



**ESTUDO, IMPLEMENTAÇÃO E SIMULAÇÃO DE COALESCÊNCIA
COM MÚLTIPLAS TRINCAS USANDO O BEMCRACKER2D**

WESLEY MEDEIROS RODRIGUES

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTUDO, IMPLEMENTAÇÃO E SIMULAÇÃO DE COALESCÊNCIA
COM MÚLTIPLAS TRINCAS USANDO O BEMCRACKER2D**

WESLEY MEDEIROS RODRIGUES

ORIENTADOR: GILBERTO GOMES, DSc

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL**

PUBLICAÇÃO: 26A/18

BRASÍLIA/DF: DEZEMBRO – 2018

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

ESTUDO, IMPLEMENTAÇÃO E SIMULAÇÃO DE COALESCÊNCIA
COM MÚLTIPLAS TRINCAS USANDO O BEMCRACKER2D

WESLEY MEDEIROS RODRIGUES

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

Prof. Gilberto Gomes, DSc. (PECC - UnB)
(Orientador)

Prof. Raul Dario Durand Farfan, DSc. (PECC - UnB)
(Examinador Interno)

Prof. Eder Lima de Albuquerque, DSc. (PCMEC - UnB)
(Examinador Externo)

Brasília/DF, 10 DE DEZEMBRO DE 2018.

FICHA CATALOGRÁFICA

RODRIGUES, WESLEY MEDEIROS

Estudo, implementação e simulação de coalescência com múltiplas trincas usando o BemCracker2D [Distrito Federal] 2018.

xvii, 130 p., 210 x 297mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2018).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Coalescência de trincas.

2. *Linkup*.

3. Método dos Elementos de Contorno Dual.

4. BemCracker2D.

5. BemLab2D.

I ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

RODRIGUES, W. M. (2018). Estudo, implementação e simulação de coalescência com múltiplas trincas usando o BemCracker2D. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação DM-26A/18, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 130p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Wesley Medeiros Rodrigues

TÍTULO: Estudo, Implementação e Simulação de Coalescência com Múltiplas Trincas Usando o BemCracker2D.

GRAU: Mestre

ANO: 2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Wesley Medeiros Rodrigues
QNG 13 casa 21 – Taguatinga
CEP: 72130-130, Brasília/DF - Brasil
e-mail: Engwesley.rodrigues@gmail.com

Dedico esse trabalho aos meus sobrinhos, Johnnie e Arthur, que me incentivaram numa reflexão interior, onde consegui destacar que não são nossas habilidades que revelam quem realmente somos. São as nossas escolhas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me dar a força necessária nas horas que mais precisei, permitindo vencer os meus desafios e pela sabedoria concedida para ter foco durante essa jornada.

Agradeço a minha família pelo exemplo e incentivo, durante toda minha vida acadêmica. Em especial, ao meu sobrinho Johnnie, que em todas as vezes me mostrou a importância na simplicidade da vida. E, a você que me atura e suporta há muito tempo, me fornecendo amor, paz e serenidade até nas horas mais difíceis.

Agradeço ao PECC - *Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil*, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, pela oportunidade de realizar esse mestrado.

Agradeço ao professor Gilberto Gomes pela orientação, incentivo e paciência, que foram imprescindíveis para conclusão deste trabalho.

Agradeço a todos os amigos feitos no PECC, que se mostraram parceiros em diversos momentos. Também, a alguns professores do programa que contribuíram para o meu crescimento intelectual e pessoal.

Agradeço ao pessoal que me auxiliou no laboratório de mecânica do Gama, a professora Carla Anflor e ao Allan do GMEC.

Agradeço ao CNPq pelo apoio financeiro.

RESUMO

ESTUDO, IMPLEMENTAÇÃO E SIMULAÇÃO DE COALESCÊNCIA COM MÚLTIPLAS TRINCAS USANDO O BEMCRACKER2D

Autor: Wesley Medeiros Rodrigues

Orientador: Gilberto Gomes

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, Dezembro de 2018.

Estruturas com dano múltiplo se tornaram foco de muitas pesquisas, após um elevado número de acidentes relativos, principalmente, no campo da engenharia aeronáutica e naval, com casos também na indústria da construção civil. A inexistência de métodos analíticos generalizados, que poderiam explorar os campos de tensão das trincas e seus principais parâmetros, dificulta prever a propagação e a coalescência de trincas nos elementos estruturais.

Neste contexto, este trabalho objetiva estudar o comportamento mecânico da coalescência, ou *linkup* de múltiplas trincas em estruturas bidimensionais, devido à fadiga, por meio do programa BemCracker2D e sua interface gráfica BemLab2D. Inicialmente, foi feita a implementação de um novo método para o BemCracker2D, escrito em linguagem C++, para análise de *linkup* por três predições diferentes baseadas nos modelos elásticos lineares de Irwin, Dugdale e von Mises. Em seguida, ensaios padronizados pela ASTM (*American Society for Testing and Material*) foram realizados em espécimes de aço SAE 4340, com o uso das máquinas servo-hidráulicas de Ensaio Universal MTS e INSTRON 8801, a fim de se obter os parâmetros e as propriedades mecânicas que são utilizadas nas simulações, com o intuito de validar o programa e o novo método implementado. Foram feitas quatro simulações através de uma análise bidimensional pelo Método dos Elementos de Contorno Dual (MECD), no software BemCracker2D, com base na mecânica da fratura linear elástica, utilizando os três critérios referentes à plastificação do ligamento entre trincas. Os resultados foram comparados com equações analíticas, resultados experimentais e numéricos extraídos da literatura, e demonstraram a acurácia e eficiência da metodologia adotada, bem como validaram a robustez dos programas.

Palavras-Chave: Coalescência de trincas; *Linkup*; Método dos Elementos de Contorno Dual; BemCracker2D; BEMLAB2D.

ABSTRACT

STUDY, IMPLEMENTATION AND SIMULATION OF COALESCENCE WITH MULTIPLE CRACKS USING BEMCRACKER2D

Author: Wesley Medeiros Rodrigues

Supervisor: Gilberto Gomes

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, December of 2018.

Structures with multiple site damage became the focus of much researches, after a high number of accidents related, mainly, in aeronautical and naval engineering, also with cases in the civil construction industry. The lack of generalized analytical methods that could exploit the crack strain fields and their main parameters makes it difficult to predict the propagation and coalescence of cracks in the structural elements.

In this context, this work aims to study the mechanical behavior of coalescence, or linkup of multiple cracks in two-dimensional structures due to fatigue, through the program BemCracker2D and its graphic interface BEMLAB2D. Initially, a new method for BemCracker2D, written in C ++ language, was implemented for linkup analysis by three different predictions, based on the linear elastic models of Irwin, Dugdale and von Mises. Then, tests standardized by ASTM (American Society for Testing and Materials) have been conducted on SAE 4340 steel specimens, with the use of servo-hydraulic testing machines Universal MTS and INSTRON 8801, in order to obtain the parameters and mechanical properties which are used in the simulations, in order to validate the program and the new routine implemented. Finally, four simulations were performed using a two-dimensional analysis by Dual Boundary Element Method (DBEM) in BemCracker2D software, based on the mechanics of linear elastic fracture, using the three criteria related to the ligament yield. The results with experimental data have been compared with analytical equations and numerical results extracted from the literature, and it has demonstrated the accuracy and efficiency of the adopted methodology, as well as validated the robustness of the programs.

Keywords: Multiple cracks coalescence; linkup; dual boundary element method; BemCracker2D; BEMLAB2D.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	MOTIVAÇÃO	2
1.2	OBJETIVOS	5
1.3	TRABALHOS CORRELATOS	6
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	8
2	MECÂNICA DA FRATURA	10
2.1	EVOLUÇÃO HISTÓRICA	10
2.2	FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DA FRATURA	12
2.2.1	Mecânica da Fratura Linear Elástica	15
2.2.2	Concentradores de Tensão	16
2.2.3	Teoria de Griffith	16
2.2.4	Taxa de Alívio Energético	18
2.2.5	Fator De Intensidade de Tensão	19
2.2.6	Integral J	24
2.3	DIREÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE MÚLTIPLAS TRINCAS	26
2.3.1	CrITÉrio da Máxima Tensão Circunferencial	26
2.4	PROPAGAÇÃO DE TRINCAS POR FADIGA	30
2.4.1	Lei de Paris	30
2.5	COALESCÊNCIA DE TRINCAS	33
2.5.1	CrITÉrio de Irwin	34
2.5.2	CrITÉrio de Dugdale	35
2.5.3	CrITÉrio de von Mises	36
3	MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO DUAL	38
3.1	FORMULAÇÃO DO MECD	40
3.2	DISCRETIZAÇÃO DO MECD	41
4	SOBRE OS PROGRAMAS	43
4.1	BEMCRACKER2D	44
4.2	BEMLAB2D	45
5	METODOLOGIA EXPERIMENTAL	48
5.1	ENSAIO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA (DA/DN VS. ΔK)	49

5.2	ENSAIO DE TRAÇÃO - ANÁLISE DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS E OBTENÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DO AÇO SAE 4340	54
5.2.1	Correlação Digital de Imagem (CDI).....	58
6	METODOLOGIA NÚMERICA	63
6.1	IMPLEMENTAÇÃO	63
6.2	CASO 1 – CHAPA COM UM ENTALHE.....	66
6.3	CASO 2 – CHAPA COM DOIS ENTALHES.....	68
6.4	CASO 3 – CHAPA COM DUAS TRINCAS HORIZONTAIS	69
6.5	CASO 4 – CHAPA COM TRÊS FUROS	71
7	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	73
7.1	LEVANTAMENTO DA CURVA da/dN vs. ΔK	73
7.2	ENSAIO DE TRAÇÃO COM A TÉCNICA CDI	81
8	RESULTADOS NUMÉRICOS.....	90
8.1	CASO 1 – CHAPA COM UM ENTALHE.....	90
8.2	CASO 2 – CHAPA COM DOIS ENTALHES.....	92
8.3	CASO 3 – CHAPA COM DUAS TRINCAS HORIZONTAIS	94
8.3.1	<i>Linkup</i> – Irwin	96
8.3.2	<i>Linkup</i> – Dugdale	97
8.3.3	<i>Linkup</i> – von Mises	98
8.4	CASO 4 – CHAPA COM TRÊS FUROS	99
8.4.1	<i>Linkup</i> – Irwin	102
8.4.2	<i>Linkup</i> – Dugdale	103
8.4.3	<i>Linkup</i> – von Mises	104
9	CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	107
9.1	CONCLUSÕES.....	107
9.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	109
	REFERÊNCIAS	111
	APÊNDICES.....	118
	APÊNDICE A	119

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Fratura frágil em navios Liberty. Fonte: Página "Inspeção de Equipamentos: Estudo de Casos".....	2
Figura 1.2: Boeing 737 - Aloha Airlines. Após acidente em 1988. Fonte: Página "Airway - Tudo sobre aviação".....	4
Figura 2.1: Triângulo da Mecânica da Fratura.....	10
Figura 2.2: Processo de falha nos metais: (a) nucleação de micro vazios, (b) crescimento e deformação entre os vazios (c) coalescência e fratura (modificado - ANDERSON, 2005)..	13
Figura 2.3: Mecanismos de fratura nos metais: (a) dúctil, (b) clivagem e (c) intergranular (ANDERSON, 2005). ..	14
Figura 2.4: Placa plana com entalhe elíptico.....	16
Figura 2.5: Modelo adotado por Griffith.....	17
Figura 2.6: Modos de deslocamento da ponta da trinca (modificado - ANDERSON, 2005)..	20
Figura 2.7: Sistema de eixos na ponta da trinca (STROHAECKER, 1986).....	21
Figura 2.8: Contorno arbitrário ao redor da ponta da trinca.....	24
Figura 2.9: Tensões na ponta da trinca em coordenadas polares.	27
Figura 2.10: Esquema da direção incremental do crescimento da trinca (Adaptado - ALIABADI, 2002). ..	29
Figura 2.11: Ensaio e resultados da experiência de Paris.	31
Figura 2.12: Curva de propagação de trincas por fadiga.....	32
Figura 2.13: Esquema MSD em uma estrutura de fuselagem com furos de rebite.	33
Figura 2.14: Exemplo coalescência de trincas.	34
Figura 2.15: Correção para zona plástica de Irwin (adaptado – BROEK, 1986).....	35
Figura 2.16: Zona plástica segundo Dugdale (adaptado -MEYERS & CHAWLA, 1982).....	36
Figura 2.17: Forma da zona plástica de von Mises para o modo I (BROEK, 1986).	36
Figura 3.1: Exemplo singularidade (FERNÁNDEZ, 2012).....	39
Figura 3.2: Discretização de acordo com o MECD (LEITE, 2017).....	42
Figura 4.1: Fluxograma do processo de automatização de análise pelo BEMLAB2D e BEMCRACKER2D (GOMES et al., 2016).....	43
Figura 4.2: Diagrama de Classes do programa BemCracker2D (GOMES, 2016).....	45
Figura 4.3: Interface gráfica BEMLAB2D.	46
Figura 5.1: Grid no Corpo de Prova.	49
Figura 5.2: Equipamentos para o ensaio.	50

Figura 5.3: Corpo de Prova SENB.	51
Figura 5.4: Modelo do corpo de prova tipo SENT (ASTM E647, 2011).	51
Figura 5.5: Ensaio para levantamento da curva da/dN vs. ΔK	54
Figura 5.6: INSTRON 8801.	55
Figura 5.7: Corpo de Prova DENT.	56
Figura 5.8: Configuração do Corpo de Prova DENT.	57
Figura 5.9: Exemplo de padrões speckle (MAZZOLENI, 2013).	58
Figura 5.10: Equipamentos da técnica CDI.	59
Figura 5.11: Esquema correlação de imagens.	59
Figura 5.12: Placa de calibração Dantec Dynamics de 11mm de alumínio.	60
Figura 5.13: Calibração no software Istra4D.	61
Figura 5.14: Padrão Speckle no Corpo de Prova.	61
Figura 5.15: Definição da RDI no software.	62
Figura 6.1: Fenômeno de coalescência múltiplas trincas (adaptado - SWIFT, 1993).	64
Figura 6.2: Algoritmo do critério de plastificação do ligamento.	64
Figura 6.3: Algoritmo de <i>linkup</i> de múltiplas trincas.	65
Figura 6.4: Malha de elementos de contorno do CP01.	66
Figura 6.5: Modelo do espécime CP01 sendo modelado no BEMLAB2D.	67
Figura 6.6: Malha de elementos de contorno do CP05.	68
Figura 6.7: Chapa retangular com duas trincas horizontais.	69
Figura 6.8: Malha de elementos de contorno Caso 3.	70
Figura 6.9: Placa com arranjo de três furos e cinco trincas.	71
Figura 6.10: Modelo físico-geométrico no BEMLAB2D.	72
Figura 7.1: Acompanhamento da trinca do CP01 durante o ensaio.	73
Figura 7.2: Incremento x Número de ciclos do CP01.	74
Figura 7.3: Curva da/dN vs ΔK do CP01.	74
Figura 7.4: Acompanhamento da trinca do CP02 durante o ensaio.	75
Figura 7.5: Incremento x Número de ciclos do CP02.	75
Figura 7.6: Curva da/dN vs ΔK do CP02.	76
Figura 7.7: Histórico de cargas do CP03 durante o ensaio K-Decreasing.	76
Figura 7.8: Acompanhamento da trinca do CP03 durante o ensaio.	77
Figura 7.9: Incremento x Número de ciclos do primeiro ensaio do CP03.	77
Figura 7.10: Curva da/dN vs ΔK do primeiro ensaio do CP03.	78
Figura 7.11: Incremento x Número de ciclos do segundo ensaio do CP03.	79

Figura 7.12: Curva da/dN vs ΔK do segundo ensaio do CP03.	79
Figura 7.13: Curva da/dN vs ΔK do aço SAE 4340 em escala logarítmica.	80
Figura 7.14: Peças que vieram a fraturar.	82
Figura 7.15: Ensaio de tração no CP05 com a técnica DIC.	82
Figura 7.16: Gráfico Carga x Alongamento.	83
Figura 7.17: RDI do espécime no Istra4D.	84
Figura 7.18: Deslocamento em Y (a) imagem de referência (b) imagem de referência sobreposta com o CP (c) última imagem antes da fratura.	84
Figura 7.19: Deformação verdadeira principal 1 (a) imagem de referência (b) última imagem antes da fratura.	85
Figura 7.20: Deformações verdadeiras principais e média x Sequência de imagens.	86
Figura 7.21: Valores médios da deformação lateral e longitudinal via Istra4D.	87
Figura 7.22: Resultados dos deslocamentos pelo Istra4D.	88
Figura 8.1: Caminho da trinca do Caso 1.	90
Figura 8.2: Malha deformada do Caso 1.	90
Figura 8.3: Caminho da trinca do Caso 2.	92
Figura 8.4: Malha deformada do Caso 2.	92
Figura 8.5: FITs Analítico e Numérico do Caso 2.	93
Figura 8.6: Gráfico FIT x Incremento.	94
Figura 8.7: Gráfico Resistência residual x Número de ciclos.	95
Figura 8.8: Caminho de propagação após 8 incrementos.	95
Figura 8.9: <i>Linkup</i> pelo modelo de Irwin para o Caso 3.	96
Figura 8.10: Configuração deformada Irwin do Caso 3.	96
Figura 8.11: <i>Linkup</i> pelo modelo de Dugdale para o Caso 3.	97
Figura 8.12: Configuração deformada Dugdale do Caso 3.	97
Figura 8.13: <i>Linkup</i> pelo modelo de von Mises para o Caso 3.	98
Figura 8.14: Configuração deformada von Mises do Caso 3.	98
Figura 8.15: FITs pelo número de incrementos (a) Trinca 1 (b) Trinca 5.	99
Figura 8.16: Resistência Residual pelo número de incrementos (a) Trinca 1 (b) Trinca 5.	100
Figura 8.17: Configuração deformada da chapa (a) Primeiro <i>linkup</i> (b) Segundo <i>linkup</i>	101
Figura 8.18: FITs das trincas pelos critérios de Dugdale e Irwin.	102
Figura 8.19: Coalescência das trincas pelo critério de Irwin (a) Primeiro <i>linkup</i> (b) Segundo <i>linkup</i>	103
Figura 8.20: Coalescência das trincas por Dugdale (a) Primeiro <i>linkup</i> (b) Segundo <i>linkup</i>	104

Figura 8.21: FITs das trincas pelo critério de von Mises.	104
Figura 8.22: Coalescência das trincas pelo critério de von Mises (a) Primeiro <i>linkup</i> (b) Segundo <i>linkup</i>	105
Figura A.1: Geometria do corpo de prova do tipo SENT.	119
Figura A.2: Sistema de coordenadas cartesianas adotado.	119
Figura A.3: (a) Exemplo de segmento reto; (b) Exemplo de segmento curvo.	120
Figura A.4: Pontos de referências utilizados.	120
Figura A.5: Janela para entrada dos valores dos limites do visualizador do BEMLAB2D. ..	121
Figura A.6: Janela para definição das coordenadas dos pontos de referência.	122
Figura A.7: Pontos de referência criados.	122
Figura A.8: Segmentos retos.	123
Figura A.9: Segmentos retos e curvos finalizados.	124
Figura A.10: Janela para definição de zona mestre do problema.	124
Figura A.11: Janela para atribuir o número de elementos contínuos de um segmento reto...	125
Figura A.12: Atribuição do número de elementos descontínuos de um segmento reto.	126
Figura A.13: Atribuição do número de elementos contínuos de um segmento curvo.	126
Figura A.14: Malha de contorno finalizada.	127
Figura A.15: Janela de definição das condições de contorno de deslocamento.	128
Figura A.16: Restrições de deslocamento aplicadas na peça.	128
Figura A.17: Janela de definição das condições de contorno de tração do furo 1.	129
Figura A.18: Janela de definição das condições de contorno de tração do furo 2.	129
Figura A.19: Janela de definição de valores para análise com propagação.	130
Figura A.20: (a) Janela para intitular o problema (b) para definir o tipo do problema.	130

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1: Composição química e Função dos elementos da liga do aço SAE 4340.....	48
Tabela 5.2: Dimensões dos corpos de prova.	50
Tabela 5.3: Dados sobre os espécimes entalhados.	52
Tabela 5.4: Dados iniciais ensaio K-Increasing.	53
Tabela 5.5: Dimensões dos corpos de prova.	56
Tabela 5.6: Área seção transversal dos corpos de prova.	57
Tabela 7.1: Constantes empíricas C e m.	81
Tabela 7.2: Propriedades mecânicas de tração obtidas para o aço SAE 4340.	89
Tabela 8.1: Resultados dos FITs analíticos e numéricos para o Caso 1.....	91
Tabela 8.2: Resultados da Resistência Residual e Ciclos de Carga para o Caso 1.	91
Tabela 8.3: Resultados dos FITs analíticos e numéricos para o Caso 2.....	93

LISTA DE SÍMBOLOS E NOMENCLATURA

β	Valor experimental para correção do coeficiente C de Paris
Γ	Contorno arbitrário
γ_p	Dissipação de energia plástica
γ_s	Energia de superfície do material
ΔK	Varição dos fatores de intensidade de tensão
ΔK_{ef}	Varição dos fatores de intensidade de tensão efetivo
ΔK_{eq}	Varição dos fatores de intensidade de tensão equivalente
ΔK_{th}	Valor de início de propagação
δ_{ij}	Delta de Kronecker
ε_{ij}	Tensor de deformações
θ_t	Direção de propagação
$\theta_{t(n+1)}$	Direção do próximo incremento de extensão de trinca
ν	Coefficiente de Poisson
Π	Energia potencial
σ	Tensão externa
σ_f	Tensão que reproduz fratura
σ_y	Tensão de escoamento do material
σ_{ij}	Tensor de tensões
Ω	Domínio arbitrário
a	Tamanho de trinca
C, m	Constantes de Paris
$c_{ij}(P)$	Coefficiente dado por: $1/2\delta_{ij}$
da	Comprimento infinitesimal da trinca
dN	Número infinitesimal de ciclos de carga
$D_{ijk}(P;Q)$	Derivada de $U_{ij}(P;Q)$
E	Módulo de Young

E_t	Energia total
F	Trabalho das forças externas
G	Taxa de alívio energético
i	i -ésima iteração de predição-correção da direção de extensão da trinca
ij	Componentes cartesianas
J	Valor da integral-J
J_I	Parcela desacoplada do valor da integral-J do modo I
J_{II}	Parcela desacoplada do valor da integral-J do modo II
K	Fatores de intensidade de tensão
K_c	Tenacidade à Fratura
K_I	Fator de intensidade de tensão do modo I
K_{II}	Fator de intensidade de tensão do modo II
K_{III}	Fator de intensidade de tensão do modo II
K_{max}	Fator de intensidade de tensão referente a carga máxima do ciclo
K_{min}	Fator de intensidade de tensão referente a carga mínima do ciclo
K_{op}	Fator de intensidade de tensão que ocorre abertura de trinca
N	Número de ciclos de carga
R	Razão de carga
r	Distância medida a partir da ponta da trinca
r_y	Diâmetro da zona plástica na ponta da trinca
S	Contorno arbitrário circundando a ponta da trinca
$S_{ijk}(P;Q)$	Derivada de $T_{ij}(P;Q)$
T_i	Vetor de tração
$T_{ij}(P;Q)$	Solução fundamental de Kelvin para tração
U	Taxa de fator de intensidade de tensão efetivo
u_i	Vetor de deslocamento
$U_{ij}(P;Q)$	Solução fundamental de Kelvin para deslocamento
W	Energia de deformação
W_s	Trabalho necessário para formação das superfícies da trinca

*	
u_{ij}	Solução fundamental de deslocamento
*	
p_{ij}	Solução fundamental de tração
CDI	Correlação Digital de Imagens
CP	Corpo de prova
CT	Corpo de prova do tipo tração-compacto
CTS	Corpo de prova para ensaios em modo misto (<i>Compact-Tension-Shear</i>)
DENT	Corpo de prova com dois entalhes (<i>Double Edge Notched Bend</i>)
DIC	<i>Digital Image Correlation</i>
FIT	Fator de intensidade de tensão
MEC	Método dos Elementos de Contorno
MECD	Método dos Elementos de Contorno Dual
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFEP	Mecânica da Fratura Elastoplástica
MFLE	Mecânica da Fratura Linear Elástica
MSD	<i>Multiple Site Damage</i>
MTC	Máxima Tensão Circunferencial
NTSB	<i>National Transportation Safety Board</i>
RDI	Região de Interesse
SENT	Corpo de prova com um entalhe (<i>Single Edge Notched Bend</i>)
SIF	<i>Stress Intensity Factors</i>
XFEM	<i>Extended Finite Element Method</i>
ZP	Zona de plasticidade na ponta da trinca

1 INTRODUÇÃO

O processo de fadiga gera fissuras em elementos estruturais por conta, principalmente, de cargas cíclicas. Com a peça estrutural ainda submetida a carregamentos repetidos, essas fissuras irão continuar a se desenvolver de forma gradual, transformando-se em trincas e, posteriormente, em fraturas, diminuindo em elevado grau a resistência da estrutura e, conseqüentemente levando parte da estrutura a falha.

Quando o elemento estrutural apresenta uma grande quantidade de trincas, a propagação das mesmas acarreta, com maior facilidade, ao fenômeno da coalescência ou *linkup*, o qual representa a união de duas ou mais trincas por um caminho que deve ser determinado e analisado, a fim de que não se ultrapasse o comprimento crítico, para garantir a segurança em serviço do elemento.

Após a Revolução Industrial muitos projetos inovadores puderam ser executados devido à grande produção e variedade de materiais de construção. Porém, durante esse período algumas estruturas apresentaram falhas, as quais não conseguiram ser explicadas por conta da falta de conhecimento em algumas áreas específicas. A partir disso, principalmente após a Segunda Guerra Mundial, que foi considerado que o conhecimento habitual de cálculo não supria com a atual realidade, pois estavam ocorrendo falhas nas estruturas solicitadas por, até mesmo, situações de níveis de tensões menores do que o tolerável. E, dessa necessidade, desenvolveu-se os estudos acerca da Mecânica da Fratura, para analisar, solucionar e explicar as adversidades contidas, especialmente, nas áreas de transporte aéreo e naval.

Para representar o comportamento das trincas, o qual envolve a sua geometria, posição, orientação e a proximidade das extremidades das trincas em função do seu comprimento, a mecânica da fratura tem suas equações fundamentadas na teoria da elasticidade linear. Segundo Miranda (2003), “a maior parte da propagação das trincas por fadiga quase sempre ocorre sob domínio da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE), mesmo quando a fratura final ocorre sob grande plasticidade”. O princípio da MFLE diz que o comportamento da trinca é determinado pelo valor do Fator de Intensidade de Tensão (FIT), que é uma função do carregamento aplicado e da geometria da estrutura trincada.

Algumas técnicas numéricas têm tido uma vasta aplicação no campo da engenharia, apresentando alta relevância na Mecânica da Fratura para auxiliar no cálculo dos fatores de

intensidade de tensão. O Método dos Elementos de Contorno Dual (MECD), com base teórica apresentada por Hong e Chen, representa uma das melhores técnicas por poder resolver os problemas de múltiplas trincas de modo misto. Sua formulação, segundo Portela, Aliabadi e Rooke (1992), conta com uma região única de contorno e suas duas equações independentes, a equação integral do contorno de deslocamento sendo aplicada em uma das superfícies da trinca e a equação integral do contorno de tração na outra superfície.

Neste trabalho é proposto um estudo numérico e experimental para análise da coalescência de múltiplas trincas, utilizando a mecânica da fratura linear elástica, em que a modelagem geométrica e o processo de análise, acompanhada da implementação computacional do processo de *linkup*, são desenvolvidas com uso da interface gráfica BEMLAB2D (DELGADO NETO, 2017) e do processador BemCracker2D (GOMES, 2016) para análise via MECD, respectivamente.

1.1 MOTIVAÇÃO

Devido aos grandes e variados acidentes ocorridos no mundo, principalmente, no transporte aéreo e naval, surgiu a necessidade de muitas empresas e pesquisadores de buscarem a fonte das falhas que estavam ocorrendo com as estruturas. Como, por exemplo, os navios Classe Liberty, navios cargueiros com propósito militar durante a Segunda Guerra Mundial, os quais de quase 5000 navios construídos, um terço apresentou fratura frágil, chegando a ocorrer perda completa em alguns, e 20 romperam-se ao meio (Figura 1.1). Tudo isso por conta da época que não havia o conhecimento teórico e prático necessário no campo de estudo da fratura dos materiais, atrelado a necessidade de rapidez em suas fabricações nos estaleiros, que foram em média de 42 dias, e a ausência do controle de qualidade.

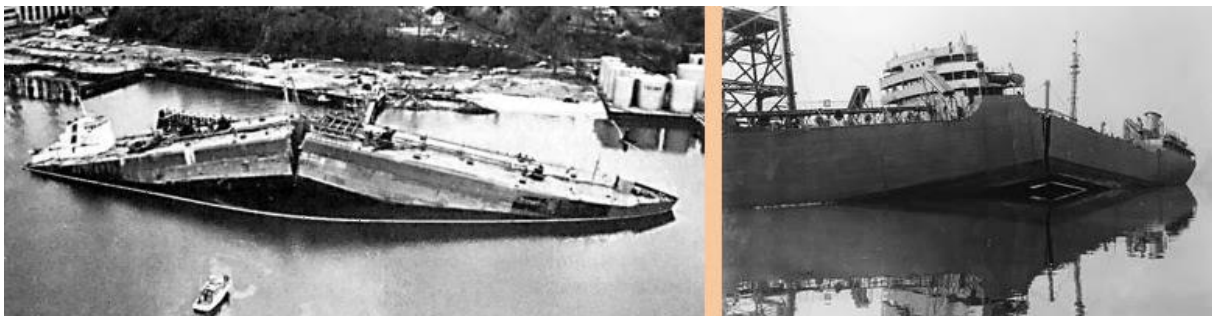


Figura 1.1: Fratura frágil em navios Liberty. Fonte: Página "Inspeção de Equipamentos: Estudo de Casos".¹

¹ Disponível em: <http://inspecaoequipto.blogspot.com.br/2013/11/caso-050-fratura-fragil-dos-navios.html>; Acesso em ago/2017.

Após a Segunda Guerra Mundial surgiram os primeiros aviões comerciais a jato, nomeados Comet, fabricados pela empresa britânica Havilland. Esses aviões impulsionaram o desenvolvimento do serviço aéreo. Porém, próximo a dois anos de uso aconteceram dois acidentes em pleno voo que destruíram as aeronaves em alto-mar e deixaram uma marca negativa sobre a segurança dos aviões.

Esses eventos catastróficos, que causaram muitas perdas de vida, proporcionaram à aviação civil uma grande fonte de aprendizagem. Na investigação desses casos, foram recolhidos todos os destroços encontrados no mar, para que pudessem descobrir o motivo da falha das aeronaves ao remontá-las e posteriormente submetê-las a testes e verificações.

Um dos ensaios foi colocar a fuselagem de um dos aviões Comet em um tanque onde se bombeava e drenava continuamente água, simulando os esforços de subida e descida do avião de acordo com a diferença de pressão. Os resultados da análise dos destroços encontrados e do ensaio realizado apresentavam que os aviões tinham sinais de desgaste na fuselagem, o qual acarretou numa trinca no canto de uma das janelas, que eram grandes e quadradas, ou seja, possuíam concentração de tensões nas quinas, causando a fadiga do metal. Logo, foi descoberto que a estrutura dos aviões não foi projetada corretamente para suportar as condições de pressão necessárias dentro e fora da cabine, acarretando numa propagação de trincas de fadiga. Por conta disso, que os aviões começaram a ter janelas pequenas e arredondas para dissipar as tensões por toda estrutura, impedindo a concentração em um ponto, reduzindo a tensão e a fadiga metálica localizada.

O caso do Comet e outros acidentes, envolvendo a fadiga dos materiais, propagação e ligação de pequenas trincas, foram observados e analisados ao percorrer dos anos por entidades como o *National Transportation Safety Board* (NTSB) dos Estados Unidos da América, que faz todo o arquivamento detalhado sobre os estudos e as interpretações realizadas acerca das causas desses acidentes.

Em 1988 o NTSB relatou o caso do Boeing 737 da Aloha Airlines que, com aproximadamente 20 anos de uso, teve parte de sua fuselagem superior arrancada durante um voo, conforme Figura 1.2, ocasionando a morte de uma comissária de bordo. Diante da situação, os pilotos ainda conseguiram pousar a aeronave e salvar o restante da tripulação e todos que estavam a bordo. A investigação revelou que a falha ocorreu devido a danos por fadiga seguido de propagação e coalescência de pequenas trincas (*Multiple Site Damage* –

MSD), que foi desenvolvido na junção da fuselagem com os rebites, causando a diminuição da resistência da estrutura até alcançar o colapso.



Figura 1.2: Boeing 737 - Aloha Airlines. Após acidente em 1988. Fonte: Página "Airway - Tudo sobre aviação".²

Estes e outros fatos marcantes na história da aviação civil contribuíram sobre a necessidade de impedir o desenvolvimento de fraturas na estrutura dos aviões durante um tempo de serviço determinado. Com o avanço dos estudos sobre a Mecânica da Fratura, tornou-se fato que as aeronaves precisariam adotar uma nova filosofia de projeto, onde a estrutura da fuselagem deveria ter a capacidade de tolerar o dano, contando que sua evolução fosse contida até um limite definido. De acordo com esse novo conceito, as aeronaves se tornaram mais leves e, por isso, deveriam ser inspecionadas regularmente garantindo que se caso um dano não fosse localizado, o mesmo não se desenvolveria até um valor crítico até a próxima inspeção.

É definido MSD como a presença simultânea de múltiplas trincas de fadiga em um mesmo elemento estrutural, com densidade e tamanhos suficientes para que a estrutura não atinja mais os requisitos de resistência residual da tolerância ao dano. Este fenômeno é mais recorrente em locais que possuem certos pontos críticos, como em juntas rebitadas da fuselagem de aeronaves. Por conta disso, os fabricantes, principalmente, de aeronaves mais antigas em serviço, começaram a buscar métodos e modelos de engenharia para compreender o comportamento de suas estruturas levando em conta a presença de múltiplas trincas. Dessa maneira, o estudo sobre o MSD forneceria adequados programas de manutenção nas aeronaves em uso e no projeto estrutural de novas.

² Disponível em: <http://airway.uol.com.br/milagre-nos-ceus/>; Acesso em ago/2017.

Existem três diferentes fases, distintas pelo mecanismo, que pode ser dividido o MSD. Na ordem de acontecimentos, são elas: fase local, fase de propagação das trincas e *linkup* (ligamento das trincas), o qual a última é a que antecede o momento da falha da estrutura. As duas primeiras fases determinam a vida útil das estruturas, bem como o intervalo necessário para inspeção. Já a terceira fase é mais importante no que diz respeito a carga de falha da estrutura, pois nessa etapa as trincas se unem formando outras cada vez maiores. Alguns trabalhos apresentam que, após o primeiro ligamento de trinca, o ensaio falhou com menos de 3% da vida total (MOTE & OPALSKI, 1993).

O estudo da coalescência de múltiplas trincas permite prever e assegurar que as prováveis falhas nos elementos, devido ao comprimento crítico das trincas, possam ser controladas e/ou corrigidas, evitando que ocorram acidentes nas estruturas sujeitas a solicitações cíclicas, como em aeronaves, navios, pontes e outras, propícias a causar grandes catástrofes caso atinjam o rompimento de sua estrutura. Esse conhecimento, aliado ao desenvolvimento computacional, permitem criar novas tecnologias aplicada ao problema de coalescência de trincas múltiplas, com o uso da teoria da Mecânica da Fratura e de métodos numéricos, a fim de mitigar futuros problemas acerca desse assunto.

1.2 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo principal o estudo, implementação computacional e simulação do processo de propagação e coalescência, ou *linkup* de múltiplas trincas, em estruturas bidimensionais.

Os objetivos específicos são:

- Fazer modelagem experimental com corpos de provas do tipo *SENT* (*Single Edge Notched Bend*) e *DENT* (*Double Edge Notched Bend*) para levantamento de dados relevantes, como a curva de propagação da/dN , os parâmetros de Paris e algumas das propriedades mecânicas do aço;
- Implementar em linguagem C++, junto ao programa BemCracker2D, um algoritmo que simule o processo de *linkup* utilizando os critérios de Irwin, Dugdale e von Mises;
- Fazer modelagem numérica utilizando os *softwares* BEMLAB2D e BemCracker2D, para geração dos modelos e analisar via MECD;
- Validar o programa e o algoritmo de *linkup* com base nos resultados adquiridos.

1.3 TRABALHOS CORRELATOS

Esse estudo proposto entra na linha de pesquisa "Métodos Numéricos e Computacionais Aplicados à Engenharia (Estruturas)", integrado na "Análise Experimental de Estruturas", ambas do Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil (PECC), pertencente ao Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade de Brasília (UnB). Neste âmbito, algumas pesquisas, apresentadas a seguir, têm sido desenvolvidas.

Ma *et al.* (2002) utilizaram de uma integral definida como $T\epsilon^*$, para avaliar o crescimento estável e a coalescência de trincas em corpos de prova de alumínio com múltiplas trincas (MSD), com cargas monotônicas e cíclicas. As curvas de resistência $T\epsilon^*$ desses espécimes, com diferentes geometrias, apresentaram ótima correlação entre eles. Os resultados fornecem que, na ausência de uma sobrecarga alta, a integral $T\epsilon^*$ é um parâmetro confiável para caracterizar o crescimento de trincas e o *linkup*. Ainda, propuseram um crescimento de trincas baseado na $T\epsilon^*$ e critérios de coalescência das trincas baseados na seção de rede para espécimes de MSD. Concluíram que o critério do ângulo de abertura da ponta da trinca (CTOA) pode ser usado para correlacionar o crescimento estável de trincas maiores que 2 mm e que o *linkup* ocorre quando é atingido um comprimento crítico para colapso plástico através do comprimento do ligamento da rede entre as fissuras e MSD.

Barter *et al.* (2005) examinaram diversas espécimes e componentes, no que tange o crescimento de trinca por fadiga no Estado Limite de Serviço. Para todos os casos analisados, concluíram que, para muitas configurações de trinca sob fadiga, há uma relação linear entre o logaritmo do comprimento da trinca ou profundidade da trinca e o número de ciclos (histórico de serviço). As trincas foram analisadas com base em cortes de superfície elípticas, descontinuidades em materiais, juntas de fuselagem, juntas de extremidade soldadas e espécimes tubulares articulados complexos, a partir de carregamentos uniaxial e biaxial. Por fim, observaram e discutiram acerca desse crescimento exponencial.

Teixeira (2006), através de uma implementação pelo Método dos Elementos de Contorno Dual, resolveu problemas de propagação de trincas bidimensionais em modo misto, com comportamento elastoplástico. Para essa simulação, o autor utiliza de um algoritmo não-linear, o qual utiliza o processo das tensões iniciais, para tratar diversos critérios de escoamento. Em seus resultados, é feita a comparação de resultados elásticos com os obtidos pelo método desenvolvido, os quais apresentam uma ótima precisão e consistência com o modelo desenvolvido.

Hachi *et al.* (2007) introduziram a técnica da função peso híbrida, através de uma aproximação numérica, *software* escrito em C++, para determinar os fatores de intensidade de tensão no modo I para placas contendo trincas elípticas e semi-elípticas, dividindo-a em duas zonas e utilizando a função na parte mais eficiente, sob cargas de flexão, aplicadas estaticamente e por fadiga. Relataram que os resultados da aproximação, pelo método híbrido, obtiveram boa correlação com soluções analíticas de outros pesquisadores.

Mandai (2010) estudou numericamente e experimentalmente o comportamento de corpos de prova, de aço e de alumínio, submetidos a ensaios de tenacidade à fratura e crescimento de trinca por fadiga. Os fenômenos observados auxiliaram para a construção de um código numérico, utilizando o *software Ansys*. As simulações numéricas de propagação de trincas no programa apresentaram resultados satisfatórios, para ambos os materiais, quando comparado com os ensaios e com outros métodos presentes na literatura. Foi notado que a liga de aço apresentou comportamento mais estável quando comparada a liga de alumínio, que sofreu algumas variações de inclinação durante a propagação. O comportamento desse aço mais dúctil pode ser observado nos gráficos *da/dN versus ΔK*.

Bhargava e Hasan (2012) desenvolveram e analisaram um modelo de controle de múltiplas-trincas, para quatro trincas colineares em uma placa num regime plástico, sendo duas internas e duas externas, todas com comprimentos iguais. Uma carga uniforme aplicada na placa abre a ponta da trinca de forma semelhante, desenvolvendo uma zona de escoamento na ponta de cada trinca. A solução do modelo foi encontrada usando uma técnica variável complexa, através do deslocamento de abertura da ponta de trinca (CTOD) e do comprimento de cada zona de escoamento desenvolvida, quando acontece o *linkup* dessas zonas entre uma trinca interior e exterior. Analiticamente o modelo é capaz de prevenir o trincamento, reiterando que uma trinca exterior maior, na vizinhança de uma trinca interior menor contribui para o controle da abertura da trinca interior.

Navarro, Vásquez e Domínguez (2014) realizaram uma análise acerca da influência da forma da trinca e do procedimento utilizado para calcular a distribuição de tensão na predição de vida à fadiga, em um corpo de prova entalhado e o submeteu a vários ciclos, para obter resultados da importância da forma da trinca. O cálculo do fator de intensidade de tensão foi numericamente calculado através das funções peso, em espécimes não fissuradas, e foi feita uma comparação entre as análises de tensão, através da tensão plana, deformação plana e 3D. Foi usado um modelo de estimativa de vida que combina as fases de iniciação e propagação,

sem definir uma fase de transição entre elas. Os resultados das análises de tensões foram semelhantes na consideração de trinca quase plana, com tensões consideradas para iniciação da vida da trinca sendo no centro do espécime. Os resultados 2D foram próximos dos resultados experimentais apenas para ciclos elevados. Os resultados 3D foram os que tiveram melhor concordância com os experimentais.

Judt, Ricoeur e Linek (2014) estudaram métodos numéricos para análise precisa do carregamento da ponta de trinca e previsão do caminho de propagação da trinca. Apresentaram métodos para melhorar o cálculo da integral J e a integral de interação (integral I), por conta da necessidade de uma preparação analítica melhorada e de um tratamento numérico nos contornos que não estão na ponta da trinca, a fim de garantir resultados precisos para a previsão do caminho de propagação. Além disso, um novo método para a separação das quantidades de carregamento em sistemas de múltiplas trincas baseadas na integral I_k global, o que garante mais eficiência na análise de carga e simulação de crescimento de múltiplas trincas. Realizaram ensaios em corpos de prova de alumínio com trincas presentes, para fazer a comparação com a previsão dos métodos numéricos, os quais tiveram resultados semelhantes. Concluíram que a anisotropia da tenacidade à fratura apresentou grande impacto nos caminhos de propagação.

Santana (2015) realizou uma análise numérica bidimensional com o Método dos Elementos de Contorno Dual, relacionada ao crescimento, interação e da coalescência de trincas em modo misto, sob carregamento de fadiga. Dessa forma, através de uma análise incremental, ele gerou resultados para algumas geometrias com danos generalizados, os quais apresentaram eficientes dados relacionados com as técnicas adotadas, como no uso da integral J para cálculo dos fatores de intensidade de tensão.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O texto da dissertação está dividido em nove capítulos. Neste primeiro é apresentado o contexto geral no qual a pesquisa se insere, tema, motivação, objetivos e alguns trabalhos correlatos.

No segundo capítulo, é apresentada a revisão bibliográfica sobre a mecânica da fratura, dividida em: evolução histórica, fundamentos da mecânica da fratura, mecânica da fratura linear elástica, concentradores de tensões, a abordagem sobre a teoria de Griffith, taxa de alívio energético, fator de intensidade de tensão e acerca da Integral J. Também é abordado o

tema sobre direção e propagação de múltiplas trincas, com uma breve revisão do critério da máxima tensão circunferencial. Ainda, tem-se um item sobre a propagação de trincas por fadiga, onde são apresentados os conceitos desenvolvidos por Paris. E por fim, são apresentados o contexto da coalescência de trincas e os critérios de cálculo do raio plástico.

O terceiro capítulo apresenta uma revisão sobre o método dos elementos de contorno dual, sua formulação e discretização, uma vez que este é método numérico utilizado para análises de propagação pelo programa BemCracker2D.

No quarto capítulo, são apresentados os programas utilizados no trabalho, mostrando suas funções e ferramentas principais. Sendo eles o um programa de processamento e outro de pré e pós-processamento, BemCracker2D e o BEMLAB2D, respectivamente.

No quinto capítulo, é definida as metodologias experimentais desenvolvidas para a pesquisa, com os detalhes acerca dos corpos de prova, preparação e equipamentos necessários. Bem como, as técnicas utilizadas e os laboratórios onde foram feitos os ensaios.

No sexto capítulo, é definida a metodologia numérica. Onde é exibido os algoritmos desenvolvidos para análise de *linkup*. E, também, são apresentados os quatro casos que serão modelados e analisados.

Nos capítulos sétimo e oitavo, respectivamente, apresentam-se os resultados obtidos experimentalmente e os analisados numericamente via BemCracker2D, bem como a discussão dos mesmos.

No nono e último capítulo são apresentadas as conclusões obtidas por meio das análises experimental e numérica realizadas e são discutidas algumas sugestões para possíveis trabalhos futuros, a partir dos resultados obtidos.

2 MECÂNICA DA FRATURA

A presença de trincas debilita qualquer tipo de estrutura, a ponto de encaminhar o elemento à fratura, mesmo em níveis de tensões inferiores da resistência de escoamento do material, onde a falha normalmente não seria esperada. Uma área da engenharia, chamada Mecânica da Fratura, foi desenvolvida para auxiliar na seleção de materiais e na concepção de componentes, a fim de diminuir a possibilidade de ocorrência da fratura dos elementos, já que as fissuras são difíceis de evitar.

A partir do conhecimento dos três vértices de um triângulo, conhecido como triângulo da Mecânica da Fratura, é possível realizar uma análise sobre a resistência do material à fratura e a força de crescimento e propagação de trincas. Na Figura 2.1 são representados os componentes principais para investigação de uma estrutura em relação a fratura. Um dos vértices do triângulo contém as tensões atuantes no componente, calculadas através de uma análise estrutural em relação aos carregamentos aplicados. Em outro vértice aparecem as propriedades à fratura do material, como os fatores de intensidade de tensão e tenacidade, determinadas de forma experimental. No último vértice são considerados os defeitos pré-existent na estrutura e suas dimensões.



Figura 2.1: Triângulo da Mecânica da Fratura.

2.1 EVOLUÇÃO HISTÓRICA

O problema da falha dos materiais tem sido estudado ao decorrer dos séculos, mediante a necessidade de construção de projetos inovadores para cada época, onde a teoria da elasticidade não continha informações essenciais. Os primeiros registros que se tem conhecimento nesse campo de pesquisa foram experimentos feitos por Leonardo da Vinci. Seus resultados apontavam que a resistência de fios de ferro variava inversamente ao

comprimento do fio. Concluindo que as falhas nos materiais controlavam a sua resistência (ANDERSON, 2005).

Em 1898, Kirsch, um engenheiro alemão, analiticamente chegou ao resultado de um problema contendo uma chapa plana tracionada com um furo circular no meio. Ele relatou que a placa tinha uma concentração de tensão na área próxima ao furo, onde a intensidade alcançou três vezes mais o valor da tensão aplicada (TIMOSHENKO e GOODIER, 1970).

De maneira semelhante, Inglis (1913) analisou uma chapa plana tracionada, agora com um furo elíptico em seu centro. Foi verificado o mesmo efeito de concentrações de tensões, porém com mais intensidade. Podendo observar que a diminuição do raio da elipse, tendendo a zero, a geometria do furo chega a se tornar fisicamente como uma fissura, tornando o estado de tensão cada vez mais singular.

Os estudos de Griffith (1920), instruíram os conceitos da Mecânica da Fratura, a partir do desenvolvimento de uma relação da resistência à tração entre a fratura e sólidos frágeis. Sua pesquisa envolvia barras de vidros com as variações dos diâmetros e da temperatura. Então, ele sugeriu e descobriu que falhas elípticas no interior dos sólidos concentravam tensões e reduziam em alto grau a resistência do vidro.

Griffith com o uso da termodinâmica envolvendo a fratura, fez sua segunda colaboração avaliando a variação total de energia durante o faturamento da estrutura, baseado no balanço de energia. Então, descobriu que a energia potencial para propagar uma trinca poderia ser liberada se a trinca crescesse e criaria novas superfícies de trincas.

Duas décadas, aproximadamente, após o estudo de Griffith, outro pesquisador resolveu analiticamente com os recursos da teoria da elasticidade, o problema de um corpo infinito com uma fissura na região central. Westergaard (1939), formulou e estudou a aplicação de funções de tensão na zona da fissura, para prever a falha por fraturamento.

A Mecânica da Fratura apenas apresentou um grande impulso após a Segunda Guerra Mundial e devido a várias catástrofes que estavam ocorrendo, que não possuíam uma teoria direta para solucionar os casos. Foi quando George Irwin em 1960, com o uso da teoria desenvolvida por Griffith, apresentou três principais contribuições para esse campo de pesquisa, que fora apresentado por ele mesmo como uma nova disciplina. Foram elas (Irwin, 1960): a Teoria Modificada de Griffith, que passou a analisar metais e o escoamento na

extremidade da trinca; a inserção do Fator de Intensidade de Tensão (K); e, apresentação da Taxa de Liberação de Energia (G).

Em 1961, Wells propôs que o comportamento da fratura nas proximidades de uma trinca, poderia ser caracterizado pelo deslocamento de abertura da ponta da trinca. Com isso, ele introduziu o estudo nos sólidos elasto-plásticos com o auxílio do CTOD (*Crack Tip Opening Displacement*), para caracterizar a resistência de trincas nesse regime (Wells, 1961).

A Lei de Paris é um modelo de crescimento de trinca, relacionado pela variação do fator de intensidade de tensão com a taxa de crescimento subcrítico de trincas, devido, principalmente, a cargas cíclicas, o qual foi proposto por Paris (1962), quando seus estudos resultaram na primeira equação que fazia a conexão dessas duas variáveis.

Subsequente, foi introduzido o conceito da Integral J, que representa a taxa de variação da energia potencial para um corpo sólido elástico não linear pelo contorno da trinca (RICE, 1968). Por conta dessa integral de linha, o fator de intensidade de tensão pode ser calculado a partir do campo de tensões e deslocamentos de zonas adjacentes à fissura.

A partir desse ponto, as pesquisas vêm se tornando cada vez mais específicas. Cada uma garantindo o aumento da qualificação nessa disciplina, seja pelo o ensaio de novos materiais, novas metodologias ou aprimoramento de técnicas numéricas. Como o primeiro modelo de propagação de trincas em modos variados, desenvolvido por Erdogan e Sih em 1976.

2.2 FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DA FRATURA

Os inúmeros acidentes catastróficos, ocorridos em campos distintos, impulsionaram o desenvolvimento no estudo acerca da Mecânica da Fratura, ferramenta para análise de falhas por fratura. As causas das falhas estruturais desses eventos se encaixam em uma das duas categorias que podem ser, segundo Anderson (2005), em primeira instância, a negligência durante o projeto, construção ou operação da estrutura e, conseguinte, a execução de um modelo autêntico e diferenciado ou uso de um material novo, o que produz um resultado inesperado e indesejável.

