

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ESTUDO DO EFEITO DA TENSÃO DE TRIAXIALIDADE NA LIGA
AISI 4340 RECOZIDA E NORMALIZADA**

Por,

ANDRÉ NEPOMUCENO TRAJANO

Brasília, 01 novembro de 2018

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

**ESTUDO DO EFEITO DA TENSÃO DE TRIAXIALIDADE NA LIGA AISI 4340
RECOZIDA E NORMALIZADA**

ANDRÉ NEPOMUCENO TRAJANO

ORIENTADOR: LUCIVAL MALCHER

PUBLICAÇÃO: ENM-DM 298/2018

BRASÍLIA, 01 DE NOVEMBRO DE 2018

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
**ESTUDO DO EFEITO DA TENSÃO DE
TRIAxIALIDADE NA LIGA AISI 4340 RECOZIDA
E NORMALIZADA**

POR,

ANDRÉ NEPOMUCENO TRAJANO

Dissertação de Mestrado submetida ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ciências Mecânicas.

Banca Examinadora

Prof. Lucival Malcher, PhD, UnB/ ENM

(Orientador)

Prof. Fábio Comes de Castro UnB/ ENM

(Examinador Interno)

Prof. Luis Augusto Veloso UnB/ ENM

(Examinador Externo)

Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira UnB/ ENM

(Suplente)

Brasília, 01 de novembro de 2018

Dedico esta dissertação aos meus pais, Herminia e Trajano, meu irmão Guilherme, minha esposa Priscilla e meu filho Bernardo.

André Nepomuceno Trajano

Agradecimentos

Agradeço imensamente ao professor e meu orientador Lucival Malcher pelo apoio ininterrupto desde a graduação até o presente momento de apresentação dessa dissertação de mestrado. Todo amplo suporte permitiu que conseguisse chegar até aqui, sempre com muita admiração.

Agradeço ao amigo encontrado nesta trajetória, Leonel Morales. A parceria desde os primeiros momentos de amizade sempre foram fundamental para a realização desse trabalho.

Agradeço aos colegas de mestrado, em especial, Guilherme Ferreira, Felipe Canut, Matheus Zegatti, Leonardo Burba, Luiz Felipe, Raniere Silva.

Agradeço minha família, Herminia, Trajano e Guilherme, por todo amor compartilhado e apoio ao longo de todos os anos, foram fundamentais em todas minhas conquistas.

Agradeço minha esposa Priscilla pelo apoio incondicional durante todos esses anos e pela mais nova alegria do cotidiano, nosso filho Bernardo.

André Nepomuceno Trajano

RESUMO

Neste trabalho, é realizada uma avaliação da liga AISI 4340 quanto aos efeitos da tensão de triaxialidade sobre o mesmo material, avaliando também o momento exato em que ocorre a fratura do material, quantificado pelo deslocamento obtido ao fratura. A liga em questão submetida a dois tratamentos térmicos diferentes, recozido e normalizado. Ensaios experimentais foram conduzidos utilizando corpos de prova lisos, entalhado e retangulares. Nesses testes foram extraídas as curvas de reação Força x Deslocamento e avaliada a deformação plástica equivalente no momento da fratura. A partir dos ensaios de tração com CP liso, foram obtidas as propriedades de calibração do modelo com aplicação de um método inverso de identificação paramétrica. A partir disso, simulações numéricas foram implementadas com a finalidade de realizar uma análise comparativa com os dados experimentais obtidos, onde foram verificados o comportamento do material e a influência dos entalhes na evolução da deformação plástica equivalente na fratura, assim como o efeito da triaxialidade. A modelagem dos CP's cilíndricos foi estruturada como um problema bidimensional aproveitando a axissimetria das geometrias e para os CP's retangulares as simulações foram feitas tridimensionalmente. Já as malhas dos elementos foram do tipo QUAD8 e HEX8. Os resultados permitem verificar que há dependência interessante para o estudo do efeito da triaxialidade nesta liga, principalmente quando há entalhe envolvido. Neste caso, é possível notar que um aumento gradual na tensão de triaxialidade gera significativas reduções nos deslocamentos necessários para obter a fratura do material. É apresentada também uma curva que descreve o comportamento da deformação plástica na fratura versus tensão de triaxialidade, na qual pode ser observado que o comportamento mecânico do material estudado é dependente desses parâmetros.

ABSTRACT

In this work, an evaluation of the AISI 4340 alloy is performed on the effects of the triaxial stress on the same material, also evaluating the exact moment in which the fracture of the material occurs, quantified by the displacement obtained to the fracture. The alloy mentioned above was subjected to two different annealed and normalized heat treatments. Experimental tests were conducted using smooth, notched and rectangular specimens. In these tests the Force x Displacement reaction curves were extracted and the equivalent plastic deformation at the moment of the fracture was evaluated. From the plain CP traction tests, the calibration properties of the model were obtained with an inverse parametric identification method. From this, numerical simulations were implemented with the purpose of performing a comparative analysis with the experimental data obtained, where the behavior of the material and the influence of the notches in the evolution of the equivalent plastic deformation in the fracture were verified, as well as the triaxiality effect. The modeling of the cylindrical CPs was as a two-dimensional problem using advantage of the axissimetry of the geometries and for the rectangular CP's the simulations were made three-dimensional. The meshes of the elements were of type QUAD8 and HEX8. The results allow to verify that there is an interesting dependence for the study of the effect of triaxiality in this alloy, especially when there is notch involved. In this case, it is possible to note that a gradual increase in triaxial stress generates significant reductions in the displacements required to obtain the material fracture. It is also presented a curve that describes the behavior of plastic deformation in the fracture versus triaxiality tension, in which it can be observed that the mechanical behavior of the material studied is dependent on these parameters.

Sumário

1.	INTRODUÇÃO	12
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO.....	12
1.2	OBJETIVOS	13
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	13
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	15
2.1	MODELO CONSTITUTIVO	15
2.1.1	Conceitos Gerais	15
2.1.2	Formulação matemática baseada no critério de von Mises	18
2.2	MODELO CONSTITUTIVO DE VON MISES	20
3.	INTEGRAÇÃO IMPLÍCITA DO MODELO.....	22
4.	RESULTADOS.....	30
4.1	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	30
4.1.1	Materiais e Metodologia	30
4.1.2	Dimensionamento dos corpos de prova	32
4.1.3	Dados experimentais coletados.....	34
4.2	DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS MATERIAIS	37
4.3	RESULTADOS NUMÉRICOS	38
4.3.1	Malha de elementos finitos	38
4.3.2	Comparação entre as curvas de reação experimental e numérica.....	39
4.3.3	Evolução da deformação plástica equivalente	43
4.3.4	Contorno da deformação plástica equivalente	48
5.	CONCLUSÕES.....	51
6.	TRABALHOS FUTUROS.....	53
7.	REFERÊNCIAS	54
8.	LISTA DE PUBLICAÇÕES.....	56

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Controle de deformação para os ensaios monotônicos em CP's cilíndricos com extensômetro de 25 mm de comprimento útil	31
Figura 2 – Controle de deslocamento para o ensaio em CP de cisalhamento	32
Figura 3 - Relação geométrica do corpo de prova na região crítica (Bai, 2008)	33
Figura 4 - Geometrias dos corpos de prova fabricados	Erro! Indicador não definido.
Figura 5 - Curvas de reação para os CP's cilíndricos fabricados da liga AISI 4340 normalizada	35
Figura 6 - Curva de reação para o CP de cisalhamento fabricado da liga AISI 4340 normalizada	35
Figura 7 - Curvas de reação para os CP's cilíndricos fabricados da liga AISI 4340 recozida	36
Figura 8 - Curva de reação para o CP de cisalhamento fabricado da liga AISI 4340 recozida	36
Figura 9 - Malhas de elementos finitos para os CP's cilíndricos	39
Figura 10 - Malha de elementos finitos para o CP de cisalhamento	Erro! Indicador não definido.
Figura 11 - Curvas de reação para os CP's cilíndricos liso, liga AISI 4340 normalizada	40
Figura 12 - Curvas de reação para o CP de cisalhamento, liga AISI 4340 normalizada	41
Figura 13 - Curvas de reação para os CP's cilíndricos, liga AISI 4340 recozida	42
Figura 14 - Curvas de reação para o CP de cisalhamento, liga AISI 4340 recozida	42
Figura 15 - Curvas de evolução da deformação plástica equivalente para os CP's cilíndricos, liga AISI 4340 normalizada	44
Figura 16 - Curva de evolução da deformação plástica equivalente para o CP de cisalhamento, liga AISI 4340 normalizada	45
Figura 17 - Curvas de evolução da deformação plástica equivalente para os CP's cilíndricos, liga AISI 4340 recozida	46
Figura 18 - Curva de evolução da deformação plástica equivalente para o CP de cisalhamento, liga AISI 4340 recozida	46
Figura 19 - Curva de deformação plástica equivalente na fratura versus tensão de triaxialidade inicial para a liga 4340 normalizada e recozida	47
Figura 20 - Contorno da deformação plástica equivalente para os CP's fabricados da liga 4340 normalizada	49
Figura 21 - Contorno da deformação plástica equivalente para os CP's fabricados da liga 4340 recozida	50

LISTA DE SÍMBOLOS

σ	Tensor tensão de Cauchy
S	Tensor das tensões desviadoras
p	Tensão hidrostática do tensor tensão
I	Tensor identidade de segunda ordem
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Tensor das tensões principais de Cauchy
\mathbb{I}^4	Tensor identidade de quarta ordem
I^d	Tensor identidade desviadora
q	Tensão equivalente de von Mises
η	Triaxialidade
I_1, I_2, I_3	Primeiro, segundo e terceiro invariante do tensor tensão
J_1, J_2	Primeiro e segundo invariante do tensor desviador
Ψ	Potencial de fluxo plástico
ϕ	Função de escoamento material
$\dot{\epsilon}^p$	Taxa de deformação plástica
$\dot{\gamma}$	Multiplicador plástico
N	Vetor de fluxo plástico
σ_y	Limite de escoamento material
σ_{y0}	Limite de escoamento material inicial
H	Módulo de endurecimento isotrópico
$\bar{\epsilon}^p$	Deformação plástica acumulada
n	Expoente de deformação plástica
R	Valor crítico de uma função
α	Variável interna associado ao endurecimento isotrópico
ψ^e	Energia elástica de deformação
ψ_d^e	Energia elástica de deformação distorcional
ψ_v^e	Energia elástica de deformação volumétrica
$\bar{\rho}$	Densidade do material
G	Módulo de cisalhamento

K	Módulo volumétrico
t_n	Pseudo-tempo
$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e\ trial}$	Deformação elástica tentativa no pseudo-tempo t_{n+1}
$\boldsymbol{\varepsilon}_n^e$	Deformação elástica no pseudo-tempo t_n
$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$	Passo elástico de deformação
$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial}$	Tensor tensão tentativa no pseudo-tempo t_{n+1}
\mathbb{D}^e	Tensor constitutivo elástico
$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{p\ trial}$	Deformação plástica tentativa no pseudo-tempo t_{n+1}
$\boldsymbol{\varepsilon}_n^p$	Deformação plástica no pseudo-tempo t_n
$\boldsymbol{\alpha}_{n+1}^{trial}$	Tensor das variáveis internas tentativa no pseudo-tempo t_{n+1}
$\boldsymbol{\alpha}_n$	Tensor das variáveis internas no pseudo-tempo t_n
$\boldsymbol{S}_{n+1}^{trial}$	Tensor das tensões desviadoras tentativa no pseudo-tempo t_{n+1}
$\boldsymbol{\varepsilon}_{d\ n+1}^{e\ trial}$	Deformação elástica desviadora tentativa no pseudo-tempo t_{n+1}
p_{n+1}^{trial}	Tensão hidrostática tentativa no pseudo-tempo t_{n+1}
$\boldsymbol{\varepsilon}_{v\ n+1}^{e\ trial}$	Deformação elástica desviadora tentativa no pseudo-tempo t_{n+1}
$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e$	Deformação elástica no pseudo-tempo t_{n+1}
$\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$	Incremento de deformação plástica acumulada
$\Delta\gamma$	Multiplicador plástico
N_{n+1}	Vetor de fluxo plástico no pseudo-tempo t_{n+1}
q_{n+1}	Tensão equivalente de von Mises no pseudo-tempo t_{n+1}
\boldsymbol{S}_{n+1}	Tensor das tensões desviadoras no pseudo-tempo t_{n+1}
$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$	Tensor tensão no pseudo-tempo t_{n+1}
$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p$	Deformação plástica acumulada no pseudo-tempo t_{n+1}
ϕ^{trial}	Função de escoamento material tentativa
$R_{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}$	Residual do tensor tensão no pseudo-tempo t_{n+1}
$R_{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p}$	Residual da deformação plástica acumulada no pseudo-tempo t_{n+1}
$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p$	Deformação plástica acumulada no pseudo-tempo t_n
$R_{\Delta\gamma}$	Residual do multiplicador plástico

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A correta descrição do comportamento mecânico de materiais metálicos é um desafio para pesquisadores da área de mecânica dos sólidos no mundo todo. O projeto otimizado de componentes mecânicos está atrelado ao desenvolvimento de modelos constitutivos capazes de descrever, com certa precisão, o momento, região e o local exato de início da fratura dúctil. Diversos critérios de escoamento são propostos na bibliografia, no sentido de estabelecer um parâmetro de início do escoamento do material. Os primeiros critérios formulados são baseados em abordagens como a máxima tensão cisalhante, proposta por Tresca (1864), a energia de distorção, conforme proposto por Mises (1913) e os critérios de Drucker e Prager (1952) e Mohr-Coulomb que levam em consideração o efeito da tensão hidrostática.

Contudo, pesquisadores como Khan e Huang (1995), Brünig, et al. (2008), Gao, et al. (2011), relatam que estes primeiros modelos propostos não são capazes de descrever adequadamente o comportamento de um conjunto de materiais, visto que não levam em consideração efeitos importantes no contexto da teoria da plasticidade. Dentre os efeitos elastoplásticos mais relevantes, pode-se destacar o efeito da tensão de triaxialidade, que é definida como a razão entre a tensão hidrostática e a tensão equivalente, e também está relacionada ao controle do tamanho do regime elástico do material (BAI, 2008). O efeito da tensão de triaxialidade permite se estabelecer faixas de comportamento do material em função do seu estado de tensão: regime de alta tensão de triaxialidade para estados de tensão puramente trativos e regime de baixa tensão de triaxialidade para estados de tensão puramente cisalhante ou estados combinados trativo/cisalhante. Outro efeito elastoplástico importante é o chamado terceiro invariante normalizado do tensor das tensões desviadoras, que é responsável pelo controle da forma da superfície de escoamento (BAI, 2008) e é matematicamente definido com a razão entre o terceiro invariante do tensor das tensões desviadoras e a tensão equivalente.

