

**CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM VIGAS METÁLICAS  
COM DISTINTAS CONFIGURAÇÕES DE APOIO  
UTILIZANDO AMORTECEDORES DE MASSA  
SINTONIZADOS**

**LUIS AUGUSTO LARA VALENCIA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E  
CONSTRUÇÃO CIVIL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM VIGAS METÁLICAS  
COM DISTINTAS CONFIGURAÇÕES DE APOIO  
UTILIZANDO AMORTECEDORES DE MASSA  
SINTONIZADOS**

**LUIS AUGUSTO LARA VALENCIA**

**ORIENTADOR: JOSÉ LUÍS VITAL DE BRITO  
CO-ORIENTADORA: SUZANA MOREIRA AVILA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E  
CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PUBLICAÇÃO: E.DM - 008 A/07  
BRASÍLIA/DF: AGOSTO – 2007**

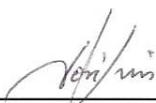
**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM VIGAS METÁLICAS COM  
DISTINTAS CONFIGURAÇÕES DE APOIO UTILIZANDO  
AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS**

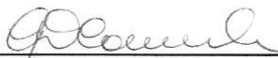
**Eng. Civil LUIS AUGUSTO LARA VALENCIA**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE  
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU  
DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**APROVADA POR:**



**Prof JOSÉ LUÍS VITAL DE BRITO, DSc (ENC-UnB)  
(ORIENTADOR)**



**Profª GRACIELA N. DOZ DE CARVALHO, Dr. Ing. (ENC-UnB)  
(Examinadora Interna)**



**Profª ANDREA BRASILIANO SILVA, DSc (UFPE)  
(Examinadora Externa)**

**BRASÍLIA/DF, 20 DE AGOSTO DE 2007**

## FICHA CATALOGRÁFICA

LARA VALENCIA, LUIS AUGUSTO

Controle de Vibrações em Vigas Metálicas com Distintas Configurações de Apoio Utilizando Amortecedores de Massa Sintonizados [Distrito Federal] 2007.

xxiii, 156p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção civil, 2007).  
Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Dinâmica Estrutural

3. Amortecedor de Massa Sintonizado

I. ENC/FT/UnB

2. Controle de Vibrações

4. Vigas metálicas

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LARA V., L. A. (2007). Controle de Vibrações em Vigas Metálicas com Distintas Configurações de Apoio Utilizando Amortecedores de Massa Sintonizados. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM - 008 A/07, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 156 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Luis Augusto Lara Valencia.

TÍTULO: Controle de Vibrações em Vigas Metálicas com Distintas Configurações de Apoio Utilizando Amortecedores de Massa Sintonizados.

GRAU: Mestre

ANO: 2007

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

*Luis Augusto Lara V.*

Luis Augusto Lara Valencia  
SCLN 209 Bloco B Apt. 201, Asa Norte.  
70854-520 Brasília – DF – Brasil.

# **DEDICATÓRIA**

**A las personas mas importantes en mi vida, Yamile, Cesar Augusto, Miller del Pilar y Paola Fernanda.**

## AGRADECIMENTOS

A Deus por acompanhar-me e guiar-me sempre.

Aos orientadores de este trabalho, professores José Luis Vital de Brito e Suzana Moreira Ávila. Seus aportes, correções, apoio e idéias foram de imensa importância para o desenvolvimento desta pesquisa, obrigado pela dedicação, disposição, persistência e paciência para comigo.

Ao corpo docente e administrativo do programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade de Brasília, que com sua amplíssima experiência acadêmica e profissional aportaram imensamente ao meu crescimento pessoal e intelectual.

À Universidade de Brasília (UnB), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e ao governo Brasileiro pela oportunidade oferecida e pelo suporte financeiro.

A todos os colegas de mestrado, especialmente a aqueles amigos que ficaram, Wellington, João, André, Fabio, Marcus, Marcelo e Gustavo.

Menção especial para meus pais, César Augusto e Miller del Pilar, os quais sempre se esforçaram para dar-me o melhor e saber-me levar por o caminho certo. Obrigado pelo amor, carinho, compreensão, amizade e exemplo que soubessem compartilhar comigo e com minha irmã.

A minha querida irmã Paola Fernanda. Pao, nunca deixes de sorrir, pois tua alegria e espontaneidade são uma fonte infinita de sossego para quem te amamos.

Finalmente à minha amada esposa Yamile. Meu amor, todo na vida tem uma razão de ser, você é sem lugar a duvidas a razão é o motivo mais importante para eu estar aqui, sem você absolutamente nada de isto houvesse sido possível, obrigado por estar sempre a meu lado, obrigado por compartilhar todos estes momentos.

## **RESUMO**

### **CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM VIGAS METÁLICAS COM DISTINTAS CONFIGURAÇÕES DE APOIO UTILIZANDO AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS**

**Autor: Luis Augusto Lara Valencia**

**Orientador: José Luis Vital de Brito**

**Co-orientadora: Suzana Moreira Avila**

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, Agosto de 2007**

Um dos sistemas mais comumente utilizados para o controle de vibrações em estruturas civis é o Amortecedor de Massa Sintonizado (AMS). Os amortecedores de massa sintonizados consistem basicamente em uma massa, uma mola e um amortecedor, os quais são conectados na estrutura, sintonizando a frequência do amortecedor a uma frequência particular, com o objetivo de fazer que o amortecedor vibre fora de fase com o movimento causado pelo carregamento dinâmico, transferindo-se assim a energia para o mesmo. No presente trabalho analisa-se numericamente através do software *ANSYS*, o número e a posição mais eficiente de Amortecedores de Massa Sintonizados para vigas com diferentes configurações de apoio, os parâmetros do AMS são calculados mediante as expressões de Den Hartog (para o caso de um único AMS) e o critério desenvolvido por Jangid (para o caso de AMS múltiplo). Para cada uma destas vigas foi realizada uma análise modal e uma série de análises transientes com o objetivo de determinar as frequências naturais e os modos de vibração das vigas modeladas, assim como as respostas dinâmicas máximas obtidas das estruturas analisadas sob uma condição de carregamento específica. Os resultados obtidos demonstraram reduções na resposta dinâmica máxima das vigas de mais de 80% nos casos onde a excitação da estrutura era harmônica e de mais de 45% no caso em que o carregamento aplicado nas vigas foi o carregamento aleatório executado.

**Palavras-chave:** Dinâmica das estruturas, Controle de vibrações, Vigas metálicas, Amortecedores de Massa Sintonizados.

## **ABSTRACT**

### **VIBRATION CONTROL OF METALLIC BEAMS WITH DIFFERENT SUPPORT CONFIGURATIONS USING TUNED MASS DAMPERS**

**Author: Luis Augusto Lara Valencia**

**Supervisor: José Luis Vital de Brito**

**Co-supervisor: Suzana Moreira Avila**

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil  
Brasília, August of 2007**

One of the most common strategies for vibration control in civil structures is the Tuned Mass Damper (TMD). The Tuned Mass Dampers consist basically of a mass, a spring and a damper, which are connected in the structure, tuning the frequency of the damper to a particular frequency, with the objective of making the damper oscillate out of phase with the movement caused by the dynamic load, transferring the energy. The present work analyzes numerically, with the help of the software *ANSYS*, the most efficient number and position of Tuned Mass Dampers, designed by Den Hartog's expressions (for a single TMD) and the criteria developed by Jangid (for the case of multiple TMD), in four different configurations of beams. For each one of these beams, modal and transient analyses were developed to obtain the natural frequencies and the vibration modes of the beams, as well as the dynamics maximum responses of the analyzed structures subjected to a specific load condition. The obtained results demonstrated reductions in the beam's dynamic maximum response of more than 80% in the cases where the excitement of the structure was harmonic and more than 45% in the case in that the applied load in the beams was the executed random load.

**Key-Words:** Dynamic of structures, Vibration control, Metallic beams, Tuned mass dampers.



# SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 – INTRODUÇÃO.....</b>  | <b>1</b>  |
| <b>1.1 – APRESENTAÇÃO.....</b>  | <b>1</b>  |
| <b>1.2 – OBJETIVOS.....</b>   | <b>2</b>  |
| <b>1.3 – DESCRIÇÃO DO TRABALHO.....</b>   | <b>3</b>  |
| <br>  |           |
| <b>2 – REVISÃO BIBLIOGRAFICA.....</b>   | <b>5</b>  |
| <b>2.1 – INTRODUÇÃO.....</b>  | <b>5</b>  |
| <b>2.2 – CONTROLE PASSIVO.....</b>  | <b>5</b>  |
| <b>2.2.1 – Isolamento de base.....</b>  | <b>6</b>  |
| <b>2.2.2 – Amortecedores viscoelásticos.....</b>  | <b>6</b>  |
| <b>2.2.3 – Amortecedor líquido sintonizado (ALS).....</b>   | <b>7</b>  |
| <b>2.2.4 – Outros mecanismos de controle passivo.....</b>   | <b>8</b>  |
| <b>2.3 – AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS (AMS).....</b>   | <b>9</b>  |
| <b>2.3.1 – Amortecedores de massa sintonizados múltiplos (AMSM).....</b>  | <b>11</b> |
| <b>2.3.2 – Aplicações práticas de AMS e AMSM em estruturas civis e pesquisas realizadas.....</b>                              | <b>13</b> |
| <br>  |           |
| <b>3 – FUNDAMENTOS TEORICOS.....</b>  | <b>17</b> |
| <b>3.1 – EQUAÇÕES DE MOVIMENTO PARA UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE COM UM AMS INSTALADO.....</b>                          | <b>17</b> |
| <b>3.2 – EQUAÇÕES DE MOVIMENTO PARA UM SISTEMA COM <math>N</math> GRAUS DE LIBERDADE E <math>Z</math> AMS INSTALADOS.....</b> | <b>18</b> |
| <b>3.3 – CRITÉRIO DE DEN HARTOG PARA A PROCURA DOS PARÂMETROS ÓTIMOS DOS AMS.....</b>   | <b>19</b> |
| <b>3.4 – CRITÉRIO DE JANGID PARA A PROCURA DOS PARÂMETROS ÓTIMOS DOS AMSM.....</b>  | <b>22</b> |
| <br>  |           |
| <b>4 – MODELAGEM NUMÉRICA.....</b>  | <b>26</b> |
| <b>4.1 – INTRODUÇÃO.....</b>  | <b>26</b> |
| <b>4.2 – PROPRIEDADES DA VIGA A ESTUDAR.....</b>  | <b>27</b> |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>4.3 – PRIMEIRO MODELO NUMERICO.....</b>   | <b>28</b> |
| <b>4.3.1 – Análise modal.....</b>  | <b>29</b> |
| <b>4.3.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um<br/>    carregamento harmônico.....</b>                           | <b>31</b> |
| 4.3.2.1 – Análise numérica do modelo sob a ação de um<br>carregamento harmônico e um AMS atuando na estrutura.....       | 34        |
| 4.3.2.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um<br>carregamento harmônico e três AMS atuando na estrutura.....     | 37        |
| 4.3.2.3 – Análise numérica do modelo sob a ação de um<br>carregamento harmônico e cinco AMS instalados na estrutura..... | 43        |
| 4.3.2.4 – Análise numérica do modelo sob a ação de um<br>carregamento harmônico e sete AMS atuando na estrutura.....     | 47        |
| <b>4.3.3 – Análise numérica do modelo sob a ação de um<br/>    carregamento aleatório.....</b>                           | <b>52</b> |
| <b>4.4 – SEGUNDO MODELO NUMERICO.....</b>  | <b>57</b> |
| <b>4.4.1 – Análise modal.....</b>  | <b>57</b> |
| <b>4.4.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um<br/>    carregamento harmônico.....</b>                           | <b>59</b> |
| 4.4.2.1 – Análise numérica do modelo sob a ação de um<br>carregamento harmônico e um AMS instalado na estrutura.....     | 61        |
| 4.4.2.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um<br>carregamento harmônico e três AMS instalados na estrutura.....  | 65        |
| 4.4.2.3 – Análise numérica do modelo com cinco AMS e sob<br>a ação de um carregamento harmônico.....                     | 72        |
| 4.4.2.4 – Análise numérica do modelo sob a ação de um<br>carregamento harmônico e sete AMS atuando na estrutura.....     | 75        |
| <b>4.4.3 – Análise numérica do modelo sob a ação de um<br/>    carregamento aleatório.....</b>                           | <b>79</b> |
| <b>4.5 – TERCEIRO MODELO NUMERICO.....</b>   | <b>82</b> |
| <b>4.5.1 – Análise modal.....</b>  | <b>83</b> |
| <b>4.5.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um<br/>    carregamento harmônico.....</b>                           | <b>85</b> |
| 4.5.2.1 – Análise numérica do modelo sob a ação de um<br>carregamento harmônico e um AMS atuando na estrutura.....       | 88        |

|   |            |
|---|------------|
| 4.5.2.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e três AMS atuando na estrutura..... | 90         |
| 4.5.2.3 – Análise numérica do modelo com cinco AMS sob a ação de um carregamento harmônico.....                   | 97         |
| 4.5.2.4 – Análise numérica do modelo com sete AMS sob a ação de um carregamento harmônico.....                    | 100        |
| <b>4.5.3 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento aleatório.....</b>                            | <b>103</b> |
| <b>4.6 – QUARTO MODELO NUMÉRICO.....</b>  | <b>106</b> |
| <b>4.6.1 – Análise modal.....</b>   | <b>107</b> |
| <b>4.6.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico.....</b>                            | <b>109</b> |
| 4.6.2.1 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e um AMS atuando na estrutura.....   | 111        |
| 4.6.2.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e três AMS atuando na estrutura..... | 114        |
| 4.6.2.3 – Análise numérica do modelo com cinco AMS sob a ação de um carregamento harmônico.....                   | 120        |
| 4.6.2.4 – Análise numérica do modelo com sete AMS sob a ação de um carregamento harmônico.....                    | 122        |
| <b>4.6.3 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento aleatório.....</b>                            | <b>125</b> |
| <b>5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>  | <b>129</b> |
| <b>5.1 – CONCLUSÕES.....</b>  | <b>129</b> |
| <b>5.1.1 – Modelos submetidos a carregamentos harmônicos.....</b>   | <b>129</b> |
| 5.1.1.1 – Primeiro modelo numérico.....   | 130        |
| 5.1.1.2 – Segundo modelo numérico.....  | 131        |
| 5.1.1.3 – Terceiro modelo numérico.....   | 133        |
| 5.1.1.3 – Quarto modelo numérico.....   | 134        |
| <b>5.1.2 – Modelos submetidos a carregamentos aleatórios.....</b>   | <b>136</b> |
| <b>5.2 – SUGESTÕES.....</b>   | <b>137</b> |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>  | <b>139</b> |

|  |            |
|--|------------|
| <b>APÊNDICE A – FERRAMENTA COMPUTACIONAL E ANÁLISE MODAL<br/>E TRANSIENTE DE UMA VIGA BIAPOIADA DESENVOLVIDAS<br/>ANALITICA E NUMERICAMENTE.....</b> | <b>143</b> |
| <b>A.1 – DESCRIÇÃO DO ANSYS.....</b>   | <b>143</b> |
| <b>A.2 – ELEMENTOS UTILIZADOS NA MODELAGEM NUMERICA.....</b>   | <b>144</b> |
| <b>A.2.1 – Elemento <i>Beam</i> 3.....</b>   | <b>144</b> |
| <b>A.2.2 – Elemento <i>Combination</i> 14.....</b>   | <b>145</b> |
| <b>A.2.3 – Elemento <i>Mass</i> 21.....</b>  | <b>145</b> |
| <b>A.3 – ANÁLISE ANALITICA.....</b>  | <b>146</b> |
| <b>A.3.1 – Análise modal da viga biapoiada.....</b>  | <b>147</b> |
| <b>A.3.2 – Análise transiente da viga biapoiada.....</b>   | <b>148</b> |
| <b>A.4 – ANÁLISES NUMERICAS FEITAS NOS MODELOS.....</b>  | <b>151</b> |
| <b>A.4.1 – Análise modal.....</b>  | <b>151</b> |
| <b>A.4.2 – Análise transiente.....</b>   | <b>152</b> |

## LISTA DE TABELAS

|  |    |
|--|----|
| Tabela 3.1 – Valores dos coeficientes das expressões dos parâmetros ótimos de Jangid .....   | 24 |
| Tabela 4.1 – Propriedades da viga.....   | 28 |
| Tabela 4.2 – Freqüências e modos de vibração naturais para a viga biapoiada.....   | 30 |
| Tabela 4.3 – Deslocamentos máximos alcançados pela viga sob o efeito da excitação harmônica $f(t) = 100 \cdot \text{sen}102,2t$ .....                | 32 |
| Tabela 4.4 – Diminuição da resposta dinâmica da viga com um AMS instalado em distintas posições.....   | 36 |
| Tabela 4.5 – Parâmetros encontrados para três AMS pelo critério de Jangid.....   | 37 |
| Tabela 4.6 – Localização dos AMSM e respostas máximas atingidas.....   | 38 |
| Tabela 4.7 – Resultados do estudo paramétrico feito no modelo.....   | 42 |
| Tabela 4.8 – Parâmetros de Jangid encontrados para cinco AMS.....  | 43 |
| Tabela 4.9 – Parâmetros de Jangid encontrados para sete AMS.....   | 49 |
| Tabela 4.10 – Valores obtidos para a viga biapoiada sob a ação de uma carga Aleatória.....   | 55 |
| Tabela 4.11 – Freqüências e modos de vibração naturais para a viga engastada e livre.....  | 58 |
| Tabela 4.12 – Deslocamentos máximos alcançados pela viga sob o efeito da excitação harmônica $f(t) = 100 \cdot \text{sen}159,59t$ .....              | 60 |
| Tabela 4.13 – Resposta dinâmica da viga com um AMS instalado em distintos locais.....  | 65 |
| Tabela 4.14 – Parâmetros encontrados para três AMS pelo critério de Jangid.....  | 65 |
| Tabela 4.15 – Localização dos AMSM e das respostas obtidas.....  | 66 |
| Tabela 4.16 – Respostas dinâmica e valores <i>RMS</i> obtidos para cada alternativa analisada no estudo paramétrico da viga engastada e apoiada..... | 70 |
| Tabela 4.17 – Parâmetros utilizados no estudo paramétrico da viga engastada e apoiada..  | 71 |
| Tabela 4.18 – Parâmetros de Jangid encontrados para cinco AMS.....   | 72 |
| Tabela 4.19 – Parâmetros de Jangid encontrados para sete AMS.....  | 76 |
| Tabela 4.20 – Valores obtidos para a viga engastada e apoiada sujeita à carga aleatória.....   | 81 |
| Tabela 4.21 – Freqüências e modos de vibração naturais para a viga biapoiada com dois balanços.....  | 83 |

|  |     |
|--|-----|
| Tabela 4.22 – Deslocamentos máximos experimentados pela viga sob o efeito da excitação harmônica $f(t) = 100 \cdot \text{sen}190,81t$ .....                                      | 85  |
| Tabela 4.23 – Diminuição da resposta dinâmica no nó 56 da viga biapoiada com dois balanços e com um AMS instalado em distintos locais.....                                       | 89  |
| Tabela 4.24 – Parâmetros encontrados para três AMS pelo critério de Jangid.....  | 91  |
| Tabela 4.25 – Localização dos AMSM e valores das respostas obtidas.....  | 91  |
| Tabela 4.26 – Parâmetros utilizados no estudo paramétrico para a viga biapoiada com dois balanços.....   | 96  |
| Tabela 4.27 – Respostas dinâmicas máximas e valores <i>RMS</i> obtidos para o nó 56 em cada alternativa analisada no estudo paramétrico da viga biapoiada com dois balanços..... | 97  |
| Tabela 4.28 – Parâmetros de Jangid encontrados para cinco AMS.....   | 98  |
| Tabela 4.29 – Parâmetros de Jangid encontrados para sete AMS.....  | 101 |
| Tabela 4.30 – Valores obtidos para a viga biapoiada com dois balanços aplicando uma carga aleatória.....   | 106 |
| Tabela 4.31 – Freqüências e modos de vibração naturais para a viga Gerber com dois balanços.....   | 107 |
| Tabela 4.32 – Diminuição da resposta dinâmica no nó 120 da viga Gerber com um AMS instalado em distintos locais.....   | 112 |
| Tabela 4.33 – Parâmetros encontrados para três AMS pelo critério de Jangid.....  | 114 |
| Tabela 4.34 – Localização dos AMSM e valores das respostas obtidas.....  | 114 |
| Tabela 4.35 – Respostas dinâmicas máximas e valores <i>RMS</i> obtidos para o nó 120 em cada alternativa analisada no estudo paramétrico da viga.....                            | 118 |
| Tabela 4.36 – Parâmetros utilizados no estudo paramétrico para a viga analisada.....   | 119 |
| Tabela 4.37 – Parâmetros de Jangid encontrados para cinco AMS.....   | 121 |
| Tabela 4.38 – Parâmetros de Jangid encontrados para sete AMS.....  | 123 |
| Tabela 4.39 – Valores obtidos para a viga Gerber sujeita a uma carga aleatória.....  | 127 |
| Tabela A.1 – Propriedades da viga.....   | 146 |
| Tabela A.2 – Freqüências naturais determinadas de forma analítica.....   | 147 |
| Tabela A.3 – Valores das freqüências naturais determinadas para uma viga biapoiada...  | 152 |

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 2.1 – Amortecedor viscoelástico.....  | 7  |
| Figura 2.2 – Amortecedor líquido sintonizado da <i>Centerpoint Tower</i> .....   | 8  |
| Figura 2.3 – AMS instalado numa viga simples.....  | 10 |
| Figura 3.1 – Sistema de um grau de liberdade equipado com um AMS.....  | 17 |
| Figura 3.2 – Viga discretizada com $Z$ amortecedores de massa sintonizados.....  | 18 |
| Figura 3.3 – Fator de amplificação em função de $\beta$ ( $\mu = 0,05$ , $\alpha = 1$ ).....   | 21 |
| Figura 4.1 – Fluxograma com os passos para determinar a posição ótima<br>para uma dada configuração de AMS.....  | 27 |
| Figura 4.2 – Atributos geométricos da viga.....  | 28 |
| Figura 4.3 – Viga estudada no primeiro modelo.....   | 29 |
| Figura 4.4 – Deslocamentos máximos alcançados sob o efeito do carregamento<br>harmônico atuante.....   | 32 |
| Figura 4.5 – Evolução do deslocamento para o nó central da viga biapoiada<br>sob o efeito do carregamento harmônico atuante.....                         | 33 |
| Figura 4.6 – Deslocamentos máximos para distintos nós da viga biapoiada<br>sob o efeito do carregamento harmônico atuante.....                           | 34 |
| Figura 4.7 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada sem<br>dispositivo de controle e com AMS instalado no nó central da estrutura..... | 35 |
| Figura 4.8 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada<br>com um AMS instalado em distintos locais da estrutura.....                      | 36 |
| Figura 4.9 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada com<br>3 AMS e com 1 AMS.....  | 38 |
| Figura 4.10 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada<br>para as três configurações de AMSM estudadas.....                              | 39 |
| Figura 4.11 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 1.....   | 40 |
| Figura 4.12 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 1.....  | 40 |
| Figura 4.13 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 2.....   | 40 |
| Figura 4.14 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 2.....  | 40 |
| Figura 4.15 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 3.....   | 40 |
| Figura 4.16 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 3.....  | 40 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.17 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 4.....   | 41 |
| Figura 4.18 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 4.....  | 41 |
| Figura 4.19 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 5.....   | 41 |
| Figura 4.20 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 5.....  | 41 |
| Figura 4.21 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 6.....   | 41 |
| Figura 4.22 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 6.....  | 41 |
| Figura 4.23 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 7.....   | 41 |
| Figura 4.24 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 7.....  | 41 |
| Figura 4.25 – Distribuição de 5 AMS para uma viga biapoiada .....  | 44 |
| Figura 4.26 – Deslocamento máximo dos nós da viga biapoiada sob<br>o efeito de um carregamento harmônico e a ação de 5 AMS<br>espaçados de 10 cm entre si .....                                    | 44 |
| Figura 4.27 – Evolução do deslocamento do nó central de uma viga biapoiada<br>sob o efeito de um carregamento harmônico e a ação de 5 AMS<br>espaçados de 10 cm entre si .....                     | 45 |
| Figura 4.28 – Deslocamento máximo dos nós da viga biapoiada sob o<br>efeito de um carregamento harmônico e a ação de 5 AMS<br>espaçados de 5 cm entre si .....                                     | 46 |
| Figura 4.29 – Evolução do deslocamento do nó central de uma viga<br>biapoiada sob o efeito de um carregamento harmônico e<br>a ação de 5 AMS espaçados de 5 cm entre si .....                      | 46 |
| Figura 4.30 – Resposta dinâmica em função da frequência no nó central<br>de uma viga biapoiada sob o efeito de um carregamento<br>harmônico e a ação de 5 AMS espaçados de 5 cm entre si .....     | 47 |
| Figura 4.31 – Distribuição dos 7 AMS na viga biapoiada .....   | 48 |
| Figura 4.32 – Deslocamento máximo dos nós da viga biapoiada equipada<br>com sete AMS .....   | 49 |
| Figura 4.33 – Evolução do deslocamento ao longo do tempo no nó central<br>da viga biapoiada estudada submetida a um carregamento<br>harmônico sem controle e com sete amortecedores de massa ..... | 50 |
| Figura 4.34 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada<br>submetida a um carregamento harmônico e equipada com cinco<br>e sete AMS .....   | 51 |



|   |    |
|---|----|
| Figura 4.35 – Resposta dinâmica em função da frequência no nó central da viga biapoiada submetida a um carregamento harmônico e equipada com cinco e sete AMS ..... | 51 |
| Figura 4.36 – Carregamento aleatório do tipo ruído branco utilizado para excitar a estrutura .....  | 52 |
| Figura 4.37 – Resposta dinâmica obtida ao longo do tempo no nó central da viga biapoiada sem nenhum controle e submetida à ação de um carregamento aleatório .....  | 53 |
| Figura 4.38 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada equipada com um AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório .....                    | 54 |
| Figura 4.39 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada equipada com três AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório .....                  | 55 |
| Figura 4.40 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada equipada com cinco AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório .....                 | 56 |
| Figura 4.41 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada equipada com sete AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório .....                  | 56 |
| Figura 4.42 – Viga estudada no segundo modelo.....  | 57 |
| Figura 4.43 – Deslocamentos máximos alcançados sob o efeito do carregamento harmônico atuante aplicado no nó central da viga .....                                  | 60 |
| Figura 4.44 – Deslocamentos máximos dos nós da viga engastada e apoiada sob o efeito do carregamento harmônico atuante em distintas posições da estrutura.....      | 61 |
| Figura 4.45 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada sob o efeito do carregamento harmônico atuante .....                                    | 62 |
| Figura 4.46 – Esquema da viga engastada e apoiada com um AMS instalado no nó 59....   | 63 |
| Figura 4.47 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada sem dispositivo de controle e com um AMS .....  | 63 |
| Figura 4.48 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada com um AMS instalado em distintos locais da estrutura .....                             | 64 |
| Figura 4.49 – Resposta em função do tempo para o nó 59 da viga engastada e apoiada para as cinco configurações de AMSM estudadas .....                              | 66 |
| Figura 4.50 – Esquema da viga engastada e apoiada com três AMS instalados.....  | 67 |
| Figura 4.51 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 1.....  | 68 |
| Figura 4.52 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 1.....  | 68 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 4.53 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 2.....  | 68 |
| Figura 4.54 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 2.....  | 68 |
| Figura 4.55 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 3.....  | 69 |
| Figura 4.56 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 3.....  | 69 |
| Figura 4.57 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 4.....  | 69 |
| Figura 4.58 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 4.....  | 69 |
| Figura 4.59 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 5.....  | 69 |
| Figura 4.60 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 5.....  | 69 |
| Figura 4.61 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 6.....  | 69 |
| Figura 4.62 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 6.....  | 69 |
| Figura 4.63 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 7.....  | 70 |
| Figura 4.64 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 7.....  | 70 |
| Figura 4.65 – Esquema da viga engastada e apoiada com cinco AMS instalados .....  | 73 |
| Figura 4.66 – Deslocamento máximo dos nós da viga engastada e apoiada com cinco<br>AMS sob o efeito de um carregamento harmônico .....  | 73 |
| Figura 4.67 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada sob<br>o efeito de um carregamento harmônico e a ação de cinco AMS .....                          | 74 |
| Figura 4.68 – Resposta dinâmica em função da frequência do nó 59 da viga<br>engastada e apoiada sob o efeito de um carregamento harmônico .....                               | 75 |
| Figura 4.69 – Esquema da viga engastada e apoiada com sete AMS instalados .....   | 76 |
| Figura 4.70 – Deslocamento máximo dos nós da viga engastada e apoiada com<br>sete AMS sob o efeito de um carregamento harmônico .....   | 77 |
| Figura 4.71 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada com<br>sete AMS sob o efeito de um carregamento harmônico .....                                   | 77 |
| Figura 4.72 – Resposta dinâmica ao longo do tempo do nó 59 da viga engastada e<br>apoiada submetida a um carregamento harmônico e equipada com três,<br>cinco e sete AMS..... | 78 |
| Figura 4.73 – Resposta dinâmica em função da frequência do nó 59 da viga engastada<br>e apoiada com cinco e sete AMS submetida a um carregamento<br>harmônico .....           | 79 |
| Figura 4.74 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada<br>sem controle, submetida à ação de um carregamento aleatório.....                               | 80 |
| Figura 4.75 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada com<br>um e três AMS, submetida à ação de um carregamento aleatório .....                         | 81 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4.76 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada com cinco e sete AMS, submetida à ação de um carregamento aleatório.....                                 | 82 |
| Figura 4.77 – Viga estudada no terceiro modelo .....   | 82 |
| Figura 4.78 – Deslocamentos máximos obtidos sob o efeito do carregamento harmônico aplicado no nó central da viga .....  | 86 |
| Figura 4.79 – Deslocamentos máximos dos nós da viga sob o efeito do carregamento harmônico atuante em distintas posições da estrutura.....   | 87 |
| Figura 4.80 – Evolução do deslocamento do nó 56 da viga biapoiada com dois balanços sob o efeito do carregamento harmônico atuante .....   | 88 |
| Figura 4.81 – Evolução do deslocamento do nó 56 da viga biapoiada com dois balanços e com um AMS instalado em distintos pontos da estrutura.....                                     | 89 |
| Figura 4.82 – Esquema da viga biapoiada com dois balanços e um AMS instalado no extremo esquerdo .....   | 90 |
| Figura 4.83 – Respostas máximas obtidas para cada nó da viga biapoiada com dois balanços e três AMS atuando na estrutura segundo as especificações dadas nas Alternativas 2 e 6..... | 92 |
| Figura 4.84 – Esquema da viga biapoiada com dois balanços e três AMS instalados.....   | 93 |
| Figura 4.85 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 1.....   | 94 |
| Figura 4.86 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 1.....   | 94 |
| Figura 4.87 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 2.....   | 94 |
| Figura 4.88 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 2.....   | 94 |
| Figura 4.89 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 3.....   | 94 |
| Figura 4.90 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 3.....   | 94 |
| Figura 4.91 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 4.....   | 94 |
| Figura 4.92 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 4.....   | 94 |
| Figura 4.93 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 5.....   | 95 |
| Figura 4.94 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 5.....   | 95 |
| Figura 4.95 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 6.....   | 95 |
| Figura 4.96 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 6.....   | 95 |
| Figura 4.97 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 7.....   | 95 |
| Figura 4.98 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 7.....   | 95 |
| Figura 4.99 – Esquema da viga biapoiada com dois balanços e cinco AMS instalados ....  | 99 |
| Figura 4.100 – Deslocamento máximo dos nós da viga biapoiada com dois balanços e com cinco AMS sob o efeito de um carregamento harmônico .....                                       | 99 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 4.101 – Resposta dinâmica ao longo do tempo no nó 1 da viga biapoiada com dois balanços e com cinco AMS sob o efeito de um carregamento harmônico .....                      | 100 |
| Figura 4.102 – Esquema da viga biapoiada com dois balanços e sete AMS instalados....  | 101 |
| Figura 4.103 – Deslocamento máximo dos nós da viga biapoiada com dois balanços e com sete AMS sob o efeito de um carregamento harmônico .....                                       | 102 |
| Figura 4.104 – Resposta no extremo esquerdo da viga biapoiada com dois balanços sob o efeito de um carregamento harmônico e a ação de três, cinco e sete AMS.....                   | 103 |
| Figura 4.105 – Evolução do deslocamento no extremo esquerdo da viga biapoiada com dois balanços sem controle e submetida à ação de um carregamento aleatório .....                  | 104 |
| Figura 4.106 – Evolução do deslocamento no extremo esquerdo da viga biapoiada com dois balanços, equipada com um e três AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório .....   | 105 |
| Figura 4.107 – Evolução do deslocamento no extremo esquerdo da viga biapoiada com dois balanços equipada com cinco e sete AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório ..... | 105 |
| Figura 4.108 – Viga analisada no quarto modelo.....   | 106 |
| Figura 4.109 – Deslocamentos máximos dos nós da viga sob o efeito do carregamento harmônico atuante em distintas posições da estrutura.....   | 110 |
| Figura 4.110 – Evolução do deslocamento do nó 120 da viga Gerber sob o efeito do carregamento harmônico atuante.....  | 111 |
| Figura 4.111 – Evolução do deslocamento do nó 120 da viga Gerber com um AMS instalado em distintos pontos da estrutura.....   | 112 |
| Figura 4.112 – Comparação dos deslocamentos máximos de cada nó da viga Gerber sem controle e com um AMS instalado no nó 120 da estrutura.....                                       | 113 |
| Figura 4.113 – Evolução do deslocamento ao longo do tempo do nó 120 da viga Gerber para as três alternativas de localização dos três AMS.....                                       | 115 |
| Figura 4.114 – Evolução do deslocamento ao longo do tempo do nó 120 da viga Gerber para os sistemas com um e com três AMS.....  | 116 |
| Figura 4.115 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 1.....   | 116 |
| Figura 4.116 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 1.....  | 116 |
| Figura 4.117 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 2.....   | 117 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 4.118 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 2.....  | 117 |
| Figura 4.119 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 3.....   | 117 |
| Figura 4.120 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 3.....  | 117 |
| Figura 4.121 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 4.....   | 117 |
| Figura 4.122 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 4.....  | 117 |
| Figura 4.123 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 5.....   | 117 |
| Figura 4.124 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 5.....  | 117 |
| Figura 4.125 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 6.....   | 118 |
| Figura 4.126 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 6.....  | 118 |
| Figura 4.127 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 7.....   | 118 |
| Figura 4.128 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 7.....  | 118 |
| Figura 4.129 – Esquema da viga analisada com cinco AMS instalados.....  | 120 |
| Figura 4.130 – Deslocamentos máximos da estrutura com cinco AMS instalados<br>e sem controle.....   | 121 |
| Figura 4.131 – Evolução do deslocamento ao longo do tempo do nó 120 da viga<br>Gerber para os sistemas com cinco AMS e sem controle.....                | 122 |
| Figura 4.132 – Esquema da viga analisada com sete AMS instalados.....   | 123 |
| Figura 4.133 – Deslocamentos máximos da estrutura com sete AMS instalados e<br>sem controle.....  | 124 |
| Figura 4.134 – Evolução do deslocamento ao longo do tempo do nó 120 da viga<br>Gerber para os sistemas com sete AMS e sem controle.....                 | 124 |
| Figura 4.135 – Evolução do deslocamento no nó 120 da viga Gerber sem controle<br>e submetida à ação de um carregamento aleatório.....                   | 125 |
| Figura 4.136 – Evolução do deslocamento no nó 120 da viga Gerber, equipada com<br>um e três AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório.....    | 126 |
| Figura 4.137 – Evolução do deslocamento no nó 120 da viga Gerber, equipada com<br>cinco e sete AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório..... | 127 |
| Figura A.1 – Tela inicial do programa ANSYS versão 10.0.....  | 143 |
| Figura A.2 – Elemento <i>Beam</i> 3.....  | 144 |
| Figura A.3 – Elemento <i>Combination</i> 14.....  | 145 |
| Figura A.4 – Viga biapoiada estudada no primeiro modelo .....   | 146 |
| Figura A.5 – Valores analíticos encontrados para a resposta dinâmica em $L/2$ .....   | 151 |
| Figura A.6 – Resposta dinâmica em função do tempo no nó central da viga biapoiada<br>pelo análise transiente <i>full</i> no ANSYS .....                 | 154 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura A.7 – Resposta dinâmica em função do tempo no nó central da viga biapoiada<br>pela opção da superposição modal.....                 | 155 |
| Figura A.8 – Comparação entre as respostas dinâmicas obtidas no <i>ANSYS</i> pela opção da<br>superposição modal e o estudo analítico..... | 155 |
| Figura A.9 – Comparação entre as respostas dinâmicas obtidas no <i>ANSYS</i> pela opção<br>completa e o estudo analítico.....              | 156 |

## LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

AMS: amortecedor de massa sintonizado;  
AMSM: amortecedor de massa sintonizado múltiplo;  
 $c$ : amortecimento do AMS;  
 $C$ : matriz de amortecimento do sistema principal;  
 $C_v$ : coeficiente de amortecimento do amortecedor;  
 $c_i$ : constante de amortecimento para cada amortecedor;  
 $c_z$ : amortecimento do  $z$ -ésimo amortecedor;  
 $E$ : modulo de elasticidade;  
 $f(t)$ : carregamento dinâmico aplicado sobre a estrutura;  
G.L.: grau(s) de liberdade;  
 $K$ : matriz de rigidez da estrutura;  
 $k$ : rigidez do AMS;  
 $k_z$ : rigidez do  $z$ -ésimo amortecedor;  
 $I$ : momento de inércia com respeito ao eixo  $Z$ ;  
 $L$ : comprimento da viga;  
 $m$ : massa do AMS;  
 $\bar{m}$ : massa por unidade de comprimento;  
 $M$ : matriz de massa da estrutura;  
 $Max.$ : máximo;  
 $Min.$ : mínimo;  
 $m_z$ : massa do  $z$ -ésimo amortecedor;  
 $M_n$ : massas generalizadas;  
 $N$ : número de graus de liberdade;  
 $n$ : número de elementos;  
 $P_o$ : amplitude da força;  
 $P_n$ : forças generalizadas;  
 $R_{max}$ : amplitude máxima da resposta em frequência;  
 $RMS$ : root mean square;  
 $Y$ : vetor das coordenadas generalizadas;  
 $y(t)$ : vetor de deslocamentos dos amortecedores em relação à base;

$y(t)$ : vetor de deslocamentos;  
 $y_1(t)$ : deslocamento do sistema principal em relação à base;  
 $y_2(t)$ : deslocamento da massa  $m$  do AMS em relação à base;  
 $\alpha$ : razão de frequência;  
 $\alpha$  ótimo: razão de frequência ótima;  
 $\beta$ : razão de frequência forçada do sistema principal;  
 $\beta_L$ : largura de banda;  
 $\mu$ : razão de massa;  
 $\mu_n$ : razão de massa do  $n$ -ésimo amortecedor;  
 $\zeta$ : razão de amortecimento do sistema principal;  
 $\zeta'$ : razão de amortecimento média;  
 $\zeta$  ótimo: razão de amortecimento ótima;  
 $\phi_n$  : vetor que contém o  $n$ -ésimo modo de vibração;  
 $\bar{\omega}$ : frequência de excitação;  
 $\omega_{est}$ : frequência natural da estrutura;  
 $\omega_T$ : frequência média dos amortecedores;  
 $\omega_i$ : frequência natural de cada AMS;



# 1 – INTRODUÇÃO

## 1.1 – APRESENTAÇÃO

A inovação sempre tem acompanhado o homem em sua existência, é assim que durante o transcurso da história, baseando-se nas suas necessidades, as pessoas conseguiram, a partir da observação dos fenômenos e da racionalização dos processos, desenvolver metodologias claras para a solução de problemas específicos. Com o tempo a criatividade e o conhecimento dos indivíduos aperfeiçoavam essas metodologias permitindo um avanço dos procedimentos e uma melhora da qualidade dos produtos obtidos, além de muitas outras vantagens.

A engenharia civil não tem sido a exceção a esta regra. Ela aproveita também os progressos teóricos e tecnológicos para desenvolver-se de forma vertiginosa, tirando um maior benefício das novas metodologias, conseguindo assim, uma melhor performance em suas áreas de desempenho. Entre as muitas áreas da engenharia civil que vem aproveitando os progressos teóricos e tecnológicos encontra-se a dinâmica das estruturas.

Entre as principais preocupações da dinâmica das estruturas encontra-se a ocorrência de vibrações excessivas, indesejáveis do ponto de vista estrutural, já que podem causar danos na estrutura devido ao alto valor dos esforços solicitantes provocados. As vibrações também podem ocasionar a fadiga dos elementos estruturais, além de provocar desconforto nos indivíduos que utilizam a estrutura regularmente, como também comprometer sua segurança.

Para combater os efeitos das vibrações excessivas nas estruturas, vem sendo utilizada nas últimas décadas uma técnica denominada controle estrutural. Basicamente, o controle estrutural é uma tecnologia que procura reduzir a demanda de dissipação de energia nos membros estruturais sob ação de forças externas. Geralmente, esta redução é alcançada alterando as propriedades de rigidez e amortecimento da estrutura pela aplicação de dispositivos externos ou pela ação de forças externas. Segundo Housner *et al.*(1997), este procedimento tem suas raízes nas pesquisas do professor de engenharia japonês John Milne

que idealizou e construiu uma casa de madeira com sistema de isolamento contra terremotos há mais de 100 anos; entretanto, sua aplicação em modelos de grande escala se dá a partir de 1970.

Entre as alternativas de controle estrutural existentes há o Amortecedor de Massa Sintonizado (AMS). O AMS consiste em um sistema massa, mola e amortecedor, geralmente fixado a um sistema vibrante para reduzir a demanda de dissipação de energia nos membros estruturais primários sob a ação de forças externas. Esta redução de energia é obtida quando a frequência do amortecedor de massa é sintonizada a uma frequência particular da estrutura, que é geralmente correspondente ao primeiro modo de vibração (ou modo fundamental). Quando essa frequência é excitada, o amortecedor vai vibrar fora de fase com o movimento estrutural e parte da energia vibratória é transferida ao AMS.

A determinação de parâmetros e posicionamento ótimos dos AMS em edificações com um número finito de graus de liberdade tem sido objeto de vários estudos desde o início de 1970, no entanto, ainda são reduzidas as pesquisas realizadas em estruturas como vigas e pontes. Motivado por este fato, neste trabalho, estuda-se a redução de vibrações em vigas, com diferentes condições de contorno, pela utilização de dispositivos de controle passivo de massa sintonizado. A escolha do AMS como mecanismo de controle para a redução da resposta dinâmica da estrutura se deve principalmente ao fato de ser um mecanismo que apresenta um comportamento estável e um bom desempenho nas faixas de valores para as quais foi projetado, além de apresentar uma modelagem computacional fácil.

## **1.2 – OBJETIVOS**

O objetivo geral do presente trabalho é analisar numericamente, por meio do programa *ANSYS*, a eficiência de um sistema de controle passivo (AMS) instalado em vigas metálicas de seção retangular, com distintas condições de apoio. Foram estudados quatro modelos numéricos de vigas que pudessem ser reproduzidos em laboratório em uma futura análise experimental, que deverá complementar o trabalho numérico desenvolvido.

Os carregamentos selecionados para excitar a estrutura foram do tipo harmônico e aleatório. O carregamento harmônico foi escolhido devido à facilidade de aplicação e de amplificação da resposta dinâmica da estrutura, quando a frequência da excitação for

próxima da frequência fundamental do sistema, além de poder ser reproduzido em laboratório. Já as excitações aleatórias foram levadas em conta com o objetivo de verificar a eficiência do controle passivo, quando a estrutura for submetida a excitações ambientais, tais como as provocadas por ventos, tráfego de veículos e sismos.

Como objetivos específicos, pretende-se:

- Estudar o número e a posição ótima de amortecedores de massa sintonizados para quatro configurações distintas de vigas.
- Avaliar e comparar o desempenho das distintas opções de AMS utilizadas.
- Estabelecer diretrizes de projeto para o controle de vibrações em vigas a partir dos resultados obtidos numericamente.
- Analisar e comparar o comportamento e a redução da resposta dinâmica dos sistemas, devida aos AMS, sujeitos a excitações do tipo harmônico e aleatório.
- Fornecer subsídio teórico para um futuro estudo experimental em modelos reduzidos de vigas.

### **1.3 – DESCRIÇÃO DO TRABALHO**

A presente dissertação consta de cinco capítulos, incluindo o capítulo atual, e um apêndice. A seguir é apresentado um resumo do conteúdo e abrangência de cada um destes capítulos:

O segundo capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre o controle passivo de estruturas, discutindo as principais alternativas e mecanismos de controle que fazem uso deste conceito, tendo como eixo principal os Amortecedores de Massa Sintonizados (AMS) e os Amortecedores de Massa Sintonizados Múltiplos (AMSM). Por último se faz um breve resumo da utilização prática de AMS e AMSM em estruturas civis e uma compilação das pesquisas mais relevantes sobre o tema.

No terceiro capítulo são abordados os fundamentos teóricos da pesquisa. É definida de forma clara e concisa a formulação matemática do problema estudado, começando com uma análise de um sistema de um grau de liberdade, com um AMS instalado, sob a ação de uma força harmônica atuante, generalizando depois a um sistema com  $N$  graus de liberdade, com Amortecedores de Massa Sintonizados Múltiplos instalados ao longo da estrutura e sob a ação de um vetor de excitação dinâmica de ordem  $N$ . Neste capítulo também são apresentadas as expressões que determinam os parâmetros ótimos dos AMS e AMSM pelos critérios de Den Hartog e Jangid respectivamente.

No quarto capítulo se aborda a modelagem numérica de uma viga metálica do tipo Euler-Bernoulli, sob quatro distintas condições de contorno, submetidas à ação de excitações harmônicas e aleatórias. Para cada uma das vigas foi desenvolvida uma análise modal e uma série de análises transientes com o fim de determinar as frequências naturais e os modos de vibração das vigas modeladas, assim como as respostas dinâmicas máximas obtidas para as estruturas analisadas sob condições de carregamento específico. Neste capítulo se apresenta também o estudo do posicionamento e número ótimo de AMS em cada um dos modelos considerados, para cada carregamento analisado.

O quinto capítulo apresenta as conclusões obtidas a partir dos resultados determinados no modelo numérico e as sugestões para a realização de pesquisas futuras.

O apêndice A apresenta uma descrição do programa *ANSYS*, fazendo uma introdução dos elementos do *software* utilizados na modelagem das vigas e dos AMS. Neste apêndice se apresenta um estudo analítico e numérico de uma viga biapoiada, que serviu para comparar e ajustar os resultados obtidos no programa com os resultados determinados com o estudo analítico.

## **2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 – INTRODUÇÃO**

Segundo Soong & Dargush (1997), o controle estrutural é classificado em quatro tipos:

- Controle passivo
- Controle ativo
- Controle híbrido
- Controle semi-ativo

Na presente dissertação utilizaram-se Amortecedores de Massa Sintonizados (AMS) para o controle de vibrações das estruturas modeladas. Os AMS são dispositivos de controle passivos que, por sua simplicidade e sua alta capacidade de dissipação de energia, têm sido objeto de numerosos estudos e pesquisas que, em sua grande maioria, procuram determinar expressões para o posicionamento ótimo e o número adequado de dispositivos em diversas estruturas.

O presente capítulo aborda uma revisão bibliográfica dos AMS, definindo o controle passivo e suas vantagens sobre outros tipos de controle estrutural, uma breve descrição dos dispositivos de controle passivo comumente encontrados na literatura, a descrição dos AMS e os AMSM e os trabalhos mais relevantes de vigas e pontes controlados por meio destes dispositivos.

### **2.2 – CONTROLE PASSIVO**

O controle passivo é um mecanismo que se instala na estrutura com o fim de minimizar a energia transmitida pelo carregamento dinâmico, reduzindo assim a dissipação dessa energia nos membros da estrutura principal (Avila, 2002). De acordo com Fujino *et al.* (1996), essa dissipação pode se dar pela transferência de energia entre a estrutura e o dispositivo de controle. Este tipo de controle tem a particularidade de não requerer fontes de energia externa.

Os dispositivos de controle passivo são alternativas atraentes em relação a outros mecanismos de controle, porque apresentam algumas vantagens como:

- Não necessitam tecnologias altamente sofisticadas com softwares complexos.
- Capacidade de operação do mecanismo de controle independente de falta de energia elétrica.
- Um comportamento estável e bom desempenho do dispositivo de controle nas faixas de valores para as quais foi projetado.
- Baixo custo quando comparado com outros dispositivos, além de ter uma manutenção menos trabalhosa e mais econômica.

De acordo com Cruz (1998), entre os dispositivos mais comuns do controle passivo, encontram-se os sistemas de isolamento de base, os amortecedores viscoelásticos, os amortecedores líquidos sintonizados e amortecedores de massa sintonizados, entre outros.

### **2.2.1 – Isolamento de base**

O isolamento de base é um procedimento baseado na idéia de reduzir os esforços induzidos na estrutura pelo sismo em vez de incrementar a capacidade de resistência sísmica da mesma. Esta redução é obtida isolando a estrutura do solo ao nível da base, modificando o seu período natural de vibração por meio de roldanas, esferas, sistemas de atrito tipo pêndulo e outros mecanismos (Dueñas, 2001).

### **2.2.2 – Amortecedores viscoelásticos**

Os amortecedores viscoelásticos são constituídos por chapas metálicas unidas por um material viscoelástico (Larson, 1994). Geralmente estes dispositivos são instalados nas diagonais das estruturas, com o fim de dissipar a energia imposta pelo carregamento dinâmico por meio de seus ciclos de histerese. O processo de dissipação de energia é

atingido quando o amortecedor se movimenta com as vibrações da estrutura, convertendo a energia mecânica em energia térmica, reduzindo assim as vibrações. Um esquema dos amortecedores viscoelásticos utilizados no *World Trade Center* é mostrado na Figura 2.1.

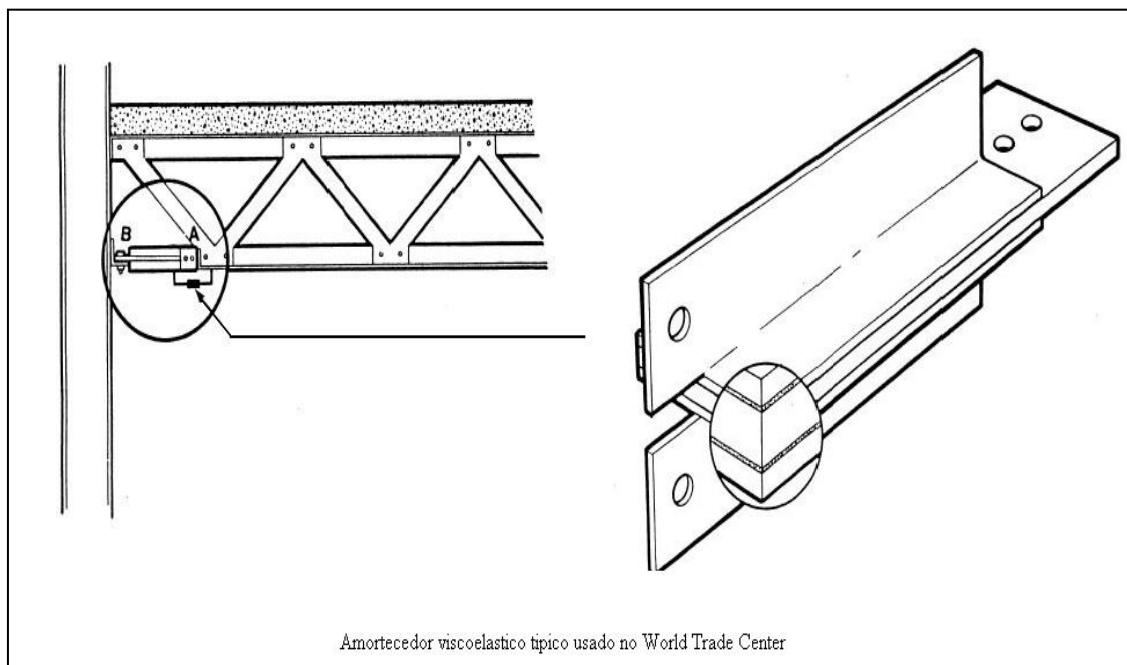


Figura 2.1 – Amortecedor viscoelástico (Modificado de <http://www.designcommunity.com/discussion/7551.html>, Acesso em 20 de Outubro de 2006)

### 2.2.3 – Amortecedor líquido sintonizado (ALS)

O amortecedor líquido sintonizado utiliza a oscilação de um líquido (geralmente água) em um recipiente, para provocar dissipação de energia. De acordo com Cruz (1998), esta técnica tem sido empregada com muito sucesso no controle de movimentos de rotação em barcos devidos às ondas do mar. Este sistema de controle também foi utilizado em algumas estruturas civis para neutralizar os efeitos do vento como é o caso da *Centerpoint Tower* em Sydney, Austrália, mostrada na Figura 2.2.

De acordo com Ambrosini (2001), os ALS absorvem a energia da vibração pelo movimento oscilante do líquido contido no recipiente e a dissipam por meio do atrito do líquido com a superfície das paredes. Para aumentar a dissipação da energia vêm sendo utilizadas peças cilíndricas de polietileno que flutuam no líquido.

O comportamento dos ALS é altamente não linear devido ao movimento do fluido quando se produz a quebra das ondas. O seu estudo envolve o conhecimento da resposta das camadas de fluido oscilantes submetidas a excitações horizontais. Segundo Tamura *et al.* (1995), apud Ambrosini (2001), a frequência do ALS é sintonizada à frequência natural da estrutura, por meio do ajuste da lâmina da água e das dimensões dos recipientes.

Quando os ALS são utilizados para reduzir as vibrações produzidas pelo vento é altamente recomendável empregar ALS retangulares no caso em que o vento tenha uma direção predominante, com o lado maior na direção do vento, caso contrário é conveniente o uso de recipientes circulares.

Também dentro deste grupo pode-se comentar a respeito dos amortecedores de coluna de líquido sintonizados (ACLS), que podem ter forma de V ou U, com seção horizontal diferente da vertical e em alguns casos possuindo uma seção transversal com orifícios na seção horizontal que proporciona o amortecimento necessário (Gao *et al.*, (1997)).

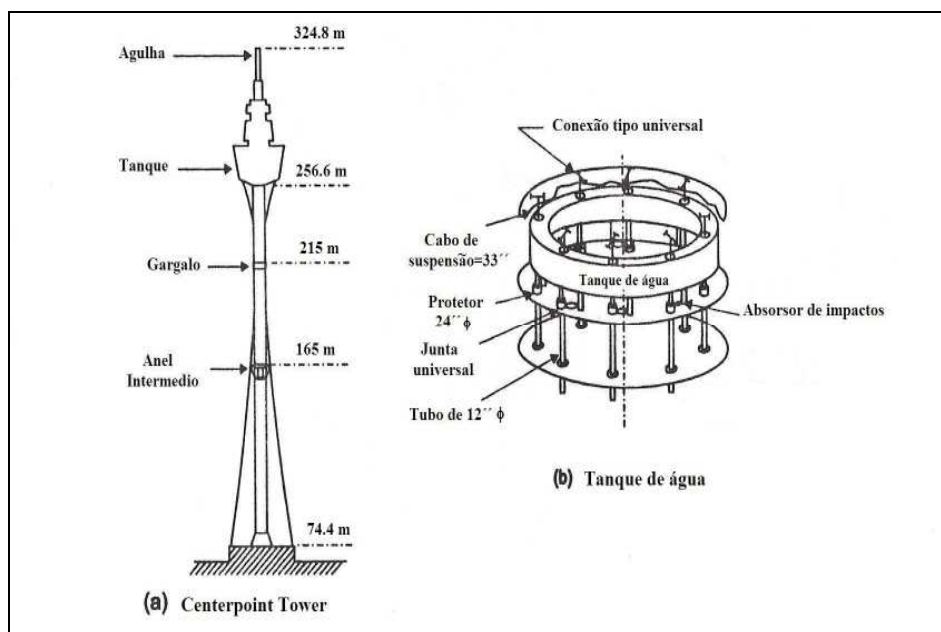


Figura 2.2 – Amortecedor líquido sintonizado da *Centerpoint Tower* (Modificado de Kwok e MacDonald, 1987)

#### 2.2.4 – Outros mecanismos de controle passivo

Outros sistemas de controle passivo que se encontram na literatura são:



- Amortecedores viscofluidos: Esta classe de amortecedores baseia-se na dissipação de energia por meio da conversão de energia mecânica em calor, enquanto um pistão cilíndrico se move através de uma substância altamente viscosa, como, por exemplo, silicone ou gel (Housner *et al.* 1997; Soong & Dargush, 1997).
- Amortecedores metálicos: São na sua grande maioria feitos de aço e fazem uso da dissipação de energia pela deformação inelástica do material. Esses dispositivos têm a grande vantagem de poder serem construídos em todas as formas, facilitando assim o seu uso em espaços ou estruturas sem nenhum tipo de simetria (Soong & Dargush, 1997).
- Amortecedores de fricção: Estes mecanismos dissipam a energia por meio do atrito entre dois elementos sólidos, deslizando um em relação ao outro (Soong & Dargush, 1997).

### **2.3 – AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS (AMS)**

Um dos mecanismos de controle passivo mais amplamente utilizado é o amortecedor de massa sintonizado (AMS).

Um AMS é um sistema massa, mola e amortecedor. Geralmente o dispositivo de controle é fixo a um sistema vibrante para reduzir a demanda de dissipação de energia nos membros estruturais primários sob a ação de forças externas. Esta redução de energia se consegue quando a frequência do amortecedor de massa é sintonizada a uma frequência estrutural particular, que é geralmente correspondente ao primeiro modo de vibração (ou modo fundamental). Quando essa frequência é excitada, o amortecedor vai vibrar fora de fase em relação à estrutura, e essa grande quantidade de energia vibratória é transferida ao AMS. O esquema de um AMS conectado a uma viga é mostrado na Figura 2.3.

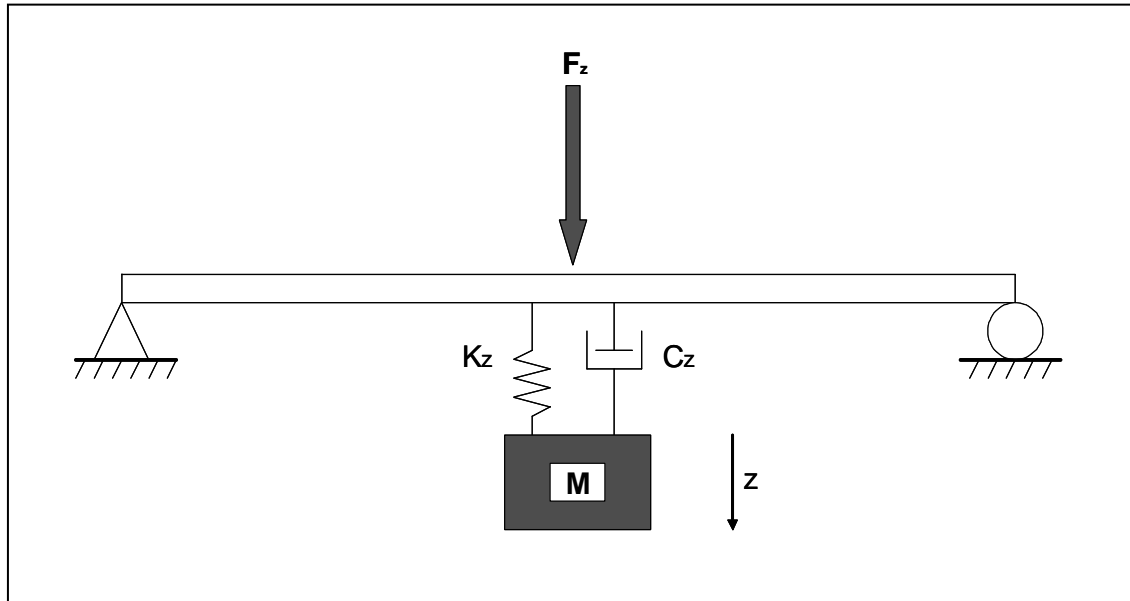


Figura 2.3 – AMS instalado numa viga simples

Segundo Rana & Soong (1998), o conceito moderno do AMS tem suas raízes nos absorvedores de vibrações dinâmicas estudados em 1909 por Frahm, que de acordo com Lee *et. al.* (2006), propôs os absorvedores para reduzir as vibrações mecânicas induzidas por forças harmônicas.

As primeiras aplicações práticas se limitavam ao uso de absorvedores dinâmicos em sistemas de engenharia mecânica, nos quais a frequência de operação entrava em ressonância com a frequência fundamental da máquina. Edificações, no entanto, são submetidas a cargas ambientes, como o vento e terremotos, as quais possuem muitas componentes de frequência.

Embora o conceito do AMS seja simples, os parâmetros (massa, rigidez e amortecimento) do dispositivo devem ser obtidos por meio de procedimentos ótimos de projeto que permitam atingir uma melhor performance no controle. Sendo assim, a determinação destes parâmetros ótimos do sistema é crucial para aumentar a efetividade do controle.

Desde que Den Hartog em 1956 propôs inicialmente uma teoria para obter as expressões ótimas para os parâmetros dos AMS em estruturas não amortecidas de um grau de liberdade, muitos métodos para encontrar estes parâmetros ótimos têm sido desenvolvidos

na literatura a fim de controlar a vibração estrutural induzida por distintas fontes de excitação de forma mais eficiente.

Warburton e Ayonride (1980) propuseram fórmulas para encontrar os parâmetros ótimos de um sistema estrutural equipado com AMS submetido a diferentes tipos de carregamento, como forças harmônicas, cargas de vento e cargas sísmicas.

Lee *et al.* (2006) comprovaram que a eficiência do mecanismo de controle é altamente influenciada pelos parâmetros de projeto do AMS que estão relacionados aos parâmetros da estrutura principal. Se os parâmetros dos AMS obtidos diferem dos valores ótimos ou se existe erro na identificação do valor da frequência natural da estrutura principal, um efeito de não sintonia ocorre e a efetividade do controle fica comprometida.

Segundo Lee *et al.* (2006), Crandall e Mark adotaram a teoria de vibrações aleatórias para analisar uma estrutura de um só grau de liberdade equipada com um AMS submetida à excitação na base. Os resultados demonstraram que o AMS efetivamente reduzia a vibração da estrutura excitada na base.

Um AMS sintonizado na primeira frequência de vibração da estrutura reduz a resposta associada ao primeiro modo de vibração consideravelmente, porém reduz apenas levemente ou, até mesmo, amplifica as respostas associadas aos modos mais altos (Housner *et al.*, 1997). Além disso, um único AMS é mais sensível às discrepâncias na frequência natural da estrutura e/ou à razão de amortecimento do amortecedor considerados no projeto. Essas limitações podem ser vencidas instalando-se mais de um AMS na estrutura, cada um sintonizado em uma determinada frequência de vibração (Carneiro, 2004).

### **2.3.1 – Amortecedores de massa sintonizados múltiplos (AMSM)**

O amortecedor de massa sintonizado múltiplo (AMSM) consiste de vários amortecedores com frequências distribuídas em torno da frequência natural correspondente ao modo a ser controlado. São mais eficientes e robustos no controle de vibrações indesejáveis do que um único AMS (Yamaguchi e Harnpornchai, 1993; Igusa e Xu, 1994; Kareem e Kline, 1995;

Joshi e Jangid, 1997; Li, 2000; Chen e Wu, 2003; Magluta et al., 2003, apud Carneiro, 2004).

A utilização dos AMSM tem como vantagem adicional permitir equipar a estrutura com amortecedores de menor massa, fato que auxilia o aspecto construtivo e a manutenção do dispositivo. Estas características também facilitam o deslocamento do equipamento e a instalação do mesmo em estruturas existentes, tornando atrativo o uso temporário durante a construção de estruturas ou o melhoramento de sistemas existentes. Outra característica importante dos AMSM é sua versatilidade. Eles podem ser instalados em um sistema estrutural somente em um local ou distribuídos espacialmente. As opções de projeto incluem as configurações em serie e em paralelo.

Da mesma maneira que no caso de um único amortecedor de massa sintonizado, os parâmetros ótimos do AMSM são determinados por meio de estudos paramétricos ou por alguns métodos de otimização existentes. Entre os métodos de otimização que podem ser encontrados na literatura consta o *Goal programming* citado por Magluta *et al.* (2003). Lee *et al.* (2006), também propõem uma metodologia matemática para a busca de parâmetros ótimos dos AMSM.

Varias pesquisas têm assinalado que a eficiência e robustez do AMSM estão muito relacionadas aos seguintes parâmetros dos amortecedores:

- Intervalo no qual as frequências dos amortecedores são distribuídas ou largura de banda de frequências.
- Razão de amortecimento.
- Razão de massa.
- Razão de frequência entre as propriedades do amortecedor e do sistema principal.
- Número de amortecedores.

O intervalo de frequências é muitas vezes apontado como o parâmetro mais influente no bom desempenho do AMSM (Yamaguchi e Harnpornchai, 1993; Kareem e Kline, 1995). A razão de amortecimento e o número de amortecedores podem ser considerados parâmetros secundários na otimização (Kareem e Kline, 1995; Gu et al., 2001) porque a

razão de amortecimento do amortecedor pode ser diminuída, caso um maior número de massas seja usado e vice-versa (Yamaguchi e Harnpornchai, 1993).

