

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ANÁLISE NUMÉRICA DE FREQUÊNCIA NATURAL DE
MATERIAIS COMPÓSITOS HÍBRIDOS COM MEMÓRIA
DE FORMA**

VAILTON ALVES DE FARIA

ORIENTADOR: EDSON PAULO DA SILVA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM SISTEMAS MECATRÔNICOS

**PUBLICAÇÃO: ENM – DM – nº 16
BRASÍLIA/DF: JULHO DE 2007**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ANÁLISE NUMÉRICA DE FREQUÊNCIA NATURAL DE
MATERIAIS COMPÓSITOS HÍBRIDOS COM MEMÓRIA
DE FORMA**

VAILTON ALVES DE FARIA

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA
DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE
MESTRE EM SISTEMAS MECATRÔNICOS.**

APROVADA POR:

**Prof. EDSON PAULO DA SILVA, Dr., ENM - UnB
(Orientador)**

**Prof. FLAMINIO LEVY NETO, PhD, ENM - UnB
(Examinador Interno)**

**Prof. ALEXANDRE LUIZ AMARANTE MESQUITA, Dr., UFPA
(Examinador Externo)**

**Prof. COSME ROBERTO MOREIRA DA SILVA, Dr., ENM - UnB
(Membro Suplente)**

BRASÍLIA/DF, 27 DE JULHO DE 2007.

FICHA CATALOGRÁFICA

FARIA, VAILTON ALVES DE

Análise de Frequência Natural em Vigas Compósitas com Fios de Memória de Forma Embebidos.

xvii, 116p., 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Sistemas Mecatrônicos, 2007).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

- | | |
|-------------------------------|-------------------------|
| 1. Frequências Naturais | 2. Controle de Vibração |
| 3. Ligas com Memória de Forma | 4. Materiais Funcionais |
| 5. Estruturas adaptativas | 6. Materiais compósitos |
| I. ENM/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FARIA, V. A. de. (2007), Análise de Frequência Natural em Vigas Compósitas com Fios com Memória de Forma Embebidos, Dissertação de Mestrado em Sistemas Mecatrônicos, Publicação ENM – DM – nº 09 Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 116p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Vailton Alves de Faria.

TÍTULO: Análise da Frequência Natural em Vigas Compósitas com fios com Memória de Forma Embebidos

GRAU: Mestre Ano: 2007

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Vailton Alves de Faria

AGRADECIMENTOS

- A Deus pela saúde e pela vida.
- Aos meus pais, Isaltino Alves da Silva e Zilda Junqueira da Silva que nunca mediram esforços em mim auxiliar.
- Aos meus irmãos, Márcio e Elaine pelo apoio, incentivo e carinho.
- Aos meus filhos, Guilherme e Henrique que são para mim motivo de felicidade.
- A Jennifer Daiane dos Santos Alves pela sua compreensão nas constantes ausências, pelo seu amor, carinho e estímulo que foram capazes de ultrapassar o obstáculo da distância e estar ao meu lado durante todo o período em que estive em Brasília.
- Ao meu grande amigo e segundo pai, Waldir dos Santos, pela compreensão nos momentos difíceis.
- Ao professor Dr. Edson Paulo da Silva, pela grande contribuição e dedicação para a realização deste trabalho.
- Ao amigo Weimar Silva Castilho, colega de mestrado, pela amizade, incentivo e apoio nos momentos em que foi solicitado.
- Aos professores, funcionários e colegas do mestrado em Sistemas Mecatrônicos da UNB, pelo apoio e amizade durante todo curso.
- À CAPES e à ELETRONORTE pelo suporte financeiro.

*Dedico este trabalho aos meus queridos pais e à minha amada esposa
Jênnifer.*

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise numérica da frequência natural em estruturas compósitas híbridas com memória de forma (*SMAHC – Shape Memory Alloy Hybrid Composite*). O estudo é desenvolvido considerando-se diferentes combinações de matriz/reforço e para diferentes frações volumétricas de ligas com memória de forma (*SMA – Shape Memory alloys*). Para cada combinação de matriz/reforço e fração volumétrica de SMA analisa-se a influência da fração volumétrica de fios de SMA e de fibras de reforço para diferentes condições de contorno de uma viga de Euler-Bernoulli. Neste trabalho os filamentos de SMA são dispostos uniformemente no plano médio da viga, paralelamente a seu eixo neutro. Os principais resultados ilustram que para vigas compósitas com baixa fração volumétrica de reforço as SMA provocam um aumento de até 18,1% na frequência natural e para todos os casos analisados ocorreu uma variação de até 34,6% entre as fases martensita e austenita dos fios de SMA mostrando que os materiais com memória de forma podem ser empregados para influenciarem na frequência natural de vibração de estruturas do tipo SMAHC.

ABSTRACT

This work presents a numeric analysis of the natural frequency in structures hybrids composites with shape memory (SMAHC – Shape Memory Alloy Hybrid Composite). The study is developed considering itself different combinations of matrix reinforcement and for different volumetric fractions of Shape Memory Alloys - SMA. For each combination of matrix reinforcement and SMA volumetric fraction it analyzes the threads volumetric fraction influence of SMA and of reinforcement fibers for outline different terms of an Euler-Bernoulli's Beam. In this work SMA Filaments are willing evenly in the beam midplane, at the same time to its neutral axis. The main results illustrate that for beams composites with low volumetric fraction of reinforcement SMA provoke an increase up to 18,1% in the natural frequency and for all the analyzed cases occurred a variation up to 34,6% between phases martensite and austenite of the threads of SMA showing that the materials with shape memory can be employed to influence in the structures vibration natural frequency of the type SMAHC.

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 – CONTEXTUALIZAÇÃO E MOTIVAÇÃO DO TRABALHO	1
1.2 – OBJETIVOS	3
1.3 – DIRETRIZES METODOLÓGICAS	4
1.4 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	5
2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1 – ESTRUTURAS ADAPTATIVAS	6
2.2 – MATERIAIS FUNCIONAIS	8
2.3 - LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA	10
2.3.1 – Comportamento Termomecânico das SMA	12
2.3.2 – Aplicação das Ligas com Memória de Forma	15
2.4 – MATERIAIS COMPÓSITOS	19
2.4.1 – Matrizes	20
2.4.2 – Reforços	21
2.4.3 – Fibras	21
2.5 - VIBRAÇÕES MECÂNICAS	22
2.6 – MATERIAIS SMAHC	23
3 – MODELAGEM CONSTITUTIVA DAS LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA	26
3.1 – MODELO DE TANAKA	28
3.2 – MODELO DE LIANG & ROGERS	29
3.3 – MODELO BRINSON	31
4 – DETERMINAÇÃO DE FREQUÊNCIA NATURAL DE ELEMENTO TIPO VIGA	36
4.1 – FREQUÊNCIA NATURAL E MODOS DE VIBRAÇÃO	36
4.2 – EQUAÇÕES DE MOVIMENTO	37
4.2.1 – Sistemas com um grau de liberdade	37

4.3 – MODELO CONTÍNUO DA VIGA DE EULER–BERNOULLI	40
4.4 – ANÁLISE PARA A VIGA DE EULER – BERNOULLI	43
4.5 – VIGA SMAHC	45
4.5.1 – Força de recuperação dos fios de SMA	46
4.6 – VIGA SMAHC EM BALANÇO	48
4.7 – VIGA SMAHC BI – GASTADA	53
4.8 – VIGA SMAHC BI – APOIADA	55
5 – ANÁLISE DE FREQUÊNCIA NATURAL DE VIGAS SMAHC	58
5.1 – VIGA SMAHC NA CONDIÇÃO DE CONTORNO EL	65
5.2 – VIGA SMAHC NA CONDIÇÃO DE CONTORNO AA	77
5.3 – VIGA SMAHC NA CONDIÇÃO DE CONTORNO EE	85
5.4 – FREQUÊNCIA NATURAL DE VIGAS EPÓXI/SMA	94
5.4.1. Viga epóxi/SMA na condição EL	94
5.4.2. Viga epóxi/SMA na condição AA	94
5.4.3. Viga epóxi/SMA na condição EE	95
6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	99
6.1 – CONCLUSÕES	99
6.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	100
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Propriedades mecânicas de fibras.	22
Tabela 4.1 – Autovalores da equação transcendental para a viga nas condições de contorno EL e AA.	53
Tabela 5.1 – Propriedades termomecânicas dos fios de NiTi.	60
Tabela 5.2 – Propriedades termomecânicas da matriz polimérica e dos reforços.	60
Tabela 5.3 – Percentual de $\Delta\omega_n$ para a viga SMAHC EL para 10% de reforço no compósito.	69
Tabela 5.4 – RI_{10} para a viga SMAHC com 10% de reforço no compósito.	69
Tabela 5.5 – Percentual de $\Delta\omega_n$ para a viga SMAHC EL para 20% de reforço no compósito.	74
Tabela 5.6 – RI_{20} para a viga SMAHC com 20% de reforço.	74
Tabela 5.7 – RI_{50} para a viga SMAHC com 50% de reforço.	77
Tabela 5.8 – Percentual de $\Delta\omega_n$ para a viga SMAHC AA para 10% de reforço no compósito.	81
Tabela 5.9 – Percentual de $\Delta\omega_n$ para a viga SMAHC EL para 20% de reforço no compósito.	85
Tabela 5.10 – Percentual de $\Delta\omega_n$ para a viga SMAHC EE para 10% de reforço no compósito.	89
Tabela 5.11 – Percentual de $\Delta\omega_n$ nas vigas EL, AA e EE sem deformação dos fios de SMA para diferentes frações volumétricas de reforço.	97
Tabela 5.12 – Percentual de $\Delta\omega_n$ na condição EE com deformação dos fios de SMA para diferentes frações volumétricas de reforço.	98

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Elementos básicos de uma estrutura adaptativa – Esquemático.	7
Figura 2.2 – (a) Ponte instrumentada; (b) Robô com músculos artificiais.	7
Figura 2.3 – Evolução de ξ em função da temperatura – Esquemático.	12
Figura 2.4 – Estrutura cúbica da liga de NiTi – Esquemático.	12
Figura 2.5 – Formação da martensita <i>twinned</i> – Esquemático.	13
Figura 2.6 – Formação da martensita <i>detwinned</i> – Esquemático.	13
Figura 2.7 – Comportamento termomecânico das SMA – Esquemático.	14
Figura 2.8 – Fenômeno de Pseudoelasticidade – Esquemático.	15
Figura 2.9 – Evolução das formas do filtro durante o aquecimento.	16
Figura 2.10 – Aplicação das SMA na odontologia.	16
Figura 2.11 – Luva de SMA para conexão de tubos.	17
Figura 2.12 – Razão potência/peso dos atuadores.	18
Figura 2.13 – Estrutura de uma ponte com atuadores de SMA.	19
Figura 2.14 – Diferentes tipos de compósitos.	20
Figura 2.15 – Lâminas com reforço tipo: (a) unidirecional; (b) tecido bidirecional balanceado; (c) fibras picadas; e (d) manta contínua; submetidas a esforços de tração uniaxial longitudinais.	21
Figura 2.16 – Estrutura SMAHC – Esquemático.	23
Figura 3.1 – Regiões de conversão de martensita <i>twinned</i> em martensita <i>detwinned</i> e austenita em função da tensão e temperatura.	32
Figura 4.1 – Modos de Vibração	37
Figura 4.2 – Sistema com um GDL: a) massa – mola sem amortecimento, b) massa – mola com amortecimento.	38
Figura 4.3 – Seguimento de Viga em Equilíbrio.	40
Figura 4.4 – a) Viga compósita com fios de SMA embebidos, b)EE, c)EL, d) AA.	46
Figura 4.5 – Solução numérica da equação característica para a viga em balanço.	50
Figura 5.1– a) Evolução do módulo elástico da viga SMAHC na fase martensita para 10% de reforço no compósito.	61

Figura 5.1 – b) Evolução do módulo elástico na viga SMAHC na fase austenita para 10% de reforço no compósito.	61
Figura 5.2 – a): Evolução do módulo elástico na viga SMAHC na fase martensita para 20% de reforço no compósito.	62
Figura 5.2 – b) Evolução do módulo elástico na viga SMAHC na fase austenita para 20% de reforço no compósito.	63
Figura 5.3 – a) Evolução do módulo elástico na viga SMAHC na fase martensita para 50% de reforço no compósito.	64
Figura 5.3 – b) Evolução do módulo elástico da viga SMAHC na fase austenita para 50% de reforço no compósito.	64
Figura 5.4 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de vidro no compósito.	65
Figura 5.5 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de carbono no compósito.	66
Figura 5.6 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de kevlar no compósito.	67
Figura 5.7 – Comportamento de $\Delta\omega_n$ para 10% de reforço no compósito.	68
Figura 5.8 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de vidro no compósito.	71
Figura 5.9 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de carbono no compósito.	71
Figura 5.10 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de kevlar no compósito.	72
Figura 5.11 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço no compósito.	73
Figura 5.12 – Comportamento de ω_n para 50% de reforço de fibra de vidro no compósito.	75
Figura 5.13 – Comportamento de ω_n para 50% de reforço de fibra de carbono no compósito.	76
Figura 5.14 – Comportamento de ω_n para 50% de reforço de fibra de kevlar no compósito.	76
Figura 5.15 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de	

vidro no compósito.	78
Figura 5.16 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de carbono no compósito.	78
Figura 5.16 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de kevlar no compósito.	79
Figura 5.18 – Comportamento de $\Delta\omega_n$ para 10% de reforço no compósito.	80
Figura 5.19 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de vidro no compósito.	82
Figura 5.20 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de carbono no compósito.	82
Figura 5.21 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de kevlar no compósito.	83
Figura 5.22 – Comportamento de $\Delta\omega_n$ para 20% de reforço no compósito.	84
Figura 5.23 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de vidro no compósito	86
Figura 5.24 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de carbono no compósito.	86
Figura 5.25 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de kevlar no compósito.	87
Figura 5.26 – Comportamento de $\Delta\omega_n$ para 10% de reforço no compósito.	88
Figura 5.27 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de vidro no compósito.	90
Figura 5.28 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de carbono no compósito.	90
Figura 5.29 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de kevlar no compósito.	91
Figura 5.30 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de vidro no compósito.	92
Figura 5.31 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de carbono no compósito.	93

Figura 5.32 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de kevlar no compósito.	93
Figura 5.33 – Comportamento de ω_n na viga de Epóxi/SMA na condição EL.	94
Figura 5.34 – Comportamento de ω_n na viga de Epóxi/SMA na condição AA.	95
Figura 5.35 – Comportamento de ω_n na viga de Epóxi/SMA na condição EE.	96
Figura 5.36 – Comportamento de ω_n na viga de Epóxi/SMA na condição EE.	96

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÕES.

- A Área de seção transversal.
- A_{SMA} Área da seção transversal dos fios de SMA.
- A_f Temperatura final de formação de austenita.
- A_S Temperatura de início de formação de austenita.
- a_M a_A Constantes materiais – Modelo Brinson.
- b Coeficiente de amortecimento.
- b_M b_A Constantes materiais – Modelo Brinson.
- C_A C_M Constantes de transformação das ligas com memória de forma nas fases austenita e martensita respectivamente – Modelo Brinson.
- d Diâmetro.
- E Módulo elástico – Modelo Brinson.
- E_A Módulo elástico da fase austenita.
- E_B Módulo elástico da viga SMAHC.
- E_M Módulo elástico da fase martensita.
- E_1 Módulo elástico do compósito na direção das fibras.
- E_f Módulo elástico das fibras.
- E_m Módulo elástico da matriz.
- F Força.
- F_{Viga} Força de recuperação na viga SMAHC.
- F_{rec} Força de recuperação dos fios de SMA.
- F_{term} Força associada aos materiais compósitos que compõem a viga.
- f_{vSMA} Fração volumétrica de SMA.
- $f(x,t)$ Força cortante.
- h Altura.
- I Momento de inércia de seção transversal.
- k Constante de mola.
- L Comprimento.
- M Massa.

M_f	Temperatura final de formação da martensita.
M_s	Temperatura de início de formação de martensita.
$M(x,t)$	Momento fletor cortante.
N	Número de fios de SMA.
n	Modos de vibração.
r	Raio dos fios de SMA.
RI	Razão de Influência.
$SMAHC_{FC}$	Viga SMAHC com reforço de fibra de carbono.
$SMAHC_{FK}$	Viga SMAHC com reforço de fibra de kevlar.
$SMAHC_{FV}$	Viga SMAHC com reforço de fibra de vidro.
T	Temperatura final das SMA.
t	Espessura da viga.
T_0	Temperatura inicial das SMA.
v_c	Volume de compósito.
v_f	Volume de fibras.
v_m	Volume de matriz.
V_f	Fração volumétrica de fibras de reforço.
V_m	Fração volumétrica da matriz polimérica.
$x(t)$	Deslocamento.
$\dot{x}(t)$	Velocidade.
$\ddot{x}(t)$	Aceleração.
$W(x)$	Modos de vibração.
$w(x,t)$	Deslocamento transversal da viga.
α	Coefficiente de expansão térmica do compósito.
β	Fração volumétrica de martensita na liga – Modelo Brinson.
β_0	Fração volumétrica de martensita inicial – Modelo Brinson.
β_T	Fração martensítica induzida por temperatura.
β_σ	Fração martensítica induzida por tensão.
β_{T_0}	Fração martensítica inicial induzida por temperatura.

β_{σ_0}	Fração martensítica inicial induzida por tensão.
ε	Deformação.
λ	Raízes ou autovalores.
ρ	Densidade por unidade de comprimento.
ρ_B	Densidade da viga SMAHC.
ρ_C	Densidade de compósito.
ρ_f	Densidade das fibras.
ρ_m	Densidade da matriz polimérica.
ρ_{SMA}	Densidade das ligas de SMA.
Θ	Coeficiente de expansão térmica.
ζ	Fator de amortecimento.
σ	Tensor de tensão – Modelo Brinson.
$\sigma_R(\beta)$	Tensão de recuperação.
σ^{CRIT}	Tensão crítica de transformação de fase.
σ_S^{CRIT}	Tensão crítica de início de transformação de fase.
σ_f^{CRIT}	Tensão crítica final de transformação de fase.
ω_n	Frequência natural.
$\Delta\omega_n$	Variação da frequência natural entre as fases martensita e austenita.
Ω	Tensor de transformação – Modelo Brinson.

1 – INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se o contexto no qual o presente trabalho se insere, bem como as motivações para o seu desenvolvimento. Neste contexto, os objetivos do trabalho são estabelecidos e a metodologia para alcançá-los descrita.

1.1 – CONTEXTUALIZAÇÃO E MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

Nas últimas duas décadas o desenvolvimento de estruturas adaptativas capazes de atender a exigentes requisitos nas mais diversas áreas da engenharia tem motivado fortemente o emprego de materiais funcionais (MARTIN & DRECHSLER, 1990; ROGERS, 1993; TAKAGI, 1990; JANOCHA, 1999). Na indústria aeronáutica o desenvolvimento de estruturas capazes de se adaptar continuamente a diferentes condições de vôo tem sido um grande desafio e é um exemplo clássico (SCHETKY, 1979).

As estruturas adaptativas são estruturas que possuem a capacidade de se adaptar a diferentes condições de operação em resposta a estímulos externos ou sinais de controle (JANOCHA, 1999; GORDON 1981; GANDHI & THOMSON, 1994; SRINIVASAN & Mc FARLAND, 2001). Elas são constituídas basicamente de três partes: atuadores, sensores e controladores (JANOCHA, 1999). A função dos atuadores é realizar as intervenções no sistema de forma que a variável de controle responda adequadamente aos estímulos externos ou aos sinais de controle. Os sensores são responsáveis pela percepção do comportamento real da variável de controle e sua transmissão aos controladores, que por sua vez tem como função comparar o valor real da variável de controle, ao valor desejado para esta variável e determinar a ação a ser executada pelo atuador, de forma a minimizar a diferença entre o comportamento real e o desejado (JANOCHA, 1999; UTKU, 1998).

Para atender aos requisitos fortemente restritivos impostos em diversas aplicações, o emprego de materiais funcionais como atuadores e/ou sensores para o desenvolvimento de estruturas adaptativas tem sido intensamente pesquisado (WANG & KANG, 1998; PARK & SHROUT, 1997; CAO & CROSS, 1991; MOULSON & HERBERT, 1990). Os materiais funcionais são materiais capazes de sofrer alterações de propriedades quando submetidos a determinados estímulos, e tais alterações podem ser exploradas de forma a permitir o emprego destes materiais como atuadores e/ou sensores (GIURGIUTIU &

ROGERS, 1997; AYRES et al., 1996). Exemplos de materiais funcionais são os materiais piezoelétricos, os fluidos eletroreológicos e magnetoreológicos, os materiais eletroestrutivos e magnetoestrutivos e as ligas com memória de forma (SMA - *Shape Memory Alloys*) (JANOCHA, 1999; GORDON, 1988; THOMSON & GANDUI, 1990).

A capacidade das SMA em reagir a estímulos externos como temperatura e tensão mecânica proporciona um vasto campo de aplicação que vai desde pequenos implantes na medicina até controles de forma e de vibração em estruturas adaptativas (BORDEN, 1991; STANEWSKY, 2001; NORBERT et al., 1992; HAGERMEISTER et al., 1995). No desenvolvimento de estruturas adaptativas pesquisa-se a aplicação das SMA basicamente em duas linhas: controle de vibração e controle de forma (DE ARAUJO et al., 2003; MAVROIDIS, 2002; ZAK, et al., 2003; WANG & WU, 1997; SILVA & MESQUITA, 2000). Elas se apresentam como fortes candidatas à função de atuadores em aplicações onde grandes forças, grandes deformações e baixas frequências estão envolvidas (JANOCHA, 1999).

Tanto no controle de vibração quanto no controle de forma os princípios de aplicação das SMA são basicamente dois: i) diretamente sobre a estrutura e explorando a capacidade destes materiais em mudar de forma, e ii) em estruturas Compósitas híbridas (JIA & ROGERS, 1989; GIURGIUTIU & ROGERS, 1997). Neste segundo princípio as estruturas compósitas híbridas com memória de forma (SMAHC - *Shape Memory Alloy Hybrid Composite*) têm recebido uma atenção especial por parte da comunidade científica (PAINE & ROGERS, 1994; TURNER, 2000) e é o foco deste trabalho.

As estruturas SMAHC são constituídas de um compósito com fios de SMA embebidos (ZAK, et al., 2003). Neste trabalho focam-se as estruturas SMAHC com fios de SMA sem pré-deformação, e explora-se a variação do seu módulo elástico através da temperatura para se interferir na sua frequência natural. Por sua vez, através da variação da frequência natural da estrutura pode-se interferir na sua resposta vibratória (WILLIAMS et al., 2002; ROGERS & ROBERTSHAW, 1988).

Um dos trabalhos pioneiros sobre o emprego de SMA no controle de vibração foi apresentado por JIA & ROGERS (1989b). Eles propuseram dois conceitos para o controle de vibração estrutural via SMA: i) sintonização ativa de propriedades (APT - *Active Properties Tuning*) e ii) sintonização ativa de energia de deformação (ASET - *Active Strain Energie Tuning*). No conceito APT o elemento com memória de forma é embebido numa matriz compósita. Uma vez que o módulo de elasticidade dessas ligas varia enormemente com a temperatura, controlando-se o aquecimento torna-se possível, portanto, controlar a

rigidez da estrutura como um todo. O conceito ASET baseia-se no mesmo mecanismo. Aqui, entretanto, os elementos com memória de forma são pré-deformados. Dessa forma, têm-se mais um parâmetro que é a tensão de recuperação de forma gerada durante o aquecimento. SCHETKY (1992) considera ainda o controle ativo de forma (*ASC - Active Shape Control*). Neste caso, elementos com memória de forma pré-deformados são montados a certa distância do eixo neutro da estrutura. Quando aquecidos os momentos gerados na recuperação de forma dos atuadores deformam a estrutura. Desta forma, pode-se controlar a forma da estrutura controlando-se o aquecimento dos atuadores.

Explorando-se tais princípios inúmeros, trabalhos foram desenvolvidos. BAZ et al. (1993) propuseram o emprego de fios com memória de forma para monitorar continuamente a deflexão de uma viga. NAGAYA et al. (1987), ZAK et al. (2003) e BAZ et al. (1989) propõem um método para controle ativo de vibrações em máquinas rotativas através da variação de rigidez de mancais com memória de forma. Outros exemplos de trabalhos que propõem ou analisam aplicações de SMA para controle de vibração em máquinas e estruturas são, entre outros, CHOI & HWANG (2000), WILLIAMS et al. (2002), GOTTHARDT & BIDAUX (1998), DA SILVA & MESQUITA (2000), SHAHIN et al. (1997), BIRMAN (1996), VENKATESH et al. (1992).

Apesar do grande potencial de aplicação das materiais SMAHC no controle de vibração em máquinas e estruturas existem poucos trabalhos disponíveis na literatura sobre suas características vibratórias. Entre eles se destaca o trabalho desenvolvido por TURNER (2001b) que analisa numérico e experimentalmente os comportamentos estático e dinâmico de materiais SMAHC. COLLET et al. (2001) apresentam um estudo experimental das características estáticas de uma viga SMAHC. FARIA & DA SILVA (2006) apresentaram um estudo preliminar sobre a frequência natural de vigas SMAHC em função da fração volumétrica de SMA, ou seja, volume de SMA em relação ao volume total da viga híbrida.

Neste contexto, a motivação principal deste trabalho é desenvolver um estudo teórico que permita a determinação da fração volumétrica de SMA a partir da qual é possível se interferir na frequência natural de vigas prismáticas compósitas com fibras de vidro/epóxi, carbono/epóxi e kevlar/epóxi e filamentos de SMA dispostos no plano médio.

1.2 – OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é analisar numericamente a influência da variação do módulo elástico na frequência natural de estruturas SMAHC, onde a variação do

módulo se dá pela variação da fração volumétrica de SMA. O resultado deste trabalho deverá permitir que se determine, de antemão, a fração volumétrica mínima de SMA a partir da qual é possível se interferir na frequência natural de materiais SMAHC, e, conseqüentemente, os limites de sua aplicação no controle de vibração. A função da SMA neste trabalho é apenas permitir a variação do módulo elástico de materiais SMAHC.

Os objetivos específicos são;

- Modelar analítica e numericamente uma viga SMAHC sob diferentes condições de contorno;
- Simular numericamente o comportamento vibratório da viga SMAHC para diferentes configurações matriz/reforço/fração de SMA, nas diferentes condições de contorno;
- Determinar uma Razão de Influência para cada combinação matriz/reforço que permita a identificação da fração volumétrica de SMA mínima a partir da qual é possível se interferir na frequência natural de materiais SMAHC;

1.3 – DIRETRIZES METODOLÓGICAS

Para se atingir os objetivos propostos as seguintes diretrizes metodológicas serão seguidas:

- Modelar matematicamente uma viga SMAHC sob diferentes condições de contorno partindo-se da modelagem apresentada por CRAIG (1981), para uma viga Euler-Bernoulli;
- Adaptar a modelagem matemática obtida considerando o modelo para ligas com memória de forma proposto por BRINSON (1993), partindo-se do trabalho desenvolvido por LAU (2002);
- Implementar numericamente o modelo desenvolvido em ambiente Matlab[®] e simular o comportamento da frequência natural da viga SMAHC para diferentes configurações matriz/reforço/fração volumétrica de SMA;
- Analisar os resultados e a partir daí propor um *fator característico* que estabeleça, para cada combinação matriz/reforço considerada, qual a fração volumétrica mínima de SMA a partir da qual é possível se interferir na frequência natural da viga SMAHC em questão.

1.4 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho foi dividido em seis capítulos. O capítulo 1 apresenta a contextualização do problema a ser analisado, a motivação para o desenvolvimento do trabalho, os objetivos e as diretrizes metodológicas a serem seguidas. O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre as ligas com memória de forma, seu comportamento termomecânico e suas aplicações. Além disso, aborda-se ainda o desenvolvimento de estruturas adaptativas com o uso de materiais funcionais para o controle de vibração, uma descrição dos materiais compósitos e dos materiais compósitos híbridos com memória. No capítulo 3 é apresentado o modelo para ligas com memória de forma proposto por BRINSON (1993). Este modelo será utilizado para descrever o comportamento termomecânico das SMA. Apresenta-se no capítulo 4 uma modelagem matemática para a viga SMAHC em diferentes condições de contorno. No capítulo 5 são apresentados os resultados numéricos do comportamento da frequência natural da viga SMAHC para diferentes combinações matriz/reforço/fração volumétrica de SMA. Finalmente, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões e as sugestões de trabalhos futuros.

02 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O desenvolvimento de novas tecnologias capazes de atender aos mais variados requisitos nas áreas da engenharia tem motivado o estudo de vários pesquisadores no desenvolvimento de estruturas adaptativas (ROCHA, 2004; CORREIA, 2002; SHAHIN et al., 1997). Uma estrutura adaptativa pode ter a sua resposta controlada, utilizando-se de forma integrada sensores, atuadores e controladores (JANOCHA, 1999; THOMSON & GANDHI, 1994; SRINIVASAN & Mc FARLAND, 2001; DOREY & MOORE, 1995). Conseqüentemente, essa integração capacita o sistema a responder de modo controlado a excitações externas, procurando compensar os efeitos que levariam sua resposta a se afastar de parâmetros aceitáveis (JANOCHA, 1999). Hoje, esses sistemas integrando estruturas, sensores, atuadores e controladores são conhecidos como Estruturas Adaptativas (LEE & MOON, 1990; JANOCHA, 1999; GANDHI & THOMSON, 1994; SRINIVASAN & Mc FARLAND, 2001).

2.1 - ESTRUTURAS ADAPTATIVAS

Estruturas adaptativas também são chamadas de estruturas inteligentes (CLARK et al., 1998). As estruturas adaptativas são definidas como estruturas projetadas com atuadores e sensores distribuídos e diretamente relacionados por um controlador capaz de alterar dinamicamente sua resposta na presença de variações das condições ambientais ou de operação (TAKAGI, 1990; GANDHI & THOMSON, 1994; SRINIVASAN & Mc FARLAND, 2001).

Um grande número de soluções em estruturas adaptativas tem sido proposto para aplicações em diversos campos, como por exemplo, indústria aeroespacial, esportes, veículos, máquinas rotativas (GANDHI & THOMSON, 1994; SRINIVASAN & Mc FARLAND, 2001; JANOCHA, 1999). Novos materiais funcionais e técnicas de controle têm sido desenvolvidos (BATRA, 1998). Assim, tais estruturas poderão expandir seu campo de aplicação e substituir aplicações convencionais, como que vem ocorrendo com os transdutores piezelétricos (BRENNAN et al., 1994; WANG & KANG, 1998).

Os três elementos fundamentais de uma estrutura adaptativa são: os sensores, destinados a captar as alterações ambientais e/ou de funcionamento; os atuadores, responsáveis pela ação de adaptação do sistema; e os procedimentos de controle que

determinam as ações de controle a serem executadas pelos atuadores, a partir das informações adquiridas pelos sensores (JANOCHA, 1999). A Figura 2.1 mostra, de maneira esquemática, os principais elementos de uma estrutura adaptativa.

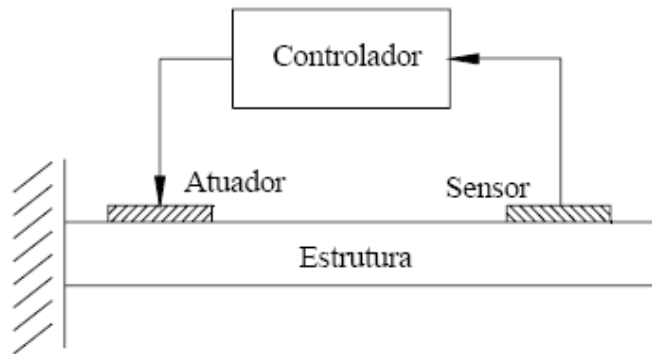


Figura 2.1 – Elementos básicos de uma estrutura adaptativa – Esquemático.

O uso de materiais funcionais no desenvolvimento de estruturas adaptativas em sistemas de monitoramento das condições de máquinas e estruturas já são utilizados nos setores aeroespacial e da construção civil (CORREIA, 2002). Empresas americanas como a SMARTFIBRES LTD (2000) e a SMARTEC (2006) empregam fibras óticas como sensores embutidos em estruturas aeroespaciais e marítimas, Figura 2.2a. O objetivo aqui é monitorar as estruturas para estender a sua vida útil e reduzir o risco de falhas catastróficas.

Materiais funcionais também têm sido empregados no desenvolvimento de músculos artificiais que simulam movimentos humanos para aplicações em robótica (MACHADO & SAVI, 2003), Figura 2.2b.

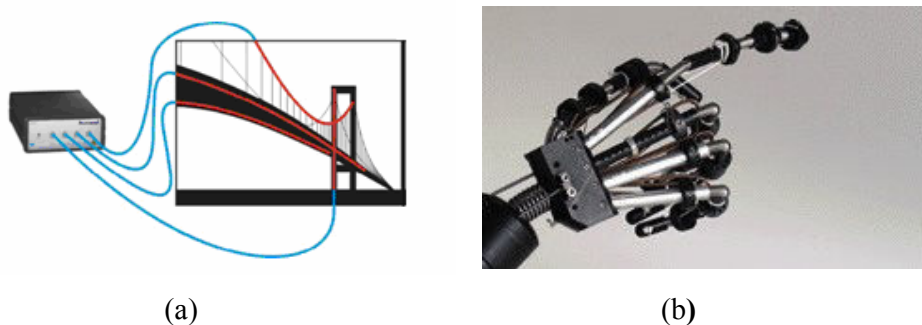


Figura 2.2 – (a) Ponte instrumentada, (b) Robô com músculos artificiais (ROCHA, 2004).

O presente trabalho apresenta um estudo numérico sobre as características vibratórias de compósitos híbridos com memória de forma (SMAHC – *Shape Memory Alloys Hybrid Composite*) que tem grande potencial de aplicação para o desenvolvimento de estruturas adaptativas para controle de forma e controle de vibração. A seção 2.7 descreve detalhadamente os materiais tipo SMAHC.

2.2 - MATERIAIS FUNCIONAIS

Os materiais funcionais são capazes de realizar determinadas funções quando estimulados pelo meio ou por sinais de controle (WANG & KANG, 1998). Há vários tipos de materiais funcionais, como por exemplo, os materiais piezelétricos, magnetostrictivos, eletrostrictivos, magnetoresistivos, fluidos eletroreológicos e magnetoreológicos, as ligas com memória de forma (SMA), e outros (JANOCHA, 1999; CLARK et al., 1998). Esses materiais são capazes de sofrer alterações controláveis de propriedades físicas como mecânicas, elétricas, ópticas, etc. Esta capacidade de adaptação tem possibilitado o desenvolvimento de tipos inovadores de sensores e atuadores (JANOCHA, 1999; GANDHI & THOMSON, 1994; SRINIVASAN & Mc FARLAND, 2001; DOREY & MOORE, 1995).

