

YVES DUMARESQ SOBRAL

**DETERMINAÇÃO EMPÍRICA DOS CICLOS ECONÔMICOS
BRASILEIROS UTILIZANDO A MODELAGEM MS-VAR
COM PROBABILIDADE DE TRANSIÇÃO VARIÁVEL**

BRASÍLIA

2006.

YVES DUMARESQ SOBRAL

**DETERMINAÇÃO EMPÍRICA DOS CICLOS ECONÔMICOS
BRASILEIROS UTILIZANDO A MODELAGEM MS-VAR
COM PROBABILIDADE DE TRANSIÇÃO VARIÁVEL**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Administração vinculado à FACE - Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da Informação e Documentação da UnB - Universidade de Brasília como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Otávio Ribeiro de Medeiros

BRASÍLIA

2006.

YVES DUMARESQ SOBRAL

**DETERMINAÇÃO EMPÍRICA DOS CICLOS ECONÔMICOS
BRASILEIROS UTILIZANDO A MODELAGEM MS-VAR
COM PROBABILIDADE DE TRANSIÇÃO VARIÁVEL**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Administração vinculado à FACE - Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da Informação e Documentação da UnB - Universidade de Brasília como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Aprovada em 23 de junho de 2006 pela banca examinadora:

Prof. Dr. Otávio Ribeiro de Medeiros

Orientador

Programa de Pós-Graduação em Administração – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Roberto de Góes Ellery Júnior

Departamento de Economia – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Gerson Lachtermacher

Departamento de Administração – Universidade do Estado do Rio de Janeiro

A Deus, a Ele toda honra e glória!

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Lúcia e Sobral, pela criação, valores e por terem conseguido incentivar-me e vencer minha aversão aos estudos. Não imagino o desenvolvimento deste trabalho sem suas presenças. Para eles todo o esforço realizado neste trabalho (“Não fiz mais que minha obrigação”!)

Ao Yuri, por toda atenção, dedicação e ajuda. Sua contribuição, colaboração, revisão e crítica é sempre eficiente e indispensável.

À Yana, apesar de não merecer muito, agüentou ser o alvo das agressões verbais e comportamentais rotineiras.

À Mima, que sofreu “quase” calada e comportou-se “quase” exemplarmente durante o desenvolvimento deste trabalho. Somente ela sabe quão difícil foram estes dias de convivência.

À Graça (in memorian) por dedicar integralmente sua vida à minha criação e à dos meus irmãos.

Ao professor e amigo Otávio, orientador mais que presente, professor atencioso e criterioso, pesquisador ousado e competente. Por acreditar no desenvolvimento do projeto e por seu apoio incondicional.

À professora Janann, por permitir e articular a aproximação do PPGA ao professor Otávio durante a minha permanência no programa..

Ao João, Sonária, Luciana e demais funcionários dos programas de pós-graduação em Administração e Contabilidade, sempre presentes, solícitos e atenciosos.

Aos meus amigos de sempre, sempre presentes, pelos momentos de descontração.

Aos amigos do Mestrado em Administração, em especial à Simone (companheira nas horas mais complexas) e ao André.

Aos amigos do Mestrado em Contabilidade, em especial ao Carlos Leonardo, Leonardo e Márcia, por me adotarem em sua turma. Ao C.Leo, pelo coleguismo, parceria e amizade.

Aos amigos Gabriel Henrique, Pedro Pedrosa e Juliana Shirley, sem eles meus dias sempre felizes de trabalho seriam apenas dias angustiantes. Ao restante da equipe GECLI/GECIC, em especial ao Márcio Witt, pela forma com que avaliou e conduziu meus diversos pedidos de “excepcionalização de horário”, permitindo o desenvolvimento deste trabalho com maior dedicação.

Ao Expedito e Gustavo, funcionários do Banco do Brasil, que permitiram a coleta de dados indispensável a esta dissertação.

Ao José Ricardo, do Banco Central, pela a atenção em responder meus questionamentos.

A todas as pessoas que, de uma forma ou de outra, deixaram sua contribuição neste trabalho, seja colaborando diretamente na execução da pesquisa, seja trocando impressões e experiências, seja incentivando e apoiando.

À Universidade de Brasília, em especial aos programas de Pós Graduação em Administração e Contabilidade, pela disponibilização de toda infra-estrutura e pessoal que tornou possível a obtenção deste título.

RESUMO

A presente dissertação investiga os ciclos econômicos brasileiros a partir do Modelo de Mudança de Regime com Vetores Auto-regressivo (MS-VAR), para identificar a forma como ocorre a alternância dos regimes econômicos na economia brasileira. O estudo foi conduzido a partir da metodologia que emprega probabilidades de transição entre os regimes variáveis no tempo necessitando para tal, a utilização de uma variável antecedente de movimentos no PIB, neste caso o diferencial entre as taxas de juros de longo e curto prazos. A abrangência do estudo limita-se ao período de agosto de 1998 a março de 2006, com periodicidade de dados mensais. Foi utilizada como indicador da atividade econômica, a série histórica do Produto Interno Bruto Brasileiro. Para o cálculo do diferencial da taxa de juros de longo e curto prazos (*Yield Spread*) foram utilizadas as séries históricas dos valores dos contratos de *SWAP DI x Pré* de 180 e 360 dias, como variável representativa da taxa de juros de longo prazo, e a taxa SELIC, como variável representativa da taxa de juros de curto prazo, livre de risco. Mediante análise de correlação e estatística dos dados de entrada e imposição das restrições do modelo, os dados foram processados e tiveram os parâmetros dos modelos estimados. O modelo MS-VAR (4) com probabilidade de transição variável no tempo (TVTP) apresentou resultado condizentes com a teoria, exceto nos parâmetros relativos ao termo auto-regressivo, verificando-se que o instrumento utilizado é adequado para a modelagem dos movimentos na economia a curto prazo e que a utilização da taxa de juros com maior maturidade não influi na significância do modelo. A comparação dos parâmetros do modelo MS-VAR (4) – TVTP com os parâmetros do modelo MS-VAR (4) com probabilidade fixa de transição apresentou resultados positivos, identificando a importância da variável antecedente de movimento na construção e estimação dos parâmetros. Considerada a importância desse estudo no sentido de identificar a dinâmica da economia brasileira e suas peculiaridades, mas observadas as restrições impostas ao modelo, recomenda-se que este estudo tenha seu número de defasagens expandida e a periodicidade de análise alterada de modo que a dinâmica dos ciclos econômicos brasileira seja completamente entendida.

Palavras-chave:

Ciclo de Negócios, Modelo de Mudança de Regime, Cadeia de Markov

ABSTRACT

The present study investigates the Brazilian business cycles using the Markov Switch Regime with Vector Autoregression model (MS-VAR) to identify how economic regimes in the Brazilian economy change in time. This study was developed using a methodology based on time variable transition probabilities (TVTP). The leading variable of the GDP movements used in this work was the interest-rate Yield Spread, the period of study being from 1998 until 2006, with monthly data frequency. The indicator of the Brazilian economic activity was chosen to be the historical time series of the Brazilian GDP. The Yield Spread was extracted from the time-series data of the 180 and 360 days SWAP DIXPre contracts, as a reference for the long-term interest rates, and the SELIC rate as the short-term risk-free interest rate. A correlation analysis was carried out and the final data analysis lead to the estimation of the model parameters. The results of the MS-VAR model with TVTP are according to expected, except for the autoregressive parameters. This shows that the model used is adequate to predict the economy changes in the short-term, and that the change in the maturity of interest rates does not affect the validity of the predictions. A comparison of the parameters of the MS-VAR with and without TVTP reveals the importance of the leading variable in the estimation of the model parameters. Given the importance of the present study concerning the identification of the dynamics of the Brazilian economy and its particularities and the model restrictions, it is recommended that further studies be carried out with a larger number of autoregressive parameters and with different data frequencies, so that the dynamics of the Brazilian economic cycles can be better understood.

Keywords:

Business Cycles, Markov Switching Model, Markov Chain

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Etapas da realização da pesquisa	39
Figura 2 - Evolução do Índice PIB mensal	47
Figura 3 - Evolução do Índice PIB trimestral	47
Figura 4 - Evolução do DLOG (PIB) mensal	49
Figura 5 - Evolução do DLOG (PIB) trimestral	49
Figura 6 - Estados observados na economia (MOOLMAN,2003)	51
Figura 7 - Estados observados na economia, Crescimento Acelerado vs Crescimento Baixo ou Estagnação	52
Figura 8 - SWAP PRÉ-DI 180 vs SWAP PRÉ-DI 360 vs SELIC – Dados Diários	53
Figura 9 - SWAP PRÉ-DI 180 vs SWAP PRÉ-DI 360 vs SELIC – Dados Mensais	54
Figura 10 - SWAP PRÉ-DI 180 vs SWAP PRÉ-DI 360 vs SELIC – Dados Trimestrais	54
Figura 11 - Yield Spread 180 vs Yield Spread 360 – Dados Mensais	56
Figura 12 - Yield Spread 180 vs Yield Spread 360 – Dados Trimestrais	57
Figura 13 - Yield Spread 180 vs Yield Spread 360 vs DLOG (PIB) – Dados Mensais	58
Figura 14 - Yield Spread 180 vs Yield Spread 360 vs DLOG (PIB) – Dados Trimestrais	58
Figura 15 - Probabilidade de Transição TVTP ($z_t = YS360$) – MSVAR 4 – Dados Mensais	63
Figura 16 - Probabilidade de Transição TVTP ($z_t = YS180$) – MSVAR 4 – Dados Mensais	64
Figura 17 - Probabilidade de Transição TVTP ($z_t = YS360$) MSVAR (4) vs St (MOOLMAN, 2003)	69
Figura 18 - Probabilidade de Transição TVTP ($z_t = YS360$) MSVAR 4 vs St	69
Figura 19 - Probabilidade de Transição TVTP ($z_t = YS180$) MSVAR 4 vs St (MOOLMAN, 2003)	70
Figura 20 - Probabilidade de Transição TVP ($z_t = YS180$) - MSVAR 4 vs St	70
Figura 21 - Probabilidade de Transição FTP – MSVAR 4 – Dados Mensais	74
Figura 22 - Probabilidade de Transição FTP - MSVAR 4 vs St (MOOLMAN, 2003) – Dados Mensais	74
Figura 23 - Probabilidade de Transição FTP - MSVAR 4 vs St – Dados Mensais	75
Figura 24 - MSVAR 4 FTP vs St – Amostra Extendida	79
Figura 25 - MSVAR 4 FTP vs MSVAR 4 FTP com Amostra Extendida	79
Figura 26 - Probabilidade de Transição FTP - MSVAR 4 – Periodicidade Trimestral	83

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Correlograma entre SWAP 180 e SWAP 360	39
---	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros Estimados Consolidados – Dados Mensais	62
Tabela 2 - Parâmetros Estimados MS-VAR TVTP (YS360) – Dados Mensais	65
Tabela 3 - Parâmetros Estimados MS-VAR TVTP (YS360) – Dados Mensais	66
Tabela 4 - Parâmetros Estimados MS-VAR FTP – Dados Mensais	72
Tabela 5 - Parâmetros Estimados MS-VAR FTP – Dados Mensais (Amostra extendida)	77
Tabela 6 - Parâmetros Estimados MS-VAR FTP – Dados Trimestrais (Amostra Extendida)	81

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 Situação Problema	13
1.2 Pergunta da Pesquisa	17
1.3 Objetivos	17
1.3.1 Objetivo Geral	17
1.3.2 Objetivos Específicos	17
1.4 Delimitação do Estudo	18
1.5 Justificativa da Relevância da Pesquisa	19
2 REFERENCIAL TEÓRICO	20
2.1 Processo Estocástico de Markov	22
2.1.1 Processo de Estimação das Probabilidades de Transição	24
2.2 Modelo MS-VAR	25
2.2.1 Probabilidade de Transição Fixa (FTP).....	27
2.2.2 Probabilidade de Transição variável com o Tempo (TVTP)	29
2.3 Diferencial da Taxa de Juros de Longo e Curto Prazos (Yield Spread)	33
2.3.1 Estrutura a Termo da Taxa de Juros (ETTJ) Brasileira	35
3 METODOLOGIA	39
3.1 Seleção da Amostra	40
3.2 Processo de Estimação do Modelo MS-VAR	43
3.3 Análise e Validação dos Dados	44
4 RESULTADOS EMPÍRICOS	46
4.1 Discussão Inicial dos Dados	46
4.2 Discussão dos Resultados	59
5 CONCLUSÕES	84
5.1 Recomendações e Sugestões	86
5.2 Considerações Finais	87
6 REFERÊNCIAS	88
ANEXO A – DADOS TAXA SWAP PRÉ-DI 180 DIAS	90
ANEXO B – DADOS TAXA SWAP PRÉ-DI 360 DIAS	91
ANEXO C – DADOS DO PRODUTO INTERNO BRUTO BRASILEIRO	94
ANEXO D – DADOS TAXA DE JUROS SELIC	95
ANEXO E – DADOS DO ÍNDICE DEFLATOR - IPCA	97
APÊNDICE A – ALGORITMO DE PROCESSAMENTO MODELO MS-VAR(4) - TVTP	98
APÊNDICE B - ALGORITMO DE PROCESSAMENTO MODELO MS-VAR(4) - FTP	103

1. INTRODUÇÃO

O presente projeto pretende investigar e caracterizar a dinâmica de transição dos ciclos econômicos brasileiros utilizando-se da metodologia de Vetores Auto-regressivos (VAR) combinada aos processos markovianos de mudança de regime, a fim de distinguir e identificar os períodos de recessão, estagnação e expansão da economia brasileira bem como caracterizar o exato instante de ocorrência de cada regime e de seus pontos de inflexão.

A pesquisa foi estruturada em cinco capítulos, iniciando-se por uma revisão literária, onde se apresentam os motivos, as características, os conceitos e a abordagem atual dos objetos de pesquisa, identificando o estado da arte atual sobre o movimento de crescimento econômico brasileiro, as metodologias e modelos capazes de detectar e caracterizar as mudanças de regimes nos ciclos econômicos e apresentar os estudos e conceitos sobre a estrutura a termo das taxas de juros (ETTJ) brasileira. No capítulo I são também definidos a justificativa, a relevância e os objetivos da pesquisa, geral e específicos, permitindo, também, discorrer sobre a delimitação do estudo.

No capítulo II é apresentado o modelo não linear de mudança de regime de Markov, composto de uma parte auto-regressiva (VAR) e outra responsável pela mudança estocástica de regime (MS), para probabilidades fixa e variável de transição entre os regimes. Concomitantemente à análise de mudança de regime são apresentadas as principais características dos modelos estocásticos de previsão. A estrutura a termo da taxas de juros é definida neste capítulo de forma a poder caracterizar a variável antecedente, indicadora de movimento nos ciclos econômicos, o *yield spread* (diferencial entre a taxa de juros de longo e curto prazos).

No capítulo III apresenta-se a discussão metodológica, onde serão abordadas as diversas etapas da aplicação do modelo de mudança de regime de Markov, incluindo a coleta de dados, a parametrização do modelo, a incidência de informações externas, resultados, validação e análise descritiva dos dados a serem utilizados na estimação final do modelo.

No capítulo IV a modelagem proposta e desenvolvida por Moolman (2003), é aplicada para o mercado brasileiro, no período de 1998 a 2006, utilizando como dados de entrada os dados do PIB brasileiro (variável indicadora de movimentos da atividade econômica) e o *yield spread* (composto a partir das taxas SELIC e SWAP DI x Pré). Os parâmetros do modelo (médias, coeficientes e matrizes de probabilidade de transição) são obtidos, validados e sua significância avaliada. Os períodos representativos de crescimento ou recessão na atividade

econômica são comparados com os períodos previamente classificados e as classificações divergentes são filtradas de forma a poder separar os fatos relevantes não detectados pelo modelo.

No capítulo V, finalmente, são apresentadas as conclusões do estudo e as suas limitações são expostas e são apresentadas as possibilidades naturais de continuidade do estudo bem como seus possíveis desdobramentos e reconsiderações de forma a aumentar sua aplicabilidade e abrangência.

1.1. Situação Problema

A trajetória econômica recente do Brasil, marcada pela implantação do plano Real, pelas seguidas reformas econômicas e pelo aumento do fluxo financeiro internacional para o país, resultante, em grande parte, da liberação do mercado, das privatizações, da desregulamentação dos monopólios e da política cambial, caracterizou um aparente cenário econômico de estabilidade e crescimento (CHAUVET, 2000). Os fatos econômicos, porém, não diminuíram a volatilidade característica das variáveis macroeconômicas e financeiras internas e externas ao país. Mudanças abruptas no ciclo econômico, por exemplo, são fatores que afetam o mercado financeiro e de mercadorias.

Com a entrada do capital estrangeiro surgiu o interesse no acompanhamento dos índices econômicos brasileiros, especialmente da dinâmica oriunda dos movimentos das séries temporais de dados econômicos, permitido graças à rápida disponibilização dos dados apurados (CHAUVET, 2000). Esta disponibilização de dados mais precisos e em tempo real permite um melhor acompanhamento das características estruturais próprias do país e, por conseguinte, dos fundamentos da economia brasileira. Desta forma, os desvios de trajetória apresentados podem ser configurados e definidos a partir do desempenho econômico do país (CORREA, 2003).

A análise deste cenário por muito tempo esteve limitada pelas técnicas de análise lineares, incapazes de acompanhar o ritmo rápido e acelerado das mudanças constantes dos comportamentos das características estruturais de cada país, resultando, desta forma, em um interesse pelos modelos não lineares de análise de mudança de estado de séries macroeconômicas. Estes modelos, evidenciados por Hamilton (1989) para estudar as flutuações econômicas dos Estados Unidos, permitiram a possibilidade de análise de séries

assimétricas, definidas por comportamentos ou regimes variáveis. A literatura recente sobre ciclos de negócios tem apresentado importantes trabalhos utilizando essa metodologia e, não obstante, existem poucos estudos referindo-se às economias sul americanas.

O produto interno bruto do país possui uma trajetória histórica definida pelo comportamento de um conjunto de variáveis econômicas, como o consumo, investimento, produtividade e horas trabalhadas (ELLERY, 2003). Uma propriedade em comum das séries econômicas é a manifestação de ciclos, ou seja, a presença de um determinado comportamento padrão durante um período de tempo. Kontolemis (1999) afirma que os ciclos de negócios são assimétricos, ou seja, que a trajetória econômica tem um comportamento diferente em fases de expansão e retração. A existência de assimetria nos ciclos de negócios demanda a utilização de modelos não lineares capazes de captar tais efeitos em sua análise, possibilitando ainda caracterizar cada fase de diferentes maneiras. Entre as metodologias não lineares que podem capturar a assimetria nos ciclos econômicos incluem-se os modelos *Threshold Model*, *Smooth Transition Autoregressive Model* e *Markov Switching Vector Autoregression Model* (MS-VAR) (MOOLMAN, 2003).

O modelo econométrico de mudanças de regime baseado na modelagem VAR, Modelo de Vetores Auto-regressivos com Mudança de Regimes, MS-VAR, é capaz de identificar as dinâmicas dos ciclos de negócios, caracterizada nestes tipos de estudo por regimes ou fases, utilizando como base os processos estocásticos gerais. Muitos estudos estão sendo realizados atualmente em economia, principalmente na área de finanças, tomando como base a modelagem estocástica dos processos de Markov para a análise não linear da variável estudada ao longo do tempo. Os estudos de Hamilton utilizavam o modelo MS-VAR com probabilidades fixas de transição (FTP, *fixed transition probabilities*), onde a duração esperada de cada regime é constante. O conceito do modelo, em termos gerais, permite que uma variável tenha certa probabilidade de mudar entre fases ou regimes distintos. Estas mudanças de regime possuem uma dinâmica própria, podendo ser expressa através de um processo de Markov. A principal característica desta abordagem reside no fato de não ser necessária nenhuma informação passada para se caracterizar o estado atual da série econômica (MOOLMAN, 2003).

A partir desta característica, pode-se dizer que uma série econômica que satisfaça o processo de Markov, de fato, um caso particular do movimento Browniano, possui uma memória curta, com tempo de decorrelação curto, o que significa que o estado de uma dada variável observada em t_n é independente do estado da observação em t_{n-1} (NELSON, 1967).

Filardo (1994) introduziu a utilização da modelagem MS-VAR com probabilidades de transição variáveis no tempo (TVTP, *time varying transition probabilities*) que inclui na formulação de Hamilton a variação temporal das probabilidades de transição entre os regimes observados. Este modelo pode prover, por exemplo, informações adicionais sobre quando uma fase ou regime particular ocorreu e quando ocorrerá um ponto de inflexão no PIB ao incorporar, ao modelo MS-VAR original, dados de séries temporais referentes ao mercado financeiro ou comercial. A metodologia TVTP possui, portanto, flexibilidade para identificar variações sistemáticas nas probabilidades de transição antes e depois da mudança de regime ou da ocorrência do ponto de inflexão.

De acordo com Chauvet (2000), a monitoração da atividade econômica é realizada por meio da utilização de diferentes tipos de indicadores, como por exemplo, indicadores coincidentes, indicadores antecedentes (*leading indicators*) ou composições de indicadores. É o caso das variáveis financeiras, que estão comumente associadas à expectativa de ocorrência de eventos econômicos futuros. Burns and Mitchell (1946) catalogaram mais de 500 variáveis que possuíam uma dinâmica capaz de caracterizar os movimentos cíclicos na economia dos Estados Unidos. Os indicadores formados pela junção de algumas dessas variáveis podem servir para a monitoração da atividade econômica do país. Por exemplo, segundo Estrella e Hardouvelis (1991) a variação do diferencial entre a taxa de juros de curto e longo prazos está associada à variação da atividade econômica e possui um poder preditivo maior que outros indicadores utilizados.

Para Doniak (2001), a estrutura a termo da taxa de juros é o instrumento que revela a percepção do mercado com relação à taxa de juros futura. Moolman (2003) observa, ainda, que a curva da estrutura a termo das taxas de juros como variável explanatória dos ciclos de negócios tem sido aplicada aos modelos MS-VAR nos estudos mais recentes sobre os ciclos econômicos.

Dois estudos recentes realizados no Brasil, utilizam a modelagem MS-VAR para o desenvolvimento de suas pesquisas. A pesquisa de Correa (2003) segue a linha adotada por Hamilton (1989) e aplica o modelo de mudanças de regime com probabilidade fixa de transição para os ciclos econômicos de Brasil e Argentina. O autor conclui que os ciclos econômicos destes países mostram significativas diferenças em seus processos de desenvolvimento. Em primeiro lugar, a economia brasileira apresenta taxas de crescimento bastante elevadas nos regimes de expansão, em especial no regime de crescimento acelerado, ao contrário da economia Argentina, que apresenta taxas de crescimento mais modestas. O autor indica que no Brasil ocorrem, em média, mais períodos de estagnação econômica do que

propriamente depressões significando que os períodos de recessão são fenômenos isolados e que não podem ser tomados como uma característica marcante do processo brasileiro. Já Compton e Silva (2005) analisam o crescimento econômico americano tomando como base a modelagem proposta por Filardo (1994). Os autores testam a causalidade de três fatores, fator monetário, fator dívida e fator mercado de capitais nos movimentos dos ciclos econômicos. Concluem que o fator que expressa de melhor forma os movimentos da economia americana é o fator expresso pelos indicadores do mercado de capitais.

A relação entre a estrutura a termo da taxa de juros doméstica com o nível da atividade econômica no país pode ser explicada de acordo com o raciocínio utilizado por Moolman (2003). Segundo a autora, a relação que existe entre os ciclos da atividade econômica e a estrutura a termo da taxa de juros assume que a economia está passando por um período de expansão. Portanto, um pensamento comum aos investidores e agentes econômicos diz que a economia está caminhando para um período de retração, logo, para protegerem seus ativos da retração, estes agentes compram títulos de longo prazo, garantindo retorno no período de recessão. O aumento na demanda de títulos de longo prazo aumenta o preço de venda destes títulos, diminuindo o diferencial entre as taxas de juros de longo prazo e a taxa de juros dos títulos de curto prazo. Por outro lado, para financiarem a compra dos ativos de longo prazo, é razoável pensar que os investidores abram mão das suas posições de curto prazo, aumentando a oferta deste tipo de títulos e diminuindo, por conseqüência, o seu preço de venda. Portanto, estando a economia antevendo uma recessão, os juros de longo prazo aumentarão e os de curto prazo diminuirão provocando uma inclinação nula, ou até mesmo invertida, da curva da estrutura a termo da taxa de juros. Similarmente, as taxas de longo prazo diminuem e as de curto prazo aumentam quando a economia antevê um período de expansão da atividade econômica, provocando uma inclinação positiva na curva da taxa de juros.

Este estudo propõe, portanto, a modelagem das mudanças de regimes dos ciclos de negócios do Brasil, de 1998 a 2006, utilizando a modelagem MS-VAR, com probabilidade de transição variável no tempo. Para tal utilizar-se-á as séries do PIB brasileiro divulgadas pelo IBGE e, como informação adicional ao modelo, a estrutura a termo das taxas de juros, representada, neste estudo, pelo diferencial entre a taxa *SWAP DIxPré*, com maturidades de 360 e 180 dias, e a taxa SELIC (DONIAK, 2001).

1.2. Pergunta da Pesquisa

Partindo da abordagem literária sobre processos markovianos e modelos econométricos auto-regressivos, esse projeto pretende pesquisar os ciclos econômicos brasileiros de forma a responder a seguinte pergunta: **Os ciclos econômicos brasileiros podem ser estimados a partir de um modelo econométrico VAR com mudança de regimes determinadas por um processo estocástico de Markov?**

1.3. Objetivos

Para direcionar os estudos relativos à dinâmica de transição dos ciclos econômicos brasileiros, são definidos como objetivos desta pesquisa:

1.3.1. Objetivo Geral

Identificar através de um modelo MS-VAR as fases de expansão, estagnação e contração, os períodos com reversão do ritmo de crescimento e a duração dos ciclos da atividade econômica.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Caracterizar o processo markoviano discreto de primeira ordem, com probabilidade de transição variável em função do tempo;
- Desenvolver o cálculo das probabilidades de transição dos regimes e a sua parametrização;
- Estimação dos parâmetros constituintes do modelo auto-regressivo (VAR) e a análise da sua significância;

- Validação do modelo para a série histórica, pós plano Real, do PIB brasileiro;
- Identificação da probabilidade de transição do regime econômico atual a curto prazo.

1.4. Delimitação do Estudo

O estudo proposto objetiva analisar a dinâmica do PIB brasileiro a partir do modelo econométrico VAR (*Vector Autoregression Model*) com mudança de regime seguindo um processo de Markov com probabilidade de transição variável com o tempo, utilizando como informação disponível, ou índice antecedente da atividade econômica, para estimação da matriz de probabilidade de transição, o diferencial da taxa de juros de longo e curto prazo. A utilização da modelagem VAR dispensa a análise das equações estruturais do modelo, não sendo, portanto, alvo de investigação para este estudo. Tampouco serão aprofundadas as análises cointegradas, permitidas por este tipo de modelagem, das variáveis componentes do modelo de estudo

O diferencial da taxa de juros de longo e curto prazos será caracterizado pela taxa *SWAP DIXPré*, de diferentes maturidades, índice fornecido pela Bolsa de Mercadorias e Futuros e a taxa SELIC, informada pelo Banco Central do Brasil.

A série histórica da taxa *SWAP DIXPré* não é tão extensa se comparada aos dados utilizados em outros trabalhos empíricos, mas permite a realização dos testes a que este estudo se propõe. A captura do conjunto de dados a se utilizar, isto é, a série temporal evolutiva do PIB brasileiro e a evolução do diferencial da taxa de juros de longo prazo e curto serão alvos de análise metodológica.

A pesquisa não objetiva identificar ou avaliar outros índices de atividade econômica nem desenvolver modelos ou filtros comumente utilizados na caracterização do movimento da análise dos ciclos econômicos. Não serão desenvolvidos, portanto, estudos para avaliar eventos não explicados pelo modelo ou a importância de se considerar outras informações disponíveis.

1.5. Justificativa da Relevância da Pesquisa

O trabalho é justificado na medida em que procura contribuir para o avanço do conhecimento relativo às ocorrências de ciclos e tendências no comportamento da economia brasileira. Observa-se que, em termos de produção científica nacional e internacional, embora os temas relativos ao estudo do ciclo econômico brasileiro sejam objeto de várias investigações, são ainda escassos os estudos versando sobre a análise da dinâmica de transição dos ciclos econômicos a partir de um modelo econométrico não linear combinando o modelo de Vetores Auto-regressivos com equações de um processo estocástico markoviano com probabilidades de transição variáveis no tempo.

Assim, a pesquisa também é justificada do ponto de vista da aplicação do modelo, pois o estudo de suas peculiaridades, elementos e características agrega informações às séries de dados podendo caracterizá-las em fases determinadas, como expansão, retração e estagnação, sendo suficientemente flexível para permitir diferentes tipos de relacionamento entres essas fases (SIMPSON, 1999).

O estudo também se justifica na crença de que a caracterização, de forma rigorosa e ágil, da fase do ciclo econômico em que se encontra a economia pode ser de grande utilidade para a condução da política macroeconômica e da política monetária, em particular. Além disso, acredita-se que o conhecimento da taxa de crescimento real do PIB é, por si só, insuficiente para caracterizar se a economia entrou em um período recessivo ou de crescimento, isso porque o valor observado em um trimestre qualquer pode ser conjuntural, não necessariamente indicando uma nova tendência para o nível da atividade econômica (LIMA E DOMINGUES, 2000)

Ademais, o trabalho se justifica, na medida em que procura contribuir para o avanço do conhecimento relativo à influência da variável diferencial da taxa de juros de longo e curto prazo na atividade econômica brasileira, agindo como um indicador antecedente das ocorrências de fases e das durações de cada ciclo.

Por último, supõe-se que a previsão da duração dos ciclos econômicos, das tendências de crescimento, dos estados atuais da economia e do conhecimento das incidências de aspectos e fatos cíclicos na dinâmica do ciclo econômico brasileiro forneça dados corretos e confiáveis, de grande valia para os agentes reguladores econômicos e economistas brasileiros, permitindo a construção de cenários econômicos e políticos mais realistas e precisos.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

É possível notar que, ao longo do tempo, algumas das principais variáveis macroeconômicas de um país sofrem consideráveis alterações. O nível agregado do produto real da economia (podendo ser representado pelo PIB ou PNB, por exemplo) tende a movimentar-se ao longo do tempo, apresentando uma tendência de crescimento, em torno da qual sofre desvios. A estes desvios recorrentes do produto real agregado em relação a sua tendência convencionou-se denominar: ciclos de negócios, ciclos econômicos ou flutuações econômicas. Apesar de um ciclo nunca ser exatamente igual a outro, os ciclos de negócios apresentam importantes características comuns, o que facilita enormemente seu estudo (MAGALHÃES, 1999). Segundo Stock e Watson (1999, apud ELLERY, 2003), um ciclo consiste em expansões ocorrendo ao mesmo tempo em muitas atividades econômicas seguidas, de maneira similar, por recessões, contrações e reaquecimentos (esta última fase equivale à fase de expansão do próximo ciclo). Esta seqüência de mudanças é cíclica e em duração, os ciclos da atividade econômica variam entre 1 e 12 anos.

Historicamente, até o final da década de 60, o modelo Keynesiano constituía-se na teoria dominante sobre os ciclos de negócios, indicando que fatores nominais (fatores relacionados à moeda, como a oferta de moeda, taxa de juros, etc.) influenciavam os ciclos de negócios. De acordo com a teoria os ciclos de negócios são resultantes dos choques de demanda agregada e, a partir da década de 70, este modelo passou a ser discutido por não conseguir explicar alguns dos fatos ocorridos na década. Os fatores nominais continuaram participando das modelagens dos ciclos de negócios até a década de 80. Desde então tiveram sua importância reduzida na análise dos ciclos de negócios, quando Prescott (apud CORREA, 2004) demonstrou que poderiam se explicar pelo menos dois terços das flutuações econômicas dos Estados Unidos com um modelo de equilíbrio geral estocástico dinâmico, sem a influência de fatores ligados à moeda. Caminhava-se, portanto, para o desenvolvimento da teoria sobre ciclos econômicos reais, associando os movimentos nos ciclos econômicos no curto prazo aos fatores reais (CORREA, 2004).

É possível caracterizar as variáveis macroeconômicas de acordo com a direção que seguem ao longo do ciclo. Ou seja, aquelas variáveis que aumentam quando o nível de produto aumenta, são denominadas “pró-cíclicas”, aquelas que diminuem, são tidas como “contra-cíclicas”, e aquelas que não apresentam um padrão definido ao longo do ciclo são denominadas “acíclicas”. Essas variáveis também podem ser classificadas de acordo com a

sua correlação com o ciclo (alta ou baixa), bem como de acordo com o *timing* de suas oscilações. Assim, uma variável é tida como *leading*, isto é, antecedente, caso tenda a mover-se antes do produto agregado, *lagging*, isto é, defasada, caso altera-se depois do produto e “coincidente” se apresenta um padrão cíclico que ocorre simultaneamente às oscilações no produto agregado (MAGALHÃES, 1999).

Lima e Domingues (2000), em seus estudos, reportam resultados de uma análise econométrica do comportamento do PIB trimestral do Brasil do primeiro trimestre de 1975 ao segundo trimestre de 2000. Os resultados mostram que um período típico de expansão da economia brasileira dura de quatro a cinco trimestres consecutivos e é caracterizado por uma taxa trimestral de crescimento de 1,8% e que um período típico de retração econômica dura três trimestres consecutivos e apresenta uma taxa de variação trimestral de -0,9% .

Correa (2003) aplica para seus estudos sobre ciclos econômicos brasileiros o modelo de mudança de regimes de Markov, tendo como base o trabalho de Hamilton (1989), e relata que a categorização dos regimes observados na economia em “retração” e “expansão” é pouco válida para a economia brasileira já que os parâmetros estimados característicos da fase de retração são pouco significativos, sendo mais pertinente uma classificação em três regimes observáveis, “retração”, “estagnação ou crescimento moderado” e “crescimento acelerado”. A observação destes fatos condiz com os estudos recentes sobre os ciclos econômicos brasileiros que demonstram que a economia brasileira permanece suscetível a um ritmo de crescimento *stop and go*, ou seja, com taxas de expansão do PIB que alternam fases de crescimento mais baixo e outras com um maior dinamismo.

Estas informações apóiam-se nos estudos de Simpson (1999), que afirma que a dinâmica dos ciclos é assimétrica, significando que a economia comporta-se diferentemente em fases de crescimento e retração. Assim como Lima e Domingues (2000), Kontolemis (1999) já observara a incidência de assimetria nos ciclos econômicos dos países pertencentes ao G7.

Hwang, Satchel e Pereira (2002) afirmam que o movimento dos ciclos econômicos possui fontes de volatilidade intrínsecas aos fatores analisados, invalidando, portanto, as aproximações por meio de tendências lineares propostas pela maior parte dos modelos de análise do PIB.

