=50-110s$. (b) Campo de velocidade em $t^*=55s$. (c) Campo de velocidade em $t^*=105s$.

Como pode ser observado novamente a formação de esteira larga possui um coeficiente de arrasto maior que a o cilindro com a e esteira estreita, assim como nos casos anteriores quando foram analisados o escoamento para $p/d=2,00$. Novamente percebe-se que o aumento do arrasto na esteira estreita está associado com o fato do jato central. Isto acarreta na diminuição da largura da esteira bem como no aumento da velocidade do escoamento entorno do cilindro, aumentando assim a força de arrasto sobre o mesmo. O mesmo comportamento é encontrado em $p/d=1,50$ quando $Re = 1000$ e $p/d=2,00$ quando $Re = 200$.

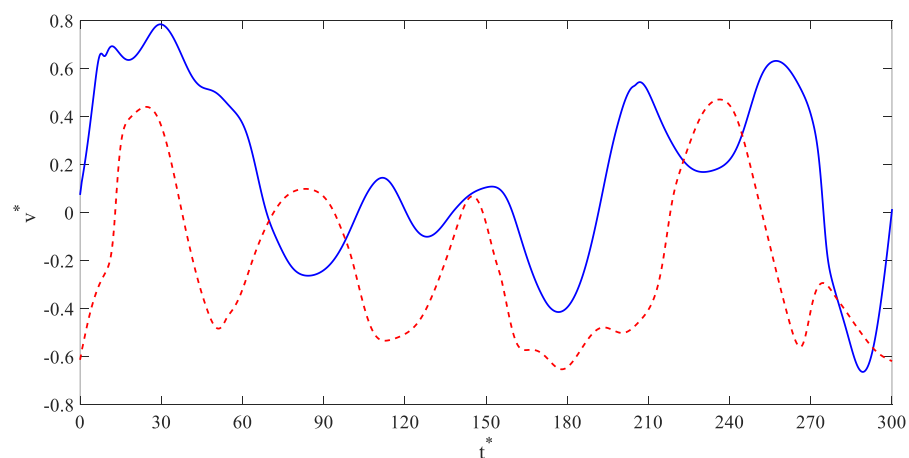
Na Figura 5.21 são mostrados os históricos de velocidade u^* e v^* , respectivamente, medidos nas mesmas posições mencionadas anteriormente. As Figuras mencionadas dizem respeito as flutuações de velocidade para razões $p/d=1,50$ e Re igual a 1000.

Na Figura 5.21(a) visualiza-se 5 intervalos de trocas. Entre $t^*=26$ a 124s, tem-se a primeira troca, a segunda troca ocorre no intervalo de 124 a 188 segundos, o terceiro intervalo é o mais rápido durando apenas $14 t^*$ entre os 188 a 202 segundos. A quarta troca no intervalo 202 a 270 segundos e por fim temos uma última troca no intervalo 270 a 342 segundos.

Na Figura 5.21(b) são mostrados os históricos da velocidade transversal. É possível visualizar 4 intervalos de trocas de sinais, também bem definidos e duradouro, com exceção de uma troca rápida. Entre os segundos 23 e 90 temos a primeira troca, a segunda troca no intervalo de 90 a 175 segundos, o terceiro intervalo é o mais rápido durando entre os 175 a 190 segundos, logo após temos a quinta troca no intervalo 190 a 250 segundos e por fim temos uma última troca no intervalo 250 a 339 segundos.



(a)



(b)

Figura 5.21 Histórico da velocidade para $p/d=1,50$ e $Re=1000$. a) Velocidade u^* . b) Velocidade v^* .
— Sonda 1; - - - Sonda 2.

Os campos de velocidade a seguir mostram os campos de velocidade para o espaçamento $p/d=1,50$ com o número de Reynolds igual 1000. São avaliados os campos de velocidade no intervalo de tempo igual a $t^*=55$ a 110s, o intervalo foi escolhido de tal forma afim de conseguir mostrar o passo a passo da troca de esteiras.

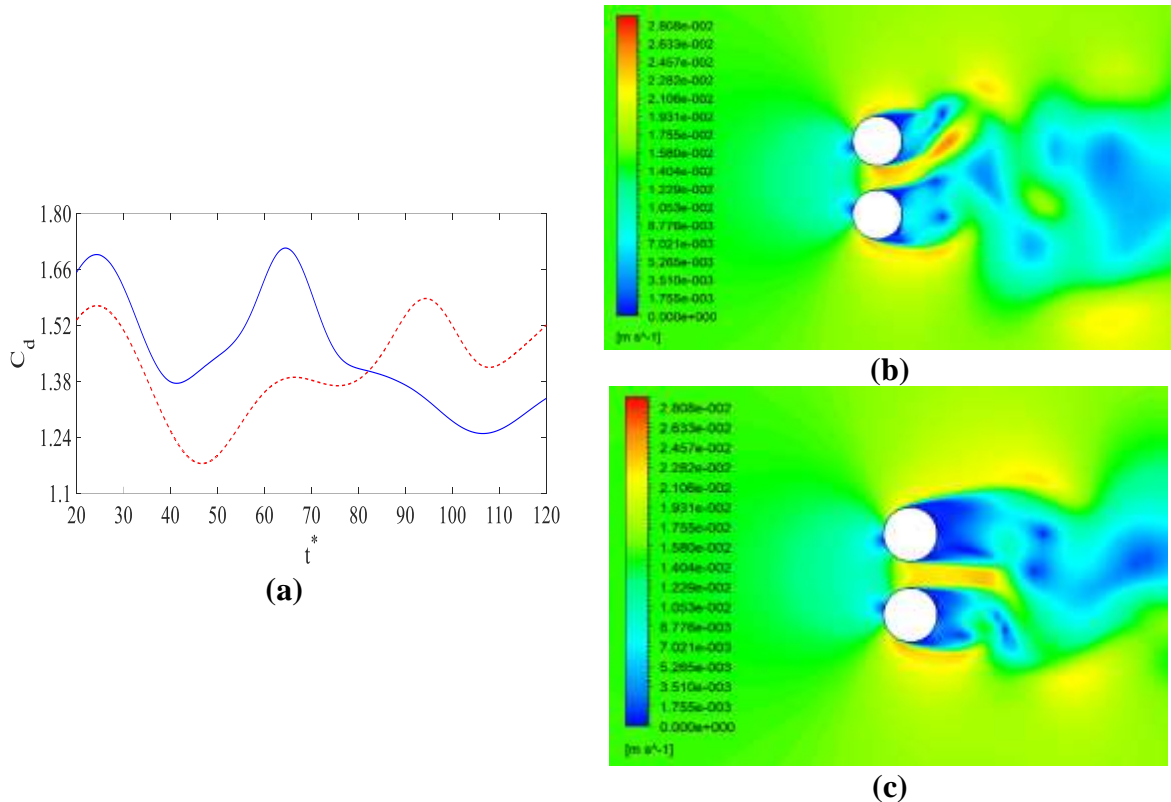


Figura 5.22 Evolução do campo de velocidade para $p/d=1,50$ e $Re=1000$. (a) Histórico do C_d no intervalo $t^*=20-120$ s. (b) Campo de velocidade em $t^*=65$ s. (c) Campo de velocidade em $t^*=110$ s..