É considerada que uma estrutura ou parte dela falha caso a segurança seja rompida para continuar em utilização, quando o elemento se torna inutilizável ou, ainda pode ser utilizado, mas sem alcançar os resultados necessários para exercer sua função. O processo de falha do material ou estrutura tem origem no acúmulo de danos, dando início a formação de uma ou

mais trincas, acarretando na propagação das trincas até chegar ao evento final, a fratura, conforme a Figura 2.2.

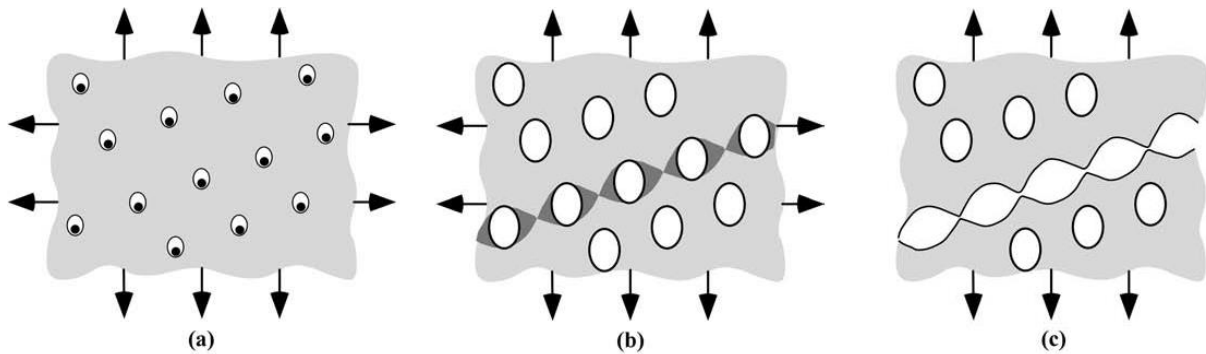


Figura 2.2: Processo de falha nos metais: (a) nucleação de micro vazios, (b) crescimento e deformação entre os vazios (c) coalescência e fratura (modificado - ANDERSON, 2005).

A Mecânica da Fratura surge como um dos ramos das ciências mecânicas que possuiu objetivo de quantificar as condições sob as quais uma peça ou uma estrutura, solicitadas a um carregamento, entram em colapso devido à propagação de uma trinca presente nesta estrutura. Esse campo de estudo tem como objetivo encontrar respostas acerca da presença e propagação de trincas em elementos ou estruturas, que revelem o tamanho tolerado de uma trinca no Estado Limite de Serviço, a duração para que a trinca alcance o tamanho crítico partindo de um comprimento inicial, a frequência em que deve ocorrer inspeção ou o tamanho permitido de uma falha existente em uma estrutura no início da sua vida útil.

De acordo com Broek (1989), a propagação de trincas gera uma maior concentração de tensões em sua ponta, acarretando na diminuição da resistência residual e na aceleração do crescimento da trinca. Como existe um limite tolerável para o comprimento da propagação e o respectivo tempo para que isso ocorra, considerando a influência de todas as trincas presentes, é necessário designar um plano de controle de fratura, tendo como base o conhecimento da força estrutural. Logo, é de extrema importância estipular o impacto das trincas na resistência e o crescimento delas em função do tempo, em uma análise de tolerância ao dano.

É importante ressaltar a diferença entre o desenvolvimento de fissuras com a fratura. Segundo Broek (1989), a fratura é o evento final, habitualmente de ocorrência rápida e resultando em uma quebra em duas ou mais partes. O crescimento de trincas, em contrapartida, ocorre lentamente durante o carregamento normal de serviço e é conhecido, também, como trincamento, por ser uma propagação estável. Os respectivos mecanismos para cada situação

também são diferentes. Os mecanismos da propagação de trincas são: fadiga devido ao carregamento cíclico, corrosão sob tensão devido ao carregamento contínuo, fluência, trinca induzida por hidrogênio e trinca por conta de metal líquido. Sendo que, os dois primeiros representam a maior probabilidade de ocorrência e o último apresenta baixo risco. Já a fratura dúctil, fratura por clivagem e a fratura intergranular representam os mecanismos do fraturamento e estão ilustradas na Figura 2.3.

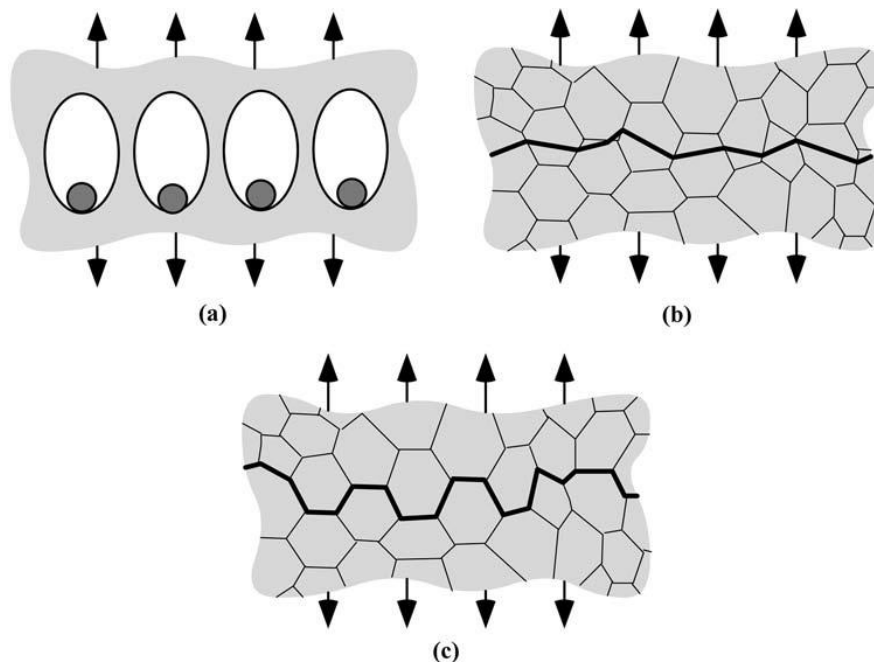


Figura 2.3: Mecanismos de fratura nos metais: (a) dúctil, (b) clivagem e (c) intergranular (ANDERSON, 2005).

Sob o ponto de vista microscópico, o fraturamento de um material ocorre quando a tensão e o trabalho são aplicados no nível atômico para romper a conexão dos átomos do material. Essa quebra das partículas ocorre conforme três mecanismos distintos, sendo fratura dúctil se for formado pequenos vazios no material por plasticidade, seguido do crescimento e da coalescência dessas micro cavidades internas; fratura por clivagem, se ocorrer deformação plástica ao longo de planos cristalinos distintos que apresentam baixa resistência, também abordada como fratura frágil; e fratura intergranular se a divisão do material pela trinca for pelo contorno do grão.

A Mecânica da Fratura apresenta duas categorias de estudo: a Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) e a Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP). A Mecânica da Fratura Linear Elástica adveio por conta das limitações dos conceitos tradicionais da teoria da

elasticidade para avaliar o comportamento dos materiais que apresentam descontinuidades internas ou superficiais, com o desenvolvimento do conceito, definido por Irwin, dos fatores de intensidade de tensão. A Mecânica da Fratura Elasto-Plástica surgiu para completar o campo da MFLE em materiais dúcteis, já que as tensões elásticas e os critérios dos fatores de intensidade de tensão não eram adequados para esses tipos de materiais e situações, onde se tem a presença de uma zona plástica, na ponta da trinca, que controla o processo de fratura a partir de um tamanho significativo em relação à espessura.

2.2.1 Mecânica da Fratura Linear Elástica

Se uma carga elevada for aplicada a uma peça que contenha uma trinca, a fissura pode crescer inesperadamente e alcançar a falha do membro por fratura frágil, apresentando uma pequena deformação plástica. A gravidade da situação pode ser medida pelo Fator de Intensidade de Tensão (FIT), através do tamanho da trinca, da tensão e da geometria do material. Ao utilizar o FIT, pressupõe que o material tem comportamento linear-elástico, conforme a lei de Hooke, de modo que a abordagem que está sendo usada é chamada mecânica da Fratura Linear Elástica (DOWLING, 2013).

Como há uma alta concentração de tensões na ponta de trincas, mesmo com aplicação de cargas muito pequenas, surge uma zona plástica na área. O uso da teoria da MFEL irá depender do tamanho dessa parte plastificada, a qual deve ser pequena em relação ao comprimento da trinca, para ser utilizada com o uso do FIT, que mensura a intensidade de sollicitação na ponta da trinca. Esse modo de deformação, então, se define pela ausência ou pela presença desprezível de plastificação na região da ponta da trinca. Nesta situação, a força motriz de crescimento da trinca é normalmente o Fator de Intensidade de Tensões, representando nas equações por K , uma grandeza proposta por Irwin, que analisa o processo de desenvolvimento das fissuras, prevendo parâmetros, não baseados em estados de tensão, para o fraturamento (Irwin, 1960).

A estimativa da vida útil de uma estrutura que apresenta falhas deve ser analisada na fase de projeto e sob o estado de serviço. Os conceitos elásticos da MFLE podem ser usados para analisar materiais com resistência à fratura relativamente baixa que falham abaixo do limite da resistência última. Broek (1989) apresenta os materiais que se enquadram nesse parâmetro, que são os aços de alta resistência e baixa liga, aços inoxidáveis trabalhados a frio, a grande maioria dos que tem alta resistência utilizados na engenharia aeronáutica, principalmente no campo aeroespacial, etc.

2.2.2 Concentradores de Tensão

Através de entalhes elípticos em placas planas, que Inglis (1913) quantificou os efeitos da concentração de tensões. Em seus estudos obteve uma expressão que determina a tensão na ponta do maior eixo da elipse, conforme a Figura 2.4. Considerou que o contorno da placa não influenciava nas tensões no entalhe, devido a largura e o comprimento serem muito superiores a $2a$ e $2b$, respectivamente.

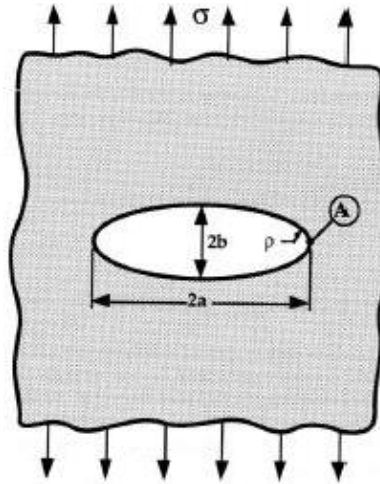


Figura 2.4: Placa plana com entalhe elíptico.

A tensão no ponto A é dada pela expressão:

$$\sigma_A = \sigma \left(1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \quad (2.1)$$

onde ρ é o raio da curvatura da ponta da elipse, sendo: $\rho = \frac{b^2}{a}$.

Inglis só conseguiu analisar o problema do entalhe, já que pela Equação 2.1 a concentração de tensão para um raio igual a zero, representando uma trinca, tende ao infinito. Então, essa observação sugere que a peça se rompe com uma tensão nominal próxima a zero, o que não é visto na prática. Por isso, outros pesquisadores como Griffith, desenvolveram mais sobre este assunto.

2.2.3 Teoria de Griffith

A primeira análise que apresentou bons resultados, acerca do comportamento da fratura em elementos trincados, surgiu dos estudos de Griffith em 1920. Griffith, iniciando seus ensaios

pelo modelo de Irwin (1913), assumiu que se a energia total do sistema diminuísse ou permanecesse constante, o crescimento da trinca era possível. Ele realizou experiências com vidro, assumindo que a fratura ocorre em um material idealmente frágil, com uma trinca no interior de uma placa, conforme a Figura 2.5.

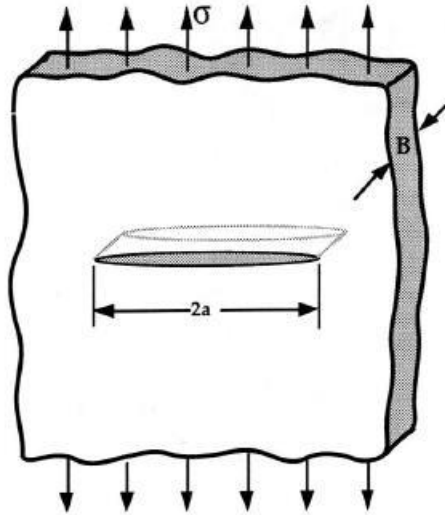


Figura 2.5: Modelo adotado por Griffith.

Utilizando a Primeira Lei da Termodinâmica aplicada ao modelo proposto por Inglis, placa infinita com comprimento de trinca $2a$ e condicionada a uma tensão uniforme, o balanço energético de Griffith, para o incremento dA de área, na trinca é expresso como:

$$\frac{dE_T}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dW_s}{dA} = 0 \quad (2.2)$$

onde E_t é a energia total do sistema, Π é a energia potencial e W_s a energia necessária para formação das superfícies da trinca.

Griffith, conseguiu mostrar em seus trabalhos, a partir da análise desenvolvida por Inglis, que:

$$\Pi = \Pi_0 - \frac{\pi\sigma^2 a^2 B}{E} \quad (2.3)$$

$$W_s = 4aB\gamma_s \quad (2.4)$$

onde σ é a tensão aplicada, Π_0 a energia potencial total de uma placa sem trinca, B a espessura da chapa, γ_s a energia de superfície do material e E o módulo de Young. Substituindo as Equações 2.3 e 2.4 na 2.2, é obtida a expressão da tensão que produz a fratura:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}} \quad (2.5)$$

Griffith apresentou ótimos resultados em seus testes experimentais em um sólido frágil por meio da Equação 2.5. Porém, a equação não teve embasamento para a teoria dos metais, os quais a resistência à fratura era subestimada com o uso dela.

Nos componentes de uma estrutura existem furos, entalhes e outras particularidades que concentram tensões, como em defeitos presentes na estrutura. Griffith, em seus estudos, revelou que a diferença entre a resistência teórica e a real, se dava por conta da presença de defeitos microscópicos, que existem naturalmente na superfície e no interior de qualquer material. A vizinhança dessas regiões há variações em alto nível da tensão nominal, tornando-se necessário ter prudência quando realizar uma análise do campo de tensões, devido à grande influência dessas áreas.

Após alguns anos, Irwin (1948) e Orowan (1948), em trabalhos diferentes, incluíram um termo na equação de Griffith, a fim de levar em conta os materiais elasto-plásticos. A expressão com o termo responsável pela dissipação de energia plástica (γ_p), a qual acontece na ponta da trinca em sólidos dúcteis (metais) é a seguinte:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E(\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a}} \quad (2.6)$$

A expressão $\gamma_s + \gamma_p$ ainda pode ser substituída pelo termo w_f (energia de fratura), o qual considera as propriedades plásticas, viscoelásticas ou viscoplásticas, em função do material da estrutura.

Contudo, por mais que essa nova equação, com a adição do novo termo, pudesse estudar sólidos dúcteis, ainda eram encontradas algumas limitações para a análise de instabilidade de uma trinca ideal. Também, em algumas situações práticas eram encontrados problemas para esse método, como por exemplo em fadiga e no crescimento de trinca em meios corrosivos, por conta do crescimento estável e lento das trincas.

2.2.4 Taxa de Alívio Energético

Propondo uma metodologia mais conveniente ao modelo de Griffith, Irwin (1956) quantifica a taxa de variação da energia potencial em um material elástico linear com a presença de uma

área trincada. A taxa de alívio energético G é obtida pela derivada do potencial total e definida como:

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (2.7)$$

Sendo Π a energia potencial e A a área. A energia potencial é dada por:

$$\Pi = W - F \quad (2.8)$$

onde W é a energia de deformação armazenada no sólido e F o trabalho das forças externas. Quando G atinge um valor crítico ($G_c = 2w_fG$), denominado como tenacidade à fratura do material, a falha frágil irá ocorrer.

2.2.5 Fator De Intensidade de Tensão

Irwin (1957) e Williams (1957) apresentaram um novo conceito para a Mecânica da Fratura Linear Elástica, denominado de Fator de Intensidade de Tensão (FIT), o qual é capaz de definir a magnitude do campo de tensões em volta de uma trinca, bem como prever o ângulo de propagação e incrementos de trincas, em peças predominantemente elásticas. Sua origem foi definida quando Irwin modificou a solução para o campo de tensão de contato desenvolvida por Westergaard (1939), desenvolvendo o conceito do FIT.

Uma trinca em um corpo sólido pode ser carregada, de acordo com a MFLE, em três tipos de movimentos relativos, Figura 2.6. Cada um desses modos de carregamento está relacionado a um fator de intensidade de tensão, de forma que os fatores K_I , K_{II} e K_{III} são parâmetros dos modos I, II e III, respectivamente. Ainda, existe um valor crítico do fator de K_I , o qual é conhecido como tenacidade à fratura (K_{Ic}).

Um material pode evitar a fratura frágil quando o valor de K for inferior à um valor crítico K_c . Os valores de K_c são relativos a cada material, pois são afetados pelas características da temperatura, da taxa de carga e da espessura do membro. Membros com espessuras altas têm valores de K_c mais baixos até atingir o valor do pior caso, designado por K_{Ic} , chamado de tenacidade à dureza da fratura de deformação plana. Dessa maneira, K_{Ic} é designado com uma medida da habilidade de um material, que contém trincas, de resistir à fratura (DOWLING, 2013).

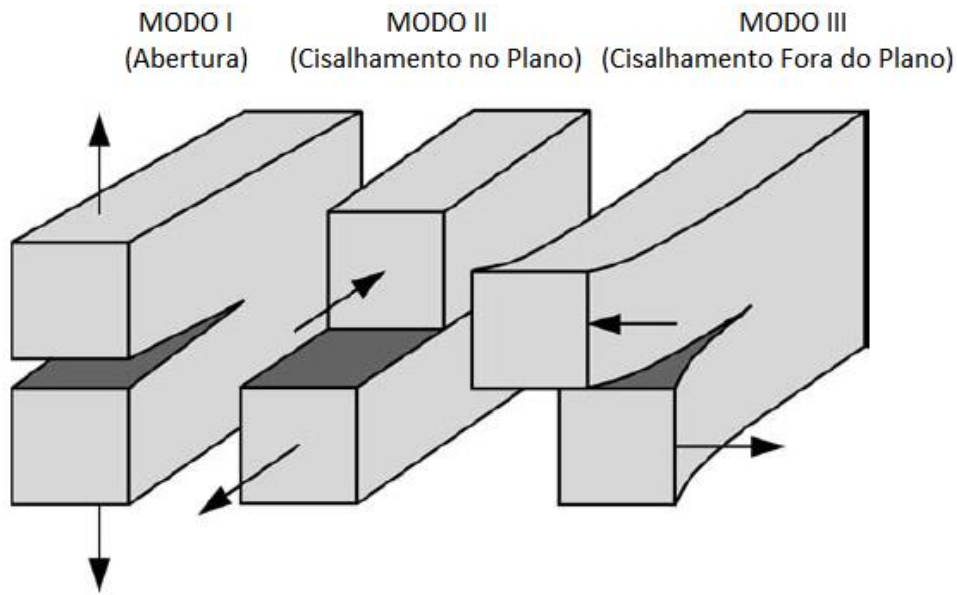


Figura 2.6: Modos de deslocamento da ponta da trinca (modificado - ANDERSON, 2005).

No modo I (abertura), o carregamento é aplicado normalmente ao plano da trinca que tende a abrir a ponta da trinca, este é o modo que apresenta mais relevância aos estudos, pois corresponde ao modo com maior frequência que ocorre o fraturamento das peças trincadas. O modo II (cisalhamento puro), é deslizado um plano da trinca sobre o outro por conta do deslocamento das superfícies sofrido pelo cisalhamento no plano. O modo III (cisalhamento fora do plano), o carregamento de rasgamento tende a deslocar as superfícies da trinca paralelamente a elas. O carregamento de uma peça trincada pode estar relacionado por qualquer um desses modos ou pela combinação entre eles.

De acordo com os eixos apresentados na Figura 2.7, caracteriza-se como o modo de abertura o deslocamento local simétrico aos planos $x-y$ e $x-z$. No modo de cisalhamento no plano, os deslocamentos são antissimétricos ao plano $x-z$ e simétricos em relação ao plano $x-y$. Já no modo de cisalhamento fora do plano, os deslocamentos são antissimétricos em ambos os planos, $x-y$ e $x-z$.

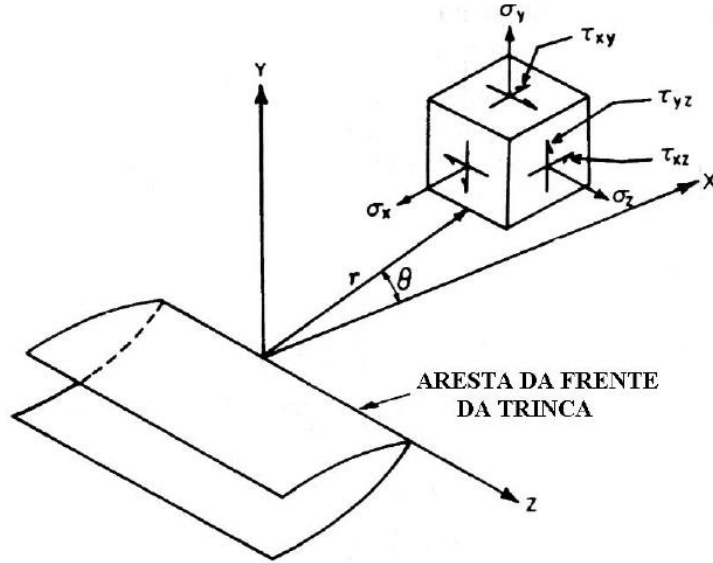


Figura 2.7: Sistema de eixos na ponta da trinca (STROHAECKER, 1986).

Tomando como base um sistema de eixos de coordenadas polares, originado na ponta da trinca, como mostra a Figura 2.7, o campo de tensões num material elástico trincado pode ser definido, de acordo com Anderson (2005), pela seguinte expressão:

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^m(\theta) \quad (2.9)$$

onde o tensor de tensões é dado por σ_{ij} , r e θ são definidos através da Figura 2.7, k é uma constante relativa ao fator de intensidade de tensões ($K = k\sqrt{\pi a}$) e f_{ij} é uma função de θ .

O campo de tensões e deslocamentos na ponta da trinca podem ser calculados através do desenvolvimento da Equação 2.9 em conjunto com funções harmônicas, propostas por William (1957), para os três modos de deformação. Considerando $K = k\sqrt{\pi a}$, para o modo I, tem-se:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (2.10)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (2.11)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (2.12)$$

Para o modo II:

$$\sigma_x = \frac{-K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (2.13)$$

$$\sigma_y = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (2.14)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] \quad (2.15)$$

E para o modo III:

$$\tau_{xz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.16)$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (2.17)$$

Estas equações, que definem o campo de tensões, correspondem ao caso plano de deformação, com os termos de ordem mais alta em r omitidos. Observa-se que a distribuição do campo de tensões nas vizinhanças da ponta da trinca se mantém constante em todos os componentes sujeitos a determinado modo de deformação. Ainda, repara-se que os fatores de intensidade de tensão K_I , K_{II} e K_{III} , são utilizados para determinar a magnitude do campo elástico de tensões.

Nessas mesmas equações, existe uma singularidade quando temos r tendendo à zero. Contudo, na prática, com valores consideravelmente altos de tensão na ponta da trinca, o material já atinge sua tensão de escoamento e apresenta comportamento plástico, desconsiderando os valores infinitos gerados por essa singularidade para uma análise de tensões linear elástica. Em resumo, se a zona plástica, presente na ponta da trinca, apresentar dimensões suficientemente inferiores às do elemento, é viável uma análise via MFLE, sem acarretar em muitas perdas nos resultados.

No caso de solicitação mista, ou seja, quando a trinca representa mais de um modo de fratura, é possível utilizar o Princípio da Superposição Linear (ANDERSON, 2005) para se obter as tensões:

$$\sigma_{ij}^{TOTAL} = \sigma_{ij}^I + \sigma_{ij}^{II} + \sigma_{ij}^{III} \quad (2.18)$$

Em geral, K é função do tipo de carregamento, da forma e tamanho da trinca, bem como da configuração e geometria do elemento estrutural. Avaliando a ponta da trinca, o valor dos FITs padrão, é dado por:

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (2.19)$$

onde σ é a carga nominal aplicada na frente da trinca, a é o tamanho da trinca e f é uma função que correlaciona os parâmetros que depende da geometria da peça, condições de carregamento, orientação e forma da trinca.

O fator de intensidade de tensão está relacionado com a taxa de liberação de energia elástica (G), que representa a força condutora da trinca. A energia utilizada na propagação de trinca, que é uma constante do material, mede a resistência ao crescimento da trinca. Mesmo ocorrendo uma quantidade de energia suficiente para a trinca se desenvolver, ela não se propagará, segundo Broek (1989), se a ponta da trinca não estiver pronta para falhar. É possível relacionar os fatores de intensidade de tensão, com a taxa de alívio energético (G), de tal forma:

$$G_I = \frac{K_I^2}{E'}, \quad G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E'} \quad \text{e} \quad G_{III} = \frac{K_{III}^2}{E \cdot G'} \quad (2.20)$$

onde, K_I , K_{II} , K_{III} são os fatores de intensidade de tensão na ponta da trinca, respectivamente para o modo I, modo II e modo III; o módulo de Young é representado por E' , o qual para o plano de tensão tem-se que $E' = E$ e para o plano de deformação que $E' = E / (1 - \nu^2)$, o qual ν é o coeficiente de Poisson; e, G' é o módulo de cisalhamento.

No caso geral:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2G'} \quad (2.21)$$

Os fatores de intensidade de tensão podem ser obtidos através de técnicas de deslocamento ou extrapolação de tensão e, também, por métodos que dependam de uma aproximação de energia, as quais evitam singularidades perto da ponta da trinca. O método dos elementos de contorno é usualmente prático na avaliação de FITs, através de uma integral independente de trajetória (Integral J). Com as equações integrais de contorno chegam-se diretamente nos valores de deslocamento, derivadas de deslocamento e tensões nos pontos internos.

2.2.6 Integral J

Os conceitos da MFLE não se aplicam quando a zona plástica apresenta um tamanho considerável em relação as dimensões da peça, por conta da atuação de deformações plásticas relevantes. Dessa forma, o campo de tensões nas redondezas da trinca precisa da aplicação de outras metodologias para ser determinado.

Por meio do uso do teorema da conservação de energia, a integral J foi definida por Eshelby em 1956 (BROEK, 1988). Porém, foi Rice em 1968, que introduziu o conceito da integral J , para situações onde a análise pela MFLE não fosse mais válida, ou seja, levando em consideração os princípios da Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP).

A integral J consiste em uma integral de linha em torno da ponta da trinca, a qual é constituída pela taxa de variação da energia potencial para um sólido elástico não linear ao longo da extensão da trinca (Rice, 1968). O material é considerado elástico, porém a curva tensão-deformação não precisa ser linear. O valor J pode ser considerado como uma generalização da taxa de liberação de energia de deformação (G), para os casos não lineares (DOWLING, 2013).

Sendo uma aproximação de energia, sua técnica elimina a necessidade de resolver o problema local da ponta da trinca, desde que o caminho de integração mantenha uma distância relativamente grande desta região. Sua formulação é capaz de quantificar o fluxo de energia em um contorno fechado na região próxima à ponta da trinca, para qualquer percurso que se inicie na face inferior e termine na face superior da trinca, Figura 2.8.

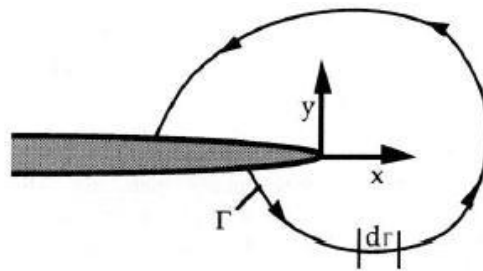


Figura 2.8: Contorno arbitrário ao redor da ponta da trinca.

A integral J é definida em relação a um eixo local de coordenadas cuja origem situa-se na ponta da trinca. A expressão da integral J é a seguinte:

$$J = \int_{\Gamma} \left[W n_x - \sigma_{ij} \eta_j \frac{\partial u_i}{\partial x} \right] \partial \Gamma \quad (2.22)$$

onde u_i representa o vetor de deslocamentos, η_j são os cossenos diretores do caminho Γ e

$$W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$$

é a energia de deformação por unidade de volume, sendo σ_{ij} e ε_{ij} os tensores de tensão e deformação, respectivamente.

A integral J pode ser utilizada na MFLE para encontrar os valores dos fatores de intensidade de tensão, por mais que tenha sido introduzida para contornar problemas na MFEP, uma vez que integral J é igual a taxa de alívio energético (G), quando a análise é feita pela MFLE. Então, os fatores de intensidade de tensão podem ser determinados, por meio da integral J , a partir da análise do campo de tensões e deslocamentos nas proximidades da trinca. Dessa forma, a integral J tornou possível as simulações de fraturamento em materiais frágeis para o caso de zonas plásticas com dimensões reduzidas.

Segundo Portela, Aliabadi e Rooke (1992), a integral J é um método bastante eficiente para obter o valor dos FITs e resolver problemas de trincas em geral. Sua metodologia é baseada em pós-processamento e em integrais ao longo de um limite independente de caminho, como relatado nos trabalhos de Rice e Tracey (1973).

Segundo Rice e Tracey (1973), a integral J se relaciona com os FITs de acordo com a seguinte expressão, pela MFLE:

$$J = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E'} \quad (2.23)$$

onde, K_I , K_{II} são os fatores de intensidade de tensão na ponta da trinca, respectivamente para o modo I e modo II; e, o módulo de Young é representado por E' , o qual para o plano de tensão tem-se que $E' = E$ e para o plano de deformação que $E' = E / (1-\nu^2)$, o qual ν é o coeficiente de Poisson.

Separando os modos representados em cada FITs, a integral J pode ser escrita como a soma das duas integrais,

$$J = J^I + J^{II} \quad (2.24)$$

onde essa integral desacoplada através da decomposição dos campos de deslocamento e de tensão em suas componentes simétrica e antissimétrica, referentes a cada modo, é representada por:

$$J^I = \frac{K_I^2}{E'} \text{ e } J^{II} = \frac{K_{II}^2}{E'}. \quad (2.25)$$

Com o uso MECD é possível determinar, precisamente, o campo elástico interior ao longo do caminho de contorno, levando em conta que a variação do campo elástico interno se forma dentro da solução fundamental do problema. E, por essa razão, a técnica da Integral J possui bastante alcance para calcular os fatores de intensidade de tensão.

2.3 DIREÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE MÚLTIPLAS TRINCAS

Muitas características e parâmetros, como a geometria do elemento e o tipo de carregamento, irão afetar a posição inicial da trinca à fadiga, bem como a sua forma de propagação. Diversos critérios foram propostos a fim de descrever a direção local do crescimento de trincas. Segundo Carvalho (1998), a direção de crescimento da propagação da trinca pode ser analisada por três tipos de técnicas numéricas considerando um regime linear elástico. Esses métodos são: o Critério da Máxima Tensão Circunferencial ($\sigma_{\theta\text{máx}}$) na ponta da trinca, como utilizado por Erdogan e Sih (1963); o Critério da Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial ($G_{\theta\text{máx}}$) de Hussain (1974), o qual propôs que o crescimento da trinca acontecerá na direção que provoca a maior taxa de alívio energético de propagação; o Critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação ($S_{\theta\text{mín}}$) de Sih (1974), onde a direção de crescimento é governada pelo valor mínimo da densidade de energia de deformação próximo a extremidade da trinca.

Contudo, um dos mais utilizados é o critério da Máxima Tensão Circunferencial (MTC). Essa técnica é abordada pelo programa de análise e, por essa razão, é utilizada nesse trabalho e está descrita na próxima subseção.

2.3.1 Critério da Máxima Tensão Circunferencial

Esse método vem de uma definição básica da Resistência dos Materiais, onde as tensões normais máxima e mínima ocorrem em planos onde a tensão cisalhante é nula. Logo, esse critério tem como base que o crescimento de uma trinca irá acontecer em uma direção perpendicular à máxima tensão principal. Portanto, a posição da direção do crescimento dessas trincas é determinada quando a tensão de cisalhamento local for nula.

Aplicando o princípio da superposição linear em conjunto com as equações dos fatores de intensidade de tensão, as tensões na ponta da trinca para os modos I e II, são dadas pela soma das tensões referente a cada modo (BARSOM & ROLFE, 1987):

$$\sigma_{xx}^{\text{TOTAL}} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \left[-\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (2.26)$$

$$\sigma_{yy}^{\text{TOTAL}} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \left[\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(\cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (2.27)$$

$$\tau_{xy}^{\text{TOTAL}} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] + \left[\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (2.28)$$

Rescrevendo as Equações 2.1, 2.2 e 2.3 em coordenadas polares, são obtidas as seguintes expressões das tensões normais e cisalhantes na ponta da trinca (Figura 2.9):

$$\sigma_r = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ K_I \left[1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] + \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta - 2K_{II} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right\} \quad (2.29)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right\} \quad (2.30)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left\{ K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) \right\} \quad (2.31)$$

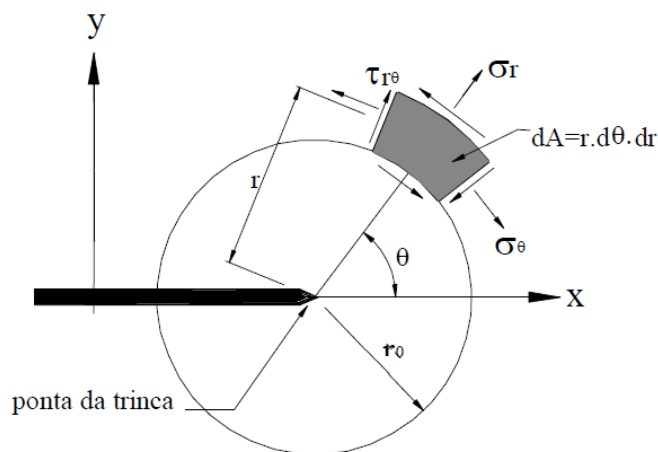


Figura 2.9: Tensões na ponta da trinca em coordenadas polares.

De acordo com o critério da Máxima Tensão Circunferencial (MTC), a extensão da trinca vai se iniciar no plano perpendicular, quando a tensão normal (σ_θ) alcança seu valor máximo, ou seja, aplicando o valor nulo para a tensão cisalhante ($\tau_{r\theta} = 0$):

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \{K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)\} = 0 \quad (2.32)$$

Resolvendo a Equação 2.32, chega-se em uma solução trivial e outra não trivial, as quais são as seguintes, respectivamente:

$$\cos \frac{\theta}{2} = 0 \therefore \theta = \pm\pi \quad (2.33)$$

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (2.34)$$

onde θ é a coordenada angular centrada na ponta da trinca e medida do eixo da trinca a frente da ponta; e, K_I e K_{II} são os fatores de intensidade de tensão, dos modos de deslocamento de abertura (modo I) e de cisalhamento (modo II) na ponta da trinca, respectivamente.

Realizando uma análise separada para os dois modos puros a partir da Equação 2.34, obtém-se para o Modo I puro:

$$K_{II} = 0 \quad (2.35)$$

$$K_I \sin \theta = 0 \therefore \theta = 0^\circ \quad (2.36)$$

E para o Modo II puro:

$$K_I = 0 \quad (2.37)$$

$$K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \therefore \theta = \pm 70.5^\circ \quad (2.38)$$

Para análise de uma trinca no modo misto I e II, a partir da Equação 2.34, chega-se na solução para θ :

$$\theta = 2 \arctg \left(\frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \quad (2.39)$$

É possível encontrar dois valores para a direção de propagação, portanto é usual descartar o maior valor, por se tratar de uma solução que foge do sentido físico da análise de propagação.

Os sinais das Equações 2.36 e 2.38, as quais representam os limites inferior e superior do ângulo de propagação da trinca, dependem do valor de K_{II} . Se este for positivo, então o valor de θ será negativo. E, se for negativo, então o valor de θ é positivo. Os valores intermediários (em módulo), entre os limites superior e inferior, podem ser calculados a partir da Equação 2.39.

Por se tratar de um critério contínuo, a Máxima Tensão Circunferencial não leva em conta a discretização da propagação da extensão da trinca, conforme a Figura 2.10. Para contornar tal problema, em uma análise incremental, deverá ser feita uma correção nas trajetórias referentes a propagação de múltiplas trincas, previstas inicialmente pela Equação 2.40, a fim de fornecer a direção real do incremento de propagação da trinca, de tal forma que o requisito da unicidade do caminho seja atendido.

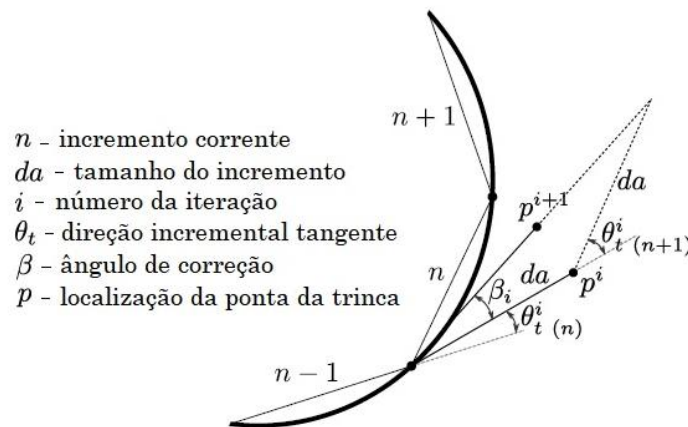


Figura 2.10: Esquema da direção incremental do crescimento da trinca (Adaptado - ALIABADI, 2002).

Como observado, para se fazer tal correção é necessário introduzir um ângulo de correção (β) na direção tangente ($\theta_{t(n)}$), prevista pelo critério da Tensão Máxima Principal, no que diz respeito sobre a continuidade da equação. Desta forma será possível estimar a direção do n -ésimo incremento do crescimento da trinca. Este ângulo é dado por,

$$\beta = \theta_{t(n+1)} / 2 \quad (2.40)$$

onde, $\theta_{t(n)}$ é a direção do próximo incremento de extensão de trinca.

Essa técnica de correção quando aplicada iterativamente, é utilizada para todas as trincas coexistentes a fim de analisar a interação entre elas, apenas quando o valor da correção, em cada iteração, for inferior à sua precedente.

2.4 PROPAGAÇÃO DE TRINCAS POR FADIGA

A fadiga é um dos processos mais responsáveis por provocar a falha mecânica e a ruptura de elementos estruturais. Ela é responsável pela geração e propagação de trincas, por meio de carregamentos cíclicos aplicados sobre o elemento.

É possível analisar o comportamento da fadiga por três meios, são eles: a abordagem pela tensão (curvas S-N), a abordagem pela deformação (curvas ϵ -N) e a abordagem pela Mecânica da Fratura. O primeiro método é usado quando as tensões e deformações estão no regime elástico e se espera grandes períodos de vida à fadiga. O segundo já conta com uma parte considerável de deformação plástica e períodos curtos de vida à fadiga. Já a Mecânica da Fratura permite calcular o número de ciclos de carregamento até uma fratura ocorrer, desde que se conheçam os parâmetros relativos como geometria, propriedades do material, ambiente externo, tamanho inicial e crítico da trinca e as informações sobre as solicitações atuantes, como os estados de tensão, razão entre os fatores de intensidade de tensão máximo e mínimo, carregamentos constantes ou variáveis, frequências e tensões máximas.

A abordagem pela Mecânica da Fratura é a análise mais eficiente do fenômeno da fadiga, por agregar informações, principalmente, sobre o tamanho da trinca, tornando possível realizar uma avaliação da vida residual de um elemento trincado, a fim de elaborar planos de inspeção e manutenção para a estrutura.

2.4.1 Lei de Paris

A vida de um componente estrutural que possui uma trinca é estudada a partir da taxa de crescimento da trinca. Tendo conhecimento acerca dessa taxa, é possível prever a vida restante da peça, estimando o tempo que uma trinca leva de um determinado tamanho inicial até um tamanho máximo permissível. Paris & Erdogan (1960), demonstraram a importância da MFLE na aplicação da Lei de Paris, que representa os ciclos de crescimentos da trinca para carregamentos de amplitude constante, tornando-se uma das ferramentas mais úteis para caracterizar o crescimento de trincas por fadiga.

Paris (1960), observou por meio de ensaios experimentais, que a taxa de propagação da trinca é controlada, não pela tensão, mas pela variação dos fatores de intensidade de tensões (ΔK), na MFLE. Sua expressão, que é utilizada para descrever essa taxa de propagação da trinca, é a seguinte:

$$\frac{da}{dN} = f_1(\Delta K, R) \quad (2.41)$$

onde a é o tamanho da trinca, N representa o número de ciclos de carga, a variação dos fatores de intensidade de tensão é dada por: $\Delta K = (K_{max} - K_{min})$ e a razão de carga por: $R = K_{min}/K_{max}$. Existem várias expressões para f_1 , a maioria dessas expressões são empíricas.

Em seu experimento, ilustrado na Figura 2.11, Paris usou duas chapas idênticas do mesmo material, as quais possuíam uma trinca central, com o mesmo comprimento. Mantendo a mesma gama de tensão nas duas chapas, uma delas foi carregada pelas bordas (chapa 1), enquanto a outra pelas faces da trinca (chapa 2). Observou que a trinca da primeira chapa acelerava, em contrapartida a da chapa 2, que desacelerava, mesmo possuindo a mesma $\Delta\sigma$. Portanto, a tensão não poderia estar controlando a propagação das trincas. Analisando os valores de ΔK , Paris notou que na chapa 1 ΔK aumentava e na chapa 2 ΔK diminuía, de acordo com o crescimento de suas trincas. E dessa maneira, que ele sugeriu que ΔK controlava a propagação e revelou a coincidência dos pontos experimentais para as duas chapas, no que diz respeito a taxa de propagação (da/dN).

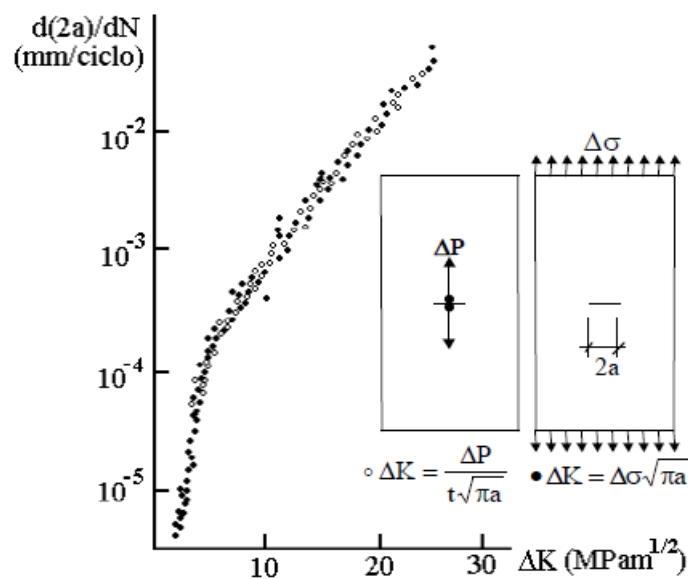


Figura 2.11: Ensaio e resultados da experiência de Paris.

Observa-se três regiões distintas na curva de Paris (da/dN vs. ΔK), plotada na forma logarítmica, conforme a Figura 2.12. A fase I apresenta derivada decrescente, a fase II possui derivada constante e a fase III com derivada crescente. Da análise dessa curva é possível realizar previsões acerca da vida residual de estruturas trincadas.

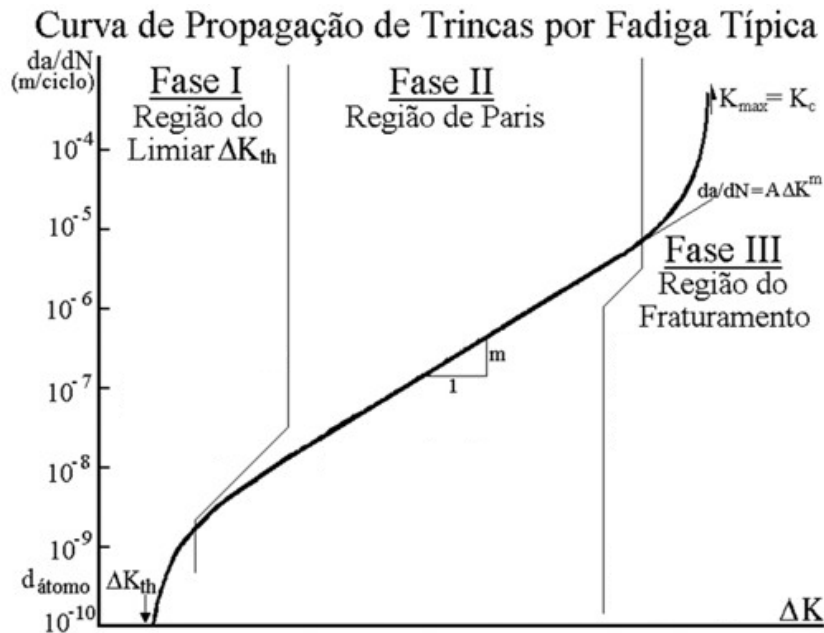


Figura 2.12: Curva de propagação de trincas por fadiga.

Na fase I, conhecida como Região do Limiar (ΔK_{th}), a trinca é muito pequena, e a MFLE não se torna aplicável. A característica mais importante dessa fase é ter a presença de um limiar de propagação, conhecido pelo fator de intensidade de tensão limiar ΔK_{th} , onde para valores abaixo desse ponto, as solicitações não causam danos à peça trincada e a trinca não é capaz de se propagar. Portanto, os valores de tensão e fatores de intensidade de tensão são muito baixos, e o comportamento da trinca será muito influenciado pela microestrutura do material (como vazios e inclusões), pelo meio ambiente e pelo fechamento das trincas por fadiga.

Na fase II, Região de Paris, inicia-se o crescimento com propagação estável e contínua da trinca. A propagação é controlada pelas deformações cíclicas presentes na ponta das trincas de fadiga. A gama de deformações cíclicas depende principalmente do ΔK . A lei de Paris que descreve a propagação da trinca é dada por:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (2.42)$$

onde ΔK é a variação dos fatores de intensidade de tensão obtido através dos valores máximos e mínimos dos FITS; e, C e m são constantes experimentalmente determinadas do material. Para a determinação dessas constantes é necessário construir a curva experimental do material estudado, onde é possível, por meio de microscópio eletrônico, acompanhar o crescimento da trinca e observar sua propagação.

Na fase III, Região do Fraturamento, tem-se uma propagação instável da trinca, devido aos valores dos FITs estarem muito próximos ao fator crítico K_c , até ocasionar a fratura. Para estudos focados na propagação por fadiga, essa região não apresenta muito interesse. É alcançado a tenacidade do material quando $K_{máx} = \Delta K / (I-R)$. Os mecanismos de fraturamento podem ser dúcteis ou frágeis. Por tanto, essa fase é sensível à carga média e aos parâmetros de microestrutura, meio ambiente e a espessura da peça.

2.5 COALESCÊNCIA DE TRINCAS

O cenário de dano múltiplo é corriqueiramente observado em estruturas que possuem furos, entalhes e qualquer particularidade que sejam concentradoras de tensões, como em juntas rebitadas da fuselagem de aeronaves, conforme a Figura 2.13, e em estruturas com defeitos presentes, principalmente quando estão submetidas a cargas cíclicas. Essa característica é definida como Multiple Site Damage (MSD), e conta com a presença simultânea de múltiplas trincas de fadiga na estrutura.

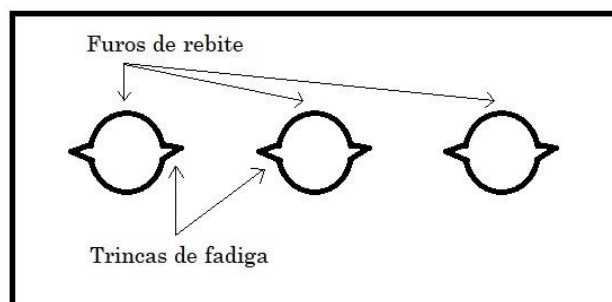


Figura 2.13: Esquema MSD em uma estrutura de fuselagem com furos de rebite.

Existem três diferentes fases, distintas pelo mecanismo, que pode ser dividido o MSD. Na ordem de acontecimentos, são elas: fase local, fase de propagação das trincas e *linkup* (ligamento das trincas), a qual diz respeito a carga de falha da estrutura, pois nessa etapa as trincas se unem formando outras cada vez maiores.

O dano generalizado presente nas estruturas inicia trincas no elemento e as conduzem para suas propagações, onde irá ocorrer uma interação entre elas, levando a coalescência de trincas, ou *linkup*, diminuindo de forma drástica a resistência residual após alcançar uma situação crítica.

A coalescência de trincas é definida representada pelo modelo de contato de zonas plásticas (SWIFT, 1993), critério que define o *linkup* entre duas trincas adjacentes e diz que o mesmo irá ocorrer quando suas zonas plásticas se tocam, ou seja, o ligamento entre as trincas

plastifica e falha. A Figura 2.14 ilustra o esquema de *linkup* entre duas trincas, acompanhado de suas respectivas zonas plásticas.

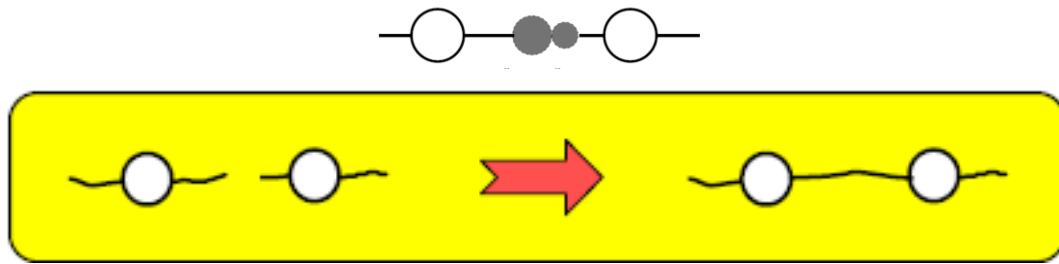


Figura 2.14: Exemplo coalescência de trincas.

Na ponta de cada trinca surge uma zona plástica, por se tratar de uma área concentradora de tensões, ainda que sejam aplicadas cargas muito pequenas. A área em torno de uma ponta de trinca contém informações muito importantes acerca sobre a propagação da trinca, ajudando a descobrir para qual direção ela vai crescer, e, por essa razão, tornou-se foco de muitos pesquisadores da mecânica da fratura. Com o objetivo de prever as características que essa região se comporta sob carga, Irwin (1957) e Dugdale (1960) realizaram trabalhos sobre a zona plástica, de maneira que seja possível determinar o tamanho e a forma do raio de deformação plástica em torno da ponta da trinca.