Tomando como pressuposto o conjunto das considerações realizadas acima, a caracterização do ciclo econômico depende da identificação do processo estocástico gerador da dinâmica dos ciclos econômicos que, embora desconhecido, pode ser parcialmente estimado com base no comportamento histórico dos dados. Nesse sentido, supõe-se que o

processo estocástico gerador da série do indicador da atividade econômica real no Brasil pode ser modelado de forma análoga àquela utilizada por Hamilton (1989).

2.1. Processo Estocástico de Markov

Praticamente qualquer sistema (físico ou não) está sujeito a complicadas influências que não podem ser inteiramente conhecidas. Estas influências, tipicamente associadas a um grande número de graus de liberdade envolvidos, impedem prever, com precisão, o estado do sistema em cada instante. Assim, o resultado de uma experiência programada para medir um dado observável tem uma componente que flutua ao se repetir a experiência, mesmo sendo esta preparada em condições praticamente idênticas. Apesar dessa imprevisibilidade, que caracteriza o fenômeno como sendo aleatório, quando a experiência é repetida um grande número de vezes aparecem regularidades. Isto permite a formulação de leis matemáticas onde os conceitos de probabilidade e de dinâmica estocástica são as noções fundamentais (LION, 2002).

Qualquer variável cujo valor mude de maneira incerta com o tempo segue um processo estocástico, que pode ser classificado como em tempo discreto ou em tempo contínuo. Em um processo estocástico em tempo discreto, o valor da variável pode mudar apenas em determinados pontos fixos no tempo, enquanto que em um processo estocástico em tempo contínuo, as mudanças podem ocorrer a qualquer instante. Os processos estocásticos descrevem a evolução probabilística do valor de uma variável no tempo. O processo de Markov é um processo estocástico em que apenas o valor atual da variável é relevante para a previsão do seu comportamento futuro. O histórico de uma variável e a forma como o presente emergiu do passado são irrelevantes. Um exemplo de processo estocástico de Markov na economia é o comportamento de preços de um ativo em relação ao tempo, esse processo demonstra que a taxa de retorno proporcional para o detentor do ativo, em qualquer pequeno intervalo de tempo, é normalmente distribuída e que os retornos, em quaisquer dois intervalos pequenos distintos, são independentes (LION, 2002).

O processo de Markov é um caso particular do movimento Browniano. O movimento Browniano começou a ser estudado por Robert Brown por volta do ano 1828 e faz referência a uma observação do pesquisador sobre o movimento aleatório que as moléculas de água possuíam mesmo quando em repouso, consistindo no que ele chamou, na época, de partículas

animadas e irritantes. Segundo Nelson (1967), o próprio Brown cita pesquisadores mais antigos que mencionaram o movimento descrito pelas partículas de água, já em 1723. Einstein conseguiu modelar o movimento browniano ao aplicar seus achados na teoria atômica ao problema, partindo do princípio de continuidade do movimento para pequenos intervalos de tempo ($t \rightarrow 0$), “... introduziremos um intervalo de tempo em nossa pesquisa, que deve ser bastante pequeno quando comparado com o tempo decorrido entre duas observações, porém, nunca da mesma magnitude que o tempo do movimento executado por uma partícula entre dois pontos de observação possa ser considerado como mutuamente independente...” (EINSTEIN, 1905 apud NELSON, 1967).

Um processo estocástico $\{S(t), t \in T\}$ é uma coleção de variáveis aleatórias onde t representa o tempo, e $S(t)$ representa o estado do processo no tempo t . O Conjunto T é chamado o conjunto índice do processo. Caso T seja um conjunto de números racionais, enumerável, então $\{S(t), t \in T\}$ é um processo estocástico discreto no tempo. Caso contrário, se T é um conjunto de números reais ou T é um intervalo aberto ou fechado da reta, então $\{S(t), t \in T\}$, é um processo estocástico contínuo no tempo. O Espaço de estados de um processo estocástico é definido como o conjunto de todos os valores possíveis que a variável aleatória $S(t)$ pode assumir. O Espaço de estados será representado por S . Em um processo estocástico contínuo $\{S(t), t \in T\}$, diz-se ter incrementos independentes se para todos os inteiros $t_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$, as variáveis aleatórias $S(t_1) - S(t_0)$, $S(t_2) - S(t_1)$, $S(t_3) - S(t_2)$, ..., $S(t_n) - S(t_{n-1})$ são independentes. Este processo tem incrementos estacionários se $S(t_1 + s) - S(t_1)$ tem a mesma distribuição de $S(t_2 + s) - S(t_2)$, para todo valor de $t \in T$.

Em resumo, a principal idéia quando se trata de processos Markovianos é assumir que, dada uma seqüência de eventos, existe dependência entre alguns destes. Estas dependências podem ser classificadas em ordens, sendo denominado de n -ésima ordem quando a probabilidade de ocorrência do k -ésimo evento depende dos n eventos imediatamente anteriores.

2.1.1. Processo de Estimação das Probabilidades de Transição

A construção do processo de Markov para a análise de séries econômicas parte, portanto, do pressuposto do movimento Browniano de que o caminho seguido por uma partícula possui uma memória do caminho passado bastante curta, fruto da ocorrência de um decorrelacionamento de forma bastante rápida (NELSON, 1967). O estudo dos ciclos econômicos, pela natureza dos dados, obtidos mensalmente, utiliza o processo de Markov para dados discretos, ou seja, um processo de Markov com espaços e estados finitos.

Um dado processo estocástico $\{S_0, S_1, S_2, \dots, S_{t+1}, \dots\}$ nos pontos de observações consecutivos $0, 1, 2, \dots, t, t+1$ constitui um Processo de Markov Discreto de ordem n (para $n = t$) e a seguinte relação na função densidade de probabilidade, ou seja, a propriedade de Markov, é válida para todo $t \in T$ e todo $s_i \in S$ (onde s é a variável que denota o estado da economia e S o espaço de estados):

Seja $T = \{0, 1, 2, 3, \dots, t, t+1\}$ e seja $\{S_t, t \in T\}$ um processo estocástico discreto. Supõe-se que:

$$P(S(t)) = P(S_{t+1}=s_{t+1} | S_t=s_t, S_{t-1}=s_{t-1}, \dots, S_0=s_0) \quad (1)$$

Para quaisquer que sejam os estados s_t, s_{t+1}, \dots e todo $t \geq 0$. Então o processo estocástico $\{S_t, t \in T\}$ é chamado um processo de Markov. A eq. 1 é denominada propriedade Markoviana e implica a distribuição condicional de qualquer estado futuro s_{t+1} , dado os estados passados s_0, s_1, \dots, s_{t-1} e o estado presente s_t , ser dependente dos t estados passados, de acordo com a ordem do modelo. A partir da eq. 1, pode-se entender que:

- $S_t = s_t$, significa que o processo está no estado s na etapa t .
- $P(S_{t+1} = j | S_t = i) = P_{ij}$, onde P_{ij} é o conjunto de probabilidades de transição entre os estados, calculado segundo um processo de Markov.
- As probabilidades de transição são estacionárias, isto é, elas independem de t , $P(S_{t+1} = j | S_t = i) = P_{ij} \forall t$.
- $P_{ij} \geq 0 \forall i, j; \sum_j P_{ij} = 1 \forall i, j = 0, 1, 2, \dots, n$; P_{ij} é a probabilidade de que o processo, estando no estado i , transite para o estado j .

Ou seja, dado um estado inicial s_0 , o processo discreto de Markov, evolui durante o tempo, passo a passo, de acordo com a transição de probabilidade. Assume-se que os regimes são dependentes do caminho seguido pela série, isto é, existe uma continuidade na série analisada, e evoluem de acordo com um processo de Markov com coeficientes que incluem a variação da probabilidade de transição em função do tempo. Para o estudo proposto, a série analisada variará de acordo com uma cadeia de Markov de 1ª ordem, como proposto por Hamilton (1989), Filardo (1994) e Moolman(2003). Desta forma, a eq. 1 reduz-se a :

$$P(S(t))=P(S_{t+1}=s_{t+1}|S_t=s_t) \quad (2)$$

A partir da definição do processo de Markov a ser utilizado neste estudo, é possível desenvolver o modelo de forma a contemplar as observações metodológicas sobre a probabilidade de transição dos estados dos ciclos econômicos que caracterizam os modelos propostos por Hamilton (1989 e 1990), com probabilidades fixas de transição, e Filardo (1994 e 1998), com probabilidades de transição variáveis com o tempo.

2.2. Modelo MS-VAR

Os modelos de vetores auto-regressivos (VAR), generalização do modelo auto-regressivo univariado, surgiram na década de 80, com o trabalho de Sims (1980, apud BROOKS, 2002) com o intuito de minimizar as restrições impostas às análises empíricas pelos modelos estruturais, desenvolvendo modelos dinâmicos nos quais todas as variáveis econômicas fossem tratadas como endógenas. O modelo VAR não necessita a especificação das equações estruturais do modelo, não admitindo dúvidas sobre a natureza exógena ou endógena da variável, por outro lado, não deixa evidentes as relações entre suas variáveis. Sendo assim, os modelos VAR examinam relações lineares entre cada variável e os valores defasados dela própria e de todas as demais variáveis, impondo como restrições à estrutura da economia somente a escolha do conjunto relevante de variáveis e do número máximo de defasagens envolvidas nas relações entre elas (BROOKS, 2002).

A forma estrutural do modelo VAR, de ordem p , com k dimensões, pode ser escrita como (BROOKS, 2002):

$$\Phi(L)y_t = \mu + AD_t + e_t \quad (3)$$

onde y_t é um vetor de dimensão $k \times 1$, D_t um vetor com variáveis determinísticas, μ o vetor com os termos constantes da equação, $\Phi(L)$ é o polinômio operador de defasagem (ordem p). e e_t o termo de erro com média zero e desvio padrão σ^2 , $e_t \sim N(0, \sigma^2_s)$. Todas as séries devem ser estacionárias.

Desde os trabalhos de Hamilton (1989) existe um crescente interesse sobre o estudo das mudanças de regime nos ciclos econômicos, seguindo um processo de Markov, vêm aumentando. A junção do modelo VAR ao processo estocástico de Markov formam a modelagem de interesse do estudo MS-VAR (*Markov-Switching Vector Autoregression*).

O MS-VAR pode ser considerado uma generalização do modelo VAR de ordem p e pertence a uma classe mais geral de modelos que caracterizam um processo de geração de dados não linear, colocando-se a restrição de que o processo deva ser linear em cada regime e onde os regimes são não observados e apenas um número discreto de regimes é factível. O estado não observável da variável S_t é uma característica determinante neste modelo e é a principal diferença entre este modelo e os modelos TAR (*Threshold Autoregressive*), STAR (*Smooth Transition Autoregressive*) e SETAR (*Self-Exciting Threshold Autoregressive*) (CORREA, 2003).

A distribuição assintótica dos estimadores de máxima verossimilhança dos modelos MS-VAR garante que muitos dos testes e diagnósticos utilizados nos modelos VAR com parâmetros invariantes possam ser utilizados sem grandes correções para os modelos com mudança de regime (CORREA, 2003).

No modelo MS-VAR, portanto, os parâmetros do modelo VAR passam a ser função do estado, não observável, S_t . O modelo proposto na eq. 3 pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \Phi(L)y_t &= \mu(s_t) + A(s_t)D_t + e_t \\ e_t &\sim N(0, \sigma^2_{st}) \end{aligned} \quad (4)$$

A literatura mostra que os parâmetros podem ser combinados de forma que apenas alguns deles sejam condicionados à mudança do regime, como a média, variância ou qualquer outro parâmetro. Além destas flexibilidades, o modelo MS-VAR permite que as probabilidades de transição sejam suavizadas ou sejam variáveis entre os regimes de acordo com algum outro parâmetro (CORREA, 2003). A probabilidade de transição entre os regimes

pode ser considerada fixa e invariável com o tempo (*fixed transition probabilities* - FTP), como proposto por Hamilton (1989) ou variável (*time varying transition probabilities* - TVTP), como proposto por Filardo (1994).

Desde que os parâmetros da eq. 2 dependam do regime $S(t)$ ($t \in T$), assumido ser estocástico e não observado, um processo gerador dos regimes deve ser formulado para que se possa inferir dos dados a evolução dos mesmos. A característica especial de um modelo markoviano é a hipótese de que os regimes não observados são gerados por uma cadeia de Markov ergódica, irredutível, com tempo e estados discretos (CORREA, 2003).

2.2.1. Probabilidade de Transição Fixa (FTP)

O modelo de mudança de regime de Markov com probabilidades fixas de transição (FTP) empregado na caracterização e previsão do comportamento dos ciclos econômicos foi desenvolvido e empregado pela primeira vez por Hamilton (1989), aplicando o modelo para modelar a série do PIB real norte-americano no período de 1951 a 1984. Esse modelo, que admite reversões recorrentes da tendência da taxa de crescimento da economia, baseia-se na hipótese de que essas reversões são geradas por um processo de Markov em que a tendência da taxa de crescimento do PIB assume um espaço de estados definido empiricamente. De forma prática, Hamilton definiu o espaço de estados com apenas dois valores: um representativo da evolução positiva da atividade econômica, expansão, e outro representativo da diminuição da atividade econômica, retração. A estimação do modelo, desta forma, engloba dois modelos auto-regressivos restritos ao estado de análise, um relativo ao estado de expansão e outro relativo ao estado de contração da economia. De posse da série histórica da atividade econômica é possível, portanto, a estimação conjunta dos parâmetros auto-regressivos e da matriz de probabilidade de transição que permite caracterizar os ciclos de negócios em fases de expansão e contração bem como sua duração e taxa de crescimento médio em cada estado definido.

Em termos de taxas de crescimento, o modelo de Hamilton pode ser especificado da seguinte forma:

Dadas as variáveis,

- y_t = primeira diferença do logaritmo neperiano do índice do PIB, variável que mede a flutuação estacionária da taxa de crescimento do PIB em torno de sua média;

- S_t = Espaço de estados da economia;
- μ_{st} = tendência (nível) da taxa de crescimento para os estados da economia;
- e_t = componente de erro com distribuição normal com média zero e desvio padrão constante para cada estado da economia ($\sigma(S_t)$).

O modelo pode ser descrito tomando como base, em um primeiro momento, o modelo VAR simplificado, proposto pela eq. 4, desconsiderando as outras variáveis determinísticas e fazendo $k=1$:

$$y_t = \mu(S_t) + \Phi(L)y_t + e_t \quad (5)$$

$$\Phi(L) = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \phi_3 y_{t-3} + \dots + \phi_p y_{t-p} \quad (6)$$

$$e_t \sim N(0, \sigma^2_{s_t})$$

Considerando o espaço de estados definido, o modelo de Hamilton pode variar entre dois regimes, ou seja, adicionando a não linearidade e as probabilidades de transição entre estados (processo de Markov de primeira ordem) o modelo descrito pela eq. 5, pode ser reescrito da seguinte forma:

$$y_t = \mu_0 + \mu_1 S_t + \Phi(L)\{y_t - \mu_0 - \mu_1 S_t\} + e_t \quad (7)$$

ou,

$$y_t = \begin{cases} \mu^0 + \Phi(L)(y_t - \mu^{S_{t-1}}) + e_t (fase1) \\ \mu^1 + \Phi(L)(y_t - \mu^{S_{t-1}}) + e_t (fase2) \end{cases} \quad (8)$$

onde,

$$\mu^{S_t} = \mu_0 + \mu_1 S_t$$

As probabilidades de transição, p_{ij} , podem ser expressas de acordo com a eq. 9:

$$\begin{aligned} P[S_t = 0 | S_{t-1} = 0] &= p \\ P[S_t = 1 | S_{t-1} = 0] &= 1 - p \\ P[S_t = 1 | S_{t-1} = 1] &= q \\ P[S_t = 0 | S_{t-1} = 1] &= 1 - q \end{aligned} \quad (9)$$

O modelo de Hamilton (1989) admite flutuações estacionárias em torno de um passeio aleatório com intercepto que segue um processo de Markov com 2 estados . Há diversas formas alternativas para se modelar a evolução do índice PIB real ao longo do tempo: flutuações estacionárias (processo auto-regressivo) em torno de uma tendência determinística (BLANCHARD, 1981); auto-regressão com uma raiz unitária (LIMA E DOMINGUES, 2000); flutuações não-estacionárias em torno de um passeio aleatório (WATSON, 1986).

2.2.2. Probabilidade de Transição Variável com o Tempo (TVTP)

O modelo proposto por Hamilton (1989) não contempla mudanças nas probabilidades de transição entre os estados ao longo do tempo. Isso significa que a probabilidade de mudança de uma fase ou regime é invariável durante sua ocorrência. Filardo (1994) propôs uma mudança no cálculo das probabilidades do modelo de Markov idealizado por Hamilton. Essa mudança permite que as probabilidades de transição variem com o tempo (TVTP), estando, desta forma, submetidas às variações constantes do mercado, fornecendo informações adicionais importantes de quando uma fase ocorreu ou quando um ponto de inflexão no ciclo de negócios está iminente. Este ganho em flexibilidade é possível graças à adição ao cálculo das probabilidades de transição de uma série temporal de uma variável ou informação disponível, o indicador antecedente.

Segundo Filardo (1994 e 1998), existem três grandes motivos para tratar este modelo como uma evolução significativa ao modelo proposto por Hamilton.

Em primeiro lugar, a metodologia TVTP permite que a probabilidade de transição aumente logo após começo de uma retração ou expansão. Na metodologia FTP, a probabilidade de transição é constante antes, durante e depois da ocorrência dos pontos de inflexão. Já metodologia TVTP possui a flexibilidade de identificar variações sistemáticas na probabilidade de transição tanto antes como depois dos pontos de inflexão do ciclo econômico.

O modelo MS-VAR com TVTP pode capturar persistências temporais mais complexas. O modelo MS-VAR tanto com FTP quanto com TVTP podem distinguir entre duas fontes de persistência no ciclo econômico, uma originária dos parâmetros auto-regressivos do modelo VAR (eq. 7) e outra fonte devida à persistência da fase durante o tempo, embasada na matriz de probabilidade de transição do processo estocástico de Markov

(eq. 9). Ao permitir que a probabilidade de transição varie com o tempo, o modelo TVTP expande as naturezas de persistências identificadas pelo modelo.

Por último, o modelo MS-VAR com TVTP está correlacionado diretamente à noção de variação da duração dos períodos de cada fase de acordo com o tempo, enquanto que no modelo MS-VAR com FTP a duração de cada fase é constante. Ghysels (1992, apud FILARDO 1994) afirma que as fases nos ciclos econômicos podem persistir durante certos períodos de maneira sazonal, sendo a variação da duração um importante marcador na modelagem dos ciclos econômicos.

O desenvolvimento da modelagem com TVTP segue a mesma lógica de raciocínio apresentada por Hamilton em sua modelagem FTP. A diferença da modelagem com TVTP reside no cálculo das probabilidades de transição realizados por Hamilton (1989). Para Filardo (1994), o processo estocástico no estado S_t pode ser sumarizado pela eq. 10, a partir da consideração da variável indicadora de movimento:

$$\begin{aligned}
 P[S_t = 0 | S_{t-1} = 0, z_t] &= p(z_t) \\
 P[S_t = 1 | S_{t-1} = 0, z_t] &= 1 - p(z_t) \\
 P[S_t = 1 | S_{t-1} = 1, z_t] &= q(z_t) \\
 P[S_t = 0 | S_{t-1} = 1, z_t] &= 1 - q(z_t)
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

onde z_t , representa a série histórica da informação econômica disponibilizada pelo índice indicativo no momento t . A eq. 10 pode ser simplificada para:

$$P(S_t) = P[S_t = s_t | S_{t-1} = s_{t-1}, z_t]
 \tag{11}$$

Feitas estas considerações é necessário aprofundar-se na estimação dos parâmetros que permitem calcular a matriz de probabilidade de transição para o modelo MS-VAR com TVTP. Este parâmetros, expressos nas equações 7 e 11, são estimados conjuntamente pelo método da máxima verossimilhança. A função condicional de densidade de probabilidade, f , pode ser dada pela eq. 12 (FILARDO, 1998):

$$\begin{aligned}
f^*(y_t | y_{t-1}, \mathbf{K}, y_{t-n}, z_t) &= \\
&= \sum_{s_t=0}^1 \Lambda \sum_{s_{t-j}=0}^1 f(y_t, S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1} \wedge S_{t-n} = s_{t-n} | y_{t-1}, \mathbf{K}, y_{t-n}, z_t) = \\
&= \sum_{s_t=0}^1 \Lambda \sum_{s_{t-j}=0}^1 \hat{f}(y_t, S_t = s_t \wedge S_{t-n} = s_{t-n}, y_{t-1}, \mathbf{K}, y_{t-n}) \times P(S_t = s_t | S_{t-1} = s_{t-1}, z_t) \times \\
&\times P(S_{t-1} = s_{t-1} \wedge S_{t-n} = s_{t-n} | y_{t-1}, \mathbf{K}, y_{t-n}, z_{t-1})
\end{aligned} \tag{12}$$

e a função log-verossimilhança é dada por:

$$L(\theta) = \sum_{t=1}^T \ln[f^*(y_t | y_{t-1}, \mathbf{K}, y_{t-n}, z_t; \theta)] \tag{13}$$

A eq. 13 mostra como a informação do crescimento do PIB e do indicador econômico, z_t , afeta a estimação e inferência do modelo. As duas fontes de informação entram na estimação do modelo em duas formas, uma diretamente e outra indiretamente por meio da inferência dos estados passados. As informações contidas na série histórica do PIB, y_t , e suas defasagens (*lags*), afetam diretamente a função log-verossimilhança, dada pela eq. 13, mediante a função de densidade normal, \hat{f} , por outro lado, os *lags* de y_t afetam indiretamente a função log-verossimilhança mediante a informação que eles carregam sobre seu estado passado $P(S_{t-1} = s_{t-1} \wedge S_{t-n} = s_{t-n} | y_{t-1}, \mathbf{K}, y_{t-n}, z_{t-1})$. A variável “indicador econômico” afeta a probabilidade de transição $P(S_t = s_t | S_{t-1} = s_{t-1}, z_t)$, diretamente, e a probabilidade de distribuição dos estados $P(S_{t-1} = s_{t-1} \wedge S_{t-n} = s_{t-n} | y_{t-1}, \mathbf{K}, y_{t-n}, z_{t-1})$, indiretamente.

Para a identificação do estado da economia mediante o modelo MS-VAR é necessário realizar a combinação entre as informações dos *lags* da variável y_t com as informações do indicador econômico disponível, z_t . Para isso, deve ser criado um elo de ligação entre as probabilidades de transição, $P(S_t = s_t | S_{t-1} = s_{t-1}, z_t)$ e a probabilidade inferida do estado da economia, $P(S_{t-1} = s_{t-1} \wedge S_{t-n} = s_{t-n} | y_{t-1}, \mathbf{K}, y_{t-n}, z_{t-1})$ (FILARDO, 1994). A probabilidade inferida do estado da economia no tempo t pode ser calculada ao se integrar os efeitos das séries temporais passada na estimação conjunta da função densidade de probabilidade.

$$\begin{aligned}
& P(S_t = s_t \mid y_t, y_{t-1}, \mathbf{K}, y_{t-n}, z_t) = \\
& = \sum_{s_t=0}^1 \Lambda \sum_{s_{t-n}=0}^1 P(S_t = s_t \wedge S_{t-n} = s_{t-n} \mid y_t, y_{t-1}, \mathbf{K}, y_{t-n}, z_t) = \\
& = \sum_{s_t=0}^1 \Lambda \sum_{s_{t-n}=0}^1 \frac{f(y_t, S_t = s_t \wedge S_{t-n} = s_{t-n} \mid y_{t-1}, \mathbf{K}, y_{t-n}, z_t)}{f^*(y_t \mid y_{t-1}, \mathbf{K}, y_{t-n}, z_t)}
\end{aligned} \tag{14}$$

Normalmente, a literatura que aborda os modelos MS-VAR recorrem à teoria econômica para a definição do número de lags e do espaço de estados do modelo MS-VAR, como realizado por Comptom e Silva (2005) em seus trabalhos sobre a atividade econômica nos Estados Unidos porém, segundo Brooks (2002), geralmente as teorias têm pouco a dizer sobre o número apropriado de defasagens e regimes de um modelo VAR. Uma estratégia útil na formulação do modelo, segundo Correa (2003), que pode definir simultaneamente o número de regimes e os *lags* do componente auto-regressivo, é usar uma especificação ARMA (modelo auto-regressivo com média móvel) como aproximação do modelo markoviano. Brooks (2002) por outro lado propõe, ainda, a utilização dos critérios de escolha para a definição destes parâmetros. A utilização de critérios pode não ser realizada de forma eficiente, pois alguns parâmetros, principalmente na escolha do número de regimes, não são identificados e os cálculos dos parâmetros podem resultar numa matriz singular, tornando os resultados dos testes de razão verossimilhança, critérios de Akaike, de Schwartz ou teste de Wald, enviesados ou não significativos (CORREA, 2003).

Quando a variável do indicador econômico não oferecer informações que expliquem o modelo ou a evolução do estado da economia, o modelo TVTP torna-se um modelo FTP (FILARDO, 1994).

De posse do modelo de mudança de regime descrito pela eq. 7 e o processo de Markov descrito pela eq. 11, os parâmetros de interesse serão conjuntamente estimados pelo método da máxima verossimilhança (*Maximum Likelihood* – ML). Alguns autores sugerem a utilização de outros algoritmos para a estimação dos parâmetros, porém, para a realização dos objetivos propostos por este trabalho a aproximação pelo método ML torna-se mais atraente por demandar um esforço computacional menor para modelos com dinâmica auto-regressiva. Com erros normalmente distribuídos, a estimação ML pode ser calculada ao encontrar as raízes da eq. 11. Kiefer (1978 apud FILARDO, 1994) afirma que, para o caso do modelo de mudança de regime, iid, a solução da equação de verossimilhança é consistente, assintoticamente normal, com estimadores eficientes e assintóticos.

A parametrização da equação de probabilidade de transição deve mapear a variável do indicador econômico dentro do intervalo unitário. Esta parametrização, entretanto, está restrita a algumas funções específicas, como a função logit, probit e outras. Segundo Moolman (2003) as funções probit e logit são mais flexíveis e possuem uma interpretação econômica bastante sensível apesar de poderem apresentar problemas na estimativa dos parâmetros.

Para este estudo, utilizar-se-á a função de parametrização logit, expressa nas equações 15 e 16.

$$p(z_t) = \frac{\exp(\theta_{p0} + \sum_{j=1}^{J_1} \theta_{pj} z_{t-j})}{1 + \exp(\theta_{p0} + \sum_{j=1}^{J_1} \theta_{pj} z_{t-j})} \quad (15)$$

$$q(z_t) = \frac{\exp(\theta_{q0} + \sum_{j=1}^{J_1} \theta_{qj} z_{t-j})}{1 + \exp(\theta_{q0} + \sum_{j=1}^{J_1} \theta_{qj} z_{t-j})} \quad (16)$$

Esta função de parametrização das equações de probabilidade de transição, ao mapear as probabilidades de transição, dado a variável z_t , no intervalo aberto (0,1) garante uma função log-verossimilhança bem definida, satisfazendo as condições necessárias para a aplicação do teste ML.

As probabilidades de transição entre os estados surgem diretamente do cálculo de $p(z_t)$ e $q(z_t)$, de acordo com a eq. 10. O tipo de informação que z_t proporciona pode ser inferido dos movimentos das variáveis $p(z_t)$ e $q(z_t)$. Por exemplo, caso $p(z_t)$ aumente (p_{ii} aumenta e p_{ji} diminui) e $q(z_t)$ diminua (p_{ji} diminui e p_{ij} aumenta) a probabilidade de transição entre o estado de expansão (estado i) para um estado de expansão aumenta assim como a probabilidade de transição entre o estado de retração (estado j) para um estado de expansão.

2.3. Diferencial da Taxa de Juros de Longo e Curto Prazos

Títulos de diferentes maturidades têm, cada um, um preço e uma taxa de juros associados denominados rendimento na maturidade. A observação dos rendimentos de títulos de diferentes maturidades em t_0 conduz à representação gráfica da relação entre rendimento e

maturidade. Essa relação é chamada de curva de rendimento ou Estrutura Temporal das Taxas de Juros (ETTJ). Os agentes do mercado financeiro prestam especial atenção ao formato da curva de juros como um indicador de impacto da política monetária corrente e futura sobre a economia.

A ETTJ, corretamente calculada, é de extrema importância para se avaliar adequadamente opções sobre títulos de renda fixa, para calcular o valor de mercado de uma carteira, o seu risco, avaliar contratos derivativos futuros, por exemplo.

A representação gráfica de uma estrutura a prazo é conhecida como curva de rendimento (*Yield Curve* ou curva ETTJ) e procura traduzir visualmente o comportamento das taxas de juros de um título ao longo do tempo, ou seja, sua rentabilidade para diversas maturidades, sempre para títulos oriundos de uma mesma classe de risco. No mercado, é comum referir às taxas à vista como taxas *spot* e às taxas a termo como taxas *forward*.

Especificamente, o *Yield Spread*, objeto alvo de estudo para o desenvolvimento desta pesquisa, é composto a partir da construção da ETTJ, sendo definido como o diferencial entre a taxa de juros de longo e curto prazos e apontado pelos estudos empíricos como preditor dos movimentos da atividade econômica. Na década de 90 nos EUA, Estrella e Hardouvelis (1991) foram os primeiros a testar empiricamente o *Yield Spread* como um preditor dos ciclos de negócios. Os seus estudos mostraram que a inclinação mais íngreme do diferencial da taxa de juros implica um crescimento maior do PIB e que o aumento do diferencial da taxa de juros implica a diminuição da probabilidade de uma recessão quatro trimestres depois.

Bernard e Gelach (1996, apud MOOLMAN, 2003) testaram o poder preditor da estrutura a termo nos ciclos de negócios em oito países a partir de modelos probit. Concluíram que o diferencial da taxa de juros doméstica é estatisticamente significativo quando utilizado para explicar a ocorrência de pontos de inflexão no movimento econômico e pode fornecer uma previsão futura das mudanças de estado entre 2 a 5 trimestres.

Estrella e Mishkin (1998) compararam o desempenho de várias variáveis financeiras, incluindo o *Yield Spread*, índice da bolsa de valores, índices monetários e outros *leading indicators*. Novamente, mostraram que a estrutura a termo da taxa de juros possui um forte poder preditivo, maior que os dos outros índices testados, relativo à dinâmica do crescimento econômico.

2.3.1. Estrutura a Termo da Taxa de Juros (ETTJ) Brasileira

No Brasil, a possibilidade de construção das curvas de rendimento dos mais diversos ativos foi consideravelmente prejudicada pelos muitos anos consecutivos de altas taxas de inflação. A instabilidade na política monetária apresentada não permitia aos agentes econômicos projetar taxas de juros com prazos superiores a 30 dias. O mercado dos títulos com prazos maiores que 30 dias era necessariamente indexado a algum índice econômico, pós-fixado (FRALETTI, 2004).

Algumas peculiaridades desta época foram perpetuadas e incorporaram-se às práticas econômicas brasileiras, prejudicando sobremaneira a construção da ETTJ nos dias atuais. Os prazos extremamente curtos dos instrumentos de renda fixa, a forma como o Banco Central do Brasil baliza as taxas de juros e a peculiaridade do mercado financeiro nacional trabalhar com dias úteis e não corridos são apontadas como os principais pontos negativos para a construção da ETTJ (BARCINSKI, 1999 apud FRALETTI, 2004).

Ao longo dos últimos anos, a partir de 1994, com a implantação do plano Real, o advento da estabilidade de preços propiciou aos agentes do mercado financeiro ampliar o horizonte de planejamento e análise dos mais diversos aspectos econômicos, permitindo projeção dos níveis futuros destes principais indicadores. Com isso as estruturas a prazo, que eram bastante imprecisas para vencimentos superiores a 30 dias, começaram a poder ser previstas com credibilidade para prazos maiores que 180 dias. Segundo Fraletti (2004), somente a partir de 1996 é que contratos de 5 ou 6 meses passaram a alcançar relativa validade. Mais especificamente, a partir de 1998, o COPOM, Comitê de Política Monetária do Banco Central do Brasil, define as possibilidades de mudança nas taxas de juros, permitindo aos agentes financeiros captarem com maior precisão os movimentos futuros da ETTJ.

A construção da ETTJ é bastante complexa. Sua construção está apoiada na seleção e análise dos diversos instrumentos indicadores do movimento das taxas de juros para as diversas maturidades, normalmente realizada através dos contratos futuros de juros (DI-futuro e *SWAP* DI x Pré) negociados diariamente na Bolsa de Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&F/SP). Os contratos “DI” futuros têm por base as taxas do Certificado de Depósito Interbancário (CDI) e sua grande liquidez atribui a eles o reconhecimento como expectativas bastante confiáveis das taxas de juros futuras. A ETTJ varia continuamente, justificada pela excessiva sensibilidade aos diversos fatores presentes na conjuntura econômica (crédito,

inflação, fatores nominais) conferindo, assim, um caráter altamente volátil aos níveis de longo prazo de tais curvas.

Tendo como objetivo obter a curva de rendimento para o mercado brasileiro, é natural pensar em tomar como base o modelo norte-americano de estimação da estrutura a termo e utilizar a mesma metodologia para a obtenção da curva de rendimento nacional, usando as taxas de rendimento dos títulos públicos federais. As peculiaridades do mercado brasileiro, contudo, tornam o estudo da estrutura a termo da taxa de juros no Brasil uma tarefa não tão simples.

O trabalho de Fraletti (2004) avalia diversos ativos que podem ser considerados como livres de risco para o mercado brasileiro e servir como ponto inicial para a composição da ETTJ e do *Yield Spread*. As análises quanto à liquidez, a arbitragem, à precificação e a outros fatores foram realizadas para o *Brazilian Capitalization Bond* (C-Bond), a taxa SELIC, o Certificado de Depósito Interbancário (CDI-OVER), o rendimento da caderneta de poupança e os títulos públicos federais. O autor, apoiado pelos trabalhos de Fama (2002, apud FRALETTI 2004) que foca diretamente a especificação de uma taxa de juros livre de risco, avaliando o C-Bond, a taxa CDI-OVER e o rendimento da caderneta de poupança, conclui que o ativo que mais se aproxima da definição de livre de risco é o CDI-OVER. Não obstante, o autor admite o caráter livre de risco, porém sujeito a arbitragem, dos títulos públicos federais e da taxa de caderneta de poupança. Para a taxa SELIC o autor menciona a forte correlação entre a taxa e o CDI-OVER, frutos de uma política de não arbitragem imposta pelo Banco Central, que a transforma num bom indicador livre de risco.

Ainda segundo Fraletti (2004), a taxa CDI-OVER deve ser a taxa que o mercado financeiro brasileiro deve utilizar para obter a sua ETTJ. O autor afirma que a prática mais correta é construir a curva de juros a partir dos dados extraídos das taxas implícitas nos instrumentos derivativos ancorados ao CDI-OVER, apesar destes contratos carregarem uma componente de taxa de operações financeiras, mais precisamente nos contratos DI-Futuro e *Swap* DI x Pré. As operações de *swaps* consistem, basicamente, na troca de posições em determinados índices entre dois agentes econômicos. Estes, por meio de um contrato de *swap*, estipulam um valor base e elegem um índice para a correção original deste valor base (LION, 2002).

