

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
DEPARTAMENTO DE ADMINISTRAÇÃO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE (FACE).



UnB

LEONARDO MELO BOSQUE

**Estimação da probabilidade de negociação privilegiada
por meio de inferência bayesiana.**

Probability of informed trading estimation using bayesian inference

Brasília, DF
2016

LEONARDO MELO BOSQUE

**Estimação da probabilidade de negociação privilegiada
por meio de inferência bayesiana.**

Probability of informed trading estimation using bayesian inference

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade de Brasília para obtenção do Título de Mestre em Administração: Finanças.

Brasília, DF
2016

LEONARDO MELO BOSQUE

**Estimação da probabilidade de negociação privilegiada
por meio de inferência bayesiana.**

Probability of informed trading estimation using bayesian inference

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade de Brasília para obtenção do Título de Mestre em Administração: Finanças.

Área de concentração:
Finanças e Métodos Quantitativos

Supervisor:
Prof. Dr. Pedro Henrique Melo
Albuquerque

Co-orientador:
Prof. Dr. Eduardo Yoshio Nakano

Brasília, DF
2016

FICHA
CATALOGRÁFICA

Bosque, Leonardo Melo

Estimação da probabilidade de negociação privilegiada por meio de inferência bayesiana. / . – Brasília, DF, 2016. 140 p.

Dissertação (Mestrado) — Programa de pós-graduação em administração.

1. Probability of Informed Trading 2. Bayesian Inference. I. Bosque, Leonardo Melo II. Universidade de Brasília.

Dissertação de mestrado sob o título "*Estimação da probabilidade de negociação privilegiada por meio de inferência bayesiana.*", defendida por Leonardo Melo Bosque e aprovada em 21 de novembro de 2016, em Brasília, Distrito Federal, pela banca examinadora constituída pelos doutores:

Prof. Dr. Pedro Henrique Melo Albuquerque
Departamento de Administração - UnB
Orientador

Prof. Dr. Eduardo Yoshio Nakano
Departamento de Estatística - UnB
Co-orientador

Prof. Dr. Herbert Kimura
Departamento de Administração - UnB

Profa. Dra. Cibele Queiroz da Silva
Departamento de Estatística - UnB

RESUMO

Um dos modelos mais populares na mensuração da assimetria de informação de ativos financeiros consiste no modelo da probabilidade de informação privilegiada (*PIN*) proposto por Easley et al. (1996b). O seu embasamento teórico bem como sua ampla possibilidade de aplicação, tornaram da *PIN* um *benchmark* para a verificação da existência de *insider trading* em transações financeiras. Tendo em vista a facilidade de interpretação da *PIN* e de seus parâmetros, este estudo objetiva avaliar e propor o cálculo da probabilidade de informação privilegiada por meio de inferência bayesiana. Tal abordagem traz a possibilidade de agregar opiniões de especialistas sobre os parâmetros da *PIN* e apresenta contribuições inéditas para o escopo teórico de modelos de microestrutura de mercado.

ABSTRACT

One of the most popular models for measuring information asymmetry of financial assets is the probability of informed trading model (*PIN*) proposed by Easley et al. (1996b). Its theoretical foundation and its wide possibility of application, made *PIN* a benchmark on insider trading studies. In view of the interpretability of *PIN* and its parameters, this study aims to evaluate and propose a bayesian version for the probability of informed trading model. Such approach brings the possibility to include expert opinions about the *PIN* parameters and represents a new contribution to the theoretical scope of market microstructure models.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Diagrama de árvore do processo negocial	27
3.1	Citação média dos artigos de cada grupo de palavra-chave	37
3.2	Boxplot do número de citação dos artigos analisados por palavra-chave .	39
3.3	<i>Word Cloud</i> dos resumos de todos os 196 artigos analisados	41
3.4	<i>Word Cloud</i> dos estudos analisados da palavra-chave <i>bayesian inference</i>	42
3.5	<i>Word Cloud</i> dos estudos analisados da palavra-chave <i>insider trading</i> . .	44
3.6	<i>Word Cloud</i> dos estudos analisados da palavra-chave <i>private information</i>	45
3.7	<i>Word Cloud</i> dos estudos analisados da palavra-chave <i>probability of informed trading</i>	47
3.8	Relacionamento dos artigos analisados sobre PIN com os trabalhos de Easley et. a. e Duarte e Young (2009)	49
6.1	Preço médio diário do ETF do S&P500 entre 02/02/2016 e 03/05/2016 . .	82
6.2	Ordens de compra e venda do ETF do S&P500 entre 02/02/2016 e 03/05/2016	82
6.3	Funções de autocorrelação da <i>PIN</i> e de seus parâmetros	83
6.4	Estimativas da <i>PIN</i> e de α com seus respectivos intervalos de confiança e credibilidade de 95%	84
6.5	Estimativas dos demais parâmetros com seus respectivos intervalos de confiança e credibilidade de 95%	85

6.6	Gráficos de diagnósticos do MCMC dos parâmetros do modelo LK - Priori não-informativa	87
6.7	Gráficos de diagnósticos do MCMC da PIN - Priori não-informativa	87
6.8	Gráficos de diagnósticos do MCMC dos parâmetros do modelo LK - $\alpha \sim Beta(100, 1000)$	88
6.9	Gráficos de diagnósticos do MCMC da PIN - $\alpha \sim Beta(100, 1000)$	88
6.10	Gráficos de diagnósticos do MCMC dos parâmetros do modelo LK - $\alpha \sim Beta(1000, 100)$	89
6.11	Gráficos de diagnósticos do MCMC da PIN - $\alpha \sim Beta(1000, 100)$	89

SUMÁRIO

1	Introdução	13
2	Referencial Teórico	16
2.1	Teoria da Agência	16
2.1.1	Surgimento e escopo teórico da teoria da agência	16
2.1.2	Teoria da agência positivista e a ótica do agente principal	18
2.2	Assimetria de informação na teoria da agência	19
2.3	Insider trading	20
2.4	Probabilidade de negociações com informações privilegiadas (PIN)	26
2.4.1	Pressupostos do modelo	27
2.4.2	Cálculo dos parâmetros do modelo	30
3	O estado da arte dos estudos sobre PIN	34
3.1	Resultados	36
3.1.1	Análises descritivas	36
3.1.2	Análises das <i>word clouds</i>	40
3.1.3	Análises de redes	48
3.1.4	Conclusões da análise de conteúdo	50
4	Abordagem bayesiana para a PIN	51

4.1	Manipulações na função de verossimilhança	52
4.1.1	Identificação da função de verossimilhança aumentada	53
4.2	Formulação da distribuição <i>a posteriori</i>	56
4.3	Simulações para modelo proposto	59
5	Alternativas computacionalmente mais eficientes para a PIN	64
5.1	Calibração dos valores iniciais	69
5.2	Dados necessários para a estimação da PIN	71
6	Abordagem bayesiana para o modelo LK	72
6.1	A construção do modelo LK bayesiano	73
6.2	Simulações do modelo LK bayesiano	76
6.3	Aplicações com dados reais para o modelo LK bayesiano	80
7	Conclusão	90
7.1	Possibilidades para estudos futuros	92
7.2	Limitações deste estudo	93
	Apêndices	95
A	Algoritmo de Metropolis-Hastings	95
B	Algoritmo de Metropolis-Hastings aplicado na log-<i>posteriori</i>	98
C	Programações utilizadas	100
C.1	Modelo EHO	100

C.1.1	Modelo EHO clássico	100
C.1.2	Modelo EHO Bayesiano - Com variáveis latentes	104
C.2	Modelo LK	110
C.2.1	Simulações do Modelo LK	110
C.2.2	Aplicação com dados reais do Modelo LK	118
Referências Bibliográficas		133

1 INTRODUÇÃO

Ao longo das últimas décadas, o estudo da assimetria de informação tem sido um dos grandes escopos teóricos no campo de finanças (AKERLOF, 1970; JENSEN; MECKLING, 1976; EASLEY; O'HARA, 1987; EISENHARDT, 1989; EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1997a; EASLEY; HVIDKJAER; O'HARA, 2010; ERSAN; ALICI, 2016). No mercado acionário, por exemplo, a assimetria informacional possui uma influência direta no volume de papéis comercializados (BROWN; HILLEGEIST; LO, 2004).

Em geral, para situações em que não existem anormalidades no mercado, a quantidade de compra e venda de ações de uma determinada instituição se dá de maneira equilibrada (EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1996a; EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1997a). Para cenários otimistas dessa instituição, espera-se que o volume de compras aumente. Em contrapartida, para cenários negativos espera-se um aumento no volume de vendas (EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1996a; EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1997a). Tal comportamento constitui um dos pilares do funcionamento do mercado acionário.

Situações em que existam ganhos associados ao comportamento abrupto da quantidade de papéis vendidos ou comprados, dão indícios da presença do uso indevido de informação privada, ou *insider trading* (DUARTE; YOUNG, 2009). Esse uso de informação privilegiada é ilegal no Brasil de acordo com artigo 27 da lei nº 6.385/1976, como destaca Martins, Paulo e Albuquerque (2013).

Uma das metodologias mais populares para mensurar a ocorrência de *insider trading* em um determinado ativo financeiro consiste no cálculo da probabilidade da existência de negociações com informação privilegiada, conhecida na literatura internaci-

onal por *PIN*. Tal medida é calculada a partir do modelo EHO: um modelo de micro-estrutura de mercado baseado em distribuições *poisson* proposto por Easley e O'hara (1987), Easley, Kiefer e O'HARA (1996a), Easley et al. (1996b), Easley, Kiefer e O'Hara (1997a), Easley, Kiefer e O'Hara (1997b), Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002).

Ao longo dos últimos 20 anos, diversos estudos tem utilizado a *PIN* como *proxy* para mensurar a ocorrência de *insider trading*. Essa medida tem sido utilizada, por exemplo, em campos de estudo envolvendo o desdobramento de ações (EASLEY; O'HARA; SAAR, 2001); no papel do anonimato no processo de negociação (GRAMMIG; SCHIERECK; THEISSEN, 2001); na relação entre risco de informação e retorno esperado de ativos (EASLEY; HVIDKJAER; O'HARA, 2002; EASLEY; HVIDKJAER; O'HARA, 2010), dentre outros.

Vale destacar ainda que a quantidade de estudos que tem utilizado a *PIN*, especialmente ao longo dos últimos dois anos, tem crescido bastante: Yan e Zhang (2014) analisaram a qualidade das estimativas da *PIN* e também evidenciaram sua relação com o retorno de ativos. Hu (2014) observou que firmas com altos valores para a *PIN* possuem alto poder preditivo nos retornos associados ao desequilíbrio das ordens de compra e venda de opções. Henry, Kisgen e Wu (2015) evidenciaram o relacionamento de vendas a descoberto com a probabilidade de informação privilegiada. Antoniou, Doukas e Subrahmanyam (2015) argumentam que o aumento de negociações realizadas por *traders* irracionais em períodos de otimismo econômico (que, em seu artigo, são representados por um baixo valor da *PIN*), sinaliza que tais *traders* tendem a investir em ativos de risco. Cesari e Huang-Meier (2015) sugerem um efeito positivo de retornos anormais de contratos futuros com elevados índices de informação assimétrica, medida em seu artigo pela *PIN*.

Nestes e em diversos outros estudos, a *PIN* é estimada por meio da maximização da função de verossimilhança do modelo EHO (EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1997a; EASLEY; HVIDKJAER; O'HARA, 2002). Entretanto, a comunidade acadêmica carece de estudos que forneçam outras alternativas para a estimação da probabilidade de negociações com informação privilegiada.

Uma alternativa para o cálculo da *PIN* consistiria na aplicação de técnicas de infe-

rência bayesiana em sua estimação. Tal fato poderia incorporar informações subjetivas de especialistas de mercado sobre a probabilidade de existirem negociações privilegiadas em um determinado ativo financeiro. O cálculo da *PIN* bayesiana, portanto, poderia oferecer uma vantagem competitiva em relação às estimativas clássicas.

Esta dissertação visa, portanto, fornecer uma solução bayesiana para o cálculo da probabilidade de informação privilegiada. O texto está estruturado da seguinte maneira: a seção 2 traz um breve referencial teórico sobre relacionamentos de agência e assimetria de informação, conceitos essenciais para o entendimento do modelo *PIN*, que é fundamentada ao final da referida seção. A seção 3 faz uma análise de conteúdo dos principais artigos que representam o estado da arte sobre a pesquisa acadêmica sobre *PIN*. Na seção 4 é proposto um modelo bayesiano para o modelo EHO. Devido à algumas dificuldades computacionais encontradas na implementação do modelo EHO (e conseqüentemente em sua proposta bayesiana), é apresentado na seção número 5 o modelo LK: uma alternativa clássica computacionalmente mais eficiente para se calcular a *PIN*. A seção 6, por sua vez, apresenta uma alternativa bayesiana para o modelo LK. A última seção conclui o texto retomando os principais resultados.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Teoria da Agência

A problemática da existência de negociações privilegiadas em um mercado qualquer está intimamente ligada ao escopo teórico da teoria da agência. Tal linha teórica se mostra essencial para o pleno entendimento dos conflitos de interesses envolvendo negociações com informações privadas.

De uma maneira geral, a teoria da agência considera que em qualquer tipo de organização, em todos os níveis de gestão, sempre há necessidade de se manter pessoas (agentes) com autoridade para tomar decisões, com vistas à consecução das finalidades propostas. Esses agentes são selecionados e recebem delegação para atuar em nome de outros (os principais) (JENSEN; MECKLING, 1976).

Sua fácil compreensão e aplicabilidade nos mais variados contextos tornaram essa teoria um escopo teórico bastante utilizado em diversas áreas do conhecimento, por exemplo economia (SPENCE; ZECKHAUSER, 1971), finanças (FAMA, 1980), *marketing* (BASU et al., 1985), contabilidade (DEMSKI; FELTHAM, 1978) e sociologia (WHITE, 1983).

2.1.1 Surgimento e escopo teórico da teoria da agência

Identificar com exatidão um único ponto no tempo para o surgimento da teoria da agência não é uma tarefa simples. Uma tarefa mais fácil, todavia, é apontar o período em que se deram os estudos motivadores para o escopo teórico em questão. Durante

os anos 1960 e o início da década de 1970, economistas exploraram o compartilhamento de risco entre indivíduos e grupos (ARROW, 1970; WILSON, 1968). Tais estudos abordaram o fato de que as pessoas apresentam diferentes posicionamentos quando estão expostos à um determinado risco (EISENHARDT, 1989).

Estudos subsequentes (ROSS, 1973) ampliaram a literatura sobre compartilhamento de risco e abordaram um conceito sociológico muito importante: o problema de agência. Tal problema, associado à divisão do trabalho, se dá quando existe diferentes objetivos entre as partes (agentes e principais) na realização de uma determinada atividade (JENSEN; MECKLING, 1976).

Tendo em vista que o problema de agência é amplamente encontrado no cotidiano organizacional, a teoria da agência descreve um relacionamento em que uma parte (principal) delega trabalho para outra parte (agente) que executa o trabalho proposto (EISENHARDT, 1989).

O principal escopo da teoria da agência está focado em resolver dois problemas que podem ocorrer nos relacionamentos de agência. O primeiro se dá quando os objetivos do principal e do agente são conflitantes. O segundo problema ocorre em função das diferentes atitudes que o principal e o agente possuem diante do compartilhamento de riscos (EISENHARDT, 1989). Ou seja, o principal e o agente podem ter diferentes atitudes para uma determinada situação em função das suas diferentes tolerâncias ao risco.

Como o relacionamento entre agentes e principais é discutido por meio da metáfora de um contrato (JENSEN; MECKLING, 1976), o foco de toda a teoria da agência está na determinação do contrato mais eficiente que possa gerir o relacionamento entre agente-principal dados os pressupostos ligados às pessoas, organizações e informações disponíveis (EISENHARDT, 1989).

Vale destacar que a construção desse contrato ótimo tem sido foco de estudo por duas grandes ramificações da teoria da agência dentro da literatura: a visão positivista e a ótica do agente-principal (FAMA; JENSEN, 1983). Ambas as linhas mantêm a metáfora do contrato como unidade de análise e também partilham de vários pressupostos indi-

viduais, organizacionais e informacionais (EISENHARDT, 1989). O que diferencia essas óticas é o seu rigor matemático, variáveis dependentes e o seu foco.

2.1.2 Teoria da agência positivista e a ótica do agente principal

A abordagem positivista da teoria da agência foca em duas características principais: (a) a identificação de situações em que os principais e os agentes são mais propensos a terem objetivos conflitantes e; (b) a descrição de mecanismos de governança que limitem o comportamento oportunista do agente (EISENHARDT, 1989). Além disso, os pesquisadores positivistas estudam especialmente, o relacionamento agente-principal de donos e gestores de grandes corporações (BERLE; MEANS, 1991)

A teoria da agência positivista foca nos mecanismos de governança que possam resolver o problema de agência nas organizações (FAMA; JENSEN, 1983). Duas proposições capturam esses mecanismos de governanças que a visão positivista se baseia. Uma proposição é o fato de que os contratos baseados em resultados são efetivos na contenção do comportamento oportunista dos agentes (JENSEN; MECKLING, 1976).

A segunda proposição é o fato de que os sistemas de informação também ajudam na contenção do comportamento oportunista do agente. Isso se dá pois tais sistemas informam o principal sobre o que o agente está de fato fazendo. Dessa forma, os agentes se sentem coibidos à enganarem os principais (EISENHARDT, 1989).

Diferentemente da abordagem positivista da teoria da agência, a ótica do agente-principal está interessada em uma teoria geral que descreva o relacionamento entre agentes e principais em diferentes esferas, não só no contexto de grandes corporações públicas (HARRIS; RAVIV, 1979).

Essa abordagem, portanto, possui um foco mais amplo e um maior interesse em implicações teóricas gerais. Tal fato faz com que a ótica do agente-principal apresente diversas implicações que podem ser empiricamente verificadas (EISENHARDT, 1989)

É importante ressaltar que a visão positivista da teoria da agência e a sua ótica

do agente-principal se complementam: na primeira é identificada várias alternativas de contrato entre agentes e principais; na segunda visão o foco está em qual contrato é o mais eficiente sobre alguns níveis de informação, incerteza e aversão ao risco. Para um maior detalhamento consulte o artigo seminal de Eisenhardt (1989).

2.2 Assimetria de informação na teoria da agência

Conforme exposto até aqui, a estrutura básica da teoria da agência se dá no espelhamento das relações entre agentes e principais com objetivos diferentes e diferentes aversões ao risco. Ou seja, a teoria da agência é essencialmente baseada na existência de assimetria de informação entre as partes.

As implicações da assimetria de informação num mercado qualquer foram inicialmente analisadas por Akerlof (1970) no mercado americano de carros usados. De uma maneira geral, o autor fundamenta que um vendedor de carros usados conseguirá realizar sua transação por um preço mais elevado se não dispor as informações das limitações que o carro possui para um possível comprador.

Num contexto de relacionamento de agência, a assimetria de informação pode ser entendida como o processo em que nem todos os fatos relacionados à uma determinada transação são conhecidos pelas partes que envolvem essa transação – agente e principal – (HENDRIKSEN; BREDÁ, 1999). Dito em outras palavras, a assimetria informacional ocorre quando uma das partes não dispõe dos detalhes necessários para observar se os termos do contrato proposto são mutualmente aceitáveis e serão implementados (MILGROM, 1992).

Sob uma ótica *top-down*, a assimetria de informação proporciona ao principal um desconhecimento do modelo informacional que o agente dispõe (FAMA; JENSEN, 1983; JENSEN; MECKLING, 1976). De forma contrária, a assimetria informacional também pode ocasionar o oposto: existe a possibilidade de que o agente possua um desconhecimento do modelo informacional disposto pelo principal (SHLEIFER; VISHNY, 1997)

Sendo assim, a teoria da agência fundamenta-se na assimetria de informação existente entre agente e principal. A informação assimétrica existente entre as partes é o que motiva o comportamento oportunista entre as partes (EISENHARDT, 1989)

Num contexto financeiro, diversos mercados são marcados pela diferença de informação entre compradores e vendedores (BREALEY; LELAND; PYLE, 1977). Nos mercados financeiros, a assimetria de informação é particularmente perceptível, pois tomadores de capital tipicamente conhecem melhor suas garantias, habilidades e integridade moral do que os credores (MARTINS; PAULO; ALBUQUERQUE, 2013). Em função da existência de mercados informacionais fortemente influenciados pela assimetria de informação, a negociação por meio de informações privilegiadas (*insider trading*) se torna uma realidade inevitável.

2.3 Insider trading

O termo *insider* é usado no mercado de capitais para se referir à controladores, administradores, gestores e demais agentes componentes da alta gestão de uma empresa, os quais geralmente possuem informações privadas que podem lhes proporcionar vantagens na negociação de ações da companhia. Em contrapartida, o termo *outsider* se refere aos acionistas minoritários, desprovidos de informação privada da empresa. Essa informação privilegiada, denominada na literatura internacional por *inside information*, é capaz de causar impactos nos preços e retornos de ativos quando usada de maneira indevida (MARTINS; PAULO; ALBUQUERQUE, 2013).

No mercado de capitais a utilização da informação privada sobre uma instituição, por parte de pessoas que por exercício profissional dispõem de informações privilegiadas, é designada por *insider trading* (EIZIRIK, 1983). Esse processo se dá essencialmente quando a informação privilegiada é utilizada para transacionar ações antes que tal informação chegue ao público geral (COHEN; MALLOY; POMORSKI, 2012).

Sendo assim, o *insider* é aquele que compra ou vende ações de uma instituição a preços que não estejam refletindo os efeitos da informação privilegiada que é de seu co-

nhecimento exclusivo, podendo se beneficiar do processo de emissão de novos papéis (MARTINS; PAULO; ALBUQUERQUE, 2013).

De acordo com os expostos de Leal e Amaral (1990), Martins (2012, p. 50) postula que “o *insider* pode observar que seus títulos estão superavaliados no mercado e julgar que esse é o momento adequado para a emissão pública de novas ações da firma. Do outro lado, o investidor, que não tem acesso à mesma informação privilegiada, ajusta para baixo o valor de mercado da empresa se suspeitar que essa seja a razão para a emissão das novas ações. Dessa forma, o período que antecede a emissão das ações é caracterizado por seu desempenho superior ao mercado que, motivado pelo fluxo de novas informações sobre a firma, pode causar uma valorização de seus papéis”.

Tendo em vista esses fatos, Cohen, Malloy e Pomorski (2012) destaca que os *insiders*, por terem acesso especial à informações privilegiadas, devem ter suas atividades comerciais regidas por maiores mecanismos de controle, regulação e restrição. Cargos e Barbosa (2006) vão além: segundo os autores a prática de *insider trading* é considerada ilegal porque os *insiders* quebram o contrato de deveres fiduciários de cuidar dos interesses dos acionistas para cuidar dos próprios interesses como gerentes, empresários ou trabalhadores de uma empresa. Tal argumento é fundamentado na idéia de que os *insiders* podem ser processados por violar suas responsabilidades fiduciárias para com os seus acionistas, caso negociem com informações materiais não-públicas antes do anúncio público da informação (SEYHUN, 1986).

Essas informações levam a crer que a prática de *insider trading* deve ser combatida. Eizirik (1983) propõe duas razões para combater tal prática: uma razão econômica e outra ética. A visão econômica está ligada à eficiência na determinação dos títulos negociados no mercado de capitais sob o pressuposto da ampla divulgação de informações. Tais informações devem ser acessíveis a todos ao mesmo tempo, sem que as pessoas internas à organização possam utilizá-la em proveito próprio ou de outrem, antes de sua divulgação. A razão ética para o combate ao *insider trading* consiste no desequilíbrio entre a posição ocupada pelo *insider* e a ocupada pelos demais participantes do mercado, sendo eticamente condenável a realização de lucros em função única

e exclusiva do acesso e da utilização privilegiada de informações por parte do *insider*.

No Brasil, conforme destaca Comparato e Filho (2014), a Lei de Sociedade por Ações (Lei nº 6.404 de 15 de dezembro de 1976) foi uma das primeiras medidas para a reformulação do mercado de capitais que restringisse a prática de *insider trading*. Tal lei introduziu o princípio de informação completa (*full disclosure*) ao mercado e esse princípio passou a ser um dos fundamentos do sistema normativo das empresas brasileiras. Além disso, tal lei estabeleceu algumas das responsabilidades do *insider*, tratado no texto jurídico como o administrador da instituição. O artigo 155 da referida lei trata sobre a lealdade do administrador e postula o seguinte:

Art. 155. O administrador deve servir com lealdade à companhia e manter reserva sobre os seus negócios, sendo-lhe vedado:

I - usar, em benefício próprio ou de outrem, com ou sem prejuízo para a companhia, as oportunidades comerciais de que tenha conhecimento em razão do exercício de seu cargo;

II - omitir-se no exercício ou proteção de direitos da companhia ou, visando à obtenção de vantagens, para si ou para outrem, deixar de aproveitar oportunidades de negócio de interesse da companhia;

III - adquirir, para revender com lucro, bem ou direito que sabe necessário à companhia, ou que esta tencione adquirir.

§ 1º Cumpre, ademais, ao administrador de companhia aberta, guardar sigilo sobre qualquer informação que ainda não tenha sido divulgada para conhecimento do mercado, obtida em razão do cargo e capaz de influir de modo ponderável na cotação de valores mobiliários, sendo-lhe vedado valer-se da informação para obter, para si ou para outrem, vantagem mediante compra ou venda de valores mobiliários.

§ 2º O administrador deve zelar para que a violação do disposto no § 1º não possa ocorrer através de subordinados ou terceiros de sua confiança.

§ 3º A pessoa prejudicada em compra e venda de valores mobiliários, contratada com infração do disposto nos §§ 1º e 2º, tem direito de haver do infrator indenização por perdas e danos, a menos que ao contratar já conhecesse a informação.

§ 4º É vedada a utilização de informação relevante ainda não divulgada, por qualquer pessoa que a ela tenha tido acesso, com a finalidade de auferir vantagem, para si ou para outrem, no mercado de valores mobiliários. (Incluído pela Lei nº 10.303, de 2001). (BRASIL, 1976, p.1).

É explícito no parágrafo primeiro no referido artigo da Lei de Sociedade por Ações o cuidado que o administrador deve ter ao se deparar com informações privilegiadas,

sendo-lhe proibido o uso dessa informação privilegiada para obter qualquer tipo de ganho ou vantagem.

O uso indevido de informação privilegiada por administradores e acionistas também é previsto pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM) em sua instrução nº 31, de 8 de fevereiro de 1984:

Art. 10 - É vedado aos administradores e acionistas controladores de companhia aberta valerem-se de informação à qual tenham acesso privilegiado, relativa a ato ou fato relevante ainda não divulgado ao mercado, nos termos dos artigos 2º e 7º desta Instrução, para obter, para si ou para outrem, vantagem mediante negociação com valores mobiliários.

Art. 11 - É vedada, como prática não equitativa, a negociação com valores mobiliários realizada por quem quer que, em virtude de seu cargo, função ou posição, tenha conhecimento de informação relativa a ato ou fato relevante antes de sua comunicação e divulgação ao mercado.

Parágrafo único - A mesma vedação aplica-se a quem quer que tenha conhecimento de informação referente a ato ou fato relevante, sabendo que se trata de informação privilegiada ainda não divulgada ao mercado.

Art. 12 - Cabe, ainda, aos administradores zelar para que subordinados a terceiros de sua confiança: I - guardem sigilo sobre informações relativas a ato ou fato relevante às quais tenham acesso privilegiado; II - não se utilizem daquelas informações para obter, para si ou para outrem, vantagem mediante negociação com valores mobiliários. (CVM, 1984).

Embora a Lei de Sociedade por Ações previsse o cuidado que se deve ter ao se deparar com informações de caráter privado, a criminalização do uso de informação privilegiada no mercado de ações brasileiro só ocorreu por meio da Lei nº 10.303 de

31 de outubro de 2001, no artigo 27-D, Capítulo VII-B, que trata de crimes contra o mercado de capitais. Conforme destacam Martins e Paulo (2014), essa lei, entre outras disposições, veio a incluir o referido artigo da Lei nº 6.385, de 7 de setembro de 1976, que regulamenta o mercado de valores mobiliários no Brasil. Tal lei define indevido uso de informação privilegiada e sua penalização como,

Art. 27-D. Utilizar informação relevante ainda não divulgada ao mercado, de que tenha conhecimento e da qual deva manter sigilo, capaz de propiciar, para si ou para outrem, vantagem indevida, mediante negociação, em nome próprio ou de terceiro, com valores mobiliários:
Pena – reclusão, de 1 (um) a 5 (cinco) anos, e multa de até 3 (três) vezes o montante da vantagem ilícita obtida em decorrência do crime.
(BRASIL, 1976, Art. 27-D).

De acordo com as normas e leis discutidas previamente, a prática de *insider trading* é ilegal no Brasil. Além de ser ilegal, Martins (2012, p. 54) traz um argumento de Camargos, Romero e Barbosa (2008) postulando que “no contexto brasileiro, em que o mercado está em desenvolvimento e caminha para a sua consolidação como um dos principais centros mundiais de negociação de títulos, a prática de *insider trading* pode ocasionar um atraso nessa trajetória, haja vista a crescente participação de investidores estrangeiros e de pessoas físicas em sua principal bolsa de valores, a BMF&BOVESPA”.

Diante das informações expostas é possível notar que a prática de *insider trading* transgride padrões éticos, morais e legais vigentes na conjuntura das negociações existentes no mercado de capitais. Portanto, o desenvolvimento de metodologias que possam evidenciar negociações realizadas sob informações privilegiadas se mostra bastante relevante.

2.4 Probabilidade de negociações com informações privilegiadas (PIN)

Uma das principais metodologias que evidencia uma formulação matemática para a ocorrência de negociações privilegiadas em um mercado competitivo consiste na *PIN*. Durante o final da década de 1980 e ao longo dos anos 1990, uma série de *papers* foram publicados apresentando a fundamentação teórica de um modelo de microestrutura de mercado capaz de evidenciar a existência de negociações sob informações privilegiadas no mercado acionário americano (EASLEY; O'HARA, 1987; EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1996a; EASLEY et al., 1996b; EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1997a; EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1997b; EASLEY; HVIDKJAER; O'HARA, 2002).

Em função de sua sólida formulação teórica, a *PIN* tem sido bem aceita pela academia: de acordo com Nyholm (2002), tal medida tem sido adotada para uma variedade de interesses distintos, como o desdobramento de ações (EASLEY; O'HARA; SAAR, 2001), a relação entre risco de informação e retorno esperado de ativos (EASLEY; HVIDKJAER; O'HARA, 2002), o papel do anonimato no processo de negociação (GRAMMIG; SCHIERECK; THEISSEN, 2001) dentre outros.