2.5.1 Critério de Irwin

Irwin (1957) percebeu a presença de uma singularidade nas tensões na ponta de trinca, a partir das soluções para o campo de tensão elástico. Essa singularidade deixa de existir no local onde ocorre a deformação plástica, ou seja, a distribuição de tensão não pode ser desassociada no nível da tensão de escoamento. Como o escoamento, para a maioria dos materiais, irá ocorrer localmente na ponta da trinca, as superfícies da trinca separam-se sem extensão na trinca. Sua análise se iniciou de acordo com algumas restrições, sendo elas: a área da zona plástica estimada como circular; apenas o cenário ao longo do eixo x ($\theta=0$) é considerada; e, com um regime elasto-plástico, onde a tensão não ultrapassa a tensão de escoamento. A Figura 2.15 apresenta a magnitude da tensão σ_y em um plano $\theta=0$ em relação a distribuição de tensão elástica:

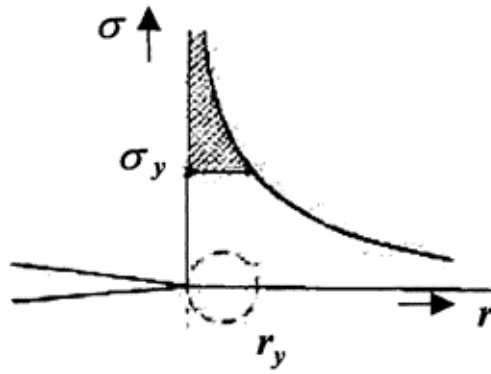


Figura 2.15: Correção para zona plástica de Irwin (adaptado – BROEK, 1986).

Irwin notou que a plasticidade faz com que a trinca apresente um comportamento como se ela fosse maior que seu comprimento real, acarretando em deslocamentos maiores e uma menor resistência à fratura, comparando com o caso elástico. Após essas observações, Irwin fez uma correção para o tamanho da zona plástica já presente na literatura da MFLE. De tal forma que o raio da zona plástica para o caso de tensão plana é a seguinte:

$$r_y = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 \quad (2.43)$$

onde σ_y é o valor da tensão de escoamento do material; r_y é o valor do diâmetro da zona plástica; e, os valores dos fatores de intensidade de tensão são determinados pela análise com o MECD em cada ciclo computacional do crescimento das trincas.

Como a propagação de trinca tende a acontecer no modo I, as equações referentes ao cálculo do raio plástico só dependem do FIT relativo a esse modo.

2.5.2 Critério de Dugdale

Em 1960, Dugdale também desenvolveu um modelo para o cálculo da zona plástica na ponta da trinca. Sua análise assume que toda a deformação plástica acontece em uma área fina na frente da trinca, de tal forma que as regiões plásticas têm a forma de duas retas de comprimento R , com início de cada extremidade da trinca, conforme a Figura 2.16. Dugdale, assim como na análise de Irwin, afirmou que a trinca real apresenta comportamento referente a um comprimento maior, devido a plasticidade. Porém, o carregamento nesse tamanho extra é relativo a tensão de escoamento.

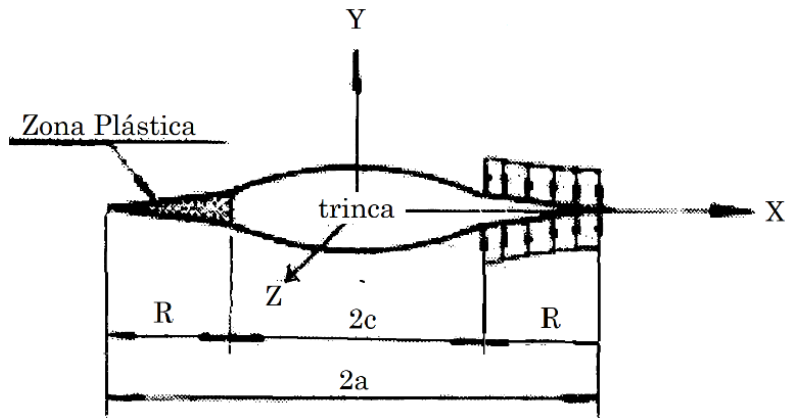


Figura 2.16: Zona plástica segundo Dugdale (adaptado -MEYERS & CHAWLA, 1982).

De acordo com o campo de tensão nas regiões plásticas e com o campo de tensão associado à tensão aplicada, Dugdale chegou ao tamanho da zona plástica, o qual é encontrado através da seguinte equação:

$$r_y = \frac{\pi}{8} \left(\frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 \quad (2.44)$$

onde σ_y é o valor da tensão de escoamento do material; r_y é o valor do diâmetro da zona plástica; e, os valores dos fatores de intensidade de tensão são determinados pela análise com o MECAD em cada ciclo computacional do crescimento das trincas.

2.5.3 Critério de von Mises

A partir do critério de escoamento de von Mises, Banks e Garlick (1984) e Guerra-Rosa et al. (1984) chegaram em soluções analíticas para o cálculo da zona plástica. Bem como na representação da zona plástica pelo critério de von Mises, conforme Figura 2.17.

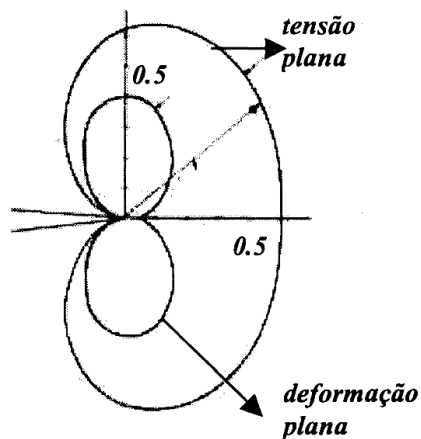


Figura 2.17: Forma da zona plástica de von Mises para o modo I (BROEK, 1986).

O raio de zona plástica, para o caso de tensão, segundo o critério de von Mises é a seguinte:

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 \quad (2.45)$$

onde σ_y é o valor da tensão de escoamento do material; r_y é o valor do diâmetro da zona plástica; e, os valores dos fatores de intensidade de tensão são determinados pela análise com o MECD em cada ciclo computacional do crescimento das trincas.

3 MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO DUAL

Os estudos acerca da Mecânica da Fratura resultaram em novas concepções de projetos, que tomam a estrutura não mais como um meio contínuo, ou seja, reconhecendo a presença de falhas concentradoras de tensões. Por conta disso, muitos engenheiros têm agregado conhecimento de outras áreas específicas, para poder formular técnicas de análises numéricas, que correspondam à realidade dos casos reais, a fim de desenvolver programas e *softwares* capazes de obter resultados mais precisos em resposta aos problemas físicos.

Para se analisar uma peça, no campo da Mecânica da Fratura Linear Elástica, é necessário determinar o comportamento do campo de tensões na extremidade de uma trinca. E, para isso, a utilização de métodos numéricos agiliza e torna indispensável o seu uso, onde encontram-se casos com alta complexidade geométrica e com carregamento aleatório, para cálculo dos parâmetros necessários, já que nem todos podem ser encontrados de forma analítica.

Nos problemas que envolvem a fratura, os Fatores de Intensidade de Tensão podem ser calculados por: métodos teóricos, como os desenvolvidos por Westergaard e métodos energéticos; métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos (MEF) ou Método dos Elementos de Contorno (MEC); ou ainda, por métodos experimentais. A utilização de métodos numéricos, verificado por resultados experimentais, permite a análise geral de muitos problemas físicos.

A técnica que tem sido mais utilizada em pesquisas, por apresentar resultados mais precisos no tratamento de regiões de alta concentração de tensão, é o Método dos Elementos de Contorno. O desenvolvimento do Método dos Elementos Finitos teve um grande papel na produção das formulações de integrais de contorno. Brebbia (1978), com o uso das equações integrais de contorno, inseriu a técnica de aproximação conhecida como Método dos Elementos de Contorno, a qual foi designada para ser alternativa ao Método dos Elementos Finitos.

O Método dos Elementos de Contorno consiste em aproximar a solução da equação diferencial parcial somente olhando para a solução no contorno do problema e depois usar estes resultados para encontrar a solução dentro do domínio. O MEC é bastante conceituado por sua precisão na análise de problemas que apresentam concentrações de tensões, pois alguns modelos numéricos não conseguem reproduzir fielmente a modelagem do campo de tensões na ponta da trinca, por ela apresentar algumas singularidades matemáticas. Essa

singularidade é usada para descrever casos em que o campo de tensão elástica se torna infinito, o que, fisicamente, não é possível, mas sua consideração é de vital importância, pois indica a ocorrência de fenômenos que geram dano localizado.

Um sistema que apresenta singularidade nas equações algébricas é exemplificado na Figura 3.1, onde se tem a representação de um sólido com uma fissura na região central, em que Γ^+ representa a face superior e Γ^- a face inferior da fissura. Quando Δ tende a zero, os pontos z'^+ e z'^- irão se aproximar até se situarem em uma mesma coordenada, gerando equações idênticas.

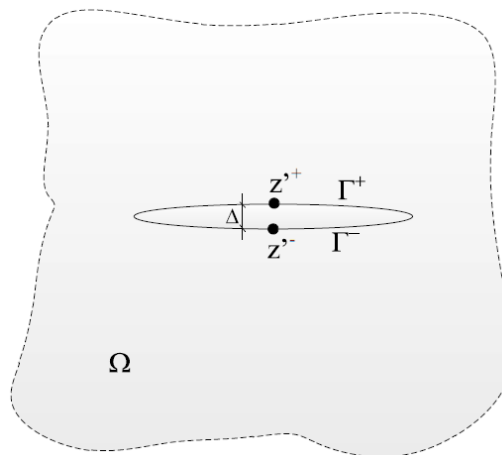


Figura 3.1: Exemplo singularidade (FERNÁNDEZ, 2012).

No caso representado, quando se tem dois pontos em uma mesma coordenada, mas de faces opostas da trinca, as equações integrais desses pontos geram uma matriz singular. Como o caminho de integração será igual para os dois, as linhas na matriz do sistema serão iguais. Para contornar essa singularidade é necessário colocar as interfaces da trinca em sub-regiões distintas no domínio (BLANDFORD et al, 1981). Esse processo evita a singularidade da matriz dos coeficientes de influência, porém cria um contorno artificial nas interfaces das sub-regiões, com as respectivas interpolações, além de aumentar o número de incógnitas do problema, dificultando o processo direto do Método dos Elementos de Contorno.

A fim de se chegar em um sistema não singular com uma única região deve-se utilizar duas equações independentes, as equações integrais de contorno em deslocamento e em força de superfície, respectivamente. Escrevendo a primeira equação em uma face da trinca (z'^+) e a segunda equação para a outra face (z'^-), não irão aparecer duas linhas iguais no sistema de equações e, logo, ambas as faces poderão ser representadas por dois elementos que ocupam a mesma região. A equação integral para as forças de superfície é a Equação Hipersingular do Método dos Elementos de Contorno. Essa técnica, conhecida como Método dos Elementos de

Contorno Dual (MECD), foi implementada numericamente por Portela, Aliabadi e Rooke (1992).

Como a trinca passa a ser discretizada de forma extremamente simples pelo MECD, sua formulação se torna ideal para analisar problemas da Mecânica da Fratura. As vantagens do MECD superam a utilização de apenas uma região, seu uso no estudo da propagação de trincas é largamente eficaz. Com a utilização de elementos descontínuos, os novos elementos da propagação da trinca geram linhas e colunas para complementar a matriz do sistema, guardando as existentes de antes da propagação, tornando desnecessária a remontagem do sistema a cada extensão da trinca, uma qualidade peculiar do MECD (PARVANOV & GOSPODINOV, 2007).

O Método de Elementos de Contorno Dual resolve o problema numérico da fratura aplicando em uma face da fratura a equação integral de contorno de deslocamentos e no oposto dessa face, a equação integral de contorno de tração. Com isso, o MECD resolve o modo misto de muitos problemas de fratura analisando uma única formulação de região, o qual as bases de integração continuam as mesmas para os pontos de coordenadas iguais nas faces da fratura, evitando a abordagem de sub-região (GONÇALVES & PALERMO JUNIOR, 2014).

3.1 FORMULAÇÃO DO MECD

De acordo com Aliabadi (2002), a equação integral de deslocamento do MECD, considerando a inexistência de forças de corpo e a continuidade de deslocamentos, é descrita como,

$$C_{ij}(x')u_j(x') + \text{CPV} \int_{\Gamma} T_{ij}(x', x) u_j(x) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} U_{ij}(x', x) t_j(x) d\Gamma(x) \quad (3.1)$$

onde i e j representam as componentes cartesianas; $T_{ij}(x', x)$ é a solução fundamental de Kelvin para tração, $U_{ij}(x', x)$ é a solução fundamental de Kelvin para deslocamento, ambas em um ponto x do contorno; o termo CPV é a integral com Valor Principal de Cauchy; e, $C_{ij}(x')$ representa os coeficientes dados para a expressão $\delta_{ij}/2$, onde δ_{ij} é o delta de Kronecker, para um contorno suave no ponto x' .

Assumindo também, a ausência de forças e a continuidade nas deformações e trações em x' sobre um contorno suave, a partir da equação integral de força de superfície é obtida a equação das componentes de tração t_{ij} , definida por,

$$\frac{1}{2}t_j(x') + n_i(x')\text{HPV}\int_{\Gamma} S_{ijk}(x',x)u_k(x)d\Gamma(x) = n_i(x')\text{CPV}\int_{\Gamma} D_{ijk}(x',x)t_k(x)d\Gamma(x) \quad (3.2)$$

onde o termo HPV é a integral com Valor Principal de Hadamard; os tensores $S_{ijk}(x',x)$ e $D_{ijk}(x',x)$, respectivamente, são as derivadas de $T_{ij}(x',x)$ e $U_{ij}(x',x)$; n_i representa a i -ésima componente do vetor normal unitário ao contorno, no ponto x' .

Representando a base do Método dos Elementos de Contorno Dual, as Equações (3.1) e (3.2) formam o sistema linear de equações algébricas, onde os deslocamentos e as forças de superfície são calculados sobre os pontos do contorno:

$$Hu = Gt \quad (3.3)$$

onde H e G engloba, respectivamente, as integrais relacionadas às soluções fundamentais T_{ij} e U_{ij} , ou às integrais S_{ijk} e D_{ijk} ; as componentes de tração no contorno representada no vetor t ; e, as componentes de deslocamentos no contorno no vetor u .

Dessa forma a Equação (3.3) pode ser reescrita como:

$$Ax = By = f \quad (3.4)$$

onde A e B são matrizes compostas a partir da reordenação, na forma convencional do MEC, das matrizes H e G ; o vetor x representa os termos t_i e u_i ; e, o vetor y contém as condições de contorno \bar{t}_i e \bar{u}_i .

3.2 DISCRETIZAÇÃO DO MECD

Pelo MECD, a discretização da peça em análise pode conter elementos quadráticos contínuos, semi-descontínuos e descontínuos. Utilizam-se elementos contínuos e descontínuos para o contorno do domínio, já que pode ser utilizada qualquer uma das equações integrais. Na região de arestas e cruzamentos de trincas, usam-se elementos quadráticos semi-descontínuos. A discretização das trincas é composta apenas com elementos descontínuos, onde cada face recebe uma das equações integrais.

A Figura 3.2 ilustra um exemplo de discretização de um elemento bidimensional com duas trincas. É possível observar o contorno do domínio com elementos contínuos e descontínuos, e na região da trinca com elementos descontínuos, onde cada face tem aplicada umas das equações integrais, a de tração e a de deslocamento.

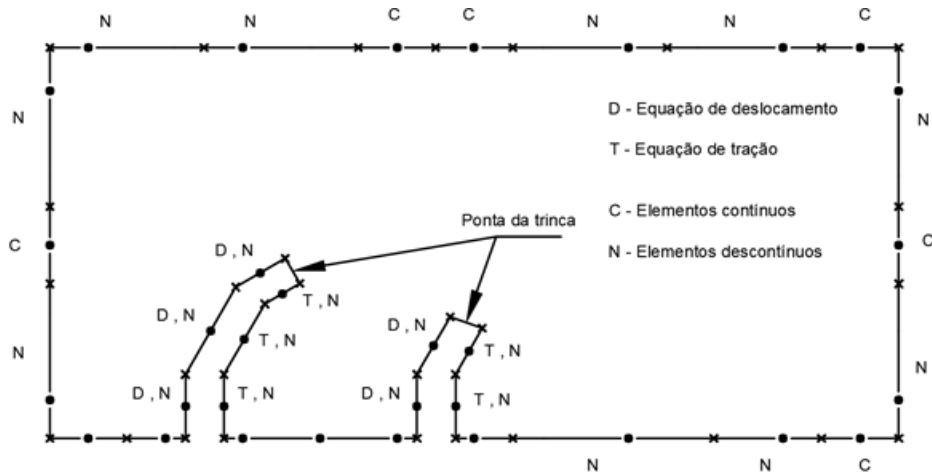


Figura 3.2: Discretização de acordo com o MECD (LEITE, 2017).

Em resumo, a estratégia da discretização do problema em análise pelo Método dos Elementos de Contorno Dual, se dá pela seguinte forma:

- Contorno da peça são usados elementos quadráticos contínuos;
- Cruzamento entre a trinca e a borda com elementos descontínuos ou semi-descontínuos, para evitar um nó comum na interseção;
- Os contornos da trinca são modelados com elementos quadráticos descontínuos;
- Em uma das superfícies da trinca é aplicada a equação integral de contorno de deslocamentos;
- Na outra superfície, a equação integral de contorno de tração;
- E, a equação integral de contorno de deslocamentos é aplicada por colocação em todo o contorno que não coincida com a trinca.

4 SOBRE OS PROGRAMAS

A solução dos problemas com trincas bidimensionais, via análise pelo Método dos Elementos de Contorno Dual, eficiente por não precisar de remalhamento, é suficientemente desenvolvida no programa BemCracker2D, ressaltando que é um programa acadêmico baseado nos trabalhos de Gomes (2000, 2006) e Gomes et al. (2016), que possui uma interface gráfica de pré e pós-processamento chamada BEMLAB2D, desenvolvida por Delgado Neto et al. (2016).

Um sistema de análise completo aborda as seguintes fases:

- Pré-processamento: definição da geometria da peça, inserção das propriedades físicas à geometria, criação da malha e aplicação das condições de contorno;
- Processamento: procedimento realizado no programa com análise numérica;
- Pós-processamento: avaliação dos resultados adquiridos no programa computacional por meio da análise numérica.

A interação dos programas utilizados nesse trabalho, tem como objetivo automatizar todo o processo de análise de propagação de trinca, com início na definição da geometria do problema, definição da malha, processamento e finalizando na análise dos dados gerados.

Na Figura 4.1 contém o fluxograma do processo de interação entre os programas, como descrito acima, o qual apresenta todo o processo do trabalho de correlação entre os dois programas.

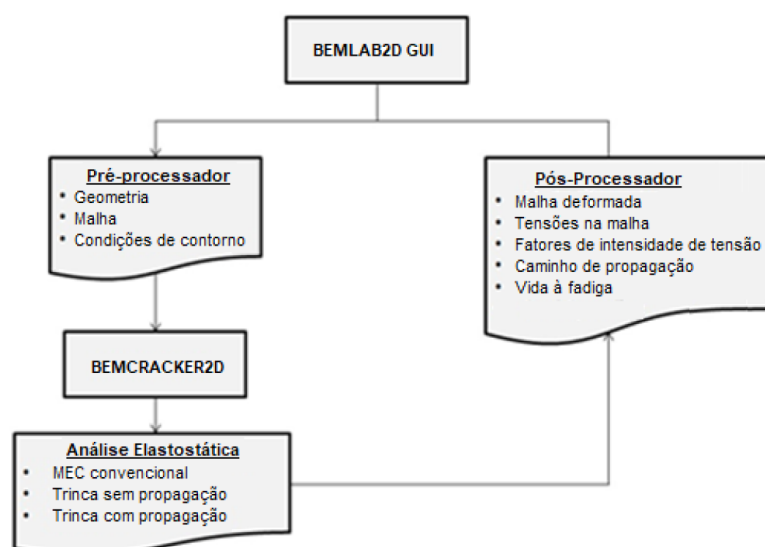


Figura 4.1: Fluxograma do processo de automatização de análise pelo BEMLAB2D e BEMCRACKER2D (GOMES et al., 2016).

4.1 BEMCRACKER2D

O BemCracker2D é um programa desenvolvido na linguagem C++ para modelagem e análise de problemas elastostáticos com o MEC padrão, para discretização do contorno usando elementos contínuos, ou MECD, para discretização da trinca usando elementos descontínuos, e envolve os seguintes três módulos de processamento, segundo Gomes (2016):

- Módulo I - MEC padrão;
- Módulo II - MECD Sem Propagação;
- Módulo III - MECD Com Propagação:
 - Análise de Tensões com MEC;
 - Avaliação de Fatores de Intensidade de Tensões (por meio da Integral J);
 - Avaliação da Direção/Correção do crescimento da trinca (Critério de Tensão Máxima);
 - Avaliação de Vida à Fadiga (Lei de Paris).

Ao módulo III do BemCracker2D, e como um dos objetivos específicos deste trabalho, foi implementado e inserido a análise de *linkup* pelos três critérios de cálculo de zona plástica, a saber von Mises, Irwin e Dugdale.

O programa é fundamentado nos conceitos da Programação Orientada a Objetos (POO), onde foi implementado um conjunto de classes, conforme o diagrama da Figura 4.2, que definem os objetos presentes no sistema, o qual BemCrk_BEMSYS é a classe motora do programa e representa a conexão com a interface BEMLAB2D.

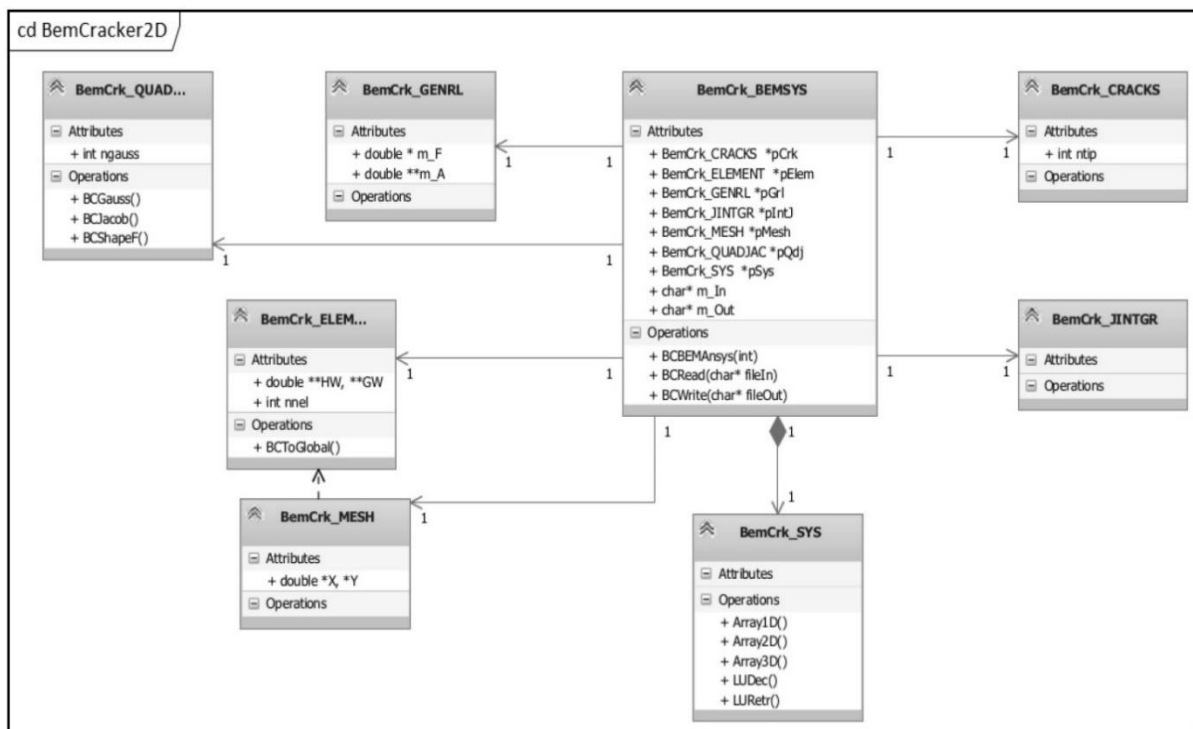


Figura 4.2: Diagrama de Classes do programa BemCracker2D (GOMES, 2016).

As funções de cada classe, as quais fornecem resultado acerca da etapa de pós-processamento no BEMLAB2D, estão descritas a seguir:

- BemCrk_BEMSYS: Encarregada pela leitura, análise, solução e impressão do modelo de trinca;
- BemCrk_GENRL: Encarregada pela montagem do sistema de equações do MEC;
- BemCrk_ELEMENT: Encarregada pela montagem dos elementos quadráticos contínuos e descontínuos;
- BemCrk_MESH: Encarregada pela montagem da malha;
- BemCrk_QUADJAC: Estabelece os pontos de Gauss, Jacobiano e Funções de Forma;
- BemCrk_CRACKS: Encarregada pela montagem do incremento de crescimento de trinca;
- BemCrk_JINTGR: Gerador dos Fatores de Intensidade de Tensão pela Integral-J;
- BemCrk_SYS: Encarregada pelo arranjo de dados gerados e resolução do sistema de equações.

4.2 BEMLAB2D

O BEMLAB2D é uma interface gráfica para pré e pós-processamento, escrita em MATLAB, com foco na modelagem e visualização bidimensionais de diferentes tipos de malha, bem

como para análise de problemas elastostáticos, envolvendo modelos de trincas, com o processamento feito pelo programa BemCracker2D. Representa uma interface do tipo GUI (*Graphical User Interface*), que permite ao usuário uma interação direta com o programa, como ler e gravar arquivos de dados, comunicar com outras interfaces gráficas e exibir dados como tabelas ou gráficos (DELGADO NETO, 2017).

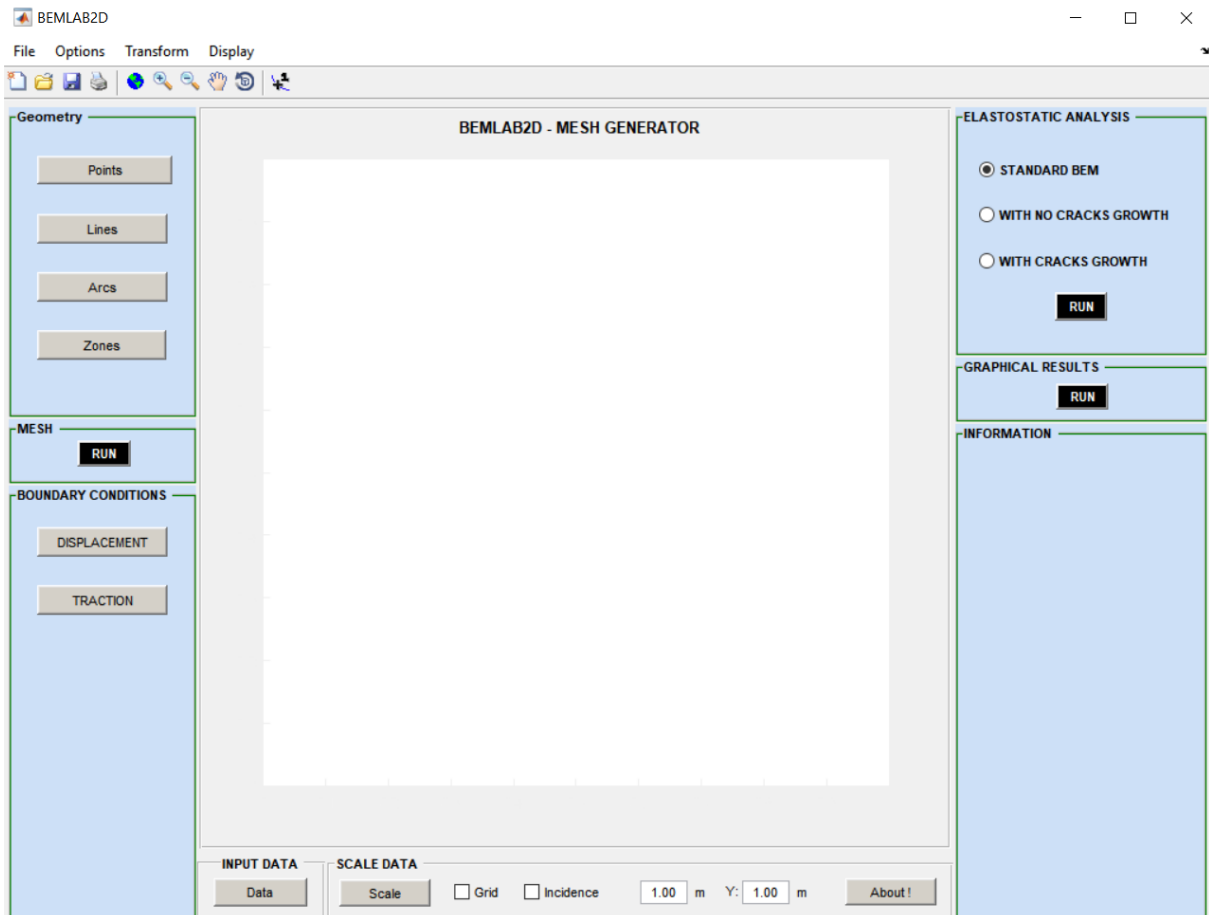


Figura 4.3: Interface gráfica BEMLAB2D.

O pós-processamento do BEMLAB2D foi desenvolvido especificamente para interagir com o programa BemCracker2D. Com isso, é possível gerar *functions* que processam graficamente alguns tipos de plotagem de resultados, como a deformada da malha e o caminho de propagação da trinca. O BEMLAB2D gera um arquivo padrão, estabelecido pelo BemCracker2D (*.dat*), que é utilizado na realização da análise. Subsequente à análise, o programa retorna uma série de arquivos (*.out*) que são lidos e interpretados pelo BEMLAB2D para iniciar a fase de pós-processamento, que resulta os gráficos e modelos de resultados em sua interface (DELGADO NETO, 2017).

Segundo Delgado Neto et al (2016), o programa possui vários módulos responsáveis por realizar as suas funções. Todos tem desenvolvimento independente, o que favorece a reutilização dos dados e de suas aplicações. O BEMLAB2D possui os seguintes módulos:

- GEOMETRY (Módulo I): Manuseado para a criação do modelo bidimensional do problema, por meio de instrumentos de desenho (pontos, linhas, arcos e definição de zonas);
- MESH (Módulo II): Usado para gerar a malha do problema. É possível gerar malhas de MEC, MEF e opção sem malha (*meshless*). Neste trabalho, é utilizada a malha de contorno;
- BOUNDARY CONDITIONS (Módulo III): Definição das condições de contorno de deslocamento e de tração;
- ELASTOSTATIC ANALYSIS (Módulo IV): Descrição do tipo de análise, a qual será executado para resolver o problema. As opções são: análise padrão pelo MEC, análise sem propagação de trinca e análise com propagação de trinca;
- GRAPHICAL RESULTS (Módulo V): Responsável pela apresentação dos resultados gráficos gerados pelo processador BemCracker2D, onde se tem como resultados, por exemplo: a malha deformada, malha de tensões, os valores dos fatores de intensidade de tensão, caminho de propagação da trinca e a vida à fadiga.

5 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Esta seção detalha as características utilizadas na modelagem experimental. Informações sobre a preparação do ensaio, sistema utilizado, aplicação das cargas e medição do comprimento das trincas.

Os ensaios necessários são padronizados pela *ASTM (American Society for Testing and Material)*. Para o estudo, serão feitos experimentos de propagação de trinca por fadiga, a fim de se observar os parâmetros envolvidos no momento em que acontece o *linkup* de múltiplas trincas, bem como as características geométricas da trinca e a geometria do corpo de prova, para obtenção dos fatores de intensidade de tensão no modo I.

O material usado nos ensaios é o Aço Cromo-Níquel-Molibdênio SAE 4340 recozido, com composição química e função de cada elemento da liga, do ponto de vista micro estrutural segundo Hertzberg (1989), descritos na Tabela 5.1. Composto, ainda, pelas seguintes propriedades mecânicas: módulo de Young $E = 205$ GPa; resistência ao escoamento $S_Y = 377$ Mpa; resistência à ruptura $S_U = 660$ MPa; e coeficiente de Poisson $\nu = 0,30$.

Tabela 5.1: Composição química e Função dos elementos da liga do aço SAE 4340.

Componente Químico	% em massa	Função
Carbono (C)	0.37	Agente de endurecimento extremamente potente e fortalecedor de solução sólida; carbonetos também providenciam fortalecimento, mas servem para nucleação de trincas.
Cromo (Cr)	0.64	Fornece resistência à corrosão em aço inoxidável; agente de endurecimento em aços temperados e revenidos; reforçador de solução sólida; criador de carboneto forte.
Manganês (Mn)	0.56	Desoxidante; impede o trincamento devido a temperatura alta; reduz a temperatura das transições.
Níquel (Ni)	1.53	Agente de enrijecimento extremamente potente; reduz a temperatura de transição; agente de endurecimento; estabilizador de austenita.
Molibdênio (Mo)	0.18	Agente de endurecimento em aços temperados e revenidos; suprime fragilização moderada; reforçador de solução sólida; criador de carboneto forte.
Silício (Si)	0.14	Desoxidante; aumenta o ponto de escoamento e a temperatura de transição, quando presente em solução sólida.

Junto ao corpo de prova são utilizados recortes de papel milimetrado, representando um *grid* de referência, para auxiliar na supervisão do crescimento da trinca, conforme a Figura 5.1, durante o ensaio. O acompanhamento da evolução dos tamanhos e dos caminhos das trincas são feitos por um microscópio USB digital, que possui aumento de até 200 vezes.

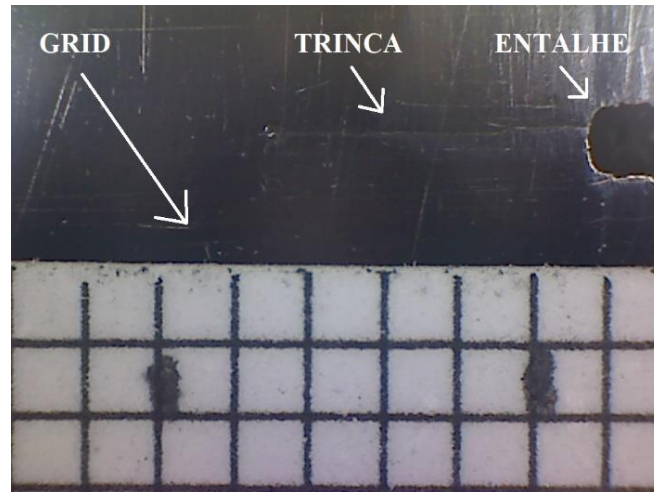


Figura 5.1: Grid no Corpo de Prova.

5.1 ENSAIO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA (da/dn vs. ΔK)

Este primeiro ensaio experimental foi realizado no Laboratório de Ensaio Mecânicos da Universidade de Brasília, por meio da utilização da máquina servo-hidráulica de Ensaio Universal MTS modelo 810 com capacidade de 100 kN. Esse equipamento funciona em conjunto com o controlador TestStar II e possui o *software Station Manager*, o qual permite acompanhar os dados do ensaio e, também, controlar a servo-válvula e o atuador hidráulico. A Figura 5.2 apresenta a máquina, o controlador e o computador *desktop* com o *software* que comanda o ensaio.



Figura 5.2: Equipamentos para o ensaio.

A metodologia adotada nesse primeiro ensaio de propagação de trincas consiste na utilização de três corpos de prova do tipo *SENT* – *Single Edge Notched Tension* para o levantamento da curva da/dN vs. ΔK e investigar as propriedades do material a fadiga. Considerando os termos da norma *ASTM E647*, ensaio de Crescimento de Trinca por Fadiga.

Os experimentos de propagação de trinca foram realizados em placas de aço com um entalhe pré-determinado, com seção transversal retangular, submetidas a cargas cíclicas de tração por fadiga, definidas para cada corpo de prova. As dimensões e a ilustração do corpo de prova estão nas Tabela 5.2 e Figura 5.3, respectivamente, onde l é o comprimento, w e t representam a altura e a base da seção transversal da placa, respectivamente.

Tabela 5.2: Dimensões dos corpos de prova.

Componente	Dimensão (mm)
Altura - w	50
Comprimento - l	185
Espessura - t	10
Diâmetro Furo	12

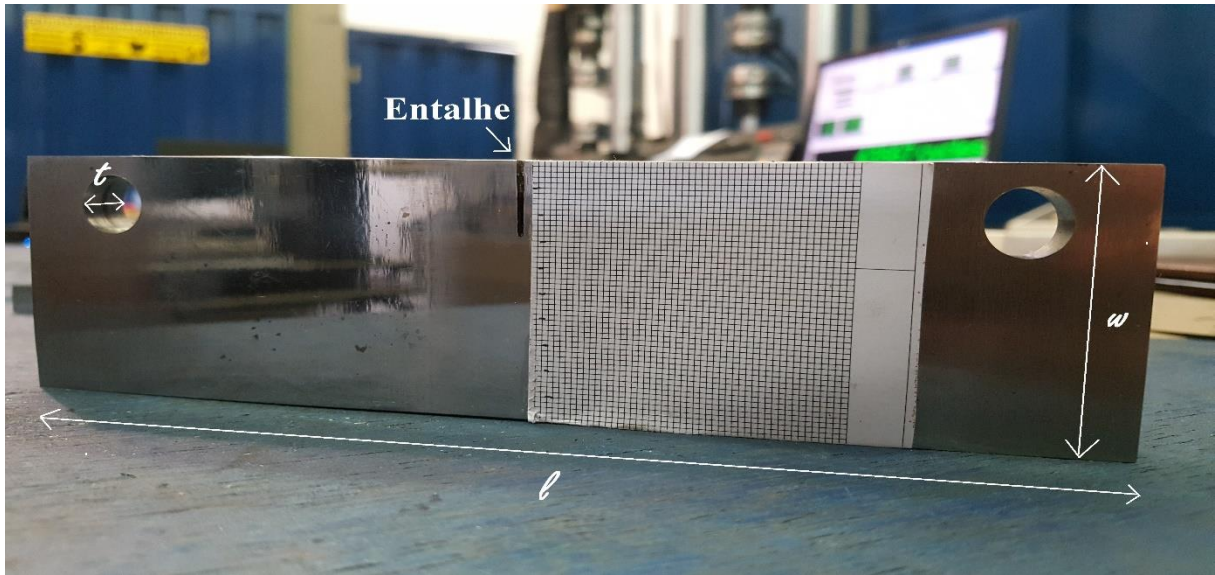


Figura 5.3: Corpo de Prova SENB.

As normas ASTM E647 e E399 dita os componentes, as disposições e limites acerca das dimensões do corpo de prova, conforme a Figura 5.4, bem como as configurações dos entalhes e das pré-trincas. É requerido que o espécime apresente comportamento predominantemente elástico durante o ensaio. Fica claro, ainda, que um corpo de prova padronizado facilita em comparações com dados presentes na literatura.

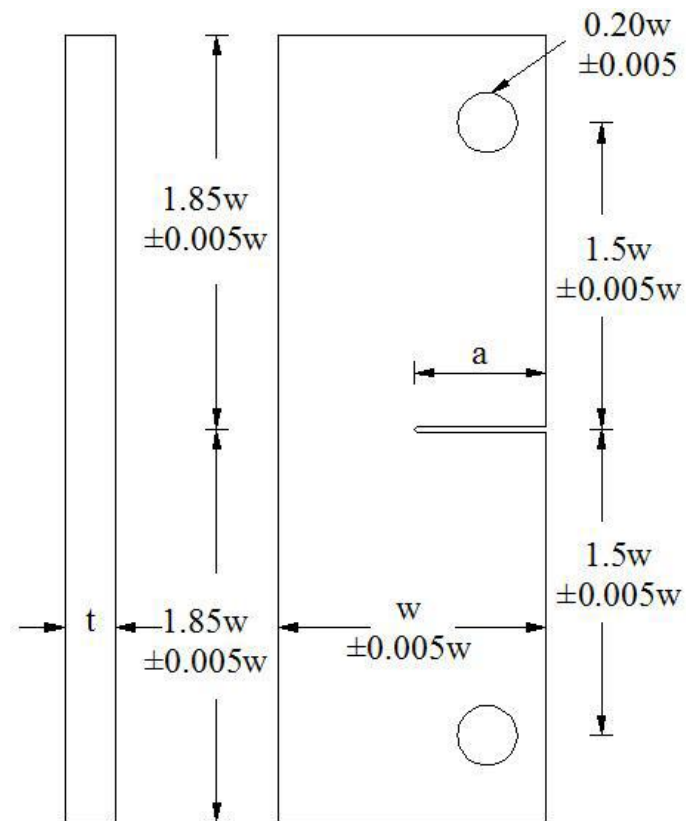


Figura 5.4: Modelo do corpo de prova tipo SENT (ASTM E647, 2011).

O fator de intensidade de tensão K_I é uma força motriz de trinca, capaz de descrever o estado de tensões ao qual uma trinca está submetida e também, server para analisar o comportamento da mesma. O cálculo do fator de intensidade de tensões no modo I, para a geometria do corpo de prova, é dado por a seguinte expressão analítica, conforme Anderson (2005):

$$K_I = \frac{P}{t\sqrt{w}} F \quad (3.1)$$

$$F = \alpha^{1/2} [1.4 + \alpha] [1 - \alpha]^{3/2} G \quad (3.2)$$

$$G = 3.97 - 10.88\alpha + 26.25\alpha^2 - 38.9\alpha^3 + 30.15\alpha^4 - 9.27\alpha^5 \quad (3.3)$$

onde P é a carga aplicada ao espécime, t é a espessura, w a largura do corpo de prova, a o tamanho da trinca desde o começo do entalhe e $f(a/w)$ é uma função adimensional e que depende do carregamento e do tipo de geometria trincada.

Os entalhes dos corpos de prova foram feitos manualmente, de acordo com o estabelecido na norma, com o uso de um arco de serra. O tamanho final dos entalhes dos três CP's está apresentado na Tabela 5.3, bem como suas áreas e as respectivas reduções de área. Todos os espécimes, ainda passaram pelos procedimentos de polimento na região de interesse, para garantir que a superfície não apresentasse irregularidades que pudessem interferir na propagação, nem no acompanhamento visual preciso do crescimento da trinca, por meio do microscópio óptico. Esse procedimento foi feito com uso de lixas P600, P1200 e P2000 e também com pasta diamante.

Tabela 5.3: Dados sobre os espécimes entalhados.

Espécime	Entalhe (mm)	Área Total (mm²)	Área Resistente (mm²)	Redução de Área (%)
CP 01	13,7	500,0	363,0	27,4
CP 02	14,2	500,0	358,0	28,4
CP 03	13,8	500,0	362,0	27,6

Por último antes de iniciar o ensaio, foi preciso nuclear uma pequena trinca por fadiga, conhecida como pré-trinca, a fim de simular um entalhe infinitamente agudo, ou seja, um plano de trinca ideal, livre dos efeitos negativos da geometria, nem o encruamento do entalhe. Essa trinca é controlada e feita por um carregamento cíclico, até que cresça pelo menos

0,05w. A norma estabelece uma margem do tamanho final para cada tipo de entalhe somado com a pré-trinca.

Para o controle de todos os parâmetros envolvidos no ensaio, foram produzidas tabelas no Excel para controle de cada corpo de prova, as quais apresentam os seguintes parâmetros: tamanho das trincas, número de ciclos, cálculo do ΔK , cargas máximas e mínimas, tensões e frequências utilizadas ao decorrer do experimento, para cada incremento de trinca determinado.

Para esse ensaio de referência, acerca da curva da/dN vs. ΔK , foi utilizado um carregamento cíclico (função seno) e com frequência entre 15 e 30Hz, dependendo do espécime. A razão de carga (R) foi definida em 0.5 para todos os espécimes. Existem, segundo a norma *ASTM E647*, duas maneiras para realizar o ensaio, a fim de obter dados mais realistas de acordo com as três fases da curva. São elas: a técnica do ΔK quase constante decrescente (*K-Decreasing*) e a técnica do ΔK crescente sob ΔP constante (*K-Increasing*), para carregamentos cíclicos simples, conforme recomendação da ASTM. Dessa maneira é possível determinar mais especificamente todos os estágios da curva de propagação de trinca por fadiga de Paris.

A técnica *K-Decreasing* consiste em definir o valor de limiar de propagação (ΔK_{th}), fase I da curva de propagação de trinca. Foi estabelecida uma carga inicial média de 10,5kN, com amplitude de 3,5kN, onde para cada incremento de 0,02mm, o ensaio era pausado e essas cargas eram diminuídas em 10%. Essa técnica foi adotada apenas no CP03 e prosseguiu até um dado momento onde a trinca parou de crescer em um valor significativo.

A técnica *K-Increasing* foi utilizada em todos os corpos de prova. Em cada espécime uma carga diferente e constante foi definida, de forma que o crescimento do ΔK de cada CP representasse um estágio da curva. No CP03 só foi iniciada essa técnica após o mesmo ter sido finalizado no ensaio do *K-Decreasing*. Sob carregamento constante foi deixado a trinca se propagar até alcançar a fratura final do material ou quando os dados já se apresentaram suficientes para o ensaio. A Tabela 5.4 apresenta os valores da carga média, amplitude e ΔK inicial de cada corpo de prova.

Tabela 5.4: Dados iniciais ensaio K-Increasing.

Espécime	Carga média (kN)	Amplitude (kN)	ΔK inicial ($\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$)
CP 01	9,0	3,0	11,3
CP 02	15,0	5,0	19,3
CP 03	4,2	1,4	5,7

O valor do número de ciclos foi registrado manualmente em uma tabela, cada qual correspondente ao avanço de 0,5 mm da trinca para o CP01 e CP02, e de 0,2 mm para o CP03 nas duas técnicas. A figura 5.5 mostra o corpo de prova durante o ensaio, bem como os equipamentos utilizados, como microscópio e luz, com o objetivo de observar com mais nitidez a propagação da trinca.

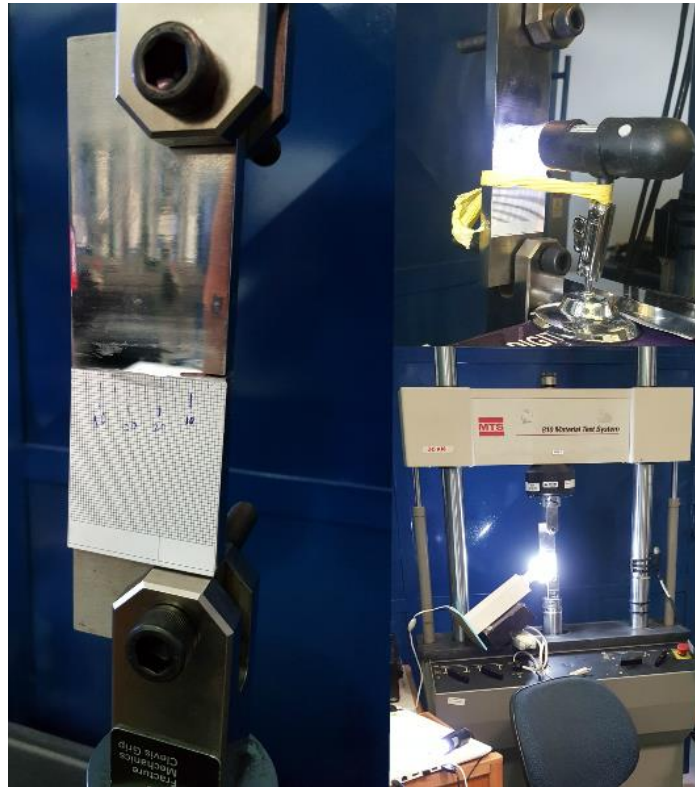


Figura 5.5: Ensaio para levantamento da curva da dN vs. ΔK .

5.2 ENSAIO DE TRAÇÃO - ANÁLISE DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS E OBTENÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DO AÇO SAE 4340

Este segundo ensaio experimental foi realizado no Laboratório de Materiais da Universidade de Brasília, Faculdade do Gama, por meio da utilização da máquina para Ensaio de Tração Universal INSTRON 8801. Essa máquina contém uma célula de carga com capacidade de 100 kN e utiliza o *software Bluehill 3*, com o qual é feita toda a configuração para o ensaio e o tratamento dos dados adquiridos. A INSTRON 8801 apresenta uma grande versatilidade para ensaios de tração, devido a sua capacidade de trabalhar com diferentes corpos de prova presentes nas normas, uma vez que suas garras podem ser usadas para muitas formas. A Figura 5.6 apresenta a máquina utilizada no ensaio.

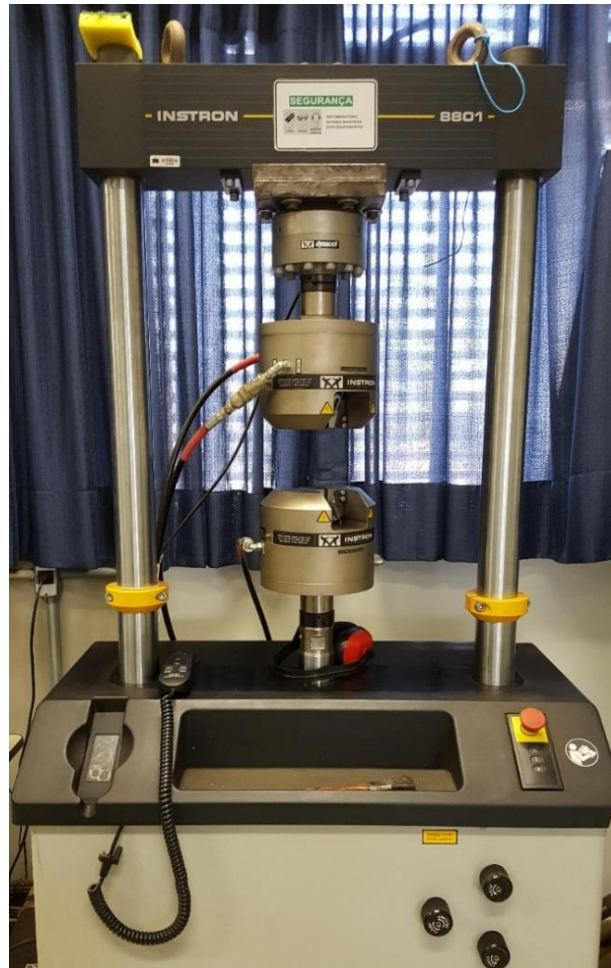


Figura 5.6: INSTRON 8801.

A metodologia adotada nesse ensaio de tração convencional consiste na utilização de dois corpos de prova padronizados do tipo *DENT - Double Edge Notched Tension*, para analisar e investigar as propriedades do material a fadiga, devido à complexidade das interações de múltiplas trincas. Considerando os termos das normas *ASTM E8M*, ensaio de tração para materiais metálicos, e *ASTM A370*, métodos de teste padrão e terminologia para testes mecânicos em produtos feitos de aço.