Corroborando com Fraletti, Doniak (2001) afirma que a taxa *Swap* DI x Pré desponta como a alternativa com maior valor analítico para a construção de uma estrutura a termo. A taxa *Swap* DI x Pré é largamente utilizada pelo mercado como um ativo líquido e bom o suficiente para a formação de consenso a respeito de taxas a termo.

A partir da definição da curva de mínimo risco é possível estabelecer as demais taxas do mercado, incrementando-as com os prêmios de risco de crédito e liquidez. Como não existe mercado líquido para os papéis de todas as maturidades, a estrutura a termo da taxa de juros é construída a partir dos prazos que o mercado negocia com maior liquidez.

Moolman (2003) cita duas explicações que podem ser extrapoladas para explicar as formas de relacionamentos entre a estrutura a termo da taxa de juros e o ciclo de atividade econômica brasileiro. Como já observado anteriormente, a primeira implica um raciocínio comum aos investidores e agentes econômicos, onde o relacionamento das variáveis prevê que para um futuro de recessão, os juros de longo prazo aumentarão e os de curto prazo diminuirão, provocando uma inclinação nula, ou até mesmo positiva, da curva da estrutura a termo da taxa de juros. Similarmente, as taxas de longo prazo diminuem e as de curto prazo aumentam quando a economia antevê um período de expansão da atividade econômica, indicando uma inclinação positiva na taxa de juros.

A outra explicação está baseada na Hipótese das Expectativas (HE). Segundo Guillén (2003) a mais conhecida teoria sobre estrutura a termo das taxas de juros, a Hipótese das Expectativas (HE), afirma que uma taxa de juros à vista de longo prazo é a média de longo prazo das expectativas das futuras taxas à vista de curto prazo mais um “prêmio pelo prazo” (*term premium*) invariante no tempo:

$$R_t^{(n)} = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} E_t R_{t+mi}^{(m)} + \psi_k \quad (15)$$

onde:

- $R_t^{(n)}$ é a taxa de juros de longo prazo com n períodos;
- $R_{t+mi}^{(m)}$ é a taxa de juros de curto prazo de m períodos;
- E_t é a esperança condicionada à informação conhecida na data t;
- ψ_k é o prêmio pelo prazo (constante).

Se a HE vale, ou seja, se o prêmio pelo prazo é constante, compreende-se a relação entre as expectativas das taxas futuras e as taxas correntes. A inclinação da estrutura a termo de juros à vista é determinada pela expectativa do mercado quanto aos futuros valores dos juros de curto prazo à vista, e mudanças dessa expectativa refletem-se em movimentos da curva. Se, por outro lado, o prêmio pelo prazo varia ao longo do tempo de forma imprevisível,

torna-se difícil discernir entre mudanças das taxas à vista causadas por revisão de expectativa das taxas futuras ou mudanças das taxas à vista causadas por variações dos prêmios pelo prazo.

Moolman (2003) afirma que a HE é baseada na afirmação de que instrumentos financeiros similares com maturidades diferentes são substitutos perfeitos, ou seja, para um investidor é indiferente investir em um instrumento de longo prazo ou vários instrumentos de curto prazo, desde que seus retornos esperados sejam equivalentes. Ou seja, que, para instrumentos financeiros similares, o diferencial da taxa de juros entre o presente e o longo prazo será equivalente à média dos diferenciais entre as taxas de juros presente e futura de curto prazo. Supondo que o Banco Central altere a política monetária subindo a taxa de juros vigente, os agentes econômico-financeiros considerarão a alteração como um choque na economia criando a expectativa dos juros de curto prazo futuros aumentarem menos que o aumento estipulado neste momento. Tomando como base a HE, a taxa de juros de longo prazo subirá menos que a taxa de juros de curto prazo atual, resultando numa inclinação da curva do diferencial da taxa de juros plana ou invertida. O aperto da política monetária causará, portanto, uma redução futura na atividade econômica e um aumento na probabilidade de se enfrentar um período de recessão. Desta forma, antes de uma recessão (expansão) o diferencial de taxa de juros diminui (aumenta).

No Brasil, a literatura sobre o tema é incipiente, assim como é recente a formação de uma estrutura a termo passível de teste. Tabak e Andrade (2001, apud GUILLÉN, 2003), em seus estudos, utilizam a Hipótese das Expectativas para analisarem a estrutura a termo brasileira com dados diários e prazos entre dois e doze meses. Lima e Issler (2002) (apud GUILLÉN, 2003) testaram a HE sob expectativas racionais para dados de frequência mensal e prazos de um mês, 180 dias e 360 dias. Após testarem as implicações do modelo de valor presente concluem que as evidências são apenas parcialmente favoráveis a Hipótese das Expectativas.

A definição das características de formação da ETTJ brasileira permite a construção da variável antecedente de movimento, o *Yield Spread*, a partir das taxas de juros de diferentes maturidades, alimentando corretamente o modelo MS-VAR com TVTP, de acordo com a eq. 11.

3. METODOLOGIA

O problema de pesquisa abordado no presente estudo é de natureza quantitativa, caracterizado quando os pesquisadores buscam exprimir as relações de dependência funcional entre as variáveis procurando identificar os elementos constituintes do objeto estudado, estabelecendo a estrutura e a evolução das relações entre os elementos, CRESWELL (1994).

Nesta etapa são discutidos os processos metodológicos das diversas etapas da aplicação do modelo de mudança de regime MS-VAR, incluindo a coleta de dados, a incidência de informações externas, a operacionalização dos dados, a escolha e parametrização do modelo, análise de significância dos resultados obtidos, validação do modelo e, finalmente, a análise de dados obtidos para os ciclos econômicos brasileiros.

Para a realização da pesquisa, e em particular dos testes empíricos, são observadas as etapas descritas na figura 1.

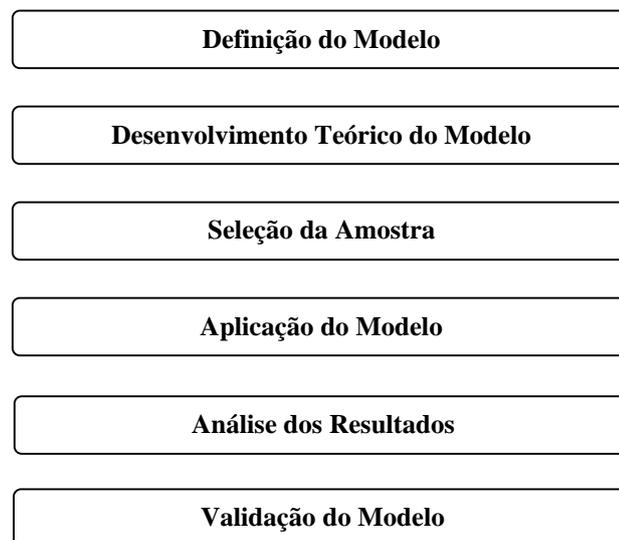


Figura 1: Etapas da realização da pesquisa

A aplicação dos testes empíricos considera a construção de um modelo econométrico a partir do qual seja possível concluir sobre a relação entre as fases do ciclo econômico brasileiros e a evolução do PIB.

A definição e desenvolvimento do modelo econométrico de mudança de regime de Markov seguem a teoria apresentada e discutida no capítulo 2 do presente estudo. De forma geral, para que a modelagem MS-VAR seja aplicada é necessária a obtenção das equações

descritas pelas eq. 7 e 11. A utilização da eq. 11 passa pela incorporação ao modelo de cálculo de probabilidade de transição de uma variável antecedente disponível, capaz de prever ou antecipar um comportamento futuro do ciclo econômico brasileiro. Para esta análise, utilizar-se-á a variável “diferencial da taxa de juros de longo e curto prazos” (*yield spread*) formada a partir da análise das variáveis componentes da estrutura a termo da taxa de juros do país. Com a equação auto-regressiva da evolução do PIB (eq. 7) e a equação do processo estocástico de Markov para os estados da economia (eq. 11), passa-se à etapa de estimação dos parâmetros do modelo. Para que a estimação conjunta dos parâmetros possa ser realizada de forma correta, é necessário realizar a parametrização das probabilidades resultantes da equação do processo markoviano para os estados da economia. A parametrização é realizada tomando como base a equação logit expressa nas equações 15 e 16. Após esta etapa os parâmetros do modelo são estimados conjuntamente, pelo método da máxima verossimilhança.

3.1. Seleção da Amostra

As dificuldades em selecionar uma amostra confiável e significativa de dados econômicos para o Brasil foram consideradas como restrição à modelagem MS-VAR do ciclo econômico brasileiro na parte introdutória do estudo. É importante, desta forma, que estas dificuldades sejam relacionadas às diversas etapas operacionais com o intuito de evidenciar as considerações, ajustes e operações realizados aos dados no processo de estimação do modelo.

A coleta de dados para a estimação do modelo MS-VAR foi realizada em duas etapas. A primeira está relacionada ao processo estocástico de Markov e a outra etapa ao processo auto-regressivo.

A primeira etapa demanda uma informação antecedente da atividade econômica para se caracterizar o estado atual da economia e é de fundamental importância na aplicação da metodologia MS-VAR com TVTP. A ausência desta variável implica uma modelagem com probabilidade de transição fixa e inviabiliza a execução do objetivo principal deste estudo. Como discutido no capítulo 2, o estado da economia é uma variável não observável extraída do comportamento da variável *Yield Spread* ou diferencial da taxa de juros de longo e curto prazos. A composição desta variável tomou como base os estudos de Fraletti (2004) e demandou a obtenção das séries históricas da taxa livre de risco e das taxas de juros futuros.

Para a taxa de juros futuro foi escolhido o índice *Swap DI x Pré*. Essa série de dados, como discutido no referencial teórico, está disponível apenas para o período após 1998 tornando-se o fator limitante de seleção da amostra para o desenvolvimento do estudo, fato que pode excluir importantes aspectos da evolução da economia brasileira, porém engloba praticamente todos os fatos característicos da estabilização monetária, podendo permitir, dentro dessa limitação, um melhor grau de comparabilidade dada a inexistência de mudanças abruptas na condução da política econômica brasileira. Estes dados não são de divulgação pública e foram obtidos por meio de um terminal Bloomberg, sendo capturados os dados das taxas de juros *Swap DI x Pré*, de maturações de 180 e 360 dias, expressas em % ao ano, com frequências diárias para o período de 03/08/1998 a 31/03/2006.

Para a taxa de curto prazo, foi escolhida a série de dados da taxa SELIC, pela facilidade de captura e alta correlação entre esta taxa de juros e a CDI-OVER. A taxa de juros SELIC é disponibilizada diariamente pelo Banco Central do Brasil, ressaltando que, a partir de 1998, o COPOM emite relatórios sobre o comportamento futuro desta taxa, fato que possibilitou o desenvolvimento de análises mais confiáveis sobre o comportamento da taxa de juros futura. Os dados da taxa SELIC foram obtidos para o mesmo período das taxas *Swap DI x Pré*, expressas em % ao ano, com frequências diárias.

A discussão teórica promovida por Fraletti (2004) e Estrella (1998) aponta que as séries de taxa de juros futuros não podem ser deflacionadas corretamente, já que as taxas de inflação futuras não são alvo de divulgação precisa pelos agentes financeiros. Porém, de acordo a teoria do efeito Fisher, as taxas de juros nominais de longo prazo incluem, com alta robustez, as previsões de inflações futuras (MISHKIN, 1992 apud FRALETTI, 2004). Estrella afirma, ainda, que a inclusão do termo referente à inflação é indiferente no cálculo do spread da taxa de juros. Assim, a série de dados do *Yield Spread* pode ser composta pela diferença simples entre as taxas de juros de longo e curto prazos. A consideração de diferentes maturidades para a taxa de juros de longo prazo pode verificar o impacto do aumento do horizonte de análise na previsão de choques ou alterações no ciclo econômico, o que implica o desenvolvimento de duas séries de dados, o Yield Spread 180 dias (YS180), para títulos com maturidade de 180 dias e o Yield Spread 360 dias (YS360), títulos com maturidade de 360 dias.

A segunda etapa de coleta de dados envolveu a segunda parte do MS-VAR, o modelo auto-regressivo VAR. Este modelo utiliza apenas variáveis endógenas e suas defasagens. A variável de análise deste modelo é o Produto Interno Bruto, variável representativa do nível da atividade econômica brasileira. Se por um lado a série de dados do *Yield Spread* representa

restrição quanto ao tamanho da amostra, a série de dados histórica do PIB brasileiro é oficialmente disponibilizada trimestralmente pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), fato que restringe o número de observações dentro do espaço de tempo observado.

A utilização de dados trimestrais implica uma amostra com 31 observações, número que pode tornar a estimação os parâmetros do modelo inviável. De forma a contornar esta limitação do estudo, outras séries indicadoras da atividade econômica foram pesquisadas. O Banco Central do Brasil divulga um índice, com frequência mensal, em R\$ correntes, que indica a contribuição de cada mês do ano para a geração do produto interno bruto anual do país. A metodologia que o Banco Central do Brasil utiliza na construção deste índice implica, inicialmente, a substituição das variáveis utilizadas na determinação do PIB trimestral por outras variáveis, *proxies*, como a produção industrial, índice de preço, etc, porém com periodicidade mensal. Posteriormente, no momento da divulgação do PIB trimestral pelo IBGE, é realizado o ajuste nos valores do PIB mensal anteriormente calculados. Operações com este índice permitem que seja construída uma série mensal indicando a evolução do PIB mensal. Desta forma, é eliminado, a priori, o problema do tamanho da amostra, já que a utilização de dados mensais implica uma amostra com cerca de 91 observações, porém, por outro lado, a variação da atividade econômica pode-se tornar bastante volátil ao aumentar a periodicidade de observação de dados, fato que deverá ser considerado na análise de significância dos parâmetros calculados. É importante observar que a validade desta série deve ser alvo de análise na validação dos resultados, já que não existem referências de sua utilização nos estudos acadêmicos consultados.

As séries de dados do produto interno bruto foram deflacionadas de forma a ajustar seus valores ao valor presente da moeda. Como índice de ajuste, foi adotado o IPCA, divulgado pelo IBGE, mensalmente. As séries ajustadas do PIB utilizadas para o estudo, possuem frequência trimestral, para o período que engloba o 3º trimestre de 1998 ao 1º trimestre de 2006, e mensal, para o período que entre agosto de 1998 e fevereiro de 2006.

Objetivando tornar viável outras formas de validação para os modelos estimados, os dados do PIB brasileiro foram coletados, também, para um período de análise estendido. Partindo do princípio que a modelagem MS-VAR com FTP não está susceptível às restrições imposta pelo tamanho da amostra disponível dos dados do *Yield Spread*, é possível realizar análises do impacto no aumento do tamanho da amostra de análise nos parâmetros estimados a partir da modelagem MS-VAR com FTP. Assim, a série de dados histórica do PIB utilizada para o estudo, foi estendida para o período que engloba o 1º trimestre de 1995 ao 1º trimestre

de 2006, para dados trimestrais e para o período entre janeiro de 1995 e fevereiro de 2006, para dados mensais. A data inicial foi escolhida de forma a manter o melhor grau de comparabilidade entre os modelos dada a inexistência de mudanças abruptas na condução da política econômica brasileira durante este período.

Estando a periodicidade de análise definida, os valores diários das taxas de juros tiveram suas séries de dados operacionalizadas e as frequências de observação alteradas, sendo transformadas para trimestrais e mensais, de forma a poder realizar a inferência do modelo para as diferentes periodicidades de análise, concomitantemente.

3.2. Processo de estimação do modelo MS-VAR

A definição da amostra permite que os dados sejam tratados e testados estatisticamente objetivando não produzirem erros ou viés na estimação dos modelos. Foram realizados os testes de raiz unitária e correlação para todas as séries obtidas. A partir desta análise é possível evitar estimativas espúrias do modelo. As análises destes testes preliminares garantem o desenvolvimento do modelo dentro das condições exigidas, garantindo a validade dos resultados e parâmetros encontrados.

A partir da conclusão das etapas preliminares, a estimativa dos parâmetros do modelo pode ser realizada. Esta etapa demanda um grande esforço computacional, onde diversas iterações, objetivando maximizar o teste ML, serão conduzidas para a obtenção dos parâmetros das equações desenvolvidas.

O processo de estimação dos modelos MS-VAR dar-se-á em duas etapas. A primeira utilizando a teoria proposta por Filardo (1994) que implica a utilização do *Yield Spread* no cálculo das probabilidades de transição. A estimação deste modelo será realizada para os dados com frequências mensais e trimestrais, mediante a utilização dos softwares econométricos *E-views 4.1* e *Gauss 6.0*. A rotina de processamento, baseada no modelo de Filardo (1994), foi adaptada a partir dos documentos disponibilizados por Kim e Nelson (1998). Uma segunda etapa objetivará o processamento do modelo MS-VAR com probabilidades fixas de transição entre os regimes. Novamente, a estimativa deste modelo será realizada para os dados com frequências mensais e trimestrais, para duas amostras diferentes, o período de análise originalmente proposto (1998 a 2006) e um estendido (1995 a 2006), utilizando os pacotes de software já citados mediante a utilização da rotina de processamento

elaborada por Kim e Nelson (1998) com base no trabalho de Hamilton (1989). Os algoritmos ajustados e utilizados para estimativa dos modelos estão anexados ao presente estudo.

No total, portanto, oito modelagens serão realizadas a partir dos dados colhidos: MS-VAR com TVTP e *Yield Spread* de 180 dias para dados trimestrais, MS-VAR com TVTP e *Yield Spread* de 360 dias para dados trimestrais, MS-VAR com TVTP e *Yield Spread* de 180 dias para dados mensais, MS-VAR com TVTP e *Yield Spread* de 360 dias para dados mensais, MS-VAR com FTP para dados mensais e MS-VAR com FTP para dados trimestrais. Serão ainda estimados os modelos MS-VAR com FTP para dados mensais e MS-VAR com FTP para dados trimestrais para o período de análise estendido.

3.3. Análise e Validação dos Dados

A estimação dos diversos modelos produz como resultado os parâmetros do equacionamento de cada modelo e os respectivos testes de significância. Além deste resultado, o processo computacional fornece os gráficos das probabilidades de transição no tempo.

A partir dos parâmetros, das estatísticas de teste e dos gráficos de comportamento da probabilidade de transição é possível realizar as diversas análises e validações propostas com o objetivo expresso de avaliar a hipótese que considera que os ciclos econômicos brasileiros possuem um comportamento que pode ser explicado por um processo estocástico de mudança de regime, respondendo afirmativamente à questão problema destacada na parte introdutória do presente estudo e concluindo que o ciclo econômico obedece a um modelo auto-regressivo VAR com probabilidades de transição entre os regimes variáveis com o tempo de acordo com o processo estocástico de Markov e a variável diferencial da taxa de juros de longo e curto prazo é um elemento informativo do comportamento evolutivo do PIB brasileiro. A partir destas definições é possível, ainda, realizar as análises dos objetivos específicos do estudo, quanto à duração média do ciclo de negócios brasileiro, à incidência maior ou menor de uma ou outra fase, às ocorrências dos pontos de inflexão, ou de mudança de estado e à inferência de mudanças futuras no estado da economia.

Os parâmetros obtidos dos testes empíricos a partir do processamento computacional, quando analisados, podem passar por um processo de validação simultânea, que é apresentado de forma inicial nesta etapa. A modelagem auto-regressiva apresenta em seu equacionamento

(eq. 7) dois parâmetros referentes às médias de crescimento de cada estado considerado no desenvolvimento do modelo. Numa análise preliminar, estas médias devem ser significativas e estatisticamente diferentes, possuindo sinais opostos, caracterizando as fases de crescimento e de retração do PIB, respectivamente. Caso isso venha a se confirmar é possível concluir que há evidência que o modelo não linear é capaz de capturar a existência de duas fases distintas da economia.

Para a validação do modelo pode-se ainda efetuar a comparação da curva evolutiva do PIB brasileiro, representada pelas curvas de probabilidades de transição dos estados da economia, com a tipologia elaborada e utilizada pelo *Federal Reserve Bank* (MOOLMAN, 2003). De acordo com esta definição, a economia deve possuir pelo menos dois períodos consecutivos de crescimento negativo do PIB para que se considere que esteja em um período de recessão ou dois períodos consecutivos com crescimento positivo do PIB para que se considere que esteja em um período de expansão, de modo que, dadas estas condições, o estado em que a economia se encontra seja alterado. Quando a curva de probabilidade de alteração do regime é obtida e comparada com os períodos de recessão e expansão definidos oficialmente pelo agente regulador, pode-se observar o número de ocorrências de fases explicadas pelo modelo e concluir sobre a sua validação ou não.

Segundo os estudos de Filardo (1994), a importância da informação disponibilizada pelo indicador da variável econômica é descoberta na avaliação dos parâmetros estimados, ou seja, caso a variável indicadora não ofereça nenhuma informação adicional quanto ao regime observado, a sua consideração no modelo é dispensável e a probabilidade de transição entre os regimes é invariável com o tempo, implicando a modelagem da transição entre regimes proposta pelo modelo de Hamilton (1989). Como validação do estudo, o modelo MS-VAR com probabilidades de transição fixas será estimado e os estimadores analisados, contribuindo na análise da significância do diferencial da taxa de juros de longo e curto prazos como informação antecedente para o cálculo das probabilidades de transição.

A validação final do processo de estimação dos modelos parte do pressuposto que a metodologia FTP, sugerida por Hamilton (1989), independe dos dados da série histórica do *Yield Spread*, podendo-se realizar uma validação da amostra de dados utilizada nas demais modelagens ao se expandir o universo de análise para o período compreendido entre 01/1995 a 02/2006 e verificar as mudanças nos cálculos dos parâmetros do modelo em decorrência da alteração do tamanho da amostra. Esta validação está restrita à metodologia FTP, porém a extrapolação desta validação à metodologia TVTP é natural.

4. RESULTADOS EMPÍRICOS

Nesta seção é realizada a análise dos ciclos econômicos brasileiros através do modelo MS-VAR, ajustado à média, com diferentes metodologias de cálculo de probabilidade de transição, desenvolvido nas seções anteriores, utilizando os dados das séries históricas das variáveis apresentadas. Os pacotes utilizados para obter as estimações dos modelos foram o Eviews versão 4.1 e o Gauss 6.0, em conjunto com as rotinas¹ escritas por Kim e Nelson (1998) para esta última linguagem.

4.1. Discussão Inicial dos Dados

Na discussão metodológica foram abordados os pontos sobre a definição da amostra, os tratamentos e os testes estatísticos preliminares realizados nas séries de dados com o intuito de permitir a estimação do modelo dentro das condições exigidas, garantindo a validade dos resultados e parâmetros encontrados.

A análise de dados da série histórica revela que o PIB brasileiro apresenta um comportamento com uma tendência de crescimento constante com apenas algumas zonas indicativas de um desaquecimento da atividade econômica. Este comportamento pode ser visualizado pelo gráfico da evolução do PIB mensal e trimestral no tempo, representado nas figuras 2 e 3. Os dados apresentados pela figura 2 correspondem à série histórica do PIB de 01/1995 a 02/2006, cuja operacionalização totaliza 91 observações para o período de 08/1998 a 02/2006, com periodicidade mensal, disponibilizado pelo Banco Central do Brasil - BCB (Série 4380), deflacionados pelo IPCA (BCB, série 190, periodicidade mensal). A figura 3 apresenta o comportamento da série temporal do PIB de 01/1995 a 02/2006 com periodicidade trimestral, cuja operacionalização totaliza 31 observações para o período compreendido entre o 3º trimestre de 1998 e o 1º trimestre de 2006, disponibilizados pelo IBGE.

¹ Os algoritmos do programa e as condições de uso podem ser consultados no anexo deste estudo ou no sítio <http://www.econ.washington.edu/user/cnelson/SSMARKOV.htm>

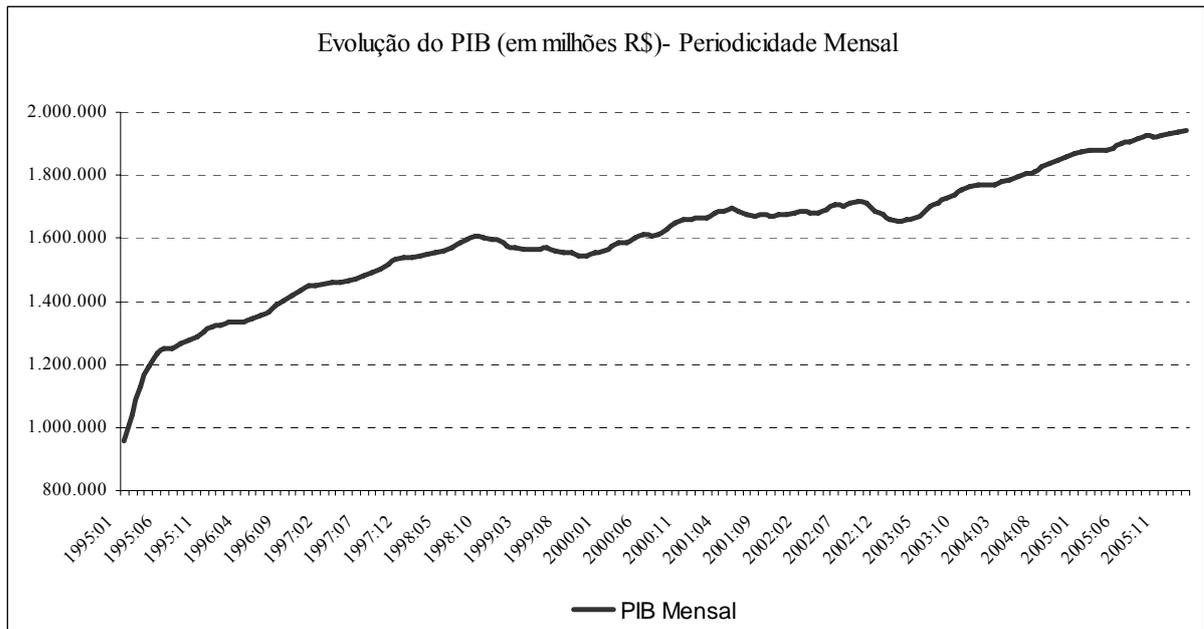


Figura 2: Evolução do Índice PIB mensal

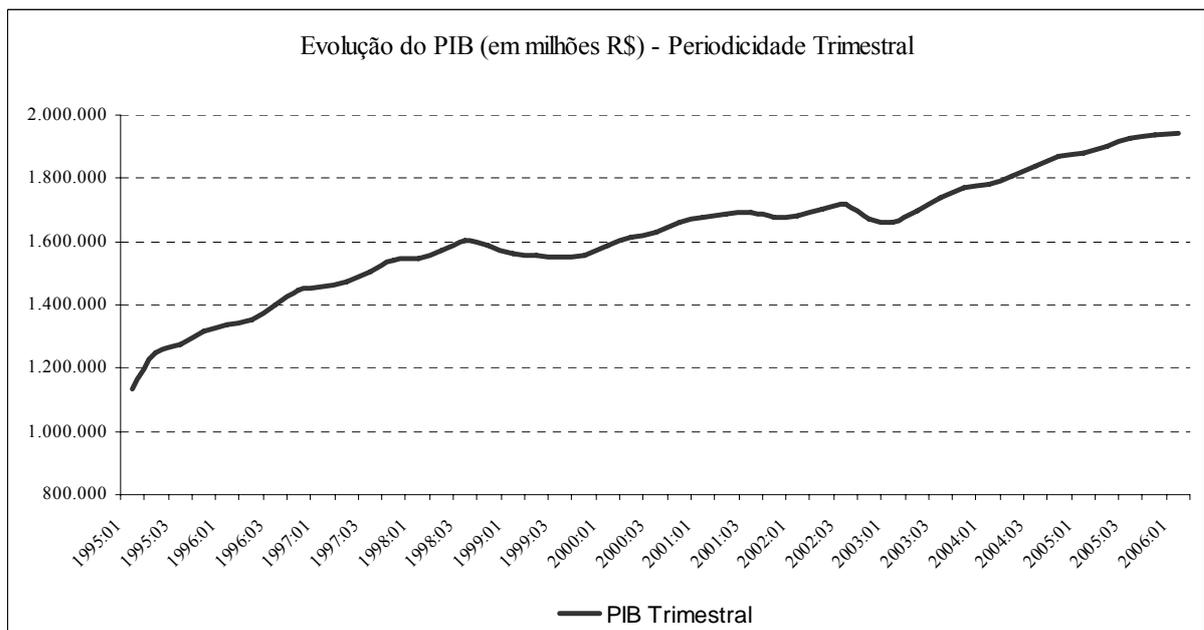


Figura 3: Evolução do Índice PIB trimestral

Novamente, nota-se claramente pelas figuras 2 e 3, a tendência predominante de crescimento da atividade econômica no período analisado, podendo indicar, à primeira vista, uma série de dados não estacionária. Desta forma, o primeiro passo foi examinar o problema de estacionariedade da série. Os estudos acadêmicos apontam a presença de raiz unitária na série temporal do PIB, sendo na maioria das vezes relatada como uma variável $I(1)$, possuindo uma raiz unitária. Hamilton (1989) utiliza no desenvolvimento de seu modelo MS-VAR,

como variável indicadora da atividade econômica, a primeira diferença (valor da variável em $t = t_n$ menos o valor em $t = t_{n-1}$) entre os logaritmos neperianos, na prática conhecido como “delta log” (DLOG), do PIB americano. Visando verificar a presença de raiz unitária nos dados, um teste ADF (Augmented Dickey-Fuller) foi realizado para as séries em nível. Para este teste, verifica-se a hipótese de que possíveis “choques” ocorridos no sistema não sejam propagados e permaneçam afetando a série durante os períodos futuros, tornando a estimativa do modelo espúria (BROOKS, 2002).

$$\Delta y_t = \mu_1 + \mu_2 t + \psi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \phi_i \Delta y_{t-i} + u_t$$

$$H_0 : \psi = 0$$

$$H_1 : \psi \neq 0$$
(18)

é importante observar que para os testes foram utilizados dados em logaritmo.

Desta forma, foi testada a hipótese de que a variável ψ da eq. 18 é igual a zero, com números de *lags* (p) escolhidos automaticamente pelo software (pelo critério de Akaike). A estatística de teste estimada para os dados com periodicidade mensal de 0,5714 mostrou que a hipótese nula não poderia ser rejeitada mesmo em um nível de significância de 10%, cujo valor crítico é -2,5843, indicando que a série é não estacionária no nível. Para os dados com periodicidade trimestral, a estatística de teste estimada foi de 0,5424 não podendo rejeitar a hipótese de presença de raiz unitária (valor da estatística tabelado igual a -2,6251 para um nível de significância de 1%).

A diferenciação das variáveis, portanto, tende a eliminar a presença da raiz unitária, descaracterizando o comportamento tendencioso apresentado anteriormente. Este comportamento das variáveis diferenciadas pode ser analisado nas figuras 4 e 5.

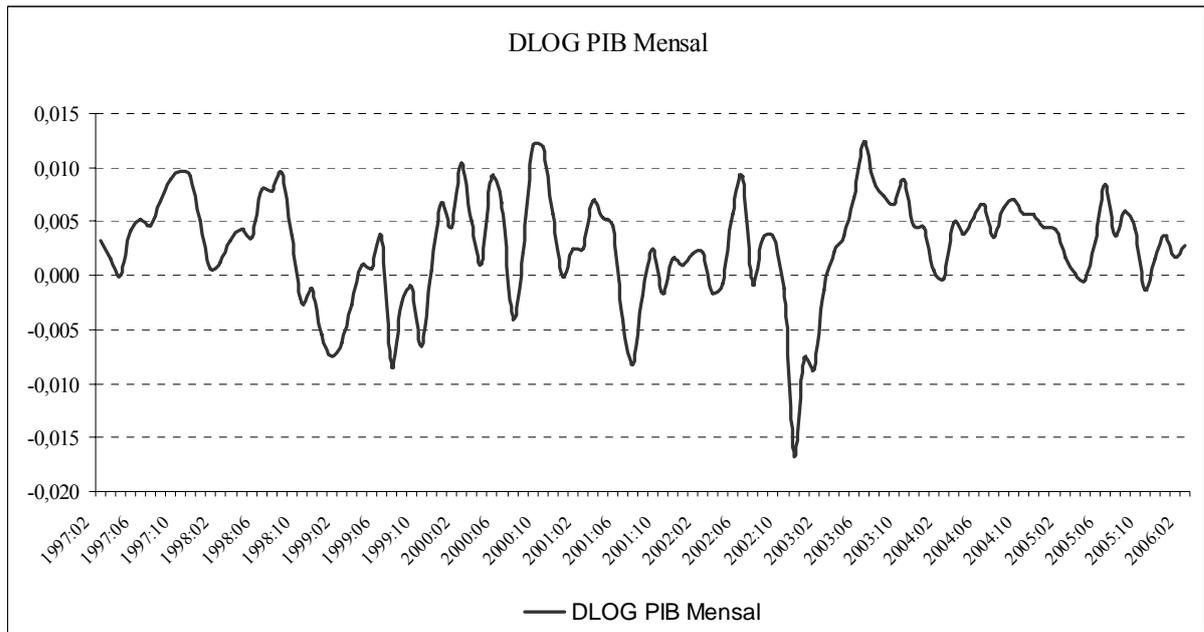


Figura 4: Evolução do DLOG (PIB) mensal

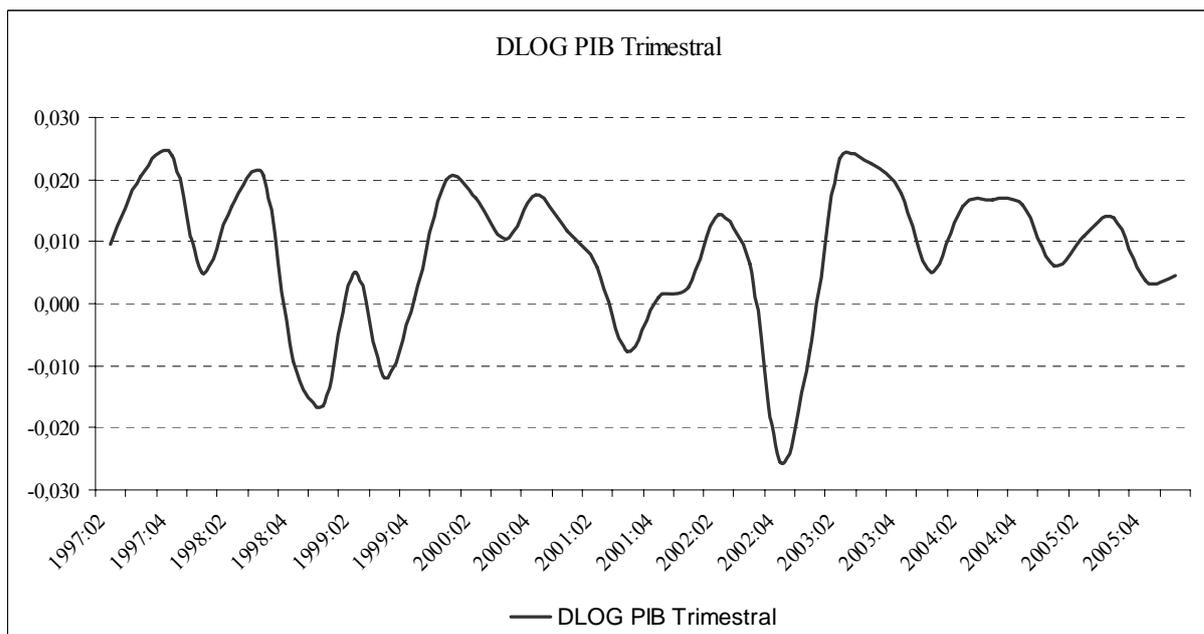


Figura 5: Evolução do DLOG (PIB) trimestral

Nota-se claramente uma nova evolução da série de dados, com a eliminação de tendências, podendo ser aproximada a um passeio aleatório em torno de uma média. A análise gráfica é confirmada pelo teste de presença de raiz unitária. Utilizando novamente o critério automático de seleção de *lags* (p), o teste ADF rejeitou a hipótese de presença de raiz unitária, em níveis de significância de até 1%, tanto para os dados mensais, com uma estatística t de -4,7609 - para valores críticos tabelados em -3,5055, -2,8943 e -2,5843 para níveis de

significância de 1%, 5% e 10%, respectivamente - quanto para os trimestrais, com uma estatística t de -4,1746, para valores críticos tabelados em -3,6891, -2,9718 e -2,6251 para níveis de significância de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

O comportamento das séries com periodicidade trimestral, figuras 3 e 5, apresenta sinais de suavização dos dados em relação aos dados com periodicidade mensal, figuras 2 e 4. Isso pode implicar perda de informação carregada pela série histórica podendo resultar numa estimação espúria do modelo desenvolvido em virtude do déficit de informações disponíveis nas séries com periodicidade trimestral.