Bai (2008) propôs um critério que leva em consideração o efeito da tensão de triaxialidade e do terceiro invariante na lei de escoamento do material e utiliza quatro pontos de calibração para determinação de todos os parâmetros do material. Gao et al (2011) propuseram a definição de um novo parâmetro de tensão equivalente, levando em consideração o efeito do primeiro invariante do tensor tensão, segundo e terceiro invariantes do tensor desviador, além de utilizar três pontos de calibração para determinação de todos os parâmetros do material. Hosford (1972) também apresenta um critério baseado na chamada tensão máxima cisalhante

generalizada, no qual utiliza dois pontos de calibração para determinação dos parâmetros do material. Nos últimos anos, outros pesquisadores também trabalharam no sentido de propor critérios que incluíssem os efeitos destes parâmetros elastoplásticos, como por exemplo Khan e Liu (2012) e Brünig, et al. (2013).

A utilização destes critérios mais avançados propicia o desenvolvimento de projetos mecânicos otimizados, ou seja, que tenham a garantia de rigidez e resistência mecânica adequadas, aliadas a menores pesos e custos operacionais mais baixos, levando a maior competitividade, (BAI, 2008).

O modelo constitutivo desenvolvido com base no critério proposto por von Mises é considerado o mais clássico na descrição do comportamento mecânico de materiais dúcteis e é amplamente conhecido como modelo baseado na teoria do J_2 , que é o segundo invariante do tensor das tensões desviadoras. Assim, neste trabalho, propõem-se a utilização da formulação baseada na teoria de von Mises para se descrever o comportamento mecânico de estados de tensão localizados nas regiões de alta e baixa tensão de triaxialidade. Os corpos de prova utilizados são fabricados de liga AISI 4340, que apresenta características únicas, como alta resistência mecânica e tenacidade (ANAZAWA, ABDALLA, *et al.*, 2012), onde é utilizada principalmente em componentes mecânicos aplicados a indústria automotiva, aeroespacial e naval.

1.2 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo principal avaliar o efeito da tensão de triaxialidade no comportamento mecânico dúctil da liga AISI 4340, sob tratamento térmico de normalização e recozimento. Para isto, o trabalho tem como objetivos secundários: o projeto de corpos de prova (CP's) com diferentes níveis de tensão de triaxialidade, levando em consideração CP cilíndrico liso, entalhado e de cisalhamento; a simulação numérica dos corpos de prova, em ambiente de elementos finitos, com o intuito de se avaliar o comportamento dos campos de tensão e deformação no ponto crítico; análise do efeito da tensão de triaxialidade na curva de reação do corpo de prova, determinação da curva de deformação plástica acumulada na fratura versus o nível de tensão de triaxialidade.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho apresenta uma discussão, elencada em cinco capítulos, sobre os efeitos da triaxialidade no comportamento mecânico de materiais dúcteis. No primeiro capítulo, é

realizada uma contextualização sobre o assunto, mostrando algumas aplicações básicas que existem no cotidiano e apresentados os objetivos deste trabalho.

No Cap. 2, é realizada uma revisão bibliográfica dos principais pontos da teoria necessária para entendimento e discussão do modelo constitutivo de von Mises. São abordados os principais parâmetros elasto-plásticos, como o nível de triaxialidade e conceitos gerais da plasticidade, onde podemos destacar a definição do exato momento do escoamento material quando um componente está sob alguma solicitação mecânica.

O Capítulo 3 apresenta uma explanação acerca do modelo constitutivo proposto por von Mises, um modelo utilizado para identificação de falha material. É apresentada a lei de endurecimento do material, a caracterização da lei de fluxo plástico, dentre outros pontos. É também descrito o processo de integração numérica implícita, que é utilizado na formulação numérica do modelo de von Mises ao realizar as simulações em ambiente computacional.

A descrição do aparato experimental, detalhes dos corpos de prova utilizados e demais informações acerca do ensaio experimental constam no Capítulo 4 deste trabalho. As geometrias dos corpos de prova e seus respectivos entalhes são mostrados de modo a melhor ilustrar a obtenção dos resultados. É possível também conhecer a metodologia aplicada para a simulação numérica do modelo de von Mises com o aço 4340, por meio da descrição da malha de elementos finitos aplicada em cada CP. Além disso, são apresentados todos os resultados obtidos em ambas as modalidades experimental e numérica. Os modelos têm sua performance avaliada a partir da comparação das curvas numericamente obtidas de Força vs Deslocamento.

No Capítulo 5 é proposta uma discussão dos resultados obtidos e apresentadas as conclusões do trabalho. E, logo em seguida, no Capítulo 6, é realizada uma explanação sobre os trabalhos futuros.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 MODELO CONSTITUTIVO

O desenvolvimento de um modelo constitutivo é baseado no agrupamento de considerações matemáticas capazes de descrever adequadamente o fenômeno físico estudado. No caso de um modelo para se descrever o comportamento mecânico de materiais metálicos, o mesmo deve levar em consideração: a chamada decomposição aditiva da deformação; a definição de uma lei elástica que, para este caso, será a Lei de Hooke; a definição de um critério de escoamento; a determinação da lei de fluxo plástico; a evolução da variável interna de endurecimento isotrópico, que aqui será tomada como a deformação plástica equivalente, bem como a regra de complementaridade, a qual garante que o comportamento do material esteja contido na superfície de escoamento (SOUZA NETO e PERIC, 2008).

Ao se iniciar a estruturação do modelo matemático a ser utilizado neste trabalho, faz-se uma revisão e definição dos principais parâmetros elastoplásticos observados na bibliografia.

Os modelos constitutivos são formas capazes de, ordenadamente, representar o comportamento elastoplástico ao referir-se a materiais sólidos dúcteis. Alguns conceitos são necessários para a completa e correta modelagem e essenciais para os modelos constitutivos que serão apresentados, pois conseguem ser mais assertivos ao se comparar com o modelo de von Mises ou Tresca. Uma vez aplicados, esses parâmetros conseguem uma descrição mais aprimorada do comportamento do material. Os parâmetros utilizados que possuem influência nos aspectos mecânicos dos materiais são: tensão hidrostática (p), nível de triaxialidade (η) e ângulo de Lode (θ) (BRÜNIG, CHYRA, *et al.*, 2008); ZADPOOR, SINKE e BENEDICTUS, 2009); BAI e WIERZBICKI, 200; TVERGAARD, 2008; NAHSHON e HUTCHINSON, 2008); MALCHER, ANDRADE PIRES e CÉSAR DE SÁ, 2012). Assim, serão descritos os principais parâmetros constitutivos que servem como base para os modelos aqui aplicados.

2.1.1 Conceitos Gerais

O escoamento de um material é definido a partir do momento em que as propriedades elásticas são superadas, onde o corpo de prova, componente material, perde sua capacidade elástica de retornar ao seu estado anterior e características permanentes são vistas no material, como, por exemplo, alongamento e/ou início de pequenas fraturas. Para demonstrar isso, há uma forma matemática de representar, pela tensão, a capacidade máxima que um material pode ser submetido até entrar no regime plástico.

Antes da apresentação dos três parâmetros elastoplásticos citados anteriormente, convém que se apresente a decomposição do tensor tensão de Cauchy, $\boldsymbol{\sigma}$, em duas componentes: desviadora e volumétrica. Assim, temos matematicamente definido como na Eq. (1):

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{S} + p\boldsymbol{I}, \quad (1)$$

onde \boldsymbol{S} representa a porção desviadora do tensor, p a volumétrica por meio de um escalar e \boldsymbol{I} representa o tensor identidade de segunda ordem. Resumidamente, o tensor tensão pode ser decomposto em uma parte desviadora e uma parte volumétrica.

Tensão hidrostática (p) é a componente relativa à parte volumétrica do tensor tensão de Cauchy, $\boldsymbol{\sigma}$, responsável por controlar o tamanho da superfície de escoamento (BAI e WIERZBICKI, 2008). Na Equação (2), vemos como ela é matematicamente definida:

$$p = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}), \quad (2)$$

onde $\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})$ é a tração do tensor tensão de Cauchy, e as tensões principais do tensor $\boldsymbol{\sigma}$ são σ_1 , σ_2 e σ_3 .

Assim, a partir dessas definições, podemos apresentar, de forma matemática, o tensor das tensões desviadoras \boldsymbol{S} , de acordo com a Eq. (3). Vemos que no tensor desviador é totalmente retirada a parte volumétrica do tensor tensão.

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{I} = \left[\mathbb{I}^4 - \frac{1}{3}\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{I} \right] : \boldsymbol{\sigma} = \mathbb{I}^d : \boldsymbol{\sigma}, \quad (3)$$

onde \mathbb{I}^4 e \mathbb{I}^d representam, respectivamente, o tensor identidade de quarta ordem e tensor identidade de quarta ordem desviador.

Nível de triaxialidade ou razão de triaxialidade é definida pela razão entre a tensão hidrostática (p) e uma tensão equivalente, onde, geralmente, é adotada a tensão equivalente de von Mises (q). Triaxialidade é matematicamente definida pela Eq. (4):

$$\eta = \frac{p}{q} \quad (4)$$

Triaxialidade apresenta informação importante acerca do estado geral de tensão, puramente compressivo ou trativo, ou uma combinação entre eles. Quando temos a razão de triaxialidade $\eta \leq -\frac{1}{3}$, o estado é predominantemente compressivo, logo $\eta \geq \frac{1}{3}$ tem-se o estado puramente trativo. As situações simultâneas de tração e compressão residem no intervalo $-\frac{1}{3} \leq \eta \leq \frac{1}{3}$.

Estado predominante de tensão	Tensão de triaxialidade (η)
Tração	$\geq \frac{1}{3}$
Compressão	$\leq \frac{1}{3}$
Cisalhamento	$= 0$

Este trabalho está focado na região de alta triaxialidade, quando $\eta \geq \frac{1}{3}$, avaliando as condições materiais em estado puramente trativo.

Invariantes são quantidades relacionadas ao tensor que são independentes do sistema de coordenadas adotado (HOLZAPFEL, 2000), ou seja, não variam ao longo dos sistemas. Para representar os invariantes, são utilizadas as letras “I” e “J” para tensor tensão de Cauchy e tensor desviador, respectivamente. Sub-índices são utilizados também, significando primeiro, segundo e terceiro invariante. As Eqs. (5) e (6) determinam os invariantes:

$$\begin{aligned}
I_1 &= tr(\boldsymbol{\sigma}) \\
I_2 &= \frac{1}{2} [tr(\boldsymbol{\sigma})^2 - tr(\boldsymbol{\sigma}^2)] \\
I_3 &= det(\boldsymbol{\sigma})
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
J_1 &= tr(\boldsymbol{S}) = 0 \\
J_2 &= \frac{1}{2} (\boldsymbol{S} : \boldsymbol{S}) \\
J_3 &= det(\boldsymbol{S})
\end{aligned} \tag{6}$$

Vemos que o primeiro invariante do tensor desviador é nulo, pois o traço do tensor é sempre nulo, por não possuir nenhuma componente hidrostática.

Outro ponto importante que podemos destacar é a plasticidade não associativa, que é considerada neste trabalho. Tal classificação permite que a função de escoamento do material seja igual ao potencial de dissipação (ver Eq. 7). Assim,

$$\Psi = \Phi \tag{7}$$

Dessa forma, podemos definir que a taxa de crescimento da deformação plástica é um tensor normal a superfície de escoamento. Temos a seguinte equação para a evolução da deformação plástica, dada pela Eq. (8):

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma} \boldsymbol{N} \tag{8}$$

onde $\dot{\varepsilon}^p$ representa a taxa de deformação plástica, $\dot{\gamma}$ um escalar chamado multiplicador plástico e \mathbf{N} chamado de vetor de fluxo plástico.

Neste trabalho, considera-se que o material em questão, aço 4340, acompanha as características de um endurecimento isotrópico. Nestes casos, o material, quando submetido a um histórico de deformação, necessita níveis maiores de tensão para que a deformação plástica continue a evoluir. A superfície de escoamento resultante é uniforme, assim como seu crescimento.

A equação aplicada para o endurecimento isotrópico é aquela proposta por Ramberg e Osgood (1943), onde temos um limite de escoamento inicial do material e evolução parametrizada, à medida que a deformação plástica do material se desenvolve (ver Eq. 9):

$$\sigma_y = \sigma_{y0} + H\bar{\varepsilon}^p{}^n \quad (9)$$

onde σ_{y0} é o limite de escoamento inicial, H o módulo de endurecimento isotrópico do material, $\bar{\varepsilon}^p$ a deformação plástica acumulada (apresentada na Eq. 10) e o parâmetro n é o expoente de deformação plástica.

$$\bar{\varepsilon}^p = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^p : \dot{\varepsilon}^p} \quad (10)$$

Considerando a plasticidade associativa neste trabalho e espaço das tensões normais, a taxa de deformação plástica é um tensor normal à superfície de escoamento (ver Eqs 11 e 12).

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} \mathbf{N} \quad (11)$$

$$\mathbf{N} = \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (12)$$

2.1.2 Formulação matemática baseada no critério de von Mises

Dentre os modelos constitutivos, o mais tradicional para descrever o escoamento plástico dos materiais metálicos é o modelo proposto por von Mises em 1913. De acordo com a formulação, o material inicia o processo de escoamento no momento que o J_2 atinge um valor crítico. Matematicamente, pode ser descrito a partir da Eq. (13):

$$J_2 = R(\alpha) \quad (13)$$

temos que R é o chamado valor crítico e é uma função dependente de α , uma variável interna associada ao endurecimento isotrópico.

Considerando aqui que o comportamento elástico do material seja puramente linear, a energia elástica de deformação para um estado geral de tensão pode ser dividida aditivamente em uma parte distorcional e outra volumétrica, conforme Eqs. (14 a 16) abaixo:

$$\psi^e = \psi_d^e + \psi_v^e, \quad (14)$$

Onde temos a contribuição distorcional como:

$$\bar{\rho}\psi_d^e = \frac{1}{2G}s:s = \frac{1}{G}J_2 \quad (15)$$

e contribuição volumétrica seguindo a descrição abaixo:

$$\bar{\rho}\psi_v^e = \frac{1}{K}p^2 \quad (16)$$

Sabendo que ρ é a densidade do material e que G e K representam o módulo de cisalhamento e módulo volumétrico, respectivamente. A partir da Eq. (15) distorcional, é possível inferir que o escoamento plástico é iniciado quando a parte distorcional atinge um valor crítico (SOUZA NETO e PERIC, 2008) e este valor crítico é mostrado na Eq. (17):

$$\frac{1}{G}R \quad (17)$$

A função de escoamento para von Mises é dada pela Eq. (18), sendo realizada uma comparação entre uma chamada tensão equivalente de von Mises (q) e a função de endurecimento do material, como citado anteriormente, considerado endurecimento isotrópico:

$$\Phi(\sigma) = q - \sigma_{y0} - H^I \bar{\epsilon}^p \quad (18)$$

onde σ_{y0} representa a tensão de escoamento inicial do material, H^I o módulo de endurecimento isotrópico, que é uma função dependente da deformação plástica equivalente explicitada a seguir, e $\bar{\epsilon}^p$ é a deformação plástica equivalente que, neste caso, realiza o papel de variável interna associada ao endurecimento isotrópico, antes denominada α na Eq. (13). Além disso, temos a chamada tensão equivalente de von Mises (q) dada como (ver Eq. 19):

$$q = \sqrt{3J_2(\mathbf{S})} = \sqrt{\frac{3}{2}\mathbf{S}:\mathbf{S}} \quad (19)$$

sendo que $J_2(\mathbf{S})$ é o segundo invariante da tensão desviadora.