- Na Figura 5.22(b) $t^*=55$ s é consolidado a formação de uma esteira larga a jusante do cilindro inferior e uma esteira estreita no cilindro superior;
- Na Figura 5.22(c) $t^*=110$ s é consolidado a formação de uma esteira larga a jusante do cilindro superior e uma esteira estreita no cilindro inferior.

Assim como na Figura 5.20 a Figura 5.22 apresenta comportamento semelhante quando associamos o histórico de C_d com os campos de velocidade. Se nota novamente que quando há uma esteira estreita a jusante de um cilindro ele apresenta um coeficiente de arrasto maior. Zdravkovich (1977) e Alam et al. (2003) e comprovaram por experimentos e por simulações numéricas.

De maneira geral ao diminuir a razão de espaçamento de $p/d=2,00$ para 1,50 foi possível verificar primeiramente que as flutuações de velocidade conseguiram evidenciar um comportamento biestável do escoamento mais claramente. Os históricos de C_d foram capazes de verificar a biestabilidade do problema com mais nitidez podendo assim uma região onde os modos de esteiras são mais duradouras. Apesar dos históricos de C_L indicarem uma maior

sensibilidade as trocas de esteira durante o escoamento ele não foi capaz de indicar com clareza a biestabilidade independentemente do número de Reynolds.

5.2.4. Frequência de desprendimento de vórtices

No que diz respeito a frequência de desprendimento de vórtices em ambos cilindros tiveram o mesmo comportamento para Re igual a 200. As Figura 5.23 e Figura 5.24 mostra análise espectral dos sinais na esteira de ambos os cilindros. Na Figura 5.23 tem-se um pico em 0,21 que é característico do escoamento ao redor de cilindros, esse valor é igual ao valor conhecido para escoamentos sobre cilindro isolado em escoamento subcrítico (Blevins, 1990, Summer, 1999). Contudo, outros dois picos apresentaram-se no espectro, o primeiro em $St=0,14$ e o segundo em $St=0,25$. Esses outros dois picos já foram detectados por Vagtinski(2008) e Lopez(2014). Segundo os autores esses picos são devido a formação das esteiras larga e estreita.

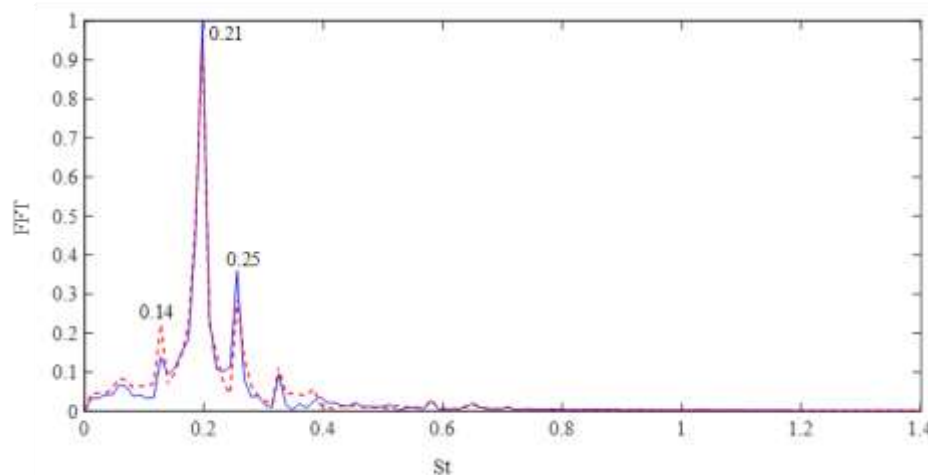


Figura 5.23 Número de Strouhal para $p/d=1,50$ e $Re=200$
— Cilindro Superior; - - Cilindro Inferior

A Figura 5.24 mostra o St para $p/d=1,50$ e Re igual a 1000, porém os resultados apresenta uma divergência entre os resultados entre os cilindros superior e inferior. Para o cilindro superior tem-se três picos bem definidos um em 0,19 devido ao escoamento entorno dos cilindros, os picos em 0,10 e 0,24 devem ser devidos as trocas de topologia entre as esteiras. O resultado para o cilindro inferior mostra dois picos bem definidos o primeiro em 0,13 provém da troca de esteiras e o segundo em 0,24 pelo escoamento entre cilindros.

A Figura 5.24 mostra o St para $p/d=1,50$ e Re igual a 1000, onde os resultados apresenta uma divergência entre os resultados entre os cilindros superior e inferior. Para o cilindro inferior tem-se dois picos bem definidos um em 0,22 devido ao escoamento entorno dos cilindros, os picos em 0,10 devem ser devidos as trocas de topologia entre as esteiras. O resultado para o cilindro superior mostra um único pico em 0,22 não indicando modos de esteira no cilindro superior.

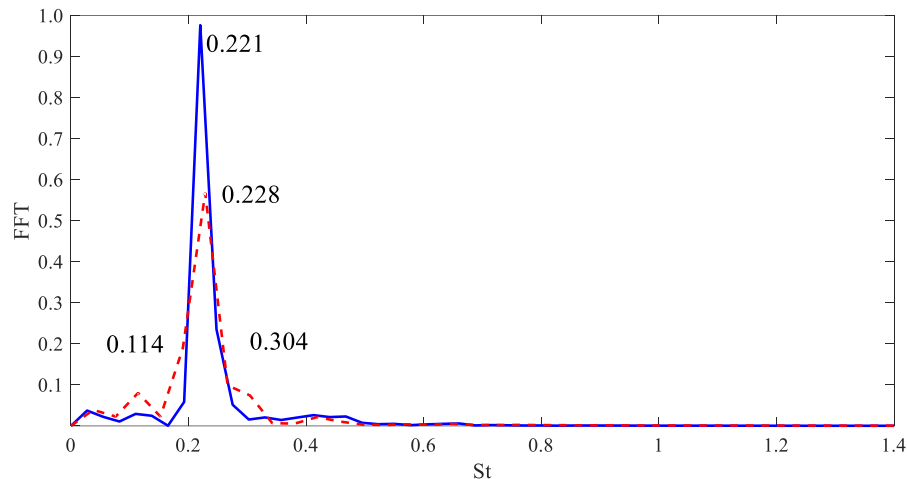


Figura 5.24 Número de Strouhal para $p/d=1,50$ e $Re=1000$
 — Cilindro Superior; - - Cilindro Inferior

5.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO PARA $Re=3000$ PARA $P/D=2,00$ EM DOMÍNIO TRIDIMENSIONAL

5.3.1. Ângulos de estagnação e separação da camada limite

A formação das diversas topologias de esteiras a jusante dos cilindros ocorre de forma aleatória. Estudos numéricos e experimentais mostram que em um mesmo cilindro é possível haver duas ou mais topologias de esteira ao mesmo tempo (Neumeister, 2018).

A fim de verificar a formação mista de topologias de esteira a jusante do mesmo cilindro foi feita uma simulação em domínio tridimensional (3D) para uma razão de espaçamento $p/d=2,00$ e com $Re=3000$. A malha computacional utilizada foi equivalente a ‘Malha 2’ apresentada na Seção 4.5. Porém foi definido no eixo- z que o comprimento do cilindro (L) equivale do $4D$, como sugerido no trabalho de Afgan *et al.* (2011). A malha computacional tem 2.388.000 volumes e 2.259.933 nós. Foram mantidas todas as condições de contorno conforme mostrado na Seção 4.4, entretanto foi modificado o passo de tempo (Δt), que foi fixado em 0,01s e para atender a condição $Co \leq 1$ necessária para o modelo funcionar e na terceira dimensão (z) foi imposta a condição de periodicidade translacional.