Os experimentos de tração, a fim de se obter dados da propagação e *linkup* de trincas, bem como as propriedades mecânicas do aço, foram realizados em placas com dois entalhes pré-determinados, com seção transversal retangular, submetidas a cargas de tração por fadiga, partindo de uma carga nula até a fratura do material e com velocidade definida para cada corpo de prova. As dimensões e a ilustração do corpo de prova estão nas Tabela 5.5 e Figura 5.7, respectivamente, onde l é o comprimento, w é a altura, t_1 representa a base da seção transversal da placa para os CP04 e t_2 representa também a base da seção, porém, para o CP05.

Tabela 5.5: Dimensões dos corpos de prova.

Componente	Dimensão (mm)
Altura - w	40
Comprimento - l	200
Espessura - t_1	5
Espessura - t_2	10
Diâmetro Furo	10

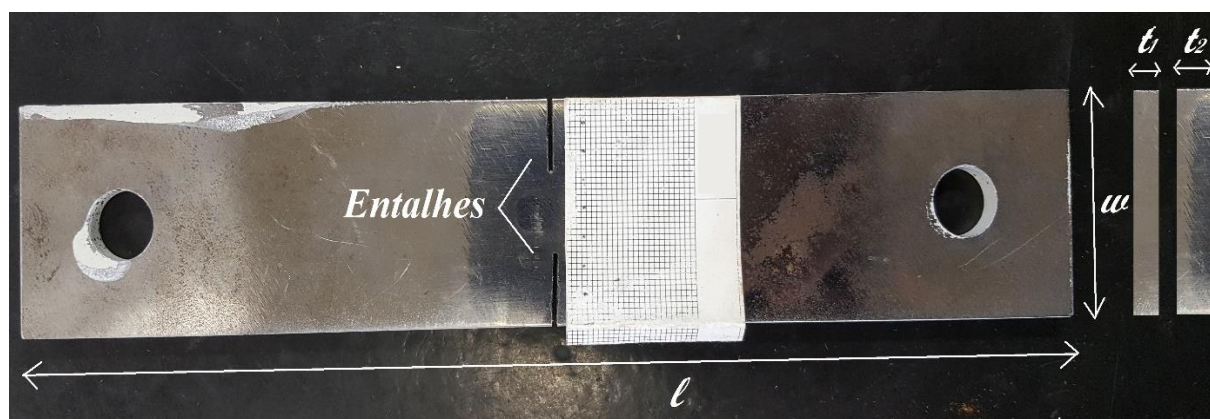


Figura 5.7: Corpo de Prova DENT.

O ensaio de tração é destrutivo e realizado com a aplicação de uma carga de tração uniaxial no espécime. Os entalhes funcionam como concentradores de tensões no ensaio de tração. A nucleação das trincas, iniciada nos entalhes, se dará a partir da microestrutura do material, a qual, após seu aparecimento, a propagação das mesmas se dará de forma catastrófica nesse tipo de ensaio. O comportamento mecânico do espécime na presença de concentradores de tensões resulta em um estado de tensões biaxial no entalhe e triaxial no interior do corpo de prova.

A solicitação utilizada no ensaio gera deformações em todo o corpo de prova até a falha. O *software* da máquina recebe os dados utilizados no ensaio e gera o gráfico carga vs. deformação, com o qual é possível determinar o comportamento do material até sua ruptura, juntamente com os dados de carga e tensão de escoamento, carga e tensão de ruptura, alongamento percentual e estricção percentual da área resistente à tração do CP. As áreas das seções transversais resistentes à tração dos espécimes, bem como a suas reduções devido aos entalhes está apresentado na Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Área seção transversal dos corpos de prova.

Espécime	Área do CP (mm ²)	Entalhe (mm)	Área resistente (mm ²)	Redução
CP 04	400,0	13,0	140,0	35%
CP 05	200,0	13,0	70,0	70%

Da mesma maneira que o ensaio anterior as normas ASTM E647 e E399 dita os componentes, as disposições e limites acerca das dimensões do corpo de prova, conforme a Figura 5.8, bem como as configurações dos entalhes. Para a confecção desse corpo de prova foram utilizados os mesmos parâmetros do corpo de prova *SENT*, porém com dois entalhes e os furos centralizados.

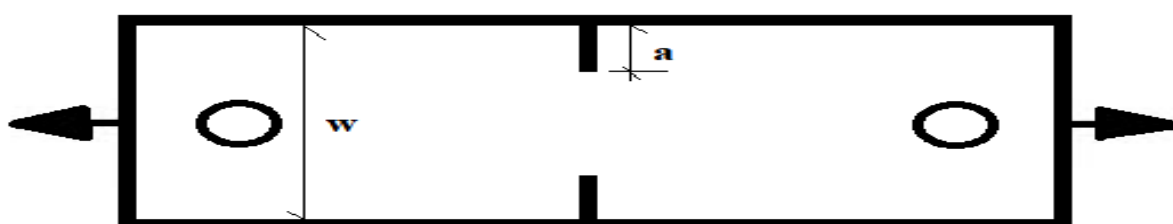


Figura 5.8: Configuração do Corpo de Prova DENT.

Conforme Anderson (2005), o fator de intensidade de tensões no modo I, para o espécime *DENT*, é determinado pela seguinte expressão analítica:

$$K_I = \frac{P}{t\sqrt{w}} f\left(\frac{a}{w}\right) \quad (3.4)$$

$$f\left(\frac{a}{w}\right) = \frac{\sqrt{\frac{\pi a}{w}}}{\sqrt{1 - \frac{2a}{w}}} \left[1.122 - 0.561\left(\frac{2a}{w}\right) - 0.205\left(\frac{2a}{w}\right)^2 + 0.471\left(\frac{2a}{w}\right)^3 - 0.190\left(\frac{2a}{w}\right)^4 \right] \quad (3.5)$$

onde P é a carga aplicada ao espécime, t é a espessura, w a largura do corpo de prova e $f(a/w)$ é uma função adimensional e que depende do carregamento e do tipo de geometria trincada.

O ensaio tem como objetivo analisar o crescimento das duas trincas que começam nos entalhes de cada lado, a fim de se determinar o tamanho das suas zonas plásticas, bem como o momento em que elas se tocam, caracterizando o *linkup* das duas trincas e a fratura da peça. Também, pretende-se chegar nos valores das propriedades mecânicas. Essas determinações podem ser feitas através dos campos de deformações e deslocamentos dos espécimes, obtidos com o uso de Correlação Digital de Imagem, técnica que será explicada na próxima subseção.

5.2.1 Correlação Digital de Imagem (CDI)

A Correlação Digital de Imagens (*Digital Image Correlation* - DIC), desenvolvida na Universidade da Carolina do Sul em 1980, é um método óptico que utiliza técnicas de rastreamento, registro fotográfico e processamento de imagens digitais de uma superfície. Essa análise experimental tem sido foco de muitos pesquisadores desde a sua criação, com a utilização de outros métodos de análise, novos *hardwares* e *softwares*, garantindo para a CDI, ao longo dos anos, uma confiabilidade e aplicabilidade cada vez maior em diversas áreas.

Considerando seus princípios na comparação de imagens registradas, ela é considerada uma técnica não destrutiva, sem contato com espécime, porém, de elevada sensibilidade e podendo ser harmonizada em muitas condições experimentais. Essas imagens são feitas antes, durante e após as solicitações mecânicas impostas, com intuito de verificar as alterações nas imagens, fornecendo dados do contorno de um material, bem como suas deformações, vibrações e deslocamentos.

Para realizar a análise com a CDI é necessário a preparação correta dos corpos de prova para a determinação experimental das deformações. Com o método DSCM (*Digital Speckle Correlation Method*), o espécime deve conter em sua superfície um padrão aleatório de pontos, chamado de *speckles* (Figura 5.9), feito geralmente com tinta spray ou outra técnica que forneça o mesmo resultado. Assim, cada região do corpo desse material apresentará uma singularidade. Dependendo do objeto de estudo, essa preparação poderá ser dispensada, caso o corpo já apresente em sua superfície um padrão natural.



Figura 5.9: Exemplo de padrões speckle (MAZZOLENI, 2013).

As imagens são captadas por uma câmera digital CCD (*charge-coupled device*) de alta resolução, montada em uma estrutura de posição fixa, ortogonal à superfície sob análise e conectada à um computador que possua características suficientes, de memória e da placa de vídeo, para o funcionamento do *software*. Para ensaio bidimensional deverá conter apenas uma câmera e para uma análise em 3D são necessárias duas câmeras CCD. A Figura 5.10 apresenta os equipamentos utilizados para a medição com a técnica CDI.



Figura 5.10: Equipamentos da técnica CDI.

A determinação dos campos de deslocamentos será obtida através da correlação das imagens que são obtidas e encaminhadas para o *software* de tratamento e análise. Dessa maneira o programa correlaciona a sequência de imagens registradas, desde a imagem de referência (a primeira) até a última obtida, a qual será a imagem do espécime deformado, conforme a Figura 5.11.

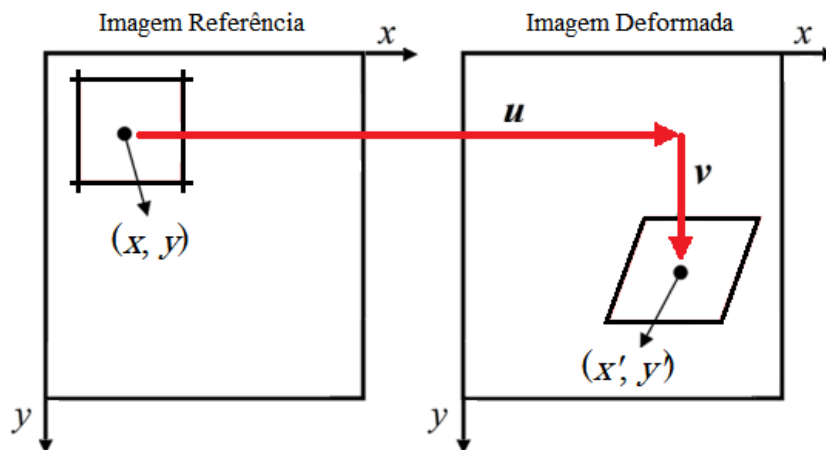


Figura 5.11: Esquema correlação de imagens.

O sistema da empresa Dantec Dynamics, *Digital Image Correlation System (Q-400)*, foi o utilizado para a realização do ensaio. Sistema que possui duas câmeras de cinco megapixels, conjunto de iluminação Hilis e estroboscópio de luz fria de LED, os quais garantem boas condições a fim de obter uma certa precisão a respeito da superfície do material fotografado.

Como a técnica da CDI é completamente independente do ensaio de tração, foi necessário estimar o tempo do ensaio, através da velocidade em que a tensão aumenta, para definir no sistema da CDI, o mesmo tempo de ensaio e a quantidade de fotos a serem tiradas. Para que os dois ensaios começassem no mesmo tempo, duas pessoas trabalharam juntas para que cada um desse início a cada teste de forma simultânea.

Antes de iniciar o ensaio, é necessário fazer a calibração do sistema de CDI. Esse procedimento conta com o ajuste de alguns parâmetros como a distância focal, a distorção do raio da lente, os parâmetros focais e alguns parâmetros extrínsecos como o vetor deslocamento e a matriz de rotação. Através de uma placa de calibração (Figura 5.12) do sistema Q-400, da própria empresa, é possível realizar o ajuste por meio do reconhecimento dos seus pontos com as câmeras em diferentes posições determinadas pelo sistema, conforme a Figura 5.13. São determinados os eixos principais de reconhecimento da câmera, e os seus vetores de deslocamento e rotação.

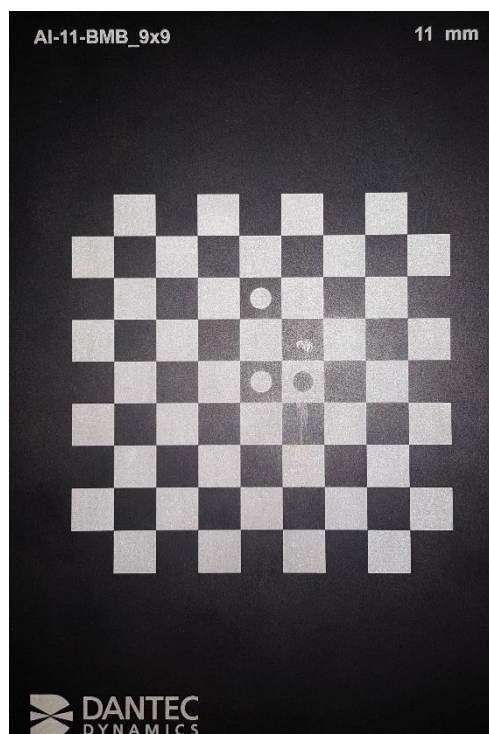


Figura 5.12: Placa de calibração Dantec Dynamics de 11mm de alumínio.

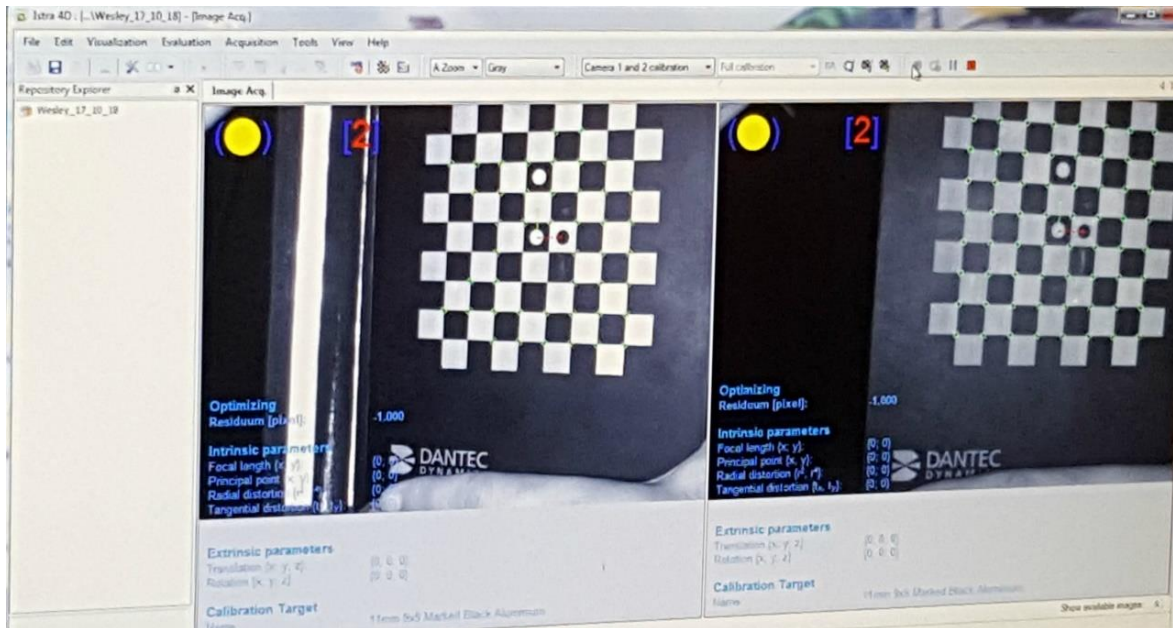


Figura 5.13: Calibração no software Istra4D.

Os ajustes do sistema da CDI são feitos no *software* Istra4D, desde a calibração, intensidade da luz, velocidade de obtenção das fotos, até o enquadramento da região de interesse (RDI) do corpo de prova, já com o padrão *speckle* definido (Figura 5.14). Essa área é definida a fim de ser o local de interesse para a obtenção dos deslocamentos e deformações, no caso será a área próxima aos entalhes do espécime, conforme a Figura 5.15. Ao definir uma RDI, a qualidade da técnica ganha uma precisão maior.



Figura 5.14: Padrão Speckle no Corpo de Prova.

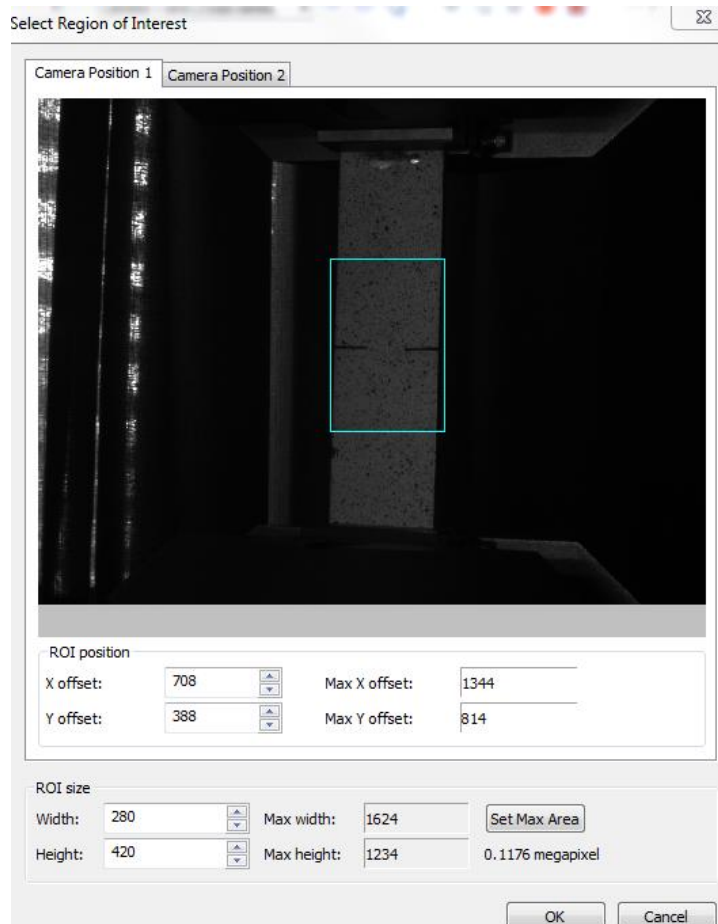


Figura 5.15: Definição da RDI no software.

O *software* após obter todas as imagens, tem como objetivo determinar a posição final de cada ponto da superfície *speckle* deformada, a partir das suas localizações de acordo com a imagem de referência, ou seja, na configuração não deformada. Por se tratar de uma imagem digital cada ponto dessa superfície é analisado como um *pixel*, ao qual está relacionado com uma coordenada em cada imagem e uma intensidade de luz. Na imagem deformada analisar apenas um *pixel* com o seu correspondente na primeira imagem é uma tarefa difícil e, por isso, os programas procuram a intensidade dos pixels que estão presentes numa sub-região $m \times n$ de *pixels*, ou seja, na vizinhança de cada ponto analisado a fim de distinguir as semelhanças existentes entre cada região. Sendo possível correlacionar múltiplos pontos na maioria das imagens registradas e suas localizações precisas, é possível estabelecer o campo de deslocamento.

6 METODOLOGIA NÚMERICA

Esta seção consiste no detalhamento da metodologia numérica, composta basicamente por três fases: a modelagem dos exemplos a serem analisados, a implementação computacional de novas rotinas acerca da coalescência e a simulação da propagação com *linkup*. Desta forma, a metodologia consiste em simular numericamente, através dos programas BemCracker2D e BEMLAB2D, os ensaios experimentais realizados (ver item 5), bem como exemplos numéricos e experimentais encontrados na literatura, em estudos sobre propagação e coalescência de trincas por fadiga.

São descritas, nesta seção, a implementação complementar feita para o BemCracker2D, bem como os casos escolhidos para calibrar e validar o programa após a implementação e realizar as simulações, a partir de suas respectivas características numéricas e/ou experimentais utilizadas por seus devidos pesquisadores. Assim como os modelos numéricos construídos via interface gráfica BEMLAB2D. Posteriormente, serão apresentados os resultados gerados pelo BemCracker2D, comparando-os com os resultados numéricos e experimentais retirados da literatura.

6.1 IMPLEMENTAÇÃO

Os programas que são utilizados, citados na seção 4, fazem a análise de crescimento e propagação de trincas, constituída, principalmente, pela análise de tensões com o MECD, até a geração dos resultados em forma visual e gráfica. Porém, não existe uma ferramenta específica para análise de *linkup* de múltiplas trincas.

No que se refere à coalescência de trincas, o critério explicado na seção 2.5 é implementado no programa BemCracker2D e em linguagem C++. Esse fenômeno interpretado numericamente, baseado no método dos elementos de contorno dual, é o modelo de contato de zonas plásticas (SWIFT, 1993), critério que representa a coalescência de trincas, o qual diz que o *linkup* entre duas trincas adjacentes irá ocorrer quando suas zonas plásticas se tocam, ou seja, o ligamento entre as trincas plastifica e falha. A Figura 6.1 ilustra o esquema de *linkup* entre duas trincas, acompanhado de suas respectivas zonas plásticas. Em resumo, para o código, a cada extensão das trincas, numa condição MSD, é feita a verificação se as zonas plásticas se encostam na frente da ponta de cada trinca. Caso essas zonas se toquem, é feita a união geométrica das respectivas trincas e a interrupção da propagação das mesmas.

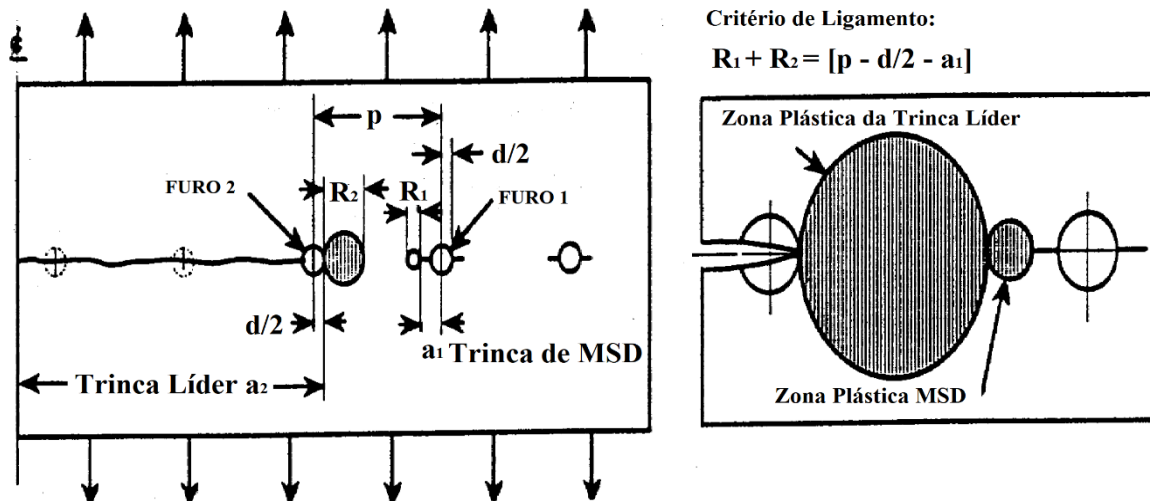


Figura 6.1: Fenômeno de coalescência múltiplas trincas (adaptado - SWIFT, 1993).

Pode ser visto no fluxograma esquemático da Figura 6.2, o código que define e calcula o raio plástico referente ao trabalho de cada autor (ver item 2.5), sendo eles o critério de Irwin, von Mises e Dugdale. No fluxograma da Figura 6.3 tem-se o algoritmo acerca do *linkup*, que se inicia com a escolha do critério de ligamento e com o número de incrementos, e é capaz de definir se o ligamento entre as trincas plastifica e consequentemente resulta na coalescência das trincas.

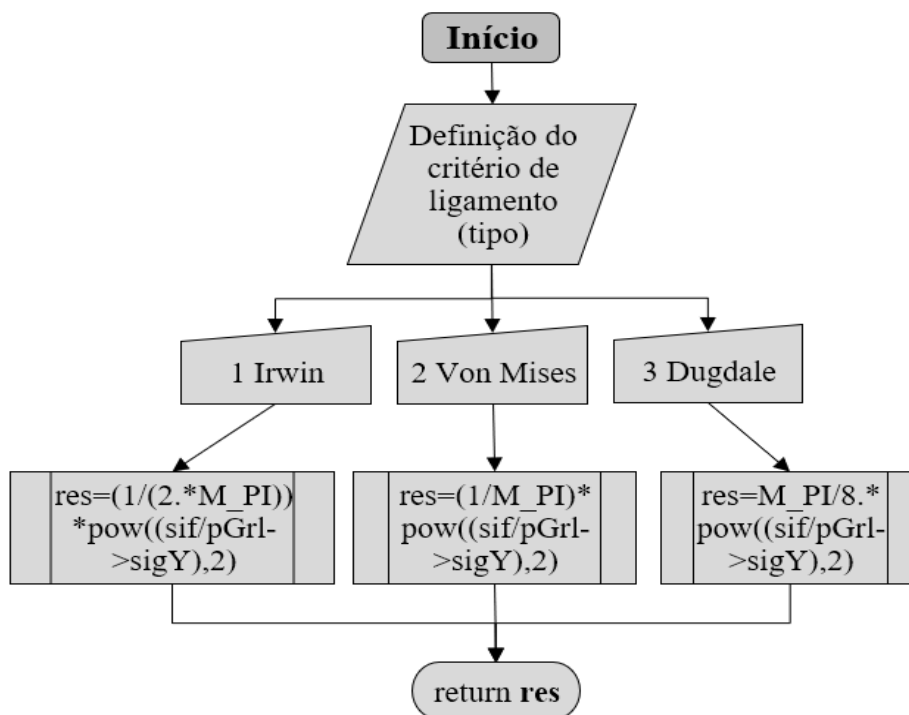


Figura 6.2: Algoritmo do critério de plastificação do ligamento.

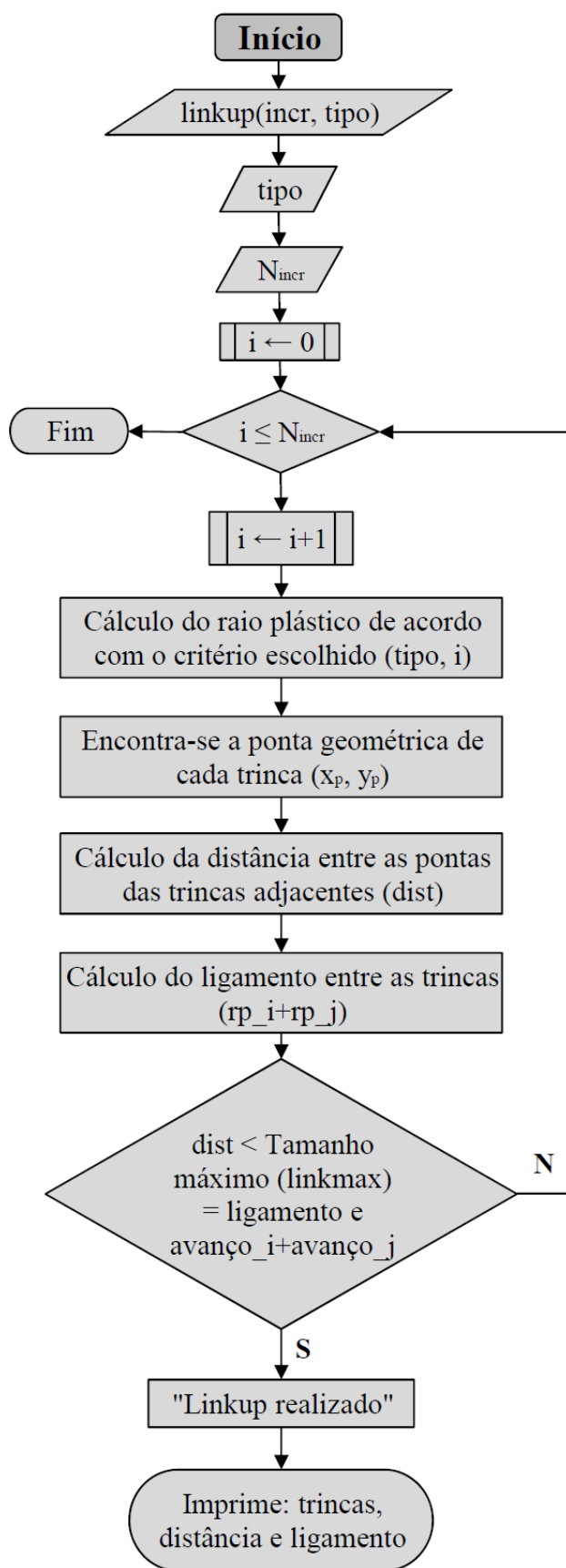


Figura 6.3: Algoritmo de *linkup* de múltiplas trincas.

Em resumo, o programa aplica alguns comandos gerais para fazer a análise, os quais se repetem em cada incremento das trincas. São eles:

- BCIntegralJ(tipo, incr), que computa os fatores de intensidade de tensão;
- BCDirtan(incr), que computa a direção da tangente para o caminho da trinca;
- BCPropaga(), malha o avanço da ponta da trinca por incremento;
- BCDirinc(incr), que corrige a direção do incremento da propagação;
- BCLinkup(incr,tipo), o qual chama o método para analisar o *linkup*.

Sendo que para esse último comando, são necessários os dados: critério de ligamento escolhido, o número de pontas de trinca (npt), o número de incrementos (incr), a tensão de escoamento (σ_Y) e o fator de intensidade de tensão na ponta (sif).

Para a validação das rotinas inseridas no programa nesse trabalho e a avaliação dos resultados gerados, mediante uma comparação com resultados obtidos experimentalmente e presentes na comunidade de engenharia, sejam utilizados os mesmos ou outros métodos numéricos, serão resolvidos alguns exemplos.

6.2 CASO 1 – CHAPA COM UM ENTALHE

Nessa primeira fase, a modelagem do corpo de prova do tipo *SENT* é feita através da GUI BEMLAB2D, onde o modelo físico-geométrico do corpo de prova CP01 é modelado, a malha de elementos de contorno é gerada, conforme a Figura 6.4, e as condições de contorno são aplicadas. A estratégia de modelagem do BEMLAB2D é baseada em Portela *et al* (1993) e pode ser vista na Figura 6.5.



Figura 6.4: Malha de elementos de contorno do CP01.

No Apêndice A, apresenta-se o exemplo da construção desse corpo de prova, com mais detalhes sobre o pré-processamento via BEMLAB2D.

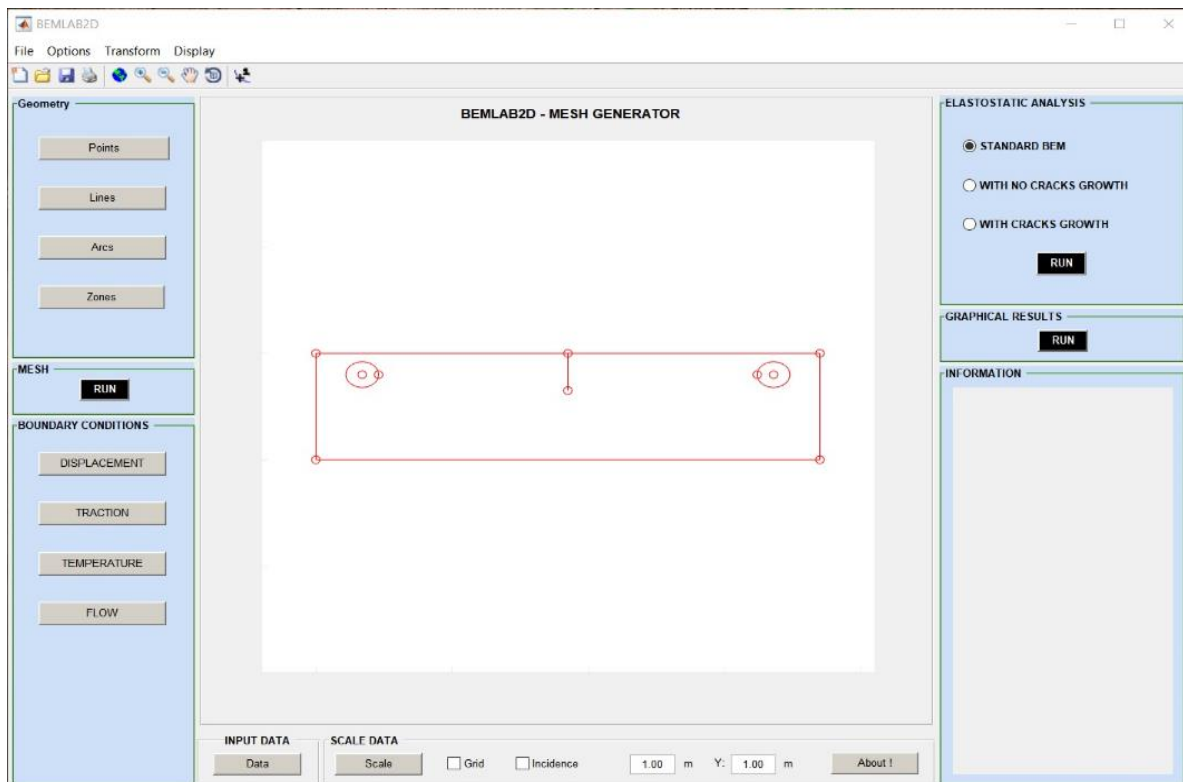


Figura 6.5: Modelo do espécime CP01 sendo modelado no BEMLAB2D.

A malha total apresenta 74 elementos, composta por 66 elementos contínuos e na discretização dos elementos da trinca foram modelados 8 elementos descontínuos quadráticos, cuja razão foi de 0,4, 0,3, 0,2 e 0,1, respectivamente. A simulação numérica do problema foi realizada via MECD, através dos seus elementos contínuos e descontínuos para a discretização das regiões próximas da trinca. Os conceitos da MFLE são utilizados para realizar o cálculo dos FITs. Como já exposto, os programas utilizam o critério MTC (item 2.3.1), para definir a direção de propagação.

Com o propósito de validar o programa, essa primeira simulação apresenta os mesmos dados utilizados nos ensaios experimentais, os quais representavam um carregamento cíclico de amplitude constante, sendo o carregamento máximo de aproximadamente de $P_{máx} = 12,0 \text{ kN}$ e carregamento mínimo de $P_{mín} = 6,0 \text{ kN}$, com razão de carga $R = 0,5$. As propriedades mecânicas do aço SAE 4340, módulo de Young do material adotado foi de $E = 210 \text{ GPa}$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$.

Após a construção do modelo, são definidos no BEMLAB2D também, os coeficientes de Paris: $C = 5,0 \times 10^{-12}$ e $m = 3,1445$. Foram definidos 10 de pontos de Gauss para realizar a integração numérica. A análise é composta por 12 incrementos de 1,0 milímetro cada.

Posteriormente, a partir do arquivo de dados gerado pelo BEMLAB2D, uma análise via MECD será processada pelo programa BemCracker2D, a fim de obtermos os respectivos caminhos de propagação e podermos calibrar o programa com os dados experimentais para as trincas (tamanho, direção, ciclos de carga e resistência residual).

6.3 CASO 2 – CHAPA COM DOIS ENTALHES

Este segundo exemplo, conta com a modelagem do corpo de prova do tipo *DENT*, através do BEMLAB2D, onde o modelo físico-geométrico do espécime CP05 é modelado, a malha de elementos de contorno é gerada (Figura 6.6) e as condições de contorno são aplicadas.

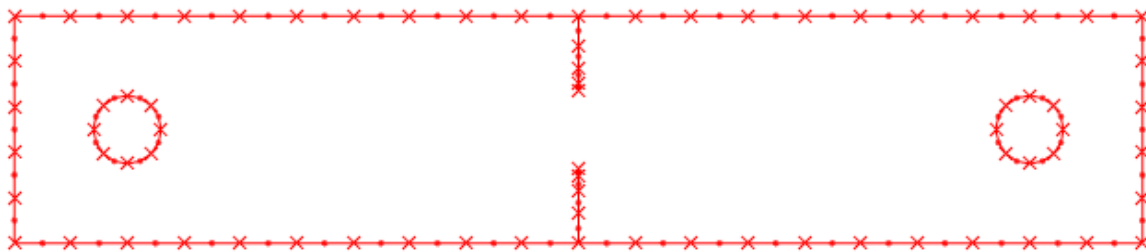


Figura 6.6: Malha de elementos de contorno do CP05.

Essa segunda simulação apresenta os dados utilizados nos ensaios experimentais, bem como os valores das propriedades mecânicas encontradas e definidas através dos ensaios experimentais. São eles: carregamento cíclico de amplitude constante, sendo o carregamento máximo de aproximadamente de $P_{máx} = 12,0 \text{ kN}$ e carregamento mínimo de $P_{mín} = 6,0 \text{ kN}$, com razão de carga $R = 0,5$. As propriedades mecânicas, módulo de Young do material adotado será de $E = 207 \text{ GPa}$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,33$.

A malha ficou composta por 66 elementos contínuos e na discretização dos elementos das trincas foram modelados 8 elementos descontínuos quadráticos em cada trinca, cuja razão foi de 0.4, 0.3, 0.2 e 0.1, nessa ordem, totalizando 82 elementos. A simulação numérica do problema foi realizada via MECD, através dos seus elementos contínuos e descontínuos para a discretização das regiões próximas das trincas, a fim de observar a interação entre elas.

Após a construção do modelo, é definido no BEMLAB2D também, os coeficientes de Paris: $C = 2,2 \times 10^{-12}$ e $m = 3,3345$. Foi definido 10 de pontos de Gauss para realizar a integração numérica. A análise é composta por 10 incrementos de 0,5 milímetros cada.

6.4 CASO 3 – CHAPA COM DUAS TRINCAS HORIZONTAIS

Teixeira (2006) utilizou uma chapa retangular com duas trincas horizontais, situadas no meio da altura (Figura 6.7), onde as solicitações são tensões de tração verticais. A chapa foi considerada de aço e apresenta o critério de escoamento de von Mises. Seu material foi definido como elástico-perfeitamente plástico. E ele comparou a influência da propagação das trincas com os resultados elásticos e plásticos.

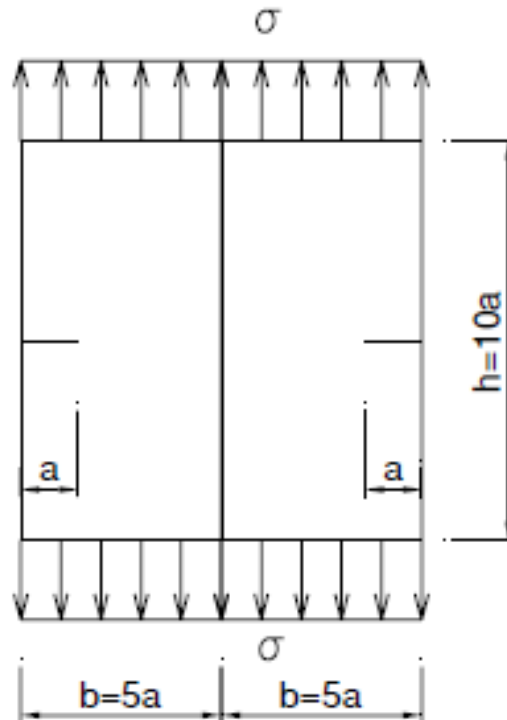


Figura 6.7: Chapa retangular com duas trincas horizontais.

Onde: $a = 0,2 \text{ mm}$, $b = 1,0 \text{ mm}$ e $h = 2,0 \text{ mm}$.

O modelo de Teixeira foi modelado através do BEMLAB2D, onde o modelo físico-geométrico com a malha de elementos de contorno está apresentado na Figura 6.8, já com as condições de contorno aplicadas. As constantes elásticas da chapa são: $E = 210 \text{ GPa}$ e $\nu = 0,3$. O carregamento considerado foi de $P = 100 \text{ kN}$ e a razão de carga $R = 2/3$.

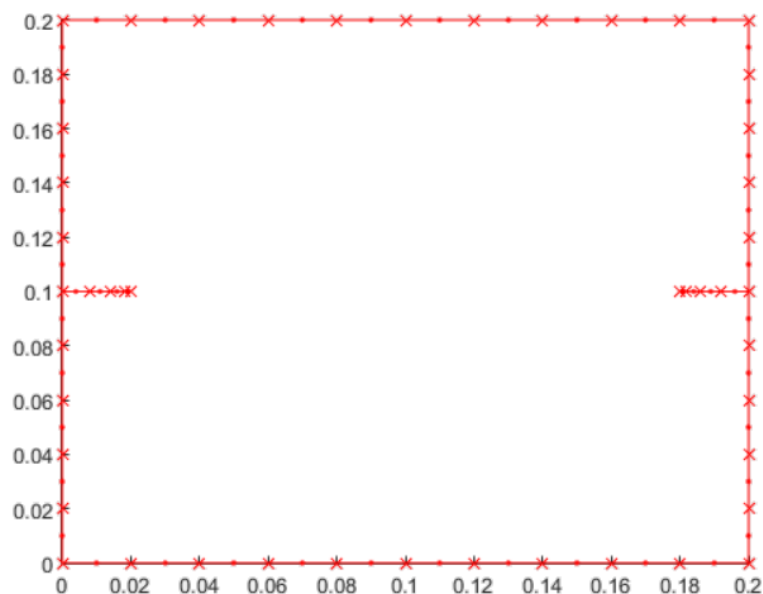


Figura 6.8: Malha de elementos de contorno Caso 3.

Teixeira (2006) desenvolveu um programa chamado de KLEIN, a qual ele implementou mais rotinas com o propósito de avaliar problemas bidimensionais com comportamento elastoplástico, através do MECD. Esse mesmo programa foi utilizado pelo autor para obter os resultados das análises. O desenvolvimento do seu programa teve origem com o programa para análise elástica bidimensional de Portela, que também utiliza o Método dos Elementos de Contorno Dual.

A malha total apresenta 56 elementos, composta por 40 elementos contínuos e na discretização dos elementos das trincas foram modelados 8 elementos descontínuos quadráticos em cada trinca, cuja razão foi de 0.4, 0.3, 0.2 e 0.1, nessa ordem. A simulação numérica do problema foi realizada via MECD, através dos seus elementos contínuos e descontínuos para a discretização das regiões próximas das trincas, a fim de observar a interação entre elas.

Após a construção do modelo, são definidos no BEMLAB2D também, os coeficientes de Paris para a análise de fadiga: $C = 2,0 \times 10^{-12}$ e $m = 3,3$. Foram definidos 10 pontos de Gauss para realizar a integração numérica. A análise é composta por 10 incrementos de 0,08 milímetros cada.

6.5 CASO 4 – CHAPA COM TRÊS FUROS

O modelo ilustrado na Figura 6.9 representa um modelo físico bastante utilizado na literatura, para análise de dano generalizado MSD. Este modelo será tratado através do processo de modelagem e visualização, com a finalidade de analisar os incrementos de propagação das trincas. É composto por uma placa, com arranjo de cinco trincas e três furos, submetida a fadiga de MSD em uma linha de furos no painel. A coalescência das trincas é analisada conforme os três critérios de plastificação do ligamento estudados.

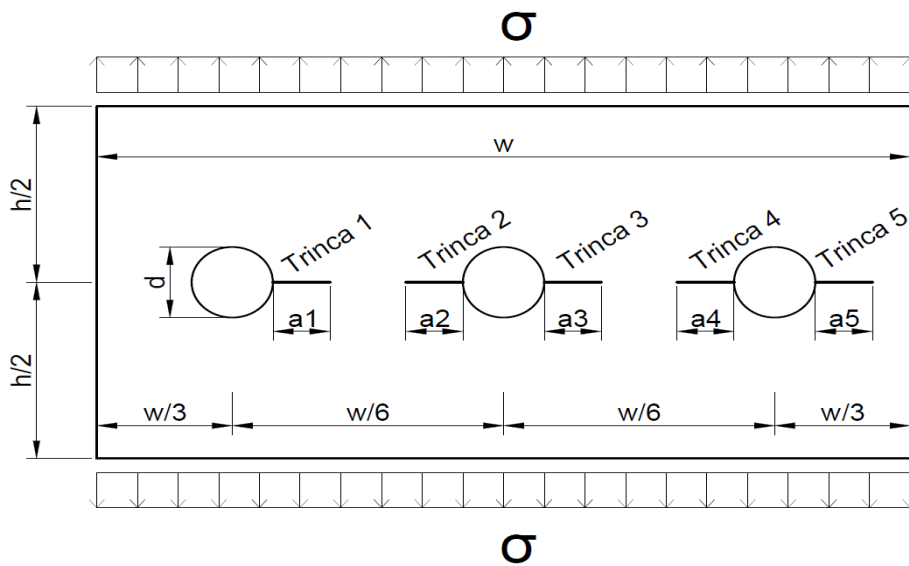


Figura 6.9: Placa com arranjo de três furos e cinco trincas.

Onde os comprimentos considerados são: $a_1/w = 0.113$, $a_2/w = 0.045$, $a_3/w = 0.08$, $a_4/w = 0.103$ e $a_5/w = 0.025$, representando o segundo cenário de MSD analisado pelo autor.

As constantes elásticas da chapa são: $E = 73.1 \text{ GPa}$ e $\nu = 0.33$. A tensão considerada foi de $\sigma = 10 \text{ Mpa}$, a tensão de escoamento $\sigma_y = 0.345 \text{ GPa}$ e a razão de amplitude de tensão do ciclo de carga $R = 2/3$.

O contorno da placa e dos furos apresentaram 66 elementos quadráticos contínuos. Na discretização dos elementos das trincas foram modelados 8 elementos descontínuos quadráticos em cada trinca, cuja razão foi de 0.4, 0.3, 0.2 e 0.1, nessa ordem. Com o total de 106 elementos e 212 nós. O modelo físico-geométrico é apresentado na Figura 6.10.

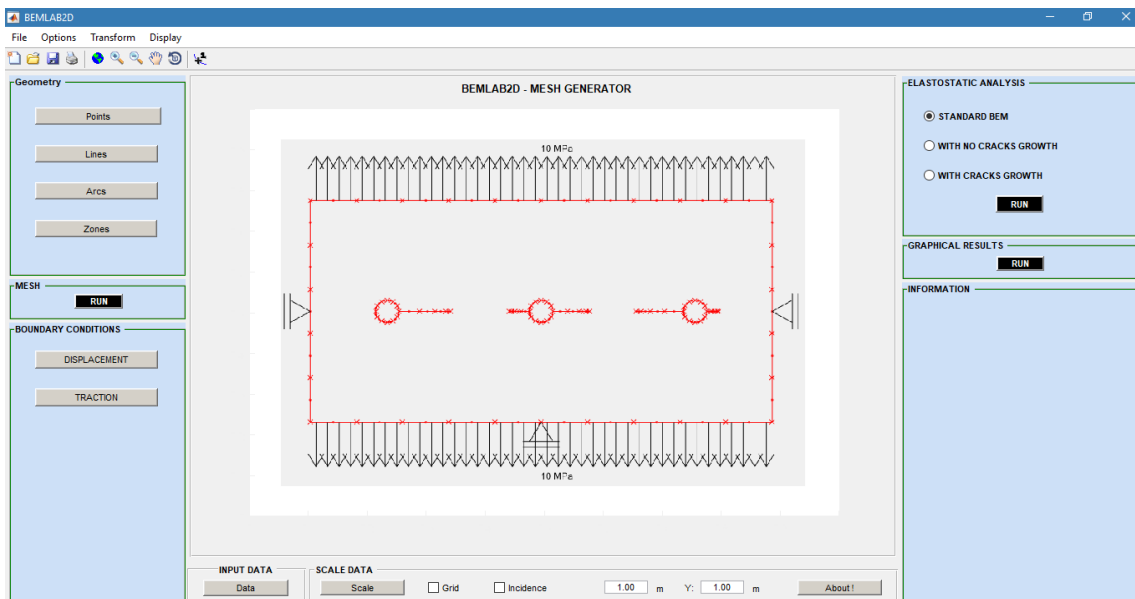


Figura 6.10: Modelo físico-geométrico no BEMLAB2D.

Após a construção do modelo, são definidos no BEMLAB2D também, os coeficientes de Paris para a análise de fadiga: $C = 4,624 \times 10^{-12}$ e $m = 3,33$. Foram definidos 10 de pontos de Gauss para realizar a integração numérica. A análise é composta por 14 incrementos de 0,1 milímetros cada.

Nesse caso, espera-se obter resultados a partir da análise de fadiga para dano generalizado (MSD), acerca do crescimento, interação e *linkup* entre as trincas situadas na chapa, através do um algoritmo implementado no BemCracker2D. Logo, são utilizados os três critérios de cálculo do raio plástico descritos na seção 2.5, todos implementados no programa, a fim de se fazer uma comparação entre eles.

7 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

7.1 LEVANTAMENTO DA CURVA da/dn vs. ΔK

O ensaio permitiu a determinação da taxa de crescimento de trinca por fadiga, do aço SAE 4340, desde valores próximos ao fator de intensidade de tensão limite, ΔK_{th} , até o seu valor máximo, onde ocorre a instabilidade controlada da trinca. Os resultados são expressos em termos da amplitude do fator de intensidade de tensão (ΔK) na ponta da trinca, definido pela teoria da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE).

O primeiro espécime ensaiado (CP01), por meio do ensaio *K-Increasing*, com carga máxima de 12,0 kN, mínima de 6,0 kN e com amplitude constante de 3,0 kN, teve início com um $\Delta K = 11,3 \text{ MPa}\sqrt{m}$ definido de forma que apresentasse os resultados referentes ao início da região II da curva de Paris. A pré-trinca gerada nesse corpo de prova se estendeu desde o entalhe até a 17,6 mm. A Figura 7.1 apresenta a imagem obtida do CP01 durante o ensaio com o uso do microscópio.

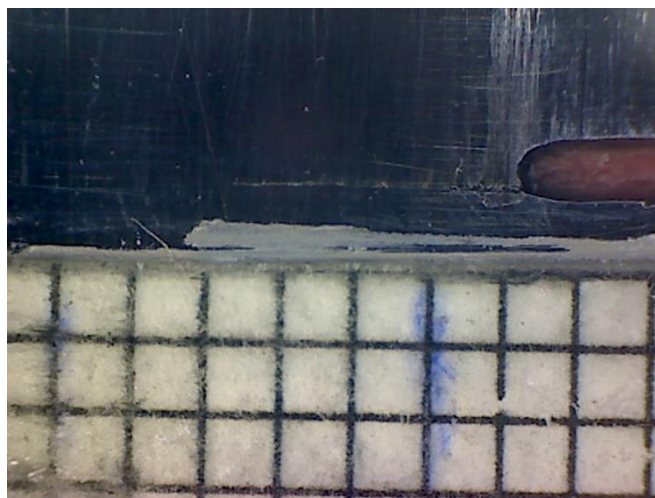


Figura 7.1: Acompanhamento da trinca do CP01 durante o ensaio.

Do ensaio foi anotado, em uma planilha no Excel, o número de ciclos corresponde a cada incremento de 0,5 mm da trinca, até quando alcançou 29,5 mm, resultando em um $\Delta K = 26,4 \text{ MPa}\sqrt{m}$ e com 406.211 ciclos realizados. A Figura 7.2 apresenta os dados acerca da propagação da trinca e o seu referente número de ciclos, obtidos do CP01 durante o ensaio. A Figura 7.3 é composta dos resultados obtidos no ensaio, em forma da curva da/dn vs. ΔK , com uma linha de tendência exponencial e sua equação característica.