A estimação dos parâmetros dos diversos modelos fornece como resultado de saída um gráfico que indica a probabilidade de se estar em um determinado estado da economia em cada ponto temporal observado. A análise metodológica identifica a necessidade de comparação entre estes resultados calculados com uma classificação realizada, normalmente pelos agentes reguladores, a partir dos dados do PIB observados, permitindo avaliar as congruências entre o modelo e o resultado divulgado pelos agentes econômicos.

Uma vez confirmada a validade da variável representativa do PIB, o DLOG (PIB), é possível realizar esta classificação inicial dos estados da economia. Tendo como base trabalhos de Hamilton (1989) e Correa (2003), é natural considerar inicialmente um modelo com espaço de estados restrito a dois regimes, onde $s_t=1$ indica um regime de recessão e $s_t=0$ um regime de expansão econômica.

Recordando a classificação adotada por Moolman (2003), a economia deve possuir pelo menos dois períodos consecutivos de decréscimo do PIB para que se considere que esteja em um período de recessão ou dois períodos consecutivos com crescimento positivo do PIB para que se considere que esteja em um período de expansão, de modo que, dadas estas condições, o estado em que a economia se encontra seja alterado. De posse da série de dados do DLOG (PIB), a classificação recomendada foi realizada, destacando graficamente, em cor escura, as áreas em relativas aos períodos de recessão, de acordo com a figura 6.

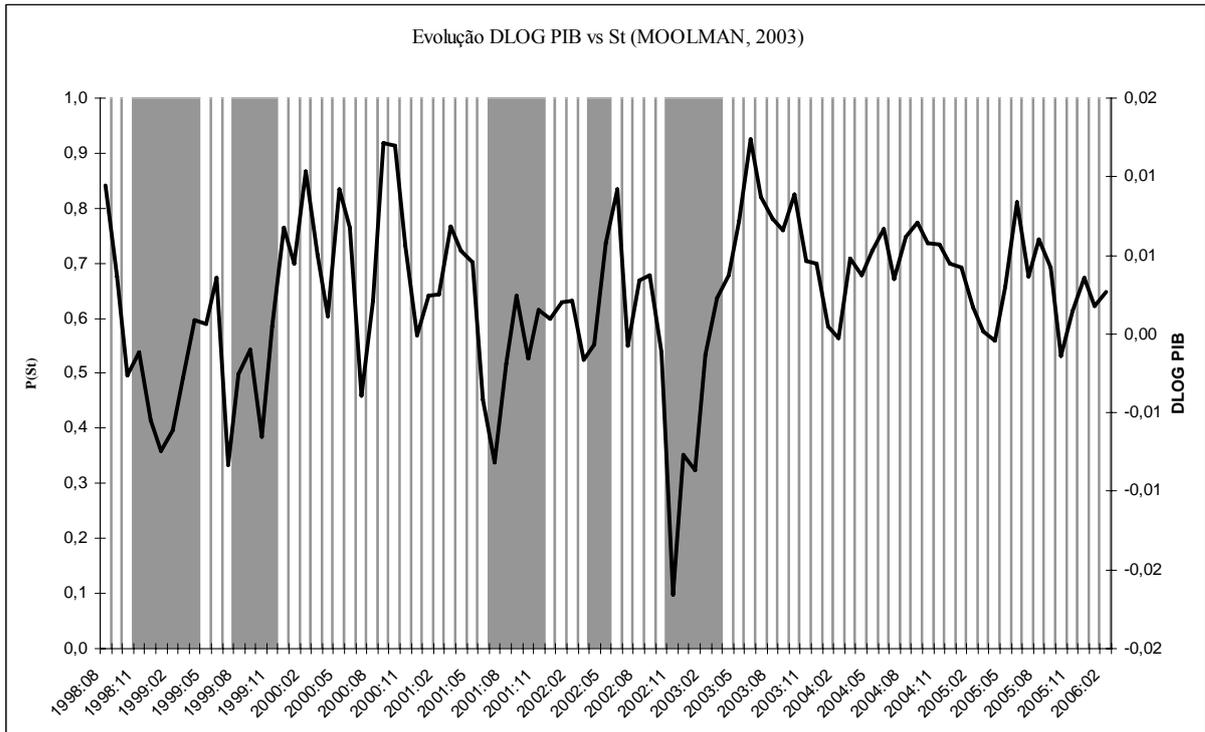


Figura 6: Estados observados na economia (MOOLMAN,2003)

Nota-se que para esta análise, em 89% das observações, o estado observado da economia refere-se a um período de expansão. Entretanto é importante observar que estudos sobre a trajetória econômica recente do Brasil demonstram que a economia brasileira permanece suscetível a um ritmo de crescimento *stop and go*. Ou seja, com taxas de expansão do PIB que alternam fases de crescimento mais baixo e outras com um maior dinamismo induzindo, portanto, um pensamento onde seja necessário mais de uma forma de categorização inicial dos regimes.

Entretanto, a categorização oficial sobre os estados da economia brasileira não é divulgada pelo agente regulador oficialmente. Grupos de estudo da Fundação Getúlio Vargas estão trabalhando para o desenvolvimento de uma categorização única e oficial. A ausência destas informações implica negativamente na validação dos resultados calculados pelo modelo, já que os resultados da estimativa indicam a probabilidade de se estar em um ou outro estado de acordo com o cálculo das probabilidades de transição, lembrando que, para isso, o processo estocástico de Markov assume desconhecer a série de estados observados.

Correa (2003) em seus estudos sobre o comportamento evolutivo do PIB brasileiro para o período de 1900 a 2000, concluiu, a partir da estimativa do modelo de transição de regime proposto, que apenas os coeficientes estimados para as fases de estagnação e

crescimento são significativos e que, em 60% das observações, o país passou por estados de expansão.

Partindo deste ponto, foi proposta uma classificação alternativa dos regimes em “crescimento baixo ou estagnação” e “crescimento acelerado”. Para taxas de crescimento médias menores que 0,4% ao mês foi proposta a primeira classificação enquanto para crescimentos maiores que 0,4% ao mês foi proposta a segunda classificação. Esta categorização pode ser observada na figura 7, onde em 56% das observações o estado observado da economia refere-se a um período de crescimento acentuado (as áreas em destaque são relativas aos períodos de estagnação ou crescimento baixo)

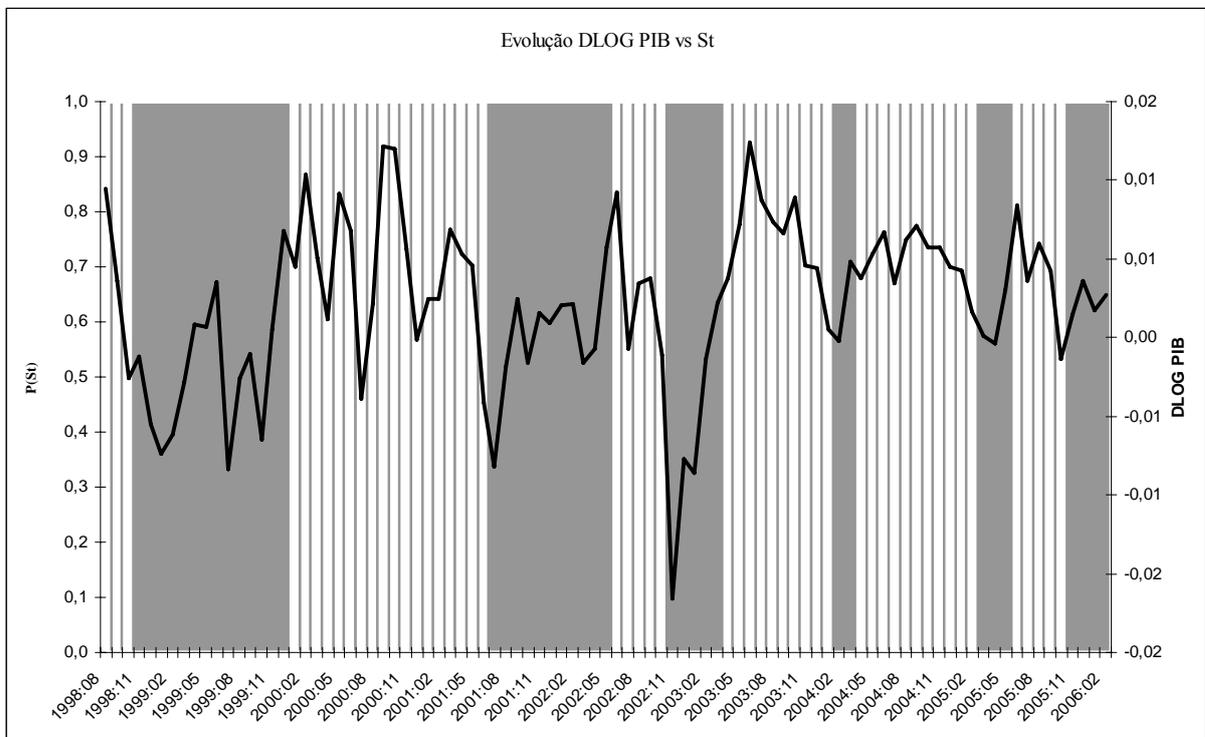


Figura 7: Estados observados na economia, Crescimento Acelerado vs Crescimento baixo ou Estagnação

As relações entre os estados da economia e a série histórica DLOG (PIB) são visualmente confusas e qualquer análise desta relação pode-se tornar vaga devido ao desconhecimento das matrizes de probabilidade de transição calculadas pelo processo de Markov. De antemão, um ponto fundamental que deve ser colocado refere-se aos estudos sobre a atividade econômica brasileira, normalmente, realizados com dados de periodicidade anual, desconsiderando, portanto, as variações em níveis de análise menores ou mais frequentes, como os dados mensais. Este ponto, já discutido nas limitações do estudo, pode

indicar um comportamento volátil do modelo estimado com uma variância mais significativa ou uma sensibilidade maior a fatos de natureza especulativa ou temporária.

A análise inicial dos dados referentes às taxas de juros seguiu os mesmos procedimentos operacionais apresentados para a série de dados do PIB. Os dados aqui apresentados correspondem às séries históricas da taxa *Swap* DI x Pré com maturidade de 180 dias e *Swap* DI x Pré com maturidade de 360 dias, obtidas junto ao terminal Bloomberg, com periodicidade diária, para o período de 03/08/1998 até 31/03/2006, e a taxa SELIC (BCB, série 1178, PTAX860), com periodicidade diária, para o período de 03/08/1998 até 31/03/2006.

A variável taxa de juros futura, *Swap* DI x Pré, está disponível para diferentes prazos de maturidade. O comportamento desta variável para prazos de 180 e 360 dias, juntamente com a trajetória dos juros de curto prazo, taxa SELIC, pode ser observado na figura 8. A operacionalização dos dados resulta na transformação da periodicidade diária em mensal, figura 9, e trimestral, figura 10.

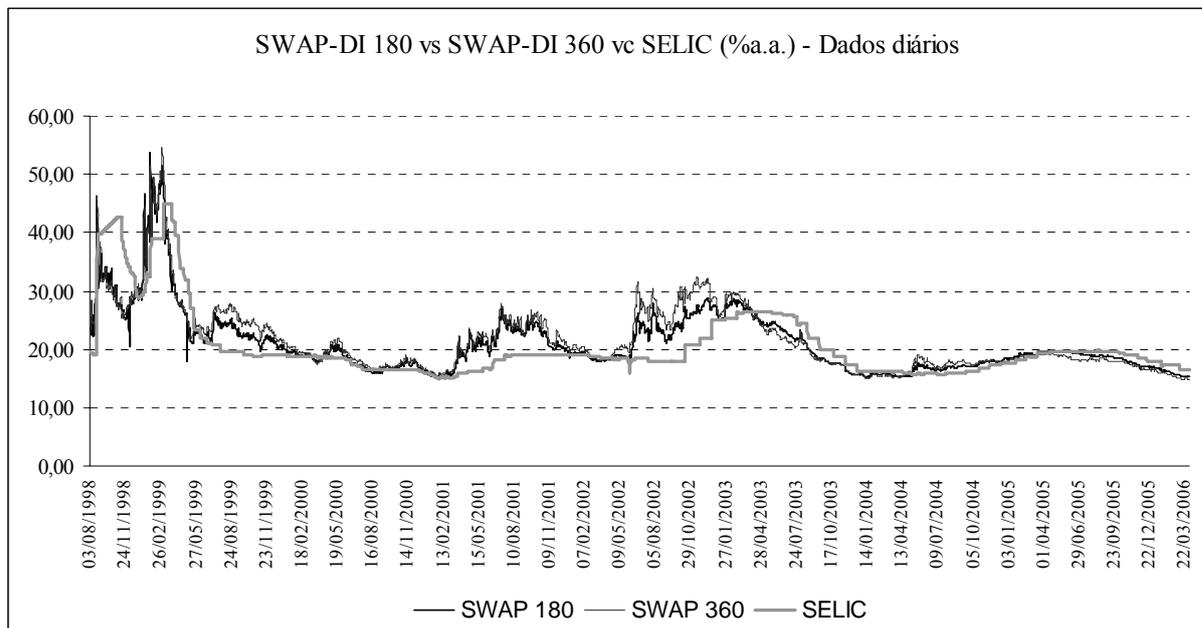


Figura 8: SWAP PRÉ-DI 180 vs SWAP PRÉ-DI 360 vs SELIC – Dados Diários

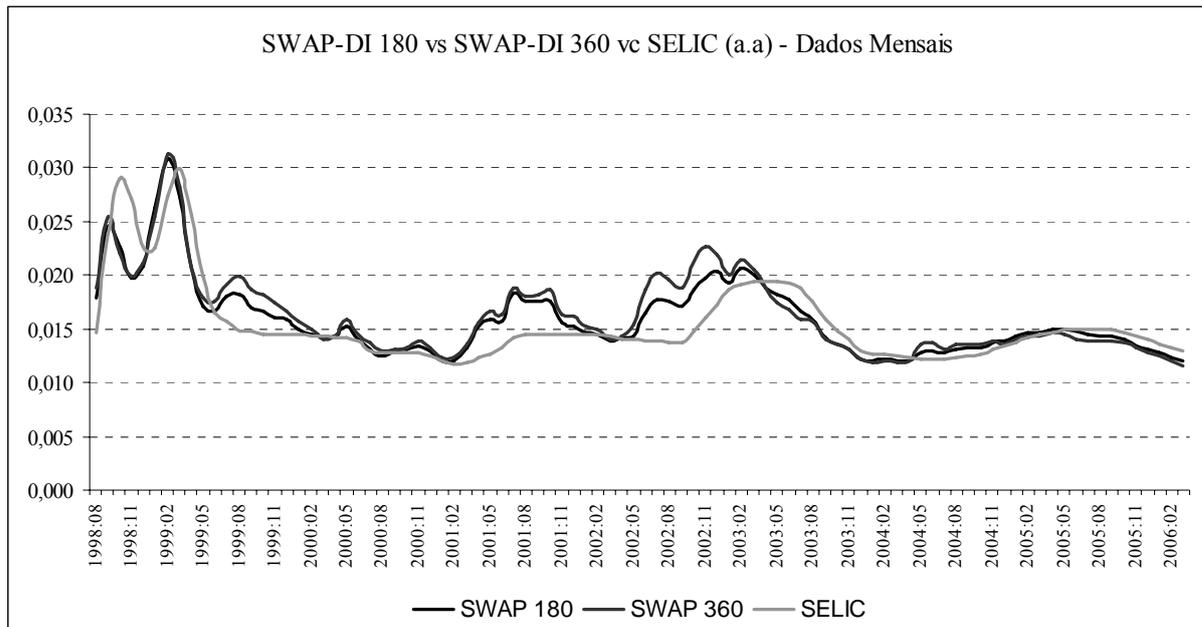


Figura 9: SWAP PRÉ-DI 180 vs SWAP PRÉ-DI 360 vs SELIC – Dados Mensais

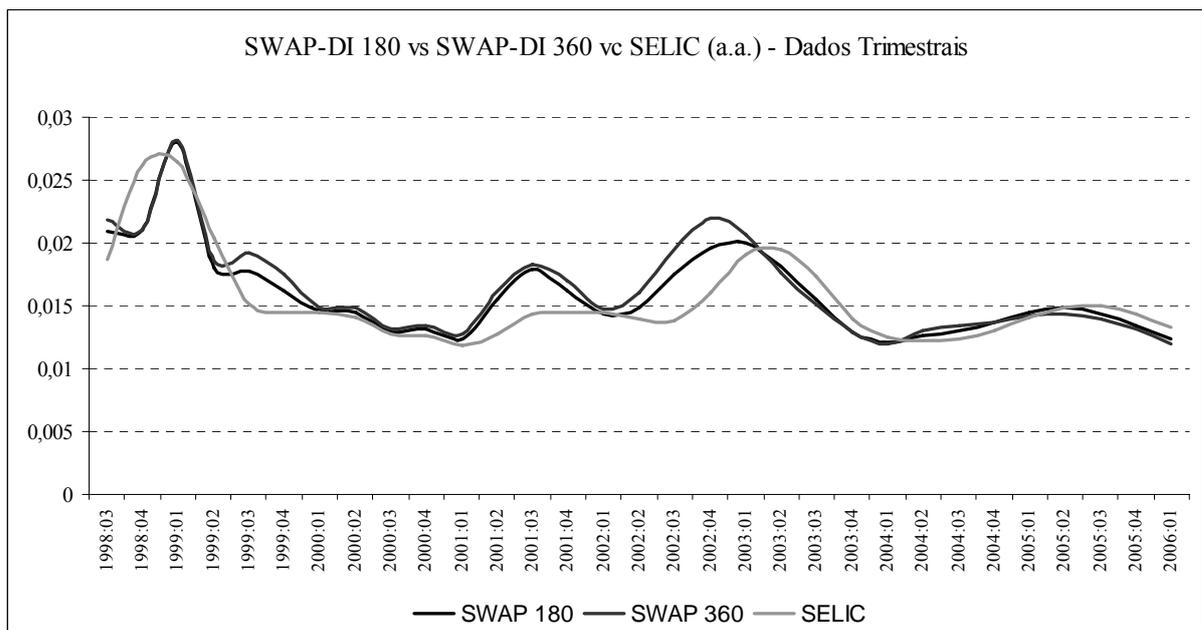


Figura 10: SWAP PRÉ-DI 180 vs SWAP PRÉ-DI 360 vs SELIC – Dados Trimestrais

É importante notar que as duas séries das taxas de juros de longo prazo possuem, num primeiro momento, um comportamento semelhante, sugerindo que os fatos observados influenciam, com intensidades bastante próximas, cenários futuros distintos em um mesmo período. Este fato indica a possibilidade de existência de correlação entre as variáveis em nível, de forma que a escolha de cenários futuros com maturidade de 180 dias e 360 dias seja

indiferente ou que o prêmio de risco calculado no intervalo entre as maturidades seja indiferente.

A análise do correlograma das variáveis confirma este fato ao indicar uma correlação entre as variáveis *Swap DI x Pré* de 180 e 360 dias maior que 96,4 %, como pode ser visto no quadro 1.

Quadro 1: Correlograma entre SWAP 180 e SWAP 360

	<i>Swap DI x Pré 360 dias</i>	<i>Swap DI x Pré 180 dias</i>
<i>Swap DI x Pré 360 dias</i>	1.000000	0.964908
<i>Swap DI x Pré 180 dias</i>	0.964908	1.000000

Note que esta análise é fundamental para o prévio conhecimento do tipo de informação que o *Yield Spread* agrega ao modelo. Esta pequena avaliação parcial da ETTJ brasileira construída a partir das séries da taxa *Swap DI x Pré* pode fornecer evidências de que o aumento do horizonte futuro de análise pode não oferecer informações adicionais importantes a partir de um determinado momento. Desta forma, é prudente que as estimativas dos modelos levem em consideração os títulos com maturidade de 360 e 180 dias para o cálculo do *Yield Spread*.

Apesar de não estar evidente um comportamento tendencioso das séries de dados, a análise de estacionaridade das séries foi realizada. Utilizando novamente o critério automático de seleção de *lags* (p), o teste ADF foi realizado, rejeitando a hipótese de presença de raiz unitária, em níveis de significância de até 1% para todas as séries. Para a variável mensal *Swap DI x Pré 180 dias*, o teste forneceu a estatística de -6,2729, para valores críticos tabelados em -3,5055, -2,8943 e -2,5843 para níveis de significância de 1%, 5% e 10%, respectivamente. Para a variável mensal *Swap DI x Pré 360 dias*, o teste forneceu a estatística de -5,6234, para valores críticos tabelados em -3,5055, -2,8943 e -2,5843 para níveis de significância de 1%, 5% e 10%, respectivamente. Para a variável mensal taxa SELIC, o teste forneceu a estatística de -3,8667, para valores críticos tabelados em -3,5055, -2,8943 e -2,5843 para níveis de significância de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

A composição do indicador do *Yield Spread*, prevista no modelo, deve ser realizada, de acordo com a análise metodológica, pela diferenciação entre as taxas de juros de longo prazo e curto prazo. De maneira lógica, utilizando novamente o teste ADF e o critério automático de seleção de *lags* (p), a hipótese de presença de raiz unitária para a série construída foi rejeitada, em níveis de significância de até 1%. Para a variável *Yield Spread* de

180 dias, o teste forneceu a estatística de $-4,0105$, para valores críticos tabelados em $-3,5038$, $-2,8935$ e $-2,5839$ para níveis de significância de 1%, 5% e 10%, respectivamente. Para a variável *Yield Spread* de 360 dias, o teste forneceu a estatística de $-5,3883$, para valores críticos tabelados em $3,5038$, $-2,8935$ e $-2,5839$ para níveis de significância de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

Das 92 observações das variáveis *Yield Spread* 180 dias e *Yield Spread* 360 dias, 87 coincidem quanto ao sinal, sendo que 58 das observações possuem sinal positivo para a variável de 180 dias e 59 observações possuem sinal positivo para a variável de 360 dias. O comportamento das duas variáveis pode ser observado na figura 11. Para os dados trimestrais, a mesma análise foi realizada obtendo-se a mesma distribuição de resultados. Novamente, a partir da figura 12 pode-se observar nitidamente a diminuição do nível de informações que a série de dados trimestrais do diferencial de taxa de juros (180 e 360 dias) carrega. Para a variável *Yield Spread* 360 dias, a hipótese de presença de raiz unitária foi rejeitada, em nível de significância de até 5%, fornecendo a estatística teste de $-3,5140$, para valores críticos tabelados em $-3,6891$, $-2,9718$ e $-2,6251$ para níveis de significância de 1%, 5% e 10%, respectivamente. Para a variável *Yield Spread* de 180 dias, o teste rejeitou a presença de raízes unitárias, em nível de significância de até 5%, fornecendo a estatística de $-3,6159$, para valores críticos tabelados em $-3,6891$, $-2,9718$ e $-2,6251$ para níveis de significância de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

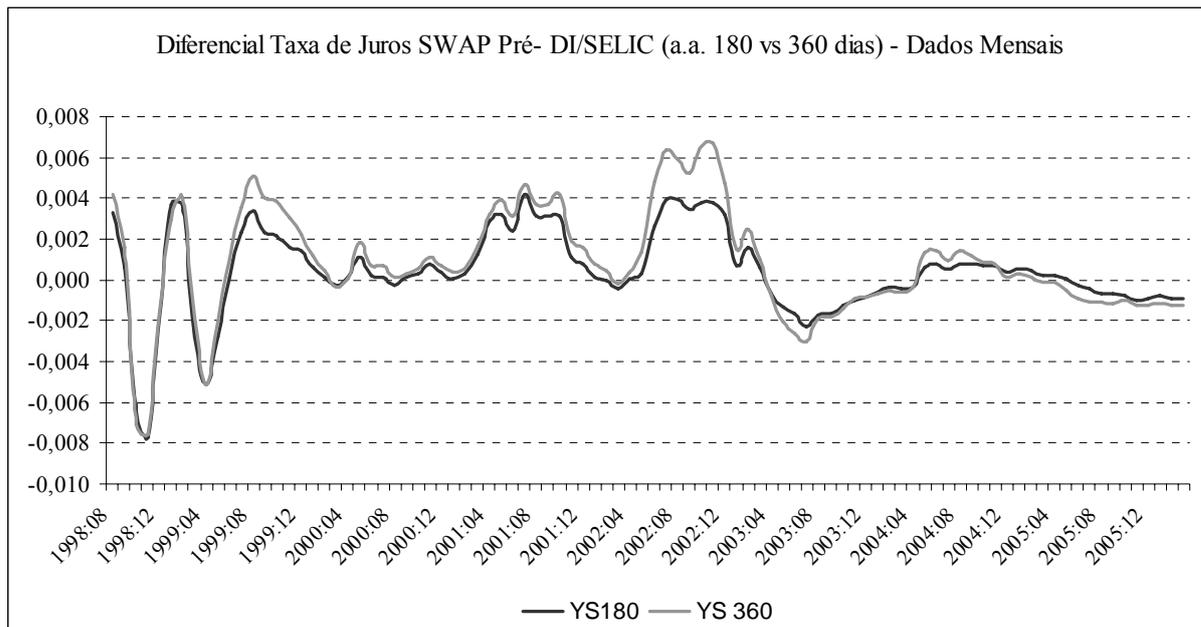


Figura 11: Yield Spread 180 vs Yield Spread 360 – Dados Mensais

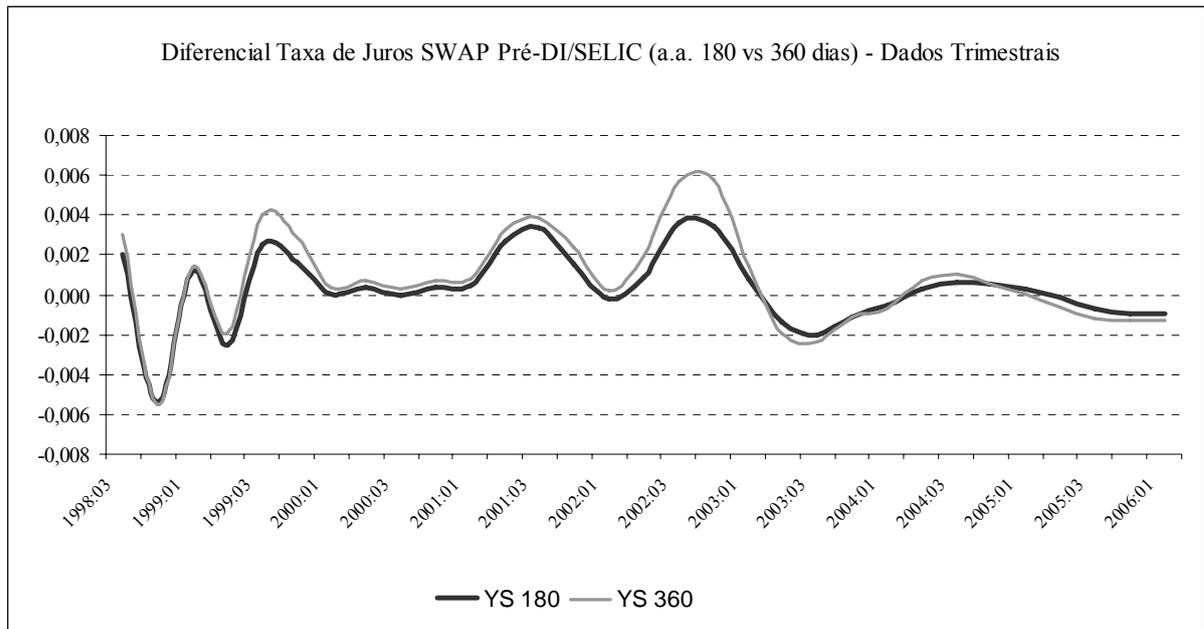


Figura 12: Yield Spread 180 vs Yield Spread 360 – Dados Trimestrais

As figuras 11 e 12 ressaltam a forte correlação entre as variáveis *Yield Spread* com maturidade diferentes em função da utilização da variável *Swap DI x Pré* para sua composição. Apenas três faixas podem ser definidas, a priori, onde o tipo de informação disponibilizada pelo *Yield Spread* compostos com títulos de maturidades diferentes apresentam um “descolamento”: entre 08/1999 e 04/2000, entre 06/2001 e 03/2002 e entre 06/2002 e 2003/02, podendo fornecer evidências, a partir dos gráficos, que o aumento da maturidade do *Yield Spread* pode não oferecer informações adicionais importantes à estimativa do modelo a partir de um determinado momento.

Uma vez analisados os dados das variáveis que compõem o modelo, pode-se dar início à sua estimativa, levando em consideração os fatos analisados decorrentes desta primeira discussão.

Antes da estimativa do modelo pode-se analisar, ainda, de forma superficial, os comportamentos das variáveis envolvidas na estimação empírica do modelo a partir dos dados expostos nas figuras 13 e 14. É interessante notar a relação do comportamento do *Yield Spread* que, à primeira vista, não evidencia uma relação diretamente proporcional ou antecedente com a variação da atividade econômica. Esta relação será o objeto de análise a partir dos parâmetros dos modelos estimados.

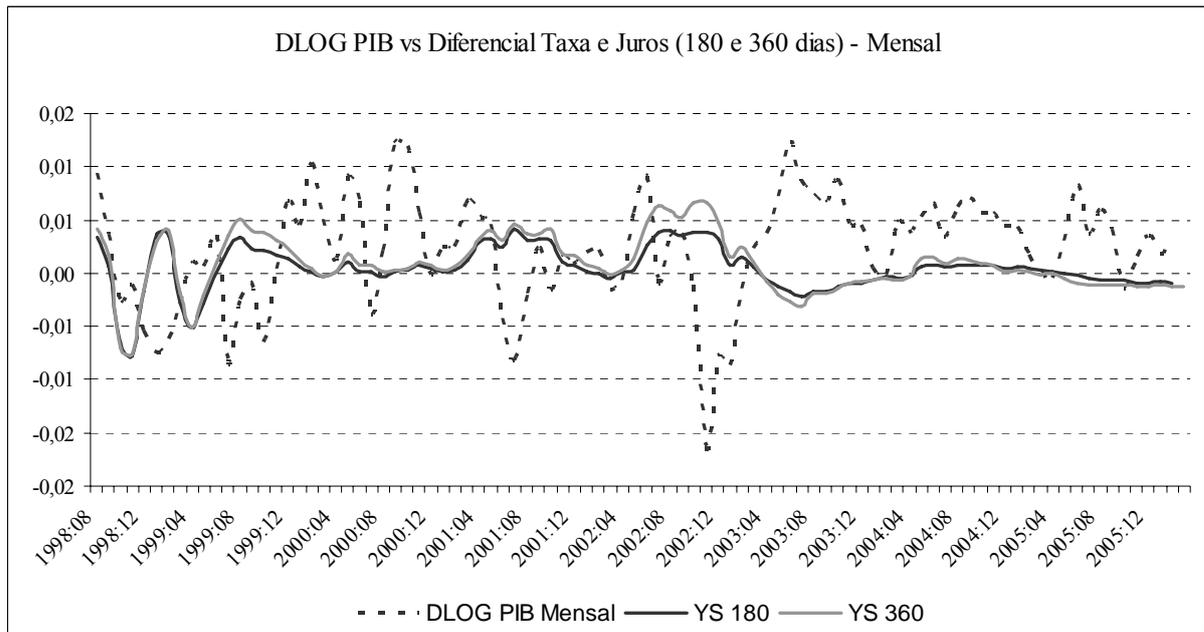


Figura 13: Yield Spread 180 vs Yield Spread 360 vs DLOG (PIB) – Dados Mensais

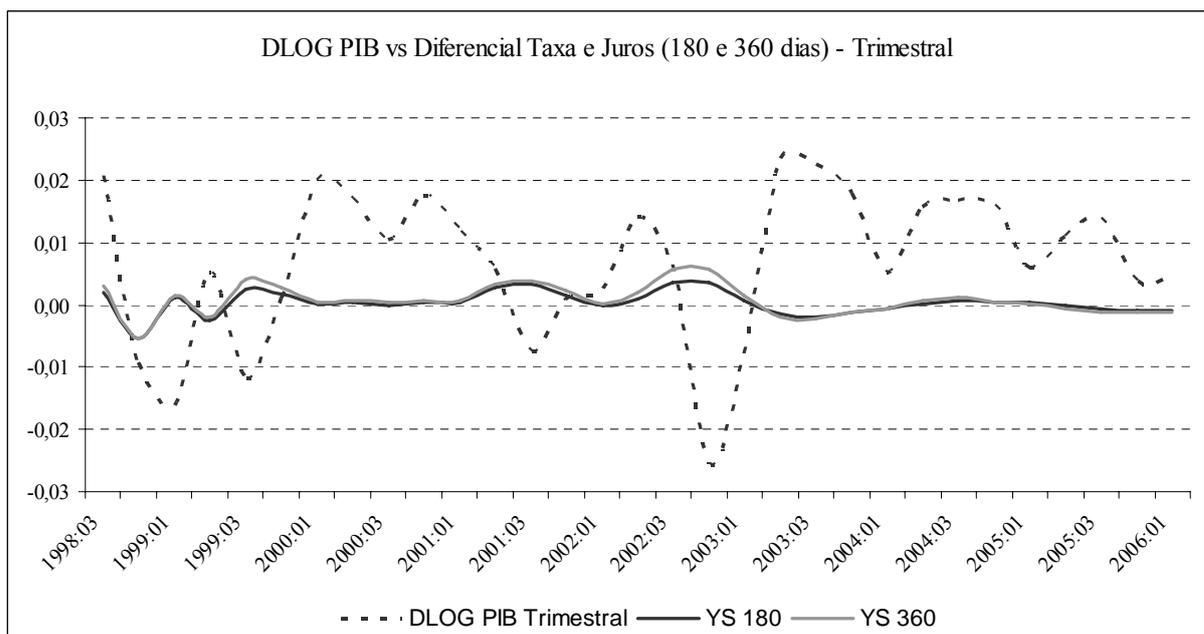


Figura 14: Yield Spread 180 vs Yield Spread 360 vs DLOG (PIB) – Dados Trimestrais

A estimação dos oito modelos MS-VAR passa pelo cálculo das matrizes de probabilidade de transição e dos coeficientes do modelo auto-regressivo e do número de defasagens a ser considerado, sendo possível, dessa forma, realizar todos os testes discutidos na análise metodológica incluindo a comparação do estado observado da economia, os testes para mensurar o impacto da utilização da taxa de juros futura com maturidades diferentes

(*Swap* DI x Pré 180 dias vs *Swap* DI x Pré 360 dias), podendo chegar a uma conclusão de qual grupo de variáveis explica melhor o objeto de estudo proposto.

