CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM EDIFÍCIOS SUBMETIDOS À AÇÃO DE CARGAS DINÂMICAS UTILIZANDO AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO NA FORMA DE PÊNDULO

ALBERTO LEÓN ZULUAGA GÓMEZ

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM

ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM EDIFÍCIOS SUBMETIDOS À AÇÃO DE CARGAS DINÂMICAS UTILIZANDO AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO NA FORMA DE PÊNDULO

ALBERTO LEÓN ZULUAGA GÓMEZ

ORIENTADOR: JOSÉ LUÍS VITAL DE BRITO
CO-ORIENTADORA: SUZANA MOREIRA AVILA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

PUBLICAÇÃO: E.DM – 009A/07
BRASÍLIA/DF: AGOSTO – 2007

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM EDIFÍCIOS SUBMETIDOS À AÇÃO DE CARGAS DINÂMICAS UTILIZANDO AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO NA FORMA DE PÊNDULO

ALBERTO LEÓN ZULUAGA GÓMEZ

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISÍTOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

____
Prof. José Luís Vital de Brito, DSc. (UnB)
(Orientador)

____
Prof. William Taylor Matias Silva, Dr.Ing. (UnB)
(Examinador Interno)

____
Prof. Ney Roitman, DSc. (COPPE-UFRJ)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 29 DE AGOSTO DE 2007

FICHA CATALOGRÁFICA

ZULUAGA GÓMEZ, ALBERTO LEÓN

Controle de Vibrações em Edifícios Submetidos à Ação de Cargas Dinâmicas Utilizando Amortecedor de Massa Sintonizado na Forma de Pêndulo.

xx, 86p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2006).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Dinâmica estrutural 2. Controle de vibrações

3. Amortecedor de massa sintonizado 4. Controle semi-ativo

I. ENC/FT/UnB II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ZULUAGA GÓMEZ, Alberto León. (2007). Controle de Vibrações em Edifícios Submetidos à Ação de Cargas Dinâmicas Utilizando Amortecedor de Massa Sintonizado na Forma de Pêndulo. Dissertação de Mestrado, Publicação E.DM-009A/07, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 86p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Alberto León Zuluaga Gómez.

TÍTULO: Controle de Vibrações em Edifícios Submetidos à Ação de Cargas Dinâmicas Utilizando Amortecedor de Massa Sintonizado na Forma de Pêndulo.

GRAU: Mestre em Ciências ANO: 2007

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Alberto León Zuluaga Gómez

SQN 404 Bloco C Apto. 108.

CEP 70.845-030 Brasília/DF, Brasil.

DEDICATÓRIA

Aos meus pais Víctor León e María Elena,

às minhas irmãs Beatriz e Marcela e

à Sara.

AGRADECIMENTOS

Aos professores José Luís Vital de Brito e Suzana Moreira Avila, pela confiança, dedicação e paciência durante a orientação desta dissertação de mestrado.

Aos professores William Taylor Matias Silva e Ney Roitman, pela disponibilidade e interesse em participarem da banca examinadora.

Aos companheiros de republica Otávio Rangel, André Freitas, Maurício Pina, Nelson Ortiz, Enio Amorim, Diêgo Almeida, James da Silva, Eider Gomes e Carlos Firmeza, pela amizade e por todas as oportunidades de brincadeira e descontração.

Ao Juan Diego, pela amizade desinteressada, pelo tempo compartido e apoio.

Ao CNPq e FUNPE/UnB, pelo apoio financeiro.

A todos que direta ou indiretamente participaram desta conquista.

CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM EDIFÍCIOS SUBMETIDOS À AÇÃO DE CARGAS DINÂMICAS UTILIZANDO AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO NA FORMA DE PÊNDULO

RESUMO

O crescente progresso das técnicas de análise e dimensionamento estruturais, e os constantes avanços nas áreas de materiais e técnicas construtivas, têm possibilitado que sejam projetadas com mais freqüência estruturas cada vez mais altas e esbeltas e, portanto, mais flexíveis. Essas estruturas são vulneráveis à ocorrência de vibrações excessivas causadas por carregamentos dinâmicos, tais como, terremotos, ventos, ondas, tráfego intenso, ocupação humana, entre outras. Para reduzir as vibrações excessivas, pode ser utilizado um sistema de controle estrutural que absorve parte da energia da estrutura melhorando o seu desempenho frente a tais perturbações. No presente trabalho é avaliada a eficiência de um amortecedor de massa sintonizado (AMS) na geometria de pêndulo na redução dos deslocamentos, velocidades e acelerações de uma estrutura quando submetida a excitações dinâmicas. São apresentados os parâmetros ótimos do amortecedor (comprimento do cabo e razão de amortecimento do pêndulo) quando o sistema principal ou estrutura está submetida a excitações ambientes aleatórias dadas por funções de densidade espectral de potência. Inicialmente, tanto as excitações provocadas por sismos quanto pelo vento serão estudadas considerando uma função de densidade espectral constante (ruído branco) e depois mediante funções de densidade espectrais mais reais, como o espectro de Kanai-Tajimi no caso de excitações sísmicas, e o espectro de Davenport no caso de forças devidas ao vento. Todo o estudo numérico realizado considera um *shear frame* de dez andares reduzido a um grau de liberdade pelo método da superposição modal, tomando-se a contribuição do primeiro modo de vibração como a mais significativa. Se a rotação do pêndulo é pequena, a formulação aproximada linear é aceitável e, portanto, adotada aqui.

Palavras-chave: dinâmica estrutural; controle de vibrações; amortecedor de massa sintonizado (AMS); controle semi-ativo.

VIBRATION CONTROL OF STRUCTURES SUBJECTED TO DYNAMIC LOADS USING TUNED PENDULUM-SHAPED MASS DAMPERS

ABSTRACT

The ongoing progress of structural analyses and dimensioning, in addition to the continuous advancements in building techniques and material, has made it possible to build taller and more slender structures every day. These structures are also more vulnerable to excessive vibrations caused by dynamic loads like earthquakes, winds, waves, intense traffic, and human occupation, amongst others. In order to reduce those excessive vibrations, a structural control system can be used, which will absorb part of the structure's energy, improving its performance in relation with such disturbances. In this work, the efficiency of a tuned pendulum-shaped mass damper is evaluated in the reduction of the displacement, velocity and acceleration of a structure when it is subjected to dynamic excitations. The optimum parameters for the damper are also presented (cable length and damping ratio for the pendulum) when the main system or structure is subject to random ambient excitation, given by power spectral density functions. Initially, both the alterations produced by earthquakes as well as the ones produced by winds will be studied, taking into consideration a constant spectral density (white noise); subsequently, more realistic spectral density functions, like Kanai-Tajimi's, when dealing with seismic alterations, and Davenport's, when analyzing forces due to wind load, will be examined. The entire numeric study that is done considers a shear frame of ten stories, reduced to one degree of freedom by the method of modal superposition, taking the contribution of the first mode as the most significant. If the rotation of the pendulum is small, the linear approach is acceptable, thus it is adopted here.

Keywords: structural dynamics; vibration control; tuned mass damper (TMD); semi-active control.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIAÇÕES

$\mathbf{A}$: matriz de estado

A : área projetada

a_0 : constante

a_1 : constante

a_k : coeficiente de Fourier

AMA: amortecedor de massa ativo

AMS: amortecedor de massa sintonizado

AMSA: amortecedor de massa semi-ativo

AMSAP-CV: amortecedor de massa semi-ativo pendular de comprimento variável

ASA: amortecedor semi-ativo

$\mathbf{B}$: matriz que fornece a posição das forças externas

b_k : coeficiente de Fourier

$\mathbf{C}$: matriz de amortecimento da estrutura

C_D : coeficiente de arrasto

C_p : amortecimento do pêndulo

C_s : amortecimento modal do sistema principal

$\mathbf{E}(t)$: matriz $n \times n$ que define a localização da excitação

$E[x^2]$: valor quadrado médio da variável x

$\mathbf{F}(\mathbf{t})$: vetor $n \times 1$ das forças externas aplicadas sobre a estrutura

$F_s(t)$: força modal excitante

f : freqüência de excitação em Hertz

f_g : freqüência característica dos mantos de solo do local, em Hertz

g : aceleração da gravidade

g.d.l.: grau(s) de liberdade

$H(\omega)$: função de resposta no domínio da freqüência

$H(-\omega)$: conjugado complexo da função de resposta no domínio da freqüência

$\mathbf{K}$: matriz de rigidez da estrutura

K_p : rigidez do pêndulo

K_s : rigidez modal do sistema principal

L : comprimento do cabo

$L_{(\text{ótimo})}$: comprimento ótimo do cabo

LQG: *linear quadratic Gaussian*

LQR: *linear quadratic regulator*

$\mathbf{M}$: matriz de massa da estrutura

M_s : massa modal do sistema principal

M_p : massa do pêndulo

N : número inteiro positivo

n : número de graus de liberdade

$p(x)$: função densidade de probabilidade da variável x

$R_x(\tau)$: função de autocorrelação da variável x

RMS: *root mean square*

S_0 : intensidade do ruído branco

$S_1(f)$: densidade espectral da componente longitudinal da turbulência na freqüência f

$S_g(f)$: densidade espectral da aceleração na freqüência f

$S_x(\tau)$: função densidade espectral da variável x

$S_w(f)$: densidade espectral da força do vento na freqüência f

SAIVS-TMD: *semi-active variable stiffness tuned mass damper*

T : período da função harmônica

t : tempo

$\overline{V}(10)$: velocidade média horária a 10m de altura, em m/s

X_1 : freqüência adimensional

$\mathbf{Y}$: vetor das coordenadas generalizadas

$y_i(t)$: deslocamento da i-ésima massa relativo à base

$y(t)$: deslocamento

$y_{max}(t)$: deslocamento máximo do sistema principal

$\dot{y}(t)$: velocidade

$\ddot{y}(t)$: aceleração

$\ddot{y}_o(t)$: aceleração da base

$\mathbf{z}(\mathbf{t})$: vetor de estado de ordem $2n$

Δ : intervalo de tempo

ΔK : incerteza na rigidez da estrutura

δt : intervalo de tempo

$\theta(t)$: deslocamento angular do pêndulo

μ : razão entre a massa do pêndulo e da estrutura

ξ_g : razão de amortecimento dos mantos de solo do local

ξ_p : razão de amortecimento do pêndulo

$\xi_{p(ótimo)}$: razão ótima de amortecimento do pêndulo

ρ_a : massa especifica do ar

σ : desvio padrão

σ^2 : variância

ω : freqüência de excitação

$\mathbf{\Phi}$: matriz modal do sistema

ϕ_1 : vetor associado ao primeiro modo de vibração

ω_a : razão entre a rigidez e a massa do pêndulo

ω_p : freqüência natural do pêndulo

ω_s : freqüência natural da estrutura

1. INTRODUÇÃO

1.1. ASPECTOS GERAIS

O crescente progresso das técnicas de análise e dimensionamento estruturais, e os constantes avanços nas áreas de materiais e técnicas construtivas, têm possibilitado o projeto de estruturas cada vez mais altas e esbeltas e, portanto, mais flexíveis. Essas estruturas são vulneráveis à ocorrência de vibrações excessivas causadas por carregamentos dinâmicos, tais como, terremotos, ventos, ondas, tráfego intenso, ocupação humana, entre outros.

Uma alternativa para minimizar estas vibrações, amplamente estudada nas últimas décadas, é o controle estrutural. O controle estrutural, basicamente, promove uma alteração nas propriedades de rigidez e amortecimento da estrutura, seja pela adição de dispositivos externos, seja pela ação de forças externas. Ele pode ser classificado como: controle passivo, controle ativo, controle híbrido e controle semi-ativo (Avila, 2002).

Os sistemas de controle passivo são dispositivos de controle mais simples e, portanto, mais utilizados na pratica devido a sua simplicidade de projeto e execução, sendo basicamente projetados para controle de estruturas que vibrem predominantemente em um dado modo de vibração, em geral o primeiro. A principal desvantagem do controle passivo reside no fato que se a estrutura for excitada fora da freqüência de projeto, este tipo de controle perde a sua eficiência.

Já os sistemas de controle ativo não possuem esse tipo de limitação, pois são capazes de se adaptar às mudanças de parâmetros tanto do carregamento, como também da estrutura.

Quando comparado ao sistema de controle passivo, os sistemas de controle ativo apresentam como principais desvantagens o fato de precisarem de algoritmos de controle complexos, além da demanda de grandes quantidades de energia nos atuadores para a geração das forças de controle.

A possibilidade de usar sistemas de controle ativo combinados com sistemas passivos dá origem ao controle híbrido, obtendo-se como principal vantagem uma diminuição nas forças produzidas pelos atuadores, e uma maior cobertura de faixa de freqüência da excitação.

Finalmente, os controladores semi-ativos não adicionam energia ao sistema estrutural controlado, mas possuem propriedades que podem ser modificadas continuamente, as quais, controladas de forma ótima reduzem a resposta do sistema de forma eficaz.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivos gerais

Esta dissertação tem como objetivo principal avaliar a eficiência de um amortecedor de massa sintonizado (AMS) do tipo pêndulo na redução dos deslocamentos, velocidades e acelerações de uma estrutura, submetida a excitações ambientes aleatórias.

Para tal propósito, são consideradas as funções de densidade espectral de potência das excitações. Inicialmente, tanto as excitações provocadas por sismos quanto pelo vento serão estudadas considerando uma função de densidade espectral constante (ruído branco) e depois mediante funções de densidade espectral mais realísticas, como o espectro de Kanai-Tajimi no caso de excitações sísmicas, e o espectro de Davenport no caso de carregamentos devidos ao vento.

1.2.2. Objetivos específicos

Apresenta-se a seguir os objetivos específicos desse trabalho:

Procurar os parâmetros ótimos deste tipo de amortecedor para a redução dos valores quadrados médios (termo utilizado por Blessmann, 1995, também conhecido por valores quadráticos médios) dos deslocamentos, velocidades e acelerações onde a eficiência deste tipo de dispositivo apresente melhor desempenho.

Nos casos para os quais não é factível achar uma solução analítica dos parâmetros ótimos, realizar uma busca numérica para procurar tais valores ótimos e comparar os resultados para cada um dos casos analisados.

Implementar um amortecedor de massa semi-ativo pendular de comprimento variável (AMSAP-CV) com o objetivo de melhorar a resposta da estrutura quando comparada à obtido no caso do AMS tradicional.

1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO

A presente dissertação de mestrado é composta de seis capítulos, a saber:

No primeiro capítulo são apresentados alguns aspectos gerais sobre o assunto discutido assim como os objetivos do trabalho e a estrutura da dissertação.

A revisão bibliográfica, apresentada no segundo capítulo, aborda trabalhos desenvolvidos na área, bem como alguns comentários pertinentes ao assunto em questão, onde são apresentados alguns dos conceitos mais importantes e uma série de aplicações práticas em escala real ao redor do mundo.

No terceiro capítulo são apresentados os fundamentos teóricos que serviram de base para o desenvolvimento da pesquisa, descrevendo-se as formulações matemáticas, considerações e simplificações feitas nesta dissertação.

O quarto capítulo apresenta os parâmetros ótimos analíticos e os obtidos por intermédio da busca numérica para cada um dos diferentes casos em estudo.

Já no quinto capítulo é implementado um AMSAP-CV com o objetivo de melhorar a eficiência do dispositivo.

Finalmente, no sexto e último capítulo apresentam-se as conclusões sobre os resultados obtidos e algumas sugestões para trabalhos futuros.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO (AMS)

O conceito moderno de AMS tem sua origem nos absorsores de vibração estudados por Frahm, que em 1909 patenteou o primeiro projeto de um AMS (Lee *et al.*, 2006). Grande parte das pesquisas iniciais sobre este assunto limitava-se ao uso desse tipo de amortecedor em sistemas de engenharia mecânica, nos quais existe uma única freqüência de operação que está em ressonância com a freqüência fundamental da máquina.

O AMS é um dos dispositivos de controle mais utilizados na prática. Ele se encontra sintonizado em uma freqüência específica da estrutura e reduz eficientemente a resposta para carregamentos com aquela freqüência. Portanto, no caso de estruturas, submetidas a carregamentos com diversos componentes de freqüência, o AMS pode ser ineficiente ou até mesmo amplificar a resposta. O AMS apresenta a vantagem de não requerer o uso de fontes externas de energia, nem o uso de alta tecnologia e sua manutenção é mínima. Um AMS típico pode ser esquematizado como mostra a Figura 2.1.

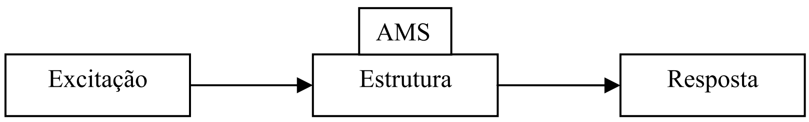


Figura 2.1 - Estrutura com um amortecedor de massa sintonizado
(modificado – Spencer e Soong, 1999)

Muitas pesquisas têm sido feitas nas ultimas décadas por inúmeros autores no estudo da eficiência dos AMS, entre eles encontram-se: Den Hartog, (1956); Ayorinde e Warburton, (1980); Warburton, (1982); Lin *et al.*, (2001); Lee *et al.*, (2006).

Ayorinde e Warburton (1980) estudaram o comportamento de uma casca cilíndrica como um exemplo de uma estrutura dinamicamente complexa, sendo apontado que neste tipo de caso a obtenção dos parâmetros ótimos para a redução da resposta ressonante pode ser feita por meio de um sistema equivalente de um grau de liberdade considerando que estruturas tais como vigas, placas e cascas apresentam um comportamento qualitativo similar.

Warburton (1982) apresenta expressões simples dos parâmetros ótimos para um sistema principal não amortecido de um grau de liberdade submetido a excitações harmônicas e aleatórias modeladas como ruído branco.

Lin *et al.* (2001) estudaram o projeto ótimo de um AMS para sistemas com vários graus de liberdade. Para verificar o desempenho destes dispositivos, as propriedades modais da estrutura com um AMS ótimo são identificadas numericamente. A diferença nas propriedades modais entre a estrutura com e sem controle determina a eficiência do AMS no controle de vibrações.

Lee *et al.* (2006) implementaram um processo de otimização para estruturas com vários graus de liberdade com múltiplos AMS instalados em diferentes pontos da estrutura, sendo levada em conta a função densidade espectral de potência das excitações ambientes. Os parâmetros ótimos dos AMS são determinados pela minimização de índices de desempenho da resposta estrutural definida no domínio da freqüência.

2.2. AMORTECEDOR DE MASSA ATIVO (AMA)

Neste tipo de dispositivo uma força de controle é aplicada sobre a massa do amortecedor. Esta força é aplicada por intermédio de um atuador que recebe informação das excitações pelos sensores instalados na estrutura, e os processadores avaliam em tempo real a magnitude da força necessária a ser aplicada, e assim, melhoram o desempenho do amortecedor de massa. A Figura 2.2 mostra esquematicamente o processo. Embora os AMA sejam uma boa opção no controle de vibrações, eles requerem o uso de alta tecnologia, além de grandes quantidades de energia para imprimir a força no atuador, tornando-os muitas vezes anti-econômicos.

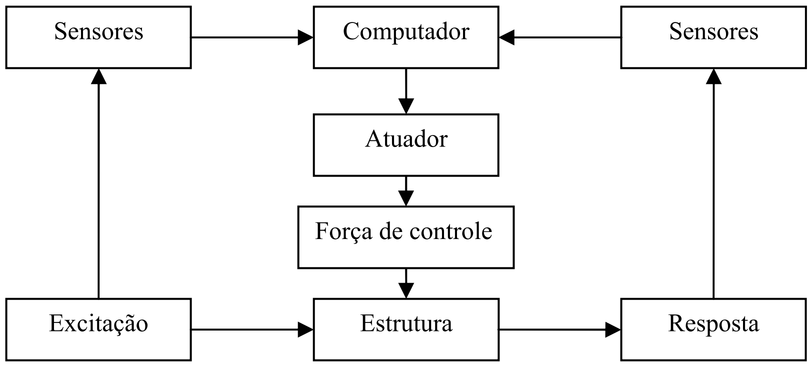


Figura 2.2 - Estrutura com um amortecedor de massa ativo
(modificado – Spencer e Soong, 1999)

Quando somente as variáveis da resposta estrutural são medidas, a configuração de controle é do tipo malha fechada, sendo a resposta estrutural continuamente monitorada e essa informação é utilizada para fazer correções contínuas às forças de controle aplicadas. A configuração de controle é do tipo malha aberta quando as forças são reguladas somente devido à excitação medida, a qual pode ser obtida no caso de sismo pelos registros de aceleração na base da estrutura. No caso onde tanto a informação da resposta quanto da excitação são usadas no projeto de controle, a configuração é do tipo malha fechada / malha aberta (Spencer e Soong, 1999).

Esta área de controle ativo tem atraído a atenção de muitos pesquisadores, entre eles estão: Li e Liu, (2002); Ricciardelli *et al.,* (2003); Bourquin *et al.*, (2004); Hu e Ng, (2005); Keir *et al.*, (2005).

2.3. AMORTECEDOR SEMI-ATIVO (ASA)

Os sistemas de controle semi-ativo foram propostos no começo dos anos 20 do século passado quando foram publicadas as patentes de absorsores de impactos os quais utilizavam uma massa elasticamente suportada para ativar uma válvula hidráulica (não necessitava de energia) ou utilizava uma válvula solenóide para dirigir o fluxo do fluido (necessitava de pequenas quantidades de energia). No contexto da engenharia estrutural, a primeira aplicação do controle semi-ativo para sistemas submetidos à ação de carregamentos ambientes foi o proposto por Hrovat em 1983 (Symans e Constantinuo, 1999).

A atenção recebida pelos pesquisadores recentemente pode ser atribuída ao fato dos dispositivos de controle semi-ativo oferecerem a adaptabilidade dos dispositivos de controle ativo sem requerer grandes quantidades de energia. De fato, muitos deles podem operar com baterias, o que se torna critico durante eventos sísmicos quando a fonte de energia da estrutura pode falhar (Spencer e Sain, 1997).

Alguns exemplos de dispositivos semi-ativos são:

- Amortecedor de massa semi-ativo
- Amortecedor líquido de orifício variável
- Dispositivos de rigidez variável
- Dispositivos de fricção controlável
- Amortecedor líquido sintonizado controlável
- Amortecedor fluido controlável
- Amortecedor de impacto controlável

Os amortecedores de massa semi-ativos (AMSA) combinam as melhores características dos AMS e AMA. Estes dispositivos não aplicam forças de controle diretamente na estrutura. Eles possuem propriedades variáveis que podem ser modificadas continuamente a fim de reduzir de forma ótima a resposta da estrutura. Na Figura 2.3, pode-se observar a configuração de um AMSA.

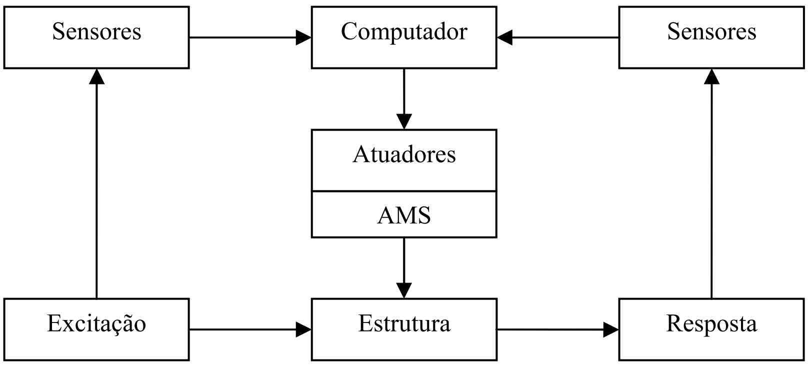


Figura 2.3 - Estrutura com um amortecedor de massa semi-ativo
(modificado – Spencer e Soong, 1999)

Nagarajaiah e Varadarajan (2005) avaliaram a eficiência do novo amortecedor de massa semi-ativo de rigidez variável (SAIVS-TMD) desenvolvido pelos autores, o qual é capaz de mudar continuamente sua rigidez e re-sintonizar sua freqüência em tempo real. A transformada curta de Fourier é utilizada no estudo para identificar a freqüência dominante da resposta da estrutura e rastrear sua mudança como uma função do tempo para re-sintonizar o SAIVS-TMD. O estudo mostra que este tipo de dispositivo semi-ativo, pode reduzir a resposta estrutural quando comparado com um sistema sem controle e no caso de utilizar um amortecedor de massa sintonizado, além de ser particularmente efetivo quando há mudanças na rigidez da estrutura o que não ocorre com os dispositivos passivos.

Yalla *et al.* (2001) estudaram o desempenho de um amortecedor liquido sintonizado semi-ativo. São analisados vários algoritmos semi-ativos como LQR, LQG e estratégias de controle difuso ou *fuzzy control*. As simulações numéricas mostram que este tipo de controle apresenta reduções na resposta maiores quando comparado com o controle passivo, e também é verificado que os requerimentos de energia são desprezíveis portanto a válvula que controla o fluxo do fluido pode ser acionada por baterias.

Ying *et al.* (2005) apresentam um método de controle ótimo semi-ativo para sistemas não lineares com vários graus de liberdade submetida a excitações aleatórias. O método proposto para o controle da resposta em edifícios altos é aplicado em um amortecedor líquido sintonizado magneto-reológico. Os resultados apontaram que o método proposto combina os benefícios do controle ativo e passivo na redução da resposta da estrutura quando submetida a carregamos dinâmicos aleatórios. Também foi mostrado que o método é efetivo e tem uma solução clássica explícita da lei de controle para a equação de programação dinâmica, sendo portanto promissor para aplicações dentro da área do controle estrutural.

2.4. AMORTECEDORES DE MASSA TIPO PÊNDULO

Uma das geometrias alternativas do AMS é o formato de um pêndulo. O pêndulo é preso à estrutura e o movimento da mesma excita o dispositivo, transferindo-se parte da energia de um sistema para o outro, reduzindo a demanda de dissipação de energia nos elementos estruturais. Este tipo de amortecedor tem seu período de vibração dependente do comprimento do seu cabo, e só pode ser considerado como um oscilador linear quando as amplitudes de vibração são pequenas.

Orlando e Gonçalves (2005) estudaram um AMS do tipo pêndulo no controle de vibrações de torres esbeltas, onde apresentam uma análise paramétrica das oscilações não-lineares de um sistema torre-absorsor com o objetivo de determinar as melhores configurações em termos de redução de vibrações e execução do projeto.

Avila *et al.* (2006) avaliaram a eficiência de um AMS na forma de pêndulo em relação à redução dos deslocamentos da estrutura a ser controlada. Foi realizado um estudo paramétrico por meio do procedimento de busca numérica *Min.Max.* (proposto por Tsai e Lin, 1993) objetivando-se determinar a razão ideal de massa e comprimento do cabo para incrementar a eficiência do dispositivo.

Gerges e Vickery (2005) estudaram o comportamento de um AMS do tipo pêndulo na redução da resposta RMS dos deslocamentos da estrutura submetida a forças e acelerações simulando as excitações aleatórias como ruído branco. Um estudo numérico foi feito para avaliar os parâmetros ótimos para um sistema principal amortecido sujeito a forças de vento e sísmicas.

Duas aplicações em escala real deste tipo de dispositivo de controle em estruturas são a Chifley Tower (Figura 2.4) e a Sydney Tower (Figura 2.5), cujas características principais são apresentadas na Tabela 2.1.

Figura 2.4 - Chifley Tower. Sydney, Austrália.

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/f/f5/Chifley_tower_1.jpg. Acesso em: 30 mar 2007.

Figura 2.5 - Sydney Tower. Sydney, Austrália.

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/3/30/CentrePointTowerSydney.jpg. Acesso em 30 mar 2007.