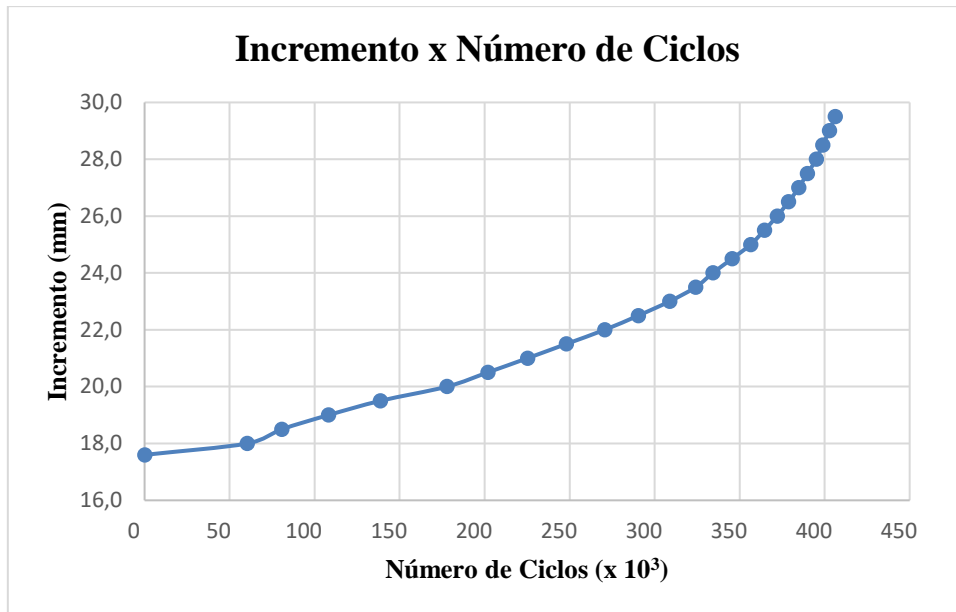


Figura 7.2: Incremento x Número de ciclos do CP01.

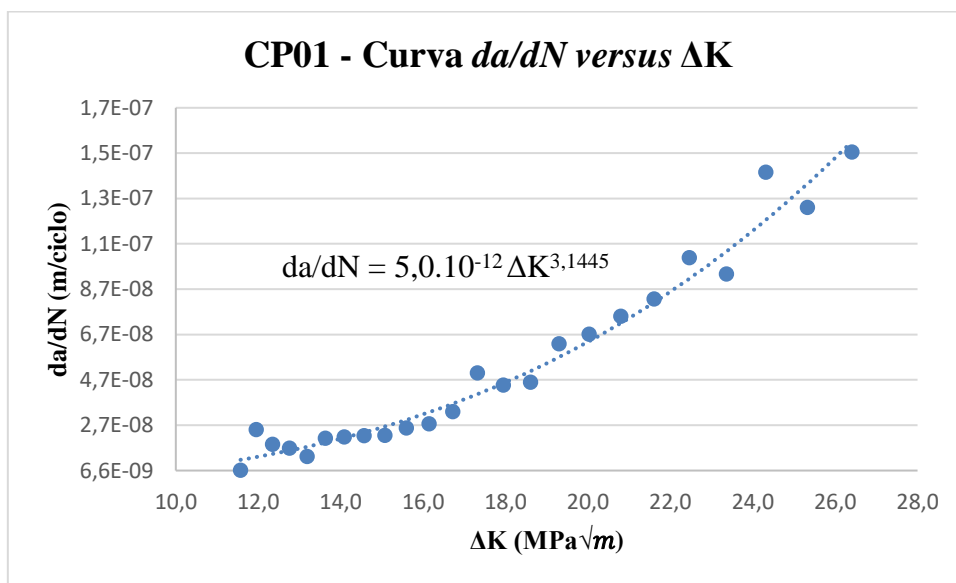


Figura 7.3: Curva da/dN vs ΔK do CP01.

Ainda por meio da técnica *K-Increasing*, o segundo espécime ensaiado (CP02) teve como dados a carga máxima de 20,0 kN, mínima de 10,0 kN e com amplitude constante de 5,0 kN. Partindo de um $\Delta K = 19,3 \text{ MPa}\sqrt{m}$ escolhido para que dar continuidade aos resultados do CP01, de forma que apresentasse uma sequência sobre a região II e entrasse na região III da curva de Paris. A pré-trinca gerada nesse corpo de prova se estendeu desde o entalhe até a 18,0 mm. A Figura 7.4 apresenta a imagem obtida do CP02 durante o ensaio com o uso do microscópio.

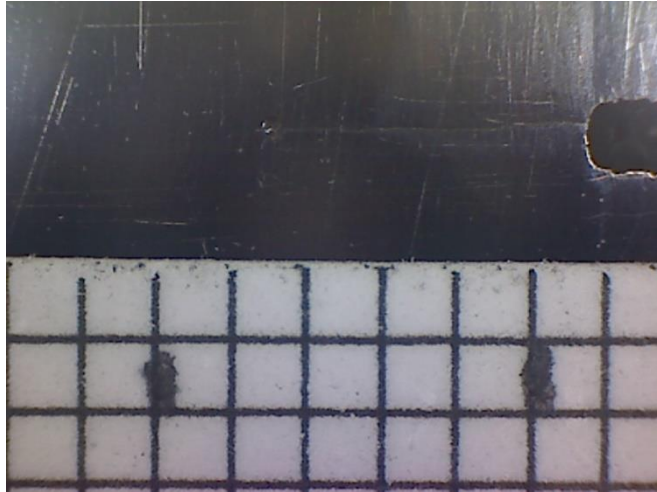


Figura 7.4: Acompanhamento da trinca do CP02 durante o ensaio.

Da tabela desenvolvida no Excel, tem-se o número de ciclos corresponde a cada incremento de 0,5 mm da trinca, até quando alcançou 34,0 mm com 72.405 ciclos realizados, resultando em um $\Delta K = 66,8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, o qual alcançou uma alta velocidade no ensaio e os dados ficaram difíceis de acompanhar, pois estava próximo a fratura final da peça. A Figura 7.5 apresenta os dados acerca da propagação da trinca e o seu referente número de ciclos, obtidos do CP02 durante o ensaio. A Figura 7.6 dispõe dos dados obtidos no ensaio, em forma da curva da/dn vs. ΔK , com uma linha de tendência exponencial e sua correspondente equação característica.

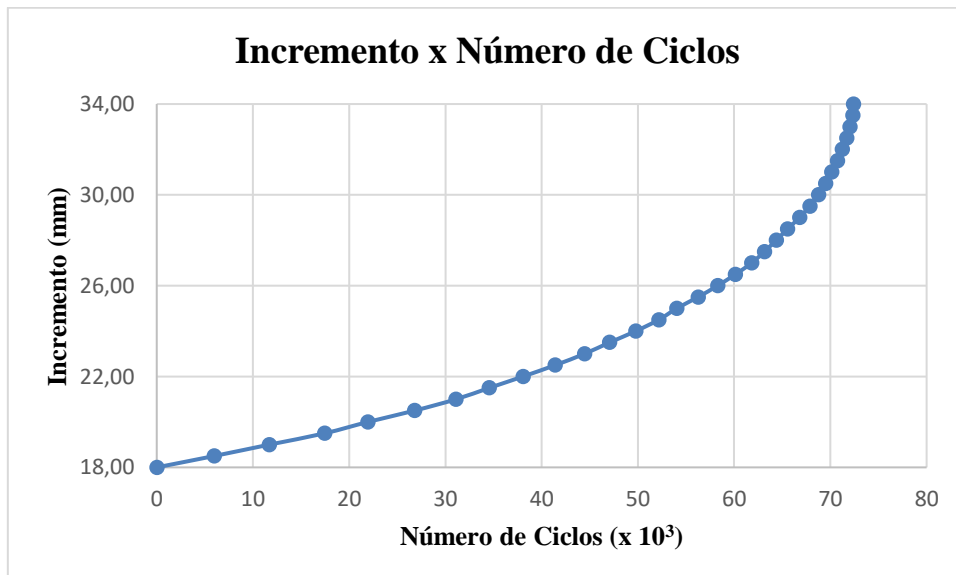


Figura 7.5: Incremento x Número de ciclos do CP02.

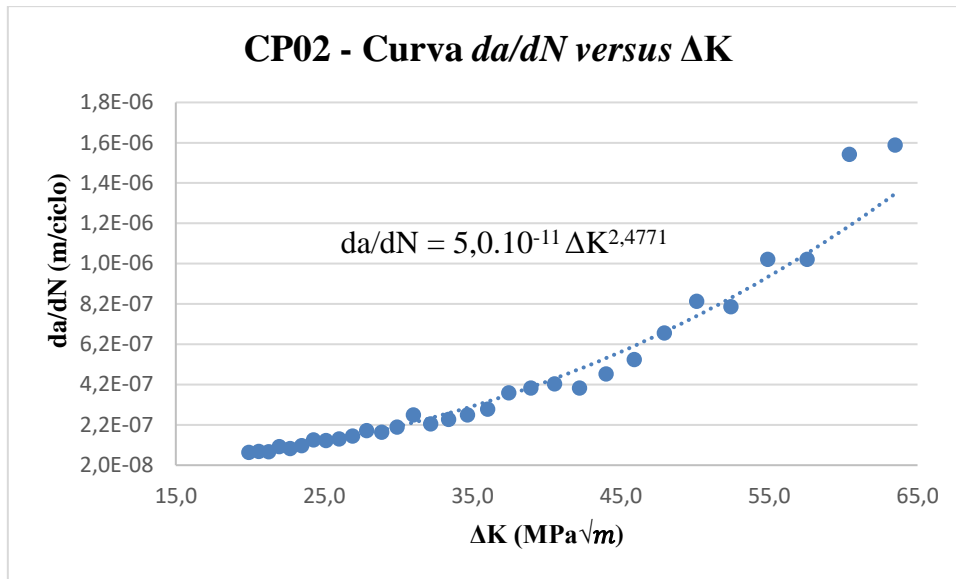


Figura 7.6: Curva da/dN vs ΔK do CP02.

Já o último espécime (CP03) foi ensaiado por meio da técnica *K-Decreasing*, onde a partir do $\Delta K = 12,7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, carga máxima inicial de 14,0 kN, mínima de 7,0 kN e com amplitude de 3,5 kN, a cada crescimento de 0,2 mm da trinca, as cargas eram reduzidas em 10%, a fim de ir diminuindo o valor do ΔK . A Figura 7.7 apresenta os valores das cargas máximas e mínimas utilizadas no ensaio, caracterizando suas reduções ao passar dos ciclos. Dessa forma foi possível determinar os dados para construir a curva de Paris na região I, a qual é conhecida por ter um limiar de propagação, ou seja, um valor de ΔK o qual não gera propagação. A pré-trinca gerada nesse corpo de prova se estendeu desde o entalhe até a 17,0 mm. A Figura 7.8 apresenta a imagem obtida do CP03 durante o ensaio com o uso do microscópio.

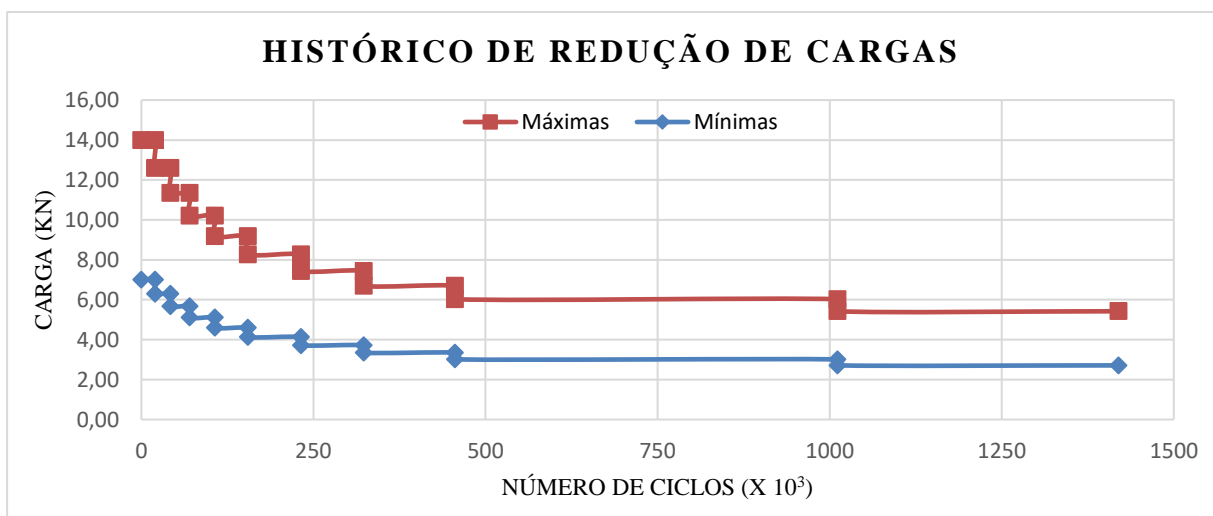


Figura 7.7: Histórico de cargas do CP03 durante o ensaio *K-Decreasing*.

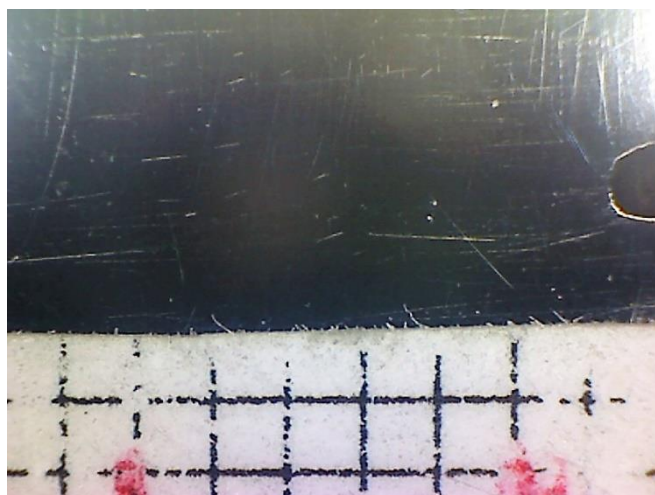


Figura 7.8: Acompanhamento da trinca do CP03 durante o ensaio.

Da tabela desenvolvida no Excel, tem-se o número de ciclos corresponde a cada incremento de 0,2 mm da trinca, até quando alcançou 18,9 mm com 1.419.608 ciclos realizados, resultando em um $\Delta K = 4,98 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, o qual alcançou o limiar de propagação ΔK_{th} , onde a trinca parou de crescer em um valor significativo. A Figura 7.9 apresenta os dados acerca da propagação da trinca e o seu referente número de ciclos, obtidos do CP03 durante o ensaio. A Figura 7.10 dispõe dos dados obtidos no ensaio, em forma da curva da/dn vs. ΔK , com uma linha de tendência exponencial e sua correspondente equação característica.

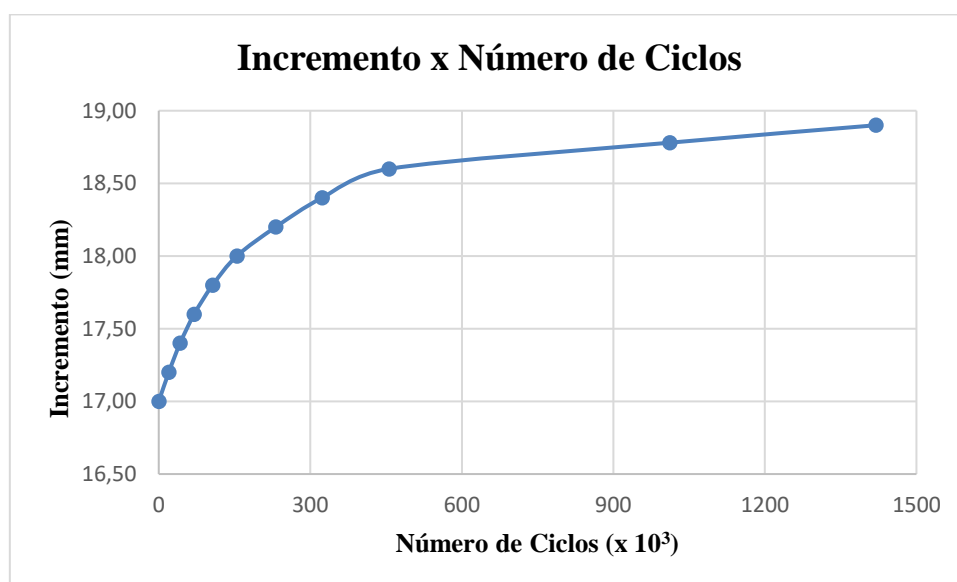


Figura 7.9: Incremento x Número de ciclos do primeiro ensaio do CP03.

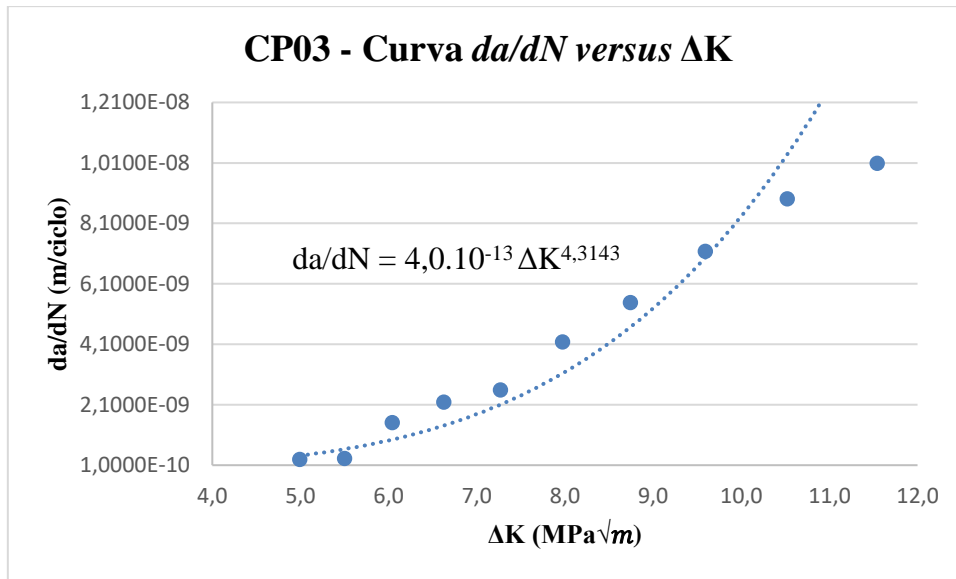


Figura 7.10: Curva da/dN vs ΔK do primeiro ensaio do CP03.

Pelo gráfico acima, chega-se no valor de limiar de propagação (ΔK_{th}), o qual é considerado para valores inferiores de $4,98 \text{ MPa}\sqrt{m}$, representando a menor variação do fator de intensidade de tensão em que não é mais possível propagar a trinca. De forma que, para todo valor de ΔK abaixo de ΔK_{th} , a taxa de propagação (da/dN) será considerada nula.

Como o corpo de prova CP03 foi ensaiado apenas até 18,9 mm pela técnica anterior, ainda foi possível utilizar-se do espécime, agora submetendo-o a técnica *K-Increasing*. Os parâmetros desse novo ensaio foram a carga máxima de 5,6 kN, mínima de 2,8 kN e com amplitude constante de 1,4 kN. Partindo de um $\Delta K = 5,7 \text{ MPa}\sqrt{m}$ a fim de se obter o caminho inverso do ensaio anterior, gerando dados sobre a região I e do início da região II da curva de Paris.

O número de ciclos foi anotado para fazer a correspondência de cada incremento de 0,2 mm da trinca. Nesse ensaio foi alcançado a marca de 27,4 mm com 6.295.605 ciclos realizados, resultando em um $\Delta K = 10,4 \text{ MPa}\sqrt{m}$. A Figura 7.11 apresenta os dados acerca da propagação da trinca e o seu referente número de ciclos, obtidos durante o segundo ensaio do CP03. A Figura 7.12 dispõe dos dados obtidos no ensaio, em forma da curva da/dn vs. ΔK , com uma linha de tendência exponencial e sua correspondente equação característica.

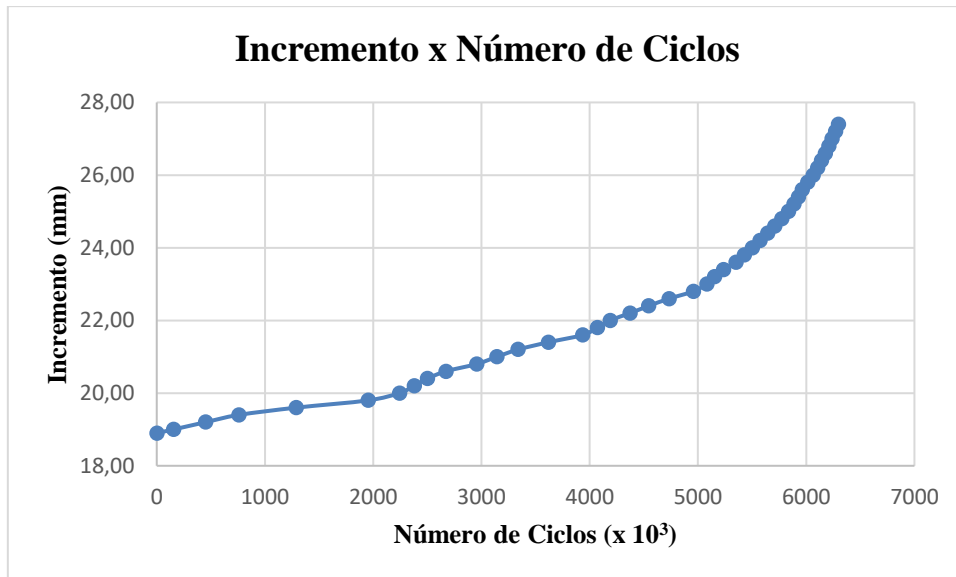


Figura 7.11: Incremento x Número de ciclos do segundo ensaio do CP03.

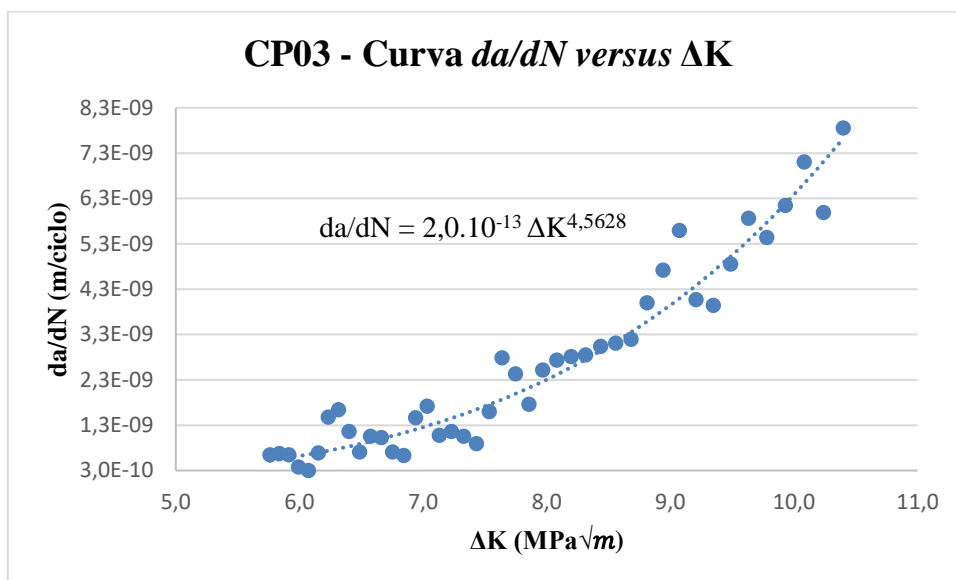


Figura 7.12: Curva da/dN vs ΔK do segundo ensaio do CP03.

Por fim, de posse de todos os gráficos gerados, referenciados para cada região da curva de Paris, é possível determinar a curva experimental de propagação de trinca por fadiga obtida para o aço SAE 4340, conforme a Figura 7.13, bem como os seus parâmetros C e m .

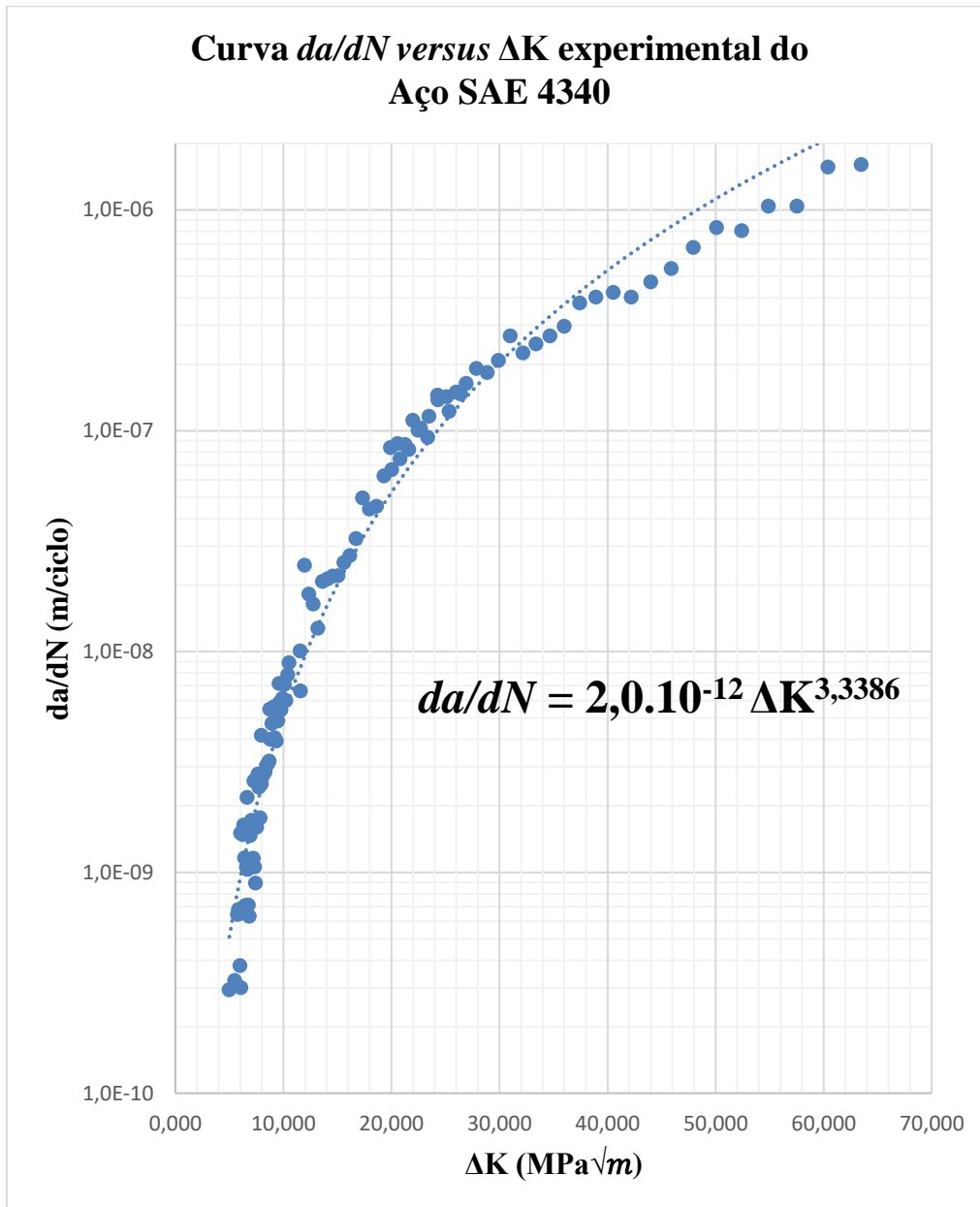


Figura 7.13: Curva da/dN vs ΔK do aço SAE 4340 em escala logarítmica.

Na Tabela 7.1 encontram-se os valores das constantes empíricas do material, obtidas experimentalmente, acerca da curva de propagação de trinca com a razão de carregamento R de 0,5. São definidos os valores dos parâmetros referente a cada corpo de prova, bem como todos os dados juntos.

Tabela 7.1: Constantes empíricas C e m .

Espécime	R	C	m
CP 01	0,5	5,0 E-12	3,1445
CP 02	0,5	5,0 E-11	2,4771
CP 03	0,5	4,0 E-13	4,3143
		2,0 E-13	4,5628
Total Aço 4340	0,5	2,0 E-12	3,3386

Em comparação com os resultados obtidos da literatura, tem-se o trabalho desenvolvido por Miranda (2003), o qual obteve também pontos experimentais da curva de propagação de trincas para o mesmo aço, porém com razões de carga R iguais a 0,1 e 0,7. Em seu trabalho é possível observar a concordância entre suas curvas geradas, a partir da distribuição dos seus dados, com a obtida nesse ensaio, com razão de carga R igual a 0,5. Ainda é possível verificar os dados obtidos com a literatura referente a aços macios e algumas outras razões de carga, presentes na maioria dos livros. Logo, os dados condizem com resultados encontrados na bibliografia para o mesmo material.

7.2 ENSAIO DE TRAÇÃO COM A TÉCNICA CDI

Com base nos resultados acerca da taxa de propagação de trinca para o aço SAE 4340, encontrados no ensaio anterior, foi determinado os valores a serem utilizados neste ensaio. Na tentativa de iniciar uma pré-trinca por fadiga no primeiro espécime CP04, ficou claro, após muitos ciclos de ensaio, a dificuldade em iniciar uma trinca em um corpo de prova do tipo *DENT*, pois o mesmo acabou fraturando na região do furo do parafuso, deixando o incapaz para realizar o ensaio, bem como também chegou a fraturar alguns dos parafusos e posteriormente até a garra que prendia o CP na máquina (Figura 7.14).



Figura 7.14: Peças que vieram a fraturar.

Já com o CP05, foi descartada a necessidade de começar uma pré-trinca e, portanto, o ensaio de tração já foi iniciado, Figura 7.15. O ensaio foi baseado em dados obtidos na literatura, onde a carga de tração era aumentada gradativamente até a ruptura do espécime. Partindo de uma tensão nula, a solicitação no corpo de prova foi definida para subir em uma velocidade de 3,0 kN/min.

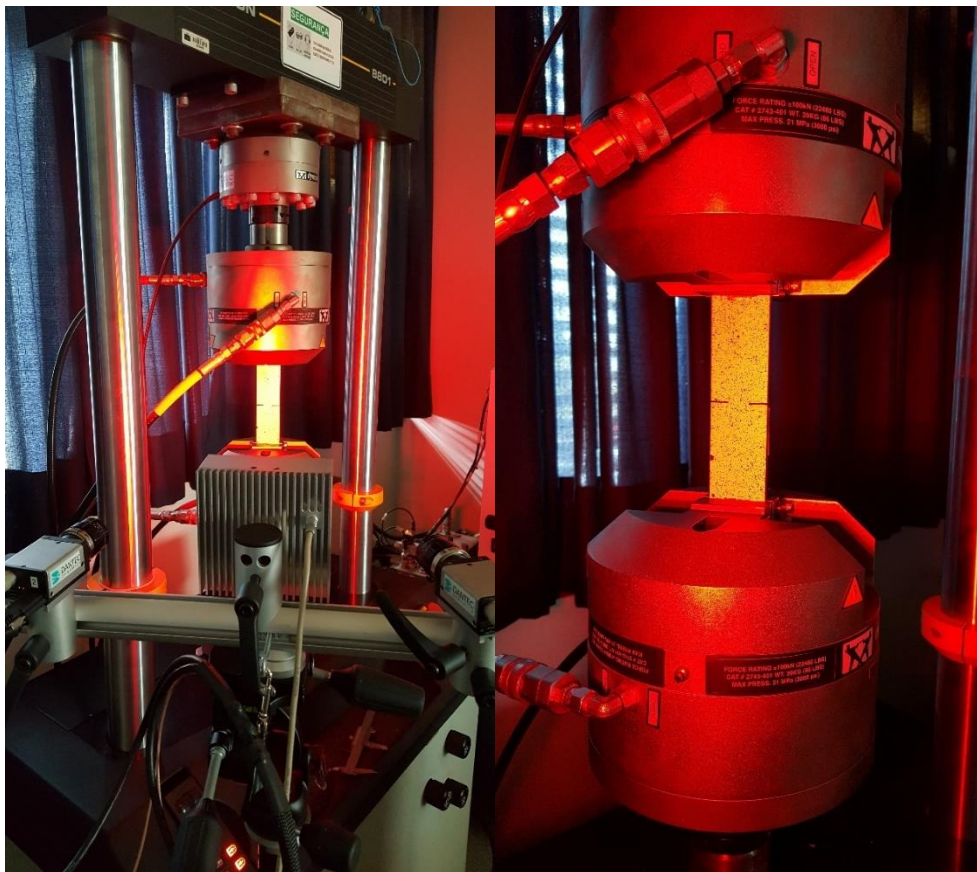


Figura 7.15: Ensaio de tração no CP05 com a técnica DIC.

De acordo com o gráfico de Carga x Alongamento (Figura 7.16) gerado pelo *software* da MTS, é observado que o espécime fraturou a uma carga de 85,0 kN, correspondente a aproximadamente 1214,3 MPa (tensão de ruptura), tendo em vista que sua área resistente era de 70,0 mm². Observa-se ainda que nesse ensaio de tração, a curva do material se comportou como dúctil e a mesma apresentou um patamar de escoamento bem pequeno, estando próximo a 45 kN representando uma tensão de escoamento próxima de 643 MPa.

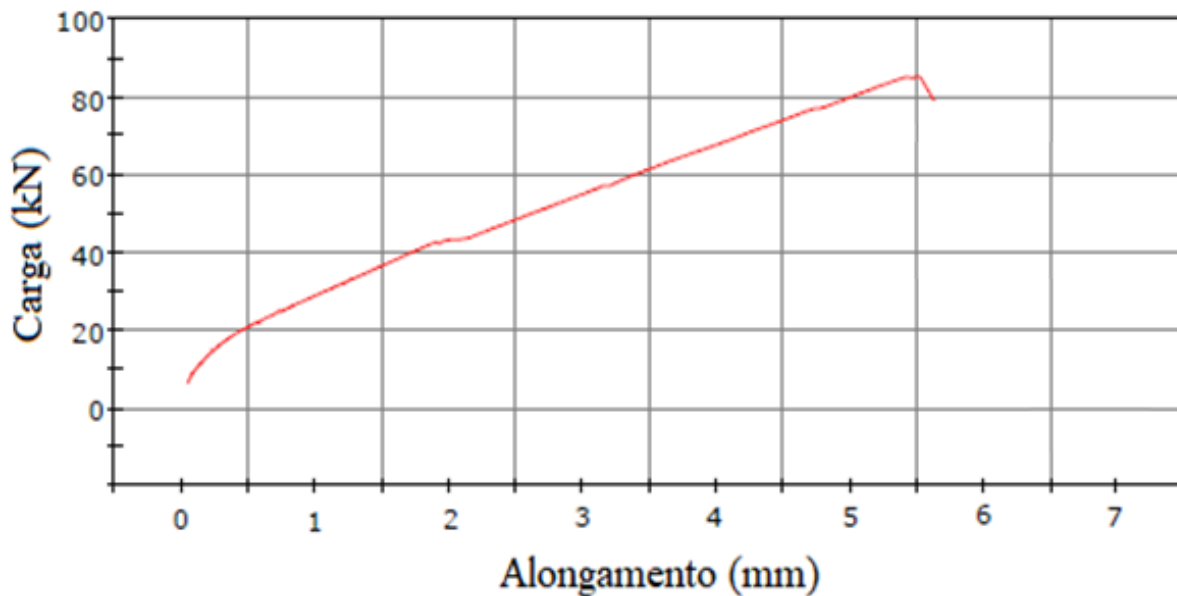


Figura 7.16: Gráfico Carga x Alongamento.

Quando se reproduz a curva tensão deformação baseada apenas no valor inicial fixo da área da seção transversal do corpo de prova, obtém-se uma curva dita normal, ou de engenharia. Como pode ser visto no gráfico da Figura 7.16, tem-se um comportamento diferente para a curva, já que num ensaio experimental e com o *software* adequado, é feita a correção do cálculo da curva, a respeito da diminuição da seção transversal ao longo do ensaio.

Ainda sobre o gráfico apresentado, observam-se resultados das propriedades mecânicas com valores diferentes dos apresentados no capítulo 5. Porém, ao mesmo tempo entra em conformidade com esperado para este tipo de material, ao comparar com trabalho de outros pesquisadores como pode ser visto nos ensaios de Anazawa et al (2012), os quais encontraram os valores de 899 MPa e 1073 MPa, para o limite de escoamento e o limite de resistência, respectivamente. Portanto, isso revela a diferença sutil que existe para o mesmo material, já que o mesmo pode apresentar diferenças na sua composição, alterando suas propriedades.

O foco do sistema de CDI é obter os campos de deslocamento e deformação para a RDI do corpo de prova, durante todo o tempo de ensaio onde são obtidas as imagens. Dessa maneira, o ensaio teve duração próxima a 26 minutos, com esse tempo a CDI registrou 316 imagens desde o início do ensaio até a ruptura da peça.

Como já definida a região de interesse (RDI) no *software* Istra4D, Figura 7.17, o processamento das imagens e a obtenção dos dados se dá por meio da configuração escolhida pelo usuário. Os resultados são obtidos com o auxílio do *software* Istra4D, o qual processa e correlaciona às imagens. Os gradientes de deformações calculados pelo sistema da CDI fornecem uma completa informação do comportamento do corpo de prova ensaiado. As Figuras 7.18 e 7.19 apresentam os gráficos referentes ao deslocamento em Y e a deformação principal máxima, respectivamente, comparando a última imagem tirada antes da fratura do corpo de prova com a imagem de referência.

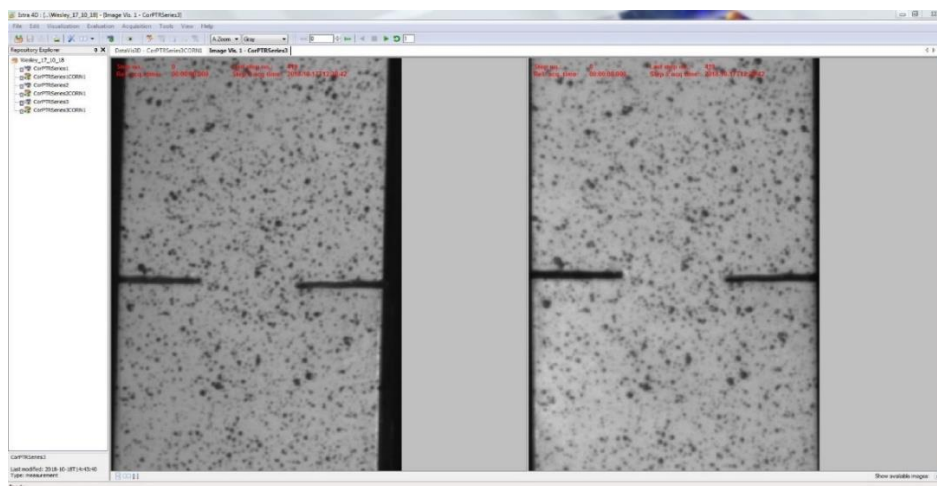


Figura 7.17: RDI do espécime no Istra4D.

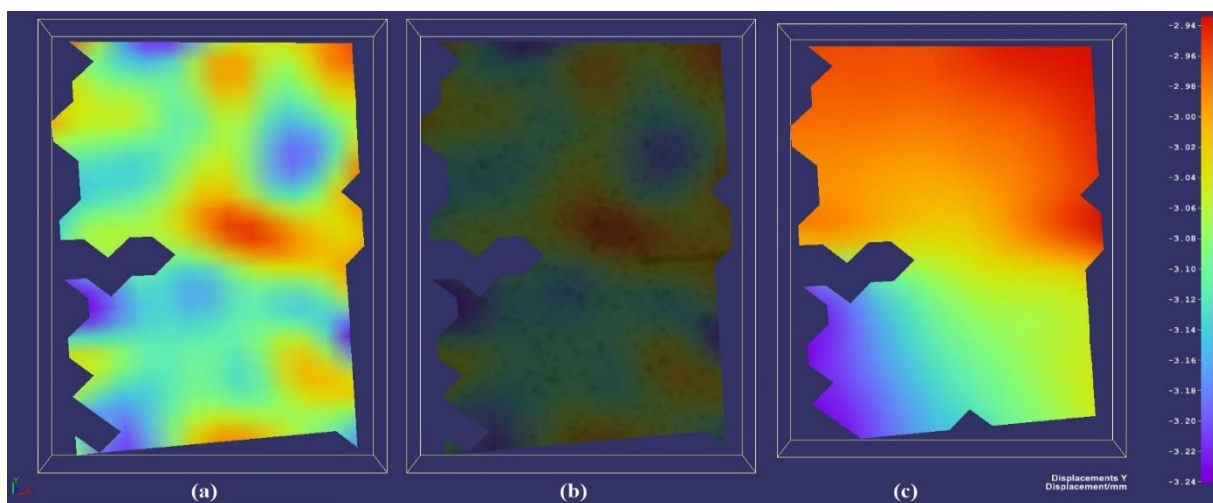


Figura 7.18: Deslocamento em Y (a) imagem de referência (b) imagem de referência sobreposta com o CP (c) última imagem antes da fratura.

Do campo de deslocamentos da Figura 7.18, como o cabeçote da Instron 8801 responsável pela aplicação do solicitação de tração é o inferior, já que o superior permanece imóvel, observa-se, no instante antes da ruptura, um deslocamento máximo no extremo inferior de aproximadamente 3 mm.

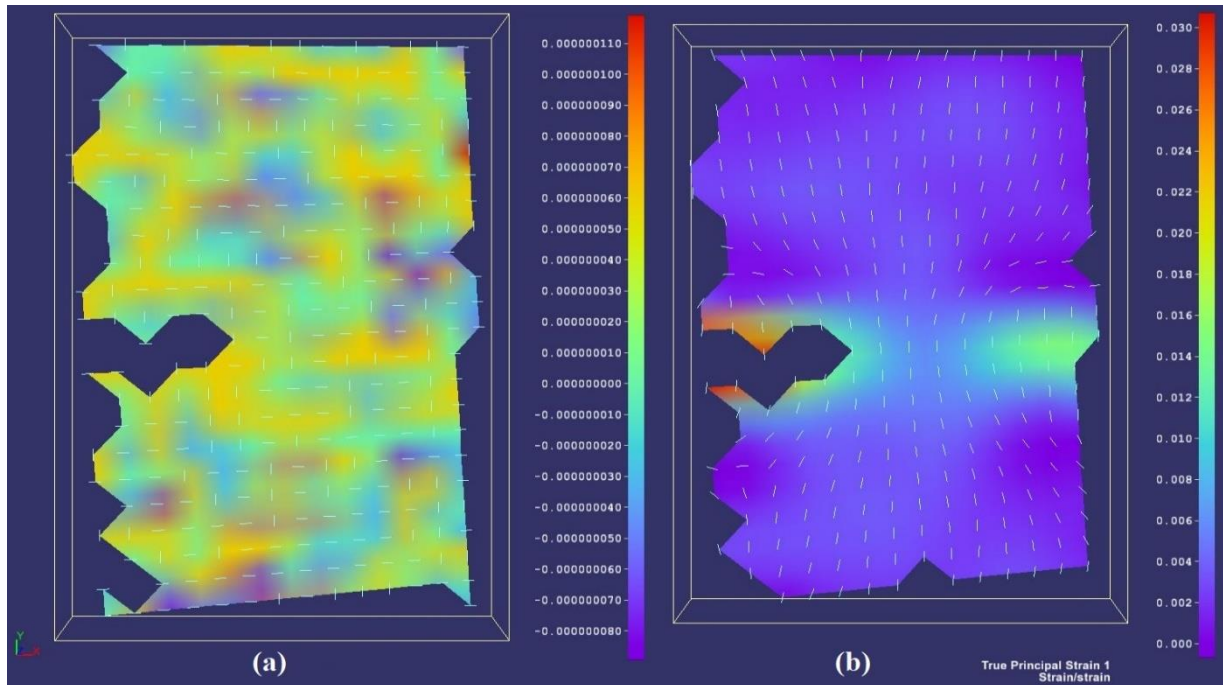


Figura 7.19: Deformação verdadeira principal 1 (a) imagem de referência (b) última imagem antes da fratura.

Das imagens acima é possível notar que o programa perdeu alguns dados referentes ao entalhe do lado esquerda das imagens e, no outro entalhe, ele não o identificou e fez uma interpolação dos dados entre a trinca do entalhe direito. Entretanto, essas observações não alteraram o resultado fornecido pelo *software*.

A gradiente de deformação mostrada na Figura 7.19, revela de forma visual, através da escala de cores, o comportamento do corpo de prova enquanto ele sofre a deformação. Comparando com a imagem de referência, é possível observar o local onde o espécime irá fraturar, de acordo com o foco do gradiente de cores na região que apresenta uma maior deformação, ou seja, nas regiões vizinhas e na frente dos entalhes, onde a zona plástica é formada.

É possível determinar alguns parâmetros de interesse para obtenção de dados específicos no Istra4D. A Figura 7.20 apresenta os dados referentes ao comportamento de um ponto definido no centro do espécime, entre os dois entalhes. São apresentados os valores das deformações, para cada instante capturado pelas imagens, durante os esforços de tração aplicados no corpo

de prova. Destes gráficos é obtém-se os resultados máximos de deformação para o CP05, bem como observa-se, desde a imagem de referência (início do ensaio) até a última imagem antes da ruptura, os incrementos nos valores médios de deformação.

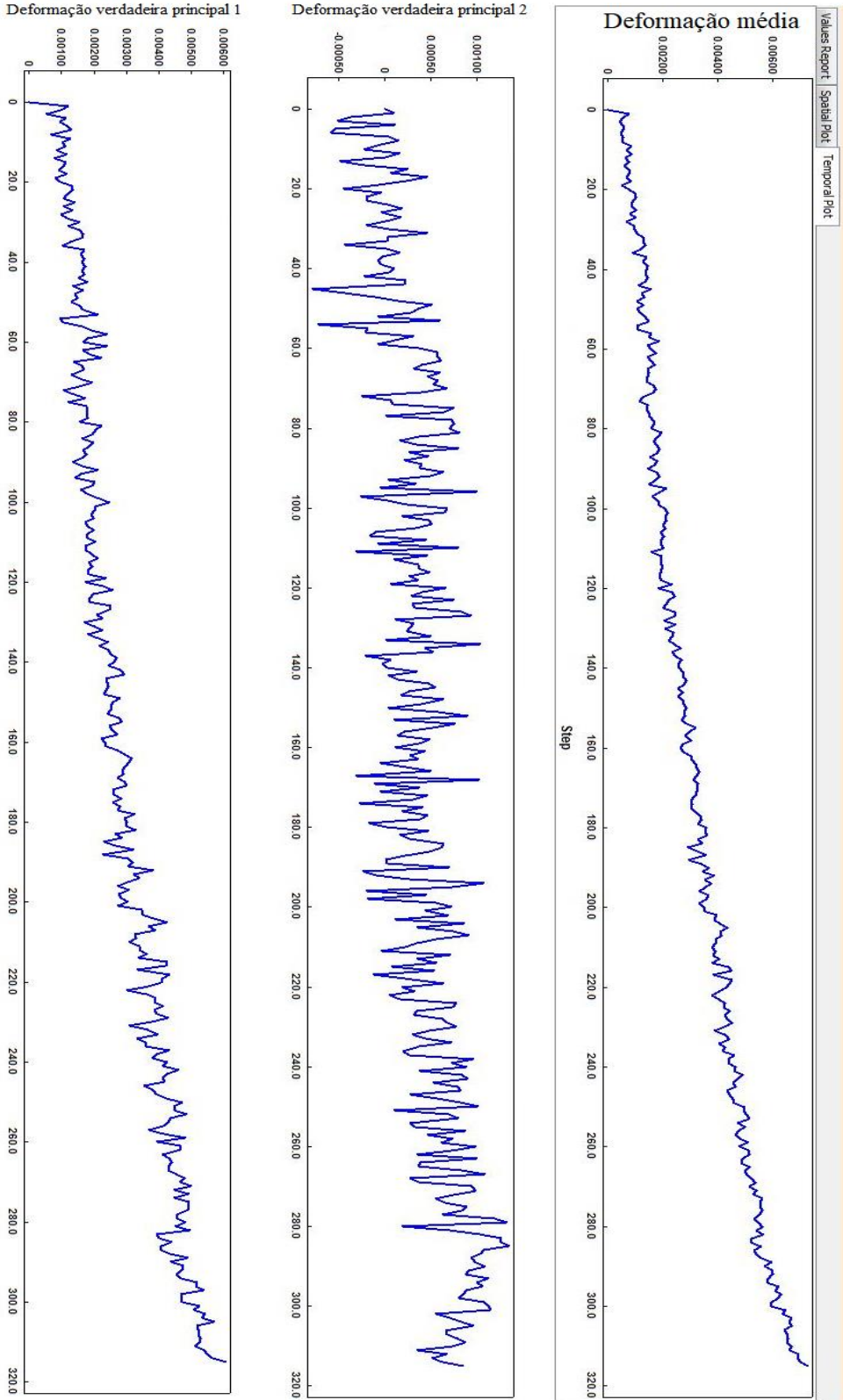


Figura 7.20: Deformações verdadeiras principais e média x Sequência de imagens.

Os gradientes de deslocamentos e de deformações são obtidos com a técnica de CDI, na superfície do corpo de prova e em qualquer direção, por conta disso, é possível determinar o valor experimental do coeficiente de Poisson para esse material, através dos resultados, deformação lateral no corpo de prova e deformação lateral, obtidos (Figura 7.21).

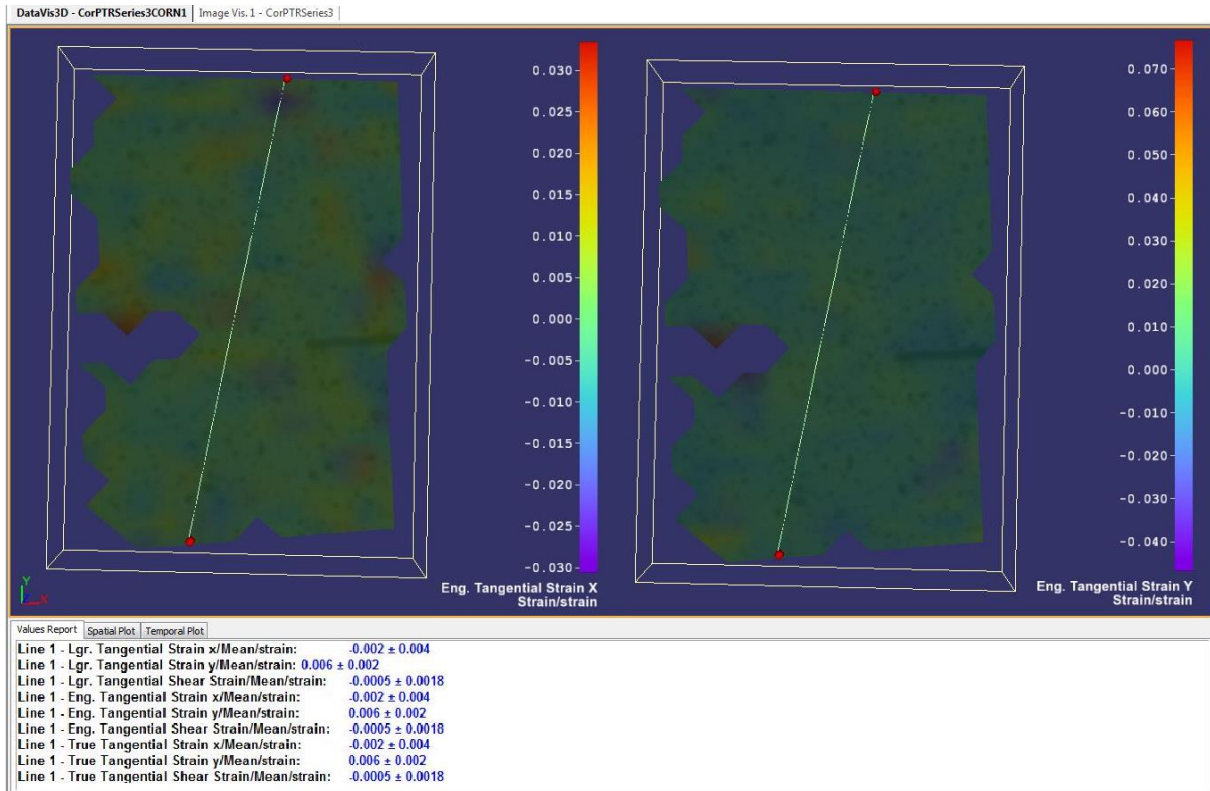


Figura 7.21: Valores médios da deformação lateral e longitudinal via Istra4D.