4.2. Discussão dos Resultados

Das análises anteriores, é importante ressaltar algumas restrições evidenciadas dentre as quais estão o pequeno número de observações para as frequências trimestrais de análise e a perda de informações nestas séries associadas a uma possível filtragem e suavização dos dados.

O processo de estimação, em um primeiro momento, deve impor as restrições aos modelos desenvolvidos, expressos nas equações 7, 11, 15 e 16. Devido à dificuldade de implantação de um teste para a escolha do número de regimes e do número de defasagens, adota-se aqui a estratégia utilizada pela literatura prática, que utiliza fatos estilizados para a escolha das defasagens. De acordo com a teoria apresentada e os autores pesquisados, o modelo deve restringir seu espaço de estados a dois regimes (inicialmente associados a crescimento e estagnação/retração) e deve capturar um relacionamento entre as variáveis defasadas em mais de um trimestre. Desta forma, foi determinado que a ordem p do modelo VAR seja igual a 4, assim como o fizeram Correa (2003), Filardo (1994) e Moolman (2003). Para o caso do modelo alimentado com dados de entrada mensais, as defasagens consideradas foram mantidas em 4 de modo a não implicar uma perda no número de graus de liberdade e o aumento de restrições face ao modelo com dados de entrada trimestrais.

Para a variável antecedente, o *Yield Spread*, foi considerada apenas a primeira defasagem, como proposto por Moolman (2003), restringindo sua influência no cálculo das probabilidades de transição.

O termo referente ao erro foi ajustado de forma que seja i.i.d, possua média 0 e variância não dependente do regime.

$$\begin{aligned}
 y_t = & \mu_1(1 - S_t) + \mu_0 S_t + \Phi_1(y_{t-1} - (\mu_1(1 - S_{t-1}) + \mu_1 S_{t-1})) + \\
 & + \Phi_2(y_{t-2} - (\mu_1(1 - S_{t-2}) + \mu_1 S_{t-2})) + \Phi_3(y_{t-3} - (\mu_1(1 - S_{t-3}) + \mu_1 S_{t-3})) + \\
 & + \Phi_4(y_{t-4} - (\mu_1(1 - S_{t-4}) + \mu_1 S_{t-4})) + e_t
 \end{aligned} \tag{19}$$

onde,

$$e_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$s_t = 1$ se regime de recessão ou estagnação, do contrário, $s_t = 0$. A probabilidade de transição será dada, portanto, por:

$$P(S_t) = (S_t = s_t | S_{t-1} = s_{t-1}, z_t) = \begin{bmatrix} p(z_t) & 1 - q(z_t) \\ 1 - p(z_t) & q(z_t) \end{bmatrix} \quad (20)$$

onde,

$$p(z_t) = \frac{\exp(\theta_{p0} + \theta_{p1} z_{t-1})}{1 + \exp(\theta_{p0} + \theta_{p1} z_{t-1})} \quad (21)$$

e

$$q(z_t) = \frac{\exp(\theta_{q0} + \theta_{q1} z_{t-1})}{1 + \exp(\theta_{q0} + \theta_{q1} z_{t-1})} \quad (22)$$

Uma vez apresentado o modelo e suas restrições foi realizado o processamento dos algoritmos alimentados com os dados de entrada de diferentes periodicidades. Foram estimados os modelos MS-VAR - TVTP com dados de entrada mensal, com variáveis informativas Yield Spread de 180 dias e 360 dias, MS-VAR - TVTP com dados de entrada trimestral, com variáveis informativas Yield Spread de 180 dias e 360 dias, MS-VAR - FTP com dados de entrada mensal e trimestral e o modelo MS-VAR - FTP com dados de entrada mensal e trimestral e tamanho da amostra expandido para 140 observações entre 1995 e 2006. Ressalta-se que, como proposto na metodologia, o modelo FTP será estimado como validação da utilização da variável informativa (z_t) e do tamanho na amostra nos cálculos das matrizes de probabilidade. O cálculo das probabilidades nesta metodologia não é função desta variável, portanto, as equações 20, 21 e 22 podem ser reescritas como:

$$P = (S_t = s_t | S_{t-1} = s_{t-1}) = \begin{bmatrix} p & 1 - q \\ 1 - p & q \end{bmatrix} \quad (23)$$

onde,

$$p(z_t) = \frac{\exp(\theta_{p0})}{1 + \exp(\theta_{p0})} \quad (24)$$

e

$$q(z_t) = \frac{\exp(\theta_{q_0})}{1 + \exp(\theta_{q_0})} \quad (25)$$

O primeiro impacto da utilização de uma pequena amostra foi evidenciado nas primeiras tentativas de estimação dos modelos com dados de entrada trimestrais. Estes modelos apresentaram, em seu processamento, impossibilidade de estimação, já que os cálculos resultavam em matrizes singulares, não permitindo o estimação dos parâmetros constituintes do modelo. Este fato não ocorreu para o modelo MS-VAR – FTP com tamanho da amostra aumentado. Esta ocorrência está diretamente ligada ao baixo número de observações da amostra (31 observações, que se torna menor quando considerado o número de restrições do modelo). Este problema foi previsto nas delimitações do estudo e analisado nas restrições de aplicação do modelo. Por outro lado, é importante observar que as considerações realizadas nos resultados encontrados para o modelo MS-VAR – FTP, com tamanho de amostra aumentado, poderão ser utilizados em comparações com os outros modelos MS-VAR – FTP e, posteriormente, extrapolados para a modelagem MS-VAR – TVTP.

Foi então proposto o processamento dos modelos com dados de entrada mensal e período de análise original, que ocorreu da forma prevista, sem reconsiderações de nenhum tipo. Os parâmetros foram estimados para os quatro modelos com periodicidade mensal propostos. Os resultados consolidados encontram-se na tabela 1 e referem-se às estimativas dos parâmetros e os seus respectivos desvios-padrão.

Contudo, é importante ressaltar o caráter contingencial da adoção desta medida, uma vez que todo o desenvolvimento do estudo baseia-se em trabalhos publicados onde se utilizam dados trimestrais em suas análises. Por este motivo, os procedimentos operacionais de estimação, construídos e desenvolvidos para a utilização de dados com frequências trimestrais, permaneceram inalterados e foram estendidos para a aplicação nos modelos com dados mensais, fato que implicou a estimação destes modelos com apenas quatro defasagens na parte auto-regressiva do modelo. O desenvolvimento e construção do algoritmo computacional que permita a inclusão de um maior número de defasagem é um tema abordado na etapa conclusiva deste estudo, na seção de sugestões e recomendações.

Tabela 1: Parâmetros Estimados Consolidados – Dados Mensais

	MSVAR(4) - TVP ($z_t = \text{Yield Spread 360}$ dias)	MSVAR(4) – TVP ($z_t = \text{Yield Spread 180}$ dias)	MSVAR(4) FTP	MSVAR(4) FTP (Extendido)
μ_0	-0,53445 (0,10693)	-0,58561 (0,10116)	-0,58864 (0,15536)	-0,72455 (0,31036)
μ_1	0,22967 (0,03108)	0,20895 (0,02999)	0,31773 (0,08042)	0,38687 (0,08332)
θ_{p0}	4,69465 (1,66620)	4,57579 (1,44739)	0,93536 (0,03249)	0,97534 (0,01946)
θ_{p1}	10,13692 (5,14163)	10,43062 (4,58532)	-	-
θ_{q0}	-0,87167 (1,35407)	-1,12668 (1,04017)	0,36338 (0,25680)	0,67058 (0,26074)
θ_{q1}	-5,76487 (4,53556)	-5,08685 (3,51925)	-	-
Φ_1	-0,23914 (0,11885)	-0,22995 (0,11583)	0,72998 (0,11620)	0,72663 (0,09825)
Φ_2	0,11866 (0,13929)	0,11896 (0,13417)	-0,06884 (0,14984)	-0,22788 (0,14092)
Φ_3	-0,11752 (0,11780)	-0,14289 (0,11991)	0,17794 (0,14714)	0,19332 (0,11935)
Φ_4	-0,03409 (0,11689)	-0,00544 (0,11346)	-0,29363 (0,11593)	-0,09751 (0,06862)
σ	0,31156 (0,02667)	-0,30204 (0,02575)	0,31006 (0,02897)	0,34435 (0,02548)
$L(\theta)$	-30,6069	-29,2900	-41,5698	-67,7083

Os parâmetros μ_0 , μ_1 , Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 , Φ_4 e σ são relativos ao modelo auto-regressivo, enquanto os parâmetros θ_{p0} , θ_{p1} , θ_{q0} , θ_{q1} são relativos à estimação da matriz de probabilidade de transição entre os estados. $L(\theta)$ é o *log-likelihood*, valor maximizado, resultante do teste de máxima verossimilhança. A análise das estimações dos modelos será realizada gradualmente para cada parte do modelo MS-VAR inserindo-se novamente seus parâmetros e os gráficos das probabilidades de transição. Note que para todos os gráficos de probabilidade de se

encontrar em um determinado estado, o eixo das coordenadas apresenta as probabilidades calculadas enquanto o eixo das abscissas apresenta o tempo (representado pelo número da observação, onde 0 refere-se a 03/1998 e 90 a 01/2006). De forma a melhor interpretar os dados gráficos, pode-se dizer que, numa classificação objetiva, para uma probabilidade menor ou igual a 0,5 o ciclo de atividade econômica encontra-se num estado de expansão, enquanto que para valores maiores que 0,5, o ciclo de atividade econômica encontra-se num período de recessão ou estagnação. De acordo com Correa (2003), esta hipótese deveria ser testada formalmente, porém, como já discutido, existem dificuldades para a implantação de um teste para o conhecimento do número de regimes.

A primeira análise refere-se à modelagem MS-VAR TVTP. Seus resultados podem ser contemplados nas figuras 15 e 16 e nas tabelas 2 e 3, utilizando como indicador antecedente o *Yield Spread* 360 dias e 180 dias, respectivamente.

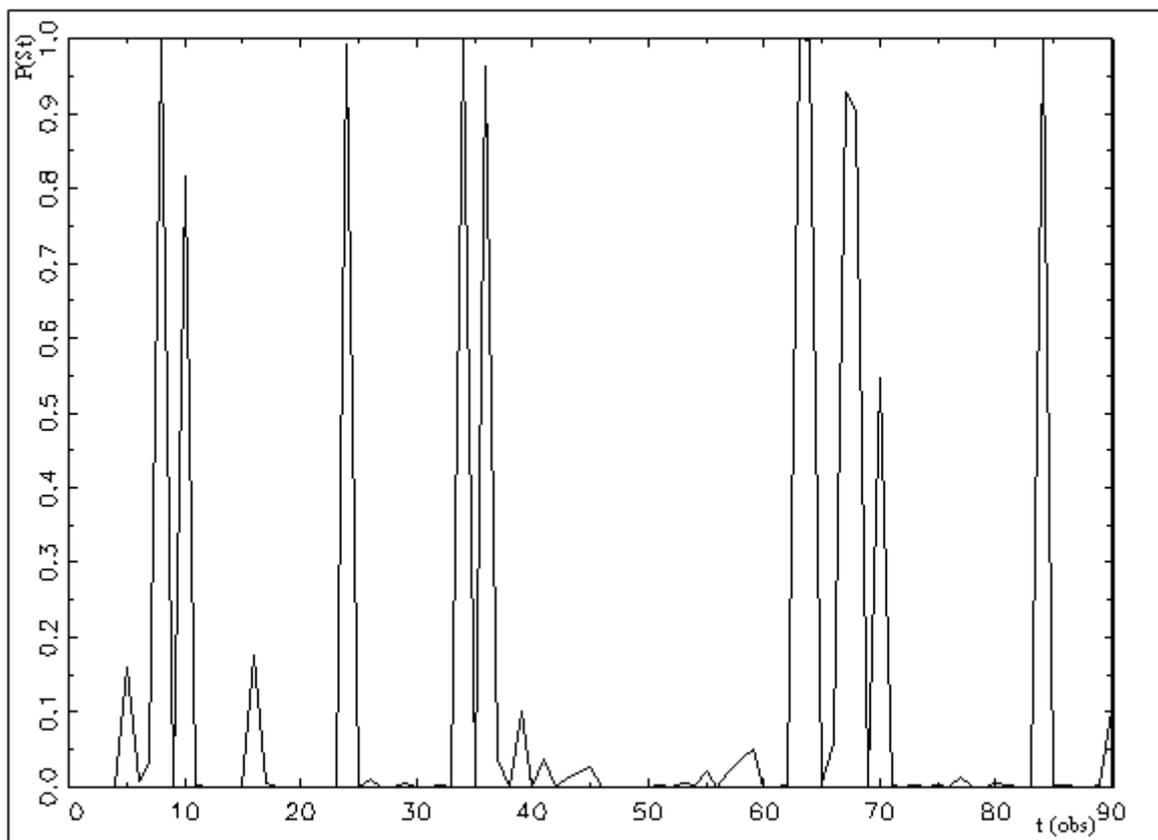


Figura 15: Probabilidade de Transição TVTP ($z_t = YS360$) – MSVAR 4 – Dados Mensais

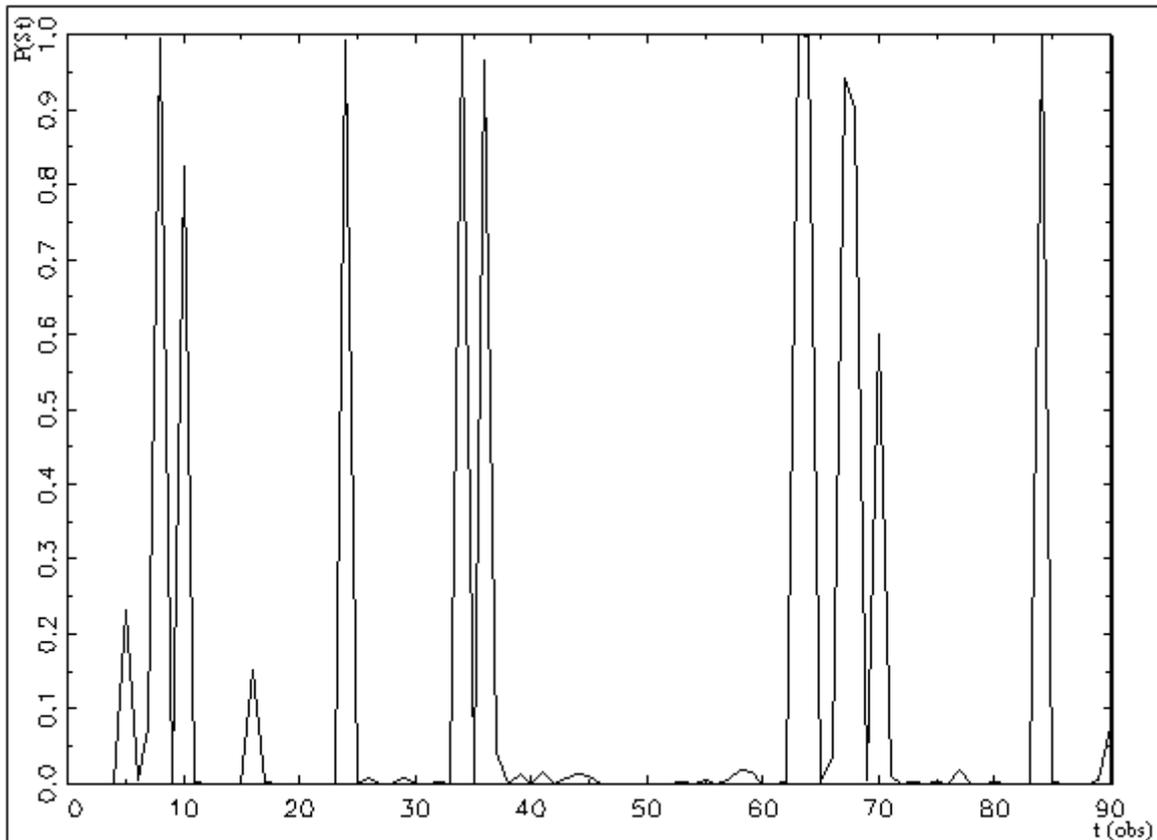


Figura 16: Probabilidade de Transição TVTP ($z_t = \text{YS180}$) – MSVAR 4 – Dados Mensais

Pode-se observar, como previsto a partir da análise inicial das informações contidas no *Yield Spread* de diferentes maturidades, que o comportamento gráfico é bem semelhante nos dois casos, caracterizados por regimes de expansão ($s_t = 0$) na maior parte da mostra, com picos de recessão. Graficamente, os picos de recessão não são exibidos por mais de 3 períodos consecutivos, porém pode-se observar a repetição (até três vezes) seguida destes picos formando áreas onde a probabilidade de se estar em um período de estagnação ou recessão é maior.

Nos dois resultados as áreas de picos relativos à recessão são antecedidas de picos de probabilidades maiores que zero, sendo que as probabilidades menores que 0,2 são mais evidenciadas no modelo que utiliza o *Yield Spread* de 360 dias.

Tabela 2: Parâmetros Estimados MS-VAR TVTP (YS360) – Dados Mensais

MSVAR(4) – TVP ($z_t = \text{Yield Spread 360 dias}$)		
	Parâmetros	Estatística t
μ_0	-0,53445 (0,10693)	- 4,998 p < 0,01
μ_1	0,22967 (0,03108)	7,390 p < 0,01
θ_{p0}	4,69465 (1,66620)	2,818 p < 0,01
θ_{p1}	10,13692 (5,14163)	1,972 p < 0,10
θ_{q0}	-0,87167 (1,35407)	0,644
θ_{q1}	-5,76487 (4,53556)	1,271
Φ_1	-0,23914 (0,11885)	2,012 p < 0,05
Φ_2	0,11866 (0,13929)	0,852
Φ_3	-0,11752 (0,11780)	0,998
Φ_4	-0,03409 (0,11689)	0,292
σ	0,31156 (0,02667)	11,682 p < 0,01

Tabela 3: Parâmetros Estimados MS-VAR TVTP (YS360) – Dados Mensais

MSVAR(4) – TVP ($z_t = \text{Yield Spread 180 dias}$)		
	Parâmetros	Estatística t
μ_0	-0,58561 (0,10116)	- 5,789 p < 0,01
μ_1	0,20895 (0,02999)	6,967 p < 0,01
θ_{p0}	4,57579 (1,44739)	3,161 p < 0,01
θ_{p1}	10,43062 (4,58532)	2,275 p < 0,05
θ_{q0}	-1,12668 (1,04017)	1,083
θ_{q1}	-5,08685 (3,51925)	1,445 p < 0,2
Φ_1	-0,22995 (0,11583)	2,012 p < 0,05
Φ_2	0,11866 (0,13417)	0,884
Φ_3	-0,14289 (0,11991)	1,191
Φ_4	-0,00544 (0,11346)	0,048
σ	-0,30204 (0,02575)	11,730 p < 0,01

Os parâmetros estimados para os dois modelos possuem, em geral, a mesma análise, embora o modelo para maturidade de 180 dias apresente parâmetros ligeiramente mais significativos, no entanto, estas diferenças não oferecem alterações na interpretação dos resultados. Os modelos auto-regressivos apresentam média significativa tanto para o regime de recessão, μ_0 , como para o período de expansão, μ_1 , porém apresentam apenas a primeira defasagem do PIB como significativa. É de se esperar, quando se utilizam dados mensais de séries das que se esperam mudanças estruturais de longo prazo, como o caso do PIB, que o coeficiente relacionado à variável defasada de 1ª ordem seja mais significante. Este fato não deve ser interpretado, portanto, como uma relação estrutural, mas apenas como a incidência

de um tempo de decorrelacionamento entre as defasagens da variável maior que a frequência de observação dos fatos.

A taxa média de crescimento mensal apresentada pelo regime 0 ($s_t=0$ e μ_1) é de aproximadamente 0,20%, significativa estatisticamente, porém pouco expressiva, devendo-se considerar que os dados analisados foram transformados para logaritmo neperiano. Esta hipótese sugere que o crescimento do Brasil é lento, porém constante, de acordo com os dados apresentados nas matrizes de probabilidade. A taxa média estimada para o regime 1 ($s_t=1$ e μ_0) foi de -0,55%, significativa estatisticamente e bastante expressiva, já que é menor que zero e maior que a taxa média de crescimento do estado 0. Este fator indica que, apesar de terem sido evidenciadas poucas ocorrências de períodos de retração, quando estes existem a economia brasileira apresenta sinais fortes de desaquecimento, indicando uma reação exagerada na economia a fatos internos e externos, normalmente de origem especulativa ou temporária.

Os parâmetros relativos ao cálculo da probabilidade de transição mostraram-se significativos apenas para o cálculo da probabilidade $p(z_t)$. Isso implica uma matriz de probabilidade onde os elementos significativos da matriz referem-se a uma probabilidade de se permanecer no estado 1 ($s_t=0$, expansão) ou passar de um estado 2 ($s_t=1$, recessão) para o estado 1 ($S_t=0$, expansão). Estas informações estão de acordo com os resultados das pesquisas apresentadas, que indicam que a probabilidade de se permanecer num período de expansão na economia brasileira é maior.

Nota-se que, segundo as análises iniciais, desde 1998, o país apresenta um crescimento econômico constante, no entanto, sempre esteve sujeito à influência das crises econômicas e outros fatos pontuais que ocorrem em nível interno e externo, fato que influencia o crescimento econômico conjunturalmente e é evidenciado no gráfico de probabilidade, com presenças significativas de períodos de recessão de baixa duração, não maiores que 10 meses. Estes fatos, normalmente de natureza especulativa, não são observados quando da análise de dados anuais, porém são expostos nas séries mensais através dos picos de curta duração, sugerindo uma maior volatilidade no gráfico de probabilidades de transição e confirmados pela análise de significância dos coeficientes calculados, onde a falta de significância dos coeficientes θ_{qi} sugere que os períodos de recessão não se mantêm por um longo período de tempo e, também, pela comparação com os resultados dos estudos de Côrrea (2003) que não considera como significativa e negativa a taxa de crescimento média para o estado 2 (associado à recessão).

De posse dos coeficientes calculados, pode-se proceder ao cálculo da matriz de probabilidade de transição. Para o modelo que utiliza o Yield Spread de 360 dias a matriz estimada é a seguinte:

$$P = \begin{bmatrix} \hat{p}_{11} & \hat{p}_{12} \\ \hat{p}_{21} & \hat{p}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,959 & 0,041 \\ 0,720 & 0,280 \end{bmatrix}$$

Para o modelo que utiliza o Yield Spread de 180 dias a matriz estimada é :

$$P = \begin{bmatrix} \hat{p}_{11} & \hat{p}_{12} \\ \hat{p}_{21} & \hat{p}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,957 & 0,043 \\ 0,762 & 0,238 \end{bmatrix}$$

De acordo com as matrizes, dado que a economia esteja num regime de expansão, a probabilidade de que ela permaneça nesse regime é maior do que a de haver uma transição para outro. Porém, quando se encontra num período recessivo, é mais provável que ela transite para um período de expansão do que permaneça num período de recessão. É importante observar que a mudança do cenário futuro de análise não altera fortemente as probabilidades calculadas.

A validação inicial do modelo pode ser realizada a partir da comparação das probabilidades de transição com uma categorização dos regimes em expansão e retração realizada de acordo com a taxa de crescimento. Como discutido na metodologia e na análise inicial dos dados, foram propostas duas categorizações, sendo uma utilizada por Moolman (2003) em seus estudos e outra proposta pelo autor. As figuras 17 a 20 apresentam esta comparação. A área destacada em cinza refere-se aos períodos categorizados como retração ou estagnação.

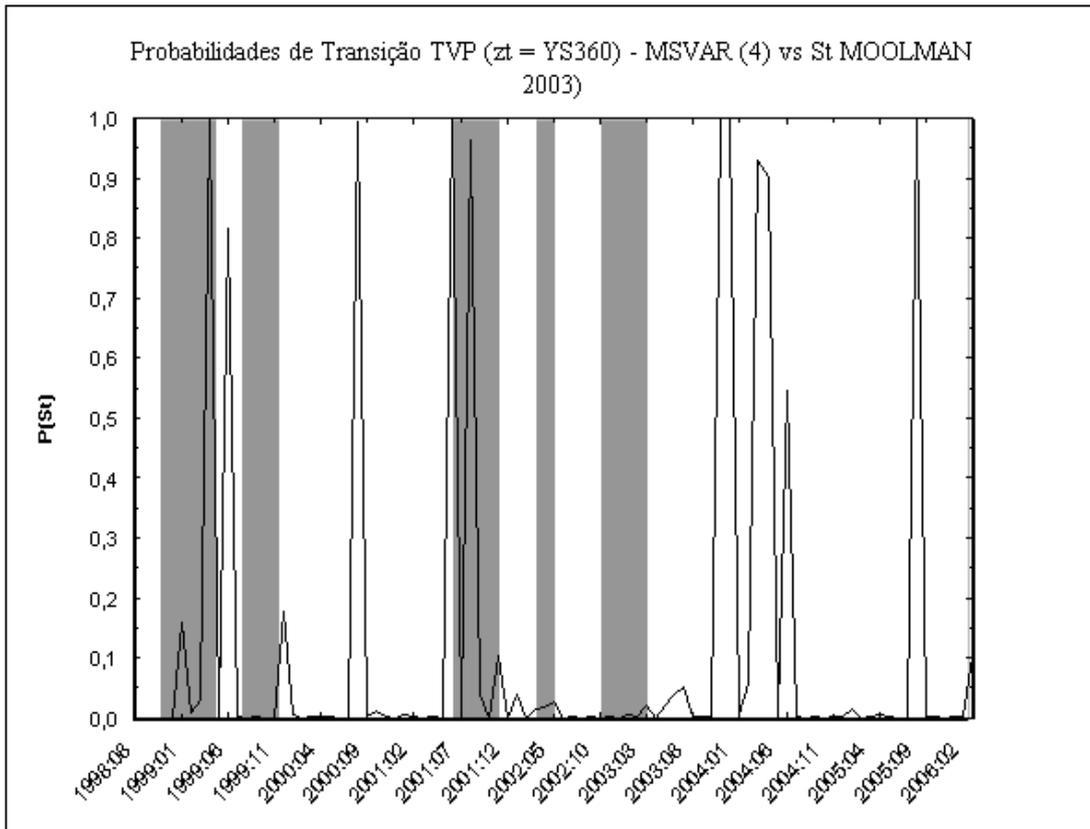


Figura 17: Probabilidade de Transição TVTP ($z_t = YS360$) MSVAR (4) vs St (MOOLMAN, 2003)

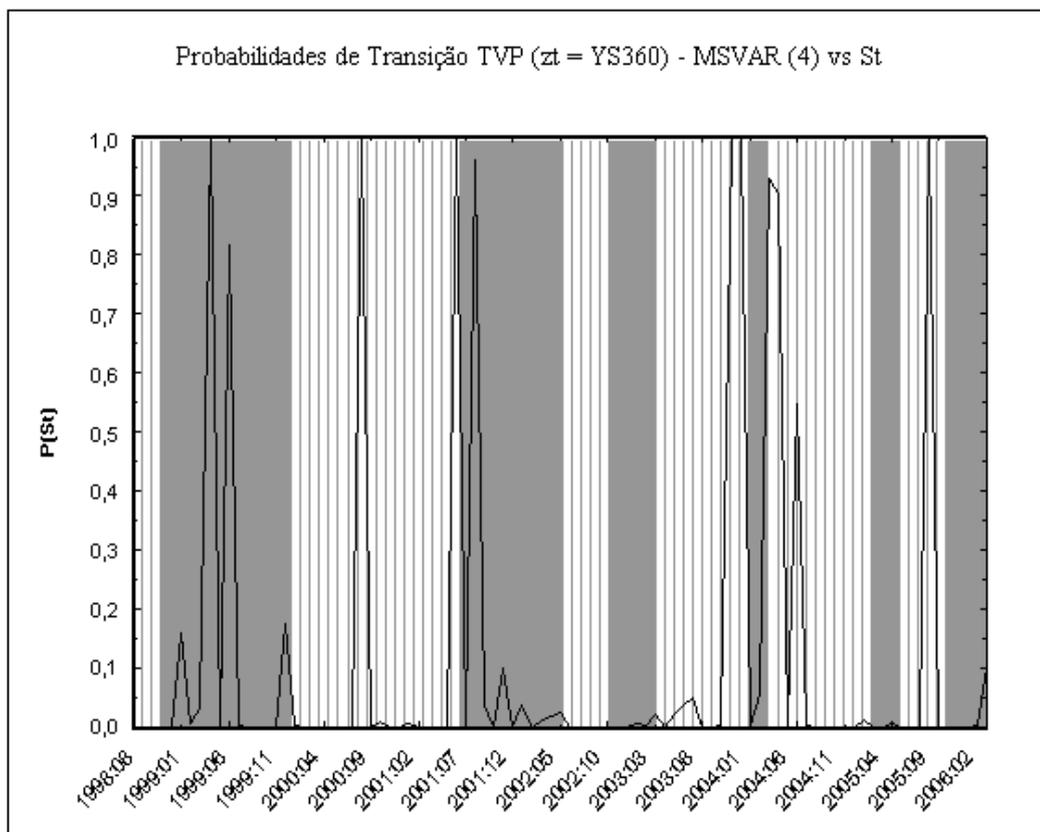


Figura 18: Probabilidade de Transição TVTP ($z_t = YS360$) MSVAR 4 vs St

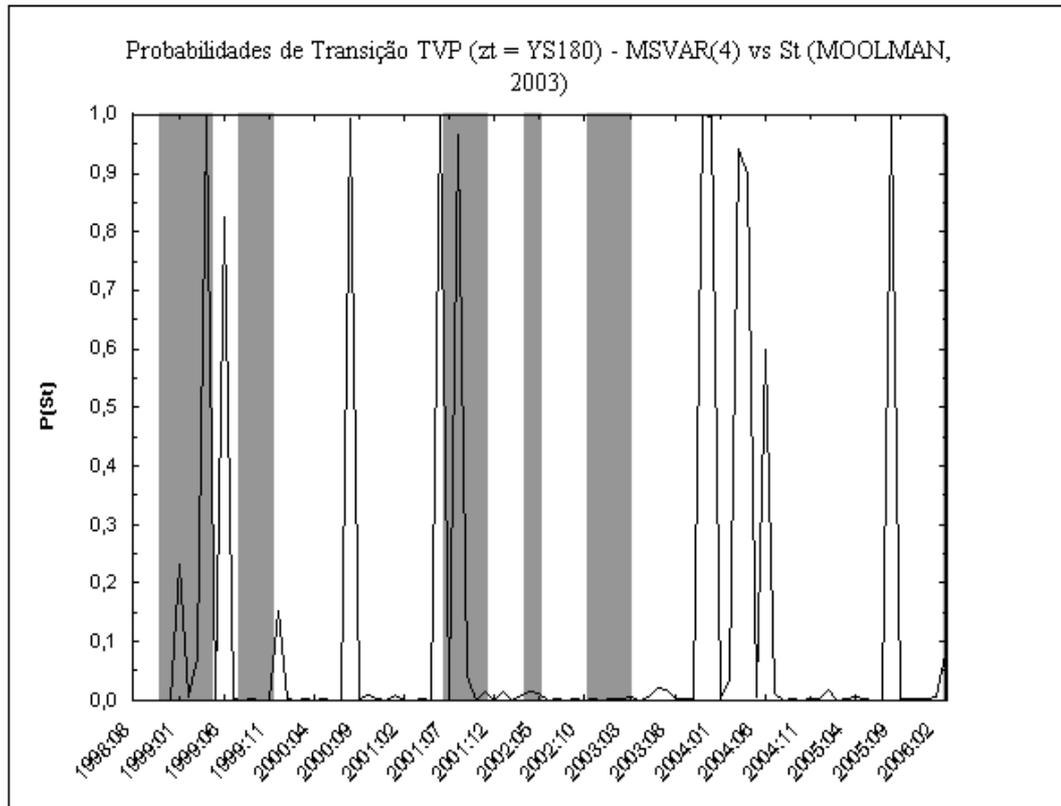


Figura 19: Probabilidade de Transição TVTP ($z_t = YS180$) MSVAR 4 vs St (MOOLMAN, 2003)

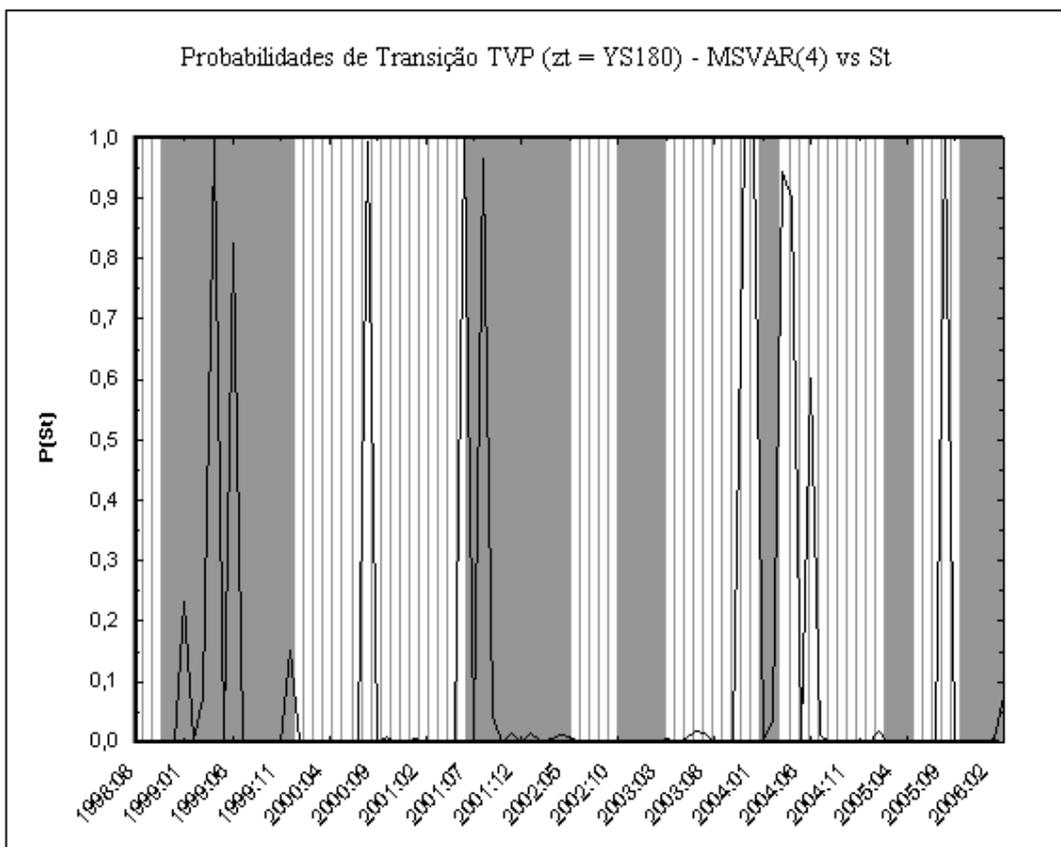


Figura 20: Probabilidade de Transição TVP ($z_t = YS180$) - MSVAR 4 vs St

Os dois modelos MS-VAR TVTP detectam a existência de 5 faixas de retração, duas, de duração elevada, média aproximada de 8 meses, durante o ano de 1999 e o ano de 2004, outra de duração menor, no segundo semestre de 2001 (6 meses) e outras duas fases, com um único pico, de curtíssima duração, no segundo semestre dos anos 2000 e 2005 (2 meses). É importante observar que o período mínimo que a atividade econômica mantém-se em expansão, de acordo com as classificações das áreas de recessão, é de 10 meses, entre 09/2000 e 07/2001.