2.2 MODELO CONSTITUTIVO DE VON MISES

A partir de agora, será realizado o resumo passo-a-passo do modelo de von Mises, tanto para seu equacionamento matemático, quanto para a integração numérica, sempre considerando o modelo como sendo elastoplástico e com endurecimento isotrópico.

1) Definição da função de escoamento:

$$\phi = \sqrt{3J_2(\mathbf{S})} - \sigma_{y0} - H^I \bar{\epsilon}^p , \quad (20)$$

$$q = \sqrt{3J_2(\mathbf{S})} , \quad (21)$$

2) Determinar o vetor de fluxo (plasticidade associativa):

$$\mathbf{N} \equiv \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3}{2q} \mathbf{S} , \quad (22)$$

OBS.: Lembrar que:

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{I} - \frac{1}{3} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} ,$$

$$\mathbf{S} : \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{S} ,$$

$$\mathbf{S} : \mathbf{I} = \text{tr}(\mathbf{S}) = 0 ,$$

onde \mathbb{I} é o tensor identidade de 4ª ordem e \mathbf{I} é o tensor identidade de 2ª ordem.

3) Lei de fluxo plástico (plasticidade associativa):

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \equiv \dot{\gamma} \mathbf{N} = \dot{\gamma} \frac{3}{2q} \mathbf{S} , \quad (23)$$

onde $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ representa o tensor das deformações plásticas e $\dot{\gamma}$ é o chamado multiplicador plástico.

4) Lei de evolução para outras variáveis internas:

Deformação plástica equivalente:

$$\dot{\bar{\epsilon}}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p} = \dot{\gamma} \quad (24)$$

No Quadro 1, é mostrado um resumo do modelo matemático de von Mises, que utiliza o critério de escoamento de Mises e endurecimento isotrópico não-linear.

Quadro 1: Modelo Matemático baseado na teoria de Mises, com endurecimento isotrópico

i) Decomposição aditiva da deformação:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$$

ii) Lei de Hooke:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^e$$

iii) Função de Escoamento:

$$\phi = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S} : \mathbf{S}} - \sigma_{y0} - H^I \bar{\varepsilon}^p$$

iv) Lei de fluxo plástico:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma} \frac{3}{2\bar{q}} \mathbf{S}$$

e lei de evolução para $\bar{\varepsilon}^p$:

$$\dot{\bar{\varepsilon}}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma}$$

v) Regra de complementaridade

$$\dot{\gamma} \geq 0 ,$$

$$\phi \leq 0 ,$$

$$\dot{\gamma} \phi = 0$$

3. INTEGRAÇÃO IMPLÍCITA DO MODELO

A integração implícita, para atualização das variáveis internas, baseia-se na metodologia da decomposição do operador. Essa metodologia consiste em obter uma parte chamada de preditor elástico, onde se assume que o problema é puramente elástico, e uma outra parte chamada corretor plástico, onde é resolvido um sistema de equações não-lineares, com preditor elástico como valor inicial das equações.

A seguir, é mostrada a estratégia utilizada neste trabalho para realizar a integração numérica.

Inúmeros trabalhos têm sido publicados descrevendo as estratégias numéricas de problemas governados por equações constitutivas com características isotrópicas. Malcher (2011) realiza uma detalhada descrição da evolução das contribuições, partindo da abordagem para pequenas deformações até as propostas considerando grandes deformações formuladas por Souza Neto (2008).

Segundo Malcher (2012), o problema consiste em estabelecer uma sequência de passos que permita a atualização das variáveis internas do problema, para um instante de tempo (t_n) são atualizadas as variáveis internas, denominadas por convenção por (α_n), o incremento da deformação ($\Delta\epsilon$) é considerado conhecido, dessa forma pode ser obtida a variável interna (α_{n+1}) no instante de tempo (t_{n+1}).

Por outro lado, o esquema implícito de Euler, apresentado por Simo e Hughes (1998), é aplicado na discretização das equações constitutivas, considerando o pseudo-tempo (t_n, t_{n+1}). O algoritmo de integração também deve ser capaz de derivar a matriz tangente consistente, visto que a solução do sistema é realizada usando uma ferramenta de elementos finitos, considerando um carregamento quase estático.

A evolução das variáveis é resolvida usando a decomposição do operador, proposta por Simo e Hughes (1998) e revisada por Souza Neto et al. (2008). Esta metodologia é adequada em problemas de integração numérica e nos últimos tempos vem sendo utilizada com resultados satisfatórios.

A decomposição do operador consiste basicamente em dividir o problema. Inicialmente, é proposto um passo completamente elástico, sendo usado um preditor elástico. Neste caso é formado um sistema de equações residuais constituído pela lei elástica, a função de escoamento e as equações de evolução. Desta forma, o sistema de equações é resolvido, considerando como valores iniciais do problema os valores obtidos na formulação do preditor elástico.

A outra parte do problema considera um preditor plástico, sendo inicializado no caso em que a função de escoamento apresente valores menores ou iguais a zero. Neste caso, é iniciado o passo plástico e o método de Newton-Raphson é usado para resolver o sistema não linear de equações. Esta técnica é utilizada por ser uma das estratégias mais robustas, na solução deste tipo de sistemas de equações. Assim, o custo computacional é baixo e o algoritmo computacional se torna eficiente, segundo descrito por Simo e Hughes (1998) e Souza Neto et al.(2008).

Assim, o chamado estado tentativa pode ser estabelecido, por meio do algoritmo de atualização de tensão e variáveis interna (ver Eq. 25):

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{n+1}^{e\ trial} &= \varepsilon_n^e + \Delta\varepsilon, \\
 \sigma_{n+1}^{trial} &= \mathbb{D}^e : \varepsilon_{n+1}^{e\ trial} \\
 \varepsilon_{n+1}^{p\ trial} &= \varepsilon_n^p \\
 \alpha_{n+1}^{trial} &= \alpha_n \\
 \sigma_y &= \sigma_y(\alpha_n)
 \end{aligned} \tag{25}$$

onde $\varepsilon_{n+1}^{e\ trial}$ é o tensor de deformação elástica tentativa no instante $n+1$, ε_n^e é o tensor de deformação elástica no pseudo-tempo “ n ”, $\Delta\varepsilon$ o incremento de deformação imposto e σ_{n+1}^{trial} é o tensor tensão tentativa, $\varepsilon_{n+1}^{p\ trial}$ representa o tensor das deformações plásticas tentativa, α_{n+1}^{trial} o tensor das variáveis internas tentativa e σ_y o responsável pela condução do endurecimento isotrópico que, podemos ver, é dependente das variáveis internas no pseudo-tempo, t_n .

O tensor tensão pode ser dividido em uma parte desviadora e outra hidrostática, dentro do contexto do estado tentativa. A Equação (26) mostra as duas componentes do tensor tensão:

$$S_{n+1}^{trial} = 2G\varepsilon_{d\ n+1}^{e\ trial}, \quad p_{n+1}^{trial} = K\varepsilon_{v\ n+1}^{e\ trial} \tag{26}$$

onde S_{n+1}^{trial} representa a componente desviadora e p_{n+1}^{trial} a hidrostática do tensor tensão de Cauchy. G e K são parâmetros materiais, módulo de cisalhamento e módulo volumétrico, respectivamente. Também são conhecidas como as constantes de Lamé. Já $\varepsilon_{d\ n+1}^{e\ trial}$ e $\varepsilon_{v\ n+1}^{e\ trial}$, são as componentes desviadoras e volumétricas do estado-tentativa da deformação elástica.

Dentro da plasticidade computacional, o estado-tentativa é avaliado iniciando-se pelo incremento de deformação, $\Delta\varepsilon$, que é assumido como sendo um passo totalmente elástico.

- 1) Atualização do tensor deformação e tensor tensão: Euler implícito.

Para o tensor deformação elástica:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e\,trial} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e\,trial} - \Delta\gamma\mathbf{N}_{n+1} \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e\,trial} - \Delta\gamma\frac{3}{2q_{n+1}}\mathbf{S}_{n+1}$$

Para o tensor tensão:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \mathbb{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = \mathbb{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e\,trial} - \Delta\gamma\mathbb{D}^e : \mathbf{N}_{n+1} \quad (28)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial} - \frac{3G\Delta\gamma}{q_{n+1}}\mathbf{S}_{n+1}$$

2) Atualização para as outras variáveis internas:

Para a deformação plástica equivalente:

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^p = \bar{\varepsilon}_n^p + \Delta\bar{\varepsilon}^p \quad (29)$$

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^p = \bar{\varepsilon}_n^p + \Delta\gamma$$

3) Sistema de equações não-lineares:

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial} - \frac{3G\Delta\gamma}{\bar{q}_{n+1}}\mathbf{S}_{n+1} \\ \bar{\varepsilon}_{n+1}^p = \bar{\varepsilon}_n^p + \Delta\gamma \\ \phi = \sqrt{\frac{3}{2}\mathbf{S}_{n+1} : \mathbf{S}_{n+1}} - \sigma_{y0} - H^l \bar{\varepsilon}_{n+1}^p \end{array} \right. \quad (30)$$

No Quadro 2, é apresentado um resumo do modelo de integração numérica implícita para o modelo de von Mises.

Quadro 2: Modelo de integração numérica implícita para o modelo de von Mises.

i) Determinar o estado tentativa, dado um incremento de deformação, $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e\ trial} = \boldsymbol{\varepsilon}_n^e + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial} = \mathbb{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e\ trial}$$

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^{p\ trial} = \bar{\varepsilon}_n^p$$

$$q^{trial} = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{S}_{n+1}^{trial} : \boldsymbol{S}_{n+1}^{trial}}$$

ii) Verificar a admissibilidade plástica:

$$\phi^{trial} = q^{trial} - \sigma_{y0} - H^l \bar{\varepsilon}_n^p$$

Se $\phi^{trial} \leq 0$, então (passo elástico): $(*)_{n+1} = (*)^{trial}_{n+1}$;

Caso contrário, então (passo plástico): Algoritmo de retorno:

iii) Algoritmo de retorno: resolver o sistema de equações não-lineares (Newton-Raphson), tendo como variáveis: $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$, $\bar{\varepsilon}_{n+1}^p$ e $\Delta\gamma$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial} - \frac{3G\Delta\gamma}{\bar{q}_{n+1}} \boldsymbol{S}_{n+1} \\ \bar{\varepsilon}_{n+1}^p = \bar{\varepsilon}_n^p + \Delta\gamma \\ \phi = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{S}_{n+1} : \boldsymbol{S}_{n+1}} - \sigma_{y0} - H^l \bar{\varepsilon}_{n+1}^p \end{array} \right.$$

iv) Atualizar outras variáveis internas:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e\ trial} - \Delta\gamma \frac{3}{2q_{n+1}} \boldsymbol{S}_{n+1}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p = \boldsymbol{\varepsilon}_n^p + \Delta\gamma \frac{3}{2q_{n+1}} \boldsymbol{S}_{n+1}$$

v) Fim.

4) Escrever o sistema de equações não-lineares na forma de equações residuais:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1} - \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial} + \frac{3G\Delta\gamma}{q_{n+1}} \boldsymbol{S}_{n+1} \\ R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p} = \bar{\varepsilon}_{n+1}^p - \bar{\varepsilon}_n^p - \Delta\gamma \\ R_{\Delta\gamma} = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{S}_{n+1} : \boldsymbol{S}_{n+1}} - \sigma_{y0} - H^l \bar{\varepsilon}_{n+1}^p \end{array} \right. \quad (31)$$

5) Escrever o sistema na forma linearizada:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \sigma_{n+1}} & \frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \Delta\gamma} \\ \frac{\partial R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p}}{\partial \sigma_{n+1}} & \frac{\partial R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p}}{\partial \Delta\gamma} \\ \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \sigma_{n+1}} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} \end{bmatrix}^k \cdot \begin{bmatrix} \delta\sigma_{n+1} \\ \delta\bar{\varepsilon}_{n+1}^p \\ \delta\Delta\gamma \end{bmatrix}^{k+1} = - \begin{bmatrix} R_{\sigma_{n+1}} \\ R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \\ R_{\Delta\gamma} \end{bmatrix}^k \quad (32)$$

Quadro 3 apresenta o método de Newton-Rhapson para resolução do sistema linearizado.

Quadro 3: Algoritmo de retorno ou método de Newton-Raphson para resolução do sistema linearizado.

i) Dado o estado tentativa como parâmetros iniciais:

$$\sigma_{n+1}^{(0)} = \sigma_{n+1}^{trial} \quad \Delta\gamma^{(0)} = \Delta\gamma \quad \bar{\varepsilon}_{n+1}^{p(0)} = \bar{\varepsilon}_n^p$$

ii) Resolver o sistema de equações para: σ_{n+1} , $\bar{\varepsilon}_{n+1}^p$ e $\Delta\gamma$.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \sigma_{n+1}} & \frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \Delta\gamma} \\ \frac{\partial R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p}}{\partial \sigma_{n+1}} & \frac{\partial R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p}}{\partial \Delta\gamma} \\ \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \sigma_{n+1}} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} \end{bmatrix}^k \cdot \begin{bmatrix} \delta\sigma_{n+1} \\ \delta\bar{\varepsilon}_{n+1}^p \\ \delta\Delta\gamma \end{bmatrix}^{k+1} = - \begin{bmatrix} R_{\sigma_{n+1}} \\ R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \\ R_{\Delta\gamma} \end{bmatrix}^k$$

iii) Calcular:

$$\sigma_{n+1}^{(k+1)} = \sigma_{n+1}^{(k)} + \delta\sigma_{n+1}^{(k+1)} \quad \Delta\gamma^{(k+1)} = \Delta\gamma^{(k)} + \delta\Delta\gamma^{(k+1)}$$

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^{p(k+1)} = \bar{\varepsilon}_{n+1}^{p(k)} + \delta\bar{\varepsilon}_{n+1}^{p(k+1)}$$

iv) Verificar convergência:

$$\phi^{(k+1)} = q^{(k+1)} - \sigma_{y0} - H^I \bar{\varepsilon}_{n+1}^{p(k+1)}$$

$$erro = \frac{\phi^{(k+1)}}{[\sigma_{y0} + H^I \bar{\varepsilon}_{n+1}^{p(k+1)}]} \leq \text{tolerância}$$

v) Fim.