Assim como anteriormente foram utilizadas as Equações (4.8) e (4.10) para verificar os ângulos de estagnação e separação da camada limite, respectivamente. A Figura 5.25 mostra a distribuição de C_p entorno do cilindro, para três posições diferentes ao longo do comprimento, L , do cilindro ($L=0d$, $L=2d$ e $L=4d$), que correspondem a base, meio e topo do cilindro, respectivamente. Para todos os comprimentos medidos destaca-se primeiramente que todas as curvas apresentam uma convergência em relação do ponto de estagnação em 352° . O segundo fator é sobre a não sobreposição das curvas em especial quando comparados os comportamentos para $L=4d$ com $L=0d$ e $L=2d$. Da base até o meio do cilindro ($L=0d$ até $2d$) as curvas tem

comportamento semelhante porem no topo do cilindro ($L=4d$) se mostra discrepante as demais nos ângulos próximos a fenda entre os cilindros. Esse este comportamento deve-se aos diferentes tipos de topologia de esteira ao longo do comprimento do cilindro.

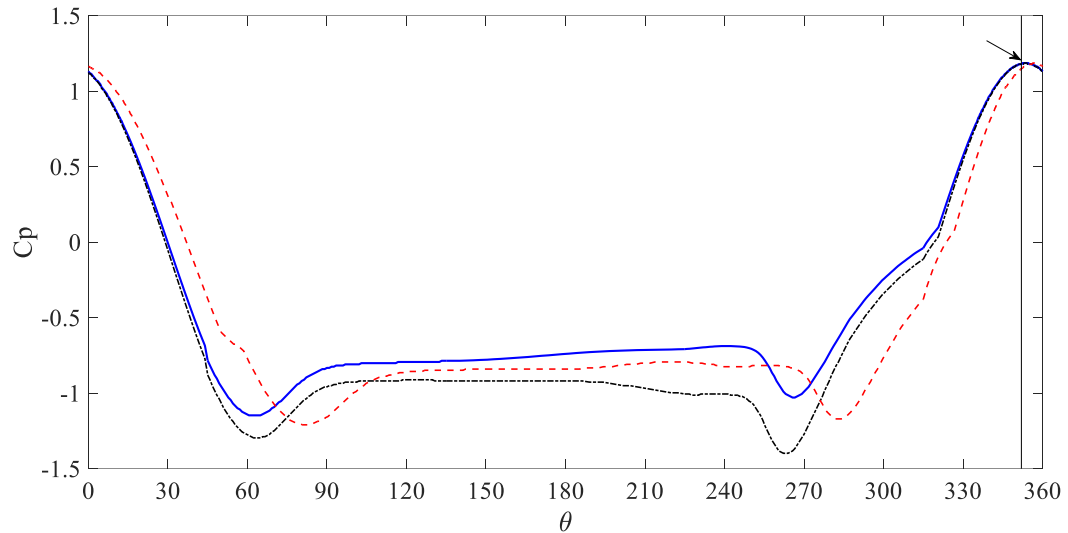


Figura 5.25 Distribuição do coeficiente de pressão em torno do cilindro superior para $p/d=2,00$ ao longo do comprimento do cilindro.

— $L=0d$; — · — $L=2d$; - - $L=4d$

Afim de verificar que ao longo do comprimento do cilindro superior está ocorrendo diferentes tipos de esteiras, é mostrado através da 5.27, a distribuição do coeficiente de tensão entorno do cilindro. Em $L=0d$ e $2d$ é verificado que há um descolamento da camada limite em $80,5^\circ$ e 253° se assemelhando aos resultados anteriores quando o cilindro experimenta uma esteira larga. Em $L=4d$ os ângulos que há o descolamento da camada limite em 97° e 263° , ângulos estes próximos ao encontrados anteriormente quando o cilindro experimenta uma esteira estreita.

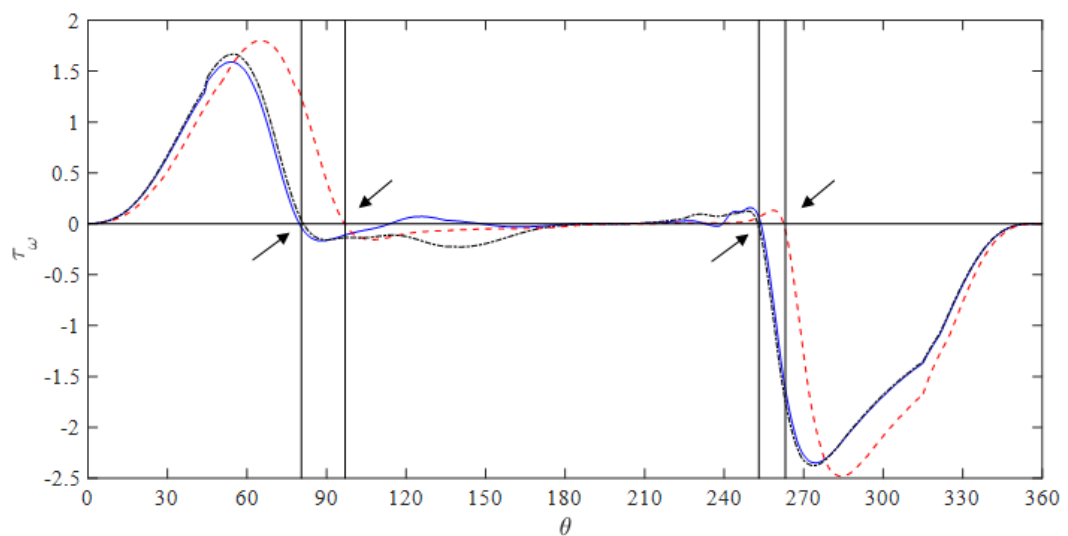


Figura 5.26 Distribuição do coeficiente de tensão em torno do cilindro inferior para $p/d = 2,00$ ao longo do comprimento do cilindro.

— $L=0d$; — · — $L=2d$; - - $L=4d$

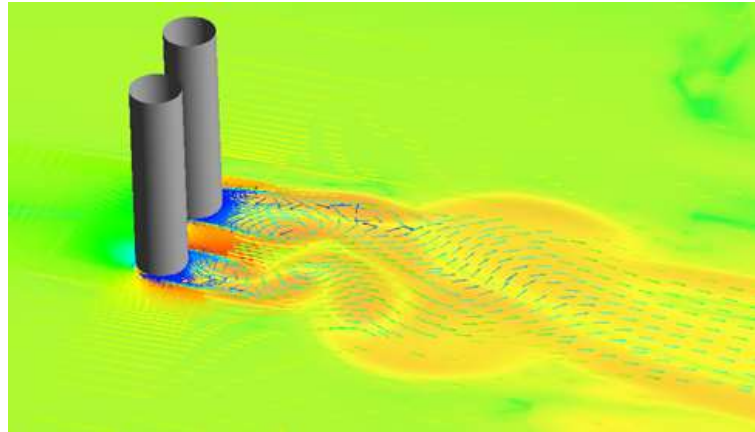
Os ângulos de separação da camada limite para os comprimentos $L=0d$ e $2d$, $80,5^\circ$ e $253,5^\circ$, indicavam proximidade com os resultados obtidos por Afgan *et al.* (2011), $83,8^\circ$ e $262,1^\circ$, quando mostravam que cilindro estava sujeito a uma esteira estreita. De forma análoga, os resultados para o comprimento $L=4d$ referentes ao ângulo de separação da camada limite, $97,1^\circ$ e $263,4^\circ$, se mostra semelhante obtidos por Afgan *et al.* (2011), $99,8^\circ$ e $276,3^\circ$, quando o cilindro estava sujeito a uma esteira larga. Este é o primeiro indicio que ao longo do comprimento do cilindro é possível mais de uma topologia de esteira.