As fases relativas aos anos de 1999 e 2003 podem estar diretamente ligadas ao primeiro ano do segundo mandato do governo FHC (desconfiguração da banda cambial e forte desvalorização da moeda) e ao primeiro ano do governo Lula (ansiedade dos mercados e aprovação da reforma tributária). Já a fase de retração observada em 2004 aponta uma queda na atividade econômica, provavelmente em função da interrupção dos cortes dos juros da taxa SELIC e evoluindo para aumentos incrementais a partir de 06/2004, resultados obtidos na política de controle da atividade econômica e índices de preço através de movimentos da taxa básica da economia, influenciando diretamente a variável *Yield Spread*. Os picos de curtíssima duração apresentados não oferecem informação suficiente para a caracterização de algum regime, sendo necessária a utilização de uma amostra mais ampla para detectar os movimentos destas ocorrências.

As comparações apresentadas entre as probabilidades calculadas para os dois modelos MS-VAR com TVTP e as categorizações entre os regimes propostas apresentam um relacionamento com os fatos históricos apresentados e com as probabilidades calculadas. A categorização proposta por Moolman não prevê nenhuma fase de retração na economia a partir do 1º trimestre de 2003, porém está de acordo com as probabilidades calculadas para o período de 1999 e 2001. Apresenta, ainda, uma área de retração no ano de 2003 não associada a nenhuma probabilidade calculada.

A utilização da classificação do autor apresenta faixas de retração da economia mais frequentemente, porém com períodos de duração menores. Apresenta relação com os três fatos históricos apresentados, 1999, 2001 e 2004, porém apresenta faixas de retração para o período atual, o que pode significar que o pico apresentado em 2005 e o ligeiro crescimento da probabilidade calculada para fevereiro de 2006 estejam configurando um cenário de retração da economia. Este fato pode estar sendo comprovado atualmente, onde os índices da economia brasileira estão em queda e começa a configurar-se um inversão da ETTJ apresentada a partir de 05/2006, onde as taxas de juros futuros estão crescendo e as de juros

correntes em queda. Por outro lado, o aumento da probabilidade calculada no final de período de análise não apresenta uma inclinação de entrada compatível com os períodos de recessão analisados, sendo possível o aumento da probabilidade em função da restrição imposta por alguma condição de fronteira intrínseca ao processo computacional de estimação. A atualização dos dados utilizados pode verificar a persistência da probabilidade calculada no início de 2006.

A segunda validação dos resultados proposta foi avaliar a importância da variável *Yield Spread* no cálculo das probabilidades de transição. Para tal, os coeficientes para um modelo MSVAR (4) – FTP foram estimados.

Tabela 4: Parâmetros Estimados MS-VAR FTP – Dados Mensais

MSVAR(4) - FTP		
	Parâmetros	Estatística t
μ_0	-0,58864 (0,15536)	- 3,789 p <0,01
μ_1	0,31773 (0,08042)	6,967 p <0,01
θ_{p0}	0,93536 (0,03249)	3,951 p <0,01
θ_{q0}	0,36338 (0,25680)	1,415 p <0,2
Φ_1	0,72998 (0,11620)	6,282 p <0,01
Φ_2	-0,06884 (0,14984)	0,459
Φ_3	0,17794 (0,14714)	1,209
Φ_4	-0,29363 (0,11593)	2,533 p <0,05
σ	0,31006 (0,02897)	10,703 p <0,01

Os parâmetros estimados para o modelo MSVAR FTP possuem, em geral, a mesma análise dos modelos com transição de probabilidade variável com o tempo. O modelo auto-regressivo apresenta média significativa tanto para o regime de recessão, μ_0 , como para o período de expansão, μ_1 , porém inclui como significativa a variável defasada em t_4 . Isso pode

indicar que as defasagens devam tornar-se mais significativas à medida em que se considera um maior número de *lags*, detectando-se os movimentos estruturais da economia. Novamente, a significância do coeficiente relacionado à variável defasada de 1ª ordem deve ser interpretada como a incidência de um tempo de descorrelacionamento entre as defasagens da variável maior que a frequência de observação dos fatos.

A taxa média mensal de crescimento apresentada pelo regime 0 ($S_t=0$ e μ_1) é de aproximadamente 0,31%, novamente significativa estatisticamente, porém deve-se considerar, novamente, que os dados analisados foram transformados para logaritmo neperiano. A taxa média estimada para o regime 1 ($S_t=1$ e μ_0) foi de -0,58%, semelhante ao valor calculado para os modelos TVTP. O modelo VAR estimado, conjuntamente com as probabilidades de transição, corrobora os coeficientes encontrados e as análises realizadas do modelo MSVAR com TVTP.

A mesma validade do resultado foi encontrada para os parâmetros relativos ao cálculo da probabilidade de transição. Mostraram-se significativos apenas os elementos referentes a uma probabilidade de se permanecer no estado 1 ($s_t=0$, expansão) ou passar de um estado 2 ($s_t=1$, recessão) para o estado 1 ($s_t=0$, expansão).

De posse dos coeficientes calculados, pode-se proceder ao cálculo da matriz de probabilidade de transição. Para o modelo FTP a matriz estimada é a seguinte:

$$P = \begin{bmatrix} \hat{p}_{11} & \hat{p}_{12} \\ \hat{p}_{21} & \hat{p}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,718 & 0,282 \\ 0,410 & 0,590 \end{bmatrix}$$

As divergências entre os resultados dos dois métodos de estimação começam a aparecer. De acordo com a matriz, dado que a economia esteja num regime de expansão ou retração, a probabilidade de que ela permaneça nesse regime é maior do que a de haver uma transição para outro. Isto indica uma menor flexibilidade da transição entre os regimes, fato que valida o *Yield Spread* como uma variável informativa do movimento do PIB brasileiro, permitindo uma dinâmica na probabilidade de transição entre os regimes.

Essas divergências podem ser observadas na comparação entre os resultados gráficos entre os dois métodos. A figura 21 apresenta o resultado para a metodologia FTP e as figuras 22 e 23 apresentam a comparação dos resultados obtidos com as classificações dos regimes proposta neste estudo.

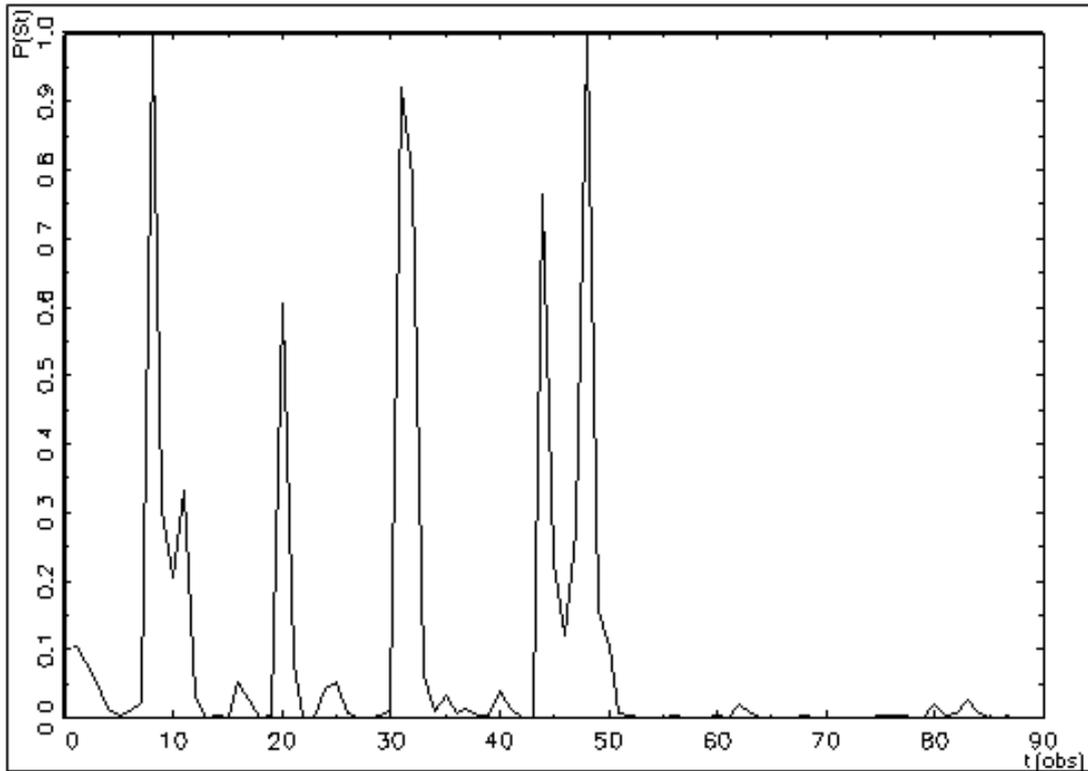


Figura 21: Probabilidade de Transição FTP – MSVAR 4 – Dados Mensais

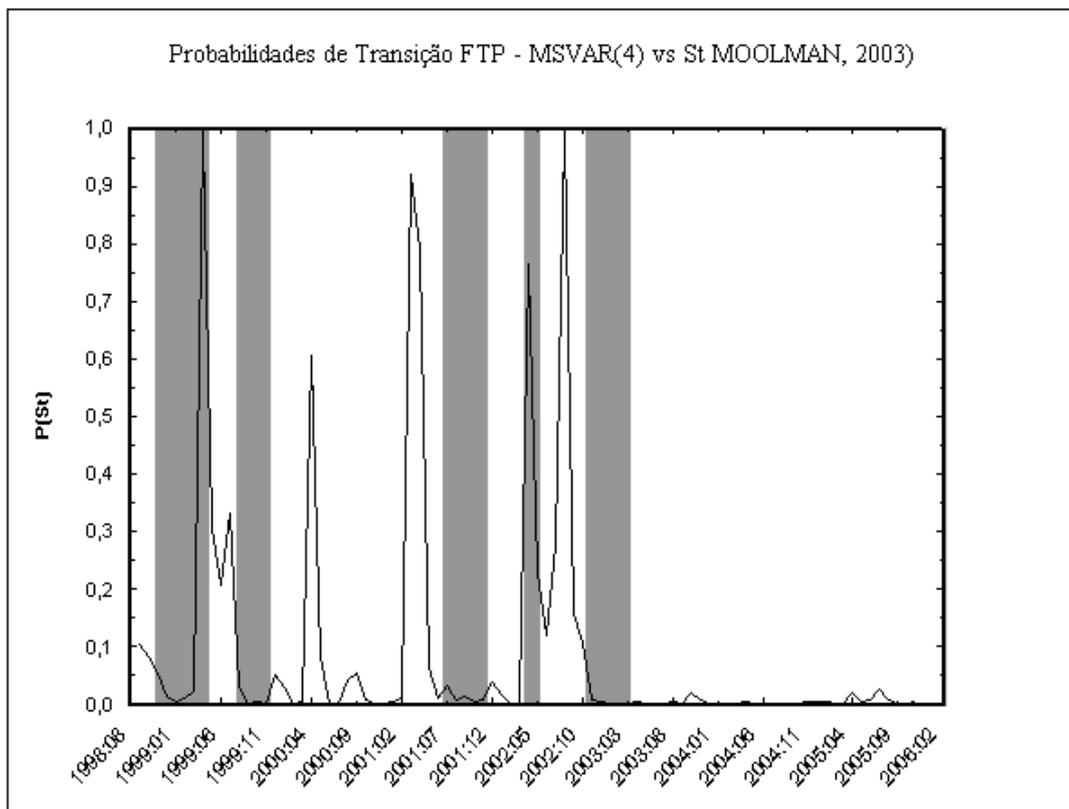


Figura 22: Probabilidade de Transição FTP-MSVAR 4 vs St (MOOLMAN,2003) –Dados Mensais

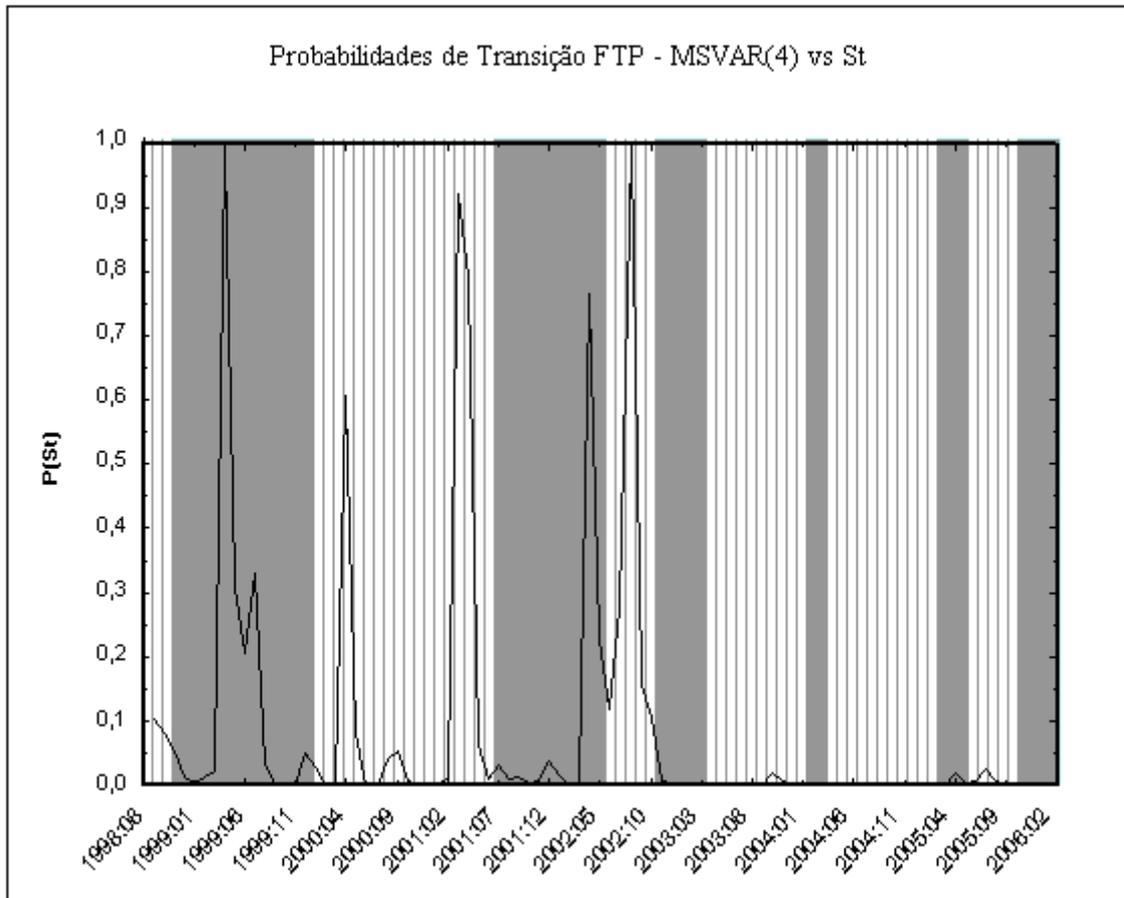


Figura 23: Probabilidade de Transição FTP - MSVAR 4 vs St – Dados Mensais

As comparações apresentadas entre as probabilidades calculadas para o modelo MSVAR - FTP e as categorizações entre os regimes propostas apresentam relacionamento com os fatos históricos apresentados e com as probabilidades calculadas. O cálculo da probabilidade de transição por esta metodologia, assim como a categorização proposta por Moolman, não identificam nenhuma fase de retração na economia a partir do 1º trimestre de 2003, apresentando um alinhamento entre as probabilidades calculadas com os fatos ocorridos no período de 1999 e 2001. É importante observar que as faixas de recessão calculadas pelo modelo não estão associadas a probabilidades que tendem a 1, como no modelo TVTP, que é caracterizado por movimentos dicotômicos (1 ou 0) na probabilidade de transição. Para os eventos de retração ocorridos em 2000 e 2001, o modelo apresenta probabilidade entre 0,6 e 0,9, sendo que a curva de probabilidade informa um período de retração para o final do ano de 2002 e início de 2003 que o modelo com TVTP não capturou.

A comparação dos resultados com a classificação do autor apresenta todas as faixas classificadas em retração a partir de 2003 sem uma correlação com a probabilidade de

transição calculada, não fazendo nenhuma menção à possível presença de um regime de queda da atividade econômica apresentado pelos outros modelos.

A validação do modelo TVTP pode ser realizada após as análises dos resultados das modelagens MS-VAR com dados mensais utilizando as metodologias FTP e TVTP. Esta validação utiliza o teste Razão de Verossimilhança (*Likelihood Ratio*) para verificar a hipótese de que a variável antecedente não oferece informação adicional aos cálculos de probabilidade. O modelo FTP corresponde à imposição da restrição $\theta_{pi} = \theta_{qi}$, para $i \neq 0$. A hipótese nula deste teste é rejeitada se a estatística teste, $\psi = 2x[L(\theta) - L(\theta_R)]$, com distribuição χ^2 , é maior que o valor referência $\chi^2_{J1+J2,\alpha}$, onde $J1+J2$ é o número de restrições impostas ao modelo (FILARDO, 1994). Os cálculos, realizados a partir dos valores de log-likelihood para cada modelo expressos na tabela 1, revelam que a hipótese nula de independência em relação ao *Yield Spread* é rejeitada ao nível de 1%, com estatística teste mínima de 21,92, face a valor tabelado de 9,21.

Após as sucessivas análises dos parâmetros e probabilidades dos modelos até aqui apresentados, fica comprovado o poder de indicador antecedente do produto interno bruto da variável *Yield Spread*.

Algumas modificações na metodologia aplicada à estimação do modelo MS-VAR FTP podem ser realizadas de forma a realizar outras validações dos modelos e tornar os resultados encontrados pelos modelos até aqui analisados mais robustos, assim como proposto na parte metodológica.

Como a modelagem FTP é independente do *Yield Spread* o tamanho da amostra de análise pode ser alterado devido à eliminação da variável que impõe a restrição quanto ao tamanho da amostra de análise. Desta forma, a amostra com frequência mensal pode ser ampliada facilmente em 42 observações ao considerar a evolução do PIB desde o início do ano de 1995. Esta operação permite considerar, ainda, a análise apenas a partir da implantação do plano real, o que torna a validação entre amostras diferentes mais precisa.

Tabela 5: Parâmetros Estimados MS-VAR FTP – Dados Mensais (Amostra Extendida)

MSVAR(4) – FTP – Amostra Extendida (133 observações)		
	Parâmetros	Estatística t
μ_0	-0,72455 (0,31036)	- 2,334 p < 0,05
μ_1	0,38687 (0,08332)	4,643 p < 0,01
θ_{p0}	0,97534 (0,01946)	50,12 p < 0,01
θ_{q0}	0,67058 (0,26074)	2,572 p < 0,05
Φ_1	0,72663 (0,09825)	7,396 p < 0,01
Φ_2	-0,22788 (0,14092)	1,617 p < 0,2
Φ_3	0,19332 (0,11935)	1,619 p < 0,2
Φ_4	-0,09751 (0,06862)	1,421
σ	0,34435 (0,02548)	13,51 p < 0,01

Os parâmetros estimados para o modelo MSVAR FTP com amostra expandida possuem, em geral, a mesma análise de significância em relação ao modelo não expandido. O modelo auto-regressivo, de acordo com a tabela 5, apresenta média significativa tanto para o regime de recessão, μ_0 , como para o período de expansão, μ_1 , não incluindo como significativa a variável defasada em t_4 . Por outro lado, as defasagens em t_2 e t_3 apresentam sinais de significância indicando, mais uma vez, que a memória da série defasada de evolução do PIB não é facilmente descorrelacionada, observando uma incidência de um tempo de descorrelacionamento maior que um trimestre.

A taxa média mensal de crescimento apresentada pelo regime 0 ($S_t=0$ e μ_1) é de aproximadamente 0,31%, novamente significativa estatisticamente. A taxa média estimada para o regime 1 ($S_t=1$ e μ_0) é de -0,73%, significativa e maior que no modelo não expandido. A taxa média de crescimento para o regime 2 manteve-se constante, em torno de 0,38%.

A mesma validade do resultado foi encontrada para os parâmetros relativos ao cálculo da probabilidade de transição. A expansão do modelo, ao tornar significativo o parâmetro θ_{q0} , apresenta uma significância maior para o cálculo da probabilidade de se permanecer em um estado de recessão ou transitar para este, já que no modelo com amostra reduzida mostraram-se significativos apenas os elementos referentes a uma probabilidade de se permanecer no estado 1 ($s_t=0$, expansão) ou passar de um estado 2 ($s_t=1$, recessão) para o estado 1 ($s_t=0$, expansão). Este resultado adiciona maior significância ao cálculo da matriz de probabilidade de transição, que foi estimada por:

$$P = \begin{bmatrix} \hat{p}_{11} & \hat{p}_{12} \\ \hat{p}_{21} & \hat{p}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,726 & 0,274 \\ 0,410 & 0,590 \end{bmatrix}$$

A matriz estimada é bastante semelhante à estimada para o modelo com amostra original. A junção das análises dos parâmetros deste modelo evidencia a consistência do resultado encontrado com a amostra original, independentemente do número de observações.

A figura 24 apresenta o resultado para a metodologia FTP com amostra estendida. A evolução da curva de probabilidade de se estar em um estado s_t é bastante semelhante à curva identificada para o modelo MS-VAR com FTP e amostra original. Esta comparação pode ser visualizada a partir da figura 25 onde a curva de probabilidade encontrada para o modelo MS-VAR com FTP e amostra original foi projetada na curva de probabilidade calculada para o modelo com amostra estendida (os resultados em cinza correspondem às probabilidades calculadas sem a alteração da amostra).

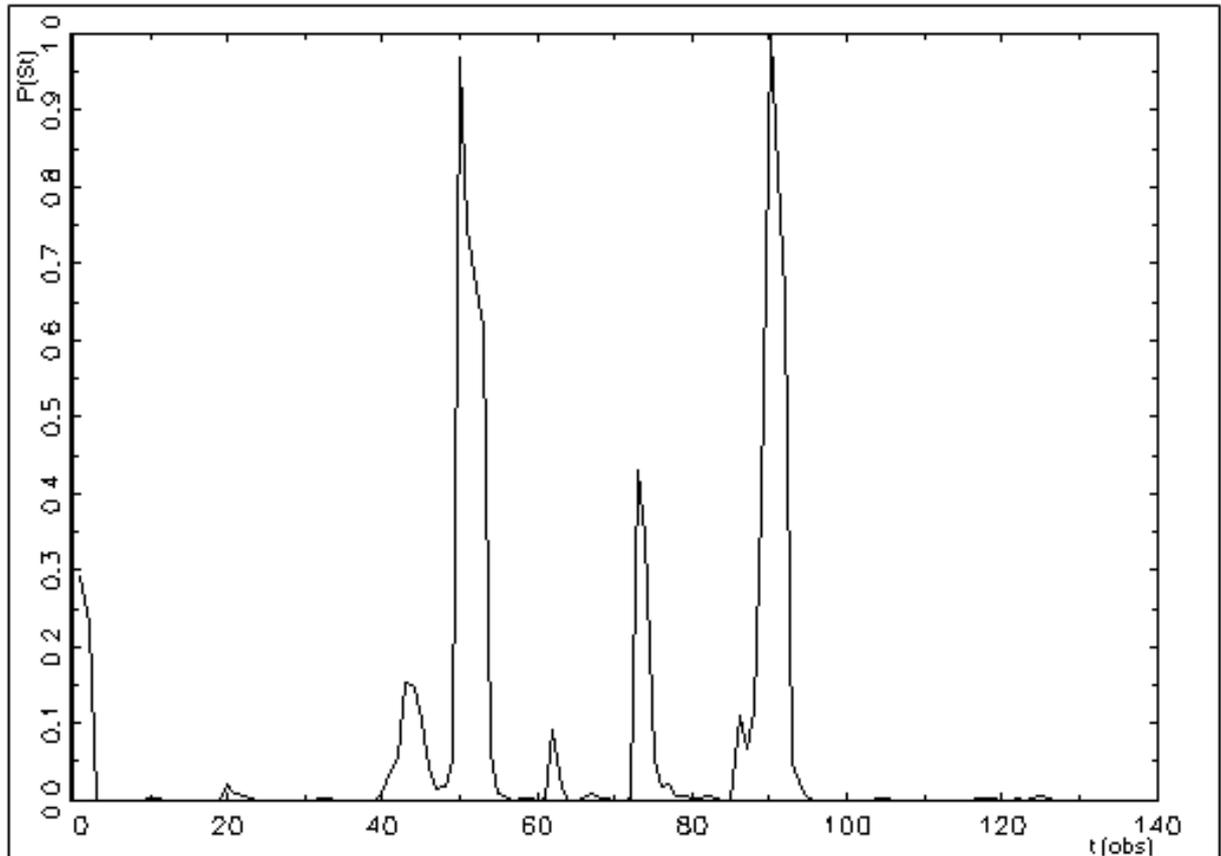


Figura 24: MSVAR 4 FTP vs St – Amostra Extendida

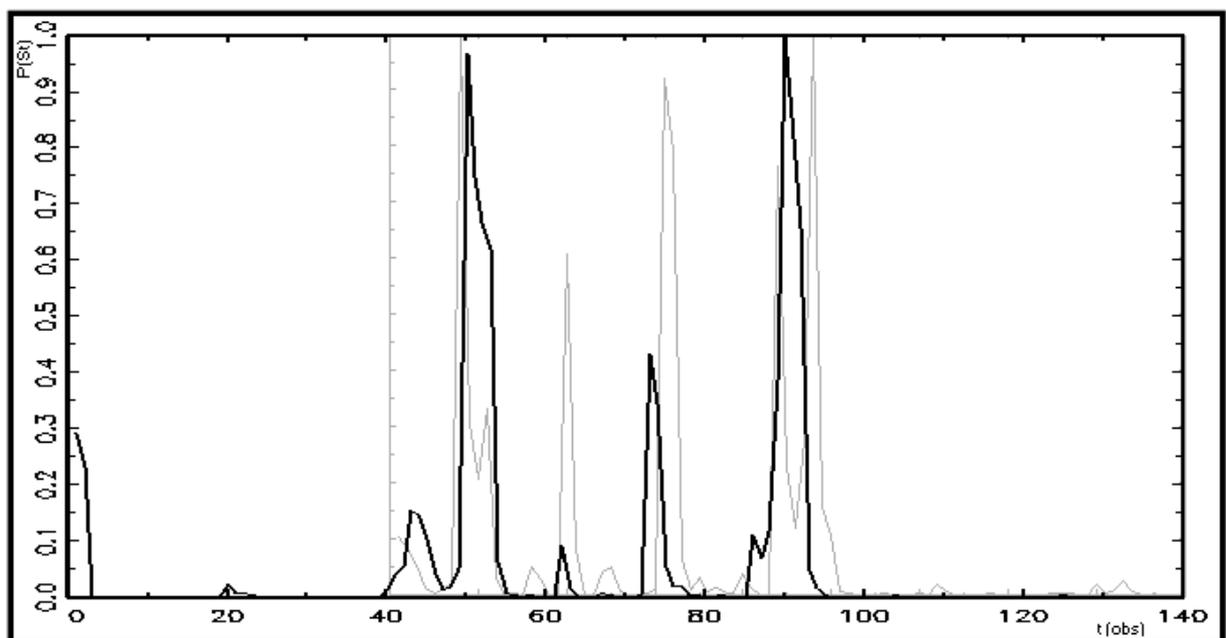


Figura 25: MSVAR 4 FTP vs MSVAR 4 FTP com Amostra Extendida

A partir da figura 25 nota-se que os efeitos do aumento da amostra ocorrem principalmente nas variações de intensidade e duração das probabilidades calculadas, não

alterando significativamente os pontos onde elas ocorrem. Se somar-se a esta análise gráfica a análise dos parâmetros calculados, é natural concluir que a expansão da amostra de dados não altera significativamente as inferências a que o modelo leva, necessitando, porém, para esta afirmação, ser avaliada de forma estatisticamente correta.

A inferência de que a amostra não influi na análise das conclusões a que a estimativa do modelo leva pode auxiliar na afirmação da utilização de um período de análise bem definido para a estimativa realizada para os modelos MS-VAR com TVTP.

A configuração de uma amostra estendida aplicada à estimação do modelo MS-VAR FTP pode permitir, ainda, a estimação do modelo com dados de periodicidade trimestral de forma a comparar os resultados obtidos a partir de dados trimestrais com os resultados obtidos a partir dos dados mensais.

A avaliação dos dados trimestrais para os outros modelos foi inviabilizada pela impossibilidade de estimação a partir do número de observações insuficiente da amostra original. Desta forma, a validade desta análise é restrita ao modelo FTP com amostra estendida, porém, as análises conclusivas da comparação podem indicar ou confirmar as inferências realizadas a partir dos resultados obtidos nas estimações dos modelos TVTP, tornando-os mais robustos.

O aumento do tamanho da amostra, para a periodicidade trimestral, adiciona 14 observações à amostra original, ao considerar a evolução do PIB desde o início do ano de 1995. Os parâmetros estimados encontram-se na tabela 6.

Tabela 6: Parâmetros Estimados MS-VAR FTP – Dados Trimestrais (Amostra Extendida)

MSVAR(4) – FTP – Amostra Trimestral Extendida (44 observações)		
	Parâmetros	Estatística t
μ_0	0,11515 (0,12243)	- 0,9405
μ_1	0,78663 (0,11264)	6,984 p<0,01
θ_{p0}	0,79663 (0,07856)	10,140 p<0,01
θ_{q0}	0,50224 (0,14236)	3,52796 p<0,01
Φ_1	0,77874 (0,12642)	6,169 p<0,01
Φ_2	0,37631 (0,11125)	3,383 p<0,01
Φ_3	-0,69911 (0,11383)	6,142 p<0,01
Φ_4	0,28106 (0,05922)	4,746 p<0,01
σ	0,16204 (0,02044)	7,928 p<0,01

A análise dos parâmetros estimados para o modelo MSVAR FTP trimestral mostra análise de significância distinta em relação aos modelos com dados de entrada mensal. O modelo auto-regressivo, de acordo com a tabela 6, apresenta média significativa apenas para o regime de expansão, μ_1 , oferecendo uma taxa média de crescimento mais elevada, em função dos dados serem observados trimestralmente. Por outro lado, o período de recessão apresenta taxa média de crescimento, μ_1 , positiva e não significativa indicando a possibilidade do espaço de estados do modelo ser formado por um período de expansão e outro estado da economia indicativo de um crescimento baixo ou estagnado ($\mu_1 > \mu_0 > 0$). Esta análise é encontrada nos estudos de Correa (2003). Os parâmetros auto-regressivos estão de acordo com a teoria descrita e são significativos para as defasagens até t_4 .

Por outro lado, a mesma validade do resultado obtido com dados mensais foi encontrada para os parâmetros relativos ao cálculo da probabilidade de transição. A significância do parâmetro θ_{q0} é mantida, assim como na estimação dos modelos MS-VAR com FTP, apresentando uma significância maior para o cálculo da probabilidade de se

permanecer em um estado de recessão ou transitar para este. Este resultado torna válido o cálculo da matriz de probabilidade de transição, que foi estimada por:

$$P = \begin{bmatrix} \hat{p}_{11} & \hat{p}_{12} \\ \hat{p}_{21} & \hat{p}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,689 & 0,311 \\ 0,377 & 0,623 \end{bmatrix}$$

A matriz estimada possui algumas alterações face à matriz estimada anteriormente, apresentado diminuição da probabilidade de se manter em um regime de expansão assim como a probabilidade de se permanecer em um regime que pode estar associado à estagnação econômica. Esta alteração da matriz de probabilidade, para uma matriz mais simétrica, condiz com a alteração dos regimes que o espaço de estados do modelo se refere.

A figura 26 apresenta o resultado do cálculo da probabilidade de transição para a metodologia FTP com amostra estendida e dados trimestrais.

Nota-se, que para os resultados obtidos a partir dos dados trimestrais as probabilidades calculadas apresentam uma volatilidade menor, configurando áreas de estados bem definidas e com uma manutenção do estado observado por um tempo maior, assim como previsto na matriz de probabilidade apresentada para o modelo. Se por um lado esta análise é positiva por estar de acordo com os fundamentos da teoria de ciclos econômicos, bem definidos e com duração superior a 2 trimestres, por outro, revela uma forte perda de informações relevantes que impactam a atividade econômica e impedem que a sua dinâmica seja completamente conhecida.