### **2.3.2 – Aplicações práticas de AMS e AMSM em estruturas civis e pesquisas realizadas**

Os AMS têm sido instalados com sucesso em edifícios esbeltos e torres para suprimir a resposta dinâmica induzida pela ação do vento. Entre essas estruturas se incluem a *CN Tower* no Canadá, com 535 metros de altura, na qual foram instalados dois AMS com a finalidade de reduzir a contribuição do segundo e quarto modo de vibração induzida pelo vento (Larson, 1994); o edifício *John Hancock* em Boston de 60 andares o qual tem dois AMS localizados no andar 58, separados um do outro na horizontal por uma distância de 67 metros (Connor, 2003); a *Center Point Tower* em Sydney, com 305 metros de altitude, que tem um sistema de redução da resposta da aceleração, devida a forças dinâmicas induzidas pelo vento, por meio de um AMS em forma de pêndulo (Connor, 2003) e o *Taipei 101 Tower* em Taiwan, que atualmente é o edifício mais alto do mundo com 101 andares e 504 metros de altura, o qual também tem em seu interior um AMS em forma de pêndulo (Lee *et al.*, 2006).

As torres e os edifícios altos não são as únicas estruturas que vêm aproveitando a utilização dos AMS para melhorar o seu desempenho. Outros tipos de estruturas que vêm incorporando este tipo de controle para suprimir ou reduzir as vibrações excessivas são as pontes, passarelas de pedestres e vigas.

Análises da redução das vibrações em pontes, passarelas e vigas por meio de dispositivos de controle passivo vêm sendo estudadas desde a segunda metade do século XX.

Um dos primeiros pesquisadores que realizou estudos com amortecedores sintonizados em vigas foi Jones (1967), que apresentou uma análise aproximada da resposta devida ao modo fundamental de uma viga simples de um só vão, equipada com amortecedores sintonizados. O autor admitiu que a excitação era devida a uma carga harmônica com distribuição espacial arbitrária e considerou que a estrutura se comportava de acordo com a teoria de Euler-Bernoulli. A conclusão principal de seu estudo foi a boa correlação obtida por meio de sua análise aproximada para uma viga engastada e livre, equipada com um

AMS e submetida a uma carga harmônica aplicada no extremo livre da viga, e os resultados obtidos para a mesma estrutura calculada pela teoria exata.

Özgülven e Çandir (1986) determinaram os parâmetros ótimos de dois amortecedores de vibrações dinâmicas sintonizados nas duas primeiras frequências de ressonâncias de uma viga. Eles estudaram numericamente uma viga engastada e livre encontrando os valores ótimos das razões de amortecimento e de sintonia dos amortecedores na primeira e segunda frequência da viga.

Nicholson e Bergman (1986) analisaram as vibrações livres em dois tipos de sistemas lineares não amortecidos, compostos por vigas equipadas com amortecedores. O estudo utilizou o método da separação de variáveis para a análise de vibrações livres. A separação de variáveis foi utilizada para obter a equação diferencial generalizada dos modos normais e foram utilizadas funções de Green para resolver a equação diferencial generalizada e determinar a equação característica do sistema. Solucionando a equação característica os autores conseguiram obter as frequências naturais e os modos normais exatos do sistema.

Kwon *et al.* (1998) estudaram o efeito de um AMS no controle de vibrações em pontes sob a ação de cargas que se movimentam ao longo da estrutura. Sintonizaram o AMS no modo vertical dominante e o instalaram no meio das pontes. Além disso, agregaram massas ao modelo para simular as massas dos veículos e assim determinar a resposta dinâmica das pontes. Os autores mostraram a eficiência dos AMS no caso de uma ponte de três vãos. Os deslocamentos verticais no meio da ponte foram comparados antes e depois da instalação do AMS.

Gu *et al.* (2001) estudaram a vibração irregular da ponte Yangpu usando AMSM. Sete conjuntos diferentes de AMSM foram analisados e suas propriedades ótimas foram obtidas numericamente. Foi verificado que a eficiência do controle por meio do AMSM é sensível à sua frequência central e à largura de banda da frequência. Isso indica que ao projetar um AMSM a rigidez de todos os amortecedores poderia ser considerada constante, enquanto a massa de cada amortecedor seria determinada com base nas suas frequências e valores de rigidez. Por outro lado, a razão de amortecimento do AMSM mostrou ter menos influência na eficiência do controle. Sendo assim, para simplificar a análise, as razões de amortecimento de todas as massas do AMSM foram consideradas com o mesmo valor.

Jo *et al.* (2001) estudaram numericamente a redução da vibração estrutural de uma ponte em aço com seção retangular em caixa. Os autores modelaram a ponte como uma viga de Euler-Bernoulli com dois graus de liberdade, ignorando o efeito de torção, e conseguiram mostrar que o efeito do AMS é eficiente reduzindo as vibrações livres da ponte.

Poovarodom *et al.* (2003) utilizaram um AMSM com amortecimento não linear para reduzir as vibrações induzidas pelo homem em uma passarela de pedestres com trinta e quatro metros de comprimento. A eficiência do controle foi examinada com respeito à sua sensibilidade a erros na estimativa da frequência natural da passarela e na magnitude do carregamento dinâmico devido à passagem de pedestres. Os resultados numéricos indicaram que um sistema ótimo de AMSM com propriedades não lineares pode ser tão eficiente e robusto quanto um AMSM com propriedades lineares.

Wu (2003) pesquisou as vibrações livres características de uma viga engastada e livre de seção variável equipada com múltiplos AMS por meio de dois métodos distintos. O primeiro método é o método convencional dos elementos finitos onde cada sistema massa-mola-amortecedor é considerado como um elemento finito com suas respectivas matrizes de rigidez, amortecimento e massa. Já o segundo método é uma aproximação alternativa baseada em elementos finitos onde cada sistema massa-mola-amortecedor é substituído por uma matriz de rigidez efetiva. Os resultados obtidos pelos dois métodos apresentaram dados semelhantes, o que permitiu validar a eficiência e funcionalidade do segundo método.

Recentemente Chen e Huang (2004), estudaram vigas de Timoshenko equipadas com AMS sob a ação de excitações harmônicas. Os autores estudaram a resposta dinâmica das vigas para uma faixa de frequências. Eles propuseram um modelo simplificado de dois graus de liberdade e empregaram o método proposto por Den Hartog (1956) para estudar as características dinâmicas dos AMS apresentando algumas tabelas de projeto para aplicações práticas. Fizeram ainda um estudo comparativo entre vigas simplesmente apoiadas sem dispositivos de controle, vigas com um AMS e vigas com AMSM, mostrando a eficiência dos dispositivos de controle.

Yau e Yang (2004a e 2004b) desenvolveram um sistema de AMSM para reduzir a resposta dinâmica de pontes contínuas, para trens. O sistema estava composto por vários subsistemas de AMSM, os quais consistiam de um set de AMS sintonizados a uma faixa exclusiva de frequências, mais centrados a uma das frequências ressonantes da ponte. Os autores analisaram a resposta de duas pontes com o sistema de AMSM demonstrando uma redução das vibrações.

Elias e Ávila (2006) estudaram numericamente a influência da variação de massa na resposta dinâmica de uma viga biapoiada. Os autores apresentaram seis exemplos, onde massas com distintas concentrações eram localizadas em distintas posições da viga, concluindo que a amplitude do movimento era maior nos locais de maior massa. No trabalho foi também analisado o efeito do número e da posição de amortecedores viscofluidos numa viga biapoiada e numa viga engastada e livre. No caso da viga biapoiada foi determinado que a resposta permanente do sistema era menor quando cinco amortecedores se localizavam próximos do vão central da viga. Já no caso da viga engastada e livre, a resposta permanente era menor quando eram instalados amortecedores viscofluidos no extremo livre da viga.



### 3 – FUNDAMENTOS TEÓRICOS

#### 3.1 – EQUAÇÕES DE MOVIMENTO PARA UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE COM UM AMS INSTALADO

Seja um sistema de um grau de liberdade com um AMS instalado e submetido a uma ação dinâmica externa  $f(t)$  como apresentado na Figura 3.1.

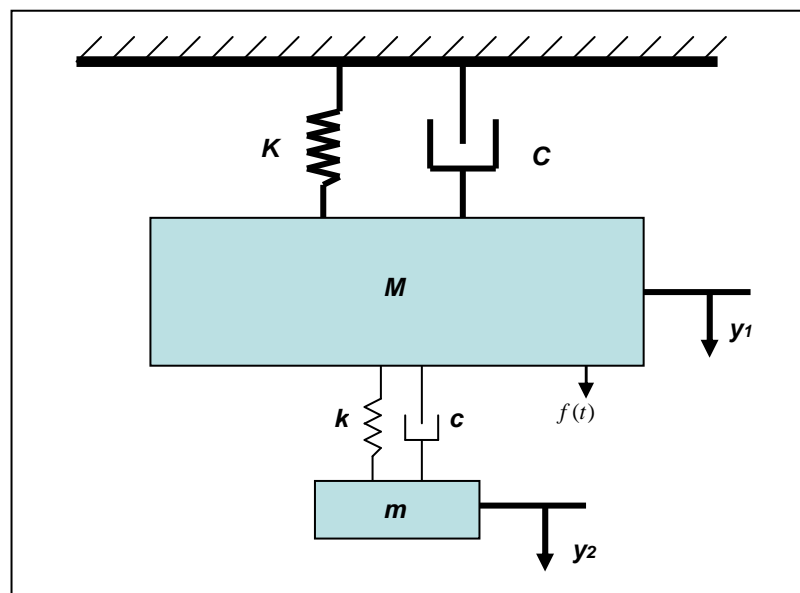


Figura 3.1 – Sistema de um grau de liberdade equipado com um AMS

As equações de movimento do sistema estrutural são dadas por

$$M\ddot{y}_1(t) + C\dot{y}_1(t) + Ky_1(t) = f(t) + k[y_2(t) - y_1(t)] + c[\dot{y}_2(t) - \dot{y}_1(t)] \quad (3.1)$$

$$m\ddot{y}_2(t) + c[\dot{y}_2(t) - \dot{y}_1(t)] + k[y_2(t) - y_1(t)] = 0 \quad (3.2)$$

onde:

$M$  : massa do sistema principal

$C$  : amortecimento do sistema principal

$K$  : rigidez do sistema principal

$y_1(t)$  : deslocamento do sistema principal em relação à base

$y_2(t)$  : deslocamento da massa  $m$  do AMS em relação à base

$f(t)$  : excitação dinâmica

$m$  : massa do AMS

$c$  : amortecimento do AMS

$k$  : rigidez do AMS

### 3.2 – EQUAÇÕES DE MOVIMENTO PARA UM SISTEMA COM $N$ GRAUS DE LIBERDADE E $Z$ AMS INSTALADOS

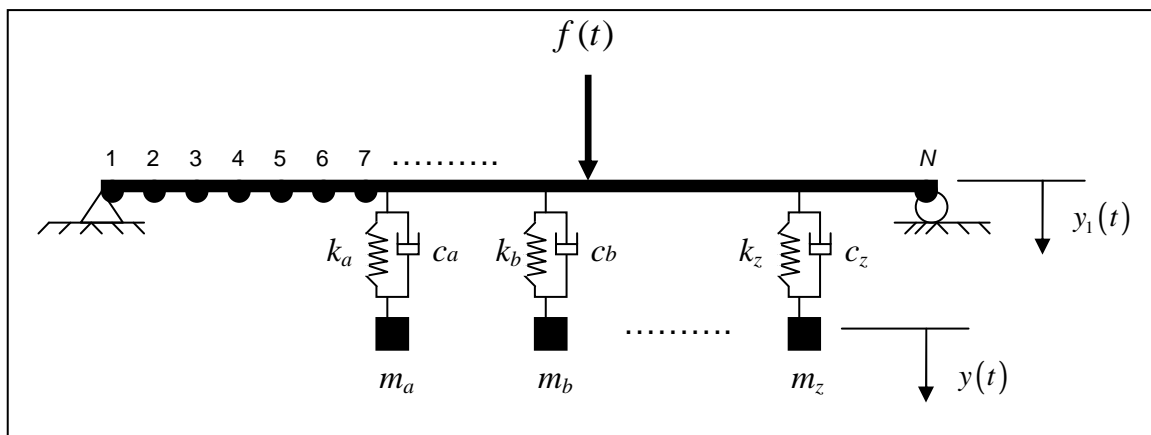


Figura 3.2 – Viga discretizada com  $Z$  amortecedores de massa sintonizados

A Figura 3.2 apresenta uma viga com  $N$  graus de liberdade e com  $Z$  amortecedores de massa sintonizados. Assim, o sistema completo terá  $N+Z$  equações de movimento da forma:

$$M\ddot{y}_1(t) + C\dot{y}_1(t) + Ky_1(t) = f(t) + c\dot{y}(t) - c\dot{y}_1(t) + ky(t) - ky_1(t) \quad (3.3)$$

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) - c\dot{y}_1(t) + ky(t) - ky_1(t) = 0 \quad (3.4)$$

Onde  $M$ ,  $C$  e  $K$  são respectivamente as matrizes de ordem  $N \times N$  de massa, amortecimento e rigidez da viga,  $f(t)$  é o vetor de ordem  $N$  da excitação dinâmica aplicada sobre a viga,  $m$ ,  $c$  e  $k$  são matrizes de ordem  $Z \times Z$  de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, relativas a cada amortecedor instalado na viga,  $y_1(t)$  é o vetor de

deslocamento da viga correspondente aos  $N$  graus de liberdade e  $y(t)$  é o vetor de deslocamentos dos amortecedores em relação à base.

### 3.3 – CRITÉRIO DE DEN HARTOG PARA A PROCURA DOS PARÂMETROS ÓTIMOS DOS AMS

A inclusão de um AMS num sistema estrutural obedece à necessidade de diminuir ao valor mais baixo possível os deslocamentos verticais e/ou horizontais de uma estrutura. Para alcançar esse objetivo, os parâmetros que governam o AMS, tais como massa, amortecimento e rigidez, deverão ser apropriados para a estrutura que se pretende estudar, de modo a reduzir a amplitude das vibrações a um valor mínimo.

São muitos os autores que têm desenvolvido distintas metodologias para a procura dos parâmetros ótimos de um AMS. Den Hartog (1956) foi o pioneiro no estudo de absorsores dinâmicos. Ele estudou sistemas simples com um grau de liberdade, generalizando posteriormente a sistemas com vários graus de liberdade, sem nenhum tipo de amortecimento e submetidos a excitações harmônicas. A partir desse estudo o autor obteve expressões para a determinação dos parâmetros ótimos dos AMS.

De acordo com Den Hartog (1956) as equações de movimento de um sistema de um grau de liberdade sujeito a uma ação dinâmica externa  $f(t)$  com um AMS instalado são dadas por:

$$M\ddot{y}_1(t) + C\dot{y}_1(t) + Ky_1(t) = f(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) \quad (3.5)$$

$$m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) = -m\ddot{y}_1(t) + g(t) \quad (3.6)$$

Onde  $y_1(t)$  é o deslocamento relativo do sistema estrutural, de massa  $M$ , em relação à base;  $z(t)$  o deslocamento relativo da massa  $m$  do AMS em relação à estrutura;  $C$  e  $K$  o amortecimento e a rigidez do sistema principal, respectivamente;  $c$  e  $k$  o amortecimento e rigidez do AMS e  $g(t)$  é uma força aplicada à base da estrutura. A parcela  $g(t)$  é igual a zero para o caso de excitações de vento; no caso de excitações sísmicas  $g(t) = \mu f(t)$ , sendo  $\mu = m/M$ , a razão entre as massas.

Considere o caso de carregamento  $f(t) = F_0 e^{i\omega t}$  e assuma uma solução permanente do tipo:

$$y_1(t) = Y_1 e^{i\omega t} \quad (3.7)$$

$$z(t) = Z e^{i\omega t} \quad (3.8)$$

Onde  $Y_1$  é a amplitude da vibração do sistema principal e  $Z$  a amplitude da vibração do AMS. Substituindo (3.7) e (3.8) nas equações (3.5) e (3.6) obtêm-se a expressão da resposta no tempo do sistema principal:

$$y_1(t) = \frac{(k - \omega^2 m + i\omega c) F_0 e^{i\omega t}}{\left[ K + k - \omega^2 M + i\omega(C + c) \right] (k - \omega^2 m + i\omega c) - (k + i\omega c)^2} \quad (3.9)$$

O chamado fator de amplificação dinâmica,  $R$ , do sistema principal pode ser expresso por:

$$R = \frac{KY_1}{F_0} = \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}} \quad (3.10)$$

Onde

$$A = \alpha^2 + \beta^2 \quad (3.11)$$

$$B = 2\xi_2 \alpha \beta \quad (3.12)$$

$$C = \alpha^2 (1 - \beta^2) - \mu \alpha^2 \beta^2 - \beta^2 (1 - \beta^2) - 4\xi_1 \xi_2 \alpha \beta^2 \quad (3.13)$$

$$D = 2\xi_2 \beta \alpha (1 - \beta^2 - \mu \beta^2) + 2\xi_1 \beta (\alpha^2 - \beta^2) \quad (3.14)$$

Sendo  $\xi_1$  e  $\xi_2$  as taxas de amortecimento do sistema principal e do AMS respectivamente;  $\alpha$  a razão entre as frequências naturais do AMS e do sistema principal;  $\mu$  a razão entre as massas do AMS e do sistema principal e  $\beta$  a razão entre a frequência da excitação e a frequência natural do sistema principal.

Fazendo com que o amortecimento do sistema principal seja nulo ( $\xi_1 = 0$ ), pode-se obter as expressões ótimas clássicas para os parâmetros do sistema apresentadas por Den Hartog

(1956). Existem dois valores de  $\beta$  onde o fator  $R$  independe da taxa de amortecimento  $\xi_2$ , chamados pontos invariantes  $P$  e  $Q$ , como pode-se observar através da Figura 3.3. Estes pontos existem porque  $A$  e  $C$  independem de  $\xi_2$  e  $B$  e  $D$  são proporcionais a  $\xi_2$  fazendo com que a resposta seja independente de  $\xi_2$  se  $A/C = B/D$ , o que ocorre nos pontos  $P$  e  $Q$ .

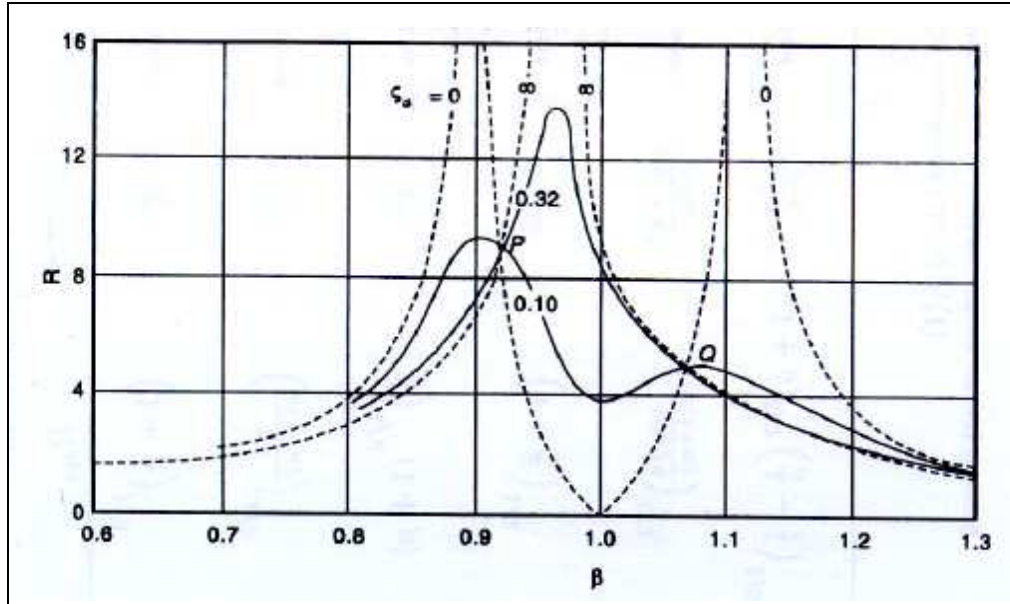


Figura 3.3 – Fator de amplificação em função de  $\beta$  ( $\mu = 0,05$ ,  $\alpha = 1$ )  
(Soong & Dargush, 1997)

A partir dessa relação obtêm-se uma expressão quadrática em  $\beta^2$  para as frequências dos pontos invariantes. Otimizando essa relação fazendo com que as respostas correspondentes aos pontos invariantes coincidam, as frequências nesses pontos são dadas por:

$$\beta^2_{1,2} = \left( \frac{1}{1+\mu} \right) \left[ 1 \pm \sqrt{\frac{\mu}{2+\mu}} \right] \quad (3.15)$$

A razão de frequências é dada pela relação da frequência natural do AMS e a frequência natural do sistema principal. Já a razão entre frequências ótima em termos de  $\mu$  é dada por:

$$\alpha_{otimo} = \frac{1}{1+\mu} \quad (3.16)$$

E a resposta nos pontos invariantes é:

$$R_{\text{ótimo}} = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}} \quad (3.17)$$

Se a inclinação da curva de resposta for igualada a zero em cada um dos pontos invariantes o amortecimento do AMS é dado por:

$$\xi_2^2 = \frac{\mu \left[ 3 \pm \sqrt{\frac{\mu}{\mu+2}} \right]}{8(1+\mu)^3} \quad (3.18)$$

De acordo com Den Hartog (1956), a razão de amortecimento  $\xi$  ótima é dada pelo valor médio da equação (3.18):

$$\xi_{\text{ótimo}} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \quad (3.19)$$

Com estas expressões é possível calcular os parâmetros ótimos do AMS para estruturas reduzidas a um grau de liberdade, não amortecidas, submetidas a uma excitação harmônica.

Warburton e Ayonride (1980) realizaram um estudo sobre o efeito da consideração do amortecimento no sistema principal ( $C_{\text{estrutura}} \neq 0$ ) na obtenção dos valores ótimos das propriedades do amortecedor. Na maior parte dos casos estudados os valores dos parâmetros não são muito diferentes dos encontrados por Den Hartog.

### **3.4 – CRITÉRIO DE JANGID PARA A PROCURA DOS PARÂMETROS ÓTIMOS DOS AMSM**

O critério de otimização dos parâmetros dos AMSM desenvolvido por Jangid (1999), baseia-se em uma busca numérica que o autor realizou para determinar as propriedades dos amortecedores de massa minimizando o deslocamento permanente da resposta do sistema

principal. Jangid estudou um sistema não amortecido submetido a uma excitação harmônica na base.

A técnica numérica utilizada por Jangid fundamentou-se no procedimento *Min/Max* proposto por Tsai e Lin (1993). Esta metodologia consistiu em variar a razão de amortecimento  $\xi$ , a largura de banda  $\beta$  e a razão de frequência  $\alpha$  do AMSM para uma dada razão de massa  $\mu$  e  $n$  amortecedores de massa, de forma que a resposta permanente máxima  $R_{\max}$  atingisse o menor valor. Os intervalos admitidos para os parâmetros foram:  $0 \leq \xi < 1$ ;  $0 \leq \beta < 2$  e  $\alpha > 0$ .

Jangid sugeriu expressões para o cálculo dos parâmetros ótimos dos amortecedores a partir dos valores ótimos encontrados nas análises numéricas, ajustando as curvas obtidas. Assim, as expressões que proporcionam o cálculo dos valores apropriados dos parâmetros de um AMSM são as seguintes:

$$\xi' = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)(1-0,5\mu)}} + (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu)\sqrt{\mu} \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5 \left( \frac{1}{n} - 1 \right) + a_6 (\sqrt{n} - 1) \right\} \quad (3.20)$$

$$\beta_L = (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu)\sqrt{\mu} \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5 (n-1) + a_6 (\sqrt{n} - 1) \right\} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (3.21)$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{1-0,5\mu}}{1+\mu} + (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu)\sqrt{\mu} \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5 (n-1) + a_6 (\sqrt{n} - 1) \right\} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (3.22)$$

$$R_{\max} = \sqrt{\frac{2}{\mu}} (1+\mu) + (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu)\sqrt{\frac{1}{\mu}} \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5 \left( \frac{1}{n} - 1 \right) + a_6 \left( \frac{1}{n\sqrt{n}} - 1 \right) \right\} \quad (3.23)$$

Já os valores dos coeficientes  $a$  para cada uma das expressões encontram-se listados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Valores dos coeficientes das expressões dos parâmetros ótimos de Jangid (1999)

| COEFICIENTES | VALOR CORRESPONDENTE |           |          |            |
|--------------|----------------------|-----------|----------|------------|
|              | $\xi'$               | $\beta_L$ | $\alpha$ | $R_{\max}$ |
| $a_1$        | 0,5474               | 0,42113   | -0,00241 | 0,2985     |
| $a_2$        | 0,1038               | 0,04479   | 0,72152  | -0,0078    |
| $a_3$        | -0,4522              | -0,38909  | -0,43970 | 0,2355     |
| $a_4$        | 0,7604               | -0,73518  | -0,66385 | -0,0442    |
| $a_5$        | 0,3916               | -0,11866  | -0,01138 | 0,6265     |
| $a_6$        | 0,0403               | 4,86139   | 0,99522  | 0,4789     |

Utilizando a razão de frequência ( $\alpha$ ) determinada pela equação (3.22) e a frequência natural da estrutura ( $\omega_{est}$ ), calcula-se o valor da frequência média dos amortecedores ( $\omega_T$ ):

$$\alpha_{otimo} = \frac{\omega_T}{\omega_{est}} \quad (3.24)$$

Assim, a frequência de cada amortecedor ( $\omega_i$ ) será calculada da seguinte forma:

$$\omega_i = \omega_T \left[ 1 + \left( i - \frac{n+1}{2} \right) \frac{\beta_L}{n-1} \right] \quad (3.25)$$

De acordo com Jangid (1999) *apud* Gomes (2006), a fabricação de um AMSM é mais simples fixando-se a rigidez e variando-se a massa de cada amortecedor em função da frequência  $\omega_i$ . Assim, se tem que:

$$m_i = \frac{k}{\omega_i^2} \quad (3.26)$$



A massa total resultante do sistema deverá satisfazer o parâmetro  $\mu$  conforme a seguinte expressão:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{M} \quad (3.27)$$

A razão de amortecimento é fixada no valor ótimo e a constante de amortecimento para cada amortecedor ( $c_i$ ) será:

$$c_i = 2m_i\xi_{otimo}\omega_i \quad (3.28)$$

As equações (3.25), (3.26), e (3.28) são fundamentais na hora de escolher a massa, rigidez e amortecimento dos AMSM.

Segundo Jangid (1999), as expressões vistas anteriormente são aplicáveis para razões de massas menores ou iguais a 10% ( $\mu \leq 0,1$ ) e AMSM com no máximo 31 massas. O uso das expressões que determinam os parâmetros ótimos dos AMSM para razões de massa e/ou número de massas superiores às indicadas pode conduzir a erros.

De acordo com Carneiro (2004), o estudo numérico dos parâmetros ótimos obtidos por Jangid mostrou que aumentando o número de massas adicionadas a razão de amortecimento ótima diminui; enquanto que a largura de banda ótima e a razão de frequência ótima aumentam. Por outro lado, aumentando a razão de massa, a razão de amortecimento ótima e a largura de banda ótima aumentam, ao passo que a razão de frequência ótima diminui.

## 4 – MODELAGEM NUMÉRICA

### 4.1 – INTRODUÇÃO

No presente capítulo aborda-se a modelagem numérica de uma viga metálica do tipo Euler-Bernoulli equipada com amortecedores de massa. A viga será estudada com diversas condições de apoios e sob o efeito de dois carregamentos dinâmicos distintos. O primeiro destes carregamentos é do tipo harmônico, dado pela expressão  $f(t) = P_0 \text{sen} \bar{\omega} t$ , onde  $P_0$  é a amplitude da força e  $\bar{\omega}$  é a frequência da excitação. O segundo carregamento aplicado sobre a viga é do tipo aleatório e será detalhado posteriormente.

Os AMS serão utilizados na viga com a finalidade de diminuir a sua resposta devida aos carregamentos aplicados. As propriedades ótimas dos amortecedores serão determinadas a partir das expressões propostas por Den Hartog (1956), Jangid (1999) e por um breve estudo paramétrico e variarão segundo as condições de apoio da viga. As posições mais favoráveis dos AMS sobre as vigas serão determinadas na modelagem numérica a partir de um estudo comparativo.

Para cada um dos modelos analisados se determinará a posição onde o carregamento atuara da maneira mais desfavorável possível. Uma vez determinado o local onde o carregamento consegue maximizar a resposta dinâmica da estrutura, se verificará a posição ótima para cada uma das configurações de AMS e AMSM analisadas. Finalmente e com a ajuda de uma análise comparativa, se determinará qual das configurações apresenta um melhor desempenho na redução dos deslocamentos da estrutura.

A Figura 4.1 apresenta um fluxograma com os passos adotados no estudo numérico para determinar a posição ótima para uma dada configuração de AMS ou AMSM.

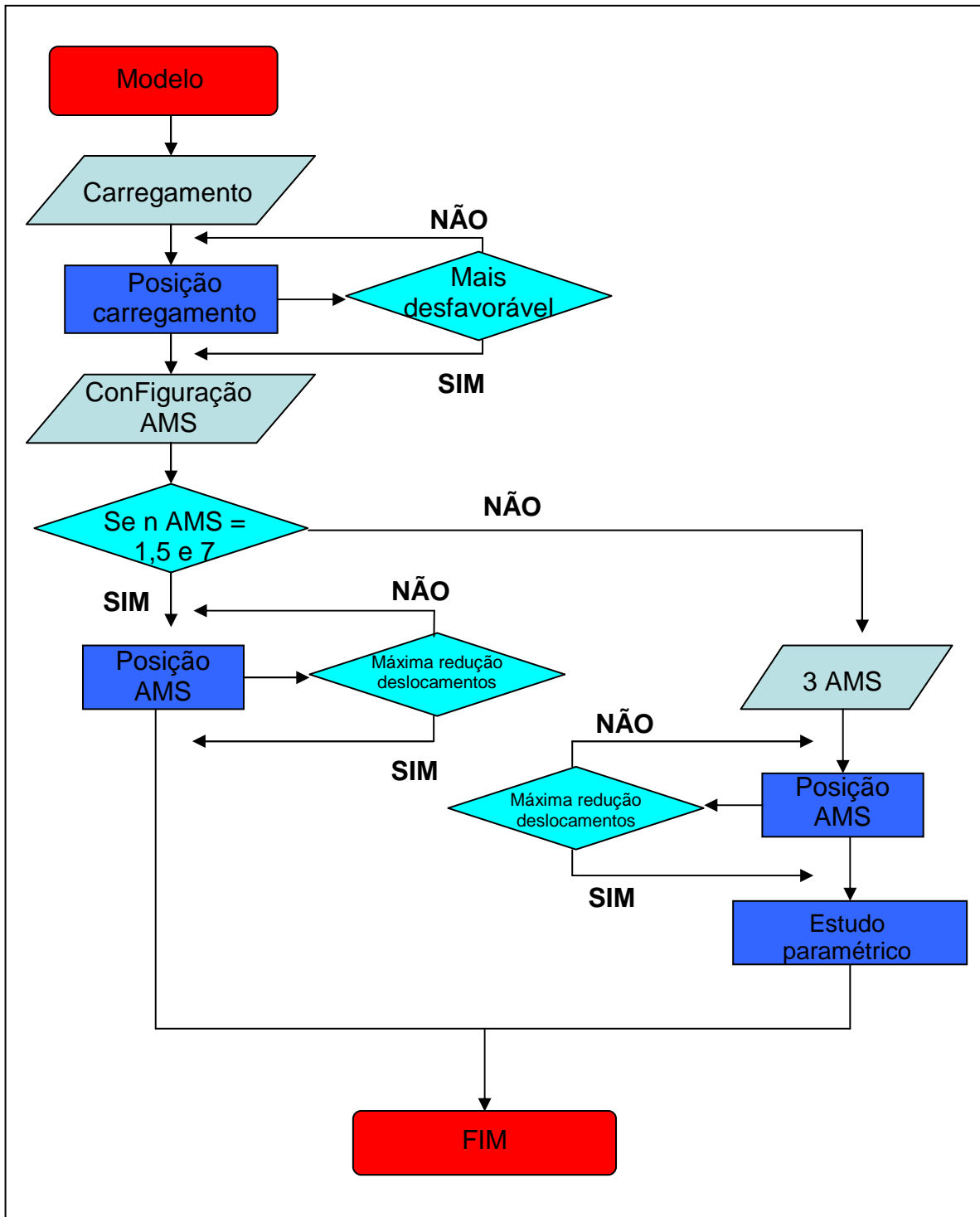


Figura 4.1 – Fluxograma com os passos para determinar a posição ótima para uma dada configuração de AMS

#### 4.2 – PROPRIEDADES DA VIGA A ESTUDAR

Como já foi comentado anteriormente, a modelagem numérica será realizada em uma viga plana do tipo Euler-Bernoulli. O material da viga é o aço e suas propriedades são listadas

na Tabela 4.1. A viga possui um comprimento de 2 metros para os três primeiros modelos e de 3,36 metros para o ultimo modelo, as condições de contorno variarão de acordo com o modelo adotado. As características geométricas da viga são apresentadas na Figura 4.2.