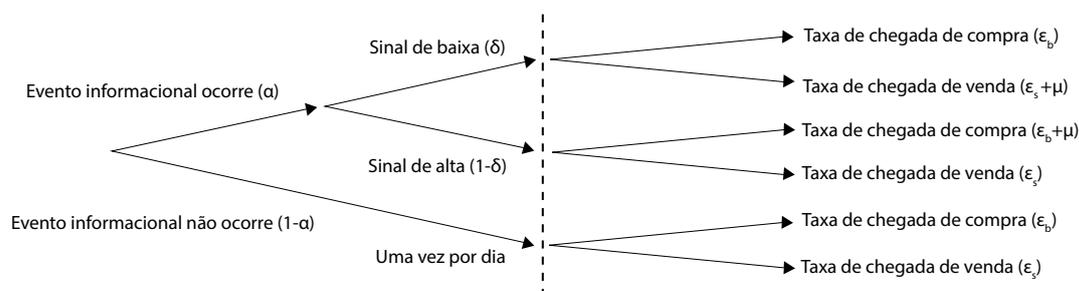
Além disso a quantidade de estudos que tem utilizado a *PIN*, especialmente ao longo dos últimos dois anos, tem crescido bastante: Yan e Zhang (2014) analisaram a qualidade das estimativas da *PIN* e também evidenciaram sua relação com o retorno de ativos. Hu (2014) observou que firmas com altos valores para a *PIN* possuem alto poder preditivo nos retornos associados ao desequilíbrio das ordens de compra e venda de opções. Henry, Kisgen e Wu (2015) evidenciaram o relacionamento de vendas a descoberto com a probabilidade de informação privilegiada. Antoniou, Doukas e Subrahmanyam (2015) argumentam que o aumento de negociações realizadas por *traders* irracionais em períodos de otimismo econômico (que, em seu artigo, são representados por um baixo valor da *PIN*), sinaliza que tais *traders* tendem a investir em ativos de risco. Cesari e Huang-Meier (2015) sugerem um efeito positivo de retornos anormais de contratos futuros com elevados índices de informação assimétrica, medida em seu

artigo pela *PIN*.

2.4.1 Pressupostos do modelo

Considere que um determinado ativo de risco seja negociado no mercado acionário num espaço de $i = 1, 2, \dots, N$ dias de negociação. Em cada um desses dias o tempo é contínuo e é indexado por $t \in [0, T]$. No início de cada dia de negociação, os ativos ofertados podem estar sob influência de algum evento informacional relevante que possa alterar o seu valor de mercado. Uma exemplificação gráfica de um típico dia de negociação é descrito na figura 2.1.

Figura 2.1: Diagrama de árvore do processo negocial



Fonte: Elaboração do autor.

Suponha que os eventos informacionais são independentemente distribuídos e ocorram com probabilidade α . Tais eventos podem advir de boas notícias que aumentem o preço do ativo com probabilidade $1 - \delta$ ou de más notícias que abaxiem o valor de mercado do ativo com probabilidade δ . Dito em outras palavras, considere a seguinte notação: seja I a ocorrência de um evento informacional e D a ocorrência de um sinal de baixa no preço das ações em um determinado dia de negociação. De acordo com o exposto, pode-se concluir que $P(I) = \alpha$; $P(D) = \delta$; $P(\bar{I}) = 1 - \alpha$ e $P(\bar{D}) = 1 - \delta$.

Dessa forma, seja V_i uma variável aleatória que indica o valor do ativo ao final dos dias de negociação $i = 1, 2, \dots, n$. Easley, Kiefer e O'Hara (1997a) explicam que tais

valores são naturalmente correlacionados, mas essa suposição não é levada em consideração na formulação do modelo *PIN*. Os autores optam, portanto, por condicionar o valor do ativo negociado com a natureza do seu dia de negociação. Ou seja, o valor do ativo condicionado ao i -ésimo dia de boas notícias (que fazem com que o preço do ativo aumente) possui um valor \bar{V}_i . De maneira semelhante, o valor do ativo condicionado a um dia de notícias ruins é \underline{V}_i . Além disso, o valor do ativo num dia i em que não exista a ocorrência de um evento informacional é V_i^* . Dessa forma, pode-se concluir que $\underline{V}_i < V_i^* < \bar{V}_i$.

É importante ressaltar que o processo de negociação do ativo em questão contempla tanto *traders* informados (aqueles que apresentam conhecimento de algum evento informacional em relação ao ativo-objeto) como *traders* desinformados. Sendo assim, suponha que a taxa de chegada das ordens de compra e venda do ativo em questão seja determinada por processos de *Poisson* independentes (EASLEY; O'HARA, 1987; EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1996a; EASLEY et al., 1996b; EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1997a; EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1997b; EASLEY; HVIDKJAER; O'HARA, 2002). Compradores e vendedores desinformados (isto é, aqueles que não possuem conhecimento do evento informacional que possa alterar o preço do ativo-objeto) apresentam uma taxa de chegada de ϵ_b e ϵ_s , respectivamente.

Os *traders* informados, por outro lado, apresentam um comportamento diferente. Assumindo que tais agentes apresentam neutralidade ao risco e são competitivos, pode-se inferir que o portador de uma ação que está precificada com um sinal de alta irá comprar mais papéis no intuito de maximizar seus ganhos. De maneira contrária, se o preço dessa ação apresentar um sinal de queda, o portador tenderá a vender seus ativos.

Sendo assim, é coerente admitir que as taxas de chegada de ordens de compra e venda de *traders* informados e desinformados sejam independentes (EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1997a). Por essa razão considere que *traders* informados chegam ao mercado com uma taxa μ .

O diagrama identificado na figura 2.1 indica como se dá um dia típico do processo

de negociação dos ativos aqui descritos. O primeiro nó do diagrama mostra a possibilidade de ocorrer um evento informacional que impacte o dia de negociação em questão. A presença desse evento pode impactar o preço das ações negociadas: notícias promissoras e otimistas provocam um sinal de alta no preço dos papéis enquanto que más notícias acarretam um sinal de baixa no preço desses papéis. Dessa forma, a linha pontilhada na figura 2.1 indica três diferentes conjunturas que os compradores e vendedores dos papéis negociados irão enfrentar. Ou seja, tais ativos podem ser negociados em dias em que não haverá evento informacional, dias em que o evento informacional poderá aumentar o preço de mercado da ação ou dias em que tal evento abaixe o preço de mercado dessas ações.

Um dia de negociação marcado pela inexistência de eventos informacionais apresentará ordens de compra e de venda modeladas por um processo de Poisson com uma taxa de chegada de ε_b e ε_s , respectivamente.

Para dias em que haja a existência de um evento informacional, *traders* desinformados continuarão a operar no mercado de acordo com as suas expectativas pessoais e a taxa de chegada das suas ordens de compra e venda será de ε_b e ε_s , respectivamente (EASLEY; HVIDKJAER; O'HARA, 2002). Por outro lado *traders* informados irão operar em conformidade com as informações privilegiadas que possuem. Por exemplo, dias marcados por um evento informacional que abaixe o valor de mercado de um ativo motivará *traders* informados a venderem as suas ações. Portanto a taxa de chegada de ordens de venda de ações neste dia será $\varepsilon_s + \mu$. Note que essa taxa de chegada leva em consideração as vendas das ações provenientes de negociadores que possuem informação privilegiada e de negociadores que não as possuem.

Por outro lado, dias em que ocorra um evento informacional que aumente o valor de mercado de um ativo motivará *traders* informados a comprar mais ações. Dessa forma, a taxa de chegada de ordens de compra de ações neste dia será de $\varepsilon_b + \mu$ (contemplando novamente negociadores informados e desinformados).

Tendo em vista as informações até aqui expostas, Easley e O'hara (1987), Easley, Kiefer e O'HARA (1996a), Easley et al. (1996b), Easley, Kiefer e O'Hara (1997a), Easley,

Kiefer e O'Hara (1997b), Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002) propuseram um modelo que identificasse a probabilidade de ocorrência de negociações privilegiadas em um mercado acionário:

$$PIN = \frac{\alpha\mu}{\alpha\mu + \varepsilon_b + \varepsilon_s} \quad (2.1)$$

A intuição da *PIN* é relativamente simples de ser entendida. A equação 2.1 indica a razão das taxas de chegada das ordens de negociação de *traders* informados em relação às taxas de chegadas de todas as ordens. Ou seja, é a fração das ordens que são provenientes de *traders* informados e tem sido entendida na literatura como uma *proxy* para a probabilidade da existência de negociações com informações privilegiadas.

2.4.2 Cálculo dos parâmetros do modelo

Embora o cálculo da *PIN* seja constituído por uma simples operação matemática, a identificação do vetor de parâmetros $\theta = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$ que compõem o modelo não se dá de forma direta. Isso ocorre pois não se pode observar diretamente a chegada de eventos informacionais ou negociações que são influenciadas pelos componentes do vetor .

Os parâmetros α e δ determinam a probabilidade de três eventos que não são diretamente observáveis (inexistência de eventos informacionais, existência de eventos informacionais que aumentem o preço de mercado da ação e de eventos que diminuam seu preço). Os outros parâmetros são referentes às taxas de chegada de *traders* informados e desinformados. Tais parâmetros também não são diretamente observados: é possível observar as quantidades de ordens de compra e de venda, mas não se pode identificar quais ordens são provenientes de negociadores informados ou desinformados.

Dessa forma, como as variáveis observáveis consistem nas ordens de compra e venda um ativo, são elas que viabilizam a criação de um modelo estrutural para estimar

os parâmetros da *PIN*.

De acordo com os estudos de Easley e O'hara (1987), Easley, Kiefer e O'HARA (1996a), Easley et al. (1996b), Easley, Kiefer e O'Hara (1997a), Easley, Kiefer e O'Hara (1997b), Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002) e conforme destacado anteriormente na seção 2.4.1, as ordens de compra e venda seguem um dos três processos de *Poisson* exemplificados pelas conjunturas informacionais presentes na figura 2.1. Embora não se saiba qual cenário que estará operando em cada dia de negociação, sabe-se que os dados das transações realizadas refletem a estrutura informacional presente: mais compras são esperadas em dias com notícias promissoras sobre um determinado papel e espera-se mais vendas para os dias em que as notícias não forem favoráveis (EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1997b). Semelhantemente, nos dias isentos de eventos informacionais não haverá *traders* informados no mercado e menos transações serão realizadas. Sendo assim, os componentes do vetor θ são estimados por meio de um modelo de mistura ponderado pelas três diferentes conjuras informacionais observadas no processo de negociação identificado na figura 2.1.

Para uma construção inicial do modelo, considere um dia de negociação marcado por um evento informacional que provoque um sinal de baixa no preço das ações. As ordens de venda irão chegar a uma taxa de chegada de $\varepsilon_s + \mu$, refletindo que *traders* informados e desinformados venderão seus papéis. As ordens de compra chegarão a uma taxa $\varepsilon_b + \mu$ tendo em vista que somente *traders* desinformados comprarão mais ativos num cenário negativo. Tais taxas, conforme destaca Easley e O'hara (1987), Easley, Kiefer e O'HARA (1996a), Easley et al. (1996b), Easley, Kiefer e O'Hara (1997a), Easley, Kiefer e O'Hara (1997b), Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002) são regidas por distribuições de *Poisson* independentes.

Logo, a probabilidade de se observar uma sequência de B compras e S vendas em um cenário informacional negativo (sob a influência de um sinal de baixa) é dada por

$$P(B, S | D, I) = \frac{e^{-\varepsilon_b} \varepsilon_b^B e^{-(\varepsilon_s + \mu)} (\varepsilon_s + \mu)^S}{B! S!}. \quad (2.2)$$

De maneira semelhante, a probabilidade de se observar uma sequência de B compras e S vendas em um cenário informacional positivo (sinal de alta) é

$$P(B, S | \bar{D}, I) = \frac{e^{-(\epsilon_b + \mu)} (\epsilon_b + \mu)^B e^{-\epsilon_s} \epsilon_s^S}{B! S!}. \quad (2.3)$$

Para dias em que não ocorra eventos informacionais, a probabilidade em questão é identificada como

$$P(B, S | \bar{I}) = \frac{e^{-\epsilon_b} \epsilon_b^B e^{-\epsilon_s} \epsilon_s^S}{B! S!}. \quad (2.4)$$

A probabilidade de se observar B compras e S vendas em um dia qualquer é dada pela média ponderada das equações (2.2), (2.3) e (2.4) levando em consideração a probabilidade de ocorrência dos três cenários informacionais descritos anteriormente. Sendo assim, de acordo com a figura 2.1 e com os eventos I e D descritos na seção anterior, as probabilidades de ocorrência de dias sem eventos informacionais, dias com eventos informacionais de cenários positivos e dias com eventos informacionais de cenários negativos é dada por $P(\bar{I}) = 1 - \alpha$, $P(I, D) = \alpha\delta$ e $P(I, \bar{D}) = \alpha(1 - \delta)$, respectivamente. Portanto, a probabilidade de se observar B compras e S vendas em um dia qualquer é dada por:

$$P(B, S) = P(B, S | \bar{I})P(\bar{I}) + P(B, S | D, I)P(D, I) + P(B, S | \bar{D}, I)P(\bar{D}, I). \quad (2.5)$$

Pela independência dos eventos, a equação (2.5) pode ser reescrita como

$$P(B, S) = P(B, S | \bar{I})P(\bar{I}) + P(B, S | D, I)P(D)P(I) + P(B, S | \bar{D}, I)P(\bar{D})P(I). \quad (2.6)$$

Com base no resultado das equações (2.2), (2.3) e (2.4) e nas probabilidades dos

eventos descritos, a expressão (2.6) pode ser identificada por:

$$\begin{aligned}
 P(B, S) = & (1 - \alpha) \frac{e^{-\varepsilon_b} \varepsilon_b^B e^{-\varepsilon_s} \varepsilon_s^S}{B!S!} + \alpha \delta \frac{e^{-\varepsilon_b} \varepsilon_b^B e^{-(\varepsilon_s + \mu)} (\varepsilon_s + \mu)^S}{B!S!} \\
 & + \alpha(1 - \delta) \frac{e^{-(\varepsilon_b + \mu)} (\varepsilon_b + \mu)^B e^{-\varepsilon_s} \varepsilon_s^S}{B!S!}.
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Dessa forma, com base na probabilidade acima (também conhecida na literatura por modelo EHO), o cálculo da *PIN* se resume à um problema de otimização numérica.

3 O ESTADO DA ARTE DOS ESTUDOS SOBRE PIN

A fim de analisar a produção científica recente sobre o estudo do cálculo da probabilidade de informação privilegiada, foi realizada uma análise do conteúdo dos *abstracts* dos artigos mais relevantes do escopo teórico entre os anos de 2005 e 2015. Tal técnica consiste em “um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando a obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção recepção (variáveis inferidas) destas mensagens” (BARDIN; BARDIN, 1977).

A relevância dos artigos selecionados foi aferida por meio do número de citações que tais estudos obtiveram até o dia 30 de setembro de 2015. A escolha do número de citações como uma *proxy* da relevância de estudos econômicos se mostra um bom critério de seleção conforme destaca Liebowitz e Palmer (1984).

O estudo bibliométrico ocorreu basicamente duas etapas, descritas a seguir:

1ª etapa – seleção dos artigos

Optou-se por selecionar os artigos por meio de palavras-chave que estejam intimamente relacionadas ao domínio de estudo da *PIN*. Como o intuito desta análise de conteúdo está na produção científica sobre o a *PIN* no cenário internacional, foram utilizadas palavras em inglês para a busca dos artigos. As palavras-chave utilizadas foram *probability of informed trading*, *insider trading*, *private information* e *bayesian inference* e consistiram no mecanismo de categorização *a priori* de todo o corpus de texto analisado.

É importante ressaltar que, a fim de evitar resultados que fugissem do campo de estudo de negociações financeiras, todas as palavras-chave foram buscadas em periódicos de finanças.

Dessa forma, o processo de escolha das palavras-chave se mostrou bastante coerente com a regra da homogeneidade de análise de conteúdo. Conforme destaca Franco (2008), tal princípio reside em se analisar documentos que sigam critérios precisos de escolha e não apresentem demasiada singularidade que extrapole os objetivos previamente definidos.

É importante ressaltar também que a regra da representatividade da análise de conteúdo também foi atendida. Franco (2008) destaca que “a análise pode efetuar-se em uma amostra, desde que o material a ser analisado seja demasiadamente volumoso”. Dessa maneira, a busca das palavras-chave listadas anteriormente resultou numa amostra de 196 artigos que serviram de apoio para a extração dos dados posteriormente analisados.

2ª etapa – análise dos dados

Após a composição da amostra dos 196 artigos, foram realizadas análises estatísticas descritivas acerca da quantidade de citações por palavra-chave. Tal análise foi feita para se ter uma noção geral da relevância dos artigos encontrados para cada sessão das palavras analisadas. Além da análise descritiva, o conteúdo dos artigos selecionados foi verificado por meio da análise de *word clouds* (nuvens de palavras) de seus resumos. Os resultados foram dispostos em função das palavras-chave que cada artigo estava associado. Conforme destacam McNaught e Lam (2010), as *word clouds* se mostram uma ferramenta de análise bastante versátil, destacando padrões e direções para possíveis análises futuras. O seu uso, portanto, torna bastante enriquecedora a análise de conteúdo dos artigos sobre probabilidade de negociação com informação privilegiada.

Ao término da análise das *word clouds* foi realizado uma análise visual do relacionamento dos artigos que tratam sobre o cálculo da *PIN* com um dos seus artigos

seminais. Tais análises forneceram um panorama geral de como está o campo teórico em questão.

3.1 Resultados

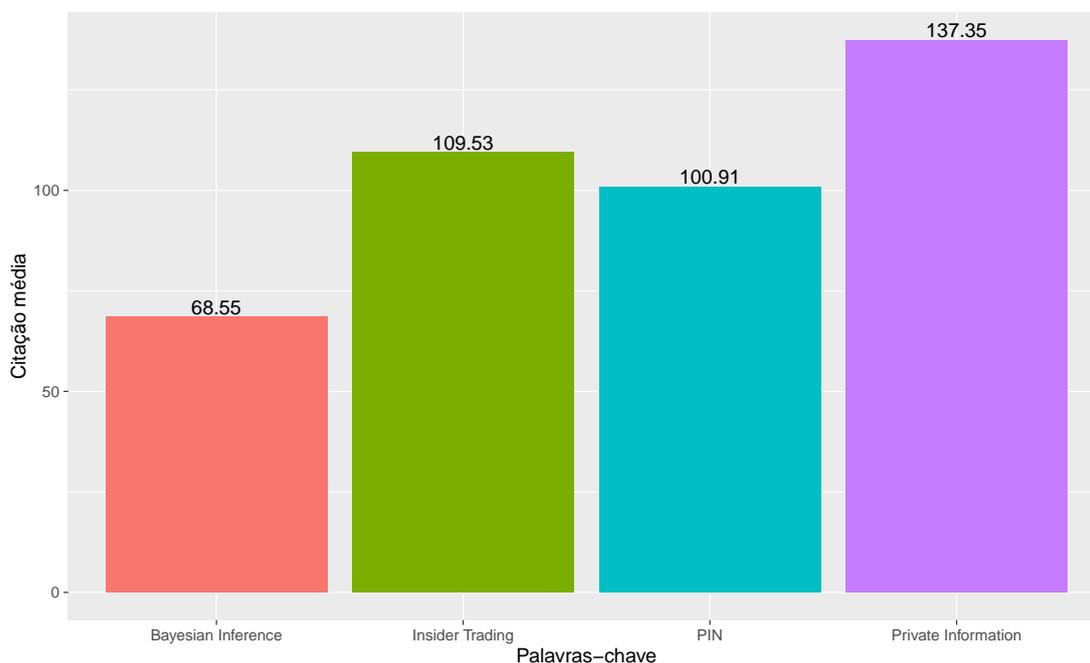
3.1.1 Análises descritivas

Conforme destacado na metodologia, os 50 artigos analisados foram buscados em função de algumas palavras-chave. A proporção de artigos por palavra-chave é disposta na tabela a seguir:

Tabela 3.1: Proporção da quantidade de palavras-chave na amostra

Palavra-chave	Frequência	Frequência relativa
<i>Probability of informed trading</i>	76	38,8%
<i>Insider trading</i>	40	20,4%
<i>Informed trading</i>	40	20,4%
<i>Bayesian inference</i>	40	20,4%
Total	40	20,4%

Tendo em vista que o objetivo principal da análise bibliométrica em questão é analisar o escopo teórico do cálculo da probabilidade de negociação com informação privilegiada, é de se esperar que a palavra chave *probability of informed trading* tenha recebido uma maior participação na amostra. Isso pode ser verificado com base nas informações da tabela 3.1: os artigos relacionados à *probability of informed trading* contabilizaram 38,8% dos artigos analisados. Os artigos relacionados à *insider trading*, *informed trading* e *bayesian inference* contabilizaram, cada um, um total de 20,4% dos artigos na amostra. Para verificar como se deu a citação média dos artigos por grupo de palavra-chave, considere o gráfico a seguir:

Figura 3.1: Citação média dos artigos de cada grupo de palavra-chave

Fonte: Elaboração do autor.

De acordo com os dados dispostos na figura 3.1, pode-se observar que os artigos analisados sob inferência bayesiana foram citados, em média, 68,55 vezes. Os artigos relacionados à probabilidade de negociação com informação privilegiada (abreviada por PIN no gráfico) possuíram uma média de 100,91 citações. Os artigos que possuíram uma maior citação média foram aqueles relacionados ao assunto de informação privada (média de 137,35 citações).

É importante ressaltar que o número médio de citações é uma medida que pode ser bastante influenciada por valores discrepantes. Dessa forma, para uma melhor compreensão do número de citações dos artigos considere a tabela a seguir:

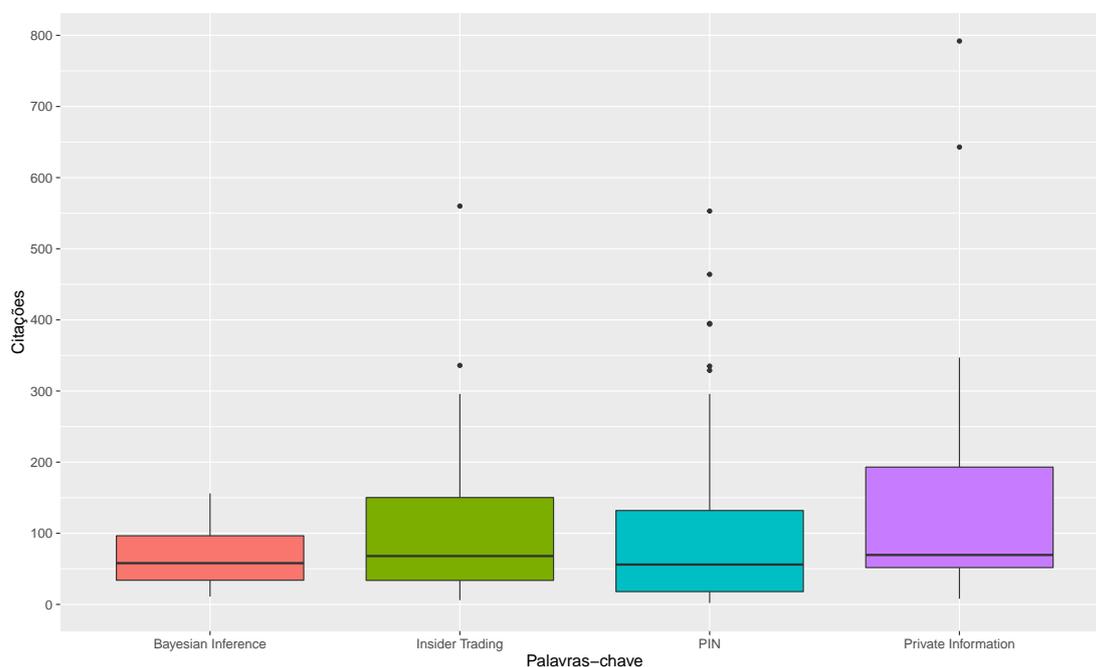
Com as informações do 1º quartil dos artigos relacionados à probabilidade de negociação com informação privilegiada, é possível perceber que 25% desses artigos não apresentam mais do que 18 citações e 75% desses artigos (3º quartil) não apresentam

Tabela 3.2: Estatísticas descritivas do número de citações dos artigos de cada grupo de palavra-chave

Medida	<i>Bayesian Inference</i>	<i>Insider Trading</i>	<i>Probability of informed trading (PIN)</i>	<i>Private information</i>
Mínimo	11,00	6,00	2,00	8,00
1º Quartil	34,00	33,75	18,00	51,75
Mediana	58,00	68,00	56,00	69,50
Média	68,55	109,50	100,90	137,40
3º Quartil	96,50	150,20	132,00	193,00
Máximo	156,00	560,00	553,00	792,00
Desvio Padrão	43,70	112,72	118,94	161,48

mais do que 132 citações.

Os dados da tabela 3.2 indicam também que o número de citações dos artigos das palavras-chave analisadas não se comporta de maneira homogênea. Ou seja, com base nas informações dos desvios padrões pode-se notar um grande desvio do número de citações dos artigos de cada palavra-chave em relação à média de citações dos papers de cada grupo. Essa heterogeneidade do número de citações evidencia que alguns artigos possuem uma maior relevância dentro de cada palavra-chave. Isso pode ser evidenciado no gráfico e na tabela que a seguir:

Figura 3.2: Boxplot do número de citação dos artigos analisados por palavra-chave

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 3.3: Artigos cujo o número de citações representou um outlier em relação ao seu grupo de palavras-chave

Título	Autor	Ano	Palavra-chave	Nº citações
Insider trading in credit derivatives	Acharya e Johson	2007	Insider trading	560
Earnings quality, insider trading and cost of capital	Aboody, Hughes e Liu	2005	Insider Trading	336
Price informativeness and investment sensitivity to stock price	Chen, Goldstein e Jiang	2007	Probability of Informed Trading (PIN)	553
Estimation and empirical properties of a firm-year measure of accounting conservatism	Khan e Watts	2009	Probability of Informed Trading (PIN)	464
Market frictions, price delay, and the cross-section of expected returns	Hou e Moskowitz	2006	Probability of Informed Trading (PIN)	395
Why is PIN priced?	Duarte e Young	2009	Probability of Informed Trading (PIN)	329
Heterogenous agent models in economics and finance	Hommes	2006	Private Information	792
Information asymmetry and financing arrangements: evidence from syndicated loans	Sufi	2007	Private Information	643

O boxplot e a tabela acima reiteram os dados mostrados previamente na tabela 3.2. Esse gráfico, entretanto, indica a presença de alguns artigos que são discrepantes em

relação aos demais artigos de seu grupo de palavras. Um exemplo disso é o artigo de Chen, Goldstein e Jiang (2007) que aborda a maneira como a medida de probabilidade de informação privilegiada está afeta positivamente os preços de ações no mercado acionário. Tal artigo possui o maior número de citações em comparação aos demais estudos sobre probabilidade de informação privilegiada.

No grupo de artigos marcados com a palavra-chave de informação privada (*private information*), destacam-se os artigos de Hommes (2006) e o artigo de Sufi (2007). Ambos os artigos, superaram a marca de 600 citações e se mostraram os estudos mais relevantes em finanças sobre informação privada no período de 2005 e 2015.

O grupo de artigos que trata sobre negociação com informação privilegiada (*insider trading*) apresentou dois artigos *outliers*: o estudo de Acharya e Johnson (2007) que trata sobre negociações com informação privilegiadas em derivativos de crédito e o estudo de Aboody, Hughes e Liu (2005) que descreve o relacionamento entre o ganho de firmas com o seu custo de capital e com as negociações sob informação privilegiadas.

3.1.2 Análises das *word clouds*

A fim de fazer uma análise do conteúdo dos resumos dos artigos da amostra, foram elaboradas algumas *word clouds*. Para uma compreensão inicial de todo o escopo teórico dos 196 artigos analisados, observe a figura abaixo:

Tabela 3.5: Frequência absoluta das palavras de maior recorrência na *Word Cloud* referente à palavra-chave *Bayesian Inference*

Palavra	Frequência
Model	139
Bayesian	54
Models	54
Data	50
Volatility	36
Approach	33
Risk	32
Interference	28
Methods	26

A proeminência das palavras *likelihood*, *copula*, *estimation*, *models*, *volatility*, *Monte Carlo*, *MCMC*, *financial*, *dependence* e *approach* exemplificam os grandes escopos da análise bayesiana em finanças: o estudo de cópulas em séries temporais financeiras, a aplicação de métodos multivariados sob a ótica bayesiana, a adaptação de métodos fundamentados na maximização da função de máxima verossimilhança para uma perspectiva bayesiana, o estudo de cadeias de Markov e as técnicas de simulação de Monte Carlo e MCMC.

É importante ressaltar que nas buscas da palavra-chave *bayesian inference* não foram encontradas nenhuma referência à análise negociação com informação privilegiada por meio de técnicas bayesianas.

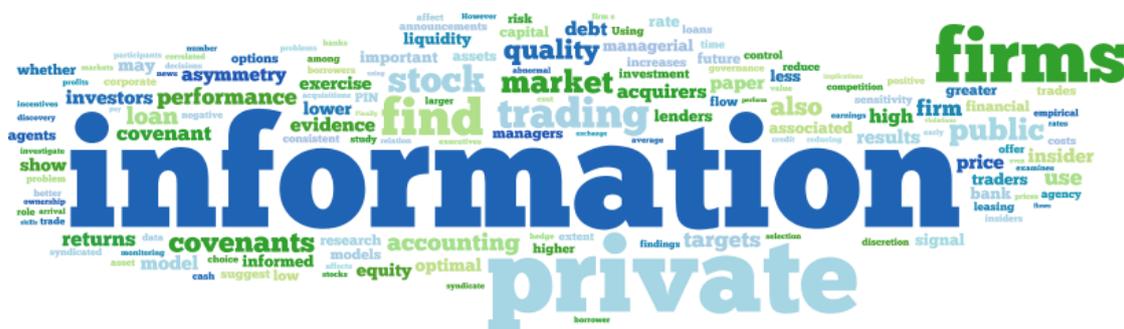
Para os resultados sobre os estudos relativos negociação com informação privilegiada considere as informações da sequência.

Os estudos analisados sobre informação privilegiada abordam essencialmente os ganhos ou perdas que firmas e mercados podem apresentar com a troca de informações privadas. Uma outra faceta desses estudos é o relacionamento desse tipo de assimetria de informação (a informação privilegiada) com a liquidez e o valor de ativos, bem como a presença de sanções para transações que apresentem negociações com informação privada.

Tais afirmações podem ser confirmadas por meio da análise visual da figura 3.5 e dos dados da tabela 3.6, pois os termos *firms*, *market*, *asymmetry*, *liquidity*, *stock* são alguns dos termos de maior recorrência.

Os resultados sobre os estudos relativos à informação privada são dispostos abaixo:

Figura 3.6: *Word Cloud* dos estudos analisados da palavra-chave *private information*



Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 3.7: Frequência absoluta das palavras de maior recorrência na *Word Cloud* referente à palavra-chave *private information*

Palavra	Frequência
Information	107
Private	70
Firms	67
Market	32
Trading	26
Public	21
Covenants	18
Performance	18
Quality	17

Os artigos relacionados à informação privada abordam essencialmente o relacionamento do efeito que a troca de informações particulares pode acarretar na performance dos diferentes contextos das firmas do mercado financeiro. Isso pode ser evidenciado com base na recorrência das palavras *information*, *private*, *market*, *trading* e das outras palavras dispostas na tabela 3.7.

Os principais tópicos dos estudos sobre probabilidade de negociação de informação privilegiada são dispostos a seguir.

Os estudos sobre probabilidade de negociação com informação privilegiada analisados possuem algumas características em comum: ambos possuem um caráter empírico e estimam a *PIN* de um mercado qualquer a fim de verificar como o valor da *PIN* (probabilidade de negociação com informação privilegiada) impacta na liquidez, volatilidade e retorno das ações comercializadas. Isso pode ser visualmente verificado ao se observar o destaque para as expressões *PIN*, *market*, *liquidity*, *return*, *volatility*, *stock* na figura 8 e na tabela 3.8.

Vale ressaltar que, em nenhum dos artigos analisados, não foram encontradas referências ao cálculo da *PIN* por meio de técnicas de inferência bayesiana. Todas as referências ao seu cálculo se deram por meio da maximização da função de verossimilhança do modelo EHO, disposto na metodologia.