A diferença entre os ângulos de separação em comparação ao caso bidimensional e tridimensional varia de 5° a 10° , reforçando a ideia que a tridimensionalidade de problema tem pouca influência em relação a este fator. O mesmo se aplica quando comparados os ângulos de separação da camada limite apesar de haver diferenças quando há um aumento do Re porém os valores não apresentam variação significativa quando comparados aos casos bidimensionais.

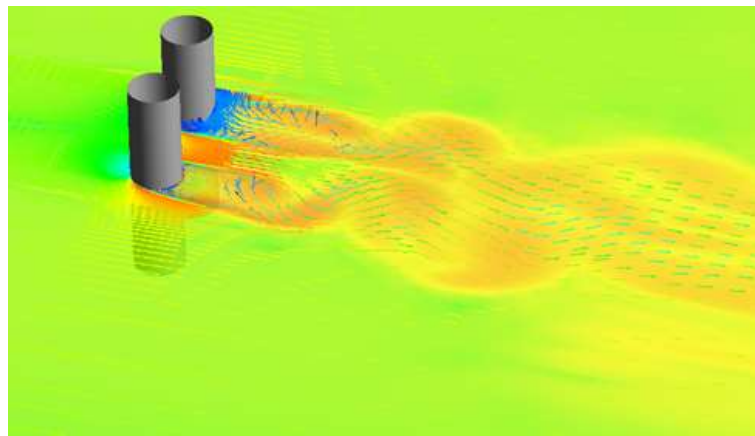
5.3.2. Topologia das esteiras em domínio tridimensional

Ao longo da simulação foi constatado que inicialmente ambos os cilindros apresentavam pelos menos 2 tipos de topologias de esteira. A primeira troca de topologia ocorreu no topo dos cilindros ($L=4d$), onde o cilindro superior experimentava uma esteira larga e após $t^*=37,08s$, por sua vez o cilindro inferior troca a topologia de esteira estreita para a esteira larga. Houve uma defasagem de $t^*=864,94s$ entre as primeiras trocas de topologias ao longo do comprimento do cilindro, onde a primeira ocorreu em $L=4d$ e a última ocorre em $L=3d$. A Figura 5.27 mostra como para um mesmo instante, $t^*=700s$, há diferentes topologias de esteira ao longo do comprimento do cilindro.

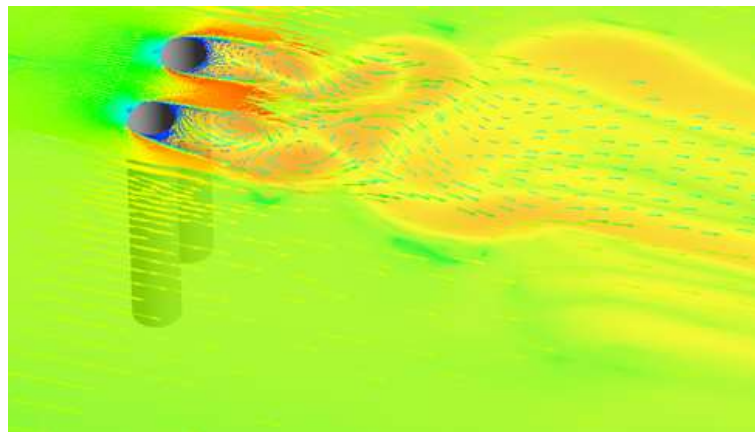
Esse comportamento foi visualizado por Neumeister (2018), portanto mostrando que o modelo $k-\omega$ SST foi capaz de prever que a troca da topologia das esteiras não ocorre de forma simultânea ao longo do comprimento dos cilindros. A Figura 5.27 mostra os campos de vorticidade junto aos vetores de velocidade em três seções ao longo do comprimento dos cilindros ao mesmo tempo. São eles: $L=0d$, $2d$ e $4d$. É importante notar que existem diferentes topologias entre as esteiras ao longo do cilindro.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.27 Contorno do campo de velocidade entorno dos cilindros ao longo do comprimento do cilindro em $t^* = 700s$. a) $L = 0d$. b) $L = 2d$. c) $L = 4d$.

Na Figura 5.27 (a) e (b) há uma formação esteira larga no cilindro superior e esteira estreita no cilindro inferior, para $L = 0d$ e $L = 2d$, respectivamente. Entretanto ao avaliar o contorno do campo de velocidade entorno do campo de velocidade para o topo do cilindro, $L = 4d$, observa-se que há uma inversão na topologia das esteiras, portanto esteira estreita no cilindro superior e esteira larga no cilindro inferior (Figura 5.27(c)). A Figura 5.26 mostra

diferentes ângulos de separação da camada limite para cada comprimento do cilindro reforçado que para $L=0d$ e $2d$ os ângulos de separação da camada limite seja similares entre si e distintos quando $L=4d$.

5.3.3. Flutuações de velocidade

Afim de verificar o momento no qual se dá a troca da topologia das esteiras foi observado o comportamento do sinais de velocidade u, v assim pelas sondas como mostrado na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** (b). Os sinais de velocidade registrados indicam que inicialmente há uma formação distinta de esteira ao longo dos cilindros e após a cerca de $t^*=1100s$ ambos os cilindros assumem a mesma topologia, esteira larga no cilindro superior e esteira estreita no cilindro inferior. Foram registrados os sinais de velocidade nos comprimentos $L=0d, 2d$ e $4d$, esses sinais podem ser observados na Figura 5.28.