6) Derivadas das equações residuais:

Para a primeira equação residual:

$$\frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \sigma_{n+1}} = \mathbb{I} + 2G\Delta\gamma \frac{\partial \mathbf{N}_{n+1}}{\partial \sigma_{n+1}} \quad (33)$$

$$\frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \varepsilon_{n+1}^p} = \mathbf{0}$$

$$\frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \Delta\gamma} = 2GN_{n+1}$$

Para a segunda equação residual:

$$\frac{\partial R_{\varepsilon_{n+1}^p}}{\partial \sigma_{n+1}} = \mathbf{0}$$

$$\frac{\partial R_{\varepsilon_{n+1}^p}}{\partial \varepsilon_{n+1}^p} = 1 \quad (34)$$

$$\frac{\partial R_{\varepsilon_{n+1}^p}}{\partial \Delta\gamma} = -1$$

Para a terceira equação residual:

$$\frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \sigma_{n+1}} = N_{n+1}$$

$$\frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \varepsilon_{n+1}^p} = -H^I \quad (35)$$

$$\frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} = 0$$

Outras derivadas:

$$\frac{\partial N_{n+1}}{\partial \sigma_{n+1}} = \frac{3}{2q_{n+1}} \left[\left(\mathbb{I} - \frac{1}{3} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \right) - \frac{3}{2(q_{n+1})^2} \mathbf{S}_{n+1} \otimes \mathbf{S}_{n+1} \right] \quad (36)$$

OBS.: No sistema linearizado, a matriz dos coeficientes fica assim representada:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial R_{(*)}}{\partial (*)} \end{bmatrix} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \begin{array}{c} 4^{\text{a}} \text{ ordem} \\ \frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \sigma_{n+1}} \end{array} & \begin{array}{c} 2^{\text{a}} \text{ ordem} \\ \frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \end{array} & \begin{array}{c} 2^{\text{a}} \text{ ordem} \\ \frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \Delta\gamma} \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 2^{\text{a}} \text{ ordem} \\ \frac{\partial R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p}}{\partial \sigma_{n+1}} \end{array} & \text{escalar} & \text{escalar} \\ \hline \begin{array}{c} 2^{\text{a}} \text{ ordem} \\ \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \sigma_{n+1}} \end{array} & \text{escalar} & \text{escalar} \\ \hline \end{array}$$

4. RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados experimentais e numéricos obtidos para a liga AISI 4340 normalizada e recozida. Para os resultados experimentais serão descritos os procedimentos adotados nos ensaios, geometria dos corpos de prova (CP) e as curvas de força versus deslocamento no momento da fratura obtidas para cada condição ensaiada. Para os resultados numéricos, será feita uma comparação entre as curvas de reação numérica e experimental, uma análise do nível de deformação plástica acumulada na fratura e a relação entre a deformação plástica equivalente e o nível de tensão de triaxialidade.

4.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

4.1.1 Materiais e Metodologia

Neste trabalho foi investigado a influência da triaxialidade da liga AISI 4340 considerando duas condições quanto ao tratamento térmico. A liga foi submetida a recozimento e normalização. O material foi adquirido em barras, de diâmetro 28.57mm e comprimento 1000 mm.

Este material é um aço ligado ao cromo e molibdênio e apresenta boa resistência mecânica, usinabilidade média, baixa soldabilidade e alta temperabilidade. Aço para componentes mecânicos em geral sob a ação de tensões dinâmicas. Utilizado para a fabricação de peças na indústria automotiva e na indústria petrolífera e construção naval. (KUPKA, 2009)

A liga AISI 4340, utilizado neste trabalho, é classificado como um aço baixa liga de médio carbono apresentando alta tenacidade, alta resistência quando tratado termicamente e com alta resistência à fadiga. São facilmente usináveis nas condições recozido, normalizado e revenido e apresentam boa ductilidade, quando recozido, a maioria das operações de conformação são executadas nesta condição, podendo ser dobrado, repuxado ou estampado, pode ainda ser soldados por fusão ou por resistência. Os estados pré-aquecimento e pós-aquecimento devem ser efetuados quando se usam métodos tradicionais.

Já para o recozido, os tratamentos térmicos de recozimento, segundo Vale (2011), são divididos em alívio de tensões ou subcrítico, recozimento para recristalização, recozimento para homogeneização, recozimento total ou pleno, recozimento isotérmico ou cíclico e esferoidização ou coalescimento. Os recozimentos para alívio de tensões e para recristalização são aplicados a qualquer liga metálica. O recozimento para homogeneização é indicado para peças fundidas. O recozimento total ou pleno e o recozimento isotérmico ou cíclico são

indicados para os aços em geral. O que diferencia cada um desses tratamentos térmicos de recozimento é o produto formado e a aplicação prática do material tratado, sempre que seja necessário a obtenção de maior resistência mecânica ou melhor usinabilidade (HOSFORD, 2007).

Neste tratamento o material é exposto à temperatura elevada por um período de tempo longo e a seguir é lentamente resfriado. O Aço 4340 adquirido para este projeto foi recozido a 850°C, durante 1h, para cada 25 mm de diâmetro e resfriado lentamente no forno.

Foram realizados ensaios experimentais para corpos de prova cilíndricos lisos e entalhados, sujeitos a carregamentos trativos, e corpo de prova de cisalhamento, ambos fabricados de liga AISI 4340 normalizada e recozida. Para realização dos testes experimentais, foi adquirida comercialmente uma barra maciça de aço 4340. Ensaios realizados em corpos de prova cilíndricos foram feitos sob controle de deformação, utilizando um *extensômetro* com comprimento útil de 25 mm. Já no ensaio realizado para o corpo de prova de cisalhamento, utilizou-se um controle de deslocamento, devido à limitação no comprimento de trabalho do *extensômetro*. A Figura 1 ilustra o controle de deformação feito durante o ensaio monotônico em CP cilíndrico e Fig. (2) o ensaio feito para o CP de cisalhamento, até a fratura.



Figura 1 - Controle de deformação para os ensaios monotônicos em CP's cilíndricos com extensômetro de 25 mm de comprimento útil



Figura 2 – Controle de deslocamento para o ensaio em CP de cisalhamento

4.1.2 Dimensionamento dos corpos de prova

Os corpos de prova cilíndricos foram projetados de maneira a gerar uma tensão de triaxialidade inicial, na região crítica, de 1/3, 0,50, 0,60 e 0,70, o que representa uma região de alto nível de tensão de triaxialidade. Foram utilizados corpos de prova cilíndricos de seção transversal cheia. Para o CP de cisalhamento, foi utilizada a geometria proposta por Driemeier (DRIEMEIER, BRÜNIG, *et al.*, 2010), a qual considera um nível de tensão de triaxialidade igual a zero, na região crítica (ver Figura 3). A Tabela 1 apresenta dados de tensão de triaxialidade inicial para todos os CP's utilizados, bem como a relação com o raio de entalhe para os CP's cilíndricos.

Tabela 1 - Dados iniciais dos corpos de prova utilizados

<i>Descrição</i>	<i>R [mm]</i>	<i>Tensão de triaxialidade [η]</i>
CP de cisalhamento	-	0
CP cilíndrico liso	-	1/3
CP cilíndrico entalhado	10	0,50
	6	0,60
	4	0,70

Os corpos de prova cilíndricos foram projetados para um comprimento total de 120 mm, bem como um comprimento útil de aproximadamente 40 mm. A relação entre o raio do entalhe e a tensão de triaxialidade inicial foi obtida, de acordo com a equação de Bridgman (BRIDGMAN, 1952). A Figura 3 apresenta de forma esquemática as dimensões dos CP's, na região crítica, bem como a Eq. (37) mostra a relação matemática entre raio do entalhe, R , tensão de triaxialidade, η e raio do corpo de prova, a .

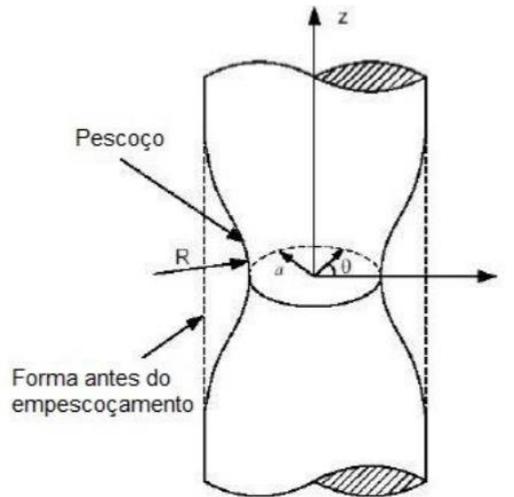


Figura 3 - Relação geométrica do corpo de prova na região crítica (Bai, 2008)

$$\eta = \frac{1}{3} + \ln\left(1 + \frac{a}{2R}\right) \quad (37)$$

As geometrias dos CP's fabricados seguem as dimensões apresentadas na Fig. (4). Os ensaios experimentais foram realizados tendo como base uma máquina MTS-810 de ensaio universal com capacidade de 100 kN.

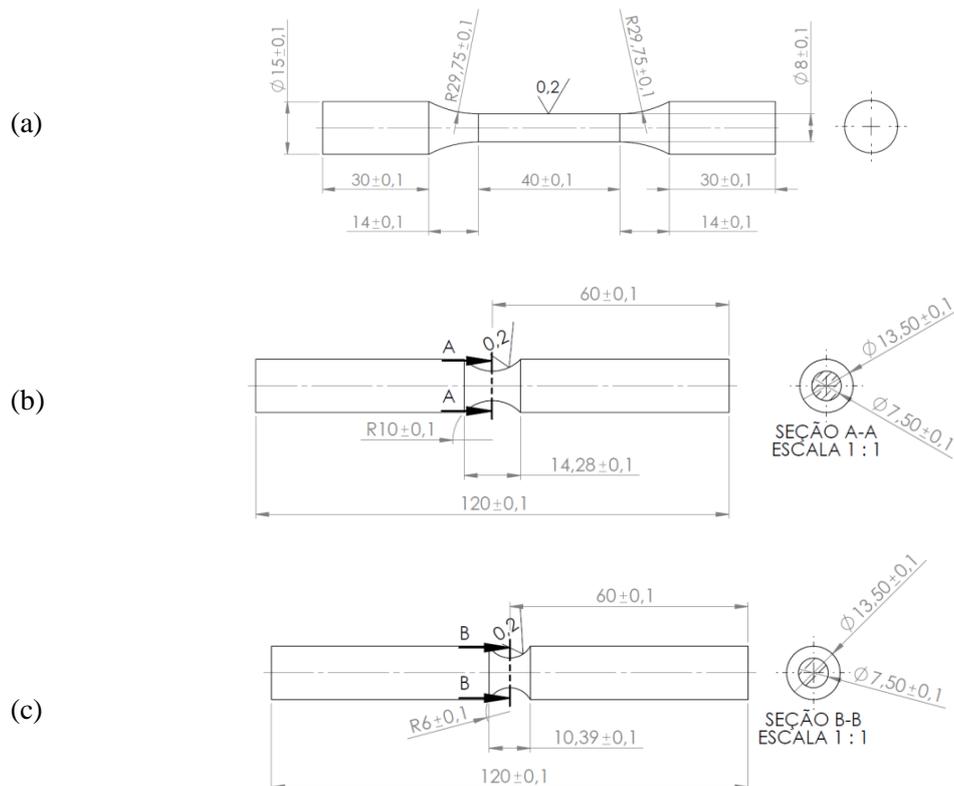


Figura 4 - Geometria dos corpos de prova fabricados

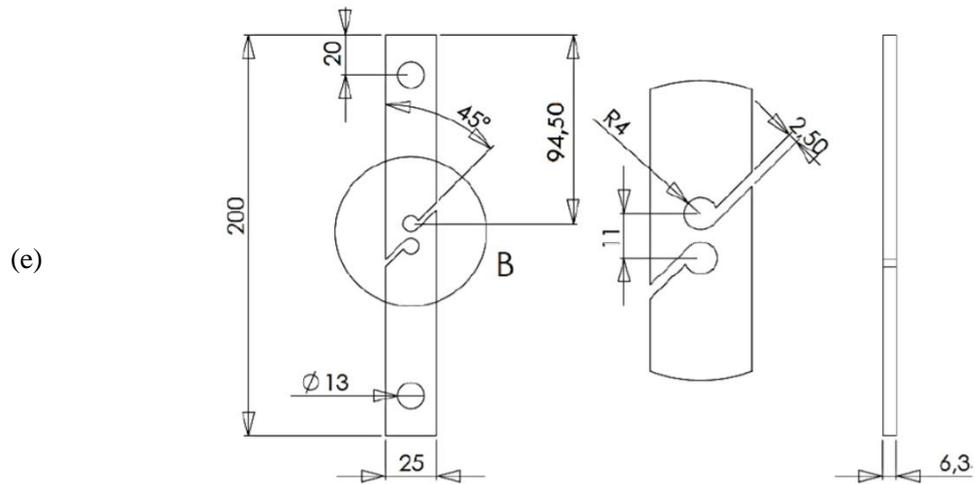
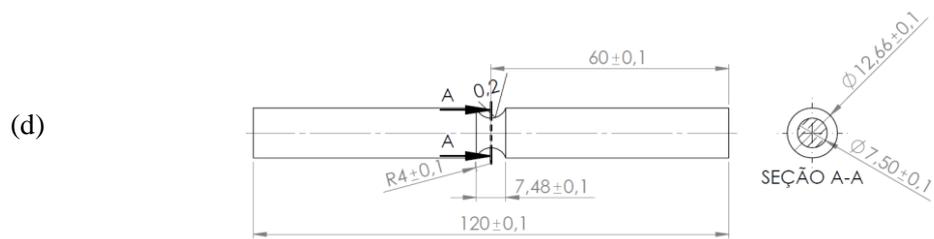


Figura 4 – Geometria dos corpos de prova fabricados

4.1.3 Dados experimentais coletados

Após a execução dos ensaios experimentais, realizados para os materiais AISI 4340 normalizado e recozido, as curvas de força versus deslocamento foram obtidas e podem ser observadas nas Figs. (5, 6, 7 e 8).