3.1.3 Análises de redes

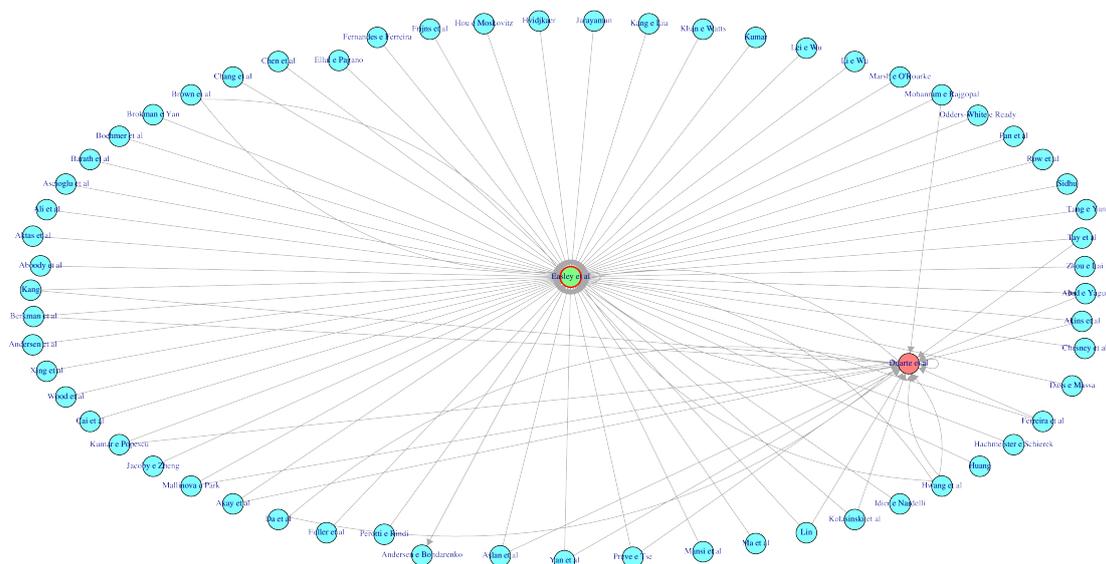
Conforme explanado na seção 2, a literatura sobre o cálculo da *PIN* tem se concentrado na maximização da função de verossimilhança do modelo EHO. Os estudos seminais de Easley e O'hara (1987), Easley, Kiefer e O'HARA (1996a), Easley et al. (1996b), Easley, Kiefer e O'Hara (1997a), Easley, Kiefer e O'Hara (1997b), Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002) foram os primeiros a abordar a temática com grande rigor teórico e com uma temática empírica bem delineada. Dessa forma, grande parte dos estudos sobre probabilidade de informação privilegiada fazem citação aos trabalhos do autor.

Um outro trabalho que tem ganhado destaque na comunidade acadêmica é o estudo conduzido por Duarte e Young (2009). Em seu estudo, os autores propõem uma extensão ao modelo EHO para o cálculo da *PIN*. Basicamente, os autores apresentam três novos parâmetros que podem ser adicionados ao modelo EHO. A maximização da função de verossimilhança do novo modelo proporciona o cálculo de uma probabilidade de negociação com informação privilegiada ajustada, ou *AdjPIN*. Maiores detalhes sobre a *AdjPIN* podem ser encontrados em Duarte e Young (2009, p. 127).

Para constatar o relacionamento dos artigos coletados sobre probabilidade de infor-

mação privilegiada com os estudos de Easley et. al. e Duarte e Young (2009), observe o gráfico de redes abaixo:

Figura 3.8: Relacionamento dos artigos analisados sobre PIN com os trabalhos de Easley et. a. e Duarte e Young (2009)



Fonte: Elaboração do autor.

A figura 3.8 indica como se relacionam os artigos analisados sobre probabilidade de informação privilegiada. Para uma visualização mais limpa, o ano dos artigos foi omitido do gráfico.

Percebe-se que os artigos sobre *PIN* coletados, em azul, não fazem referências ao conteúdo uns dos outros. Todos os artigos coletados fazem referência aos estudos seminais de Easley et. al., em verde; e 16 desses artigos fazem referência ao artigo de Duarte e Young (2009), em vermelho. Pode-se perceber também no gráfico, que o estudo de Duarte e Young (2009) faz uma referência a si próprio. Neste caso, trata-se da publicação de um artigo semelhante um ano antes.

A figura 3.8 reforça a ideia de que os estudos que abordam o cálculo da *PIN* se baseiam na metodologia proposta por Easley e O'hara (1987), Easley, Kiefer e O'HARA

(1996a), Easley et al. (1996b), Easley, Kiefer e O'Hara (1997a), Easley, Kiefer e O'Hara (1997b), Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002). Uma outra vertente, além de se basear nos estudos de Ealsey, se baseia na extensão metodológica que Duarte e Young (2009) propuseram. Entretanto, ambas as abordagens sobre o cálculo da probabilidade de negociação com informação privilegiada são fundamentadas nos conceitos de estatística clássica, sobretudo na maximização de uma função de verossimilhança (a função do modelo EHO).

3.1.4 Conclusões da análise de conteúdo

Com base nos resultados expostos neste estudo foi possível verificar que o campo de estudo do cálculo da probabilidade de negociações com informação privilegiada tem sido alvo de diversas discussões no cenário internacional do estudo de finanças. Os artigos analisados que abordam a temática do cálculo da *PIN* foram citados numa média de 100,90 trabalhos diferentes. Recebem destaque os estudos que verificam como o valor da *PIN* impacta na precificação, retorno, volatilidade e liquidez de ativos no mercado de capitais.

Conforme previamente discutido, os estudos vigentes sobre a *PIN* fazem o cálculo da probabilidade de negociação com informação privilegiada por meio de técnicas de estatística clássica. Tal cálculo tem sido fundamentado por meio dos estudos seminais realizados por Easley et al. (1996b) e na extensão desses estudos que Duarte e Young (2009) proporam.

Além disso, não existem referências, tanto amostra analisada como nas bases de publicações internacionais, ao cálculo da *PIN* por meio técnicas estatísticas de inferência bayesiana. Tal ótica, portanto, representa um campo promissor para estudos futuros, tendo em vista que modelos bayesianos podem agregar opiniões subjetivas de especialistas para a situação-problema.

4 ABORDAGEM BAYESIANA PARA A PIN

A utilização de técnicas de inferência bayesiana em estudos financeiros não consiste em uma ideia nova. Na década de 1970, Winkler (1973) propôs modelos bayesianos para auxiliar na previsão de preços futuros de títulos financeiros; Winkler e Barry (1975) incorporaram a metodologia bayesiana em modelos para a seleção de portfólios. No início dos anos 1990, Harvey e Zhou (1990) utilizaram inferência bayesiana na precificação de ativos financeiros.

O desenvolvimento de recursos computacionais observado, sobretudo, ao longo das últimas duas décadas tem popularizado as técnicas bayesianas. Alguns dos mais recentes estudos em finanças têm acompanhado tal tendência: Lopes e Tsay (2011) conjugaram técnicas de filtros de partículas e inferência bayesiana em estudos econométricos; Min e Czado (2010) analisaram retornos financeiros e taxas de *swap* por meio de uma análise bayesiana de cópulas pareadas; Virbickaite, Ausín e Galeano (2015) realizaram um levantamento dos métodos bayesianos para modelos GARCH univariados e multivariados. Maiores exemplos sobre o uso de técnicas bayesianas em estudos financeiros podem ser facilmente encontrados na literatura, como por exemplo em Negro, Hasegawa e Schorfheide (2016), Calvet e Czellar (2015), Feldkircher, Horvath e Rusnak (2014), Smith, Gan e Kohn (2012), Jacquier, Polson e Rossi (2012).

Tendo em vista a popularidade do uso de inferência bayesiana nos mais recentes estudos financeiros e, juntamente com os expostos da seção 3 que evidenciaram que a única alternativa para o cálculo da *PIN* consiste no arcabouço teórico clássico, este capítulo objetiva apresentar uma solução bayesiana para o modelo proposto por Easley

e O'hara (1987), Easley, Kiefer e O'HARA (1996a), Easley et al. (1996b), Easley, Kiefer e O'Hara (1997a), Easley, Kiefer e O'Hara (1997b), Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002).

Em linhas gerais, a tarefa de se calcular a *PIN* por meio de técnicas de inferência bayesiana consiste, essencialmente, em escolher distribuições a priori para os parâmetros do vetor $\theta = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$ e então combiná-las com a função de verossimilhança para um dia de negociação, evidenciada pela equação (2.7) (também conhecida na literatura por modelo EHO). Essa combinação gera uma distribuição a posteriori conjunta que é o principal insumo para o cálculo dos parâmetros $\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu$ a serem imputados na equação da *PIN*

$$PIN = \frac{\alpha\mu}{\alpha\mu + \varepsilon_b + \varepsilon_s}, \quad (4.1)$$

em que α indica a probabilidade de ocorrência de um evento informacional em um determinado dia de negociação; μ é a taxa de chegada de negociações sob informações privilegiadas; ε_b e ε_s são, respectivamente, a taxa de chegada de ordens de compra e venda de *traders* que não dispõem de informação privadas (EASLEY et al., 1996b).

4.1 Manipulações na função de verossimilhança

Dado um vetor de parâmetros $\theta = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$, tem-se pela equação (2.7) que a probabilidade de se observar B compras e S vendas em um dia de negociação qualquer é dada por:

$$P(B, S) = (1 - \alpha) \frac{e^{-\varepsilon_b} \varepsilon_b^B e^{-\varepsilon_s} \varepsilon_s^S}{B!S!} + \alpha \delta \frac{e^{-\varepsilon_b} \varepsilon_b^B e^{-(\varepsilon_s + \mu)} (\varepsilon_s + \mu)^S}{B!S!} + \alpha(1 - \delta) \frac{e^{-(\varepsilon_b + \mu)} (\varepsilon_b + \mu)^B e^{-\varepsilon_s} \varepsilon_s^S}{B!S!}. \quad (4.2)$$

Seja $(B_1, S_1), (B_2, S_2), \dots, (B_n, S_n)$ uma amostra aleatória de ordens de compras e vendas, respectivamente, do i -ésimo dia de negociação $i = 1, 2, \dots, n$. A função de

verossimilhança para n dias de negociação é identificada como

$$\begin{aligned}
 L(B_i, S_i | \theta) &= \prod_{i=1}^n P(B_i, S_i | \theta) \\
 &= \prod_{i=1}^n \left[(1 - \alpha) \frac{e^{-\varepsilon_b} \varepsilon_b^{B_i} e^{-\varepsilon_s} \varepsilon_s^{S_i}}{B_i! S_i!} + \alpha \delta \frac{e^{-\varepsilon_b} \varepsilon_b^{B_i} e^{-(\varepsilon_s + \mu)} (\varepsilon_s + \mu)^{S_i}}{B_i! S_i!} \right. \\
 &\quad \left. + \alpha (1 - \delta) \frac{e^{-(\varepsilon_b + \mu)} (\varepsilon_b + \mu)^{B_i} e^{-\varepsilon_s} \varepsilon_s^{S_i}}{B_i! S_i!} \right], \tag{4.3}
 \end{aligned}$$

em que $\theta = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$ e, B_i e S_i representam, respectivamente, a quantidade de ordens de compras e vendas no i -ésimo dia de negociação do ativo analisado.

Note que a verossimilhança (4.3) pode ser reescrita como:

$$L(B_i, S_i | \theta) = \prod_{i=1}^n \frac{F_{1i} + F_{2i} + F_{3i}}{B_i! S_i!} \tag{4.4}$$

em que:

$$F_{1i} = (1 - \alpha) e^{-\varepsilon_b} \varepsilon_b^{B_i} e^{-\varepsilon_s} \varepsilon_s^{S_i} \tag{4.5}$$

$$F_{2i} = \alpha \delta e^{-\varepsilon_b} \varepsilon_b^{B_i} e^{-(\varepsilon_s + \mu)} (\varepsilon_s + \mu)^{S_i} \tag{4.6}$$

$$F_{3i} = \alpha (1 - \delta) e^{-(\varepsilon_b + \mu)} (\varepsilon_b + \mu)^{B_i} e^{-\varepsilon_s} \varepsilon_s^{S_i}. \tag{4.7}$$

Perceba que as funções dadas pelas equações (4.3) e (4.4) representam produtos de somas. Para facilitar futuras manipulações algébricas é preferível se trabalhar com produtos de produtos. Tal processo pode ser viabilizado com o procedimento de dados aumentados adotado por Tanner e Wong (1987).

4.1.1 Identificação da função de verossimilhança aumentada

A metodologia de dados aumentados exposta por Tanner e Wong (1987) é bastante útil no tratamento algébrico de expressões como aquelas exemplificadas pela equação (4.4). O procedimento consiste em se adotar variáveis latentes na função de verossimilhança de forma que a estrutura probabilística do processo se mantenha coerente com

a proposta original. No problema aqui descrito, o referido procedimento consiste em se adotar variáveis latentes na função de verossimilhança (4.3) de forma a facilitar seu tratamento algébrico sem alterar a estrutura probabilística do modelo elencado por Easley et al. (1996b).

Sendo assim, a função de verossimilhança (equação (4.3)) exposta por Easley, Kiefer e O'HARA (1996a), Easley et al. (1996b), Easley, Kiefer e O'Hara (1997a), Easley, Kiefer e O'Hara (1997b), Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002) pode ser "aumentada" conforme argumentos apresentados na sequência.

Seja $\theta = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$ o vetor de parâmetros do modelo EHO. De acordo com a expressão (4.2) tem-se que, para o i -ésimo dia de negociação, $i = 1, 2, \dots, n$:

$$P(B_i, S_i | \theta) = \frac{F_{1i} + F_{2i} + F_{3i}}{B_i! S_i!}, \quad (4.8)$$

com F_{1i} , F_{2i} e F_{3i} dados pelas expressões (4.5), (4.6) e (4.7).

Além disso, seja $U_j = (U_{1i}, U_{2i}, U_{3i})$, $j = 1, 2, 3$; $i = 1, \dots, n$ um vetor de variáveis latentes que estejam associadas à cada uma das três diferentes conjunturas informacionais presentes no modelo proposto por Easley et al. (1996b),

$$U_j | B_i, S_i, \theta \sim Multi \left(1, \left(\frac{F_{1i}}{F_{1i} + F_{2i} + F_{3i}}, \frac{F_{2i}}{F_{1i} + F_{2i} + F_{3i}}, \frac{F_{3i}}{F_{1i} + F_{2i} + F_{3i}} \right) \right). \quad (4.9)$$

Da variável aleatória multinomial (identificada na equação anterior por *Multi*) tem-se que a densidade de probabilidade associada é dada por:

$$P(U_j | B_i, S_i, \theta) = \frac{1!}{U_{1i}! U_{2i}! U_{3i}!} \left(\frac{F_{1i}}{F_{1i} + F_{2i} + F_{3i}} \right)^{U_{1i}} \left(\frac{F_{2i}}{F_{1i} + F_{2i} + F_{3i}} \right)^{U_{2i}} \times \left(\frac{F_{3i}}{F_{1i} + F_{2i} + F_{3i}} \right)^{U_{3i}}. \quad (4.10)$$

Com base em (4.8), para apenas o dia de negociação i , $i = 1, 2, \dots, n$; tem-se que:

$$P(B_i, S_i, U_j | \theta) = P(B_i, S_i, | \theta) P(U_j | B_i, S_i, \theta) \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(F_{1i} + F_{2i} + F_{3i})}{B_i! S_i!} \left(\frac{F_{1i}}{F_{1i} + F_{2i} + F_{3i}} \right)^{U_{1i}} \left(\frac{F_{2i}}{F_{1i} + F_{2i} + F_{3i}} \right)^{U_{2i}} \\ &\quad \times \left(\frac{F_{3i}}{F_{1i} + F_{2i} + F_{3i}} \right)^{U_{3i}} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$= \frac{(F_{1i} + F_{2i} + F_{3i})}{B_i! S_i! (F_{1i} + F_{2i} + F_{3i})^{U_{1i} + U_{2i} + U_{3i}}} F_{1i}^{U_{1i}} F_{2i}^{U_{2i}} F_{3i}^{U_{3i}} \quad (4.13)$$

$$= \frac{F_{1i}^{U_{1i}} F_{2i}^{U_{2i}} F_{3i}^{U_{3i}}}{B_i! S_i!}. \quad (4.14)$$

Visto que $U_{1i} + U_{2i} + U_{3i} = 1$, $\forall i = 1, 2, \dots, n$; a expressão (4.14) representa a probabilidade aumentada para apenas um único dia de negociação de um determinado ativo. Analogamente, a verossimilhança aumentada para n dias de negociação pode ser escrita como

$$L(\mathcal{D} | \theta) = \prod_{i=1}^n \frac{F_{1i}^{U_{1i}} F_{2i}^{U_{2i}} F_{3i}^{U_{3i}}}{B_i! S_i!}, \quad (4.15)$$

em que $\mathcal{D} = (B, S, U_1, U_2, U_3)$ e $\theta = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$.

Assim, de acordo com (4.5), (4.6) e (4.7), a verossimilhança com dados aumentados

é dada por

$$L(\mathcal{D}|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{B_i!S_i!} \left[(1-\alpha)e^{-\varepsilon_b}\varepsilon_b^{B_i}e^{-\varepsilon_s}\varepsilon_s^{S_i} \right]^{U_{1i}} \left[\alpha\delta e^{-\varepsilon_b}\varepsilon_b^{B_i}e^{-(\varepsilon_s+\mu)}(\varepsilon_s+\mu)^{S_i} \right]^{U_{2i}} \right. \\ \left. \times \left[\alpha(1-\delta)e^{-(\varepsilon_b+\mu)}(\varepsilon_b+\mu)^{B_i}e^{-\varepsilon_s}\varepsilon_s^{S_i} \right]^{U_{3i}} \right\} \quad (4.16)$$

$$= \alpha^{\sum_{i=1}^n B_i(U_{2i}+U_{3i})} (1-\alpha)^{\sum_{i=1}^n U_{1i}} \delta^{\sum_{i=1}^n U_{2i}} (1-\delta)^{\sum_{i=1}^n U_{3i}} e^{-\varepsilon_b n} e^{-\varepsilon_s n} \\ \times \varepsilon_b^{\sum_{i=1}^n B_i(U_{1i}+U_{2i})} \varepsilon_s^{\sum_{i=1}^n S_i(U_{1i}+U_{3i})} e^{-\mu \sum_{i=1}^n (U_{2i}+U_{3i})} \\ \times (\varepsilon_b+\mu)^{\sum_{i=1}^n B_i U_{3i}} (\varepsilon_s+\mu)^{\sum_{i=1}^n S_i U_{2i}} \left(\prod_{i=1}^n \frac{1}{B_i!S_i!} \right), \quad (4.17)$$

em que $\mathcal{D} = (\mathbf{B}, \mathbf{S}, U_1, U_2, U_3)$ e $\boldsymbol{\theta} = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$.

Perceba que com a introdução de variáveis latentes, conforme a metodologia exposta por Tanner e Wong (1987), a equação (4.3) pode ser reescrita pelo produto identificado por (4.16) e simplificado na expressão (4.17).

4.2 Formulação da distribuição *a posteriori*

Consoante com os expostos teóricos de Easley, Kiefer e O'HARA (1996a), Easley et al. (1996b), Easley, Kiefer e O'Hara (1997a), Easley, Kiefer e O'Hara (1997b), Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002), a identidade (4.17) indica uma alternativa para a função de verossimilhança para n dias de negociação de um ativo qualquer dado por (4.3).

É importante ressaltar que tais equações são baseadas no vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta} = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$. Em que α indica a probabilidade de um evento informacional ocorrer em um determinado dia de negociação; δ representa a probabilidade desse evento informacional gerar um sinal de baixa no preço do ativo negociado; ε_b e ε_s indicam, respectivamente, a taxa de chegada de ordens de compra e venda de traders desinformados, e μ representa a taxa de chegada de traders portadores de informações privilegiadas.

Como α e δ são parâmetros que indicam probabilidades e ε_b , ε_s e μ indicam taxas de chegadas maiores do que zero, as seguintes distribuições são coerentes aos referidos parâmetros:

$$\alpha \sim \text{Beta}(a_1, b_1) \quad (4.18)$$

$$\delta \sim \text{Beta}(a_2, b_2) \quad (4.19)$$

$$\varepsilon_b \sim \text{Gama}(a_3, b_3) \quad (4.20)$$

$$\varepsilon_s \sim \text{Gama}(a_4, b_4) \quad (4.21)$$

$$\mu \sim \text{Gama}(a_5, b_5), \quad (4.22)$$

em que a_1, \dots, a_5 e b_1, \dots, b_5 são hiperparâmetros positivos conhecidos.

Em função da independência dos parâmetros discutida na seção 2.4, as *prioris* acima podem ser combinadas numa distribuição *a priori* conjunta $\pi(\boldsymbol{\theta})$:

$$\pi(\boldsymbol{\theta}) \propto \alpha^{a_1-1} (1-\alpha)^{b_1-1} \delta^{a_2-1} (1-\delta)^{b_2-1} \varepsilon_b^{a_3-1} e^{-b_3\varepsilon_b} \varepsilon_s^{a_4-1} e^{-b_4\varepsilon_s} \mu^{a_5-1} e^{-b_5\mu}. \quad (4.23)$$

Ao se associar a referida *priori* com a função de verossimilhança identificada por (4.17), o cálculo da distribuição *a posteriori* para o modelo EHO ocorre da seguinte maneira:

$$\pi(\boldsymbol{\theta}|\mathcal{D}) \propto \pi(\boldsymbol{\theta}) L(\mathcal{D}|\boldsymbol{\theta}). \quad (4.24)$$

Portanto, após algumas manipulações algébricas, a distribuição *a posteriori* conjunta é proporcional a:

$$\begin{aligned} \pi(\boldsymbol{\theta}|\mathcal{D}) &\propto \alpha^{(a_1+\sum_{i=1}^n U_{1i}+\sum_{i=1}^n U_{2i})-1} (1-\alpha)^{(b_1+\sum_{i=1}^n U_{1i})-1} \\ &\quad \times \delta^{(a_2+\sum_{i=1}^n U_{2i})-1} (1-\delta)^{(b_2+\sum_{i=1}^n U_{3i})-1} \\ &\quad \times \varepsilon_b^{[a_3+\sum_{i=1}^n B_i(U_{1i}+U_{2i})]-1} e^{-(b_3+n)\varepsilon_b} (\varepsilon_b + \mu)^{\sum_{i=1}^n B_i U_{3i}} \\ &\quad \times \varepsilon_s^{[a_4+\sum_{i=1}^n S_i(U_{1i}+U_{3i})]-1} e^{-(b_4+n)\varepsilon_s} (\varepsilon_s + \mu)^{\sum_{i=1}^n S_i U_{2i}} \\ &\quad \times \mu^{a_5-1} e^{-\mu[b_5+\sum_{i=1}^n (U_{2i}+U_{3i})]}. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Note que o termo $\left(\prod_{i=1}^n \frac{1}{B_i!S_i!}\right)$ não depende de θ e portanto é absorvido pela constante de proporcionalidade.

As distribuições condicionais a posteriori são dadas por

$$\pi(\alpha|\theta_{(-\alpha)}, \mathcal{D}) \sim \text{Beta}\left(a_1 + \sum_{i=1}^n (U_{2i} + U_{3i}), b_1 + \sum_{i=1}^n U_{3i}\right) \quad (4.26)$$

$$\pi(\delta|\theta_{(-\delta)}, \mathcal{D}) \sim \text{Beta}\left(a_2 + \sum_{i=1}^n U_{2i}, b_2 + \sum_{i=1}^n U_{3i}\right) \quad (4.27)$$

$$\pi(\varepsilon_b|\theta_{(-\varepsilon_b)}, \mathcal{D}) \sim \text{Gama}\left(a_3 + \sum_{i=1}^n B_i(U_{1i} + U_{2i}), b_3 + n\right) \times (\varepsilon_b + \mu)^{\sum_{i=1}^n B_i U_{3i}} \quad (4.28)$$

$$\pi(\varepsilon_s|\theta_{(-\varepsilon_s)}, \mathcal{D}) \sim \text{Gama}\left(a_4 + \sum_{i=1}^n S_i(U_{1i} + U_{3i}), b_4 + n\right) \times (\varepsilon_s + \mu)^{\sum_{i=1}^n S_i U_{2i}} \quad (4.29)$$

$$\pi(\mu|\theta_{(-\mu)}, \mathcal{D}) \sim \text{Gama}\left(a_5, b_5 + \sum_{i=1}^n (U_{2i} + U_{3i})\right) \times (\varepsilon_b + \mu)^{\sum_{i=1}^n B_i U_{3i}} \times (\varepsilon_s + \mu)^{\sum_{i=1}^n S_i U_{2i}} \quad (4.30)$$

É importante destacar que distribuição *a posteriori* (4.25) é de difícil obtenção analítica, mas amostras da mesma podem ser obtidas numericamente. Os valores de $\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s$ e μ podem ser gerados numericamente por meio do algoritmo MCMC descrito no Apêndice A.

As estimativas dos parâmetros do vetor $\theta = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$ são dadas pela média das distribuições *a posteriori* (4.26) a (4.30) e pelos seus intervalos HPD (Highest Probability Density). Vale destacar que, para uma dada credibilidade, o intervalo HPD é o intervalo que apresenta a menor amplitude dentre todos os possíveis intervalos de credibilidade (BRUNELLO; NAKANO, 2015).

De forma análoga, a estimativa da *PIN* e seu respectivo intervalo HPD podem ser

obtidos através de $\pi(PIN|\mathcal{D})$, que é a distribuição a posteriori de $PIN = \frac{\alpha\mu}{\alpha\mu + \varepsilon_b + \varepsilon_s}$ dado \mathcal{D} . Note que, de maneira semelhante aos parâmetros do vetor θ , a distribuição de $\pi(PIN|\mathcal{D})$ é de difícil obtenção analítica. Tal distribuição também pode ser obtida numericamente através dos valores gerados de (4.25) conforme algoritmo descrito no apêndice A.

Portanto, o processo até aqui descrito viabiliza o cálculo de uma *PIN* bayesiana que agregue opiniões de especialistas para os parâmetros do modelo proposto por Easley, Kiefer e O'HARA (1996a), Easley et al. (1996b), Easley, Kiefer e O'Hara (1997a), Easley, Kiefer e O'Hara (1997b), Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002).

4.3 Simulações para modelo proposto

No intuito de verificar a capacidade preditiva do modelo bayesiano proposto na seção anterior, foram geradas ordens de compra e venda para 60, 120 e 240 dias de negociação de um ativo financeiro fictício, conforme modelo proposto por Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002), exemplificado pela figura 2.1. O tamanho amostral foi escolhido em função de serem próximos das quantidades de dias úteis para um trimestre, um semestre e um ano, respectivamente.

Tais dados foram gerados conforme os seguintes parâmetros: $\alpha = 0,5$; $\delta = 0,4$; $\varepsilon_b = \varepsilon_s = 60$; $\mu = 30$ e, conseqüentemente, $PIN \approx 0,0909$. Vale destacar que as simulações foram realizadas no *software* R, versão 3.2.4.

As simulações¹ foram baseadas na comparação das estimativas clássicas e bayesianas da *PIN* e de seus parâmetros para cada um dos tamanhos amostrais considerados. Além do modelo clássico foram realizados sete modelos bayesianos distintos: um modelo com *prioris* não-informativas² e outros seis modelos envolvendo *prioris* infor-

¹Foram considerados os seguintes valores iniciais para as estimativas clássicas e bayesianas: $\alpha = 0,5$; $\delta = 0,5$; $\varepsilon_b = \bar{B}$; $\varepsilon_s = \bar{S}$ e $\mu = 30$. Maiores discussões sobre a escolha de valores iniciais serão abordadas no capítulo 5.

²Como *prioris* não-informativas foram consideradas as seguintes distribuições: $\alpha \sim Beta(1,1)$; $\delta \sim Beta(1,1)$; $\varepsilon_b \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$; $\varepsilon_s \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$; $\mu \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$.

mativas.

As estimativas clássicas dos parâmetros foram calculadas a partir da maximização de (4.3) e toda a inferência bayesiana foi realizada via MCMC (Apêndice A). Os resultados estão dispostos nas tabelas 4.1 e 4.2. Para facilitar comparações visuais, em ambas as tabelas foram mantidas as estimativas do modelo clássico e do modelo bayesiano com *prioris* não-informativas.

É importante ressaltar que foram consideradas *prioris* informativas apenas para o parâmetro α . Dessa forma, nos modelos que possuem *priori* informativa para α , os demais parâmetros mantiveram as distribuições do modelo com *prioris* não-informativas. A escolha de se agregar informação exclusivamente em α se deu essencialmente por duas razões: a partir da equação da *PIN*, evidenciada por (4.1), é possível perceber que modificações no referido parâmetro podem trazer alterações no valor da probabilidade de informação privilegiada - que é o principal escopo deste estudo. Além disso, dentre todos os parâmetros do modelo proposto por Easley et al. (1996b), α possui um dos significados mais claros e intuitivos para um eventual processo de elicitación com especialistas.

Em ambas as tabelas é possível perceber que, independentemente do tamanho amostral escolhido, a abordagem clássica e a abordagem bayesiana com *prioris* não-informativas forneceram resultados semelhantes. Por outro lado, os modelos com *prioris* informativas, por agregarem informação para α , apresentaram entre si algumas divergências no valor estimado do referido parâmetro e, conseqüentemente para a *PIN*.

Tabela 4.1: Comparação das estimativas clássicas e bayesianas da PIN e de seus parâmetros - Parte 1

<i>n</i>	Parâmetros	Modelo Clássico			Priori Não Informativa			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(1,5)$			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(5,1)$			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(5,5)$		
		Estimativas	IC 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %	
			LI	LS		LI	LS		LI	LS		LI	LS		LI	LS
60	<i>PIN</i>	0,0990	0,0687	0,1292	0,0989	0,0700	0,1296	0,0924	0,0645	0,1205	0,1064	0,0772	0,1346	0,1002	0,0728	0,1284
	α	0,4275	0,2916	0,5634	0,4306	0,3009	0,5679	0,3989	0,2711	0,5228	0,4705	0,3419	0,6002	0,4389	0,3162	0,5659
	δ	0,4588	0,2527	0,6649	0,4657	0,2712	0,6595	0,4658	0,2722	0,6618	0,4632	0,2756	0,6596	0,4638	0,2710	0,6601
	ε_b	59,8311	57,3757	62,2864	59,8716	57,4828	62,5313	59,9566	57,4542	62,4407	59,8111	57,2735	62,2121	59,9020	57,3835	62,2795
	ε_s	61,9692	59,6223	64,3161	61,9083	59,6405	64,4278	61,9798	59,4555	64,1909	61,9044	59,5359	64,1996	61,9746	59,5729	64,3447
	μ	31,2961	26,9946	35,5975	31,1420	26,7221	35,4753	31,2223	26,9983	35,8102	30,9024	26,6463	35,3992	31,0047	26,5995	35,3114
120	<i>PIN</i>	0,1032	0,0817	0,1247	0,1033	0,0819	0,1245	0,1001	0,0794	0,1215	0,1075	0,0867	0,1286	0,1041	0,0834	0,1247
	α	0,4462	0,3482	0,5441	0,4493	0,3495	0,5447	0,4317	0,3375	0,5300	0,4712	0,3739	0,5686	0,4531	0,3626	0,5505
	δ	0,5036	0,3611	0,6462	0,4998	0,3640	0,6392	0,4998	0,3595	0,6381	0,4995	0,3642	0,6364	0,4994	0,3583	0,6390
	ε_b	60,2877	58,5768	61,9985	60,2998	58,6066	61,9973	60,3284	58,5662	62,0589	60,2460	58,4869	61,9528	60,3380	58,5952	62,0230
	ε_s	60,9967	59,3137	62,6797	60,9089	59,3088	62,6820	60,9144	59,1942	62,5410	60,8754	59,1991	62,5280	60,9114	59,1792	62,5275
	μ	31,2799	28,2450	34,3148	31,1452	28,1854	34,3140	31,2958	28,4633	34,5289	31,0371	27,9166	34,0954	31,1462	28,2076	34,2542
240	<i>PIN</i>	0,0916	0,0767	0,1065	0,0916	0,0765	0,1059	0,0901	0,0750	0,1041	0,0941	0,0799	0,1091	0,0923	0,0778	0,1067
	α	0,4113	0,3399	0,4826	0,4134	0,3405	0,4836	0,4048	0,3364	0,4766	0,4266	0,3564	0,4975	0,4174	0,3482	0,4869
	δ	0,4984	0,3914	0,6053	0,4997	0,3903	0,6002	0,4992	0,3950	0,6029	0,4993	0,3920	0,6008	0,4989	0,3901	0,6016
	ε_b	60,1458	58,9357	61,3559	60,1747	58,8815	61,3360	60,1637	59,0005	61,4285	60,1138	58,8775	61,2945	60,1477	58,9639	61,3693
	ε_s	61,4958	60,2886	62,7031	61,4790	60,2587	62,6381	61,4888	60,3149	62,7194	61,4516	60,2596	62,6885	61,4988	60,2586	62,6833
	μ	29,8365	27,5452	32,1278	29,7080	27,3491	32,0041	29,7759	27,5034	32,0077	29,6330	27,3508	31,8383	29,6734	27,4249	31,9499

Dados simulados conforme modelo exemplificado na figura 2.1 com $\alpha = 0,4$; $\delta = 0,5$; $\varepsilon_b = \varepsilon_s = 60$ e $\mu = 30$. Consequentemente $PIN \approx 0,0909$.