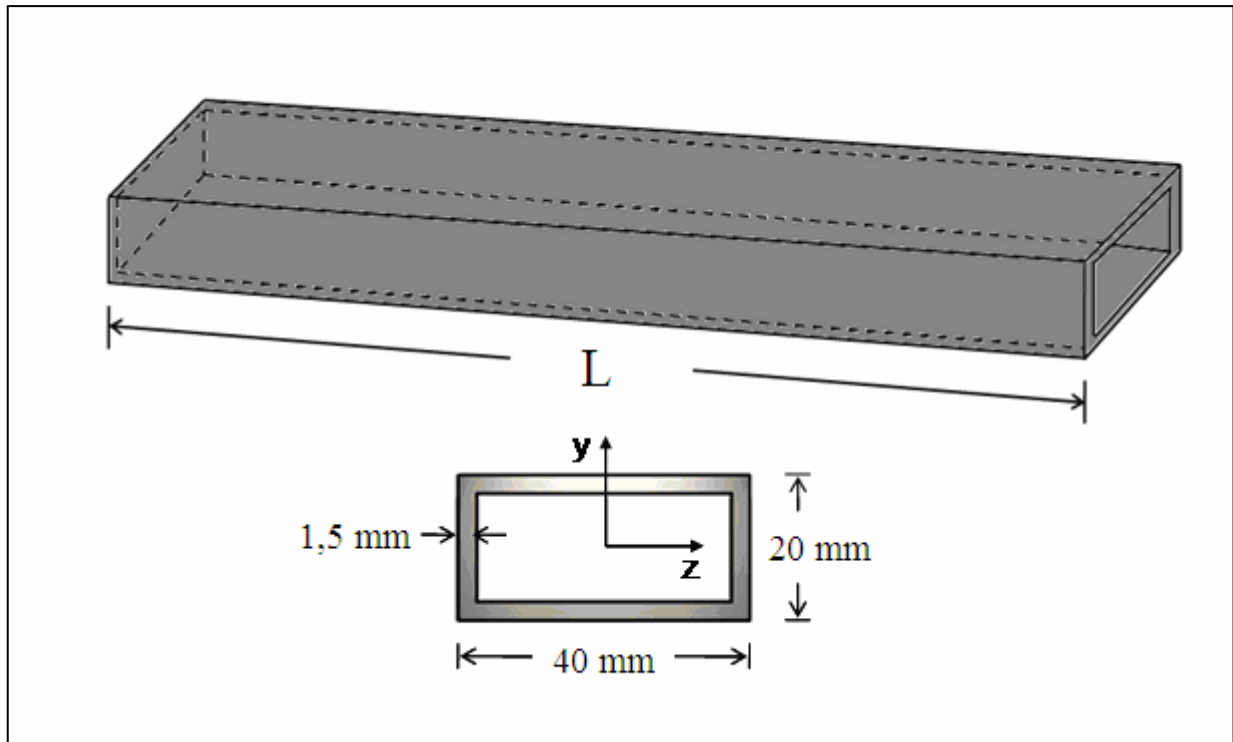


Figura 4.2 – Atributos geométricos da viga

Tabela 4.1 – Propriedades da viga

| PROPRIEDADES DA VIGA  | VALOR                  |
|---|------------------------|
| Área da seção transversal (m <sup>2</sup> )                 | $1,71 \times 10^{-4}$  |
| Momento de inércia com respeito ao eixo Z (m <sup>4</sup> ) | $1,152 \times 10^{-8}$ |
| Modulo de elasticidade (N/m <sup>2</sup> )                  | $1,999 \times 10^{11}$ |
| Coefficiente de Poisson                                     | 0,3                    |
| Massa especifica (Kg/m <sup>3</sup> )                       | 7849                   |
| Razão de amortecimento (%)                                  | 5                      |

### 4.3 – PRIMEIRO MODELO NUMERICO

A viga biapoiada, apresentada na Figura 4.3, é o primeiro modelo numérico a ser estudado.

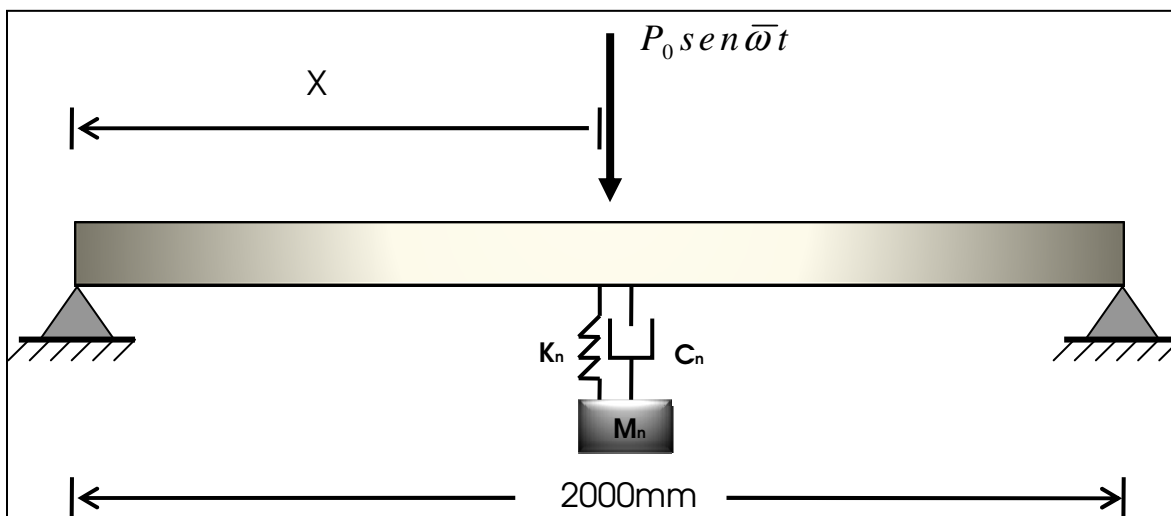


Figura 4.3 – Viga estudada no primeiro modelo

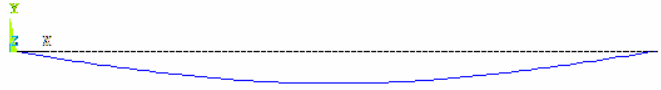
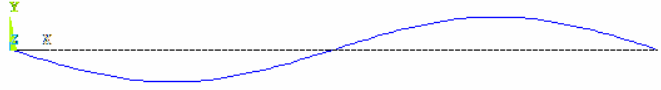
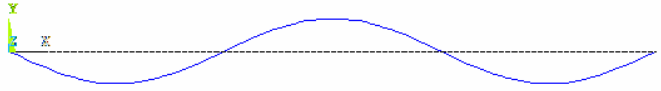
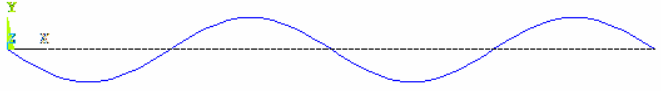
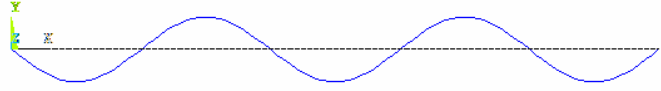
A viga foi discretizada em 100 elementos finitos e 101 nós. O nó número 1 é situado no extremo esquerdo e o nó 101 no extremo direito da estrutura. Cada elemento da viga possui um comprimento de dois centímetros. Deste modo, de acordo com a convenção utilizada o nó 51 será o nó central da viga, localizado a um metro de qualquer um dos extremos. Na modelagem dos AMS foram utilizados os elementos *Combination 14* e *Mass 21* para simular os amortecedores, as molas e as massas dos dispositivos de controle. Maiores detalhes da modelagem a partir destes elementos podem ser consultados no apêndice A.

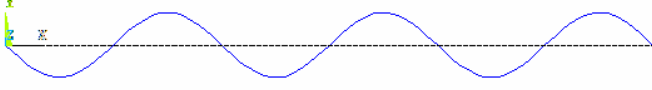
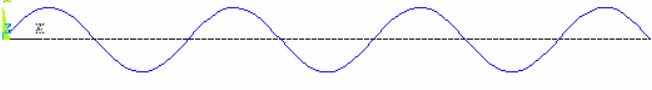
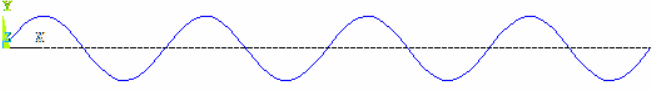
#### 4.3.1 – Análise modal

Realizou-se uma análise de vibrações livres com a finalidade de determinar as frequências naturais e os modos de vibração da estrutura modelada. Obtiveram-se os oito primeiros modos de vibração pelo programa *ANSYS* utilizando o bloco *Lanczos*. Maiores detalhes das funções e métodos de extração dos modos de vibração e frequências da estrutura podem ser consultados no apêndice A.

Na Tabela 4.2 são apresentadas as frequências naturais obtidas junto com seus respectivos modos.

Tabela 4.2 – Frequências e modos de vibração naturais para a viga biapoada

| Modo de vibração | Frequência (Hz) | Forma do modo de vibração  |
|------------------|-----------------|--|
| 1                | 16,265          |    |
| 2                | 65,043          |    |
| 3                | 146,29          |  |
| 4                | 259,91          |  |
| 5                | 405,81          |  |

| Modo de vibração | Frequência (Hz) | Forma do modo de vibração  |
|------------------|-----------------|--|
| 6                | 583,84          |    |
| 7                | 793,82          |    |
| 8                | 1035,5          |  |

#### 4.3.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico

A viga apresentada na Figura 4.3 é submetida a um carregamento harmônico do tipo  $f(t) = P_0 \cdot \text{sen} \bar{\omega} t$ , onde  $P_0$  é a amplitude da força com um valor de 100 N e  $\bar{\omega}$  é a frequência da excitação que terá o mesmo valor da primeira frequência fundamental do sistema, ou seja, 16,266 Hz (102,2Rad/s), com o objetivo de maximizar o deslocamento sofrido pela viga. A excitação será aplicada no ponto médio da estrutura, ou seja, a 1 metro dos extremos.

Aplicando o carregamento harmônico  $f(t) = 100 \cdot \text{sen}102,2t$  no nó central da viga biapoiada, obtiveram-se os deslocamentos máximos mostrados na Tabela 4.3 e apresentados na Figura 4.4. Cabe notar que os deslocamentos máximos dos nós obtidos ao longo da análise numérica não ocorrem no mesmo instante de tempo, portanto estes gráficos não correspondem a uma deformada.

Tabela 4.3 – Deslocamentos máximos alcançados pela viga sob o efeito da excitação harmônica  $f(t) = 100 \cdot \text{sen}102,2t$

| Nó  | Deslocamento (cm) |
|-----|-------------------|
| 1   | 0                 |
| 11  | 2,13              |
| 21  | 4,05              |
| 31  | 5,57              |
| 41  | 6,54              |
| 51  | 6,88              |
| 61  | 6,54              |
| 71  | 5,57              |
| 81  | 4,05              |
| 91  | 2,13              |
| 101 | 0                 |

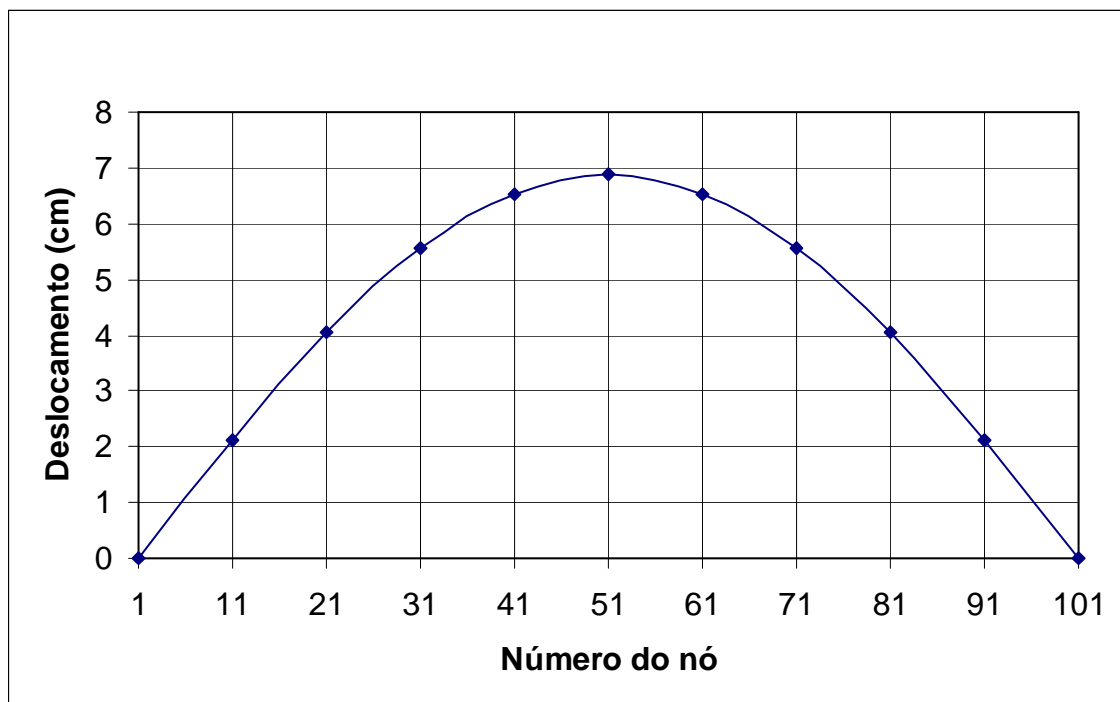


Figura 4.4 – Deslocamentos máximos alcançados sob o efeito do carregamento harmônico atuante



O deslocamento máximo da viga se apresenta no nó 51 ou nó central. Devido às condições de apoio da estrutura e à simetria do sistema era de se esperar que o deslocamento da viga tivesse um comportamento simétrico. A evolução da resposta da estrutura em função do tempo para o nó central é apresentada na Figura 4.5.

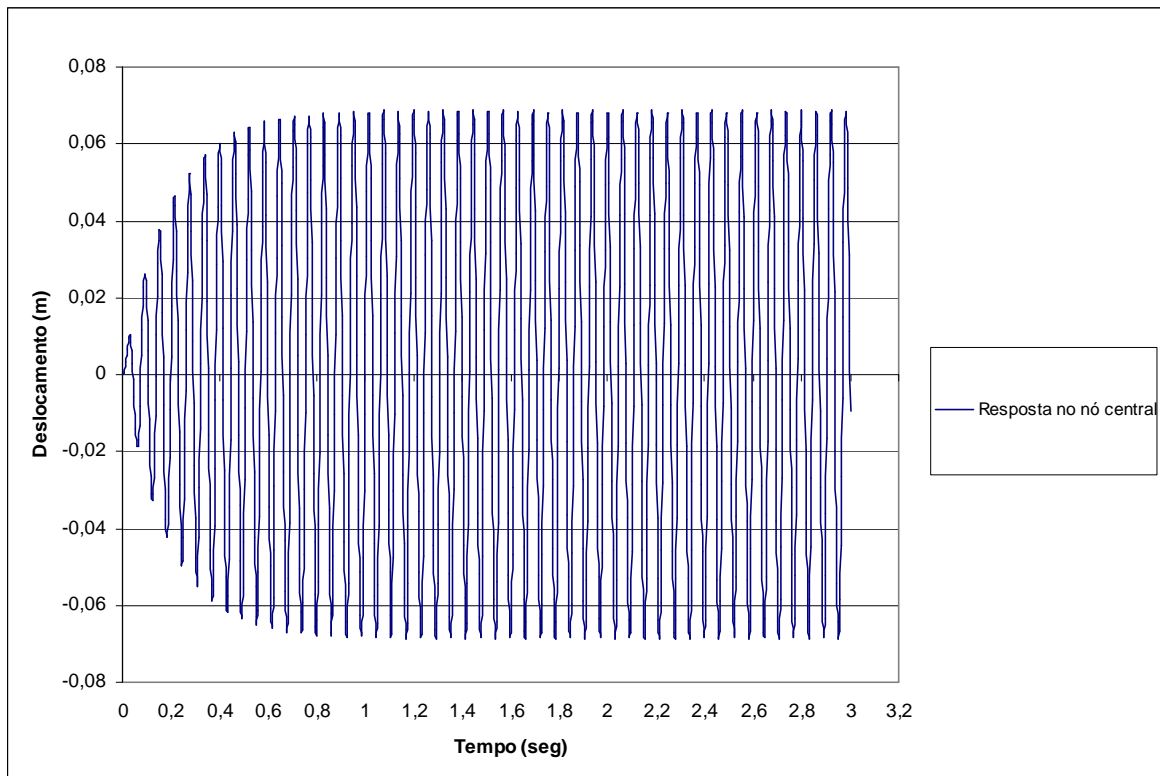


Figura 4.5 – Evolução do deslocamento para o nó central da viga biapoiada sob o efeito do carregamento harmônico atuante

Com o objetivo de verificar que o local mais desfavorável para carregar a viga é o nó central, deslocou-se o carregamento harmônico para o nó 61 (120 cm do extremo esquerdo) e ao nó 76 (150 cm do extremo esquerdo), os resultados obtidos podem ser observados na Figura 4.6.

A partir do gráfico apresentado na Figura 4.6 é possível concluir que quanto mais próximo estiver o carregamento dinâmico do nó central da viga, maior será o deslocamento máximo obtido, portanto, o local mais desfavorável para excitar a estrutura é o nó central.

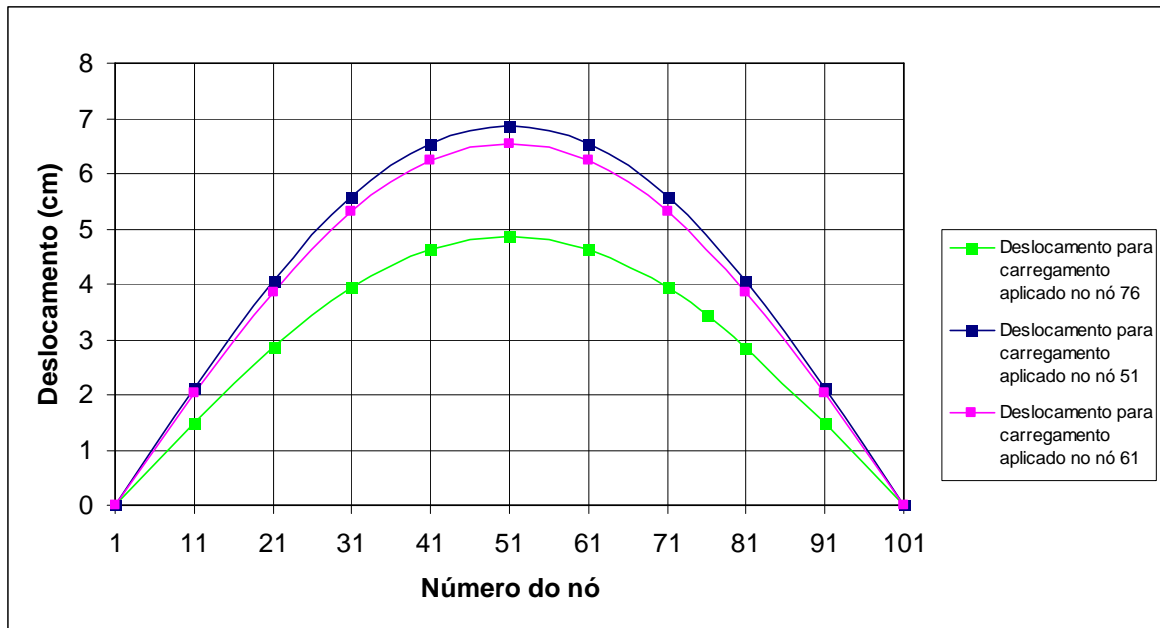


Figura 4.6 – Deslocamentos máximos para distintos nós da viga biapoiada sob o efeito do carregamento harmônico atuante

#### 4.3.2.1 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e um AMS atuando na estrutura

Definido o ponto da viga de maior resposta para o carregamento atuante, o objetivo agora é reduzir essa resposta ao mínimo com a instalação de um AMS. Os parâmetros ótimos do AMS são determinados a partir das expressões de Den Hartog (1956) apresentadas no capítulo 3.

O primeiro parâmetro a ser definido será a relação entre a massa do amortecedor e a massa da estrutura,  $\mu$ . De acordo com Chen e Huang (2004) para o AMS ter aplicabilidade e funcionalidade o valor de  $\mu$  deve estar num intervalo de valores entre 0,01 e 0,15, ou seja, a relação deve estar na ordem de 1 a 15 %. A razão de massa adotada na totalidade da presente pesquisa é de 10%, escolhendo-se este valor, por ser um valor comumente utilizado na literatura e ter apresentado um ótimo desempenho.

Definido o valor de  $\mu$  passa-se a determinar os outros parâmetros envolvidos no projeto do AMS, assim, a massa do AMS é de 0,268 kg, o valor da razão entre frequências ótimas ( $\alpha_{otimo}$ ) é de 0,91, a razão de amortecimento ótima ( $\xi$ ) é de 0,168, a frequência do AMS

$(\omega_n)$  é de 92,91 Rad/s, a rigidez da mola do AMS ( $k_n$ ) é de 2313,5 N/m e o amortecimento do AMS ( $c_n$ ) apresenta um valor de 8,36 Ns/m.

Posicionando-se o amortecedor projetado, no mesmo nó que apresenta a maior resposta, se obteve a redução no deslocamento apresentada na Figura 4.7. O deslocamento máximo ao longo do tempo alcançado pela viga equipada com o AMS no nó central sob o efeito do carregamento harmônico é de 1,65 cm. Esta redução é de aproximadamente 76,02% comparada ao deslocamento máximo da viga sem nenhum tipo de controle.

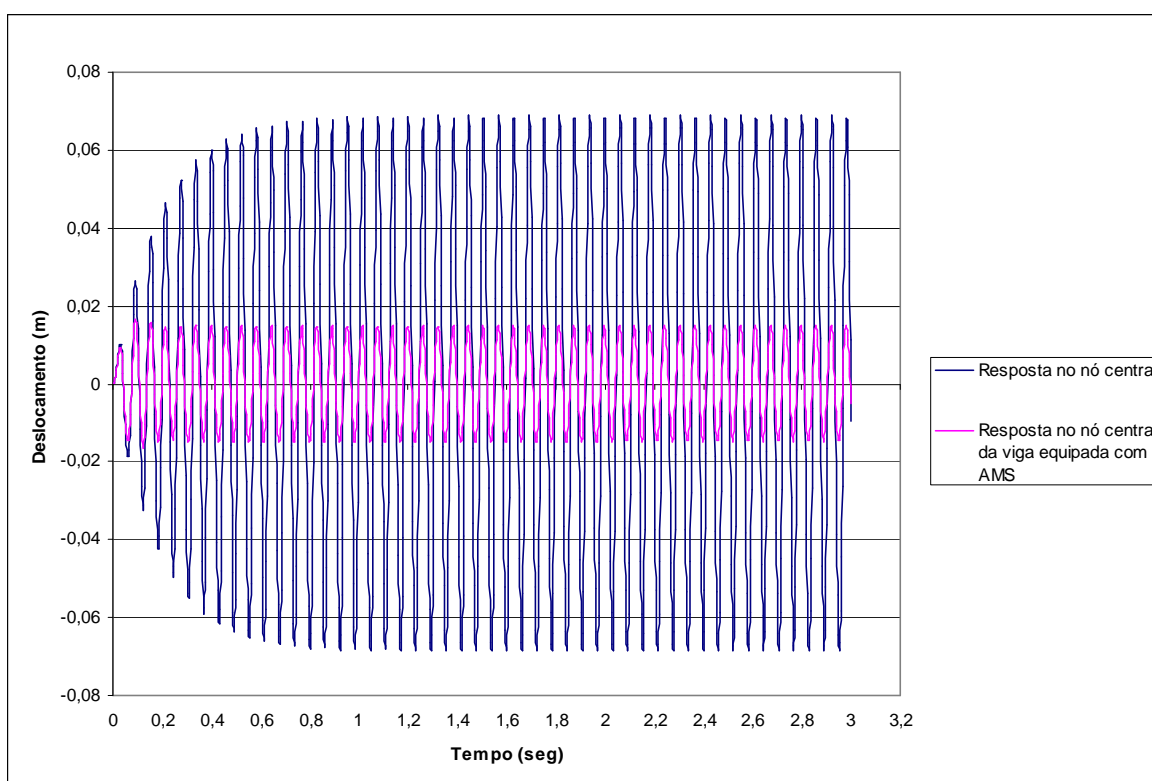


Figura 4.7 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada sem dispositivo de controle e com AMS instalado no nó central da estrutura

Nesta etapa deseja-se encontrar a posição onde o desempenho do AMS projetado seja mais eficiente. As respostas dinâmicas obtidas para o nó central da estrutura, instalando o amortecedor na posição  $L/4$  (nó 26),  $0,4*L$  (nó 41),  $L/8$  (nó 14) e  $L/2$  (nó 51) são apresentadas na Figura 4.8.

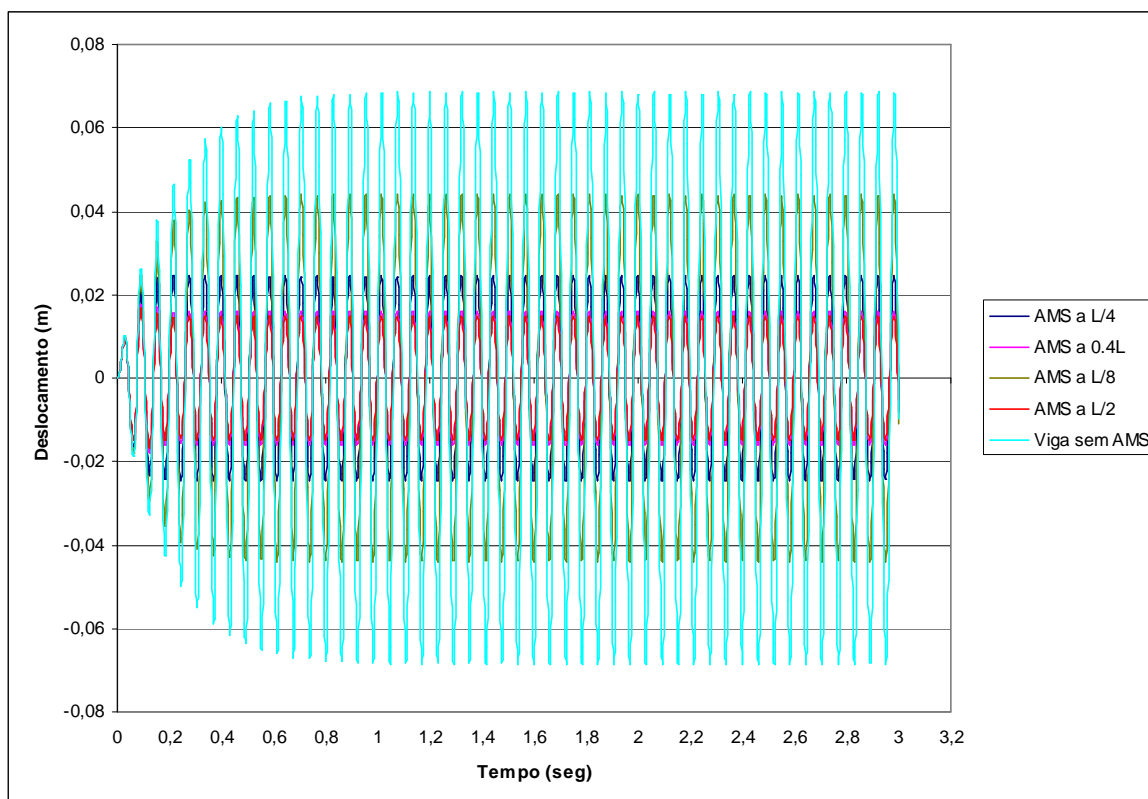


Figura 4.8 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada com um AMS instalado em distintos locais da estrutura

A Figura 4.8 mostra que o dispositivo de controle teve um melhor desempenho localizado na parte central da estrutura, ou seja, no mesmo local onde a resposta é máxima. À medida que a posição do AMS era afastada do nó central, a resposta dinâmica da estrutura se amplificava. Os dados das porcentagens de diminuição dos valores máximos das respostas dinâmicas obtidas são apresentados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Diminuição da resposta dinâmica da viga com um AMS instalado em distintas posições

| Localização do AMS na viga | Deslocamento máximo (cm) | Redução da resposta (%) |
|----------------------------|--------------------------|-------------------------|
| AMS a L/4                  | 2,41                     | 64,97                   |
| AMS a 0,4*L                | 1,73                     | 74,85                   |
| AMS a L/8                  | 4,36                     | 36,63                   |
| AMS a L/2                  | 1,65                     | 76,02                   |
| Sem AMS                    | 6,88                     | 0                       |

#### 4.3.2.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e três AMS atuando na estrutura

Para a análise numérica do modelo submetido a um carregamento harmônico, do tipo  $f(t) = 100 \cdot \text{sen}102,2t$  com três AMS atuando na estrutura, foram determinados os parâmetros dos amortecedores por intermédio do critério desenvolvido por Jangid (1999) descrito anteriormente no capítulo 3. Com o objetivo de obter a maior diminuição possível da resposta, será feito um pequeno estudo paramétrico variando a massa dos amortecedores e determinando as demais propriedades dos AMS pelas expressões ótimas propostas por Jangid (1999).

As propriedades determinadas pelo critério de Jangid para três AMS com uma razão de massa  $\mu$  total de 0,1 são apresentadas na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Parâmetros encontrados para três AMS pelo critério de Jangid

|              | <b>Rigidez (<math>k_i</math>)</b><br>(N/m) | <b>Frequência do AMS</b><br>( $f_i$ ) (Rad/s) | <b>Massa (<math>m_i</math>)</b><br>(Kg) | <b>Amortecimento</b><br>( $c_i$ ) (Ns/m) |
|--------------|--|---|---|--|
| <b>AMS 1</b> | 863,61                                     | 84,64   | 0,121                                   | 1,96                                     |
| <b>AMS 2</b> | 863,61                                     | 98,32   | 0,089                                   | 1,68                                     |
| <b>AMS 3</b> | 863,61                                     | 112,00  | 0,069                                   | 1,48                                     |

Baseando-se nos resultados obtidos para o AMS estudado em 4.3.2.1, onde se concluiu que o melhor local para a instalação do AMS era o nó central da viga, se instalará o AMS 1 que tem a maior massa neste nó, os outros dois amortecedores serão instalados em distintos nós da viga a fim de determinar a melhor posição para a instalação dos mesmos.

Na Figura 4.9 observa-se o desempenho dos três AMS. O AMS 1 foi instalado em  $L/2$  (nó 51), o AMS 2 foi instalado em  $0,45 \cdot L$  (nó 46) e o AMS 3 foi instalado em  $0,55 \cdot L$  (nó 56). O gráfico apresenta uma comparação da resposta obtida utilizando três AMS e utilizando só um AMS, a resposta máxima do AMSM é de 1,55 cm, isto quer dizer que a resposta alcançada pelo AMSM é 77,47% menor que a do sistema sem nenhum tipo de controle. Já o valor da redução da resposta para o AMSM comparado com o sistema equipado com um AMS é de 6,06%.