Várias tecnologias e materiais têm sido investigados e propostos no desenvolvimento de estruturas adaptativas (GANDHI & THOMSON, 1994; JANOCHA, 1999). Uma das mais populares consiste em usar materiais que exibem propriedades piezelétricas, especialmente as cerâmicas *PZT* (Titanato Zirconato de Chumbo) e os filmes plásticos PVDF (Fluorido de Polivinilideno) (CLARK et al., 1998). Os PZTs são constituídos principalmente de óxido de chumbo, zircônio e titânio. Esses materiais apresentam o fenômeno da piezoelectricidade, isto é, desenvolvem um campo elétrico, quando sujeitos a uma força (ou pressão), efeito piezelétrico direto, e, inversamente, apresentam uma deformação quando sujeitos a um campo elétrico, efeito piezelétrico inverso. Esta reciprocidade entre energias elétrica e mecânica propicia aos materiais piezelétricos grandes aplicabilidades em várias áreas (LIMA Jr., 1999).

Uma das vantagens do *PZT* reside no fato de apresentar grande rigidez, da ordem de 70 GPa, sendo idealmente indicado na confecção de atuadores (MOULSON & HERBERT, 1990).

Já o PVDF, cujas propriedades piezelétricas foram descobertas por *Kawai* após 1960 (TSENG, 1989), é um polímero piezelétrico robusto e maleável, que pode ser

produzido em geometrias complexas e extremamente delgadas (MOULSON & HERBERT, 1990).

As propriedades destes materiais são conhecidas há muito tempo. O efeito direto da piezoelectricidade foi descrito pela primeira vez em 1880 pelos irmãos Pierre e Jacques Curie (RAO & SUNAR, 1994). Entretanto, apenas a partir do início da década de 90 eles começaram a ter aplicações práticas (BAILEY & HUBBARD, 1985; GIBBS & FULLER, 1992; MOREIRA, 1998).

Materiais magnetostrictivos produzem uma tensão elétrica sobre a ação de um campo magnético (GANDHI & THOMSON, 1994). O conceito de magnetostrictão é similar ao de eletrostrictão, no que se refere à capacidade de certos materiais realizarem esforços mecânicos em resposta à aplicação de um campo, que neste caso, é magnético (CLARK, 1980; SRINIVASAN & Mc FARLAND, 2001). Quando submetidos a um campo magnético, os dipolos magnéticos dos materiais magnetostrictivos se orientam buscando o alinhamento com o campo externo, resultando em deformação do material. Embora, significativamente maiores, a distribuição dos esforços gerados por elementos magnetostrictivos é semelhante à gerada pelos eletrostrictivos (QUANDT, 1994; CLAEYSSSEN, 1991; WANG, 1992).

Nos transdutores atuais, os materiais magnetostrictivos são tipicamente compostos de terbídio e disprósio ligado com ferro (MOFFETT, 1991; CLAEYSSSEN, 1989). Um exemplo desta liga é o Terfenol-D, que pode ser alongado em até 1400 mm/m e vem sendo utilizado no controle ativo de vibrações, geralmente disposto na forma de uma barra cilíndrica dentro de um transdutor (BOSSUT, 1990; CLAEYSSSEN, 1990). Assim como nos elementos eletrostrictivos, as relações entre o campo magnético aplicado e os esforços produzidos é não linear e gera significativa histerese (GIURGIUTIU, 1996; JANOCHA, 1994).

Outro aspecto a ser considerado sobre o emprego de transdutores magnetostrictivos em sistemas adaptativos é o grande peso e tamanho dos atuais transdutores. Devido à sua capacidade de atuação maior que a dos piezoelétricos e eletrostrictivos, os transdutores magnetostrictivos são empregados como sensores e atuadores em situações que exigem a geração de grandes tensões e absorvedores de vibração voltados para a indústria de máquinas (BODY, 1996; DEBUS, 1996).

Os fluidos eletroreológicos (ER) e magnetoreológicos (MR) consistem de dispersões coloidais de partículas sólidas em um meio fluido isolante que experimentam modificações reversíveis de suas propriedades reológicas (viscosidade, plasticidade e

elasticidade) quando submetidos a campos elétricos ou magnéticos externos, respectivamente (BULLOUGH & STRINGER, 1973; TSUKIJI & UTASHIRO, 1996; KORDONSKY, 1993; DYKE et al., 1996).

O comportamento dos fluidos ER pode ser entendido pelo fato que o campo elétrico externo aumenta a tensão de cisalhamento do fluido, de modo que o fluido tipicamente Newtoniano, na ausência do campo elétrico, passa a se comportar como um fluido de Bingham onde se tem uma tensão de escoamento limite (WHITTLE et al., 1995, JANOCHA, 1999).

No caso de amortecedores, pode-se relacionar a força de amortecimento com a tensão de cisalhamento no fluido, e velocidade com a taxa de deformação de cisalhamento. Assim, é estabelecida a relação entre amortecimento e campo elétrico para os fluidos eletroreológicos (CARLSON & SPENCER Jr., 1996; DYKE et al., 1996). Logo, esses fluidos são capazes de realizar esforços relativamente grandes com campos elétricos comparativamente pequenos.

Os fluidos eletroreológicos e magnetoreológicos têm sido utilizados como atuadores em estruturas adaptativas enfocando a construção de válvulas hidráulicas sem partes móveis, amortecedores adaptativos, isoladores de vibrações, freios e embreagens (SRINIVASAN & Mc FARLAND, 2001; JANOCHA, 1999).

Um outro tipo de material que se enquadra entre os Materiais Funcionais, e que merece destaque dentro do desenvolvimento de estruturas adaptativas são as ligas com memória de forma (SMA) que são objetos de estudo deste trabalho e serão abordadas na próxima seção.

2.3 - LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

O efeito memória de forma é o fenômeno mais importante apresentado pelas ligas com memória de forma (SMA – *Shape Memory Alloys*). Ele foi descoberto em 1938 por A. Greninger da Universidade de Havard e V. G. Mooradian do Massachusetts Institute of Technology (TSUKA & WAYMAN, 1998). Eles observaram que a martensita do bronze podia ser induzida por tensão mecânica e depois desaparecer com posterior aquecimento (RYHÄNEN, 1999). Após essa descoberta o efeito memória de forma foi amplamente relatado por pesquisadores (TSUKA & WAYMAN, 1998; RYHÄNEN, 1999). Mais tarde, vários pesquisadores investigaram o fenômeno em várias outras ligas, tais como o Fe-Ni, Ni-Al e I-Cd (TSUKA & WAYMAN, 1998). Entretanto, foi somente em 1962, com a

descoberta do fenômeno apresentado pela liga Níquel-Titânio, feita por W. J. Buehler do *Naval Ordnance Laboratory*, que se pôde observar um crescente interesse pelo emprego destes materiais em situações que vão desde atuadores em estruturas adaptativas a implantes na medicina (BORDEN, 1991; STANEWSKY, 2001; NORBERT et al., 1992; HAGERMEISTER et al., 1995).

As SMA constituem uma classe de ligas metálicas com capacidade de sofrer e recuperar deformações relativamente grandes (em torno de 10%) sem apresentar deformações plásticas (DELAEY et al., 1974). Exemplos de SMA são, NiTi, FeNi, NiAl, CuZn, AuCuZn entre outros (EUCKEN, 1992).

Esta característica esta diretamente associada às transformações de fase na presença de tensões mecânicas e/ou variações de temperatura (KRISHNAN et al., 1974). Estas transformações são da fase austenítica, no estado livre de tensões, para a martensita (DUERIG, et al., 1990; FUNAKUBO, 1984; TOUMINEN, 1994).

Fundamentalmente, duas fases são possíveis Nestas ligas: austenita e martensita. Se a liga se encontra na fase austenítica e é resfriada, ocorre uma transformação gradual para a fase martensítica (transformação direta). Durante o resfriamento diferentes variantes de martensita são formadas. Se a SMA estiver no estado martensítico e sofrer aquecimento ocorrerá uma transformação para a fase austenítica (transformação inversa) (DELAEY et al., 1974).

Uma vez que, a transformação de austenita para martensita e a transformação inversa obtidas por aquecimento são graduais, surge a fração volumétrica de martensita (β), ($0 \leq \beta \leq 1$). Valores de $\beta = 1$ e $\beta = 0$ correspondem à fase completamente martensítica e completamente austenítica, respectivamente (BRINSON, 1993; ROGERS et al., 1991). Na SMA são identificadas quatro temperaturas características: M_s (*Martensite Start*), M_f (*Martensite Finish*), A_s (*Austenite Start*) e A_f (*Austenite Finish*). Elas representam o fim da transformação martensítica, início da transformação martensítica, início da transformação austenítica e fim da transformação austenítica, respectivamente, Figura 2.3.

Com a aplicação de um carregamento, tem-se um processo de reorientação (*detwinning*) de três das quatro variantes de martensita obtidas inicialmente em uma única direção que obedece à direção preferencial dada pelo alinhamento dos planos preferenciais com a direção principal do carregamento (WAYMAN, 1981).

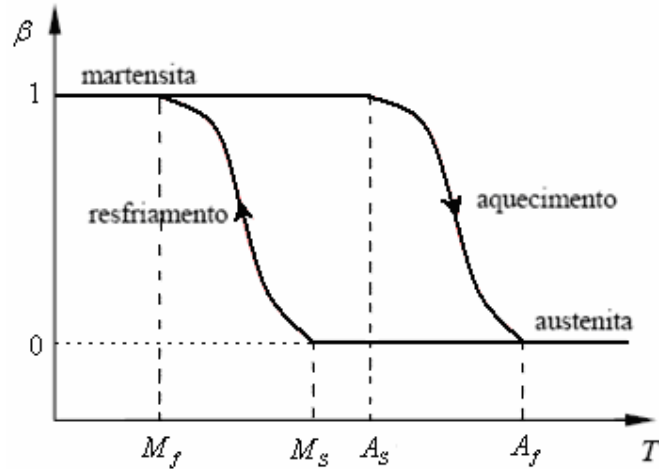


Figura 2.3 – Evolução de β em função da temperatura – Esquemático.

Em nível microscópico e para o caso particular da liga NiTi, a austenita possui estrutura cúbica de corpo centrado (BCC) e a martensita apresenta estrutura ortorrômbica (WAYMAN, 1981), Figura 2.4.

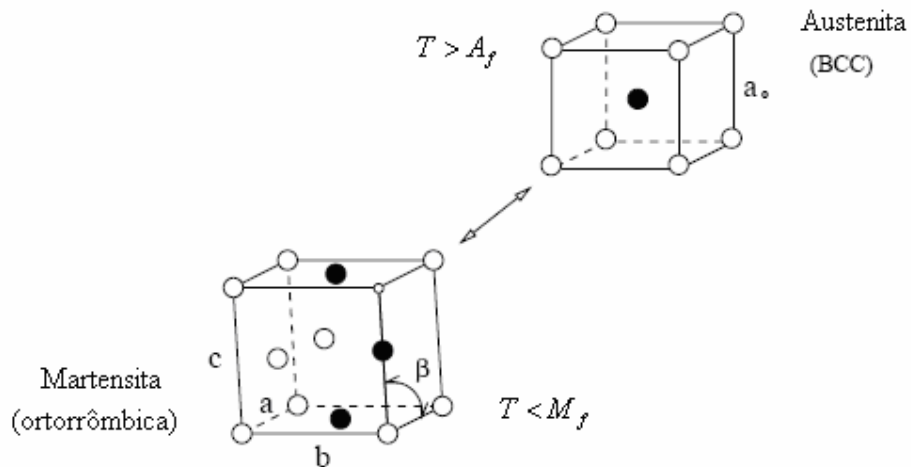


Figura 2.4 – Estrutura cúbica da liga de NiTi – Esquemático.

2.3.1 – Comportamento termomecânico das SMA

Basicamente observam-se três fenômenos nas SMA: quasiplasticidade, efeito memória de forma e pseudoelasticidade. Na fase austenita a liga apresenta um único tipo de estrutura cristalina (cúbica de corpo centrado). Já a martensita comporta diferentes

arranjos atômicos com orientações cristalográficas variadas (PERKINS, 1975; EUCKEN, 1992; WAYMAN, 1981; DELAEY et al., 1974).

Quando a martensita se forma somente através da variação da temperatura, Figura 2.5, ela é denominada martensita maclada ou martensita *twinned*. As transformações de fase induzidas por temperatura constituem a base para o entendimento do fenômeno de recuperação das deformações exibido pelas SMA (KRISHNAN et al., 1974). ZHANG et al. (1991) indicam a formação de até vinte e quatro variantes de martensita a partir do resfriamento da fase austenita. Estas vinte e quatro variantes estão dispostas em seis placas contendo quatro variantes cada (DUERIG et al., 1990; DELAEY et al., 1974).

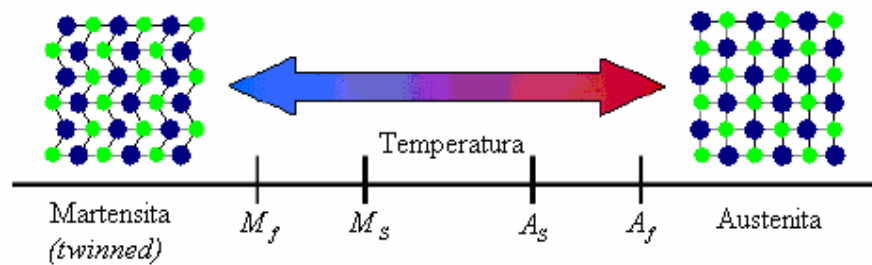


Figura 2.5 – Formação da martensita *twinned* – Esquemático.

Sob níveis de tensão suficientemente altos ocorre a formação de martensita *detwinned*, Figura 2.6. Neste caso, ela assume uma orientação relacionada ao tipo de tensão ao qual ela foi submetida (DELAEY et al., 1974).

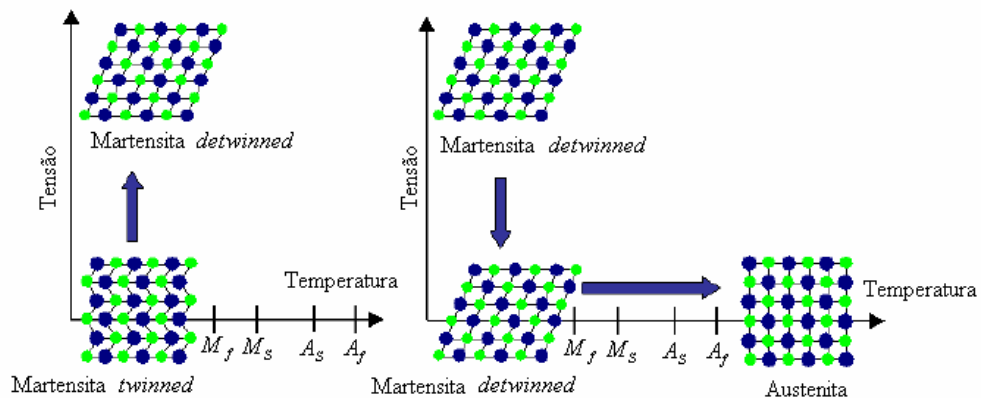


Figura 2.6 – Formação da martensita *detwinned* – Esquemático.

A Figura 2.7 mostra esquematicamente um diagrama tensão-deformação-temperatura que ilustra o comportamento termomecânico das SMA abaixo de M_f e quando aquecido acima de A_f .

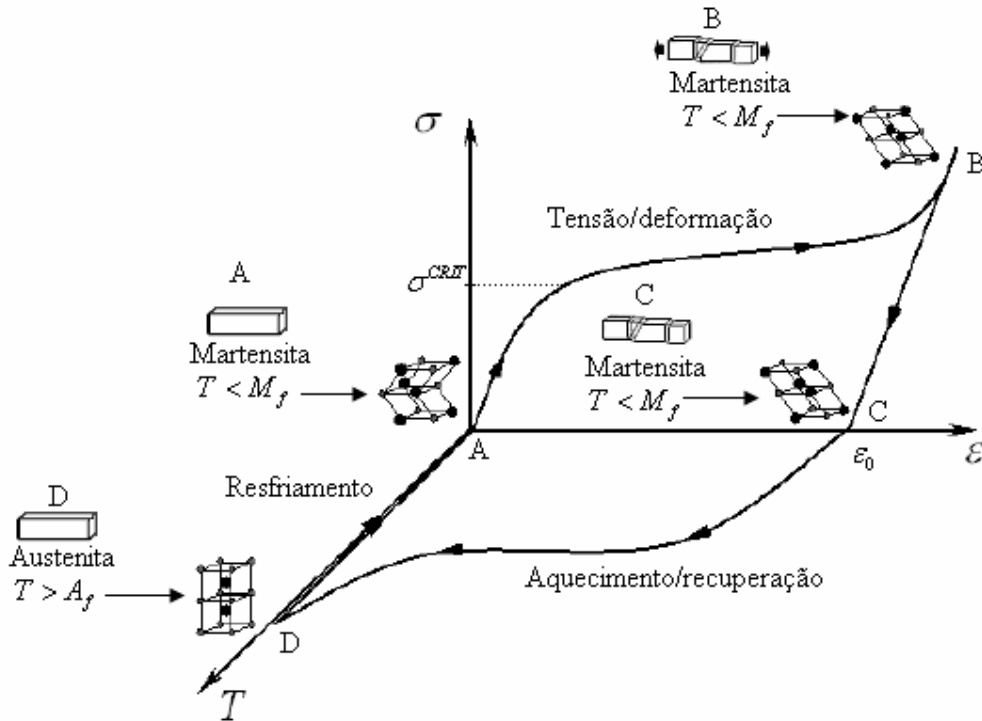


Figura 2.7 – Comportamento termomecânico das SMA.

Na Figura 2.7 uma amostra de SMA é submetida a um esforço trativo, inicialmente a uma temperatura inferior a M_f . Com o aumento da carga, observa-se inicialmente um comportamento elástico. Ao atingir um nível de tensão crítica σ^{CRIT} inicia-se uma deformação que prossegue sem variação significativa de tensão. Após uma deformação relativamente grande, próximo a 8%, que é característica de cada liga, o material volta a se comportar elasticamente. Após o descarregamento, e mantendo a temperatura abaixo de M_f , o material mantém a configuração deformada. A esse comportamento dá-se o nome de quasiplasticidade (KRISHNAN et al., 1974).

Quando o material é aquecido acima de A_f ele muda de fase assumindo uma configuração previamente definida. A essa mudança de forma com o aquecimento, após uma deformação quasiplástica, dá-se o nome de efeito memória de forma. Com o

resfriamento e livre de carga o material muda novamente de fase, mas macroscopicamente mantém a configuração pré-estabelecida (DELAEY et al., 1974; DUERIG et al., 1990).

Com a liga a uma temperatura acima de A_f , na fase austenita, e submetida a uma tensão trativa, observa-se novamente um comportamento elástico até um determinado nível de tensão (Figura 2.8). a partir daí tem uma deformação relativamente grande sem que ocorra variação significativa da tensão. Com a retirada da carga a liga retorna ao seu estado inicial, percorrendo uma histerese. A este comportamento dá-se o nome de pseudoelasticidade (DELAEY et al., 1974; DUERIG et al., 1990).

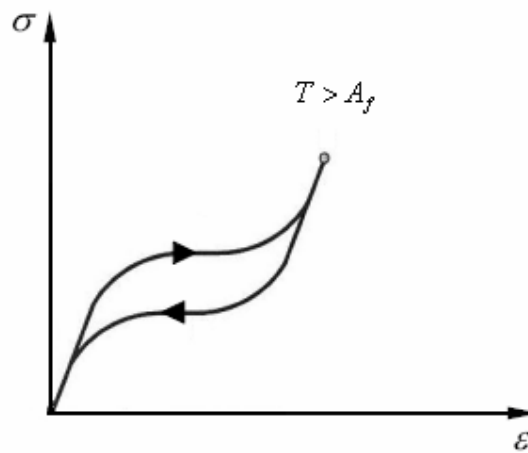


Figura 2.8 – Curva tensão-deformação pseudoelástica – Esquemático.

Dentre as propriedades que são alteradas durante a transformação de fase das SMA, procura-se explorar neste trabalho a variação do módulo elástico. Essa variação possibilita a aplicação desses materiais para o controle das propriedades dinâmicas em estruturas adaptativas, dentre varias outras aplicações.

2.3.2 – Aplicação das ligas com memória de forma

Um campo de aplicação das SMA que têm sido muito explorado nos últimos anos é na área da bioengenharia, tanto na medicina como na odontologia (PATOOR & BERVEILLER, 1994). RYHÄNEN (1999) desenvolveu um filtro de Simon baseado em SMA, que tem como função filtrar os coágulos que percorrem a corrente sanguínea. Para a inserção do filtro na corrente sanguínea, ele é deformado, a partir de sua forma original no estado martensítico. Logo depois é colocado na ponta do cateter. Uma solução salina que

flui através do cateter promove o resfriamento do filtro, enquanto ele é posicionado no interior do corpo humano. Quando o filtro é lançado do cateter, o fluxo da solução salina é interrompido e o aquecimento pela corrente sanguínea promove a recuperação de sua forma original, Figura 2.9.

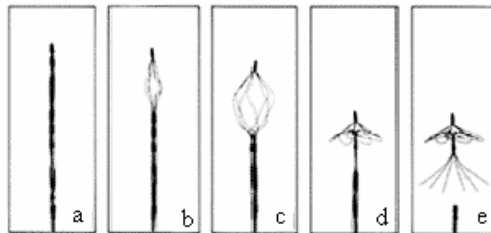


Figura 2.9 – Evolução das formas do filtro durante o aquecimento (MACHADO & SAVI, 2003).

Este dispositivo é inserido no corpo em forma de um bastonete (Figura 2.9a). Para isso é mantido sob refrigeração, e ao chegar ao local pretendido, permite-se o seu aquecimento através do calor do corpo. A sua forma final está representada na Figura 2.9e.

Na odontologia, a utilização de aparelhos ortodônticos baseados em SMA se iniciou em 1972 (MANTOVANI, 2000). Os aparelhos baseados em SMA (Figura 2.10) exploram o fenômeno da pseudoelasticidade, podendo fornecer uma força de restituição praticamente constante. As SMA apresentam, durante as transformações de fase, elevadas deformações para uma pequena variação da tensão. Assim, o uso das SMA em aparelhos ortodônticos elimina a necessidade de ajustes periódicos, acelerando o processo corretivo. Esses aparelhos proporcionam um maior conforto aos pacientes durante a instalação e também no processo corretivo (DUERIG et al., 1996).



Figura 2.10 – Aplicação das SMA na odontologia. (FERNANDES, 2006).

Uma outra aplicação das SMA foi no caça militar norte-americano Grumman F – 14 (SCHETKY, 1979). Para esse caça, foi utilizada uma luva feita de SMA para conexão de tubos hidráulicos. A luva foi deformada abaixo de M_f de maneira que seu diâmetro passou a ter cerca de 4% a mais que o diâmetro dos tubos. Conservando a luva em nitrogênio líquido, ela foi inserida em torno da conexão. Assim, aquecendo-a acima de A_f , a luva tendeu a recuperar o tamanho original conectando os tubos, Figura 2.11.

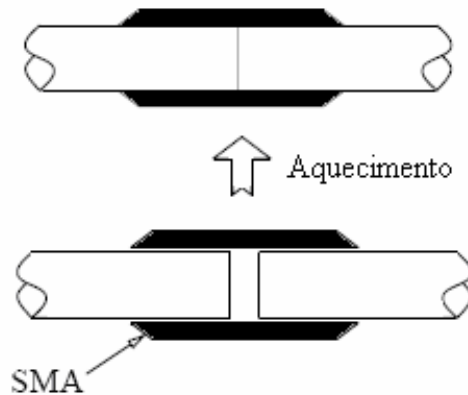


Figura 2.11 – Conexão de tubos via SMA (FUNAKUBO, 1987).

Dentre várias outras aplicações das SMA, podem-se citar as aplicações onde as SMA podem ser usadas para substituir dispositivos explosivos de separação de satélites e outros artefatos espaciais (BUSH et al., 1992). Tal dispositivo consiste de um parafuso revestido por uma luva de SMA. A luva é comprimida de forma a apresentar deformação residual. O aquecimento que ocorre no lançamento do satélite provoca na luva uma força trativa que rompe o parafuso provocando a separação.

No desenvolvimento de estruturas adaptativas procura-se aplicar as SMA basicamente em controle de forma e controle de vibração, explorando a grande vantagem das SMA em relação aos atuadores convencionais que é a sua elevada relação potência/peso.

MAVROIDIS (2002) compara a relação potência/peso de vários atuadores como motores DC, hidráulicos e pneumáticos, baseados em fluidos eletreológicos e atuadores de SMA. Neste estudo constatou-se que os motores DC apresentaram a menor relação potência/peso. Entre todos, os atuadores com SMA foram os que apresentam a melhor relação potência/peso para a faixa de 0 a 10kg, Figura 2.12.

O desenvolvimento de novas aplicações de SMA em conjunto com outros elementos constituindo um material híbrido modifica a rigidez ou estado de tensões deste material, proporcionando uma maior capacidade de amortecimento (ROGERS et al., 1991; ZAK et al., 2003).

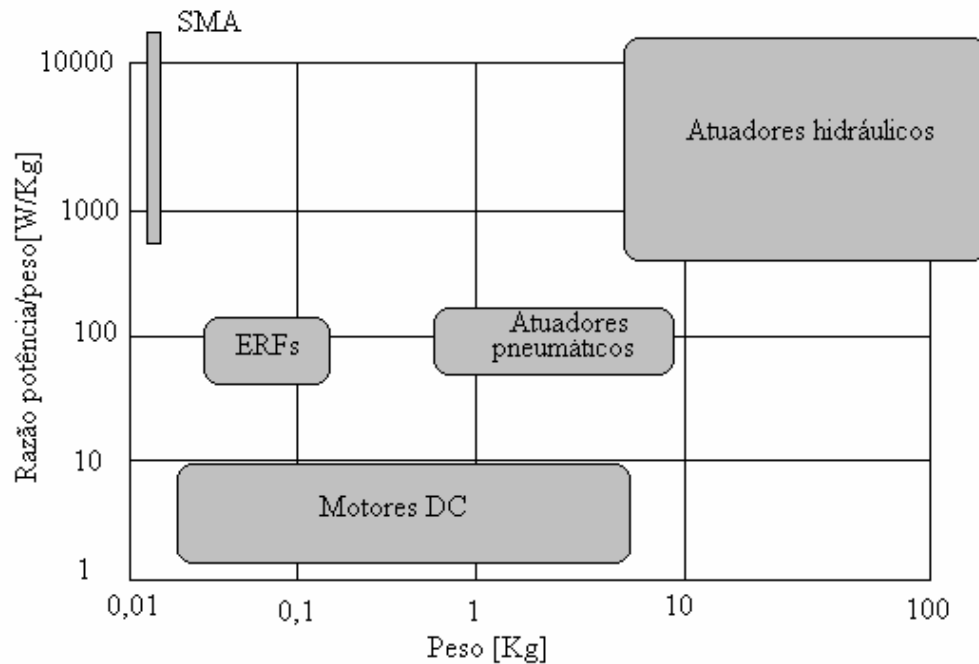


Figura 2.12 – Razão potência/peso (MAVROIDIS, 2002).

A Figura 2.13 mostra atuadores de SMA em uma base de sustentação de uma ponte. Através da variação de temperatura da estrutura modifica-se a rigidez dos atuadores, conseqüentemente, da estrutura como um todo proporcionando um maior amortecimento (FERNANDES, 2006).

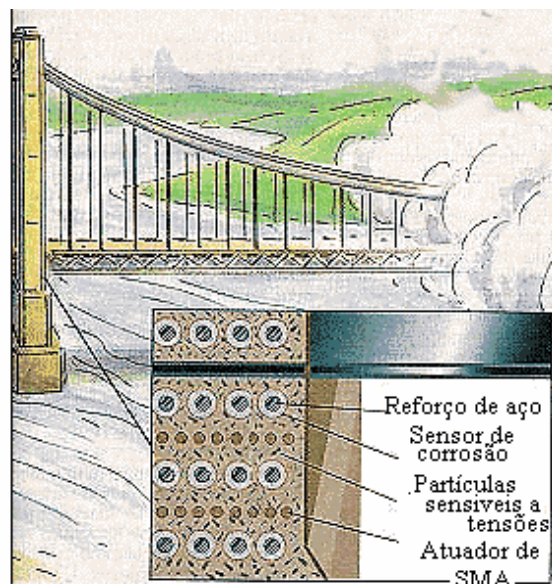


Figura – 2.13 Estrutura de uma ponte com atuadores de SMA (FERNANDES, 2006).

2.4 – MATERIAIS COMPÓSITOS

No contexto do presente estudo, materiais compósitos são definidos em termos macro-estruturais (matrizes e reforços), onde o compósito é uma combinação macroscópica de dois ou mais materiais distintos, possuindo uma interface distinta entre si (SCHWARTZ, 1984; MANO, 1991; CALLISTER Jr., 1997).

Os compósitos são formados pela combinação de dois componentes: um deles é denominado de matriz, que é contínua e envolve completamente o outro componente, denominado reforço. As propriedades dos compósitos são funções desses componentes, suas quantidades relativas e principalmente da geometria do reforço. De acordo com o tipo de reforço, os compósitos podem ser classificados em três grupos: particulados (reforçados com partículas), fibrosos (reforçados com fibras) e compósitos laminados. Entende-se por partícula um componente disperso que apresenta aproximadamente à mesma dimensão em todas as direções, enquanto as fibras apresentam uma elevada relação entre seu comprimento e diâmetro (CALLISTER Jr., 1997). A Figura 2.14 apresenta esquematicamente os três tipos de compósitos.

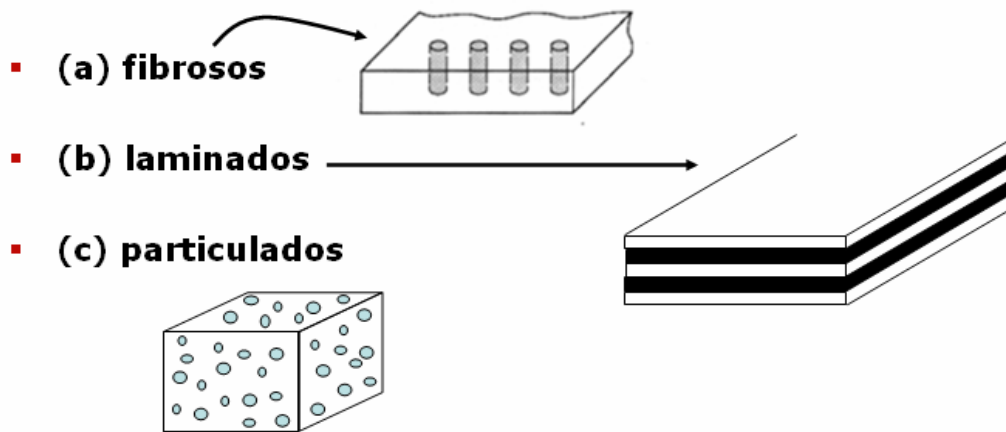


Figura 2.14 – Diferentes tipos de compósitos (CALLISTER Jr., 1997).

Tecnologicamente, os compósitos mais importantes e mais aplicados são os fibrosos (CALLISTER Jr., 1997). Como a forma fibrosa da maioria dos materiais apresenta, inerentemente, melhores propriedades de resistência e rigidez, que o mesmo material em sua forma bruta, a utilização de fibras torna-se muito interessante sob o ponto de vista estrutural. O método mais eficiente encontrado consiste em combinar um material fibroso de alta resistência à tração e alto módulo elástico com um material de baixo módulo e baixa resistência (SCHWARTZ, 1984; TAYLOR, 1994; BEBER, 1999).

2.4.1 – Matrizes

A matriz tem várias funções. Em princípio ela é responsável pela união dos reforços que compõe o compósito, atuando como meio através do qual as solicitações externas são transmitidas e distribuídas para aos reforços (HOLLAWAY, 1993; CALLISTER Jr., 1997). Apenas uma parcela muito pequena desta solicitação é absorvida pela matriz.

A matriz tem, também, como função, atuar na proteção das fibras, formando uma camada entre as fibras e o ambiente, protegendo-as contra a abrasão, umidade, oxidação e agentes agressivos, de natureza química e biológica. Além disso, a matriz é responsável por manter as fibras posicionadas corretamente.

2.4.2 – Reforços

Os reforços podem ser fibras contínuas ou picadas como ilustrado na Figura 2.15. Cada tipo apresenta propriedades e características diferentes.

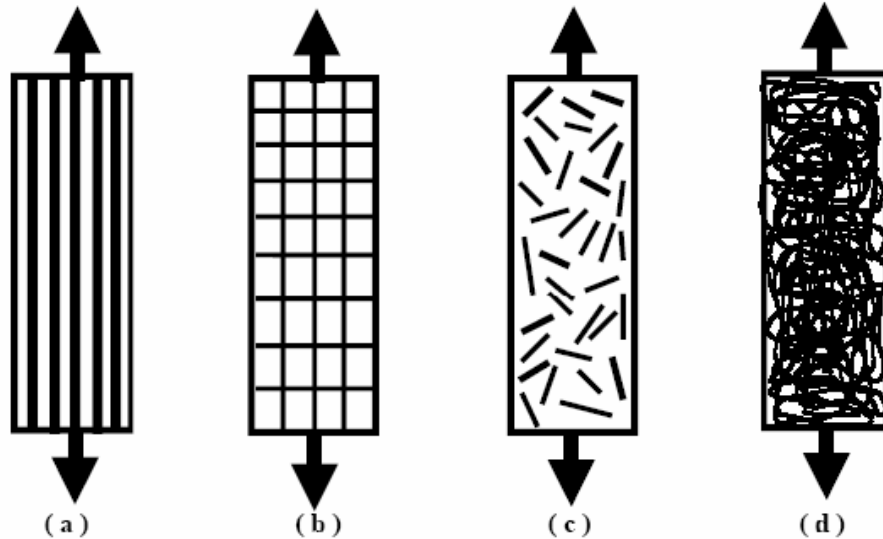


Figura 2.15 – Tipo de reforços: (a) unidirecional; (b) tecido bidirecional balanceado; (c) fibras picadas; e (d) manta contínua (LEVY & PARDINI, 2006).

2.4.3 – Fibras

As fibras podem ser definidas como material filamental, cuja razão comprimento e diâmetro seja no mínimo igual a 100. Embora não haja restrições quanto a um diâmetro mínimo, o máximo diâmetro não deve ser superior a 0,25 mm (JONES, 1975).

Diversas fibras podem ser utilizadas, incluindo-se as de vidro, carbono e boro, além de fibras produzidas a partir de polímeros sintéticos. Construir fibras envolve alinhar as ligações atômicas, preferencialmente na direção longitudinal dos filamentos. A alta resistência à tração está associada à melhoria da atração intermolecular resultante deste alinhamento (SCHWARTZ, 1984). Fibras poliméricas são fabricadas a partir de polímeros cuja geometria e composições químicas são basicamente cristalinas e cujas forças intermoleculares são fortes. Para fins desse trabalho a mais importante propriedade das fibras é o seu módulo elástico.