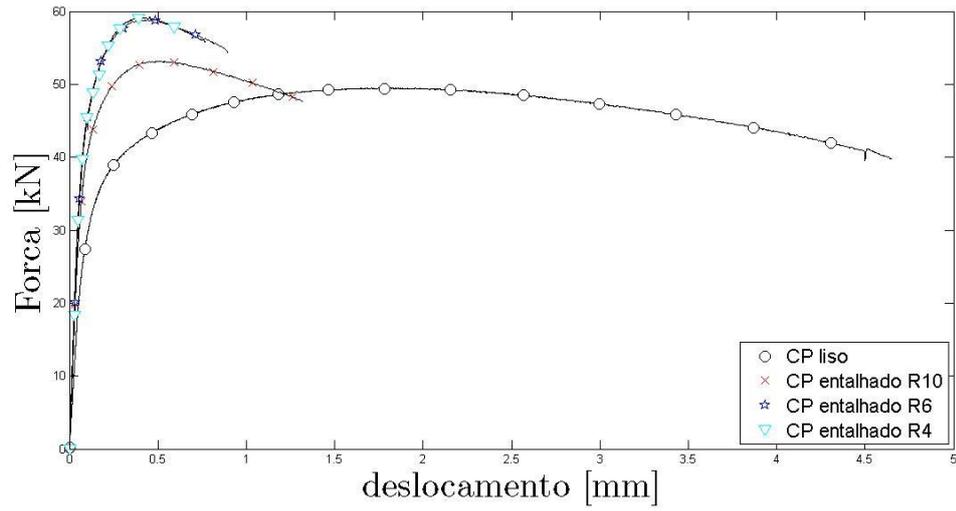


Figura 5 - Curvas de reação para os CP's cilíndricos fabricados da liga AISI 4340 normalizada

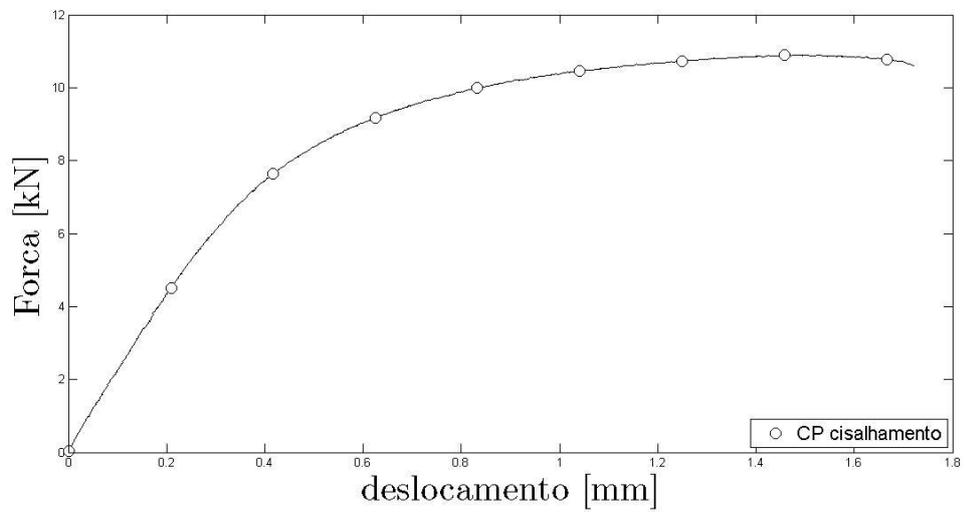


Figura 6 - Curva de reação para o CP de cisalhamento fabricado da liga AISI 4340 normalizada

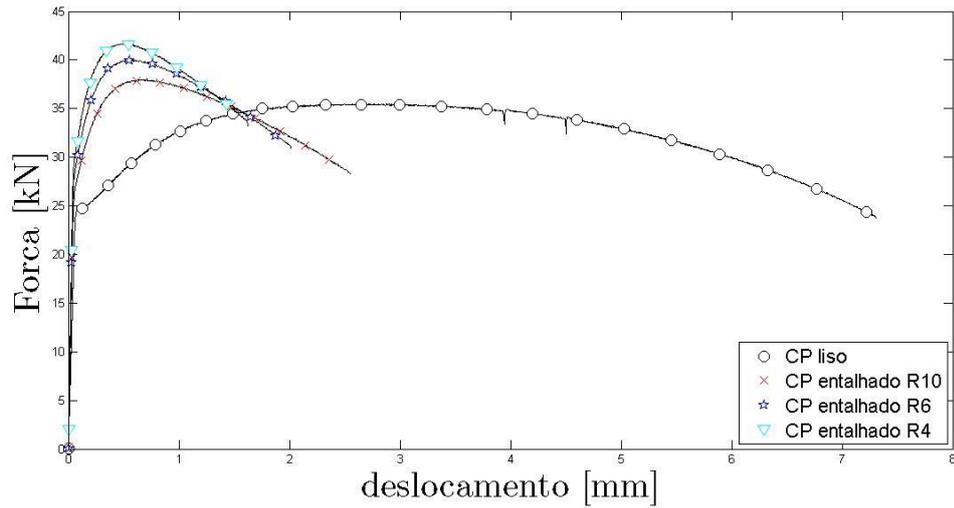


Figura 7 - Curvas de reação para os CP's cilíndricos fabricados da liga AISI 4340 recozida

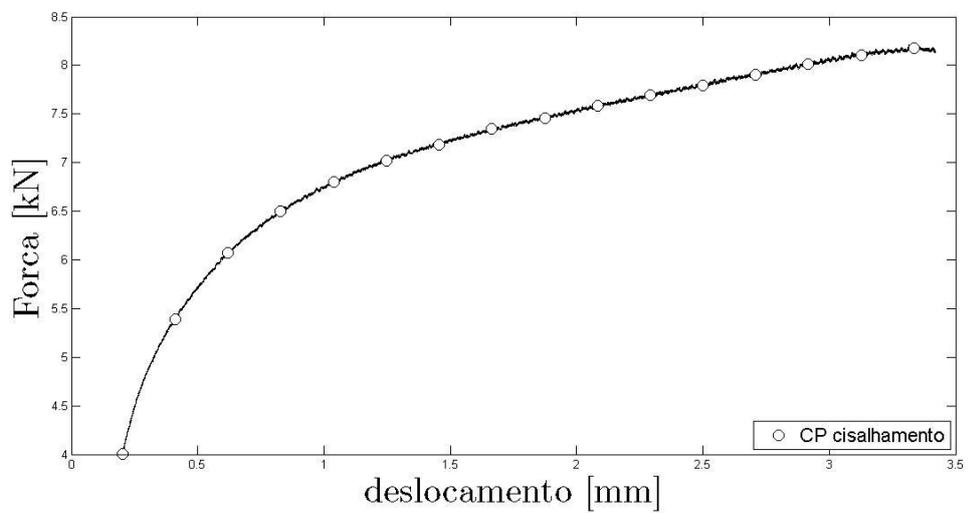


Figura 8 - Curva de reação para o CP de cisalhamento fabricado da liga AISI 4340 recozida

A Tabela 2 apresenta, de forma resumida, os deslocamentos na fratura obtidos experimentalmente para cada condição.

Tabela 2 - Níveis de deslocamento na fratura experimentalmente observados

<i>Corpo de prova</i>	<i>Tensão de triaxialidade</i>	<i>Deslocamento na fratura [mm]</i>	
		<i>normalizado</i>	<i>recozido</i>
Cisalhamento	0	1,72	3,50
Liso	1/3	4,64	7,30
Entalhado R10	0,50	1,30	2,54
Entalhado R6	0,60	0,88	2,00
Entalhado R4	0,70	0,76	1,62

4.2 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS MATERIAIS

Para determinação dos parâmetros dos materiais, foi utilizado um método inverso de identificação paramétrica. Este método leva em consideração a curva de reação experimentalmente obtida para o corpo de prova cilíndrico liso, a modelagem do problema via método dos elementos finitos, um método de busca multivariável baseado no gradiente e a equação de Kleiner e Ponthot (2003), que considera a descrição da curva de endurecimento isotrópico do material, através de quatro parâmetros, matematicamente representada através da Eq. (38). Assim, temos o encruamento do material definido ponto a ponto, conforme a expressão a seguir:

$$\sigma_y = \sigma_{y0} + \xi \bar{\epsilon}^p + (\sigma_\infty - \sigma_{y0})(1 - e^{-\delta \bar{\epsilon}^p}) \quad (38)$$

onde σ_y representa o limite de escoamento do material, σ_{y0} representa o limite de escoamento inicial, $\bar{\epsilon}^p$ representa a deformação plástica equivalente e o conjunto $(\xi, \sigma_\infty, \delta)$ que representa parâmetros de ajuste da curva. As Tabelas 3 e 4 contêm os parâmetros elásticos e plásticos para a liga AISI 4340 normalizada e recozida.

Tabela 3 - Parâmetros elástico para a liga AISI 4340 normalizada e recozida

<i>Descrição</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valores</i>	
		<i>Normalizado</i>	<i>Recozido</i>
Módulo de elasticidade	E [MPa]	199960	206880
Coefficiente de Poisson	ν	0,3	0,3
Limite de escoamento inicial	σ_{y0} [MPa]	652	463

Tabela 4 - Parâmetros plásticos para a liga AISI 4340 normalizada e recozida

<i>Descrição</i>	<i>Valores</i>	
	<i>Normalizado</i>	<i>Recozido</i>
ξ [MPa]	439,5	401,3
σ_{∞} [MPa]	1048	774,8
δ	47,6	23,8

4.3 RESULTADOS NUMÉRICOS

4.3.1 Malha de elementos finitos

As simulações numéricas foram realizadas por meio de um desenvolvimento acadêmico de elementos finitos, chamado *HYPLAS*, considerando grandes deformações e a integração implícita do modelo constitutivo, que inclui o critério de escoamento de von Mises, endurecimento isotrópico não linear e plasticidade associativa. Para as simulações dos corpos de prova cilíndricos, o modelo em elementos finitos foi estruturado considerando um problema axissimétrico, elemento finito quadrilateral de oito nós (QUAD8) e integração reduzida. Foram utilizados 675 elementos QUAD8 com 2146 nós. A Figura 9 ilustra as malhas de elementos finitos utilizadas para os diferentes CP's cilíndricos.

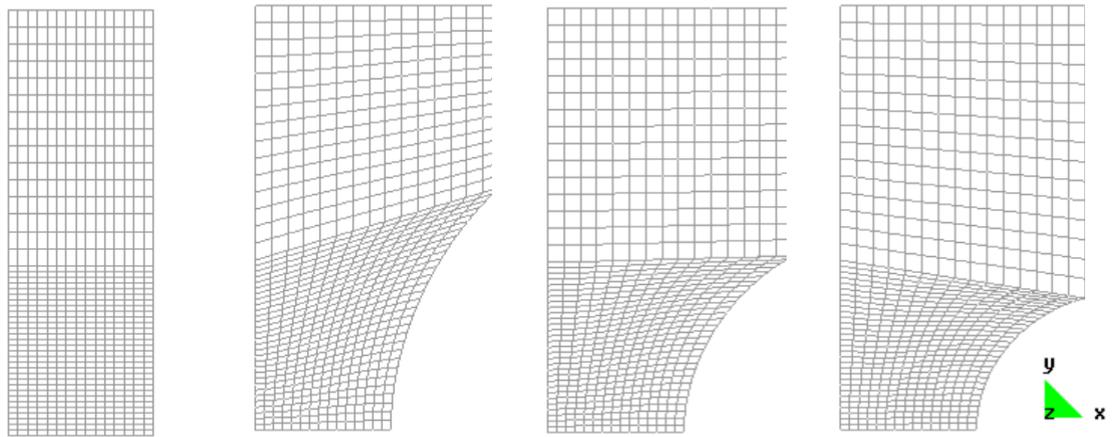


Figura 9 - Malhas de elementos finitos para os CP's cilíndricos

Para o corpo de prova de cisalhamento, a simulação em elementos finitos foi realizada considerando o problema tridimensional, devido à complexidade da geometria. Foram utilizados 8080 nós e 6000 elementos finitos hexaédricos de oito nós (HEX8) com integração completa. A Figura 10 ilustra a malha de elementos finitos utilizada para o corpo de prova de cisalhamento.

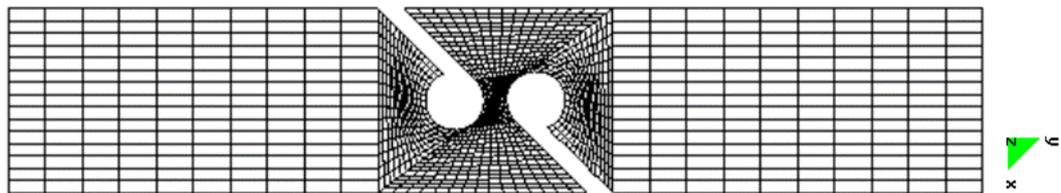
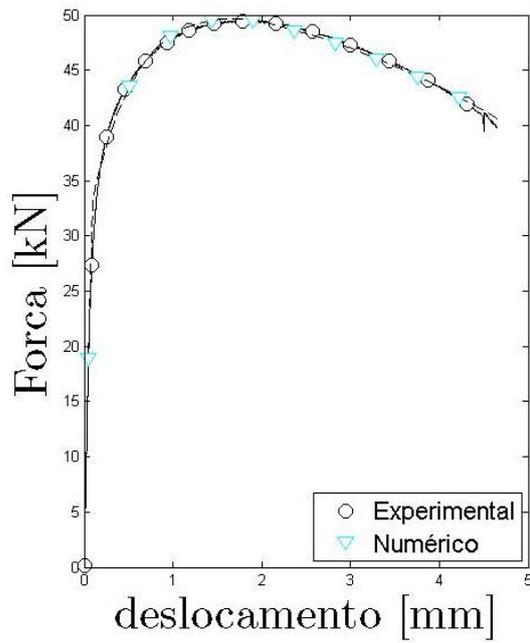


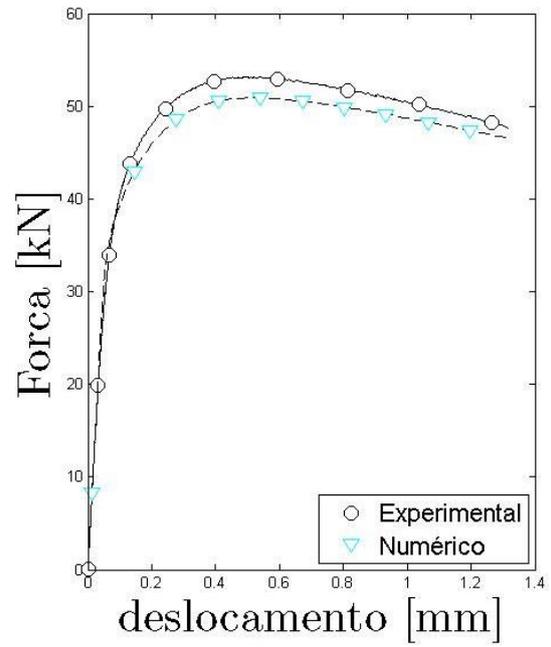
Figura 10 - Malha de elementos finitos para o CP de cisalhamento

4.3.2 Comparação entre as curvas de reação experimental e numérica

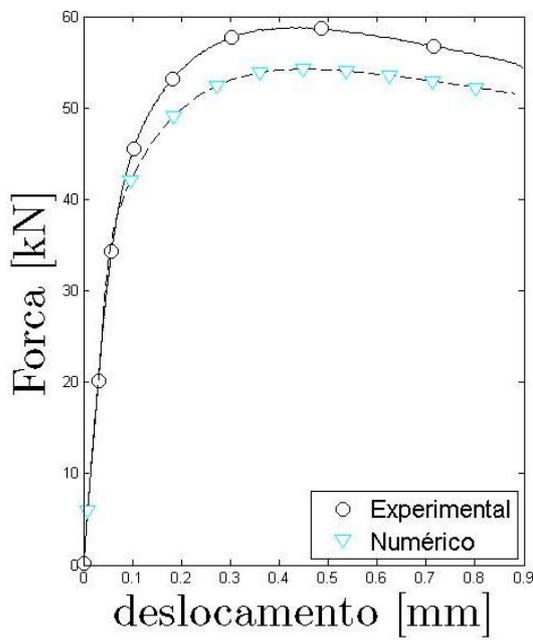
Para se analisar a resposta numérica com relação ao nível de força obtida, dado o nível de deslocamento prescrito, foram realizadas simulações para todos os CP's, considerando como condição de parada o nível de deslocamento experimentalmente observado (ver Tabela 2). As Figuras 11, 12, 13 e 14 apresentam a comparação entre os resultados numéricos e experimentais para a liga AISI 4340 normalizada e recozida.