2.5. APLICAÇÕES DOS DISPOSITIVOS DE CONTROLE

Embora o controle de vibrações tenha sua origem no começo do século XX, só a partir da década de 60, esse tipo de tecnologia passou a ser utilizada em estruturas de engenharia civil e foi implementada em um grande número de edifícios altos, pontes, torres e chaminés ao redor do mundo. Aplicações destes dispositivos podem ser encontradas em Spencer e Soong, (1999); Spencer e Sain, (1997); Holmes, (1995); e também no sitio da internet http://nisee.berkeley.edu/prosys/tuned.html algumas das quais são listadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Aplicações de dispositivos de controle em escala real

Nome e tipo de estrutura	**Cidade/País**	**Tipo e número de amortecedores**	**Data de instalação (aprox.)**	**Outras informações (massa, freqüência natural, amortecimento efetivo, etc.)**
AMORTECEDOR DE MASSA SINCRONIZADO (AMS)				
CN TowerTV antena (553 m)	Toronto, Canadá	AMS	1973	-

Nome e tipo de estrutura	**Cidade/País**	**Tipo e número de amortecedores**	**Data de instalação (aprox.)**	**Outras informações (massa, freqüência natural, amortecimento efetivo, etc.)**
John Hancock Building (244 m)	Boston, EUA	AMS (2)	1977	0,14 Hz 2 x 300 t ξ : 4%
City Corp Center (278 m)	New York, EUA	AMS	1978	0,16 Hz 370 t ξ :4%
Sydney Tower (305 m)	Sydney, Austrália	AMS (tipo pêndulo)	1980/1	0,10; 0,50 Hz 220 t
Al Khobar 2 chaminés (120 m)	Arábia Saudita	AMS	1982	0,44 Hz 7 t
Ruwais Utilities chaminé	Abu Dhabi	AMS	1982	0,49 Hz 10 t
Deutsche Bundespost torre (278 m)	Nornberg, Alemanha	AMS	1982	0,67 Hz 1.5 t
Yanbu Cement Plant chaminé (81 m)	Arábia Saudita	AMS	1984	0,49 Hz 10 t
Hydro-Quebec wind generator	Canadá	AMS	1985	0,7-1,2 Hz 18 t
Chiba Port Tower (125 m)	Chiba, Japão	AMS (2)	1986	0,43-0,44 Hz 10-15 t
Pylon, Aratsu Bridge ponte estaiada	Japão	AMS	1987	-
Pylon, Yokohama Bay Bridge ponte estaiada	Yokohama, Japão	AMS	1988	-
Bin Quasim Thermal Power Station (70 m)	Paquistão	AMS	1988	0,99 Hz 4,5 t
Tiwest Rutile Plant chaminé (43 m)	Austrália	AMS	1989	0,92 Hz 0,5 t

Nome e tipo de estrutura	Cidade/País	Tipo e número de amortecedores	Data de instalação (aprox.)	Outras informações (massa, freqüência natural, amortecimento efetivo, etc.)
Fukuoka Tower (151 m)	Fukuoka, Japão	AMS (2)	1989	0,31-0,33 Hz 25-30 t
Higashiyama Sky Tower (134 m)	Nagoya, Japão	AMS	1989	0,49-0,55 Hz 20 t
Pylon, Bannaguru Bridge ponte estaiada	Japão	AMS	1990	-
Crystal Tower (157 m)	Osaka, Japão	AMS (2)	1990	0,24-0,28 Hz 180-360 t
Huis Ten Bosch Domtoren	Nagasaki, Japão	AMS	1990	0,65-0,67 Hz 7,8 t
Hibikiryokuchi Sky Tower (135 m)	Kitakyushu, Japão	AMS	1991	-
HKW chaminé (120 m)	Frankfurt, Alemanha	AMS	1992	0,86 Hz 10 t
BASF chaminé (100 m)	Antwerp, Bélgica	AMS	1992	0,34 Hz 8,5 t
Siemens power station (70 m)	Killingholme, Reino Unido	AMS	1992	0,88 Hz 7 t
Rokko island P & G (117 m)	Kobe, Japão	AMS (tipo pêndulo)	1993	0,33-0,62 Hz 270 t
Chifley Tower (209 m)	Sydney, Austrália	AMS (tipo pêndulo)	1993	400 t
Al Taweeiah chaminé (70 m)	Abu Dhabi	AMS	1993	1,4 Hz 1,35 t
Akita Tower (112 m)	Akita, Japão	AMS	1994	0,41 Hz
AMORTECEDOR DE MASSA ATIVO (AMA)				
Sendagaya INTES Office Building	Tókio, Japão	AMA (2)	1991	0,59 Hz 72 t
ORC 2000 Symbol Tower (188 m)	Osaka, Japão	AMA (2)	1992	0,21 Hz 200 t

Nome e tipo de estrutura	Cidade/País	Tipo e número de amortecedores	Data de instalação (aprox.)	Outras informações (massa, freqüência natural, amortecimento efetivo, etc.)
Kansai International Airport	Osaka, Japão	AMA (2) (pêndulo invertido)	1993	0,8 Hz 10 t
Yokohama Landmark Tower (296 m)	Yokohama, Japão	AMA (2)	1993	0,185 Hz 340 t
C Office Tower (130 m)	Tókio, Japão	AMA	1993	0,34 Hz 200 t
KS Project (121 m)	Kanazawa, Japão	AMA	1993	100 t
MKD8 Hikarigaoka Office Building (100 m)	Tókio, Japão	AMA (tipo pêndulo)	1993	0,44 Hz
Riverside Sumida (133 m)	Tókio, Japão	AMA (2)	1994	0,29 Hz 30 t
Shinjuku Park Tower (227 m)	Tókio, Japão	AMA (3)	1994	330 t
AMORTECEDOR DE MASSA SEMI-ATIVO (AMSA)				
Act City Office Building (213 m)	Hamamatsa, Japão	AMSA	1994	0,21 Hz 180 t
Kajima Research Laboratory (3 andares)	Tókio, Japão	AMSA (rigidez variável)	1990	-
Highway I-35 Bridge	Oklhaoma, EUA	AMSA (tipo hidraulico)	1997	-
Kajima Shizuoka Building (5 andares)	Shizuoka, Japão	AMSA (tipo hidraulico)	1998	-

No Brasil, foi instalado um sistema de controle passivo na Ponte Rio-Niterói, com o objetivo de evitar que grandes amplitudes de oscilações, induzidas por desprendimento de vórtices, sejam causadas por ventos com velocidades relativamente baixas (na faixa de 50 a 70 km/h). A Ponte Rio-Niterói tem 13,3 km de extensão e a maior parte de sua estrutura foi executada em concreto protendido, sendo apenas seus três vãos centrais (200 – 300 – 200 metros) vencidos por vigas gêmeas celulares e aço de notável esbeltez.

O sistema de controle é composto por 32 amortecedores de massa sintonizados distribuidos ao longo de um pequeno trecho (30 m) no centro do vão principal de 300 m. Na Tabela 2.2 são apresentados os parâmetros relativos ao primeiro modo de oscilação por flexão vertical juntamente com os correspondentes parâmetros dos AMS's (Battista e Pfeil, 2005).

Tabela 2.2 – Parâmetros da estrutura da Ponte Rio-Niterói e dos AMS's

Parâmetros	**Estrutura $(\,)_B$**	**32 AMS's $(\,)_A$**	**Razões $(\,)_A/(\,)_B$**
Frequência [Hz]	0,32	0,31	0,97
Massa [t]	$6{,}8\mathrm{x}10^3$	70,0	0,01
Amortecimento [%]	1,0	2,5	2,5

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1. PARÂMETROS ESTATÍSTICOS

3.1.1. Valor quadrado médio

O valor quadrado médio de x, $E[x^2]$, sendo E o valor esperado ou esperança da variável aleatória x, é dado por:

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx \tag{3.1}$$

onde $p(x)$ é a função densidade de probabilidade da variável aleatória x.

O desvio padrão da variável x, usualmente denotado por σ, e a variância por σ^2, estão definidas por:

$$\sigma^2 = E\left[(x - E[x])^2\right] \tag{3.2}$$

A equação anterior pode ser simplificada desenvolvendo o produto notável da seguinte forma:

$$\sigma^2 = E\left[x^2 - 2xE[x] + (E[x])^2\right] = E[x^2] - 2E[x]E[x] + (E[x])^2 \tag{3.3}$$

levando em conta que o valor médio de uma soma de termos é igual a soma dos valores médios de cada termo separadamente, e que o valor médio de uma constante é a constante, tem-se:

$$\sigma^2 = E[x^2] - (E[x])^2 \tag{3.4}$$

Portanto, para um processo aleatório com valor médio igual a zero, o valor quadrado médio é igual à variância.

3.1.2. Autocorrelação

A função de autocorrelação de um processo $x(t)$ é definida como o valor médio do produto $x(t)x(t+\tau)$. O processo é avaliado no tempo t e depois novamente no tempo

$t+\tau$, com um retardo τ em relação ao primeiro instante, e o valor médio do produto, $E[x(t)x(t+\tau)]$, calculado para a amostra.

Assumindo que o processo é estacionário, o valor de $E[x(t)x(t+\tau)]$ será independente do tempo t e dependerá somente do retardo τ, portanto:

$$E[x(t)x(t+\tau)] = f(\tau) = R_x(\tau) \tag{3.5}$$

onde $R_x(\tau)$ é a função de autocorrelação para $x(t)$.

Quando o intervalo de tempo τ separando os dois pontos de medições é zero tem-se:

$$R_x(\tau = 0) = E\left[x(t)^2\right] = E\left[x^2\right] \tag{3.6}$$

que é justamente o valor quadrado médio do processo $x(t)$.

3.2. DENSIDADE ESPECTRAL

A relação de Wiener-Khintchine estabelece que a função de autocorrelação $R_x(\tau)$ e a função densidade espectral $S_x(\tau)$, de um processo aleatório $x(t)$ estão relacionadas por um par de transformadas de Fourier da seguinte forma:

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \tag{3.7}$$

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \tag{3.8}$$

O resultado físico mais importante é obtido quando na Equação (3.7) $\tau = 0$, portanto, a função de autocorrelação pode ser expressa como:

$$R_x(\tau = 0) = E\left[x^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega \tag{3.9}$$

onde $E\left[x^2\right]$ é o valor quadrado médio do processo x, e é dado pela soma de todas as freqüências de $S_x(\omega)d\omega$, então $S_x(\omega)$ pode ser interpretado como a densidade espectral média quadrada.

A função densidade espectral da excitação $x(t)$ e a função densidade espectral da resposta $y(t)$ podem ser relacionadas pela seguinte equação:

$$S_y(\omega) = H(-\omega)H(\omega)S_x(\omega) \tag{3.10}$$

sendo $H(\omega)$ a função de resposta no domínio da freqüência e $H(-\omega)$ o seu conjugado complexo.

Um resultado mais simples é obtido notando que o produto de $H(\omega)$ e seu conjugado complexo é igual ao quadrado da magnitude de $H(\omega)$, então:

$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_x(\omega) \tag{3.11}$$

Conhecida a função densidade espectral da resposta, o valor quadrado médio da resposta pode ser calculado como:

$$E[y^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega)d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_x(\omega)d\omega \tag{3.12}$$

Maiores informações sobre o assunto podem ser encontrados em Crandall e Mark, (1973); Newland, (1984); Yang, (1985).

3.3. DENSIDADE ESPECTRAL DE UM PROCESSO DERIVADO

Conhecida a função densidade espectral $S_y(\omega)$ de um processo aleatório estacionário $y(t)$, pode-se utilizar este resultado para calcular o valor quadrado médio $E[y^2]$ de acordo com a Equação (3.12). Também pode-se usar para calcular a densidade espectral do processo o qual é obtido pela derivada de y, por exemplo, a velocidade $dy/dt = \dot{y}$ e a aceleração $d^2y/dt^2 = \ddot{y}$.

Levando em conta a Equação (3.5), tem-se:

$$R_y(\tau) = E[y(t)y(t+\tau)] \tag{3.13}$$

Derivando com respeito à variável τ, obtém-se:

$$\frac{d}{d\tau}\left(R_y(\tau)\right) = E[y(t)\dot{y}(t+\tau)] \tag{3.14}$$

Para um processo estacionário, ou seja, que não depende do tempo t, pode-se escrever a seguinte relação:

$$E[y(t)\dot{y}(t+\tau)] = E[y(t-\tau)\dot{y}(t)] \tag{3.15}$$

portanto:

$$\frac{d}{d\tau}\left(R_y(\tau)\right) = E[y(t-\tau)\dot{y}(t)] \tag{3.16}$$

Derivando novamente com respeito à variável τ:

$$\frac{d^2}{d\tau^2}\left(R_y(\tau)\right) = -E[\dot{y}(t-\tau)\dot{y}(t)] = -R_{\dot{y}}(\tau) \tag{3.17}$$

onde $R_{\dot{y}}(\tau)$ é a função de auto correlação do processo derivado $\dot{y}(t)$.

Agora, da integral de Fourier:

$$R_y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \tag{3.18}$$

O lado direito da Equação (3.18) é uma integral definida com respeito a ω, com τ mantido constante, e com os limites de integração independentes de τ. Assim, derivando com respeito a τ, tem-se:

$$\frac{d}{d\tau}\left(R_y(\tau)\right) = \int_{-\infty}^{\infty} i\omega S_y(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \tag{3.19}$$

$$\frac{d^2}{d\tau^2}\left(R_y(\tau)\right) = -\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_y(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \tag{3.20}$$

Considerando as Equações (3.17) e (3.20), observa-se que a função de autocorrelação do processo derivado pode ser expressa como:

$$R_{\dot{y}}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_y(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \tag{3.21}$$

A Equação (3.21) também pode ser escrita como a transformada inversa da densidade espectral $S_{\dot{y}}(\omega)$, portanto:

$$R_{\dot{y}}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{y}}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \qquad (3.22)$$

Comparando as Equações (3.21) e (3.22), fica evidente que:

$$S_{\dot{y}}(\omega) = \omega^2 S_y(\omega) \qquad (3.23)$$

assim, conclui-se que a densidade espectral de um processo derivado é justamente ω^2 vezes a densidade espectral do processo original. Este é um resultado importante pois por seu intermédio pode-se calcular o valor quadrado médio das velocidades $E[\dot{y}^2]$ da seguinte forma:

$$E[\dot{y}^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{y}}(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_y(\omega) d\omega \qquad (3.24)$$

Similarmente, o valor quadrado médio das acelerações está dado por:

$$E[\ddot{y}^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{y}}(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 S_y(\omega) d\omega \qquad (3.25)$$

3.4. ESTRUTURA REDUZIDA A UM GRAU DE LIBERDADE

No caso de sistemas de vários graus de liberdade, a resposta estrutural pode ser obtida por meio de um modelo reduzido utilizando a análise modal (Soong e Dargush, 1997; Clough e Penzien, 1993).

Considere o sistema com n graus de liberdade, como, por exemplo, o edifício mostrado na Figura 3.1, onde tem-se n equações de movimento expressas por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(\mathbf{t}) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(\mathbf{t}) + \mathbf{K}\mathbf{y}(\mathbf{t}) = \mathbf{F}(\mathbf{t}) \qquad (3.26)$$

onde,

$\mathbf{M}$: matriz de massa da estrutura

$\mathbf{C}$: matriz de amortecimento da estrutura

$\mathbf{K}$: matriz de rigidez da estrutura

$\mathbf{F}(\mathbf{t})$: vetor de carregamento dinâmico aplicado sobre a estrutura

$y_i(t)$: deslocamento da i-ésima massa relativo à base

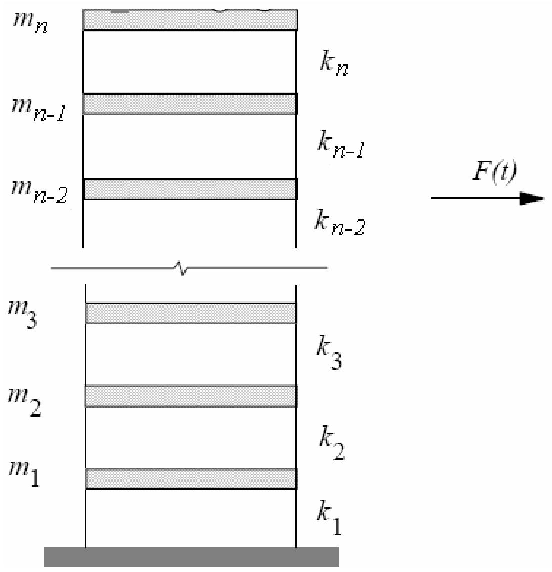


Figura 3.1 - Estrutura com n graus de liberdade

O deslocamento total pode ser obtido pela soma de suas componentes modais, assim:

$$y(t) = \phi_1 Y_1 + \phi_2 Y_2 + \phi_3 Y_3 + \cdots + \phi_{n-1} Y_{n-1} + \phi_n Y_n \tag{3.27}$$

onde $\phi_1, \phi_2, \cdots, \phi_n$ são os modos de vibração da estrutura e $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ são as coordenadas generalizadas do sistema.

Pode- se ainda escrever $y(t)$ em notação matricial como:

$$y(t) = \mathbf{\Phi Y} \tag{3.28}$$

sendo,

$\mathbf{\Phi}$: matriz modal do sistema

$\mathbf{Y}$: vetor das coordenadas generalizadas

Em geral os edifícios altos convencionais são estruturas que vibram predominantemente em torno de um único modo de vibração, normalmente o primeiro. Sendo assim, seus deslocamentos podem ser suficientemente bem representados tomando-se a contribuição relacionada somente ao primeiro modo de vibração. Para esse tipo de estrutura o vetor de deslocamentos pode, então, ser representado pelo primeiro termo do lado direito da Equação (3.27):

$$y(t) = \phi_1 Y_1 \tag{3.29}$$

Introduzindo a Equação (3.29) e suas derivadas na Equação (3.26) e pré-multiplicando-a pelo vetor ϕ_1^T, obtém-se:

$$\phi_1^T \mathbf{M} \phi_1 \ddot{Y}_1 + \phi_1^T \mathbf{C} \phi_1 \dot{Y}_1 + \phi_1^T \mathbf{K} \phi_1 Y_1 = \phi_1^T \mathbf{F}(\mathbf{t}) \tag{3.30}$$

As matrizes $\mathbf{M}$ e $\mathbf{K}$ são ortogonais em relação aos modos de vibração, da mesma maneira que a matriz $\mathbf{C}$ se o amortecimento for proporcional ou de Rayleigh. Neste caso, a matriz de amortecimento é dada por:

$$\mathbf{C} = a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{K} \tag{3.31}$$

Admitindo a consideração anterior a respeito da matriz de amortecimento, a Equação (3.30) pode ser escrita como:

$$M_s \ddot{Y}_1 + C_s \ddot{Y}_1 + K_s Y_1 = F_s(t) \tag{3.32}$$

onde,

M_s : massa modal, $M_s = \phi_1^T \mathbf{M} \phi_1$

C_s : amortecimento modal, $C_s = \phi_1^T \mathbf{C} \phi_1$

K_s : rigidez modal, $K_s = \phi_1^T \mathbf{K} \phi_1$

F_s : força modal, $F_s = \phi_1^T \mathbf{F}(\mathbf{t})$

3.5. FUNÇÃO DE RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA QUANDO A ESTRUTURA É SUBMETIDA A UMA FORÇA

Na Figura 3.2 é mostrado um diagrama esquemático de um amortecedor de massa tipo pêndulo acoplado a um sistema principal constituindo um modelo de dois graus de liberdade (g.d.l.), sendo que o sistema principal é modelado como um sistema de um g.d.l. correspondente ao modo a ser controlado (Soong e Dargush, 1997).

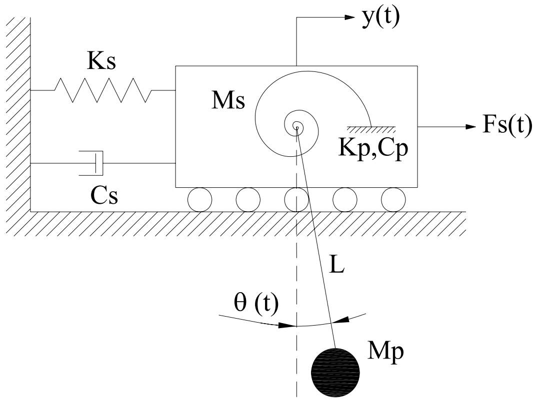


Figura 3.2 - Estrutura submetida a uma força aleatória $F_s(t)$, com pêndulo linear acoplado

As equações de movimento considerando pequenos deslocamentos no pêndulo são:

$$(M_s + M_p)\ddot{y} + M_p L\ddot{\theta} + C_s\dot{y} + K_s y = F_s(t) \tag{3.33}$$

$$M_p L\ddot{y} + M_p L^2\ddot{\theta} + C_p\dot{\theta} + (K_p + M_p gL)\theta = 0 \tag{3.34}$$

sendo,

M_s : massa modal do sistema principal.

C_s : amortecimento modal do sistema principal.

K_s : rigidez modal do sistema principal.

M_p : massa do pêndulo.

C_p : amortecimento do pêndulo.

K_p : rigidez do pêndulo.

L : comprimento do cabo.

g : aceleração da gravidade.

$F_s(t)$: força modal excitante.

$y(t)$: deslocamento do sistema principal.

$\theta(t)$: deslocamento angular do pêndulo.

Fazendo $F_s(t) = e^{i\omega t}$, $y(t) = H_y(\omega)e^{i\omega t}$ e $\theta(t) = H_\theta(\omega)e^{i\omega t}$ e substituindo nas Equações (3.33) e (3.34), tem-se:

$$\left[-\left(M_s + M_p\right)\omega^2 + C_s i\omega + K_s\right]H_y(\omega) - M_p L\omega^2 H_\theta(\omega) = 1 \tag{3.35}$$

$$-M_p L\omega^2 H_y(\omega) + \left[-M_p L^2\omega^2 + C_p i\omega + \left(K_p + M_p gL\right)\right]H_\theta(\omega) = 0 \tag{3.36}$$

Reescrevendo matricialmente:

$$\begin{bmatrix} -\left(M_s + M_p\right)\omega^2 + C_s i\omega + K_s & -M_p L\omega^2 \\ -M_p L\omega^2 & -M_p L^2\omega^2 + C_p i\omega + \left(K_p + M_p gL\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_y(\omega) \\ H_\theta(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.37}$$

Resolvendo o sistema de equações lineares, obtêm-se as funções de resposta no domínio da freqüência $H_y(\omega)$ e $H_\theta(\omega)$. Essas expressões são apresentadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Função de resposta no domínio da freqüência quando a estrutura é submetida a uma força

Estrutura	$H_y(\omega) = \dfrac{-\omega^2 B_2 + i\omega B_1 + B_0}{\omega^4 A_4 - i\omega^3 A_3 - \omega^2 A_2 + i\omega A_1 + A_0}$ $B_0 = K_p + M_p gL \quad B_1 = C_p \quad B_2 = M_p L^2$ $A_0 = M_p K_s gL + K_s K_p \quad A_1 = M_P C_s gL + C_s K_p + C_p K_s$ $A_2 = M_s K_p + M_p K_p + M_s M_p gL + M_p^2 gL + C_s C_p + M_p K_s L^2$ $A_3 = M_s C_p + M_p C_p + M_p C_s L^2 \quad A_4 = M_s M_p L^2$
Pêndulo	$H_\theta(\omega) = \dfrac{-\omega^2 B_2 + i\omega B_1 + B_0}{\omega^4 A_4 - i\omega^3 A_3 - \omega^2 A_2 + i\omega A_1 + A_0}$ $B_0 = 0 \quad B_1 = 0 \quad B_2 = M_p L^2$ $A_0 = M_p K_s gL + K_s K_p \quad A_1 = M_P C_s gL + C_s K_p + C_p K_s$ $A_2 = M_s K_p + M_p K_p + M_s M_p gL + M_p^2 gL + C_s C_p + M_p K_s L^2$ $A_3 = M_s C_p + M_p C_p + M_p C_s L^2 \quad A_4 = M_s M_p L^2$

3.6. FUNÇÃO DE RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQÜÊNCIA QUANDO A ESTRUTURA É SUBMETIDA A UMA EXCITAÇÃO NA BASE

Neste caso, considera-se a estrutura submetida a uma aceleração na base $\ddot{y}_0(t)$ como se mostra na Figura 3.3.

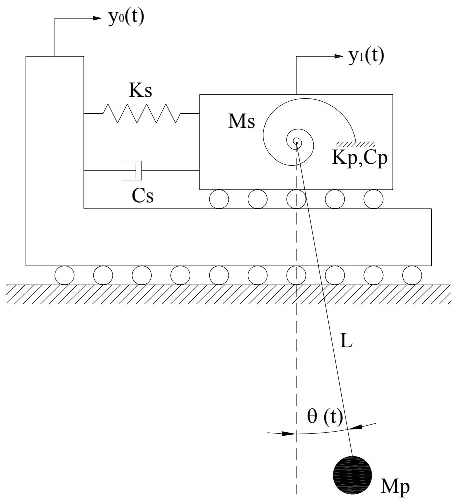


Figura 3.3 - Estrutura submetida a uma aceleração aleatória na base $\ddot{y}_0(t)$, com pêndulo linear acoplado

As equações de movimento considerando pequenos deslocamentos no pêndulo são:

$$(M_s + M_p)\ddot{y} + M_p L\ddot{\theta} + C_s\dot{y} + K_s y = -(M_s + M_p)\ddot{y}_0(t) \tag{3.38}$$

$$M_p L\ddot{y} + M_p L^2\ddot{\theta} + C_p\dot{\theta} + (K_p + M_p gL)\theta = -M_p L\ddot{y}_0(t) \tag{3.39}$$

onde,

$y(t)$: deslocamento relativo do sistema principal em relação à base $y(t) = y_1(t) - y_0(t)$

$y_1(t)$: deslocamento absoluto do sistema principal

$y_0(t)$: deslocamento da base

$\ddot{y}_o(t)$: aceleração da base

$\theta(t)$: deslocamento relativo do pêndulo em relação ao sistema principal

Agora, fazendo $\ddot{y}_0(t) = e^{i\omega t}$, $y(t) = H_y(\omega)e^{i\omega t}$ e $\theta(t) = H_\theta(\omega)e^{i\omega t}$ e substituindo nas equações (3.38) e (3.39), tem-se:

$$\left[-(M_s + M_p)\omega^2 + C_s i\omega + K_s\right]H_y(\omega) - M_p L\omega^2 H_\theta(\omega) = -(M_s + M_p) \tag{3.40}$$

$$-M_p L\omega^2 H_y(\omega) + \left[-M_p L^2\omega^2 + C_p i\omega + (K_p + M_p gL)\right]H_\theta(\omega) = -M_p L \tag{3.41}$$

Reescrevendo matricialmente:

$$\begin{bmatrix} -(M_s + M_p)\omega^2 + C_s i\omega + K_s & -M_p L\omega^2 \\ -M_p L\omega^2 & -M_p L^2\omega^2 + C_p i\omega + (K_p + M_p gL) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} H_y(\omega) \\ H_\theta(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M_s - M_p \\ -M_p L \end{bmatrix} \tag{3.42}$$

A solução do sistema de equações lineares é apresentada na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Função de resposta no domínio da freqüência quando a estrutura é submetida a uma aceleração na base

Estrutura	$H_y(\omega) = \dfrac{-\omega^2 B_2 + i\omega B_1 + B_0}{\omega^4 A_4 - i\omega A_3 - \omega^2 A_2 + i\omega A_1 + A_0}$ $B_0 = M_s M_p g L + M_s K_p + M_p K_p + M_p^2 g L$ $B_1 = M_s C_p + M_p C_p \qquad B_2 = M_s M_p L^2$ $A_0 = -M_p K_s g L - K_s K_p \qquad A_1 = -M_p C_s g L - C_s K_p - C_p K_s$ $A_2 = -M_s K_p - M_p K_p - M_s M_p g L - M_p^2 g L - C_p C_s + M_p K_s L^2$ $A_3 = -M_s C_p - M_p C_p - M_p C_s L^2 \qquad A_4 = -M_s M_p L^2$
Pêndulo	$H_\theta(\omega) = \dfrac{-\omega^2 B_2 + i\omega B_1 + B_0}{\omega^4 A_4 - i\omega A_3 - \omega^2 A_2 + i\omega A_1 + A_0}$ $B_0 = M_p K_s L$ $B_1 = M_p C_s L \qquad B_2 = 0$ $A_0 = -M_p K_s g L - K_s K_p \qquad A_1 = -M_p C_s g L - C_s K_p - C_p K_s$ $A_2 = -M_s K_p - M_p K_p - M_s M_p g L - M_p^2 g L - C_p C_s + M_p K_s L^2$ $A_3 = -M_s C_p - M_p C_p - M_p C_s L^2 \qquad A_4 = -M_s M_p L^2$

3.7. ESPECTROS DE POTÊNCIA

3.7.1. Espectro do ruído branco

O ruído branco é um espectro idealizado que recebe seu nome devido ao fato de que ele cobre toda a escala de freqüências uniformemente como acontece com a luz branca (Figura 3.4). Embora este espectro seja idealizado, ele oferece uma forma analítica para o estudo de vibrações aleatórias em estruturas e proporciona aproximações úteis de uma excitação fisicamente possível.