As principais características mecânicas das fibras são apresentadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Propriedades mecânicas de fibras (KENDALL, 1999).

Propriedade	Vidro – E	Aramida (A) Kevlar 49	Carbono de elevada resistência	Carbono de elevado módulo
Resistência a tração (MPa)	2400	3600	3300 – 4700	1500 – 4700
Módulo elástico (GPa)	70	130	230 – 300	345 – 590
Densidade (Kg/m ³)	2,56	1,44	1,8	1,9
Coeficiente de dilatação térmica (10 ⁻⁶ /°C)	5,0	-2 (longitudinal)	-1 (longitudinal)	-1 (longitudinal)
		59 (transversal)	17 (transversal)	

2.5 - VIBRAÇÕES MECÂNICAS

A vibração é um fenômeno físico presente na natureza de um modo geral. Todos os corpos dotados de massa e elasticidade são capazes de vibrar. Desse modo, a maior parte das máquinas e estruturas está sujeita a certo grau de vibração, e o seu projeto requer geralmente o exame do seu comportamento oscilatório (THOMSON, 1978). Estas vibrações muitas vezes podem levar a falhas e deterioração do desempenho do sistema. Logo, tais níveis críticos de vibração são indesejáveis.

O controle de vibrações teve um primeiro impulso nos anos 50 quando OLSON & MAY (1953) generalizaram o absorvedor sonoro eletrônico para o controle de vibrações. Técnicas adaptativas foram aplicadas para o controle de vibração em estruturas nos anos 60 quando BONESHIO & BOLLINGER (1968) descreveram como construir um amortecedor de vibração auto otimizável, onde um circuito analógico de controle variava a rigidez do absorvedor.

Em muitas máquinas e estruturas como automóveis, aviões, navios, motores, equipamentos industriais, turbinas, tubulações, edifícios e torres de telecomunicações a vibração às vezes é indesejável e busca-se reduzi-la, ou as vezes, é essencial e busca-se explorá-la (CLOUGH & PENZIEN, 1975).

Observam-se duas classes de vibrações, que são denominadas de vibrações livres e vibrações forçadas. A primeira ocorre quando o sistema oscila em função das condições iniciais impostas ao sistema, sem a ação contínua de forças externas. Neste caso, a frequência natural é função da massa e da rigidez do sistema. Na vibração forçada, têm-se uma imposição de forças externas sobre o sistema provocando uma excitação na frequência que pode coincidir com a frequência natural, ocasionando um estado de ressonância.

MEIROVITCH (1990) identifica três tipos de sistemas de controle de vibração: (i) Controle passivo de vibrações; no qual a energia vibratória é absorvida sem a necessidade de energia externa. Entretanto, absorvedores passivos são efetivos somente quando a frequência e o amortecimento são adequados para as condições de operação em questão. Tais condições são muitas vezes variáveis com o tempo, e por este motivo os absorvedores perdem eficiência e até mesmo amplificam o nível de vibração ao invés de atenuá-lo. (ii) Controle adaptativo de vibrações. Este caso envolve a incorporação de um material com comportamento conhecido e controlável ao sistema cujo nível de vibração deve ser controlado, de forma que seja possível sintonizar a resposta do sistema através deste elemento para se atingir um nível de vibração mais baixo. (iii) Controle ativo de vibrações. O que envolve o uso de atuadores, que por sua vez requerem energia externa. A força necessária é usada para melhorar o nível de absorção e é tradicionalmente aplicada entre a massa do absorvedor e o sistema primário, paralelamente ao elemento elástico que suporta a massa do absorvedor. Este absorvedor ativo pode então ser controlado por diferentes algoritmos, tornando-o mais sensível às perturbações no sistema primário.

Atualmente buscam-se soluções para problemas de controle de vibração pelo emprego de atuadores avançados para o desenvolvimento de estruturas adaptativas. Esses sistemas são capazes de se adaptar a variações de parâmetros e/ou variáveis, permitindo assim que sua performance seja otimizada (JANOCHA, 1999; UTKU, 1998).

2.6 – MATERIAIS SMAHC

Nas últimas décadas o emprego das SMA, em conjunto com outros materiais, vem motivando diversas aplicações para o controle passivo, ativo e adaptativo de vibrações em

máquinas e estruturas (CHOI & HWANG, 2000; WILLIAMS et al., 2002). ROGERS & ROBERTSHAW (1988) propuseram uma nova classe de aplicação desses materiais. Eles analisaram atuadores de SMA embebidos em estruturas compósitas, tais estruturas passaram a ser conhecidas na literatura como (SMAHC – *Shape Memory Alloys Hybrid Composite*). PAINE & ROGERS (1994) apresentaram um estudo sobre dois métodos de aplicação dos atuadores de SMA em materiais SMAHC. Primeiro, com os atuadores de SMA embebidos na matriz compósita; e segundo com os elementos com memória de forma posicionados a certa distância do eixo neutro da estrutura. TURNER (2000, 2001) apresenta um modelo termomecânico para explorar as respostas dinâmicas e estáticas, confecção e caracterização de materiais SMAHC.

Os materiais SMAHC são basicamente constituídos de SMA e materiais compósitos e caracterizadas pela combinação das características de cada um de seus elementos constituintes (ZAK et al., 2003). GOTTHARDT & BIDAUX (1998) investigaram a aplicação de reforçadores com memória de forma em compósitos para controlar a vibração através da variação das propriedades mecânicas do sistema ativando e desativando os reforçadores com memória de forma. WILLIAMS et al. (2002) apresentam um dispositivo adaptativo com elementos de memória de forma que possui a capacidade de alterar sua rigidez de acordo com a temperatura dos elementos com memória. Esta propriedade faz com que o dispositivo possa atenuar as vibrações através de uma faixa de frequência apenas alterando-se a temperatura dos elementos com memória de forma. A Figura 2.16 ilustra uma estrutura SMAHC com elementos de SMA posicionados fora do plano médio.

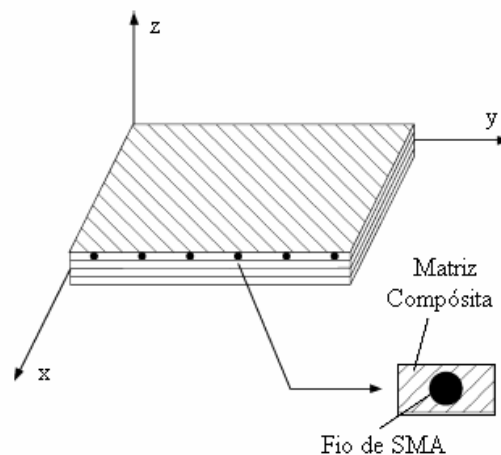


Figura 2.16 – Estrutura SMAHC (OSTACHOWICZ & KACZMARCZYK, 2001).

ROGERS et al. (1991), analisam as aplicações dessas estruturas para o controle acústico, explorando-se a variação do módulo elástico das SMA, onde se controla o modo de vibração do SMAHC, bem como sua amplitude

As estruturas SMAHC podem ser utilizadas basicamente de duas formas. Para controle de forma com elementos de SMA pré-deformados e montados fora do eixo neutro da estrutura. Neste caso, quando acionados, os elementos de SMA tendem a recuperar a forma e conseqüentemente deformam a estrutura. Portanto, controlando-se o acionamento dos elementos de SMA pode-se controlar a forma da estrutura.

Outro emprego das estruturas SMAHC é para o controle de vibração. Neste caso explora-se apenas a variação do módulo elástico dos elementos de SMA, através da variação de temperatura.

Neste trabalho, considera-se a estrutura SMAHC do tipo viga com fios de SMA embebidos no plano médio e sem pré-deformação. O objetivo é analisar sua frequência natural de vibração através da variação do módulo elástico dos atuadores.

03 - MODELAGEM CONTITUTIVA DAS LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

A necessidade de uma análise mais precisa do comportamento termomecânico das SMA tem tornado cada vez maior o interesse no desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de descrevê-lo de forma adequada, permitindo explorar todo seu potencial. A modelagem destas ligas possui duas abordagens (BIRMAN, 1997). A microscópica tem um enfoque que leva em consideração aspectos metalúrgicos das ligas, tendo sido tratada por diversos autores, dentre eles (NISHIYAMA, 1978; ACHENBACH & MÜLLER, 1982; SUN & HWANG, 1993; FISCHER & TANAKA, 1992; COMSTOCK, 1996; GALL & SEHITOGLU, 1999; SITTNER & NOVÁK, 2000). A abordagem macroscópica se baseia em aspectos fenomenológicos (WASILEVSKI, 1975). Dentro dessa linha, a seguinte classificação pode ser proposta: modelos polinomiais, modelos com restrições internas, modelos baseados em plasticidade e modelos com cinética de transformação de fase assumida (BIRMAN, 1997).

A maioria dos modelos polinomiais define a energia livre de Helmholtz na forma polinomial, e descreve os comportamentos pseudoelásticos e o efeito memória de forma (FALK, 1980, 1983, 1990). Os modelos com restrições internas consideram restrições associadas à coexistência das diferentes fases do material. Nesse contexto, FREMOND (1996) desenvolveu um modelo tridimensional que também representa os fenômenos de memória de forma e pseudoelasticidade. O modelo considera três variáveis internas que devem obedecer as restrições internas. SAVI & BRAGA (1993) e BAÊTA NEVES et al. (2003) promoveram modificações no modelo original de FREMOND. Essa classe de modelos permite descrever os principais comportamentos das SMA apresentando um menor número de restrições, quando comparada com a grande maioria das Ferramentas já desenvolvidas.

Os modelos baseados em plasticidade se propõem a explorar as idéias bem estabelecidas da teoria da elastoplasticidade (SIMO & TAYLOR, 1986). BERTRAN (1982) propôs um modelo tridimensional utilizando conceitos de endurecimento cinemático e isotrópico. DA SILVA, (1995) e SOUZA et al. (1998) também apresentam um modelo capaz de descrever os fenômenos de memória de forma e pseudoelasticidade utilizando os conceitos da plasticidade. Os trabalhos de AURICCHIO e co-autores (AURICCHIO & LUBLINER, 1997) também podem ser enquadrados nesse caso.

Inicialmente proposto para um contexto unidimensional, o modelo foi posteriormente extrapolado para um contexto tridimensional (AURICCHIO et al., 1997; AURICCHIO & SACCO, 1997). Há, ainda, outros modelos que exploram conceitos utilizados pela plasticidade como GOVINDJEE & KASPER (1997), LECLERCQ et al., (1995), dentre outros.

Os modelos com cinética de transformação assumida conhecidos na literatura consideram funções matemáticas (cossenoidais, exponenciais, etc.) para descrever a cinética das transformações de fase. O primeiro modelo a apresentar esta formulação foi proposto por TANAKA & NAGAKI (1982), tendo dado origem a outros modelos que apresentam alterações nas funções de cinética de transformação como o de LIANG & ROGERS (1990), BRINSON (1993), IVSHIN & PENCE (1994), BODY & LAGOUDAS (1996), dentre outros. Pelo fato de seu uso ter se popularizado, estes modelos apresentam maiores comprovações experimentais, ocupando um importante espaço na modelagem do comportamento das ligas com memória de forma.

Os modelos com cinética de transformação assumida consideram que a transformação de fase é regida por uma função conhecida. TANAKA & NAGAKI (1982) desenvolveram um modelo termodinâmico baseado em taxas de tensão, deformação e temperatura. O modelo de TANAKA & NAGAKI, assim como os outros modelos, consideram, além da deformação, ε , e da temperatura, T , uma variável interna escalar, β , que representa a fração volumétrica da fase martensítica. A relação constitutiva entre a tensão, σ , e as variáveis internas para as SMA, pode ser expressa na forma de taxas temporais da seguinte forma:

$$\dot{\sigma} = E\dot{\varepsilon} - \alpha\dot{\beta} - \Omega\dot{T}, \quad (3.1)$$

sendo que E representa o módulo elástico, α o coeficiente de expansão térmica e Ω o tensor de transformação. Estudos experimentais (BRINSON, 1993) revelam que estes coeficientes devem ser expressos em função das variáveis de estado ε , T e β , no entanto, de uma maneira geral, são considerados constantes.

Para se determinar o tensor de transformação α , utiliza-se a restrição da máxima deformação residual, ε_R , que é uma constante do material e pode ser obtida experimentalmente convertendo-se a liga inicialmente em martensita *twinned*, para

martensita *detwinned* e posteriormente descarregando-a a uma temperatura inferior a A_s (BRINSON, 1993).

$$\alpha = -\varepsilon_R E . \quad (3.2)$$

Tendo em vista a natureza não difusiva da transformação martensítica (TANAKA, 1985), a fração volumétrica da martensita é expressa em função dos valores instantâneos de tensão e temperatura, conforme Equação (3.3):

$$\beta = \beta(\sigma, T) . \quad (3.3)$$

Neste trabalho, o modelo apresentado por TANAKA (TANAKA & NAGAKI, 1982; TANAKA, 1985) e modificado por LIANG & ROGERS (1990) e BRINSON (1993) será utilizado para descrever o comportamento dos materiais com memória de forma. Neste caso, consideram-se as ligas em que $M_s < M_f < A_s < A_f$ (BRINSON, 1993). Consideram-se também as versões unidimensionais dos modelos.

3.1 – MODELO DE TANAKA

O modelo baseia-se na variação de energia interna para a formulação da equação da cinética de transformação. O comportamento do material é descrito através das variáveis do modelo em forma de taxas. As transformações de fase são descritas através de funções exponenciais. Assim para a transformação de austenita para martensita admite-se a seguinte função:

$$\beta = 1 - \exp[-a_M(M_s - T) - b_M\sigma] + \beta_0, \quad (3.4)$$

na qual a_M e b_M são constantes positivas do material, enquanto β_0 representa a fração volumétrica de martensita quando se inicia a transformação. O limite de tensão que determina o início da transformação é definido por:

$$\sigma_{M_s} \geq \frac{a_M}{b_M}(T - M_s). \quad (3.5)$$

Uma vez que a transformação é governada por uma lei exponencial, a variável interna β tende assintoticamente para um valor unitário. O artifício utilizado para contornar este problema é considerar que a transformação esta totalmente completa para $\beta = 0,99$ (TANAKA & NAGAKI, 1982). Assim, uma expressão final para o término da transformação é dada por

$$\sigma_{M_f} = \frac{2\ln(10)}{b_M} - \frac{a_M}{b_M}(M_s - T). \quad (3.6)$$

Para a transformação reversa, ou seja, da martensita para austenita, têm-se novamente uma transformação governada por uma lei exponencial, que é descrita pela expressão:

$$\beta = \beta_0 \exp[-a_A(T - A_s) - b_A\sigma]. \quad (3.7)$$

Analogamente ao caso anterior, a_A e b_A são constantes materiais positivas. Esta equação se aplica para valores de tensão que determinam o início da transformação reversa, esses valores são descritos por

$$\sigma_{A_s} \leq \frac{a_A}{b_A}(T - A_s). \quad (3.8)$$

Assim como para a transformação direta define-se um limite que irá determinar o fim da transformação reversa, considerando-se que a transformação estará completa quando $\beta = 0,01$ (TANAKA, 1985), obtendo-se a seguinte expressão final para o término da transformação:

$$\sigma_{A_f} = -\frac{2\ln(10)}{b_A} - \frac{a_A}{b_A}(A_s - T). \quad (3.9)$$

3.2 – MODELO DE LIANG & ROGERS

O modelo proposto por LIANG & ROGERS (1990) é unidimensional, e ao invés de uma lei exponencial para governar as transformações tem-se uma leis envolvendo

cossenos. Esse modelo foi aplicado em estudos de controle acústico de vibrações (ROGERS, 1990; ANDERS et al., 1992) e os resultados são coerentes com dados experimentais. A lei de transformação de austenita para martensita é dada por:

$$\beta = \frac{1-\beta_0}{2} \cos \left[a_M \left(T - A_f - \frac{\sigma}{C_M} \right) \right] + \frac{1+\beta_0}{2}. \quad (3.10)$$

Semelhantemente ao modelo de TANAKA o modelo de LIANG & ROGERS também considera um limite de tensão para que ocorra a transformação. Esse limite é definido por

$$C_M(T - M_s) < \sigma < C_M(T - M_f). \quad (3.11)$$

Para a transformação reversa, (de martensita para austenita) a expressão é dada por

$$\beta = \frac{\beta_0}{2} \left\{ \cos \left[a_A \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\}. \quad (3.12)$$

O limite de tensão é dado por

$$C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_s), \quad (3.13)$$

de modo que

$$a_A = \frac{\pi}{A_f - A_s} \quad \text{e} \quad a_M = \frac{\pi}{M_s - M_f}, \quad (3.14)$$

na qual C_M e C_A são constantes de transformação.

3.3 – MODELO DE BRINSON

O modelo proposto por BRINSON (1993) traz uma modificação na cinética de transformação. Assim como no modelo de LIANG & ROGERS, utilizam-se expressões cossenoidais. No entanto, separando-se a variável interna β em duas novas variáveis utilizadas para representar de forma distinta as frações martensíticas induzidas por temperatura, β_T , e por tensão, β_σ , de forma que

$$\beta = \beta_T + \beta_\sigma. \quad (3.15)$$

Considerando-se essas novas variáveis, a Equação (3.1) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\dot{\sigma} = E\dot{\varepsilon} - \alpha\dot{\beta}_\sigma - \Omega\dot{T}. \quad (3.16)$$

Na Equação (3.16) os pontos representam derivadas em relação ao tempo. Enquanto Ω pode ser considerado constante, β representa a fração martensítica. Como a fração martensítica é função da tensão e da temperatura tem-se que $\beta = \beta(\sigma, T)$.

Integrando-se a Equação (3.16) em relação ao tempo, a equação fica reduzida a uma forma explícita dada por

$$\sigma - \sigma_0 = E\varepsilon - E_0\varepsilon_0 + \alpha\beta_\sigma - \alpha_0\beta_{\sigma_0} + \Omega(T - T_0). \quad (3.17)$$

Os termos com subscritos zero representam a condição inicial. Estes termos podem ser considerados constantes. Desta forma, a equação pode ser reescrita da forma:

$$\sigma = E\varepsilon + \alpha\beta_\sigma + \Omega T + \Lambda_0, \quad (3.18)$$

sendo que

$$\Lambda_0 = \sigma_0 - E_0\varepsilon_0 - \alpha_0\beta_{\sigma_0} - \Omega T_0. \quad (3.19)$$

BRINSON (1993) estabelece ainda uma relação linear envolvendo os módulos elásticos da liga correspondentes às fases austenita e martensita. Para $\beta = 1$ tem-se apenas martensita, logo, $E = E_M$. Quando $\beta = 0$ tem-se somente austenita, conseqüentemente, $E = E_A$. Com essas considerações chega-se a uma relação entre os módulos elásticos das duas fases dada por

$$E(\beta) = E_A + \beta(E_M - E_A). \quad (3.20)$$

Nota-se nesta equação que o módulo elástico da SMA pode ser determinado de acordo com a fração martensítica a qual ele se encontra.

BRINSON (1993) mostra que o tensor de transformação α que é uma função da fração martensítica β , está intimamente relacionada à variação do módulo elástico, e é dado por

$$\alpha(\beta) = -\varepsilon_L E(\beta). \quad (3.21)$$

O diagrama mostrado na Figura 3.1 estabelece como as tensões de transformação variam com a temperatura.

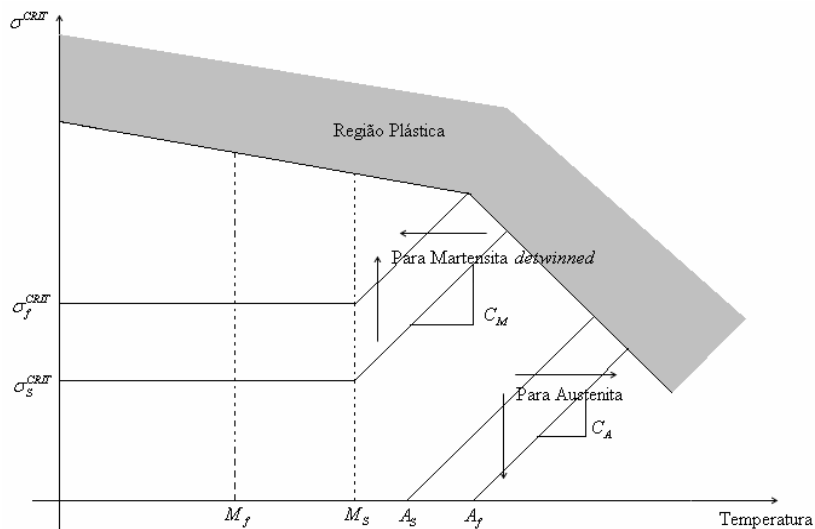


Figura 3.1 – Regiões de conversão de martensita *twinned* em martensita *detwinned* e austenita em função das tensão e temperatura (BRINSON, 1993).

Nota-se no diagrama apresentado na Figura 3.1, que existe uma relação linear entre as tensões de transformação e as temperaturas da liga. Esta relação fornece os coeficientes C_M e C_A , que são constantes de transformação da liga.

As equações que descrevem os comportamentos de início e fim das transformações de fase da austenita em martensita são dadas por

$$\sigma_s = \sigma_s^{CRIT} + C_M(T - M_s) \quad \text{para } T > M_s, \quad (3.22a)$$

$$\sigma_s = \sigma_s^{CRIT} \quad \text{para } T \leq M_s, \quad (3.22b)$$

$$\sigma_f = \sigma_f^{CRIT} + C_M(T - M_s) \quad \text{para } T > M_s, \quad (3.23a)$$

$$\sigma_f = \sigma_f^{CRIT} \quad \text{para } T \leq M_s. \quad (3.23b)$$

Para a transformação reversa as tensões de início e fim da transformação são dadas por

$$\sigma_s = C_A(T - A_s) \quad \text{para } T > A_s, \quad (3.24a)$$

$$\sigma_f = C_A(T - A_f) \quad \text{para } T < A_s. \quad (3.24b)$$

A cinética de transformação é dada por equações que descrevem a evolução da fração martensítica. O modelo de TANAKA sugere um modelo cinético exponencial. Com isso a transformação nunca se completa. Para contornar este problema, utilizam-se aproximações para os casos extremos.

ROGERS et al. (1991) sugeriu um modelo cosenoidal, que se apresentou mais adequado que o modelo exponencial. Como o modelo de TANAKA, este modelo fornece o valor da fração martensítica β de acordo com as tensão e temperatura da liga, mas com uma variação da fração martensítica entre zero e um, sem a necessidade de aproximações. A conversão entre martensita *twinned* e martensita é descrita pelas seguintes Equações:

Para temperaturas $T > M_s$ e dentro do limite de tensão dado por

$$\sigma_s^{CRIT} + C_M(T - M_S) < \sigma < \sigma_f^{CRIT} + C_M(T - M_S), \quad (3.25)$$

as equações constitutivas que descrevem a transformação são

$$\beta_\sigma = \frac{1 - \beta_{\sigma_0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{CRIT} - \sigma_f^{CRIT}} (\sigma - \sigma_f^{CRIT} - C_M(T - M_S)) \right\} + \frac{1 + \beta_{\sigma_0}}{2}, \quad (3.26)$$

$$\beta_T = \beta_{T_0} - \frac{\beta_{T_0}}{1 - \beta_{T_0}} (\beta_\sigma - \beta_{\sigma_0}). \quad (3.27)$$

Para temperaturas $T < M_S$ e dentro do limite de tensão $\sigma_s^{CRIT} < \sigma < \sigma_f^{CRIT}$, tem-se

$$\beta_\sigma = \frac{1 - \beta_{\sigma_0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{CRIT} - \sigma_f^{CRIT}} (\sigma - \sigma_f^{CRIT}) \right\} + \frac{1 + \beta_{\sigma_0}}{2}, \quad (3.28)$$

$$\beta_T = \beta_{T_0} - \frac{\beta_{T_0}}{1 - \beta_{\sigma_0}} (\beta_\sigma - \beta_{\sigma_0}) + \Delta_{T\beta}, \quad (3.29)$$

sendo que

$$\Delta_{T\beta} = \frac{1 - \beta_{T_0}}{2} [\cos(a_M(T - M_f)) + 1] \quad \text{se } M_f < T < M_S \quad \text{e } T < T_0. \quad (3.30a)$$

Para os demais casos vale

$$\Delta_{T\beta} = 0. \quad (3.30b)$$

Para a transformação de martensita em austenita a temperaturas $T > A_S$, e dentro da faixa de tensão $C_A(T - A_f) < \sigma < \sigma_f^{CRIT} + C_A(T - A_S)$, tem-se as equações seguintes:

$$\beta_{\sigma} = \frac{\beta_{\sigma_0}}{2} \left\{ \cos \left[a_A \left(T - A_S - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\}, \quad (3.31)$$

$$\beta_T = \frac{\beta_{T_0}}{2} \left\{ \cos \left[a_A \left(T - A_S - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\}, \quad (3.32)$$

sendo que a_A e a_M são similares aos definidos no modelo de LIANG & ROGERS, enquanto β_{σ_0} e β_{T_0} representam as frações volumétricas de martensita induzidas por tensão e temperatura respectivamente.

04 – ANÁLISE DINÂMICA DE VIBRAÇÃO DE UMA ESTRUTURA DO TIPO VIGA

Este capítulo discute aspectos teóricos da vibração livre de sistemas contínuos, com especial atenção para estruturas do tipo viga. A vibração transversal destas estruturas será discutida em detalhes, desde a obtenção do modelo analítico dado pela equação diferencial de quarta ordem com o estabelecimento de algumas hipóteses simplificadoras, até o modelo proposto para vigas SMAHC.

Uma vibração mecânica surge geralmente quando um sistema é deslocado da sua posição de equilíbrio estável. Esse movimento pode ser periódico, não – periódico ou transiente. Existem dois elementos essenciais para a ocorrência da vibração: a inércia (ou massa) que armazena energia cinética e a rigidez (efeito mola) que armazena energia potencial elástica. O efeito mola restaura o movimento, trazendo a massa para sua posição de equilíbrio, provocando a oscilação do sistema. Existe, portanto, uma conversão de energia potencial em cinética, e vice-versa, entre os dois componentes, massa e mola (RAO, 1995).

A vibração livre ocorre quando não existe excitação externa, mas somente energia potencial e cinética, no instante inicial. A vibração livre sem amortecimento pode ser considerada, em muitos casos, um movimento harmônico, cuja frequência natural depende exclusivamente das propriedades do sistema, como a massa e a rigidez. A vibração forçada decorre da aplicação de forças externas ao sistema, podendo ser periódica, não – periódica ou aleatória. Normalmente, a vibração forçada com amortecimento consiste em duas partes: a transiente, que desaparece num curto intervalo de tempo, e a permanente (CRAIG, 1981; THOMSON, 1978).

4.1 – FREQUÊNCIA NATURAL E MODOS DE VIBRAÇÃO

Para sistemas com um grau de liberdade a frequência natural se apresenta como um dos parâmetros modais mais importantes de uma estrutura e representa a taxa de oscilação livre, depois de cessada a força que provocou o seu movimento. Como ela depende, exclusivamente, da massa e da rigidez do sistema qualquer alteração nessas propriedades altera seu valor (THOMSON, 1978). Como exemplo, cita-se a influência da fissuração do concreto, pois com a evolução da formação de fissuras e aumento de suas aberturas, ocorre

uma diminuição da rigidez, e conseqüentemente, uma redução na freqüência natural (RAO, 1995).

Outro parâmetro modal que merece destaque são os modos de vibração, que são as formas possíveis de vibração e estão relacionadas com cada uma das freqüências naturais (THOMSON, 1978; CRAIG, 1981). A Figura 4.1 mostra o modo de vibração para o segundo modo de flexão.

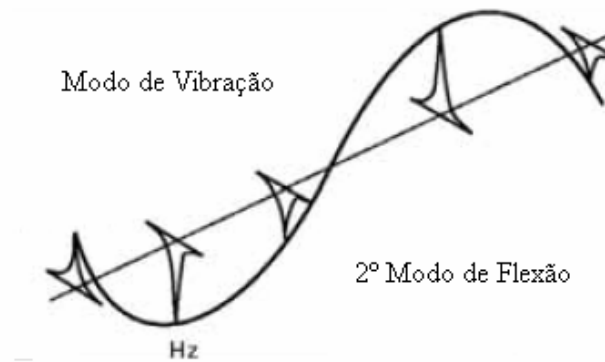


Figura 4.1 – Modo de vibração (NOBREGA, 2004).

4.2 – EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

O movimento de um sistema pode ser descrito por equações diferenciais, baseadas nas Leis de Newton, as quais envolvem parâmetros variáveis no tempo. Para facilitar a análise do movimento os sistemas podem ser classificados de acordo com o número de graus de liberdade (GDL) do movimento, ou seja, o número de coordenadas independentes necessárias para descrever o movimento (RAO, 1995).

4.2.1 – Sistemas com um grau de liberdade

A Figura 4.2 apresenta dois sistemas com um GDL: sistema massa-mola e massa-mola-amortecedor. Seja $x(t)$ o deslocamento da massa M em relação a posição de equilíbrio, e $f(t)$ uma força de excitação externa ao sistema. Considere que só existe movimento na horizontal. Aplicando a segunda Lei de Newton chega-se à equação de movimento dada por

$$M\ddot{x}(t) + kx(t) = f(t), \quad (4.1)$$

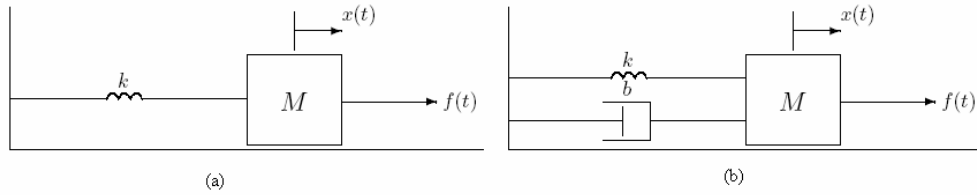


Figura 4.2 – Sistema com um GDL: a) massa – mola sem amortecimento, b) massa – mola com amortecimento.

sendo que k é a constante da mola e $\ddot{x}(t)$ a aceleração da massa M .

A vibração livre ocorre quando não há aplicação de forças externas, e a energia necessária para que a estrutura comece a vibrar é decorrente de um deslocamento e/ou de uma velocidade inicial imposta ao sistema. Considerando $f(t) = 0$ na Equação (4.1), ou seja, para vibração livre, têm-se

$$M\ddot{x}(t) + kx(t) = 0. \quad (4.2)$$

Para as condições iniciais $x(0) = x_0$ e $\dot{x}(0) = v_0$ e considerando um movimento harmônico da forma $x(t) = Ae^{\lambda t}$, obtém-se a equação característica:

$$M\lambda^2 + k = 0, \quad (4.3)$$

cujas raízes ou autovalores são: $\lambda_1 = i\omega_n$ e $\lambda_2 = -i\omega_n$, com $i = \sqrt{-1}$. Logo, ω_n é definido como frequência natural de um sistema com um grau de liberdade e é dada por

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M}}. \quad (4.4)$$

Considerando as condições iniciais a solução no tempo para a vibração livre é dada pela equação

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \frac{v_0}{\omega_n} \text{sen}(\omega_n t). \quad (4.5)$$

Para a Figura 4.2b (sistema massa-mola-amortecedor) o amortecimento é proporcional à velocidade do sistema $\dot{x}(t)$, e representa uma oposição ao movimento. Considerando a presença de amortecimento viscoso, a equação é dada por

$$M\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = f(t), \quad (4.6)$$

na qual b é chamado de coeficiente de amortecimento.

Semelhante ao caso sem amortecimento considera-se um movimento harmônico sem a excitação (vibração livre) para este caso a equação característica fica da forma

$$M\lambda^2 + b\lambda + k = 0, \quad (4.7)$$

cujas raízes são

$$\lambda_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm i\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n, \quad (4.8)$$

sendo que ζ é o fator de amortecimento e é dado por

$$\zeta = \frac{b}{2M\omega_n}. \quad (4.9)$$

O amortecimento de um sistema é dividido em três casos: sistema sub – amortecido ($0 < \zeta < 1$) criticamente amortecido ($\zeta = 1$) e super – amortecido ($\zeta > 1$). A solução do sistema para cada um desses casos é dada respectivamente por

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} (A \operatorname{sen}(\omega_d t) + B \cos(\omega_d t)), \quad (4.10)$$

onde $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$,

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} (A + Bt), \quad (4.11)$$

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} (Ae^{-\kappa t} + Be^{\kappa t}), \quad (4.12)$$

e $\kappa = \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$.

Em todos os casos A e B são constantes que dependem das condições iniciais de cada problema.

4.3 – MODELO CONTÍNUO DA VIGA DE EULER – BERNOULLI

Para uma estrutura de espessura t , comprimento L e altura h . Define-se como elemento estrutural de viga todo elemento que possui $t/L \ll 1$ e $h/L \ll 1$ e carregamento lateral no plano $x-z$ (CRAIG, 1981). Considere o diagrama de corpo livre de um elemento de viga infinitesimal como mostrado na Figura 4.3, onde $M(x,t)$ é o momento fletor, $f(x,t)$ a força cortante externa por unidade de comprimento da viga e $w(x,t)$ o deslocamento transversal da viga. Dessa forma, a força de inércia F atuante na viga pode ser escrita como:

$$F = \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t). \quad (4.13)$$

com ρ e A sendo a densidade e área de seção transversal da viga respectivamente.

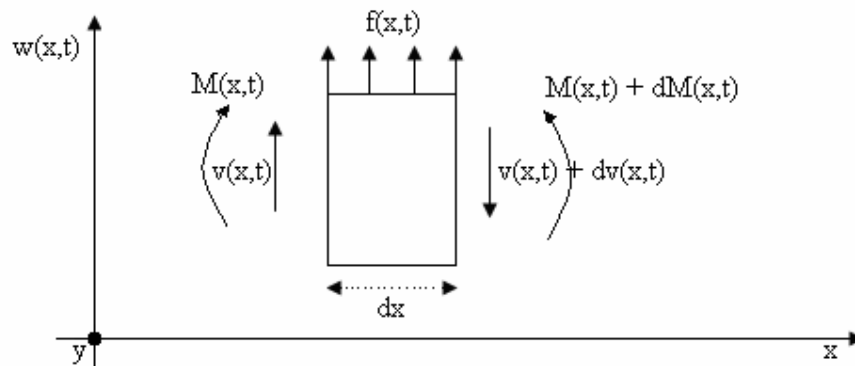


Figura 4.3 – Segmento de viga em equilíbrio.

Para o elemento de viga considerado neste trabalho são adotadas as hipóteses de Euler – Bernoulli (CRAIG, 1981):

- A existência da linha neutra (eixo x), onde a viga não sofre tração nem compressão;
- Seções planas e perpendiculares à linha neutra permanecem planas e perpendiculares após a deformação, ou seja, as deformações devido ao cisalhamento são desconsideradas;
- Material elástico linear e homogêneo;
- As tensões normais σ_y e σ_z são desprezíveis se comparadas à σ_x (axial);
- O plano xy é um plano principal;
- As dimensões da seção transversal da viga são pequenas se comparadas com seu comprimento. Isto permite que o efeito de inércia de rotação da seção transversal e deformação pela força cortante sejam desprezados (CRAIG, 1981).