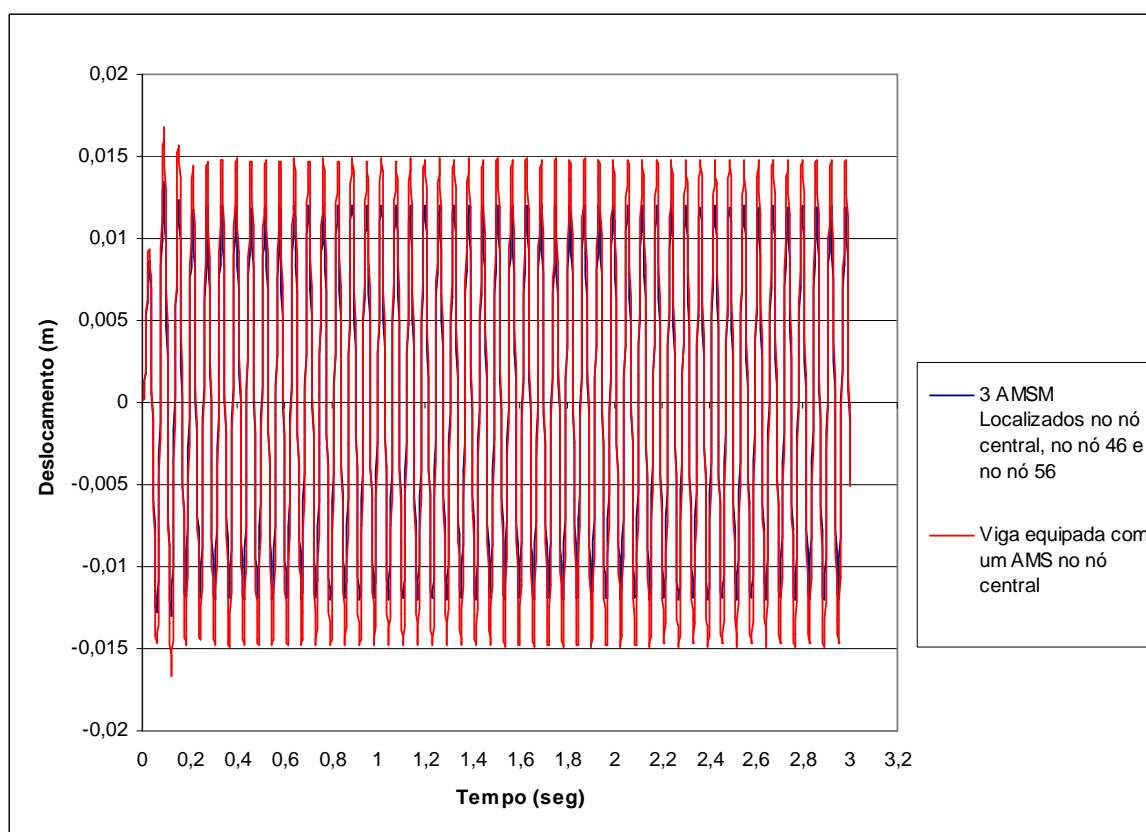


Figura 4.9 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada com 3 AMS e com 1 AMS

Procedendo de forma análoga que no caso do sistema equipado com um AMS, fizeram-se várias tentativas de localização dos AMSM. A Tabela 4.6 e a Figura 4.10 condensam a informação das alternativas estudadas para a instalação dos amortecedores e as respostas máximas atingidas.

Tabela 4.6 – Localização dos AMSM e respostas máximas atingidas

|               | <b>Localização do AMS 1</b> | <b>Localização do AMS 2</b> | <b>Localização do AMS 3</b> | <b>Resposta máxima alcançada (cm)</b> |
|---------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|
| Alternativa 1 | L/2 (nó 51)                 | L/8 (nó 26)                 | 3L/4 (nó 76)                | 1,88                                  |
| Alternativa 2 | L/2 (nó 51)                 | 3L/8 (nó 39)                | 3L/4 (nó 76)                | 1,70                                  |
| Alternativa 3 | L/2 (nó 51)                 | 0,475*L (nó 48)             | 0,525*L (nó 54)             | 1,54                                  |

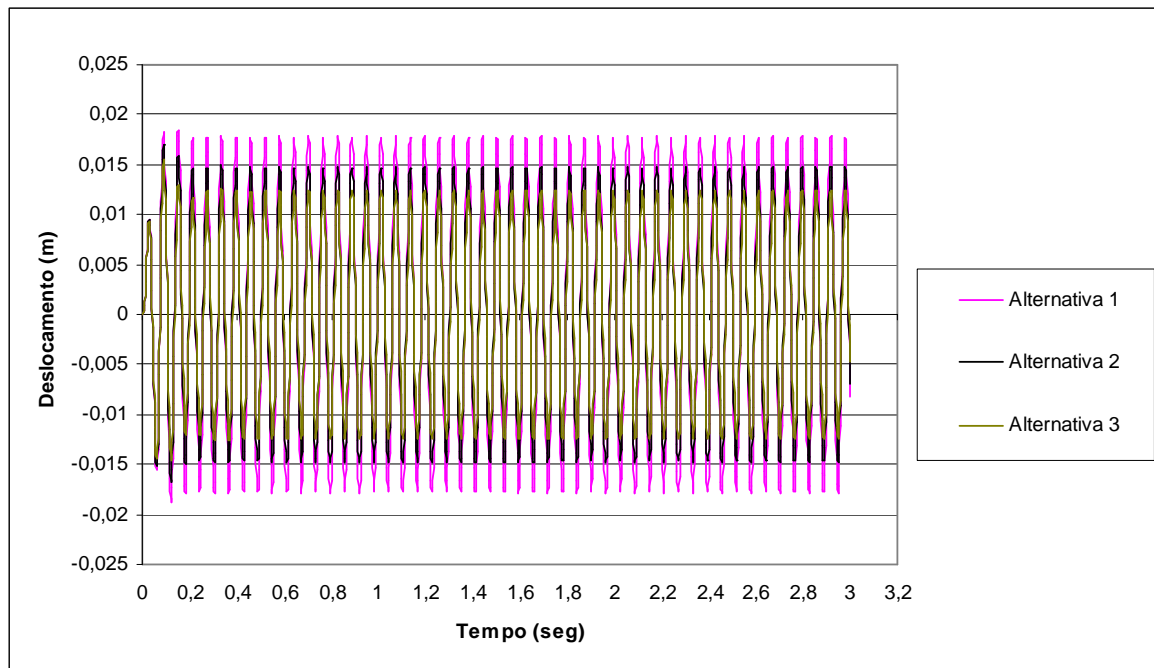


Figura 4.10 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoçada para as três configurações de AMSM estudadas

É possível concluir então, que quanto mais próximo ao nó central se encontrem os amortecedores, menor será a resposta dinâmica gerada pela excitação. A posição ótima dos três amortecedores foi a analisada na alternativa 3, ou seja, o AMS 1 instalado no nó 51 ( $L/2$ ), o AMS 2 instalado no nó 48 ( $0,475*L$ ) e o AMS 3 colocado no nó 54 ( $0,525*L$ ).

Com a posição dos amortecedores definida, realizou-se um estudo paramétrico variando as massas dos amortecedores com o objetivo de determinar o melhor desempenho do dispositivo de controle. Para isto, se manteve  $\mu$  constante e igual a 0,1, já as massas dos amortecedores foram variando de acordo a uma dada porcentagem. A massa do AMS 1 terá sempre a maior porcentagem de  $\mu$  escolhida e as outras duas massas dividem igualmente o restante da massa, assim por exemplo, determinando que o AMS 1 terá 50% do total da massa dos AMSM, as outras duas massas terão cada uma um valor correspondente a 25% do total da massa dos AMSM. Já os parâmetros de rigidez e de amortecimento de cada dispositivo de controle serão determinados pelas expressões ótimas de Jangid (1999).

Os valores obtidos no estudo paramétrico são apresentados nas Figuras 4.11 a 4.24. A Tabela 4.7 apresenta um resumo com a informação das distintas alternativas analisadas.

Estudaram-se sete alternativas, onde as porcentagens utilizadas para a determinação das massas do AMS 1 foram 60, 50, 45, 40, 35, 33 e 30% respectivamente.

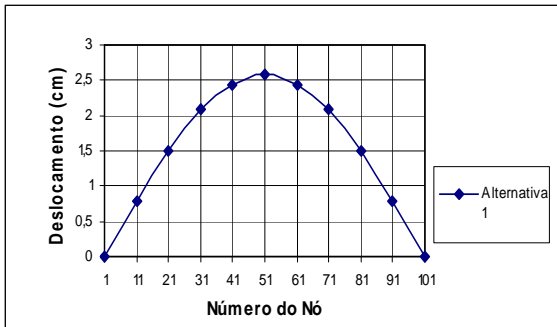


Figura 4.11 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 1

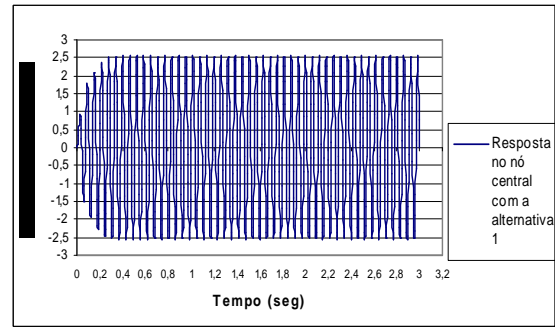


Figura 4.12 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 1

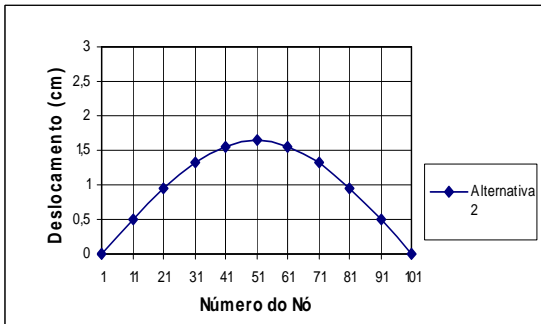


Figura 4.13 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 2

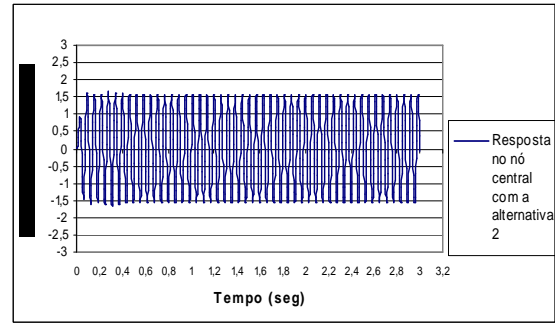


Figura 4.14 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 2

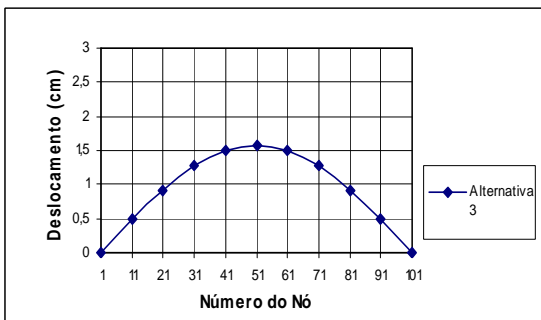


Figura 4.15 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 3

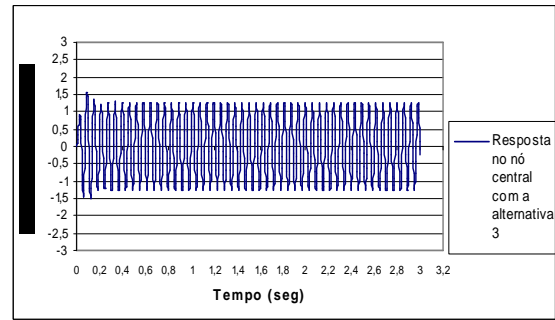


Figura 4.16 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 3



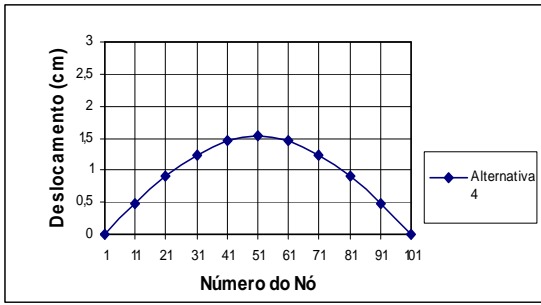


Figura 4.17 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 4

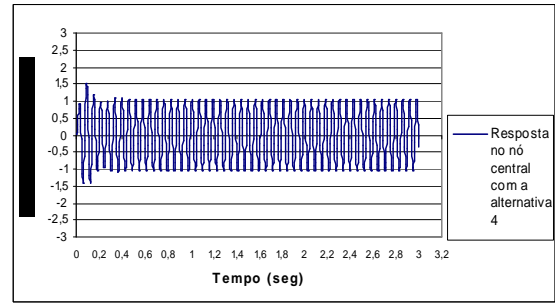


Figura 4.18 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 4

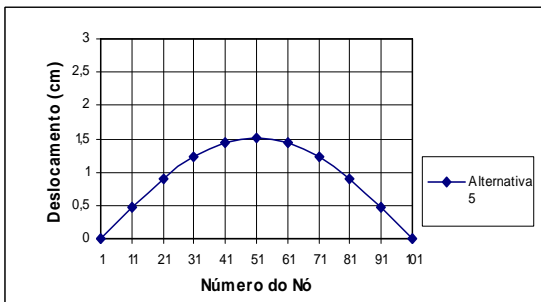


Figura 4.19 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 5

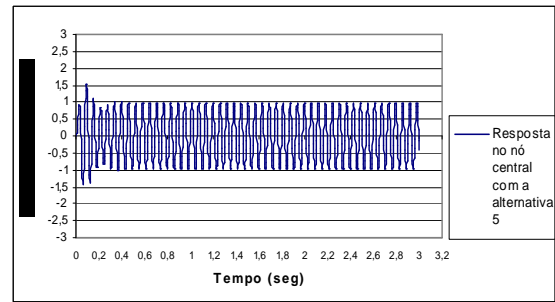


Figura 4.20 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 5

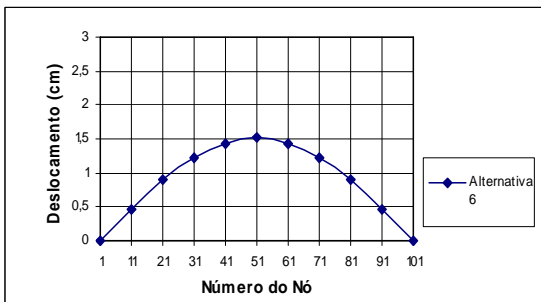


Figura 4.21 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 6

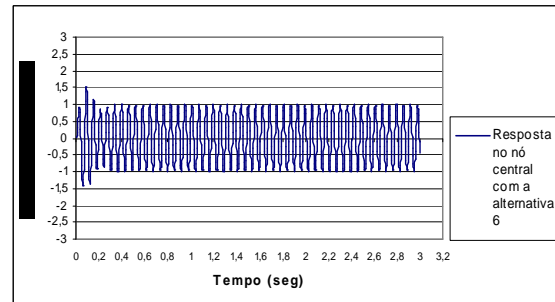


Figura 4.22 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 6

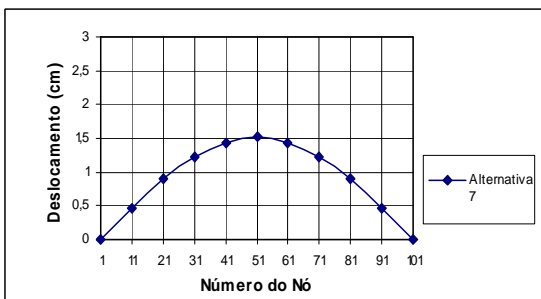


Figura 4.23 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 7

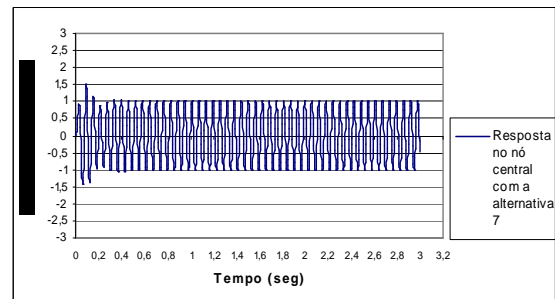


Figura 4.24 – Evolução do deslocamento do nó central com a alternativa 7

Tabela 4.7 – Resultados do estudo paramétrico feito no modelo

|               | Porcentagem da massa total utilizada no AMS 1 | Massa do AMS 1 (Kg) | Rigidez do AMS 1,2 e 3 (N/m) | Amortecimento do AMS 1 (Ns/m) | Massa dos AMS 2 e 3 (Kg) | Amortecimento do AMS 2 (Ns/m) | Amortecimento do AMS 3 (Ns/m) | Deslocamento máximo atingido no nó central (cm) |
|---------------|---|---------------------|------------------------------|-------------------------------|--------------------------|-------------------------------|-------------------------------|---|
| Alternativa 1 | 60  | 0,161               | 863,61                       | 1,96                          | 0,0536                   | 1,68                          | 1,48                          | 2,57  |
| Alternativa 2 | 50  | 0,134               | 863,61                       | 1,96                          | 0,067                    | 1,68                          | 1,48                          | 1,64  |
| Alternativa 3 | 45  | 0,121               | 863,61                       | 1,96                          | 0,0737                   | 1,68                          | 1,48                          | 1,57  |
| Alternativa 4 | 40  | 0,107               | 863,61                       | 1,96                          | 0,0804                   | 1,68                          | 1,48                          | 1,53  |
| Alternativa 5 | 35  | 0,094               | 863,61                       | 1,96                          | 0,0871                   | 1,68                          | 1,48                          | 1,51  |
| Alternativa 6 | 33  | 0,0884              | 863,61                       | 1,96                          | 0,0898                   | 1,68                          | 1,48                          | 1,52  |
| Alternativa 7 | 30  | 0,0804              | 863,61                       | 1,96                          | 0,0938                   | 1,68                          | 1,48                          | 1,52  |

De acordo com o estudo paramétrico, a melhor alternativa para o desempenho do dispositivo de controle seria concentrar 35% do total da massa dos AMS instalados no amortecedor fixado no nó central, mantendo os valores da rigidez e do amortecimento determinados pelo estudo de Jangid (1999). Os outros dois amortecedores manteriam também os valores de amortecimento e rigidez determinados pelos parâmetros ótimos de Jangid, distribuindo a massa restante total (65%) igualmente entre as duas massas. Cabe destacar que embora a alternativa cinco do estudo paramétrico tenha apresentado menor valor, a maior parte das alternativas do estudo paramétrico apresentaram resultados praticamente coincidentes.

#### 4.3.2.3 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e cinco AMS instalados na estrutura

Para o modelo submetido à ação de um carregamento harmônico com cinco AMS instalados na estrutura, foram aproveitados os resultados obtidos anteriormente no item 4.3.2.2.

Devido à simetria apresentada na resposta dinâmica da viga, a posição dos amortecedores no sistema, foi similar à adotada no modelo equipado com três AMS, isto é o AMS 1 foi instalado no nó central e os outros quatro amortecedores foram posicionados próximos a esse nó. As distâncias entre os dispositivos de controle foram mantidas constantes procurando conservar o equilíbrio do sistema estudando o efeito das massas nos distintos pontos onde foram instaladas.

Os parâmetros de Jangid encontrados para esta configuração de AMSM são apresentados na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Parâmetros de Jangid encontrados para cinco AMS

|              | <b>Rigidez (<math>k_i</math>)<br/>(N/m)</b> | <b>Frequência do AMS<br/>(<math>f_i</math>) (Rad/s)</b> | <b>Massa (<math>m_i</math>)<br/>(Kg)</b> | <b>Amortecimento<br/>(<math>c_i</math>) (N*s/m)</b> |
|--------------|---|---|--|---|
| <b>AMS 1</b> | 525,9                                       | 81,37   | 0,079                                    | 0,95  |
| <b>AMS 2</b> | 525,9                                       | 90,21   | 0,065                                    | 0,86  |
| <b>AMS 3</b> | 525,9                                       | 99,05   | 0,054                                    | 0,78  |
| <b>AMS 4</b> | 525,9                                       | 107,89  | 0,045                                    | 0,72  |
| <b>AMS 5</b> | 525,9                                       | 116,73  | 0,039                                    | 0,66  |

Foi realizado um estudo preliminar com o objetivo de encontrar a melhor distribuição dos dispositivos de controle. Foi determinado que a melhor posição para instalar o AMS 1 é o nó central, e que os AMS 2 e 5 devem estar próximos um do outro para neutralizar os efeitos das massas dos AMS 3 e 4. A Figura 4.25 apresenta um esquema da distribuição dos amortecedores no sistema.

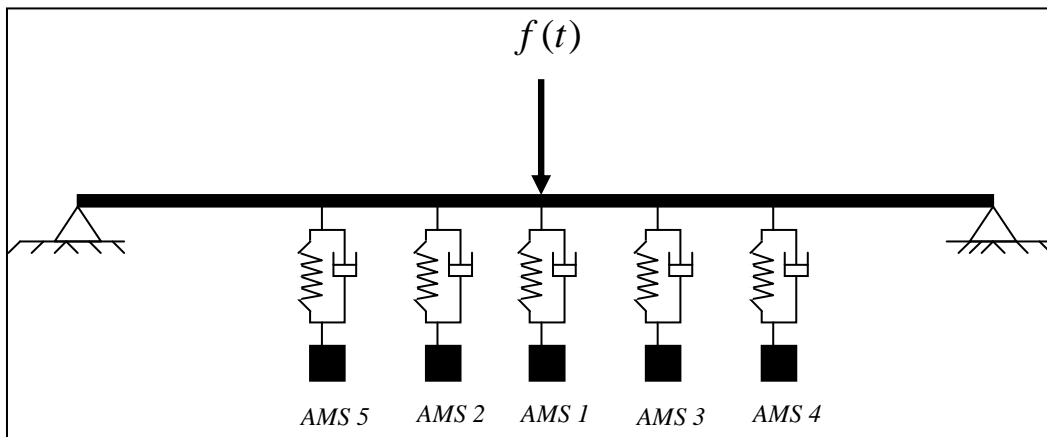


Figura 4.25 – Distribuição de 5 AMS para uma viga biapoiada

Os deslocamentos máximos dos nós e a evolução do deslocamento do nó central para o sistema apresentado na Figura 4.25, localizando o AMS 1 a  $L/2$  (nó 51), o AMS 2 a  $0,45 \cdot L$  (nó 46), o AMS 3 a  $0,55 \cdot L$  (nó 56), o AMS 4 a  $0,6 \cdot L$  (nó 61) e o AMS 5 a  $0,4 \cdot L$  (nó 41) são apresentados nas Figuras 4.26 e 4.27.

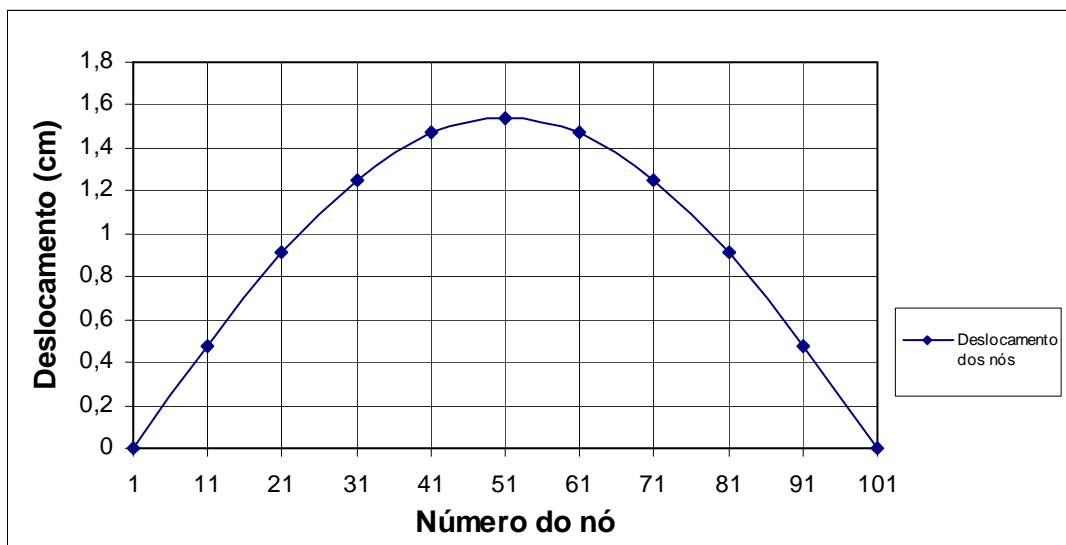


Figura 4.26 – Deslocamento máximo dos nós da viga biapoiada sob o efeito de um carregamento harmônico e a ação de 5 AMS espaçados de 10 cm entre si

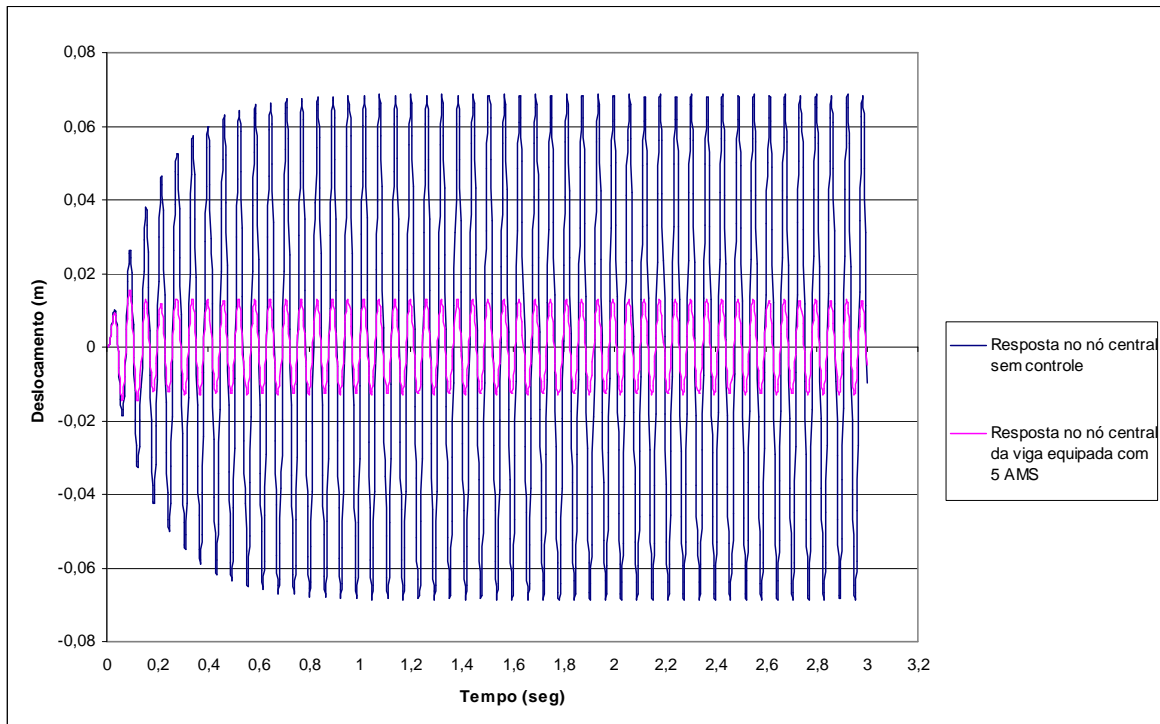


Figura 4.27 – Evolução do deslocamento do nó central de uma viga biapoiada sob o efeito de um carregamento harmônico e a ação de 5 AMS espaçados de 10 cm entre si

O deslocamento máximo atingido pelo nó central da viga biapoiada equipada com cinco AMS espaçados entre si 10 cm é de 1,54 cm, valor idêntico ao obtido com três AMS espaçados de 5 cm entre si, mas ligeiramente superior ao encontrado na alternativa 5 do estudo paramétrico com três AMS que foi de 1,51 cm.

Espaçando os cinco AMS a uma distância de 5 cm entre um e outro, ou seja, posicionando o AMS 1 a  $L/2$  (nó 51), o AMS 2 a  $0,48*L$  (nó 49), o AMS 3 a  $0,52*L$  (nó 53), o AMS 4 a  $0,55*L$  (nó 56) e o AMS 5 a  $0,45*L$  (nó 46), é possível determinar uma redução ainda maior na resposta da estrutura. Os resultados obtidos utilizando este espaçamento são apresentados nas Figuras 4.28 e 4.29 onde são mostrados os deslocamentos máximos dos nós da viga e a evolução do deslocamento em função do tempo do nó central da estrutura sem controle e com a instalação dos cinco AMS.

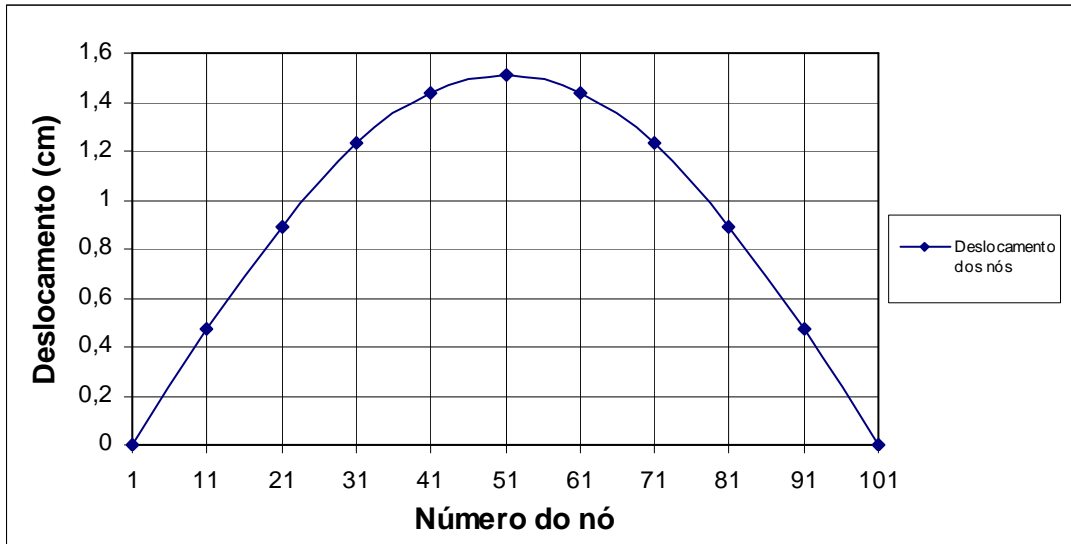


Figura 4.28 – Deslocamento máximo dos nós da viga biapoiada sob o efeito de um carregamento harmônico e a ação de 5 AMS espaçados de 5 cm entre si

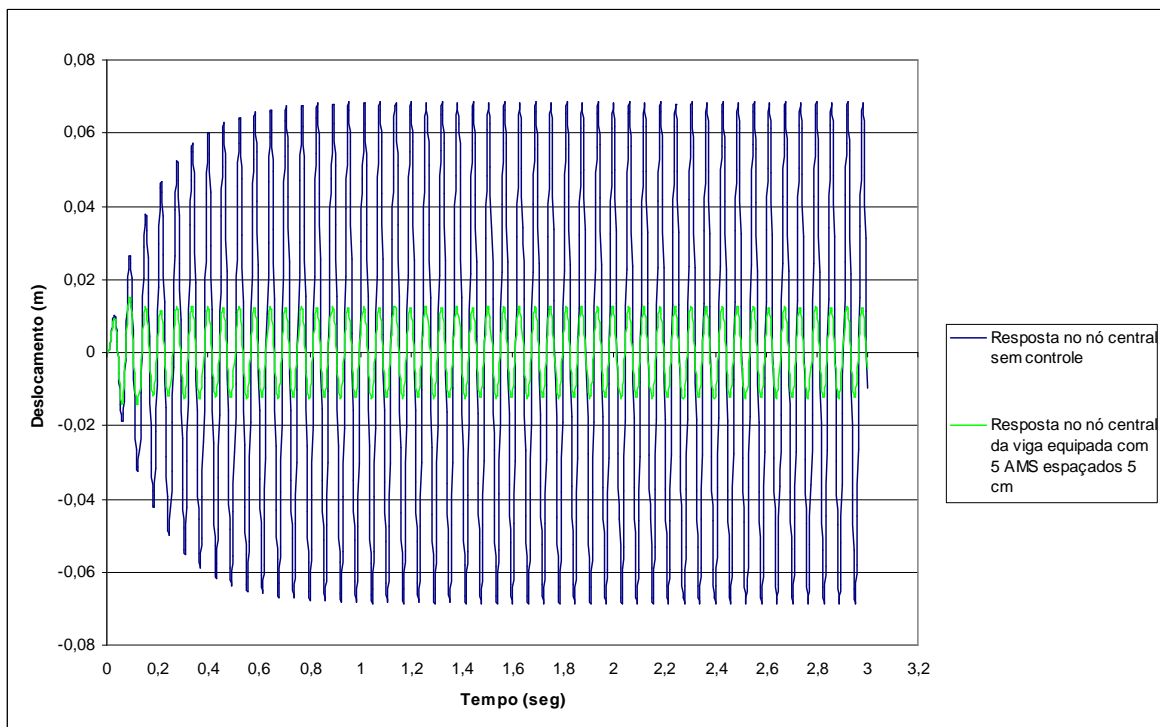


Figura 4.29 – Evolução do deslocamento do nó central de uma viga biapoiada sob o efeito de um carregamento harmônico e a ação de 5 AMS espaçados de 5 cm entre si

O deslocamento máximo atingido no nó central da viga biapoiada equipada com cinco AMS espaçados 5 cm entre si é de 1,51 cm. Esta redução na resposta dinâmica é a mesma obtida na alternativa 5 do estudo paramétrico feito com três AMS. O gráfico da resposta dinâmica em função da frequência para o sistema estudado é apresentado na Figura 4.30.