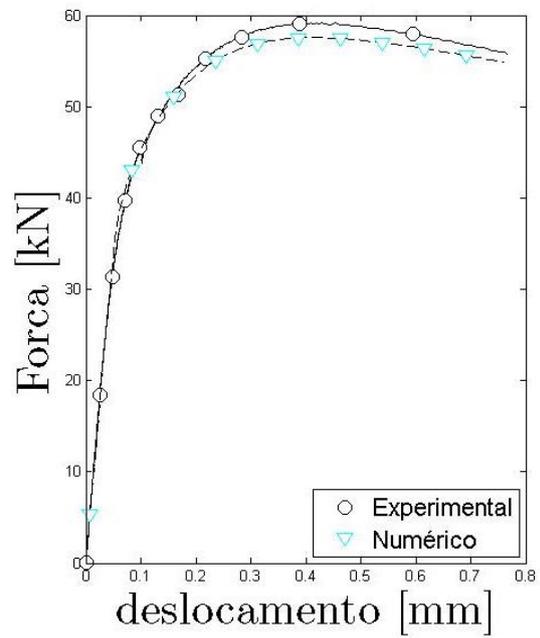
a) Cilíndrico liso



b) Cilíndrico entalhado R10



c) Cilíndrico entalhado R6



d) Cilíndrico entalhado R4

Figura 11 - Curvas de reação para os CP's cilíndricos liso e entalhado, liga AISI 4340 normalizada

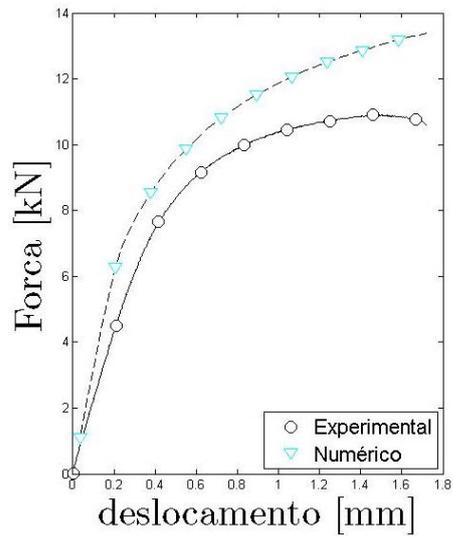
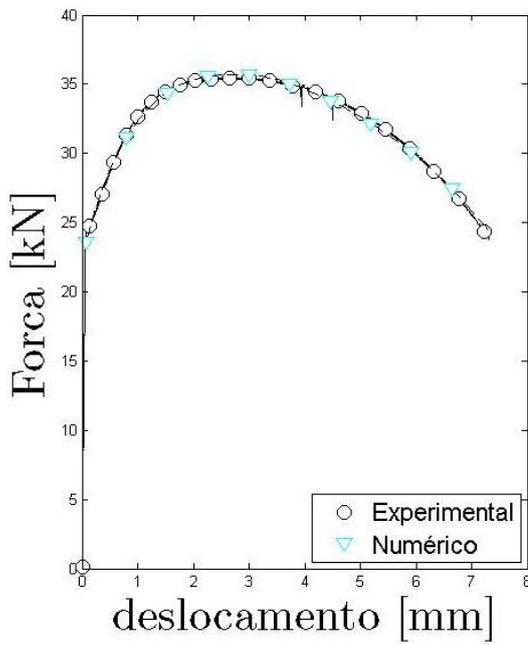
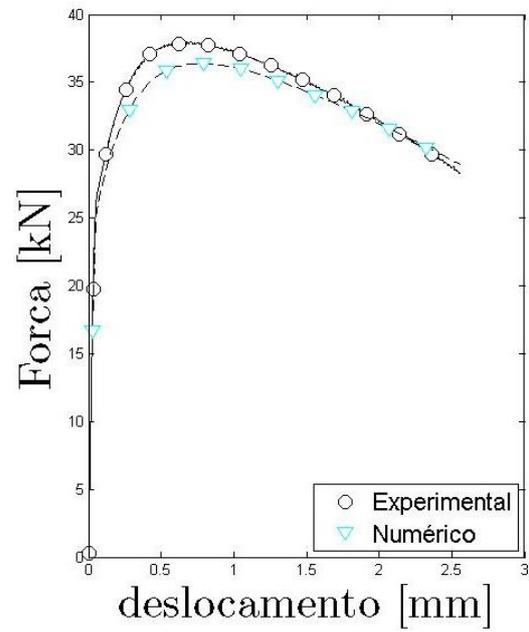


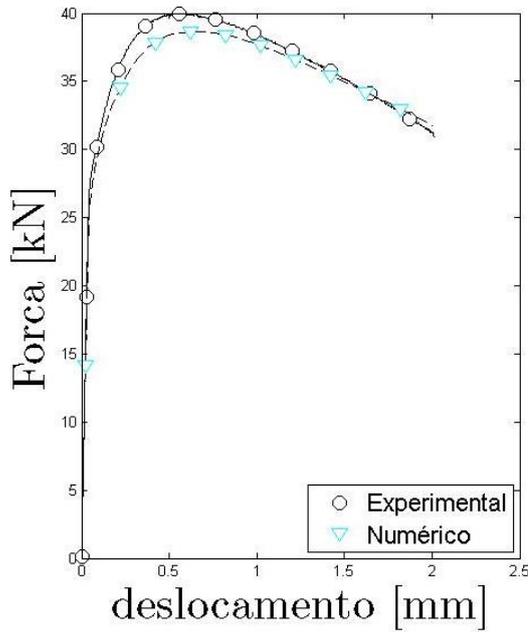
Figura 12 - Curvas de reação para o CP de cisalhamento, liga AISI 4340 normalizada



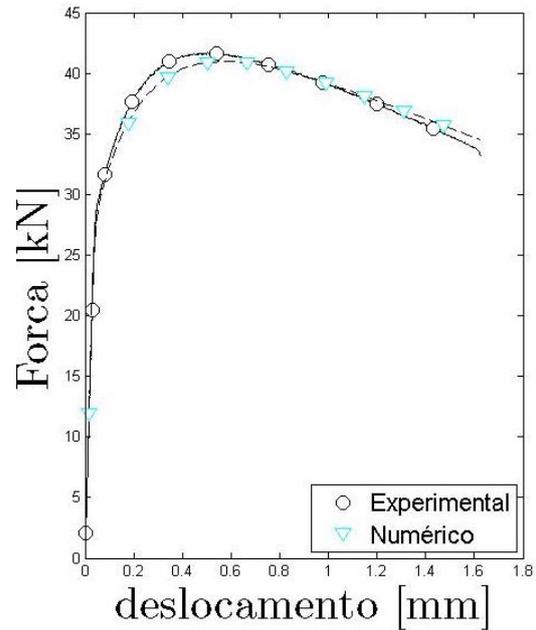
a) Cilíndrico liso



b) Cilíndrico entalhado R10



c) Cilíndrico entalhado R6



d) Cilíndrico entalhado R4

Figura 13 - Curvas de reação para os CP's cilíndricos, liga AISI 4340 recozida

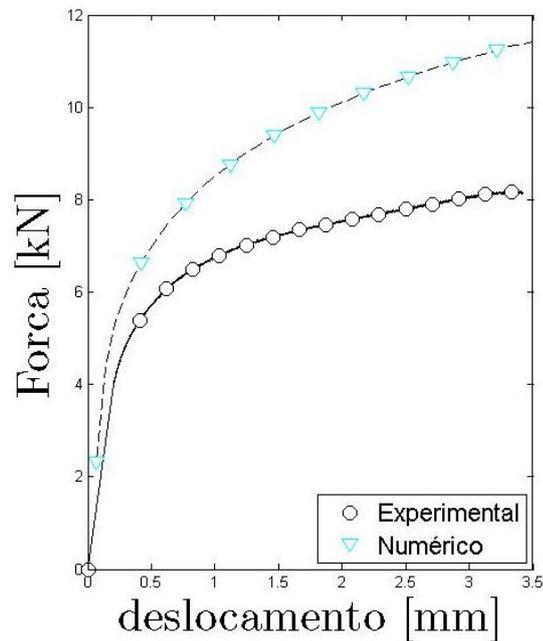


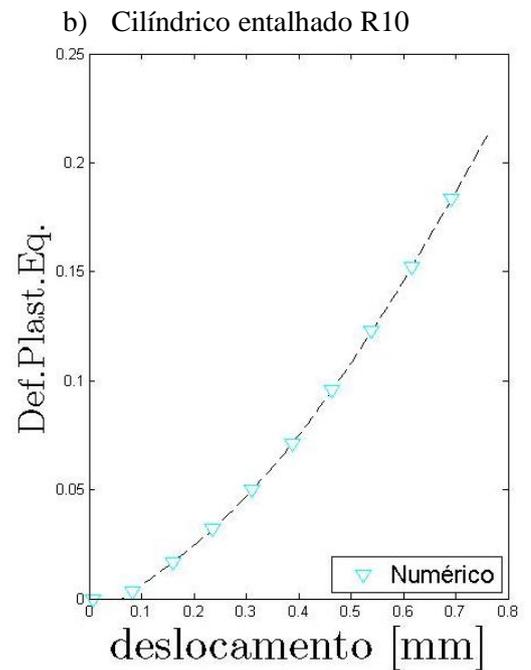
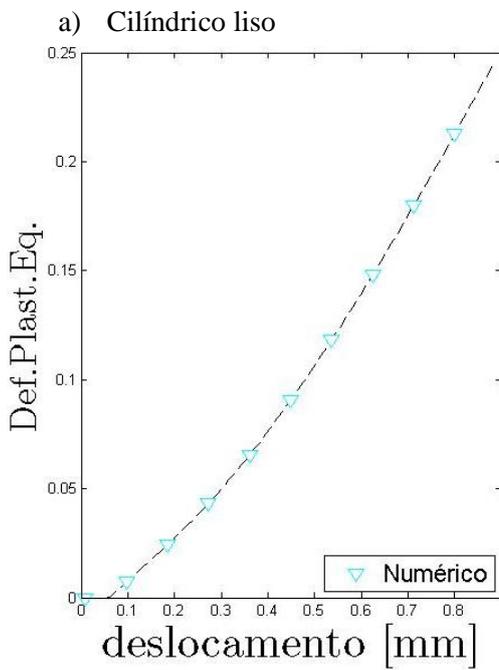
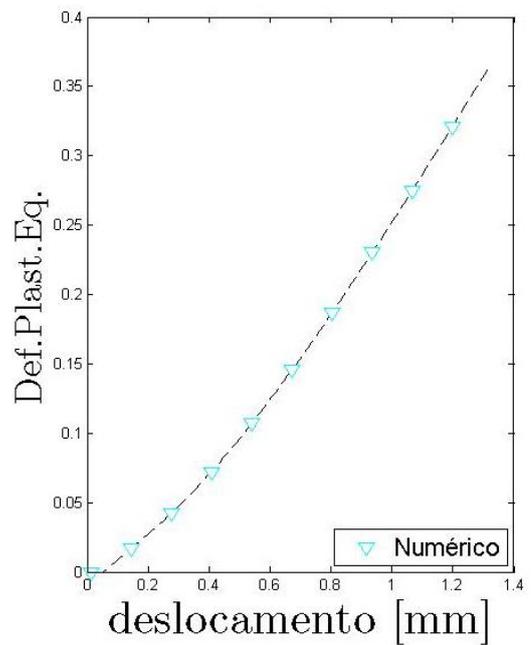
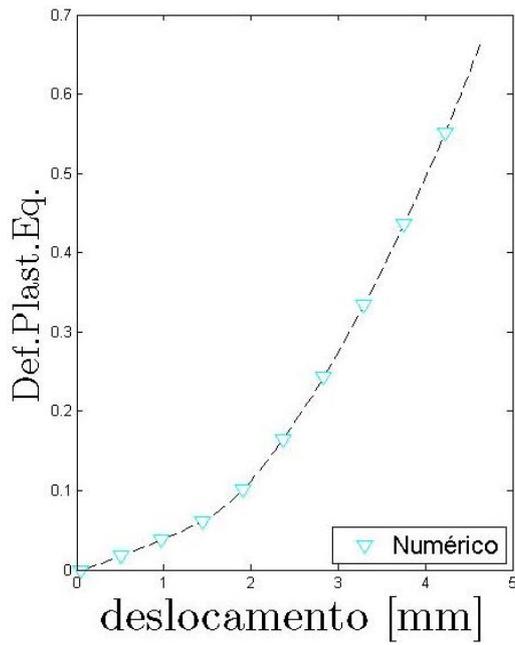
Figura 14 - Curvas de reação para o CP de cisalhamento, liga AISI 4340 recozida

Pode-se observar, por meio dos gráficos apresentados, que as curvas de reação para os CP's cilíndricos lisos, obtidas numericamente, são coincidentes com as curvas de reação obtidas experimentalmente. Este comportamento é explicado pelo fato de este ponto ser assumido como o ponto de calibração das propriedades do material. Contudo, as curvas de reação obtidas numericamente para os CP's entalhados e CP's de cisalhamento, onde se tem um estado de tensão diferente do estado de tensão utilizado na calibração, mostram uma

diferença com relação às obtidas experimentalmente. Este comportamento é justificado pela falta do efeito da tensão de triaxialidade no modelo constitutivo utilizado nas simulações numéricas. É possível detectar a evolução gradual da diferença entre corpo experimental e numérico a medida que o entalhe diminui, porém, no caso do R4 se faz necessária uma ressalva. A diferença da evolução do estado de tensão não acompanha a tendência vista nos dois entalhes anteriores. A mais provável causa desse comportamento não esperado deve-se ao fato da limitação da construção da ferramenta necessária para aplicar tal entalhe. Porém, os resultados foram mantidas, pois, será possível mais a frente que os resultados não ficaram t

4.3.3 Evolução da deformação plástica equivalente

Foram analisadas as curvas de evolução da deformação plástica equivalente para os diferentes CP's, no ponto crítico, onde encontra-se a maior deformação plástica acumulada. Tal ponto é novamente considerado como o ponto de início da fratura, observado experimentalmente. As Figuras 15, 16, 17 e 18 apresentam a evolução da deformação plástica equivalente em função do nível de deslocamento imposto até a fratura.



c) Cilíndrico entalhado R6

d) Cilíndrico entalhado R4

Figura 15 - Curvas de evolução da deformação plástica equivalente para os CP's cilíndricos e entalhados, liga AISI 4340 normalizada