Tabela 4.2: Comparação das estimativas clássicas e bayesianas da PIN e de seus parâmetros - Parte 2

<i>n</i>	Parâmetros	Modelo Clássico			Priori Não Informativa			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(1, 10)$			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(10, 1)$			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(10, 10)$		
		Estimativas	IC 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %	
			LI	LS		LI	LS		LI	LS		LI	LS		LI	LS
60	<i>PIN</i>	0,0990	0,0687	0,1292	0,0989	0,0700	0,1296	0,0859	0,0592	0,1146	0,1146	0,0882	0,1437	0,1021	0,0756	0,1281
	α	0,4275	0,2916	0,5634	0,4306	0,3009	0,5679	0,3667	0,2431	0,4866	0,5150	0,3909	0,6397	0,4485	0,3350	0,5672
	δ	0,4588	0,2527	0,6649	0,4657	0,2712	0,6595	0,4652	0,2669	0,6604	0,4601	0,2700	0,6480	0,4632	0,2751	0,6622
	ε_b	59,8311	57,3757	62,2864	59,8716	57,4828	62,5313	60,0184	57,5783	62,4744	59,6709	57,2345	62,0483	59,8273	57,4086	62,2235
	ε_s	61,9692	59,6223	64,3161	61,9083	59,6405	64,4278	62,0497	59,7247	64,4540	61,8747	59,4898	64,1991	61,9492	59,7116	64,3885
	μ	31,2961	26,9946	35,5975	31,1420	26,7221	35,4753	31,4107	26,9631	35,7327	30,6502	26,1461	34,8996	30,9720	26,7972	35,0315
120	<i>PIN</i>	0,1032	0,0817	0,1247	0,1033	0,0819	0,1245	0,0960	0,0758	0,1168	0,1122	0,0912	0,1319	0,1047	0,0854	0,1250
	α	0,4462	0,3482	0,5441	0,4493	0,3495	0,5447	0,4124	0,3231	0,5091	0,4962	0,3990	0,5880	0,4570	0,3633	0,5431
	δ	0,5036	0,3611	0,6462	0,4998	0,3640	0,6392	0,5005	0,3658	0,6431	0,4974	0,3624	0,6339	0,4997	0,3623	0,6400
	ε_b	60,2877	58,5768	61,9985	60,2998	58,6066	61,9973	60,3634	58,6210	62,1349	60,2005	58,4452	61,9133	60,2933	58,5770	61,9591
	ε_s	60,9967	59,3137	62,6797	60,9089	59,3088	62,6820	60,9654	59,2628	62,6900	60,8164	59,0680	62,4846	60,8963	59,1990	62,5814
	μ	31,2799	28,2450	34,3148	31,1452	28,1854	34,3140	31,3022	28,2924	34,4261	30,8646	27,6461	33,8302	31,0683	28,0104	34,1762
240	<i>PIN</i>	0,0916	0,0767	0,1065	0,0916	0,0765	0,1059	0,0882	0,0735	0,1028	0,0970	0,0826	0,1116	0,0933	0,0791	0,1075
	α	0,4113	0,3399	0,4826	0,4134	0,3405	0,4836	0,3949	0,3250	0,4657	0,4418	0,3712	0,5137	0,4216	0,3511	0,4874
	δ	0,4984	0,3914	0,6053	0,4997	0,3903	0,6002	0,4993	0,3947	0,6055	0,5001	0,3974	0,6049	0,4997	0,3932	0,6004
	ε_b	60,1458	58,9357	61,3559	60,1747	58,8815	61,3360	60,1939	58,9626	61,4080	60,0852	58,8739	61,3177	60,1166	58,9013	61,3030
	ε_s	61,4958	60,2886	62,7031	61,4790	60,2587	62,6381	61,5259	60,3665	62,7400	61,4039	60,1573	62,5717	61,4488	60,2141	62,6305
	μ	29,8365	27,5452	32,1278	29,7080	27,3491	32,0041	29,8439	27,7149	32,1809	29,5763	27,2518	31,8395	29,7153	27,4267	31,9948

Dados simulados conforme modelo exemplificado na figura 2.1 com $\alpha = 0,4$; $\delta = 0,5$; $\varepsilon_b = \varepsilon_s = 60$ e $\mu = 30$. Consequentemente $PIN \approx 0,0909$.

A depender da intensidade da distribuição *a priori* considerada para α , as estimativas podem ser bastante diferentes. Por exemplo, a simulação de dados trimestrais (ou seja, $n = 60$) do modelo com $\alpha \sim Beta(10, 1)$ superestimou os valores estimados para α e PIN ($\hat{\alpha} = 0,5150$ e $\widehat{PIN} = 0,1146$). Por outro lado, os dados simulados para o mesmo período com $\alpha \sim Beta(1, 10)$ subestimam os valores em questão: $\hat{\alpha} = 0,3667$ e $\widehat{PIN} = 0,0859$. Embora tenha sido percebida essa diferença nas estimativas em questão, é possível notar que o aumento do tamanho amostral provoca uma diminuição da influência da informação imputada *a priori* em α , tendo em vista que o valor dos parâmetros, em geral, tende a convergir para o seu verdadeiro valor fixado nas simulações.

Além disso, é importante ressaltar que nos modelos informativos não se observaram alterações significativas em δ , ε_b , ε_s e μ em relação aos verdadeiros valores simulados. Isso se deu pelo fato de tais modelos não agregarem informação extra sobre os parâmetros em questão.

Embora tenham sido observados resultados consistentes nas simulações para o modelo bayesiano proposto neste capítulo, o mesmo possui grandes limitações em sua implementação computacional. Tais limitações residem no fato de que o modelo proposto é derivado diretamente do modelo clássico EHO, evidenciado por (4.3), que também é um modelo de difícil implementação computacional.

Uma das principais limitações computacionais do modelo EHO é a existência de pontos flutuantes em seu processo de otimização. Tais pontos flutuantes são agravados na presença de grandes quantidades de ordens de compra e venda (B e S) que estouram a capacidade de cálculo dos principais *softwares* estatísticos³. Além disso, a escolha inadequada de valores iniciais para o processo de otimização do modelo EHO pode trazer grandes alterações nos valores estimados.

Tais limitações serão melhor detalhadas no capítulo seguinte e um novo modelo bayesiano computacionalmente mais eficiente para a probabilidade de informação privilegiada será proposto no capítulo 6.

³O problema de pontos flutuantes será melhor detalhado no capítulo 5

5 ALTERNATIVAS COMPUTACIONALMENTE MAIS EFICIENTES PARA A PIN

De acordo com a fundamentação teórica dos capítulos anteriores, o principal insumo para o cálculo da *PIN* consiste na maximização da função de verossimilhança do modelo EHO:

$$L(B_i, S_i | \theta) = \prod_{i=1}^n \left[(1 - \alpha) \frac{e^{-\varepsilon_b} \varepsilon_b^{B_i} e^{-\varepsilon_s} \varepsilon_s^{S_i}}{B_i! S_i!} + \alpha \delta \frac{e^{-\varepsilon_b} \varepsilon_b^{B_i} e^{(-\varepsilon_s + \mu) (\varepsilon_s + \mu)^{S_i}}}{B_i! S_i!} + \alpha (1 - \delta) \frac{e^{(-\varepsilon_b + \mu) (\varepsilon_b + \mu)^{B_i} e^{-\varepsilon_s} \varepsilon_s^{S_i}}}{B_i! S_i!} \right]. \quad (5.1)$$

Entretanto, conforme os expostos do capítulo 4, o processo de otimização da referida verossimilhança não é uma tarefa computacionalmente simples. A maximização da função (5.1) pode resultar em soluções que estejam na fronteira do espaço paramétrico do vetor $\theta = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$ (do inglês: *corner solutions* ou *boundary solutions*), o que pode comprometer seriamente a qualidade das estimativas da *PIN*. No estudo de Brown, Hillegeist e Lo (2004), por exemplo, cerca de 14% a 19% das observações da amostra foram removidas no intuito de se evitar *corner solutions* para os parâmetros do modelo EHO.

Além disso, as expressões envolvendo fatoriais e potências de números muito grandes dificultam a otimização de (5.1). Isso se dá pois os principais *softwares* estatísticos fazem seus cálculos em uma janela numérica pré-estabelecida ¹ (GAN; WEI; JOHNSTONE,

¹As amplitudes de cálculo de alguns dos *softwares* estatísticos mais populares são as seguintes: (i) SAS: e^{-708} a e^{708} ; (ii) MATLAB: e^{-745} a e^{710} ; (iii) R: e^{-746} a e^{710} .

2015).

De acordo com Lin e Ke (2011), Yan e Zhang (2012), Gan, Wei e Johnstone (2015), Ersan e Alici (2016), as principais razões que levam às imprecisões no processo computacional de otimização da expressão (5.1) são: (i) a presença de pontos flutuantes (do inglês *FPE: floating points exception*) que podem subestimar ou superestimar o valor da verossimilhança e (ii) algoritmos de otimização inadequados associados à chutes iniciais que levam à obtenção de máximos locais ao invés de máximos globais para o modelo EHO.

Na otimização de (5.1), identidades como $e^{\varepsilon_b + \mu}$ propiciam o aparecimento de pontos flutuantes quando $\varepsilon_b + \mu$ é um número muito grande (GAN; WEI; JOHNSTONE, 2015). Consequentemente, as estimativas dos parâmetros de $\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s$ e μ podem ser seriamente viesadas pois o processo computacional é interrompido ao atingir um máximo local ao invés de um máximo global. Além disso, o processo de otimização computacional também pode ser interrompido caso nenhuma solução para o problema seja encontrada (ERSAN; ALICI, 2016).

Tendo em vista o desenvolvimento dos mercados financeiros ao longo das duas últimas décadas e que o número total de negociações em um dia comum sofreu um grande crescimento em relação ao observado na década de 1990 [período das publicações seminais de Easley et al. (1996b)], Easley, Hvidkjaer e O'Hara (2010) propuseram uma fatoração na log-verossimilhança do modelo EHO no intuito de superar os referidos problemas computacionais advindos da presença de grandes números:

$$\begin{aligned} \log [L(\mathbf{B}, \mathbf{S}|\boldsymbol{\theta})] \equiv & \sum_{i=1}^n \left\{ \log \left[\alpha(1 - \delta)e^{-\mu} x_s^{S_i - M_i} x_b^{-M_i} + \alpha\delta e^{-\mu} x_b^{B_i - M_i} x_s^{-M_i} \right. \right. \\ & \left. \left. + (1 - \alpha)x_s^{S_i - M_i} x_b^{B_i - M_i} \right] - (\varepsilon_b + \varepsilon_s) + M_i(\log x_b + \log x_s) \right. \\ & \left. + B_i(\log \mu + \varepsilon_b) + S_i(\log \mu + \varepsilon_s) \right\}, \end{aligned} \quad (5.2a)$$

onde:

$$M_i = \min(B_i, S_i) + \frac{\max(B_i, S_i)}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.2b)$$

$$x_s = \frac{\varepsilon_s}{\mu + \varepsilon_s} \quad (5.2c)$$

$$x_b = \frac{\varepsilon_b}{\mu + \varepsilon_b}, \quad (5.2d)$$

A ausência de fatoriais no modelo (5.2a) juntamente com a presença de termos como x_b e x_s aumentam a eficiência computacional na estimação dos parâmetros da *PIN* (ERSAN; ALICI, 2016). Entretanto, o processo de otimização da log-verossimilhança fatorada proposta por Easley, Hvidkjaer e O'Hara (2010) se mostra desafiador na presença de grandes valores de μ e/ou pequenos valores de x_b e x_s . Essa condição promove estimativas viesadas da *PIN*, tendo em vista que a probabilidade de informação privilegiada fica condicionada à pequenos valores de μ e, conseqüentemente, a valores grandes ε_b e ε_s . Tais fatores, portanto, proporcionam estimativas subestimadas para a *PIN* (GAN; WEI; JOHNSTONE, 2015). Vale ressaltar que as limitações do modelo (5.2a) são extensivamente fundamentadas em Lin e Ke (2011).

No intuito de reduzir o viés de seleção dos parâmetros da *PIN* e minimizar os problemas envolvendo a presença de pontos flutuantes, Lin e Ke (2011) proporam o seguinte rearranjo na função de log-verossimilhança, $\log [L(\mathbf{B}, \mathbf{S}|\boldsymbol{\theta})] \equiv \mathcal{L}(\mathbf{B}, \mathbf{S}|\boldsymbol{\theta})$, em que:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{B}, \mathbf{S}|\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \left\{ \log \left[\alpha \delta \exp(e_{1i} - e_{\max i}) + \alpha (1 - \delta) \exp(e_{2i} - e_{\max i}) \right. \right. \\ \left. \left. + (1 - \alpha) \exp(e_{3i} - e_{\max i}) \right] + B_i \log(\varepsilon_b + \mu) + S_i \log(\varepsilon_s + \mu) \right. \\ \left. - (\varepsilon_b + \varepsilon_s) + e_{\max i} - \log(B_i! S_i!) \right\}, \quad (5.3a) \end{aligned}$$

onde:

$$e_{1i} = -\mu - B_i \log(1 + \mu/\varepsilon_b) \quad (5.3b)$$

$$e_{2i} = -\mu - S_i \log(1 + \mu/\varepsilon_s) \quad (5.3c)$$

$$e_{3i} = -\mu - B_i \log(1 + \mu/\varepsilon_b) - \mu - S_i \log(1 + \mu/\varepsilon_s) \quad (5.3d)$$

$$e_{\max i} = \max(e_{1i}, e_{2i}, e_{3i}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.3e)$$

Lin e Ke (2011) fundamentam que, embora os modelos (5.1), (5.2a) e (5.3a) sejam algebricamente equivalentes, a otimização de (5.3a) é a mais acurada para o processo computacional. De acordo com os autores, o modelo em questão (também chamado de modelo LK) é derivado de dois princípios computacionais (LIN; KE, 2011, p. 629):

1. Computar expressões do tipo e^{x+y} é mais estável do que computar $e^x e^y$.
2. No processo de aritmética computacional, o erro absoluto computado de uma função $f(x)$ aumenta juntamente com o valor absoluto da sua derivada de primeira ordem $|f'(x)|$ (ELDÉN; WITTMAYER-KOCH, 1990).

Para uma melhor compreensão considere o seguinte exemplo numérico: seja $x = 800$, $y = -400$ e $z = 900$. O princípio 1 sugere que computar $\log(e^{x+y} + e^z)$ é mais apropriado do que $\log(e^x e^y + e^z)$. Considerando que e^{710} seja o limiar de cálculos de um determinado *software* estatístico, Lin e Ke (2011, p. 629) demonstram que computar $e^x e^y$ excede e^{710} , pois $e^{800} > e^{710}$ e $e^{x+y} = e^{400} < e^{710}$.

De acordo com o princípio 2, computar grandes valores de $\exp(\cdot)$, assim como pequenos valores de $\log(\cdot)$ deve ser evitado. Dessa forma, como consequência do segundo princípio, $\log(e^{(x+y)-m} + e^{z-m}) + m$ com $m = \max(x+y, z) = 900$ é computacionalmente mais preciso do que $\log(e^{x+y} + e^z)$. Esta última expressão excederia a capacidade do *software* em questão pois $e^z = e^{900} > e^{710}$.

É importante ressaltar que os valores $(x+y) - m = -500$ e $z - m = 0$ são sempre menores ou iguais a zero e permitem calcular com mais precisão $\exp(\cdot)$. Semelhan-

temente, a expressão $e^{(x+y)-m} + e^{z-m} = e^{-500} + e^0$ é sempre maior do que um e se mostra útil para computar $\log(\cdot)$.

Tendo em vista que o modelo LK supera alguns dos maiores entraves computacionais para o cálculo da *PIN*, este tem se tornado um dos principais *benchmarks* nos estudos mais recentes que envolvem a análise da probabilidade de negociação com informação privilegiada em ativos financeiros (LIN; KE, 2011; YAN; ZHANG, 2012; YAN; ZHANG, 2014; GAN; WEI; JOHNSTONE, 2015; ERSAN; ALICI, 2016).

Embora o modelo seja computacionalmente viável, a obtenção de estimativas consistentes para a *PIN* está intimamente relacionada em se fornecer valores iniciais coerentes no processo de otimização da expressão (5.3a). A escolha de valores iniciais inadequados na otimização do modelo LK pode fornecer soluções que estejam na fronteira do espaço paramétrico do vetor $\theta = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$ (YAN; ZHANG, 2012; ERSAN; ALICI, 2016).

Considere, por exemplo, que se esteja analisando valores trimestrais para *PIN* de um determinado ativo financeiro e que uma das soluções para (5.3a) seja $\alpha = 1$. Perceba que conforme a teoria de Easley et al. (1996b), a referida estimativa de α forneceria um indicativo incoerente de que ocorreram eventos informacionais em todos os dias de negociação do ativo analisado. Semelhantemente, $\alpha = 0$ implicaria em uma estimativa da *PIN* igual a zero, o que indicaria a ausência de negociações sob informação privilegiada ao longo do trimestre analisado. Tal fato, conforme exalta Yan e Zhang (2012), seria improvável pois anúncios de ganhos trimestrais (presentes nos balancetes da uma Companhia), por exemplo, motivariam *insider traders* e acarretariam em um aumento do volume de papéis negociados (BAMBER; BARRON; STOBBER, 1999).

Sendo assim, com a finalidade de se evitar soluções incoerentes presentes na fronteira do espaço paramétrico, a escolha de valores iniciais consistentes para a otimização de (5.3a) se mostra imprescindível para o cálculo da *PIN*.

5.1 Calibração dos valores iniciais

Um princípio que norteia a escolha de bons valores iniciais no processo de maximização do modelo LK consiste na criação de uma rotina que calcule a verossimilhança do modelo para diversos valores distintos. A solução escolhida é aquela que maximiza o valor da função de verossimilhança do modelo (5.3a).

Yan e Zhang (2012) propuseram um algoritmo que fornece bons valores iniciais a serem imputados na maximização do modelo LK de forma a evitar a ocorrência de *boundary solutions*. O algoritmo parte do princípio de se utilizar conjuntos de valores que possam explorar de maneira mais eficiente o espaço paramétrico do modelo LK.

De acordo com os estudos seminais de Easley et al. (1996b) e Easley, Kiefer e O'Hara (1997a), os parâmetros α e δ , por expressarem probabilidades, estão limitados entre 0 e 1; enquanto que os parâmetros ε_b , ε_s e μ , por expressarem taxas de chegadas, tomam valores entre 0 a $+\infty$.

Basicamente o algoritmo proposto por Yan e Zhang (2012) (também chamado de algoritmo YZ) baseia-se numa aplicação do método dos momentos para estimar o valor esperado de ordens de compra e venda diárias de um determinado ativo. Esses valores esperados são então utilizados no cálculo dos valores iniciais a serem aplicados no processo de otimização do modelo LK.

Com base na distribuição de probabilidade conjunta de B e S , dada por (5.1), os valores esperados em questão são dados por:

$$E(B) = \alpha(1 - \delta)\mu + \varepsilon_b, \quad (5.4)$$

$$E(S) = \alpha\delta\mu + \varepsilon_s. \quad (5.5)$$

Vale destacar que a derivação matemática das expressões acima pode ser encontrada com maiores detalhes em Yan e Zhang (2012, p. 467).

Com base nas equações (5.4) e (5.5), é possível determinar valores iniciais para os cinco parâmetros do modelo LK. Num primeiro momento, o intervalo $[0, 1]$ é igualmente

dividido em subintervalos de mesmo tamanho. Os limites superiores de cada subintervalo (com exceção das fronteiras do intervalo $[0, 1]$) são escolhidos como valores iniciais para α e δ . Em seguida, $E(B)$ e $E(S)$ são substituídos pelas médias amostrais, $\bar{B} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n B_i$ e $\bar{S} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i$, em (5.4) e (5.5). Tendo em vista que $\alpha(1 - \delta) > 0$, pode-se concluir que $\varepsilon_b < \bar{B}$. Dessa forma, é coerente adotar frações de \bar{B} como valores iniciais para ε_b . Logo, os valores iniciais de ε_s e μ são obtidos a partir da solução simultânea do sistema de equações dado por (5.4) e (5.5). De maneira geral, os valores iniciais para cada um dos parâmetros $\theta^0 = (\alpha^0, \delta^0, \varepsilon_b^0, \varepsilon_s^0, \mu^0)$ são dados por:

$$\begin{cases} \alpha^0 = \alpha_i, \delta^0 = \delta_j, \varepsilon_b^0 = \gamma_k \bar{B}, \mu^0 = \frac{\bar{B} - \varepsilon_b^0}{\alpha^0(1 - \delta^0)} & \text{e } \varepsilon_s^0 = \bar{S} - \alpha^0 \delta^0 \mu^0, & \text{se } \bar{B} \leq \bar{S} \\ \alpha^0 = \alpha_i, \delta^0 = \delta_j, \varepsilon_s^0 = \gamma_k \bar{S}, \mu^0 = \frac{\bar{S} - \varepsilon_s^0}{\alpha^0 \delta^0} & \text{e } \varepsilon_b^0 = \bar{B} - \alpha^0(1 - \delta^0), & \text{se } \bar{B} > \bar{S} \end{cases} \quad (5.6)$$

em que α_i , δ_j e γ_k tomam os valores (0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9), um por vez. Logo, as combinações de α_i , δ_j e γ_k produzem $5^3 = 125$ combinações de valores iniciais². Dependendo do regime atuante para os dados (isto é, se $\bar{B} \leq \bar{S}$ ou $\bar{B} \geq \bar{S}$), ε_b ou ε_s podem assumir valores negativos. Nesses casos, as combinações com números negativos são desconsideradas.

Em suma, o algoritmo YZ proposto por Yan e Zhang (2012) é realizado em três passos:

1. Construção de 125 conjuntos de valores iniciais baseados na quantidade diária de ordens de compra e venda do ativo analisado.
2. Maximização do modelo LK para todas as combinações aceitáveis (isto é, aquelas que não possuem ε_b ou ε_s negativos) dentre as combinações geradas na primeira etapa.

²Yan e Zhang (2012) testaram combinações com 9 números (0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9), que resultam em $9^3 = 729$ valores iniciais. Os autores destacam que o tempo de computação aumenta significativamente e por essa razão optaram por usar 125 combinações de valores iniciais ao invés de 729. Assim como no estudo de Yan e Zhang (2012), todos os resultados deste texto são realizados com 125 combinações de valores iniciais.

3. Após as maximizações, se todas as combinações pertencerem à fronteira do espaço paramétrico, há um forte indício de que a solução ótima deva ocorrer na fronteira dos parâmetros. Caso contrário, são excluídas as *boundary solutions* e então escolhe-se a solução interior ao espaço paramétrico com maior estimativa para a função de verossimilhança (5.3a).

5.2 Dados necessários para a estimação da PIN

Toda a fundamentação teórica da *PIN* proposto por Easley et al. (1996b) é baseada na análise das ordens de compra e venda do ativo financeiro em estudo. Mais do que a simples quantidade das referidas ordens, é necessário identificar se os negócios intra-diários partiram de agentes compradores ou vendedores. Essa identificação é realizada, neste estudo, com base no algoritmo proposto por Lee e Ready (1991).

O algoritmo em questão utiliza dados financeiros de alta frequência no intuito de identificar se uma determinada transação foi realizada por um agente comprador ou por um agente vendedor. Para isso, qualquer transação realizada acima do ponto médio das ofertas de compra e venda (do inglês: *bid-ask quotes*) é classificada como compra. De maneira semelhante, um negócio fechado abaixo do referido ponto médio é classificada como venda.

6 ABORDAGEM BAYESIANA PARA O MODELO LK

O capítulo 4 apresentou uma alternativa bayesiana para o cálculo da *PIN* por meio do modelo EHO, que é o modelo seminal proposto por Easley et al. (1996b) e Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002). O referido modelo bayesiano, por meio da utilização de variáveis latentes e da obtenção de uma função de verossimilhança aumentada, superou um dos desafios computacionais no cálculo dos parâmetros da *PIN*, tendo em vista que desconsidera os termos $B_i!$ e $S_i!$. Entretanto, o modelo proposto continua apresentando dificuldades computacionais no cálculo de potências de números que excedam os limites operacionais dos *softwares* estatísticos mais populares, conforme discussão do capítulo anterior.

Dessa forma, assim como o modelo EHO, o modelo bayesiano em questão herdou as principais limitações computacionais do modelo seminal clássico: (i) a presença de pontos flutuantes inviabiliza o cálculo de uma solução ótima que remeta ao máximo global para os parâmetros da *PIN*, e (ii) dificuldades na escolha de valores iniciais para os parâmetros do vetor $\theta = (\alpha, \delta, \epsilon_b, \epsilon_s, \mu)$.

Conforme explorado no capítulo 5, o modelo LK proposto por Lin e Ke (2011), associado ao algoritmo YZ para a escolha de valores iniciais proposto por Yan e Zhang (2012), superam os principais entraves computacionais no cálculo da probabilidade de negociação privilegiada. Sendo assim, seria útil ter acesso à um modelo que agregasse as facilidades computacionais do modelo LK com a opinião de especialistas de mercado sobre os parâmetros da *PIN*. Por conseguinte, uma solução bayesiana para a metodologia de Lin e Ke (2011) atenderia à essa aspiração.

6.1 A construção do modelo LK bayesiano

Diferentemente da solução bayesiana para o modelo EHO apresentada no capítulo 4, o modelo LK bayesiano proposto neste texto não faz uso de dados aumentados por meio de variáveis latentes, conforme expostos metodológicos de Tanner e Wong (1987). A sua construção se dá de maneira mais direta.

Como visto pela expressão (5.3a), Yan e Zhang (2014) e Gan, Wei e Johnstone (2015) identificam o logaritmo da função de verossimilhança conjunta para n dias de negociação como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{B}, \mathbf{S}|\boldsymbol{\theta}) = & \sum_{i=1}^n \left[B_i \log(\varepsilon_b + \mu) + S_i \log(\varepsilon_s + \mu) - (\varepsilon_b + \varepsilon_s) + e_{\max i} \right] \\ & + \sum_{i=1}^n \log \left[\alpha \delta \exp(e_{1i} - e_{\max i}) + \alpha(1 - \delta) \exp(e_{2i} - e_{\max i}) \right. \\ & \left. + (1 - \alpha) \exp(e_{3i} - e_{\max i}) \right]. \end{aligned} \quad (6.1)$$

em que $\boldsymbol{\theta} = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$ e e_{1i}, e_{2i}, e_{3i} e $e_{\max i}$, $i = 1, 2, \dots, n$, são dados pelas expressões (5.3b) a (5.3e). Note que o termo $\log(B_i!S_i!)$ presente em (5.3a), por ser uma constante, pode ser desprezado em (6.1).

Considerando o espaço paramétrico de $\boldsymbol{\theta}$ (ou seja, α e δ são limitados pelo intervalo $[0, 1]$ e $\varepsilon_b, \varepsilon_s$ e μ são taxas de chegada maiores do que zero) é razoável adotar as mesmas distribuições *a priori* propostas no capítulo 4. Isto é, $\alpha \sim \text{Beta}(a_1, b_1)$, $\delta \sim \text{Beta}(a_2, b_2)$, $\varepsilon_b \sim \text{Gama}(a_3, b_3)$, $\varepsilon_s \sim \text{Gama}(a_4, b_4)$ e $\mu \sim \text{Gama}(a_5, b_5)$; em que a_1, \dots, a_5 e b_1, \dots, b_5 são hiper-parâmetros positivos conhecidos.

Em função da independência dos parâmetros discutida na seção 2.4, as *prioris* em questão podem ser combinadas numa distribuição *a priori* conjunta $\pi(\boldsymbol{\theta})$:

$$\pi(\boldsymbol{\theta}) \propto \alpha^{a_1-1} (1 - \alpha)^{b_1-1} \delta^{a_2-1} (1 - \delta)^{b_2-1} \varepsilon_b^{a_3-1} e^{-b_3\varepsilon_b} \varepsilon_s^{a_4-1} e^{-b_4\varepsilon_s} \mu^{a_5-1} e^{-b_5\mu}. \quad (6.2)$$

Ao se associar a referida *priori* com a log-verossimilhança identificada por (6.1),

o cálculo da distribuição *a posteriori* conjunta para o modelo LK ocorre da seguinte maneira:

$$\pi(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{B}, \mathbf{S}) \propto \pi(\boldsymbol{\theta}) \exp\{\mathcal{L}(\mathbf{B}, \mathbf{S}|\boldsymbol{\theta})\}. \quad (6.3)$$

Logo, a distribuição *a posteriori* do modelo LK é proporcional a:

$$\begin{aligned} \pi(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{B}, \mathbf{S}) \propto \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \left[B_i \log(\varepsilon_b + \mu) + S_i \log(\varepsilon_s + \mu) - (\varepsilon_b + \varepsilon_s) + e_{\max i} \right] \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^n \log \left[\alpha \delta \exp(e_{1i} - e_{\max i}) + \alpha(1 - \delta) \exp(e_{2i} - e_{\max i}) \right. \right. \\ \left. \left. + (1 - \alpha) \exp(e_{3i} - e_{\max i}) \right] \right\} \alpha^{a_1-1} (1 - \alpha)^{b_1-1} \\ \times \delta^{a_2-1} (1 - \delta)^{b_2-1} \varepsilon_b^{a_3-1} e^{-b_3 \varepsilon_b} \\ \times \varepsilon_s^{a_4-1} e^{-b_4 \varepsilon_s} \mu^{a_5-1} e^{-b_5 \mu}. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Entretanto, devido à magnitude que o termo $\exp(\cdot)$ pode assumir, a *posteriori* (6.4) não é a identidade computacionalmente mais eficiente para se trabalhar. Para uma melhor eficiência computacional, considere a log-*posteriori* dada por:

$$\log \pi(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{B}, \mathbf{S}) \propto \log \pi(\boldsymbol{\theta}) + \mathcal{L}(\mathbf{B}, \mathbf{S}|\boldsymbol{\theta}) + C, \quad (6.5)$$

em que C é uma constante real que não depende de $\boldsymbol{\theta}$.