O ruído branco tem sido utilizado por muitos pesquisadores no estudo de vibrações aleatórias como é o caso do sismo e do vento (Ayorinde e Warburton, 1980; Warburton, 1982; Lin *et al.*, 2001; Ricciardelli *et al.*, 2003; Gerges e Vickery, 2005; Lee *et al.*, 2006).

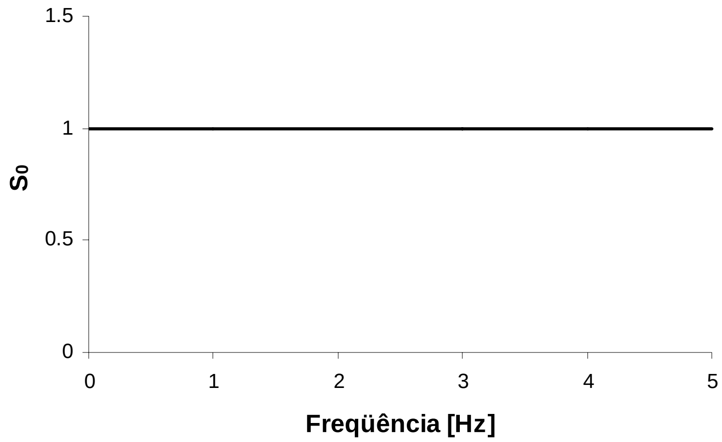


Figura 3.4 - Espectro do ruído branco

3.7.2. Espectro de Davenport

Davenport, baseado em um grande número de medições feitas em terrenos de diversas rugosidades e alturas, sugere a seguinte expressão para a função densidade espectral da componente longitudinal da turbulência, em ventos fortes (Blessmann, 1995):

$$S_1(f) = \frac{2X_1^2}{3\left(1+X_1^2\right)^{4/3}} \frac{S_0}{f} \tag{3.44}$$

$$X_1 = \frac{1200f}{\overline{V}(10)} \tag{3.45}$$

$$S_w(f) = \rho_a^2 C_D^2 \overline{V}(10)^2 A^2 S_1(f) \tag{3.46}$$

onde,

$S_1(f)$: densidade espectral da componente longitudinal da turbulência na freqüência f

f : freqüência em Hertz

X_1 : freqüência adimensional

$\overline{V}(10)$: velocidade média horária a 10m de altura, em m/s

$S_w(f)$: densidade espectral da força do vento na freqüência f

ρ_a : massa especifica do ar

C_D : coeficiente de arrasto

A : área projetada

A curva correspondente a este espectro é apresentada na Figura 3.5.

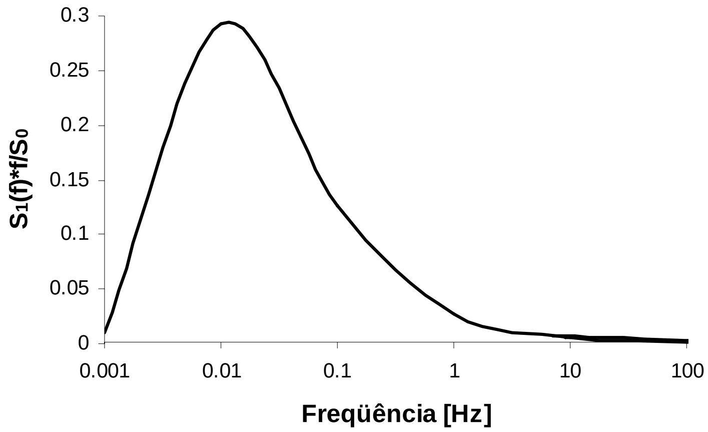


Figura 3.5 - Espectro de Davenport

3.7.3. Espectro de Kanai-Tajimi

No caso do ruído branco, a função densidade espectral da excitação não considera a dependência da freqüência. Numa situação real, as propriedades do solo do local produzem uma alteração nas propriedades dinâmicas da excitação. Para incluir o efeito do local, a excitação sísmica é geralmente modelada com o espectro de Kanai-Tajimi (Lee *et al.*, 2006), que é dado por:

$$S_g(f) = \frac{1 + 4\xi_g^2 (f/f_g)^2}{\left[1 - (f/f_g)^2\right]^2 + (2\xi_g f/f_g)^2} S_0 \tag{3.43}$$

onde,

$S_g(f)$: densidade espectral da aceleração na freqüência f

f_g : freqüência característica dos mantos de solo do local, em Hertz

ξ_g : razão de amortecimento dos mantos de solo do local

Na pratica esses parâmetros devem ser estimados dos registros locais de terremotos e/ou das caracteristicas geologicas. A função densidade espectral de Kanai-Tajimi pode ser interpretada como uma excitação do tipo ruído branco ideal no subsolo filtrada pelos extratos de solo presentes no local. Na Figura 3.6 é apresentado um espectro típico de Kanai-Tajimi.

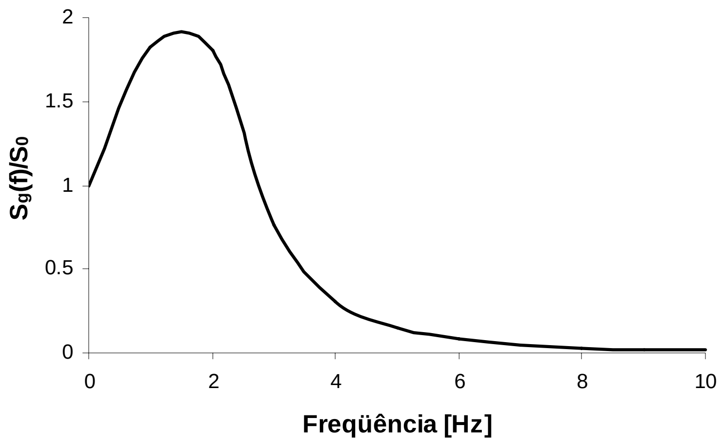


Figura 3.6 - Espectro de Kanai-Tajimi

3.8. RESPOSTA NO DOMÍNIO DO TEMPO

As equações de movimento de um sistema com n g.d.l. excitado por um carregamento dinâmico são dadas por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(\mathbf{t}) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(\mathbf{t}) + \mathbf{K}\mathbf{y}(\mathbf{t}) = \mathbf{E}\mathbf{F}(\mathbf{t}) \tag{3.47}$$

onde $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{K}$ são as matrizes de ordem $n \times n$ de massa, amortecimento e rigidez respectivamente;

$\mathbf{F}(t)$: vetor $n \times 1$ das forças externas aplicadas

$\mathbf{E}(t)$: matriz $n \times n$ que define a localização da excitação

As equações de movimento (3.47) podem ser representadas de outra maneira na forma de equações de estado. Trata-se de um conjunto de equações diferenciais simultâneas de primeira ordem. Essa representação é muito utilizada na solução de problemas da teoria de controle moderna. Assim, as Equações (3.47) tomam a forma:

$$\dot{\mathbf{z}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}\mathbf{z}(\mathbf{t}) + \mathbf{B}\mathbf{F}(\mathbf{t}) \tag{3.48}$$

onde $\mathbf{z}(\mathbf{t})$ é o vetor de estado de ordem $2n$, na forma:

$$\mathbf{z}(\mathbf{t}) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(\mathbf{t}) \\ \dot{\mathbf{y}}(\mathbf{t}) \end{bmatrix} \tag{3.49}$$

A matriz de estado do sistema $(2n \times 2n)$ é dada por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{nxn} & \mathbf{I}_{nxn} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \tag{3.50}$$

e a matriz $(2n \text{ x } 2n)$ que fornece a posição das forças externas é:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{nxn} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \tag{3.51}$$

A solução das Equações (3.48) é obtida por técnicas de integração numérica. No presente trabalho é utilizado o algoritmo de Runge-Kutta de quarta ordem.

3.9. GERAÇÃO DE EXCITAÇÕES ALEATÓRIAS SIMULADAS

Um processo aleatório com média zero e função densidade espectral $S_x(\omega)$ pode ser simulado pela seguinte serie (Aldemir, 2003):

$$F(t) = \sum_{m=1}^{N} A_m \, cos(\omega_m t + \phi_m) \tag{3.52}$$

onde,

$$A_m = [2S_x(\omega_m)\delta\omega]^{1/2} \tag{3.53}$$

$$\omega_m = m\delta\omega \tag{3.54}$$

$$\delta\omega = \omega_u / N \tag{3.55}$$

$$\omega_u = 2\pi / \delta t \tag{3.56}$$

na qual ϕ_m denota os ângulos distribuídos uniformemente entre 0 e 2π; ω_u é o sub-intervalo máximo da freqüência, δt é o intervalo de tempo da amostra e N é um número positivo suficientemente grande. Levando em conta a transformada rápida de Fourier, a Equação (3.52) pode ser escrita da seguinte forma:

$$F(p\delta t) = Re\left\{\sum_{n=0}^{M-1} B_n e^{inp2\pi/M}\right\}, \qquad p = 0,1,2,\ldots,M-1, \; M \geq 2N \tag{3.57}$$

$$B_n = \sqrt{2}[2S_x(n\delta\omega)\delta\omega]^{1/2} e^{i\phi_n} \tag{3.58}$$

Em vez de usar a Equação (3.52) a qual inclui a somatória de co-senos, a transformada rápida de Fourier pode ser usada para reduzir o custo computacional, para isto, M deve ser uma potência inteira de 2, dado por $M = 2^{\gamma}$ onde γ é um inteiro positivo.

3.10. PROCEDIMENTO DE BUSCA NUMÉRICA UTILIZADO NO PRESENTE TRABALHO

No caso de estruturas não amortecidas e submetidas a excitações aleatórias do tipo ruído branco é possível determinar-se uma solução analítica para os parâmetros ótimos do amortecedor de massa sintonizado (comprimento do cabo e razão de amortecimento do pêndulo).

Quando é considerado o amortecimento da estrutura já não é possível obter esta solução analítica dos parâmetros ótimos do pêndulo, portanto, nesses casos foi necessário recorrer a um procedimento de busca numérica. Este procedimento consiste em realizar uma busca dos parâmetros que produzam o menor valor do quadrado médio da resposta a ser controlada (deslocamentos, velocidades e acelerações) do sistema principal. Este procedimento foi adaptado a partir do processo de busca numérica *Min.Max.* (o qual registra o pico da função de resposta em freqüência e sua razão de freqüência forçada correspondente para diferentes combinações de parâmetros e busca o menor pico encontrado) para o AMS apresentado por Tsai e Lin (1993) e implementado posteriormente para o caso de amortecedores de massa sintonizados múltiplos (AMSM) por Avila (2002) e Carneiro (2004).

Assim, realizam-se repetidas tentativas de variação de cada um dos parâmetros, a cada tentativa são estipulados os intervalos para a variação de cada parâmetro e o número de valores discretos a considerar dentro dos intervalos incluindo os extremos. Concluída a busca numérica, os sub-intervalos que contêm os valores que tornam o AMS mais eficiente são refinados para uma nova tentativa.

O programa computacional varia os parâmetros do sistema de controle (razão de massa, razão de amortecimento e comprimento do cabo do pêndulo) e calcula o valor quadrado médio da resposta conforme as Equações (3.12), (3.24) e (3.25) de acordo com cada um dos casos analisados. Posteriormente é armazenado o menor valor da resposta encontrado entre todas as combinações dos parâmetros. A busca numérica é encerrada quando todos os parâmetros são combinados entre si, obtendo-se a combinação que produziu o menor valor da resposta a ser controlada e conseqüentemente os parâmetros ótimos.

O estudo numérico foi realizado de maneira sistemática por meio da implementação de rotinas computacionais em FORTRAN no caso do ruído branco e no programa de álgebra simbólica MAPLE nos casos dos espectros de Kanai-Tajimi e Davenport.

3.11. CRITÉRIOS DE OTIMIZAÇÃO

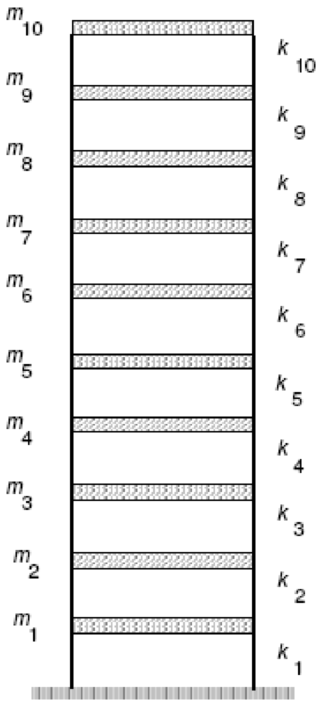
Embora neste trabalho seja considerado o critério da redução dos deslocamentos, velocidades e acelerações da estrutura, muitos outros critérios são possíveis e foram considerados por diferentes pesquisadores. Entre eles estão (Soong e Dargush, 1997):

- Rigidez dinâmica máxima da estrutura principal.
- Máximo amortecimento efetivo do sistema estrutura /AMS.
- Um critério misto envolvendo sintonia da freqüência utilizando critério de deslocamento mínimo e determinação do amortecimento do AMS utilizando o critério do máximo amortecimento efetivo.
- Viagem mínima do amortecedor de massa em relação à estrutura principal.
- Força mínima da estrutura principal do pórtico.

4. ESTUDO NUMÉRICO

O sistema de dez graus de liberdade analisado por Villaverde e Koyama (1993) e posteriormente por Avila *et al.* (2006), foi reduzido a um grau de liberdade por intermédio da análise modal conforme descrito no item 3.3.

As propriedades de massa e rigidez da estrutura e as freqüências de vibração são apresentadas na Figura 4.1 e Tabela 4.1, respectivamente.



(a)

Modo	Frequência Natural (rad/s)
1	3.174
2	8.413
3	13.646
4	18.611
5	23.175
6	27.227
7	30.675
8	33.442
9	35.464
10	36.708

(b)

Figura 4.1 - (a) Edifício de dez andares; (b) Freqüências naturais de vibração

Tabela 4.1 - Propriedades por andar da estrutura analisada

Andar	**Rigidez [MN/m]**	**Massa [kg]**
1	62,47	179000
2	59,26	170000
3	56,14	161000
4	53,02	152000
5	49,91	143000
6	46,79	134000
7	43,67	125000
8	40,55	116000
9	37,43	107000
10	34,31	98000

A taxa de amortecimento do modo fundamental é admitida como sendo 2% e assume-se a matriz de amortecimento da estrutura proporcional à sua matriz de rigidez, portanto, apresentando as seguintes propriedades: massa modal $M_s = 589100{,}0\text{kg}$, amortecimento modal $C_s = 74797{,}0\text{Ns/m}$ e rigidez modal $K_s = 5935000{,}0\text{N/m}$. A rigidez do pêndulo é mantida fixa em todos os casos, cujo valor é $K_p = 490377{,}9\text{N/m}$.

4.1. PARÂMETROS ÓTIMOS DO AMS NA REDUÇÃO DO VALOR QUADRADO MÉDIO DOS DESLOCAMENTOS

Neste item são apresentados os parâmetros ótimos do pêndulo na redução do valor quadrado médio dos deslocamentos do sistema principal $E[y^2]$ segundo o procedimento de busca numérica descrito no item 3.10.

4.1.1. Estrutura não amortecida submetida a uma força aleatória do tipo ruído branco

Considerando o sistema de 2 g.d.l. mostrado na Figura 3.2, se a função densidade espectral é do tipo ruído branco, $S_x(\omega) = S_0$, o valor quadrado médio dos deslocamentos da estrutura está dado por:

$$E[y^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_o \left|H_y(\omega)\right|^2 d\omega = S_o \int_{-\infty}^{\infty} \left|H_y(\omega)\right|^2 d\omega \tag{4.1}$$

Crandall e Mark (1973), apresentam expressões analíticas para resolver a equação (4.1), dadas por:

$$E[y^2] = \frac{S_0\pi\left[\left(B_0^2/A_0\right)\left(A_2A_3 - A_1A_4\right) + A_3\left(B_1^2 - 2B_0B_2\right) + A_1\left(B_2^2\right)\right]}{A_1\left(A_2A_3 - A_1A_4\right) - A_0A_3^2} \tag{4.2}$$

onde os valores das constantes são apresentados na Tabela 3.1.

O objetivo é procurar os valores do comprimento do cabo L e da razão de amortecimento do pêndulo ξ_p que minimizem o valor quadrado médio dos deslocamentos da estrutura $E[y^2]$. As duas condições requeridas para isto estão dadas por:

$$\frac{\partial E\left[y^2\right]}{\partial L} = 0 \qquad (4.3)$$

e

$$\frac{\partial E\left[y^2\right]}{\partial \xi_p} = 0 \qquad (4.4)$$

Resolvendo simultaneamente as Equações (4.3) e (4.4), obtém-se, por meio dos programas de álgebra simbólica MAPLE e MATLAB além de algumas simplificações feitas à mão, as seguintes expressões:

$$L_{(\text{ótimo})} = \frac{\left(2g(\mu+1) + 2\sqrt{(\mu g + g)^2 + 2\omega_a\omega_s^2(\mu+2)}\right)(\mu+1)}{2\omega_s^2(\mu+2)} \qquad (4.5)$$

$$\xi_{p(\text{ótimo})} = \frac{\sqrt{\mu(\mu+2)(3\mu+4)(\mu+1)\left((\mu g+g)^2 + \omega_a\omega_s^2(\mu+2) + g(\mu+1)\sqrt{(\mu g+g)^2 + 2\omega_a\omega_s^2(\mu+2)}\right)}}{2\omega_s^2(\mu+2)^2} \qquad (4.6)$$

sendo,

μ: razão de massa, $\mu = M_p / M_s$

ω_s : freqüência natural da estrutura, $\omega_s = \sqrt{K_s / M_s}$

ω_p : freqüência natural do pêndulo, $\omega_p = \sqrt{\dfrac{K_p + M_p g L}{M_p L^2}}$

ω_a : razão entre a rigidez e a massa do pêndulo, $\omega_a = K_p / M_p$

Na Figura 4.2 é apresentada a variação do comprimento ótimo do cabo em relação à razão de massa. Pode-se observar que o comprimento ótimo diminui com o aumento da razão de massa, para valores mais altos de μ o comprimento ótimo tende a se manter constante.

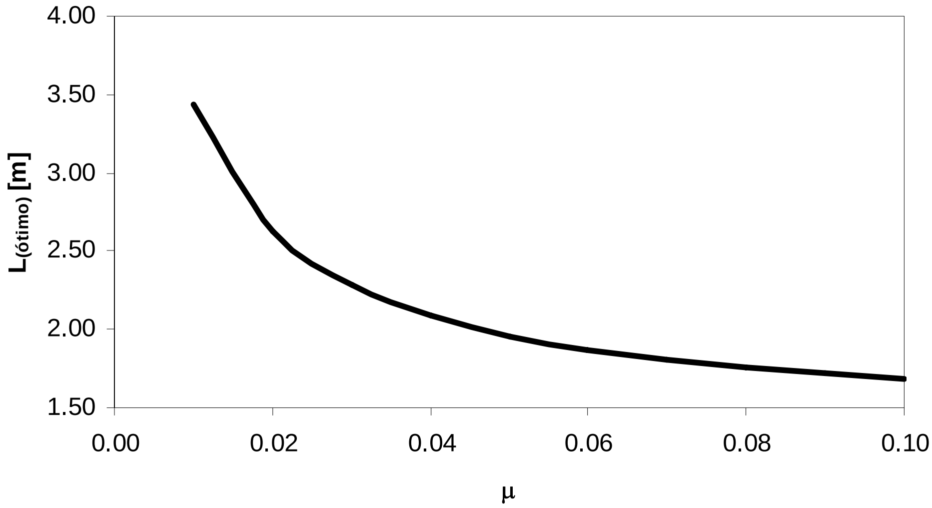


Figura 4.2 - Variação do comprimento ótimo do cabo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma força aleatória

A variação da razão de amortecimento ótima do pêndulo $\xi_{p_{(\text{ótimo})}}$ em relação à razão de massa é mostrada na Figura 4.3, onde fica evidente que esta aumenta para razões de massa maiores.

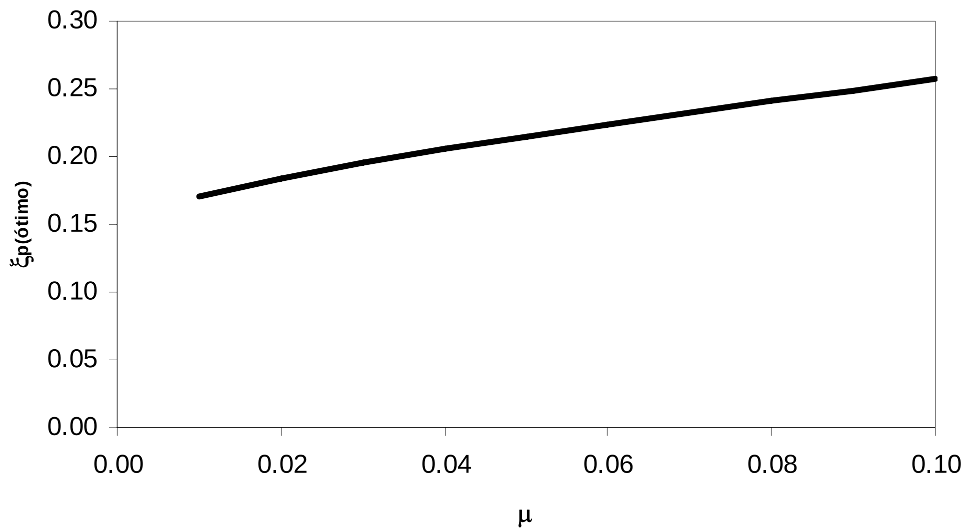


Figura 4.3 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma força aleatória

4.1.2. Estrutura não amortecida submetida a uma excitação aleatória na base do tipo ruído branco

De forma análoga ao caso anterior, para o sistema de 2 g.d.l. mostrado na Figura 3.3 e submetido a uma excitação aleatória na base cuja função densidade espectral é do tipo ruído branco $S_x(\omega) = S_0$, o valor quadrado médio dos deslocamentos da estrutura está dado pela Equação (4.2), onde os valores das constantes são apresentados na Tabela 3.2.

Realizando-se o mesmo procedimento de otimização apresentado nas Equações (4.3) e (4.4), obtém-se:

$$L_{(\text{ótimo})} = \frac{\left(-2g(\mu+1) - 2\sqrt{(\mu g + g)^2 - 2\omega_a \omega_s^2 (\mu - 2)}\right)(\mu+1)}{2\omega_s^2(\mu-2)} \tag{4.7}$$

$$\xi_{p(\text{ótimo})} = \frac{\sqrt{\mu(\mu-2)(\mu-4)(\mu+1)\left((\mu g + g)^2 - \omega_a \omega_s^2(\mu-2) + g(\mu+1)\sqrt{(\mu g + g)^2 - 2\omega_a \omega_s^2(\mu-2)}\right)}}{2\omega_s^2(\mu-2)^2} \tag{4.8}$$

Resultados semelhantes aos apresentados no item anterior são obtidos para uma estrutura submetida a uma aceleração na base. Nas Figuras 4.4 e 4.5 pode-se observar tais resultados para os quais as conclusões obtidas anteriormente para uma força aleatória continuam válidas.

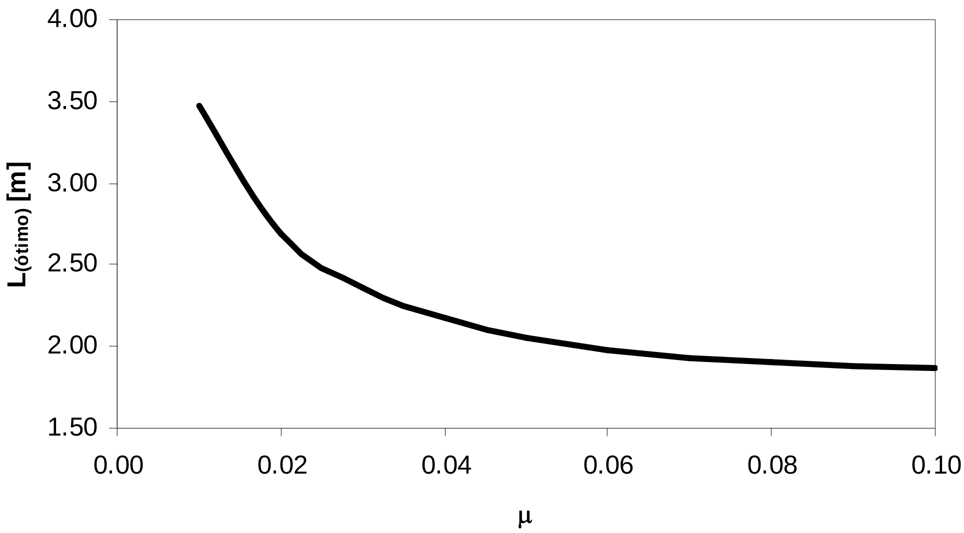


Figura 4.4 - Variação do comprimento ótimo do cabo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma aceleração aleatória na base

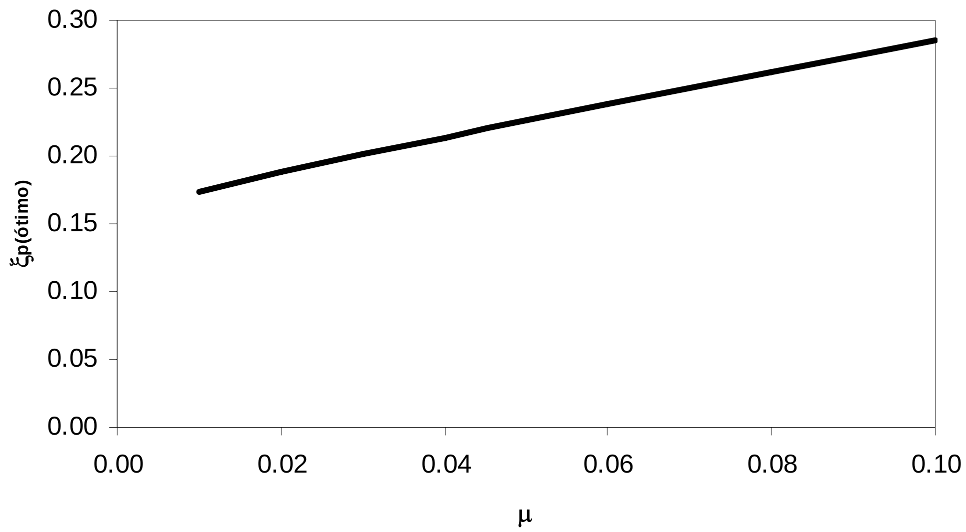


Figura 4.5 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma aceleração aleatória na base

Na Figura 4.6 é apresentada a variação do comprimento ótimo do cabo tanto para o caso da estrutura submetida a uma força aleatória quanto ao caso da estrutura submetida a uma aceleração aleatória na base. Percebe-se que não existe diferença considerável em ambos os casos, sendo mais significativa com o aumento da razão de massa.