A comparação entre o sistema que utiliza os AMSM e o sistema sem controle permite verificar a eficiência do sistema de controle. É possível observar que a viga que não utiliza o dispositivo de controle apresenta um pico máximo correspondente à frequência fundamental do sistema, enquanto que a viga que utiliza o AMSM apresenta dois picos menores próximos à frequência fundamental da viga.

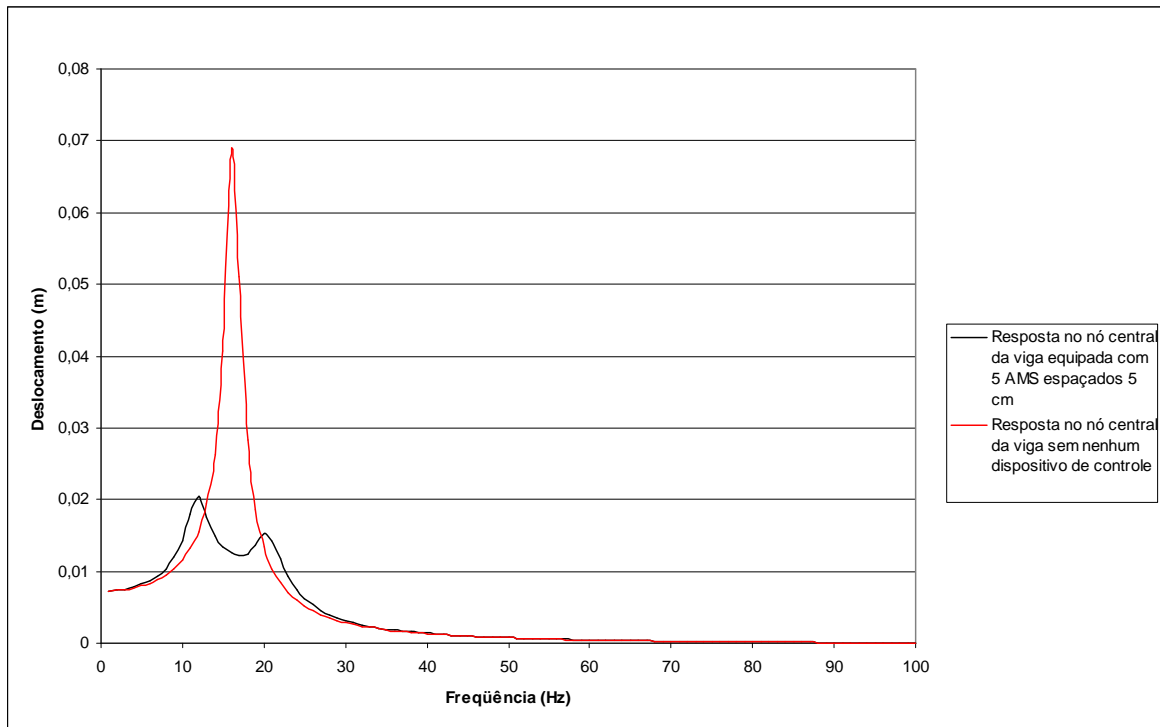


Figura 4.30 – Resposta dinâmica em função da frequência no nó central de uma viga biapoada sob o efeito de um carregamento harmônico e a ação de 5 AMS espaçados de 5 cm entre si

#### 4.3.2.4 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e sete AMS atuando na estrutura

Analisa-se o efeito de sete AMS instalados na viga analisada submetida ao mesmo carregamento harmônico anteriormente utilizado. Devido aos bons resultados obtidos na análise da viga com a atuação de cinco amortecedores, se admitirá que os AMS estejam separados por uma distância de 5 cm.

A Figura 4.31 apresenta a configuração considerada para controlar a resposta dinâmica da estrutura com sete AMS. Da mesma forma que com a análise realizada para cinco AMS, a

posição escolhida dos sete AMS baseia-se em um estudo preliminar realizado, o qual determinou que o desempenho dos amortecedores seria mais eficiente se o AMS 1 fosse instalado em  $L/2$  (nó 51), o AMS 2 em  $0,48*L$  (nó 49), o AMS 3 em  $0,52*L$  (nó 53), o AMS 4 em  $0,55*L$  (nó 56), o AMS 5 em  $0,45*L$  (nó 46), o AMS 6 em  $0,57*L$  (nó 58) e o AMS 7 em  $0,43*L$  (nó 44).

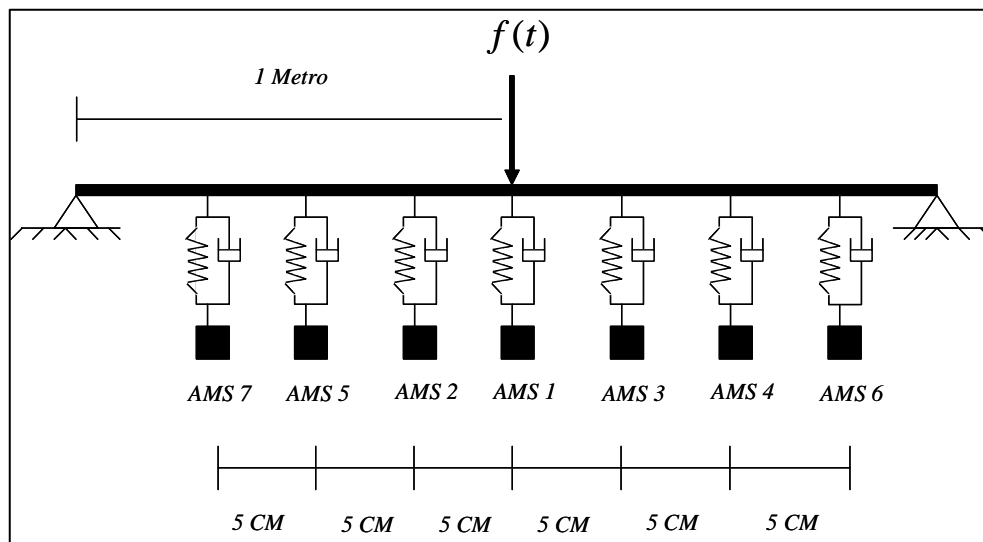


Figura 4.31 – Distribuição dos 7 AMS na viga biapoiada

Feita a distribuição e localização dos amortecedores, os parâmetros de cada um dos dispositivos de controle foram calculados por meio das expressões desenvolvidas por Jangid (1999). A Tabela 4.9 apresenta um resumo com os valores obtidos para cada amortecedor.



Tabela 4.9 – Parâmetros de Jangid encontrados para sete AMS

|              | <b>Rigidez (<math>k_i</math>)</b><br>(N/m) | <b>Frequência do AMS</b><br>( $f_i$ ) (Rad/s) | <b>Massa (<math>m_i</math>)</b><br>(Kg) | <b>Amortecimento</b><br>( $c_i$ ) (Ns/m) |
|--------------|--|---|---|--|
| <b>AMS 1</b> | 378,12                                     | 79,64   | 0,060                                   | 0,61                                     |
| <b>AMS 2</b> | 378,12                                     | 86,22   | 0,051                                   | 0,56                                     |
| <b>AMS 3</b> | 378,12                                     | 92,80   | 0,044                                   | 0,52                                     |
| <b>AMS 4</b> | 378,12                                     | 99,38   | 0,038                                   | 0,49                                     |
| <b>AMS 5</b> | 378,12                                     | 105,96  | 0,034                                   | 0,46                                     |
| <b>AMS 6</b> | 378,12                                     | 112,54  | 0,030                                   | 0,43                                     |
| <b>AMS 7</b> | 378,12                                     | 119,12  | 0,027                                   | 0,41                                     |

Uma vez definido o sistema, se passa agora à determinação da resposta dinâmica da viga equipada com sete amortecedores de massa com propriedades descritas na Tabela 4.9. Os deslocamentos máximos de cada nó da viga são apresentados na Figura 4.32.

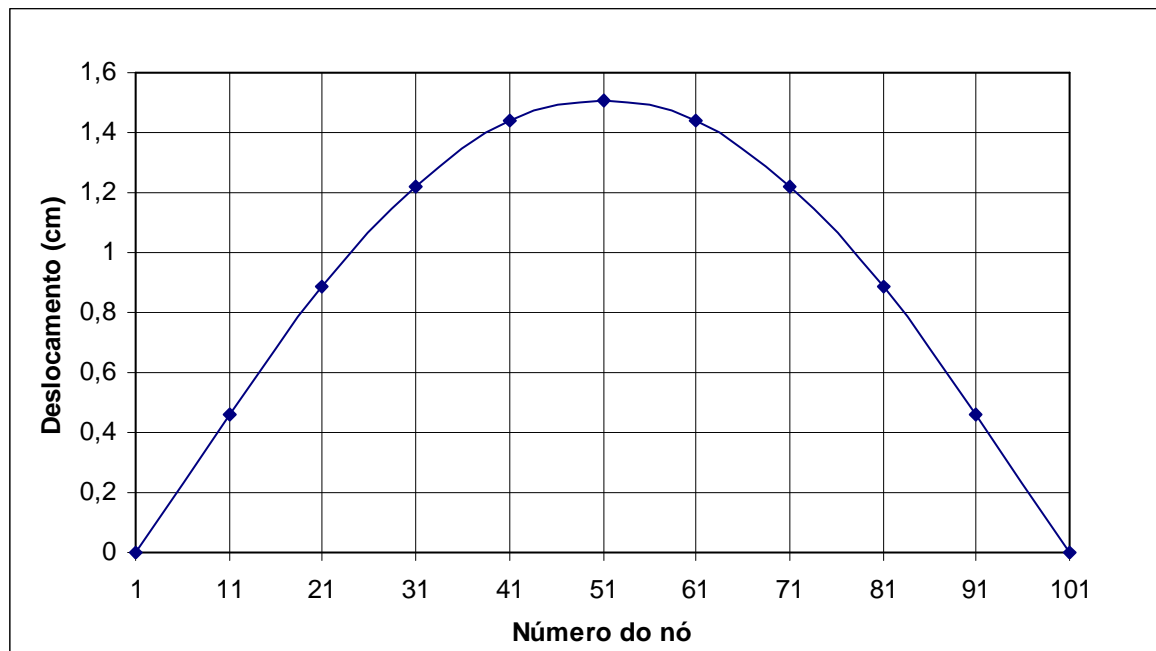


Figura 4.32 – Deslocamento máximo dos nós da viga biapoada equipada com sete AMS

O deslocamento máximo da viga biapoada equipada com sete AMS submetida a uma excitação harmônica do tipo  $f(t) = 100 \cdot \text{sen}102,2t$  se encontra no nó 51 (nó central) e é de

1,51 cm. A evolução do deslocamento ao longo do tempo para este nó é a apresentada na Figura 4.33.

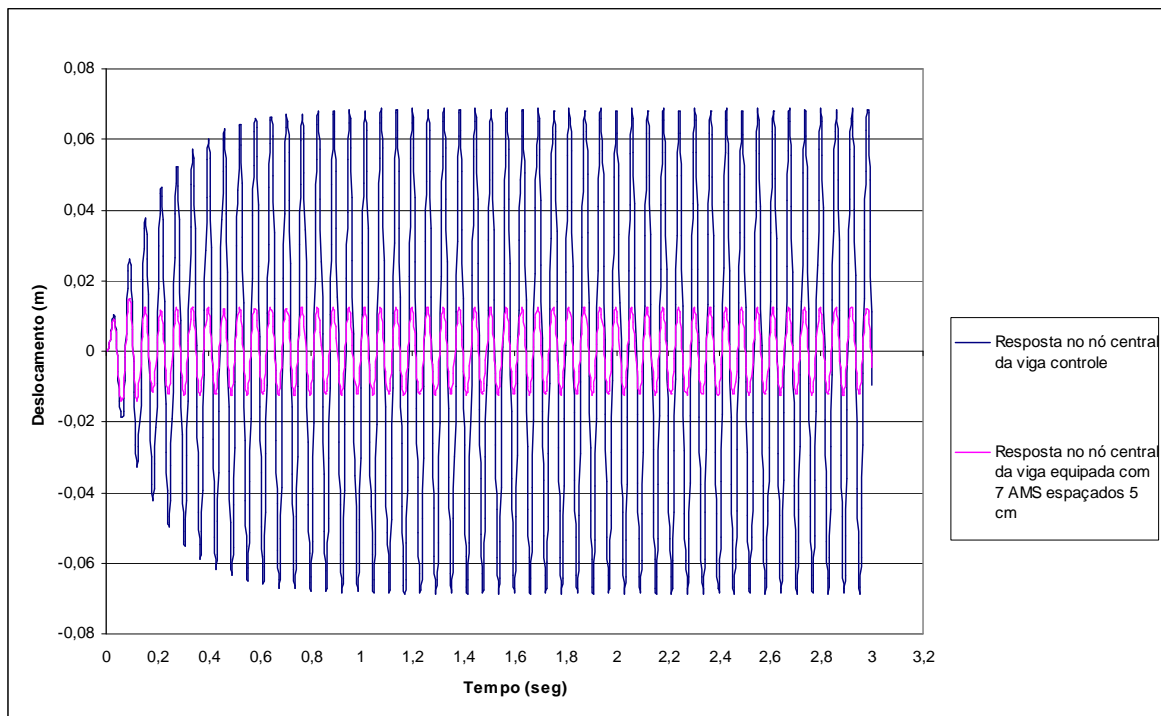


Figura 4.33 – Evolução do deslocamento ao longo do tempo no nó central da viga biapoada estudada submetida a um carregamento harmônico sem controle e com sete amortecedores de massa

Os resultados obtidos para o sistema equipado com sete AMS são similares aos encontrados para o sistema que utiliza cinco AMS. A resposta ao longo do tempo e em função da frequência no nó central do sistema com sete AMS é levemente inferior ao da viga biapoada que utiliza cinco AMS. Isto pode ser verificado por meio das comparações realizadas nas Figuras 4.34 e 4.35.

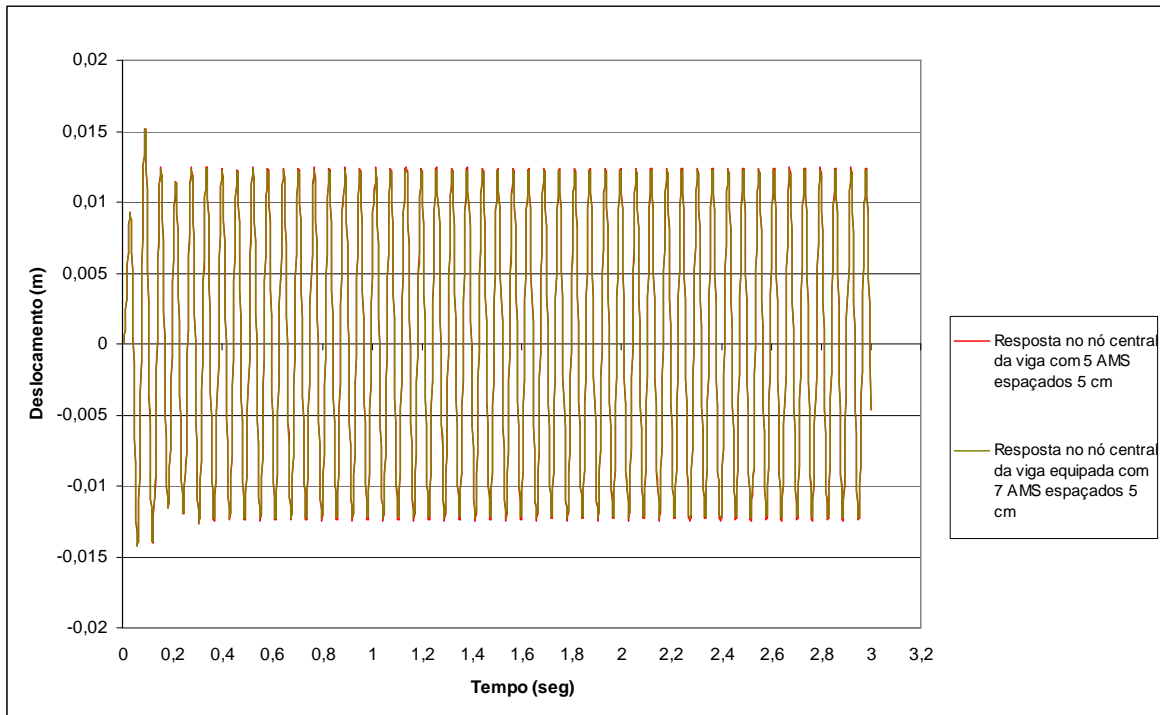


Figura 4.34 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada submetida a um carregamento harmônico e equipada com cinco e sete AMS

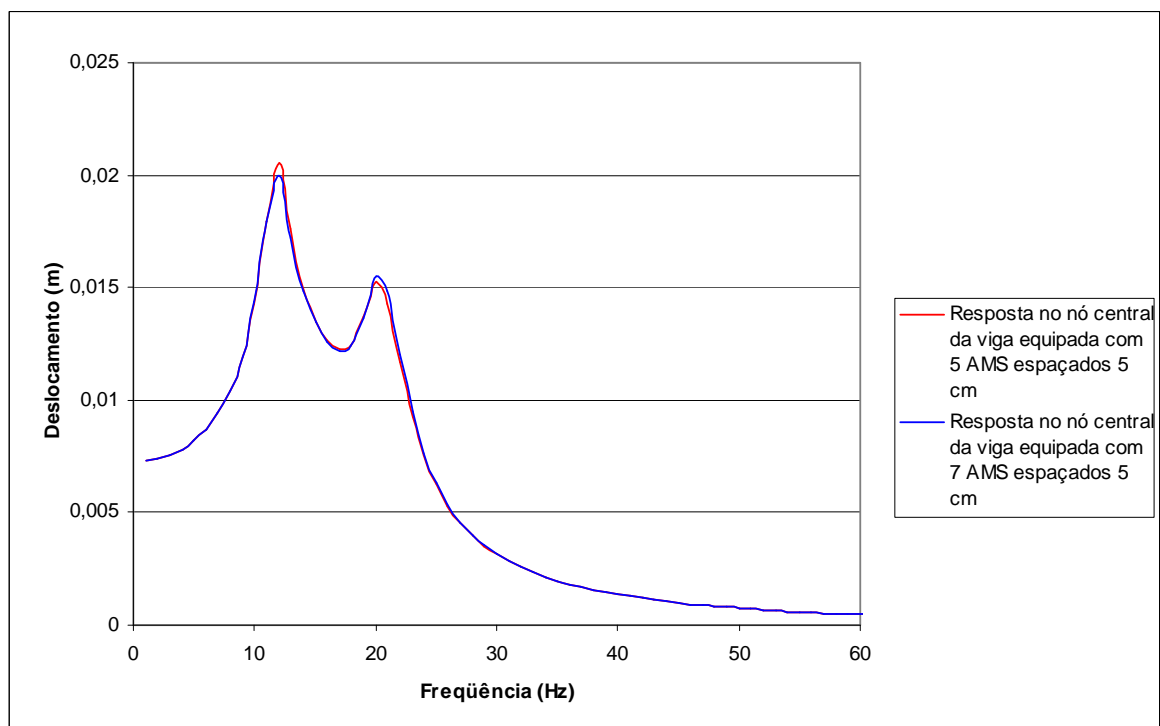


Figura 4.35 – Resposta dinâmica em função da frequência no nó central da viga biapoiada submetida a um carregamento harmônico e equipada com cinco e sete AMS

### 4.3.3 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento aleatório

Para finalizar o primeiro modelo numérico, foi aplicado um carregamento do tipo aleatório a todos os sistemas estudados no caso da viga biapoiada equipada com dispositivos de controle, assim, o carregamento excitará a viga que é controlada por meio de um, três, cinco e sete AMS. Cabe ressaltar que só serão analisados os sistemas que apresentaram o melhor desempenho entre as alternativas anteriormente estudadas, assim, por exemplo, para o caso da viga equipada com três AMS, só se fará a análise dinâmica da estrutura com as propriedades estabelecidas na alternativa cinco do estudo paramétrico, pois foi a que apresentou um melhor desempenho diminuindo o deslocamento máximo no ponto crítico da viga.

O carregamento aleatório aplicado sobre a viga é uma excitação do tipo ruído branco gerada com a ajuda do programa *Mathcad*. Este carregamento apresenta uma amplitude que oscila entre 100 N e -100 N, com um tempo de aplicação da excitação de três segundos, intervalo de tempo igual ao utilizado para determinar a resposta dinâmica do sistema. A Figura 4.36 mostra o gráfico da evolução do carregamento aleatório ao longo do tempo. A faixa de frequências da excitação aleatória esta entre 0 e 166,34 Hz.

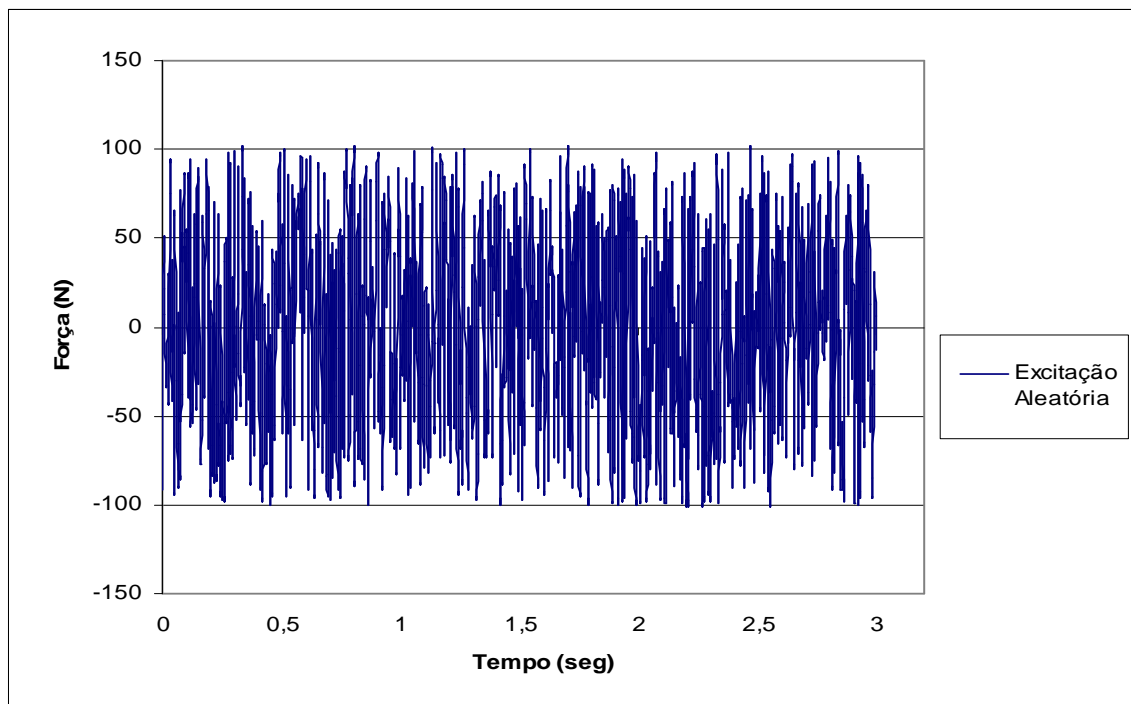


Figura 4.36 – Carregamento aleatório do tipo ruído branco utilizado para excitar a estrutura

Aplicando o carregamento aleatório apresentado na Figura 4.36 no ponto médio da viga biapoiada sem nenhum dispositivo de controle, obteve-se a resposta dinâmica ao longo do tempo apresentada na Figura 4.37.

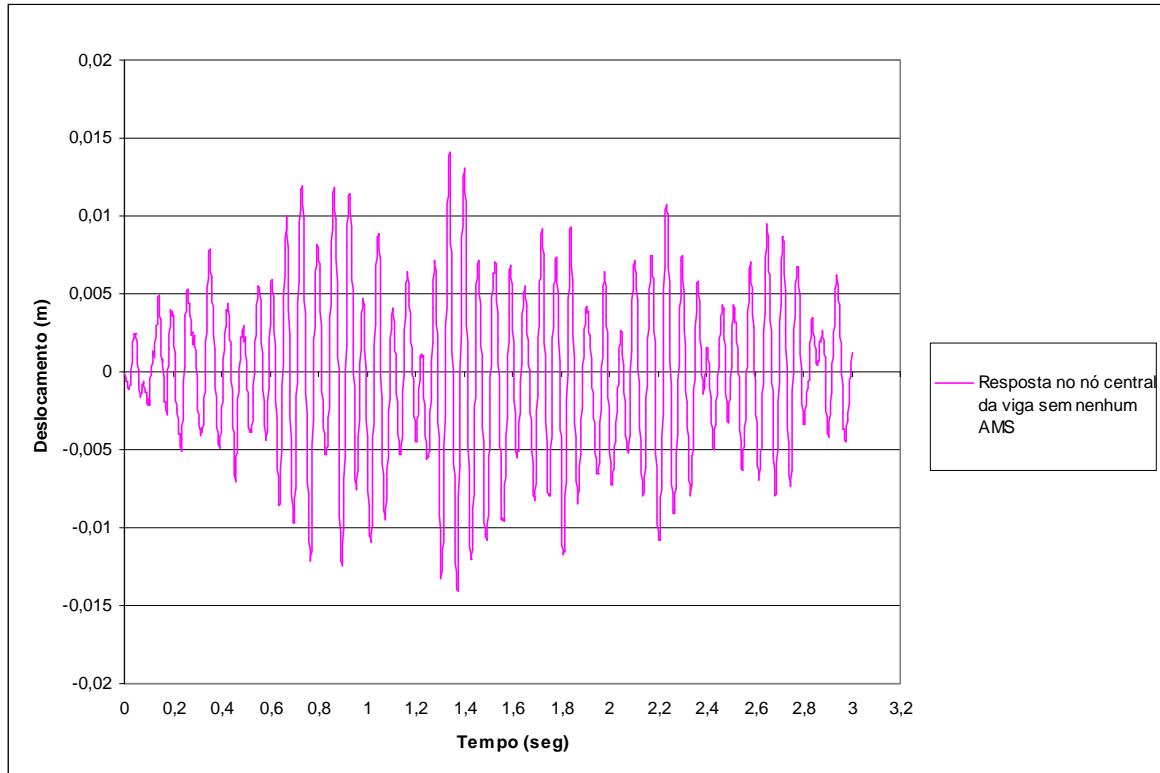


Figura 4.37 – Resposta dinâmica obtida ao longo do tempo no nó central da viga biapoiada sem nenhum controle e submetida à ação de um carregamento aleatório

Pode-se ver que a resposta máxima da viga submetida a uma excitação aleatória é menor que a resposta máxima da estrutura excitada por um carregamento harmônico, isto devido ao fato do carregamento aleatório apresentar varias componentes de frequência enquanto que a frequência do carregamento harmônico foi exclusivamente a frequência fundamental da viga.

O deslocamento máximo atingido no nó central (nó de maior deslocamento na estrutura) sob o efeito desse carregamento foi de 1,41 cm. Foi ainda calculado o valor *RMS* (*Root Mean Square*) da resposta dinâmica obtida. A resposta *RMS* fornece uma medida da tendência central dos valores da resposta ao longo do tempo por meio da raiz quadrada do valor quadrado médio. Para um deslocamento  $y(t)$  o valor *RMS* é dado pela equação (Inman,1995):

$$y_{RMS} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt} \quad (4.1)$$

Assim, o valor *RMS* obtido durante os três primeiros segundos da resposta do sistema sem controle submetido à ação de um carregamento aleatório foi de 0,531 cm.

Para a viga biapoiada excitada no nó central pelo mesmo carregamento aleatório e com um AMS instalado em  $L/2$ , obteve-se um deslocamento máximo no ponto médio da estrutura de 0,78 cm, sendo o valor *RMS* de 0,288 cm. Já no caso da viga biapoiada com três AMS instalados, com as propriedades descritas na alternativa cinco do estudo paramétrico, obteve-se um deslocamento máximo no nó central de 0,81 cm e um valor *RMS* de 0,299 cm. As Figuras 4.38 e 4.39 apresentam a evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada equipada com um AMS e três AMS respectivamente e sob o efeito do carregamento aleatório apresentado.

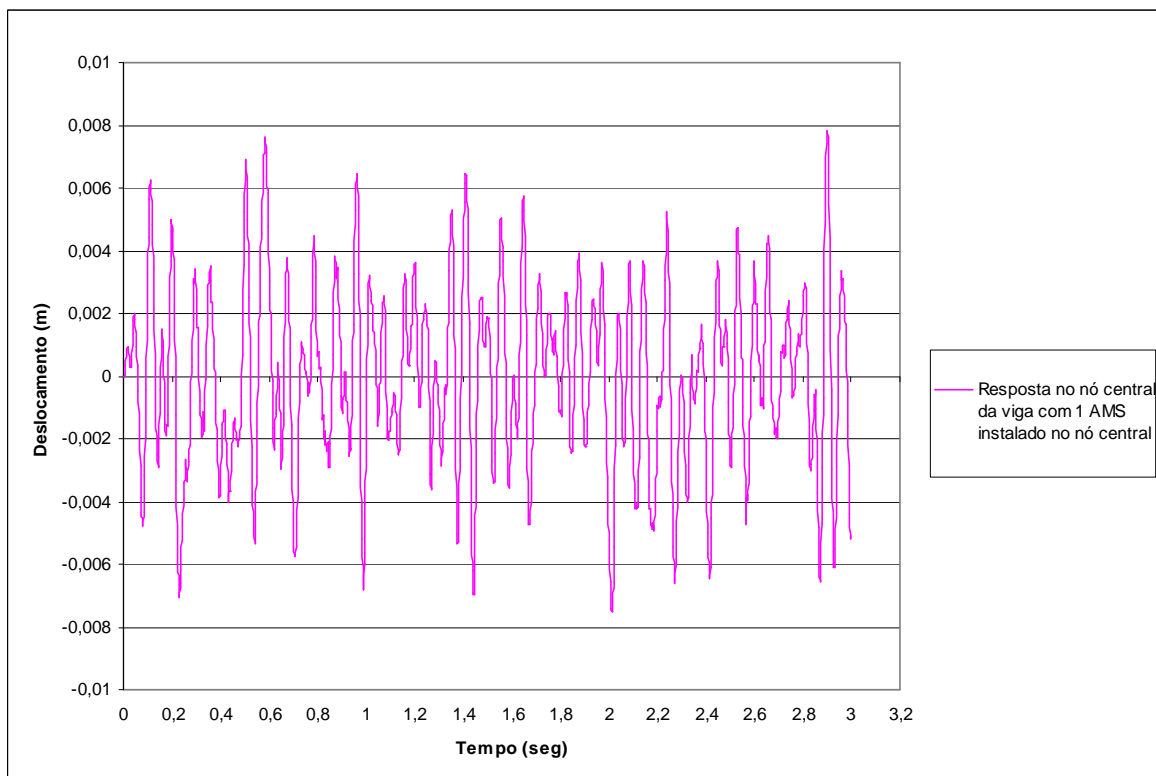


Figura 4.38 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada equipada com um AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório

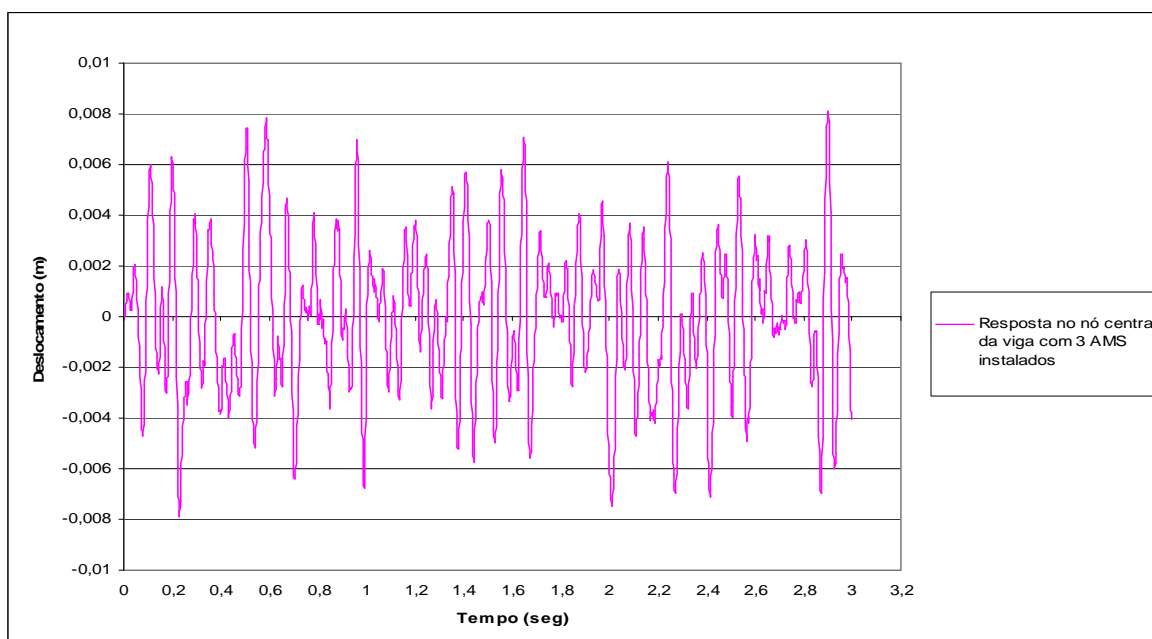


Figura 4.39 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada equipada com três AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório

Finalmente, determinou-se que o deslocamento máximo atingido no nó central da viga com cinco e sete AMS e excitada pelo carregamento aleatório analisado foi de 0,785 e 0,786 cm, respectivamente, ou seja, só há diferença na terceira casa decimal o que significa que a diminuição na resposta é praticamente a mesma, já os valores *RMS* foram de 0,282 cm para os dois sistemas, confirmando que as reduções no sistema com cinco e sete AMS foram iguais. Nas Figuras 4.40 e 4.41 são apresentados os gráficos com a variação da resposta dinâmica ao longo do tempo para os dois sistemas. A Tabela 4.10 mostra um resumo com os deslocamentos máximos do nó central da viga, os valores *RMS* da evolução do deslocamento do nó central e a porcentagem de redução da resposta para o caso da excitação aleatória.