Tendo em vista que o modelo LK proposto por Lin e Ke (2011) é uma fatoração da log-verossimilhança do modelo EHO de Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002) e que o uso de logaritmos otimiza o processo computacional, a distribuição log-*posteriori* apresenta uma grande importância no processo de geração dos parâmetros do vetor $\boldsymbol{\theta}$. Tal distribuição associada ao algoritmo de Metropolis-Hastings (METROPOLIS et al., 1953; HASTINGS, 1970), viabiliza a geração de amostras da própria distribuição *a posteriori* de α , δ , ε_b , ε_s e μ .

Vale ressaltar que a utilização da log-*posteriori* com o objetivo de se amostrar a própria distribuição *a posteriori* não é nova na literatura bayesiana e pode ser facilmente

encontrada em Hill (1963), Geweke (1989), Hanson (1992), Lorenc (1995), Vermunt e Magidson (2002), Salakhutdinov e Mnih (2008), Antoniadis et al. (2014), dentre outros.

Sendo assim, a distribuição log-*posteriori* para o modelo LK é dada por:

$$\begin{aligned}
 \log \pi(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{B}, \mathbf{S}) \propto & \left\{ \sum_{i=1}^n \left[B_i \log(\varepsilon_b + \mu) + S_i \log(\varepsilon_s + \mu) - (\varepsilon_b + \varepsilon_s) + e_{\max i} \right] \right. \\
 & + \sum_{i=1}^n \log \left[\alpha \delta \exp(e_{1i} - e_{\max i}) + \alpha(1 - \delta) \exp(e_{2i} - e_{\max i}) \right. \\
 & \left. \left. + (1 - \alpha) \exp(e_{3i} - e_{\max i}) \right] \right\} \\
 & + (a_1 - 1) \log \alpha + (b_1 - 1) \log(1 - \alpha) \\
 & + (a_2 - 1) \log \delta + (b_2 - 1) \log(1 - \delta) \\
 & + (a_3 - 1) \log \varepsilon_b - b_3 \varepsilon_b \\
 & + (a_4 - 1) \log \varepsilon_s - b_4 \varepsilon_s \\
 & + (a_5 - 1) \log \mu - b_5 \mu + C.
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

em que $\boldsymbol{\theta} = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$; e_{1i}, e_{2i}, e_{3i} e $e_{\max i}$, $i = 1, 2, \dots, n$, são identificados pelas expressões (5.3b) a (5.3e) e C é uma constante real que não depende de $\boldsymbol{\theta}$.

Conforme explicado anteriormente, os valores de $\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s$ e μ podem ser gerados numericamente a partir de sua distribuição log-*posteriori*, amostrada por meio do algoritmo de Metropolis-Hastings (METROPOLIS et al., 1953; HASTINGS, 1970). Vale ressaltar que tal algoritmo está descrito no Apêndice B.

Assim como no modelo bayesiano explorado no capítulo 4, as estimativas dos parâmetros do vetor $\boldsymbol{\theta} = (\alpha, \delta, \varepsilon_b, \varepsilon_s, \mu)$ são dadas pela média de suas distribuições *a posteriori* e pelos seus respectivos intervalos HPD (Highest Probability Density).

Semelhantemente, a estimativa da *PIN* e seu intervalo HPD podem ser obtidos através de $\pi(PIN | B_i, S_i)$, que é a distribuição *a posteriori* de $PIN = \frac{\alpha \mu}{\alpha \mu + \varepsilon_b + \varepsilon_s}$ dado B_i e S_i . Note que, da mesma forma que os parâmetros do vetor $\boldsymbol{\theta}$, a distribuição de $\pi(PIN | B_i, S_i)$ é de difícil obtenção analítica. Tal distribuição também pode ser obtida

numericamente por meio do algoritmo de Metropolis-Hastings (METROPOLIS et al., 1953; HASTINGS, 1970).

Dessa forma, o processo até aqui descrito viabiliza o cálculo de uma *PIN* bayesiana que agregue opiniões de especialistas para os parâmetros do modelo LK proposto por Lin e Ke (2011). Serão apresentados na sequência, simulações com o modelo bayesiano proposto bem como o seu uso em um exemplo real.

6.2 Simulações do modelo LK bayesiano

Com a finalidade de verificar a capacidade preditiva do modelo bayesiano proposto na seção anterior, optou-se por replicar parcialmente os resultados encontrados por Lin e Ke (2011, p. 636), também replicados por Gan, Wei e Johnstone (2015, p. 1817).

Em seu estudo, Lin e Ke (2011) analisaram 1096 ações da bolsa de Nova York (*New York Stock Exchange - NYSE*) ao longo do quarto trimestre de 2007 e calcularam os parâmetros médios do modelo LK, bem como a *PIN* média para toda a amostra. Sendo assim, os parâmetros médios calculados pelos autores foram os seguintes: $\bar{\alpha} = 0,3638$; $\bar{\delta} = 0,5299$; $\bar{\epsilon}_b = \bar{\epsilon}_s = 563$; $\bar{\mu} = 472$ e $\bar{PIN} = 0,1396$.

Dessa forma, na simulação aqui descrita, foram geradas ordens de compra e venda para 60 dias de negociação de um ativo financeiro fictício, conforme modelo proposto por Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002), exemplificado pela figura 2.1. O tamanho amostral foi escolhido em função da sua proximidade em dias úteis de um trimestre, ficando assim em conformidade com espaço temporal do estudo realizado por Lin e Ke (2011). Além disso, também foram simuladas amostras de tamanho 120 (aproximadamente seis meses em dias úteis) e 240 (aproximadamente um ano em dias úteis) apenas para verificar a influência do tamanho amostral nas estimativas.

As estimativas clássicas dos parâmetros foram calculadas a partir da maximização de (5.3a) e seus intervalos de confiança foram obtidos por meio do método delta (OEHLERT, 1992). Além disso, a escolha dos valores iniciais para o processo de otimização

da verossimilhança do modelo LK se deu de acordo com o algoritmo YZ (YAN; ZHANG, 2012).

As estimativas bayesianas foram realizadas via MCMC com base no algoritmo de Metropolis-Hastings (METROPOLIS et al., 1953; HASTINGS, 1970). Os valores da distribuição *a posteriori* (6.4) foram gerados através do *software* R, com base na implementação computacional proposta por Martin et al. (2011). Além disso, os valores iniciais do MCMC foram as estimativas clássicas dos parâmetros calculados a partir da otimização do modelo LK em conjunto com o algoritmo YZ. O critério adotado para o diagnóstico de convergência foi o de Gelman e Rubin (GELMAN; RUBIN, 1992) e a dependência entre os valores gerados foi verificada através de gráficos das funções de autocorrelação.

Os resultados estão dispostos nas tabelas 6.1 e 6.2. Para facilitar comparações visuais, em ambas as tabelas foram mantidas as estimativas do modelo LK clássico, do modelo LK bayesiano com *prioris* não-informativas e do modelo LK bayesiano com *prioris* informativas para α . Neste último caso foram consideradas distribuições $Beta(1, 5)$, $Beta(5, 1)$, $Beta(2, 10)$, $Beta(10, 2)$, $Beta(5, 5)$ e $Beta(10, 10)$ como *prioris* para α .

É importante ressaltar que foram consideradas *prioris* informativas apenas para o parâmetro α . Dessa forma, nos modelos que possuem *priori* informativa para α , os demais parâmetros mantiveram as distribuições do modelo com *prioris* não-informativas. A escolha de se agregar informação exclusivamente em α se deu essencialmente por duas razões: a partir da equação da *PIN*, evidenciada por (4.1), é possível perceber que modificações no referido parâmetro podem trazer alterações significativas no valor da probabilidade de informação privilegiada - que é o principal escopo deste estudo. Além disso, dentre todos os parâmetros do modelo proposto por Easley et al. (1996b), α possui um dos significados mais claros e intuitivos para um eventual processo de elicitación com especialistas.

Tabela 6.1: Comparação das estimativas clássicas e bayesianas da PIN e de seus parâmetros - Parte 1

n	Parâmetros	Modelo Clássico			Prioris Não Informativas			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(1,5)$			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(5,1)$			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(5,5)$		
		Estimativas	IC 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %	
			LI	LS		LI	LS		LI	LS		LI	LS		LI	LS
60	PIN	0,1430	0,1051	0,1809	0,1426	0,1056	0,1795	0,1352	0,0994	0,1711	0,1535	0,1192	0,1903	0,1447	0,1084	0,1773
	α	0,4046	0,2801	0,5290	0,4047	0,2833	0,5246	0,3807	0,2663	0,4982	0,4409	0,3202	0,5584	0,4114	0,2994	0,5262
	δ	0,6267	0,4334	0,8200	0,6148	0,4243	0,7860	0,6136	0,4336	0,7954	0,6174	0,4440	0,7950	0,6135	0,4317	0,7862
	ϵ_b	562,8402	556,5016	569,1788	562,9080	556,6809	569,4751	562,8881	556,9949	569,8720	562,7932	556,2912	569,2851	562,7247	556,2716	568,9977
	ϵ_s	566,5958	559,8615	573,3302	566,4338	559,4429	573,2730	566,4624	559,8190	572,9308	566,3918	559,5647	573,0268	566,3858	559,9449	573,5767
	μ	465,8244	452,0548	479,5941	465,6712	451,2215	478,7317	465,3841	452,0284	479,1153	465,6112	453,0558	480,0266	465,5963	453,3507	479,8729
120	PIN	0,1370	0,1100	0,1639	0,1380	0,1124	0,1661	0,1341	0,1070	0,1603	0,1438	0,1163	0,1683	0,1401	0,1124	0,1634
	α	0,3833	0,2964	0,4703	0,3862	0,2962	0,4672	0,3734	0,2867	0,4555	0,4050	0,3201	0,4890	0,3930	0,3088	0,4735
	δ	0,4791	0,3347	0,6234	0,4802	0,3492	0,6215	0,4800	0,3389	0,6113	0,4781	0,3454	0,6200	0,4806	0,3433	0,6213
	ϵ_b	567,1241	562,4983	571,7500	566,7339	561,8416	571,4041	566,6883	562,0850	571,3819	566,6757	561,9362	571,1921	566,7359	562,1483	571,2586
	ϵ_s	562,7768	558,2175	567,3361	563,0314	558,6257	567,5824	563,0715	558,6668	567,3913	563,0614	558,6215	567,4286	563,0806	558,7210	567,9330
	μ	467,7457	457,8834	477,6080	469,1597	458,9121	478,2954	469,3748	459,6890	479,5016	469,2591	459,6652	479,1680	469,1971	459,6601	479,1655
240	PIN	0,1341	0,1149	0,1533	0,1347	0,1158	0,1550	0,1326	0,1133	0,1513	0,1380	0,1172	0,1557	0,1361	0,1170	0,1544
	α	0,3707	0,3096	0,4318	0,3728	0,3080	0,4317	0,3664	0,3060	0,4266	0,3835	0,3189	0,4418	0,3775	0,3172	0,4369
	δ	0,4598	0,3563	0,5634	0,4629	0,3595	0,5632	0,4638	0,3624	0,5667	0,4620	0,3591	0,5638	0,4624	0,3590	0,5604
	ϵ_b	563,8892	560,6259	567,1525	563,9771	560,7579	567,2751	563,9428	560,5435	567,1310	563,9664	560,8251	567,2676	563,9611	560,7820	567,2717
	ϵ_s	563,7533	560,5450	566,9616	563,7286	560,3835	566,7775	563,7799	560,5961	566,9465	563,7106	560,7077	567,0136	563,7876	560,7887	567,0532
	μ	471,1568	464,0695	478,2440	471,1626	464,0834	478,3679	471,1317	463,5882	477,9876	471,0974	464,2065	477,6038	471,1811	464,4317	478,3218

Dados simulados conforme modelo exemplificado na figura 2.1 e com os mesmos parâmetros encontrados no estudo empírico de Lin e Ke (2011): $\alpha = 0,3638$; $\delta = 0,5299$; $\epsilon_b = \epsilon_s = 563$; $\mu = 472$ e $PIN = 0,1396$.

Todas as simulações bayesianas apresentaram a medida de Gelman e Rubin próxima de 1.

Como *prioris* não-informativas foram consideradas as seguintes distribuições: $\alpha \sim Beta(1,1)$; $\delta \sim Beta(1,1)$; $\epsilon_b \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$; $\epsilon_s \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$; $\mu \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$.

Tabela 6.2: Comparação das estimativas clássicas e bayesianas da PIN e de seus parâmetros - Parte 2

n	Parâmetros	Modelo Clássico			Prioris Não Informativas			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(1, 10)$			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(10, 1)$			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(10, 10)$		
		Estimativas	IC 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %	
			LI	LS		LI	LS		LI	LS		LI	LS		LI	LS
60	PIN	0,1430	0,1051	0,1809	0,1426	0,1056	0,1795	0,1270	0,0925	0,1632	0,1651	0,1325	0,1977	0,1489	0,1160	0,1812
	α	0,4046	0,2801	0,5290	0,4047	0,2833	0,5246	0,3541	0,2453	0,4711	0,4811	0,3700	0,5986	0,4258	0,3205	0,5360
	δ	0,6267	0,4334	0,8200	0,6148	0,4243	0,7860	0,6165	0,4330	0,7986	0,6163	0,4275	0,7906	0,6174	0,4541	0,8033
	ϵ_b	562,8402	556,5016	569,1788	562,9080	556,6809	569,4751	562,7926	556,3071	569,1149	562,8939	556,7862	569,3766	562,9171	556,9750	569,2168
	ϵ_s	566,5958	559,8615	573,3302	566,4338	559,4429	573,2730	566,4580	559,6322	573,1297	566,3570	559,6621	573,1982	566,5281	559,9207	573,4684
	μ	465,8244	452,0548	479,5941	465,6712	451,2215	478,7317	465,3351	451,5176	478,8624	465,4190	451,8039	478,6390	465,3956	452,5563	478,1540
120	PIN	0,1370	0,1100	0,1639	0,1380	0,1124	0,1661	0,1297	0,1024	0,1550	0,1509	0,1258	0,1760	0,1428	0,1165	0,1668
	α	0,3833	0,2964	0,4703	0,3862	0,2962	0,4672	0,3593	0,2764	0,4405	0,4287	0,3462	0,5134	0,4019	0,3199	0,4825
	δ	0,4791	0,3347	0,6234	0,4802	0,3492	0,6215	0,4810	0,3477	0,6229	0,4793	0,3364	0,6136	0,4788	0,3385	0,6136
	ϵ_b	567,1241	562,4983	571,7500	566,7339	561,8416	571,4041	566,6719	562,1021	571,1914	566,7345	562,3676	571,5093	566,6855	562,3611	571,3515
	ϵ_s	562,7768	558,2175	567,3361	563,0314	558,6257	567,5824	563,0481	558,4265	567,6558	563,0280	558,6097	567,5580	563,0349	558,6076	567,7366
	μ	467,7457	457,8834	477,6080	469,1597	458,9121	478,2954	469,3673	459,4327	479,0509	469,1959	459,5031	478,9134	468,9896	459,1823	478,4580
240	PIN	0,1341	0,1149	0,1533	0,1347	0,1158	0,1550	0,1302	0,1121	0,1496	0,1418	0,1224	0,1606	0,1374	0,1181	0,1561
	α	0,3707	0,3096	0,4318	0,3728	0,3080	0,4317	0,3588	0,3009	0,4192	0,3958	0,3336	0,4574	0,3818	0,3228	0,4443
	δ	0,4598	0,3563	0,5634	0,4629	0,3595	0,5632	0,4635	0,3700	0,5700	0,4637	0,3636	0,5646	0,4623	0,3578	0,5588
	ϵ_b	563,8892	560,6259	567,1525	563,9771	560,7579	567,2751	563,9639	560,7113	567,2213	563,9040	560,6766	567,3433	563,9451	560,8255	567,3659
	ϵ_s	563,7533	560,5450	566,9616	563,7286	560,3835	566,7775	563,7356	560,7126	566,9506	563,7046	560,5342	566,8595	563,7117	560,4445	566,7988
	μ	471,1568	464,0695	478,2440	471,1626	464,0834	478,3679	471,0848	463,8121	477,7766	471,1195	464,2832	478,3590	471,0674	464,5937	478,4592

Dados simulados conforme modelo exemplificado na figura 2.1 e com os mesmos parâmetros encontrados no estudo empírico de Lin e Ke (2011): $\alpha = 0,3638$; $\delta = 0,5299$; $\epsilon_b = \epsilon_s = 563$; $\mu = 472$ e $PIN = 0,1396$.

Todas as simulações bayesianas apresentaram a medida de Gelman e Rubin próxima de 1.

Como *prioris* não-informativas foram consideradas as seguintes distribuições: $\alpha \sim Beta(1, 1)$; $\delta \sim Beta(1, 1)$; $\epsilon_b \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$; $\epsilon_s \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$; $\mu \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$.

Em ambas as tabelas é possível perceber que, independentemente do tamanho amostral escolhido, a abordagem clássica e a abordagem bayesiana com *prioris* não-informativas forneceram resultados semelhantes. Por outro lado, os modelos com *prioris* informativas, por agregarem informação para α , apresentaram entre si algumas divergências no valor estimado do referido parâmetro e, conseqüentemente para a *PIN*.

A depender da intensidade da distribuição *a priori* considerada para α , as estimativas podem ser bastante diferentes. Por exemplo, a simulação de dados trimestrais (ou seja, $n = 60$) do modelo com $\alpha \sim \text{Beta}(10, 1)$ superestimou os valores estimados para α e *PIN* ($\hat{\alpha} = 0,4811$ e $\widehat{PIN} = 0,1651$). Por outro lado, os dados simulados para o mesmo período com $\alpha \sim \text{Beta}(1, 10)$ subestimam os valores em questão: $\hat{\alpha} = 0,3541$ e $\widehat{PIN} = 0,1270$. Embora tenha sido percebida essa diferença nas estimativas em questão, é possível notar que o aumento do tamanho amostral provoca uma diminuição da influência da informação imputada *a priori* em α , tendo em vista que o valor dos parâmetros, em geral, tende a convergir para o seu verdadeiro valor fixado nas simulações.

Além disso, é importante ressaltar que nos modelos informativos não se observaram alterações significativas em δ , ε_b , ε_s e μ em relação aos verdadeiros valores simulados. Isso se deu pelo fato de tais modelos não agregarem informação extra sobre os parâmetros em questão.

6.3 Aplicações com dados reais para o modelo LK bayesiano

Embora a maior parte dos estudos envolvendo a *PIN* sejam focados no cálculo da probabilidade de informação privilegiada em ações de empresas¹, poucos são os estudos que remetem ao cálculo da *PIN* para ETFs. Esta aplicação tem sido recentemente explorada em trabalhos como os de Bethel et al. (2011) e Karyampas e Paiardini (2011).

No intuito de contribuir para o escopo teórico de ETFs, a performance do modelo

¹Por exemplo, Easley, Kiefer e O'HARA (1996a), Easley et al. (1996b), Nyholm (2002), Yan e Zhang (2014), Ersan e Alici (2016) dentre vários outros estudos que estimam a *PIN* para ações de empresas.

LK bayesiano proposto nas seções anteriores é verificada na sequência com o uso de dados das transações minuto a minuto do ETF (*Exchange Traded Fund*) do índice S&P500 ² entre os dias 02/02/2016 e 03/05/2016. Tais dados foram coletados com o auxílio do *software Eikon*[®] da empresa *Thomson Reuters*[®] e receberam o devido tratamento estatístico por meio do *software R*, versão 3.2.4.

É importante destacar que o *Eikon*[®] não identifica se os negócios intradiários partiram de agentes compradores ou vendedores. Essa identificação foi realizada por meio do algoritmo proposto por Lee e Ready (1991), apresentado na seção 5.2.

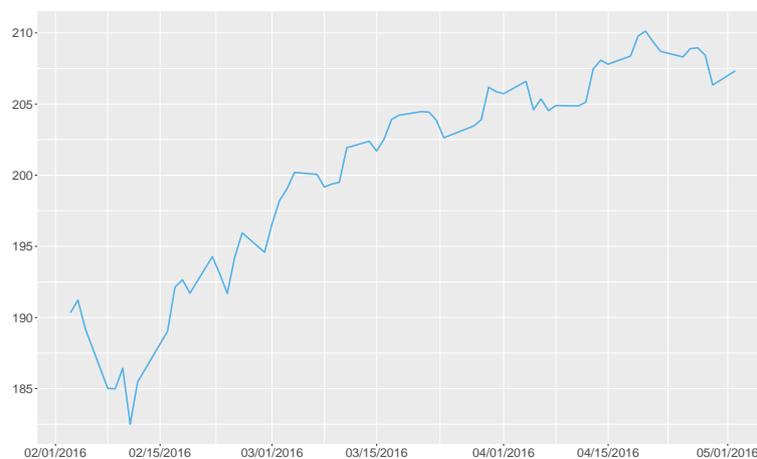
Dessa forma, foram coletadas 57.692 dados minuto a minuto relativos ao *bid price*, *ask price* e *close price* do ETF do S&P500 no período analisado. ³. Tais dados foram submetidos ao algoritmo de Lee e Ready (1991) e então chegou-se a um banco de dados com 62 ordens de compras e vendas do ativo em questão.

A figura 6.1 indica a evolução do preço médio do referido ETF ao longo do período analisado. É possível perceber uma valorização no preço do ativo ao longo do trimestre em questão. No início da série o preço do ETF era de US\$ 190,3312 e subiu para US\$ 207,3306 em 05/03/2016, ocasionando um aumento de 8,93% em seu preço.

²O símbolo para o referido ETF é *SPY*.

³ *Bid price* representa o preço máximo que um comprador está disposto a pagar pelo ETF em questão. *Ask price* é o menor preço que um vendedor está disposto a aceitar para se desfazer do seu ativo. *Close price* é o preço no qual a transação foi realizada

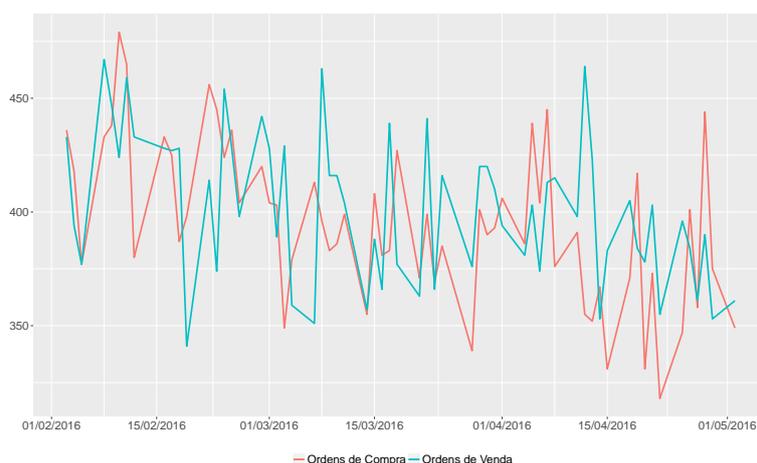
Figura 6.1: Preço médio diário do ETF do S&P500 entre 02/02/2016 e 03/05/2016



Fonte: Elaboração do autor.

Na figura 6.2 é evidenciada a evolução das ordens de compra e venda do ETF do S&P 500 nos 62 dias de negociações analisados. No período em questão foram observados uma média de 395,2097 ordens de compra do referido ETF e 402,1452 ordens de venda.

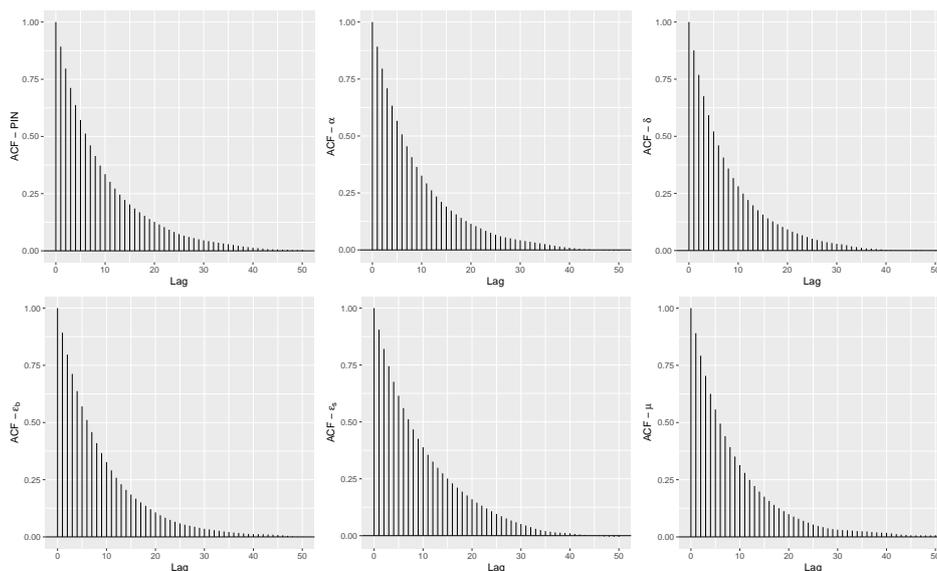
Figura 6.2: Ordens de compra e venda do ETF do S&P500 entre 02/02/2016 e 03/05/2016



Fonte: Elaboração do autor.

Assim como reportado nas simulações realizadas na seção anterior, as estimativas clássicas dos parâmetros foram calculadas a partir da maximização de (5.3a) em conjunto com o algoritmo YZ para a escolha dos valores iniciais (YAN; ZHANG, 2012). As estimativas bayesianas foram realizadas via MCMC com base no algoritmo de Metropolis-Hastings (METROPOLIS et al., 1953; HASTINGS, 1970). Semelhantemente ao realizado nas simulações, os valores iniciais do MCMC foram as estimativas clássicas dos parâmetros. O critério adotado para o diagnóstico de convergência foi o de Gelman e Rubin (GELMAN; RUBIN, 1992) e em todos os modelo bayesianos analisados a referida medida foi próxima de 1. Além disso, a dependência entre os valores gerados foi verificada através de gráficos das funções de autocorrelação, conforme figura 6.3. Em todos os correlogramas criados é possível perceber que, aproximadamente a partir do *lag* 40, os valores gerados não apresentam correlação serial significativa.

Figura 6.3: Funções de autocorrelação da *PIN* e de seus parâmetros

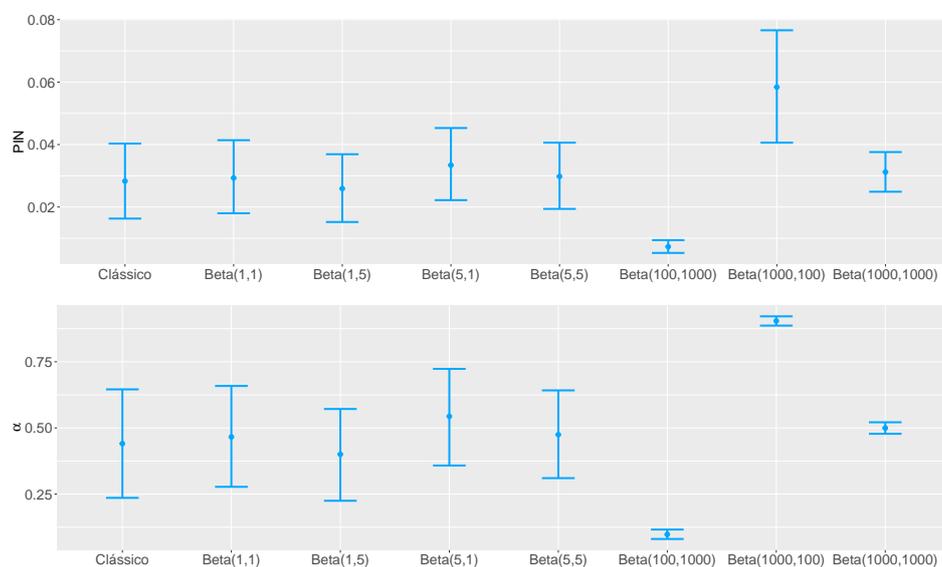


Fonte: Elaboração do autor.

As estimativas da *PIN* e de seus parâmetros estão dispostos nas tabelas 6.3 e 6.4. Para facilitar comparações visuais, em ambas as tabelas foram mantidas as estimativas do modelo LK clássico e do modelo LK bayesiano com *prioris* não-informativas .

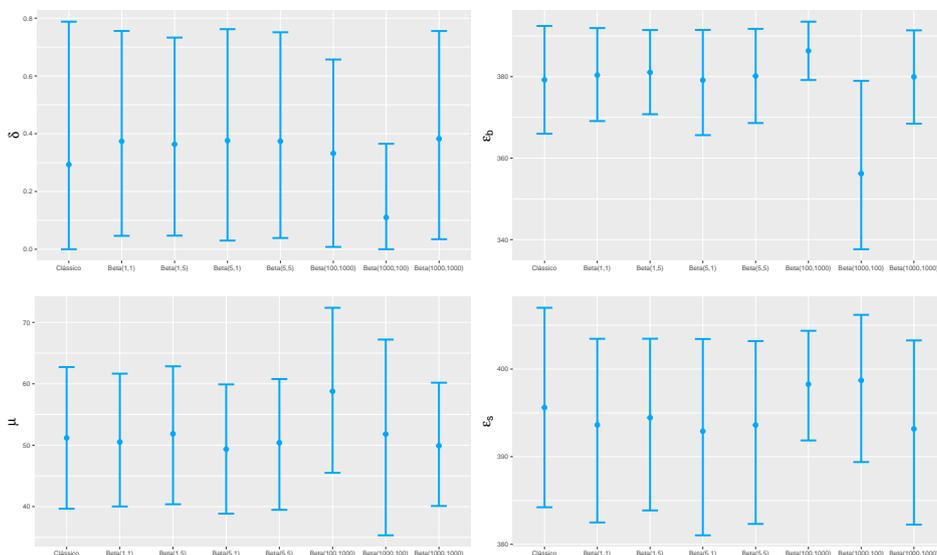
Da mesma forma como na seção anterior, o modelo clássico e o modelo bayesiano apresentaram resultados próximos. Esse fato proporciona um forte indício de que o modelo proposto apresenta boas estimativas para os parâmetros do modelo LK, bem como para a *PIN*. Embora exista essa semelhança entre as estimativas clássicas e bayesianas, analisar a *PIN* por meio de inferência bayesiana apresenta uma vantagem conceitual: diferentemente dos intervalos de confiança clássicos (aqui calculados pelo método delta (OEHLERT, 1992)), os intervalos HPD podem ser interpretados em termos de probabilidades.

Figura 6.4: Estimativas da *PIN* e de α com seus respectivos intervalos de confiança e credibilidade de 95%



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 6.5: Estimativas dos demais parâmetros com seus respectivos intervalos de confiança e credibilidade de 95%



Fonte: Elaboração do autor.

Além disso, a possibilidade de se agregar informações de especialistas sobre a distribuição dos parâmetros também é um dos ganhos do modelo bayesiano LK. Pelas razões elencadas na seção anterior, optou-se por considerar distribuições *a priori* informativas apenas para o parâmetro α . Além das informações das tabelas 6.3 e 6.4, as figuras 6.6 a 6.11 exemplificam que dependendo da *priori* escolhida, α pode sofrer grandes modificações.

Por exemplo, as estimativas bayesianas com *priori* não-informativa para α e PIN são, respectivamente, 0,4660 e 0,0293. No caso em que $\alpha \sim Beta(1000, 100)$, $\hat{\alpha} = 0,9041$ e $\widehat{PIN} = 0,0584$. Quando $\alpha \sim Beta(100, 1000)$ tais medidas apresentam valores menores: $\hat{\alpha} = 0,0976$ e $\widehat{PIN} = 0,0073$. Vale ressaltar que da mesma forma que observado na seção anterior, os demais parâmetros por não terem informação extra agregada, não sofreram grandes modificações em suas estimativas.