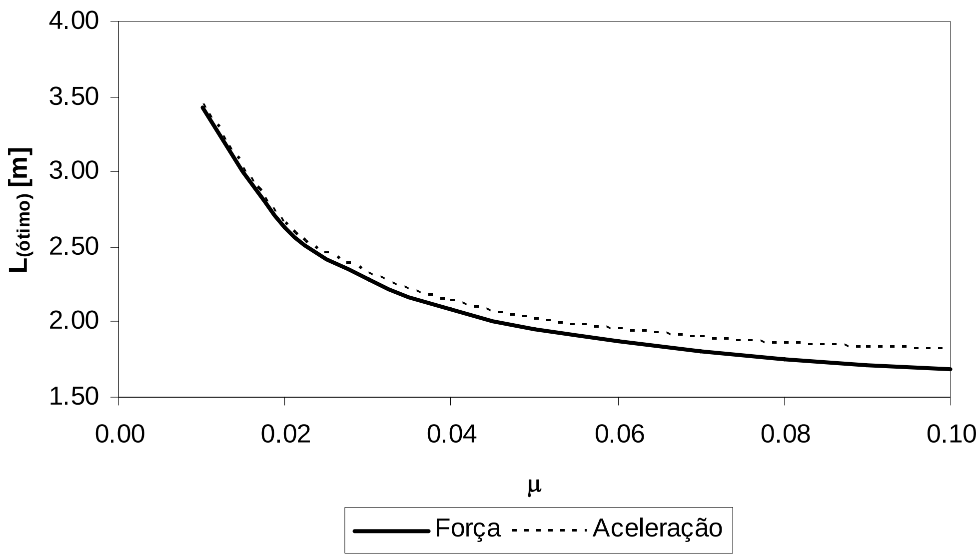


Figura 4.6 - Variação do comprimento ótimo do cabo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a diferentes excitações aleatórias

Da mesma forma, a Figura 4.7 mostra a variação da razão ótima de amortecimento tanto para o caso da estrutura submetida a uma força aleatória quanto para o caso da estrutura submetida a uma aceleração aleatória na base, onde observa-se também pouca diferença nos dois casos analisados.

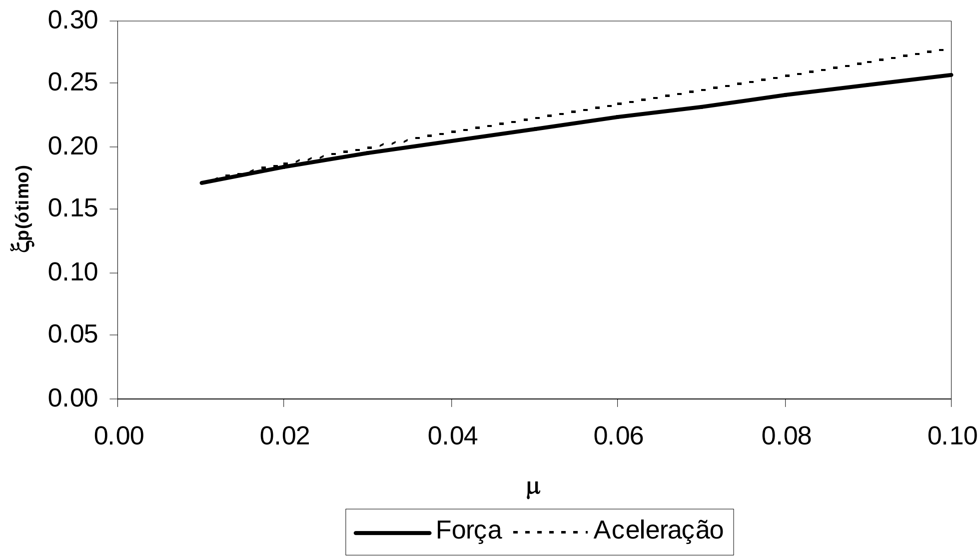


Figura 4.7 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a diferentes excitações aleatórias

4.1.3. Estrutura amortecida submetida a uma força aleatória do tipo ruído branco

Nos itens 4.1.1 e 4.1.2 foram apresentados os parâmetros ótimos do AMS desconsiderando o efeito do amortecimento do sistema principal, parâmetros ótimos diversos podem ser obtidos para uma estrutura amortecida.

Portanto nesta seção, são calculados por meio da busca numérica os parâmetros ótimos do pêndulo considerando o amortecimento do sistema principal para várias razões de massa e são feitas comparações com os resultados obtidos no caso de uma estrutura não amortecida.

A Tabela 4.2 mostra tais resultados e as diferenças associadas para cada parâmetro em cada um dos casos analisados.

Tabela 4.2 - Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando ou não o amortecimento

μ	$L_{(ótimo)}$ [m]			$\xi_{p(ótimo)}$		
	Não amortecido	Amortecido	Diferença [%]	Não amortecido	Amortecido	Diferença [%]
0,010	3,431	3,436	0,13	0,171	0,171	0,01
0,020	2,624	2,628	0,16	0,184	0,184	0,08
0,030	2,280	2,284	0,19	0,195	0,196	0,25
0,040	2,083	2,088	0,24	0,205	0,206	0,27
0,050	1,955	1,960	0,24	0,215	0,215	0,21
0,060	1,866	1,872	0,31	0,224	0,224	0,28
0,070	1,801	1,808	0,39	0,232	0,233	0,45
0,080	1,752	1,758	0,34	0,241	0,242	0,33
0,090	1,715	1,722	0,43	0,249	0,250	0,44
0,100	1,686	1,692	0,37	0,257	0,258	0,36

Nas Figuras 4.8 e 4.9 são apresentados os dados da Tabela 4.2. Pode-se observar que tanto o comprimento ótimo do cabo quanto a razão ótima de amortecimento do pêndulo considerando ou não o amortecimento da estrutura praticamente coincidem e que em nenhum dos casos há uma diferença superior a 0,5%. Assim, os parâmetros ótimos obtidos, admitindo o sistema principal não-amortecido, parecem ser uma boa aproximação do caso amortecido e, portanto, poderíam ser utilizados em estruturas com razões de amortecimento baixas, como ocorre no caso de estruturas civis.

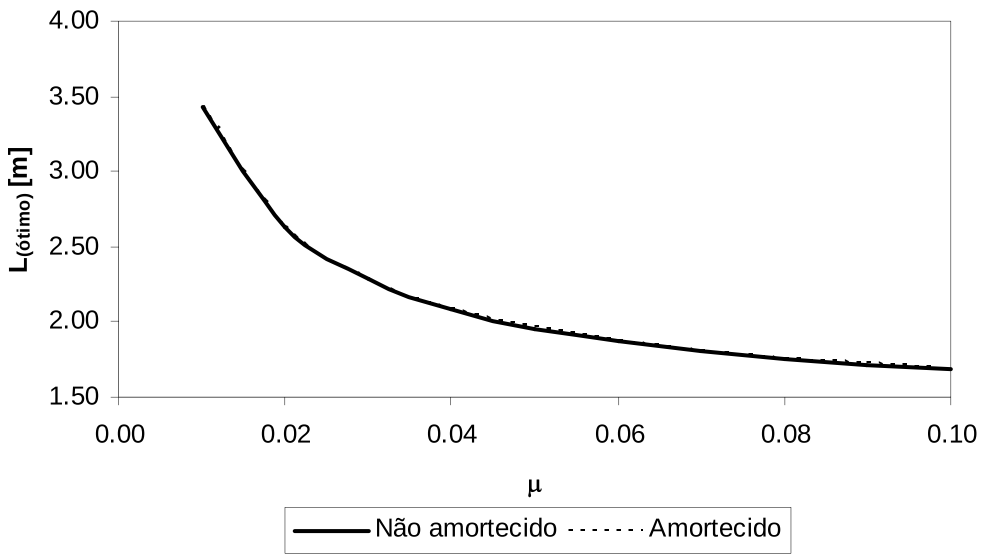


Figura 4.8 - Variação do comprimento ótimo do cabo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando ou não o amortecimento

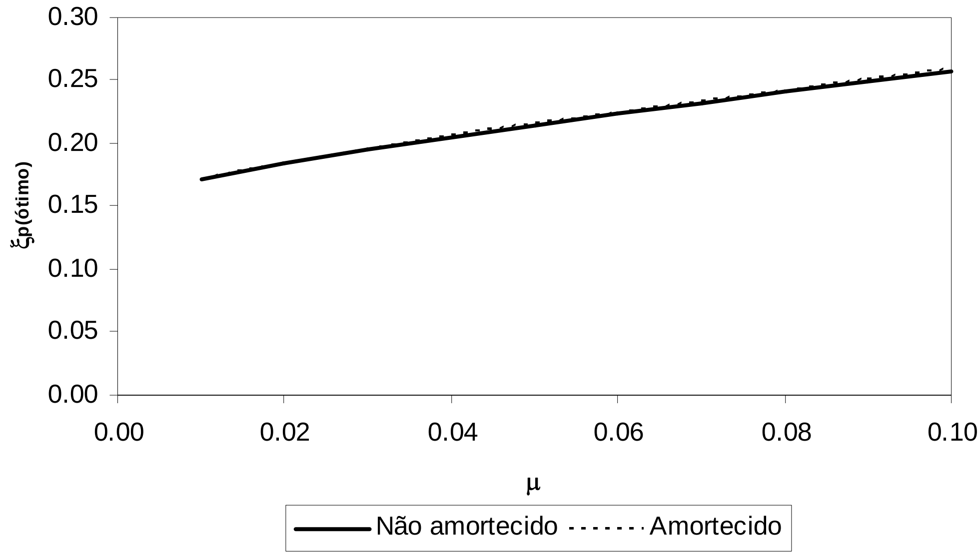


Figura 4.9 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando ou não o amortecimento

4.1.4. Estrutura amortecida submetida a uma excitação aleatória na base do tipo ruído branco

Analogamente ao item 4.1.3, a Tabela 4.3 apresenta os resultados numéricos obtidos para os parâmetros ótimos do AMS quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base nos casos em que é considerado ou não o amortecimento da estrutura.

Tabela 4.3 - Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando ou não o amortecimento

μ	$L_{(ótimo)}$ [m]			$\xi_{p(ótimo)}$		
	Não amortecido	Amortecido	Diferença [%]	Não amortecido	Amortecido	Diferença [%]
0,010	3,452	3,475	0,68	0,172	0,173	0,64
0,020	2,657	2,683	1,00	0,186	0,188	1,08
0,030	2,324	2,353	1,24	0,199	0,201	1,21
0,040	2,139	2,170	1,44	0,211	0,214	1,47
0,050	2,023	2,057	1,66	0,222	0,226	1,70
0,060	1,946	1,983	1,88	0,233	0,238	1,93
0,070	1,894	1,932	2,03	0,244	0,249	2,05
0,080	1,857	1,899	2,24	0,255	0,261	2,26
0,090	1,833	1,877	2,39	0,266	0,273	2,42
0,100	1,818	1,865	2,59	0,278	0,285	2,64

Os dados da Tabela 4.3 são mostrados nas Figuras 4.10 e 4.11. Percebe-se que tanto o comprimento ótimo do cabo quanto a razão ótima de amortecimento do pêndulo considerando o amortecimento da estrutura apresenta valores maiores que no caso da estrutura não amortecida, sendo estas diferenças superiores com o aumento da razão de massa, mas que em nenhum dos casos supera o valor de 3%.

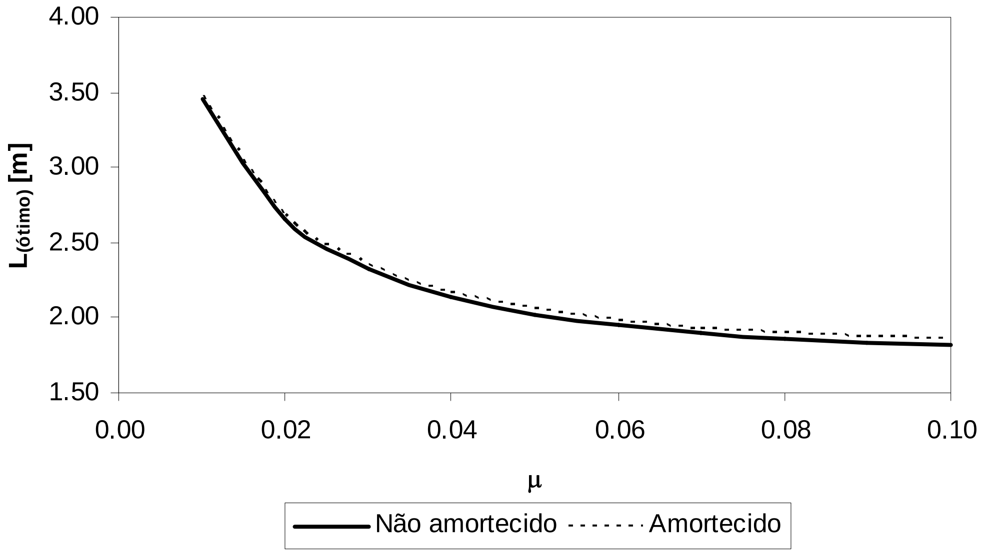


Figura 4.10 - Variação do comprimento ótimo do cabo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando ou não o amortecimento

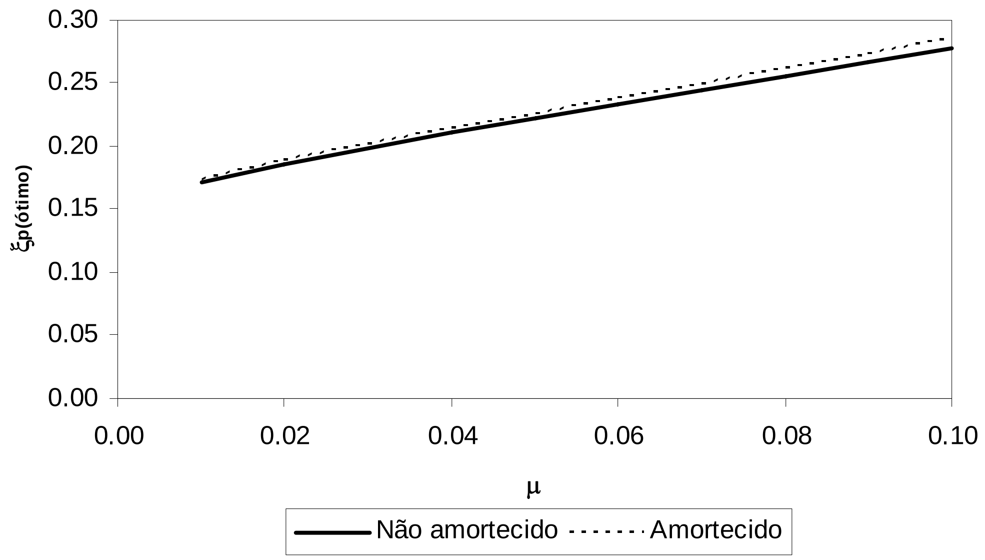


Figura 4.11 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando ou não o amortecimento

4.1.5. Estrutura amortecida submetida a uma força aleatória considerando o espectro de Davenport

Quando a função densidade espectral da excitação não é constante como é o caso do espectro de Davenport, o valor quadrado médio dos deslocamentos do sistema principal é definido pela Equação (3.12). Na Tabela 4.4 são apresentados os parâmetros ótimos do pêndulo considerando tanto o espectro de Davenport como descrito no item 3.7.2, quanto os resultados obtidos no caso do ruído branco no item 4.1.3.

Tabela 4.4 - Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando diferentes funções de densidade espectral

μ	$L_{(ótimo)}$ [m]			$\xi_{p(ótimo)}$		
	Davenport	Ruído branco	Diferença [%]	Davenport	Ruído branco	Diferença [%]
0,010	3,450	3,436	0,41	0,172	0,171	0,46
0,020	2,650	2,628	0,83	0,185	0,184	0,43
0,030	2,310	2,284	1,13	0,197	0,196	0,68
0,040	2,120	2,088	1,51	0,207	0,206	0,75
0,050	2,000	1,960	2,00	0,218	0,215	1,30
0,060	1,920	1,872	2,50	0,228	0,224	1,76
0,070	1,860	1,808	2,80	0,238	0,233	1,78
0,080	1,810	1,758	2,87	0,245	0,242	1,59
0,090	1,780	1,722	3,26	0,255	0,250	1,89
0,100	1,760	1,692	3,86	0,265	0,258	2,50

A Figura 4.12 mostra a variação do comprimento ótimo do cabo em relação à razão de massa, pode-se observar que quando é considerado o espectro de Danveport obtém-se comprimentos maiores do que os obtidos no caso do ruído branco, essas diferenças são mais acentuadas com o aumento da razão de massa.

A variação da razão de amortecimento do pêndulo em relação à razão de massa considerando o espectro de Davenport e do ruído branco é apresentada na Figura 4.13, onde pode ser visto que no caso do espectro de Davenport obtêm-se razões de amortecimento superiores e que de forma similar ao comprimento ótimo, as diferenças se acentuam com o aumento da razão de massa.

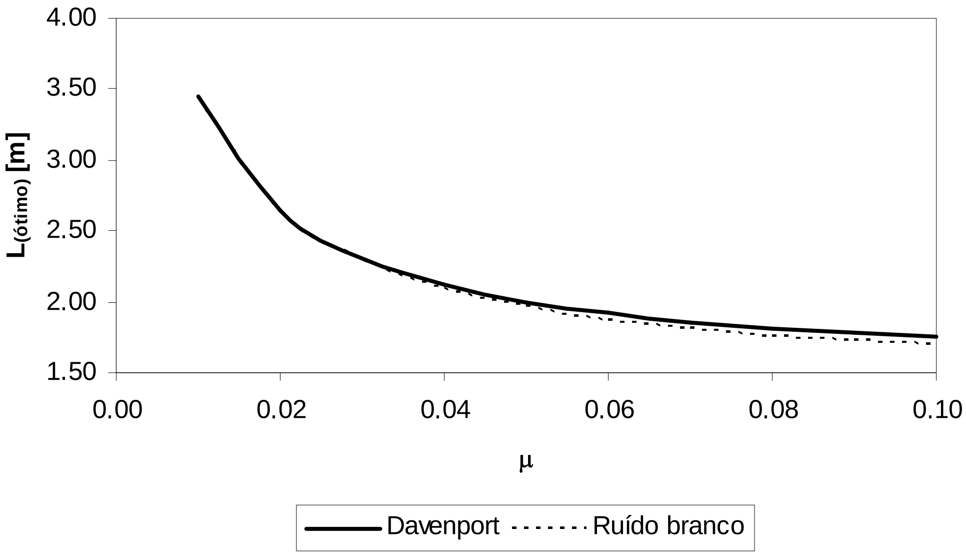


Figura 4.12 - Variação do comprimento ótimo do cabo quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando diferentes funções de densidade espectral

A evolução do deslocamento da estrutura quando submetida a uma força aleatória considerando a função densidade espectral de Davenport, gerada pelo procedimento descrito no item 3.9 e considerando os parâmetros ótimos da Tabela 4.4 para uma razão de massa de 3%, é apresentado na Figura 4.14.

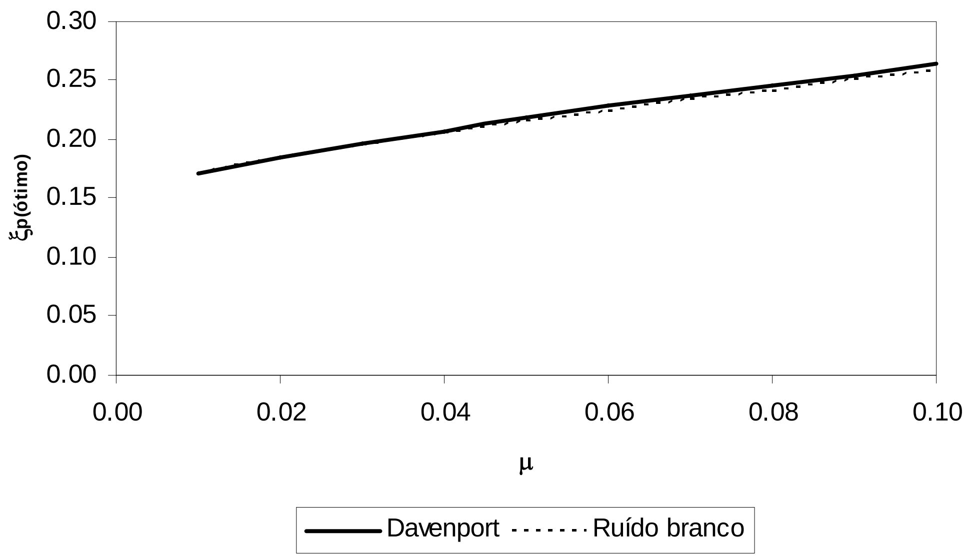


Figura 4.13 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando diferentes funções de densidade espectral

Analisando os resultados é evidente que houve uma redução significativa da resposta com a implementação do AMS, onde tem-se uma redução em relação à resposta sem controle de 46% no valor de $E[y^2]$ e de 11% no deslocamento máximo.

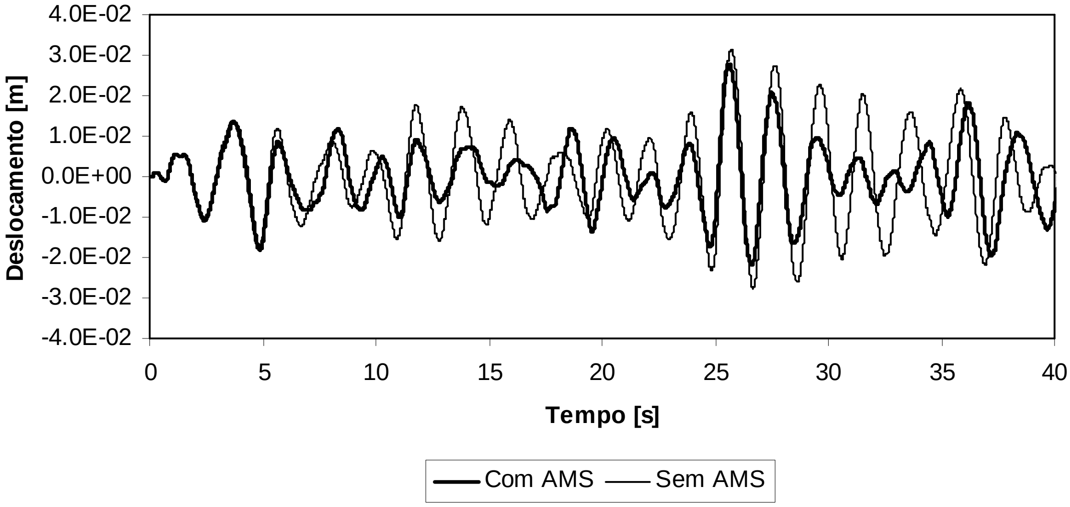


Figura 4.14 - Evolução do deslocamento da estrutura quando submetida a uma força aleatória considerando o espectro de Davenport

Na Figura 4.15 é apresentada a evolução das rotações do pêndulo onde pode-se perceber que estas permanecem no regime linear, ou seja, permanecem na faixa de $\pm 0{,}1$ rad ($\pm 6°$), portanto, a hipótese de linearidade nas rotações do pêndulo é satisfeita.

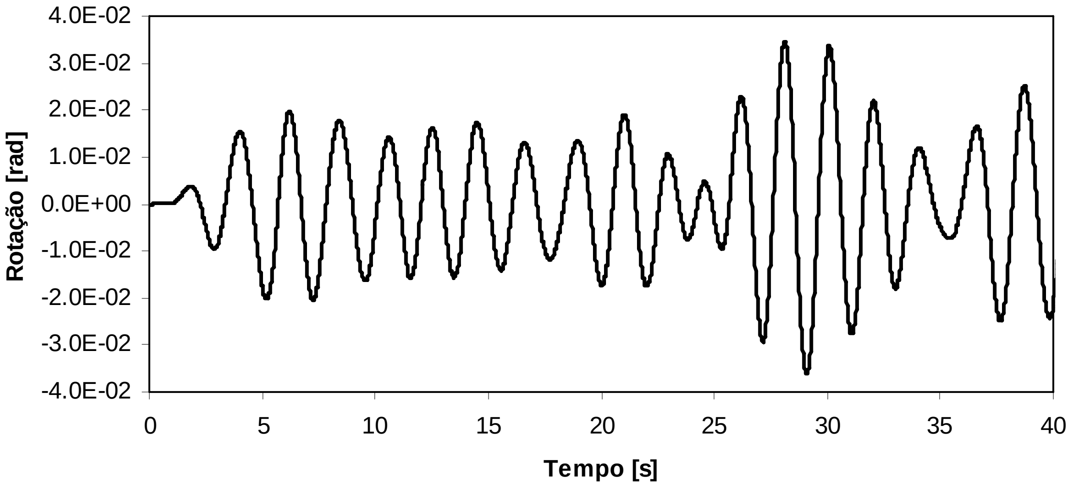


Figura 4.15 - Evolução do deslocamento da estrutura quando submetida a uma força aleatória considerando o espectro de Davenport

A Figura 4.16 apresenta a resposta em freqüência da estrutura com o AMS comparada à da estrutura sem controle. Percebe-se uma significativa diminuição na amplitude máxima da resposta controlada, indicando a eficiência do sistema de controle utilizado.

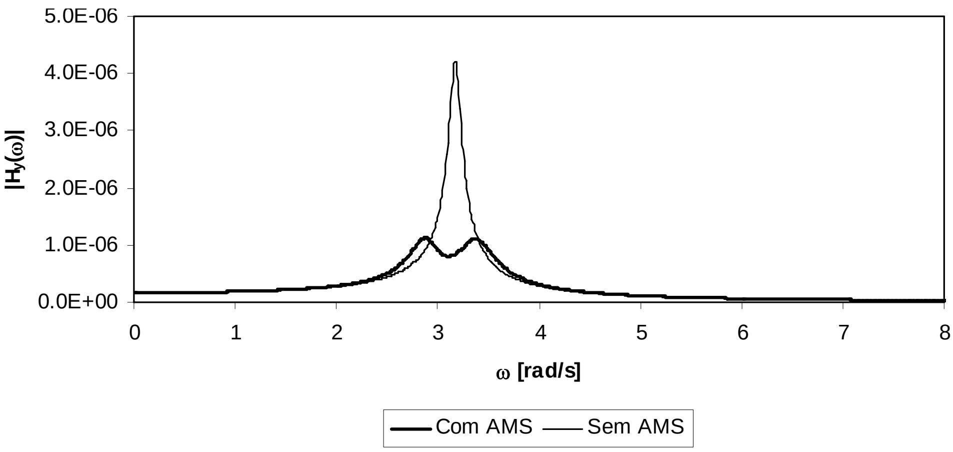


Figura 4.16 - Respostas em freqüência da estrutura com e sem AMS (parâmetros ótimos da Tabela 4.4 para uma razão de massa de 3%)

4.1.6. Estrutura amortecida submetida a uma excitação aleatória na base considerando o espectro de Kanai-Tajimi

De forma similar ao item anterior, são obtidos os parâmetros ótimos do AMS considerando o espectro de Kanai-Tajimi como apresentado no item 3.7.3. Os resultados obtidos neste caso são apresentados na Tabela 4.5 junto com os obtidos no caso do ruído branco no item 4.1.4.

Tabela 4.5 - Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando diferentes funções de densidade espectral

μ	$L_{(ótimo)}$ [m]			$\xi_{p(ótimo)}$		
	Kanai-Tajimi	Ruído branco	Diferença [%]	Kanai-Tajimi	Ruído branco	Diferença [%]
0,010	3,470	3,475	0,14	0,173	0,173	0,25
0,020	2,680	2,683	0,11	0,188	0,188	0,31
0,030	2,350	2,353	0,13	0,201	0,201	0,07
0,040	2,170	2,170	0,00	0,214	0,214	0,08
0,050	2,050	2,057	0,34	0,225	0,226	0,53
0,060	1,980	1,983	0,15	0,238	0,238	0,11
0,070	1,930	1,932	0,10	0,249	0,249	0,03
0,080	1,890	1,899	0,48	0,260	0,261	0,55
0,090	1,870	1,877	0,37	0,272	0,273	0,43
0,100	1,860	1,865	0,27	0,284	0,285	0,19

Observando as Figura 4.17 e 4.18, fica evidente que não houve praticamente nenhuma diferença nos parâmetros ótimos do pêndulo considerando o espectro de Kanai-Tajimi quando comparados com os obtidos no caso do ruído branco e, portanto, as curvas nos dois casos encontram-se superpostas.