Pelo balanço de forças no elemento mostrado na Figura 4.3 e utilizando a segunda Lei de Newton obtém-se a equação de movimento para este elemento na direção z dada por

$$f(x,t)dx + v(x,t) - (v + dv) = \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t), \quad (4.14)$$

A equação para o movimento angular do elemento infinitesimal é obtida de forma análoga, desta vez utilizando a versão angular da segunda Lei de Newton. Através do balanço de momentos em torno do eixo y tem-se

$$(M + dM) - (v + dv)dx + f(x,t)dx \frac{dx}{2} - M(x,t) = 0, \quad (4.15)$$

sendo

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx, \quad (4.16)$$

e

$$dM = \frac{\partial M}{\partial x} dx. \quad (4.17)$$

Substituindo as Equações (4.16) e (4.17) em (4.14) e (4.15), e desprezando os termos de segunda ordem, obtêm-se as seguintes expressões (RAO, 1995)

$$-\frac{\partial v}{\partial x}(x,t) + f(x,t) = \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t), \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x}(x,t) - v(x,t) = 0. \quad (4.19)$$

Usando a relação (CRIG, 1981)

$$v(x,t) = \frac{\partial M}{\partial x}, \quad (4.20)$$

e combinando as Equações (4.19) e (4.20) e substituindo na Equação (4.18) têm-se

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + f(x,t) = \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t). \quad (4.21)$$

Segundo RAO (1995) a relação entre a deflexão e o momento fletor da viga pode ser dada por

$$M(x,t) = EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t), \quad (4.22)$$

sendo I o momento de inércia da seção transversal da viga. Substituindo a Equação (4.22) em (4.21), têm-se a Equação que descreve o movimento transversal ($w(x,t)$) da viga,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t) \right) \right] + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t) = f(x,t). \quad (4.23)$$

Para uma viga uniforme com momento de inércia, densidade, módulo elástico e área de seção transversal constantes ao longo do comprimento x , a Equação (4.23) se reduz à

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x,t) + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t) = f(x,t). \quad (4.24)$$

A Equação (4.24) é uma equação diferencial de quarta ordem com coeficientes constantes que descreve a vibração transversal não amortecida ($w(x,t)$) de uma viga de seção transversal constante, sendo desprezados os efeitos de deformação transversal por efeitos da força cortante e inércia de rotação, segundo o modelo de Euler – Bernoulli (CRAIG, 1981).

4.4 – ANÁLISE DA VIGA DE EULER – BERNOULLI

Para a vibração livre e não amortecida impõe-se a condição de que não existam forças externas atuando sobre a viga, ou seja, $f(x,t) = 0$, assim a equação de movimento é dada por

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x,t) + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t) = 0. \quad (4.25)$$

Considerando o movimento harmônico, a solução da Equação (4.25) tem a forma

$$w(x,t) = W(x) \cos(\omega t - \varphi), \quad (4.26)$$

sendo ω a frequência natural do movimento e $W(x)$ o modo de vibração da viga.

Para se obter a solução da Equação (4.25) usa-se o método de separação de variáveis na forma

$$w(x,t) = X(x)T(t), \quad (4.27)$$

na qual $X(x)$ é uma componente do deslocamento transversal em função da variável espacial x , enquanto $T(t)$ é a outra componente do deslocamento transversal, em função do tempo, ambos na direção z . Substituindo a Equação (4.27) na Equação (4.25) têm-se:

$$T(t)EI \frac{\partial^4 X}{\partial^4 x}(x) + X(x)\rho A \frac{\partial^2 T}{\partial^2 t}(t) = 0, \quad (4.28)$$

que pode ser reescrita como

$$\frac{EI}{\rho A X(x)} \frac{\partial^4 X}{\partial^4 x}(x) = - \frac{\frac{\partial^2 T}{\partial^2 t}(t)}{T(t)} \quad (4.29)$$

Admitindo que $T(t)$ possa ser escrito como, conforme a Equação (4.26)

$$T(t) = \cos(\omega t - \varphi), \quad (4.30)$$

obtem-se a relação

$$\frac{\frac{\partial^2 T}{\partial t^2}(t)}{T(t)} = -\omega^2. \quad (4.31)$$

Substituindo a relação (4.31) na Equação (4.29) obtém-se

$$\frac{\partial^4 X(x)}{\partial x^4}(x) = \frac{\omega^2 \rho A}{EI} X(x). \quad (4.32)$$

A Equação (4.32) descreve a vibração livre não amortecida da viga e fornece os modos de vibração para cada frequência natural da estrutura.

Definindo

$$\lambda^4 = \frac{\rho A \omega^2}{EI}, \quad (4.33)$$

sendo λ um autovalor da vibração livre não amortecida e está diretamente relacionado com a frequência natural do sistema. Substituindo a Equação (4.33) na Equação (4.32) tem-se

$$\frac{\partial^4 X(x)}{\partial x^4} = \lambda^4 X(x). \quad (4.34)$$

A função $X(x)$ representa uma autofunção que está associada ao autovalor λ , que por sua vez representa os modos de vibrar da estrutura. A solução da Equação (4.34) é da forma (CRAIG, 1981)

$$w(x) = A \sinh(\lambda x) + B \cosh(\lambda x) + C \sin(\lambda x) + D \cos(\lambda x), \quad (4.35)$$

onde A , B , C e D são constantes que dependem das condições de contorno do problema.

As expressões para a frequência natural em vigas Compósitas híbridas com fios de SMA utilizando o modelo Euler – Bernoulli serão apresentadas nos próximos tópicos.

4.5 – VIGA SMAHC

A Figura 4.4 mostra as três condições de contorno da viga compósita híbrida com fios de SMA. No caso da viga bi – engastada (EE) os fios de SMA são embebidos no plano médio da viga, na direção longitudinal e em duas condições: i) pré – deformados em 4% e sem pré – deformação.

Para uma viga compósita híbrida de SMA, a Equação diferencial que descreve seu comportamento oscilatório pode ser reescrita a partir da análise feita na seção 4.4 para a viga de Euler – Bernoulli, mas acrescentando-se um termo de segunda ordem referente à força de recuperação apresentada pelos materiais de SMA quando se restringe sua recuperação, no caso da viga bi – engastada, condição de contorno EE (LAU, 2002).

LAU (2002) apresenta uma modelagem de uma viga compósita com matriz de epóxi com reforço de fibra de vidro e fios de SMA embebidos no plano médio da viga.

Neste trabalho serão apresentados os resultados mostrados por LAU (2002) e uma extensão para outras combinações matriz/reforço e fração de SMA para duas outras condições de contorno: viga bi – apoiada (AA) e para a viga engastada – livre (EL).

Para a viga nas condições de contorno AA e EL a força de recuperação dos fios de SMA não influencia a evolução da frequência natural do sistema, logo, a análise para esses casos se restringe à análise feita para a viga de Euler – Bernoulli.

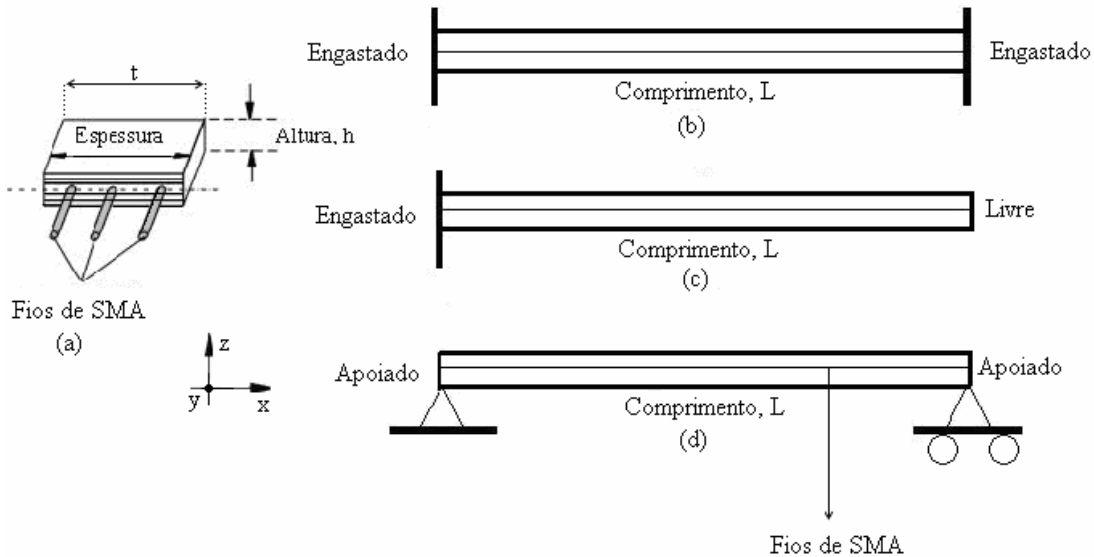


Figura 4.4 – a) Viga composta híbrida com fios de SMA, b)EE, c)EL, d) AA

4.5.1 – Força de recuperação dos fios de SMA

Com os fios de SMA pré-deformados e embebidos na viga na condição de contorno EE, têm-se o surgimento de uma força de recuperação devido à restrição da viga, e pelo fato de o material tentar recuperar sua forma original (efeito memória de forma) quando do aquecimento do fio. A força de recuperação na viga está associada também à variação térmica da deformação no compósito e nos fios de SMA (LAU et al., 2002). Logo pode-se escrever que

$$F_{Viga} = F_{rec} - F_{term} \quad (4.36)$$

onde F_{rec} é a parcela da força de recuperação na viga referente aos fios de SMA e F_{term} é devido à variação de temperatura do material compósito que compõe a viga.

O comportamento vibratório da viga compósita híbrida com seção transversal uniforme e embebida com fios de SMA é descrito pela equação da viga de Euler – Bernoulli, logo, a Equação que descreve tal comportamento é dada por: (LAU, 2002).

$$E_B I_B \frac{d^4 w(x)}{dx^4} + \sigma_R(\beta) \frac{N \pi d^2}{4} \frac{d^2 w(x)}{dx^2} - \rho_B A \omega_n^2 w(x) = 0, \quad (4.37)$$

o subscrito B representa as propriedades da viga compósita híbrida (matriz/reforço e fios de SMA). ρ_B é a densidade da viga compósita híbrida por unidade de comprimento, I_B e E_B são respectivamente o momento de inércia da seção transversal e o módulo elástico da viga, N e d representam respectivamente o número e o diâmetro dos fios de SMA. Por fim, ω_n e $w(x)$ representam respectivamente a frequência natural de vibração e o deslocamento transversal da viga compósita híbrida.

Para o caso da viga EE com fios de SMA pré-deformados têm-se o surgimento de uma tensão trativa ($\sigma_R(\beta)$) devido à força de recuperação dos fios.

Considerando o modelo proposto por BRINSON (1993), LAU et al., (2002) determinou que a tensão de recuperação na viga compósita híbrida pode ser calculada por

$$\sigma_R(\beta) = \frac{[\alpha D(\beta) + \Theta(\beta)](T - T_0) + \Omega(\beta)(\beta - \beta_M)}{1 - \frac{D(\beta) N \pi d^2}{4 E_B I_B}}, \quad (4.38)$$

onde α é o coeficiente de expansão térmica do material compósito (matriz/reforço), e T_0 a temperatura inicial da viga antes do aquecimento dos fios de SMA. Os demais símbolos tem os mesmos significados definidos no capítulo 03. Para a determinar $\sigma_R(\beta)$ dada pela Equação (4.38) considerou-se a hipótese de união perfeita entre os fios de SMA e a matriz antes e depois do aquecimento, garantindo assim a mesma deformação nos fios e na matriz (LAU et al., 2002).

Para determinar o módulo elástico longitudinal e a densidade da viga compósita híbrida usa-se a regra da mistura (BRINSON, 1993) da seguinte forma

$$E_B = E_1 + [E_{SMA} - E_1] \frac{A_{SMA}}{A_{Total}}, \quad (4.39)$$

$$\rho_B = \rho_c + (\rho_{SMA} - \rho_c) \frac{A_{SMA}}{A_{Total}}, \quad (4.40)$$

onde A_{SMA} e A_{Total} representam a área total da seção transversal (dos fios de SMA e da viga híbrida). E_1 é o módulo elástico da viga compósita (matriz/reforço) na direção das fibras. O sobrescrito c representa as características da viga compósita.

4.6 –VIGA SMAHC EM BALANÇO

Para a viga em balanço (Figura 4.4c) não há influência da força de recuperação dos fios de SMA em ω_n . Logo, a equação de movimento da viga é a mesma que descreve o modelo de viga de Euler – Bernoulli, com o módulo elástico como função da fração volumétrica e da temperatura dos fios de SMA na viga.

Para a condição de contorno EL o deslocamento e a declividade são nulos na extremidade fixa da viga em $x = 0$, logo

$$w(0) = \left(\frac{dw(x)}{dx} \right)_{x=0} = 0. \quad (4.41)$$

Derivando a Equação (4.35) obtém

$$\frac{dw(x)}{dx} = \lambda [A \operatorname{senh}(\lambda x) + B \cosh(\lambda x) - C \operatorname{sen}(\lambda x) - D \cos(\lambda x)]. \quad (4.42)$$

Substituindo as Equações (4.42) e (4.35), nas condições de contorno (4.41) para $x = 0$, chega-se a

$$A = -C \quad \text{e} \quad B = D. \quad (4.43)$$

Para a extremidade livre, $x = L$, o momento fletor e a força cortante são nulos, logo

$$\left(\frac{d^2w(x)}{dx^2}\right)_{x=L} = \left(\frac{d^3w(x)}{dx^3}\right)_{x=L} = 0. \quad (4.44)$$

A segunda e terceira derivadas da Equação (4.35) são

$$\frac{d^2w(x)}{dx^2} = \lambda^2 A \operatorname{senh}(\lambda x) + \lambda^2 B \cosh(\lambda x) - \lambda^2 C \operatorname{sen}(\lambda x) - \lambda^2 D \cos(\lambda x), \quad (4.45)$$

$$\frac{d^3w(x)}{dx^3} = \lambda^3 A \cosh(\lambda x) + \lambda^3 B \operatorname{senh}(\lambda x) - \lambda^3 C \cos(\lambda x) + \lambda^3 D \operatorname{sen}(\lambda x). \quad (4.46)$$

Substituindo as Equações (4.45) e (4.46) nas condições de contorno (4.44) para $x = L$ obtém-se as expressões:

$$\lambda^2 A \operatorname{senh}(\lambda L) + \lambda^2 B \cosh(\lambda L) - \lambda^2 C \operatorname{sen}(\lambda L) - \lambda^2 D \cos(\lambda L) = 0, \quad (4.47)$$

$$\lambda^3 A \cosh(\lambda L) + \lambda^3 B \operatorname{senh}(\lambda L) - \lambda^3 C \cos(\lambda L) + \lambda^3 D \operatorname{sen}(\lambda L) = 0. \quad (4.48)$$

Reescrevendo as Equações (4.43), (4.47) e (4.48) na forma matricial, chega-se a uma expressão da forma

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \lambda & 0 & \lambda & 0 \\ \lambda^2 \operatorname{senh}(\lambda L) & \lambda^2 \cosh(\lambda L) & -\lambda^2 \operatorname{sen}(\lambda L) & -\lambda^2 \cos(\lambda L) \\ \lambda^3 \cosh(\lambda L) & \lambda^3 \operatorname{senh}(\lambda L) & -\lambda^3 \cos(\lambda L) & \lambda^3 \operatorname{sen}(\lambda L) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (4.49)$$

Para que o sistema de Equações (4.49) apresente soluções não triviais, o determinante da matriz de coeficientes deve ser igual a zero (CRAIG, 1981). Logo, a equação característica para a viga engastada – livre em vibração livre não amortecida fica da seguinte forma:

$$\cos(\lambda L) \cosh(\lambda L) + 1 = 0, \quad (4.50)$$

onde λ está diretamente associado a ω_n e é dado por

$$\lambda_n = \sqrt[4]{\frac{\omega_n^2 \rho_B A}{E_B I_B}}, \quad (4.51)$$

onde n representa o modo de vibração da viga (RAO, 1995).

A Equação (4.50) pode ser reescrita na forma

$$-\cos(\lambda) = \frac{1}{\cosh(\lambda)}. \quad (4.52)$$

Sua solução numérica obtida pelo Matlab[®] é apresentada na Figura 4.5.

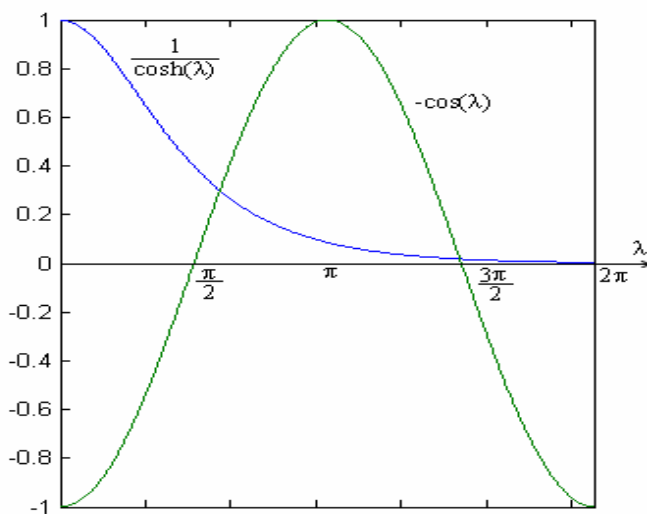


Figura 4.5 – Solução numérica da equação característica para a viga em balanço.

Observa-se na Figura 4.5 que as raízes da Equação (4.50) correspondem aos seguintes pontos das curvas:

$$f_1(\lambda) = \frac{1}{\cosh(\lambda)}, \quad (4.53a)$$

$$f_2(\lambda) = -\cos(\lambda). \quad (4.53b)$$

Comparando as funções dadas na Equação (4.53), chega-se a um valor inicial para o coeficiente $\lambda_n^{(0)}$ que é aproximadamente dado por

$$\lambda_n^{(0)} \cong (2n-1)\frac{\pi}{2} \quad n = 1, \dots, \infty, \quad (4.54)$$

para sucessivos pontos da curva mostrada na Figura (4.5) (CRAIG, 1981). A equação que descreve a evolução de λ é dada por

$$\lambda_n^{(i+1)} = \cos^{-1}\left(\frac{-1}{\cosh(\lambda_n^{(i)})}\right), \quad (4.55)$$

onde todos os valores convergem para um valor exato de λ_n . Para o primeiro modo de vibração (CRAIG, 1981) têm-se

$$\lambda_1 L = 1.8751, \quad (4.56a)$$

$$\omega_1^2 = 12.36 \left(\frac{E_B I_B}{\rho_B A L^4} \right). \quad (4.56b)$$

Observa-se na Equação (4.56b) que a evolução da frequência natural não depende da tensão aplicada. Apenas do módulo elástico e da densidade da viga que são alterados com a temperatura e o número de fios de SMA embebidos na estrutura, e da geometria da viga.

A Equação (4.50) também pode ser resolvida considerando um termo infinitesimal ε_n na Equação (4.54), ficando da forma:

$$\lambda_n = (2n-1)\frac{\pi}{2} + \varepsilon_n. \quad (4.57)$$

Substituindo (4.57) em (4.50) obtém-se:

$$\cos\left[(2n-1)\frac{\pi}{2} + \varepsilon_n\right] \cosh\left[(2n-1)\frac{\pi}{2} + \varepsilon_n\right] + 1 = 0. \quad (4.58)$$

Considerando que $\varepsilon_n \ll 1$ e que $\sinh(\varepsilon_n) \cong \sin(\varepsilon_n) \cong \varepsilon_n$ e $\cosh(\varepsilon_n) \cong 1$ a Equação (4.58) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} & -\sinh(\varepsilon_n) \sin\left[(2n-1)\frac{\pi}{2}\right] \\ & \left\{ \cosh\left[(2n-1)\frac{\pi}{2}\right] \cosh(\varepsilon_n) - \sinh\left[(2n-1)\frac{\pi}{2}\right] \sinh(\varepsilon_n) \right\} + 1 = 0, \end{aligned} \quad (4.59)$$

de onde se obtém-se

$$\varepsilon_n = \frac{(-1)^{n-1}}{\cosh\left[(2n-1)\frac{\pi}{2}\right]}. \quad (4.60)$$

Substituindo (4.60) em (4.57) tem-se

$$\lambda_n = (2n-1)\frac{\pi}{2} + \frac{(-1)^{n-1}}{\cosh\left[(2n-1)\frac{\pi}{2}\right]}. \quad (4.61)$$

Finalmente de acordo com CRAIG (1981) a Equação para a frequência natural da viga engastada – livre pode ser escrita como

$$\omega_n = \frac{(\lambda_n L)^2}{L^2} \sqrt{\frac{E_B I_B}{\rho_B A}}. \quad (4.62)$$

Os autovalores $\lambda_n L$ para os três primeiros modos de vibração e para as condições de contorno EL e AA são mostrados na Tabela (4.1).

Tabela 4.1 – Autovalores da Equação transcendental (CRAIG, 1981).

Contorno da Viga	Modos de Vibração	Autovalores
Em balanço	1°	1.8751
	2°	4.6941
	3°	7.8548
Bi–apoiada	1°	π
	2°	2π
	3°	3π

4.7 – VIGA SMAHC BI–ENGASTADA

Para a viga bi–engastada (Figura 4.4b), a frequência natural de vibração vai depender da força de recuperação dos fios de SMA. Portanto, para descrever o comportamento vibratório da viga usa-se a Equação (4.37). A solução desta equação é obtida de maneira semelhante àquela usada para a Equação (4.34) com o modelo de viga de Euler–Bernoulli, e ficando sua solução da seguinte forma:

$$w(x) = A \cos(\lambda_1 x) + B \sin(\lambda_1 x) + C \cosh(\lambda_2 x) + D \sinh(\lambda_2 x), \quad (4.63)$$

onde λ_1 e λ_2 dependem de σ_R , e são dados por:

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 - 4b}}{2} + \frac{a}{2}}, \quad (4.64a)$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\lambda_1 - a}. \quad (4.64b)$$

Onde

$$a = -\frac{\sigma_R(\beta)N\pi d^2}{4E_B I_B}, \quad (4.65a)$$

$$b = -\frac{\rho_B A \omega^2}{E_B I_B}. \quad (4.65b)$$

Para a condição de contorno bi-engastada (EE) o deslocamento e a declividade são nulas em $x = 0$ e $x = L$, ou seja:

$$w(x) = 0 \Big|_{x=0,L}, \quad (4.66)$$

$$\left(\frac{dw(x)}{dx} \right)_{x=0,L} = 0. \quad (4.67)$$

Substituindo a condição (4.66) na Equação (4.63) obtém-se:

$$A = -C, \quad (4.68)$$

$$A \cos(\lambda_1 L) + B \operatorname{sen}(\lambda_1 L) + C \cosh(\lambda_2 L) + D \operatorname{senh}(\lambda_2 L) = 0. \quad (4.69)$$

Derivando-se a Equação (4.63) em relação a x , obtém-se:

$$\frac{\partial w(x)}{\partial x} = \lambda_1 [-A \operatorname{sen}(\lambda_1 x) + B \cos(\lambda_1 x)] + \lambda_2 [C \operatorname{senh}(\lambda_2 x) + D \cosh(\lambda_2 x)]. \quad (4.70)$$

Substituindo a condição (4.67) na Equação (4.70) obtém-se:

$$B = -D \begin{pmatrix} \lambda_2 \\ \lambda_1 \end{pmatrix}, \quad (4.71)$$

$$\lambda_1 (-A \operatorname{sen}(\lambda_1 L) + B \cos(\lambda_1 L)) + \lambda_2 (C \operatorname{senh}(\lambda_2 L) + D \cosh(\lambda_2 L)) = 0. \quad (4.72)$$

As Equações (4.68), (4.69), (4.71) e (4.72) podem ser reescritas da seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ \cos(\lambda_1 L) & \text{sen}(\lambda_1 L) & \cosh(\lambda_2 L) & \text{senh}(\lambda_2 L) \\ 0 & \lambda_1 & 0 & -\lambda_2 \\ -\lambda_1 \text{sen}(\lambda_1 L) & \lambda_1 \cos(\lambda_1 L) & \lambda_2 \text{senh}(\lambda_2 L) & \lambda_2 \cosh(\lambda_2 L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.73)$$

De forma análoga ao caso da viga em balanço, para que esse sistema de Equações tenha soluções não triviais o determinante da matriz na Equação (4.73) deve ser igual a zero. Logo, a Equação característica para a viga SMAHC na condição EE é dada por:

$$(\lambda_2^2 - \lambda_1^2) [\text{sen}(\lambda_1 L) \text{senh}(\lambda_2 L)] - 2\lambda_1 \lambda_2 [1 - \cos(\lambda_1 L) \cosh(\lambda_2 L)] = 0 \quad (4.74)$$

A solução da Equação (4.74) determina os autovalores da equação transcendental para a frequência natural da viga na condição EE, que pode ser definida a partir das Equações (4.64) e (4.65) sendo reescrita da forma:

$$\omega_n = \frac{(\mu_n L)^{1/2}}{L^2} \sqrt{\frac{E_B I_B}{\rho_B A}}, \quad (4.75)$$

onde

$$\mu_n = (\lambda_2^2 - \lambda_1 a). \quad (4.76)$$

Os valores de $\mu_n L$ são determinados para cada modo de vibração (CRAIG, 1981). Neste caso, com a viga bi-engastada, os autovalores $\mu_n L$ dependem da fração volumétrica e da temperatura dos fios de SMA.

4.8 –VIGA SMAHC BI-APOIADA

Semelhante ao caso da viga em balanço (Figura 4.4c) a força de recuperação dos fios de SMA não influencia a frequência natural na condição AA. Neste caso, a solução da equação diferencial que descreve o comportamento da viga bi-apoiada é a mesma da a viga em balanço, com alteração apenas nas condições de contorno que são dadas por:

$$w(0) = w(L) = 0, \quad (4.77)$$

$$\left(\frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right)_{x=0} = \left(\frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right)_{x=L} = 0. \quad (4.78)$$

Substituindo as condições de contorno (4.77) para $x = 0$ e $x = L$ na Equação (4.35) tem-se:

$$A = -C. \quad (4.79)$$

Para $x = L$ tem-se:

$$A \cos(\lambda L) + B \sin(\lambda L) + C \cosh(\lambda L) + D \sinh(\lambda L) = 0. \quad (4.80)$$

Para a condição de contorno (4.78) tem-se:

$$B = D, \quad (4.81)$$

$$\lambda^2 A \sinh(\lambda L) + \lambda^2 B \cosh(\lambda L) - \lambda^2 C \sin(\lambda L) - \lambda^2 D \cos(\lambda L) = 0. \quad (4.82)$$

Reescrevendo as Equações (4.79), (4.80), (4.81) e (4.82) na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ \cos(\lambda L) & \sin(\lambda L) & \cosh(\lambda L) & \sinh(\lambda L) \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ \sinh(\lambda L) & \cosh(\lambda L) & -\sin(\lambda L) & -\cos(\lambda L) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (4.83)$$

Análogo aos casos anteriores, para que o sistema de Equações (4.81) tenha soluções não triviais, o determinante da matriz deve ser igual a zero. Com isso, obtém-se a seguinte Equação característica para a viga na condição de contorno AA:

$$\sin(\lambda) = 0, \quad (4.84)$$

cuja solução é

$$\lambda_n = n\pi. \quad (4.85)$$

Combinando-se as Equações (4.51) e (4.85) obtém-se a Equação para a frequência natural da viga simplesmente apoiada na seguinte forma:

$$\omega_n = \frac{(n\pi)^2}{L^2} \sqrt{\frac{E_B I_B}{\rho_B A}}, \quad (4.86)$$

onde n representa o modo de vibração da viga (Tabela 4.1).

Portanto, as Equações (4.62), (4.75) e (4.86) são usadas neste trabalho para se determinar a frequência natural da viga SMAHC para as três condições de contorno apresentadas.

05 - FREQUÊNCIA NATURAL DE VIGAS SMAHC

Neste trabalho a análise da frequência natural (ω_n) de estruturas SMAHC foi desenvolvida para dois casos: i) para fios de SMA embebidos num compósito e ii) para fios de SMA embebidos numa matriz polimérica.

No primeiro caso foi considerada uma estrutura compósita híbrida com diferentes combinações matriz/reforço/SMA. Esta estrutura compósita híbrida é constituída de um compósito (matriz polimérica + reforço) mais fios de SMA embebidos neste compósito. Os reforços considerados foram vidro, carbono e kevlar. A fração volumétrica de reforço é considerada constante em 10, 20 e 50% , tomada sobre o volume compósito, não sobre o volume total.

No segundo caso os fios de SMA foram embebidos numa matriz de epóxi. Para todos os casos analisou-se o comportamento da frequência natural em função da fração volumétrica de SMA, que foi manipulada através do número de fios embebidos na viga. Determinou-se a variação da frequência natural ($\Delta\omega_n$) na estrutura SMAHC em função da fração volumétrica de SMA (f_{vSMA}) entre as fases austenita e martensita.

A densidade e o módulo elástico do compósito são obtidos através da regra das misturas (LEVY & PARDINI, 2006) e desconsiderando o volume de vazios no material. Assim tem-se:

$$E_1 = V_f E_f + V_m E_m, \quad (5.1)$$

$$\rho_C = V_f \rho_f + V_m \rho_m, \quad (5.2)$$

sendo E_1 é o módulo elástico longitudinal do compósito na direção das fibras, ρ_C a densidade do compósito V_f e V_m são as frações volumétricas de reforço e da matriz respectivamente e são dadas por:

$$V_f = \frac{v_f}{v_c}, \quad (5.3a)$$

$$V_m = \frac{v_m}{v_c}, \quad (5.3b)$$

sendo v_c , v_m e v_f os volumes do compósito, da matriz polimérica e do reforço respectivamente. Tais volumes se relacionam através da equação

$$v_c = v_m + v_f. \quad (5.4)$$

Desconsiderando o volume de vazios a seguinte expressão também é válida

$$V_f + V_m = 1. \quad (5.5)$$

O módulo elástico longitudinal e a densidade da viga compósita híbrida SMAHC (compósito mais fios de SMA) são aqui determinados pelo modelo proposto por Brinson (1993) de acordo com as seguintes expressões:

$$E_B = E_1 + (E_{SMA} - E_1) \frac{A_{SMA}}{A}, \quad (5.6)$$

$$\rho_B = \rho_C + (\rho_{SMA} - \rho_C) \frac{A_{SMA}}{A}, \quad (5.7)$$

sendo A_{SMA} e A as áreas da seção transversal dos fios de SMA e da viga SMAHC. O sobrescrito B representa as características da viga compósita híbrida SMAHC.

Em todos os casos a serem analisados neste capítulo, considera-se inicialmente uma viga de comprimento $L = 280mm$, largura $b = 25mm$ e espessura $t = 1,5mm$. Os fios de SMA são embebidos na linha neutra central da viga e possuem diâmetro $d = 0,5mm$.

As Tabelas 5.1 e 5.2 apresentam respectivamente as propriedades termomecânicas dos fios de NiTi, da matriz polimérica e dos reforços utilizados neste trabalho.

Tabela 5.1 – Propriedades termomecânicas dos fios de NiTi (Lau, 2002; Brinson, 1993).

Propriedade	Valor
Módulo elástico da martensita (E_M)	25GPa
Módulo elástico da austenita (E_A)	50GPa
Coefficiente de expansão térmica (Θ)	0.55MPa/°C
Densidade (ρ_{SMA})	6450Kg/m ³
M_f	25°C
M_s	40°C
A_f	55°C
A_s	48°C

Tabela 5.2 – Propriedades termomecânicas da matriz polimérica e dos reforços (Mendonça, 2004; Gibson, 1994).

Material/ Propriedades	Epóxi	Fibra de vidro	Fibra de carbono	Fibra de kevlar
Módulo Elástico	3GPa	72GPa	230GPa	130GPa
Densidade	1200Kg/m ³	2500Kg/m ³	1800Kg/m ³	1440Kg/m ³
Coefficiente de Expansão térmica	1x10 ⁻⁶ /°C	5x10 ⁻⁶ /°C	-1x10 ⁻⁶ /°C	-2x10 ⁻⁶ /°C

As Figuras 5.1a e 5.1b apresentam o módulo elástico da viga SMAHC em função da f_{vSMA} . A fração volumétrica de reforço foi de 10% no compósito. Nota-se que na fase martensítica (Figura 5.1a) os fios de SMA praticamente não alteram a rigidez da viga SMAHC com reforço de fibra de carbono, enquanto que para vidro e kevlar pode-se observar uma variação de 65 a 150%. Isso se explica devido ao elevado módulo elástico das fibras de carbono. Já na fase austenítica (Figura 5.1b), observa-se que há um aumento na faixa de 50 a 400% na rigidez da viga SMAHC para os três reforços, isso pode ser explicado pelo fato dos fios de SMA terem seu módulo elástico duplicado da fase martensita para a austenita (Tabela 5.1).

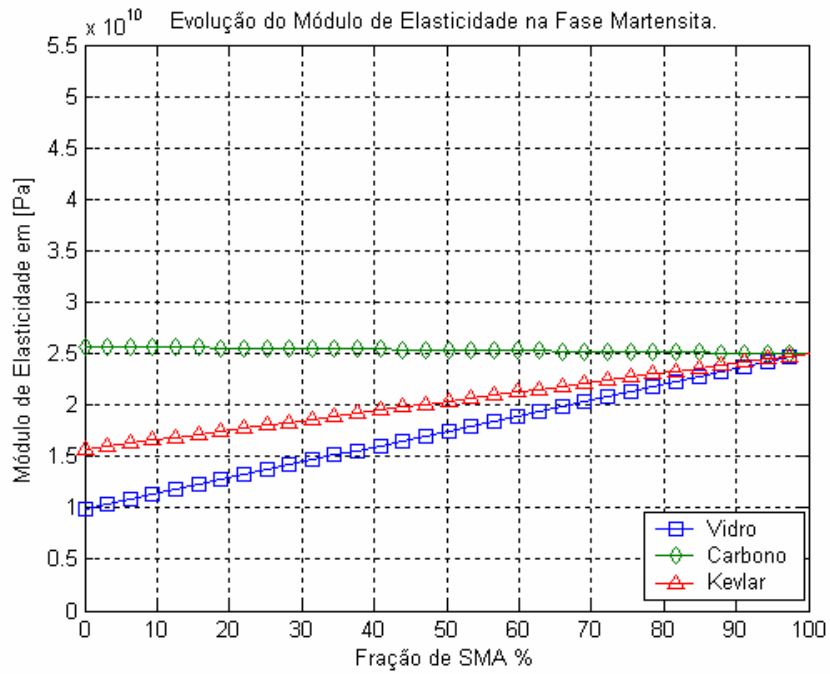


Figura 5.1a – Evolução do módulo elástico da viga SMAHC na fase martensita para 10% de reforço no compósito.