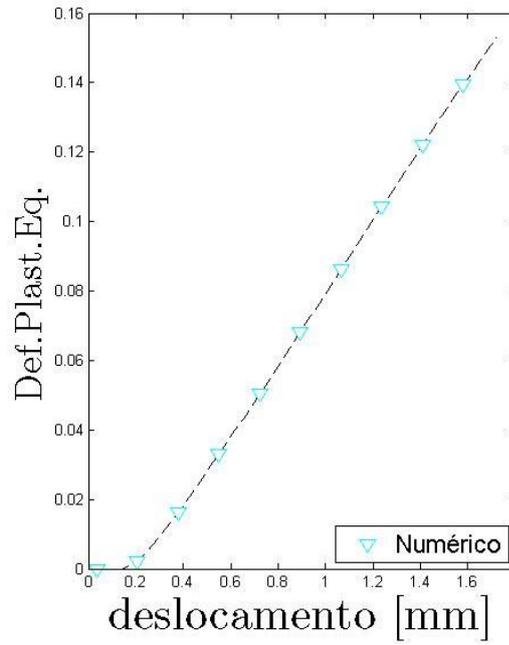
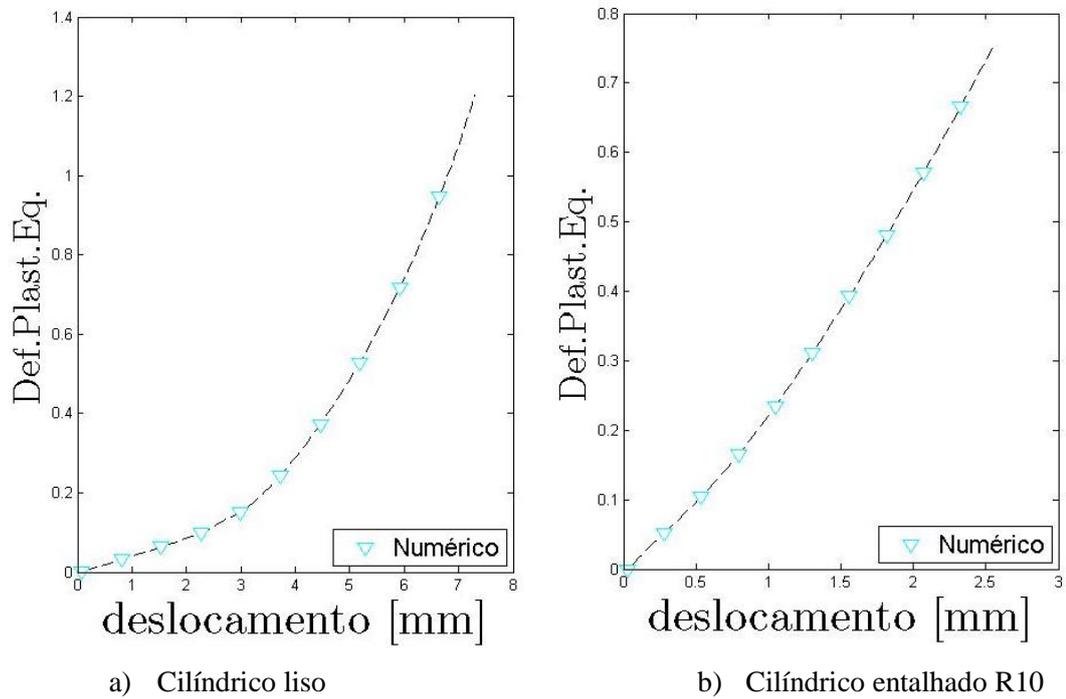
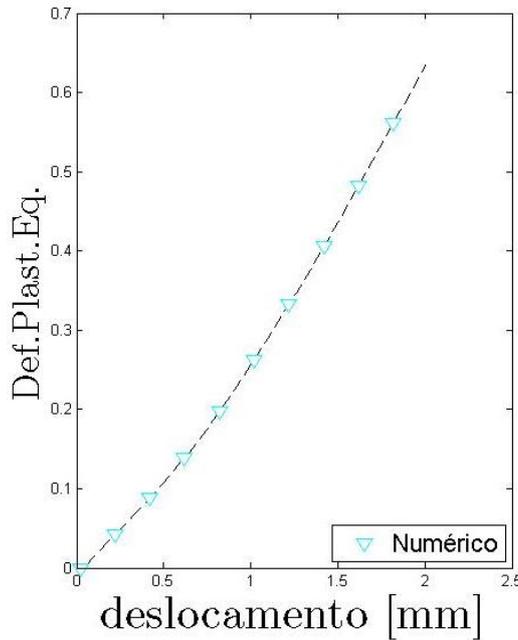
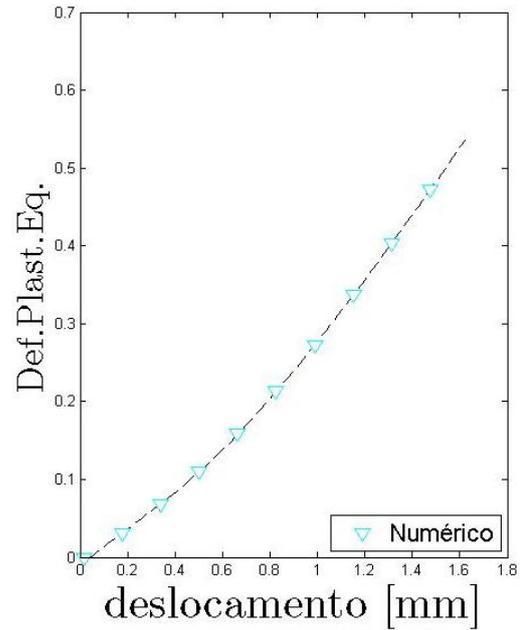


Figura 16 - Curva de evolução da deformação plástica equivalente para o CP de cisalhamento, liga AISI 4340 normalizada





c) Cilíndrico entalhado R6



d) Cilíndrico entalhado R4

Figura 17 - Curvas de evolução da deformação plástica equivalente para os CP's cilíndricos, liga AISI 4340 recozida

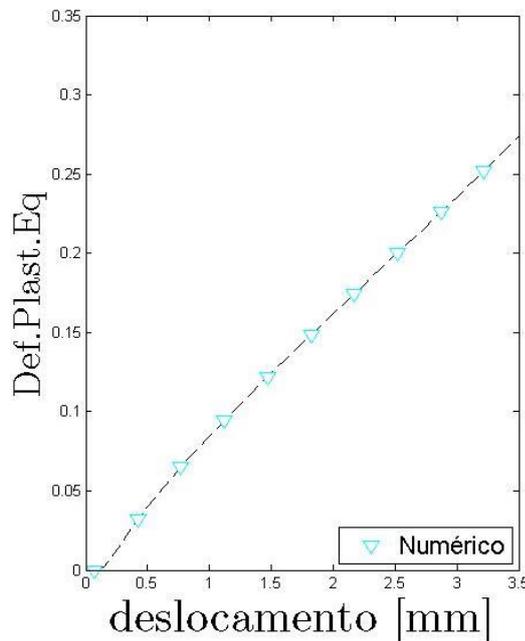


Figura 18 - Curva de evolução da deformação plástica equivalente para o CP de cisalhamento, liga AISI 4340 recozida

Pode-se observar, através dos gráficos apresentados que a deformação plástica na fratura diminui com o aumento da tensão de triaxialidade, para os corpos de prova cilíndricos, que representa a chamada região de alta tensão de triaxialidade. A deformação plástica na fatura é considerado o ponto crítico, pois é o ponto onde ocorre a máxima deformação equivalente. Este comportamento é observado tanto para a liga normalizada quanto para a liga recozida.

Para o caso do corpo de prova de cisalhamento, observa-se um nível menor de deformação plástica na fratura, quando comparado aos corpos de prova cilíndricos. Este ponto em cisalhamento representa o menor ponto da chamada região de baixa tensão de triaxialidade, que compreende a faixa entre zero e 1/3. O comportamento da deformação plástica equivalente versus o nível de tensão de triaxialidade pode ser observado na Fig. (18).

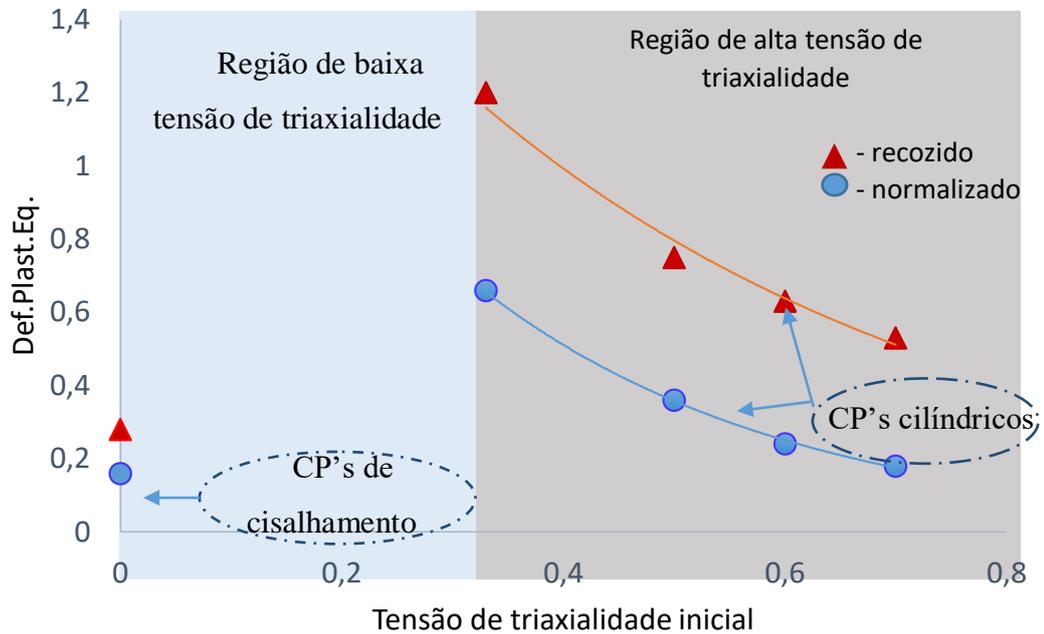


Figura 19 - Curva de deformação plástica equivalente na fratura versus tensão de triaxialidade inicial para a liga 4340 normalizada e recozida

Com os resultados obtidos, pode-se definir uma equação que represente o nível esperado de deformação plástica na fratura, de acordo com o nível de inicial de tensão de triaxialidade do CP. Contudo, esta equação é válida apenas para a região de alta tensão de triaxialidade. A Equação (39) representa matematicamente o comportamento esperado na fratura.

$$\bar{\epsilon}^p = ae^{-b\eta_0} \quad (39)$$

onde, $\bar{\epsilon}^p$ representa a deformação plástica equivalente na fratura, η_0 é a tensão de triaxialidade inicial, a representa o coeficiente de fratura dúctil e b representa o expoente de fratura dúctil. A Tabela 5 apresenta os valores calibrados de a e b para a liga 4340 normalizada e recozida.

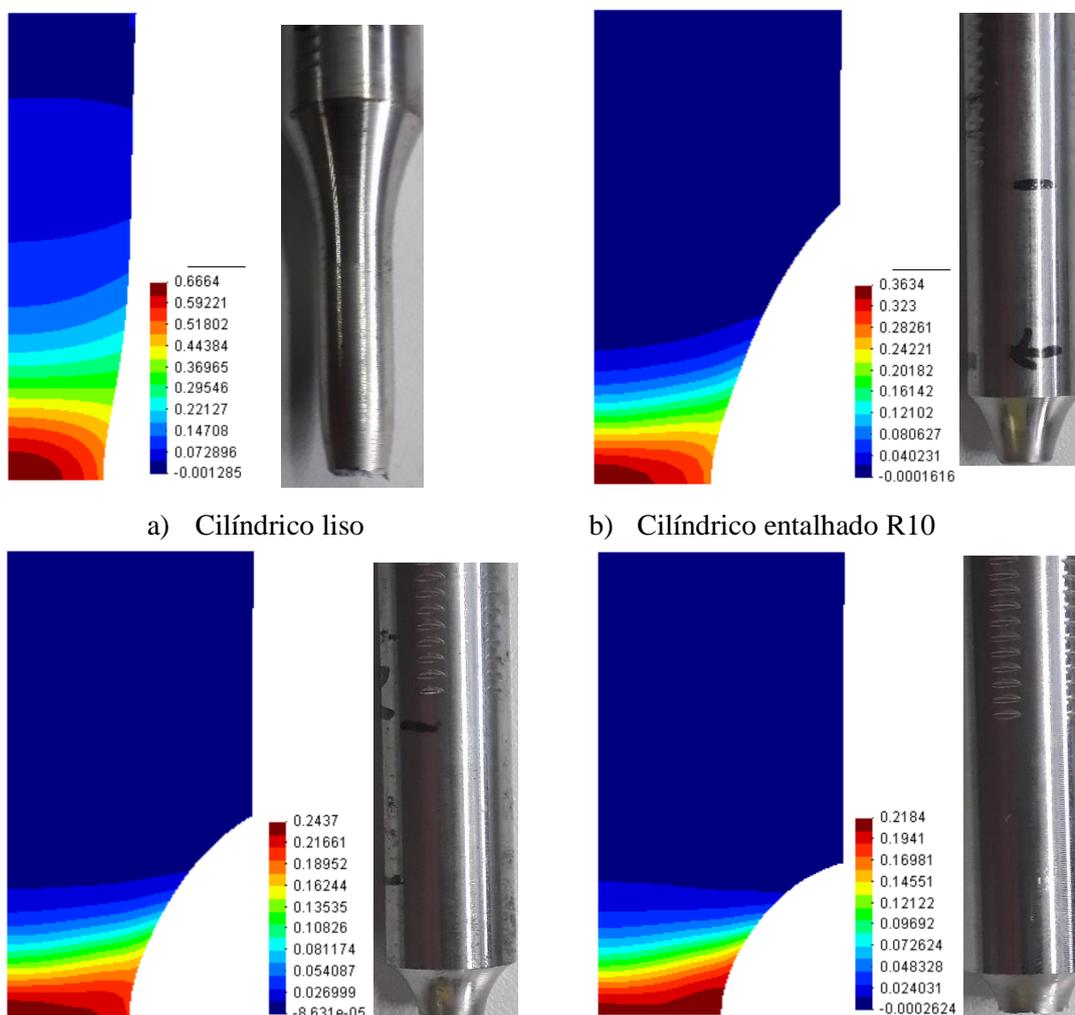
Tabela 5 - Parâmetros de fratura dúctil para a liga 4340

Descrição	Símbolo	Valor	
		normalizado	recozido
Coefficiente de fratura dúctil	a	2,124	2,403
Expoente de fratura dúctil	b	3,56	2,21

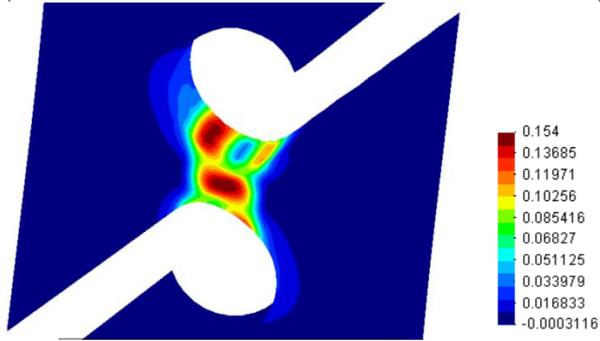
Para a região de baixa tensão de triaxialidade, como se utilizou somente um ponto experimental, não é possível se definir o comportamento da deformação plástica equivalente, em função da tensão de triaxialidade inicial. Vale ressaltar também que foram realizados mais de um ensaio e, no momento, aquele que apresentou melhor banco de resultados foi definido