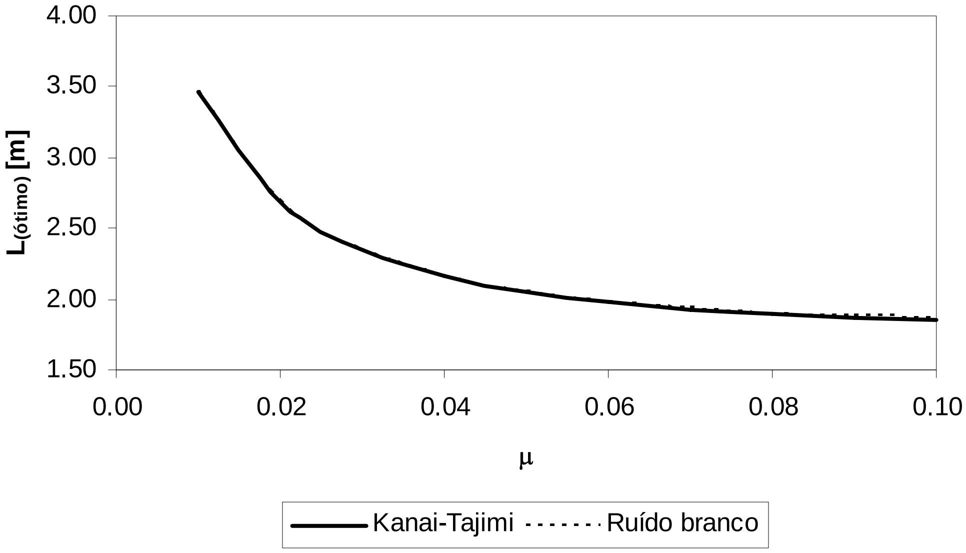


Figura 4.17 - Variação do comprimento ótimo do cabo quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando diferentes funções de densidade espectral

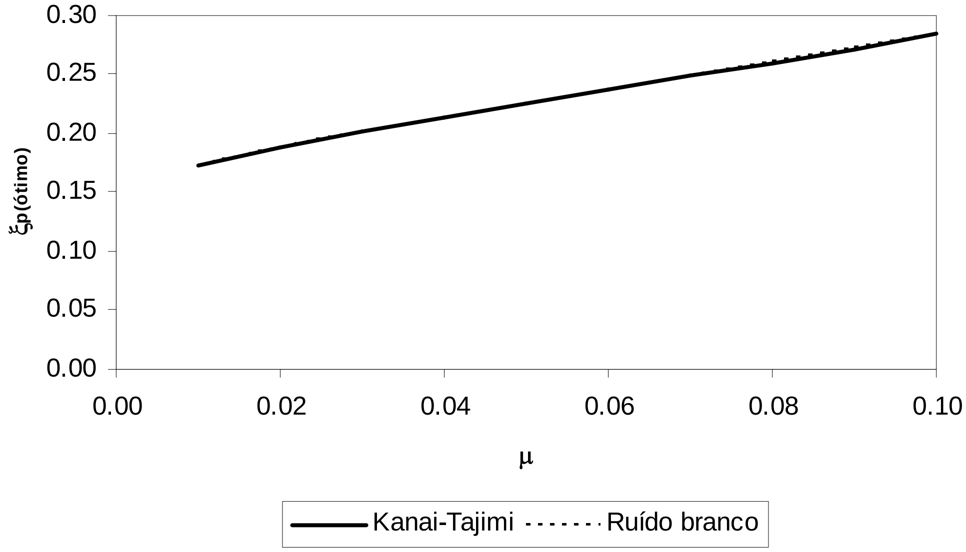


Figura 4.18 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando diferentes funções de densidade espectral

A Figura 4.19 apresenta a evolução do deslocamento da estrutura quando submetida a uma excitação aleatória na base considerando a função densidade espectral de Kanai-Tajimi, gerada pelo procedimento descrito no item 3.9 considerando os parâmetros ótimos da Tabela 4.5 para uma razão de massa de 3%. Neste caso, tem-se uma redução em relação à resposta sem controle de 50% no valor de $E[y^2]$ e de 11% no deslocamento máximo.

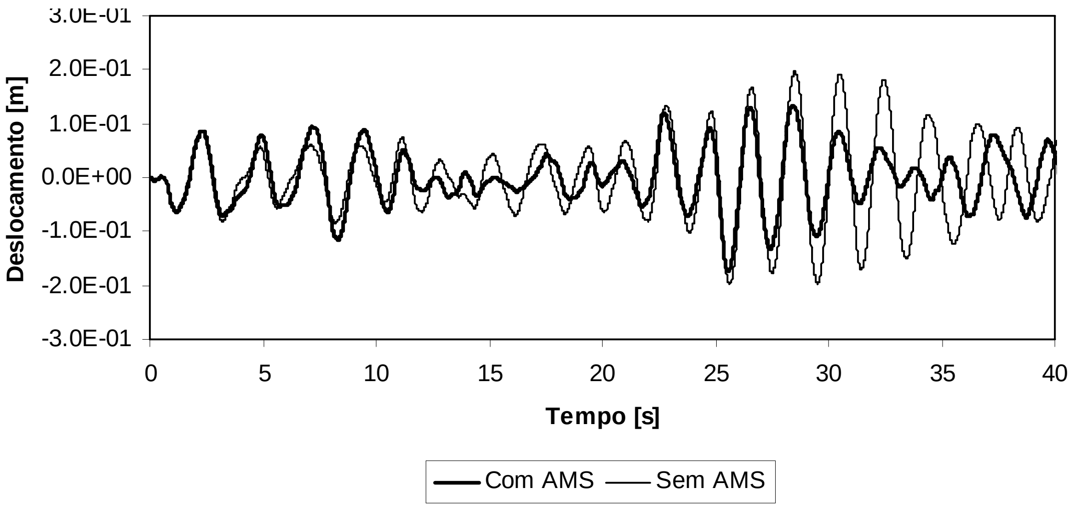


Figura 4.19 - Evolução do deslocamento da estrutura quando submetida a uma excitação aleatória na base considerando o espectro de Kanai-Tajimi

A resposta em freqüência da estrutura com o AMS, comparada à da estrutura sem controle é apresentada na Figura 4.20. Fica evidente a diminuição na amplitude máxima da resposta controlada, mostrando, portanto, a eficiência do sistema de controle utilizado.

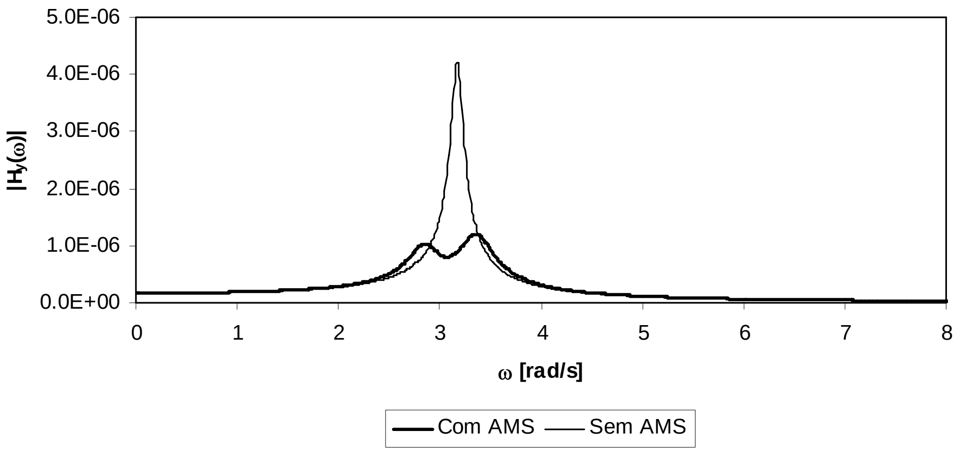


Figura 4.20 – Respostas em freqüência da estrutura com e sem AMS (parâmetros ótimos da Tabela 4.5 para uma razão de massa de 3%)

4.2. PARÂMETROS ÓTIMOS DO AMS NA REDUÇÃO DO VALOR QUADRADO MÉDIO DAS VELOCIDADES

De forma similar, neste item são apresentados os parâmetros ótimos do pêndulo objetivando-se na redução do valor quadrado médio das velocidades do sistema principal ou estrutura, $E[\dot{y}^2]$.

Parâmetros ótimos do comprimento do cabo e da razão de amortecimento do pêndulo são apresentados analiticamente no caso do ruído branco, e numericamente no caso dos espectros de Davenport e Kanai-Tajimi.

4.2.1. Estrutura não amortecida submetida a uma força aleatória do tipo ruído branco

De acordo com a Equação (3.24), tem-se:

$$E\left[\dot{y}^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{y}}(\omega)d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_y(\omega)d\omega \tag{3.24}$$

onde,

$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_x(\omega) \tag{3.11}$$

sendo $S_x(\omega) = S_0$ no caso do ruído branco e $H(\omega)$ a função de resposta no domínio da freqüência como apresentada na Tabela 3.1.

O objetivo neste caso é procurar os valores do comprimento do cabo L e da razão de amortecimento do pêndulo ξ_p que minimizem o valor quadrado médio das velocidades da estrutura $E\left[\dot{y}^2\right]$. As duas condições requeridas para isto estão dadas por:

$$\frac{\partial E\left[\dot{y}^2\right]}{\partial L} = 0 \tag{4.9}$$

e

$$\frac{\partial E\left[\dot{y}^2\right]}{\partial \xi_p} = 0 \tag{4.10}$$

Resolvendo simultaneamente as Equações (4.9) e (4.10),), obtém-se, por meio dos programas de álgebra simbólica MAPLE e MATLAB além de algumas simplificações feitas à mão, as seguintes expressões:

$$L_{(\text{ótimo})} = \frac{g(\mu+1) + \sqrt{\mu g^2(\mu+2) + g^2 + 4\omega_s^2\omega_a(\mu+1)}}{2\omega_s^2} \tag{4.11}$$

$$\xi_{p(\text{ótimo})} = \frac{\sqrt{2\mu(\mu+1)\left((\mu+1)g^2 + 2\omega_s^2\omega_a + g\sqrt{(\mu+1)\left((\mu+1)g^2 + 4\omega_s^2\omega_a\right)}\right)}}{4\omega_s^2} \tag{4.12}$$

4.2.2. Estrutura não amortecida submetida a uma excitação aleatória na base do tipo ruído branco

Fazendo-se o mesmo procedimento de otimização dado pelas Equações (4.9) e (4.10) e levando em conta a função de resposta no domínio da freqüência apresentada na Tabela 3.2, obtém-se:

$$L_{(\acute{o}timo)} = \frac{(\mu+1)\left(g(\mu+1)+\sqrt{(g\mu+g)^2+4\omega_s^2\omega_a}\right)}{2\omega_s^2} \tag{4.13}$$

$$\xi_{p(\acute{o}timo)} = \frac{\sqrt{2\mu(\mu+1)\left((g\mu+g)^2+2\omega_s^2\omega_a+g(\mu+1)\sqrt{(g\mu+g)^2+4\omega_s^2\omega_a}\right)}}{4\omega_s^2} \tag{4.14}$$

4.2.3. Estrutura amortecida submetida a uma força aleatória do tipo ruído branco

A Tabela 4.6 mostra os resultados dos parâmetros ótimos, considerando ou não o amortecimento da estrutura principal. Esses resultados são apresentados nas Figuras 4.21 e 4.22 onde se observa que o amortecimento da estrutura principal tem pouca influência apresentando uma diferença máxima de 0,49% no comprimento ótimo do cabo e de 1,64% na razão ótima de amortecimento.

Tabela 4.6 - Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando ou não o amortecimento

μ	$L_{(\acute{o}timo)}$ [m]			$\xi_{p(\acute{o}timo)}$		
	Não amortecido	Amortecido	Diferença [%]	Não amortecido	Amortecido	Diferença [%]
0,010	3,422	3,416	0,18	0,173	0,173	0,00
0,020	2,608	2,602	0,23	0,183	0,186	-1,64
0,030	2,258	2,252	0,27	0,195	0,197	-1,03
0,040	2,056	2,05	0,29	0,205	0,206	-0,49
0,050	1,923	1,917	0,31	0,215	0,216	-0,47
0,060	1,829	1,822	0,38	0,224	0,225	-0,45
0,070	1,759	1,751	0,45	0,233	0,234	-0,43
0,080	1,705	1,697	0,47	0,241	0,242	-0,41
0,090	1,662	1,654	0,48	0,25	0,25	0,00
0,100	1,628	1,62	0,49	0,257	0,259	-0,78

Aqui também pode ser observado que os valores ótimos obtidos para o sistema amortecido são bem próximos dos valores do sistema sem amortecimento como nos casos estudados nos itens 4.1.3 e 4.1.4.

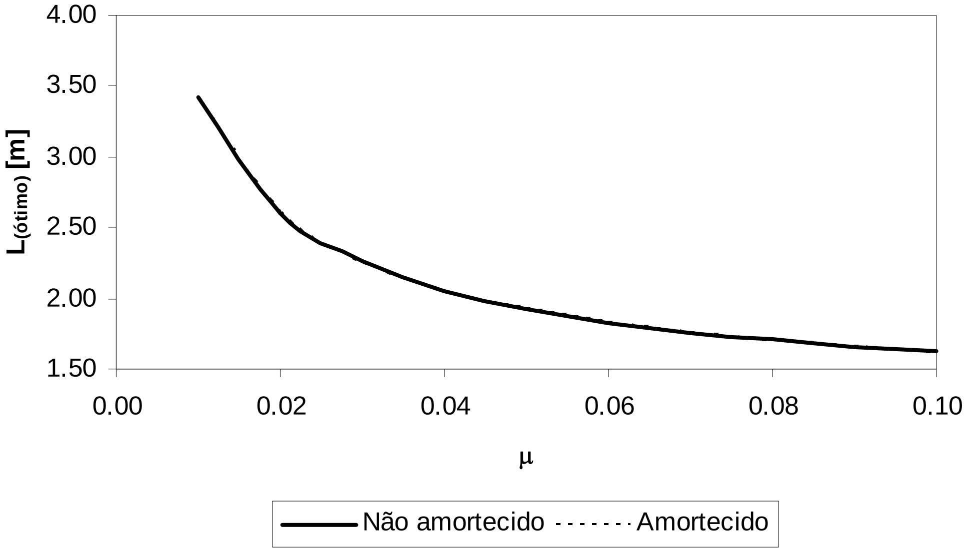


Figura 4.21 - Variação do comprimento ótimo do cabo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando ou não o amortecimento

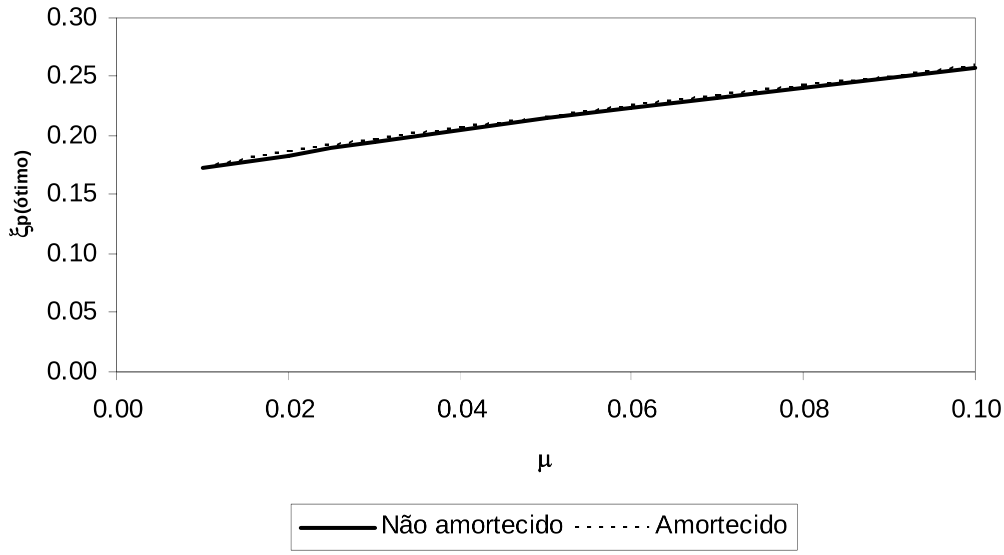


Figura 4.22 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando ou não o amortecimento

4.2.4. Estrutura amortecida submetida a uma excitação aleatória na base do tipo ruído branco

Analogamente, a Tabela 4.7 e as Figuras 4.23 e 4.24 mostram os resultados dos parâmetros ótimos considerando ou não o amortecimento da estrutura principal quando é submetida a uma excitação na base do tipo ruído branco. Obtém-se neste caso uma diferença máxima de 1,43% no comprimento ótimo do cabo e de 1,22% na razão ótima de amortecimento.

Tabela 4.7 - Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando ou não o amortecimento

μ	$L_{(ótimo)}$ [m]			$\xi_{p(ótimo)}$		
	Não amortecido	Amortecido	Diferença [%]	Não amortecido	Amortecido	Diferença [%]
0,010	3,442	3,455	-0,38	0,173	0,173	0,00
0,020	2,640	2,655	-0,57	0,186	0,186	0,00
0,030	2,302	2,318	-0,70	0,197	0,197	0,00
0,040	2,111	2,129	-0,85	0,208	0,209	-0,48
0,050	1,989	2,008	-0,96	0,217	0,219	-0,92
0,060	1,905	1,925	-1,05	0,227	0,228	-0,44
0,070	1,846	1,867	-1,14	0,236	0,238	-0,85
0,080	1,803	1,825	-1,22	0,245	0,248	-1,22
0,090	1,772	1,795	-1,30	0,255	0,257	-0,78
0,100	1,749	1,774	-1,43	0,264	0,267	-1,14

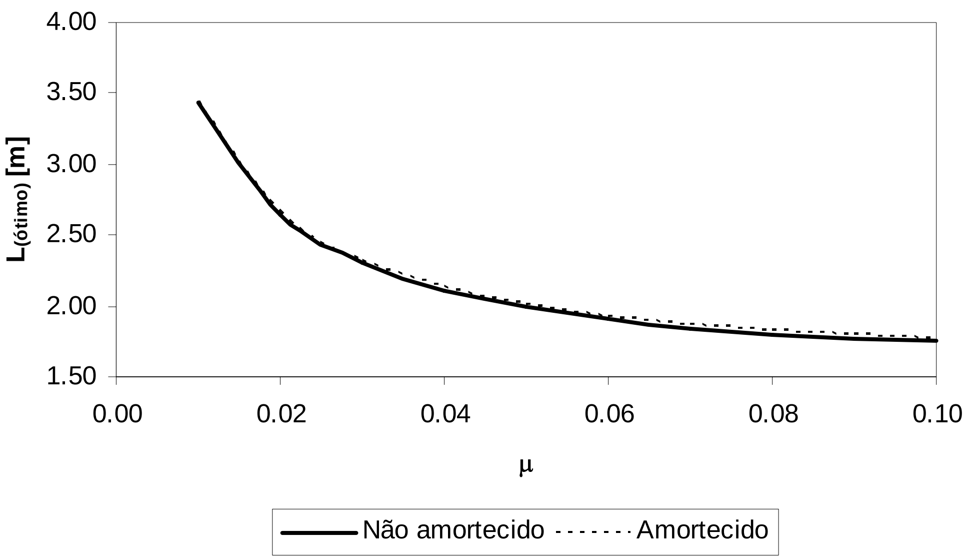


Figura 4.23 - Variação do comprimento ótimo do cabo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando ou não o amortecimento

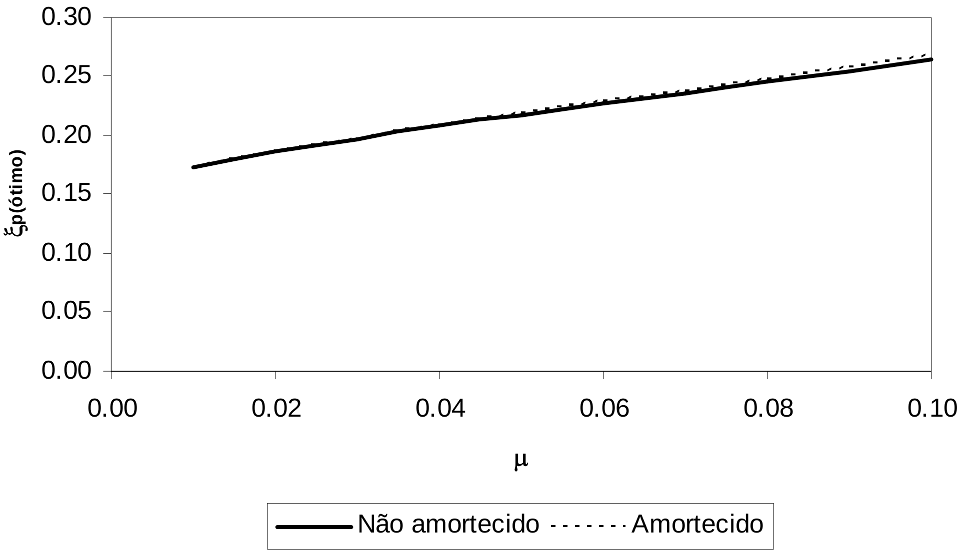


Figura 4.24 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando ou não o amortecimento

4.2.5. Estrutura amortecida submetida a uma força aleatória considerando o espectro de Davenport

Os resultados obtidos para este caso são apresentados na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 - Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando diferentes funções de densidade espectral

μ	$L_{(ótimo)}$ [m]			$\xi_{p(ótimo)}$		
	Davenport	Ruído branco	Diferença [%]	Davenport	Ruído branco	Diferença [%]
0,010	3,430	3,416	0,41	0,171	0,173	-1,12
0,020	2,620	2,602	0,69	0,184	0,186	-1,34
0,030	2,280	2,252	1,23	0,196	0,197	-0,58
0,040	2,080	2,050	1,44	0,205	0,206	-0,26
0,050	1,950	1,917	1,69	0,214	0,216	-0,70
0,060	1,860	1,822	2,04	0,223	0,225	-0,70
0,070	1,800	1,751	2,72	0,233	0,234	-0,28
0,080	1,750	1,697	3,03	0,242	0,242	-0,08
0,090	1,710	1,654	3,27	0,250	0,250	-0,18
0,100	1,680	1,620	3,57	0,257	0,259	-0,59

A variação do comprimento ótimo do pêndulo em relação à razão de massa considerando o espectro de Davenport e do ruído branco é apresentada na Figura 4.25, onde percebe-se que no caso do espectro de Davenport obtêm-se comprimentos superiores e as diferenças se acentuam com o aumento da razão de massa.

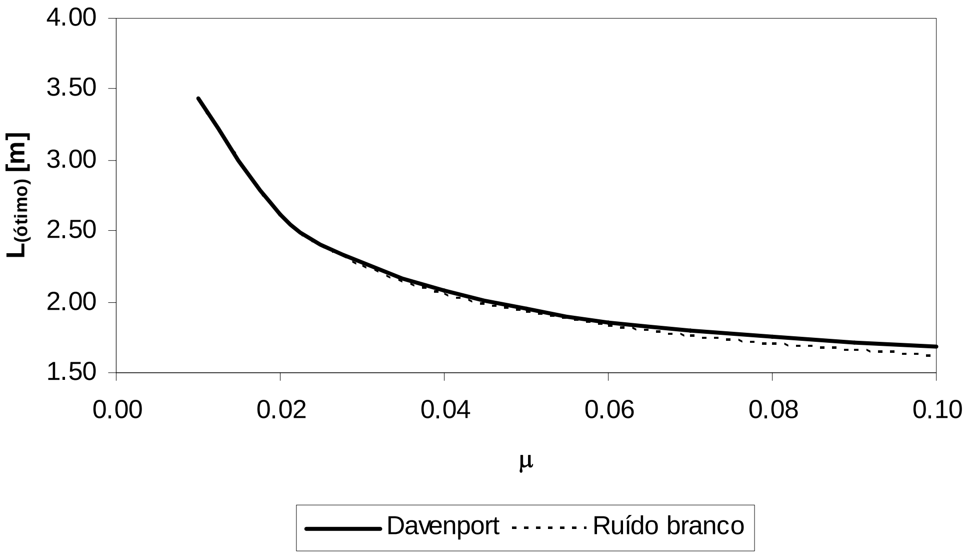


Figura 4.25 - Variação do comprimento ótimo do cabo quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando diferentes funções de densidade espectral

Na Figura 4.26 pode-se observar que a razão ótima de amortecimento do pêndulo considerando o espectro de Davenport e do ruído branco praticamente coincidem apresentando uma diferença máxima de 1,34%.

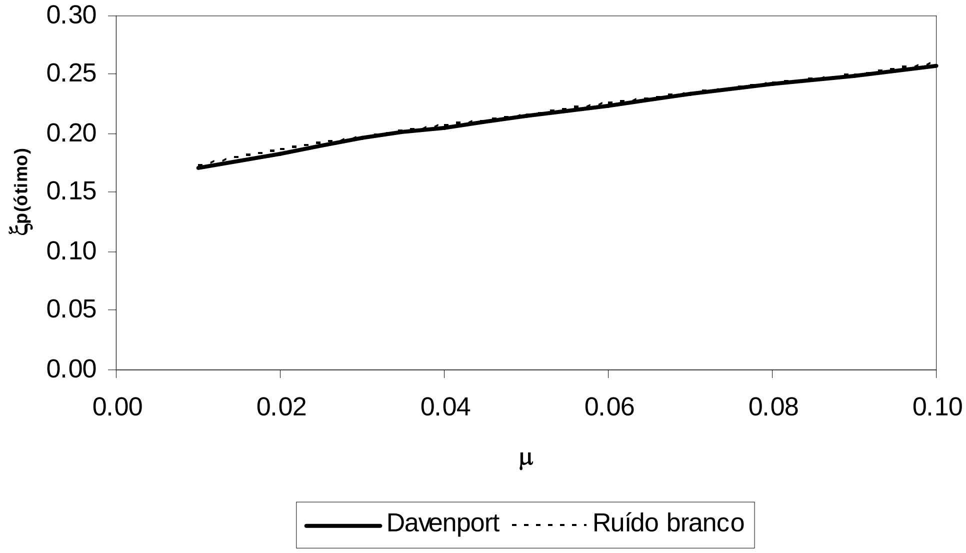


Figura 4.26 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando diferentes funções de densidade espectral

A Figura 4.27 mostra a evolução da velocidade da estrutura quando submetida a uma força aleatória considerando a função densidade espectral de Davenport. Obteve-se uma redução em relação à resposta sem controle de 46% no valor de $E[\dot{y}^2]$ e de 18% na velocidade máxima.

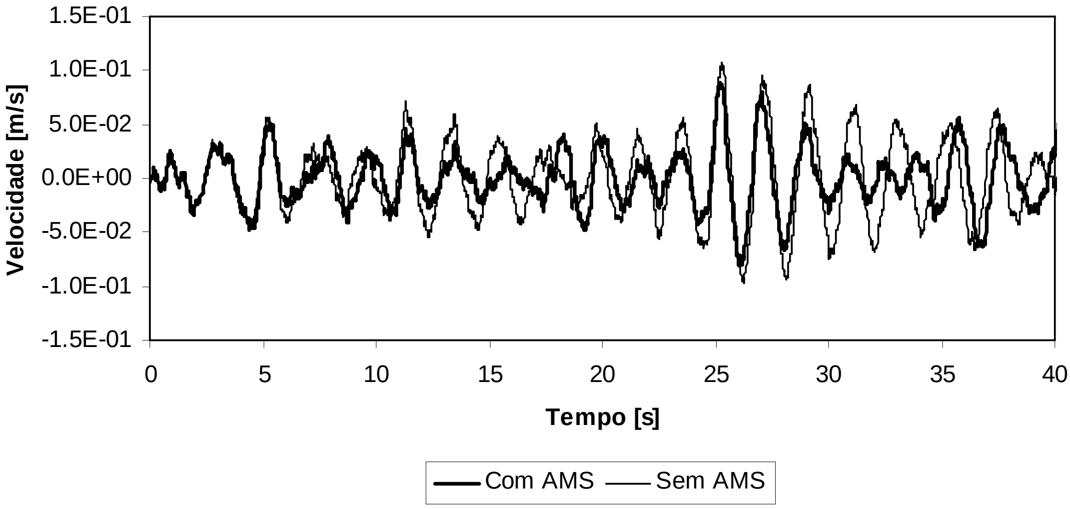


Figura 4.27 - Evolução da velocidade da estrutura quando submetida a uma força aleatória considerando o espectro de Davenport

4.2.6. Estrutura amortecida submetida a uma excitação aleatória na base considerando o espectro de Kanai-Tajimi

Nas Figuras 4.28 e 4.29 são apresentados os dados da Tabela 4.9. Pode-se observar que tanto o comprimento ótimo do cabo quanto a razão ótima de amortecimento do pêndulo apresentam o mesmo comportamento quando é considerado o espectro de Kanai-Tajimi e do ruído branco encontrando-se uma diferença máxima de 1,06% no valor de $\xi_{p(\text{ótimo})}$.