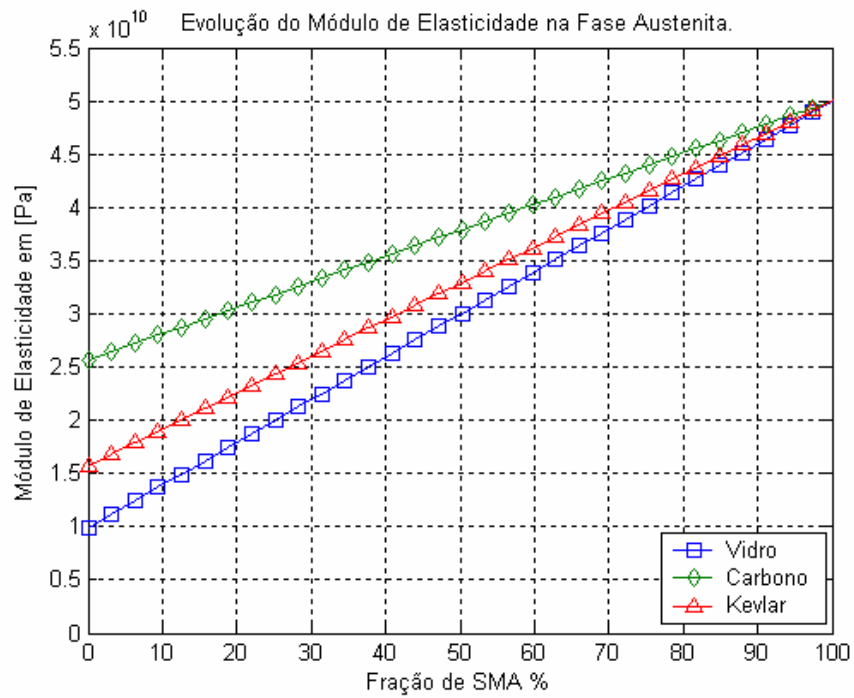


Figura 5.1b – Evolução do módulo elástico da viga SMAHC na fase austenita para 10% de reforço no compósito.

As Figuras 5.2a e 5.2b apresentam uma análise semelhante à apresentada na Figura 5.1 para $V_f = 20\%$. Observa-se na fase martensítica (Figura 5.2a) que o aumento da fração volumétrica de SMA diminuiu a rigidez da viga SMAHC em até 12% para o reforço com fibra de kevlar e até 48,3% para a fibra de carbono. Para o reforço de fibra de vidro percebe-se um aumento de no máximo 48,8%. Já na fase austenítica (Figura 5.2b) percebe-se um aumento na faixa de 3 a 197% da rigidez da viga SMAHC para os três tipos de fibras. No entanto, para a fibra de carbono esse aumento foi significativamente menor quando comparado com as fibras de vidro e kevlar.

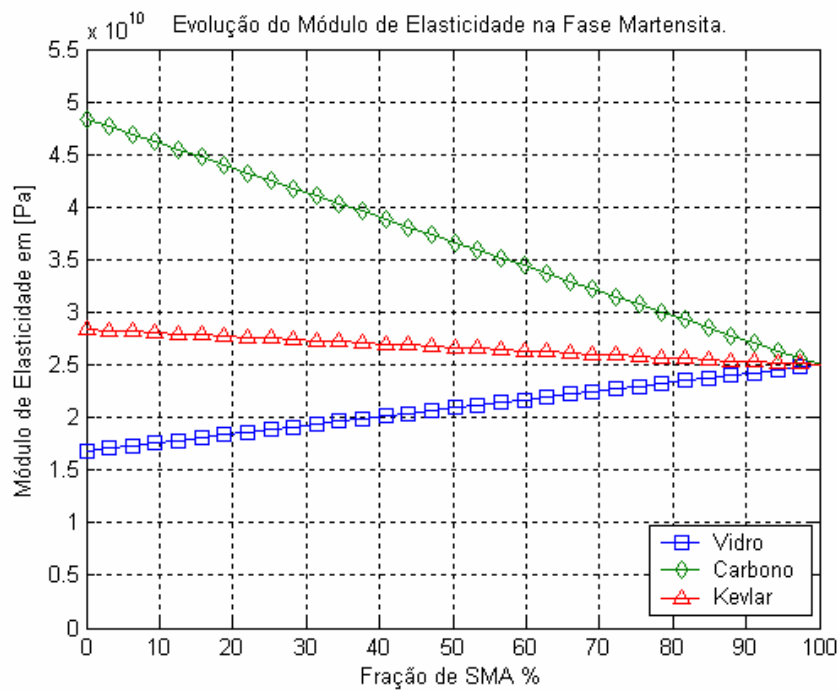


Figura 5.2a – Evolução do módulo elástico da viga SMAHC na fase martensita para 20% de reforço no compósito.

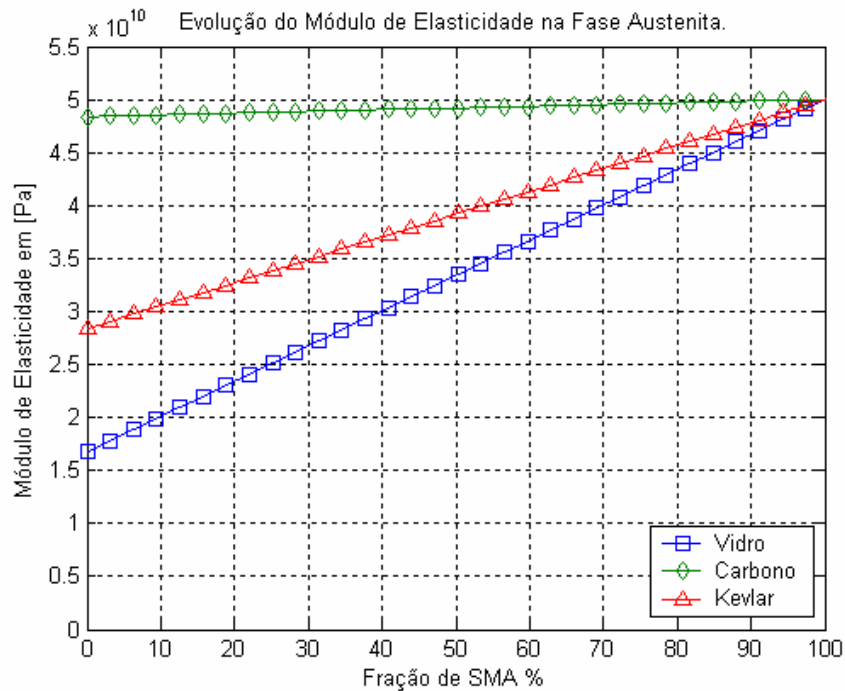


Figura 5.2b – Evolução do módulo elástico da viga SMAHC na fase austenita para 20% de reforço no compósito.

É mostrado nas Figuras 5.3a e 5.3b a mesma análise da evolução do módulo elástico da viga SMAHC para $V_f = 50\%$. Neste caso, na fase martensítica, Figura 5.3a, ocorre uma redução de 30 a 78,5% da rigidez da viga SMAHC para todos os reforços. Isso se explica pela elevada quantidade de reforço no compósito fazendo com que a contribuição da rigidez dos fios de SMA seja superada pela rigidez das fibras de reforço. Portanto, com o aumento de f_{vSMA} na fase austenítica (Figura 5.3b) a SMA provoca aumento de até 33% na rigidez da viga SMAHC com reforço de fibra de vidro.

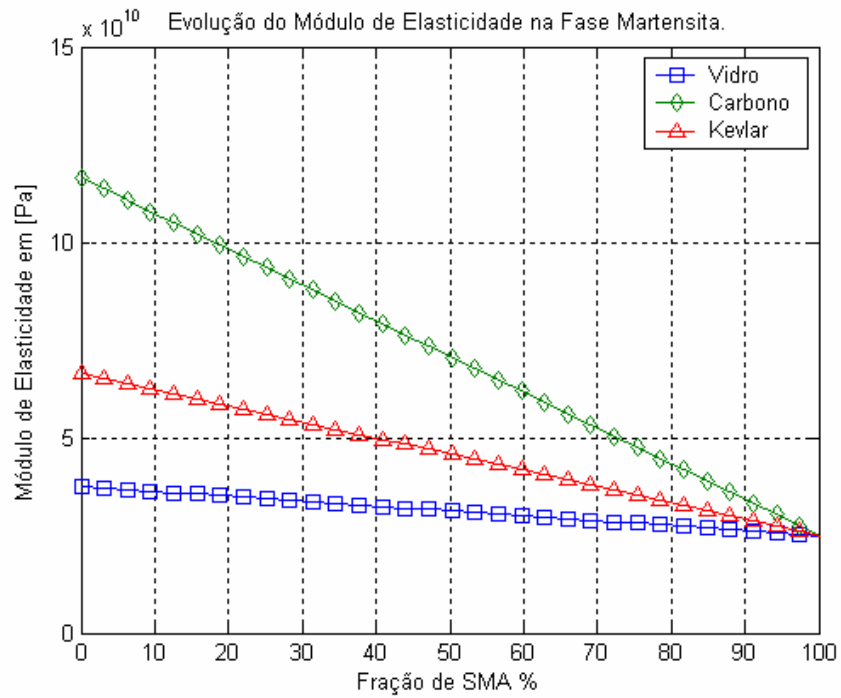


Figura 5.3a – Evolução do módulo elástico da viga SMAHC na fase martensita para 50% de reforço no compósito.

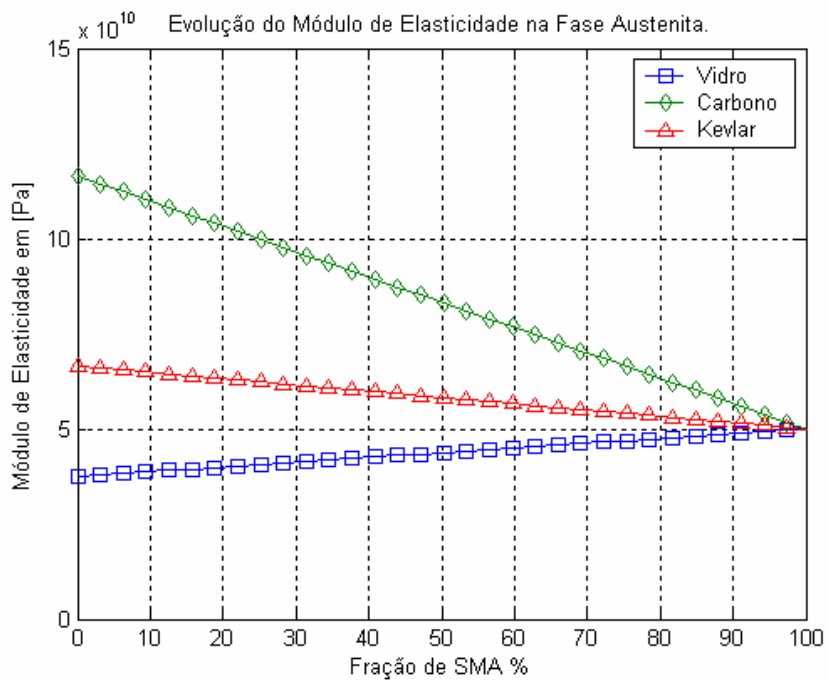


Figura 5.3b – Evolução do módulo elástico da viga SMAHC na fase austenita para 50% de reforço no compósito.

Este comportamento da rigidez de estruturas SMAHC será explorado com mais detalhes no cálculo da frequência natural nos próximos tópicos.

5.1–VIGA SMAHC NA CONDIÇÃO DE CONTORNO EL

As Figuras 5.4, 5.5 e 5.6 mostram o comportamento de ω_n em função da f_{vSMA} nas fases martensita, e austenita para $V_f = 10\%$ de fibra de vidro, carbono e kevlar sobre o compósito, respectivamente. Observa-se na Figura 5.4 que ω_n da viga SMAHC diminui em até 16,5% na fase martensita e aumenta em até 18,1% na austenita em função da f_{vSMA} . Isso se justifica pelo fato do módulo elástico da SMA ser maior na fase austenita, Tabela 5.1. Baseado na Equação (4.61), a contribuição da densidade da viga SMAHC na fase martensita supera a do módulo elástico o que não ocorre na fase austenita. Entre as fases martensita e austenita percebe-se uma variação máxima de ω_n de 41,5% para todos os casos analisados.

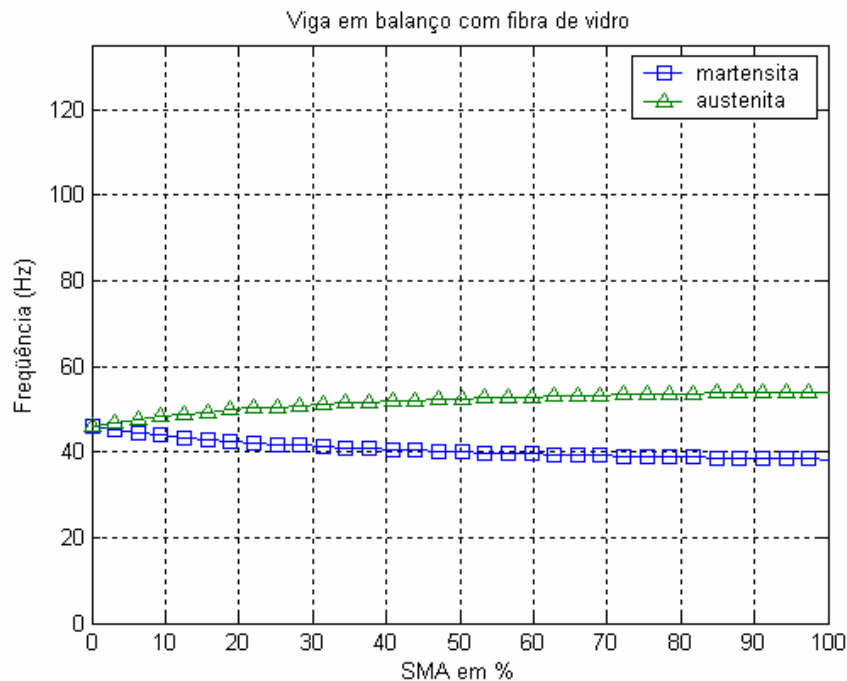


Figura 5.4 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de vidro no compósito.

Nota-se na Figura 5.5 que para fibra de carbono o aumento da f_{vSMA} provoca uma redução em ω_n de no máximo 49,3% na fase martensita, e 28,2% na fase austenita. Isso mostra que o módulo elástico da fibra de carbono inibe a influência da SMA em ω_n .

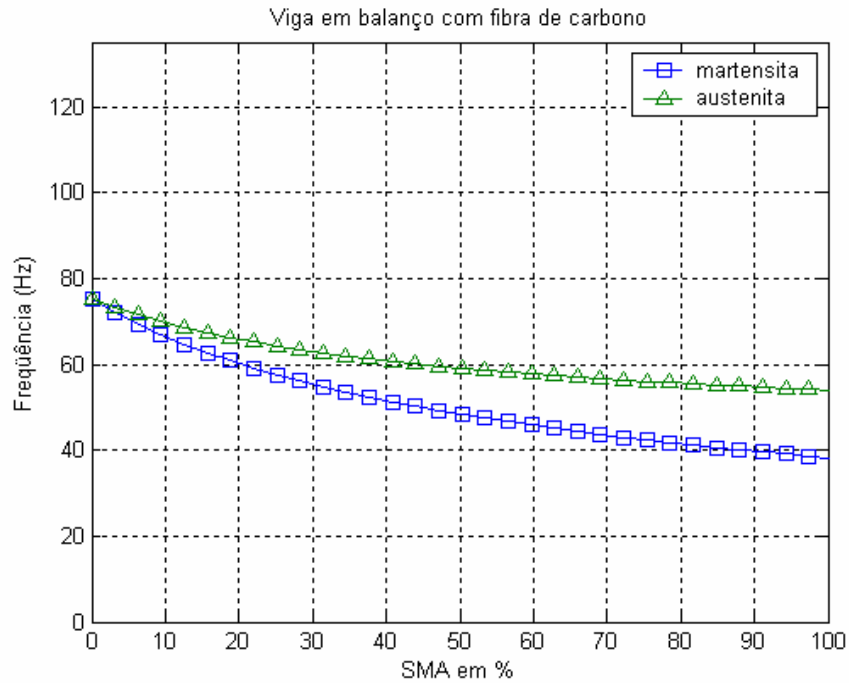


Figura 5.5 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de carbono no compósito.

Na Figura 5.6 nota-se um comportamento semelhante ao observado para a fibra de carbono, principalmente com os fios de SMA na fase martensita. Na fase austenita ω_n se manteve praticamente constante, atingindo uma redução máxima de 9,1%. Já para a fase martensita essa redução atinge 35,7% em função da f_{vSMA} .

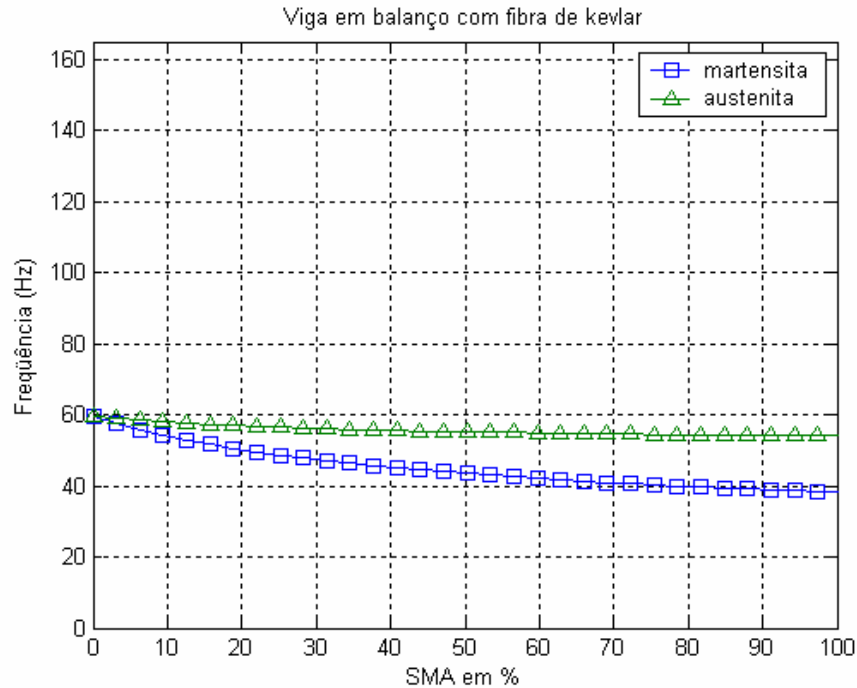


Figura 5.6 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de kevlar no compósito.

A Figura 5.7 mostra a variação da frequência natural entre as fases martensita e austenita ($\Delta\omega_n$) em função da $f_{v,SMA}$ para os três tipos de reforço. Nota-se que o carbono apresentou menor $\Delta\omega_n$, mostrando que o elevado módulo elástico do carbono (Tabela 5.2) inibe a influência da variação do módulo elástico das SMA entre as fases martensita e austenita. Por outro lado, a fibra de vidro apresentou maior valor para $\Delta\omega_n$, sendo a que apresenta menor módulo elástico (Tabela 5.2). Para os três casos analisados é possível perceber que $\Delta\omega_n$ varia na faixa de 0 a 34,6% em relação à frequência natural inicial de vibração do compósito.

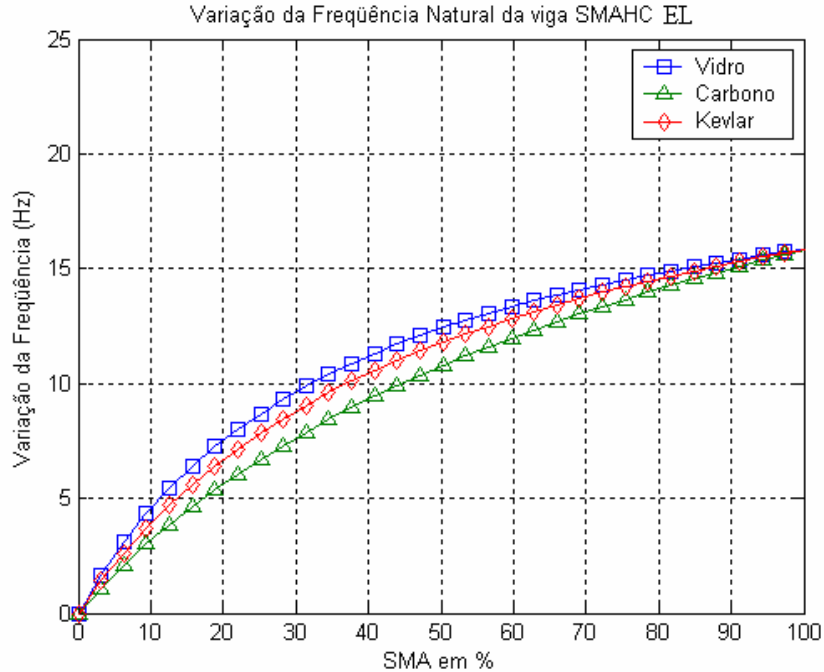


Figura 5.7 – Comportamento de $\Delta\omega_n$ para 10% de reforço no compósito.

Define-se neste trabalho uma Razão de Influência (RI) dada por:

$$RI = \frac{f_{vSMA}}{V_f}, \quad (5.8)$$

que representa a razão entre a fração volumétrica de SMA e a fração volumétrica de reforço a partir da qual se observa uma variação de ω_n maior que 10% ($\Delta\omega_n > 10\%$), em relação à frequência natural do compósito e para cada combinação de reforço apresentada.

A Tabela 5.3 apresenta o percentual de $\Delta\omega_n$ para diferentes f_{vSMA} em relação à frequência natural inicial do compósito.

Os resultados mostrados na Tabela 5.3 possibilitam a determinação da RI para as estruturas SMAHC, no qual estabelece uma f_{vSMA} mínima para que se tenha uma determinada variação em ω_n . Na Tabela 5.3, para 10% de reforço de fibra de vidro no compósito que compõem a viga SMAHC, a RI_{10} é de 1,25, ou seja, para que se tenha uma $\Delta\omega_n$ da estrutura SMAHC acima de 10% ($\Delta\omega_n > 10\%$) deve-se ter uma fração volumétrica mínima de SMA de 12,5% ($f_{vSMA} > 12,5\%$). Por outro lado, para o reforço de

fibra de carbono, é necessário uma $RI_{10} = 3,12$, ou seja, f_{vSMA} mínima de 31,25%. Para a fibra de kevlar têm-se uma $RI_{10} = 1,87$, ou seja, f_{vSMA} mínima de 18,75%. Estes resultados estão resumidamente mostrados Tabela 5.4.

Tabela 5.3 – Percentual de $\Delta\omega_n$ para a viga SMAHC EL para 10% de reforço no compósito.

f_{vSMA} (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FV}$ (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FK}$ (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FC}$ (%)
0	0	0	0
3,12	3,65	2,34	1,45
6,25	6,78	4,41	2,78
9,37	9,49	6,26	3,99
12,5	11,86	7,92	5,12
15,62	13,95	9,42	6,16
18,75	15,81	10,79	7,13
21,87	17,47	12,04	8,04
25	18,97	13,18	8,89
28,12	20,33	14,23	9,70
31,25	21,56	15,21	10,46
37,37	22,69	16,11	11,18
50	26,37	19,17	13,74
75	31,24	23,47	17,73
100	34,62	26,67	21,09

Tabela 5.4 – Valores da RI_{10} para a viga SMAHC com 10% de reforço no compósito.

Vigas	RI
$SMAHC_{FV}$	1,25
$SMAHC_{FC}$	3,12
$SMAHC_{FK}$	1,87

Comparando-se os resultados apresentados nas Figuras 5.4, 5.5 e 5.6 percebe-se melhor a influência do módulo elástico e da densidade das fibras de reforço na frequência natural de estruturas SMAHC. No caso da Figura 5.4, para fibras de vidro, ω_n se manteve praticamente constante, passando a variar com a mudança de fase dos fios de SMA, ou seja, a contribuição do módulo elástico das SMA na rigidez da viga SMAHC supera a da densidade do material como um todo (Equação 4.61). Na Figura 5.5 o comportamento na fase martensita é semelhante ao observado para a fibra de vidro, e na fase austenita é o oposto do observado anteriormente. Neste caso, a densidade da viga SMAHC supera a contribuição do módulo elástico da SMA fazendo com que a frequência natural da viga diminua em até 49,3% com f_{vSMA} , para a fase martensita. Por fim, na Figura 5.6, o comportamento de ω_n se aproxima do apresentado na Figura 5.5 devido ao elevado módulo elástico das fibras de kevlar quando comparado ao da SMA.

As Figuras 5.8, 5.9 e 5.10 apresentam a evolução de ω_n em função da f_{vSMA} para a viga SMAHC com $V_f = 20\%$ no compósito. Observa-se que para fibras de carbono e kevlar (Figuras 5.9 e 5.10) o comportamento apresentado por ω_n é próximo ao apresentado para $V_f = 10\%$ (Figuras 5.5 e 5.6). Por outro lado, para fibra de vidro (Figura 5.8) ω_n apresenta uma redução de até 34,5% para o SMA na fase martensita, e 7,3% na fase austenita. Esse comportamento de ω_n na Figura 5.8 é devido ao fato de que, nesse caso, a contribuição da densidade é mais significativa que a do módulo elástico na equação 4.62.

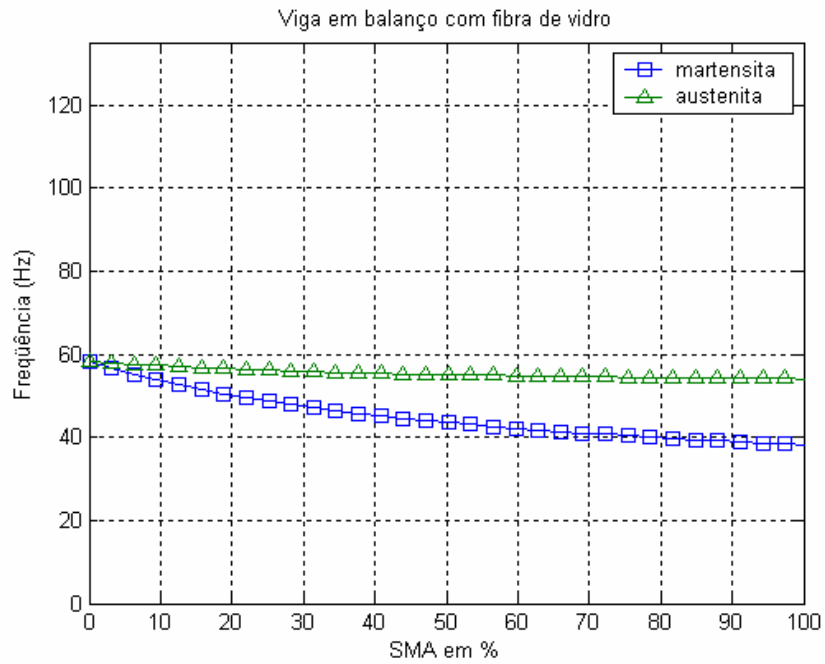


Figura 5.8 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de vidro no compósito.

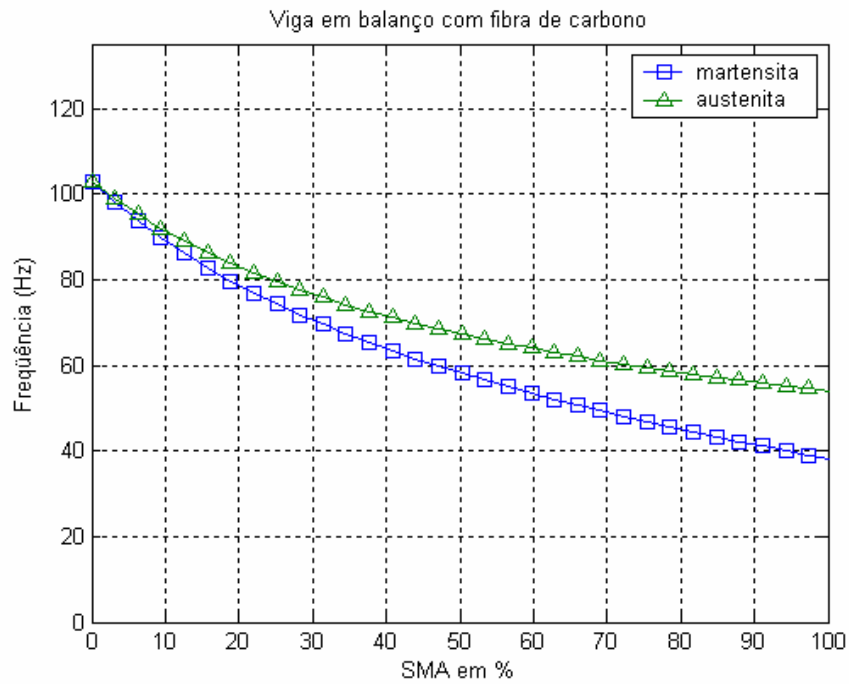


Figura 5.9 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de carbono no compósito.

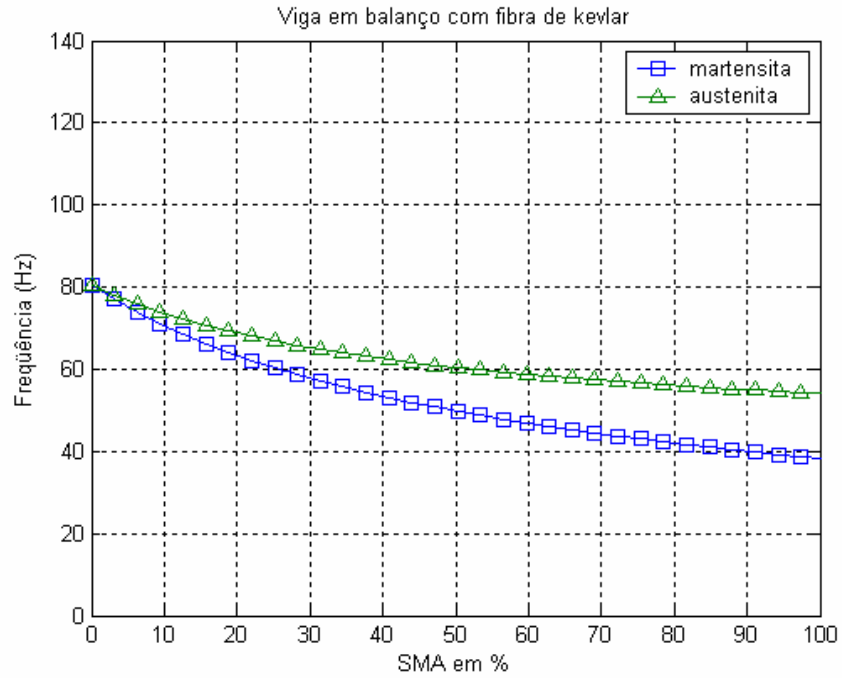


Figura 5.10 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de kevlar no compósito.

A Figura 5.11 apresenta $\Delta\omega_n$ em função da f_{vSMA} para $V_f = 20\%$. Observa-se que para os três tipos de reforço a viga SMAHC com fibra de vidro apresentou maior $\Delta\omega_n$ em relação ao carbono e ao kevlar. No entanto, para todos os casos, $\Delta\omega_n$ ficou entre 0 a 20% menor do que o apresentado para 10% de reforço (Figura 5.7). O que se justifica pelo aumento da rigidez da estrutura devido à maior quantidade de reforço inibindo a influência do SMA.

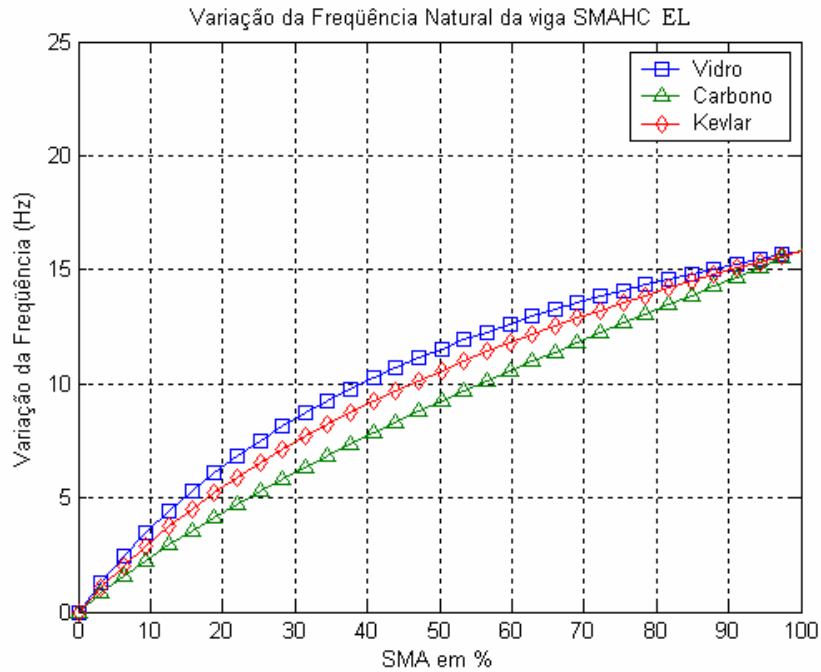


Figura 5.11 – Comportamento de $\Delta\omega_n$ para 20% de reforço no compósito.

A Tabela 5.4 apresenta o percentual de $\Delta\omega_n$ para diferentes f_{vSMA} em relação a ω_n inicial do compósito ($f_{vSMA} = 0$).

Comparando as Tabelas 5.3 e 5.5, observa-se que é necessário uma quantidade maior de fração volumétrica de SMA na viga SMAHC para que se tenha uma $\Delta\omega_n > 10\%$ entre as fases martensita e austenita dos fios de SMA. A Tabela 5.6 apresenta os valores da RI_{20} na viga SMAHC para $V_f = 20\%$ de fibra de vidro, carbono e kevlar.

Tabela 5.5 – Percentual de $\Delta\omega_n$ para a viga SMAHC EL para 20% de reforço no compósito.

f_{vSMA} (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FV}$ (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FK}$ (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FC}$ (%)
0	0	0	0
3,12	2,81	1,78	1,06
6,25	5,34	3,41	2,06
9,37	7,62	4,90	3,00
12,5	9,69	6,29	3,88
15,62	11,58	7,57	4,72
18,75	13,32	8,78	5,52
21,87	14,92	9,91	6,29
25	16,40	10,97	7,03
28,12	17,77	11,98	7,75
31,25	19,05	12,93	8,84
37,37	20,24	13,84	9,11
50	24,31	17,08	11,65
75	30,18	22,23	16,24
100	34,64	26,70	21,12

Comparando as Tabelas 5.3 e 5.5, observa-se que é necessário uma quantidade maior de fração volumétrica de SMA na viga SMAHC para que se tenha uma $\Delta\omega_n > 10\%$ entre as fases martensita e austenita dos fios de SMA. A Tabela 5.6 apresenta os valores da RI_{20} na viga SMAHC para $V_f = 20\%$ de fibra de vidro, carbono e kevlar.