Tabela 6.3: Comparação das estimativas clássicas e bayesianas da PIN e de seus parâmetros para a ETF do S&P500 - Parte 1

Parâmetros	Modelo Clássico			Prioris Não Informativas			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(1, 5)$			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(5, 1)$			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(5, 5)$		
	Estimativas	IC 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %	
		LI	LS		LI	LS		LI	LS		LI	LS		LI	LS
PIN	0,0283	0,0163	0,0403	0,0293	0,0180	0,0414	0,0259	0,0152	0,0369	0,0334	0,0222	0,0453	0,0298	0,0194	0,0406
α	0,4407	0,2357	0,6457	0,4660	0,2775	0,6586	0,4003	0,2248	0,5716	0,5437	0,3580	0,7231	0,4746	0,3103	0,6419
δ	0,2932	0,0001	0,7879	0,3738	0,0465	0,7558	0,3634	0,0472	0,7328	0,3764	0,0301	0,7620	0,3741	0,0390	0,7512
ε_b	379,2206	365,9972	392,4439	380,3695	369,1044	391,9298	381,0577	370,7831	391,4482	379,1458	365,6475	391,4754	380,1545	368,6225	391,7359
ε_s	395,6099	384,2276	406,9922	393,6178	382,4944	403,4532	394,4450	383,8686	403,4593	392,9086	381,0278	403,4271	393,6112	382,3266	403,1902
μ	51,1902	39,6580	62,7223	50,5276	40,0235	61,652	51,8533	40,3828	62,8497	49,3453	38,8601	59,9045	50,4004	39,4795	60,7720

Dados do S&P500 entre os dias 02/02/2016 e 03/05/2016.

Como *prioris* não-informativas foram consideradas as seguintes distribuições: $\alpha \sim Beta(1, 1)$; $\delta \sim Beta(1, 1)$; $\varepsilon_b \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$; $\varepsilon_s \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$; $\mu \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$.

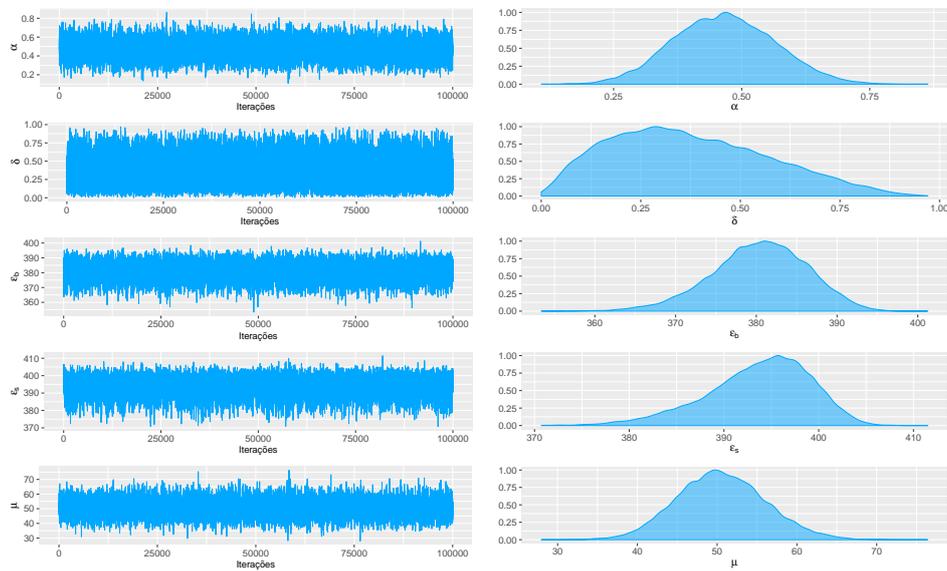
Tabela 6.4: Comparação das estimativas clássicas e bayesianas da PIN e de seus parâmetros para a ETF do S&P500 - Parte 2

Parâmetros	Modelo Clássico			Priori Não Informativa			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(100, 1000)$			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(1000, 100)$			Priori Inf.: $\alpha \sim Beta(1000, 1000)$		
	Estimativas	IC 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %		Estimativas	HPD 95 %	
		LI	LS		LI	LS		LI	LS		LI	LS		LI	LS
PIN	0,0283	0,0163	0,0403	0,0293	0,01800	0,0414	0,0073	0,0053	0,0094	0,0584	0,0406	0,0766	0,0312	0,0249	0,0376
α	0,4407	0,2357	0,6457	0,4660	0,2775	0,6586	0,0976	0,0803	0,1160	0,9041	0,8866	0,9216	0,4996	0,4778	0,5214
δ	0,2932	0,0001	0,7879	0,3738	0,0465	0,7558	0,3319	0,0082	0,6569	0,1102	0,0001	0,3653	0,3826	0,0348	0,7556
ε_b	379,2206	365,9972	392,4439	380,3695	369,1044	391,9298	386,3441	379,1729	393,4975	356,2157	337,6438	378,9662	379,9652	368,4663	391,3730
ε_s	395,6099	384,2276	406,9922	393,6178	382,4944	403,4532	398,2688	391,8523	404,3658	398,7060	389,3881	406,1864	393,1728	382,2519	403,2666
μ	51,1902	39,658	62,7223	50,5276	40,0235	61,6523	58,7761	45,5060	72,3801	51,8133	35,3280	67,2054	49,9061	40,1014	60,1791

Dados do S&P500 entre os dias 02/02/2016 e 03/05/2016.

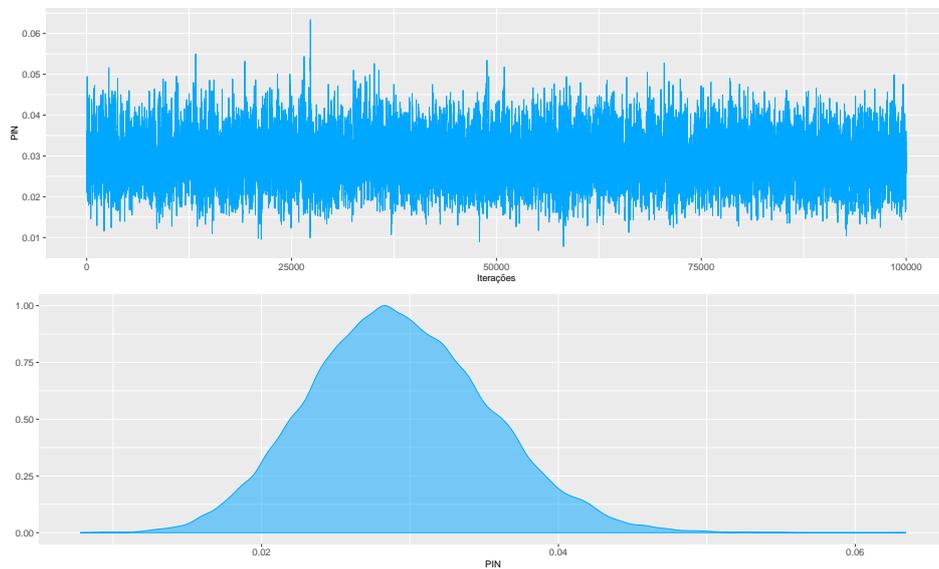
Como *prioris* não-informativas foram consideradas as seguintes distribuições: $\alpha \sim Beta(1, 1)$; $\delta \sim Beta(1, 1)$; $\varepsilon_b \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$; $\varepsilon_s \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$; $\mu \sim Gama(10^{-3}, 10^{-3})$.

Figura 6.6: Gráficos de diagnósticos do MCMC dos parâmetros do modelo LK - Priori não-informativa



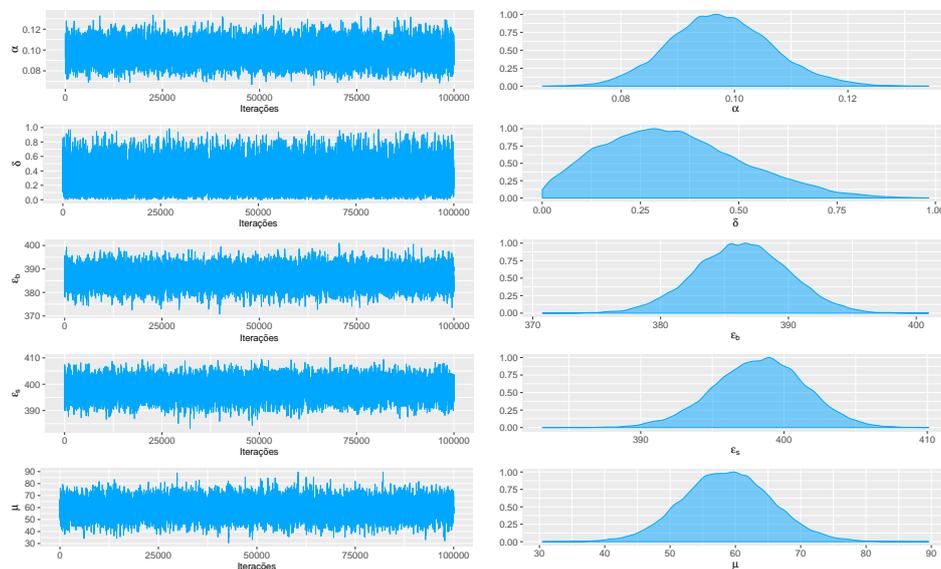
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 6.7: Gráficos de diagnósticos do MCMC da PIN - Priori não-informativa



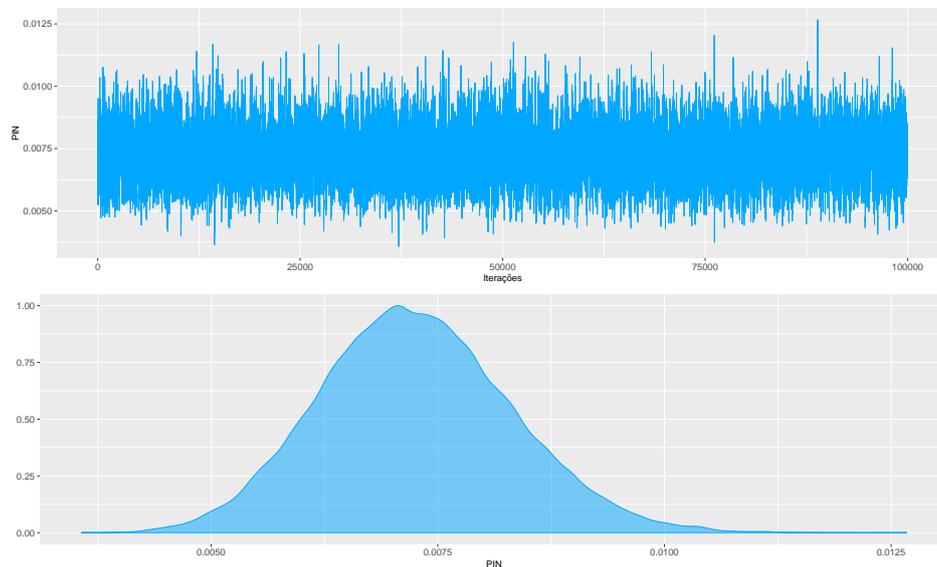
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 6.8: Gráficos de diagnósticos do MCMC dos parâmetros do modelo LK - $\alpha \sim \text{Beta}(100, 1000)$



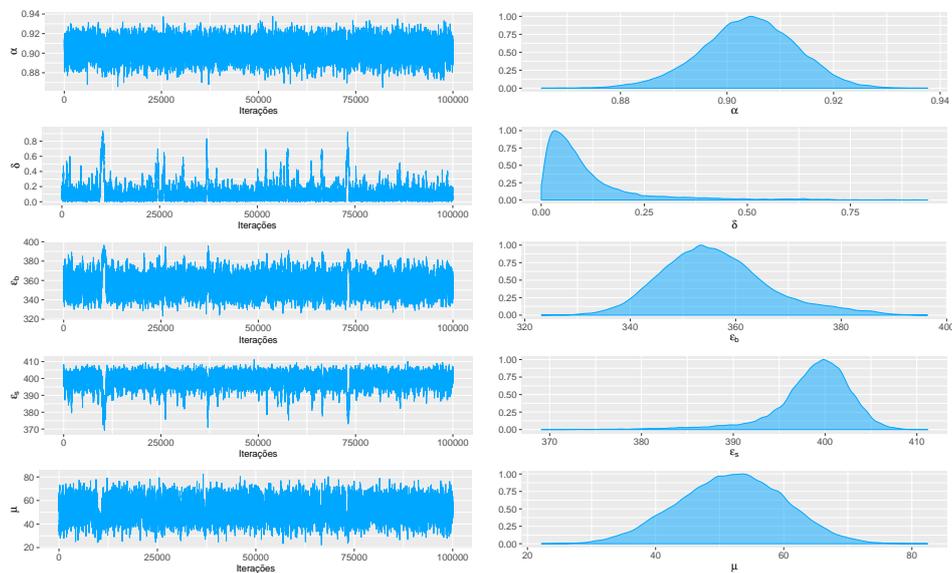
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 6.9: Gráficos de diagnósticos do MCMC da PIN - $\alpha \sim \text{Beta}(100, 1000)$



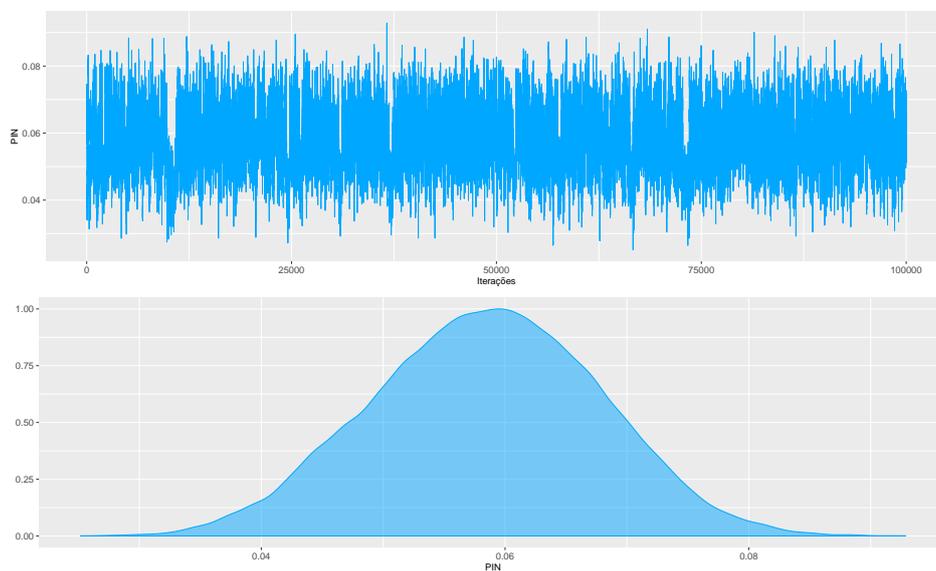
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 6.10: Gráficos de diagnósticos do MCMC dos parâmetros do modelo LK - $\alpha \sim \text{Beta}(1000, 100)$



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 6.11: Gráficos de diagnósticos do MCMC da PIN - $\alpha \sim \text{Beta}(1000, 100)$



Fonte: Elaboração do autor.

7 CONCLUSÃO

O estudo da probabilidade de negociações sob informações privilegiadas está intimamente relacionado ao conceito de assimetria de informação. Um dos principais desdobramentos do referido conceito consiste no conflito de interesse entre agentes e principais, amplamente discutido pela teoria da agência (EISENHARDT, 1989). Tal conflito é evidenciado no modelo informacional que o agente dispõe para a realização de uma determinada transação (JENSEN; MECKLING, 1976; FAMA; JENSEN, 1983). Em um contexto financeiro, por exemplo, diversos mercados são marcados pela diferença informacional entre compradores e vendedores (BREALEY; LELAND; PYLE, 1977). Além disso, nos mercados financeiros a assimetria de informação é particularmente perceptível, pois tomadores de capital tipicamente conhecem melhor suas garantias, habilidades e integridade moral do que os credores (MARTINS; PAULO; ALBUQUERQUE, 2013).

É importante ressaltar que o conflito de interesse elencado pela teoria da agência (EISENHARDT, 1989) associado à hipótese de mercados eficientes (FAMA, 1970; FAMA, 1991), evidencia uma vantagem competitiva ao portador de uma informação privada durante o processo de negociação de ações de uma empresa. Sendo assim, é coerente afirmar que, para os papéis que de fato apresentem negociações com informações privadas, mensurar a existência de *insider trading* pode proporcionar ganhos para o investidor racional (EASLEY; HVIDKJAER; O'HARA, 2002).

A vantagem competitiva em questão, além de estar relacionada à mensuração da assimetria de informação, pode estar relacionada à metodologia utilizada para a sua estimação. Ou seja, a estimação da *PIN* por meio de inferência bayesiana pode pro-

porcionar ganhos em relação ao método clássico tendo em vista que a metodologia bayesiana traz a possibilidade de agregar opiniões subjetivas de especialistas em suas estimativas. Tal fato também constitui uma vantagem competitiva que pode ser evidenciada na elicitación de uma distribuição *a priori* que seja informativa o suficiente para trazer informações contrastantes às estimativas da *PIN* clássica. Dessa forma, por agregar informações subjetivas de especialistas de mercado, a referida metodologia para o cálculo da *PIN* se mostra bastante útil na tomada de decisão.

Além disso, a fundamentação teórica do modelo de probabilidade de negociações privilegiadas proposto por Easley et al. (1996b), Easley, Kiefer e O'Hara (1997a), Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002) se mostra bastante aplicável e apresenta parâmetros com significados bem definidos. Por essa razão, estimar a *PIN* por meio de inferência bayesiana consiste em uma tarefa coerente.

Entretanto, conforme discutido nos capítulos 4 e 5, propor uma análise bayesiana para o modelo EHO não é uma tarefa computacionalmente simples. A presença de pontos flutuantes no processo de maximização da função de verossimilhança do modelo em questão pode comprometer a análise bayesiana. Além disso, a falta de uma estratégia consistente para geração de valores iniciais sólidos podem gerar estimativas viesadas para a *PIN*.

Tais entraves, todavia, são superados com a refatoração da função de verossimilhança proposta por Lin e Ke (2011) e com o algoritmo para a escolha de valores iniciais elaborado por Yan e Zhang (2012). Dessa forma, a estimação da *PIN* bayesiana com base no modelo LK se torna um caminho viável e aplicável à dados reais. Além disso, a estimação bayesiana da probabilidade de informação privilegiada, por ser uma aplicação direta dos modelos EHO e LK, se mostra inédita na literatura em finanças e abre algumas possibilidades de pesquisa.

7.1 Possibilidades para estudos futuros

Conforme discutido até aqui, a estimação da probabilidade de informação privilegiada tem estado presente em variados ramos no estudo de finanças. Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002), por exemplo, relacionam a *PIN* ao retorno de ativos. Odders-White e Ready (2006) utilizam a *PIN* para apresentar os efeitos da liquidez de ativos financeiros nos ratings de crédito de suas companhias. Duarte e Young (2009) associaram a *PIN* com a liquidez de ativos financeiros. Hu (2014) observou que firmas com altos valores para a *PIN* possuem alto poder preditivo nos retornos associados ao desequilíbrio das ordens de compra e venda de opções. Cesari e Huang-Meier (2015) sugerem um efeito positivo de retornos anormais de contratos futuros com elevados índices de informação assimétrica, medida em seu artigo pela *PIN*.

Tendo em vista que alguns estudos tem encontrados relações entre a *PIN* e o retorno dos ativos no qual estão associadas (EASLEY; HVIDKJAER; O'HARA, 2010; HU, 2014; CESARI; HUANG-MEIER, 2015), tal fato levanta suspeitas sobre o relacionamento da probabilidade de informação privilegiada com o risco de mercado. Remetendo-se à hipótese de mercados eficientes (FAMA, 1970; FAMA, 1991), a presença de assimetria de informação motivou o surgimento do risco de informação, um novo tipo de risco sistemático (EASLEY et al., 1996b). Somado a isso, o risco de informação pode sofrer um processo de precificação pelo mercado e influenciar no retorno das ações, sobretudo nos casos em que exista negociações com informações privilegiadas (EASLEY; HVIDKJAER; O'HARA, 2002; HU, 2014; CESARI; HUANG-MEIER, 2015). Tal fato, portanto, levanta suspeitas sobre o relacionamento da *PIN* com o risco de mercado de um ativo e, conseqüentemente, com a sua volatilidade.

Sob o escopo metodológico, a estimação bayesiana da probabilidade de informação privilegiada abre um leque de opções para o campo teórico em questão. Uma sugestão para estudos futuros consiste na busca de uma estratégia eficiente para elicitar *prioris* que possam agregar opiniões de especialistas de mercado sobre a intensidade da *PIN* para um determinado ativo financeiro. Além disso, seria interessante identificar até que

ponto a *PIN* bayesiana oferece uma vantagem competitiva em relação à sua estimativa clássica. Ou seja, tal tarefa consistiria em identificar o quanto de informação a distribuição *a priori* deve incorporar para produzir impactos significativos nas estimativas da probabilidade de informação privilegiada.

7.2 Limitações deste estudo

Embora tenha sido possível desenvolver uma alternativa bayesiana para o modelo LK (e conseqüentemente para a *PIN*) este estudo apresenta algumas limitações que precisam ser elencadas.

Conforme explicitado na seção 2.4, a fundamentação teórica da *PIN* é baseada na quantidade de ordens de compra e venda de um determinado ativo financeiro ¹. Tais ordens, de acordo com os expostos de Easley et al. (1996b), são modeladas de acordo com misturas de distribuições *poisson*, que são identificadas pela expressão (5.1), que é a função de verossimilhança do modelo EHO.

Este estudo, assim como vários outros (EASLEY et al., 1996b; EASLEY; KIEFER; O'HARA, 1997a; EASLEY; HVIDKJAER; O'HARA, 2002; ODDERS-WHITE; READY, 2006; DUARTE; YOUNG, 2009; LIN; KE, 2011; YAN; ZHANG, 2012; HU, 2014; CESARI; HUANG-MEIER, 2015; ERSAN; ALICI, 2016), partiu do pressuposto de que as ordens de compra e venda utilizadas para o cálculo da *PIN* seguem uma distribuição de misturas de *poisson*. Portanto, não foram realizados testes de adequamento dos dados para as referidas misturas de distribuições.

Além disso, de acordo com o modelo proposto por Easley et al. (1996b), Easley, Kiefer e O'Hara (1997a) e Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002), os parâmetros do modelo EHO, por estarem associados à eventos independentes, são conseqüentemente tratados como independentes entre si ². Dessa forma, tal argumento foi incorporado nas distri-

¹Mais do que a simples quantidade das referidas ordens, é necessário identificar se os negócios intra-diários partiram de agentes compradores ou vendedores. Essa identificação foi realizada, neste estudo, com base no algoritmo proposto por Lee e Ready (1991).

²Para maiores detalhes veja a seção 2.4.

buições *a priori* utilizadas na análise bayesiana. Entretanto, semelhantemente ao encontrado em em diversos estudos que abordam a temática da *PIN*³, a independência dos eventos cujos parâmetros do modelo EHO estão associados não foi verificada nesta dissertação.

³Para maiores detalhes veja Easley et al. (1996b), Easley, Kiefer e O'Hara (1997a), Easley, Hvidkjaer e O'hara (2002), Odders-White e Ready (2006), Duarte e Young (2009), Lin e Ke (2011), Yan e Zhang (2012), Hu (2014), Cesari e Huang-Meier (2015), Ersan e Alici (2016).

Apêndice A – ALGORÍTMO DE METROPOLIS-HASTINGS

É apresentado a seguir um algoritmo MCMC para geração de amostras da distribuição *a posteriori* conjunta (4.25) através das condicionais (4.26) a (4.30). O algoritmo é composto por passos de Gibbs (GEMAN; GEMAN, 1984; GELFAND; SMITH, 1990) com Metropolis-Hastings (METROPOLIS et al., 1953; HASTINGS, 1970). Adotou-se aqui a técnica de cadeias simétricas e considerando a distribuição Beta como densidade proposta para os parâmetros α e δ , e a distribuição Gama para os parâmetros ε_b , ε_s e μ .

1. iniciar arbitrariamente em um ponto inicial qualquer $(\alpha^{[0]}, \delta^{[0]}, \varepsilon_b^{[0]}, \varepsilon_s^{[0]}, \mu^{[0]})$ e também o contador $k = 1$;
2. obter um novo valor de $(\alpha^{[k]}, \delta^{[k]}, \varepsilon_b^{[k]}, \varepsilon_s^{[k]}, \mu^{[k]})$ a partir de $(\alpha^{[k-1]}, \delta^{[k-1]}, \varepsilon_b^{[k-1]}, \varepsilon_s^{[k-1]}, \mu^{[k-1]})$ através de sucessivas gerações de valores:

(a) gerar $(U_{1i}, U_{2i}, U_{3i}) \sim Multinomial(1, p_{1i}, p_{2i}, p_{3i})$ em que $p_{ji} = \frac{F_{ji}}{F_{1i} + F_{2i} + F_{3i}}$, $j = 1, 2, 3$ e $i = 1, 2, \dots, n$ e F_{1i} , F_{2i} e F_{3i} são dadas pelas expressões (4.5), (4.6) e (4.7);

(b) gerar $\alpha^* \sim Beta\left(a_1 + \sum_{i=1}^n (U_{2i} + U_{3i}), b_1 + \sum_{i=1}^n U_{3i}\right)$;

(c) gerar $\delta^* \sim \text{Beta} \left(a_2 + \sum_{i=1}^n U_{2i}, b_2 + \sum_{i=1}^n U_{3i} \right);$

(d) gerar $\varepsilon_b^* \sim \text{Gama} \left(\frac{(\varepsilon_b^{[k-1]})^2}{\sigma_{\varepsilon_b}^2}, \frac{\varepsilon_b^{[k-1]}}{\sigma_{\varepsilon_b}^2} \right);$

i. gerar $v \sim \text{Uniforme}(0, 1);$

ii. se $v \leq \frac{\pi(\varepsilon_b^* | \theta_{(\varepsilon_b)}, \mathcal{D})}{\pi(\varepsilon_b^{[k-1]} | \theta_{(\varepsilon_b)}, \mathcal{D})} \frac{\varepsilon_b^{[k-1]} \left(\frac{\varepsilon_b^{[k-1]^2}}{\sigma_{\varepsilon_b}^2} - 1 \right) e^{-\frac{\varepsilon_b^{[k-1]} \varepsilon_b^{[k-1]}}{\sigma_{\varepsilon_b}^2}}}{\varepsilon_b^* \left(\frac{\varepsilon_b^{[k-1]^2}}{\sigma_{\varepsilon_b}^2} - 1 \right) e^{-\frac{\varepsilon_b^{[k-1]} \varepsilon_b^*}{\sigma_{\varepsilon_b}^2}}}$, fazer $\varepsilon_b^{[k]} = \varepsilon_b^*$.

Caso contrário, fazer $\varepsilon_b^{[k]} = \varepsilon_b^{[k-1]}$.

(e) gerar $\varepsilon_s^* \sim \text{Gama} \left(\frac{(\varepsilon_s^{[k-1]})^2}{\sigma_{\varepsilon_s}^2}, \frac{\varepsilon_s^{[k-1]}}{\sigma_{\varepsilon_s}^2} \right);$

i. gerar $v \sim \text{Uniforme}(0, 1);$

ii. se $v \leq \frac{\pi(\varepsilon_s^* | \theta_{(\varepsilon_s)}, \mathcal{D})}{\pi(\varepsilon_s^{[k-1]} | \theta_{(\varepsilon_s)}, \mathcal{D})} \frac{\varepsilon_s^{[k-1]} \left(\frac{\varepsilon_s^{[k-1]^2}}{\sigma_{\varepsilon_s}^2} - 1 \right) e^{-\frac{\varepsilon_s^{[k-1]} \varepsilon_s^{[k-1]}}{\sigma_{\varepsilon_s}^2}}}{\varepsilon_s^* \left(\frac{\varepsilon_s^{[k-1]^2}}{\sigma_{\varepsilon_s}^2} - 1 \right) e^{-\frac{\varepsilon_s^{[k-1]} \varepsilon_s^*}{\sigma_{\varepsilon_s}^2}}}$, fazer $\varepsilon_s^{[k]} = \varepsilon_s^*$.

Caso contrário, fazer $\varepsilon_s^{[k]} = \varepsilon_s^{[k-1]}$.

$$(f) \text{ gerar } \mu^* \sim \text{Gama} \left(\frac{(\mu^{[k-1]})^2}{\sigma_\mu^2}, \frac{\mu^{[k-1]}}{\sigma_\mu^2} \right)$$

i. gerar $v \sim \text{Uniforme}(0, 1)$;

$$\text{ii. se } v \leq \frac{\pi(\mu^* | \boldsymbol{\theta}(\mu), \mathcal{D})}{\pi(\mu^{[k-1]} | \boldsymbol{\theta}(\mu), \mathcal{D})} \frac{\mu^{[k-1]} \left(\frac{\mu^{[k-1]^2}}{\sigma_\mu^2} - 1 \right) e^{-\frac{\mu^{[k-1]} \mu^{[k-1]}}{\sigma_\mu^2}}}{\mu^* \left(\frac{\mu^{[k-1]^2}}{\sigma_\mu^2} - 1 \right) e^{-\frac{\mu^{[k-1]} \mu^*}{\sigma_\mu^2}}}, \text{ fazer } \epsilon_S^{[k]} = \epsilon_S^*.$$

Caso contrário, fazer $\epsilon_S^{[k]} = \epsilon_S^{[k-1]}$.

3. Atualizar o contador para $k = k + 1$ e retornar ao passo (2) até obter a cadeia desejada.

Note que $\sigma_{\epsilon_b}^2$, $\sigma_{\epsilon_s}^2$ e σ_μ^2 são parâmetros que controlam a variância da distribuição geradora. Valores pequenos dos referidos parâmetros aumentarão a taxa de aceitação do algoritmo, porém a cadeia evoluirá lentamente. Por outro lado, valores grandes de $\sigma_{\epsilon_b}^2$, $\sigma_{\epsilon_s}^2$ e σ_μ^2 farão a cadeia evoluir mais rapidamente, porém diminuirão a taxa de aceitação.

Apêndice B – ALGORÍTMO DE METROPOLIS-HASTINGS APLICADO NA LOG-POSTERIORI

O algoritmo de Metropolis-Hastings (METROPOLIS et al., 1953; HASTINGS, 1970) é utilizado para gerar amostras de uma distribuição conjunta nos casos onde as densidades condicionais apresentam formas (distribuições) desconhecidas.

Suponha que se deseja gerar valores de uma densidade $\pi(\theta_i | \theta_{(-i)}, \mathcal{D})$. Para simplificar a notação considere que θ_i seja identificado por θ e $\pi(\theta)$ pela densidade marginal desejada.