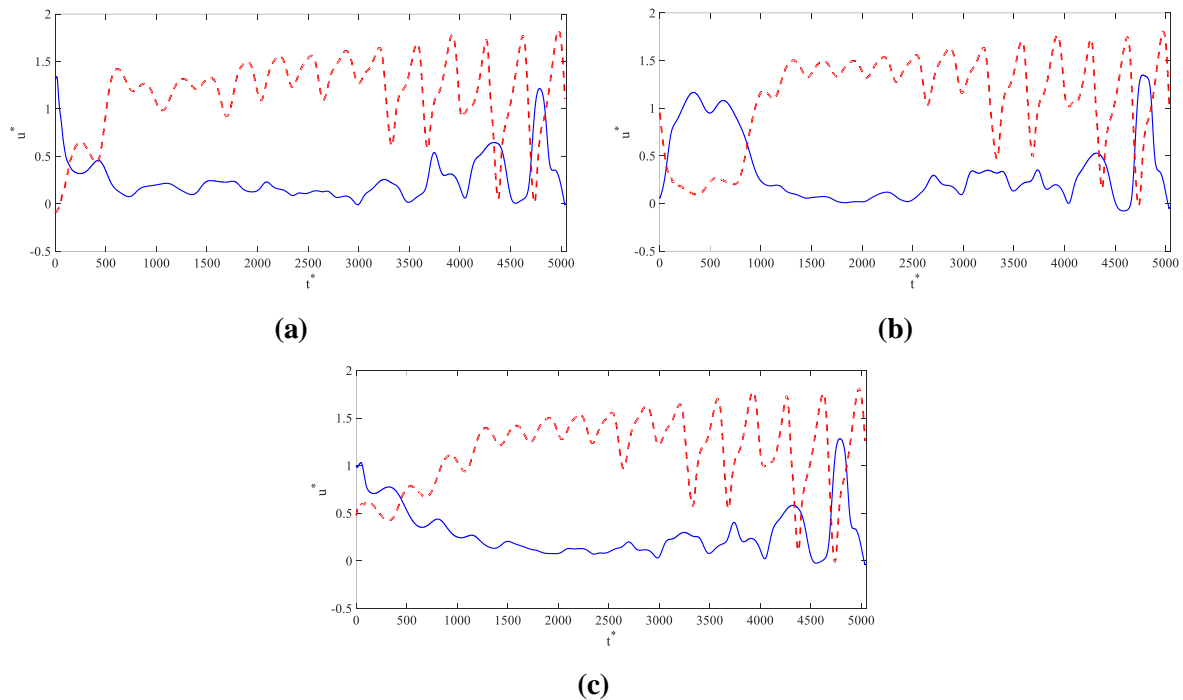


Figura 5.28 Histórico da velocidade para $p/d=2,00$ e $Re=3000$ ao longo do comprimento do cilindro superior. a) $L=0d$. b) $L=2d$. c) $L=4d$.
— Sonda 1; - - -Sonda 2.

As flutuações de velocidade ao longo do tempo demonstram que há uma diferença entre o comportamento do sinal em relação ao comprimento do cilindro. Nota-se que no começo do escoamento há indicio de um regime biestável duradouro $L=2d$ (Figura 5.28 (b)). Enquanto para os demais comprimentos, $L=0d$ e $4d$, isso não se mostra tão evidente. Enquanto para o comprimento $L=2d$ o regime biestável dura cerca de $1000 t^*$, para $L=0d$ este regime é pouco significativo por cerca de $200 t^*$ e para $L=4d$ não há indicio de regime biestável no início do escoamento. Após o tempo $t^*=1100s$ os sinais de velocidade ao longo do comprimento dos

cilindros se matem em fase e assim permanecem. Ao final dos históricos de velocidade dos sinais de velocidade para este caso tridimensional se assemelham aos sinais de velocidade no caso bidimensional, Figura 5.10.

5.4. COMPARATIVO ENTRE AS SIMULAÇÕES

Essa seção tem como objetivo comparar os ângulos de separação dos cilindros superior e inferior e os coeficientes médios de arrasto e sustentação. Também serão avaliados os coeficientes de arrasto e sustentação médios para todos os casos simulados.

5.5. AVALIAÇÃO DO ÂNGULO DE ESTAGNAÇÃO E DE DESCOLAMENTO DA CAMADA LIMITE

Para determinar o ângulo de separação da camada limite nos cilindros primeiramente foi observado quando a tensão cisalhante é nula, correlacionando-os com o gradiente de adverso pressão em torno do cilindro.

Os valores dos pontos de estagnação e descolamento tem ligeiras mudanças quando se altera o número de Reynolds e se matem a razão de espaçamento entre os cilindros, como pode ser visto nas Seções 5.2.1 e 5.3.1. Entretanto ao fixar o número de Reynolds e altera a razão de espaçamento observa-se que os ângulos de estagnação e separação da camada limite sofrem mudanças mais significativas. Ao comparar o caso bidimensional com o caso tridimensional onde foi mantido a mesma razão de espaçamento bem como o número de Reynolds percebe-se que há uma diferença mais significativa. A tabela a seguir mostra os resultados dos ângulos de separação da camada limite e estagnação dando enfoque a comparação para o mesmo Re variando a razão de espaçamento.

Tabela 2 Ângulos de estagnação e separação (todos em graus) para dois cilindros lado a lado variando o número de Reynolds

Re	p/d	θ_{EstCi}	θ_{EstCs}	δ_{SepCi}	δ_{SepCs}		
200 (2D)	1,50	343,1	15	106,8	241,6	124,3	260,3
	2,00	351,2	9,3	82,2	246,5	97,9	252,6
200 - Vu <i>et al.</i> (2016)	1,50	345	15	100	270	-	-
	2,00	352	8	80	280	-	-
1000 (2D)	1,50	248,9	15	94,4	252,5	113,4	273,1
	2,00	352,5	8,8	84,4	262,3	99,5	263,3
200 - Vu <i>et al.</i> (2016)	1,50	345	15	95	260	-	-
	2,00	352	8	90	270	-	-

3000 (2D)		253,6	7,7	85,5	263,5	101,7	277,3
3000 (3D)	2,00	-	-	80,5	253,4	97,1	263,4
3000 - Afgan <i>et al.</i> (2011)		353,7	8,1	83,8	262,1	99,8	276,3

Os resultados estão em concordância com Afgan *et al.*(2011) e Vu *et al.*(2015) que realizaram trabalhos experimentais sobre o assunto, este último só fez suas análises para o cilindro superior. Em média no que diz respeito ao ângulo de separação da camada limite, há uma defasagem de 161° entre os pontos de descolamento da camada limite.

Em relação a diferença entre o caso bi e tridimensional para $p/d=2,0$ $Re=3000$ há uma diferença de 5° e 10° a menos para o caso tridimensional quando aos ângulos de separação da camada limite para o cilindro inferior. Já quando comparadas os ângulos de separação para o cilindro superior no caso tridimensional apresenta valores 4,6° e 13,9° a menos quando comparado com o caso bidimensional.

5.6. COEFICIENTES AERODINÂMICOS

Para $p/d=2,0$ e $Re=200$ onde houve maior número de trocas, no cilindro superior à média do C_L foi de 0,221 e para o cilindro inferior foi de -0,225. Os resultados estão próximos aos de Verma(2011) aos quais o autor obteve 0,238 e -0,238 para os cilindros superior e inferior, respectivamente. Para $Re =1000$ e $p/d = 2,00$, o coeficiente de sustentação médio foi de 0,227 e -0,198 para os cilindros superior e inferior, respectivamente, os resultados foram muito próximos aos encontrados para $Re=3000$ 0,212 e -0,205 para os cilindros superior e inferior, respectivamente, no presente trabalho. Os resultados encontrados são semelhantes aos encontrados por Hesam (2011) e outros autores que mostram que após $Re=3000$ a média do coeficiente de sustentação não se altera até $Re=10.000$, ficando em torno de $\pm 0,22$. Portanto ao considerar que para $Re=1000$ e $Re=3000$ estão no mesmo regime de escoamento, portanto seus resultados serão semelhantes.

Como observado anteriormente na Figura 5.3 e na Figura 5.4 conforme o número de Reynolds aumenta o número de troca dos sinais diminui. Para $Re=200$ as trocas foram mais frequentes enquanto para $Re=3000$ as trocas foram as menos frequentes. O CL tem seu valor máximo de 1,25, 1,42 e 1,75 para $Re=200$, 1000 e 3000 para $p/d=2,00$.