Tabela 5.6 – RI_{20} para a viga SMAHC com 20% de reforço.

Vigas	RI
$SMAHC_{FV}$	0,78
$SMAHC_{FC}$	2,03
$SMAHC_{FK}$	1,25

Apresenta-se nas Figuras 5.12, 5.13 e 5.14 a evolução de ω_n em função da f_{vSMA} para a viga SMAHC com $V_f = 50\%$ no compósito. O comportamento apresentado por ω_n na viga SMAHC para $V_f = 50\%$ (Figuras 5.12, 5.13 e 5.14) é muito próximo ao apresentado para 20% de reforço (Figuras 5.9, 5.10 e 5.11), cabendo, portanto, as mesmas interpretações.

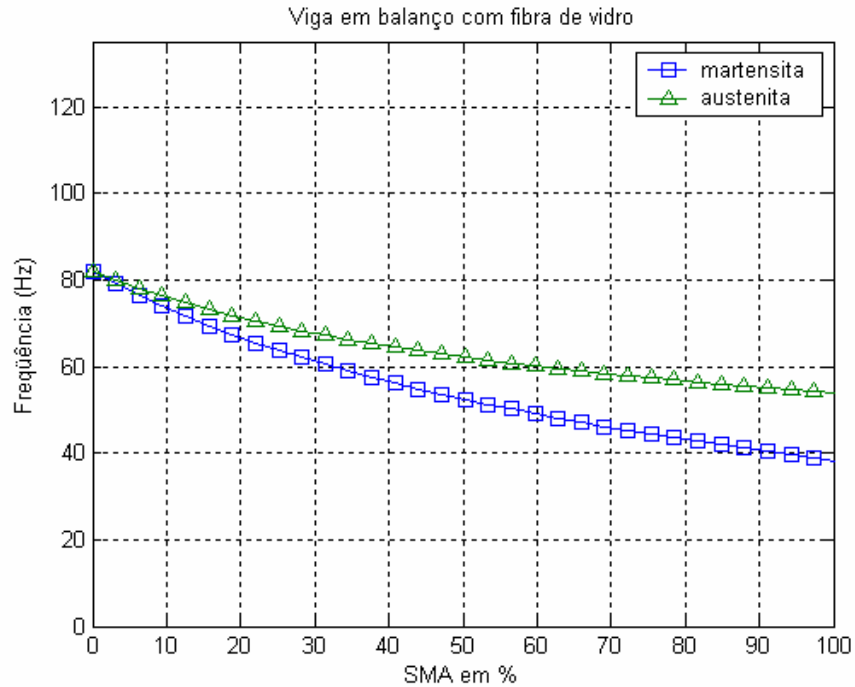


Figura 5.12 – Comportamento de ω_n para 50% de reforço de fibra de vidro no compósito.

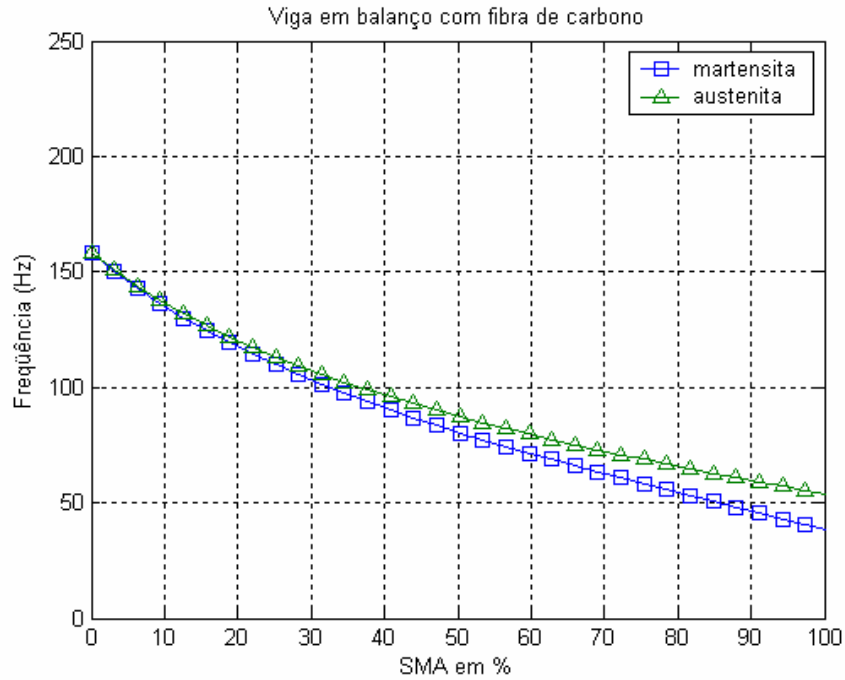


Figura 5.13 – Comportamento de ω_n para 50% de reforço de fibra de carbono no compósito.

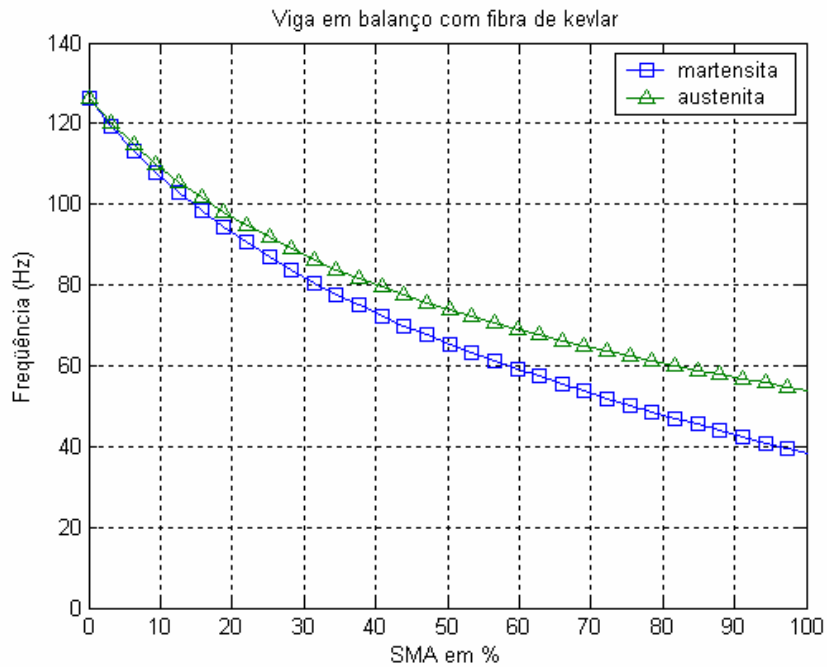


Figura 5.14 – Comportamento de ω_n para 50% de reforço de fibra de kevlar no compósito.

A Tabela 5.7 apresenta os valores para RI_{50} na viga SMAHC com 50% de reforço. Com os valores apresentados para RI_{50} na Tabela 5.7 é possível perceber que quantidade de f_{vSMA} na viga SMAHC deve aumentar em relação aos percentuais de 10% e 20% de reforço (Tabelas 5.4 e 5.6), para que se tenha uma variação mínima de 10% na frequência natural entre as fases martensita e austenita dos fios de SMA, ou seja, para o reforço de fibra de vidro são necessários 21,5% de f_{vSMA} , fibra de carbono 56% e kevlar 34%. Logo, quanto maior a fração volumétrica de reforço no compósito maior deverá ser a f_{vSMA} .

Tabela 5.7 – RI_{50} para a viga SMAHC com 50% de reforço.

Vigas	RI
$SMAHC_{FV}$	0,43
$SMAHC_{FC}$	1,12
$SMAHC_{FK}$	0,68

5.2–VIGA SMAHC NA CONDIÇÃO DE CONTORNO AA

De maneira semelhante à apresentada na seção anterior aqui se determina ω_n da viga SMAHC na condição de contorno AA (viga bi – apoiada). As Figuras 5.15, 5.16 e 5.17 apresentam a evolução de ω_n em função da f_{vSMA} para a viga SMAHC com $V_f = 10\%$ de fibra de vidro, carbono e kevlar respectivamente. Como pode ser observado nas Figuras 5.15, 5.16 e 5.17 o comportamento apresentado por ω_n se assemelha muito ao já apresentado para a viga SMAHC na condição EL tendo as mesmas interpretações.

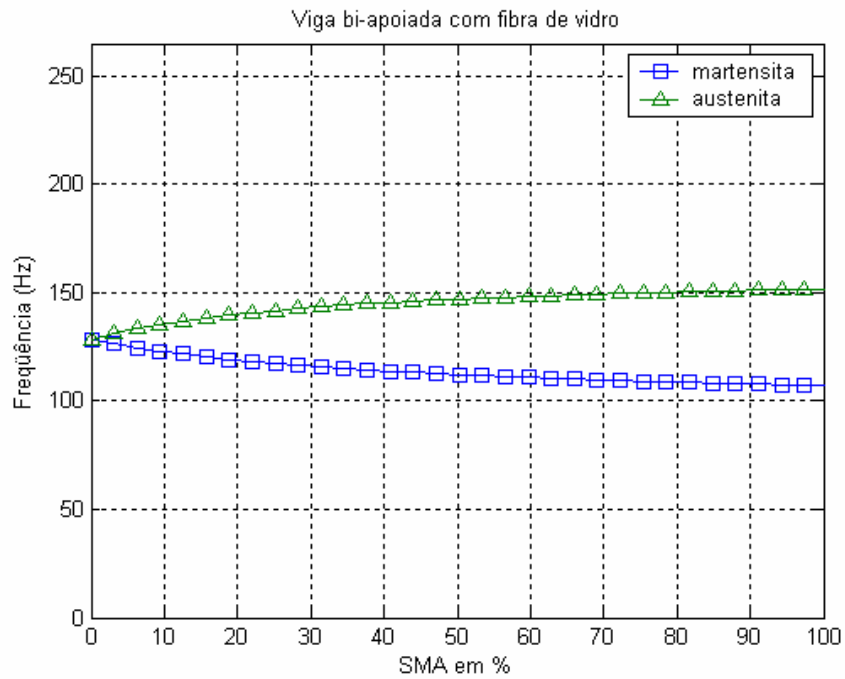


Figura 5.15 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de vidro no compósito.

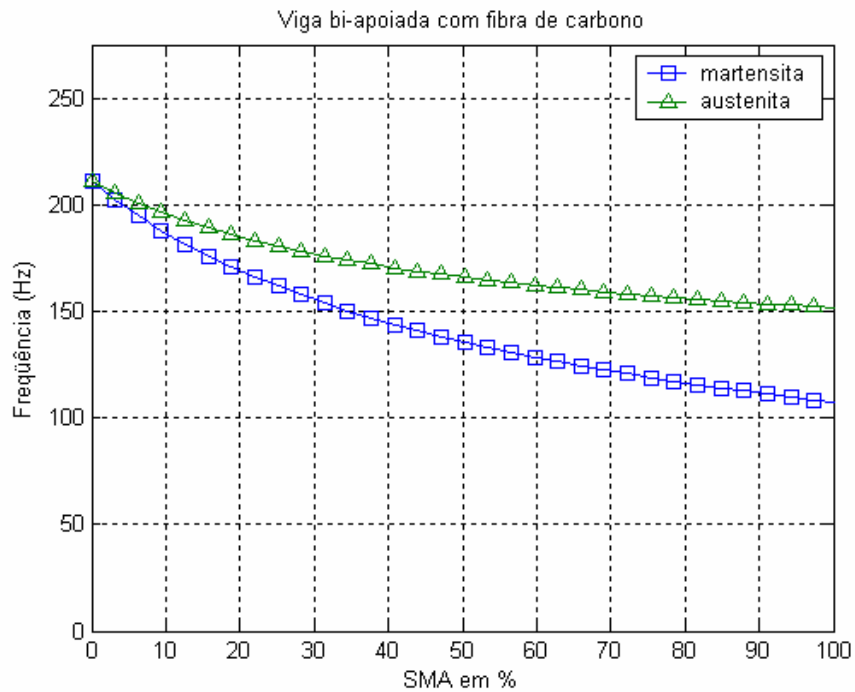


Figura 5.16 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de carbono no compósito.

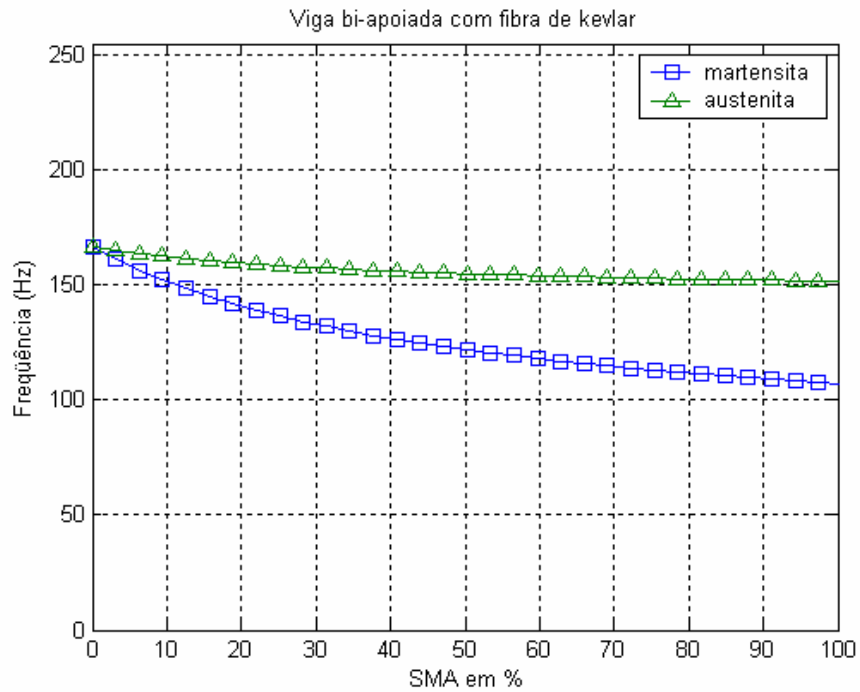


Figura 5.17 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de kevlar no compósito.

Na Figura 5.18 é apresentado o comportamento da $\Delta\omega_n$ para a viga SMAHC na condição de contorno AA. Comparando os resultados apresentados pelas Figuras 5.7 e 5.18 observam-se os diferentes valores de $\Delta\omega_n$ para as mesmas combinações de compósito. A $\Delta\omega_n$ apresentou uma variação de até 20% em relação aos reforços considerados, sendo menor para o reforço de fibra de carbono.

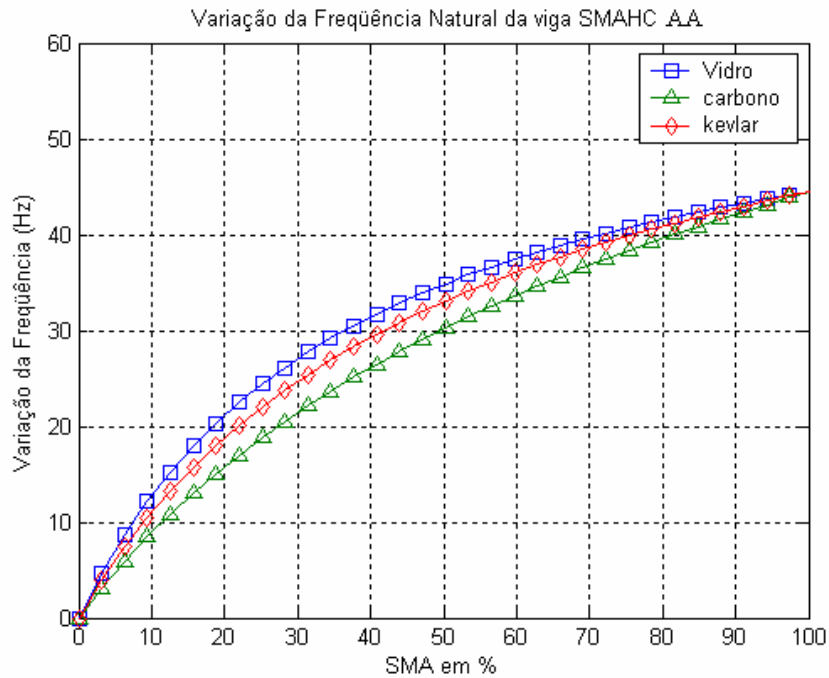


Figura 5.18 – Comportamento de $\Delta\omega_n$ para 10% de reforço no compósito.

Na Tabela 5.8 são apresentados os percentuais de $\Delta\omega_n$ em relação à ω_n inicial do compósito em função da $f_{v_{SMA}}$ com a viga SMAHC na condição de contorno AA e para $V_f = 10\%$.

Apesar das diferentes condições de contorno EL e AA da viga SMAHC, os percentuais de variação na frequência natural em relação à frequência natural inicial do compósito são as mesmas. Logo, tem-se a mesma Razão de Influência entre as condições de contorno EL e AA.

Tabela 5.8 – Percentual de $\Delta\omega_n$ para a viga SMAHC AA para 10% de reforço no compósito.

$f_{v,SMA}$ (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FV}$ (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FK}$ (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FC}$ (%)
0	0	0	0
3,12	3,65	2,34	1,45
6,25	6,78	4,41	2,78
9,37	9,49	6,26	3,99
12,50	11,86	7,92	5,12
15,62	13,95	9,42	6,16
18,75	15,81	10,79	7,13
21,87	17,47	12,04	8,04
25	18,97	13,18	8,89
28,12	20,33	14,23	9,70
31,25	21,56	15,21	10,46
37,37	22,69	16,11	11,18
50	26,37	19,17	13,74
75	31,24	23,47	17,73
100	34,62	26,67	21,09

As Figuras 5.19, 5.20 e 5.21 mostram o comportamento de ω_n para 20% de reforço. Os resultados apresentados para as vigas SMAHC nas condições EL e AA com $V_f = 20\%$ possuem comportamento semelhante para ω_n , porém com valores diferentes para cada $f_{v,SMA}$ o que pode ser explicado através dos autovalores das Equações transcendentais 4.61 e 4.85 dados na Tabela 4.1.

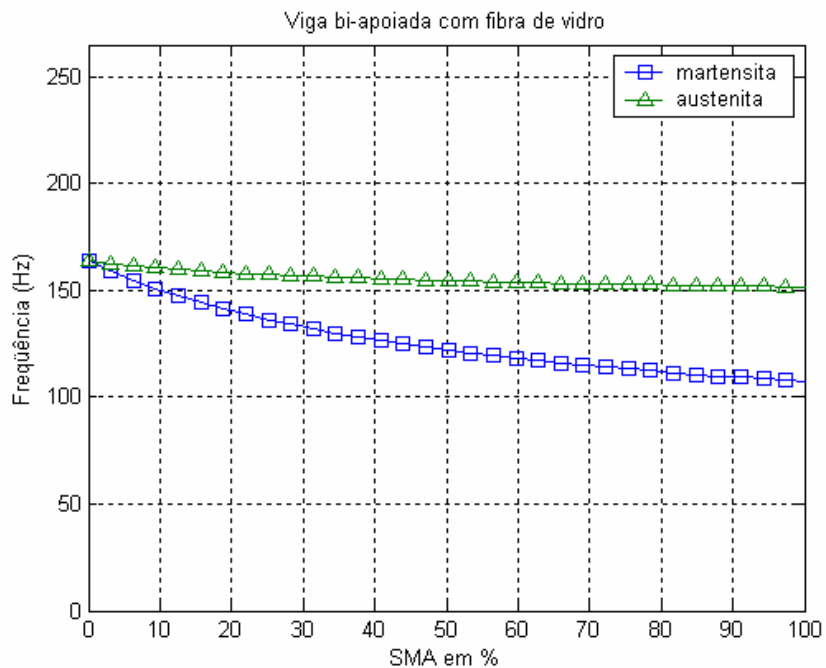


Figura 5.19 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de vidro no compósito.

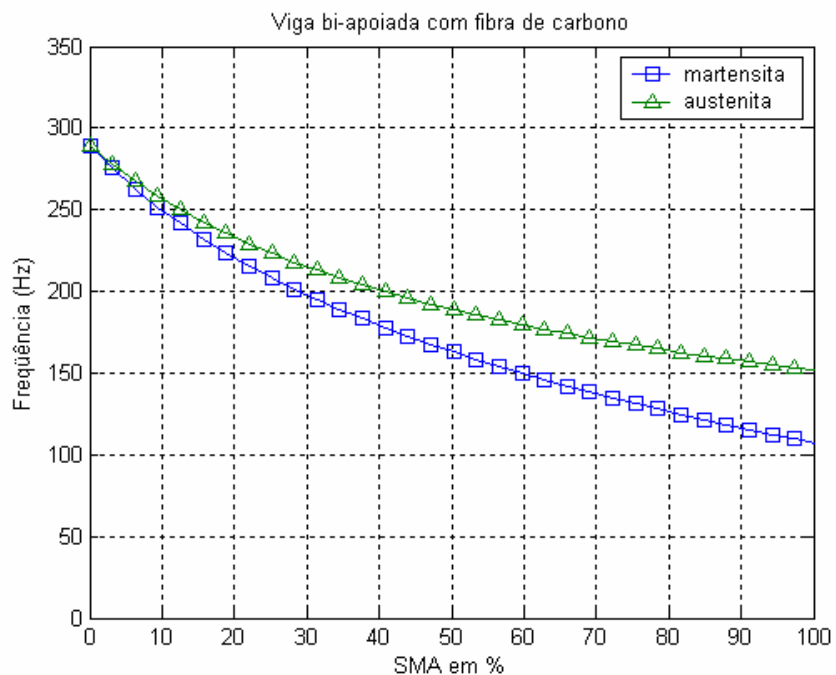


Figura 5.20 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de carbono no compósito.

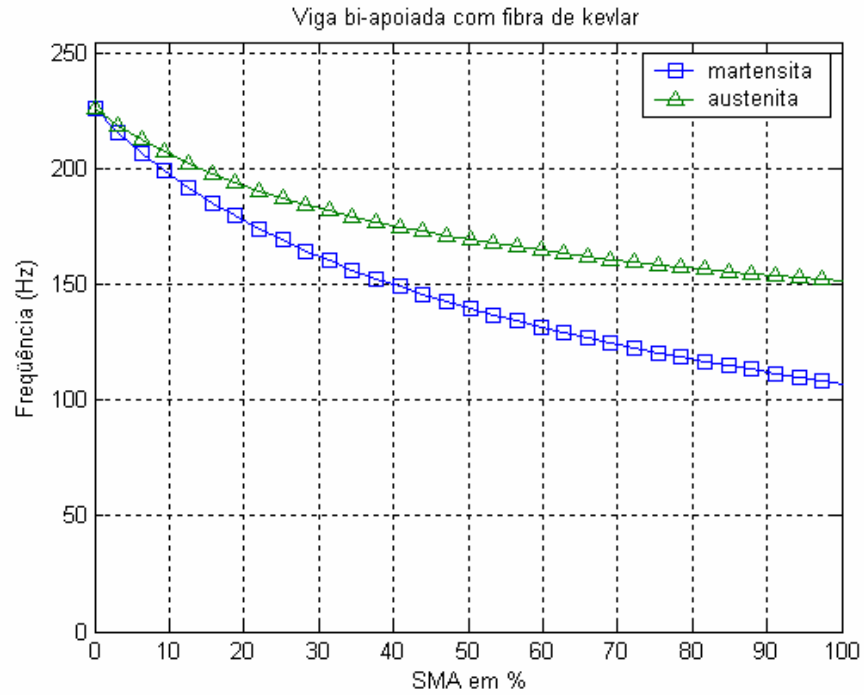


Figura 5.21 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de kevlar no compósito.

Na Figura 5.22 apresenta-se os resultados para $\Delta\omega_n$ na viga SMAHC na condição AA. Se comparados os resultados apresentados pelas Figuras 5.11 e 5.21 os valores de $\Delta\omega_n$ praticamente triplicaram, porém o percentual de variação, em relação à frequência natural inicial, se manteve na faixa de 0 a 34,6%

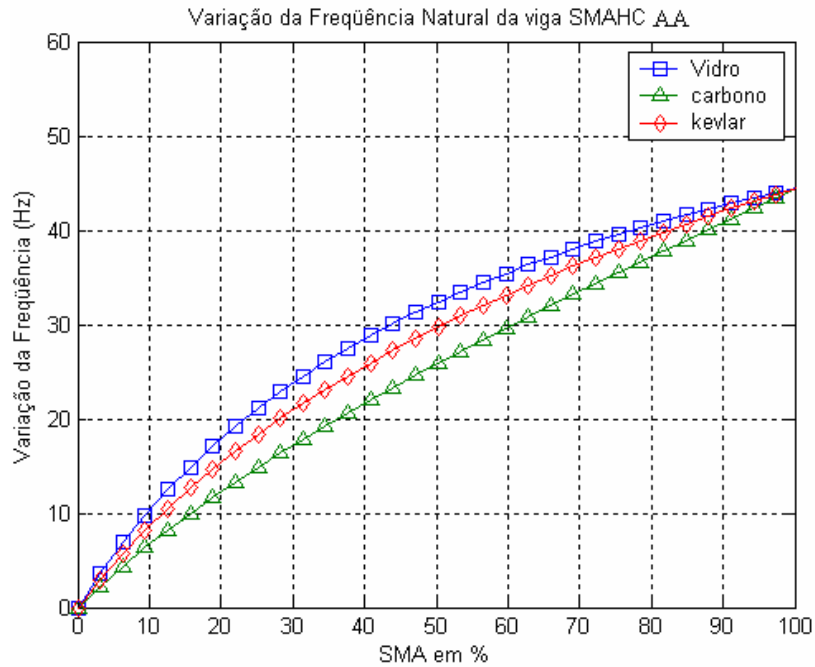


Figura 5.22 – Comportamento de $\Delta\omega_n$ para 20% de reforço no compósito.

A Tabela 5.9 apresenta os valores para a $\Delta\omega_n$ em função da fração volumétrica de SMA para a viga SMAHC para $V_f = 20\%$ de fibras de vidro, carbono e kevlar.

Comparando os resultados apresentados para o percentual de $\Delta\omega_n$ em relação à ω_n inicial do compósito, conclui-se que $\Delta\omega_n$ e RI foram idênticos para as vigas nas condições de contorno EL e AA e para as mesmas quantidades de reforço. (Tabelas 5.3, 5.5, 5.8 e 5.9).

Tabela 5.9 – Percentual de $\Delta\omega_n$ para a viga SMAHC AA para 20% de reforço no compósito.

f_{vSMA} (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FV}$ (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FK}$ (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FC}$ (%)
0	0	0	0
3.12	2.81	1.78	1.06
6.25	5.34	3.41	2.06
9.37	7.62	4.90	3.00
12.5	9.69	6.29	3.88
15.62	11.58	7.57	4.72
18.75	13.32	8.78	5.52
21.87	14.92	9.91	6.29
25	16.40	10.97	7.03
28.12	17.77	11.98	7.75
31.25	19.05	12.93	8.44
37.37	20.24	13.84	9.11
50	24.31	17.08	11.65
75	30.18	22.23	16.24
100	34.64	26.70	21.12

5.3–VIGA SMAHC NA CONDIÇÃO DE CONTORNO EE

Para o cálculo de ω_n da viga SMAHC na condição de contorno EE (bi – engastada), considera-se duas situações distintas para temperatura e deformação dos fios de SMA. Em ambos os casos, os fios de SMA são embebidos na linha central intermediária da viga pré-deformados em 4% ($\varepsilon = 4\%$), e sem deformação ($\varepsilon = 0\%$) e nas fases martensita e austenita, além de se considerar as três combinações para o compósito apresentadas anteriormente. Com os fios de SMA pré-deformados em 4% os autovalores ($\mu_n L$) da Equação Transcendental 4.74 foram determinados experimentalmente por Lau (2002). As Figuras 5.23, 5.24 e 5.25 apresentam o comportamento de ω_n em função da f_{vSMA} para a viga SMAHC com $V_f = 10\%$, e sem deformação dos fios de SMA ($\varepsilon = 0\%$). Para a condição de contorno EE e com os fios de SMA sem deformação ω_n teve o mesmo

comportamento apresentado nas condições EL e AA, tendo, portanto as mesmas interpretações.

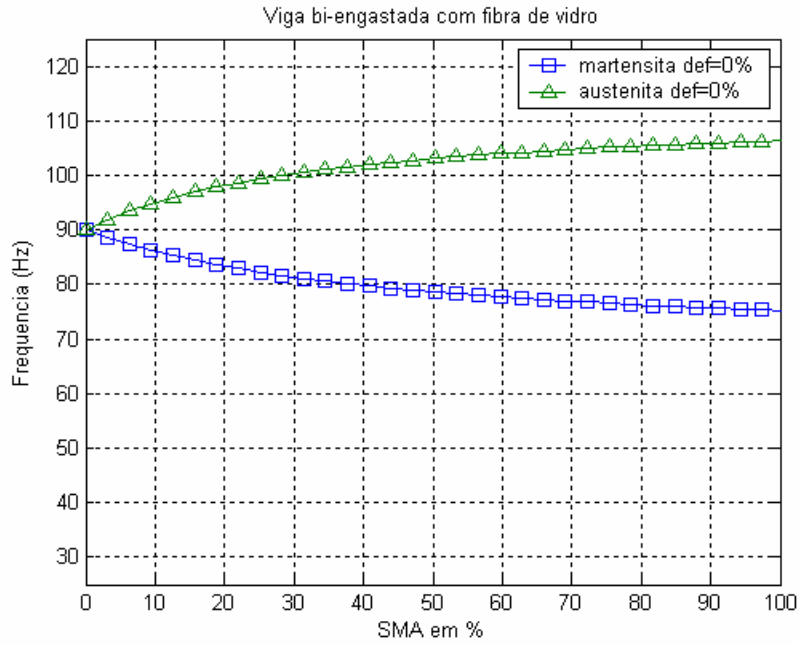


Figura 5.23 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de vidro no compósito.

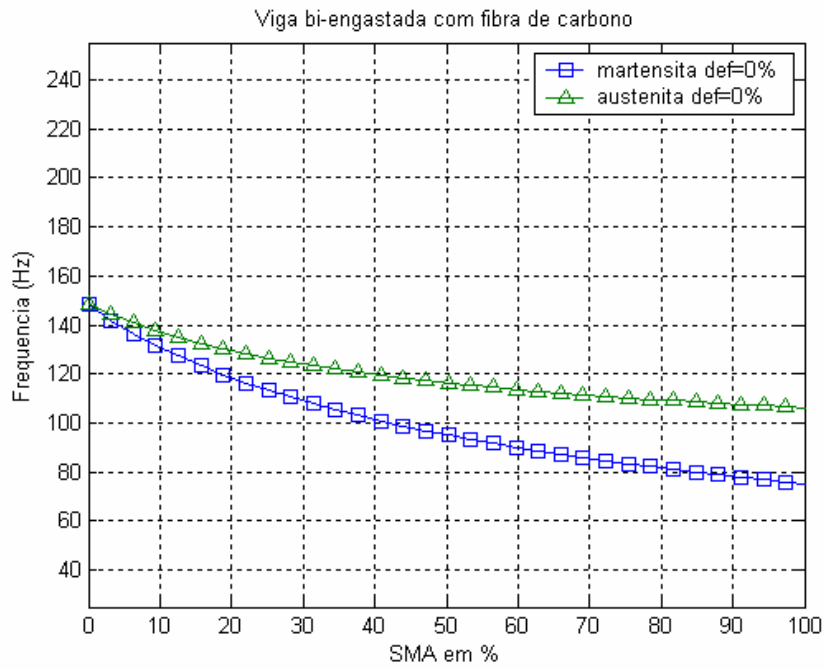


Figura 5.24 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de carbono no compósito.

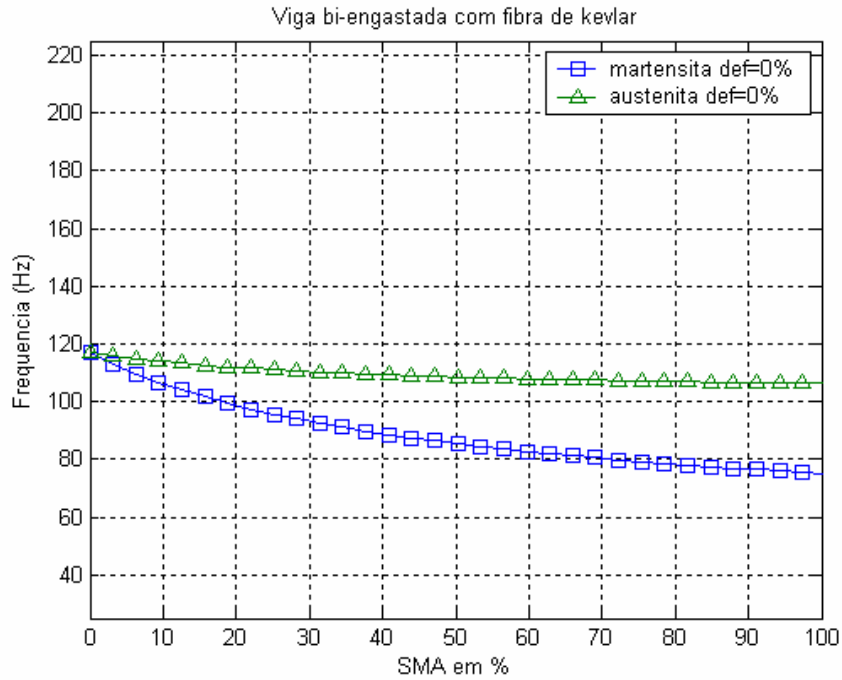


Figura 5.25 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de kevlar no compósito.

A Figura 5.26 apresenta a $\Delta\omega_n$ para a viga SMAHC com 10% de reforço. Observa-se que a viga SMAHC com reforço de fibra de vidro apresenta $\Delta\omega_n$ entre 0 a 30% maior em relação ao carbono e kevlar, mostrando que dentre os reforços apresentados o que possui o menor módulo elástico possibilitou uma maior variação de ω_n entre as fases martensita e austenita.

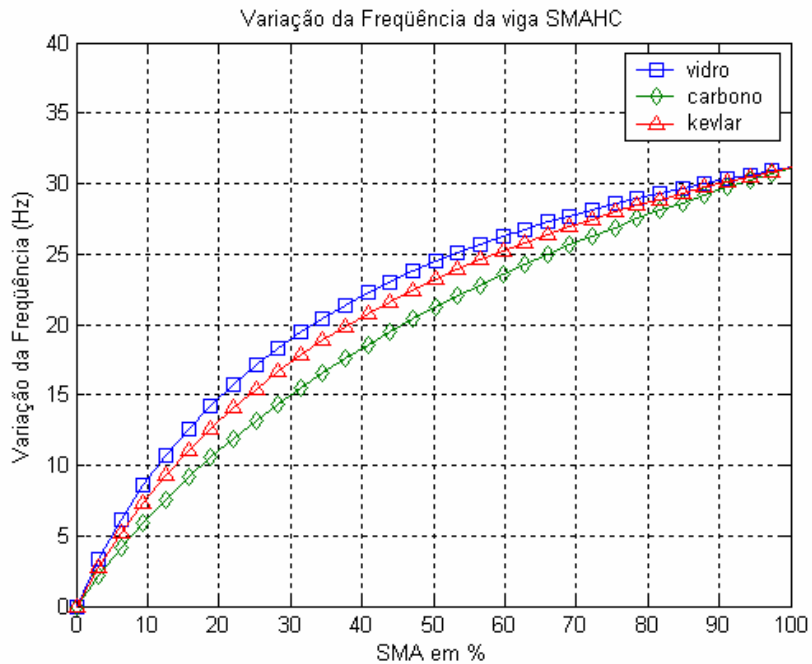


Figura 5.26 – Comportamento de $\Delta\omega_n$ para 10% de reforço no compósito.