Tabela 4.10 – Valores obtidos para a viga biapoiada sob a ação de uma carga aleatória

| Localização do AMS na viga | Valor máximo do deslocamento (cm) | Resposta <i>RMS</i> (cm) | Diminuição na resposta <i>RMS</i> (%) |
|----------------------------|-----------------------------------|--------------------------|---------------------------------------|
| Sem AMS                    | 1,410                             | 0,531                    | —                                     |
| Com 1 AMS                  | 0,780                             | 0,288                    | 45,76                                 |
| Com 3 AMS                  | 0,810                             | 0,299                    | 43,69                                 |
| Com 5 AMS                  | 0,785                             | 0,282                    | 46,89                                 |
| Com 7 AMS                  | 0,786                             | 0,282                    | 46,89                                 |

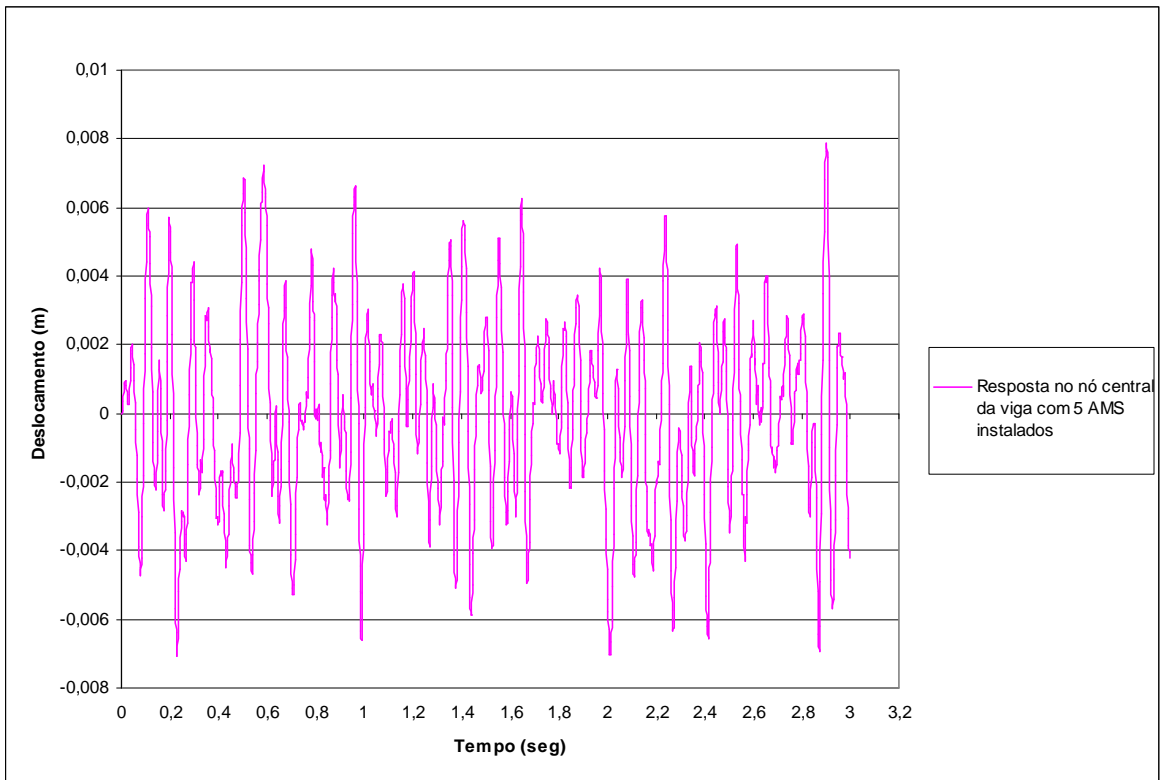


Figura 4.40 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada equipada com cinco AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório

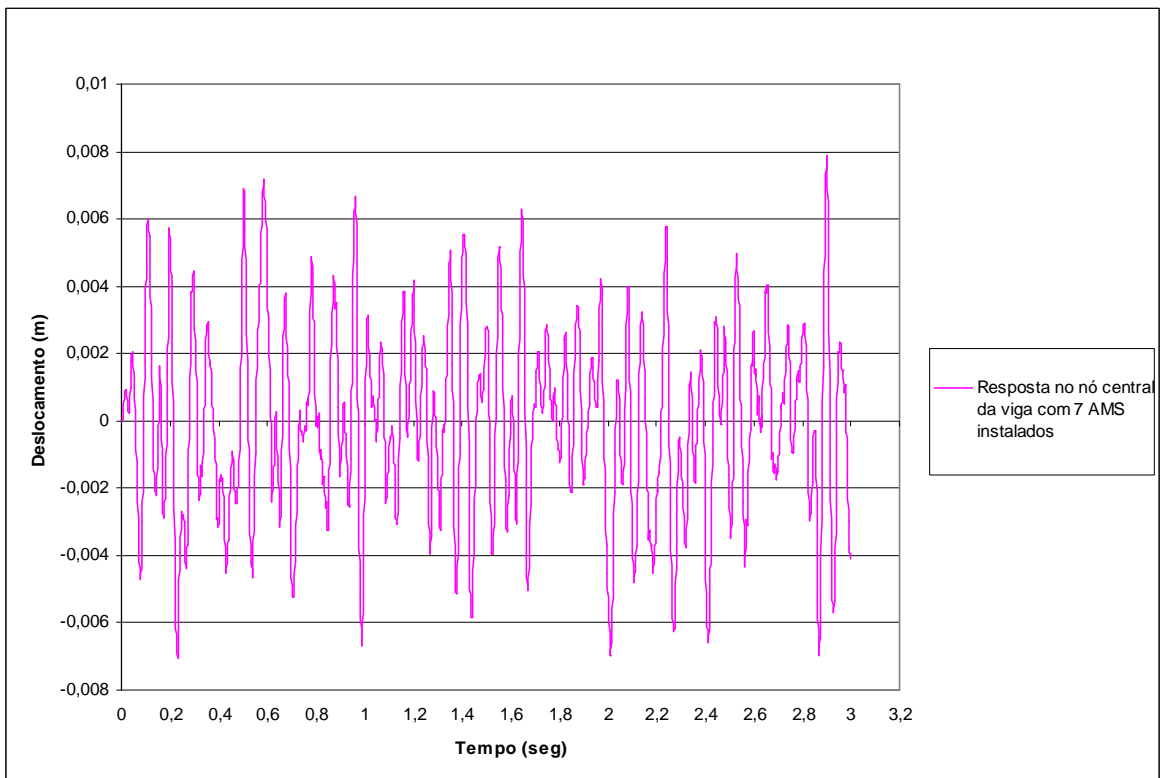


Figura 4.41 – Evolução do deslocamento do nó central da viga biapoiada equipada com sete AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório



#### 4.4 – SEGUNDO MODELO NUMÉRICO

O segundo modelo numérico estudado foi a viga engastada e apoiada esquematizada na Figura 4.42.

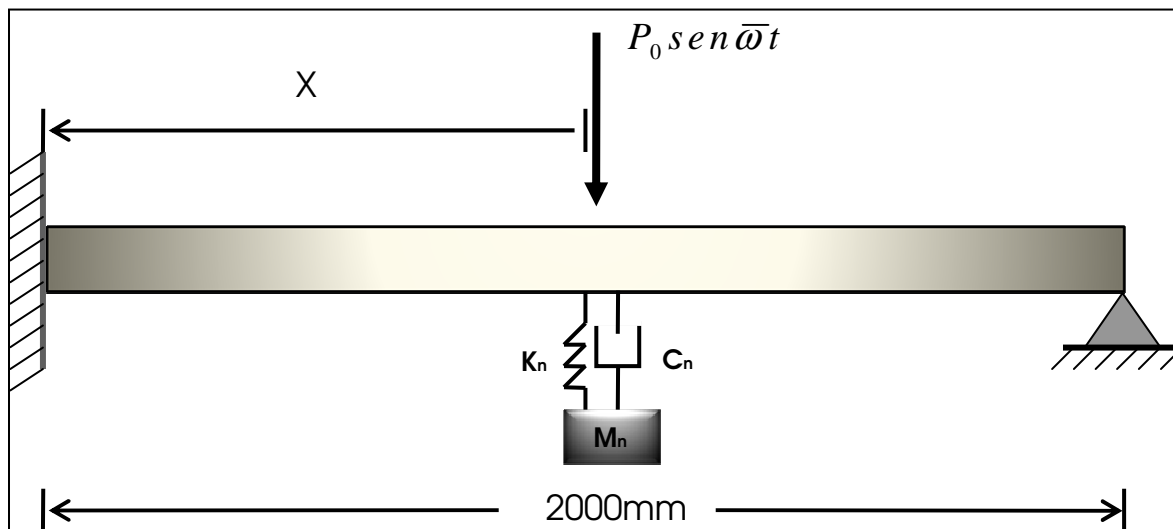



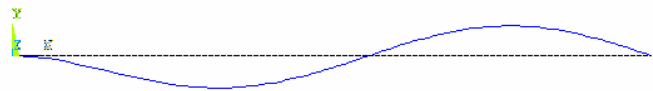
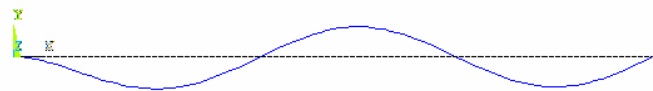
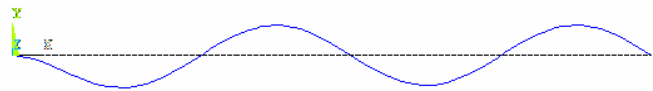
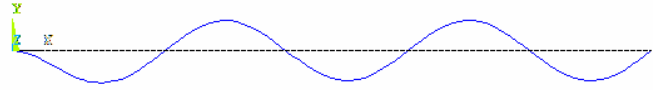
Figura 4.42 – Viga estudada no segundo modelo

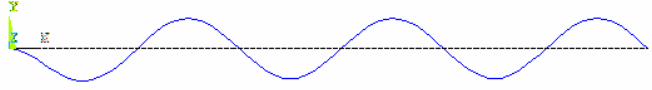
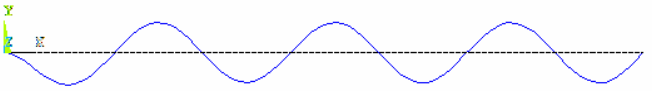
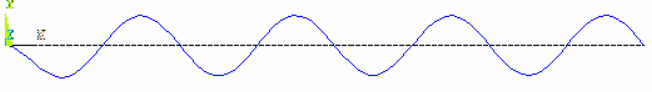
A viga engastada e apoiada possui as mesmas características do primeiro modelo, com respeito à discretização e elementos utilizados pelo *ANSYS* para a representação da viga e dos dispositivos de controle. Todas essas informações podem ser revistas no item 4.3.

##### 4.4.1 – Análise modal

A Tabela 4.11 apresenta as oito primeiras frequências e modos de vibração naturais para o sistema não amortecido e em vibração livre.

Tabela 4.11 – Frequências e modos de vibração naturais para a viga engastada e livre

| Modo de vibração | Frequência (Hz) | Forma do modo de vibração  |
|------------------|-----------------|--|
| 1                | 25,409          |    |
| 2                | 82,318          |    |
| 3                | 171,68          |  |
| 4                | 293,40          |  |
| 5                | 447,38          |  |

| Modo de vibração | Frequência (Hz) | Forma do modo de vibração  |
|------------------|-----------------|--|
| 6                | 633,45          |    |
| 7                | 851,45          |    |
| 8                | 1101,2          |  |

#### 4.4.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico

Considera-se o mesmo carregamento harmônico utilizado no modelo anterior, alterando-se somente a frequência de excitação ( $\bar{\omega}$ ). O valor correspondente a  $\bar{\omega}$  será o valor da primeira frequência da viga, que para este caso é de 159,59 rad/s.

Aplicando o carregamento harmônico  $f(t) = 100 \cdot \text{sen}159,59t$  ao nó central da viga engastada e apoiada obtiveram-se os deslocamentos máximos listados na Tabela 4.12. Estes resultados são apresentados na forma de gráfico na Figura 4.43. Cabe ressaltar que os deslocamentos máximos obtidos ao longo da análise numérica não ocorrem simultaneamente nos nós, portanto estes gráficos não correspondem a uma deformada.

Tabela 4.12 – Deslocamentos máximos alcançados pela viga sob o efeito da excitação harmônica  $f(t) = 100 \cdot \text{sen}159,59t$

| Nó  | Deslocamento (cm) |
|-----|-------------------|
| 1   | 0                 |
| 11  | 0,36              |
| 21  | 1,23              |
| 31  | 2,29              |
| 41  | 3,26              |
| 51  | 3,9               |
| 59  | 4,08              |
| 61  | 4,07              |
| 71  | 3,7               |
| 81  | 2,81              |
| 91  | 1,51              |
| 101 | 0                 |

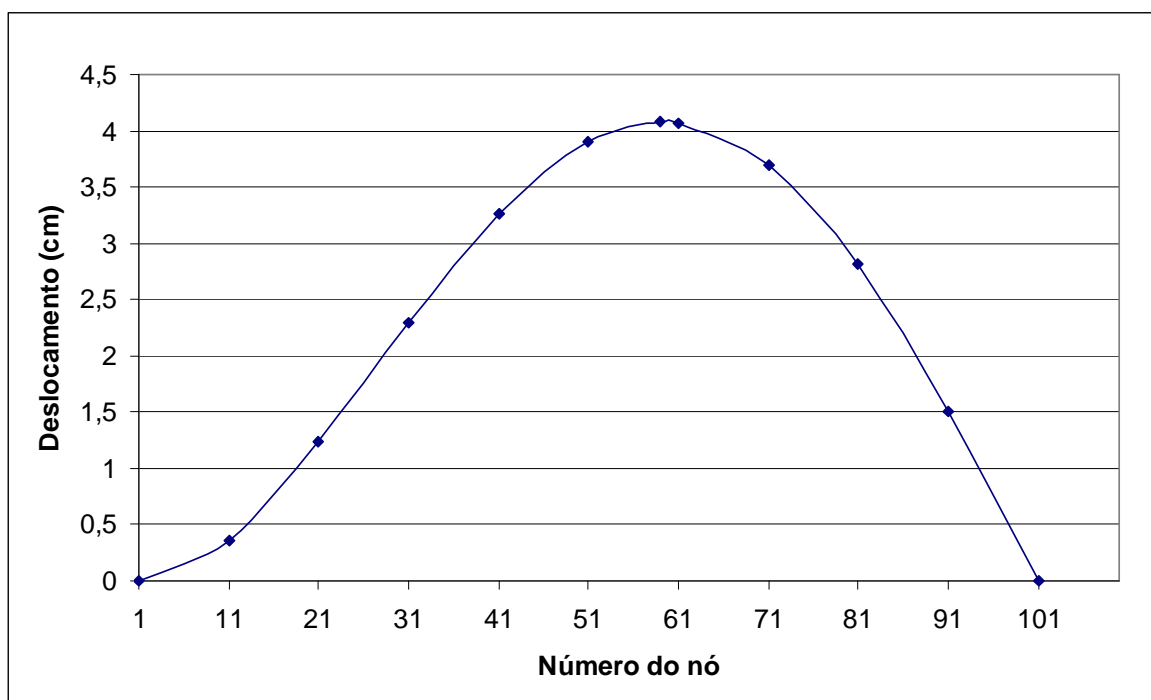


Figura 4.43 – Deslocamentos máximos alcançados sob o efeito do carregamento harmônico atuante aplicado no nó central da viga

De acordo aos valores máximos obtidos, o nó da viga que apresentou o maior deslocamento foi o nó 59 localizado a 1,16 m do extremo esquerdo da viga.

A Figura 4.44 apresenta os deslocamentos máximos atingidos pelos nós da viga engastada e apoiada sob o efeito do carregamento harmônico aplicado em distintas posições do sistema. Como se pode observar os maiores deslocamentos se evidenciaram quando o carregamento atuante foi aplicado no nó 59, ou seja, quando a excitação foi aplicada a 1,16 m do extremo esquerdo da viga. Neste ponto de aplicação da carga, o deslocamento máximo atingido pela viga no nó 59 foi de 4,26 cm.

Como o deslocamento máximo da viga ocorre quando o carregamento é aplicado no nó 59, nas análises subseqüentes todos os carregamentos serão aplicados neste ponto.

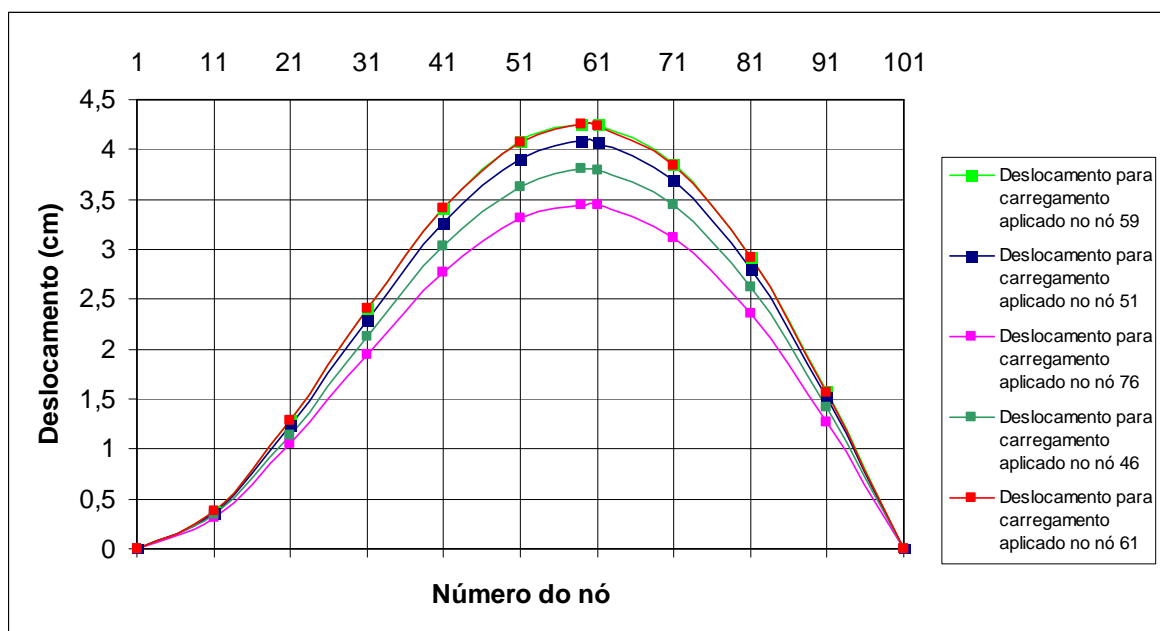


Figura 4.44 – Deslocamentos máximos dos nós da viga engastada e apoiada sob o efeito do carregamento harmônico atuante em distintas posições da estrutura

Definido o ponto da viga mais desfavorável para posicionar a excitação harmônica e encontrado o nó que apresenta o maior deslocamento sob essas condições, determinou-se a resposta dinâmica ao longo do tempo do nó 59. A Figura 4.45 mostra a evolução do deslocamento deste nó ao longo de três segundos.

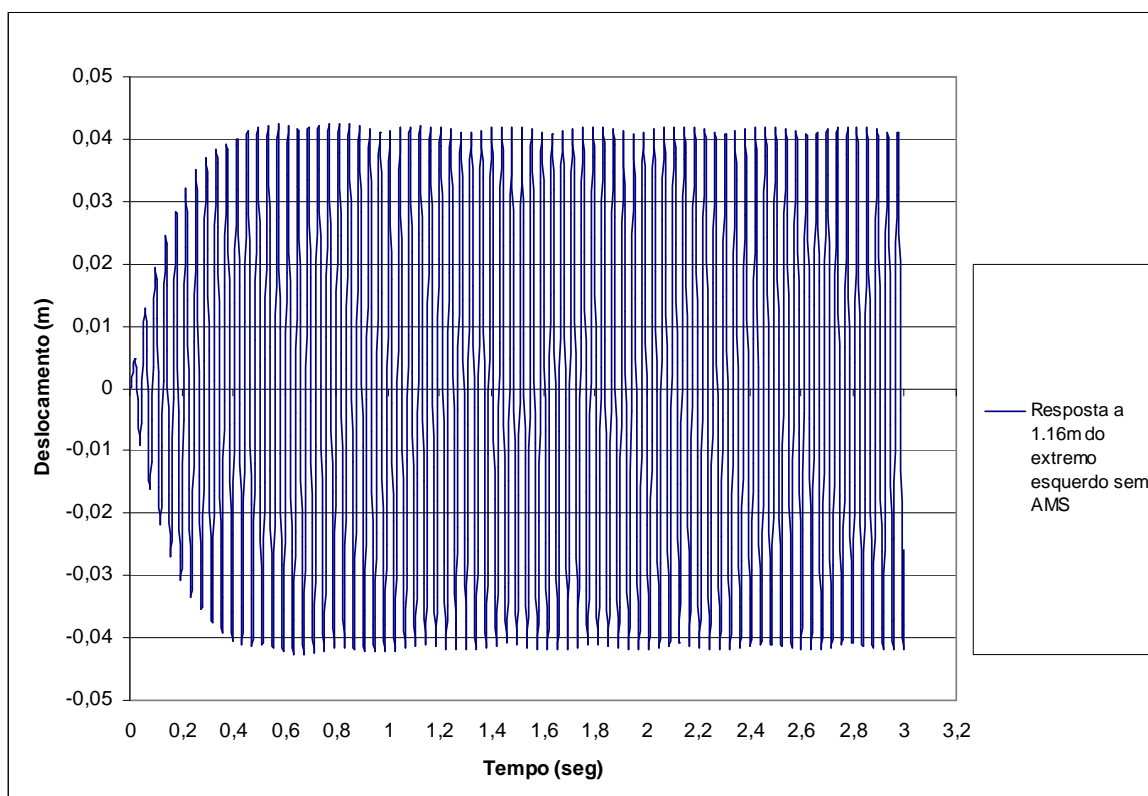


Figura 4.45 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada sob o efeito do carregamento harmônico atuante

#### 4.4.2.1 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e um AMS instalado na estrutura

Para a análise numérica do sistema equipado com um AMS submetido a uma excitação harmônica definida no item anterior e uma relação de massas  $\mu$  igual a 0,1, determinou-se pelo critério de Den Hartog que o valor da razão entre frequências ótimas ( $\alpha_{otimo}$ ) é de 0,91, a razão de amortecimento ótima ( $\xi$ ) é de 0,168, a massa do AMS é de 0,268 kg, a frequência do AMS ( $\omega_n$ ) é de 145,08 rad/s, a rigidez da mola do AMS ( $k_n$ ) é de 5641,3 N/m e o amortecimento do AMS ( $c_n$ ) apresenta um valor de 13,05 Ns/m.

Fixando o amortecedor no nó que apresenta o maior deslocamento (nó 59 a 1,16 m da extremidade esquerda), tal qual se apresenta na Figura 4.46, obteve-se uma redução considerável na resposta dinâmica da viga, a qual pode ser observada na Figura 4.47. O deslocamento máximo ao longo do tempo alcançado pela viga equipada com o AMS no nó central sob o efeito do carregamento harmônico é de 0,753 cm. Esta redução corresponde a 82,32% do valor do deslocamento máximo da estrutura sem controle.

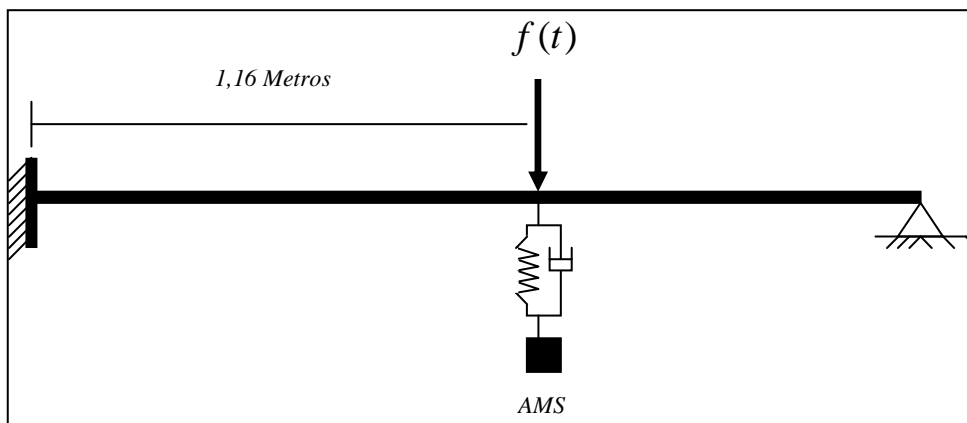


Figura 4.46 – Esquema da viga engastada e apoiada com um AMS instalado no nó 59

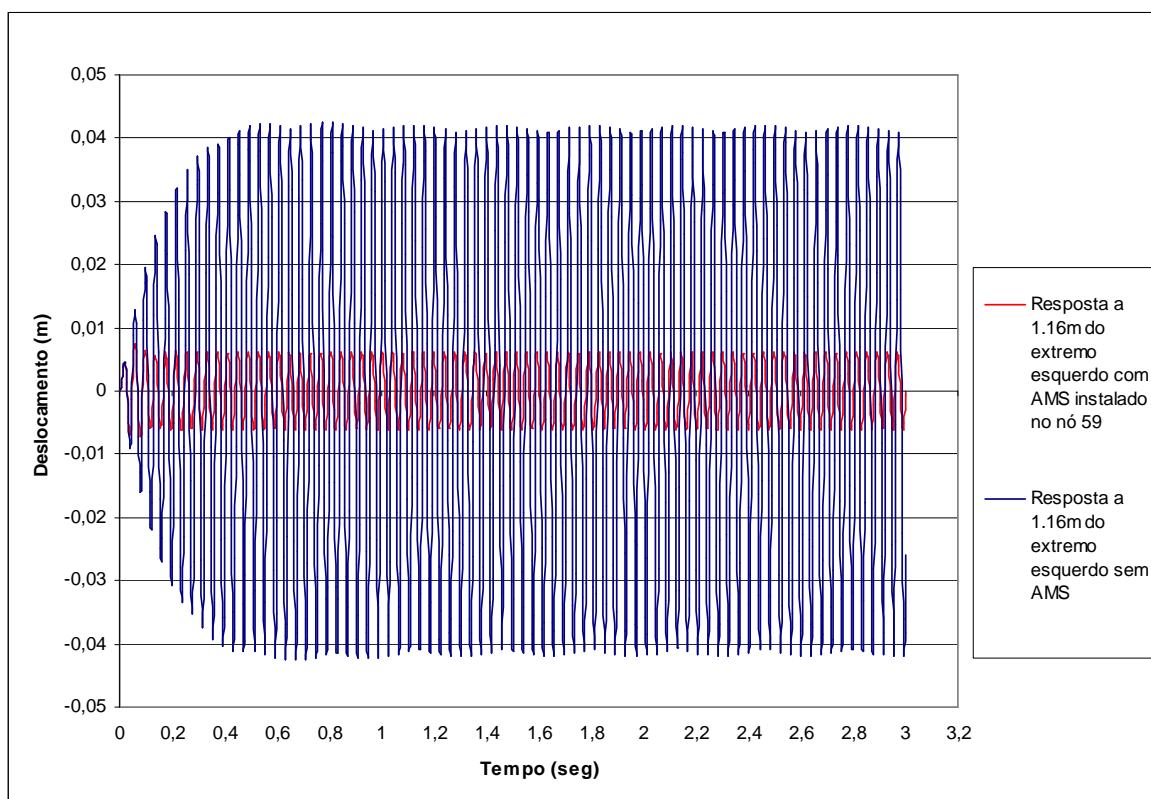


Figura 4.47 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada sem dispositivo de controle e com um AMS

Procurando otimizar o desempenho do AMS, foram processados múltiplos casos onde se variou a posição do amortecedor na viga. Na Figura 4.48 são mostradas as respostas dinâmicas ao longo do tempo para o nó 59 da estrutura com o AMS instalado a  $0,58*L$  do extremo esquerdo da viga (nó 59),  $L/4$  do extremo esquerdo da estrutura (nó 26),  $0,7*L$  do extremo esquerdo da viga (nó 71),  $L/2$  (nó 51) e  $0,6*L$  do extremo esquerdo da estrutura (nó 61).

As respostas dinâmicas máximas alcançadas em cada caso analisado são apresentadas na Tabela 4.13 juntamente com a porcentagem de redução dos deslocamentos em relação ao sistema sem controle. Complementando esta informação, na mesma Tabela consta o valor *RMS* de cada um dos casos com a sua respectiva redução em porcentagem em relação ao caso sem controle.

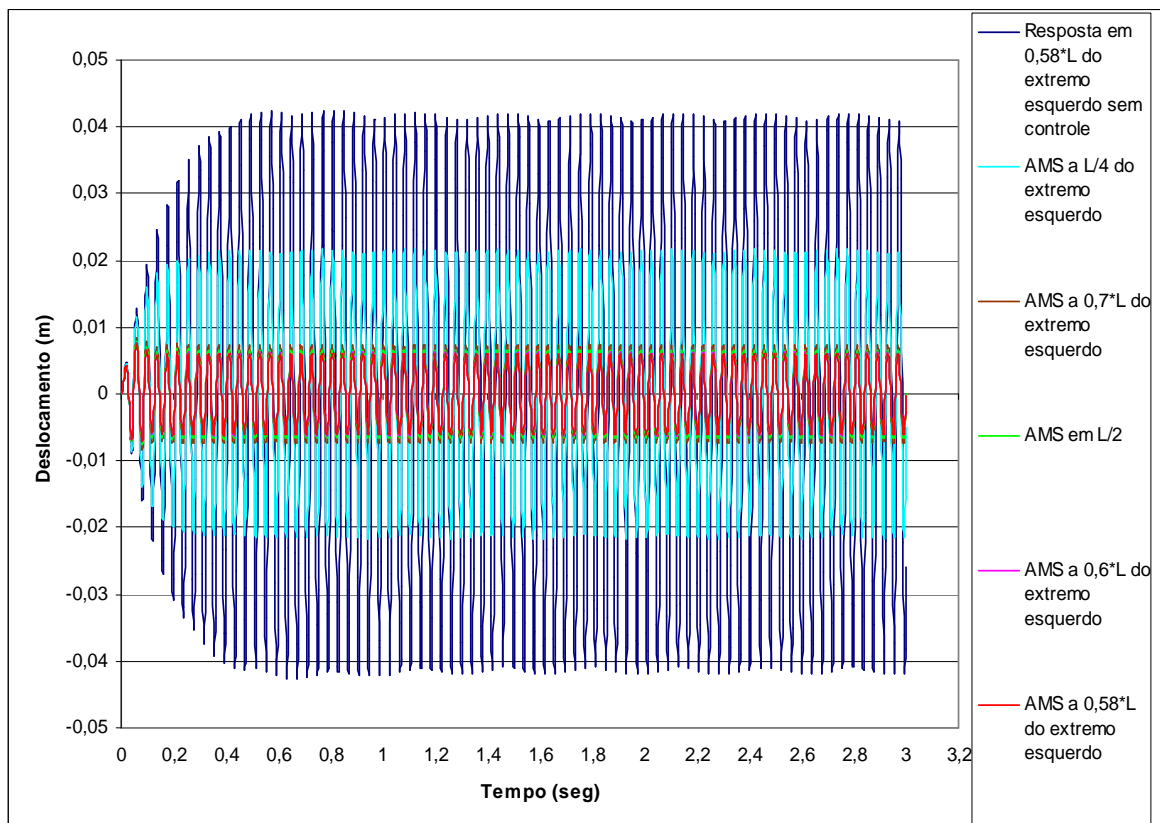


Figura 4.48 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada com um AMS instalado em distintos locais da estrutura



Tabela 4.13 – Resposta dinâmica da viga com um AMS instalado em distintos locais

| <b>Localização do AMS na viga</b> | <b>Deslocamento máximo atingido (cm)</b> | <b>Diminuição do deslocamento (%)</b> | <b>Resposta RMS (cm)</b> | <b>Diminuição do valor RMS (%)</b> |
|-----------------------------------|--|---------------------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| Sem AMS                           | 4,260                                    | —                                     | 2,870                    | —                                  |
| AMS em 0,58*L (Nó 59)             | 0,753                                    | 82,32                                 | 0,435                    | 84,84                              |
| AMS em L/4 (Nó 26)                | 2,160                                    | 49,27                                 | 1,500                    | 47,74                              |
| AMS em 0,7*L (Nó 71)              | 0,829                                    | 80,54                                 | 0,522                    | 81,81                              |
| AMS em L/2 (Nó 51)                | 0,787                                    | 81,53                                 | 0,471                    | 83,59                              |
| AMS em 0,6*L (Nó 61)              | 0,755                                    | 82,27                                 | 0,437                    | 84,77                              |

Dos dados apresentados na Tabela 4.13, conclui-se que o dispositivo de controle teve um melhor desempenho quando foi instalado na mesma posição onde a resposta era máxima. À medida que o AMS era instalado mais distante deste ponto, a redução da resposta era menor.