Como consta na figura anterior, foi feita uma linha dentro da RDI do corpo de prova, envolvendo o máximo de variedade em direções no gradiente de deformação, por conta disso foi optado pelo desenho de uma linha diagonal. A partir desta linha, foi solicitado no Istra4D os dados sobre as médias das deformações nas duas direções principais. Dessa forma, é possível calcular o coeficiente de Poisson, através da Equação 7.1, usando as deformações obtidas pelo método de Lagrange tangencial.

$$\nu = \frac{-\varepsilon_x}{\varepsilon_y} = \frac{-(-0,002)}{0,006} = 0,33 \quad (7.1)$$

Onde ε_x é a deformação lateral e ε_y a deformação longitudinal.

De posse desse valor da deformação longitudinal média em y , pelo método de Lagrange tangencial, e com o valor da tensão de ruptura, é possível determinar o módulo de elasticidade experimental do material, de acordo a Lei de Hooke definida na Equação 7.2.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{1214,28}{0,006} = 202GPa \quad (7.2)$$

De acordo com a Figura 7.22, obtém-se os valores dos deslocamentos em x , em y e totais, característicos de um ponto determinado entre os entalhes, local onde se esperava a fratura, ao longo das 316 imagens capturadas durante o ensaio.

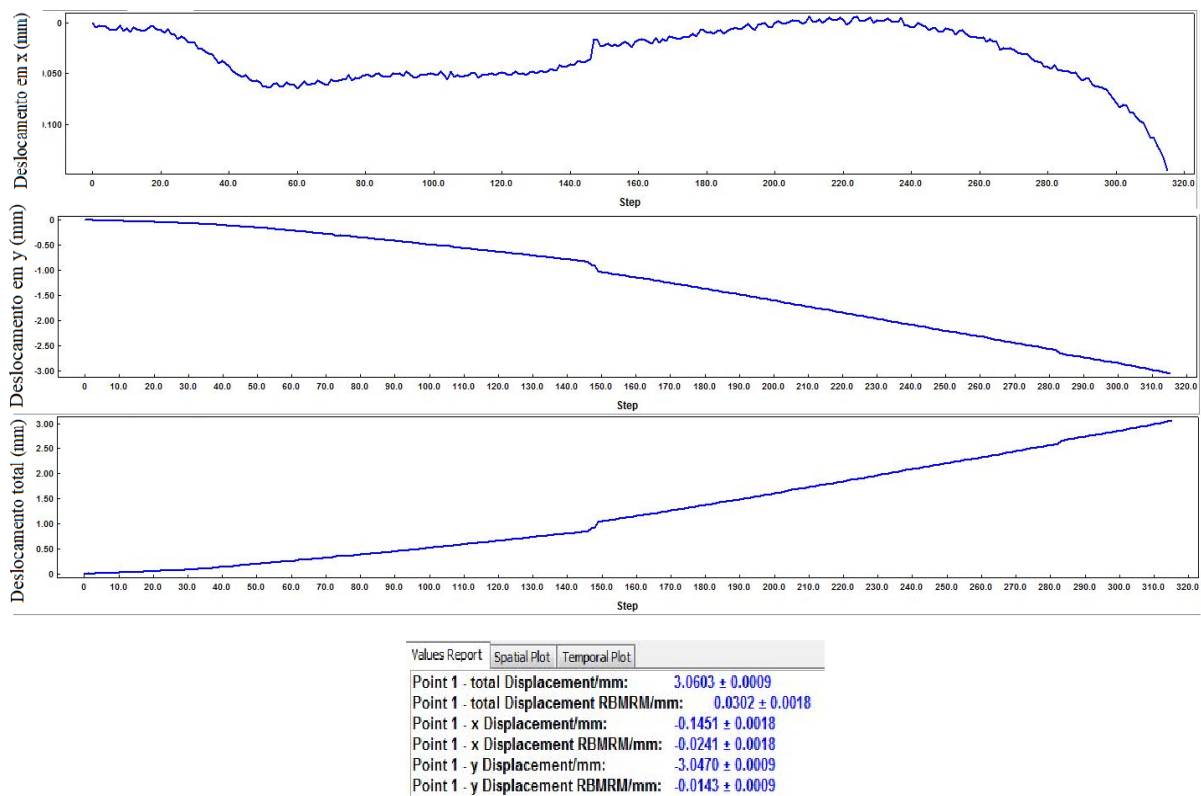


Figura 7.22: Resultados dos deslocamentos pelo Istra4D.

Dessa maneira, com o uso do dado de deslocamento em y , gerado pelo *software*, para o corpo de prova, é possível determinar o alongamento que o material sofreu durante o ensaio de tração, de acordo com a Equação 7.3. Comparando as imagens e os gráficos obtidos pelo processamento do *software*, observou que o material apresentou um deslocamento máximo superior a três milímetros (3,06 mm), com uma deformação acentuada na região onde ele fraturou, local utilizado para obter os dados de deformação.

$$Alongamento = \frac{L - L_0}{L_0} \cdot 100 = \frac{23,06 - 20}{20} \cdot 100 = 15,3\% \quad (7.3)$$

A Tabela 7.2 apresenta de forma sintética os resultados das principais propriedades mecânicas apresentados no item 5, de forma que pode ser comparado com os dados obtidos para o corpo de prova ensaiado no ensaio de tração, onde foi usada a técnica de CDI, e também os resultados obtidos na literatura, por outros pesquisadores que utilizaram o SAE 4340. Nela estão determinados os valores das principais propriedades mecânicas do material: resistência à tração, limite de escoamento, módulo de elasticidade, alongamento percentual e coeficiente de Poisson.

Tabela 7.2: Propriedades mecânicas de tração obtidas para o aço SAE 4340.

Propriedades Mecânicas	Miranda (2003)	ASTM A322	GERDAU	Anazawa et al (2012)	LG STEEL	Experimental (CDI)
Limite de escoamento (MPa)	377	470	min. 900	899	860	642,9
Limite de resistência à Tração (MPa)	660	745	1000-1200	1073	1280	1214,3
Módulo de Elasticidade (GPa)	205	190-210	-	-	-	202
Alongamento (%)	-	22	min. 11	14,2	12,2	15,3
Coefficiente de Poisson	0,3	0,27-0,30	-	-	-	0,33

Dessa forma, fica nítido que muitas outras informações adicionais acerca da composição exata ou da temperatura, por exemplo, afetam diretamente na determinação exata das propriedades mecânicas. Portanto, a técnica de CDI foi condizente com a realidade do material, já que foram obtidos resultados coerentes com o esperado, o que garante que a implementação do sistema de CDI, foi bastante positiva, apesar do grau de dificuldade de sua instalação e do seu uso.

Em resumo, foi possível realizar a caracterização do aço SAE4340 de forma satisfatória, já que os valores obtidos não extrapolaram, quando comparados com os dados da literatura. Entretanto, como não há um padrão definido sobre as propriedades desse aço, ao não saber com precisão os valores correspondentes a cada componente da composição do SAE 4340, serão usados para as análises numéricas os valores obtidos experimentalmente pela técnica de correlação digital de imagens.

8 RESULTADOS NUMÉRICOS

8.1 CASO 1 – CHAPA COM UM ENTALHE

Utilizando o modelo numérico construído no BEMLAB2D, realizou-se a análise incremental do problema a partir do arquivo *.out* gerado. Na etapa de processamento, realizada pelo BemCracker2D, define-se o módulo de processamento, já apresentado anteriormente como módulo III - MECD com propagação, gerando um arquivo *.dat*. Dessa forma, o pós-processamento com a leitura desse arquivo novamente no BEMLAB2D, obtém os valores dos FITs relativos a cada incremento, bem como os resultados de direção de propagação e da malha deformada (Figuras 8.1 e 8.2). Observa-se em comparação com a Figura 7.1 e 8.1, que o caminho de propagação da trinca apresenta um resultado o quão condiz com a realidade do CP estudado. Os resultados obtidos para esse caso, apenas tem a finalidade de calibrar e validar o programa BemCracker2D, a partir da sua nova rotina implementada.

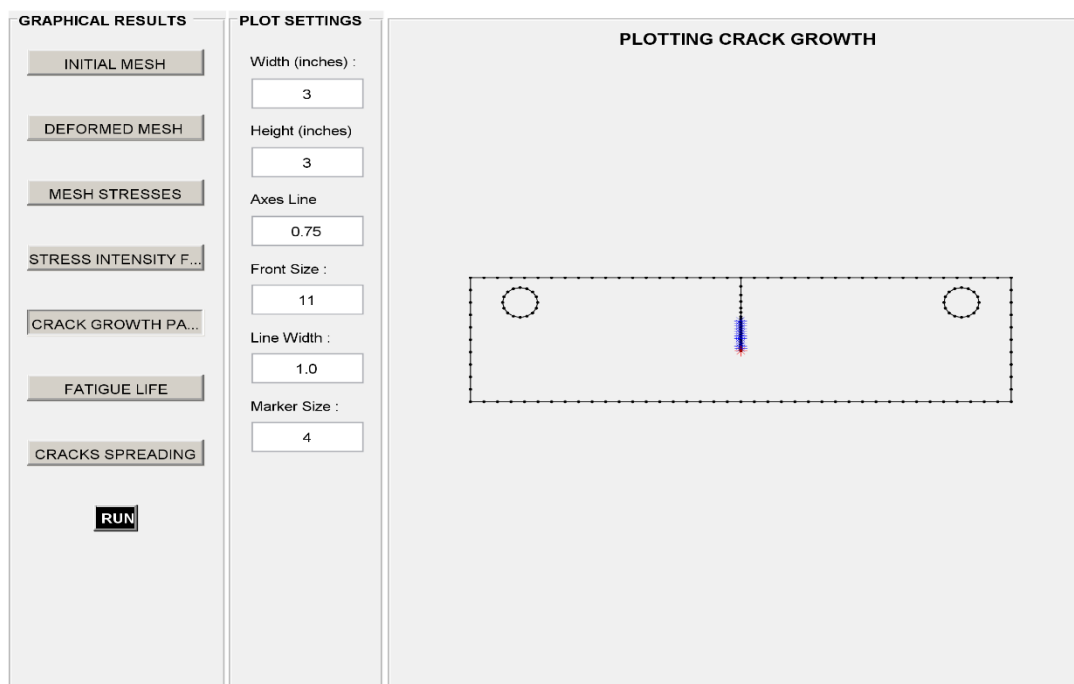


Figura 8.1: Caminho da trinca do Caso 1.

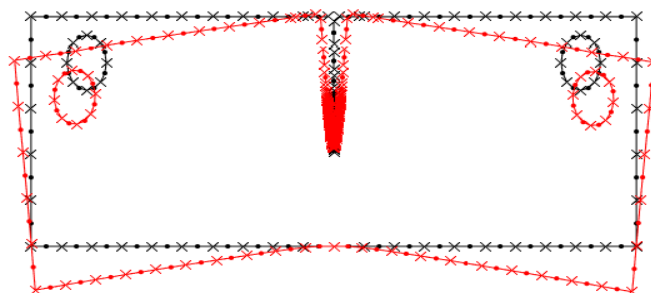


Figura 8.2: Malha deformada do Caso 1.

Os resultados numéricos dos FITs do modo I, calculados pelo BemCracker2D, e o FIT equivalente analítico, utilizados no experimento e calculado através da Equação 3.1, estão apresentados na Tabela 8.1. Observa-se que o erro entre os FITs, foi gradualmente aumentando em conjunto com o aumento da propagação, porém não chegou a ultrapassar 1,26% em módulo, o que determina uma pequena variação entre os resultados, os quais são desprezados para a análise. E na tabela 8.2 estão apresentados os resultados da resistência residual e número de ciclos por incremento para o aço estudado. Dessa forma, o programa se torna válido e seus resultados representam veracidade de informações.

Tabela 8.1: Resultados dos FITs analíticos e numéricos para o Caso 1.

INCREMENTO	K_I (analítico)	K_I (numérico)	Erro (%)
0	33,61	33,59	-0,066%
1	35,85	35,92	0,200%
2	38,26	38,09	-0,445%
3	40,87	40,60	-0,666%
4	43,70	43,35	-0,803%
5	46,78	46,36	-0,906%
6	50,15	49,65	-0,985%
7	53,84	53,27	-1,046%
8	57,90	57,26	-1,094%
9	62,38	61,68	-1,133%
10	67,37	66,59	-1,167%
11	72,94	72,06	-1,205%
12	79,20	78,21	-1,256%

Tabela 8.2: Resultados da Resistência Residual e Ciclos de Carga para o Caso 1.

INCREMENTO	Resistência Residual (kN)	Ciclos de Carga
0	0	0
1	0,94	2541204
2	0,88	4623770
3	0,83	6343019
4	0,77	7746337
5	0,72	8884731
6	0,68	9806393
7	0,63	10546533
8	0,59	11138241
9	0,54	11608388
10	0,50	11979426
11	0,47	12270072
12	0,43	12495887

8.2 CASO 2 – CHAPA COM DOIS ENTALHES

A análise incremental desse segundo caso realizou-se com o uso do modelo numérico construído no BEMLAB2D. Foi definido no BemCracker2D o mesmo módulo utilizado no caso anterior, o qual utiliza o MECD com propagação (módulo III). Os resultados de direção de propagação e da malha deformada podem ser vistos nas Figuras 8.3 e 8.4.

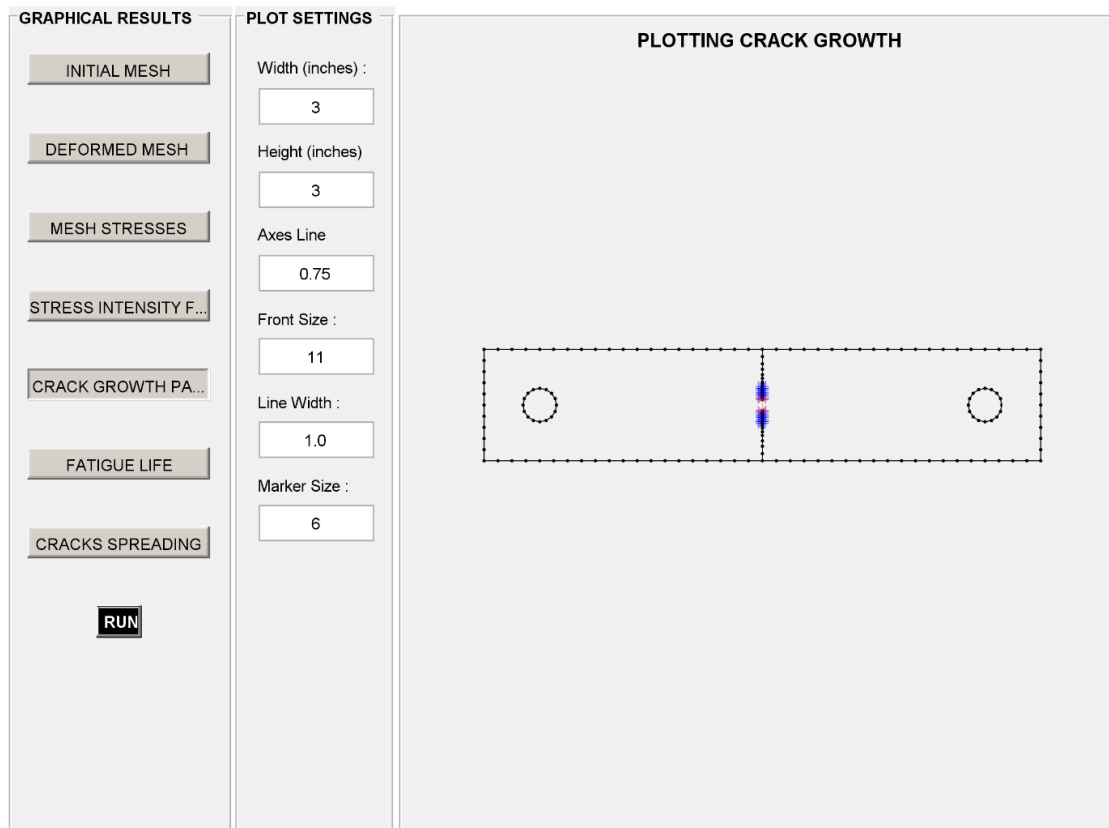


Figura 8.3: Caminho da trinca do Caso 2.



Figura 8.4: Malha deformada do Caso 2.

Após o processamento pelo BemCracker2D, os resultados numéricos dos FITs adquiridos são gerados. Na Tabela 8.3 é comparado os FITs numéricos, correspondentes a cada incremento, com os seus equivalentes analíticos, utilizados no experimento e calculado através da Equação 3.4.

Tabela 8.3: Resultados dos FITs analíticos e numéricos para o Caso 2.

INCREMENTO	K _I (analítico)	K _I (numérico)	Erro (%)
0	48,00	46,02	-4,126%
1	50,05	48,55	-2,981%
2	52,30	50,25	-3,937%
3	54,83	52,59	-4,088%
4	57,69	55,33	-4,101%
5	60,99	58,51	-4,073%
6	64,85	62,24	-4,032%
7	69,49	66,72	-3,986%
8	75,20	72,24	-3,938%
9	82,51	79,30	-3,887%
10	92,37	88,41	-4,295%

Observa-se que o erro, entre os valores dos FITs para esse segundo caso, apresentou uma pequena variação, com um máximo de aproximadamente 4,3%, em módulo. Entretanto, em comparação com o caso 1, o erro, por mais que não possua valores significativos para o estudo, apresentou um valor mais alto quando comparado com o caso anterior, e isso se deve pelo fato de ter várias equações na literatura para esse tipo de corpo de prova com dois entalhes, o que não fica claro qual o modelo de cálculo analítico é o mais adequado para esse caso.

Na Figura 8.5, apresenta-se o gráfico comparativo dos FITs equivalentes obtidos analiticamente no ensaio e pelos resultados numéricos via BemCracker2D. Percebe-se que os valores analíticos foram todos superiores aos do programa, com uma pequena margem de diferença. Dessa forma, é garantido que o programa está apto a reproduzir resultados confiáveis para casos com mais de duas trincas.

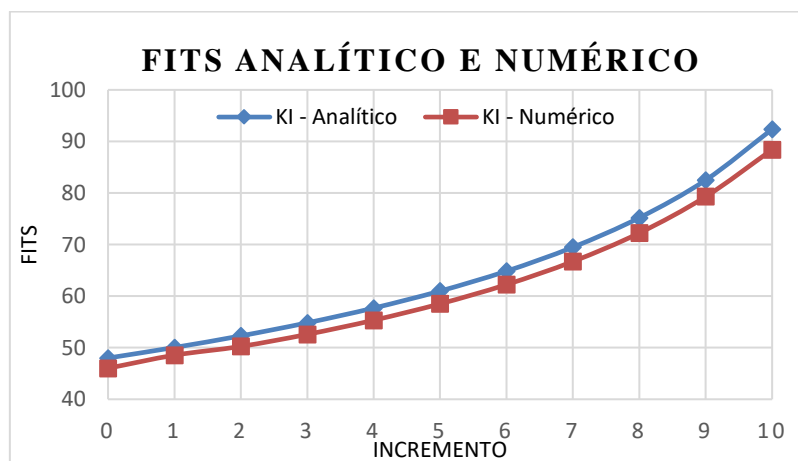


Figura 8.5: FITs Analítico e Numérico do Caso 2.

8.3 CASO 3 – CHAPA COM DUAS TRINCAS HORIZONTAIS

Nesse terceiro modelo de estudo, a análise incremental desenvolvida no BemCracker2D, com o uso do modelo numérico construído no BEMLAB2D, se deu a partir do módulo III utilizando o MECD com propagação e utilizando as três previsões de cálculo para *linkup*, descritas na seção 2.5. O pós-processador do BEMLAB2D gerou os resultados dos FITs, resistência residual, número de ciclos, direção de propagação e apresentação da malha deformada.

O gráfico dos FITs correspondentes aos 8 incrementos, situado na interface do pós-processador, para as duas trincas da chapa, pode ser visto na Figura 8.6. Seus resultados fornecem que o K_I inicial igual a 93,95 e no oitavo e último incremento analisado foi igual a $289,8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

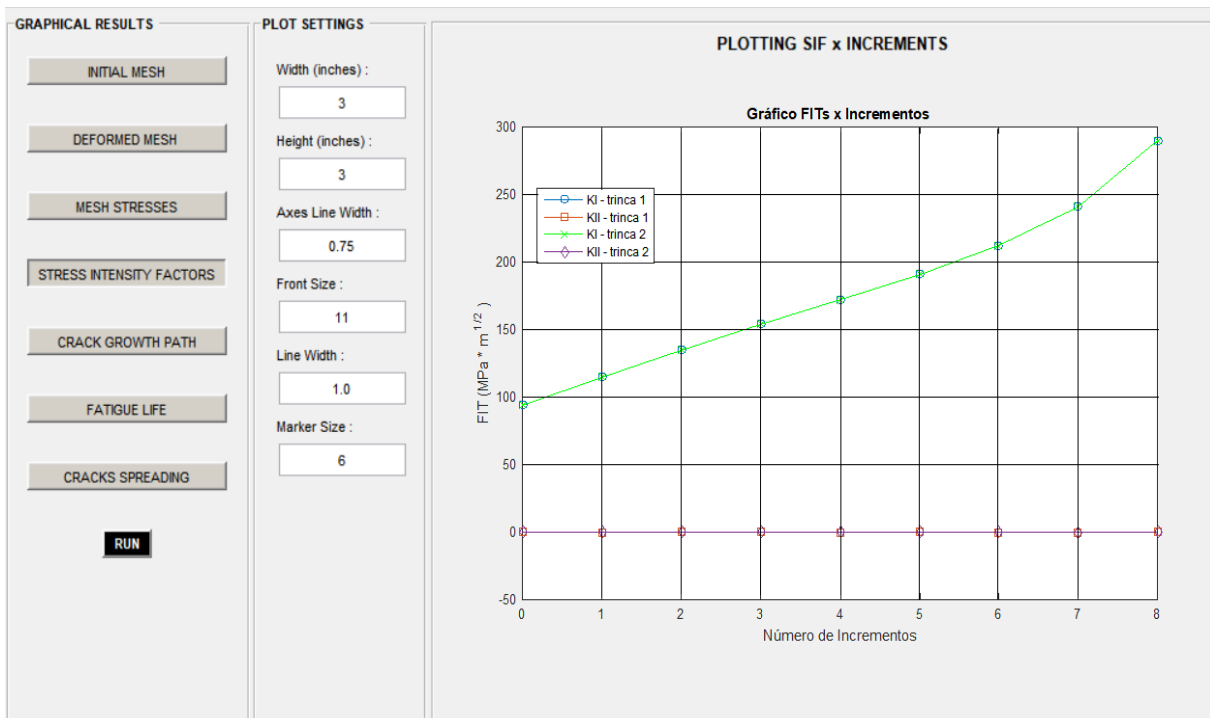


Figura 8.6: Gráfico FIT x Incremento.

No mesmo ambiente gráfico, a Figura 8.7 apresenta os resultados da vida à fadiga expressa em números de ciclos, onde se obtém um total de aproximadamente 376.498 ciclos de carga, com uma resistência residual inferior a 0,4. Esses dados, bem como os valores dos FITs podem ser verificados com o trabalho de Teixeira (2006), onde o autor apresenta resultados bem próximos aos obtidos pelo BemCracker2D.

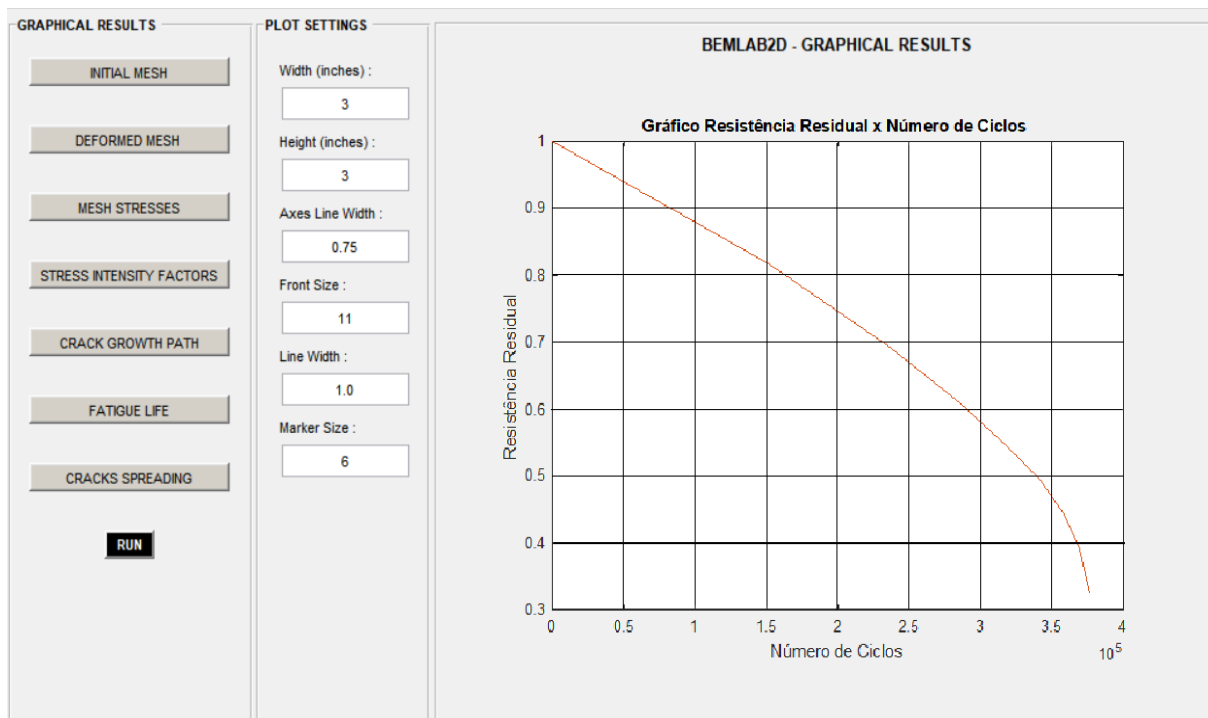


Figura 8.7: Gráfico Resistência residual x Número de ciclos.

A Figura 8.8 mostra o caminho de propagação equivalente aos 8 incrementos, onde as trincas crescem horizontalmente por conta da simetria da chapa. A análise de coalescência de trincas é feita a partir de três critérios, já descritos. Os resultados referentes a cada metodologia referida e implementada no programa estão apresentados nas próximas subseções.

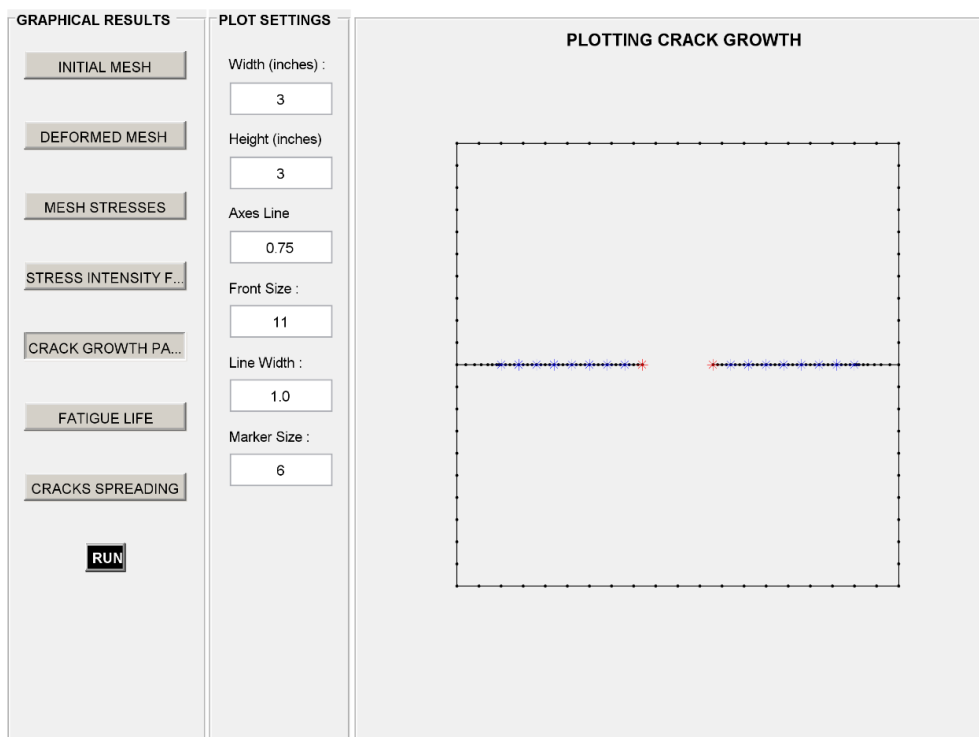


Figura 8.8: Caminho de propagação após 8 incrementos.

8.3.1 Linkup – Irwin

O modelo de cálculo do tamanho do raio plástico de Irwin, descrito na seção 2.5.1, implementado no BemCracker2D, chegou na coalescência das trincas após 6 incrementos, com aproximadamente 358.156,28 ciclos de carga. Os dados acerca do *linkup* das duas trincas dessa chapa, de acordo com Irwin estão apresentados e ilustrados na Figura 8.9.

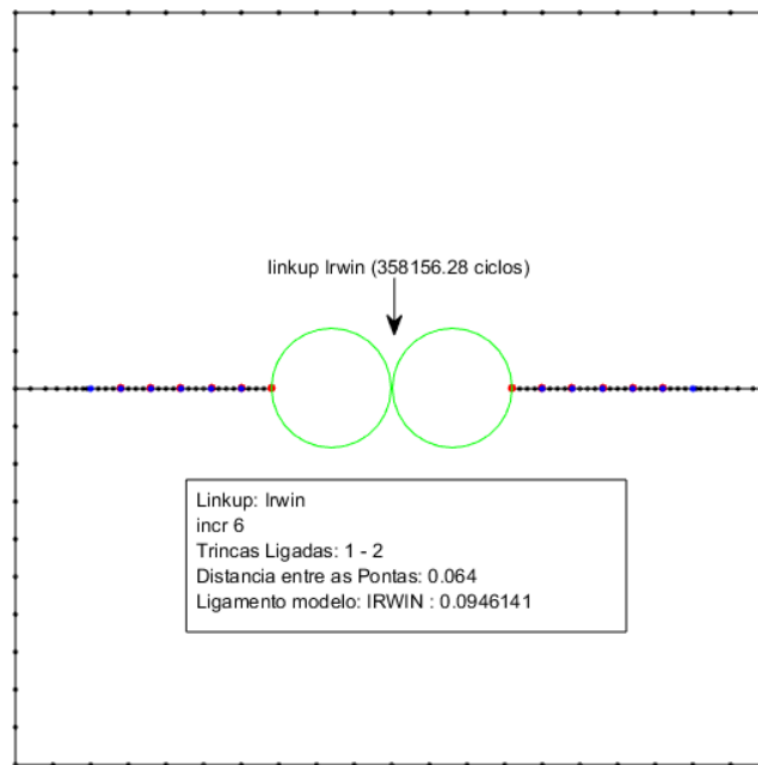


Figura 8.9: *Linkup* pelo modelo de Irwin para o Caso 3.

A configuração deformada da malha, por meio desse critério, pode ser vista na Figura 8.10. Para este modelo, a deformada apresentou uma pequena rotação sentido anti-horário.

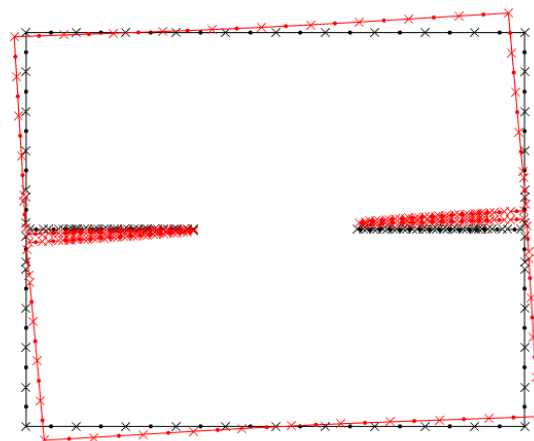


Figura 8.10: Configuração deformada Irwin do Caso 3.

8.3.2 Linkup – Dugdale

Descrito na seção 2.5.2, tem-se o modelo de cálculo do raio plástico de Dugdale, o qual também foi implementado no BemCracker2D. O *linkup* para as trincas da chapa ocorreu após 5 incrementos, com aproximadamente 341.566,38 ciclos de carga. Esses dados estão apresentados e ilustrados na Figura 8.11, onde percebe-se que para esse modelo foram necessários menos incrementos para ocorrer a coalescência quando comparado com Irwin.

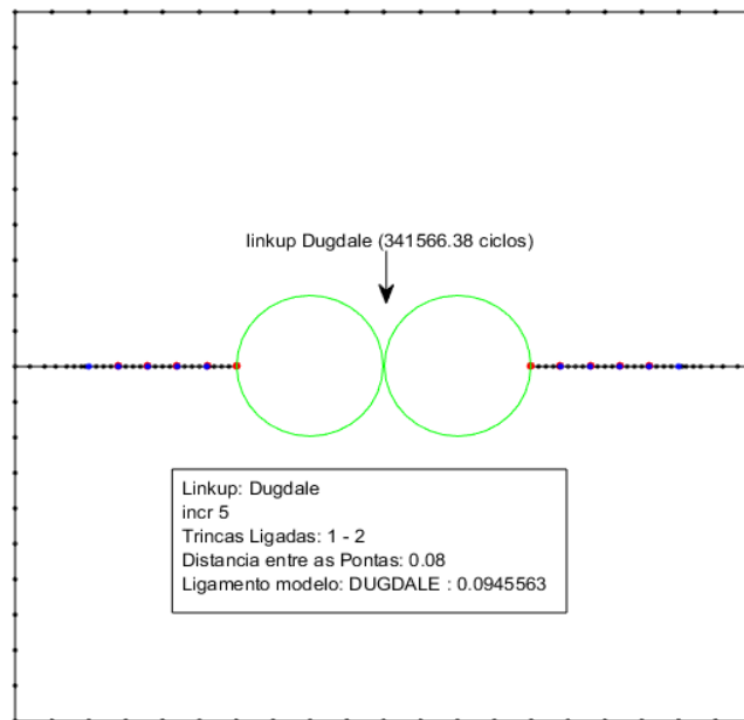


Figura 8.11: *Linkup* pelo modelo de Dugdale para o Caso 3.

A configuração deformada da malha, por Dugdale, pode ser vista na Figura 8.12. Neste modelo, a deformada apresentou um deslocamento no eixo *y* e uma rotação anti-horária maior, quando comparada com o modelo de Irwin.

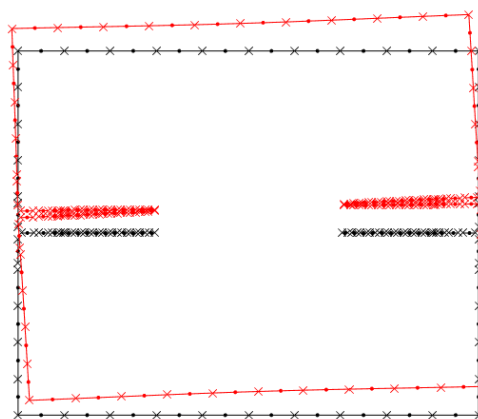


Figura 8.12: Configuração deformada Dugdale do Caso 3.

8.3.3 Linkup – von Mises

O último critério de coalescência pelo do raio plástico implementado foi o de von Mises, descrito na seção 2.5.3. Este modelo chegou na *linkup* das trincas após aproximadamente 369.531,62 ciclos de carga, com 7 incrementos. Ou seja, por ter necessitado de mais incrementos para ocorrer a coalescência, ele apresenta o menor valor do raio plástico ao se comparar com os outros dois critérios. Esses dados estão apresentados na Figura 8.13.

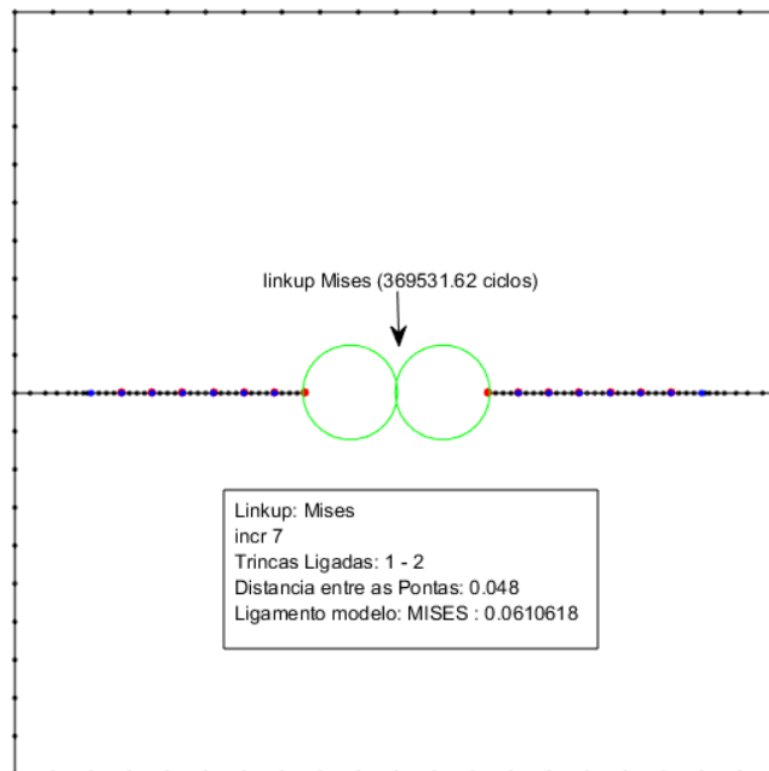


Figura 8.13: *Linkup* pelo modelo de von Mises para o Caso 3.

Contudo, a configuração deformada da malha (Figura 8.14) foi a que apresentou menor variação ao se comparar com Irwin e Dugdale.

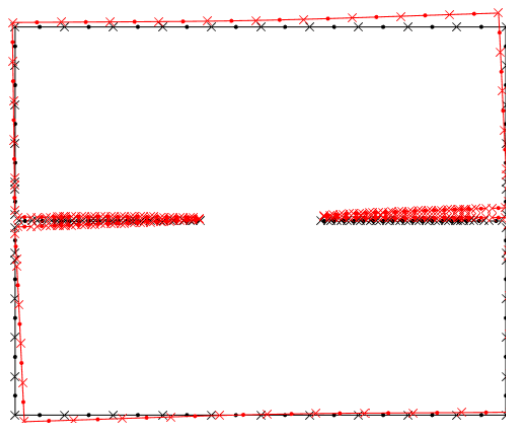


Figura 8.14: Configuração deformada von Mises do Caso 3.

8.4 CASO 4 – CHAPA COM TRÊS FUROS

Esse caso estuda o dano generalizado (MSD) em uma chapa com três furos, através de uma análise de incremental de fadiga, com MECD. Dessa forma, obtém-se dados acerca do crescimento, interação e coalescências das múltiplas trincas presentes na chapa.

Inicialmente, sem consideração de *linkup*, são apresentados na Figura 8.15 (a) e (b), respectivamente, os fatores de intensidade de tensão ao longo dos incrementos de crescimentos das trincas 1 e 5, as quais estão situadas nas extremidades da chapa. Na Figura 8.16 (a) e (b), tem-se os resultados da resistência residual normalizada para as mesmas trincas, respectivamente. Todos os resultados foram obtidos com o programa BemCracker2D.

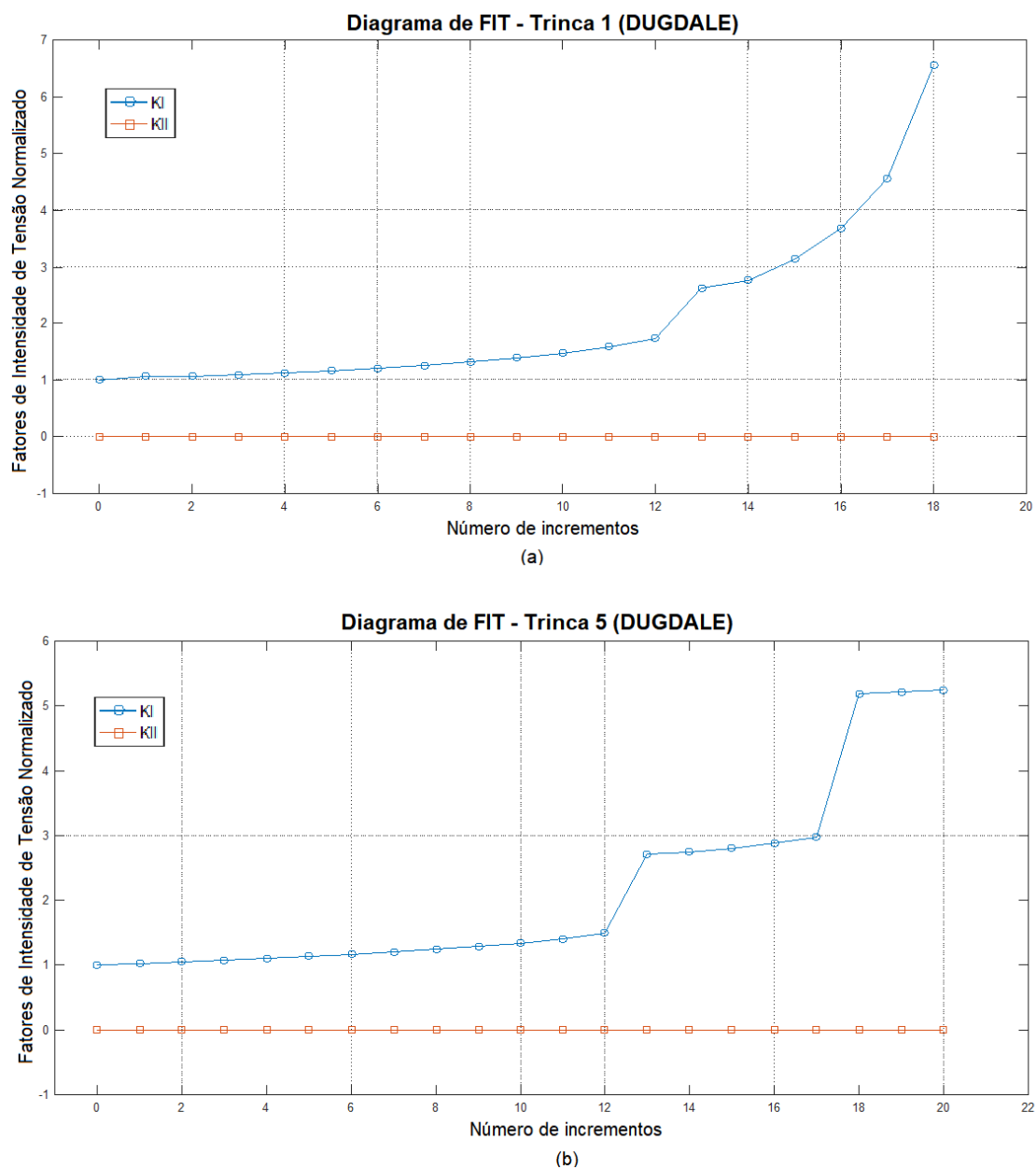


Figura 8.15: FITs pelo número de incrementos (a) Trinca 1 (b) Trinca 5.

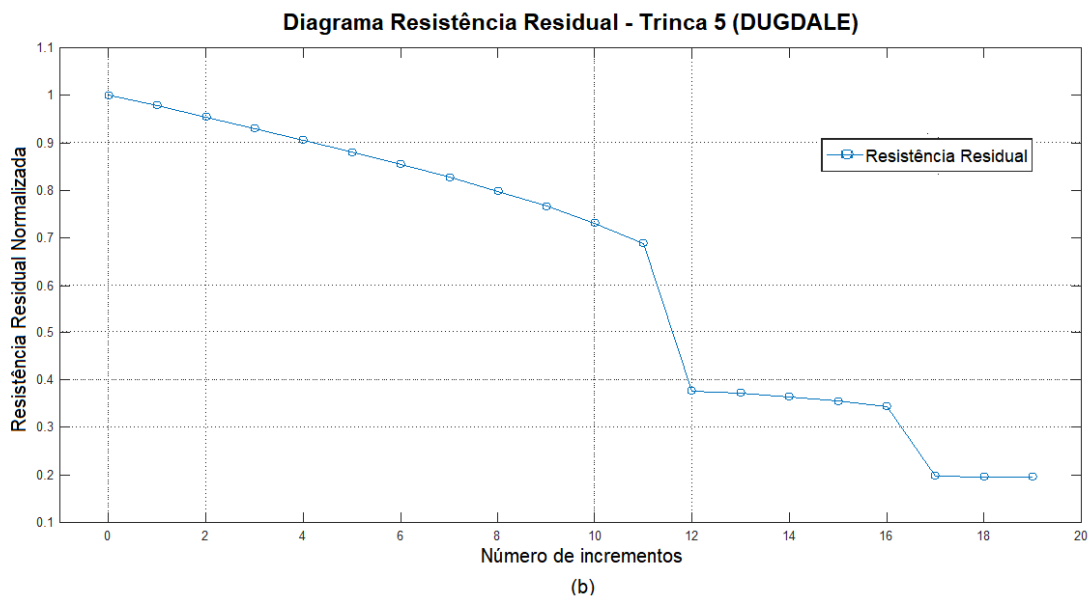
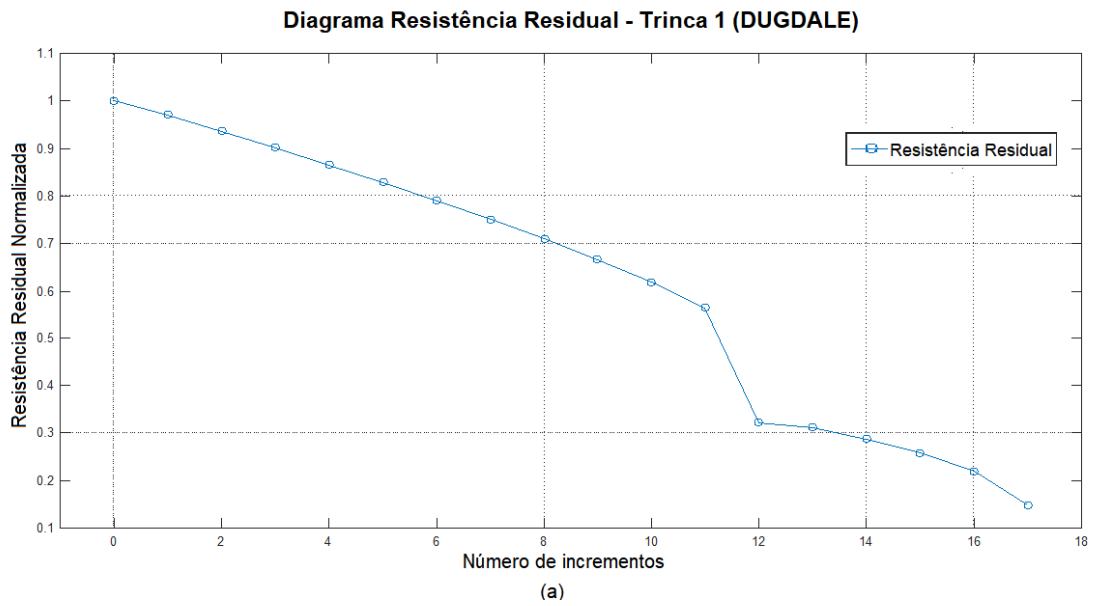


Figura 8.16: Resistência Residual pelo número de incrementos (a) Trinca 1 (b) Trinca 5.

A partir da análise foi possível estabelecer a forma e os detalhes que as trincas de MSD cresceram e originaram a coalescência, gerando uma trinca principal maior que anterior, para cada *linkup* ocasionado, conduzindo à falha global da peça.

Ao longo dos incrementos analisados, a peça sofreu dois ligamentos de trincas em todos os critérios simulados, o primeiro acontecendo entre as trincas 3 e 4, e o segundo entre as trincas 1 e 2. Dessa forma, foram obtidas, pelo pós-processamento, as configurações deformadas do painel, para o primeiro e segundo *linkup*, conforme a Figura 8.17 (a) e (b), respectivamente.

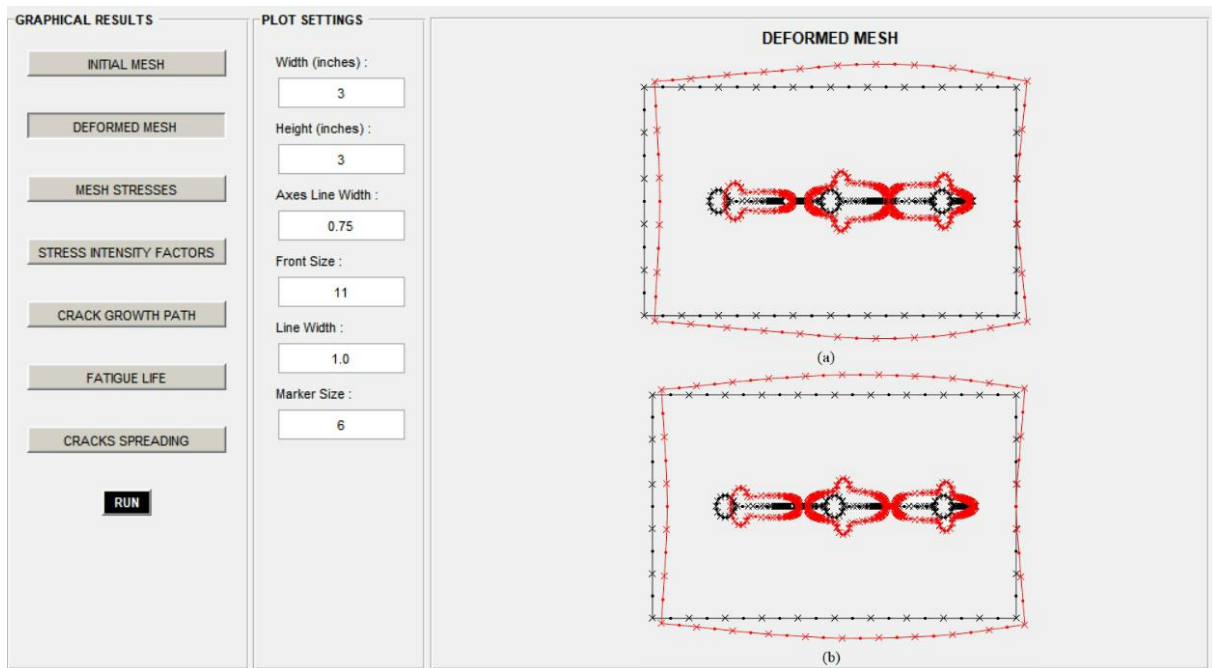


Figura 8.17: Configuração deformada da chapa (a) Primeiro *linkup* (b) Segundo *linkup*.