A Tabela 5.10 apresenta os valores para o percentual da $\Delta\omega_n$ na viga SMAHC na condição EE. Na Tabela 5.10 tem-se os mesmos valores apresentados nas Tabelas 5.3 e 5.7 para $\Delta\omega_n$ em função da f_{vSMA} , o que mostra que o percentual de $\Delta\omega_n$ independe da condição de contorno da viga. Os valores para RI para a viga EE, conseqüentemente, são os mesmos já apresentados nas vigas EL e AA com 10% de reforço (Tabelas 5.4).

Tabela 5.10 – Percentual de $\Delta\omega_n$ para a viga SMAHC EE para 10% de reforço no compósito.

f_{vSMA} (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FV}$ (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FK}$ (%)	$\Delta\omega_n$ para $SMAHC_{FC}$ (%)
0	0	0	0
3,12	3,65	2,34	1,45
6,25	6,78	4,41	2,78
9,37	9,49	6,26	3,99
12,50	11,86	7,92	5,12
15,62	13,95	9,42	6,16
18,75	15,81	10,79	7,13
21,87	17,47	12,04	8,04
25	18,97	13,18	8,89
28,12	20,33	14,23	9,70
31,25	21,56	15,21	10,46
37,37	22,69	16,11	11,18
50	26,37	19,17	13,74
75	31,24	23,47	17,73
100	34,62	26,67	21,09

As Figuras 5.27, 5.28 e 5.29 apresentam o comportamento de ω_n em função da f_{vSMA} para a viga SMAHC com $V_f = 20\%$ e sem deformação dos fios de SMA ($\varepsilon = 0\%$). É possível observar que ω_n manteve o mesmo comportamento aos já apresentados anteriormente nas condições de contorno EL e AA para $V_f = 20\%$.

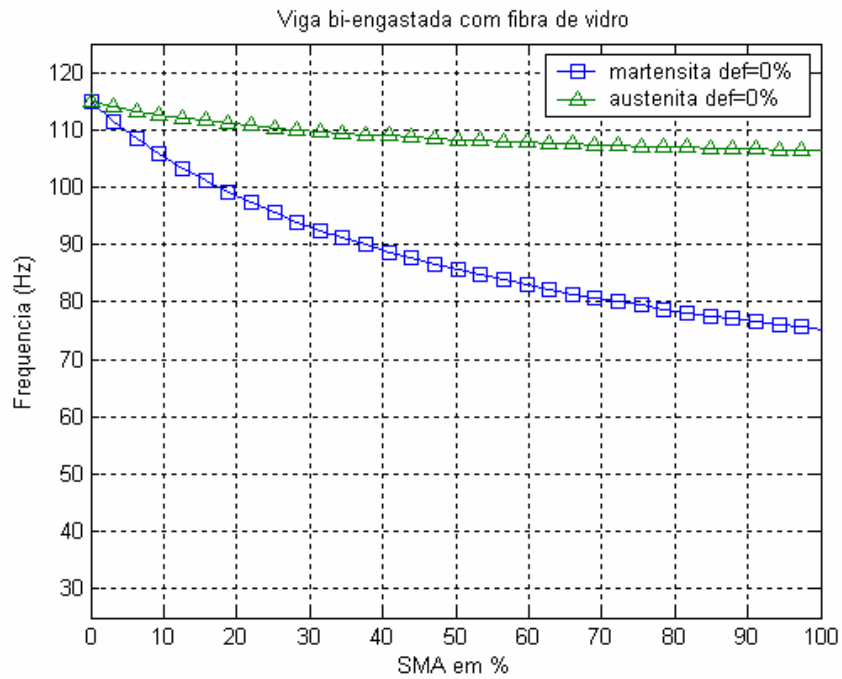


Figura 5.27 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de vidro no compósito.

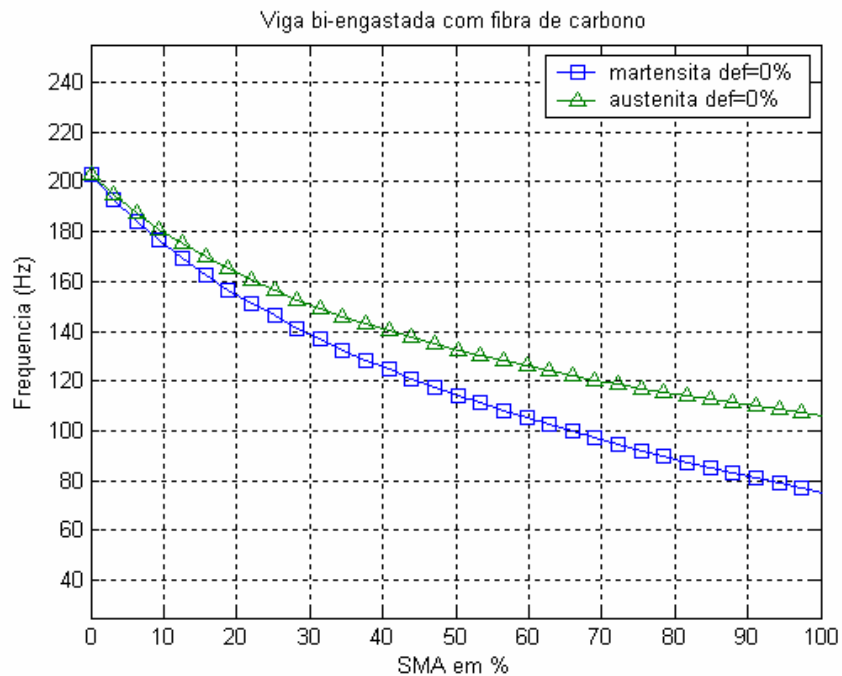


Figura 5.28 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de carbono no compósito.

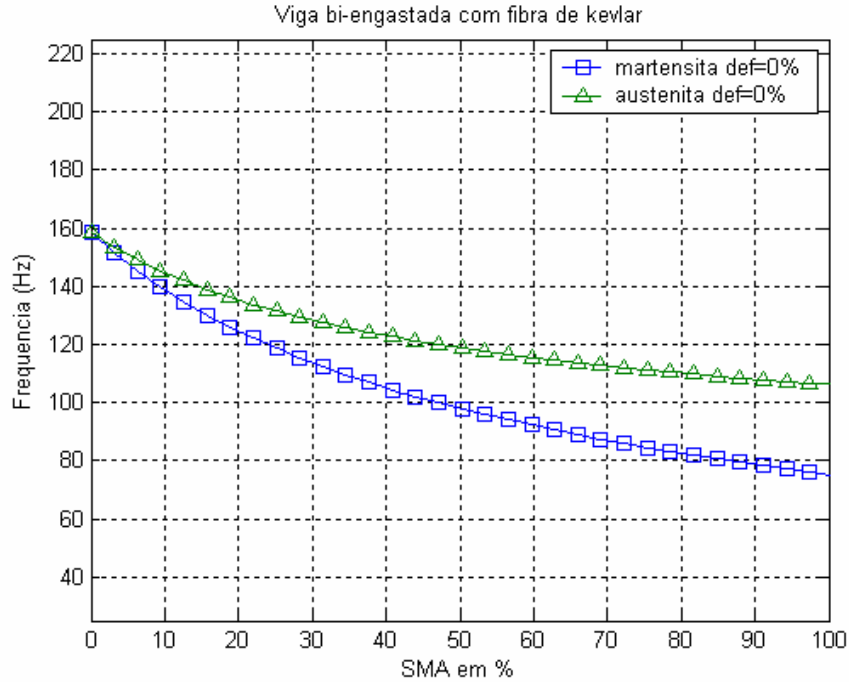


Figura 5.29 – Comportamento de ω_n para 20% de reforço de fibra de kevlar no compósito.

Nas Figuras 5.30, 5.31 e 5.32 são apresentados os resultados para ω_n em função da f_{vSMA} para $V_f = 10\%$ na condição de contorno EE e com os fios de SMA pré-deformados em 4% ($\varepsilon = 4\%$). Com essa pré-deformação têm-se o surgimento de uma tensão trativa que é determinada em função dos autovalores ($\mu_n L$), da Equação transcendental 4.75, que por sua vez, dependem da força de restituição dos fios de SMA na viga SMAHC (Equação 4.36) (Lau, 2002). Comparando as Figuras 5.23 e 5.30 é possível observar a influência deste tensão provocada em ω_n pelo efeito memória de forma. Os fios de SMA são pré-deformados e embebidos no compósito, com o aquecimento os fios de SMA tentam retornar à sua forma original, gerando na viga uma tensão de restituição.

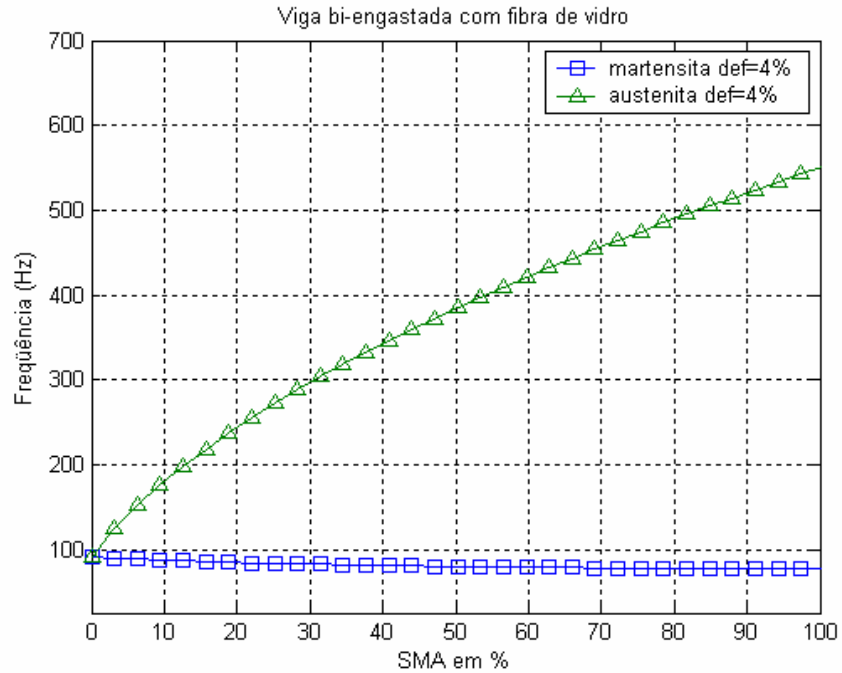


Figura 5.30 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de vidro no compósito.

As Figuras 5.31 e 5.32 apresentam a mesma análise para ω_n na viga SMAHC com reforços de carbono e kevlar. Na condição EE e com os fios de SMA pré-deformados é possível de se observar uma variação da frequência natural de até 500% em relação à frequência natural inicial do compósito, e para os fios de SMA na fase austenita. Isso se explica através dos autovalores ($\mu_n L$) da Equação (4.75) que são determinados em função da tensão trativa dos fios de SMA que surge devido à restrição de deslocamento em $x = 0$ e $x = L$.

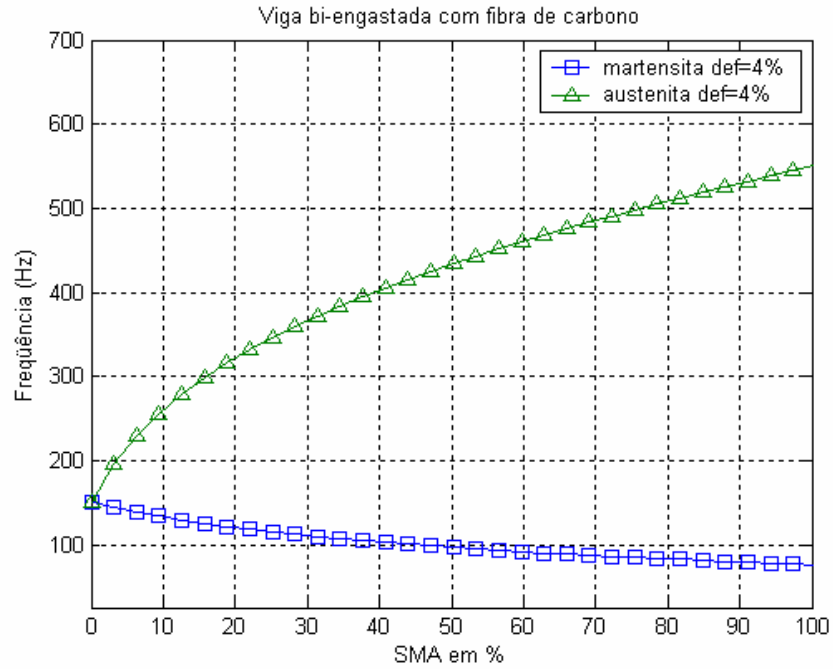


Figura 5.31 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de carbono no compósito.

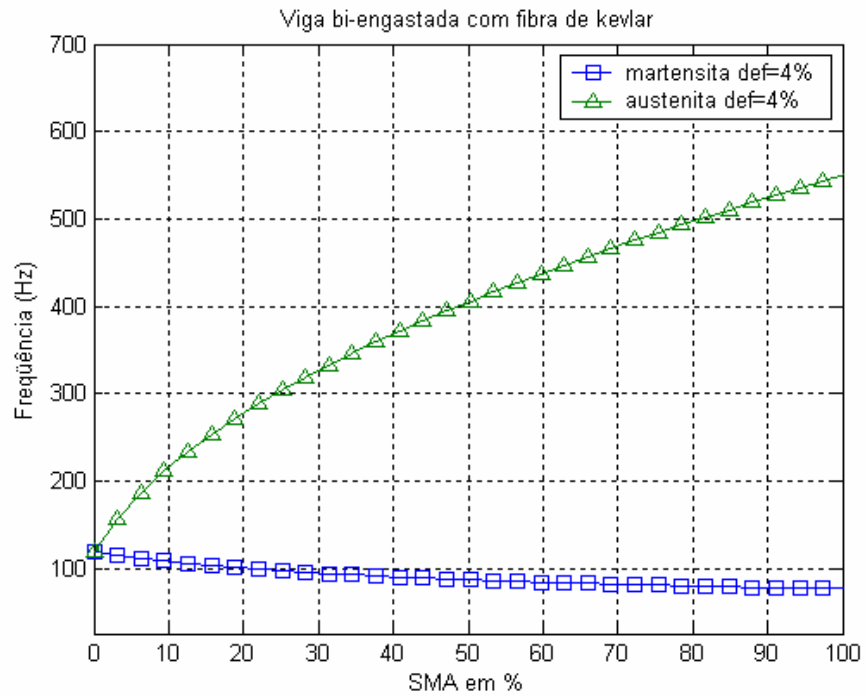


Figura 5.32 – Comportamento de ω_n para 10% de reforço de fibra de kevlar no compósito.

5.4 – FREQUÊNCIA NATURAL EM VIGAS DE EPÓXI/SMA

Aqui se apresenta uma análise de ω_n para uma viga de epóxi/SMA.

5.4.1. Viga Epóxi/SMA na condição EL

São apresentados na Figura 5.33 os resultados de ω_n para a viga em balanço (EL). Para esta análise duas características da viga devem ser consideradas: (i) densidade do epóxi (matriz) e dos fios de SMA (reforço); (ii) módulo elástico. O que se pode perceber dessa composição é que devido ao elevado módulo elástico dos materiais de SMA em comparação ao do epóxi (Tabela 5.1), o numerador da Equação (4.62) aumenta com o aumento da fração volumétrica de SMA superando o aumento da densidade da viga.

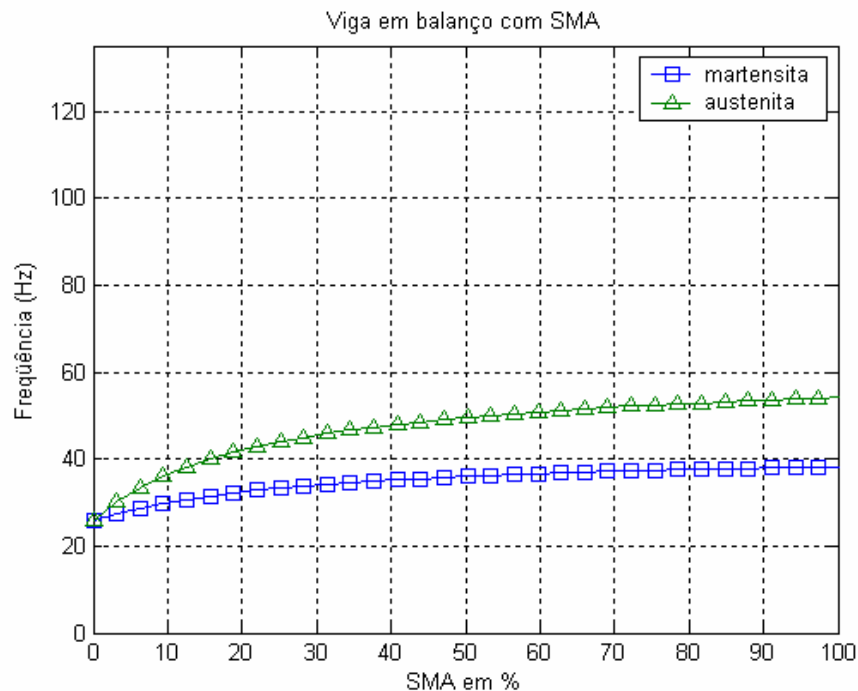


Figura 5.33 – Comportamento de ω_n da viga Epóxi/SMA na condição EL.

5.4.2. Viga Epóxi/SMA na condição AA

Apresenta-se na Figura 5.34 o comportamento de ω_n para a viga bi apoiada (AA). A evolução de ω_n para a condição AA é semelhante ao apresentado para a viga (EL) (Figura 5.33)

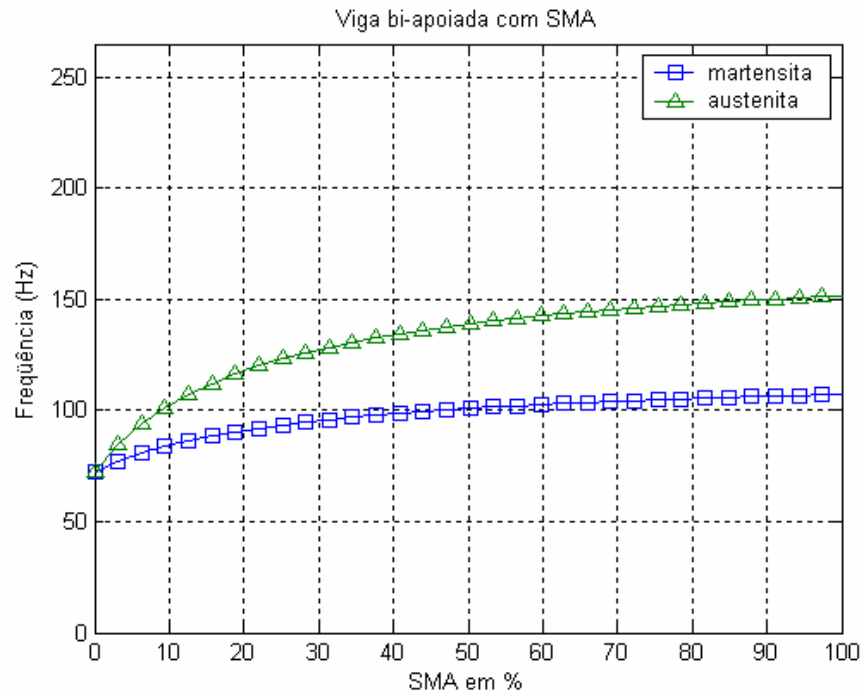


Figura 5.34 – Comportamento de ω_n da viga Epóxi/SMA na condição AA.

5.4.3. Viga Epóxi/SMA na condição EE

Os resultados mostrados nas Figuras 5.35 e 5.36 apresentam o comportamento de ω_n da viga bi-engastada embebida com fios de SMA sem deformação ($\varepsilon = 0$) e pré-deformados em 4% ($\varepsilon = 4\%$), respectivamente. Em ambos os casos o comportamento de ω_n em função da f_{vSMA} para a fase martensita foi próximo ao apresentado para as vigas EL e AA (Figuras 5.33 e 5.34).

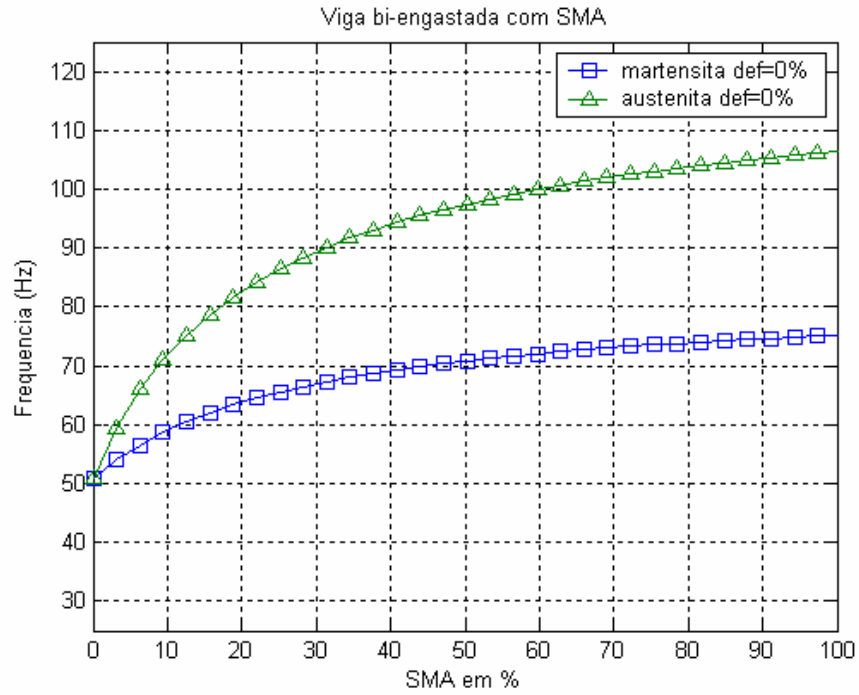


Figura 5.35 – Comportamento de ω_n da viga Epóxi/SMA na condição EE.

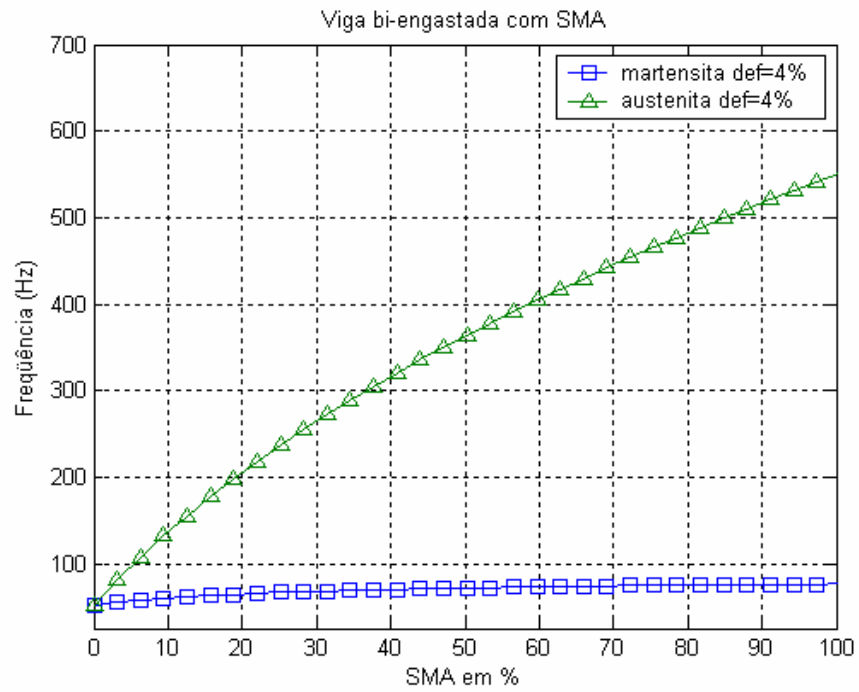


Figura 5.36 – Comportamento de ω_n da viga Epóxi/SMA na condição EE.

A Tabela 5.11 apresenta os valores da $\Delta\omega_n$ e RI em função da f_{vSMA} para a viga SMAHC com diferentes frações volumétricas de reforço no compósito e nas condições EL, AA e EE sem deformação.

Tabela 5.11 – Percentual de $\Delta\omega_n$ nas vigas EL, AA e EE diferentes frações volumétricas de reforço e $\varepsilon = 0$.

V_f (%)	f_{vSMA} (%)			$\Delta\omega_n$ (%)			RI		
	$SMAHC_{FV}$	$SMAHC_{FC}$	$SMAHC_{FK}$	$SMAHC_{FV}$	$SMAHC_{FC}$	$SMAHC_{FK}$	$SMAHC_{FV}$	$SMAHC_{FC}$	$SMAHC_{FK}$
5	9.42	25.13	15.70	11.06	10.63	11.09	1.88	5.02	3.14
10	12.50	31.25	18.75	11.86	10.46	10.79	1.25	3.12	1.87
20	15.62	40.84	25.00	11.58	10.41	10.97	0.78	2.03	1.25
30	18.84	47.12	28.27	11.67	10.29	10.55	0.62	1.57	0.94
40	21.99	53.40	31.41	11.89	10.47	10.41	0.55	1.33	0.78
50	25.13	56.54	34.55	12.18	10.25	10.40	0.50	1.13	0.69
60	25.13	59.69	37.69	11.31	10.18	10.49	0.41	0.99	0.62
70	28.27	62.83	40.84	11.73	10.21	10.63	0.40	0.89	0.58

Os resultados apresentados na Tabela 5.11 mostram que o aumento da fração volumétrica de reforço no compósito implica em um aumento na fração volumétrica de SMA para que se tenha uma variação da frequência natural da viga entre as fases martensita e austenita dos fios de SMA em torno de 10%. Esse aumento na fração volumétrica de reforço, conseqüentemente, provoca uma redução na Razão de Influência, que é determinada através da Equação (5.8).

Na Tabela 5.12 apresenta-se os valores de $\Delta\omega_n$ em função da f_{vSMA} para a viga SMAHC com diferentes frações volumétricas de reforço para a condição EE com deformação de 4% dos fios de SMA e conseqüentemente os valores de RI .

Tabela 5.12 – Percentual de $\Delta\omega_n$ na condição EE para diferentes frações volumétricas de reforço e $\varepsilon = 4\%$.

$V_f(\%)$	$f_{vSMA}(\%)$			$\Delta\omega_n(\%)$			RI		
	$SMAHC_{FV}$	$SMAHC_{FC}$	$SMAHC_{FK}$	$SMAHC_{FV}$	$SMAHC_{FC}$	$SMAHC_{FK}$	$SMAHC_{FV}$	$SMAHC_{FC}$	$SMAHC_{FK}$
5	1.05	2.61	1.57	10.85	10.02	10.25	0.21	0.52	0.31
10	1.57	3.66	2.61	10.88	10.22	10.57	0.16	0.36	0.26
20	2.09	4.71	3.14	10.70	10.35	10.53	0.10	0.23	0.16
30	2.61	5.23	4.18	10.55	10.47	10.61	0.09	0.17	0.14
40	3.14	6.28	5.23	10.63	10.13	10.45	0.08	0.16	0.13
50	3.66	7.33	6.28	10.64	10.48	10.13	0.07	0.15	0.12
60	4.18	8.37	6.80	10.89	10.18	10.70	0.07	0.14	0.11
70	4.71	9.42	7.33	10.78	10.89	10.18	0.06	0.13	0.10

Observa-se na Tabela 5.12 que os valores da f_{vSMA} para que se tenha uma variação mínima de 10% em ω_n são bem menores quando comparados aos da Tabela 5.11, mostrando uma influência da tensão gerada pela tentativa do fio de SMA retornar a sua forma.

06 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

6.1 – CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada uma análise da frequência natural para três vigas compósitas com de fibras de vidro, carbono e kevlar e embebidas com fios de SMA e para uma viga compósita com fios de SMA e para diferentes condições de contorno. Em todos os casos procurou-se explorar a variação do módulo elástico longitudinal em função da variação da temperatura e da fração volumétrica da SMA.

Primeiramente foi analisado comportamento do módulo elástico da viga SMAHC em função da f_{vSMA} . Dois extremos foram considerados: para $f_{vSMA} = 0$ e para $f_{vSMA} = 100\%$. No primeiro caso, tem-se o módulo elástico do compósito na direção do reforço. Entre os extremos, 0% e 100% a variação do módulo da viga SMAHC sofre significativa influência da fração volumétrica de SMA, com variação máxima de até 150% para a fase martensita, já para a fase austenita a variação ficou acima de 300%. No segundo caso têm-se o módulo elástico dos materiais de SMA, ou seja, à medida que se aumenta a fração volumétrica de SMA na estrutura, diminui-se a fração volumétrica do compósito.

Para as vigas SMAHC nas condições de contorno CF e FF com $V_f = 10\%$ de fibra de vidro no compósito, ω_n não manteve o mesmo comportamento nas fases martensita e austenita, apresentando uma redução de até 16,5% na fase martensita e um aumento de 18,1% na fase austenita em função da f_{vSMA} . Observou-se ainda que o percentual de variação de $\Delta\omega_n$ entre as fases se manteve na faixa de 0 a 34,6%, em relação a frequência natural inicial do compósito. Ainda para as vigas $SMAHC_{FV}$, para 20% e 50% de reforço no compósito, observou-se uma redução de ω_n em até 34,1% para a fase austenita, mostrando que a frequência natural de estruturas SMAHC pode ser aumentada ou reduzida dependendo da quantidade de fração volumétrica de reforço e SMA na estrutura.

Nas vigas $SMAHC_{FC}$ e $SMAHC_{FK}$, nas condições CF e FF, o comportamento apresentado por ω_n foi muito semelhante para as diferentes frações volumétricas de reforço no compósito (10, 20 e 50%). Em todos os casos ω_n diminui na faixa de 9,1 a 76,1%, sendo essa redução mais acentuada na fase martensita, o que se justifica pelo fato do módulo elástico na fase austenita ser o dobro da martensita. Observou-se nas vigas

SMAHC com reforço de carbono e kevlar que o percentual de variação de ω_n ficou entre 0 e 26,6% entre as fases do SMA.

Dos resultados obtidos para $\Delta\omega_n$ é possível ela independe da condição de contorno e da fração volumétrica de reforço no compósito. Com isso, foi definido neste trabalho uma razão de influência entre a f_{vSMA} e a V_f que define um valor mínimo de SMA na estrutura para que se tenha uma $\Delta\omega_n > 10\%$.

Com a viga SMAHC para os diferentes reforços e na condição CC o comportamento de ω_n na fase martensita foi muito próximo aos apresentados para as vigas SMAHC nas condições de contorno CF e FF. Por outro lado, na fase austenita, ω_n apresentou aumento de até 500% em função da f_{vSMA} , o que é explicado pelo efeito memória de forma que ocorre nos materiais de SMA quando são pré-deformados e depois aquecidos. O efeito memória de forma cria na viga SMAHC uma tensão trativa que se relaciona diretamente com ω_n .

Finalmente, analisou-se um compósito com matriz epóxi e fios de SMA. Comparando os resultados apresentados pelas vigas $SMAHC_{FV}$, $SMAHC_{FC}$ e $SMAHC_{FK}$ com a viga Epóxi/SMA é possível perceber a influência causada pelo reforço na viga SMAHC, sendo que para a viga de epóxi/SMA, em todos os casos, ω_n apresentou um aumento na faixa de até 48,2% para a fase martensita e 98,5% na fase austenita.

6.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Apresentam-se aqui algumas observações consideradas de grande importância para futuros trabalhos, a fim de explorar a variação do módulo elástico dos materiais com memória de forma e o efeito memória de forma para controle de vibração em estruturas compósitas reforçadas com fibras.

- i) Análise experimental dos resultados:** Os resultados apresentados neste trabalho são teóricos, logo, a necessidade de suas validações experimentais;
- ii) Extensão dos resultados para outras estruturas bi e tri dimensionais:** Os resultados mostrados para as vigas são unidimensionais. A extensão para outros contextos é um passo necessário para que a extensão dos resultados possam ser empregados para o estudo de aplicações mais complexas;

iii) Amortecimento e formas modais: O amortecimento da viga juntamente com suas formas modais de vibrar devem ser explorados para diferentes frações volumétricas de fios de SMA embebidos na viga.

iv) Influência na RI devido à variação da posição dos fios de SMA em relação ao eixo neutro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACHENBACH, M.; MÜLLER, I. A. **A Model for Shape Memory, J. de Physique**. Colloque C4, s.12, Tome 43, pp.163-167, 1982.

ANDERS, W. S.; ROGERS, C. A.; FULLER, C. R. **Vibration and Low-frequency Acoustic Analysis of piecewise-activated Adaptive Composite Panels**. J. Composite Materials, n. 26, pp.103-120, 1992.

AURICCHIO, F.; LUBLINER, J. **A Uniaxial Model for Shape Memory Alloys**. International Journal of Solids and Structures, 34 (27): pp. 3601-3618, 1997.

AURICCHIO, F.; SACCO E. **A One-Dimensional Model for Superelastic Shape Memory Alloys with Different Elastic Properties between Austenite and Martensite**. International Journal of Non-Linear Mechanics, 32 (6): pp.1101-1114, 1997.

AURICCHIO, F.; TAYLOR, R. L.; LUBLINER, J. **Shape-Memory Alloys: Macro-Modeling and Numerical Simulations of the Superelastic Behavior**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 146 (3-4): pp. 281-312, 1997.

AYRES, T.; CHAUDHRY, Z.; ROGERS, C. A. **Localized Health Monitoring of Civil Infrastructure via Piezoelectric Actuator/Sensor Patches**. SPIE's 1996 Symposium on Smart Structures and Integrated Systems, SPIE 2719, pp. 123-131, 1996.

BAËTA-NEVES, A. P.; SAVI, M. A.; PACHECO, P. M. C. L. **Horizontal Enlargement of the Stress-Strain Loop on a Thermo-Plastic-Phase Transformation Coupled Model for Shape Memory Alloys**. XVII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 2003.

BAILEY, T.; HUBBARD Jr., J. E. **Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control**, 1985.

BATRA R. C. **Design of Smart Materials and Structures**. Lecture Notes for the Short-Course, Department of Engineering Science and Mechanics, MC 0219, Virginia Tech, Blacksburg, VA 24061, 1998.