Seja $q(\theta, \cdot)$ o núcleo de transição que define a função geradora do novo estado da cadeia, isto é, θ^* . O algoritmo para simulação de uma amostra de $\pi(\theta)$ via cadeia de Markov é dada por:

1. iniciar arbitrariamente em um ponto inicial qualquer $\theta^{[0]}$ e também o contador $k = 1$;
2. a cadeia se move para um novo valor θ^* gerado da densidade $q(\theta^* | \theta^{(j-1)})$;
3. calcula-se a probabilidade de aceitação do movimento γ , dado por:

$$\begin{aligned}
\gamma(\theta, \theta^*) &= \min \left\{ \log 1, \log \left[\frac{\pi(\theta^*) q(\theta^{(j-1)} | \theta^*)}{\pi(\theta^{(j-1)}) q(\theta^* | \theta^{(j-1)})} \right] \right\} \\
&= \min \left\{ 0, \log \left[\pi(\theta^*) q(\theta^{(j-1)} | \theta^*) \right] - \log \left[\pi(\theta^{(j-1)}) q(\theta^* | \theta^{(j-1)}) \right] \right\} \\
&= \min \left\{ 0, \log \pi(\theta^*) + \log q(\theta^{(j-1)} | \theta^*) - \log \pi(\theta^{(j-1)}) - \log q(\theta^* | \theta^{(j-1)}) \right\},
\end{aligned}$$

em que $\log \pi(\cdot)$ é a *log-posteriori* dada por (6.6) e $q(\cdot)$ é a função proposta que pode ser dada, por exemplo, por uma distribuição normal centrada no ponto imediatamente anterior e variância σ^2 . Vale destacar que pequenos valores do referido parâmetro aumentam a taxa de aceitação do algoritmo, porém a cadeia evolui lentamente. Por outro lado, grandes valores de σ^2 fazem com que a cadeia evolua mais rapidamente, mas com uma taxa de aceitação menor.

(a) gerar $w \sim \text{Uniforme}(0, 1)$;

(b) se $\log w \leq \gamma$ então aceite o novo valor e faça $\theta^{(j+1)} = \theta^*$. Caso contrário faça $\theta^{(j)} = \theta^{(j-1)}$;

4. atualizar o contador para $j = j + 1$ e retornar para o segundo passo até a convergência.

Apêndice C – PROGRAMAÇÕES UTILIZADAS

Estes programas foram utilizados para estimar as PIN clássica e bayesiana por meio do modelo EHO, conforme exposto no capítulo 4.

C.1 Modelo EHO

C.1.1 Modelo EHO clássico

```
set.seed(12345)

#Selecionando os parâmetros
alpha<-0.4
delta<-.5
eb<-60
es<-60
mu<-30

# Simulando os dados das ordens de compra (B) e venda(S)
# de acordo com a teoria de Easley et al
m<-60
B<-S<-numeric(m)

for (i in 1:m){
  u1<-rbinom(1,1,alpha)
  u2<-rbinom(1,1,delta)
  if ((u1==1)&&(u2==1)) {
    B[i]<-rpois(1,eb)
```

```

    S[i]<-rpois(1,es+mu)
  }

  if ((u1==1)&&(u2==0)) {
    B[i]<-rpois(1,eb+mu)
    S[i]<-rpois(1,es)
  }

  if (u1==0) {
    B[i]<-rpois(1,eb)
    S[i]<-rpois(1,es)
  }
}

#Calculando a PIN

param<-c(0.5,.5,mean(B),mean(S),30)

vero<-function(par,B,S){
  alpha <- par[1]
  mu <- par[5]
  Eb <- par[3]
  Es <- par[4]
  delta <- par[2]

  if ((alpha>0)&&(alpha<1)&&(delta>0)&&(delta<1)&&(Eb>0)&&(Es>0)&&(mu>0))
    return( -1* sum(log(

      (1-alpha)*exp(-Eb)*Eb^B*exp(-Es)*Es^S/(factorial(B)*factorial(S)) +
      alpha*delta*exp(-Eb)*Eb^B*exp(-Es-mu)*(Es+mu)^S/(factorial(B)*factorial(S)) +
      alpha*(1-delta)*exp(-Eb-mu)*(Eb+mu)^B*exp(-Es)*Es^S/(factorial(B)*factorial(S))
    )))
  else return(-Inf)
}

```

```

emv<-optim(param,vero,B=B,S=S, hessian=T)
round(emv$par,4)

#####
#Método Delta para calcular intervalos de confiança para a PIN e seus parâmetros

require(emdbook)
#### calculo da variância do PIN
Sigma<-solve(emv$hessian)

var.PIN<-deltavar(fun = alpha*mu/(alpha*mu+Eb+Es), Sigma=Sigma,
                 meanval=c(alpha=emv$par[1],delta=emv$par[2],Eb=emv$par[3],
                 Es=emv$par[4],mu=emv$par[5]))

est.PIN<-emv$par[1]*emv$par[5]/(emv$par[1]*emv$par[5]+emv$par[3]+emv$par[4])

#### Construindo IC 95% do PIN
LI.PIN<-est.PIN - qnorm(0.975)*var.PIN^.5
LS.PIN<-est.PIN + qnorm(0.975)*var.PIN^.5

round(est.PIN,4)
round(LI.PIN,4)
round(LS.PIN,4)

#### Construindo IC 95% de alpha
LI.alpha<-emv$par[1] - qnorm(0.975)*Sigma[1,1]^0.5
LS.alpha<-emv$par[1] + qnorm(0.975)*Sigma[1,1]^0.5

round(emv$par[1],4)
round(LI.alpha,4)
round(LS.alpha,4)

#### Construindo IC 95% de delta

```

```
LI.delta<-emv$par[2] - qnorm(0.975)*Sigma[2,2]^0.5  
LS.delta<-emv$par[2] + qnorm(0.975)*Sigma[2,2]^0.5
```

```
round(emv$par[2],4)  
round(LI.delta,4)  
round(LS.delta,4)
```

```
#### Construindo IC 95% de Eb
```

```
LI.Eb<-emv$par[3] - qnorm(0.975)*Sigma[3,3]^0.5  
LS.Eb<-emv$par[3] + qnorm(0.975)*Sigma[3,3]^0.5
```

```
round(emv$par[3],4)  
round(LI.Eb,4)  
round(LS.Eb,4)
```

```
#### Construindo IC 95% de Es
```

```
LI.Es<-emv$par[4] - qnorm(0.975)*Sigma[4,4]^0.5  
LS.Es<-emv$par[4] + qnorm(0.975)*Sigma[4,4]^0.5
```

```
round(emv$par[4],4)  
round(LI.Es,4)  
round(LS.Es,4)
```

```
#### Construindo IC 95% de Es
```

```
LI.mu<-emv$par[5] - qnorm(0.975)*Sigma[5,5]^0.5  
LS.mu<-emv$par[5] + qnorm(0.975)*Sigma[5,5]^0.5
```

```
round(emv$par[5],4)  
round(LI.mu,4)  
round(LS.mu,4)
```

C.1.2 Modelo EHO Bayesiano - Com variáveis latentes

```
set.seed(12345)

#Selecionando os parâmetros
alpha<-0.4
delta<-0.5
Eb<-60
Es<-60
mu<-30

PIN.real = alpha*mu/(alpha*mu + Eb + Es)

# Simulando os dados das ordens de compra (B) e venda(S)
# de acordo com a teoria do Easley
m<-60
B<-S<-numeric(m)

for (i in 1:m){
  u1<-rbinom(1,1,alpha)
  u2<-rbinom(1,1,delta)
  if ((u1==1)&&(u2==1)) {
    B[i]<-rpois(1,Eb)
    S[i]<-rpois(1,Es+mu)
  }

  if ((u1==1)&&(u2==0)) {
    B[i]<-rpois(1,Eb+mu)
    S[i]<-rpois(1,Es)
  }

  if (u1==0) {
    B[i]<-rpois(1,Eb)
    S[i]<-rpois(1,Es)
  }
}
```

```

#ProbabilidadeEs da variável latente u

### probabilidadeEs da variável latente u (multinomial)
pu1<-function(alpha,delta,Eb,Es,mu,B,S) {
  A <- (1-alpha)*exp(-Eb)*Eb^B*exp(-Es)*Es^S +

  (alpha)*delta*exp(-Eb)*Eb^B*exp(-Es-mu)*(Es+mu)^S +

  (alpha)*(1-delta)*exp(-Eb-mu)*(Eb+mu)^B*exp(-Es)*(Es)^S

  return((1-alpha)*exp(-Eb)*Eb^B*exp(-Es)*Es^S / A)
}

pu2<-function(alpha,delta,Eb,Es,mu,B,S) {
  A <- (1-alpha)*exp(-Eb)*Eb^B*exp(-Es)*Es^S +

  (alpha)*delta*exp(-Eb)*Eb^B*exp(-Es-mu)*(Es+mu)^S +

  (alpha)*(1-delta)*exp(-Eb-mu)*(Eb+mu)^B*exp(-Es)*(Es)^S

  return((alpha)*delta*exp(-Eb)*Eb^B*exp(-Es-mu)*(Es+mu)^S / A)
}

# Gerei pu3 por força do hábito, mas não a usarei.
# No script abaixo uso o fato de que pu3 = 1 - pu1 - pu2.
pu3<-function(alpha,delta,Eb,Es,mu,B,S) {
  A <- (1-alpha)*exp(-Eb)*Eb^B*exp(-Es)*Es^S +

  (alpha)*delta*exp(-Eb)*Eb^B*exp(-Es-mu)*(Es+mu)^S +

  (alpha)*(1-delta)*exp(-Eb-mu)*(Eb+mu)^B*exp(-Es)*(Es)^S

  return((alpha)*(1-delta)*exp(-Eb-mu)*(Eb+mu)^B*exp(-Es)*(Es)^S / A)
}

```

```
##### Hiperparametros priori
# Nesse primeiro momento estou utilizando prioris não informativas para ver
# se a estimativa bayesiana com as variáveis latentes está
# de acordo com a estimativa clássica
a1<-1
b1<-1

a2<-1
b2<-1

a3<-10^-3
b3<-10^-3

a4<-10^-3
b4<-10^-3

a5<-10^-3
b5<-10^-3

### A partir daqui é realizado o MCMC na raça

M<-20000    ### M é o tamanho da cadeia MCMC

##### Cadeia MCMC
theta<-matrix(0,M,5)

##### ChutEs iniciais
alpha0<-0.5
delta0<-0.5
Eb0<-mean(B)
Es0<-mean(S)
mu0<-30

for (j in 1:M){
```

```

#### calculo variáveis latentEs
u<-matrix(0,m,3)
for (i in 1:m){
  u[i,]<-rmultinom(1,1,c(pu1(alpha0,delta0,Eb0,Es0,mu0,B[i],S[i]),
                        pu2(alpha0,delta0,Eb0,Es0,mu0,B[i],S[i]),
                        1-pu1(alpha0,delta0,Eb0,Es0,mu0,B[i],S[i])-
                        pu2(alpha0,delta0,Eb0,Es0,mu0,B[i],S[i])))
}
U1<-sum(u[,1])
U2<-sum(u[,2])
U3<-sum(u[,3])

### Condicional de alpha
theta[j,1]<-rbeta(1,a1+U2+U3,b1+U1)
alpha0<-theta[j,1]

### Condicional de delta
theta[j,2]<-rbeta(1,a2+U2,b2+U3)
delta0<-theta[j,2]

u1<-u[,1]
u2<-u[,2]
u3<-u[,3]

### geração de Eb
var.Eb<-1
Eb1<-rgamma(1, shape = (Eb0^2/var.Eb), rate = (Eb0/var.Eb))
v<-log(runif(1,0,1))
fi.Eb0<-(a3+sum(B*(u1+u2))-1)*log(Eb0) - Eb0*(b3+m) + (sum(B*u3))*log(Eb0+mu0) -
  dgamma(Eb1, shape = (Eb0^2/var.Eb),rate = (Eb0/var.Eb),log=TRUE)
fi.Eb1<-(a3+sum(B*(u1+u2))-1)*log(Eb1) - Eb1*(b3+m) + (sum(B*u3))*log(Eb1+mu0) -
  dgamma(Eb0, shape = (Eb1^2/var.Eb),rate = (Eb1/var.Eb),log=TRUE)

if (v <= (fi.Eb1 - fi.Eb0)) theta[j,3]<-Eb1
if (v > (fi.Eb1 - fi.Eb0)) theta[j,3]<-Eb0

```

```

### geração de Es
var.Es<-1
Es1<-rgamma(1, shape = (Es0^2/var.Es), rate = (Es0/var.Es))
v<-log(runif(1,0,1))
fi.Es0<- (a4+sum(S*(u1+u3))-1)*log(Es0) - Es0*(b4+m) + (sum(S*u2))*log(Es0+mu0) -
  dgamma(Es1, shape = (Es0^2/var.Es),rate = (Es0/var.Es),log=TRUE)
fi.Es1<- (a4+sum(S*(u1+u3))-1)*log(Es1) - Es1*(b4+m) + (sum(S*u2))*log(Es1+mu0) -
  dgamma(Es0, shape = (Es1^2/var.Es),rate = (Es1/var.Es),log=TRUE)

if (v <= (fi.Es1 - fi.Es0)) theta[j,4]<-Es1
if (v > (fi.Es1 - fi.Es0)) theta[j,4]<-Es0

### geração de mu
var.mu<-2
mu1<-rgamma(1, shape = (mu0^2/var.mu), rate = (mu0/var.mu))
v<-log(runif(1,0,1))
fi.mu0<- (a5-1)*log(mu0) - (b5+U2+U3)*mu0 + (sum(B*u3))*log(Eb0+mu0) +
  (sum(S*u2))*log(Es0+mu0) - dgamma(mu1, shape = (mu0^2/var.mu),
  rate = (mu0/var.mu),log=TRUE)
fi.mu1<- (a5-1)*log(mu1) - (b5+U2+U3)*mu1 + (sum(B*u3))*log(Eb0+mu1) +
  (sum(S*u2))*log(Es0+mu1) - dgamma(mu0, shape = (mu1^2/var.mu),
  rate = (mu1/var.mu),log=TRUE)

if (v <= (fi.mu1 - fi.mu0)) theta[j,5]<-mu1
if (v > (fi.mu1 - fi.mu0)) theta[j,5]<-mu0

Eb0<-theta[j,3]
Es0<-theta[j,4]
mu0<-theta[j,5]

cat(j, "\n")

```

```
}

alpha.bayes = mean(theta[,1])
delta.bayes = mean(theta[,2])
Eb.bayes    = mean(theta[,3])
Es.bayes    = mean(theta[,4])
mu.bayes    = mean(theta[,5])

round(alpha.bayes,4)
round(delta.bayes,4)
round(Eb.bayes,4)
round(Es.bayes,4)
round(mu.bayes,4)

plot(theta[,1])
plot(density(theta[,1]))

plot(theta[,2])
plot(density(theta[,2]))

plot(theta[,3])
plot(density(theta[,3]))

plot(theta[,4])
plot(density(theta[,4]))

plot(theta[,5])
plot(density(theta[,5]))

#Estimativa pontual da PIN
PIN.est<-theta[,1]*theta[,5]/(theta[,1]*theta[,5] + theta[,3] + theta[,4])
plot(density(PIN.est))
bayes.PIN<-mean(PIN.est)

round(bayes.PIN,4)
```

```
#### intervalos HPD (intervalo com 95% de credibilidade)
require(TeachingDemos)
round(emp.hpd(PIN.est),4)

# IC para alpha
round(emp.hpd(theta[,1]),4)

# IC para delta
round(emp.hpd(theta[,2]),4)

# IC para Eb
round(emp.hpd(theta[,3]),4)

# IC para Es
round(emp.hpd(theta[,4]),4)

# IC para mu
round(emp.hpd(theta[,5]),4)
```

C.2 Modelo LK

Estes programas foram utilizados para estimar as PIN clássica e bayesiana por meio do modelo LK, conforme exposto no capítulo 6.

C.2.1 Simulações do Modelo LK

```
set.seed(12345)

#Simulação dos parâmetros do modelo PIN-LK que Lin e Ke (2011)
# fizeram na página 636 (12 do pdf) do artigo.
# No artigo, os autores calcularam a PIN para
# 1056 empresas da NYSE e obtiveram os parâmetros médios bem como a PIN média
```

```
# Aqui será simulado os resultados desse PIN média

#Selecionando os parâmetros
alpha<-0.3638
delta<-0.5299
Eb<-563
Es<-563
mu<-472

PIN.real = alpha*mu/(alpha*mu + Eb + Es)

# Simulando os dados das ordens de compra (B) e venda(S)
# de acordo com a teoria de Easley et al.
m<-240
B<-S<-numeric(m)

for (i in 1:m){
  u1<-rbinom(1,1,alpha)
  u2<-rbinom(1,1,delta)
  if ((u1==1)&&(u2==1)) {
    B[i]<-rpois(1,Eb)
    S[i]<-rpois(1,Es+mu)
  }

  if ((u1==1)&&(u2==0)) {
    B[i]<-rpois(1,Eb+mu)
    S[i]<-rpois(1,Es)
  }

  if (u1==0) {
    B[i]<-rpois(1,Eb)
    S[i]<-rpois(1,Es)
  }
}

dados = cbind(B,S)
```

```

# Chutes Iniciais
f.YZLKPIN <- function(buySell) {
  # conduct the initial value procedure in Yan and Zhang (2012)
  Bmean <- mean(buySell[,1])
  Smean <- mean(buySell[,2])

  solutions <- matrix(0, 125, 7)
  counter <- 1

  if (Bmean <= Smean) {
    for (alpha1 in seq(0.1, 0.9, 0.2)) {
      for (deltal in seq(0.1, 0.9, 0.2)) {
        for (gamma in seq(0.1, 0.9, 0.2)) {
          alpha <- alpha1
          delta <- deltal
          Eb <- gamma * Bmean
          mu <- (Bmean - Eb) / (alpha * (1-delta))
          Es <- Smean - alpha*delta*mu
          if(Eb < 0 | Es < 0 | mu < 0 ) {
            next
          }
          xx <- f.LKPIN(buySell, c(alpha, delta, Eb, Es, mu))
          solutions[counter, 1] <- xx$PIN
          solutions[counter, 2] <- xx$neglogl
          solutions[counter, 3] <- xx$param[1]
          solutions[counter, 4] <- xx$param[2]
          solutions[counter, 5] <- xx$param[3]
          solutions[counter, 6] <- xx$param[4]
          solutions[counter, 7] <- xx$param[5]
          counter <- counter + 1
        }
      }
    }
  } else {
    for (alpha1 in seq(0.1, 0.9, 0.2)) {
      for (deltal in seq(0.1, 0.9, 0.2)) {
        for (gamma in seq(0.1, 0.9, 0.2)) {
          alpha <- alpha1
          delta <- deltal

```

```

    Es <- gamma * Smean
    mu <- (Smean - Es) / (alpha * delta)
    Eb <- Bmean - alpha*(1-delta)*mu
    if(Eb < 0 | Es < 0 | mu < 0 ) {
      next
    }
    xx <- f.LKPIN(buySell, c(alpha, delta, Eb, Es, mu))
    solutions[counter, 1] <- xx$PIN
    solutions[counter, 2] <- xx$neglogl
    solutions[counter, 3] <- xx$param[1]
    solutions[counter, 4] <- xx$param[2]
    solutions[counter, 5] <- xx$param[3]
    solutions[counter, 6] <- xx$param[4]
    solutions[counter, 7] <- xx$param[5]
    counter <- counter + 1
  }
}
}
}
}
solutionSet <- solutions[solutions[,1] != 0,]
PIN <- solutionSet[solutionSet[,2] == min(solutionSet[,2]), 1]
if (length(PIN) > 1) {PIN <- PIN[1]}
param <- solutionSet[solutionSet[,2] == min(solutionSet[,2]), 3:7]
if(length(param) > 5) {param <- param[1,] }

if(length(PIN) == 0) { PIN <- 0}
if(length(param) == 0) { param <- c(0,0,0,0,0)}

return(list(PIN= PIN, param = param, solutions = solutions))
}

# Função de verossimilhança do modelo LK
f.LKML <- function(param, buySell) {
  alpha <- param[1]
  delta <- param[2]
  Eb <- param[3]
  Es <- param[4]
  mu <- param[5]
  # build LK (2011) dynamic factorization components

```

```

e1 <- -mu - B*log(1 + mu / Eb)
e2 <- -mu - S*log(1 + mu / Es)
e3 <- -B*log(1+ mu / Eb) - S*log(1+ mu / Es)
emax <- apply(as.matrix(cbind(e1,e2,e3)), 1, max)

logl <- log(alpha*delta*exp(e1 -emax) + alpha*(1-delta)*exp(e2 - emax) +
  (1-alpha)*exp(e3 - emax)) + B*log(Eb + mu) + S*log(Es + mu) - (Eb + Es) + emax

logl[is.infinite(logl)] <- 0
logl[is.nan(logl)] <- 0
return(-sum(logl)) # return negative log likelihood
}

f.LKPIN <- function(buySell, initial) {
  # param: pnews, pbad, mu, epsB, epsS
  # initial <- c(0.5, 0.5, 1, 1, 1)
  optim(initial, f.LKML, buySell = buySell, method = "L-BFGS-B",
    lower = c(0,0,0.01,0.01, 0.01), upper = c(1,1,Inf, Inf, Inf))-> xx
  param <- xx$par
  neglogl <- xx$value
  PIN <- (param[1] * param[5])/(param[3] + param[4] + param[1]*param[5]) # PIN

  return(list(PIN = PIN, param = param, neglogl = neglogl))
}

# Chutes iniciais
f.YZLKPIN(dados)

#####
#Método Delta para calcular intervalos de confiança para a PIN e seus parâmetros
emv = optim(c(0.5, 0.5, 1, 1, 1), f.LKML, buySell = buySell, method = "L-BFGS-B",
  lower = c(0,0,0.01,0.01, 0.01), upper = c(1,1,Inf, Inf, Inf), hessian=T)

require(emdbook)
#### calculo da variância do PIN

```

```
Sigma<-solve(emv$hessian)

var.PIN<-deltavar(fun = alpha*mu/(alpha*mu+Eb+Es), Sigma=Sigma,
                 meanval=c(alpha=emv$par[1], delta=emv$par[2], Eb=emv$par[3],
                           Es=emv$par[4], mu=emv$par[5]))

est.PIN<-emv$par[1]*emv$par[5]/(emv$par[1]*emv$par[5]+emv$par[3]+emv$par[4])

#### Construindo IC 95% do PIN
LI.PIN<-est.PIN - qnorm(0.975)*var.PIN^.5
LS.PIN<-est.PIN + qnorm(0.975)*var.PIN^.5

est.PIN
LI.PIN
LS.PIN

#### Construindo IC 95% de alpha
LI.alpha<-emv$par[1] - qnorm(0.975)*Sigma[1,1]^0.5
LS.alpha<-emv$par[1] + qnorm(0.975)*Sigma[1,1]^0.5

emv$par[1]
LI.alpha
LS.alpha

#### Construindo IC 95% de delta
LI.delta<-emv$par[2] - qnorm(0.975)*Sigma[2,2]^0.5
LS.delta<-emv$par[2] + qnorm(0.975)*Sigma[2,2]^0.5

emv$par[2]
LI.delta
LS.delta

#### Construindo IC 95% de Eb
```

```
LI.Eb<-emv$par[3] - qnorm(0.975)*Sigma[3,3]^0.5
LS.Eb<-emv$par[3] + qnorm(0.975)*Sigma[3,3]^0.5
```

```
emv$par[3]
LI.Eb
LS.Eb
```

```
#### Construindo IC 95% de Es
LI.Es<-emv$par[4] - qnorm(0.975)*Sigma[4,4]^0.5
LS.Es<-emv$par[4] + qnorm(0.975)*Sigma[4,4]^0.5
```

```
emv$par[4]
LI.Es
LS.Es
```

```
#### Construindo IC 95% de Es
LI.mu<-emv$par[5] - qnorm(0.975)*Sigma[5,5]^0.5
LS.mu<-emv$par[5] + qnorm(0.975)*Sigma[5,5]^0.5
```

```
emv$par[5]
LI.mu
LS.mu
```

```
#####
#####
```

```
# Modelo LK bayesiano
```

```
post<-function(param,B,S){
  alpha <- param[1]
  delta <- param[2]
  Eb <- param[3]
  Es <- param[4]
  mu <- param[5]
  # build LK (2011) dynamic factorization components
  e1 <- -mu - B*log(1 + mu / Eb)
  e2 <- -mu - S*log(1 + mu / Es)
```

```

e3 <- -B*log(1+ mu / Eb) - S*log(1+ mu / Es)
emax <- apply(as.matrix(cbind(e1,e2,e3)), 1, max)

logl <- log(alpha*delta*exp(e1 -emax) + alpha*(1-delta)*exp(e2 - emax) +
  (1-alpha)*exp(e3 - emax)) + B*log(Eb + mu) + S*log(Es + mu) - (Eb + Es) + emax

logl[is.infinite(logl)] <- 0
logl[is.nan(logl)] <- 0

if ((alpha>0)&&(alpha<1)&&(delta>0)&&(delta<1)&&(Eb>0)&&(Es>0)&&(mu>0))
  return( sum(logl
)
+ dbeta(alpha,1,1,log=TRUE)
+ dbeta(delta,1,1,log=TRUE)
+ dgamma(Eb,10^-3,10^-3,log=TRUE)
+ dgamma(Es,10^-3,10^-3,log=TRUE)
+ dgamma(mu,10^-3,10^-3,log=TRUE)
)
else return(-Inf)
}

require(MCMCpack)

theta<-MCMCmetrop1R(post,c(.37,.46,563.90,563.76, 471.19),
  B=dados[,1],S=dados[,2],logfun=TRUE,mcmc=20000)
alpha.bayes<-mean(theta[,1])
delta.bayes<-mean(theta[,2])
Eb.bayes<-mean(theta[,3])
Es.bayes<-mean(theta[,4])
mu.bayes<-mean(theta[,5])

round(alpha.bayes,4)
round(delta.bayes,4)
round(Eb.bayes,4)
round(Es.bayes,4)
round(mu.bayes,4)

```

```

#Estimativa pontual da PIN
PIN.est<-theta[,1]*theta[,5]/(theta[,1]*theta[,5] + theta[,3] + theta[,4])
plot(density(PIN.est))
bayes.PIN<-mean(PIN.est)

round(bayes.PIN,4)

#### intervalos HPD (intervalo com 95% de credibilidade)
require(TeachingDemos)
HPD.PIN = emp.hpd(PIN.est)

# IC para alpha
HPD.alpha = emp.hpd(theta[,1])

# IC para delta
HPD.delta = emp.hpd(theta[,2])

# IC para Eb
HPD.Eb = emp.hpd(theta[,3])

# IC para Es
HPD.Es = emp.hpd(theta[,4])

# IC para mu
HPD.mu = emp.hpd(theta[,5])

```

C.2.2 Aplicação com dados reais do Modelo LK

```

set.seed(12345)

dados3<-read.csv2("D:\\Backup\\Mestrado\\PIN\\1 - Dissertação\\Livro Pedro\\
                 Dados\\sp500 - buys and sells.csv")

head(dados3)

```

```

# Modelo LK bayesiano

post<-function(param,B,S){
  alpha <- param[1]
  delta <- param[2]
  Eb <- param[3]
  Es <- param[4]
  mu <- param[5]
  # build LK (2011) dynamic factorization components
  e1 <- -mu - B*log(1 + mu / Eb)
  e2 <- -mu - S*log(1 + mu / Es)
  e3 <- -B*log(1+ mu / Eb) - S*log(1+ mu / Es)
  emax <- apply(as.matrix(cbind(e1,e2,e3)), 1, max)

  logl <- log(alpha*delta*exp(e1 -emax) + alpha*(1-delta)*exp(e2 - emax) +
    (1-alpha)*exp(e3 - emax)) + B*log(Eb + mu) + S*log(Es + mu) -
    (Eb + Es) + emax

  logl[is.infinite(logl)] <- 0
  logl[is.nan(logl)] <- 0

  if ((alpha>0)&&(alpha<1)&&(delta>0)&&(delta<1)&&(Eb>0)&&(Es>0)&&(mu>0))
    return( sum(logl
      )
      + dbeta(alpha,100,1000,log=TRUE)
      + dbeta(delta,1,1,log=TRUE)
      + dgamma(Eb,10^-3,10^-3,log=TRUE)
      + dgamma(Es,10^-3,10^-3,log=TRUE)
      + dgamma(mu,10^-3,10^-3,log=TRUE)
      )
    else return(-Inf)
}

require(MCMCpack)

theta<-MCMCmetrop1R(post,c(.43,.30,379.22,395.61, 51.19),
  B=dados3[,3],S=dados3[,4],logfun=TRUE,mcmc=100000)
alpha.bayes<-mean(theta[,1])
delta.bayes<-mean(theta[,2])

```

```
Eb.bayes<-mean(theta[,3])
Es.bayes<-mean(theta[,4])
mu.bayes<-mean(theta[,5])

round(alpha.bayes,4)
round(delta.bayes,4)
round(Eb.bayes,4)
round(Es.bayes,4)
round(mu.bayes,4)

#Estimativa pontual da PIN
PIN.est<-theta[,1]*theta[,5]/(theta[,1]*theta[,5] + theta[,3] + theta[,4])
plot(density(PIN.est))
bayes.PIN<-mean(PIN.est)

round(bayes.PIN,4)

#### intervalos HPD (intervalo com 95% de credibilidade)
require(TeachingDemos)
HPD.PIN = emp.hpd(PIN.est)

# IC para alpha
HPD.alpha = emp.hpd(theta[,1])

# IC para delta
HPD.delta = emp.hpd(theta[,2])

# IC para Eb
HPD.Eb = emp.hpd(theta[,3])

# IC para Es
HPD.Es = emp.hpd(theta[,4])

# IC para mu
HPD.mu = emp.hpd(theta[,5])
```

```
#####
#####

# Modelo Bayesiano
modelo.bayes = matrix(, nrow = 6, ncol = 4)

Parametros = c("PIN", "alpha", "delta", "Eb", "Es", "mu")

modelo.bayes[,1] = Parametros
modelo.bayes

colnames(modelo.bayes) = c("Parametro", "Estimativa", "HPD.LI", "HPD.LS")
modelo.bayes

#Colocando as estimativas classicas
estimativas = cbind(bayes.PIN, alpha.bayes, delta.bayes,
                    Eb.bayes, Es.bayes, mu.bayes)
estimativas = round(estimativas, 4)
modelo.bayes[,2] = estimativas
modelo.bayes

lim.inf = cbind(HPD.PIN[1], HPD.alpha[1], HPD.delta[1],
                HPD.Eb[1], HPD.Es[1], HPD.mu[1])
lim.inf = round(lim.inf, 4)
modelo.bayes[,3] = lim.inf
modelo.bayes

lim.sup = cbind(HPD.PIN[2], HPD.alpha[2], HPD.delta[2],
                HPD.Eb[2], HPD.Es[2], HPD.mu[2])
lim.sup = round(lim.sup, 4)
modelo.bayes[,4] = lim.sup
modelo.bayes

bayes_Beta100_1000 = as.data.frame(modelo.bayes)
```

```
bayes_Beta100_1000
```

```
write.table(bayes_Beta100_1000, file = "D:\\Backup\\Mestrado\\PIN\\
  1 - Dissertação\\Aplicação Real - ETF SP500\\
  Tabelas-resumo\\bayes_Beta100_1000.csv",
  row.names = F, sep=";", dec=",")
```

```
#####
### Gráficos de diagnóstico do MCMC ###
#####
```

```
head(theta)
```

```
theta.mcmc = cbind(theta,PIN.est)
```

```
theta.mcmc = as.data.frame(theta.mcmc)
head(theta.mcmc)
```

```
library(plyr)
```

```
theta.mcmc = rename(theta.mcmc, c("V1"="alpha.mcmc",
  "V2"="delta.mcmc",
  "V3"="Eb.mcmc",
  "V4"="Es.mcmc",
  "V5"="mu.mcmc",
  "PIN.est" = "PIN.mcmc"))
```

```
#Obs: Estou usando M para o tamanho da amostra das simulações
# do modelo EHO Bayesiano e m para o tamanho amostral
# do modelo LK Bayesiano
theta.mcmc$iteracoes = as.numeric((seq(1:length(PIN.est))))
head(theta.mcmc)
```

```

### Gráficos
library(ggplot2)

# alpha
alpha.plot1 <- ggplot(theta.mcmc, aes(iteracoes)) +
  geom_line(aes(y = alpha.mcmc), col="#00a7ff") +
  #geom_hline(aes(yintercept=alpha), colour="red",
  #          linetype="dashed", size=0.8)+
  theme_grey(base_size = 12) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  scale_y_continuous(breaks=seq(0, 1, 0.02)) +
  xlab("Iterações") + ylab(expression(alpha)) +
  theme(axis.title.x = element_text(size = rel(0.8), angle = 00))

alpha.plot2 <- ggplot(theta.mcmc, aes(x = alpha.mcmc)) +
  geom_density(aes(y=..scaled..),col="#00a7ff", fill="#00a7ff", alpha=0.5)+
  #geom_vline(aes(xintercept= alpha , col="red"),
  #          linetype="dashed", size=0.8) +
  theme_grey(base_size = 12) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  xlab(expression(alpha)) + ylab("")

# delta
delta.plot1 <- ggplot(theta.mcmc, aes(iteracoes)) +
  geom_line(aes(y = delta.mcmc), col="#00a7ff") +
  #geom_hline(aes(yintercept=delta), colour="red",
  #          linetype="dashed", size=0.8)+
  theme_grey(base_size = 12) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  scale_y_continuous(breaks=seq(0, 1, 0.2)) +
  xlab("Iterações") + ylab(expression(delta)) +
  theme(axis.title.x = element_text(size = rel(0.8), angle = 00))

delta.plot2<- ggplot(theta.mcmc, aes(x = delta.mcmc)) +
  geom_density(aes(y=..scaled..),col="#00a7ff", fill="#00a7ff", alpha=0.5)+
  #geom_vline(aes(xintercept= delta , col="red"),