Para que haja uma apropriada comparação dos coeficientes aerodinâmicos médios entre os casos simulados foram calculados os coeficientes de arrasto e sustentação médios através das Equações (5.3) e (5.4). No cálculo dos coeficientes médios foi utilizado a metodologia

sugerida por Hesan (2011), onde são comparados os valores simulados com os valores de um cilindro isolado submetido ao mesmo número de Reynolds.

$$\overline{C_d} = \frac{\overline{C_{ds}} + \overline{C_{dl}}}{2 * \overline{C_{d0}}} \quad (5.3)$$

$$\overline{C_L} = \frac{\overline{C_{LS}} + \overline{C_{LI}}}{2} \quad (5.4)$$

onde C_{d0} , C_{dS} e C_{dI} são os coeficientes de arrasto para o cilindro isolado, cilindro superior e cilindro inferior respectivamente e C_{LS} e C_{LI} são os coeficientes de sustentação para os cilindros superior e inferior respectivamente.

A Tabela 3 mostra os resultados obtidos para cada simulação com respeito ao coeficiente de arrasto. Os resultados mostram que os valores estão próximos aqueles obtidos por Hesan (2011) e Meneghini (2002) com diferenças marginais de 4,50 % para o arrasto. Contudo, para valores superiores de número de Reynolds a comparação direta não foi possível.

Como pode ser observado há uma diferença significativa no coeficiente de arrasto quando o número de Reynolds aumenta para qualquer uma das relações de espaçamento estudadas. Contudo, a maior diferença ocorre para a relação de espaçamento $p/d = 1,50$, relação de maior interação entre os cilindros.

Tabela 3 Comparativo dos resultados dos coeficientes de arrasto e sustentação médio

Re	p/d	$\overline{C_d}$			
		Presente trabalho	Meneghini (2002)	Vu <i>et al.</i> (2016)	Afgan <i>et al.</i> (2016)
200 (2D)	1,50	1,37	1,31	-	-
	2,00	1,20	-	1,21	-
1000 (2D)	1,50	1,45	1,42	-	-
	2,00	1,33	-	1,37	-
3000 (2D)	2,00	1,35	-	-	-
3000 (3D)		1,42	-	-	1,31

Quando comparados os valores de $\overline{C_d}$ para a mesma relação de espaçamento verifica-se que conforme o Re aumenta o $\overline{C_d}$ também aumenta porém não de forma significativa, principalmente quando comparados os casos de Re igual a 1000 e 3000. Podendo assim concluir que mesmo com o aumento do Re o $\overline{C_d}$ pode tender a convergir para valores cada vez mais próximos aos encontrados para Re igual a 3000. Valores quase constantes de coeficiente de

arrasto para uma grande faixa de Reynolds já são bem conhecidos na literatura aberta no tocante a cilindros isolados (White, 1991).

Os valores de $\overline{C_L}$ apresentam uma pequena variação em seus resultados para todos os casos simulados em $Re=200$ para $p/d=1,50$ e $2,00$ obteve valores $0,008$ e $0,014$, respectivamente. Em $Re=1000$ para $p/d=1,50$ e $2,00$ os valores para foram, respectivamente $0,003$ e $-0,001$. Em $Re=3000$ para $p/d=2,00$ o primeiro em domínio bidimensional e o segundo em domínio tridimensional os valores para foram, respectivamente $0,019$ e $-0,014$. Essa variação de $\overline{C_L}$ deve-se a interação entre as esteiras e troca entre as mesma, o único caso que apresenta variação quase nula foi o de $p/d=2,00$ com $Re=1000$. Porém vale salientar que em todos os casos simulados ao analisar os sinais de C_L não foi possível verificar o fenômeno da biestabilidade. Os valores de $\overline{C_L}$ sugerem que a característica biestável do escoamento não possa ser medida por meio de sua análise visto que, seus valores estão na segunda ou terceira casa decimal, este podendo ser que autores Vu *et al* (2016), Hensan (2011) tenham considerando que a média dos sinais de C_L fossem nulas, seguindo a Equação (5.4).

6. CONCLUSÕES

Nesse trabalho foi apresentado uma investigação dos efeitos da interação entre as esteiras de dois cilindros dispostos lado a lado sob um escoamento transversal. Os cilindros foram dispostos em pares sob uma razão de espaçamento $p/d=1,50$ e $2,00$ e foram submetidos a um escoamento com o número de Reynolds igual a 200, 1000 e 3000. Foram avaliados os coeficientes de arrasto, pressão e sustentação médios e instantâneos em torno dos cilindros bem como os históricos de velocidade a jusante dos mesmos e as diferentes topologias de esteira atrás dos cilindros. Além dos mais dois tipos de modelagem foram feitas: uma modelagem 2D e outra 3D. No último caso, somente foi simulado um escoamento sob $Re=3000$ para $p/d = 2$.

O modelo computacional foi capaz de avaliar os pontos de estagnação e os ângulos de separação da camada limite por meio dos coeficientes de pressão e tensão respectivamente. Para todos os casos simulados a diferença entre os ângulos de separação da camada limite tem uma diferença de aproximadamente de 120° e estão de acordo com Afgan *et al.*(2011) e Pang *et al.* (2016).

O coeficiente de arrasto se mostrou um indicador adequado para determinar a topologia de esteira com que o cilindro está exposto, onde quando o C_d em um cilindro é mais elevado em relação ao outro cilindro indica que este cilindro está com uma esteira larga a jusante dele. Apesar de contra intuitivo esse comportamento está de acordo com a literatura. O jato central que passa entre os cilindros é direcionado a esteira estreita, portanto, aumentando a energia cinética entorno do cilindro levando assim, a um incremento no C_d .

Como era esperado os casos com $p/d=1,50$ apresentaram biestabilidade. Para esta razão de espaçamento o fenômeno da biestabilidade se mostrou mais duradouro com trocas menos frequentes e mais como constatado pelos sinais de C_d os sinais de velocidade u^* e v^* . Analisando os sinais de velocidade tem-se que a velocidade na direção principal do escoamento chega a praticamente a duas vezes a velocidade de entrada do escoamento. Ao analisar os tempos em que ocorrem as trocas de sinais entre as velocidades u^* e v^* , nota-se que elas não ocorrem de forma simultânea. Isso ocorre, antes de haver a troca as esteiras se tornam simétricas, não necessariamente no mesmo instante, como mencionado no trabalho de Neumeister (2015).

Foi possível observar fenômeno da biestabilidade para todos os casos com $p/d=2,00$ o. Mesmo ao aumentar a distância entre os cilindros, levando-os assim a uma zona de fraca interação, ainda foi possível verificar a biestabilidade no problema. Somente foi possível detectar a troca de sinais entre C_d comparados os valores dos cilindros inferior e superior. Ao longo das simulações não foi possível detectar trocas de sinais por meio dos históricos de

velocidade como sugerido e esperados nos trabalhos experimentais de De Paula(2013) e Neumeister (2015). Quando alinhados no tempo o coeficiente de arrasto e contorno do campo de velocidade percebe-se que, o histórico do coeficiente de arrasto é um indicador satisfatório para determinar as topologias de esteira a jusante dos cilindros.