É possível observar que a capacidade do painel em suportar o carregamento vai diminuindo gradualmente, com o crescimento estável e lento das trincas, até quando está próximo de ocorrer a primeira plastificação do ligamento entre as trincas, onde a zona plástica da trinca 3 e 4, que são oriundas de furos adjacentes, possuem um tamanho significativo permitindo que a zona plástica em crescimento da ponta da trinca 3, toque na zona plástica em crescimento da ponta da trinca 4, produzindo o primeiro *linkup*. Com isso, é alcançada a primeira condição crítica da chapa, gerando uma nova trinca dominante, com comprimento desde a ponta da trinca 2 até a ponta da trinca 5, possuindo um tamanho bastante significativo em relação ao comprimento do painel.

A medida que essa nova trinca formada continua crescendo, a falha do painel fica cada vez mais próxima e pode ser prevista, com a análise. Dessa maneira, o processo continua e a trinca dominante, com ponta na trinca 2, cresce mais rapidamente. A velocidade também aumenta na ponta da trinca 1, e quando suas zonas plásticas se encostam, as trincas coalescem entre o primeiro e segundo furo. O resultado é uma trinca principal maior do que anterior, com comprimento desde a extremidade esquerda do primeiro furo até a ponta da trinca 5.

Para avaliação do *linkup* um processo de pós-processamento foi realizado baseado nos resultados de FIT (K_I) e do caminho de propagação (avanço da trinca em cada incremento) extraídos do BemCracker2D. Esses resultados estão expostos nas próximas subseções, os quais se referem aos critérios de coalescência abordados por Irwin, Dugdale e von Mises.

8.4.1 *Linkup* – Irwin

Como as equações de Irwin e Dugdale, apresentaram resultados com uma pequena variação no que diz respeito aos valores dos FITs, na Figura 8.18 estão expressados os valores dos FITs referente aos dois critérios ao longo dos incrementos.

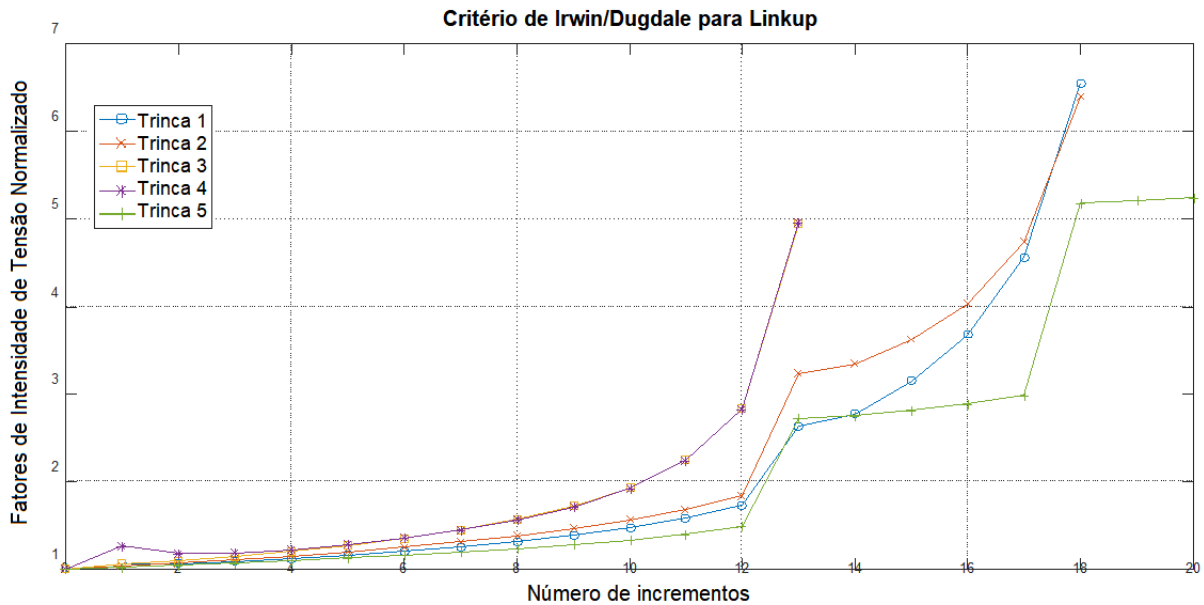


Figura 8.18: FITs das trincas pelos critérios de Dugdale e Irwin.

Observa-se, do gráfico, que as trincas 1 e 2 tenderam a um mesmo valor com pouca variação ao longo do crescimento das trincas, assim como o FIT das trincas 3 e 4, que apresentaram o praticamente o mesmo valor durante a propagação.

Na figura 8.19 (a) e (b), são apresentados os dados referentes ao primeiro e segundo *linkup* ocorridos de acordo com o método de cálculo da zona plástica proposto por Irwin, representando o percurso e a vida à fadiga das trincas de MSD da chapa. É possível notar que as trincas começaram a se propagar lentamente de forma estável. No 13º incremento, com aproximadamente $6,24 \times 10^7$ ciclos de carga, entre o segundo e terceiro furo, as trincas 3 e 4 coalescem e forma uma trinca dominante, desde a ponta da trinca 2, passando pelo segundo e terceiro furo, até a ponta da trinca 5. Já o segundo *linkup* da chapa aconteceu mais rapidamente, pela influência dessa nova trinca dominante, após $6,31 \times 10^7$ ciclos de carga, correspondentes a 18 incrementos de crescimento das trincas.

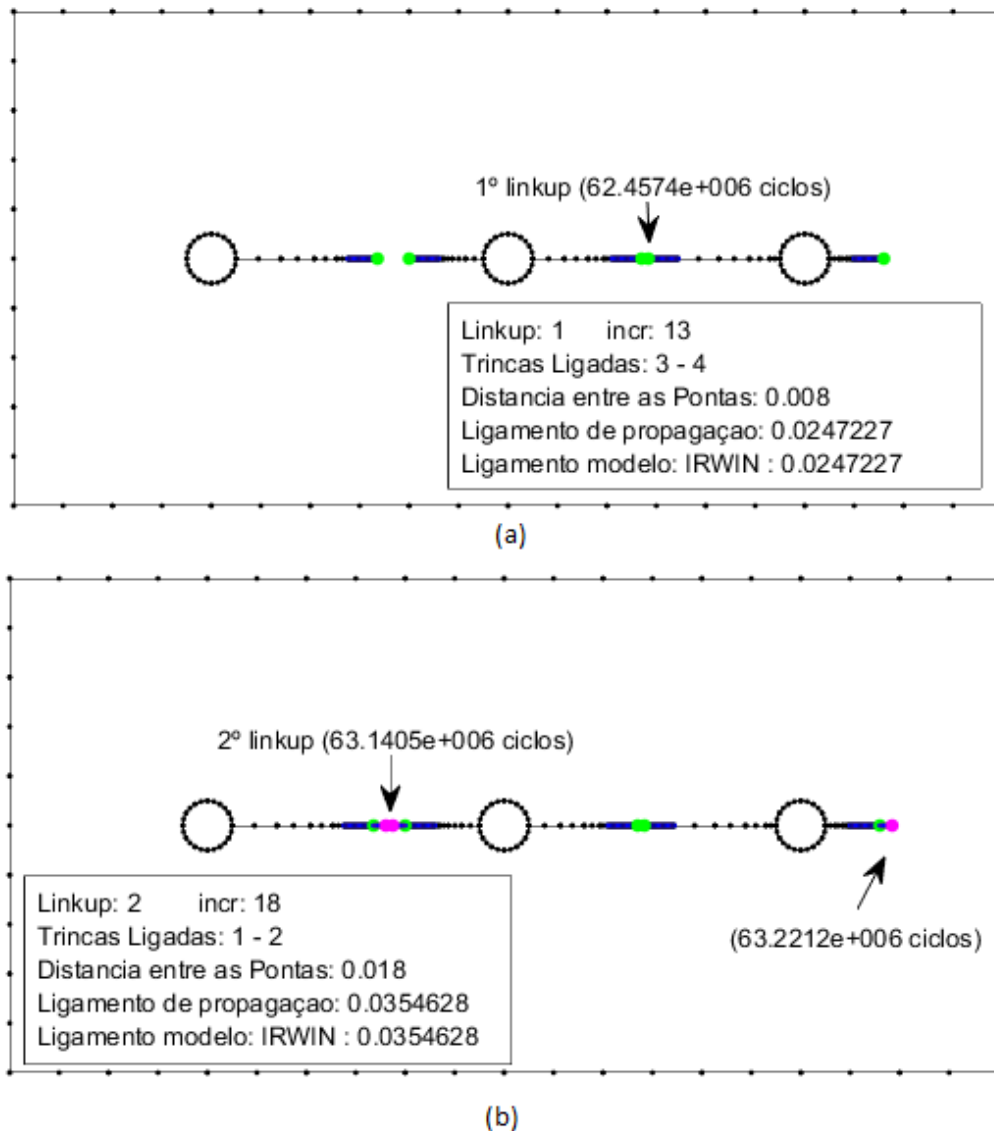
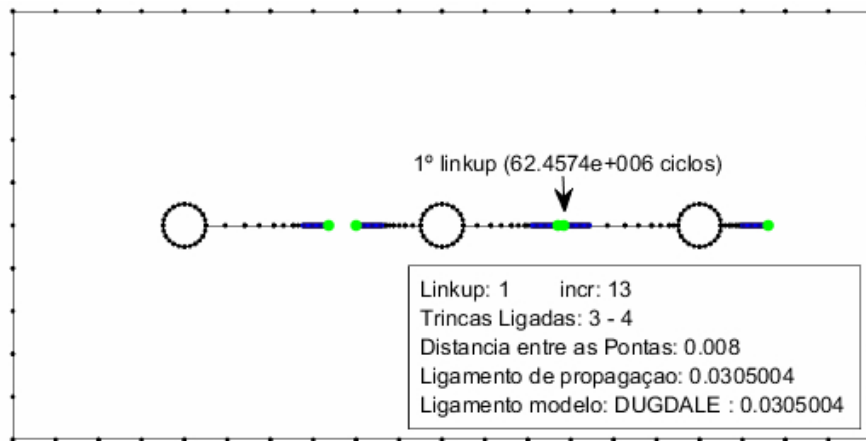


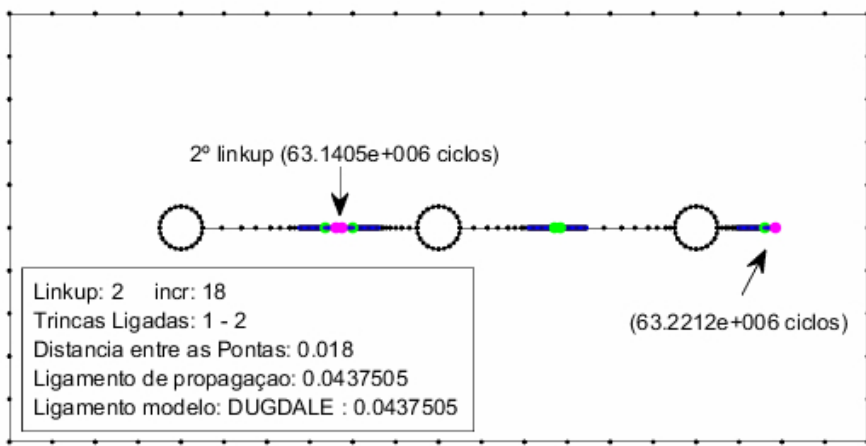
Figura 8.19: Coalescência das trincas pelo critério de Irwin (a) Primeiro *linkup* (b) Segundo *linkup*.

8.4.2 *Linkup* – Dugdale

Na figura 8.20 (a) e (b), são apresentados os dados referentes ao primeiro e segundo *linkup* ocorridos de acordo com o método de cálculo da zona plástica proposto por Dugdale. É observado que os valores referentes ao ligamento de propagação do modelo são bem próximos aos apresentados por Irwin. E, por essa razão, os resultados da coalescência das trincas gerou os mesmos dados, sendo no 13º incremento, com aproximadamente $6,24 \times 10^7$ ciclos de carga, o primeiro *linkup* das trincas 3 e 4, e no 18º incremento, com aproximadamente $6,31 \times 10^7$ ciclos de carga, o segundo *linkup* entre as trincas 1 e 2.



(a)



(b)

Figura 8.20: Coalescência das trincas por Dugdale (a) Primeiro *linkup* (b) Segundo *linkup*.

8.4.3 *Linkup* – von Mises

Na Figura 8.21 está demonstrado graficamente os valores dos FITS referente ao critério de von Mises, ao longo dos incrementos para todas as cinco trincas.

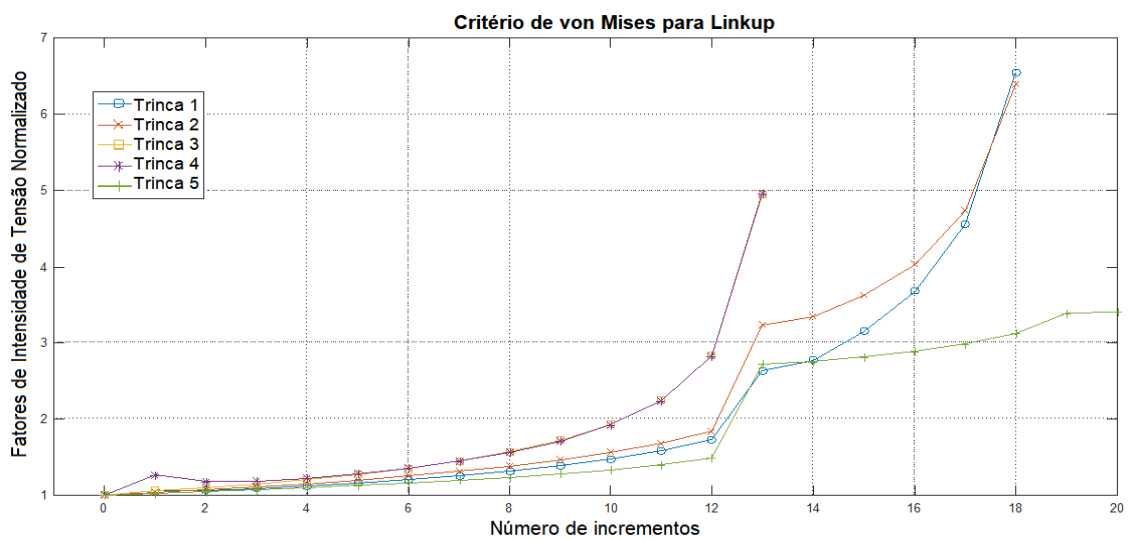


Figura 8.21: FITs das trincas pelo critério de von Mises.

Na figura 8.22 (a) e (b), são apresentados os dados obtidos pelo o método de cálculo da zona plástica proposto por von Mises, referentes ao primeiro e segundo *linkup* ocorridos. Nota-se que o primeiro *linkup* ocorreu como nos demais critérios, no 13º incremento, com o mesmo número de ciclos, já que este é relacionado à trinca dominante. Porém, observa-se que os valores referentes ao ligamento de propagação desse modelo são bem menores quando comparados aos apresentados por Irwin e Dugdale. Por conta disso, o segundo *linkup* das trincas aconteceu no 19º incremento, com aproximadamente $6,36 \times 10^7$ ciclos de carga, entre as trincas 1 e 2.

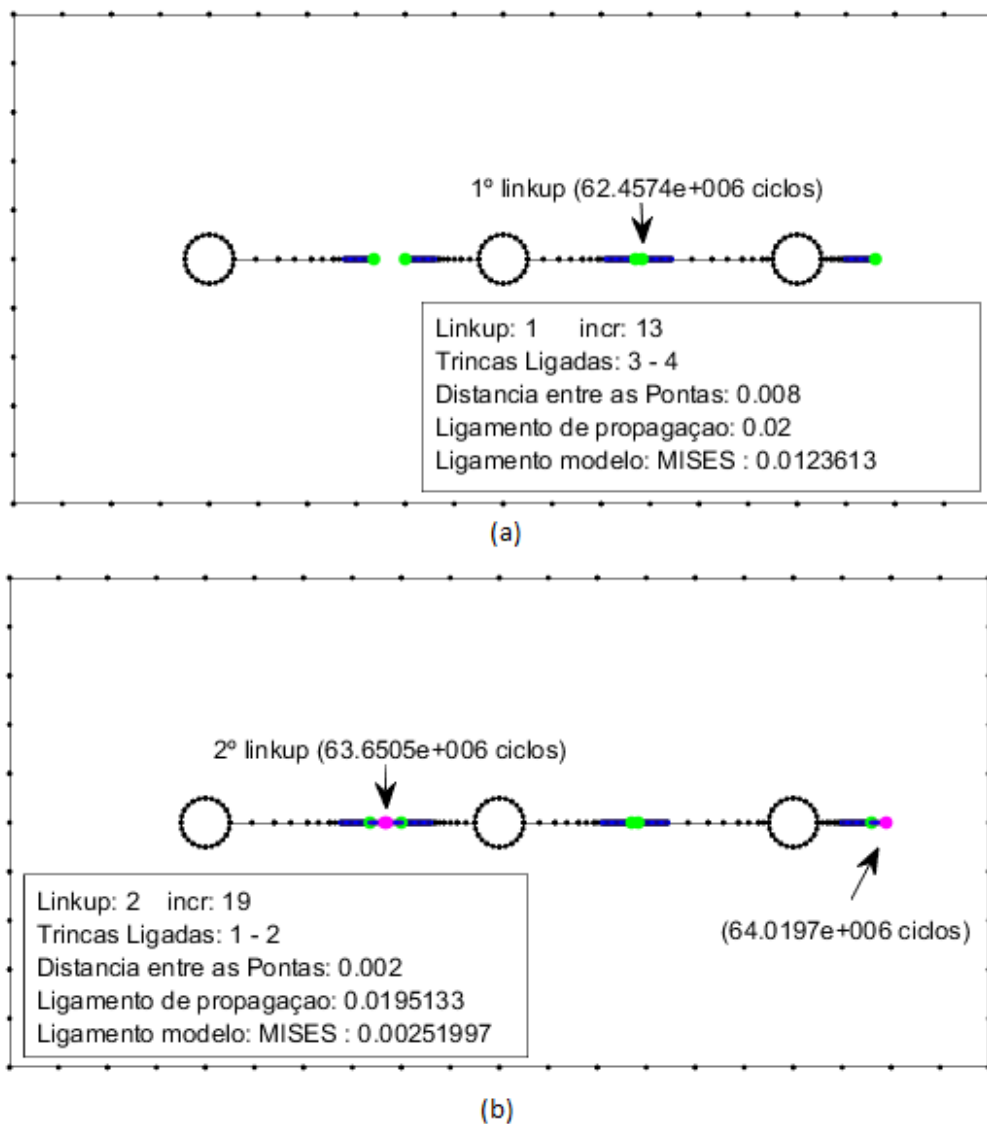


Figura 8.22: Coalescência das trincas pelo critério de von Mises (a) Primeiro *linkup* (b) Segundo *linkup*.

O algoritmo implementado calcula o *linkup* a cada incremento de duas maneiras: pelo critério definido ou pelo avanço das pontas das trincas. Entre esses dados, é utilizado o maior valor

entre eles, para se definir se aconteceu a coalescência. O critério de von Mises foi o único que apresentou o ligamento das trincas através do avanço, ao invés de ter sido pelo seu valor de ligamento. Isso ocorreu, por ele apresentar um valor muito inferior ao avanço.

O cenário de MSD apresenta que a partir do crescimento e coalescência das trincas presentes no painel, a trinca originada pelo ligamento entre elas se torna cada vez maior e tende a controlar a falha do painel, a medida que ela se estende pela chapa e passa pelos outros furos. Esse padrão de ter uma trinca dominante atuando na peça, gera uma forte influência nas demais trincas localizadas próximas a essa trinca. Logo, fica claro a quão perigosa é essa configuração de trincas nesses elementos estruturais.

Em situações reais, nesse tipo de elemento, como na fuselagem de aeronaves, pode ser feito uma estimativa da vida total do painel, através do número de ciclos de carga que são necessários até a geração das falhas, quando as trincas coalescem e se tornam cada vez maiores, com tamanhos críticos mais efetivos. Dessa maneira, é necessário observar o tempo de iniciação das trincas em furos, bem como seu crescimento através de manutenções periódicas. De acordo com padrão MSD, a vida do elemento estará relacionada com o tempo que a disposição das trincas imposta, produza uma trinca cada vez maior e dominante, com aspecto crítico.

9 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

9.1 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou resultados experimentais e numéricos acerca da propagação de trinca por fadiga. A parte experimental, com seus dois modelos de corpos prova, serviu para obter os parâmetros de Paris para o aço SAE 4340, bem como definir suas propriedades mecânicas experimentais. Dessa forma, foi possível calibrar e validar o programa BemCracker2D, para que ele apresentasse resultados mais próximos a realidade. Ainda sobre a parte experimental, ficou nítido a dificuldade do corpo de prova *DENT* de conseguir propagar as trincas, em ambos os ensaios. Provavelmente esse problema ocorreu devido a dificuldade de encontrar alguma base fundamental teórica sobre o ensaio com esse tipo de corpo de prova e com a mesma finalidade, ou seja, ficou concluído que esse tipo de espécime precisa de um ensaio específico, com algum maquinário diferente para gerar as soluções que deveriam ter sido encontradas. Esses problemas poderiam ter sido mitigados, se houvesse mais peças a serem ensaiadas, contudo, como a realização de ensaios desse gênero demandam tempo e disponibilidade de laboratório e máquinas, não foi possível concluir todos os objetivos que se esperavam do ensaio. Dessa maneira, esses espécimes apenas tiveram a finalidade de obter as propriedades mecânicas e os parâmetros de Paris, uma vez que as trincas não propagaram e, logo, não foi possível observar as zonas plásticas no ensaio.

Já na parte numérica os resultados para os quatro casos foram gerados via BemCracker2D, através da construção dos modelos numéricos utilizando a interface gráfica BEMLAB2D. Os casos escolhidos foram os analisados experimentalmente, com intuito de validar o programa, os quais apresentaram resultados bastante próximos a da realidade, e outros retirados da literatura, onde também se notou que a implementação criada para o programa cumpriu com os requisitos acerca da propagação de trincas, gerando resultados eficientes e ampliando o campo de abordagem do programa. As direções de propagação, definidas pelo critério da Máxima Tensão Circunferencial (ERDOGAN & SIH, 1963) no programa BemCracker2D, não apresentaram desvio significativo em relação aos casos analisados, uma vez que a simetria dos casos obteve direções de propagação bastante simples, apenas na forma horizontal, o mesmo que foi encontrado nos ensaios experimentais. Logo, a simulação da propagação das trincas apresentou resultados consistentes quando comparados com os resultados experimentais e, também, na comparação com os resultados encontrados na literatura.

Ficou claro a eficiência gerada pelo uso da interface gráfica BEMLAB2D, desenvolvida por Delgado Neto *et al* (2016), no que diz respeito sobre a modelagem dos casos. Esse programa apresenta ferramentas que auxiliam em todo o processo de construção e definição das propriedades relevantes do modelo geométrico, como os pontos de referência, segmentos retos e segmentos curvos, definição de zonas, montagem da malha de contorno, discretização das trincas e definição dos valores voltados para análise incremental. O processo de modelagem se torna muito mais simples com o uso do BEMLAB2D, visto que a visualização gráfica instantânea do modelo permite já observar todo o problema ao ser desenvolvido. Logo, o BEMLAB2D possui importantes características, que o distingue dos demais programas, principalmente quando é comparado a outros que são necessários definir a geometria dos problemas na forma de texto, o que geram a visualização do modelo apenas após todo o processo da construção, o que torna complicado e ineficiente o desenvolvimento.

Apesar de todas as características funcionais que essa interface gráfica apresenta, ainda se encontram algumas dificuldades durante a construção dos modelos, como não ter uma opção que desfaça algum comando realizado pelo usuário, já que é bastante comum cometer erros nesse tipo de processo. Ainda, foi observado no programa dificuldade durante a modelagem, como em não possuir uma ferramenta que revele a numeração de cada elemento da malha de contorno criada, uma vez que esse número é necessário para definir as condições de contorno de tração e deslocamento. E, para contornar esse inconveniente foi preciso realizar a contagem dos elementos de forma manual. Uma vez, que alguns desses obstáculos sejam resolvidos, o programa apresentará os mais avançados recursos que um *software* para pré- e pós-processamento nessa área pode desfrutar.

No que diz respeito ao programa que realiza o processamento da simulação numérica, o BemCracker2D, desenvolvido por Gomes *et al.* (2016), mostrou-se um *software* robusto e competente, que apresenta módulos que são habilitados em analisar problemas com ou sem trinca e casos com ou sem consideração da propagação. O método dos elementos de contorno dual, proposto por Portela *et al.* (1992), é utilizado pelo programa para análise incremental da propagação de trincas, e foi aplicado para a análise de fadiga de todos os casos com e sem a configuração de múltiplas trincas (MSD), para problemas com amplitude constante. Para cada incremento de extensão de trinca, uma análise de tensão é executada pelo programa usando o MECD e, os fatores de intensidade de tensão são calculados no programa através da técnica da Integral J, introduzida por Rice (1968).

Uma das características mais importante, que diferem o MECD dos demais métodos numéricos, é a geração de novas linhas e colunas adicionais na matriz existente, quando se tem um novo incremento de trinca, dessa maneira, não é preciso o remalhamento do problema para cada incremento, uma vez que esse processo se torna automático a cada propagação.

Os valores dos fatores de intensidade de tensão, calculados pelo BemCracker2D pela técnica da integral J, apresentou resultados eficientes, com pequenas divergências, não significativas, ao se comparar com os dados obtidos experimentalmente e retirados da literatura. O que garante que o programa utiliza uma das técnicas mais capazes e realistas para cálculo dos FITs.

Desse modo, os programas são notoriamente recomendados para trabalhos de análise de propagação de trincas por fadiga com geometria bidimensionais, apresentando resultados bastante próximos dos resultados experimentais obtidos e dos numéricos retirados da literatura. Tanto o programa acadêmico BemCracker2D, como sua interface gráfica BEMLAB2D, conseguiram apresentar resultados satisfatórios sobre a implementação de coalescência de trincas, implementada para o BemCracker2D. O que comprova a facilidade e versatilidade em adicionar novos componentes de análise aos programas.

Em suma, das análises simuladas de *linkup* com múltiplas trincas de fadiga, foi possível observar detalhes acerca da configuração MSD numa chapa, como a influência em que as trincas exercem na outra, independente da sua configuração inicial, quando propagam e se ligam (*linkup*) umas com as outras, geram uma trinca dominante no painel que controla a falha prevista do elemento, na proporção que ela vai aumentando. Por exercer grande influência após atingir um comprimento crítico, o número de ciclos de carga em que a trinca dominante irá causar a falha da chapa, representa um irrelevante fragmento da vida total da chapa, uma vez que a falha será atingida muito rápida. Dessa forma, a vida do elemento estrutural dependerá da duração em que uma situação com múltiplas trincas (MSD), desenvolva uma trinca com tamanho crítico e dominante sobre as demais.

9.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Todos os resultados obtidos apresentaram eficiência e uma ótima precisão. No entanto, ainda se faz necessário expandir o campo de conhecimento acerca dessa área. Com isso, e tendo base nos resultados obtidos e no que foi demonstrado e discutido nesse trabalho, são

apresentadas a seguir algumas sugestões para trabalhos futuros, onde o assunto pode ser mais desenvolvido:

- Ajuste do BEMLAB2D para que possa facilitar ainda mais o processo de modelagem, no que diz respeito a desfazer ações e visualizar a numeração dos elementos;
- Realizar ensaios experimentais em outros tipos de corpos de prova com mais de um entalhe, com o intuito de observar a propagação e coalescência das trincas;
- Utilizar outros programas e métodos de ligamento que reproduzam a coalescência de trincas;
- Obter os valores dos fatores de intensidade de tensão de forma experimental para geometrias com trincas não alinhadas e em direções arbitrárias;
- Utilizar a técnica de Correlação Digital de Imagens para obter resultados de propagação e *linkup* em outras configurações de espécimes.

REFERÊNCIAS

- ANAZAWA, R. M. *et al.* **Caracterização microestrutural e mecânica dos aços 4340 e 300m após tratamentos térmicos isotérmicos e intercríticos.** Conferência Brasileira sobre Temas de Tratamento Térmico, 2012, Atibaia, SP, Brasil.
- ANDERSON, T. L. **Fracture Mechanics – Fundamentals and Applications.** Third edition, CRC Press Publishers, 2005.
- ASTM A322. **Standard Specification for Steel Bars, Alloy, Standard Grades.** ASTM International, West Conshohocken, PA, 2018.
- ASTM E647. **Standart Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates.** 2011.
- BARSOM, J. M.; ROLFE, S. T. **Fracture and Fatigue Control in Structures.** Prentice-Hall, New Jersey, 1987.
- BARTER, S. *et al.* **An Experimental Evaluation of Fatigue Crack Growth.** Engineering Failure Analysis, v. 12, n. 1, p. 99–128, fev. 2005.
- BHARGAVA, R. R.; HASAN S. **Crack-Tip-Opening Displacement for Four Symmetrically Situated Cracks with Coalesced Interior Yield Zones.** Appl. Math. Model. 36, Elsevier Science, 2012.
- BLANDFORD, G. E.; INGRAFFEA, A. R.; LIGGETT, J. A. **Two-Dimensional Stress Intensity Factor Computations Using the Boundary Element Method.** International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 17, p. 387-404, 1981.
- BORGES, M. L. M. **Análise de propagação de trincas por meio da mecânica da fratura.** Dissertação de Mestrado em Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Belo Horizonte, MG, 178p, 2010.
- BREBBIA, C. A. **The Boundary Element Methods for Engineers.** London, New York: Penthec Press, Halstead Press, 1978.
- BREBBIA, C. A.; TELLES, J. C. F.; WROBEL, L. C. **Boundary Element Techniques. Theory and Applications in Engineering.** Berlin-Heidelberg-New York-Tokyo, Springer-Verlag, 464p, 1984.

BROEK, D. **The Practical Use of Fracture Mechanics**. Kluwer Academic Publishers, Title, TA409.B773, 1988.

CASTRO, P. T.; MATOS, P.; MOREIRA, P.; TAVARES, S. E RITCHER-TRUMMER, V. **Problemas de Fadiga e Fractura em Estruturas de Aviões Fabricadas em Alumínio**. Academia das Ciências de Lisboa, 2012.

CARVALHO, C. V. A. **Simulação Bidimensional Adaptativa por Elementos Finitos de Processos de Fraturamento por Fadiga**. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio, 1998.

CILIATO, G. D. **Análise da Resistência e da Tensão de Ligamento em Chapas de Alumínio com Múltiplas Trincas**. Dissertação de Mestrado em Mecânica dos Sólidos e Estruturas, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, 107p, 2004.

CORDEIRO, S. G. P. **Formulações do Método dos Elementos de Contorno Aplicadas à Análise Elástica e à Fratura Coesiva de Estruturas Compostas Planas**. Dissertação de Mestrado em Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 266p, 2015.

DELGADO NETO, A. M. **BEMLAB2D: Interface Gráfica de Modelagem, Visualização e Análise com Elementos de Contorno – Uma Aplicação em Problemas Elastostáticos**. Dissertação de Mestrado, Publicação 005A/2017, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF, 113p, 2017.

DELGADO NETO, A. M.; GOMES, G.; GUIMARÃES, D.C. **BEMLAB2D: GUI Modeling, Visualization and Analysis with Boundary Element – An Application in Elastostatic Problems**, XXXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, CILAMCE, Brasília, Brasil, 2016.

DOWLNG, N. E. **Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue**. Fourth Edition, Pearson, 2013.

ERDOGAN, F.; SIH, G.C. **On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear**. *Journal of Basic Engineering*, v 85, pp.519-527, 1963.

FERNÁNDEZ, L. H. S. **Formulação Dual do Método dos Elementos de Contorno Anisotrópico**. Dissertação de Mestrado em Estruturas, Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 117p, 2012.

GOMES, G. **Aplicação dos Métodos de Elementos de Contorno e Reciprocidade Dual em Problemas de Plasticidade 2D Orientada a Objeto**. Universidade de Brasília - UnB. Brasília, p. 165, 2006.

GOMES, G.; DELGADO NETO, A. **Modeling and 2D Cracks View Using Traction Boundary Integral Equation**. XXXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering - CILAMCE, Brasília, 2016.

GONÇALVES P. C.; PALERMO JUNIOR, L. **Método dos Elementos de Contorno Dual Usando o Operador Diferencial Tangente e a Incorporação de Modelo de Zona Coesiva para Fraturas Elastostáticas**. SIMMEC/EMMCOMP, XI Simpósio de Mecânica Computacional, II Encontro Mineiro de Modelagem Computacional, Juiz de Fora, MG, 2014.

GRIFFITH, A. A. **The Phenomena of Rupture and Flow in Solids**. Phil. Trans. Roy. Soc. of London A221, 163–197, 1920.

HACHI, B. K. *et al.* **Computation of Stress Intensity Factor in Cracked Plates Under Bending in Static and Fatigue by a Hybrid Method**. International Journal of Fatigue, v. 29, n. 9-11, p. 1904–1912, set. 2007.

HERTZBERG, R. W. **Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials**. Third Edition, John Wiley & Sons, 1989.

HUSSAIN, M.A.; PU, S.U.; UNDERWOOD, J. **Strain Energy Release Rate for a Crack under Combined Mode I and II**. ASTM STP 560, 1974, pp. 2-28.

INGLIS, C. E. **Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corners**. Trans. Inst. Naval Architects 55, 219-241, 1913.

IRWIN, G.R. **Fracture Dynamics**. Fracturing of Metals, Cleveland: American Society of Metals, pp.147-166, 1948.

IRWIN, G. R. **Fracture Mechanics**. Struct. Mechanics, Pergamon Press, New York, 1960.

IRWIN, G. R. **Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness**. Proc. 7th Sagamore Conf., p.IV-63, 1960.

IRWIN, G.R. **Onset of Fast Crack Propagation in High Strength Steel and Aluminum Alloys**. Sagamore Research Conference Proceedings, v.2, pp.289-305, 1956.

JUDT, P. O.; RICOEUR, A.; LINEK, G. **Crack Paths at Multiple-Crack Systems in Anisotropic Structures: Simulation and Experiment**. Procedia Mater Sci, 3, 2122-2127, 2014.

KANNINEN, M. F.; POPLAR, C. H. **Advanced Fracture Mechanics**. Oxford University Press, New York, 1985.

LACERDA, L. A.; WROBEL, L. C. **Dual boundary element method for axisymmetric crack analysis**. *International Journal of Fracture*, 113 (3). pp. 267 – 284, 2002.

Legrand, L.; Lazarus, V. **Front shape and loading evolution during cracks coalescence using an incremental perturbation method**. *Engineering Fracture Mechanics*, 133, 40–51, 2015.

LIU, Y. P. *et al.* **Fatigue Life Prediction of Semi-Elliptical Surface Crack in 14MnNbq Bridge Steel**. *Engineering Failure Analysis*, v. 17, n. 6, p. 1413–1423, set. 2010.

MA, L.; KOBAYASHI, A. S.; ATLURI, S. N. *et al.* **Experimental Mechanics**. 42: 147, 2002.

MANDAI, J. T. **Determinação dos Parâmetros para Crescimento de Trincas em Ligas Metálicas: Modelagem e Experimentação**. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.DM-150A/10, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 158p, 2010.

MALDANER, M. **Obtenção do Fator de Intensidade de Tensão pelo Método da Função de Green Local Modificado**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Florianópolis, SC, 1993.

MAZZOLENI, P. **Uncertainty estimation and reduction in digital image correlation measurements**. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Politecnico Di Milano, 142p, 2013.

MEDINA, J. A. H. **Avaliação de Previsões de Fratura Elastoplástica**. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, RJ, 203p, 2014.

MIRANDA, A. C. O. **Propagação de Trincas por Fadiga em Geometrias 2D Complexas Sob Cargas Cíclicas Variáveis**. Tese de Doutorado em Estruturas, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 106p, 2003.

MOTE, E. B.; OPALSKI, F. A. **MSD: Where We Are and Where We Should Go**. USAF Structural Integrity Conference, 1993.

NAVARRO, C.; VÁZQUEZ, J.; DOMÍNGUEZ, J. **3D Vs. 2D Fatigue Crack Initiation and Propagation in Notched Plates**. *International Journal of Fatigue*, v. 58, p. 40–46, jan. 2014.

NUNES, M. R. P. P. **Um Novo Algoritmo para Modelagem de Mecânica da Fratura Usando o Método dos Elementos de Contorno**. Dissertação de Mestrado em Estruturas, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 79p, 2010.

OROWAN, E. **Fracture and Strength of Solids**. Reports on Progress in Physics, v XII, pp.185, 1948.

PARIS, P. C. **The Growth of Fatigue Cracks Due to Variations in Load**. Ph.D. Thesis, Lehigh University, 1962.

PARIS, P. C; ERDOGAN, F. **A Critical Analysis of Crack Propagation Laws**. *Journal of Basic Engineering*, v. 85, pp. 528-534 1960.

PARIS, P. C.; SIH, G. C. **Stress Analysis of Cracks**. In Fracture Toughness and Testing and its Applications. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, STP 381, pp. 30-83, 1965.

PARVANOV S.; GOSPODINOV G. **A Dual Boundary Element Procedure for Analysis of Fracture in Concrete**. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, pp. 67-82, 2007.

PORTELA A.; ALIABADI, M. H.; ROOKE, D. P. **Dual Boundary Element Analysis of Cracked Plates: Singularity Subtraction Technique**. *International Journal of Fracture*, 55:17-28, 1992.

PORTELA, A.; ALIABADI, M. H.; ROOKE, D. P. **The Dual Boundary Element Method: Effective Implementation for Crack Problems.** *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 33, 1269-1287, 1992.

PORTELA, A.; ALIABADI, M. H.; ROOKE, D. P. **Dual Boundary Element Incremental Analysis of Crack Propagation.** *Computer and Structures*, Vol. 46, pp. 237-247, 1993.

RAMÍREZ, R. R. **Ensaio mecânico e correlação digital de imagens aplicados à caracterização das propriedades mecânicas de um ferro fundido e poliestireno.**

Dissertação de Mestrado em Integridade de Materiais da Engenharia, Publicação Nº. 047ª/2017, Faculdade UnB Gama/FT/Universidade de Brasília, DF, 104p, 2017.

RICE, J. R. **A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks.** *Journal of Applied Mechanics*, pp. 379-386, 1968.

ROSA, E. **Análise de Resistência Mecânica: Mecânica da Fratura e Fadiga.** Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 407p, 2002.

SANTANA, E. **Análise do Crescimento à Fadiga, Interação e Coalescência de Múltiplas Trincas com o Método dos Elementos de Contorno Dual.** Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-023A/15, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 72p, 2015.

SEIFI R.; GHADIMIAN, O.; RANJBARAN, M. **Study on life and path of fatigue crack in multiple site damage plates.** *International Journal of Fatigue*, 80, 449–458, 2015.

SIH, G. C. **Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems.** Noordhoff International Publishing, Leiden, 1973.

SIH, G.C. **Strain-Energy-Density Factor Applied to Mixed Mode Crack Problems.** *International Journal of Fracture Mechanics*, v. 10, 1974, pp. 305- 321.

SILVA, R. M. **Transição de Trinca Bidimensional para Unidimensional por Fadiga.** Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.DM – 003A/15, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 97p, 2015.

- STROHAECKER, T. R.; BASTIAN, F. L. **Avaliação do Efeito do Hidrogênio Sobre o Comportamento à Fratura de um Aço de Alta Resistência Mecânica.** Anais dos Painéis do Encontro sobre Gases em Metais e Ligas, São Carlos, SP, 1986.
- SWIFT, T. **Widespread Fatigue Damage Monitoring – Issues and Concerns.** Proc. 5th Int. Conf. on Structural Airworthiness of New and Ageing Aircraft, pp. 113-150, 1993.
- TAN, J. T.; CHEN, B. K. **A new method for modelling the coalescence and growth of two coplanar short cracks of varying lengths in AA7050-T7451 aluminium alloy.** *International Journal of Fatigue*, 49, 73–80, 2013.
- TEIXEIRA, R. S. **Metodologia de Análise de Fadiga em Componentes Estruturais de Aço Baseada na Mecânica Da Fratura.** Dissertação de Mestrado Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 106p, 2004.
- TEIXEIRA, M. C. **Análise Elastoplástica Da Propagação De Trincas Pelo Método Dos Elementos De Contorno.** Tese de Doutorado em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 171p, 2006.
- TIMOSHENKO, S.; Goodier, J. **Theory of Elasticity.** McGraw Hill, 1970.
- YAN, X.; MIAO, C. **Interaction of multiple cracks in a rectangular plate.** *Applied Mathematical Modelling*, 36, 5727–5740, 2012.
- WEELS, A. A. **Unstable Crack Propagation in Metals – Cleavage and Fast Fracture.** Crack Propagation Symposium Proc., Cranfield College of Aeronautics, 1961.
- WESTERGAARD, H. **Bearing Pressures and Cracks.** Journal of Applied Mechanics, 1939.
- WILLIAMS, M. L. **On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack.** Journal of Applied Mechanics, 24, pp. 109-114, 1957.

APÊNDICES

APÊNDICE A

Com o propósito de demonstrar detalhadamente a etapa de pré-processamento, via BEMLAB2D, para modelagem de problemas de propagação de trincas por fadiga, será utilizado, como exemplo, o CP01 do tipo *SENT* (*Single Edge Notched Bend*), sua geometria está ilustrada na Figura A.1, em centímetros. O material usado no ensaio é um aço SAE 4340 recozido, com as seguintes propriedades mecânicas: módulo de Young $E = 205$ GPa; resistência ao escoamento $S_Y = 377$ Mpa; resistência à ruptura $S_U = 660$ MPa; e coeficiente de Poisson $\nu = 0,30$. Segundo os resultados obtidos experimentalmente acerca da análise de propagação de trincas por fadiga, as constantes de Paris desse aço são: $C = 5,0 \cdot 10^{-12}$ e $m = 3,1445$.

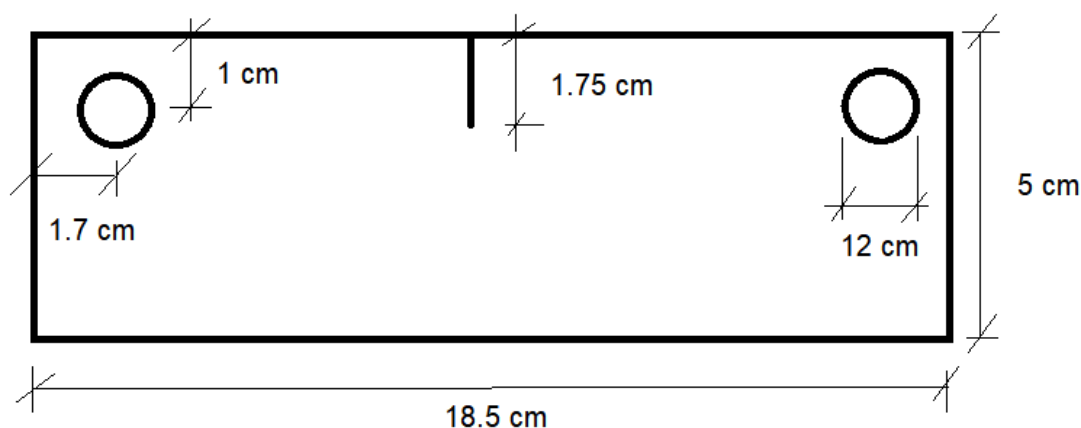


Figura A.1: Geometria do corpo de prova do tipo SENT.

A princípio é importante definir um sistema de coordenadas cartesianas, em um ponto de referência, para que sejam definidos todos os pontos na construção dos segmentos retos e curvos no BEMLAB2D. Na Figura A.2, tem-se o sistema de coordenadas escolhido, com sua origem na extremidade inferior esquerda da peça.

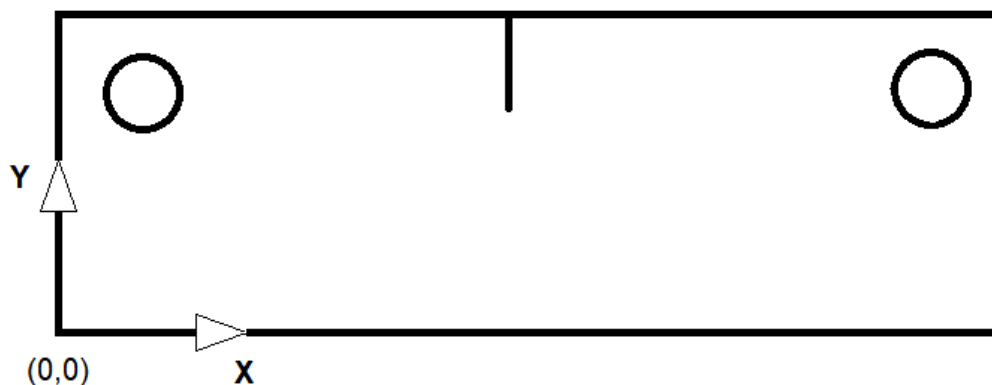


Figura A.2: Sistema de coordenadas cartesianas adotado.

De acordo com a geometria apresentada, é preciso definir os pontos de referência para a construção de seis segmentos retos e dois segmentos curvos (dois círculos representando os furos da peça).

A Figura A.3 apresenta três modos de construção dos segmentos a partir de pontos de referência, onde o ponto inicial, final e central são, respectivamente, o P_i , P_f e P_c . A Figura A.3 (a) mostra como constrói um segmento de linha partindo de um ponto inicial e um ponto final. A Figura A.3 (b) exemplifica a construção de um círculo pelo uso do segmento curvo, em torno de um ponto central, onde os pontos inicial e final são os mesmos. A utilização da construção no sentido horário ou anti-horário, apenas irá alterar a ordem de numeração de elementos na etapa de geração de malha, logo, no que diz respeito ao desenho nada será afetado.

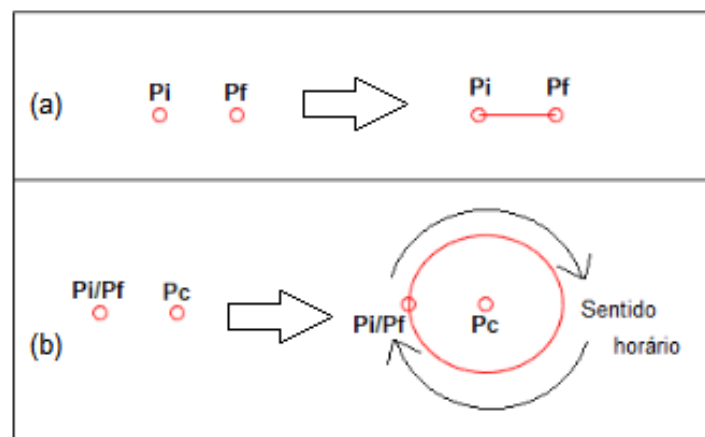


Figura A.3: (a) Exemplo de segmento reto; (b) Exemplo de segmento curvo.

Logo, utiliza-se nove pontos de referência para a construção da geometria apresentada, conforme ilustrado na Figura A.4.

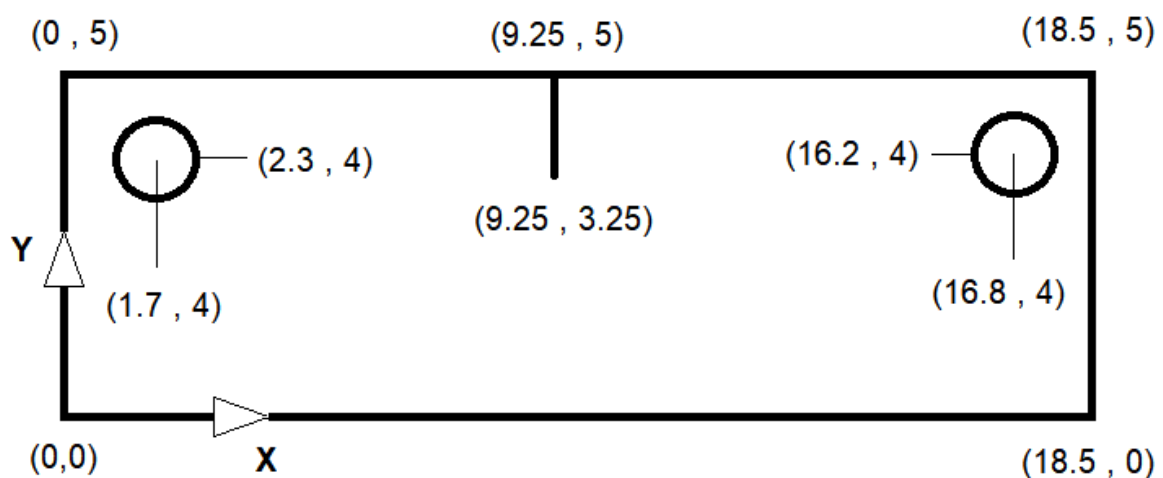


Figura A.4: Pontos de referências utilizados.

Ao iniciar o BEMLAB2D é preciso definir os limites do visualizador do programa para melhor enquadramento do desenho (Figura A.5), antes de entrar com as coordenadas de cada ponto. Esse comando é feito através do botão *Scale* na parte inferior do programa, onde é possível definir os valores de X_i , X_f , Y_i e Y_f para definir os limites verticais e horizontais.