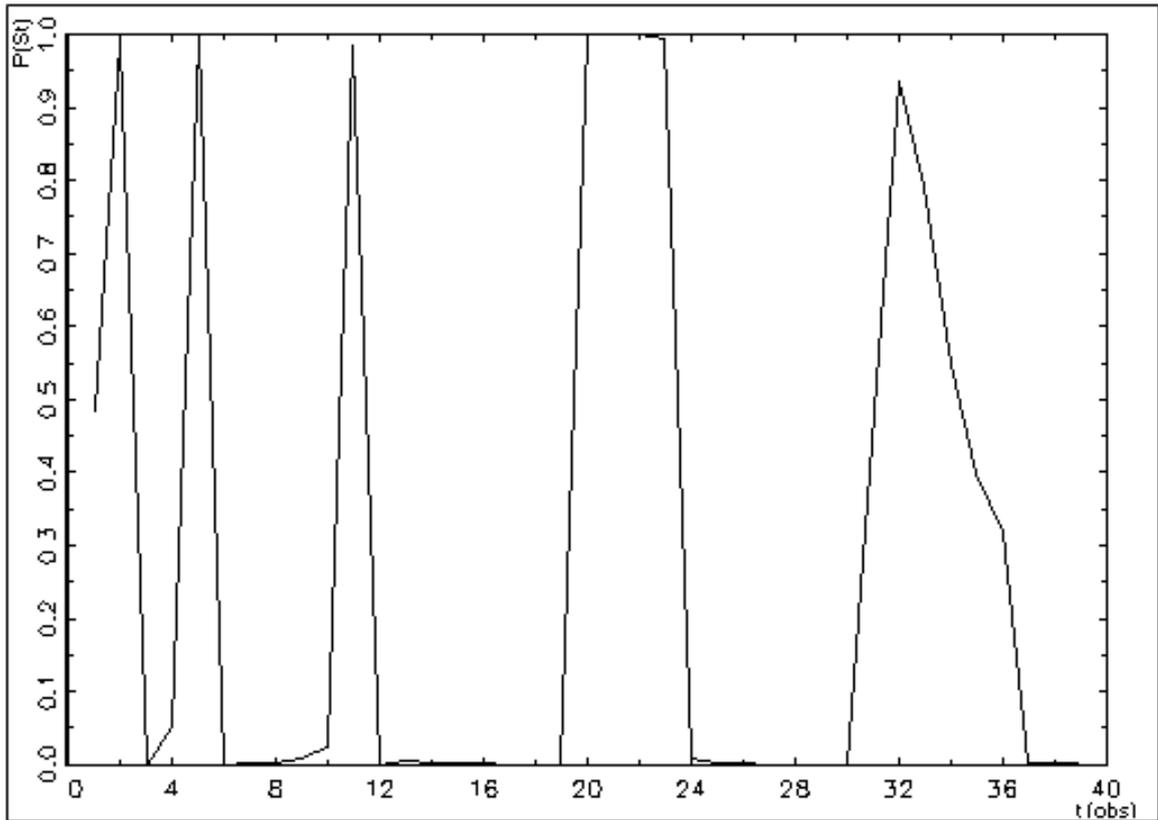


Figura 26: Probabilidade de Transição FTP - MSVAR 4 – Periodicidade Trimestral

A junção das análises dos parâmetros nas diferentes metodologias possui um relacionamento que, a priori, está construído de forma que quanto maior o nível de informação disponível, maior a probabilidade de se manter em um estado de expansão e menor a probabilidade de se manter em um estado de recessão. A utilização de dados mensais traz flexibilidade ao modelo e oferece evidências que o espaço de estados que caracteriza os ciclos econômicos brasileiros pode ser definido em expansões de longo prazo e retrações de curto prazo ao contrário da utilização de dados trimestrais que oferece interpretação compatível com a existência de um estado alternativo referente a um regime de estagnação econômica.

Os procedimentos de estimação e análise de dados foram realizados de acordo com a análise metodológica e dão suporte para a conclusão da pesquisa a partir da formulação da resposta à pergunta da pesquisa e do cumprimento dos objetivos gerais e específicos definidos na parte introdutória do presente estudo.

5. CONCLUSÕES

Partindo dos resultados empíricos obtidos na estimação dos oito diferentes modelos MS-VAR levada a cabo na parte metodológica e operacional deste estudo, pode-se responder afirmativamente à pergunta da pesquisa que indaga se os ciclos econômicos brasileiros podem ser estimados a partir de um modelo econométrico VAR com mudança de regimes determinadas por um processo estocástico de Markov.

Tal afirmação está apoiada em dois pontos fundamentais da estimação dos modelos MS-VAR, o equacionamento auto-regressivo e o equacionamento probabilístico de transição entre os regimes. A parte auto-regressiva, responsável pelo caráter não linear do modelo, apresentou parâmetros dependentes do estado, distintos e significativos, para regimes caracterizados pelo espaço de estados. Esta análise impõe a necessidade de que o ciclo econômico brasileiro seja modelado de forma distinta para fases de expansão e retração. A parte de cálculo probabilístico, por sua vez, apresentou a significância da disponibilização de uma informação antecedente ao movimento do PIB ao modelo MS-VAR com TVTP, o *Yield Spread*, de acordo com a realização do teste de razão verossimilhança, que rejeitou a hipótese de utilização do modelo restrito MS-VAR com FTP. Para tanto, foi necessária a estimação deste modelo e a comparação entre as estatísticas testes estimadas (*log-likelihood*) apresentadas pelos dois tipos de modelagens.

Em relação aos objetivos definidos para a pesquisa, pode-se concluir que a modelagem MS-VAR é capaz de identificar os diferentes estados de uma economia necessitando, para tal, a configuração de um espaço de estados suficientemente abrangente e a disponibilização de uma série de dados que permita sua estimação. Como proposto no objetivo geral da pesquisa, a análise de resultados conseguiu identificar através de um modelo MS-VAR as fases de expansão e desaquecimento, assim como os períodos com reversão do ritmo de crescimento e a duração dos ciclos da atividade econômica.

Os resultados obtidos pelas estimações dos modelos MS-VAR com diferentes metodologias de cálculo da probabilidade de transição forneceram indicações importantes sobre o ciclo econômico do Brasil. O processo econômico brasileiro recente (1998 a 2006), inicialmente, apresenta dois regimes bem definidos, com taxas médias de crescimento significativas e opostas. Nos regimes de expansão, apresenta uma taxa de crescimento por volta de 0,30 % ao mês enquanto que durante a recessão apresenta médias de crescimento em torno de -0,58%. Este resultado pode refletir o desempenho da política econômica

consolidada e simbolizada pela implantação do plano Real, que sustenta uma taxa de crescimento econômico anual não tão intensa, porém com uma constância surpreendente, já que existe uma forte indicação de que os períodos de crescimento são mais observados, em média, do que os períodos de retração econômica.

Por outro lado, sugere que os curtos períodos de recessão são presenças marcantes durante o ciclo econômico brasileiro, configurando um cenário de volatilidade na dinâmica econômica brasileira e são elucidados graças à indicação de movimento fornecida pela variável *Yield Spread*. Pode-se dizer, portanto, que a taxa de queda da atividade econômica é bastante significativa e, em parte, possui relação direta aos fatos diários internacionais e nacionais, de natureza especulativa ou não, que ocorrem com frequência no cenário político brasileiro, como exemplo cita-se o fato do primeiro ano de um governo eleito (1999 e 2002) apresentar fortes probabilidades de se estar em um regime de recessão. Esta volatilidade é captada pelos movimentos na política de juros da economia brasileira, deixando clara a influência destas variáveis na condução do processo econômico brasileiro. A volatilidade referida foi comprovada ao testar-se o modelo MS-VAR com FTP e periodicidade trimestral. Neste modelo os períodos do ciclo econômico são bem caracterizados e definidos, não incidindo picos de reversão de atividade de curta duração, por outro lado, esta constância nos resultados é obtida pela perda de informações, resultante da alteração da frequência de observação dos dados, sobre o comportamento do *Yield Spread*.

Em relação aos objetivos específicos da pesquisa, conclui-se que o processo markoviano de primeira ordem, com probabilidade de transição variável no tempo, teve sua formulação desenvolvida e caracterizada, incluindo a formulação e análise paramétrica do modelo auto-regressivo e das probabilidades de transição entre os regimes.

A validação dos modelos, tida como objetivo do estudo, foi realizada satisfatoriamente, graças à avaliação comparativa de diferentes modelagens. A primeira validação comparou as estimativas dos modelos MS-VAR com TVTP à estimativa do modelo MS-VAR com FTP, que concluiu a importância do indicador antecedente nos modelos com TVTP. Foi analisado, ainda, o efeito do aumento do tamanho da amostra, ao comparar-se as modelagens FTP com tamanho de amostras original e expandido, que não apresentou evidências de alterações nas estimações de parâmetros e probabilidades. Uma terceira validação proposta, foi analisar o efeito da utilização de títulos de diferentes maturidades de títulos na composição do *Yield Spread*, novamente a partir da análise dos parâmetros estimados para os modelos MS-VAR com TVTP e *Yield Spread* de 180 e 360 dias,

concluindo-se que o efeito não está associado a alterações significativas na modelagem do ciclo econômico brasileiro.

5.1. Recomendações e Sugestões

A partir da análise metodológica e dos resultados encontrados pode-se propor recomendações e sugestões para o prosseguimento do estudo assim como possíveis ramificações.

Os parâmetros considerados no modelo foram estimados de forma consistente e tiveram sua significância avaliada, porém, é importante observar que as defasagens e os regimes considerados foram definidos de forma prática, motivo pelo que as avaliações e considerações acerca do espaço de estado e das defasagens, principalmente, podem ser alteradas ao utilizarem-se critérios de seleção para o modelo desenvolvido.

Outro ponto que deve ser abordado na continuidade do estudo é a periodicidade de observação dos dados. Este fato foi analisado de forma superficial no presente trabalho, ao testar-se a modelagem MS-VAR com FTP para uma amostra de dados estendida, e deve ser validado e comparado com os resultados para diferentes periodicidades e tamanhos de amostra. A utilização de dados mensais pode incorrer na valorização de resultados pontuais na alteração de variáveis estruturais, como o PIB. Esta complicação pode ser minimizada ao se utilizar modelos de filtragens e suavizações de dados, que permitem que os dados pontuais e não persistentes sejam eliminados e os resultados obtidos e as análises realizadas por meio de séries com periodicidade mensal tornam-se mais fiáveis.

Como sugestão, propõe-se a comparação dos resultados obtidos a partir da modelagem MS-VAR com resultados obtidos a partir da estimação de outros tipos de modelos não-lineares, como TAR (*Threshold Autoregressive*), STAR (*Smooth Transition Autoregressive*) e SETAR (*Self-Exciting Threshold Autoregressive*).

Sugere-se por último, a utilização deste estudo como base de dados auxiliar na categorização oficial e única sobre os estados da economia brasileira. A ausência destas informações implica negativamente na validação dos diversos estudos que objetivam a análise do ciclo econômico brasileiro.

5.2. Considerações Finais

A trajetória econômica depende de várias dimensões e conceitos que ao mesmo tempo orientam as medidas de valor e indicam os caminhos do crescimento sustentável. Do surto de crescimento aos ciclos de longo prazo, passando pela incidência de eventos de curto prazo, como as bolhas criadas pelos movimentos dos mercados externos, o grande desafio é identificar trajetórias e executar políticas de estímulo à atividade econômica que sejam sustentáveis, ou seja, que se mantenham pelo mais longo prazo possível, com o mínimo de interrupções, crises ou euforias. A identificação, parametrização e análise empírica dos diferentes regimes que ocorrem na economia brasileira ao longo do tempo desenvolvida neste estudo contribuem, de forma evidente, na determinação de alguns destes parâmetros que podem influenciar os níveis da atividade econômica brasileira.

6. REFERÊNCIAS

- BLANCHARD, Olivier. *What is left of the multiplier accelerator?* American Economic Review Proceedings, v. 71, p. 150-154, 1981.
- BURNS, Arthur; MITCHEL, Wesley. *Measuring Business Cycles*. NBER, Nova Iorque. 1946.
- CHAUVET, Marcelle. *A Monthly Indicator of Brazilian GDP*. Department of Economics. University of California; Setembro 2000.
- COMPTON, Ryan; SILVA, José Ricardo. *Finance and Business Cycle: A Kalman filter approach with Markov Switching*. Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil nº 97, 2005.
- CORREA, Arnildo; HILBRECHT, Ronald; *Ciclos Internacionais de Negócios: Diferenças e Semelhanças entre Países da América Latina: Uma análise de Markov Switching para os Ciclos Econômicos de Brasil e Argentina*. Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil, nº 80. 2003.
- _____. *Ciclos Internacionais de Negócios: uma Análise de Mudança do Regime Markoviano para Brasil, Argentina e Estados Unidos..* Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil, nº 88, 2004.
- CRESWELL, Jonh. *Research Design: Qualitative and Quantitative Approaches*. Thousand Oaks, SAGE Publications, 1994.
- DONIAK, Adriana. *Identificação de Relações da Estrutura a Termo das Taxas de Juros no Brasil com base em Taxas de SWAP Pré-DI*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Economia, Universidade de Brasília, 2001.
- ELLERY, Roberto; GOMES, Victor; SACHSIDA, Adolfo. *Business Cycle Fluctuations in Brazil*. Revista Brasileira de Economia; p. 269-306. Abril – Junho, 2002.
- ENGEL, Charles; HAMILTON, James. *Long Swings in the Dollar: Are They in the Data and Do markets Know It?* The American Economic Review; v. 80, nº 4, p. 689-713, 1990.
- ESTRELLA, Arturo; MISHKIN, Frederic. *Predicting U.S. Recessions: Financial Variables as Leading Indicators*. The Review of Economics and Statistics; v. 80, nº. 1, p. 45-46, 1998.
- ESTRELLA, Arturo; HARDOUVELIS, Gikas. *The term Structure as a Predictor of Real Economic Activity*. The Journal of Finance, v. 46, nº 2, p. 555-576, 1991.
- FILARDO, Andrew; GORDON, Stephen. *Business Cycle Durations*. Journal of Econometrics; v. 85, p. 99-123, 1998.
- FILARDO, Andrew. *Business-Cycle Phases and Their Transitional Dynamics*. Journal of Business & Economic Statistics; v. 12, nº 3, p. 299-308, 1994.
- FRALETTI, Paulo. *Ensaio sobre taxa de juros em reais e sua aplicação na análise financeira*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 2004.

- GUILLÉN, Osmani; BRITO, Ricardo; DUARTE, Ângelo. *O Prêmio pela Maturidade na Estrutura a Termo das Taxas de Juros Brasileiras*. Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil, nº 72. 2003.
- HAMILTON, James. *A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle*. *Econometrica*; v. 57, nº 2, p. 357-384, Março 1989.
- HWANG, Soosung; SATCHEL, Steve; PEREIRA, Pedro. *Stochastic Volatility Models with Markov Regime Switching State Equations*. Ibmec; Junho 2002.
- KIM, Charles; E NELSON Chang-Jim. *State-Space Models with Regime Switching: Classical and Gibbs-sampling Approaches with Applications*: MIT Press. 1998.
- KONTOLEMIS, Zenon. *Analysis of the U.S. Business Cycle with a Vector-Markov-Switching Model*. Working paper of the International Monetary Found; Agosto 1999.
- KROLZIG, Hans-Martin; TORO, Juan. *A new approach to the analysis of shocks and the cycle in a model of output and employment*. Mimeo, Department of Economics, European University Institute. (1998).
- LIMA, Elcyon; DOMINGUES, Gabriela. *Crescimento, Recessão e Probabilidade de Reversão do Ritmo de Crescimento Econômico do Brasil*. Boletim Conjuntural Ipea; nº 51, p.49-52. Outubro 2000.
- LION, Octavio. *Um Estudo sobre a Modelagem da Estrutura a Termo das Taxas de Juros e a Precificação de Opções sobre Títulos de Renda Fixa*. Tese de Doutorado, Departamento de Pós Graduação em Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2002.
- MAGALHÃES, Matheus. *Explicando os Ciclos de Negócios*. Working Paper, Centro de Pesquisas em Economia Internacional, Universidade Federal de Minas Gerais. 1999.
- MOOLMAN, Elna. *A Markov switching regime model of the South African business cycle*. *Economic Modelling*; v. 21, p. 631-646. 2003.
- NELSON, Edward. *Dynamical Theories of Brownian Motion*. Princetown University Press; 1ª Ed, 1967.
- SIMPSON, Paul; OSBORN, Denise; SENSIER, Marianne. *Modelling Business Cycle Movements in the UK Economy*. *Econometrica*; v. 68, p. 243-267. 2001.
- WATSON, M. *Univariate Detrending Methods with Stochastic Trends*. *Journal of Monetary Economics*; v.18, p. 49-75. 1986.

ANEXO A – Dados Taxa SWAP Pré-DI 180 Dias

Dados Trimestrais	Taxa Trimestral Média (a.m.)
1998:03	0,020943472
1998:04	0,021046519
1999:01	0,028046646
1999:02	0,01807245
1999:03	0,017722481
1999:04	0,016166193
2000:01	0,014554094
2000:02	0,014521058
2000:03	0,01283271
2000:04	0,013141949
2001:01	0,012422727
2001:02	0,0155851
2001:03	0,017842409
2001:04	0,016140211
2002:01	0,014336801
2002:02	0,014932389
2002:03	0,01749444
2002:04	0,01959413
2003:01	0,019985571
2003:02	0,018207809
2003:03	0,015541085
2003:04	0,012922595
2004:01	0,012108432
2004:02	0,012582964
2004:03	0,012990057
2004:04	0,013641421
2005:01	0,014529171
2005:02	0,014877906
2005:03	0,014396557
2005:04	0,013477962
2006:01	0,012364073

Dados Mensais	Taxa Mensal Média (a.m.)	Dados Mensais	Taxa Mensal Média (a.m.)
1998:08	0,017937021	2002:06	0,016453852
1998:09	0,024453839	2002:07	0,017768083
1998:10	0,022688764	2002:08	0,017587766
1998:11	0,019697971	2002:09	0,01713361
1998:12	0,02085972	2002:10	0,018622937
1999:01	0,026223716	2002:11	0,019784936
1999:02	0,03091047	2002:12	0,020417151
1999:03	0,02721717	2003:01	0,019319593
1999:04	0,020636661	2003:02	0,02058687
1999:05	0,017156365	2003:03	0,020070648
1999:06	0,016671949	2003:04	0,018779144
1999:07	0,018024938	2003:05	0,018182671
1999:08	0,01815252	2003:06	0,017678263
1999:09	0,017012291	2003:07	0,016612225
1999:10	0,016579133	2003:08	0,015869516
1999:11	0,016054551	2003:09	0,014238115
1999:12	0,015873156	2003:10	0,013611585
2000:01	0,015032999	2003:11	0,013049349
2000:02	0,014515957	2003:12	0,012149312
2000:03	0,014127466	2004:01	0,012012938
2000:04	0,014343854	2004:02	0,012241544
2000:05	0,015252933	2004:03	0,012071974
2000:06	0,013995087	2004:04	0,011958067
2000:07	0,013138791	2004:05	0,012828317
2000:08	0,012487724	2004:06	0,01298728
2000:09	0,012880018	2004:07	0,012734618
2000:10	0,013056234	2004:08	0,013045247
2000:11	0,01349098	2004:09	0,01319456
2000:12	0,012885993	2004:10	0,013329526
2001:01	0,012057853	2004:11	0,013771815
2001:02	0,012048931	2004:12	0,013828431
2001:03	0,013195697	2005:01	0,014268837
2001:04	0,015213911	2005:02	0,014605768
2001:05	0,015867445	2005:03	0,01471667
2001:06	0,015681258	2005:04	0,01492413
2001:07	0,018335611	2005:05	0,014942513
2001:08	0,017547986	2005:06	0,014767696
2001:09	0,017653783	2005:07	0,014536867
2001:10	0,017607129	2005:08	0,0143847
2001:11	0,015631884	2005:09	0,014269354
2001:12	0,015276635	2005:10	0,013963182
2002:01	0,014685937	2005:11	0,01340299
2002:02	0,014446924	2005:12	0,013082376
2002:03	0,013889281	2006:01	0,012796014
2002:04	0,01412624	2006:02	0,012351583
2002:05	0,01432497	2006:03	0,011958792

ANEXO B – Dados Taxa SWAP Pré-DI 360 Dias

Dados Trimestrais	Taxa Trimestral Média (a.m.)
1998:03	0,021875415
1998:04	0,020996404
1999:01	0,028222637
1999:02	0,018611826
1999:03	0,019213016
1999:04	0,017454766
2000:01	0,014861139
2000:02	0,014903851
2000:03	0,01320502
2000:04	0,013456708
2001:01	0,012732462
2001:02	0,016160353
2001:03	0,018342474
2001:04	0,017011424
2002:01	0,014779346
2002:02	0,016021103
2002:03	0,019515908
2002:04	0,021938949
2003:01	0,020690305
2003:02	0,017625287
2003:03	0,01518047
2003:04	0,012923526
2004:01	0,011956231
2004:02	0,013061526
2004:03	0,013453699
2004:04	0,013635111
2005:01	0,014217331
2005:02	0,014386901
2005:03	0,013890186
2005:04	0,013187746
2006:01	0,012021942

Dados Mensais	Taxa Mensal Média (%a.m.)	Dados Mensais	Taxa Mensal Média (%a.m.)
1998:08	0,018790206	2002:06	0,018579575
1998:09	0,025467192	2002:07	0,020192228
1998:10	0,02210329	2002:08	0,019508926
1998:11	0,019828657	2002:09	0,018868991
1998:12	0,021119544	2002:10	0,021329796
1999:01	0,025512017	2002:11	0,022590551
1999:02	0,031297561	2002:12	0,021914619
1999:03	0,028153829	2003:01	0,020116844
1999:04	0,020586987	2003:02	0,021469365
1999:05	0,01781893	2003:03	0,020507921
1999:06	0,017574888	2003:04	0,018733507
1999:07	0,019145724	2003:05	0,017446069
1999:08	0,019815713	2003:06	0,016752974
1999:09	0,018694124	2003:07	0,015839281
1999:10	0,018222326	2003:08	0,015703962
1999:11	0,017462911	2003:09	0,014064069
1999:12	0,016711739	2003:10	0,013520889
2000:01	0,015658742	2003:11	0,013071962
2000:02	0,014889452	2003:12	0,012212289
2000:03	0,014077344	2004:01	0,011906903
2000:04	0,014293881	2004:02	0,012054474
2000:05	0,015951962	2004:03	0,011907917
2000:06	0,014518818	2004:04	0,012019132
2000:07	0,013647791	2004:05	0,013569877
2000:08	0,012880094	2004:06	0,01366258
2000:09	0,013098929	2004:07	0,013110336
2000:10	0,013289373	2004:08	0,013643414
2000:11	0,013852996	2004:09	0,013614079
2000:12	0,01323635	2004:10	0,013515935
2001:01	0,012334917	2004:11	0,013802311
2001:02	0,012333978	2004:12	0,013588708
2001:03	0,013567434	2005:01	0,014022239
2001:04	0,015526877	2005:02	0,014295625
2001:05	0,016597794	2005:03	0,014336189
2001:06	0,016376384	2005:04	0,01464674
2001:07	0,018765358	2005:05	0,01444809
2001:08	0,018109597	2005:06	0,014071823
2001:09	0,018159677	2005:07	0,013910431
2001:10	0,018626276	2005:08	0,013953044
2001:11	0,016392492	2005:09	0,013807485
2001:12	0,016123191	2005:10	0,013645939
2002:01	0,015334533	2005:11	0,013199619
2002:02	0,014949329	2005:12	0,012733472
2002:03	0,014082292	2006:01	0,012415953
2002:04	0,014396315	2006:02	0,01202766
2002:05	0,015374114	2006:03	0,011634901

ANEXO C – Dados do Produto Interno Bruto Brasileiro

	PIB - BCB-Série 4380 (em Milhões) - Parcial Mensal		PIB - BCB-Série 4380 (em Milhões) - Parcial Mensal
1995:01	R\$ 44960,40	2000:08	R\$ 97.004,30
1995:02	R\$ 45657,20	2000:09	R\$ 92.306,50
1995:03	R\$ 52446,10	2000:10	R\$ 97.242,60
1995:04	R\$ 51451,80	2000:11	R\$ 98.725,20
1995:05	R\$ 51122,00	2000:12	R\$ 97.864,80
1995:06	R\$ 52439,20	2001:01	R\$ 94.380,60
1995:07	R\$ 54237,50	2001:02	R\$ 91.016,10
1995:08	R\$ 56121,70	2001:03	R\$ 94.352,50
1995:09	R\$ 55699,30	2001:04	R\$ 96.263,20
1995:10	R\$ 58337,90	2001:05	R\$ 101.467,80
1995:11	R\$ 62378,60	2001:06	R\$ 97.643,40
1995:12	R\$ 61339,90	2001:07	R\$ 101.395,00
1996:01	R\$ 57.987,70	2001:08	R\$ 102.958,90
1996:02	R\$ 56.016,70	2001:09	R\$ 98.458,50
1996:03	R\$ 56.499,40	2001:10	R\$ 105.084,90
1996:04	R\$ 59.220,70	2001:11	R\$ 108.974,90
1996:05	R\$ 64.395,40	2001:12	R\$ 106.740,40
1996:06	R\$ 66.004,90	2002:01	R\$ 103.065,30
1996:07	R\$ 69.103,40	2002:02	R\$ 97.927,00
1996:08	R\$ 68.676,30	2002:03	R\$ 99.656,60
1996:09	R\$ 65.615,80	2002:04	R\$ 105.194,10
1996:10	R\$ 69.854,30	2002:05	R\$ 111.149,50
1996:11	R\$ 72.405,00	2002:06	R\$ 114.313,50
1996:12	R\$ 73.107,00	2002:07	R\$ 115.414,60
1997:01	R\$ 68.594,70	2002:08	R\$ 115.593,30
1997:02	R\$ 62.562,70	2002:09	R\$ 112.523,70
1997:03	R\$ 61.754,80	2002:10	R\$ 120.561,30
1997:04	R\$ 66.297,50	2002:11	R\$ 126.379,80
1997:05	R\$ 71.141,70	2002:12	R\$ 124.248,80
1997:06	R\$ 74.754,80	2003:01	R\$ 121.508,10
1997:07	R\$ 74.775,90	2003:02	R\$ 117.479,90
1997:08	R\$ 74.299,60	2003:03	R\$ 119.812,40
1997:09	R\$ 73.628,10	2003:04	R\$ 124.126,00
1997:10	R\$ 79.980,70	2003:05	R\$ 130.175,30
1997:11	R\$ 81.734,30	2003:06	R\$ 130.103,20
1997:12	R\$ 81.218,10	2003:07	R\$ 131.098,60
1998:01	R\$ 75.287,30	2003:08	R\$ 131.521,70
1998:02	R\$ 67.691,20	2003:09	R\$ 134.110,70
1998:03	R\$ 67.627,20	2003:10	R\$ 138.426,60
1998:04	R\$ 72.261,00	2003:11	R\$ 138.657,80
1998:05	R\$ 78.750,50	2003:12	R\$ 139.161,80
1998:06	R\$ 82.092,30	2004:01	R\$ 134.080,80
1998:07	R\$ 80.748,20	2004:02	R\$ 126.686,30
1998:08	R\$ 78.282,40	2004:03	R\$ 134.915,50
1998:09	R\$ 74.943,50	2004:04	R\$ 136.076,70
1998:10	R\$ 77.765,20	2004:05	R\$ 146.934,80
1998:11	R\$ 79.548,00	2004:06	R\$ 152.536,00
1998:12	R\$ 79.191,00	2004:07	R\$ 151.814,30
1999:01	R\$ 74.891,80	2004:08	R\$ 153.479,00
1999:02	R\$ 71.606,50	2004:09	R\$ 151.756,80
1999:03	R\$ 75.130,60	2004:10	R\$ 155.791,20
1999:04	R\$ 78.245,10	2004:11	R\$ 160.508,60
1999:05	R\$ 82.141,40	2004:12	R\$ 162.041,10
1999:06	R\$ 87.195,20	2005:01	R\$ 151.907,60
1999:07	R\$ 83.102,20	2005:02	R\$ 140.206,20
1999:08	R\$ 81.152,40	2005:03	R\$ 146.108,60
1999:09	R\$ 76.927,60	2005:04	R\$ 151.056,20
1999:10	R\$ 82.823,40	2005:05	R\$ 161.459,20
1999:11	R\$ 89.089,80	2005:06	R\$ 167.649,20
1999:12	R\$ 91.540,00	2005:07	R\$ 163.222,60
2000:01	R\$ 85.358,90	2005:08	R\$ 167.903,70
2000:02	R\$ 83.138,40	2005:09	R\$ 166.335,10
2000:03	R\$ 82.409,50	2005:10	R\$ 167.338,00
2000:04	R\$ 83.632,70	2005:11	R\$ 173.841,00
2000:05	R\$ 91.537,90	2005:12	R\$ 175.924,80
2000:06	R\$ 96.448,80	2006:01	R\$ 166.735,70
2000:07	R\$ 95.585,50	2006:02	R\$ 153.492,60

ANEXO D – Dados Taxa de Juros SELIC

Dados Trimestrais	Taxa Trimestral Média (%a.m.)
1998:03	0,018703255
1998:04	0,026126886
1999:01	0,026460438
1999:02	0,020357518
1999:03	0,015100213
1999:04	0,014459658
2000:01	0,014415099
2000:02	0,014065653
2000:03	0,012828353
2000:04	0,012676574
2001:01	0,011906205
2001:02	0,012771988
2001:03	0,014407638
2001:04	0,014533837
2002:01	0,014434379
2002:02	0,013987311
2002:03	0,013769317
2002:04	0,016026954
2003:01	0,019044996
2003:02	0,01941605
2003:03	0,017385218
2003:04	0,013941364
2004:01	0,012561523
2004:02	0,012254341
2004:03	0,012302744
2004:04	0,013046802
2005:01	0,014111145
2005:02	0,01488358
2005:03	0,014979335
2005:04	0,014341859
2006:01	0,013237383

Dados Mensais	Taxa Mensal Média (%a.m.)	Dados Mensais	Taxa Mensal Média (%a.m.)
1998:08	0,014654746	2002:06	0,013855032
1998:09	0,023870201	2002:07	0,013911428
1998:10	0,028982534	2002:08	0,013679466
1998:11	0,027212086	2002:09	0,013718177
1998:12	0,022613344	2002:10	0,014869098
1999:01	0,022578129	2002:11	0,016053075
1999:02	0,027426637	2002:12	0,017246863
1999:03	0,029917865	2003:01	0,018632998
1999:04	0,025628621	2003:02	0,0190429
1999:05	0,019865001	2003:03	0,019468246
1999:06	0,016571455	2003:04	0,019470022
1999:07	0,015701332	2003:05	0,019462824
1999:08	0,014855658	2003:06	0,019315697
1999:09	0,014761172	2003:07	0,018829661
1999:10	0,014431254	2003:08	0,017568522
1999:11	0,014458089	2003:09	0,015884103
1999:12	0,01448969	2003:10	0,014867551
2000:01	0,014452301	2003:11	0,014003794
2000:02	0,014404689	2003:12	0,013014596
2000:03	0,014388384	2004:01	0,012595849
2000:04	0,014228423	2004:02	0,012583161
2000:05	0,014154103	2004:03	0,012505749
2000:06	0,013817852	2004:04	0,012336336
2000:07	0,012973581	2004:05	0,01220327
2000:08	0,01274281	2004:06	0,012223836
2000:09	0,012769905	2004:07	0,012205547
2000:10	0,012795533	2004:08	0,012268664
2000:11	0,012731274	2004:09	0,012435161
2000:12	0,012504761	2004:10	0,012660994
2001:01	0,011998313	2004:11	0,013052738
2001:02	0,011791494	2004:12	0,013438253
2001:03	0,011929742	2005:01	0,013742855
2001:04	0,012382492	2005:02	0,014125235
2001:05	0,012674527	2005:03	0,01447579
2001:06	0,013275036	2005:04	0,014717188
2001:07	0,014191352	2005:05	0,014918615
2001:08	0,014493009	2005:06	0,015016507
2001:09	0,014541059	2005:07	0,015000448
2001:10	0,014540333	2005:08	0,015018458
2001:11	0,014530065	2005:09	0,014919284
2001:12	0,014531116	2005:10	0,014671198
2002:01	0,014531116	2005:11	0,014400904
2002:02	0,014472093	2005:12	0,013962429
2002:03	0,01430092	2006:01	0,013544363
2002:04	0,014057187	2006:02	0,013283225
2002:05	0,014050659	2006:03	0,012892711

ANEXO E – Dados do Índice Deflator - IPCA

IPCA (IBGE) - BCB-Série 480					
	%am	Índice		%am	Índice
1997:01	1,18	54,40	2001:09	0,28	69,95
1997:02	0,50	54,67	2001:10	0,83	70,53
1997:03	0,51	54,95	2001:11	0,71	71,03
1997:04	0,88	55,44	2001:12	0,65	71,49
1997:05	0,41	55,66	2002:01	0,52	71,86
1997:06	0,54	55,96	2002:02	0,36	72,12
1997:07	0,22	56,09	2002:03	0,60	72,56
1997:08	-0,02	56,08	2002:04	0,80	73,14
1997:09	0,06	56,11	2002:05	0,21	73,29
1997:10	0,23	56,24	2002:06	0,42	73,60
1997:11	0,17	56,33	2002:07	1,19	74,47
1997:12	0,43	56,58	2002:08	0,65	74,96
1998:01	0,71	56,98	2002:09	0,72	75,50
1998:02	0,46	57,24	2002:10	1,31	76,49
1998:03	0,34	57,43	2002:11	3,02	78,80
1998:04	0,24	57,57	2002:12	2,10	80,45
1998:05	0,50	57,86	2003:01	2,25	82,26
1998:06	0,02	57,87	2003:02	1,57	83,55
1998:07	-0,12	57,80	2003:03	1,23	84,58
1998:08	-0,51	57,51	2003:04	0,97	85,40
1998:09	-0,22	57,38	2003:05	0,61	85,92
1998:10	0,02	57,39	2003:06	-0,15	85,79
1998:11	-0,12	57,32	2003:07	0,20	85,96
1998:12	0,33	57,51	2003:08	0,34	86,26
1999:01	0,70	57,92	2003:09	0,78	86,93
1999:02	1,05	58,52	2003:10	0,29	87,18
1999:03	1,10	59,17	2003:11	0,34	87,48
1999:04	0,56	59,50	2003:12	0,52	87,93
1999:05	0,30	59,68	2004:01	0,76	88,60
1999:06	0,19	59,79	2004:02	0,61	89,14
1999:07	1,09	60,44	2004:03	0,47	89,56
1999:08	0,56	60,78	2004:04	0,37	89,89
1999:09	0,31	60,97	2004:05	0,51	90,35
1999:10	1,19	61,69	2004:06	0,71	90,99
1999:11	0,95	62,28	2004:07	0,91	91,82
1999:12	0,60	62,65	2004:08	0,69	92,45
2000:01	0,62	63,04	2004:09	0,33	92,76
2000:02	0,13	63,13	2004:10	0,44	93,17
2000:03	0,22	63,26	2004:11	0,69	93,81
2000:04	0,42	63,53	2004:12	0,86	94,62
2000:05	0,01	63,54	2005:01	0,58	95,17
2000:06	0,23	63,68	2005:02	0,59	95,73
2000:07	1,61	64,71	2005:03	0,61	96,31
2000:08	1,31	65,56	2005:04	0,87	97,15
2000:09	0,23	65,71	2005:05	0,49	97,62
2000:10	0,14	65,80	2005:06	-0,02	97,61
2000:11	0,32	66,01	2005:07	0,25	97,85
2000:12	0,59	66,40	2005:08	0,17	98,02
2001:01	0,57	66,78	2005:09	0,35	98,36
2001:02	0,46	67,08	2005:10	0,75	99,10
2001:03	0,38	67,34	2005:11	0,55	99,64
2001:04	0,58	67,73	2005:12	0,36	100,00
2001:05	0,41	68,01	2006:01	0,59	100,59
2001:06	0,52	68,36	2006:02	0,41	101,00
2001:07	1,33	69,27	2006:03	0,43	101,44
2001:08	0,70	69,75			

APÊNDICE A - Algoritmo de Processamento MSVAR (4)– TVTP(KIM E NELSON, 1989)

WRITTEN BY CHANG-JIN KIM, based on FILARDO (1994)

DEPT. OF ECONOMICS
KOREA UNIVERSITY
SEOUL, 136-701, KOREA

cjkim@korea.ac.kr

MODEL: FILARDO'S(1994, JBES) MARKOV-SWITCHING MODEL WITH TIME-VARYING

TRANSITION PROBABILITIES

$$(y_{t-\mu_{st}}) = \phi_1(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) + \dots$$

$$+ \phi_4(y_{t-4} - \mu_{s_{t-4}}) + e_t$$

$e_t \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma^2)$

$$\mu_{st} = (1 - S_t)\mu_0 + S_t\mu_1$$

$$\Pr[S_t=0 | S_{t-1}=0] = q_t =$$

$$\frac{\exp(q_0 + z_{t-1}q_1)}{1 + \exp(q_0 + z_{t-1}q_1)}$$

$$\Pr[S_t=1 | S_{t-1}=1] = p_t =$$

$$\frac{\exp(p_0 + z_{t-1}p_1)}{1 + \exp(p_0 + z_{t-1}p_1)}$$

NOTE: i) z_t should be stationary.

ii) z_t should be in deviation from the mean.

iii) The time-varying transition probabilities may be functions of more than one variables.