O número de Strouhal (St) em todos os casos apresentou o pico característico próximo de 0,21 que é um pico característico de escoamento entorno de cilindros isolados. Outros picos foram detectados próximos a 0,13, 0,30 e 0,40 o que podem ser característicos da biestabilidade, onde o primeiro pode ser referente a esteira estreita e os demais a formação de esteira larga segundo Afgan *et al.*(2011).

A simulação tridimensional foi capaz de prever a formação de esteiras largas e estreitas a jusante dos cilindros bem como diferentes topologia de esteira ao longo do comprimento dos cilindros ao mesmo tempo. A simulação também apresentou o fenômeno da biestabilidade por mais tempo e trocas mais lentas, portanto necessitando de mais tempo de simulação para visualizar trocas.

Os resultados dos coeficientes médios, ângulo de separação e estagnação foram também descritos de forma no domínio bidimensional. Porém ao avaliar o problema em três dimensões houveram ligeiras diferenças nos resultados. Os casos bidimensionais apresentaram resultados mais próximos as referências. As interferências das forças na direção z , no caso tridimensional, foram responsáveis por diferentes topologias de esteira ao longo dos cilindros.

Ao comparar os resultados obtidos entre os históricos de velocidade, arrasto e sustentação apenas o histórico do coeficiente de arrasto se mostrou como uma ferramenta capaz de indicar topologias de esteira atrás dos cilindros bem como o instante não qual elas se trocam para todos os casos simulados. Logo, a visualização do escoamento por meio dos campos de velocidade não é mais a única maneira de verificar como as esteiras estão se formando. Isso acarreta em uma economia de espaço de memória e na velocidade de processamento pois não é mais necessário salvar com frequência campos de velocidade, pressão e outras variáveis para determinar topologia das esteiras bem como seus modos e tempo de duração.

O modelo computacional o modelo de turbulência $k-\omega$ SST se mostrou satisfatório para as simulações em duas dimensões no que diz respeito a identificação de trocas entre as topologias de esteira, pontos de estagnação e separação da camada limite e a dinâmica do escoamento. Já para o caso tridimensional o modelo de turbulência mostrou com sucesso o fenômeno da biestabilidade bem como a formação de diferentes topologia de esteira ao longo do mesmo cilindro. Porém o modelo não se mostrou capaz de avaliar com exatidão os

coeficientes estáticos e aerodinâmicos nos cilindros ao quais estão sujeitos as forças na terceira dimensão (z), sendo a principal suspeita disso seja o fato do modelo ser anisotrópico.

6.1. SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Os mecanismos que atuam para troca das esteiras bem como a formação da sua topologia e o fenômeno ainda não possuem total esclarecimento, portanto para trabalhos futuros sugere-se:

- Investigação mais detalhada da dinâmica da troca das esteiras em função do aumento do número do *Reynolds*, utilizando modelos de turbulência anisotrópicos:
- Avaliar como a troca de topologia das esteiras afeta a transferência de calor no escoamento:
- Verificar como o escoamento se comporta em um banco de cilindros para diferentes disposições de cilindros de mesmo diâmetro.
- Avaliar a influência da topologia das esteiras para troncos de cones.

7. REFERÊNCIAS

- Achenbach, E. (1968). Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to $Re=5 \times 10^6$. *Journal Fluid and Mechanical*, 625-639.
- Afgan, I.; Kahil, Y. ;Benhamadouche, S.; Sagaut P. (2011). Large eddy simulation of the flow around single and two side-by-side cylinders at subcritical Reynolds numbers. *Physics of Fluids*.
- Alam, M. M. (2016). Lift forces induced by the phase lag between vortex sheddings from two tandem bluff bodies. *Journal Fluid Structure*, 217-237.
- Alam, M.; Zhou, Y. (2007). Flow around two side-by-side closely spaced circular cylinders. *Journal of Fluids and Structures*, 799-805.
- Bao, Y.; Zhou, D.; Tu, J. (2013). Flow characteristics of two in-phase oscillating cylinders in side-by-side arrangement. *Computers e Fluid*, 124-145.
- Barcellos, C.R. (Maio de 2001). Características dinâmicas do escoamento turbulento em bancos de tubos inclinados. Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil: Dissertação para obtenção do título de Mestre em Engenharia.
- Barth, T.J. e Jespersen, D.C. (1989). The design and application of upwind schemes on unstructured meshes. 89. Reno, Nevada, USA: 27th Aerospace Sciences Meeting.
- Bearman, P.W.; Wadcock, A.J. (1973). The interaction between a pair fo circular cylinders normal to a stream. *Journal Fluid Mechanical*, 499-511.
- Blevins, R. D. (1990). *Flow-Induced vibrations* . New York: Van Nostrand Reinhold.
- Boussinesq, J. (1877). *Essai sur la théorie des eaux courantes*.
- De Paula, A.V; Endres, L.A.; and Möller, S.V. (2013). Bistable features of the turbulent flow in tube banks of triangular arrangement. *Nuclear Engineering and Design*, 379-387.
- Endres, L. A. M. (1997). Análise experimental do campo de pressões flutuantes em bancos de tubos submetidos a escoamneto transversal turbulento. Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Tese de Doutorado.
- Freire, A. P.; Menut, P.P.; Su, J. (2002). *Turbulência: Anais da I Escola de Primavera em Transição e Turbulência*. Rio de Janeiro: ABCM.
- Gerrard, J. H. (1966). The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, 401-413.
- Giacomello, M.V.; Rocha, L.A.; Schettini, E.B.; Silvestrini, J.H. (Setembro de 2006). Simulação numérica de escoamentos ao redor de cilindros com transferência de calor. *Anais da 5ª Escola de Primavera de Transição e Turbulência-EPTT*, pp. 25-30.
- Goulart, J. N. (2004). *Estudo experimental dos campos de pressão e velocidade em bancos de tubos com a utilização de defletores*. Universidade de Porto Alegre: Tese para título de Doutor, departamento de Engenharia Mecânica.