Tabela 4.9 - Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando diferentes funções de densidade espectral

μ	$L_{(\text{ótimo})}$ [m]			$\xi_{p(\text{ótimo})}$		
	Kanai-Tajimi	Ruído branco	Diferença [%]	Kanai-Tajimi	Ruído branco	Diferença [%]
0,010	3,450	3,455	0,14	0,171	0,173	1,06
0,020	2,650	2,655	0,19	0,185	0,186	0,32
0,030	2,320	2,318	0,09	0,198	0,197	0,29
0,040	2,130	2,129	0,05	0,209	0,209	0,05
0,050	2,000	2,008	0,40	0,218	0,219	0,55
0,060	1,920	1,925	0,26	0,228	0,228	0,02
0,070	1,860	1,867	0,38	0,237	0,238	0,26
0,080	1,820	1,825	0,27	0,247	0,248	0,25
0,090	1,790	1,795	0,28	0,257	0,257	0,02
0,100	1,770	1,774	0,23	0,267	0,267	0,08

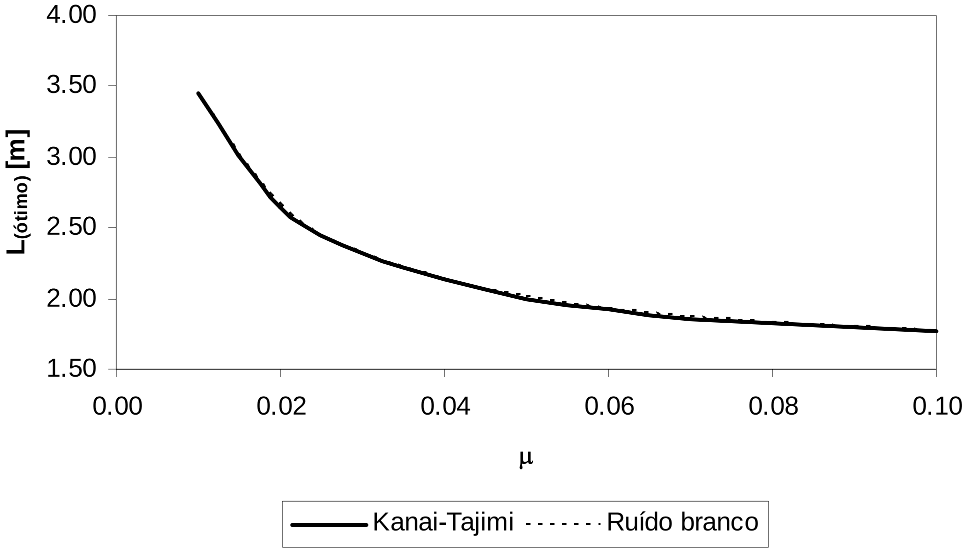


Figura 4.28 - Variação do comprimento ótimo do cabo quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando diferentes funções de densidade espectral

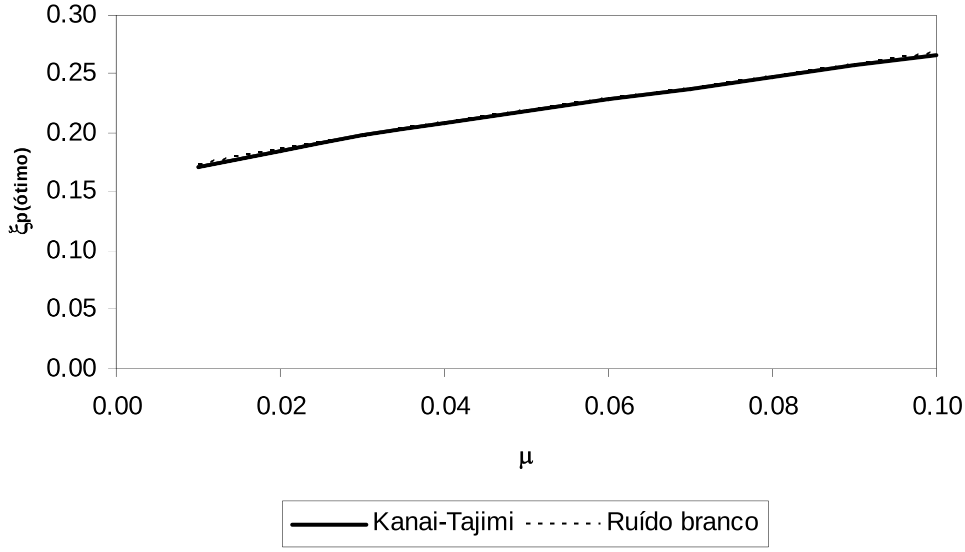


Figura 4.29 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando diferentes funções de densidade espectral

A evolução da velocidade da estrutura quando submetida a uma excitação aleatória na base considerando a função densidade espectral de Kanai-Tajimi é mostrada na Figura 4.30. Neste caso tem-se uma redução em relação à resposta sem controle de 50% no valor de $E[\dot{y}^2]$ e de 16% na velocidade máxima.

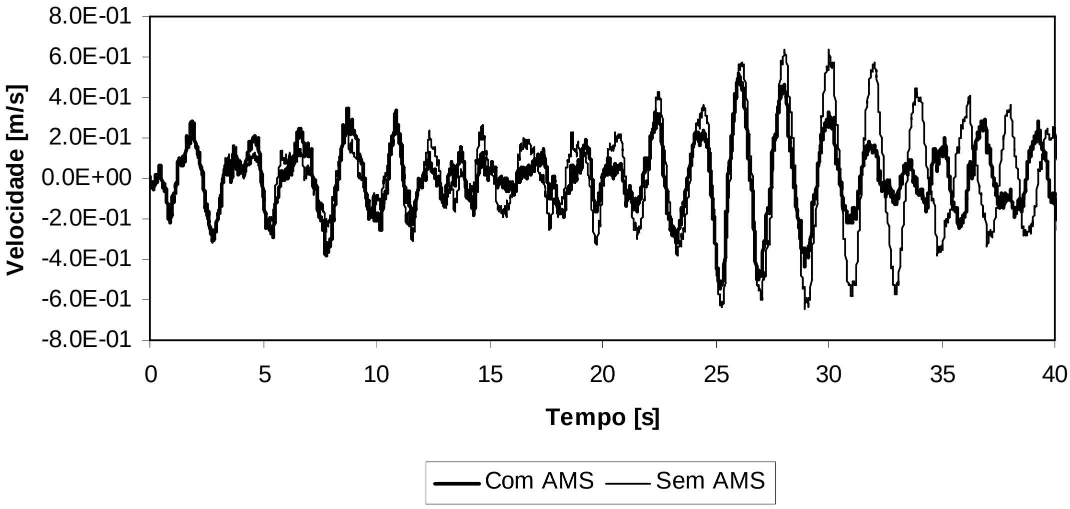


Figura 4.30 - Evolução da velocidade da estrutura quando submetida a uma excitação aleatória na base considerando o espectro de Kanai-Tajimi

4.3. PARÂMETROS ÓTIMOS DO AMS NA REDUÇÃO DO VALOR QUADRADO MÉDIO DAS ACELERAÇÕES

Analogamente aos itens 4.1 e 4.2 nesta seção apresentam-se os parâmetros ótimos na redução do valor quadrado médio das acelerações da estrutura, $E[\ddot{y}^2]$.

Como pode ser visto nos resultados aqui obtidos os parâmetros ótimos apresentam um comportamento similar aos casos estudados anteriormente, portanto, as conclusões feitas continuam validas para o caso aqui considerado, assim só serão apresentados os resultados obtidos.

4.3.1. Estrutura não amortecida submetida a uma força aleatória do tipo ruído branco

O valor quadrado médio das acelerações da estrutura está dado por:

$$E[\ddot{y}^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\ddot{y}}(\omega)d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 S_y(\omega)d\omega \qquad (3.25)$$

onde,

$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_x(\omega) \qquad (3.12)$$

sendo $S_x(\omega) = S_0$ no caso do ruído branco e $H(\omega)$ a função de resposta no domínio da freqüência como apresentada na Tabela 3.1.

Neste caso não foi possível encontrar uma solução analítica dos parâmetros ótimos do pêndulo devido ao fato da função de densidade espectral das acelerações não se adaptar aos resultados obtidos por Crandall e Mark (1973) e Newland (1984) para achar a solução da Equação (3.25), portanto, só foi possível encontrar tais parâmetros numericamente. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 4.10.

4.3.2. Estrutura não amortecida submetida a uma excitação aleatória na base do tipo ruído branco

A função de resposta no domínio da freqüência das acelerações absolutas da estrutura quando é submetida a uma aceleração na base está dada por:

$$H_{\ddot{y}_1}(\omega) = \frac{1}{M_s + M_p}\left(M_p L\omega^2 H_\theta(\omega) - (C_s i\omega + K_s)H_y(\omega)\right) \quad (4.15)$$

sendo $H_y(\omega)$ e $H_\theta(\omega)$ as funções de resposta no domínio da freqüência como apresentada na Tabela 3.2.

As duas condições para encontrar os parâmetros ótimos são:

$$\frac{\partial E[\ddot{y}_1^2]}{\partial L} = 0 \quad (4.16)$$

e

$$\frac{\partial E[\ddot{y}_1^2]}{\partial \xi_p} = 0 \quad (4.17)$$

Resolvendo simultaneamente as Equações (4.16) e (4.17),), obtém-se, por meio dos programas de álgebra simbólica MAPLE e MATLAB além de algumas simplificações feitas à mão, as seguintes expressões:

$$L_{(\acute{o}timo)} = \frac{\left(2g(\mu+1) + 2\sqrt{(\mu g + g)^2 + 2\omega_a\omega_s^2(\mu+2)}\right)(\mu+1)}{2\omega_s^2(\mu+2)} \quad (4.18)$$

$$\xi_{p(\acute{o}timo)} = \frac{\sqrt{\mu(\mu+2)(3\mu+4)(\mu+1)\left((\mu g+g)^2 + \omega_a\omega_s^2(\mu+2) + g(\mu+1)\sqrt{(\mu g+g)^2 + 2\omega_a\omega_s^2(\mu+2)}\right)}}{2\omega_s^2(\mu+2)^2} \quad (4.19)$$

4.3.3. Estrutura amortecida submetida a uma força aleatória do tipo ruído branco

Tabela 4.10 - Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando ou não o amortecimento

μ	$L_{(ótimo)}$ [m]			$\xi_{p(ótimo)}$		
	Não amortecido	Amortecido	Diferença [%]	Não amortecido	Amortecido	Diferença [%]
0,010	3,410	3,400	0,29	0,171	0,173	-0,82
0,020	2,590	2,580	0,39	0,186	0,188	-1,16
0,030	2,240	2,220	0,89	0,198	0,199	-0,71
0,040	2,030	2,010	0,99	0,208	0,210	-0,91
0,050	1,890	1,870	1,06	0,218	0,221	-1,04
0,060	1,790	1,770	1,12	0,228	0,231	-1,28
0,070	1,720	1,700	1,16	0,239	0,242	-1,53
0,080	1,660	1,640	1,20	0,248	0,252	-1,74
0,090	1,610	1,590	1,24	0,257	0,262	-1,93
0,100	1,580	1,550	1,90	0,269	0,272	-1,14

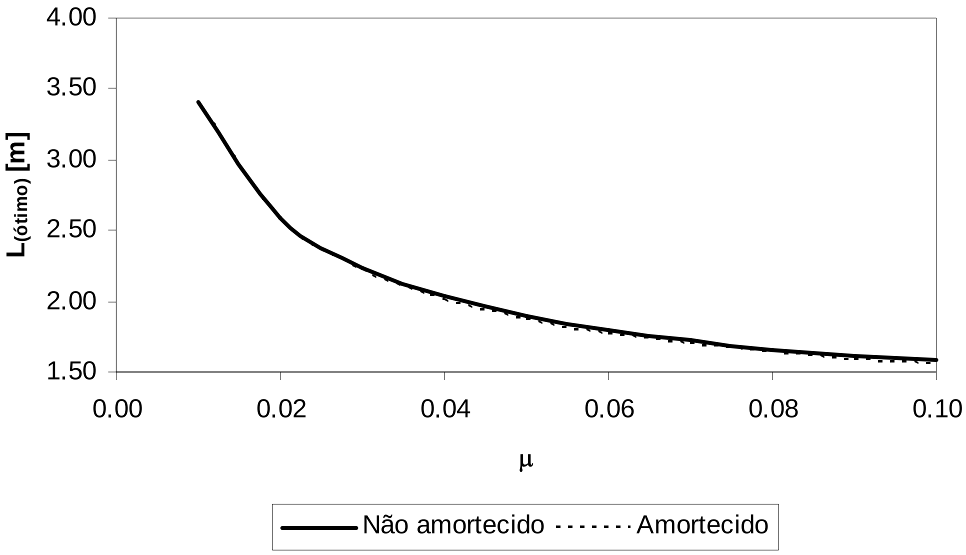


Figura 4.31 - Variação do comprimento ótimo do cabo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando ou não o amortecimento

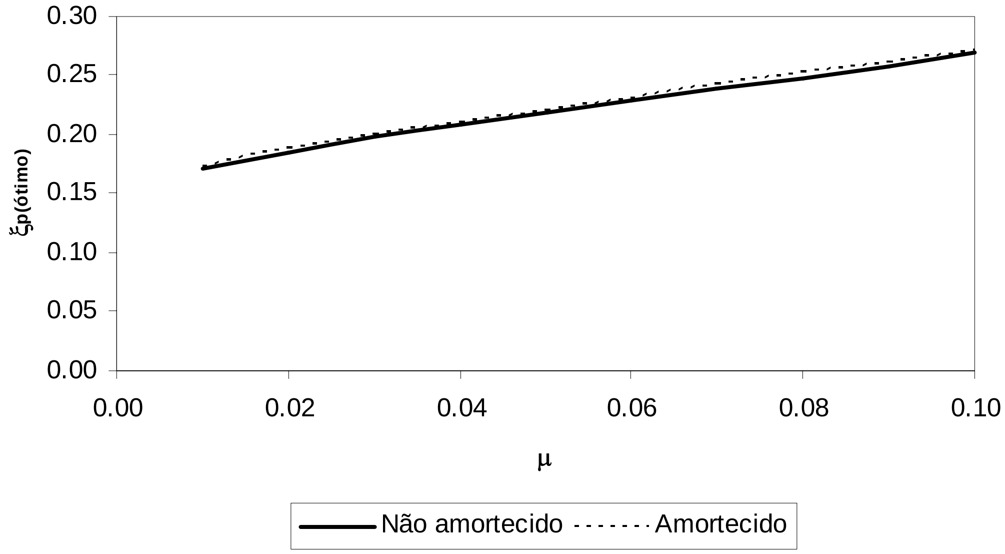


Figura 4.32 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando ou não o amortecimento

4.3.4. Estrutura amortecida submetida a uma excitação aleatória na base do tipo ruído branco

Os resultados obtidos neste caso são apresentados na Tabela 4.11 e nas Figuras 4.33 e 4.34.

Tabela 4.11 - Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando ou não o amortecimento

μ	$L_{(ótimo)}$ [m]			$\xi_{p(ótimo)}$		
	Não amortecido	Amortecido	Diferença [%]	Não amortecido	Amortecido	Diferença [%]
0,010	3,431	3,435	-0,12	0,171	0,171	0,02
0,020	2,624	2,628	-0,15	0,184	0,184	-0,17
0,030	2,28	2,284	-0,18	0,195	0,196	-0,18
0,040	2,083	2,088	-0,24	0,205	0,206	-0,23
0,050	1,955	1,961	-0,31	0,215	0,215	-0,35
0,060	1,866	1,872	-0,32	0,224	0,224	-0,31
0,070	1,801	1,807	-0,33	0,232	0,233	-0,35
0,080	1,752	1,759	-0,40	0,241	0,242	-0,42
0,090	1,715	1,721	-0,35	0,249	0,250	-0,31
0,100	1,686	1,693	-0,42	0,257	0,258	-0,41

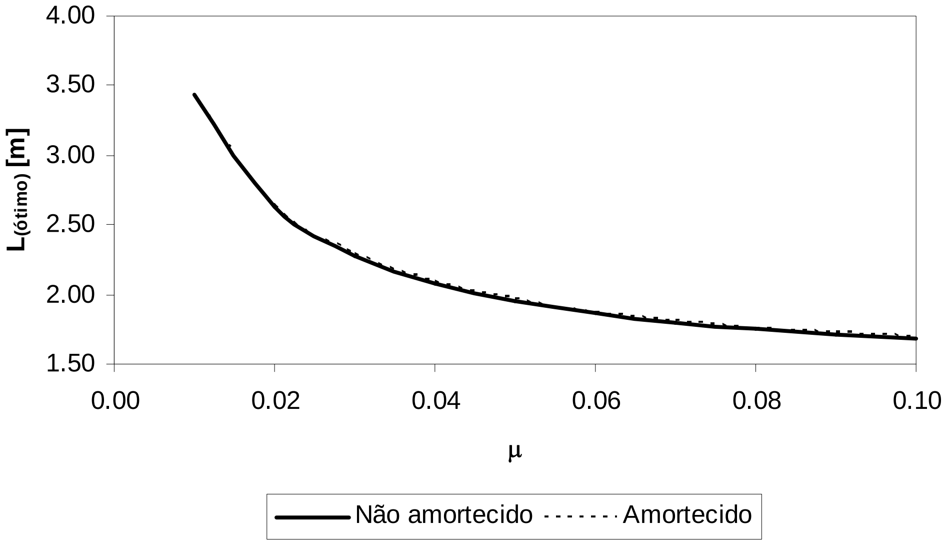


Figura 4.33 - Variação do comprimento ótimo do cabo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando ou não o amortecimento

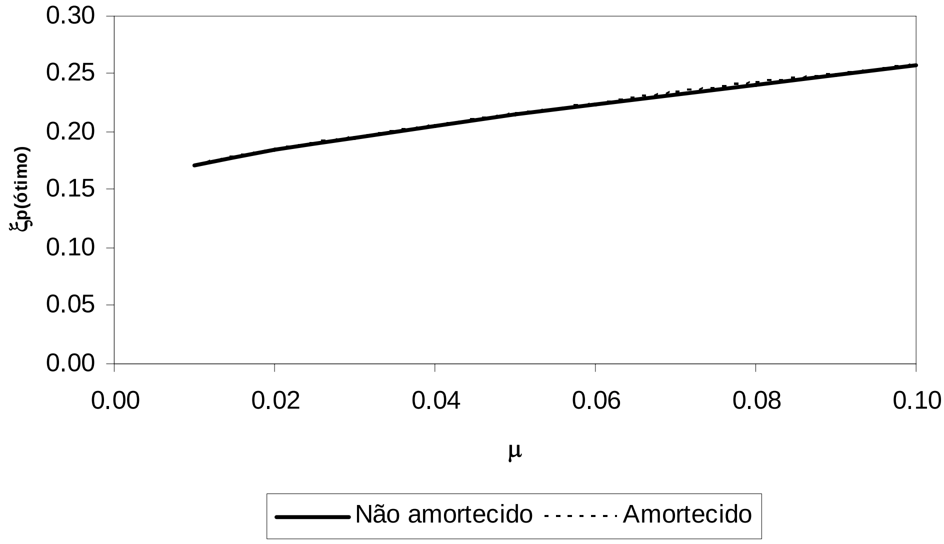


Figura 4.34 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo em relação à razão de massa quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando ou não o amortecimento

4.3.5. Estrutura amortecida submetida a uma força aleatória considerando o espectro de Davenport

Nas Figuras 4.35 e 4.36 são apresentados os dados da Tabela 4.12.

Tabela 4.12 - Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando diferentes funções de densidade espectral

μ	$L_{(\text{ótimo})}$ [m]			$\xi_{p(\text{ótimo})}$		
	Davenport	Ruído branco	Diferença [%]	Davenport	Ruído branco	Diferença [%]
0,010	3,410	3,400	0,293	0,171	0,173	-0,822
0,020	2,600	2,580	0,769	0,185	0,188	-1,323
0,030	2,250	2,220	1,333	0,197	0,199	-1,092
0,040	2,040	2,010	1,471	0,206	0,210	-2,079
0,050	1,910	1,870	2,094	0,216	0,221	-1,951
0,060	1,810	1,770	2,210	0,225	0,231	-2,744
0,070	1,740	1,700	2,299	0,234	0,242	-3,742
0,080	1,690	1,640	2,959	0,244	0,252	-3,552
0,090	1,640	1,590	3,049	0,251	0,262	-4,502
0,100	1,610	1,550	3,727	0,260	0,272	-4,520

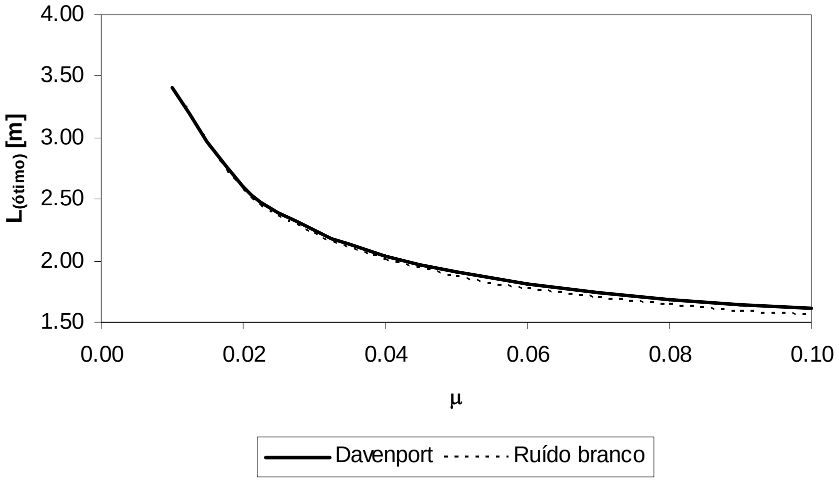


Figura 4.35 - Variação do comprimento ótimo do cabo quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando diferentes funções de densidade espectral

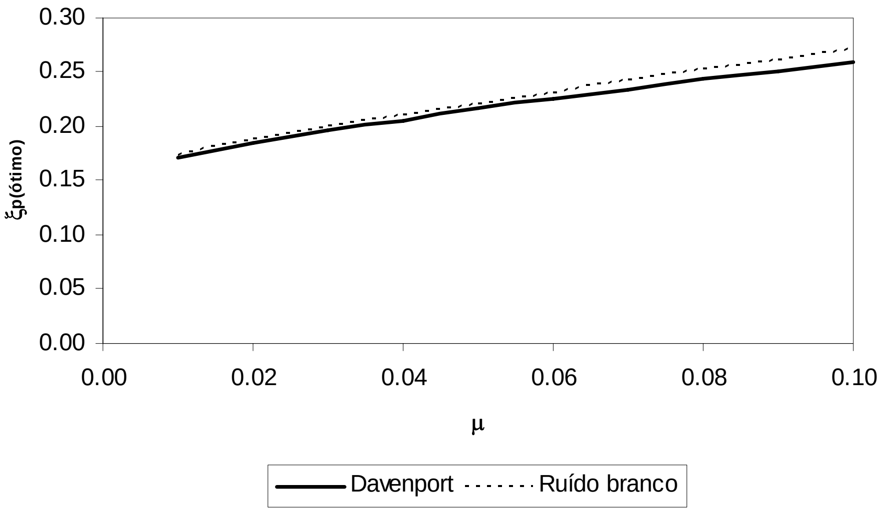
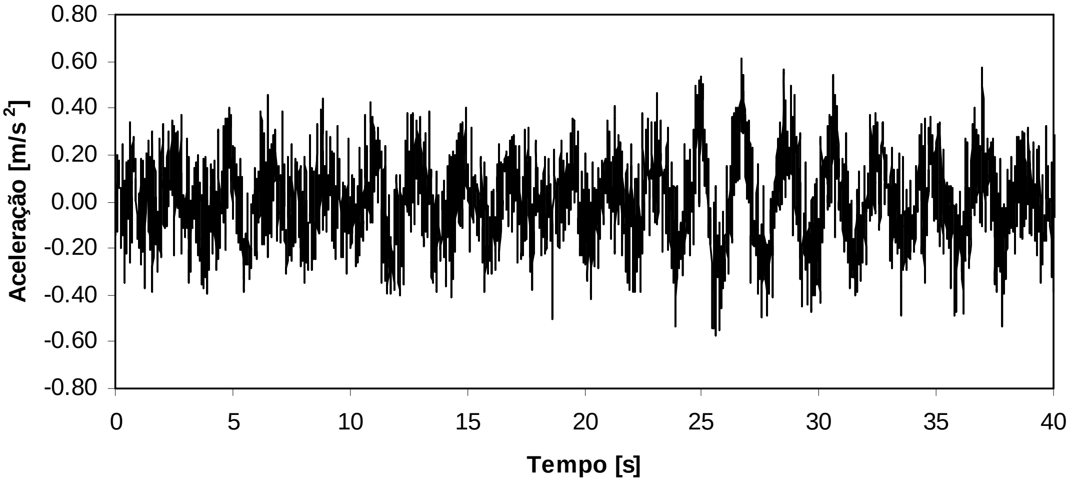


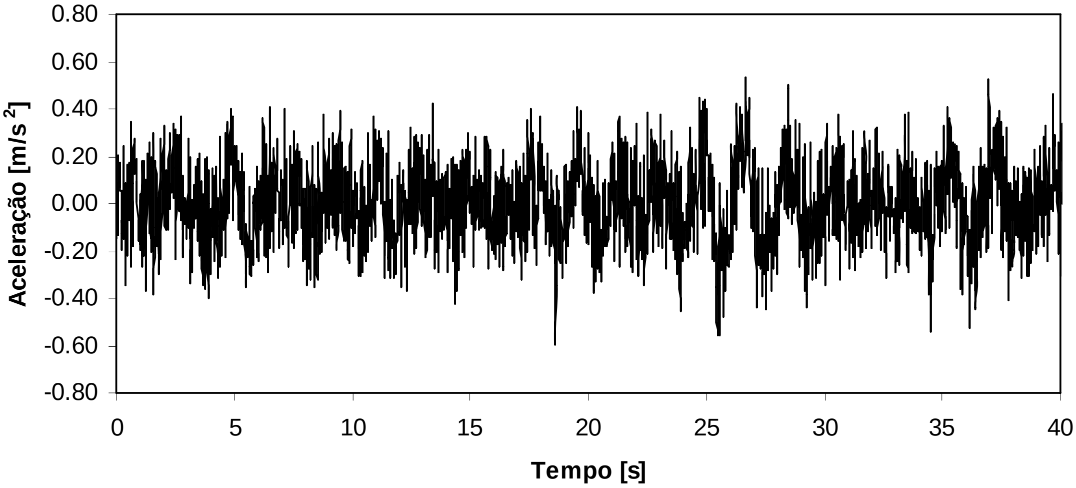
Figura 4.36 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo quando a estrutura é submetida a uma força aleatória considerando diferentes funções de densidade espectral

A Figura 4.37 mostra a evolução da aceleração da estrutura quando submetida a uma força aleatória considerando a função densidade espectral de Davenport. Foi obtida uma redução em relação à resposta sem controle de 17% no valor de $E\left[\ddot{y}^2\right]$ e de 3% na aceleração máxima.