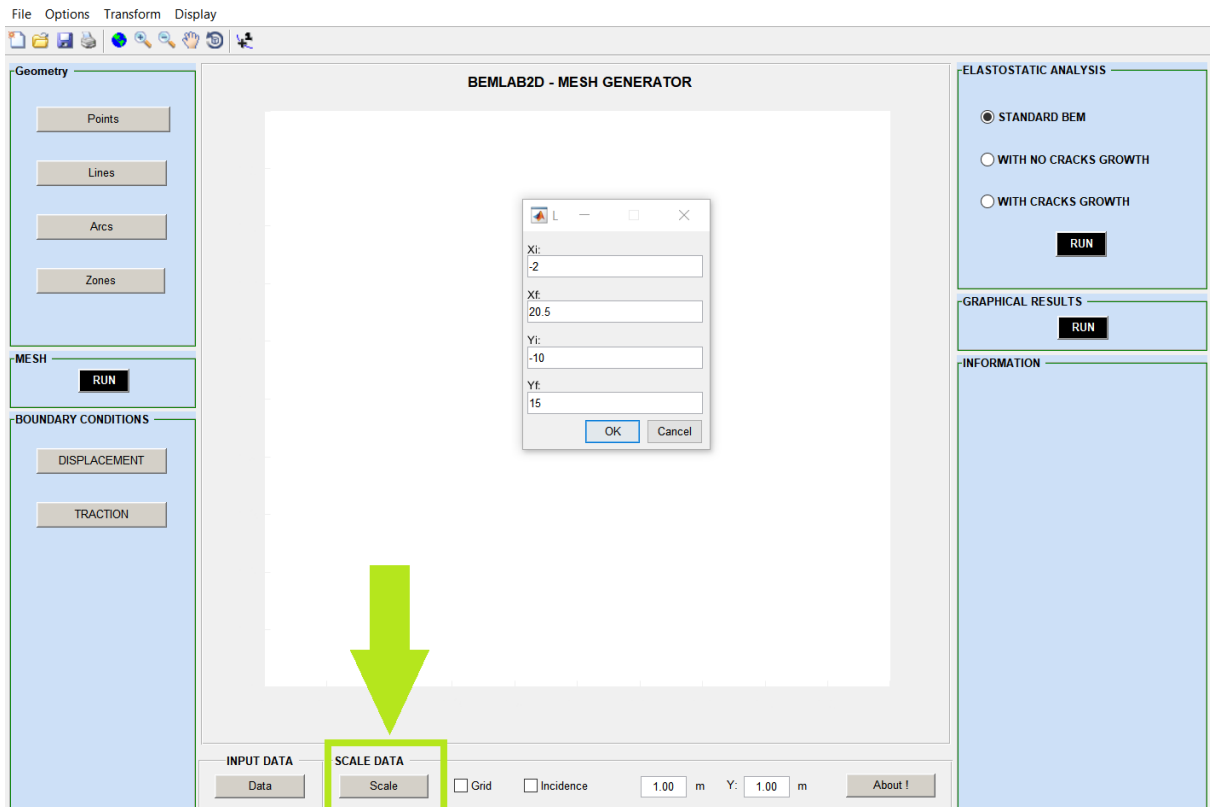


Figura A.5: Janela para entrada dos valores dos limites do visualizador do BEMLAB2D.

A seguir entra-se com as coordenadas dos pontos de referência, através do botão *Points* na parte esquerda do programa, destinada para definição da geometria (Figura A.6). É possível entrar com os valores dos pontos individualmente, ou de uma vez só separando por vírgulas. Os pontos de referência criados estão ilustrados na Figura A.7.

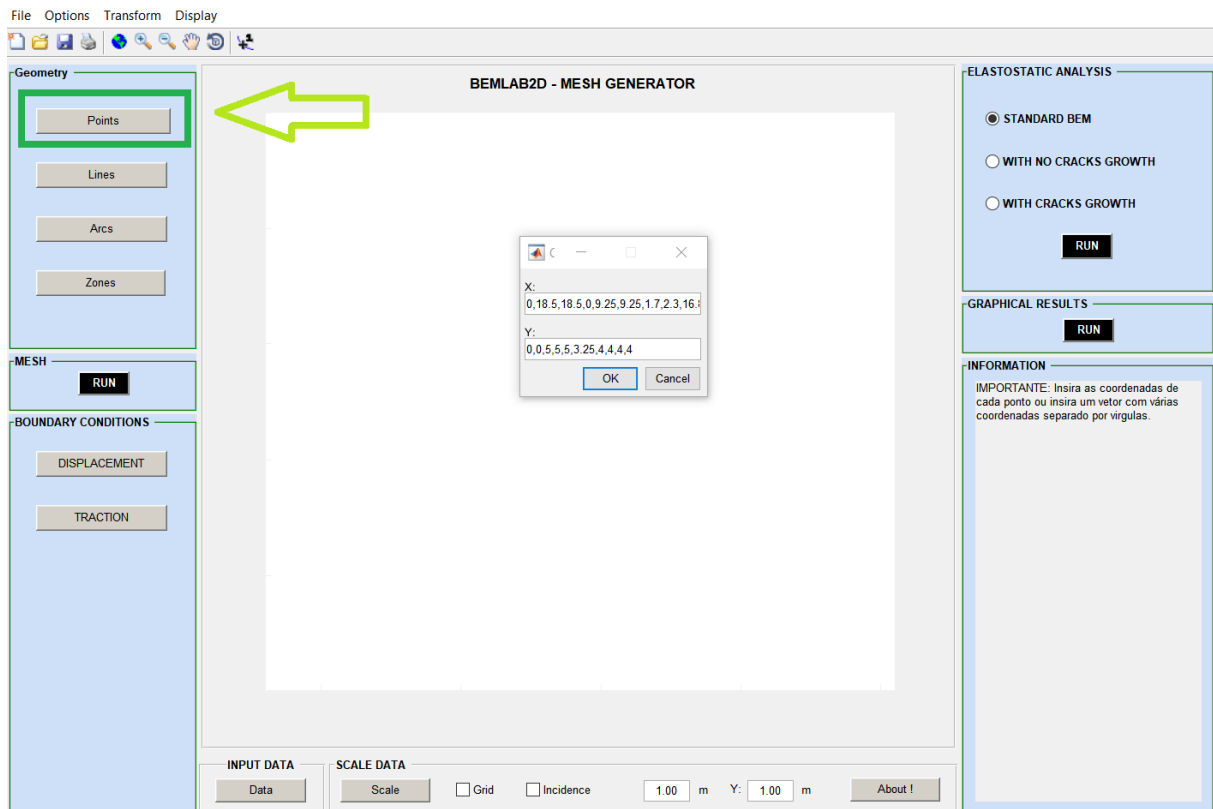


Figura A.6: Janela para definição das coordenadas dos pontos de referência.

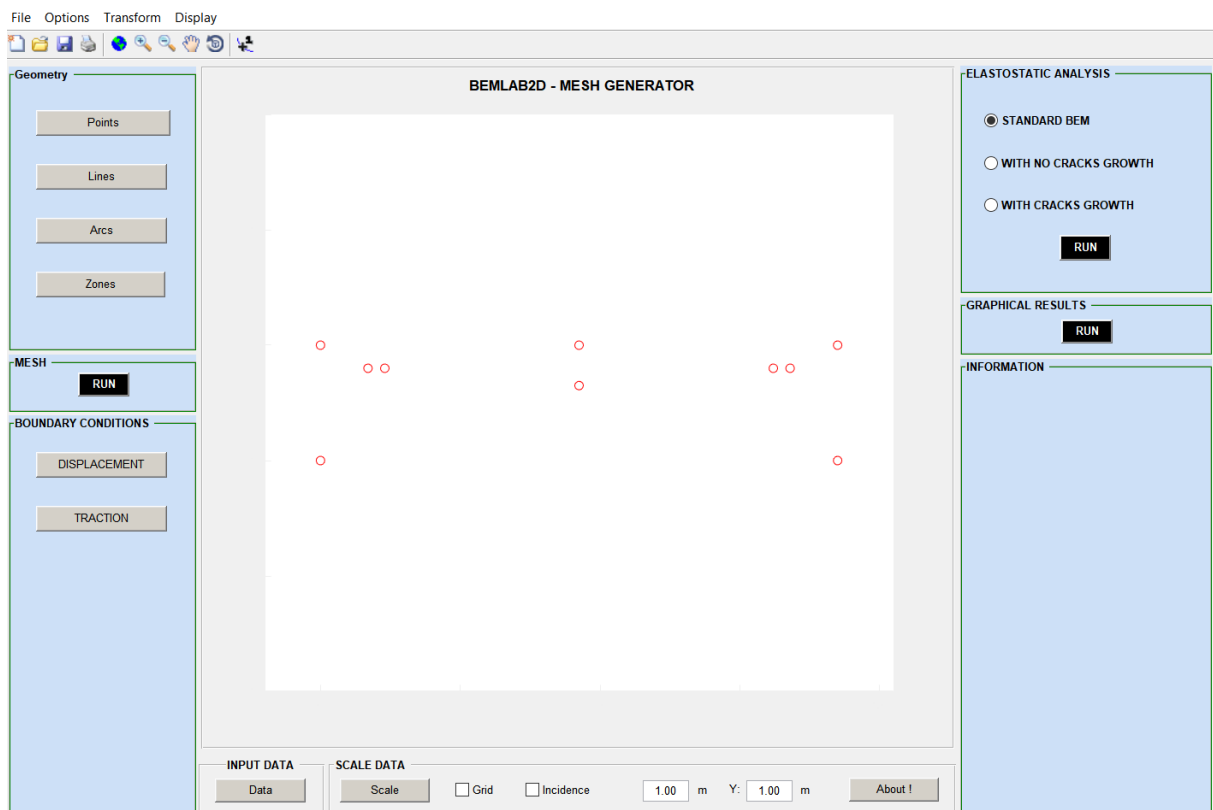


Figura A.7: Pontos de referência criados.

O próximo passo é criar os segmentos retos, com o uso dos pontos de referência, no botão *Lines*, situado na mesma área definida como *Geometry*. Após clicar com o mouse no ponto de referência inicial e no ponto de referência final, o segmento reto é criado. É importante que se siga uma sequência para a construção do modelo, onde o último segmento se conecte com o próximo, para fechar corretamente o contorno do problema.

É importante se atentar, no sentido que se constrói o modelo, pois para diferentes tipos de zonas, devem ser utilizados sentidos, horário e anti-horário, diferentes. Nesse caso, como existe a presença de uma zona mestre e duas zonas de furo, a primeira foi construída no sentido anti-horário e a segunda desenhada no sentido horário. Após finalizar todos os segmentos retos, ao clicar no botão *enter* do teclado, o programa entende que acabou de utilizar o comando *Lines*. A Figura A.8 apresenta os segmentos retos construídos.

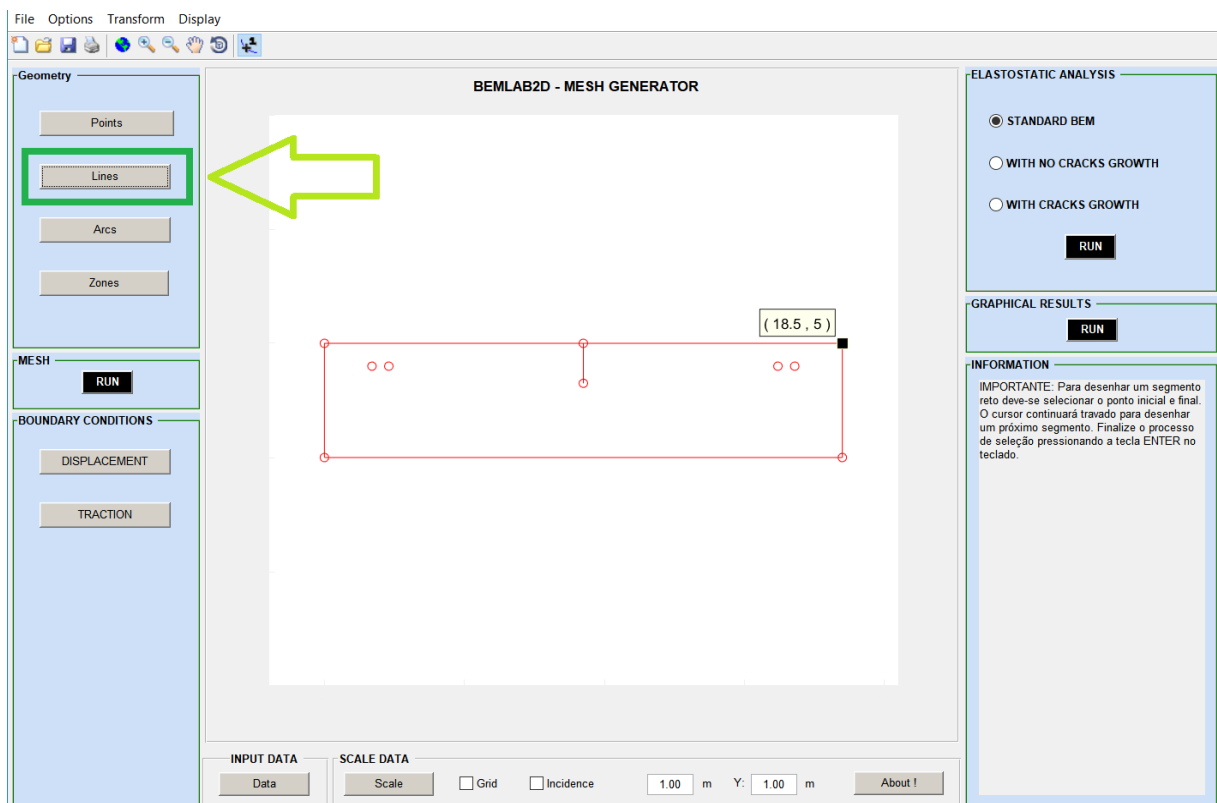


Figura A.8: Segmentos retos.

Seguindo o passo da construção do modelo, agora são definidos os segmentos curvos, utilizando o botão *Arcs*, o qual está situado abaixo do botão *Lines*. Deve-se clicar com o *mouse* sequencialmente no ponto inicial, depois no ponto final e, por último, o ponto central. Após isso, é aberta uma janela para definir sentido do desenho do segmento curvo, seja horário ou anti-horário. Após a definição de todos os segmentos curvos, ao apertar o botão *enter* no teclado, o programa apresenta o modelo geométrico, conforme a Figura A.9.

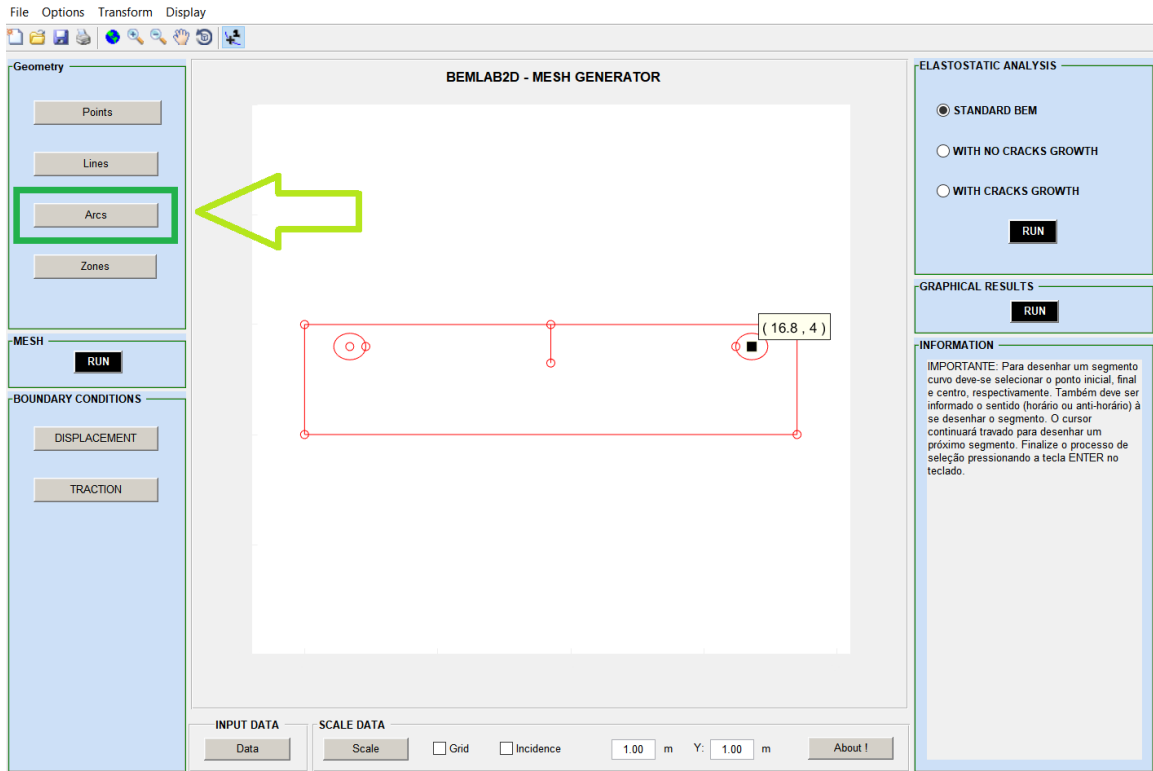


Figura A.9: Segmentos retos e curvos finalizados.

A seguir, indica-se os tipos de zonas presentes no caso. Utilizando o botão *Zones*, na área *Geometry*, abre-se uma janela para entrar com as definições seja da zona mestre, furo ou inclusão (Figura A.10). No caso desse CP tem-se uma zona mestre e duas zonas de furo.

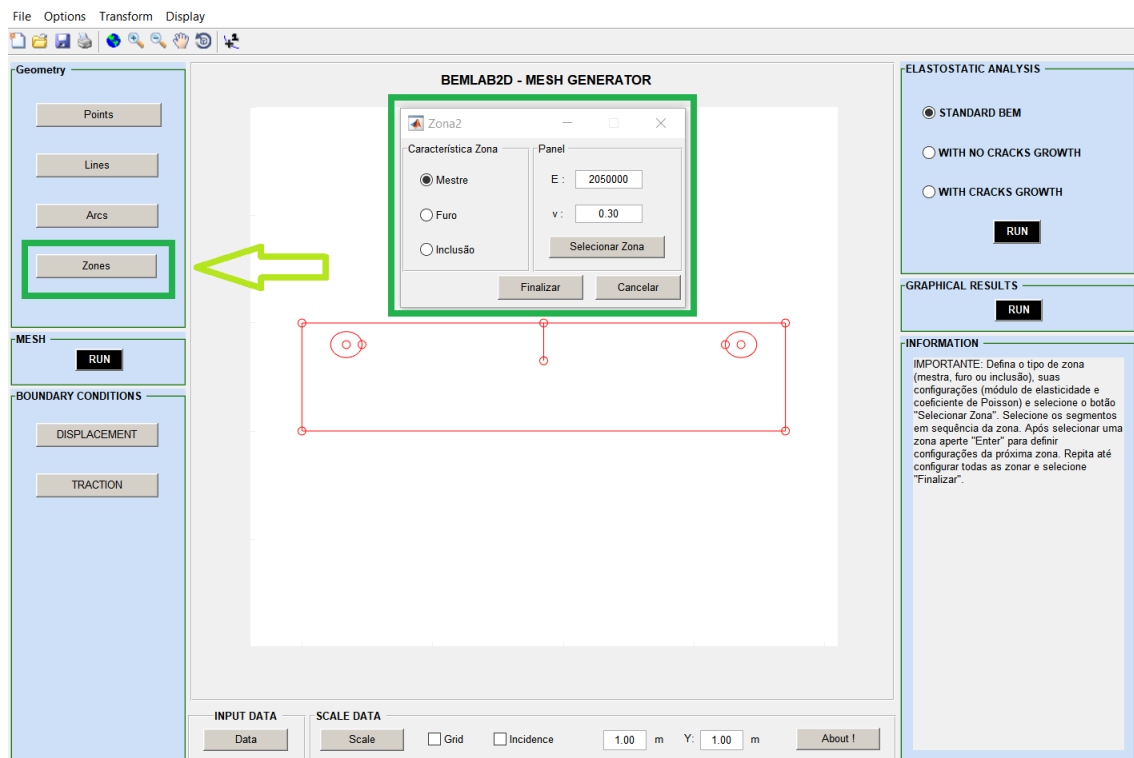


Figura A.10: Janela para definição de zona mestre do problema.

Posteriormente, ao definir as propriedades elásticas do material, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson, utiliza-se a opção de “selecionar zona” para marcar os segmentos que compõem a zona mestre, sendo que esse procedimento deve ser feito na mesma ordem em que foi feito o desenho. Como todo o comando visto até agora, para finalizar, pressiona-se o botão *enter* do teclado. Após isso, a janela tornará a abrir e dessa vez, deve ser selecionada a opção Furo e realiza o mesmo procedimento anterior, para selecionar as zonas correspondentes aos furos, uma de cada vez, e encerrando com o *enter*. Depois de todas as zonas selecionadas, só apertar no botão “finalizar”, para encerrar o processo de definição de zonas.

A seguir no módulo *MESH*, é possível gerar a malha de contorno. Deve-se selecionar a caixa BEM e apertar o botão *RUN*, para iniciar a modelagem do contorno. Ao selecionar um segmento com o *mouse*, aparecerá uma janela para atribuir o número de elementos de contorno, onde para segmentos retos que não estejam representando a trinca, entra-se com elementos contínuos, como ilustrado na Figura A.11. E, para os segmentos que representam a trinca, marca-se a caixa *Crack Segment*, onde será possível determinar a razão dos elementos descontínuos que representam a trinca, conforme a Figura A.12, a qual deve ter sua somatória igual a 1. Nos segmentos curvos, o processo é como nos elementos retos, apenas entrando com o número de elementos (Figura A.13).

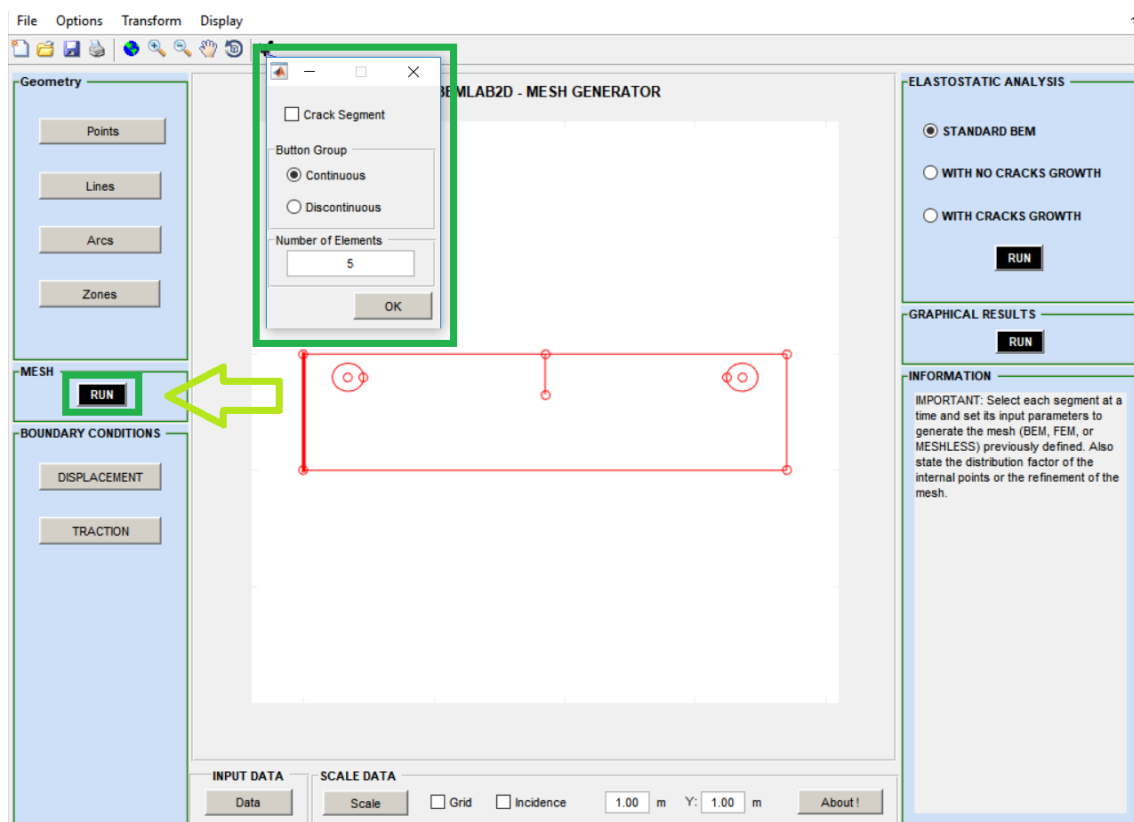


Figura A.11: Janela para atribuir o número de elementos contínuos de um segmento reto.

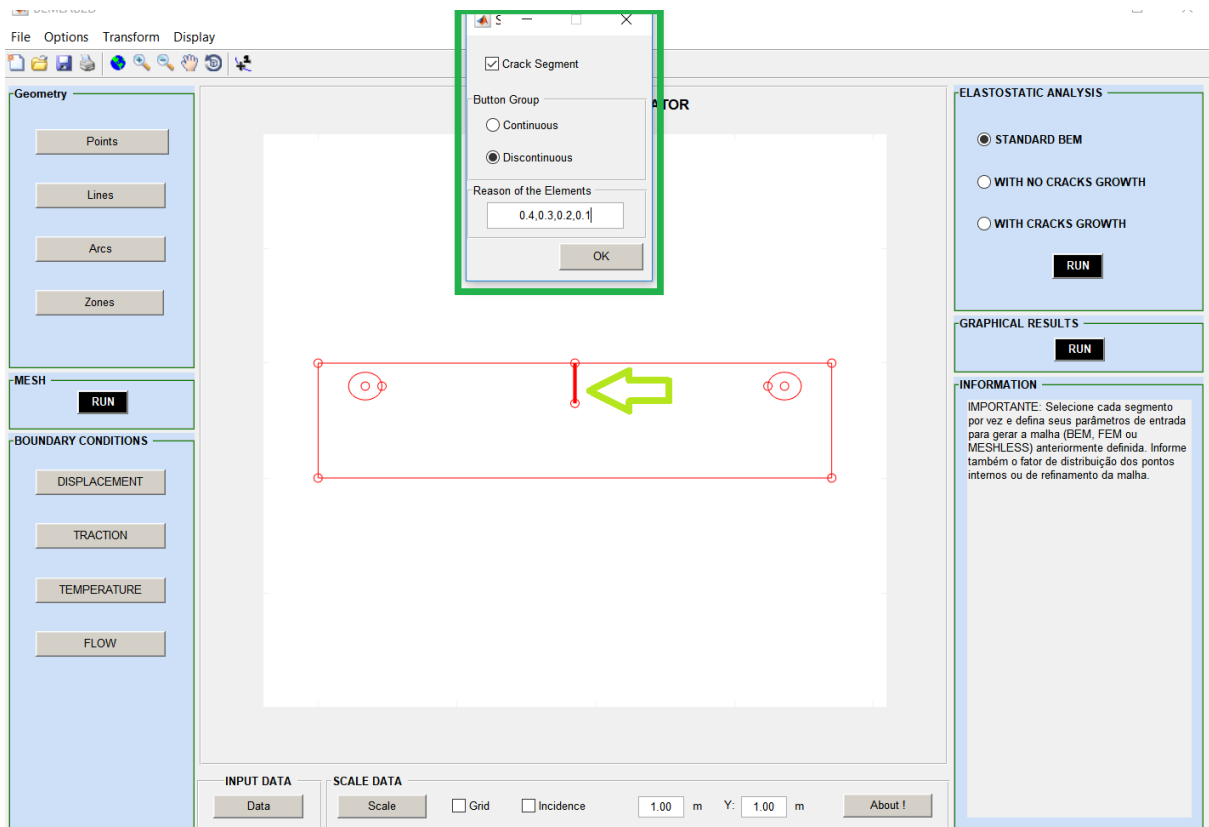


Figura A.12: Atribuição do número de elementos descontínuos de um segmento reto.

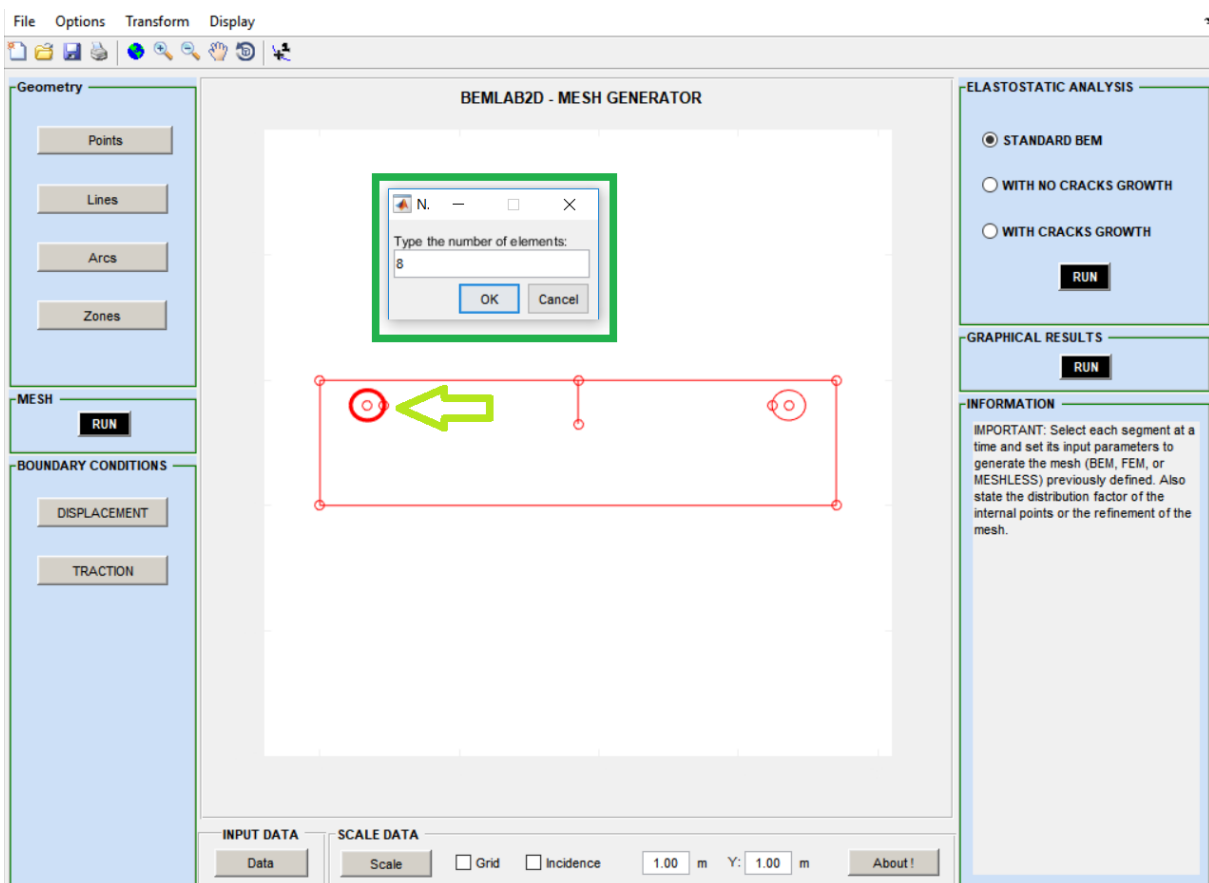


Figura A.13: Atribuição do número de elementos contínuos de um segmento curvo.

A malha finalizada do modelo, com um total de 74 elementos, composta por 66 elementos contínuos e na discretização dos elementos da trinca foram modelados 8 elementos descontínuos quadráticos, cuja razão foi de 0.4, 0.3, 0.2 e 0.1, está ilustrada na Figura A.14.

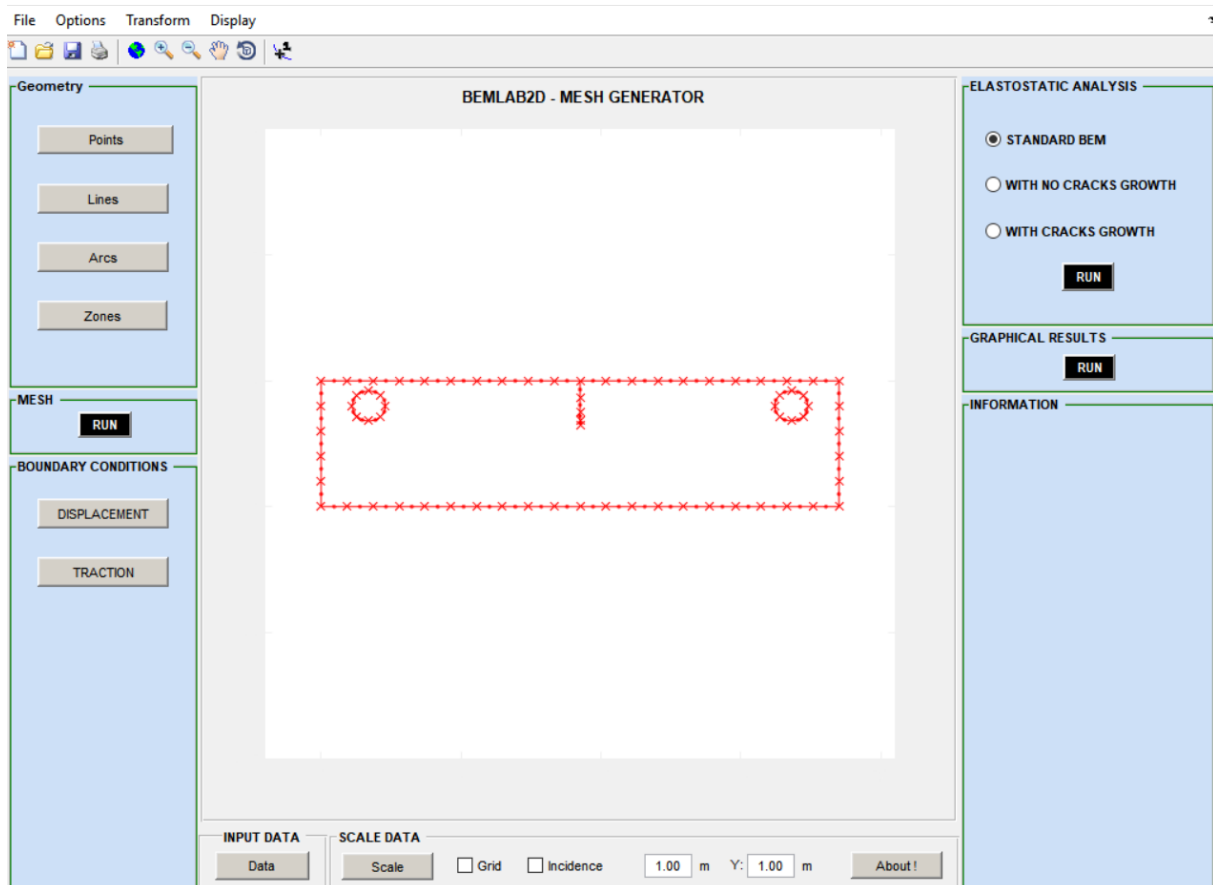


Figura A.14: Malha de contorno finalizada.

No espaço reservado como *Boundary Conditions*, no canto inferior esquerdo do programa, define-se as condições de contorno de deslocamento e de tração. Por meio do botão *Displacement*, entra-se com as condições de contorno (Figura A.15). Através da numeração do nó e do seu respectivo elemento, define-se as condições de contorno de deslocamento, onde a numeração dos elementos segue a ordem que foi feito o desenho. Cada elemento da malha, apresenta três nós numerados de 1 a 3, com a mesma a sequência do desenho.

Nesse caso, é aplicado uma restrição de deslocamento no elemento 15, na direção X e Y, no terceiro nó. Também é aplicada uma restrição no elemento 35, nó 3, na direção X. A Figura A.16 ilustra as condições de contorno aplicadas ao modelo.

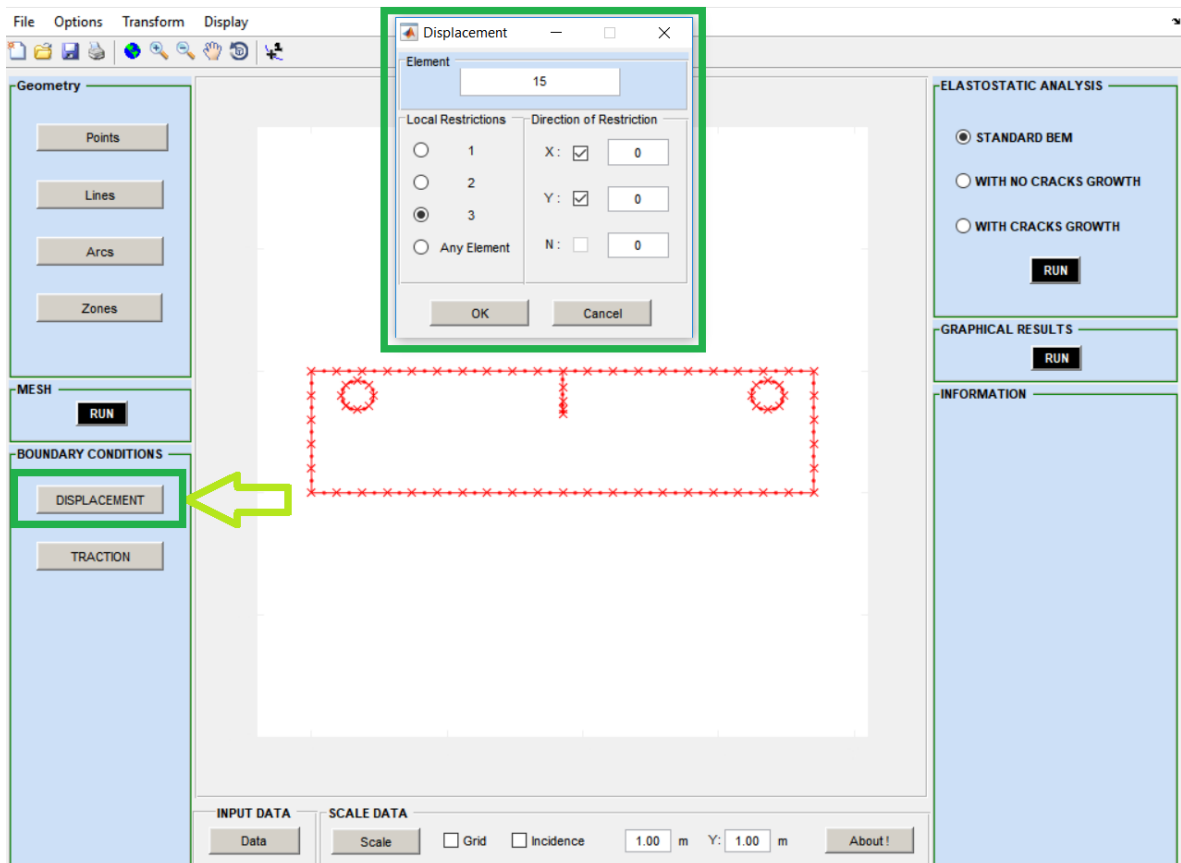


Figura A.15: Janela de definição das condições de contorno de deslocamento.

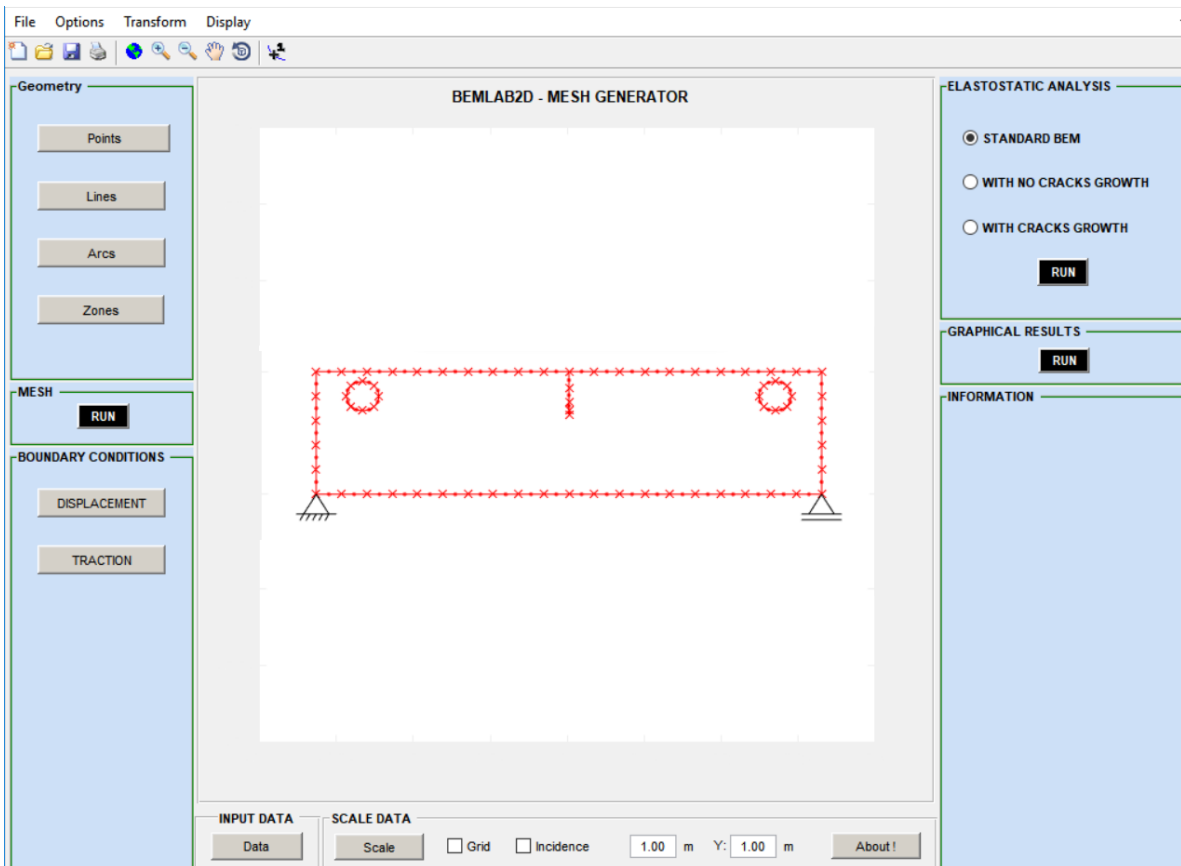


Figura A.16: Restrições de deslocamento aplicadas na peça.

Seguindo a mesma lógica de numeração de elementos e nós, através do botão *Traction*, são definidas as condições de contorno de tração (Figura A.17). Dessa maneira, é determinada uma carga de 6,0 kN nos elementos dos furos, prestando atenção no sinal do carregamento, já que este definirá o sentido do carregamento (Figura A.18).

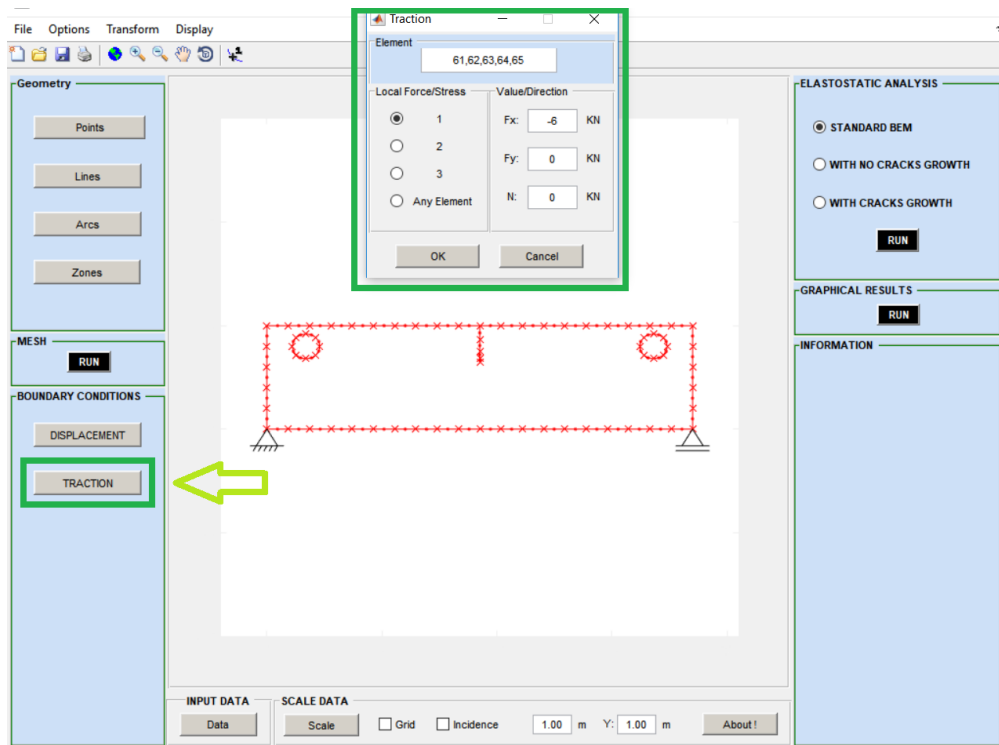


Figura A.17: Janela de definição das condições de contorno de tração do furo 1.

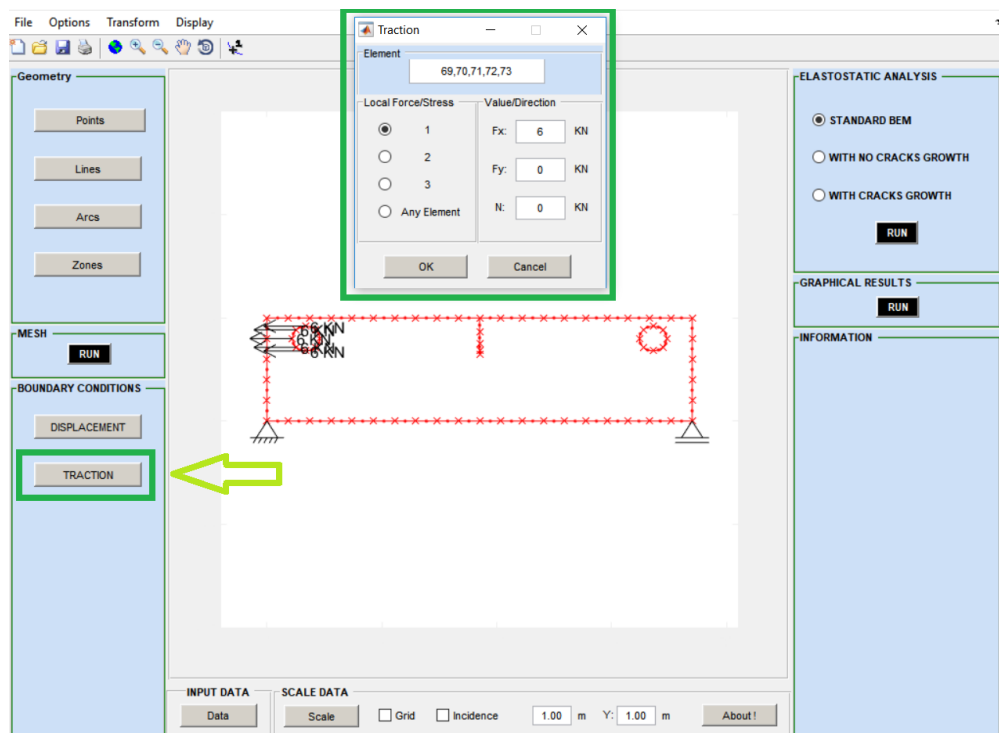


Figura A.18: Janela de definição das condições de contorno de tração do furo 2.

Por fim, a última etapa é realizada na parte definida como *ELASTOSTATIC ANALYSIS*, onde através do botão *RUN*, após marcar a opção de análise desejada (nesse caso: *with cracks growth*), uma janela abre para que sejam definidos os seguintes parâmetros: número de incrementos, tamanho de incremento, coeficientes de Paris *C* e *m*, razão de carga e número de pontos de Gauss para integração numérica. Esses valores estão apresentados nessa janela correspondente, conforme a Figura A.19.

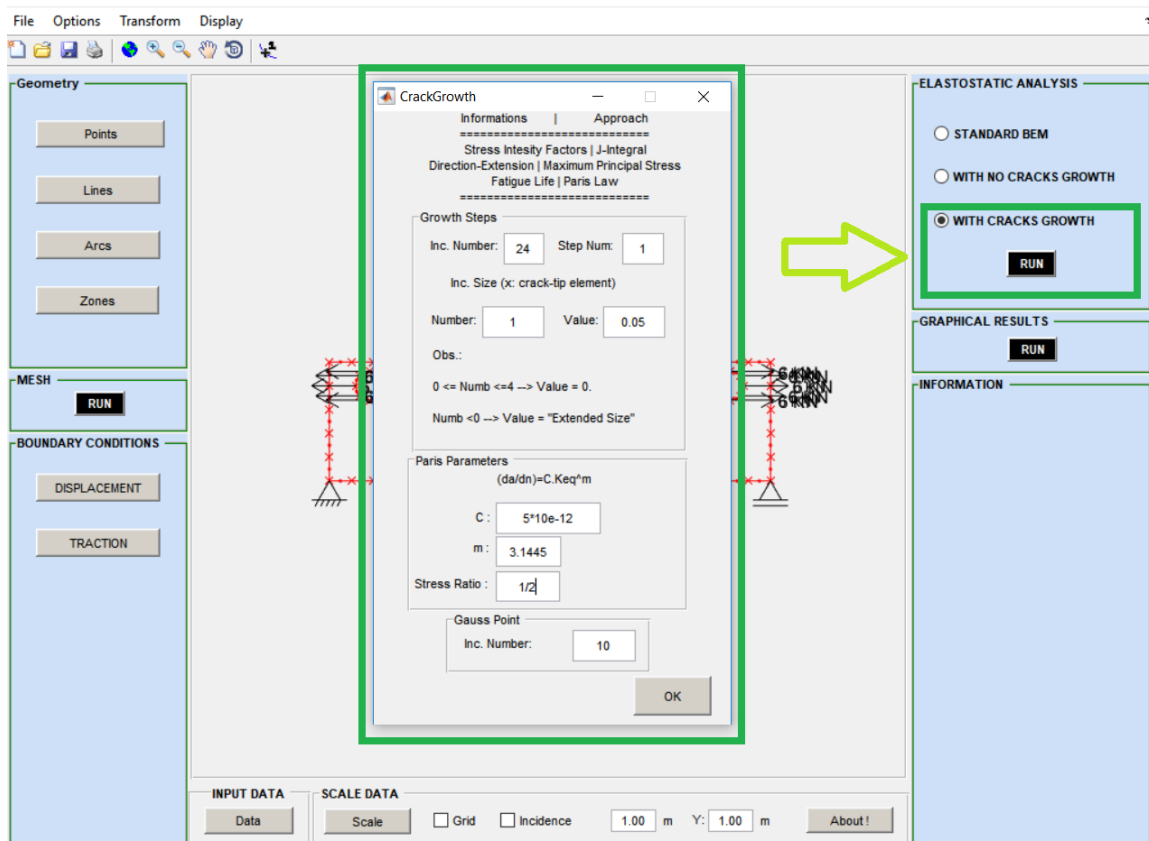


Figura A.19: Janela de definição de valores para análise com propagação.

Finalmente, o BEMLAB2D apresenta as duas últimas janelas, uma para intitular o problema e a outra para definir o tipo do problema, seja no estado plano de deformações ou no de tensões Figura A.20.

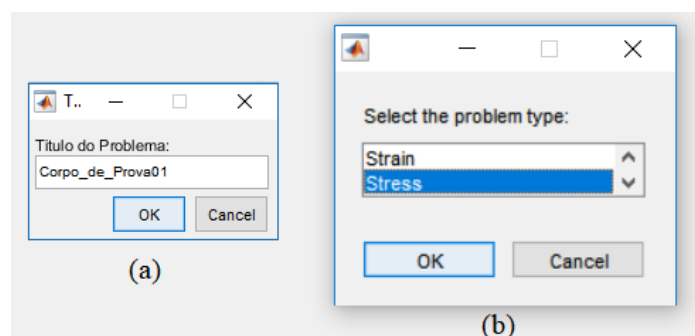


Figura A.20: (a) Janela para intitular o problema (b) para definir o tipo do problema.