4.3.4 Contorno da deformação plástica equivalente

A deformação plástica equivalente pode ser utilizada como um parâmetro de identificação do local de início da fratura dúctil. Neste sentido, pode-se observar através das Figs. (20) e (21) o contorno deste parâmetro ao longo da geometria dos CP's.



c) Cilíndrico entalhado R6

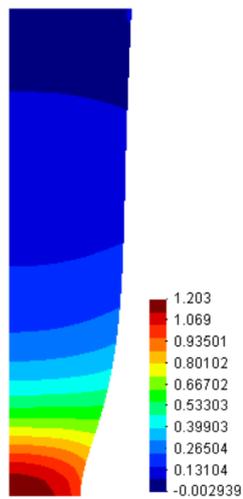


d) Cilíndrico entalhado R4

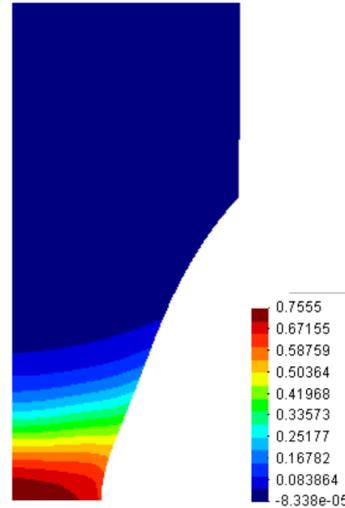


e) CP de cisalhamento

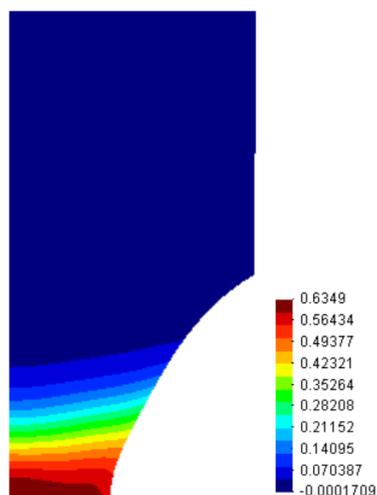
Figura 20 - Contorno da deformação plástica equivalente para os CP's fabricados da liga 4340 normalizada



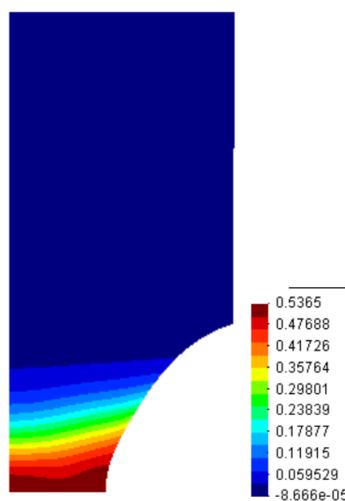
a) Cilíndrico liso



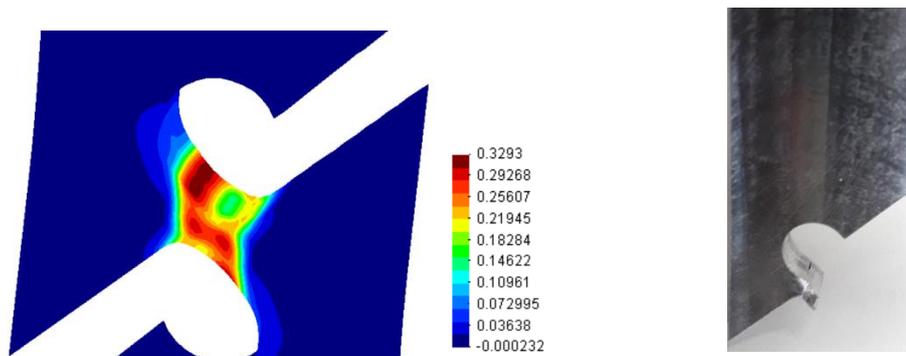
b) Cilíndrico entalhado R10



c) Cilíndrico entalhado R6



d) Cilíndrico entalhado R4



e) CP de cisalhamento

Figura 21 - Contorno da deformação plástica equivalente para os CP's fabricados da liga 4340 recozida

Pode-se observar que, para os CP's cilíndricos lisos, a localização do valor máximo da deformação plástica equivalente é coincidente com o local de início da fratura dúctil observado experimentalmente. Contudo, para os CP's entalhados, principalmente para os CP's com maior nível de tensão de triaxialidade, como os entalhados com $R = 6$ mm e $R = 4$ mm, a localização do valor máximo da deformação plástica equivalente não pode ser claramente definida, pois os valores estão relativamente espalhados ao longo da seção transversal crítica. Este comportamento de não localização do parâmetro é devido à falta do efeito da tensão de triaxialidade no modelo constitutivo utilizado para as simulações numéricas.

5. CONCLUSÕES

Este trabalho mostra o comportamento do material AISI 4340 recozido e normalizado, no qual as forças de reação numérica e experimental são comparadas, a evolução da deformação plástica equivalente versus deslocamento na fratura e a evolução da tensão de triaxialidade também são observadas. Uma curva que descreve a evolução da deformação na fratura em função da tensão de triaxialidade foi obtida, para as duas condições do material (normalizado e recozido).

Com os resultados experimentais obtidos no ensaio de tração para os CP's cilíndricos lisos, foi obtida uma curva de encruamento, a qual foi otimizada por meio de uma técnica de busca multivariável, considerando o endurecimento isotrópico, a partir deste procedimento são obtidos os parâmetros elásticos e plásticos para os dois materiais utilizados neste estudo, estes parâmetros permitem a calibração do modelo numérico utilizado nas simulações realizadas para os CP's entalhados e retangulares.

As forças de reação versus o deslocamento na fratura são analisadas, tanto para CP's cilíndricos quanto para CP's entalhados. Foi constatado que os resultados numéricos e experimentais para os CP's cilíndricos lisos, as curvas de reação numéricas e experimentais apresentam valores praticamente coincidentes, tanto para a liga recozida quanto normalizada.

Quando avaliado o comportamento dos corpos de prova cilíndricos entalhados é possível perceber que a força de reação obtida numericamente é inferior aos valores observados experimentalmente, para todos os entalhes analisados neste estudo. Isto significa que a previsão de falha prevista pelo modelo usando o critério de von Mises e o observado nos testes laboratoriais acontecem para níveis de força diferente, a causa deste fenômeno se explica devido ao modelo numérico utilizado ser dependente do segundo invariante do tensor tensão desviador, não permitindo capturar os efeitos da tensão de triaxialidade. Este comportamento é similar no caso dos CP's retangulares, que avaliam o comportamento em cisalhamento.

Foi apresentada a evolução da deformação plástica em função do deslocamento na fratura, onde foi possível constatar que esta variável apresenta uma forte dependência do nível de entalhe dos corpos de prova. Ao observar os CP's cilíndricos entalhados, a deformação plástica equivalente decresce a medida que a severidade do entalhe diminui, sendo este um resultado coerente, pois se trata da região de alta triaxialidade onde prevalece o efeito puramente trativo, tanto na liga normalizada quanto recozida. Nesta pesquisa foi considerada também a faixa de baixa triaxialidade, porém somente foi estudado o ponto inicial, isto é onde

o valor da tensão de triaxialidade é nula, o que implica a condição de cisalhamento puro, neste ponto a deformação plástica equivalente foi quantificada para os dois materiais.

Com os resultados da deformação plástica equivalente foi possível estruturar uma equação para representar a região de alta triaxialidade. Esta equação permite descrever o comportamento previsto na fratura para os materiais utilizados sendo dependente do nível da tensão de triaxialidade inicial.

Em geral, é possível constatar a influência do raio de entalhe no comportamento do material. Isto significa que, para diferentes níveis de entalhes, foi possível descrever os efeitos na resposta do material, na medida em que o raio de entalhe diminui, aumenta a concentração de tensões e, portanto se espera que a falha do material apresente forças de reação maiores.

Os resultados apresentados nesta pesquisa são bastante relevantes, principalmente por se tratar de uma liga de composição heterogênea do ponto vista químico, sendo altamente complexa a descrição do comportamento do material, tanto na modelagem numérica quanto na realização dos testes experimentais. É possível inferir que os resultados obtidos neste trabalho sugerem a necessidade de incorporar efeitos que não são capturados pelo modelo de von Mises.

6. TRABALHOS FUTUROS

Recomenda-se para trabalhos futuros os seguintes aspectos:

- 1) Usar modelos que incluam outros efeitos no comportamento mecânico dos materiais, como por exemplo, utilizar modelos constitutivos que incluam o efeito da tensão de triaxialidade, do terceiro invariante e o ângulo de Lode.
- 2) Estudar outros estados tensionais que incluam efeitos combinados de cisalhamento e tração. Desta forma será possível descrever melhor o comportamento do material na faixa de baixa triaxialidade.
- 3) Estabelecer uma equação, em função da deformação plástica na fratura e do nível de tensão de triaxialidade inicial, de forma a prever o comportamento do material tanto na faixa de baixa e alta triaxialidade.

7. REFERÊNCIAS

ANAZAWA, R. M. et al. Estudo comparativo das propriedades mecânicas em aços 4340 e 300M submetidos a tratamentos térmicos isotérmicos e intercríticos. **Revista Brasileira de Aplicações de Vácuo**, p. 32-37, 2012.

BAI, Y. **Effect of Loading History on Necking and Fracture**. [S.l.]: Tese de Doutorado, 2008.

BAI, Y.; WIERZBICKI, T. A new model of metal plasticity and fracture with pressure and Lode dependence. **International Journal of Plasticity**, n. 1071-1096, 2008.

BRIDGMAN, P. **Studies in Large Plastic and Fracture**. London: McGraw-Hill Book Company, 1952.

BRÜNIG, M. Numerical simulation of the large elastic-plastic deformation behavior of hydrostatic stress-sensitive solids. **International Journal of Plasticity**, 1999.

BRÜNIG, M. et al. A ductile damage criterion at various stress triaxialities. **International Journal of Plasticity**, 2008. 1731-1755.

BRÜNIG, M.; GERKE, S.; HAGENBROCK, V. Micro-mechanical studies on the effect of the stress triaxiality and the Lode angle parameter on ductile damage. **International Journal of Plasticity**, 50, 2013.

DRIEMEIER, L. et al. Experiments on stress triaxiality dependence of material behavior of aluminum alloys. **Mechanics of Materials**, 2010. 207-217.

DRUCKER, D. C.; PRAGER, W. Soil Mechanics and Plasticity Analysis of Limit Design. **Quarterly Journal Applied Mathematics**, 10, 1952. 157-162.

GAO, X. et al. On Stress-state dependent plasticity modeling: Significance of the hydrostatic stress, the third invariant of stress deviator and the non-associated flow rule. **International Journal of Plasticity**, 2011.

HOLZAPFEL, G. A. **Nonlinear Solid Mechanics. A Continuum Approach for Engineering**. London: John Wiley & Sons, 2000.

HOSFORD, W. F. A Generalized Isotropic Yield Criterion. **Journal of Applied Mechanics**, 1972.

KHAN, A. S.; HUANG, S. **Continuum Theory of Plasticity**. [S.l.]: Jhon Wiley, 1995.

KHAN, A. S.; LIU, H. A new approach for ductile fracture prediction on Al 2024-T351 alloy. **International Journal of Plasticity**, 2012.

KLEINERMANN, J. P.; PONTHOT, J. P. Parameter identification and shape/process optimization in metal forming simulation. **Journal of Materials Processing Technology**, 2003. 521-26.

MALCHER, L. **AN EXPERIMENT STUDY GTN MODEL EXTENDED**. [S.l.]: [s.n.], 2011.

MALCHER, L. Da Mecânica do Dano Contínuo: Uma Evolução do Modelo de Lemaitre para Redução da Dependência do Ponto de Calibração, Universidade de Brasília, 2011.

MALCHER, L.; ANDRADE PIRES, F. M.; CÉSAR DE SÁ, J. M. A. An assessment of isotropic constitutive models for ductile fracture under high and low stress triaxility. **International Journal of Plasticity**, 2012. 81-115.

NAHSHON, K.; HUTCHINSON, J. W. Modification of Gurson Model for shear failure. **European Journal of Mechanics**, 2008. 1-17.

RAMBERG, W.; OSGOOD, W. R. **Description of Stress-Strain-Curves by Three Parameters**. [S.l.]. 1943.

SIMO, J. C.; HUGHES, T. J. R. **Computational Inelasticity**. New York: Springer-Verlag, 1998.

SOUZA NETO, E. A.; PERIC, O. **Computational methods for plasticity: theory and applications**. [S.l.]: John Wiley & Sons Ltd, 2008.

TRESCA, H. Memoire sur l'écoulement des corps solides. In: _____ **Mém. pres. par div. sav.** [S.l.]: [s.n.], v. 18, 1864. p. 733-799.

TVERGAARD, V. Shear deformation of voids with contact modeled by internal pressure. **International Journal of Mechanical Science**, 2008.

VON MISES, R. **Göttinger Nachrichten Math-Phys**. [S.l.]: Klasse, 1913.

ZADPOOR, A. A.; SINKE, J.; BENEDICTUS, R. Formability prediction of high strength aluminum sheets. **International Journal of Plasticity**, 2009. 2269-2297.

8. LISTA DE PUBLICAÇÕES

TRAJANO, A. N.; MORALES, L. L. D. ; MALCHER, L.. NUMERICAL MODEL OF A SAFETY DEVICE APPLIED IN OFFSHORE'S SYSTEM. In: XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, 2016, Brasília. CILAMCE2016,, 2016. v. 1. p. 1-11.

MALCHER, L.; TRAJANO, A. N.; MORALES, L. L. D. MODELAGEM NUMÉRICA DE UM DISPOSITIVO DE SEGURANÇA UTILIZADO EM SISTEMAS OFFSHORE. Revista Interdisciplinar De Pesquisa Em Engenharia, v. 2, p. 49-60, 2016.

SILVA, M. M. M.; MORALES, L. L. D.; TRAJANO, A. N. PRELIMINARY STUDIES IN THE COMPUTATIONAL MODELING OF A SAFETY VALVE USED IN THE OFFSHORE INDUSTRY. In: 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 2017, Curitiba. 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 2017. v. 1. p. 1-9.

MORALES, L. L. D.; MALCHER, L.; TRAJANO, A. N. EFFECT OF THE STRESS TRIAXIALITY ON THE MECHANICAL BEHAVIOR OF DUCTILE MATERIALS. In: The 13th World Congress in Computational Mechanics, 2018, New York. The 13th World Congress in Computational Mechanics, 2018. v. 1. p. 1-10.