Nesse caso obtiveram-se reduções menores na resposta controlada quando comparada com a resposta sem controle, supostamente devido à grande variabilidade nas acelerações do sistema principal.



a) Sem AMS



b) Com AMS

Figura 4.37 - Evolução da aceleração da estrutura quando submetida a uma força aleatória considerando o espectro de Davenport

4.3.6. Estrutura amortecida submetida a uma excitação aleatória na base considerando o espectro de Kanai-Tajimi

Tabela 4.13 - Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando diferentes funções de densidade espectral

μ	$L_{(\acute{o}timo)}$ [m]			$\xi_{p(\acute{o}timo)}$		
	Kanai-Tajimi	Ruído branco	Diferença [%]	Kanai-Tajimi	Ruído branco	Diferença [%]
0,010	3,430	3,435	0,15	0,171	0,171	0,26
0,020	2,630	2,628	0,08	0,185	0,184	0,28
0,030	2,280	2,284	0,18	0,196	0,196	0,08
0,040	2,090	2,088	0,10	0,207	0,206	0,55
0,050	1,960	1,961	0,05	0,216	0,215	0,28
0,060	1,870	1,872	0,11	0,225	0,224	0,30
0,070	1,800	1,807	0,39	0,233	0,233	0,16
0,080	1,750	1,759	0,51	0,241	0,242	0,23
0,090	1,720	1,721	0,06	0,251	0,250	0,54
0,100	1,690	1,693	0,18	0,259	0,258	0,36

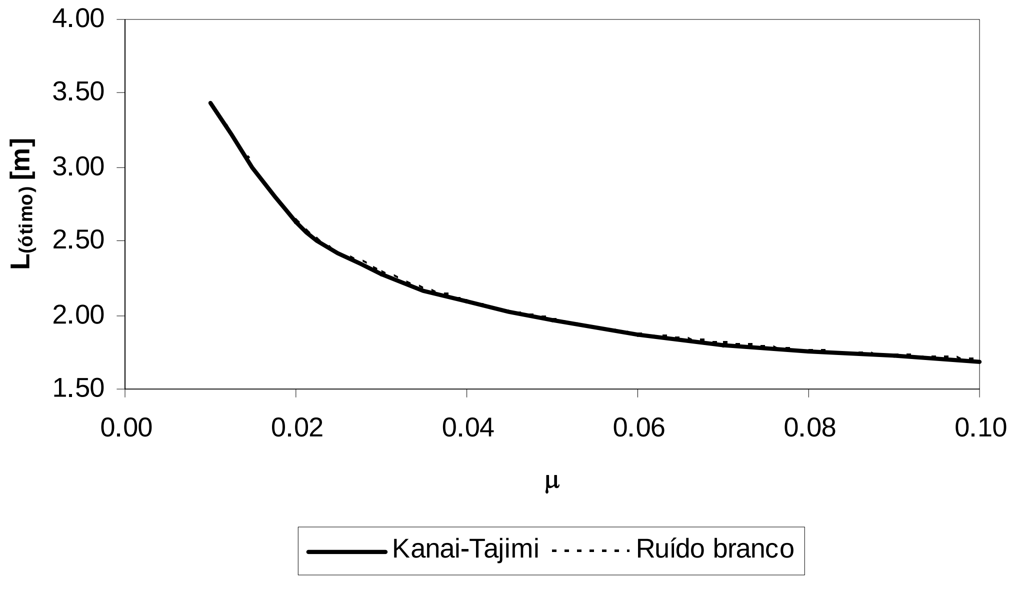


Figura 4.38 - Variação do comprimento ótimo do cabo quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando diferentes funções de densidade espectral

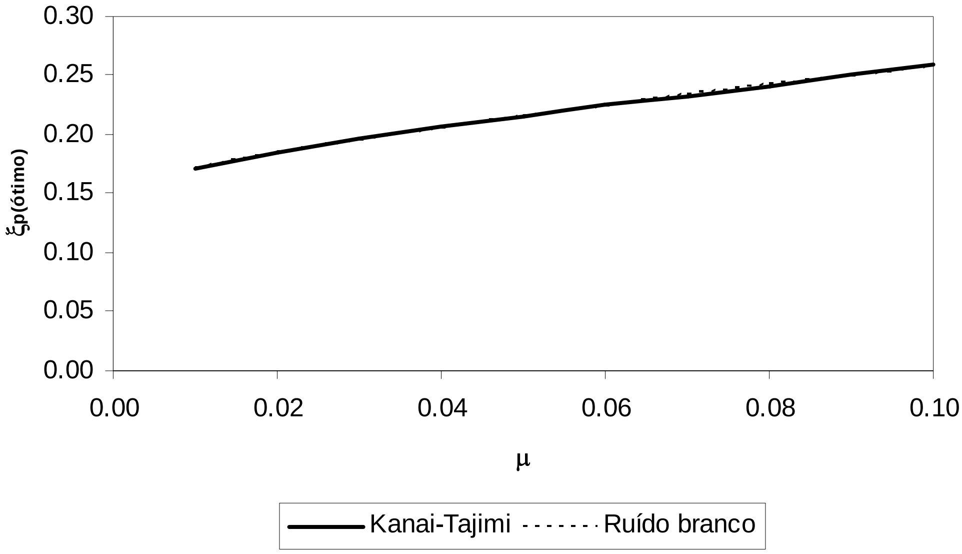


Figura 4.39 - Variação da razão ótima de amortecimento do pêndulo quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base considerando diferentes funções de densidade espectral

A evolução da aceleração da estrutura quando submetida a uma excitação aleatória na base considerando a função densidade espectral de Kanai-Tajimi é mostrada na Figura 4.40. Neste caso tem-se uma redução em relação à resposta sem controle de 50% no valor de $E\left[\ddot{y}_1^2\right]$ e de 13% na aceleração máxima absoluta.

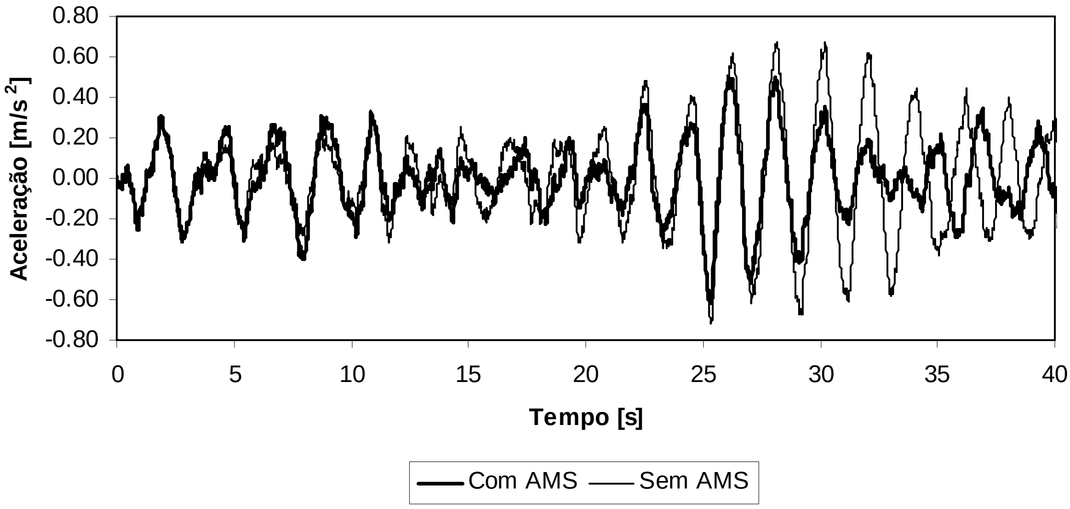


Figura 4.40 - Evolução da aceleração da estrutura quando submetida a uma excitação aleatória na base considerando o espectro de Kanai-Tajimi

4.4. DESEMPENHO DO AMS FRENTE A MUDANÇAS NA RIGIDEZ DA ESTRUTURA

Os amortecedores de massa sintonizados não são sistemas muito robustos, mesmo estando otimamente projetados. Portanto, em vários casos, quando existe uma mudança na rigidez real da estrutura, em relação à rigidez de projeto, o AMS perde eficiência e pode inclusive amplificar a resposta estrutural. Objetivando avaliar o desempenho do AMS frente a uma incerteza na rigidez da estrutura, com variação de $\pm 15\%$, analisou-se seu comportamento frente ao registro de acelerações da componente Norte-Sul do sismo *El Centro*, 1940. Os parâmetros ótimos do pêndulo escolhidos são os apresentados no item 4.1.2, sendo os resultados obtidos desta análise comparados com os propostos por Gerges e Vickery (2005).

A Figura 4.41 apresenta a evolução dos deslocamentos do sistema principal para uma excitação na base correspondente ao sismo de *El Centro*, 1940, considerando-se uma variação na rigidez da estrutura de 0%, -15% e +15%, utilizando-se ainda os parâmetros apresentados no item 4.1.2. Já na Figura 4.42 são apresentados os resultados dos deslocamentos utilizando-se as proposições de Gerges e Vickery (2005). A Tabela 4.14 mostra a redução do valor quadrado médio dos deslocamentos e do deslocamento máximo, comparando-se com a resposta obtida para o sistema sem controle de vibração, com variações de rigidez de 0%, -15% e +15%.

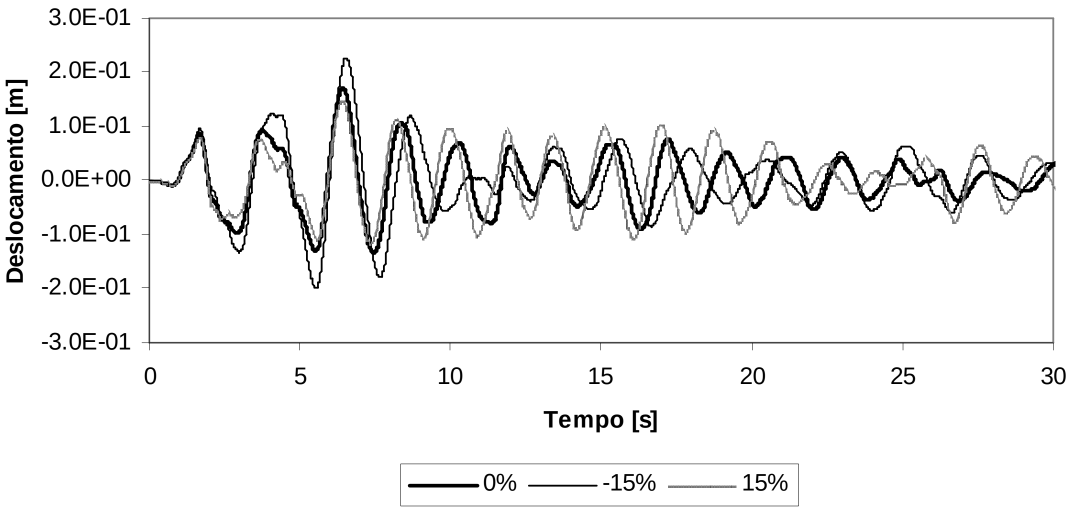


Figura 4.41 - Evolução do deslocamento da estrutura quando submetida ao sismo El Centro considerando uma incerteza de 0%, -15% e +15%. (Parâmetros ótimos obtidos no item 4.1.2)

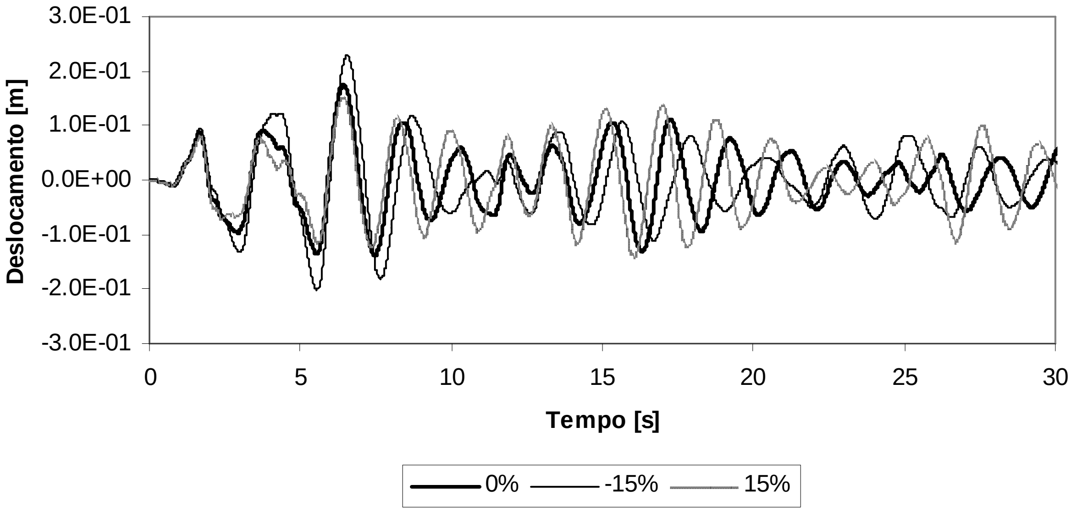


Figura 4.42 - Evolução do deslocamento da estrutura quando submetida ao sismo El Centro considerando uma incerteza de 0%, -15% e +15%. (Parâmetros ótimos obtidos por Gerges e Vickery, 2005)

Tabela 4.14 – Comparação dos resultados obtidos quando a estrutura é submetida ao sismo El Centro, 1940 utilizando os parâmetros ótimos do presente trabalho e os propostos por Gerges e Vickery (2005).

	Presente trabalho		**Gerges e Vickery**	
ΔK	$E[y^2]$ [%]	y_{max} [%]	$E[y^2]$ [%]	y_{max} [%]
0%	47	8	33	6
-15%	22	-21	8	-22
15%	39	21	20	18

Pode-se perceber que, ao utilizar os parâmetros ótimos obtidos neste trabalho, foram verificadas reduções significativas no valor quadrado médio dos deslocamentos, e em menor escala para os deslocamentos máximos, em todos os casos analisados. Sendo assim, pode-se concluir que os parâmetros ótimos obtidos constituem uma solução robusta, devido ao fato de apresentarem grande eficiência, mesmo para os casos com variação na rigidez da estrutura.

Os valores negativos dos deslocamentos máximos considerando uma incerteza na rigidez da estrutura de -15% são devidos a uma amplificação da resposta com AMS quando comparada à resposta sem AMS. Embora tanto os parâmetros ótimos propostos aqui como os propostos por Gerges e Vickery produzem amplificação da resposta, utilizando os parâmetros ótimos deste trabalho essa amplificação é menos significativa.

5. CONTROLE SEMI-ATIVO

Um sistema de controle semi-ativo trata-se, em geral, de um sistema de controle passivo o qual permite um ajuste em suas propriedades mecânicas. As propriedades mecânicas destes sistemas podem ser ajustadas baseadas nos registros medidos pelos sensores da excitação e/ou da resposta da estrutura.

Como ocorre no controle passivo, a capacidade de reduzir a resposta dinâmica depende do desempenho do AMS como resultado do movimento próprio da estrutura. As forças de controle no sistema semi-ativo são geradas de acordo com um algoritmo de controle predeterminado ajustando as suas propriedades mecânicas do sistema de controle semi-ativo, aumentando a eficiência e melhorando a robustez do AMS quando considerado isoladamente.

No capitulo anterior foram apresentados parâmetros ótimos de um amortecedor de massa sintonizado no formato de pêndulo para a redução do valor quadrado médio dos deslocamentos, velocidades e acelerações quando a estrutura é submetida a diferentes tipos de excitações aleatórias. Dos resultados obtidos em cada um dos casos, pode-se observar que o AMS reduz eficientemente o valor quadrado médio da resposta mas não seu valor máximo.

Para melhorar esse comportamento é proposto um amortecedor de massa semi-ativo pendular de comprimento variável (AMSAP-CV) o qual permite mudar o comprimento do cabo do pêndulo e, portanto, seu período de vibração. O algoritmo de controle desse novo tipo de amortecedor é baseado no desenvolvimento proposto por Nagarajaiah e Varadarajan (2005). A Figura 5.1 apresenta o diagrama de fluxo básico utilizado.

O algoritmo de controle pode ser descrito da seguinte forma:

a) Armazena-se o valor dos deslocamentos do sistema principal durante um intervalo de tempo fixo, sendo os parâmetros iniciais do AMS os ótimos obtidos no capitulo anterior.

b) É aplicada uma função janela tipo Hanning aos dados armazenados.

c) Calcula-se a transformada rápida de Fourier e depois multiplicada pelo seu conjugado complexo para obter a densidade espectral de potência dos deslocamentos.

d) Da densidade espectral de potência dos deslocamentos medidos obtém-se a freqüência dominante.
e) O pêndulo é sintonizado com a freqüência dominante obtida mudando o comprimento do cabo.
f) Obtém-se a resposta dos deslocamentos da estrutura com o dispositivo de controle sintonizado na nova freqüência e reinicia-se o processo.

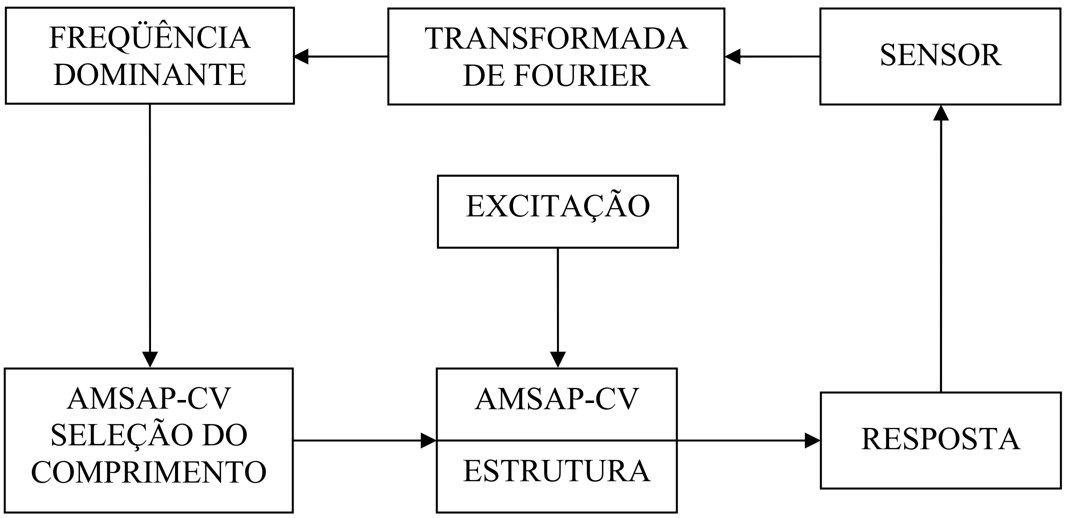


Figura 5.1 - Algoritmo de controle semi-ativo

Em resumo o algoritmo de controle identifica a freqüência dominante da resposta para re-sintonizar o AMSAP-CV.

5.1. FUNÇÕES JANELA

Na estimação do espectro de potência, a escolha de uma função janela tem um papel importante na determinação da qualidade dos resultados. O papel principal da janela é suavizar os efeitos do fenômeno de Gibbs como resultado no truncamento de uma serie infinita.

Algumas das funções janela mais importantes são:

- Barlett
- Bartlett-Hanning
- Blackman
- Blackman-Harris
- Bohman

- Chebyshev
- Gaussian
- Hamming
- Hanning
- Kaiser
- Nuttall's Blackman-Harris
- Parzen

No caso da janela tipo Hanning os valores são obtidos pela seguinte equação:

$$w[k+1] = 0{,}5\left(1 - cos\left(2\pi \frac{k}{n-1}\right)\right) \qquad k = 0,\ldots,n-1 \tag{5.1}$$

5.2. EXEMPLO NUMERICO

Considera-se o sistema de dois graus de liberdade da Figura 3.2, cujas propriedades são idênticas ao do sistema estudado no Capitulo 4. O objetivo deste exemplo é comparar a eficiência dos sistemas de controle passivo e semi-ativo na redução da resposta da estrutura ou sistema principal.

Foram estudados dois casos de carregamento distintos:
Caso 1: Força aleatória considerando a função densidade espectral de Davenport.
Caso 2: Força harmônica definida por,

$$F(t) = 3\times10^4 N \cdot sen(0{,}6\omega_s t) + 1\times10^4 N \cdot sen(0{,}8\omega_s t) + 5\times10^2 N \cdot sen(1{,}2\omega_s t) + 7{,}5\times10^4 N \cdot sen(1{,}5\omega_s t)$$

sendo ω_s o período fundamental da estrutura.

As Figuras 5.2 e 5.3 apresentam a evolução do deslocamento da estrutura para cada um dos carregamentos mencionados anteriormente. Pode-se concluir, observando os resultados obtidos que o controle semi-ativo utilizando o algoritmo de controle mostrado anteriormente não melhora a resposta da estrutura quando comparada com o sistema de controle passivo devido ao fato de que o período de vibração da evolução dos deslocamentos da estrutura não apresenta uma mudança considerável ao longo do tempo, portanto, ambas respostas são coincidentes devido ao fato de que o pêndulo não sofre variações consideráveis no comprimento do cabo e fica sintonizado na mesma freqüência para o qual foi projetado anteriormente.

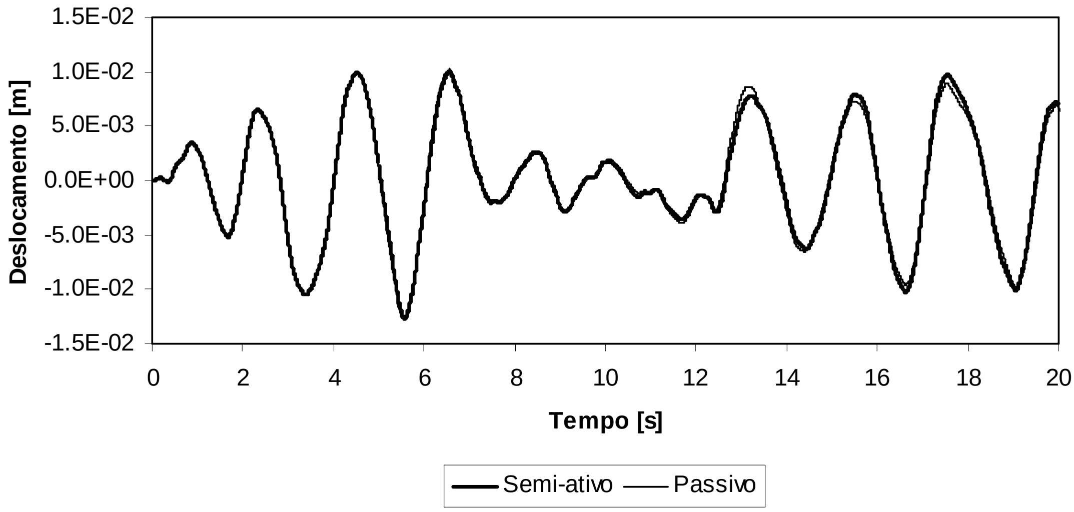


Figura 5.2 - Evolução do deslocamento para o carregamento do caso 1

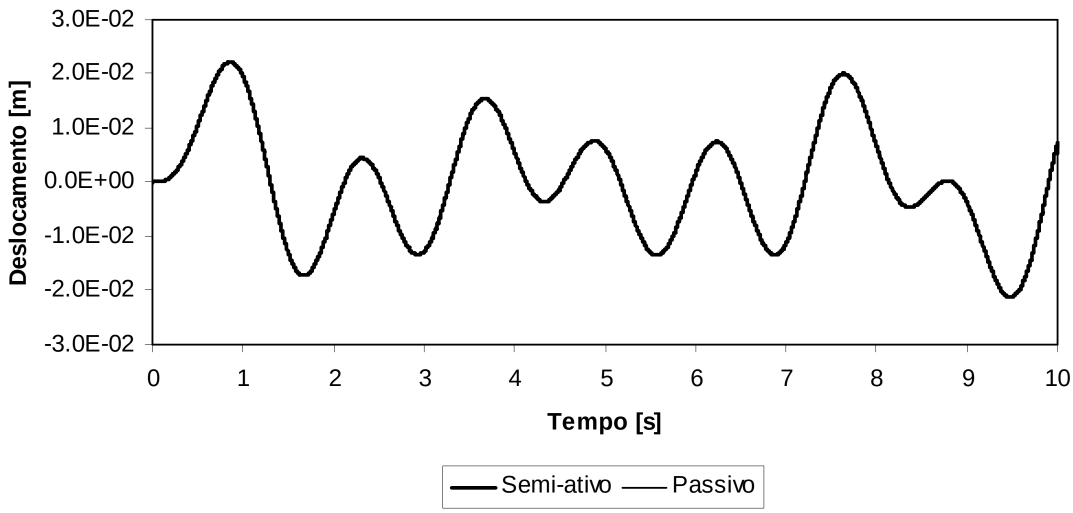


Figura 5.3 - Evolução do deslocamento para o carregamento do caso 2

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1. CONCLUSÕES

O presente trabalho analisou o comportamento de um edifício de dez andares discretizado como uma estrutura do tipo *shear frame*, reduzido a um grau de liberdade por meio de uma análise modal, com um AMS no formato de pêndulo constituindo um sistema de dois graus de liberdade.

Foi avaliada a eficiência do AMS na redução dos deslocamentos, velocidades e acelerações da estrutura submetida a excitações ambientes aleatórias considerando diferentes tipos de funções de densidade espectral.

Quando a excitação é do tipo ruído branco, com densidade espectral constante e é desconsiderado o amortecimento da estrutura foram encontradas para a maioria dos casos estudados expressões analíticas dos parâmetros ótimos (comprimento do cabo e razão de amortecimento do pêndulo) como apresentado no Apêndice B. Nos demais casos foram realizados estudos paramétricos por meio do procedimento de busca numérica objetivando-se determinar os parâmetros ótimos para cada um deles.

Em todos os casos analisados percebe-se que o comprimento ótimo do cabo do pêndulo diminui com o aumento da razão de massa, portanto, o período do pêndulo também diminui com o aumento da razão de massa e conseqüentemente a razão entre os períodos do pêndulo e da estrutura, além disto, a razão ótima de amortecimento do pêndulo aumenta com o aumento da razão de massa. Esses resultados são coerentes com os obtidos por outros pesquisadores dentre eles Den Hartog (1956); Ayorinde e Warburton (1980); Warburton (1982); Lin *et al.* (2001); Gerges e Vickery (2005); Lee *et al.* (2006).

Com base nos resultados obtidos fica evidente que não houve uma diferença significativa no valor dos parâmetros ótimos em cada um dos casos analisados para excitação: ruído branco, espectro de Davenport ou de Kanai-Tajimi. Portanto é verificado que o ruído branco proporciona em muitos casos uma boa aproximação no estudo de vibrações aleatórias.

Também foi verificado pelo estudo numérico que no caso de estruturas com razões de amortecimento baixas, como é o caso de estruturas civis, os parâmetros ótimos obtidos não são muito influenciados pelo amortecimento da estrutura.

Verificou-se em todos os casos analisados que houve uma redução significativa dos valores quadrados médios dos deslocamentos, velocidades e acelerações do sistema principal, portanto, pode-se dizer que o AMS dimensionado com os parâmetros ótimos adotados nesse trabalho melhora de forma considerável a redução da resposta da estrutura quando comparada à resposta sem nenhum tipo de controle.

Constatou-se, ainda, que ao considerar certa incerteza na rigidez da estrutura o AMS projetado de forma ótima perde eficiência, mas que utilizando os parâmetros obtidos no presente trabalho obtém-se respostas melhores quando comparadas com as obtidas levando em conta os parâmetros ótimos de Gerges e Vickery (2005).

Com o algoritmo de controle semi-ativo não se obteve melhor desempenho quando comparado com o controle passivo devido ao fato de que quando a estrutura é considerada com somente um grau de liberdade ela vibra predominantemente em uma única freqüência ou próxima dela, portanto, as respostas em ambos os casos são praticamente coincidentes, já que o comprimento do cabo do pêndulo não sofre mudanças significativas com o passar do tempo.