```

```

#           linetype="dashed", size=0.8) +
theme_grey(base_size = 12) +
theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
xlab(expression(delta)) + ylab("")

# Eb
Eb.plot1 <- ggplot(theta.mcmc, aes(iteracoes)) +
  geom_line(aes(y = Eb.mcmc), col="#00a7ff") +
  #geom_hline(aes(yintercept= Eb), colour="red",
  #           linetype="dashed", size=0.8)+
  theme_grey(base_size = 12) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  #scale_y_continuous(breaks=seq(0, 1, 0.1)) +
  xlab("Iterações") + ylab(expression(epsilon["b"])) +
  theme(axis.title.x = element_text(size = rel(0.8), angle = 00))

Eb.plot2 <- ggplot(theta.mcmc, aes(x = Eb.mcmc)) +
  geom_density(aes(y=..scaled..), col="#00a7ff", fill="#00a7ff", alpha=0.5)+
  #geom_vline(aes(xintercept= Eb), colour="red",
  #           linetype="dashed", size=0.8)+
  theme_grey(base_size = 12) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  xlab(expression(epsilon[b])) + ylab("")

# Es
Es.plot1 <- ggplot(theta.mcmc, aes(iteracoes)) +
  geom_line(aes(y = Es.mcmc), col="#00a7ff") +
  #geom_hline(aes(yintercept= Es), colour="red",
  #           linetype="dashed", size=0.8)+
  theme_grey(base_size = 12) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  #scale_y_continuous(breaks=seq(0, 1, 0.1)) +
  xlab("Iterações") + ylab(expression(epsilon["s"])) +
  theme(axis.title.x = element_text(size = rel(0.8), angle = 00))

```

```
Es.plot2 <- ggplot(theta.mcmc, aes(x = Es.mcmc)) +
  geom_density(aes(y=..scaled..), col="#00a7ff", fill="#00a7ff", alpha=0.5)+
  #geom_vline(aes(xintercept= Es), colour="red",
  #          linetype="dashed", size=0.8)+
  theme_grey(base_size = 12) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  xlab(expression(epsilon[s])) + ylab("")
```

```
# Mu
mu.plot1 <- ggplot(theta.mcmc, aes(iteracoes)) +
  geom_line(aes(y = mu.mcmc), col="#00a7ff") +
  #geom_hline(aes(yintercept= mu), colour="red",
  #          linetype="dashed", size=0.8)+
  theme_grey(base_size = 12) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  #scale_y_continuous(breaks=seq(0, 1, 0.1)) +
  xlab("Iterações") + ylab(expression(mu)) +
  theme(axis.title.x = element_text(size = rel(0.8), angle = 00))
```

```
mu.plot2 <- ggplot(theta.mcmc, aes(x = mu.mcmc)) +
  geom_density(aes(y=..scaled..), col="#00a7ff", fill="#00a7ff", alpha=0.5)+
  #geom_vline(aes(xintercept= mu), colour="red",
  #          linetype="dashed", size=0.8)+
  theme_grey(base_size = 12) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  xlab(expression(mu)) + ylab("")
```

```
#PIN
PIN.plot1 <- ggplot(theta.mcmc, aes(iteracoes)) +
  geom_line(aes(y = PIN.mcmc), col="#00a7ff") +
  #geom_hline(aes(yintercept= PIN.real), colour="red",
  #          linetype="dashed", size=0.8)+
  theme_grey(base_size = 12) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
```

```

#scale_y_continuous(breaks=seq(0, 1, 0.1)) +
xlab("Iterações") + ylab("PIN") +
theme(axis.title.x = element_text(size = rel(0.8), angle = 00),
      axis.title.y = element_text(size = rel(0.8)))

PIN.plot2 <- ggplot(theta.mcmc, aes(x = PIN.mcmc)) +
  geom_density(aes(y=..scaled..), col="#00a7ff", fill="#00a7ff", alpha=0.5)+
  #geom_vline(aes(xintercept= PIN.real), colour="red",
  #           linetype="dashed", size=0.8)+
  theme_grey(base_size = 12) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  xlab("PIN") + ylab("") +
  theme(axis.title.x = element_text(size = rel(0.8), angle = 00),
        axis.title.y = element_text(size = rel(0.8), angle = 00))

# Multiple plot function
#
# ggplot objects can be passed in ..., or to plotlist (as a list of ggplot objects)
# - cols:   Number of columns in layout
# - layout: A matrix specifying the layout. If present, 'cols' is ignored.
#
# If the layout is something like matrix(c(1,2,3,3), nrow=2, byrow=TRUE),
# then plot 1 will go in the upper left, 2 will go in the upper right, and
# 3 will go all the way across the bottom.
#
multiplot <- function(..., plotlist=NULL, file, cols=1, layout=NULL) {
  library(grid)

  # Make a list from the ... arguments and plotlist
  plots <- c(list(...), plotlist)

  numPlots = length(plots)

  # If layout is NULL, then use 'cols' to determine layout
  if (is.null(layout)) {
    # Make the panel
    # ncol: Number of columns of plots
    # nrow: Number of rows needed, calculated from # of cols

```

```

    layout <- matrix(seq(1, cols * ceiling(numPlots/cols)),
                     ncol = cols, nrow = ceiling(numPlots/cols))
  }

  if (numPlots==1) {
    print(plots[[1]])
  } else {
    # Set up the page
    grid.newpage()
    pushViewport(viewport(layout = grid.layout(nrow(layout), ncol(layout))))

    # Make each plot, in the correct location
    for (i in 1:numPlots) {
      # Get the i,j matrix positions of the regions that contain this subplot
      matchidx <- as.data.frame(which(layout == i, arr.ind = TRUE))

      print(plots[[i]], vp = viewport(layout.pos.row = matchidx$row,
                                     layout.pos.col = matchidx$col))
    }
  }
}

multiplot(alpha.plot1, delta.plot1, Eb.plot1, Es.plot1, mu.plot1,
          alpha.plot2, delta.plot2, Eb.plot2, Es.plot2, mu.plot2, cols=2)

multiplot(PIN.plot1, PIN.plot2, cols=1)

#####
##### FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO
#####

# Alpha
alpha.bacf <- acf(theta[,1])
alpha.bacfdf <- with(alpha.bacf, data.frame(lag, acf))

alpha.fac <- ggplot(data = alpha.bacfdf, mapping = aes(x = lag, y = acf)) +

```

```

geom_hline(aes(yintercept = 0)) +
geom_segment(mapping = aes(xend = lag, yend = 0)) +
xlab("Lag") +
ylab(expression(paste("ACF - ", alpha)))

# Delta
delta.bacf <- acf(theta[,2])
delta.bacfdf <- with(delta.bacf, data.frame(lag, acf))

delta.fac <- ggplot(data = delta.bacfdf, mapping = aes(x = lag, y = acf)) +
  geom_hline(aes(yintercept = 0)) +
  geom_segment(mapping = aes(xend = lag, yend = 0)) +
  xlab("Lag") +
  ylab(expression(paste("ACF - ", delta)))

# Eb
Eb.bacf <- acf(theta[,3])
Eb.bacfdf <- with(Eb.bacf, data.frame(lag, acf))

Eb.fac <- ggplot(data = Eb.bacfdf, mapping = aes(x = lag, y = acf)) +
  geom_hline(aes(yintercept = 0)) +
  geom_segment(mapping = aes(xend = lag, yend = 0)) +
  xlab("Lag") +
  ylab(expression(paste("ACF - ", epsilon[b])))

# Es
Es.bacf <- acf(theta[,4])
Es.bacfdf <- with(Es.bacf, data.frame(lag, acf))

Es.fac <- ggplot(data = Es.bacfdf, mapping = aes(x = lag, y = acf)) +
  geom_hline(aes(yintercept = 0)) +
  geom_segment(mapping = aes(xend = lag, yend = 0)) +
  xlab("Lag") +
  ylab(expression(paste("ACF - ", epsilon[s])))

# Mu

```

```

mu.bacf <- acf(theta[,5])
mu.bacfdf <- with(mu.bacf, data.frame(lag, acf))

mu.fac <- ggplot(data = mu.bacfdf, mapping = aes(x = lag, y = acf)) +
  geom_hline(aes(yintercept = 0)) +
  geom_segment(mapping = aes(xend = lag, yend = 0)) +
  xlab("Lag") +
  ylab(expression(paste("ACF - ", mu)))

# PIN
PIN.bacf <- acf(PIN.est)
PIN.bacfdf <- with(PIN.bacf, data.frame(lag, acf))

PIN.fac <- ggplot(data = PIN.bacfdf, mapping = aes(x = lag, y = acf)) +
  geom_hline(aes(yintercept = 0)) +
  geom_segment(mapping = aes(xend = lag, yend = 0)) +
  xlab("Lag") +
  ylab(expression(paste("ACF - PIN")))

multiplot(PIN.fac, Eb.fac, alpha.fac,
           Es.fac, delta.fac, mu.fac, cols=3)

#####
##### ERROR PLOT
#####

dados = read.csv2("D:\\Backup\\Mestrado\\PIN\\1 - Dissertação\\
                  Aplicação Real - ETF SP500\\
                  Dados - SP500 - estimativas e intervalos 2.csv")

head(dados)

class(dados$amostra)

dados$amostra = as.factor(dados$amostra)
class(dados$amostra)

```

```

# Verificando a ordem que os modelos vão aparecer no gráfico
levels(dados$modelo)[levels(dados$modelo)=="Classico"] <- "Classical"

levels(dados$modelo)

dados$modelo = factor(dados$modelo, levels = c("Classical", "Beta(1,1)",
      "Beta(1,5)", "Beta(5,1)",
      "Beta(5,5)", "Beta(100,1000)",
      "Beta(1000,100)", "Beta(1000,1000)"))

levels(dados$modelo)

# PIN
PIN.error = ggplot(dados, aes(x=modelo, y=PIN.est, colour = modelo)) +
  geom_errorbar(aes(ymin=PIN.LI, ymax=PIN.LS),
    width=.3, col="#00a7ff", size = 1) +
  #geom_hline(aes(yintercept=PIN.real), colour="red",
  #          linetype="dashed", size=0.8) +
  geom_point(col="#00a7ff", size=2) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  xlab("") + ylab("PIN") +
  theme(axis.text = element_text(size = 15, angle = 00),
    axis.title = element_text(size=15))

# alpha
alpha.error = ggplot(dados, aes(x=modelo, y=alpha.est, colour = modelo)) +
  geom_errorbar(aes(ymin=alpha.LI, ymax=alpha.LS),
    width=.3, col="#00a7ff", size = 1) +
  #geom_hline(aes(yintercept=alpha), colour="red",
  #          linetype="dashed", size=0.8) +
  geom_point(col="#00a7ff", size=2) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  xlab("") + ylab(expression(alpha)) +

```

```

theme(axis.text = element_text(size = 15, angle = 00),
      axis.title = element_text(size=15))

# delta
delta.error = ggplot(dados, aes(x=modelo, y=delta.est, colour = modelo)) +
  geom_errorbar(aes(ymin=delta.LI, ymax=delta.LS),
               width=.3, col="#00a7ff", size = 1) +
  #geom_hline(aes(yintercept=delta), colour="red",
  #          linetype="dashed", size=0.8) +
  geom_point(col="#00a7ff", size=2) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  xlab("") + ylab(expression(delta)) +
  theme(axis.text = element_text(size = 7, angle = 00),
        axis.title = element_text(size=15))

# Eb
Eb.error = ggplot(dados, aes(x=modelo, y=Eb.est, colour = modelo)) +
  geom_errorbar(aes(ymin=Eb.LI, ymax=Eb.LS),
               width=.3, col="#00a7ff", size = 1) +
  #geom_hline(aes(yintercept=Eb), colour="red",
  #          linetype="dashed", size=0.8) +
  geom_point(col="#00a7ff", size=2) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  xlab("") + ylab(expression(epsilon[b])) +
  theme(axis.text = element_text(size = 7, angle = 00),
        axis.title = element_text(size=15))

# Es
Es.error = ggplot(dados, aes(x=modelo, y=Es.est, colour = modelo)) +
  geom_errorbar(aes(ymin=Es.LI, ymax=Es.LS),
               width=.3, col="#00a7ff", size = 1) +
  #geom_hline(aes(yintercept=Es), colour="red",
  #          linetype="dashed", size=0.8) +
  geom_point(col="#00a7ff", size=2) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  xlab("") + ylab(expression(epsilon[s])) +
  theme(axis.text = element_text(size = 7, angle = 00),

```

```
axis.title = element_text(size=15))

# mu
mu.error = ggplot(dados, aes(x=modelo, y=mu.est, colour = modelo)) +
  geom_errorbar(aes(ymin=mu.LI, ymax=mu.LS),
               width=.3, col="#00a7ff", size = 1) +
  #geom_hline(aes(yintercept=mu), colour="red",
  #           linetype="dashed", size=0.8) +
  geom_point(col="#00a7ff", size=2) +
  theme(legend.title=element_blank(), legend.position="none") +
  xlab("") + ylab(expression(mu)) +
  theme(axis.text = element_text(size = 7, angle = 00),
        axis.title = element_text(size=15))

multiplot(PIN.error, alpha.error, cols = 1)

multiplot(delta.error, mu.error, Eb.error, Es.error, cols = 2)
```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABOODY, D.; HUGHES, J.; LIU, J. Earnings quality, insider trading, and cost of capital. *Journal of Accounting Research*, Wiley Online Library, v. 43, n. 5, p. 651–673, 2005.

ACHARYA, V. V.; JOHNSON, T. C. Insider trading in credit derivatives. *Journal of Financial Economics*, Elsevier, v. 84, n. 1, p. 110–141, 2007.

AKERLOF, G. The market for lemons: qualitative uncertainty and market mechanism. *Quarterly Journal of Economics*, v. 89, 1970.

ANTONIADES, C. A.; BOGACZ, R.; KENNARD, C.; FITZGERALD, J. J.; AZIZ, T.; GREEN, A. L. Deep brain stimulation abolishes slowing of reactions to unlikely stimuli. *The Journal of neuroscience*, Soc Neuroscience, v. 34, n. 33, p. 10844–10852, 2014.

ANTONIOU, C.; DOUKAS, J. A.; SUBRAHMANYAM, A. Investor sentiment, beta, and the cost of equity capital. *Management Science*, INFORMS, v. 62, n. 2, p. 347–367, 2015.

ARROW, K. J. K. J. *Essays in the theory of risk-bearing*. [S.l.], 1970.

BAMBER, L. S.; BARRON, O. E.; STOBBER, T. L. Differential interpretations and trading volume. *Journal of financial and Quantitative Analysis*, Cambridge Univ Press, v. 34, n. 03, p. 369–386, 1999.

BARDIN, L.; BARDIN, L. *L'analyse de contenu*. [S.l.], 1977.

BASU, A. K.; LAL, R.; SRINIVASAN, V.; STAELIN, R. Salesforce compensation plans: An agency theoretic perspective. *Marketing science*, INFORMS, v. 4, n. 4, p. 267–291, 1985.

BERLE, A. A.; MEANS, G. G. C. *The modern corporation and private property*. [S.l.]: Transaction publishers, 1991.

BETHEL, E.; LEINWEBER, D.; RÜBEL, O.; WU, K. Federal market information technology in the post flash crash era: roles for supercomputing. **Proceedings of the fourth workshop on High performance computational finance**. [S.l.], 2011. p. 23–30.

- BREALEY, R.; LELAND, H. E.; PYLE, D. H. Informational asymmetries, financial structure, and financial intermediation. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 32, n. 2, p. 371–387, 1977.
- BROWN, S.; HILLEGEIST, S. A.; LO, K. Conference calls and information asymmetry. *Journal of Accounting and Economics*, Elsevier, v. 37, n. 3, p. 343–366, 2004.
- BRUNELLO, G.; NAKANO, E. Inferência bayesiana no modelo weibull discreto em dados com presença de censura. *TEMA (São Carlos)*, SciELO Brasil, v. 16, n. 2, p. 97–110, 2015.
- CALVET, L. E.; CZELLAR, V. Accurate methods for approximate bayesian computation filtering. *Journal of Financial Econometrics*, Oxford Univ Press, v. 13, n. 4, p. 798–838, 2015.
- CAMARGOS, M. A. de; BARBOSA, F. V. Eficiência informacional do mercado de capitais brasileiro pós-plano real: um estudo de eventos dos anúncios de fusões e aquisições. *Revista de Administração*, v. 41, n. 1, p. 43–58, 2006.
- CAMARGOS, M. A. de; ROMERO, J. A. R.; BARBOSA, F. V. Análise empírica da prática de insider trading em processos de fusões e aquisições recentes na economia brasileira. *REGE Revista de Gestão*, v. 15, n. 4, p. 55–70, 2008.
- CESARI, A. D.; HUANG-MEIER, W. Dividend changes and stock price informativeness. *Journal of Corporate Finance*, Elsevier, v. 35, p. 1–17, 2015.
- CHEN, Q.; GOLDSTEIN, I.; JIANG, W. Price informativeness and investment sensitivity to stock price. *Review of Financial Studies*, Soc Financial Studies, v. 20, n. 3, p. 619–650, 2007.
- COHEN, L.; MALLOY, C.; POMORSKI, L. Decoding inside information. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 67, n. 3, p. 1009–1043, 2012.
- COMPARATO, F. K.; FILHO, C. S. O poder de controle na sociedade anônima. Forense, 2014.
- DEMSKI, J. S.; FELTHAM, G. A. Economic incentives in budgetary. *The Accounting Review*, JSTOR, v. 53, n. 2, 1978.
- DUARTE, J.; YOUNG, L. Why is pin priced? *Journal of Financial Economics*, Elsevier, v. 91, n. 2, p. 119–138, 2009.
- EASLEY, D.; HVIDKJAER, S.; O'HARA, M. Is information risk a determinant of asset returns? *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 57, n. 5, p. 2185–2221, 2002.

- EASLEY, D.; HVIDKJAER, S.; O'HARA, M. Factoring information into returns. Cambridge Univ Press, 2010.
- EASLEY, D.; KIEFER, N. M.; O'HARA, M. Cream-skimming or profit-sharing? the curious role of purchased order flow. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 51, n. 3, p. 811–833, 1996a.
- EASLEY, D.; KIEFER, N. M.; O'HARA, M. The information content of the trading process. *Journal of Empirical Finance*, Elsevier, v. 4, n. 2, p. 159–186, 1997.
- EASLEY, D.; KIEFER, N. M.; O'HARA, M. One day in the life of a very common stock. *Review of Financial Studies*, Soc Financial Studies, v. 10, n. 3, p. 805–835, 1997.
- EASLEY, D.; KIEFER, N. M.; O'HARA, M.; PAPERMAN, J. B. Liquidity, information, and infrequently traded stocks. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 51, n. 4, p. 1405–1436, 1996b.
- EASLEY, D.; O'HARA, M. Price, trade size, and information in securities markets. *Journal of Financial economics*, Elsevier, v. 19, n. 1, p. 69–90, 1987.
- EASLEY, D.; O'HARA, M.; SAAR, G. How stock splits affect trading: A microstructure approach. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Cambridge Univ Press, v. 36, n. 01, p. 25–51, 2001.
- EISENHARDT, K. M. Agency theory: An assessment and review. *Academy of management review*, Academy of Management, v. 14, n. 1, p. 57–74, 1989.
- EIZIRIK, N. Insider trading e responsabilidade de administrador de companhia aberta. *BULGARELLI, Waldírio (Coordenação). Revista de Direito Mercantil Industrial, Econômico e Financeiro*, n. 50, 1983.
- ELDÉN, L.; WITTMAYER-KOCH, L. *Numerical analysis: an introduction*. [S.l.]: Academic Press Professional, Inc., 1990.
- ERSAN, O.; ALICI, A. An unbiased computation methodology for estimating the probability of informed trading (pin). *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, Elsevier, 2016.
- FAMA, E. F. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The journal of finance*, Wiley Online Library, v. 25, n. 2, p. 383–417, 1970.
- FAMA, E. F. Agency problems and the theory of the firm. *The journal of political economy*, JSTOR, p. 288–307, 1980.

- FAMA, E. F. Efficient capital markets: li. *The journal of finance*, Wiley Online Library, v. 46, n. 5, p. 1575–1617, 1991.
- FAMA, E. F.; JENSEN, M. C. Separation of ownership and control. *The Journal of Law & Economics*, JSTOR, v. 26, n. 2, p. 301–325, 1983.
- FELDKIRCHER, M.; HORVATH, R.; RUSNAK, M. Exchange market pressures during the financial crisis: A bayesian model averaging evidence. *Journal of International Money and Finance*, Elsevier, v. 40, p. 21–41, 2014.
- FRANCO, M. L. P. B. *Análise de conteúdo*. [S.l.]: Líber Livro, 2008.
- GAN, Q.; WEI, W. C.; JOHNSTONE, D. A faster estimation method for the probability of informed trading using hierarchical agglomerative clustering. *Quantitative Finance*, Taylor & Francis, v. 15, n. 11, p. 1805–1821, 2015.
- GELFAND, A. E.; SMITH, A. F. Sampling-based approaches to calculating marginal densities. *Journal of the American statistical association*, Taylor & Francis Group, v. 85, n. 410, p. 398–409, 1990.
- GELMAN, A.; RUBIN, D. B. Inference from iterative simulation using multiple sequences. *Statistical science*, JSTOR, p. 457–472, 1992.
- GEMAN, S.; GEMAN, D. Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, IEEE, n. 6, p. 721–741, 1984.
- GEWEKE, J. Bayesian inference in econometric models using monte carlo integration. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, JSTOR, p. 1317–1339, 1989.
- GRAMMIG, J.; SCHIERECK, D.; THEISSEN, E. Knowing me, knowing you:: Trader anonymity and informed trading in parallel markets. *Journal of Financial Markets*, Elsevier, v. 4, n. 4, p. 385–412, 2001.
- HANSON, K. M. Making binary decisions based on the posterior probability distribution associated with tomographic reconstructions. In: *Maximum Entropy and Bayesian Methods*. [S.l.]: Springer, 1992. p. 313–326.
- HARRIS, M.; RAVIV, A. Optimal incentive contracts with imperfect information. *Journal of economic theory*, Academic Press, v. 20, n. 2, p. 231–259, 1979.
- HARVEY, C. R.; ZHOU, G. Bayesian inference in asset pricing tests. *Journal of Financial Economics*, Elsevier, v. 26, n. 2, p. 221–254, 1990.

- HASTINGS, W. K. Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications. *Biometrika*, Biometrika Trust, v. 57, n. 1, p. 97–109, 1970.
- HENDRIKSEN, E. S.; BREDÁ, M. F. V. Teoria da contabilidade; tradução de antonio zoratto sanvicente. *São Paulo: Atlas*, p. 277–297, 1999.
- HENRY, T. R.; KISGEN, D. J.; WU, J. J. Equity short selling and bond rating downgrades. *Journal of Financial Intermediation*, Elsevier, v. 24, n. 1, p. 89–111, 2015.
- HILL, B. M. The three-parameter lognormal distribution and bayesian analysis of a point-source epidemic. *Journal of the American Statistical Association*, Taylor & Francis Group, v. 58, n. 301, p. 72–84, 1963.
- HOMMES, C. H. Heterogeneous agent models in economics and finance. *Handbook of computational economics*, Elsevier, v. 2, p. 1109–1186, 2006.
- HU, J. Does option trading convey stock price information? *Journal of Financial Economics*, Elsevier, v. 111, n. 3, p. 625–645, 2014.
- JACQUIER, E.; POLSON, N. G.; ROSSI, P. E. Bayesian analysis of stochastic volatility models. *Journal of Business & Economic Statistics*, Taylor & Francis, 2012.
- JENSEN, M. C.; MECKLING, W. H. Theory of the firm: Managerial behavior, agency costs and ownership structure. *Journal of financial economics*, Elsevier, v. 3, n. 4, p. 305–360, 1976.
- KARYAMPAS, D.; PAIARDINI, P. Probability of informed trading and volatility for an etf. Birkbeck College, University of London, 2011.
- LEAL, R. P.; AMARAL, A. Um momento para o "insider trading": o período anterior ao anúncio de uma emissão pública de ações. *Revista Brasileira de Mercado de Capitais*, Ibmec Rio de Janeiro, v. 15, n. 41, p. 21–26, 1990.
- LEE, C.; READY, M. J. Inferring trade direction from intraday data. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 46, n. 2, p. 733–746, 1991.
- LIEBOWITZ, S. J.; PALMER, J. P. Assessing the relative impacts of economics journals. *Journal of Economic Literature*, JSTOR, v. 22, n. 1, p. 77–88, 1984.
- LIN, H.-W. W.; KE, W.-C. A computing bias in estimating the probability of informed trading. *Journal of Financial Markets*, Elsevier, v. 14, n. 4, p. 625–640, 2011.
- LOPES, H. F.; TSAY, R. S. Particle filters and bayesian inference in financial econometrics. *Journal of Forecasting*, Wiley Online Library, v. 30, n. 1, p. 168–209, 2011.

LORENC, A. C. *Atmospheric data assimilation*. [S.l.]: Meteorological Office, 1995.

MARTIN, A. D.; QUINN, K. M.; PARK, J. H. et al. Mcmcpack: Markov chain monte carlo in r. *Journal of Statistical Software*, American Statistical Association, v. 42, n. 9, p. 1–21, 2011.

MARTINS, O. S. *Relações entre a assimetria de informação e as características das empresas no mercado acionário brasileiro*. Tese (Doutorado) — Tese (Doutorado em Contabilidade) - Universidade de Brasília, Universidade Federal da Paraíba, Universidade do Rio Grande do Norte, 2012, 186p, 2012.

MARTINS, O. S.; PAULO, E. Relações entre a assimetria de informação e as características das empresas no mercado acionário brasileiro. *Revista Contabilidade & Finanças-USP*, SciELO Brasil, v. 25, n. 64, 2014.

MARTINS, O. S.; PAULO, E.; ALBUQUERQUE, P. H. M. Negociação com informação privilegiada na bm & fbovespa e seu reflexo no retorno das ações (the probability of informed trading in bm & fbovespa and its reflection on stock returns). *Revista de Administração Empresas (RAE)*, v. 53, n. 4, p. 350–362, 2013.

MCNAUGHT, C.; LAM, P. Using wordle as a supplementary research tool. *The qualitative report*, The Qualitative Report, v. 15, n. 3, p. 630, 2010.

METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A. W.; ROSENBLUTH, M. N.; TELLER, A. H.; TELLER, E. Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, AIP Publishing, v. 21, n. 6, p. 1087–1092, 1953.

MILGROM. *Economics, organization and management*. [S.l.]: Prentice-Hall International, 1992.

MIN, A.; CZADO, C. Bayesian inference for multivariate copulas using pair-copula constructions. *Journal of Financial Econometrics*, Oxford Univ Press, v. 8, n. 4, p. 511–546, 2010.

NEGRO, M. D.; HASEGAWA, R. B.; SCHORFHEIDE, F. Dynamic prediction pools: an investigation of financial frictions and forecasting performance. *Journal of Econometrics*, Elsevier, v. 192, n. 2, p. 391–405, 2016.

NYHOLM, K. Estimating the probability of informed trading. *Journal of Financial Research*, Wiley Online Library, v. 25, n. 4, p. 485–505, 2002.

ODDERS-WHITE, E. R.; READY, M. J. Credit ratings and stock liquidity. *Review of Financial Studies*, Soc Financial Studies, v. 19, n. 1, p. 119–157, 2006.

- OEHLERT, G. W. A note on the delta method. *The American Statistician*, Taylor & Francis, v. 46, n. 1, p. 27–29, 1992.
- ROSS, S. A. The economic theory of agency: The principal's problem. *The American Economic Review*, JSTOR, v. 63, n. 2, p. 134–139, 1973.
- SALAKHUTDINOV, R.; MNIH, A. Bayesian probabilistic matrix factorization using markov chain monte carlo. **Proceedings of the 25th international conference on Machine learning**. [S.l.], 2008. p. 880–887.
- SEYHUN, H. N. Insiders' profits, costs of trading, and market efficiency. *Journal of Financial Economics*, Elsevier, v. 16, n. 2, p. 189–212, 1986.
- SHLEIFER, A.; VISHNY, R. W. A survey of corporate governance. *The journal of finance*, Wiley Online Library, v. 52, n. 2, p. 737–783, 1997.
- SMITH, M. S.; GAN, Q.; KOHN, R. J. Modelling dependence using skew t copulas: Bayesian inference and applications. *Journal of Applied Econometrics*, Wiley Online Library, v. 27, n. 3, p. 500–522, 2012.
- SPENCE, M.; ZECKHAUSER, R. Insurance, information, and individual action. *The American economic review*, JSTOR, v. 61, n. 2, p. 380–387, 1971.
- SUFI, A. Information asymmetry and financing arrangements: Evidence from syndicated loans. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 62, n. 2, p. 629–668, 2007.
- TANNER, M. A.; WONG, W. H. The calculation of posterior distributions by data augmentation. *Journal of the American statistical Association*, Taylor & Francis, v. 82, n. 398, p. 528–540, 1987.
- VERMUNT, J. K.; MAGIDSON, J. Latent class cluster analysis. *Applied latent class analysis*, v. 11, p. 89–106, 2002.
- VIRBICKAITE, A.; AUSÍN, M. C.; GALEANO, P. Bayesian inference methods for univariate and multivariate garch models: A survey. *Journal of Economic Surveys*, Wiley Online Library, v. 29, n. 1, p. 76–96, 2015.
- WHITE, H. C. *Agency as control*. [S.l.]: Division of Research, Harvard Business School, 1983.
- WILSON, R. The theory of syndicates. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, JSTOR, p. 119–132, 1968.
- WINKLER, R. L. Bayesian models for forecasting future security prices. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Cambridge Univ Press, v. 8, n. 03, p. 387–405, 1973.

WINKLER, R. L.; BARRY, C. B. A bayesian model for portfolio selection and revision. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 30, n. 1, p. 179–192, 1975.

YAN, Y.; ZHANG, S. An improved estimation method and empirical properties of the probability of informed trading. *Journal of Banking & Finance*, Elsevier, v. 36, n. 2, p. 454–467, 2012.

YAN, Y.; ZHANG, S. Quality of pin estimates and the pin-return relationship. *Journal of Banking & Finance*, Elsevier, v. 43, p. 137–149, 2014.