- Grimison, E. D. (1937). Correlation and utilization of new data on flow resistance and heat transfer for cross flow of gases over tube banks. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 583-594.
- Hesam, S.M.; Navid, N. (2011). Numerical simulation of flow over two side-by-side circular cylinders. *Journal of Hydrodynamics*, 792-805.
- Johansson, J.; Nielsen, M.P.; Nielsen, L.O. (December de 2013). Uniform flow around a circular cylinder in the subcritical range - using the self-induced angular moment method turbulence model. *The Eighth Asia-Pacific Conference on Wind Engineering*.
- Kang, S. (2003). Characteristics of flow over two circular cylinders in a side-by-side arrangement at low Reynolds numbers. *Physics of Fluid*, 712-714.
- Kim, S.; Alam, M.M. (2015). Characteristics and suppression of flow-induced vibrations of two side-by-side circular cylinders. *Journal of Fluids and Structures*, 629-642.
- Kolmogorov, A.N. (1941). Dissipation of Energy in Locally Isotropic Turbulence. *Proceedings of the USSR Academy of Sciences, Russica*: 32: 16-18.
- Lopez, J. J. (2014). Simulação numérica das características do escoamento turbulento sobre cilindros dispostos lado a lado. Universidade de Brasília, Faculdade UnB Gama: Dissertação de Mestrado Integridade de Materiais da Engenharia.
- McDonough, J. M. (2004). *Introductory Lectures on Turbulence*. University of Kentucky : Departments of Mechanical Engineering and Mathematics .
- Meneghini, J. R. (2002). *Projetos de pesquisa no tópico e desprendimento de vórtices no escoamento ao redor de cilindros*. Tese Livre Docencia, Escola Politecnica, Departamento de Engenharia Mecânica: Universidade de São Paulo.
- Menighini, J. R.; Saltara, F.; Siqueira, C. (2001). Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and side-byside arrangements. *Journal of Fluids and Structures*, 327-350.
- Menter, F.R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models ofr engineering applications. *Nasa Ames RESEARCH CENTER*, 8.
- Möller, S. V.; Silvestrini, J. H. (2004). *Turbulência: Fundamentos*. (Vol. 4). Rio de Janeiro: ABCM.
- Möller, S.V. e Silvestrini, J.H. (2004). turbulência: Fundamentos. In: Coleção Cadernos de Turbulência. Rio de Janeiro : Vol. 4, Cap. 1, p. 1-32.
- Neto, A. (s.d.). *Fundamentos da Turbulência*. Universidade de Uberlândia.
- Neumeister, R. F. (Novembro de 2015). Análise numérica e experimental da biestabilidade turbulenta no escoamento transversal sobre cilindros paralelos com razão de espaçamento 1,26. Porto Alegre, Rio Grande do Sul: Dissertação para obtenção do Título de Mestre em Engenharia.
- Neumeister, R.F.; Petry, A.P.; Möller, S. V. (2018). Characteristics of the wake formation and force distribution of the bistable flow on two cylinders side-by-side. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*.

- Noletto, L.G. . (Outubro de 2006). Estudo numérico do escoamento turbulento em modelos florestais. Brasília, Distrito Federal, Dissertação para o título de Mestre em Ciências Mecânicas.
- Norberg, C. (2003). Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements. . *Journal of Fluids and Structures*, 57-96.
- Olinto, C. (2005). Estudo Experimental das características do escoamento turbulento nas primeiras fileiras de bancos de tubos. Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil: Tese para obtenção do título de Doutro em Engenharia.
- Olinto, C.R.; Indrusiak, M.L.; S. V. Möller. (2006). Experimental Study of the Bistable Flow in Tube Arrays. *ABCMvol XXVIII*.
- Oruç, V.; Akar, M.A.; Akalli, H.; Sahin, B. (2013). Suppression of asymmetric flow behavior downstream of two side-by-side circular cylinders with a splitter plate in shallow water. *Measurement*, 442-455.
- Pang, J.H.; Zong, Z.; Zou, L.; Wang, Z. (2016). Numerical simulation of the flow around two side-by-side. *Ocean Engineering*, 86-100.
- Pope, S. (2000). *Turbulent Flows*. Cambridge: Cornell University.
- Rajani, B.N.; Kandasamy, A.; Majumdar S. (2008). Numerical simulation of laminar flow past a circular cylinder. *ScienceDirect*, 1228-1247.
- Schlichting, H. (1974). *Tboundary-Layer Theory*. New York: McGraw-Hill.
- Schwind, J. J. (1980). Essai sur la théorie des eaux courantes. *Feophysical Fluid Dynamics for Oceanographers*, 307.
- Silva A.P.; Menut P.P.; Su J. (2002). Turbulência. *Coleção Cadernos de Turbulência*. Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil: Associação Brasileira de Ciência Mecânica, ABCM.
- Souza, J.A.; Oliveira, L.R.; Azevedo, J.L; Soares, I.D.; Mata, M.M. (2011). Uma revisao sobre turbulência e sua modelagem. *Revista Brasileira de geofisica*.
- Sparlat, P. R. (2000). Stratiefies for turbulence modelling and simuation . *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 252-263.
- Spivack, H.M. (1946). Vortex frequency and flow pattern in the wake of two parallel cylinders at varied spacing's normal to an airstream. *Journal of Areonaltic Science*, 289-297.
- Sumner, D. (2004). Closely spaced circular cylinders in cross-flow and universal wake number. *Journal of Fluids Engineering*, 245-249.
- Sumner, D. (2010). Two circular cylinders in cross-flow: A review. *Journal of Fluids and Structures*, 849-899.
- Sumner, D.; Wong, S.S; Price, S.J.; Paidoussis, M.P. (1999). Fluid behavior of side-by-side circular cylinders in steady cross-flow. *Journal of Fluid and Structures*, 309-338.

- Sumner, D.; Richards, M. D.; Akosile, O. O. (2005). Two staggered circular cylinders of equal diameter in cross-flow. *Journal of Fluids and Structures*, 255-276.
- Tennekes, H.; Lumley, J. L. (1972). *A first course in turbulence*. Cambridge: MIT Press.
- Tutar, M.; Holdo A.E. (2001). Computational modelling of flow around a circular cylinder in sub-critical flow regime with various turbulence models. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 763-784.
- Vakil, A.; Sheldon, I. G. (2011). Two-dimensional side-by-side circular cylinders at moderate Reynolds numbers. *Computers & Fluids*, 136-144.
- Verardi, M. (2008). Análise do escoamento e da geração de ruído no sistema de ventilação externo de um motor de indução trifásico. *Dissertação de mestrado*. Departamento de Engenharia Mecânica, Brasil: Universidade Federal de Santa Catarina.
- Verma, P.L.; Govardhan, M. (2011). Flow behind bluff bodies in side-by-side arrangement. *Journal of Engineering Science and Technology*, 745-768.
- Vu, H.C.; Ahn, J.; Hwang, J.H. (2016). Numerical simulation of flow past two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangement at low Reynolds numbers. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 1597-1604.
- Wang, Z.J.; Zhou, Y. (2004). Vortex interaction in a two side-by-side cylinder near-wake. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 362-377.
- White, F. M. (1991). *Viscous fluid flow*. New York: McGraw-Hill.
- Wiermer, P. (s.d.). (s.d.). Untersuchung über den Zugwiderstand von Wasserrohrkesseln. Aachen, Aachen, Germany : Dissertation, RWTH.
- Williamson, C.H. (1985). Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, 1-18.
- Williamson, C.H.K. (1996). Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 477-539.
- Zdravkovich, M.M.; Pridden, D.L. (1977). Interference between two circular cylinders; series of unexpected discontinuities. *Journal of Industrial Aerodynamics*, 255-270.
- Zdravkovich, M. M. (1997). *Flow around circular cylinders: a comprehensive guide through flow phenomena, experiments, applications, mathematical models, and computer simulations*. Oxford University.
- Zdravkovich, M. M. (1987). The effects of interference between circular cylinders in cross flow. *Journal of Fluids and Structures*, 239-261.
- Zhao, M. (2013). Flow induced vibration of two rigidly coupled circular cylinders in tandem and side-by-side arrangements at a low Reynolds number of 150. *Physics of Fluids*.
- Zukauskas, A. A.; Katinas, V. J.; Perednis, E. E.; Sobolev, V. A. (1980). Viscous flow over inclined in-line tube bundles, and vibrations induced in the latter. *Fluid Mechanics - Soviet Research*, 1-12.

Zukauskas, A.;Ulinkas, R.; Katinas, V. (1988). Fluid Dynamics and Flow Induced Vibrations of Tube Bankds. *Hemisphere Publishing*.