6.2. SUGESTÕES

Alguns tópicos importantes que complementariam e aprofundariam a pesquisa realizada nesta dissertação são:

- Otimizar os parâmetros do AMS considerando outros critérios como por exemplo minimizar os valores máximos dos deslocamentos, velocidades e acelerações.
- Realizar um processo de otimização misto, que permita reduzir, tanto o valor quadrado médio da resposta, quanto o seu valor máximo.
- Considerar deslocamentos grandes no pêndulo para realizar uma analise não linear e comparar os resultados com os obtidos nesta dissertação.
- Estudar os parâmetros ótimos considerando outros tipos de funções de densidade espectral das excitações como, por exemplo, os espectros de Harris, Kármán e Kaimal

no caso de forças devidas ao vento e os espectros de Clough e Penzien no caso de forças sísmicas.

- Analisar o amortecedor pendular com impacto para aumentar a dissipação de energia.
- Comparar os parâmetros ótimos quando é considerada uma estrutura com vários de liberdade.
- Utilizar os parâmetros para outros tipos de estrutura, como, por exemplo, torres metálicas.
- Avaliar experimentalmente o desempenho do AMS em modelos que possam ser reduzidos a um só grau de liberdade como é o caso de vigas.
- Considerar razões de amortecimento negativas da estrutura para representar os movimentos induzidos por desprendimento de vórtices.
- No controle semi-ativo considerar a estrutura com vários graus de liberdade e verificar a eficiência do algoritmo de controle apresentado aqui.
- Modificar os parâmetros do algoritmo de controle semi-ativo, como por exemplo, tamanho da amostra, tipo da função janela, utilizar a transformada curta de Fourier, etc.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALDEMIR, U. Optimal control of structures with semiactive-tuned mass dampers. Journal of Sound and Vibration, Vol. 266, p. 847-874, 2003.

AVILA, S. M. Controle híbrido para atenuação de vibrações em edifícios. Tese de doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2002.

AVILA, S. M.; PERRONI J. C.; BRITO, J. L. Controle de vibrações utilizando amortecedor de massa sintonizado na forma de pêndulo. *XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural*, 2006, Campinas, SP, Anais da XXXII Jornadas, p. 1198-1207, 2006.

AYORINDE, E. O.; WARBURTON, G. B. Minimizing structural vibrations with absorbers. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 8, p. 219-236, 1980.

BATTISTA, R. C.; PFEIL, M. S. Múltiplos atenuadores dinâmicos sincronizados para controle das oscilações induzidas pelo vento na Ponte Rio-Niterói. Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, Passo Fundo, Vol. 2, p. 73-95, 2005.

BLESSMANN, J. *O vento na engenharia estrutural*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1995.

BOURQUIN, F.; JOLY, M.; COLLET, M.; RATIER, L. An efficient feedback control algorithm for beams: experimental investigations. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 278, p. 181-206, 2004.

CARNEIRO, R. B. *Controle de vibrações em edifícios altos utilizando amortecedor de massa sintonizado múltiplo (AMSM).* Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, 2004.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. *Dynamics of structures*. McGraw Hill, 2nd edition, Singapore, 1993.

CRANDALL, S. H.; MARK W. D. *Random vibration in mechanical systems*. Academic Press, New York, 1973.

DEN HARTOG, J. P. *Mechanical vibrations*. McGraw-Hill, New York, 1956.

GERGES, R. R.; VICKERY, B. J. Optimum design of pendulum-type tuned mass dampers. *The Structural Design of Tall and Special Buildings.* (In press), 2005.

HOLMES, J. D. Listing of installations. *Engineering Structures*, Vol. 17, p. 676-678, 1995.

HU, YR.; NG, A. Active robust vibration control of flexible structures. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 288, p. 43-56, 2005.

KEIR, J.; KESSISSOGLOU, N. J.; NORWOOD, C. J. Active control of connected plates using single and multiple actuators and error sensors. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 281, p. 73-97, 2005.

LEE, CL.; CHEN, YT.; CHENG, LL.; WANG, YP. Optimal design theories and applications of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, Vol. 28, p. 43-53, 2006.

LI, C.; LIU, Y. Active multiple tuned mass dampers for structures under the ground acceleration. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 31, p. 1041-1052, 2002.

LIN, CC.; WANG, JF.; UENG, JM. Vibration control identification of seismically excited m.d.o.f. structure-ptmd systems. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 240, p. 87-115, 2001.

NAGARAJAIAH, S.; VARADARAJAN, N. Short time Fourier transform algorithm for wind response control of buildings with variable stiffness TMD. *Engineering Structures*, Vol. 27, p. 431-441, 2005.

NEWLAND, D. E. *An introduction to random vibrations and spectral analysis. Second edition*. Longman Scientific & Technical, England, 1984.

ORLANDO, D.; GONÇALVES P. B. *Absorsor pendular para controle de vibrações de torres esbeltas*. *XXVI CILAMCE Congresso Íbero Latino Americano de Método Computacionais em Engenharia*, Guarapari, Espírito Santo, Brasil, 19-21 de Outubro de 2005.

RICCIARDELLI, F.; PIZZIMENTI A. D.; MATTEI, MASSIMILIANO, M. Passive and active mass damper controlo f the response of tall buildings to wind gustiness. *Engineering Structures,* Vol. 25, p. 1199-1209, 2003.

SOONG, T. T.; DARGUSH G. F. *Passive energy dissipation systems in structural engineering*, John Wiley & Sons, Chichester, 1997.

SPENCER, B. F.; SOONG, T. T. New applications and development of active, semi-active and hybrid control techniques for seismic and non-seismic vibration in the USA. *Proceeding of International Post-SMiRT Conference Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control of Vibration of Structures*, Cheju, Korea, August 23-25, 1999.

SPENCER, B. F.; SAIN, M. K. Controlling Buildings: a new frontier in feedback. *Special Issue of IEEE Control Systems Magazine on Emerging Technology*, Vol. 17, p. 19-35, 1997.

SYMANS, M. D.; CONSTANTINOU, M. C. Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering Structures*, Vol. 21, p. 469-487, 1999.

TSAI, H; LIN, G. Optimum tuned-mass dampers for minimizing steady-state response of support-excited and damped systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, p. 957-973, 1993.

VILLAVERDE, R.; KOYAMA, L. A. Damped resonant appendages to increase inherent damping in buildings. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, p. 491-507, 1993.

WARBURTON, G. B. Optimum absorbers parameters for various combinations of response and excitation parameters. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, p. 381-401, 1982.

YALLA, S. K.; KAREEM, A.; KANTOR, J. C. Semi-active tuned liquid column dampers for vibration control of structures. *Engineering Structures*, Vol. 23, p. 1469-1479, 2001.

YANG, C. Y. *Random vibration of structure*s. John Wiley & Sons, New York, 1985.

YING, ZG.; NI, YQ.; KO, JM. Semi-active optimal control of linearized systems with multi-degree of freedom and application. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 279, p. 373-388. 2005.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TABELA DE INTEGRAIS USADAS NO CALCULO DO VALOR QUADRADO MÉDIO DA RESPOSTA

A seguinte lista de integrais da forma:

$$I_n = \int_{-\infty}^{\infty} \left|H_n(\omega)\right|^2 d\omega \tag{A.1}$$

onde,

$$H_n(\omega) = \frac{B_0 + (i\omega)B_1 + (i\omega)^2 B_2 + \cdots + (i\omega)^{n-1} B_{n-1}}{A_0 + (i\omega)A_1 + (i\omega)^2 A_2 + \cdots + (i\omega)^n A_n} \tag{A.2}$$

são apresentadas por Crandall e Mark (1973) e Newland (1984) para vários valor de n, como a seguir:

- Para $n = 1$:

$$H_1(\omega) = \frac{B_0}{A_0 + i\omega A_1}$$
$$I_1 = \frac{\pi B_0^2}{A_0 A_1} \tag{A.3}$$

- Para $n = 2$:

$$H_2(\omega) = \frac{B_0 + i\omega B_1}{A_0 + i\omega A_1 - \omega^2 A_2}$$
$$I_2 = \frac{\pi\left\{A_0 B_1^2 + A_2 B_0^2\right\}}{A_0 A_1 A_2} \tag{A.4}$$

- Para $n = 3$:

$$H_3(\omega) = \frac{B_0 + i\omega B_1 - \omega^2 B_2}{A_0 + i\omega A_1 - \omega^2 A_2 - i\omega^3 A_3}$$
$$I_3 = \frac{\pi\left\{A_0 A_3\left(2B_0 B_2 - B_1^2\right) - A_0 A_1 B_2^2 - A_2 A_3 B_0^2\right\}}{A_0 A_3\left(A_0 A_3 - A_1 A_2\right)} \tag{A.5}$$

- Para $n = 4$:

$$H_4(\omega) = \frac{B_0 + i\omega B_1 - \omega^2 B_2 - i\omega^3 B_3}{A_0 + i\omega A_1 - \omega^2 A_2 - i\omega^3 A_3 + \omega^4 A_4}$$

$$I_4 = \frac{\pi\left\{\begin{array}{l} A_0 B_3^2 (A_0 A_3 - A_1 A_2) + A_0 A_1 A_4 \left(2B_1 B_3 - B_2^2\right) - \\ - A_0 A_3 A_4 \left(B_1^2 - 2B_0 B_2\right) + A_4 B_0^2 (A_1 A_4 - A_2 A_3) \end{array}\right\}}{A_0 A_4 \left(A_0 A_3^2 + A_1^2 A_4 - A_1 A_2 A_3\right)} \tag{A.6}$$

- Para $n = 5$:

$$H_5(\omega) = \frac{B_0 + i\omega B_1 - \omega^2 B_2 - i\omega^3 B_3 + \omega^4 B_4}{A_0 + i\omega A_1 - \omega^2 A_2 - i\omega^3 A_3 + \omega^4 A_4 + i\omega^5 A_5}$$

$$I_5 = \frac{\pi\left\{\begin{array}{l} A_0 B_4^2 \left(A_0 A_3^2 + A_1^2 A_4 - A_0 A_1 A_5 - A_1 A_2 A_3\right) + \\ + A_0 A_5 \left(2B_2 B_4 - B_3^2\right)\left(A_1 A_2 - A_0 A_3\right) + \\ + A_0 A_5 \left(2B_0 B_4 - 2B_1 B_3 + B_2^2\right)\left(A_0 A_5 - A_1 A_4\right) + \\ + A_0 A_5 \left(2B_0 B_2 - B_1^2\right)\left(A_3 A_4 - A_2 A_5\right) + \\ + A_5 B_0^2 \left(A_1 A_4^2 + A_2^2 A_5 - A_0 A_4 A_5 - A_2 A_3 A_4\right) \end{array}\right\}}{A_0 A_5 \left(\begin{array}{l} A_0^2 A_5^2 - 2A_0 A_1 A_4 A_5 - A_0 A_2 A_3 A_5 + \\ + A_1 A_2^2 A_5 + A_1^2 A_4^2 + A_0 A_3^2 A_4 - A_1 A_2 A_3 A_4 \end{array}\right)} \tag{A.7}$$

APÊNDICE B – PARÂMETROS ÓTIMOS DO AMS TIPO PÊNDULO DESCONSIDERANDO O AMORTECIMENTO DA ESTRUTURA

Tabela B.1 - Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma força aleatória

Resposta otimizada	Parâmetros ótimos do amortecedor
Deslocamento	$L_{(\text{ótimo})} = \dfrac{\left(2g(\mu+1) + 2\sqrt{(\mu g + g)^2 + 2\omega_a\omega_s^2(\mu+2)}\right)(\mu+1)}{2\omega_s^2(\mu+2)}$ $\xi_{p(\text{ótimo})} = \dfrac{\sqrt{\mu(\mu+2)(3\mu+4)(\mu+1)\left((\mu g+g)^2 + \omega_a\omega_s^2(\mu+2) + g(\mu+1)\sqrt{(\mu g+g)^2 + 2\omega_a\omega_s^2(\mu+2)}\right)}}{2\omega_s^2(\mu+2)^2}$
Velocidade	$L_{(\text{ótimo})} = \dfrac{g(\mu+1) + \sqrt{\mu g^2(\mu+2) + g^2 + 4\omega_s^2\omega_a(\mu+1)}}{2\omega_s^2}$ $\xi_{p(\text{ótimo})} = \dfrac{\sqrt{2\mu(\mu+1)\left((\mu+1)g^2 + 2\omega_s^2\omega_a + g\sqrt{(\mu+1)\left((\mu+1)g^2 + 4\omega_s^2\omega_a\right)}\right)}}{4\omega_s^2}$

Tabela B.2 – Parâmetros ótimos quando a estrutura é submetida a uma excitação aleatória na base

Resposta otimizada	Parâmetros ótimos do amortecedor
Deslocamento	$L_{(\text{ótimo})} = \dfrac{\left(-2g(\mu+1) - 2\sqrt{(\mu g + g)^2 - 2\omega_a\omega_s^2(\mu-2)}\right)(\mu+1)}{2\omega_s^2(\mu-2)}$ $\xi_{p(\text{ótimo})} = \dfrac{\sqrt{\mu(\mu-2)(\mu-4)(\mu+1)\left((\mu g+g)^2 - \omega_a\omega_s^2(\mu-2) + g(\mu+1)\sqrt{(\mu g+g)^2 - 2\omega_a\omega_s^2(\mu-2)}\right)}}{2\omega_s^2(\mu-2)^2}$
Velocidade	$L_{(\text{ótimo})} = \dfrac{(\mu+1)\left(g(\mu+1) + \sqrt{(g\mu+g)^2 + 4\omega_s^2\omega_a}\right)}{2\omega_s^2}$ $\xi_{p(\text{ótimo})} = \dfrac{\sqrt{2\mu(\mu+1)\left((g\mu+g)^2 + 2\omega_s^2\omega_a + g(\mu+1)\sqrt{(g\mu+g)^2 + 4\omega_s^2\omega_a}\right)}}{4\omega_s^2}$
Aceleração	$L_{(\text{ótimo})} = \dfrac{\left(2g(\mu+1) + 2\sqrt{(\mu g + g)^2 + 2\omega_a\omega_s^2(\mu+2)}\right)(\mu+1)}{2\omega_s^2(\mu+2)}$ $\xi_{p(\text{ótimo})} = \dfrac{\sqrt{\mu(\mu+2)(3\mu+4)(\mu+1)\left((\mu g+g)^2 + \omega_a\omega_s^2(\mu+2) + g(\mu+1)\sqrt{(\mu g+g)^2 + 2\omega_a\omega_s^2(\mu+2)}\right)}}{2\omega_s^2(\mu+2)^2}$

APÊNDICE C – TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER

A transformada de Fourier é útil na analise de dados devido ao fato de separar um sinal em suas componentes harmônicas. Se $x(t)$ é uma função periódica do tempo t, com período T, como mostrado na Figura C.1, pode-se expressar $x(t)$ como uma serie trigonométrica infinita da seguinte forma:

$$x(t) = a_0 + a_1 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right) + \ldots$$
$$+ b_1 \,sen\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + b_2 \,sen\left(\frac{4\pi t}{T}\right) + \ldots \qquad (C.1)$$

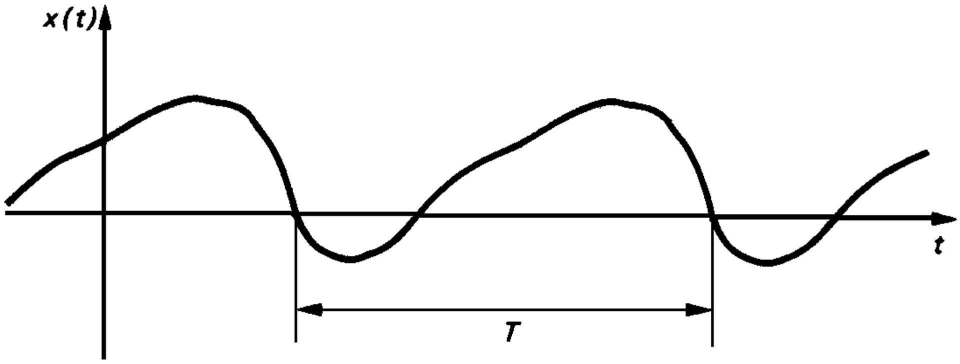


Figura C.1 - Função periódica arbitraria do tempo

ou em notação compacta:

$$x(t) = a_o + \sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k \cos\frac{2\pi kt}{T} + b_k \,sen\frac{2\pi kt}{T}\right) \qquad (C.2)$$

onde a_0, a_k e b_k são os coeficientes de Fourier dados por:

$$a_k = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)dt \qquad k \geq 0$$
$$b_k = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,sen\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)dt \qquad k \geq 1 \qquad (C.3)$$

Usando-se notação complexa, a Equação (C.3) pode ser combinada em uma só definida por:

$$X_k = a_k - ib_k \qquad (C.4)$$

Aplicando a formula de Euler para a função exponencial :

$$e^{-i(2\pi k\, t/T)} = cos\frac{2\pi kt}{T} - i\, sen\frac{2\pi kt}{T} \tag{C.5}$$

portanto:

$$X_k = \frac{1}{T}\int_0^T x(t) e^{-i(2\pi k\, t/T)} dt \qquad k \geq 0 \tag{C.6}$$

No caso no qual $x(t)$ é um valor discreto amostrado em intervalos igualmente espaçados (constantes) Δ, e cada valor representado por $\{x_r\}$ $r = 0,1,2,...,N-1$ é um valor discreto de $x(t)$ no tempo $t = r\Delta$ sendo $\Delta = T/N$, como apresentado na Figura C.2 a Equação (C.6) pode ser substituída aproximadamente pela somatória:

$$X_k = \frac{1}{T}\sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{-i(2\pi k\, t/T)(r\Delta)}\Delta \qquad k = 0,1,2,...,(N-1) \tag{C.7}$$

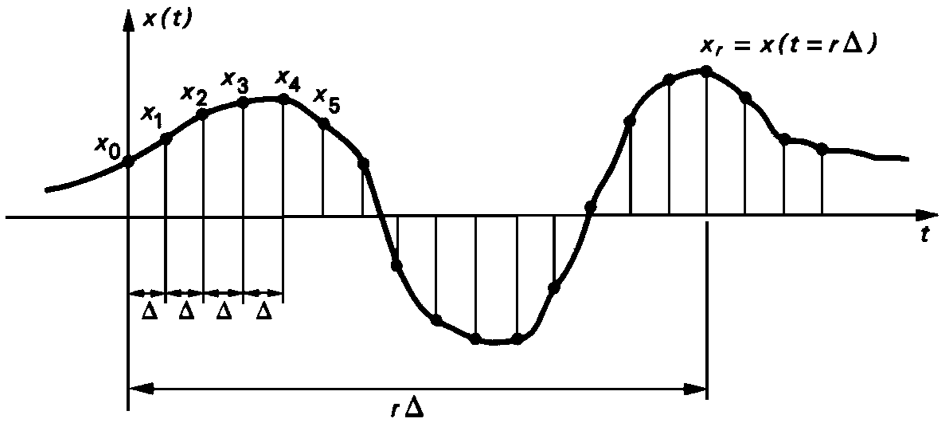


Figura C.2 - Função amostrada em intervalos de tempo constante

Assumindo que a área total embaixo da curva mostrada na Figura C.3 é dada pela somatória de cada uma das áreas sombreadas e substituindo $T = N\Delta$, obtém-se:

$$X_k = \frac{1}{N}\sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{-i(2\pi k\, r/N)} \qquad k = 0,1,2,...,(N-1) \tag{C.8}$$

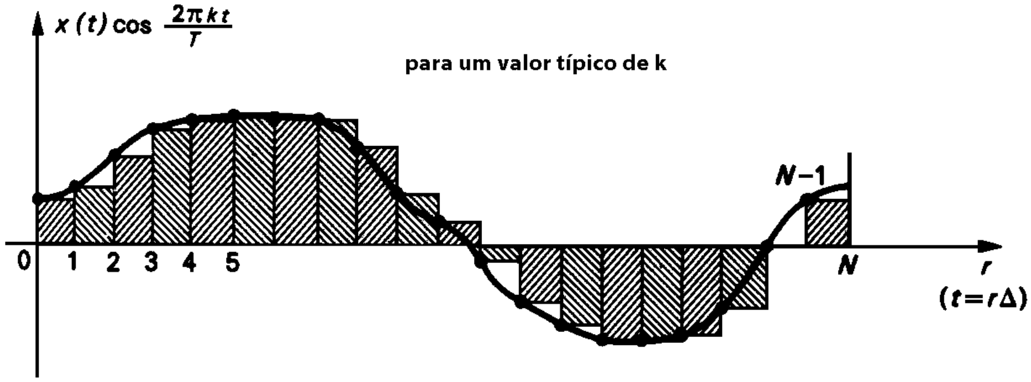


Figura C.3 - Aproximação envolvida no calculo dos coeficientes de Fourier quando considerado valores discretos

Na Equação (C.8) observa-se que existe N multiplicações do produto $(x_r)\times\left(e^{-i(2\pi k\, r/N)}\right)$ para cada um dos valores de X_k e, portanto, o total do calculo de X_k requere N^2 multiplicações. Utilizando a transformada rápida de Fourier o número de multiplicações necessárias está dado por $N\, log_2 N$.

A transformada rápida de Fourier é um algoritmo para determinar a transformada discreta de Fourier reduzindo o custo computacional e aumentando a precisão devido à redução das operações lógicas.

A transformada rápida de Fourier divide a seqüência $\{x_r\}$ em um número de seqüências menor. Considere que $\{x_r\}$, $r = 0,1,2,...,N-1$ é a seqüência mostrada na Figura C.4 (a) onde N é um número par, sendo dividido em duas seqüências mais curtas $\{y_r\}$ e $\{z_r\}$ como mostrado na Figura C.4 (b) onde:

$$y_r = x_{2r}$$

$$r = 0,1,2,...,(N/2-1) \qquad \text{(C.9)}$$

$$z_r = x_{2r+1}$$

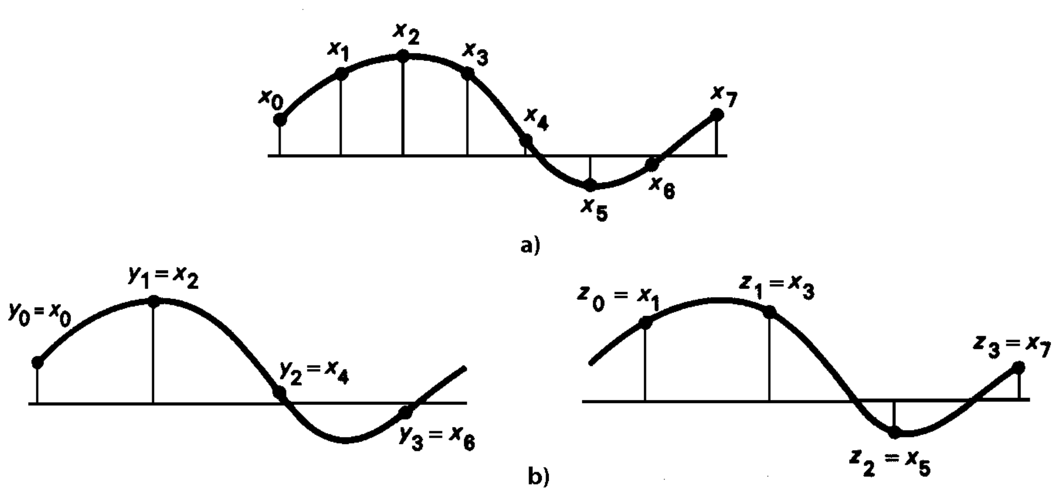


Figura C.4 - Divisão da seqüência $\{x_r\}$ em duas novas seqüências $\{y_r\}$ e $\{z_r\}$

A transformada discreta de Fourier dessas duas seqüência são Y_k e Z_k, portanto, da Equação (C.8) tem-se:

$$Y_k = \frac{1}{(N/2)} \sum_{r=0}^{N/2-1} y_r e^{-i\left(\frac{2\pi k r}{N/2}\right)} \qquad k = 0,1,2,\ldots,(N/2-1) \qquad \text{(C.10)}$$
$$Z_k = \frac{1}{(N/2)} \sum_{r=0}^{N/2-1} z_r e^{-i\left(\frac{2\pi k r}{N/2}\right)}$$

Levando em conta a transformada discreta de Fourier da seqüência original $\{x_r\}$ dada pela Equação (C.8), podem-se separar os termos pares e impares da seguinte forma:

$$X_k = \frac{1}{N}\sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{-i\frac{2\pi k r}{N}} = \frac{1}{N}\left\{\sum_{r=0}^{N/2-1} x_{2r} e^{-i\frac{2\pi k (2r)}{N}} + \sum_{r=0}^{N/2-1} x_{2r+1} e^{-i\frac{2\pi k (2r+1)}{N}}\right\} \qquad \text{(C.11)}$$

Substituindo Y_k e Z_k, obtém-se:

$$X_k = \frac{1}{N}\left\{\sum_{r=0}^{N/2-1} y_r e^{-i\frac{2\pi k (2r)}{N/2}} + e^{-i\frac{2\pi k}{N}} \sum_{r=0}^{N/2-1} z_r e^{-i\frac{2\pi k}{N/2}}\right\} \qquad \text{(C.12)}$$

Comparando as Equações (C.10) e (C.12), tem-se:

$$X_k = \frac{1}{2}\left\{Y_k + e^{-i(2\pi k/N)} Z_k\right\} \qquad k = 0,1,2,\ldots,(N/2-1) \qquad \text{(C.13)}$$

De acordo com a Equação (C.13) mostra-se que a transformada discreta de Fourier da seqüência original pode ser obtida a partir da transformada discreta de Fourier de duas meias seqüências Y_k e Z_k.

A Equação (C.13) somente se aplica para valores de k entre 0 e $N/2-1$, ou seja somente se aplica para a metade dos coeficientes de X_k, portanto, para calcular os coeficiente de X_k para $N/2 \leq k \leq (N-1)$ leva-se em conta que Y_k e Z_k são periódicas em k com período $N/2$, então:

$$\begin{aligned} Y_{k-N/2} &= Y_k \\ Z_{k-N/2} &= Z_k \end{aligned} \tag{C.14}$$

Assim, o calculo completo de X_k a partir de Y_k e Z_k é:

$$\begin{aligned} X_k &= \frac{1}{2}\left\{Y_k + e^{-i(2\pi k/N)} Z_k\right\} \qquad k = 0,1,2,\ldots,(N/2-1) \\ X_k &= \frac{1}{2}\left\{Y_{k-N/2} + e^{-i(2\pi k/N)} Z_{k-N/2}\right\} \qquad k = N/2,(N/2+1),\ldots,(N-1) \end{aligned} \tag{C.15}$$

Restringindo-se k para valores entre 0 e $N/2$, a Equação (C.15) pode alternativamente ser definida como:

$$\begin{aligned} X_k &= \frac{1}{2}\left\{Y_k + e^{-i(2\pi k/N)} Z_k\right\} \qquad k = 0,1,2,\ldots,(N/2-1) \\ X_{k+N/2} &= \frac{1}{2}\left\{Y_k + e^{-i(2\pi(k+N/2)/N)} Z_k\right\} \end{aligned} \tag{C.16}$$

Fazendo $e^{-i\pi} = -1$, obtém-se:

$$\begin{aligned} X_k &= \frac{1}{2}\left\{Y_k + e^{-i(2\pi k/N)} Z_k\right\} \qquad k = 0,1,2,\ldots,(N/2-1) \\ X_{k+N/2} &= \frac{1}{2}\left\{Y_k - e^{-i(2\pi k/N)} Z_k\right\} \end{aligned} \tag{C.17}$$

Finalmente, definindo $W = e^{-i(2\pi/N)}$ tem-se a chamada "borboleta" computacional dada pelas seguintes equações (Newland, 1984):

$$
\begin{aligned}
X_k &= \frac{1}{2}\left\{Y_k + W^k Z_k\right\} \qquad k = 0,1,2,\ldots,(N/2-1) \\
X_{k+N/2} &= \frac{1}{2}\left\{Y_k - W^k Z_k\right\}
\end{aligned}
\tag{C.18}
$$