BAZ, A.; POH, S.; GILHEANY, J. **A Multi-mode Distributed Sensor for Vibrating Beams**. Journal of Sound and Vibration, Vol. 165:3, pp. 481-495, 1989.

BEBER, A. J. **Avaliação do Desempenho de Vigas de Concreto Armado Reforçadas com Lâminas de Fibra de Carbono**. Porto Alegre: CPGEC/UFRGS, 108p. Dissertação de Mestrado em Engenharia, 1999.

BERTRAN, A. **Thermomechanical Constitutive Equations for the Description of Shape Memory Effects in Alloys**. Nuclear Engineering and Design, 74: pp. 173-182, 1982.

BIRMAN, V. **Micromechanics of Composites with Shape Memory Alloy Fibers in Uniform Thermal Fields**. AIAA Journal, 34(9), pp. 1905–1912, 1992.

BIRMAN, V. **Review of Mechanics of Shape Memory Alloy Structures**. Applied Mechanics Review, v. 50, pp.629-645, 1997.

BODY, C. **Nom Linear Finite Element Modeling of Magneto-Mechanical Phenomenon in Giant Magnetostrictive**. Thin Films. Proc. CEFC, 1996.

BODY, J. G.; LAGOUDAS, D. C. **Thermodynamic Constitutive Model for the Shape Memory Materials. Part I: The Monolithic Shape Memory Alloys**. International Journal of Plasticity, 12 (6): pp.805-842, 1996.

BONESHIO, J. A.; BOLLINGER, J. G. **How to Design a Self-Optimizing Vibration Damper**. Machine Design, 40:123 – 127, 1968.

BORDEN, T. **Shape Memory Alloys: Forming a Tight Fit**, Mechanical Engineering, pp. 66-72, 1991.

BOSSUT, R. **Finite Element Modeling of Magnetostrictive Transducers Using Atila**. Proc. ATILA conf joint with 2nd int. Workshop on power transducers for sonic and ultrasonic, Ed. B. F. Hamonic, Isen, Lille(F), pp. 19-26, 1990.

BRENNAN, M. J.; DAY, M. J.; ELLIOT, S. J.; PINNINGTON, R. J. **Piezoelectric Actuators and Sensors**. Proceedings of the IUTAM Symposium of the Active Control of Vibration - Bath, pp 263-274, 1994.

BRINSON, L. C. **One Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-Constant Material Functions and Redefined Martensite Internal Variable**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 4: pp. 229-242, 1993.

BÜHRER W.; ZOLLIKER M.; GOTTHARDT R. **Crystal Structures of the Shape Memory Alloys Ni-Ti: Comments on Recent Publications in Acta Metall. Mater**. Scripta Metallurgica et Materialia, 26:1149 – 1151, 1992.

BULLOUGH, W. A. **The Electro-Rheological Clutch: Design, Performance, Characterization and Operation**. Proc. I Mech E. Vol. 207, pp. 82-95, 1984.

BULLOUGH, W. A.; STRINGER, J. D. **The Incorporation of the Electroviscous Effect in a Fluid Power System.** Proceedings of the 3rd int. Fluid power Sym-posium, Turin, B. H. R. A. pp. F3-37, 1973.

BUSH, J. D.; PURDY, W. E.; JOHNSON, D. A. **Development of a Non – Explosive Release Device for Aerospace Applications 26th Aerospace Mechanisms Symposium.** NASA Goddard Space Flight Center, 13 – 15 May, 1992.

CADY, W. G. **Piezoelectricity: An Introduction to the Theory and Applications of Electromechanical Phenomena in Crystals.** New York, McGraw Hill, 1946.

CALLISTER Jr., W. D. **Materials Science and Engineering: an introduction.** 4 ed. New York: John Wiley & Sons, 852p., 1997.

CAO, W.; CROSS, L. E. **Physics Review.** B, 44, pp. 47-68, 1986.

CAO, W.; CROSS, L. E. **Physics Review.** B, 44, pp. 5-12, 1991.

CARLSON, J. D.; SPENCER Jr., B. F. **Magneto-Rheological Fluid Dampers for Semi-Active Seismic Control.** Proc. 3rd Int. Conf. on Motion and Vibration Control, Chiba, Japan, 1996.

CASTLEMAN L. S.; MOTZKIN S. M. **Biocompatibility of Clinical Implant Materials.** Vol. 1, 129p. 1981.

CHOI, S. B.; HWANG, J. H. **Structural Vibration Control Using Shape Memory Actuators.** Journal of Sound and Vibration, v.231, n.4, pp. 1168-1174, 2000.

CLAEYSSSEN, F. **Design and Building of Low-Frequency Sonar Transducers Based on Rare Earth Iron Magnetostrictive Alloys.** Doct. Thesis, Ed. Defense Research Inform. Cent. Ed. HSMO, MoD, London, also Conception et réalisation de transducteurs sonar basse fréquence a base d'alliages magnetostrictifs Terres Rares-Fer, These INSA Lyon: 414p., 1989.

CLAEYSSSEN, F. **Giant Dynamic Magnetostrain in Rare Earth-iron Magnetostrictive Materials.** IEEE Trans. MAG. 27, N 6, pp. 5343-5345, 1991.

CLAEYSSSEN, F. **Modeling and Characterization of the Magnetostrictive Coupling.** Proc. 2nd int. Workshop on power transducers for Sonics and ultrasonic, Ed. Springer, pp. 132-151, 1990.

CLARK, A. E. **Magnetostrictive Rare Earth-Fe₂ Compounds.** Ferromagnetic Materials. Ed. E. P. Wohlfarth, US, Tome 1, pp. 531-588, 1980.

CLARK, R. L.; SAUNDERS, W. R.; GIBBS, G. P. **Adaptive Structures: Dynamics and Control.** John Wiley & Sons, Inc. 1998.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. New York: McGraw-Hill, 1975.

COMSTOCK, R. J. **Modeling the Transformation Stress of Constrained Shape Memory Alloys Single Crystals**. ACTA Materialia, 44 (9): pp. 3505-3514, 1996.

CORREIA, V. M. **Modelos de Elementos Finitos na Otimização de Estruturas Adaptativas em Materiais Compósitos**. Dissertação de Mestrado, Depto. de Engenharia Mecânica, IST – Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, Portugal, 2002.

CRAIG, R. R. **Structural Dynamics: An Introduction to Computer Methods**. New York. John Wiley, 1981.

CRAWLEY, E. F.; DE LUIS, J. **Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures**. AIAA Journal, v 25, n 10, pp 1373-1385, 1987.

DA SILVA, E. P. **Modelagem Mecânica de Transformação de Fase Induzidas por Tensões em Sólidos**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília – DF, 1995.

DA SILVA, E. P.; MESQUITA, A. L. A. **Aplicação de Ligas com Memória de Forma para Controle de Vibração em uma Viga Flexível**. Anais do Congresso Nacional de Engenharia Mecânica. Natal, RN, CD-ROM, 2000.

DE ARAUJO, C. J.; TAKEGUMA, F.; MASSAHIRO, S. **Flambagem Excêntrica de Vigas Flexíveis Usando Fios Atuadores com Memória de Forma**. In: VI Congresso Ibero americano de Engenharia Mecânica, Coimbra - Portugal. Anais do VI Congresso Ibero americano de Engenharia Mecânica, 2003. v. I. p. 803-808, 2003.

DEBUS, J. C. **Finite Element Modeling of PMN Electrostrictive Materials**. Proc. Int. Conf. on Intelligent Materials, ICIM96-ECSSM96, SPIE vol.2779, Lyon (F), pp. 913-916, 1996.

DELAEY, L.; KRISHNAN, R. V.; TAS, H. **Thermoelasticity, pseudoelasticity, and the Memory Effects Associated with Martensitic Transformations. Part 1, Structural and Microstructural Changes Associated with the Transformations**. Journal of Materials Science, 9, pp. 1521-1535, 1974.

DOREY, A. P.; MOORE, J. H. **Advances in Actuators**. IOP Publishing, 1995.

DROSDOV, A. D.; KALAMKAROV, A. L. **Intelligent Composite Structures: General Theory and Applications**. International Journal of Solids Structures, Vol. 33, No. 29, pp. 4411 – 4429, 1996.

DUERIG, T. M.; PELTON, A.; STÖCKEL, D. **The Use of Superelasticity in Medicine**. ACTA Metallurgic, 5 (9): pp. 569-574, 1996.

DUERIG, T. W.; MELTON, K. N.; STÖCKEL, D.; WAYMAN, C. M. **Engineering Aspects of Shape Memory Alloys**. 1990.

DYKE, S. J.; SPENCER Jr., B. F.; SAIN, M. K.; CARLSON, J. D. **Seismic Response Reduction Using Magnetorheological Dampers**. Proc. IFAC World Cong., San Francisco, California, 1996.

EMMONS, P. H.; VAYSBURB, A. M.; THOMAS, J. **Strengthening Concrete Structures**. part II. Concrete International, Detroit, ACI, v.20, n.4, pp.56-60, 1998.

EUCKEN, S. **Progress in Shape Memory Alloys**, DGM-Informationen gesellschaft -Verlag, Oberursel, 1992.

EWINS, D. J. **Modal Testing: Theory and Practice**. London Research Studies, Press Ltd, 1984.

FALK, F. **Model Free-Energy, Mechanics and Thermodynamics of Shape Memory Alloys**. ACTA Metallurgica, 28: pp. 1773-1780, 1980.

FALK, F. **One-Dimensional Model of Shape Memory Alloys**. Arch. Mech. 35: pp. 63-84, 1983.

FALK, F.; KONOPKA, P. **Three-Dimensional Landau Theory Describing the Martensitic Transformation of Shape Memory Alloys**. Journal de Physique, 2: pp. 61-77, 1990.

FARIA, V. A.; DA SILVA, E. P. **Frequência Natural de Vigas Compósitas com Fios de SMA Embebidos**. Anais do IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Recife-Pe, 2006.

FERNANDES, F. M. B. **Ligas com Memória de Forma**. Departamento de Ciências dos Materiais/CENIMAT. Universidade Nova de Lisboa. Faculdade de Ciências e Tecnologia. Abril de 2006.

FISCHER, F. D.; TANAKA, K. **A Micro-Mechanical Model for the Kinetics of Martensitic-Transformation**. International Journal of Solids and Structures, 29 (14-15): pp. 1723-1728, 1992.

FREMOND, M. **Matériaux à Mémoire de Forme**, C.R. Acad. Sc. Paris, Tome 34, s.II, n.7, pp. 239-244, 1987.

FREMOND, M. **Shape Memory Alloy: A Thermomechanical Macroscopic Theory**. CISM Courses and Lectures – New York, 351: pp. 3-68, 1996.

FULLER, C. R.; ELLIOTT, S. J.; NELSON, P. A. **Active Control of Vibration**. Academic Press, 1996.

FUNAKUBO, H. (Ed.): **Shape Memory Alloys**. Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1984.

FUNAKUBO, H. **Shape Memory Alloys**. GORDON & Bleach. New York, 1987.

GALL, K.; SEHITOGLU, H. **The Role of Texture in Tension-Compression Asymmetry in Polycrystalline Ni-Ti**. International Journal of Plasticity, 15: pp. 69-92, 1999.

GANDHI, M. V.; THOMSON, B. S. **Smart Materials and Structures Technologies**. An intelligence report, Technomic Publishing Company, Lancaster, U.S.A., 1994.

GEORGE L. **Handbook of Composites**, Van Nostrand, New York, 1982.

GIBBS, G. P.; FULLER, C. R. **Experiments on Active Control of Vibration Power Flow Using Piezoceramic Actuator/Sensors**. AIAA Journal, v 30, n 2, pp 457-463, 1992.

GIBSON, R. F. **Principles of Composite Material Mechanics**. 1st Edition, McGraw-Hill, inc., U.S.A., 1994.

GINDER, J. M.; DAVIS, L. C.; ELITE, L. D. **Rheology of Magnetorheological Fluids: Models and Measurements**. Proc, 4th Int. Conf. on ER Fluids, MR Suspensions an Assoc. Tech., pp. 504-514, 1995.

GIURGIUTIU, V. **Solid-State Actuation of Rotor Blade Servo-Flap for Active Vibration Control**. J. of Int. Mat. Systems and structures, 7, pp. 192-202, 1996.

GIURGIUTIU, V.; ROGERS, C. A. **Large-Amplitude Rotary Induced-Starin (LARIS) Actuator**. Journal of Intelligent Materials Systems and Structures, Technomic Pub. Co., pp.c41-50, 1997.

GIURGIUTIU, V.; ROGERS, C. A.; ZUIDERVAART, J. **Design and Preliminary Tests of an SMA Active Composite**. Tab. SPIE 3041, pp. 206-215, 1997.

GORDON, J. E. **Structures**. Why Things Don't Fall. Da. Capo Press, New York, N. Y., 1981.

GORDON, J. E.: **The Science of Structures and Materials**. Science American Library, Distributed by Freeman, New York, 1988.

GOTTHARDT, R.; BIDAUX, J. R. **Functional Materials Based On Polymer Matrix Composites with Embedded Shape Memory Alloy Fibers.** TMS Publications, pp. 157-166, 1998.

GOVINDJEE, S.; KASPER, E. P. **A Shape Memory Alloy Model for Uranium-Niobium Accounting for Plasticity.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 8: pp. 815-826, 1997.

HAGERMEISTER, N.; YAHIA, L. H.; WEYNANT, E.; LOURS, T. **Fatigue Life of Superelastic Springs for an Anterior Cruciate Ligament.** Journal de Physique IV, Vol. 5, No. C8, pp. 11230-1228, 1995.

HOLLAWAY, L. C. **Polymer Composites for Civil and Structural Engineering.** Glasgow, Blackie Academic and Professional, 1993.

HOLLAWAY, L. C.; LEEMING, M. B. **Strengthening of Reinforced Concrete Structures Using Externally Bonded FRP Composites in Structural and Civil Engineering.** 1 ed. Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 327p., 1999.

ILLSTON, J. M. **Construction Materials, Their Nature and Behavior.** 2. ed. London: E. & F.N. Spon, 518p., 1994.

IVSHIN, Y.; PENCE, T. J. **A Constitutive Model for Hysteretic Phase Transition Behavior.** International Journal of Engineering Science, 32: pp. 681-704, 1994a.

JANOCHA, H. **Adaptronics and Smart Structures Basics.** Materials, Design and Application, 1999.

JANOCHA, H. **Design Criteria for the Application of Solid State Actuators.** Proc. Actuator 94 conf., Ed. Axon, Bremen (G), pp. 246-250, 1994.

JANOCHA, H.; RECH, B.; BÖLTER, R. **Practice-Relevant Aspects of Constructing ER. Actuators.** Proc. 5th int. Conf. on ERF/MRS held SMART Sheffield. World Scientific Publ. pp. 435-447, 1995.

JIA, J.; ROGERS, C. A. **Formulation of a Mechanical Model for Composites with Embedded SMA Actuators.** Failure prevention and reliability - Proceedings of the Eighth Biennial Conference, Montreal, Canada, pp. 203-210, 1989.

JONES, R. **Mechanics of Composite Materials.** Washington: Scripta Book, 1975.

JUVANDES, L. F. P.; MARQUES, A. T.; FIGUEIRAS, J. A. **Materiais Compósitos no Reforço de Estruturas de Betão.** Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 112 p. Relatório Técnico, 1996.

KENDALL, D. **The selection of Reinforcing Fibers for Strengthening Concrete and Steel Structures Using Reinforced Plastics.** In: International Structural Faults and Repair, 8., London. Proceedings... Edinburgh: Engineering Technics Press, CD-ROM, 1999.

KORDONSKY, W. **Magnetorheological Effect as a Base of New Devices and Technologies.** J. Mag. And Mag. Mat., 122 pp. 395-398, 1993.

KORMANN, C.; LAUN, L.; KLETT, G. **Magnetorheological Fluids with Nano Sized Particles for Fast Damping Systems.** Proc. Of Actuators 94 (H. Borgmann and K. Lenz, Eds., AXON Technologies), pp. 271-274, 1994.

KOUZAK, Z. **Vigas Compósitas Utilizando Atuadores com Memória de Forma: Modelagem e Simulação via Elementos Finitos.** Dissertação de Mestrado, Publicação ENM. DM-28, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 1997.

KRISHNAN, R. V.; DELAEY, L.; TAS, H. **Thermoelasticity, pseudoelasticity, and the Memory Effects Associated with Martensitic Transformations. Part 2, The Macroscopic Mechanical Behavior.** Journal of Materials Science, 9, pp. 1536-1544, 1974.

LAU, K. **Vibration Characteristics of SMA Composite Beams with Different Boundary Conditions.** Materials & Design, Vol. 23, pp. 741-749, 2002.

LAU, K.; ZHON, L.; TAO, X. **Control of Natural Frequencies of a Clamped Clamped Composite Beam with Embedded Shape Memory Alloy Wires.** Composite Structures, Vol. 58, pp. 39-47, 2002.

LECLERCQ, S.; BOURBON, G.; LEXCELLENT, C. **Plasticity Like Model of Martensite Phase Transition in Shape Memory Alloys.** Journal de Physique IV, 5: pp. 513-518, 1995.

LEE, C. K.; MOON, F. C. **Modal Sensors/Actuators.** Journal of Applied Mechanics, v 57, pp 434 – 441, 1990.

LEVY, N. F.; PARDINI, L. C. **Compósitos Estruturais – Ciência e Tecnologia.** Editora Edgard Blücher, São Paulo, 2006.

LI, Q. S.; CAO, H.; LI, G. **Analysis of Free Vibration of Tall Buildings.** Journal of Engineering Mechanics, v. 120, n.9, pp. 1861 – 1876, 1994.

LIANG, C.; ROGERS, C. A. **A Multi-Dimensional Constitutive Model for Shape Memory Alloys.** Center for Intelligent material Systems and Structures, Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg, VA 24061-0261, U.S.A., 1992.

LIANG, C.; ROGERS, C. A. **Design of Shape Memory Alloy Actuators.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures 8, pp. 303 – 313, 1997.

LIANG, C.; ROGERS, C. A. **One Dimensional Thermo-Mechanical Constitutive Relations for Shape Memory Materials.** J. Int. Mater. Sys. Struct., Vol. 8, pp. 285–302, 1997.

LIANG, C.; ROGERS, C. A. **One-Dimensional Thermomechanical Constitutive Relations for Shape Memory Materials.** J. Intell. Mat. Syst. & Struct., 1, pp. 207–234, 1990.

LIMA Jr., J. J. **Modeling of Piezoelectric Sensors and Actuators with Applications in Active Control of Structures,** Ph. D. Thesis. Depto. de Mecânica Computacional, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 243p., 1999.

LOW, K. H. **A Reliable Algorithm for Solving Frequency Equations Involving Transcendental Functions.** Journal of Sound and Vibration, v. 161, n. 2, p. 369–377, 1993.

LOW, K. H. **An Analytical-Experimental Comparative Study of Vibration Analysis for Loader Beams with Variable Boundary Conditions.** Computers & Structures, v. 65, n. 1, pp. 97–107, 1997.

LOW, K. H. **On the Engendering Frequencies for Mass Loaded Beams Under Classical Boundary Conditions.** Journal of Sound and Vibration, v. 215, n. 2, pp. 381–389, 1998.

MACHADO, L. G.; SAVI, M. A. **Medical Applications of Shape Memory Alloys.** Brazilian Journal of Medical and Biological Research. 36, pp. 683-691, 2003.

MALHOTRA, V. M. **Testing Hardened Concrete: Nondestructive Methods.** ACI Monograph n°9. the Iowa State University Press, 1986.

MANO, E. B. **Polímeros como Materiais na Engenharia.** São Paulo: Edgar Blücher, 1991.

MANTOVANI, D. **Shape Memory Alloys: Properties and Biomedical Applications.** Journal of the Minerals Metals & Materials Society, 52 (10): pp. 36-44, 2000.

MARTIN, W. E.; DRECHSLER, K. **Smart Materials and Structures – Present State and Future Trends.** Technische Niederschrift der Messerschmidt – Bolkow – Blohm GmbH, München, 1990.

MAVROIDIS, C. **Development of Advanced Actuator Using Shape Memory Alloys and Electrorheological Fluids**. Springer-Verlag New York Inc, 2002.

MEIROVITCH, L. **Dynamics and Control of Structures**. U.S.A. John Wiley & Sons, 1990.

MENDONÇA, P. T. R. **Materiais Compósitos & Estruturas-Sanduiche: Projeto e Análise**. Ed. Manole, Barueri, São Paulo, Brasil, 2005.

MOFFETT, M. B. **Characterization of Terfenol-D for Magnetostrictive Transducers**. JASA, 89 (3), pp. 1448-1455, 1991.

MOREIRA, F. J. O. **Um Controlador de Banda Limitada para Controle Ativo de Vibração Estrutural**. Tese de Doutorado, Depto. de Mecânica Computacional, UNICAMP, 199p., 1998.

MOULSON, A. J.; HERBERT, J. M. **Electroceramics**. Chapman & Hall, London 1990.

NAGAYA, K.; TAKEDA, S.; TSUKUI, Y.; KUMAIIDO, T. **Active Control Method for Passing Through Critical Speeds of Rotating Shafts by Changing Stiffness of the Supports with use of Memory Materials**. Journal of Sound and Vibration, Vol. 113(2), pp. 307-315, 1987.

NANNI, A.; ALKHSDAJI, T.; CHEN, G.; BARKER, M.; XIBAO, Y.; MAYO, R. **Overview of Testing to Failure Program of a Highway Bridge Strengthened with FRP Composites**. In: International Symposium on for Reinforcement of Concrete Structures, 4, Baltimore. **Proceeding**. Selected Presentation, pp. 69-80, 1999.

NEUMANN, D. A Concept for the Development of Adaptive and Multifunctional Structures. In.: Janocha, H. (Editor) **Adaptronics and Smart Structures-Basics, Materials, Design and Applications**. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, pp. 1-12, 1999.

NISHIYAMA, Z. **Martensitic Transformation**. Academic Press. New York, 1978.

NÓBREGA, P. G. B. **Análise Dinâmica de Estruturas de Concreto: Estudo Experimental e Numérico das Condições de Contorno de Estruturas Pré-Moldados**. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2004.

NORBERT, J.; ESCHER, K.; HALTER, K.; HORNBOGEN, E. **Modell Eines Roboters aus Formgedächtnismetall: Forschung im Ingenieurwesen**. Vol. 58, No. 3,

pp.46-49.of a Cantilever Beam. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v.8, n 5, pp 605-611, 1992.

OLSON, H. F.; MAY, E. G. **Electronic Sound Absorber**. *Journal of the Acoustical Society of America*, 25, pp. 1130-1136, 1953.

OSTACHOWICZ, W. M.; KACZMARCZYK, S. **Vibrations of Composite plates With SMA Fibers in a Gas Stream with Defects of the Type of Delaminating**. *Journal of Composite Structures*, 54, pp. 305-311, 2001

OTSUKA, K.; REN, X. **Recent Developments in the Research of Shape Memory Alloys**. *Intermetallics*, 7, pp. 511-528, 1999.

PAINE J. S. N.; ROGERS C. A. **Review of Multi-Functional SMA Hybrid Composite Materials and their Applications**. *Adaptive Structures and Composite Materials: Analysis and Application*, AD-Vol. 45/MD-Vol. 54, 37-45, ASME, 1994.

PAIVA, A.; BRAGA, A.; SAVI, M. **Modeling of Thermomechanical Behavior of Shape Memory Alloys**. Rio de Janeiro, D.Sc. Thesis–Departamento de Engenharia Mecânica, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2004.

PARK, S. E.; SHROUT, T.: *J. Mat. Res. Innov.*, 1, pp. 20-25, 1997.

PATOOR E., BERVEILLER M., **Technologie des Alliages à Mémoire de Forme**. Hermès, Paris, 1994.

PERKINS, J. **Shape Memory Effects in Alloys**. Plenum Press. New York, 1975.

QUANDT, E. **Magnetostrictive Thin Film Actuators**. *Proc Actuator 94*, Ed. Axon (Bremen, G.), pp. 229-232, 1994.

RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**. 3ed. Reading: Addison-Wesley, 1995.

RAO, S. S.; SUNAR, M. **Piezoelectricity and its Use in Disturbance Sensing and Control of Flexible Structures: A Survey** *Applied Mechanical Review*. V. 47, n. 4, pp. 113-123, 1994.

REDDY, J. N. **Mechanics of Laminated Composite Plates–Theory and Analysis**. 1st Edition, CRC Press, Boca Raton U.S.A., 1997.

ROCHA, T. L. **Modelagem de Estruturas Inteligentes**. Dissertação de Mestrado, Depto. de Engenharia Mecânica, UNESP - Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP, Brasil, 2004.

ROGERS, C. A. **Active Vibration and Structural Acoustic Control of Shape Memory Alloy Hybrid Composites: Experimental Results**. *J. of the Acoustical Society of America*, 88(6), pp. 2803–2811, 1990.

ROGERS, C. A. **Intelligent Material Systems—The Dawn of a New Materials Age**. Journal of Intelligent Materials System and Structures, Vol. 4, Technomic Publishing Company, Lancaster, U.S.A., 1993.

ROGERS, C. A., LIANG, C.; FULLER, C. R. **Modeling of Shape Memory Alloy Hybrid Composites for Structural Acoustic Control**. J. Acoust. Soc. Am., n.89, pp.210-220, 1991.

ROGERS, C. A.; LIANG, C. **Design of Shape Memory Alloy Springs with Applications in Vibration Control**. Journal of Intelligent Material Systems and Structure. pp. 314-322, 1997.

ROGERS, C. A.; ROBERTSHAW, H. H. **Shape Memory Alloy Reinforced Composites**. Engineering Science Preprints 25, Society of Engineering Science, Inc., ESP25.8027, 1988.

RYHANEN, J. **Biocompatibility Evaluation of Nickel-Titanium Shape Memory Metal Alloy**. Tese (Doutorado)-Faculty of Medicine, Oulu University, Oulu, Finlândia, 117p. 1999.

RYHÄNEN, J. **Biocompatibility Evolution of Nickel-Titanium Shape Memory Alloy**. Departamento de Medicina, Universidade de Oulu. Dissertação de Mestrado, 1999.

SALAWU, O. S. **Detection of Structural Damage Through Changes in Frequency a Review**. Engineering Structures, v. 19, n.9, p. 718-723, 1997.

SAVI, M. A. **Phenomenological Modeling and Numerical Simulation of Shape Memory Alloys: A Thermo-Plastic-Phase Transformation Coupled Model**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 3 (5): pp.261-273, 2002.

SAVI, M. A.; BRAGA, A. M. B. **Chaotic Response of a Shape Memory Oscillator with Internal Constraints**. Proceedings of the 12th Brazilian Congress of Mechanical, 1993.

SCHETKY, L. M. **Shape Memory Alloys**. Scientific American, v. 241 (5), pp. 68-76, 1979.

SCHETKY, L. McD. **Mat. Res. Soc. Symp. Proc.** Vol. 246, Editores C. T. Liu, H. Kunsmann, K. Otsuka and M. Wuttig, 299p., 1992.

SCHWARTZ, M. M. **Composite Materials Handbook**. New York: McGraw-Hill, 1984.

SHAHIN, A. R.; MECKL, P. H.; JONES, J. D. Modeling of SMA Tendons for Active Control of Structures. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 8, No. 1, pp. 51-70, 1997.

SILVA, E. P.; MESQUITA, A. L. A. **Aplicação de Ligas com Memória de Forma para Controle de Vibração em uma Viga Flexível.** In: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM2000, 2000, Natal, RN. CD-ROM, 2000.

SIMO, J. C.; TAYLOR, R. L. **A Return Mapping Algorithm for Plane Stress Elastoplasticity.** *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 22: pp. 649-670, 1986.

SITTNER, P.; NOVAK, V. **Anisotropy of Martensitic Transformations in Modeling of Shape Memory Alloy Polycrystals.** *International Journal of Plasticity*, 16: pp. 1243-1268, 2000.

SMARTEC S/A. Structural Health Monitoring and Services. Disponível em: <http://www.smartec.ch>, Acesso em: jul. 2006.

SMARTFIBRES, Ltd. (2000). Structural Health Monitoring. Disponível em: <http://www.smartfibres.com>, Acesso: em jul. 2006.

SOUZA, A. C.; MAMIYA, E. N.; ZOUAIN, N. **Three-Dimensional Model for Solids Undergoing Stress-Induced Phase Transformations.** *European Journal of Mechanics and Solids*, 17: pp. 789-806, 1998.

SRINIVASAN, A. V.; Mc FARLAND, D. M. **Smart Structures, Analysis and Design.** Cambridge University Press, 2001.

STANEWSKY, E. **Adaptive Wing and Flow Control Technology.** *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 37, pp. 583-667, 2001.

SUN, Q. P.; HWUANG, K. C. **Micro-Mechanics Modeling for the Constitutive Behavior of Polycrystalline Shape memory Alloys – Part I. Derivation of General Relations.** *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 41: pp. 1-18, 1993a.

SUN, Q. P.; HWUANG, K. C. **Micro-Mechanics Modeling for the Constitutive Behavior of Polycrystalline Shape memory Alloys – Part II. Study of Individual Phenomenon.** *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 41: pp. 19-32, 1993b.

TAKAGI, T. **A Concept of Intelligent Materials.** *Journal of Intelligent Material System and Structures*, Vol. 1, Technomic Publishing Company, Lancaster, U.S.A., 1990.

TANAKA, K. **A Thermomechanical Sketch of Shape Memory Effect: One Dimensional Tensile Behavior.** Res. Mech., v. 18, pp. 251-272, 1985.

TANAKA, K.; NAGAKI, S. **Thermomechanical Description of Materials with Internal Variables in the Process of Phase Transformation.** Ingenieur – Archiv., v.51, pp.287-299, 1982.

TAYLOR, G. **Materials in Construction.** 2ed. London: Longman Scientific & Technical, 284p., 1994.

THOMSON, B. S.; GANDUI, M. V. **Smart Materials and Structures Technologies.** An intelligence report, Technomic Publishing Company, Lancaster, U.S.A., 1990.

THOMSON, W. T. **Teoria da Vibração com Aplicações.** Rio de Janeiro. Interciência, 1978.

TOUMINEN, S. M. **Hiit Transformation Temperature Ni-Ti-Hf Alloys.** Proc. Int. Conf. on Shape Memory and Superelastic Technologies, March 7-10, Pacific Grove, CA, USA, pp. 49-54, 1994.

TSENG, C. I. **Electromechanical Dynamics of a Coupled Piezoelectric/Mechanical System Applied to Vibration Control and Distributed.** Ph. D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Kentucky, 240p., 1989.

TSUKA H.; NAKAMO J.; YOKOYA Y. Y. **IEEE Workshop on Electronic Applications in Transportation,** 1990.

TSUKA, K.; WAYMAN, C. M. **Mechanism of Shape Memory Effect and Superelasticity,** 1998.

TSUKIJI, T.; UTASHIRO, T. **Flow Characterization of E R. Fluids Between Two Paralled Plate Electrodes.** Proceedings ASME int. Congress and Expo, San Francisco, Developments in Electrorheological flows FED Vol. 235, MD Vol. 71, pp. 34-42, 1996.

TURNER, T. L. **A New Thermoelastic Model for Analysis of Shape Memory Alloy Hybrid Composites.** J. of Intell. Matl. Sys. & Stru., **11(5)**, 382-394, 2000.

TURNER, T. L. **Experimental Validation of a Thermoelastic Model for SMA Hybrid Composites. Smart Structures and Materials.** Modeling, Signal Processing, and Control in Smart Structures, SPIE Vol. 4326, Paper No. 4326-24, Newport Beach, CA, 2001.

TURNER, T. L. **Fabrication and Characterization of SMA Hybrid Composites**. Smart Structures and Materials; Active Materials: Behavior and Mechanics, SPIE Vol. 4333, Paper No. 4333-60, Newport Beach, CA, 2001.

TURNER, T. L. **SMA Hybrid Composites for Dynamic Response Abatement Applications**. 7th International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics, **1**, 453-465, ISVR, University of Southampton, Southampton, UK, 2000.

TURNER, T. L. **Thermomechanical Response of Shape Memory Alloy Hybrid Composites**. NASA/TM-2001- 210656, 2001.

UNIVERSITY OF ALBERTA, (2001). **Applications of Smart Materials**. University of Alberta Smart Material and Micromachines Web Site: <http://www.cs.ualberta.ca>, Acesso em: Jul. 2006.

UTKU, S. **Theory of Adaptive Structures-Incorporating Intelligence into Engineered Products**. New York: CRC Press, 269p. 1998.

VAN HUMBEECK, J. **Non-Medical Applications of Shape Memory Alloys**. Materials Science and Engineering, A273-275: pp. 134-148, 1999.

WANG, G.; SHAHINPOOR, M. **Design, Prototyping and Computer Simulations of a Novel Large Bending Actuator Made With Shape Memory Alloy Contractile Wile**. Smart Materials and Structures, Vol. 6, pp. 214 – 221, 1996.

WANG, W. **A High Precision Micropositioner Based on Magnetostriction Principle**. Rev. Sci. Inst. 63 (1), pp. 249-254, 1992.

WANG, Z; WU, J. S. **Thermo-Mechanical Characteristics of Composites Reinforced with Shape Memory Alloy Wires**. Research on Smart Composites. Acta Mater Compositae Sinica, pp. 10-52, 1997.

WANG, Z. L.; KANG, Z. C. **Functional and Smart Materials**. Plenum Press, New York, 1998.

WARLIMONT, H. **Thermoelasticity, Pseudoelasticity and the Memory Effects Associated with Martensitic Transformations - Part 3: Thermodynamics and Kinetics**. Journal of Materials Science, 9: pp. 1545-1555, 1974.

WASILEVSKI, R. J. **On the Nature of the Martensitic Transformation**. Metallurgical Transactions, 6A: pp. 1405-1418, 1975.

WAYMAN, C. M. **Some Applications of Shape Memory Alloys**. Journal of Metals, pp. 129 – 137, 1981.

WHITTLE, M.; ATKIN, R.; BULLOUGH, W. A. **Dynamics of an Electro Rheological Valve**. Proc. 5th Int. Conf. on ERF/MRS held SMMART Sheffield. World Scientific Publ. pp. 100-117, 1995.

WILLIAMS, K., CHIU, G., BERNHARD, R. **Adaptive-Passive Absorbers Using Shape Memory Alloys**. Journal of Sound and Vibration, v.249. n.5, p.835-848, 2002.

XU, Q. C.; YOSHIKAWA; BELSICK, J. R.; NEWMHAM, R. E. IEEE Trans. Ultr. **Ferr. Freq. Contr.**, 38, pp. 634-639, 1991.

ZAK, A. J.; CARTMAELL, M. P.; OSTACHOWICZ, W. M. **Dynamics and Control of a Rotor Using an Integrated SMA/Composite Active Bearing Actuator**. Department of Mechanical Engineering, University Glasgow. Engendering Materials. Vols. 245-246, pp. 233-240, 2003.

ZHANG, X. D.; ROGERS, C. A.; LIANG, C. **Modeling of Two-Way Shape Memory Effect**. ASME - Smart Structures and Materials, v.24, pp.79-90, 1991.