*/

new;

library optmum,PGRAPH;

format /m1 /rd 9,5;

load data[520,3]=FILARDO.prn; @MONTH, IP, LEADING INDEX, 48:01-91:04@

yy_d=(ln(data[2:520,2])-ln(data[1:519,2]))*100; @1960:2--@

@first difference of log of IP@

YY_D[1:143,1]=YY_D[1:143,1]*STDC(YY_D[144:519,1])/STDC(YY_D[1:143,1]);

@NOTE: pre-1960 observations are deflated by the ratio of the subsamples' standard deviations

Refer to Filardo (1994), page 302 @

yy_ld=(ln(data[2:520,3])-ln(data[1:519,3]))*100; @1960:2--@

@first difference of log of leading index@

yy_ld=yy_ld-meanc(yy_ld); @in deviation from the mean@

t0=rows(yy_d);

LAG_AR=4;

NO_ST=lag_ar+1; @ NUMBER OF STATES TO BE CONSIDERED@

DMNSION=2^NO_ST;

output file=filardo.out reset; OUTPUT OFF;

st_mat=zeros(DMNSION,NO_ST);

j=1;

st4=0; do until st4>1;

st3=0; do until st3>1;

st2=0; do until st2>1;

st1=0; do until st1>1;

st=0; do until st>1;

st_mat[j,..]=st4~st3~st2~st1~st;

j=j+1;

st=st+1; endo;

st1=st1+1; endo;

st2=st2+1; endo;

st3=st3+1; endo;

st4=st4+1; endo;

yy=yy_d[2:t0,1];

z_mat=yy_ld[1:t0-1,1];

T=rows(yy);

@===== Initialize Global Variables=====1959.1-89.9=====@

START=1; @1952:4.....@

PRMTR_IN={

4.35966 1.64982 0.18947 0.07933 0.11094 0.12226 0.69596

-0.86585 0.51733 1.77043 -0.99472 };

PRMTR_IN=PRMTR_IN';

@ Maximum Likelihood Estimation @

@=====

{xout,fout,gout,cout}=optmum(&lik_fcn,PRMTR_in);

PRM_FNL=TRANS(xout); @ Estimated coefficients, constrained@

output on;

```

"==FINAL OUTPUT=====";
"initial values of prmtr is";
      trans(prmtr_in);
"=====";
"code is-----";cout;
"likelihood value is "; -1*fout;
"Estimated parameters are:";
prm_fnl; " ";
xout;
output off;
"Calculating Hessian..... Please be patient!!!!";
      hout0=hessp(&lik_fcn,xout);
      hout=inv(hout0);
grdn_fnl=gradfd(&TRANS,xout);
Hsn_fnl=grdn_fnl*hout*grdn_fnl;
SD_fnl=sqrt(diag(Hsn_fnl)); @Standard errors of the estimated coefficients@
output on;
"Standard errors of parameters are:"; sd_fnl;
"=====";

output off;
{pr_tt0,pr_tl0}=FILTER(XOUT); @Pr[S_t=0|Y_t] and Pr[S_t=0|Y_{t-1}]@
xy(seqa(1,1,rows(pr_tt0)),pr_tt0);
end;
@ END OF MAIN PROGRAM @
@=====
PROC LIK_FCN(PRMTR1);
local prmtr, ppr,qpr,prob__0,prob__1,QQ, lik, j_iter, pr__0_1,pr__1_1,
      F_cast, var_L,pr_vl,pr_val,likv,phi,PSIC,PSIX,
      vecp,st,st1,st2,st3,st4,ST5,ST6,ST7,ST8,ST9,ST10,ST11,ST12,ST13,
      pr_tr,pr_trf1,pr_trf,prob__t,prob__pro,pr_vl,j,psi1,psi2,var_c,
      delta0,DELTA1,MU0,MU1,st_k,st_k1,st_k2,st_k3,st_k4,
      f_cast1,f_cast2,PR_VL1,PR_VL2,pr_trf7,pr_trf0,
      PR_TRF2,PR_TRF3,PR_TRF4,PR_TRF5,PR_TRF6,psic,psiL,
      TMPRY1,TMPRY2,SM_PRL,TMP_P0,SM_PR0,JJJ,MU_MAT,D_MAT,FLT_PRN,
      F1,F2,TMP00,TMP0,SM_PR0,SM_PR00,prob_dd,VAR,A,EN,Q0,Q1,
      P0,P1;
PRMTR=TRANS(PRMTR1);
LOCATE 15,1; PRMTR';
/* DEFINE PARAMETERS */
      P0=PRMTR[1,1]; @Pr[St=1/St-1=1]@
      Q0=PRMTR[2,1]; @Pr[St=0/St-1=0]@
      PHI=PRMTR[3:6,1];
      VAR=PRMTR[7,1]^2;
      MU0=PRMTR[8,1]; @ recession, vs. boom@
      MU1=PRMTR[9,1]; @ recession, vs. boom@
      P1=PRMTR[10,1];
      Q1=PRMTR[11,1];
      MU_MAT=ST_MAT*MU1 + (ONES(DMNSION,NO_ST)-ST_MAT)*MU0;
/* INITIALIZING THE FILTER */
@-----@
@ (1)-----@
      PPR=EXP(P0+P1*z_mat[1,1])/
      (1+EXP(P0+P1*z_mat[1,1]));
      QPR=EXP(Q0+Q1*z_mat[1,1])/
      (1+EXP(Q0+Q1*z_mat[1,1]));
      PR_TR=(QPR~ (1-PPR))/
      ((1-QPR)~ PPR);
      A = (eye(2)-pr_tr)ones(1,2);
      EN=(0|0|1);
      PROB__T = INV(A'A)*A'EN; @PR[S_t=0]|PR[S_t=1],
      2x1 steady-state PROBABILITIES@
@ (2)-----@
      PPR=EXP(P0+P1*z_mat[2,1])/
      (1+EXP(P0+P1*z_mat[2,1]));
      QPR=EXP(Q0+Q1*z_mat[2,1])/
      (1+EXP(Q0+Q1*z_mat[2,1]));

      PR_TR=(QPR~ (1-PPR))/
      ((1-QPR)~ PPR);
      PR_TRF0=VEC(PR_TR);
      PROB__T=VECR(PROB__T~PROB__T).*PR_TRF0;
      @2^2@
@ (3)-----@
      PPR=EXP(P0+P1*z_mat[3,1])/
      (1+EXP(P0+P1*z_mat[3,1]));
      QPR=EXP(Q0+Q1*z_mat[3,1])/

```

```

(1+EXP(Q0+Q1*z_mat[3,1]));
PR_TR=(QPR~ (1-PPR))|
((1-QPR)~ PPR);
PR_TRF0=VEC(PR_TR);
PR_TRF1=PR_TRF0|PR_TRF0;
PROB__T=VECR(PROB__T~PROB__T)*PR_TRF1;
@2^3@
@ (4)----- @
PPR=EXP(P0+P1*z_mat[4,1])/
(1+EXP(P0+P1*z_mat[4,1]));
QPR=EXP(Q0+Q1*z_mat[4,1])/
(1+EXP(Q0+Q1*z_mat[4,1]));
PR_TR=(QPR~ (1-PPR))|
((1-QPR)~ PPR);
PR_TRF0=VEC(PR_TR);
PR_TRF1=PR_TRF0|PR_TRF0;
PR_TRF2=PR_TRF1|PR_TRF1;
PROB__T=VECR(PROB__T~PROB__T)*PR_TRF2;
@2^4@
@ (5)----- @
PROB__=VECR(PROB__T~PROB__T);
@ 2^5@
===== @
/* START ITERATION.....*/
LIKV=0.0;
J_ITER=5;
DO UNTIL J_ITER>T;
QPR=EXP(Q0+Q1*Z_MAT[J_ITER,1])/
(1+EXP(Q0+Q1*Z_MAT[J_ITER,1]));
PPR=EXP(P0+P1*Z_MAT[J_ITER,1])/
(1+EXP(P0+P1*Z_MAT[J_ITER,1]));
PR_TR=(QPR~ (1-PPR))|
((1-QPR)~ PPR);
PR_TRF0=VEC(PR_TR);
PR_TRF1=PR_TRF0|PR_TRF0;
PR_TRF2=PR_TRF1|PR_TRF1;
PR_TRF =PR_TRF2|PR_TRF2;
F_CAST1=(YY[J_ITER,1]-REV(YY[J_ITER-4:J_ITER-1,1])*PHI)*ONES(DMNSION,1)
-(MU_MAT[.,5] - MU_MAT[.,4]*PHI[1,1]
- MU_MAT[.,3]*PHI[2,1]
- MU_MAT[.,2]*PHI[3,1]
- MU_MAT[.,1]*PHI[4,1]); /* 2^5x1 */
VAR_L=VAR*ONES(DMNSION,1); /* 2^5x1 */
PROB__DD=PR_TRF * PROB__;
/* Pr[S_t,S_{t-1},S_{t-2},S_{t-3},S_{t-4} | I(t-1)]*/
PR_VL=(1./SQRT(2.*PI.*VAR_L)).*EXP(-0.5*F_CAST1.*F_CAST1./VAR_L).*PROB__DD;
/* 2^5x1 */
/* Joint density of y_t,S_t,...,S_{t-4} given
past information : */
PR_VAL=SUMC(PR_VL); /* f(y_t|I(t-1)), density of y_t given past
information: This is weighted average of
2^5 conditional densities */
LIK=-1*LN(PR_VAL);
PRO__=PR_VL/PR_VAL; /* Pr[S_t,S_{t-1},S_{t-2},S_{t-3},S_{t-4} | I(t-1),y_t]*/
/* Updating of prob. with new information, y_t */
PROB__T=PRO__[1:DMNSION/2,1]+PRO__[DMNSION/2+1:DMNSION,1];
/* Integrate out S_{t-4}; then you get
Pr[S_t,S_{t-1},S_{t-2},S_{t-3} | Y_t] */
/* 2^4x1 */
PROB__=VECR(PROB__T~PROB__T);
/* 2^5x1 */
LIKV = LIKV+LIK;
J_ITER = J_ITER+1;
ENDO;
LOCATE 2,35;"LIKV=";;LIKV;
RETP(LIKV);
ENDP;

PROC (2) = FILTER(PRMTR1);
local prmtr, ppr,qpr,prob__0,prob__1,QQ, lik, j_iter, pr__0_1,pr__1_1,
F_cast, var_L,pr_vl, pr_val,likv,phi,PSIC,PSIX,
vecp,st1,st2,st3,st4,ST5,ST6,ST7,ST8,ST9,ST10,ST11,ST12,ST13,
pr_tr,pr_trf1,pr_trf,prob__t,prob__pro__pr_vl,j,psi1,psi2,var_c,
delta0,DELTA1,MU0,MU1,st_k,st_k1,st_k2,st_k3,st_k4,
f_cast1,f_cast2,PR_VL1,PR_VL2,pr_trf7,pr_trf0,
PR_TRF2,PR_TRF3,PR_TRF4,PR_TRF5,PR_TRF6,psic,psiL,PR_STL0,PR_STT0,

```

```

TMPRY1,TMPRY2,SM_PRL,TMP_P0,SM_PR0,JJJ,MU_MAT,D_MAT,FLT_PRN,
F1,F2,TMP00,TMP0,SM_PR0,SM_PR00,prob_dd,VAR,TMP,OUT_MAT,A,EN,
Q0,Q1,P0,P1;

PRMTR=TRANS(PRMTR1);
LOCATE 15,1; PRMTR';

P0=PRMTR[1,1]; @Pr[St=1/St-1=1]@
Q0=PRMTR[2,1]; @Pr[St=0/St-1=0]@
PHI=PRMTR[3:6,1];
VAR=PRMTR[7,1]^2;
MU0=PRMTR[8,1]; @ recession, vs. boom@
MU1=PRMTR[9,1]; @ recession, vs. boom@

P1=PRMTR[10,1];
Q1=PRMTR[11,1];

MU_MAT=ST_MAT*MU1 + (ONES(DMNSION,NO_ST)-ST_MAT)*MU0;

/* INITIALIZING THE FILTER */
@-----@
@ (1)-----@
PPR=EXP(P0+P1*z_mat[1,1])/
(1+EXP(P0+P1*z_mat[1,1]));

QPR=EXP(Q0+Q1*z_mat[1,1])/
(1+EXP(Q0+Q1*z_mat[1,1]));

PR_TR=(QPR~ (1-PPR))/
((1-QPR)~ PPR);

A = (eye(2)-pr_tr)|ones(1,2);
EN=(0|0|1);
PROB__T = INV(A'A)*A'EN; @PR[S_t=0]PR[S_t=1],
2x1 steady-state PROBABILITIES@
@ (2)-----@
PPR=EXP(P0+P1*z_mat[2,1])/
(1+EXP(P0+P1*z_mat[2,1]));
QPR=EXP(Q0+Q1*z_mat[2,1])/
(1+EXP(Q0+Q1*z_mat[2,1]));
PR_TR=(QPR~ (1-PPR))/
((1-QPR)~ PPR);
PR_TRF0=VEC(PR_TR);

PROB__T=VECR(PROB__T~PROB__T)*PR_TRF0;
@2^2@
@ (3)-----@
PPR=EXP(P0+P1*z_mat[3,1])/
(1+EXP(P0+P1*z_mat[3,1]));
QPR=EXP(Q0+Q1*z_mat[3,1])/
(1+EXP(Q0+Q1*z_mat[3,1]));
PR_TR=(QPR~ (1-PPR))/
((1-QPR)~ PPR);
PR_TRF0=VEC(PR_TR);
PR_TRF1=PR_TRF0|PR_TRF0;

PROB__T=VECR(PROB__T~PROB__T)*PR_TRF1;
@2^3@
@ (4)-----@
PPR=EXP(P0+P1*z_mat[4,1])/
(1+EXP(P0+P1*z_mat[4,1]));
QPR=EXP(Q0+Q1*z_mat[4,1])/
(1+EXP(Q0+Q1*z_mat[4,1]));
PR_TR=(QPR~ (1-PPR))/
((1-QPR)~ PPR);
PR_TRF0=VEC(PR_TR);
PR_TRF1=PR_TRF0|PR_TRF0;
PR_TRF2=PR_TRF1|PR_TRF1;

PROB__T=VECR(PROB__T~PROB__T)*PR_TRF2;
@2^4@
@ (5)-----@
PROB__=VECR(PROB__T~PROB__T);
@ 2^5@

```

```

=====
@
/* START ITERATION.....*/
PR_STT0=ZEROS(T,1); @WILL SAVE Pr[S_t=0|Y_t]@
PR_STL0=ZEROS(T,1); @WILL SAVE Pr[S_t=0|Y_{t-1}]@
LIKV=0.0;
J_ITER=5;
DO UNTIL J_ITER>T;
  QPR=EXP(Q0+Q1*Z_MAT[J_ITER,1])/
    (1+EXP(Q0+Q1*Z_MAT[J_ITER,1]));
  PPR=EXP(P0+P1*Z_MAT[J_ITER,1])/
    (1+EXP(P0+P1*Z_MAT[J_ITER,1]));
  PR_TR=(QPR~ (1-PPR))
    ((1-QPR)~ PPR);
  PR_TRF0=VEC(PR_TR);
  PR_TRF1=PR_TRF0|PR_TRF0;
  PR_TRF2=PR_TRF1|PR_TRF1;
  PR_TRF =PR_TRF2|PR_TRF2;

  F_CAST1=(YY[J_ITER,1]-REV(YY[J_ITER-4:J_ITER-1,1])*PHI)*ONES(DMNSION,1)
    -(MU_MAT[.,5] - MU_MAT[.,4]*PHI[1,1]
      - MU_MAT[.,3]*PHI[2,1]
      - MU_MAT[.,2]*PHI[3,1]
      - MU_MAT[.,1]*PHI[4,1]); /* 2^5x1 */
  VAR_L=VAR*ONES(DMNSION,1);
  PROB_DD=PR_TRF .* PROB_;
@-----@
  TMP=PROB_DD;
  TMP=TMP[1:16]+TMP[17:32];
  TMP=TMP[1:8]+TMP[9:16];
  TMP=TMP[1:4]+TMP[5:8];
  TMP=TMP[1:2]+TMP[3:4];

  PR_STL0[J_ITER,1]=TMP[1,1]; @Pr[S_t=0|Y_t]@
@-----@
  PR_VL=(1./SQRT(2.*PI.*VAR_L)).*EXP(-0.5*F_CAST1.*F_CAST1./VAR_L).*PROB_DD;
  @Pr[S_t,S_{t-1},S_{t-2},S_{t-3},S_{t-4},Y_t|Y_{t-1}]@
  PR_VAL=SUMC(PR_VL); @f(y_t|Y_{t-1})@
  LIK=-1*LN(PR_VAL);

  PRO_=PR_VL/PR_VAL; @Pr[S_t,S_{t-1},S_{t-2},S_{t-3},S_{t-4} | Y_t]@
@-----@
  TMP=PRO_;
  TMP=TMP[1:16]+TMP[17:32];
  TMP=TMP[1:8]+TMP[9:16];
  TMP=TMP[1:4]+TMP[5:8];
  TMP=TMP[1:2]+TMP[3:4];

  PR_STT0[J_ITER,1]=TMP[1,1]; @Pr[S_t=0|Y_t]@
@-----@
  PROB__T=PRO_[1:DMNSION/2,1]+PRO_[DMNSION/2+1:DMNSION,1];
  @Pr[S_t,S_{t-1},S_{t-2},S_{t-3} | Y_t]@
  PROB__=VECR(PROB__T~PROB__T);
  J_ITER = J_ITER+1;
  ENDO;
  RETP(PR_STT0,PR_STL0);
  ENDP;
=====
@
PROC TRANS(c0); @ constraining values of reg. coeff.@
  local c1,m,u,d1,d2,d3,d4,d5,d6;

  c1=c0;

  retp(c1);
  endp;

```

APÊNDICE B - Algoritmo de Processamento MSVAR (4)– FTP(KIM E NELSON, 1989)

MODEL: HAMILTON'S(1989,ECONOMETRICA) MARKOV-SWITCHING MODEL

***** THIS PROGRAM CONTAINS KIM'S(1994) SMOOTHING ALGORITHM*****

$$(y_t - \mu_{s_t}) = \phi_1(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) + \dots + \phi_4(y_{t-4} - \mu_{s_{t-4}}) + e_t$$

e_t -- i.i.d. $N(0, \sigma^2)$

$$\mu_{s_t} = (1 - S_t) \mu_0 + S_t \mu_1$$

$$\Pr[S_t = 1 | S_{t-1} = 1] = p$$

$$\Pr[S_t = 0 | S_{t-1} = 0] = q$$

WRITTEN BY CHANG-JIN KIM, based on Hamilton (1989)

DEPT. OF ECONOMICS

KOREA UNIVERSITY

SEOUL, 136-701, KOREA

cjkim@korea.ac.kr

*/

new;

library optmum,PGRAPH;

format /m1 /rd 9,5;

load data[91,1]=entrada.csv, @Quarter, U.S. real GNP@

@1947.1 -- 1995.3 @

yy_d=(data[1:91,1]); @1960:2--@

@1952.1 -- 1984.4 [hamilton data set]@

t0=rows(yy_d);

LAG_AR=4;

NO_ST=lag_ar+1; @ NUMBER OF STATES TO BE CONSIDERED@

DMNSION=2^NO_ST;

st_mat=zeros(DMNSION,NO_ST);

j=1;

st4=0;do until st4>1;

st3=0; do until st3>1;

st2=0; do until st2>1;

st1=0; do until st1>1;

st=0; do until st>1;

st_mat[j,]=st4~st3~st2~st1~st;

j=j+1;

st=st+1;endo;

st1=st1+1;endo;

st2=st2+1;endo;

st3=st3+1;endo;

st4=st4+1;endo;

yy=yy_d[lag_ar+1:t0,1];

x_mat=

yy_d[Lag_ar:T0-1,1] ~ yy_d[lag_ar-1:T0-2,1]~

yy_d[lag_ar-2:T0-3,1]~ yy_d[lag_ar-3:T0-4,1];

T=rows(yy);

@===== Initialize Global Variables=====1959.1-89.9=====@

START=1; @1952:4.....@

PRMTR_IN={

2.20657 1.15590 0.08983 -0.01861 -0.17434 -0.08392 0.79619

-0.21320 1.12828 };

PRMTR_IN=PRMTR_IN';

@ Maximum Likelihood Estimation @

@=====@

{xout,fout,gout,cout}=optmum(&lik_fcn,PRMTR_in);

PRM_FNL=TRANS(xout); @ Estimated coefficients, constrained@

output file=hmt4_kim.out reset; OUTPUT OFF;

"==FINAL OUTPUT=====";

"initial values of prmtr is";

trans(prmtr_in);

"=====";

"code is-----";cout;

"likelihood value is "; -1*fout;

"Estimated parameters are:";

prm_fnl; " ";

xout';

output off;

"Calculating Hessian..... Please be patient!!!!";

```

        hout0=hessp(&lik_fcn,xout);
        hout=inv(hout0);
grdn_fnl=gradfd(&TRANS,xout);
Hsn_fnl=grdn_fnl*hout*grdn_fnl';
SD_fnl=sqrt(diag(Hsn_fnl)); @Standard errors of the estimated coefficients@
output on;
"Standard errors of parameters are: "; sd_fnl';
"=====";
output off;
/* Don't forget to delete the following line when you estimate the
parameters....
xout=prmtr_in; prm_fnl=trans(xout);
*/
{pr_tt0,pr_tl0}=FILTER(XOUT); @Pr[S_t=0|Y_t] and Pr[S_t=0|Y_{t-1}]@

smooth0=SMOOTH(pr_tt0,pr_tl0); @Pr[S_t=0|Y_T], Smoothed probabilities@

FLTR=pr_tt0-pr_tl0-smooth0;
format /m1 /rd 8,4;
output file=hmt4_kim.dta reset; FLTR; output off;
xy(seqa(1,1,rows(pr_tt0)),pr_tt0);
xy(seqa(1,1,rows(smooth0)),smooth0);

end;
@ END OF MAIN PROGRAM @
@=====
PROC LIK_FCN(PRMTR1);
local prmtr, ppr,qpr,prob__0,prob__1,QQ, lik, j_iter, pr__0_l,pr__1_l,
    F_cast, var_L, pr_val,likv,phi,PSIX,
    vecp,st1,st2,st3,st4,ST5,ST6,ST7,ST8,ST9,ST10,ST11,ST12,ST13,
    pr_tr,pr_trf1,pr_trf,prob__t,prob__pro,pr_vl,j,psi1,psi2,var_c,
    delta0,DELTA1,MU0,MU1,st_k,st_k1,st_k2,st_k3,st_k4,
    f_cast1,f_cast2,PR_VL1,PR_VL2,pr_trf7,pr_trf0,
    PR_TRF2,PR_TRF3,PR_TRF4,PR_TRF5,PR_TRF6,psic,psiL,
    TMPRY1,TMPRY2,SM_PRL,TMP_P0,SM_PR0,JJJ,MU_MAT,D_MAT,FLT_PRN,
    F1,F2,TMP00,TMP0,SM_PR00,prob_dd,VAR,A,EN;
PRMTR=TRANS(PRMTR1);
LOCATE 15,1; PRMTR';
/* DEFINE PARAMETERS */
    PPR=PRMTR[1,1]; @Pr[St=1/St-1=1]@
    QPR=PRMTR[2,1]; @Pr[St=0/St-1=0]@
    PHI=PRMTR[3:6,1];
    VAR=PRMTR[7,1]^2;
    MU0=PRMTR[8,1]; @ recession, vs. boom@
    MU1=PRMTR[9,1]; @ recession, vs. boom@
    MU_MAT=ST_MAT*MU1 + (ONES(DMNSION,NO_ST)-ST_MAT)*MU0;
/* A MATRIX OF TRANSITION PROBABILITIES */
    PR_TR=(QPR~ (1-PPR))|
        ((1-QPR)~ PPR);
/* INITIALIZING THE FILTER WITH STEADY-STATE PROBABILITIES */
    A = (eye(2)-pr_tr)ones(1,2);
    EN=(0|0|1);
    PROB__T = INV(A'A)*A'EN; @PR[S_t=0]PR[S_t=1],
        2x1 steady-state PROBABILITIES@
    PR_TRF0=VEC(PR_TR);
    PR_TRF1=PR_TRF0|PR_TRF0;
    PR_TRF2=PR_TRF1|PR_TRF1;
    PR_TRF =PR_TRF2|PR_TRF2;
    PROB__T=VECR(PROB__T~PROB__T)*PR_TRF0;
        /*PR[S_{-2},S_{-3}|I_0] 4x1*/
    PROB__T=VECR(PROB__T~PROB__T)*PR_TRF1;
        /*PR[S_{-1},S_{-2},S_{-3}|I_0] 8x1*/
    PROB__T=VECR(PROB__T~PROB__T)*PR_TRF2;
        /*PR[S_{0},S_{-1},S_{-2},S_{-3}|I_0] 16x1*/
    PROB__ =VECR(PROB__T~PROB__T);
        /*2^5 x 1*/

LIKV=0.0;
J_ITER=1;
DO UNTIL J_ITER>T;
    F_CAST1=(YY[J_ITER,1]-X_MAT[J_ITER,]*PHI)*ONES(DMNSION,1)
        -(MU_MAT[.,5] - MU_MAT[.,4]*PHI[1,1]
            - MU_MAT[.,3]*PHI[2,1]
            - MU_MAT[.,2]*PHI[3,1]
            - MU_MAT[.,1]*PHI[4,1]); /* 2^5x1 */
    VAR_L=VAR*ONES(DMNSION,1); /* 2^5x1 */
    PROB_DD=PR_TRF .* PROB__;

```

```

/* Pr[S_t,S_{t-1},S_{t-2},S_{t-3},S_{t-4} | I(t-1)]*/
PR_VL=(1./SQRT(2.*PI.*VAR_L)).*EXP(-0.5*F_CAST1.*F_CAST1./VAR_L).*PROB_DD;
/* 2^5x1 */
/* Joint density of y_t,S_t,...,S_{t-4} given
past information : */
PR_VAL=SUMC(PR_VL); /* f(y_t|I(t-1)), density of y_t given past
information: This is weighted average of
2^5 conditional densities */

LIK=-1*LN(PR_VAL);

PRO_=PR_VL/PR_VAL; /* Pr[S_t,S_{t-1},S_{t-2},S_{t-3},S_{t-4} | I(t-1),y_t]*/
/* Updating of prob. with new information, y_t */
PROB_T=PRO_[1:DMNSION/2,1]+PRO_[DMNSION/2+1:DMNSION,1];
/* Integrate out S_{t-4}: then you get
Pr[S_t, S_{t-1},S_{t-2},S_{t-3}| Y_t] */
/* 2^4x1 */
PROB_=VECR(PROB_T~PROB_T);
/* 2^5x1 */

LIKV = LIKV+LIK;
J_ITER = J_ITER+1;
ENDO;
LOCATE 2,35,"LIKV=";LIKV;
RETP(LIKV);
ENDP;
@+++++@
PROC (2) = FILTER(PRMTR1);
local prmtr, ppr,qpr,prob_0,prob_1,QQ, lik, j_iter, pr_0_l,pr_1_l,
F_cast, var_L, pr_val,likv,phi,PSIX,
vecp,st,st1,st2,st3,st4,ST5,ST6,ST7,ST8,ST9,ST10,ST11,ST12,ST13,
pr_tr,pr_trf1,pr_trf,prob_t,prob_pro,pr_vl,j,psi1,psi2,var_c,
delta0,DELTA1,MU0,MU1,st_k,st_k1,st_k2,st_k3,st_k4,
f_cast1,f_cast2,PR_VL1,PR_VL2,pr_trf7,pr_trf0,
PR_TRF2,PR_TRF3,PR_TRF4,PR_TRF5,PR_TRF6,psic,psiL,PR_STL0,PR_STT0,
TMPRY1,TMPRY2,SM_PRL,TMP_P0,SM_PR0,JJJ,MU_MAT,D_MAT,FLT_PRN,
F1,F2,TMP00,TMP0,SM_PR00,prob_dd,VAR,TMP,OUT_MAT,A,EN;

PRMTR=TRANS(PRMTR1);

LOCATE 15,1; PRMTR';

PPR=PRMTR[1,1]; @Pr[St=1/St-1=1]@
QPR=PRMTR[2,1]; @Pr[St=0/St-1=0]@

PHI=PRMTR[3:6,1];
VAR=PRMTR[7,1]^2;
MU0=PRMTR[8,1]; @ recession, vs. boom@
MU1=PRMTR[9,1]; @ recession, vs. boom@
PR_TR=(QPR~ (1-PPR))
((1-QPR)~ PPR);

MU_MAT=ST_MAT*MU1 + (ONES(DMNSION,NO_ST)-ST_MAT)*MU0;

/* FOR UNCONDITIONAL PROBABILITIES */

A = (eye(2)-pr_tr)|ones(1,2);
EN=(0|0|1);
PROB_T = INV(A'A)*A'EN; @PR[S_t=0]|PR[S_t=1], 2x1 UNCONDITIONAL
PROBABILITIES@

PR_TRF0=VEC(PR_TR);
PR_TRF1=PR_TRF0|PR_TRF0;
PR_TRF2=PR_TRF1|PR_TRF1;
PR_TRF =PR_TRF2|PR_TRF2;
PROB_T=VECR(PROB_T~PROB_T)*PR_TRF0; @2^2 x 1@
PROB_T=VECR(PROB_T~PROB_T)*PR_TRF1; @2^3 x 1@
PROB_T=VECR(PROB_T~PROB_T)*PR_TRF2; @2^4 x 1@
PROB_=VECR(PROB_T~PROB_T); @2^5 x 1@
PR_STT0=ZEROS(T,1); @WILL SAVE Pr[S_t=0|Y_{t}]@
PR_STL0=ZEROS(T,1); @WILL SAVE Pr[S_t=0|Y_{t-1}]@
LIKV=0.0;
J_ITER=1;
DO UNTIL J_ITER>T;
F_CAST1=(YY[J_ITER,1]-X_MAT[J_ITER,])*PHI)*ONES(DMNSION,1)
-(MU_MAT[,5] - MU_MAT[,4])*PHI[1,1]

```

```

- MU_MAT[,3]*PHI[2,1]
- MU_MAT[,2]*PHI[3,1]
- MU_MAT[,1]*PHI[4,1]);
VAR_L=VAR*ONES(DMNSION,1);

PROB_DD=PR_TRF * PROB__;
@-----@
  TMP=PROB_DD;
  TMP=TMP[1:16]+TMP[17:32];
  TMP=TMP[1:8]+TMP[9:16];
  TMP=TMP[1:4]+TMP[5:8];
  TMP=TMP[1:2]+TMP[3:4];
  PR_STL0[J_ITER,1]=TMP[1,1];      @Pr[S_t=0|Y_t]@
@-----@

PR_VL=(1./SQRT(2.*PI.*VAR_L)).*EXP(-0.5*F_CAST1.*F_CAST1./VAR_L).*PROB_DD;

  @Pr[S_t,S_{T-1},S_{T-2},S_{T-3},S_{T-4},Y_t|Y_{t-1}]@

PR_VAL=SUMC(PR_VL); @f(y_t|Y_{t-1})@
LIK=-1*LN(PR_VAL);
PRO_ =PR_VL/PR_VAL;  @Pr[S_t, S_{t-1},S_{t-2},S_{t-3},S_{t-4} | Y_t]@
@-----@
  TMP=PRO_;
  TMP=TMP[1:16]+TMP[17:32];
  TMP=TMP[1:8]+TMP[9:16];
  TMP=TMP[1:4]+TMP[5:8];
  TMP=TMP[1:2]+TMP[3:4];

  PR_STT0[J_ITER,1]=TMP[1,1];      @Pr[S_t=0|Y_t]@
@-----@
  PROB__T=PRO_[1:DMNSION/2,1]+PRO_[DMNSION/2+1:DMNSION,1];
  @Pr[S_t, S_{t-1},S_{t-2},S_{t-3}| Y_t]@
  PROB__ =VECR(PROB__T-PROB__T);
J_ITER = J_ITER+1;
END0;
RETP(PR_STT0,PR_STL0);
ENDP;
@=====
PROC SMOOTH(pr_tt0,pr_tl0);

  @pr__TT0 contains Pr[S_t|Y_t]@
  @pr__TL0 contains Pr[S_t|Y_{t-1}]@

local ppr, qpr, pr_sm0,pr_sm1, j_iter,pr_sm00,pr_sm01,pr_sm10,pr_sm11,
pr_tt1,pr_tl1;

  PPR=PRM_fnl[1,1]; @Pr[St=1/St-1=1]@
  QPR=PRM_fnl[2,1]; @Pr[St=0/St-1=0]@
  pr_tt1=1-pr_tt0;
  pr_tl1=1-pr_tl0;
  pr_sm0=pr_tt0; @ pr_sm0 will contain Pr[S_t|Y_T]@
  pr_sm1=pr_tl1;
j_iter=T-1;
do until j_iter < 1;

  @The followings are P[S_t, S_{t+1}|Y_T] @
  pr_sm00=pr_sm0[j_iter+1,1]*qpr* pr_tt0[j_iter,1]/ pr_tl0[j_iter+1,1];
  pr_sm01=pr_sm1[j_iter+1,1]*(1-qpr)*pr_tt0[j_iter,1]/ pr_tl1[j_iter+1,1];
  pr_sm10=pr_sm0[j_iter+1,1]*(1-ppr)*pr_tl1[j_iter,1]/ pr_tl0[j_iter+1,1];
  pr_sm11=pr_sm1[j_iter+1,1]*ppr* pr_tl1[j_iter,1]/ pr_tl1[j_iter+1,1];
  pr_sm00[j_iter,1]=pr_sm00+pr_sm01;
  pr_sm11[j_iter,1]=pr_sm10+pr_sm11;
j_iter=j_iter -1;
endo;
RETP(pr_sm0); @This proc returns Pr[S_t=0|Y_T]@
endp;
@+++++++@
PROC TRANS(c0); @ constraining values of reg. coeff.@
  local c1,m,u,d1,d2,d3,d4,d5,d6;

  c1=c0;
  c1[1:2,]=exp(c0[1:2,])/(1+exp(c0[1:2,]));
  retp(c1);
endp;

```