#### 4.4.2.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e três AMS instalados na estrutura

As propriedades determinadas pelo critério de Jangid (1999) para três AMS com uma razão de massa  $\mu$  de 0,1 são apresentadas na Tabela 4.14.

Tabela 4.14 – Parâmetros encontrados para três AMS pelo critério de Jangid

|              | <b>Rigidez (<math>k_i</math>)<br/>(N/m)</b> | <b>Frequência do AMS<br/>(<math>f_i</math>) (Rad/s)</b> | <b>Massa (<math>m_i</math>)<br/>(Kg)</b> | <b>Amortecimento<br/>(<math>c_i</math>) (Ns/m)</b> |
|--------------|---|---|--|--|
| <b>AMS 1</b> | 2105,85                                     | 132,17  | 0,121                                    | 3,06   |
| <b>AMS 2</b> | 2105,85                                     | 153,53  | 0,089                                    | 2,63   |
| <b>AMS 3</b> | 2105,85                                     | 174,90  | 0,069                                    | 2,31   |

Partindo dos resultados obtidos da análise da viga engastada e apoiada com um AMS instalado, na qual se determinou que o melhor local para a instalação do amortecedor é o ponto de maior deslocamento, decidiu-se alocar o AMS 1 no nó 59 da viga. Os outros dois

AMS serão instalados em distintos pontos da estrutura com o objetivo de determinar a posição ótima para melhorar o desempenho na redução da resposta dinâmica do sistema.

Entre as múltiplas alternativas estudadas, foram mais significativas as apresentadas na Tabela 4.15. Nesta tabela são apresentados os locais onde foram instalados cada um dos amortecedores, a resposta dinâmica máxima alcançada pela estrutura e a resposta *RMS* da mesma. Complementando a informação condensada na Tabela 4.15, é apresentada a Figura 4.49, que mostra a resposta dinâmica do nó 59 para cada uma das alternativas analisadas.

Tabela 4.15 – Localização dos AMSM e das respostas obtidas

|               | Localização do AMS 1 | Localização do AMS 2 | Localização do AMS 3 | Resposta máxima alcançada (cm) | Resposta RMS (cm) |
|---------------|----------------------|----------------------|----------------------|--------------------------------|-------------------|
| Alternativa 1 | 0,58*L (nó 59)       | 0,63*L (nó 64)       | 0,53*L (nó 54)       | 0,700                          | 0,380             |
| Alternativa 2 | 0,58*L (nó 59)       | 0,53*L (nó 54)       | 0,48*L (nó 49)       | 0,710                          | 0,388             |
| Alternativa 3 | 0,58*L (nó 59)       | 0,63*L (nó 64)       | 0,68*L (nó 69)       | 0,710                          | 0,388             |
| Alternativa 4 | 0,58*L (nó 59)       | 0,55*L (nó 56)       | 0,61*L (nó 62)       | 0,695                          | 0,376             |
| Alternativa 5 | 0,58*L (nó 59)       | 0,3*L (nó 31)        | 0,8*L (nó 81)        | 0,930                          | 0,650             |

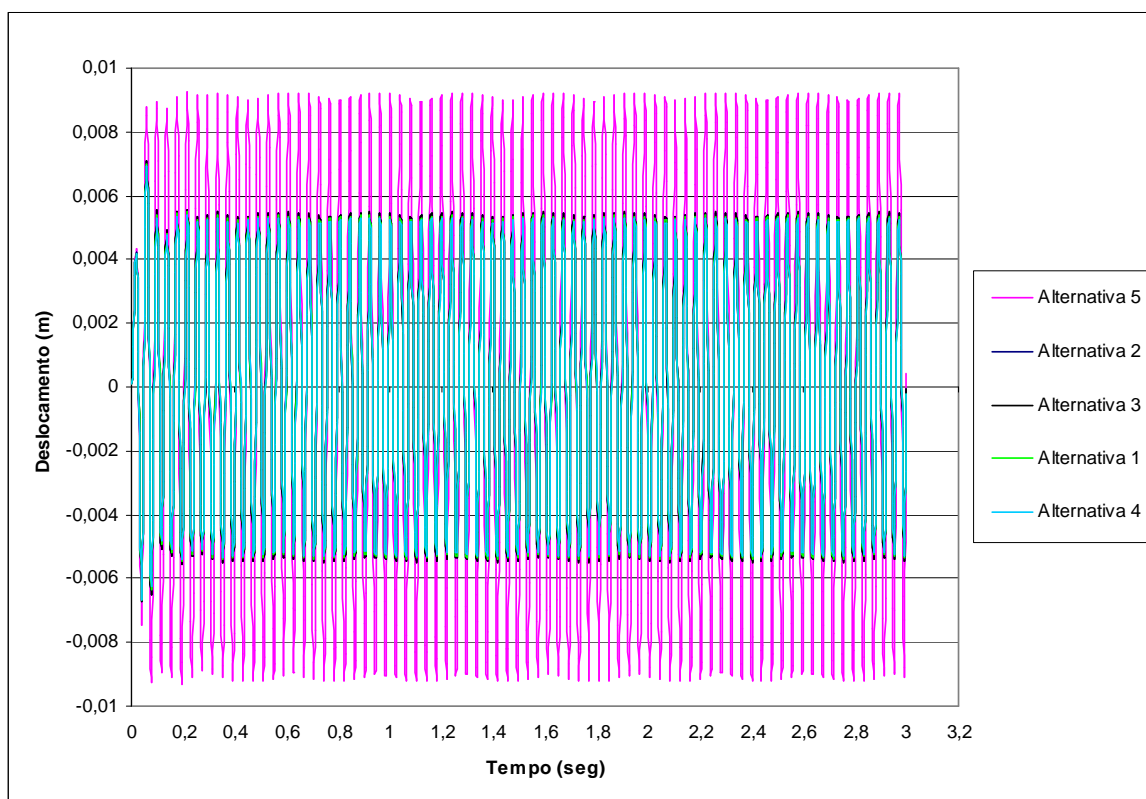


Figura 4.49 – Resposta em função do tempo para o nó 59 da viga engastada e apoiada para as cinco configurações de AMSM estudadas

Os resultados obtidos no estudo da posição ótima dos três AMS no sistema permitem concluir que, quanto mais próximo do nó que apresenta a maior resposta dinâmica se encontrem os amortecedores, menor será o deslocamento gerado pela excitação harmônica. Com base nessa conclusão, a posição ótima dos três amortecedores será aquela estudada na alternativa quatro, com o AMS 1 instalado no nó 59 (a 1,16 m do extremo esquerdo), o AMS 2 instalado no nó 56 (a 1,1 m do extremo esquerdo) e o AMS 3 localizado no nó 62 (a 1,22 m do extremo esquerdo da viga). A Figura 4.50 mostra um breve esquema da viga com três AMS posicionados de acordo às condições estabelecidas na alternativa que apresentou os maiores benefícios na redução das respostas.

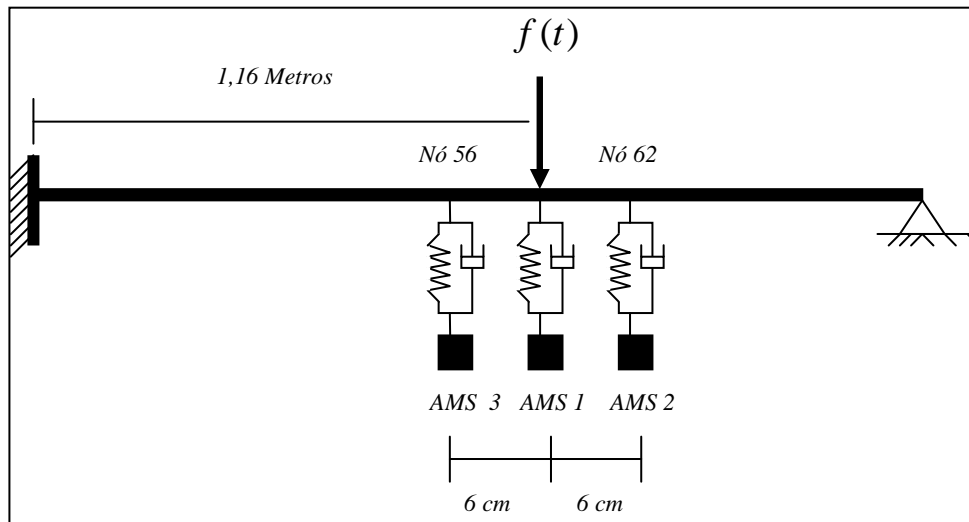


Figura 4.50 – Esquema da viga engastada e apoiada com três AMS instalados

É interessante observar que o valor máximo da resposta dinâmica obtida pela Alternativa 4, para a viga engastada e apoiada submetida a um carregamento harmônico com três AMS, corresponde a uma redução da ordem de 83,68% quando comparado com o valor obtido para a viga sem controle. É possível também afirmar que o uso de três AMS na estrutura é mais eficiente que o uso de um só amortecedor, conseguindo com três AMS reduzir a amplitude do deslocamento de 8,91% do valor obtido com um só amortecedor.

A resposta *RMS* para a viga estudada com um só AMS foi de 0,435 cm, enquanto que o valor para o sistema analisado na Alternativa 4 do estudo realizado com três AMS foi de 0,376 cm, isto corresponde a uma redução de 13,56%.

Buscando ainda um melhor desempenho dos três AMS instalados no sistema, optou-se por desenvolver o mesmo estudo paramétrico realizado no primeiro modelo numérico. Assim, os valores das relações de massa  $\mu$ , da rigidez  $k_n$  e do amortecimento  $c_n$  de cada um dos amortecedores serão os mesmos, só variando as massas dos dispositivos de controle de acordo com uma porcentagem.

Os valores obtidos no estudo paramétrico são apresentados nas Figuras 4.51 a 4.64, enquanto que as Tabelas 4.16 e 4.17 apresentam um resumo de toda a informação das alternativas analisadas. Da mesma forma que no primeiro modelo numérico, foram estudadas sete alternativas, nas quais as porcentagens utilizadas para a determinação das massas do AMS 1 foram de 60, 50, 45, 40, 35, 33 e 30% respectivamente.

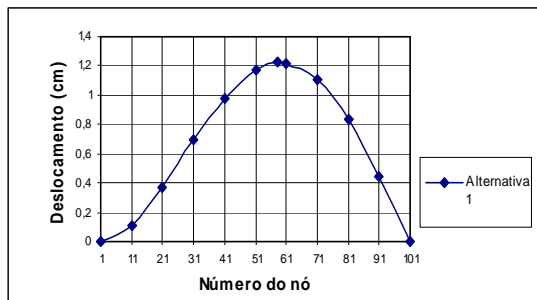


Figura 4.51 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 1

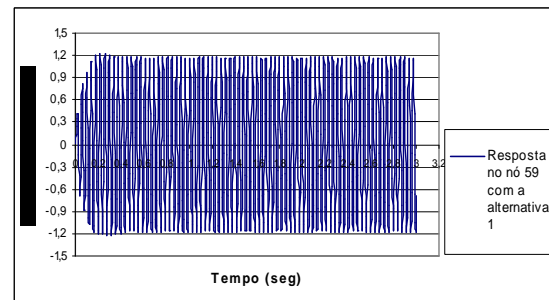


Figura 4.52 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 1

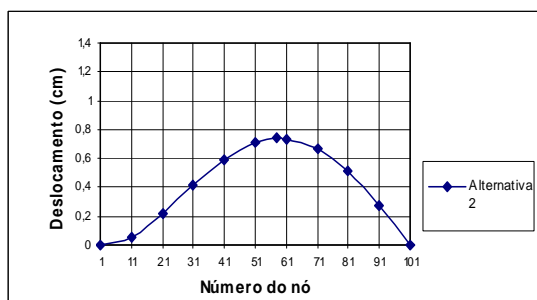


Figura 4.53 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 2

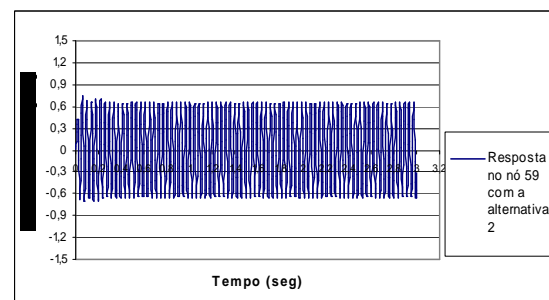


Figura 4.54 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 2

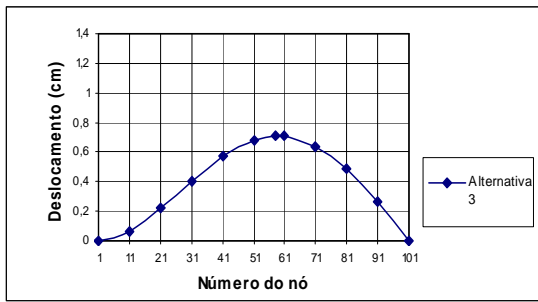


Figura 4.55 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 3

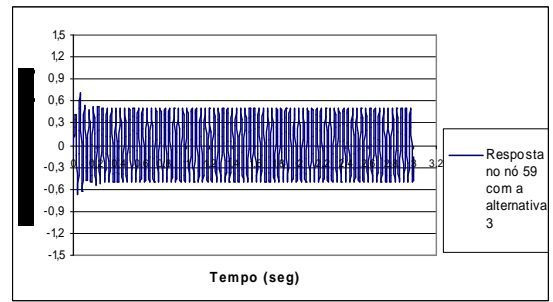


Figura 4.56 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 3

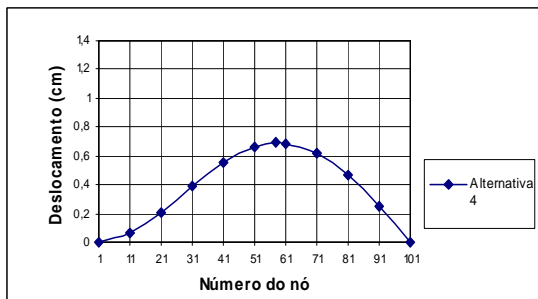


Figura 4.57 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 4

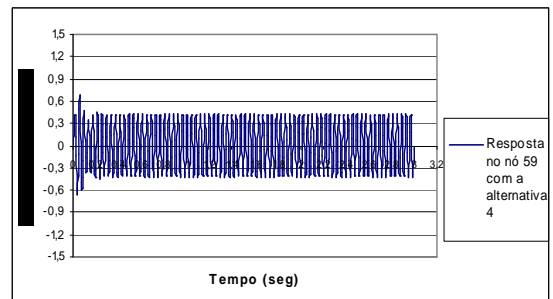


Figura 4.58 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 4

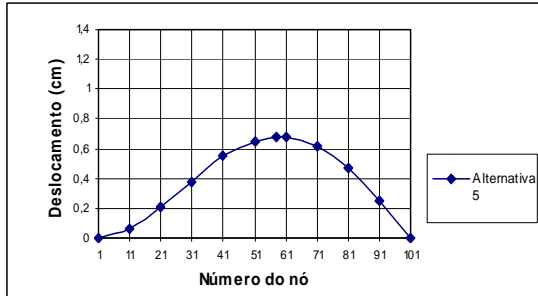


Figura 4.59 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 5

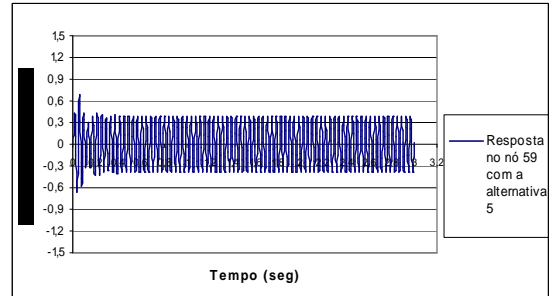


Figura 4.60 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 5

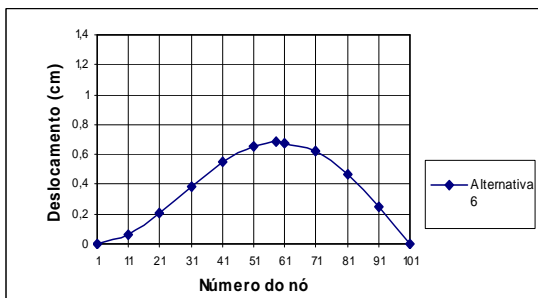


Figura 4.61 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 6

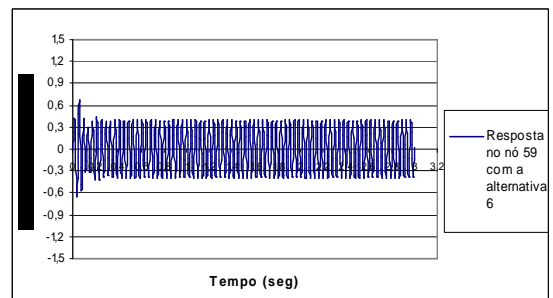


Figura 4.62 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 6

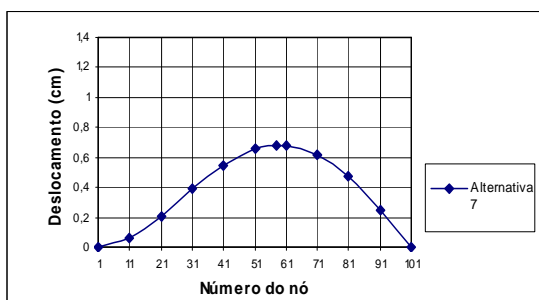


Figura 4.63 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 7

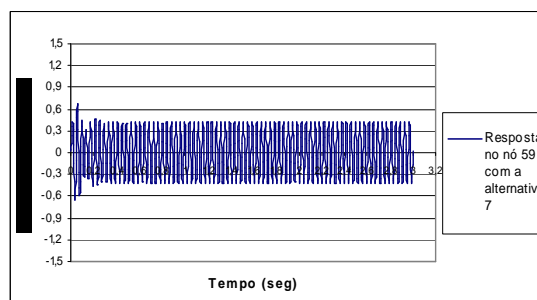


Figura 4.64 – Evolução do deslocamento do nó 59 com a alternativa 7

Tabela 4.16 – Respostas dinâmicas e valores *RMS* obtidos para cada alternativa analisada no estudo paramétrico da viga engastada e apoiada

|                      | Porcentagem da massa total utilizada no AMS 1 | Deslocamento máximo alcançado (cm) | Resposta <i>RMS</i> (cm) |
|----------------------|---|------------------------------------|--------------------------|
| <b>Alternativa 1</b> | 60  | 1,23                               | 0,831                    |
| <b>Alternativa 2</b> | 50  | 0,74                               | 0,465                    |
| <b>Alternativa 3</b> | 45  | 0,71                               | 0,361                    |
| <b>Alternativa 4</b> | 40  | 0,69                               | 0,303                    |
| <b>Alternativa 5</b> | 35  | 0,68                               | 0,282                    |
| <b>Alternativa 6</b> | 33  | 0,68                               | 0,284                    |
| <b>Alternativa 7</b> | 30  | 0,68                               | 0,303                    |

Das alternativas analisadas no estudo paramétrico, a Alternativa 5, que concentra 35% da massa dos amortecedores no AMS 1, foi a que apresentou melhor desempenho. O deslocamento máximo obtido pela estrutura sob as condições estudadas na Alternativa 5 foi de 0,68 cm, uma redução pequena comparando este valor aos 0,695 cm obtidos na Alternativa 4 do estudo de posicionamento ótimo dos três amortecedores na estrutura.

No entanto, a maior redução observada neste estudo paramétrico foi a da resposta *RMS*, que de 0,376 cm obtidos na Alternativa 4 do estudo de posicionamento ótimo dos três amortecedores na estrutura caiu para 0,282 cm com as condições da Alternativa 5 do estudo paramétrico.

Tabela 4.17 – Parâmetros utilizados no estudo paramétrico da viga engastada e apoiada

|               | <b>Porcentagem da massa total utilizada no AMS 1</b> | <b>Massa do AMS 1 (Kg)</b> | <b>Rigidez do AMS 1,2 e 3 (N/m)</b> | <b>Amortecimento do AMS 1 (Ns/m)</b> | <b>Massa dos AMS 2 e 3 (Kg)</b> | <b>Amortecimento do AMS 2 (Ns/m)</b> | <b>Amortecimento do AMS 3 (Ns/m)</b> |
|---------------|--|----------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Alternativa 1 | 60   | 0,161                      | 2105,85                             | 3,06                                 | 0,0536                          | 2,63                                 | 2,31                                 |
| Alternativa 2 | 50   | 0,134                      | 2105,85                             | 3,06                                 | 0,067                           | 2,63                                 | 2,31                                 |
| Alternativa 3 | 45   | 0,121                      | 2105,85                             | 3,06                                 | 0,0737                          | 2,63                                 | 2,31                                 |
| Alternativa 4 | 40   | 0,107                      | 2105,85                             | 3,06                                 | 0,0804                          | 2,63                                 | 2,31                                 |
| Alternativa 5 | 35   | 0,094                      | 2105,85                             | 3,06                                 | 0,0871                          | 2,63                                 | 2,31                                 |
| Alternativa 6 | 33   | 0,0884                     | 2105,85                             | 3,06                                 | 0,0898                          | 2,63                                 | 2,31                                 |
| Alternativa 7 | 30   | 0,0804                     | 2105,85                             | 3,06                                 | 0,0938                          | 2,63                                 | 2,31                                 |

#### 4.4.2.3 – Análise numérica do modelo com cinco AMS e sob a ação de um carregamento harmônico

Nesta seção, procurou-se determinar o efeito de cinco amortecedores de massa instalados na viga engastada e apoiada, submetida a um carregamento harmônico aplicado no nó 59 da estrutura.

Os parâmetros ótimos dos cinco amortecedores, obtidos pelas expressões determinadas por Jangid, estão resumidos na Tabela 4.18.

Tabela 4.18 – Parâmetros de Jangid encontrados para cinco AMS

|              | <b>Rigidez (<math>k_i</math>)</b><br>(N/m) | <b>Frequência do AMS</b><br>( $f_i$ ) (Rad/s) | <b>Massa (<math>m_i</math>)</b><br>(Kg) | <b>Amortecimento</b><br>( $c_i$ ) (N*s/m) |
|--------------|--|---|---|---|
| <b>AMS 1</b> | 1282,36                                    | 127,07  | 0,079                                   | 1,49                                      |
| <b>AMS 2</b> | 1282,36                                    | 140,87  | 0,065                                   | 1,34                                      |
| <b>AMS 3</b> | 1282,36                                    | 154,68  | 0,054                                   | 1,22                                      |
| <b>AMS 4</b> | 1282,36                                    | 168,48  | 0,045                                   | 1,12                                      |
| <b>AMS 5</b> | 1282,36                                    | 182,28  | 0,039                                   | 1,04                                      |

Inicialmente foram realizadas várias tentativas de localização dos cinco AMS na viga, com o objetivo de determinar a posição ótima, na qual se maximizará a redução da resposta dinâmica da estrutura. De todas as configurações estudadas, a apresentada na Figura 4.65 resultou ser a de melhor desempenho para reduzir os deslocamentos provocados pela excitação harmônica atuante. Basicamente, o que sugere o estudo de localização dos mecanismos de controle é que a instalação dos amortecedores deve ser feita próxima ao nó de maior deslocamento da estrutura, ou seja, para o caso da viga engastada e apoiada, estes dispositivos devem ser instalados o mais próximo possível do nó 59.



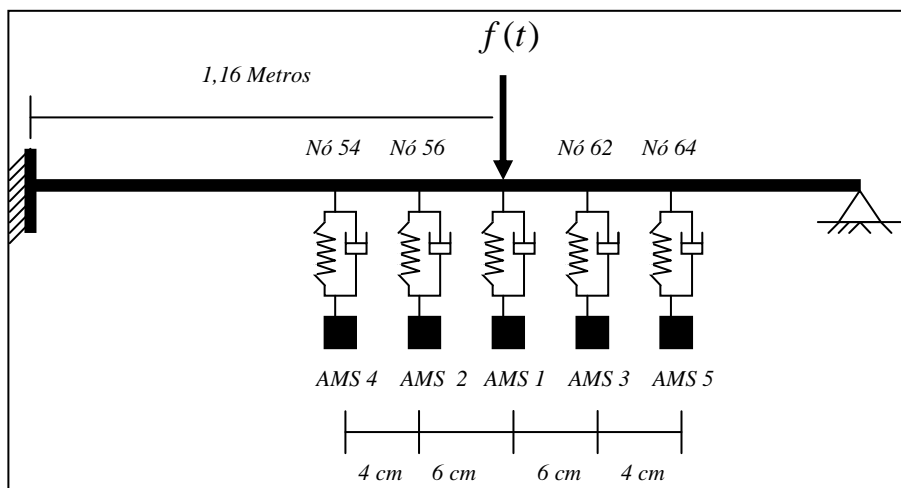


Figura 4.65 – Esquema da viga engastada e apoiada com cinco AMS instalados

A ordem encontrada para os amortecedores é também apresentada na Figura 4.65. O AMS 1 deve ser instalado no nó de maior deslocamento da viga, já os AMS 2, 3, 4 e 5 deverão ser localizados nos nós 56, 62, 54 e 64 respectivamente. O motivo desta ordem dos amortecedores obedece à procura de um equilíbrio das massas dos mecanismos de controle.

Os deslocamentos máximos obtidos para cada nó da viga e a evolução do deslocamento do nó 59 são apresentados nas Figuras 4.66 e 4.67 respectivamente.

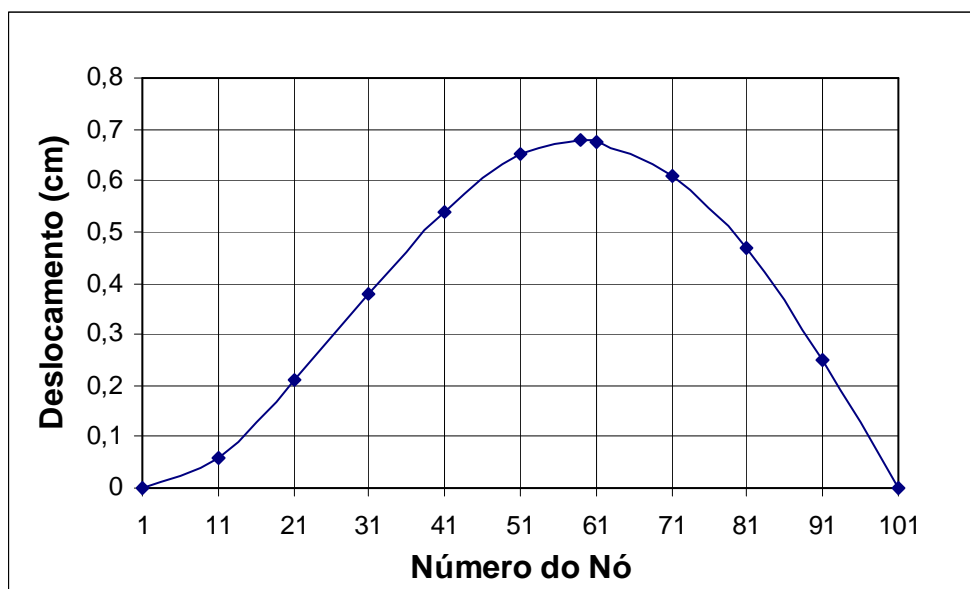


Figura 4.66 – Deslocamento máximo dos nós da viga engastada e apoiada com cinco AMS sob o efeito de um carregamento harmônico

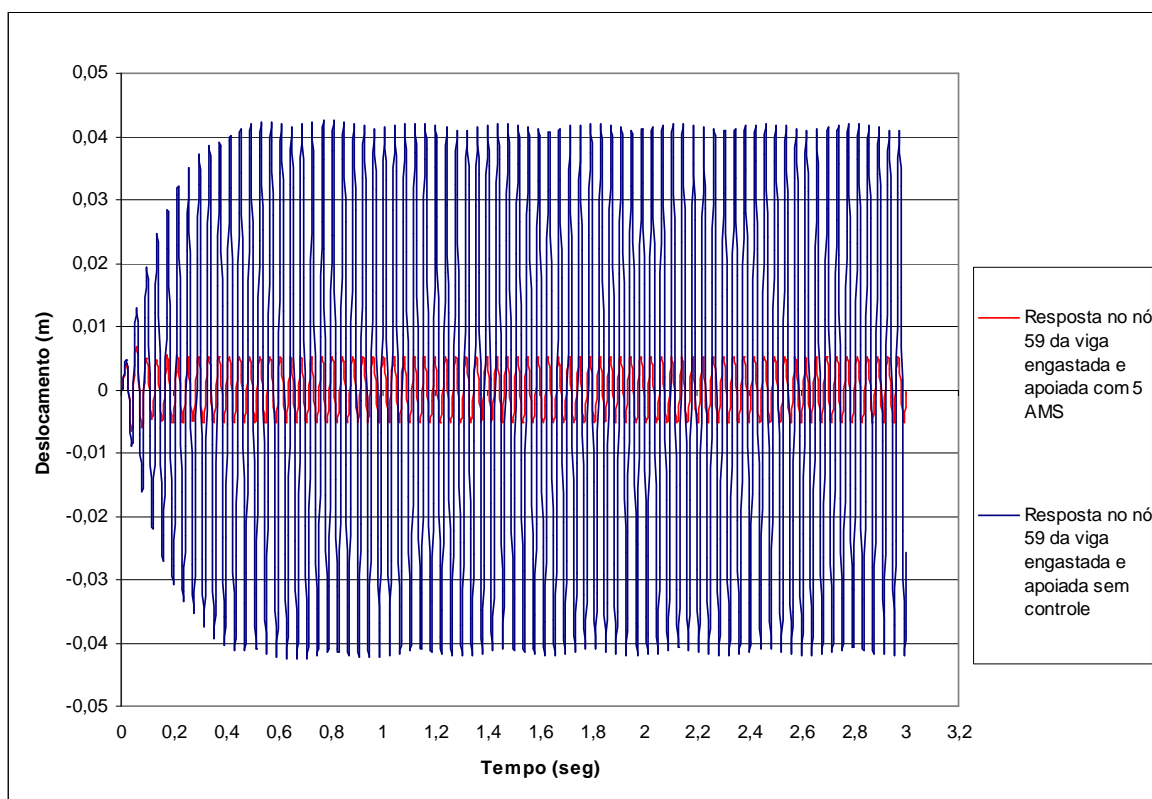


Figura 4.67 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada sob o efeito de um carregamento harmônico e a ação de cinco AMS

O maior deslocamento obtido na viga engastada e apoiada com cinco amortecedores instalados e excitada pelo carregamento harmônico foi de 0,678 cm, valor que corresponde a uma redução de 84,08% do valor atingido pela viga sem controle. Comparando a amplitude do deslocamento com o valor determinado na alternativa cinco do estudo paramétrico realizado no sistema com três AMS, pode-se observar uma pequena diminuição a favor do sistema equipado com cinco AMS da ordem de 0,3%, não obstante, a resposta *RMS* da estrutura com cinco AMS é de aproximadamente 0,371 cm, que comparada com os 0,282 cm obtidos na alternativa cinco do estudo paramétrico, realizado para a viga com três AMS, representa 31.56% a mais no valor da resposta.

Finalizando a análise do modelo com cinco AMS, comparou-se a resposta dinâmica em função da frequência, do nó 59 da viga engastada e apoiada com o sistema sem controle. A Figura 4.68, apresenta os resultados obtidos num intervalo de frequência compreendido entre 0 e 100 hertz. Pode-se observar a diferença entre as respostas, especialmente na frequência fundamental da estrutura, e o peculiar comportamento dos valores do sistema

controlado, que diminui o pico máximo de deslocamento da viga em dois picos menores em torno da frequência fundamental do sistema.

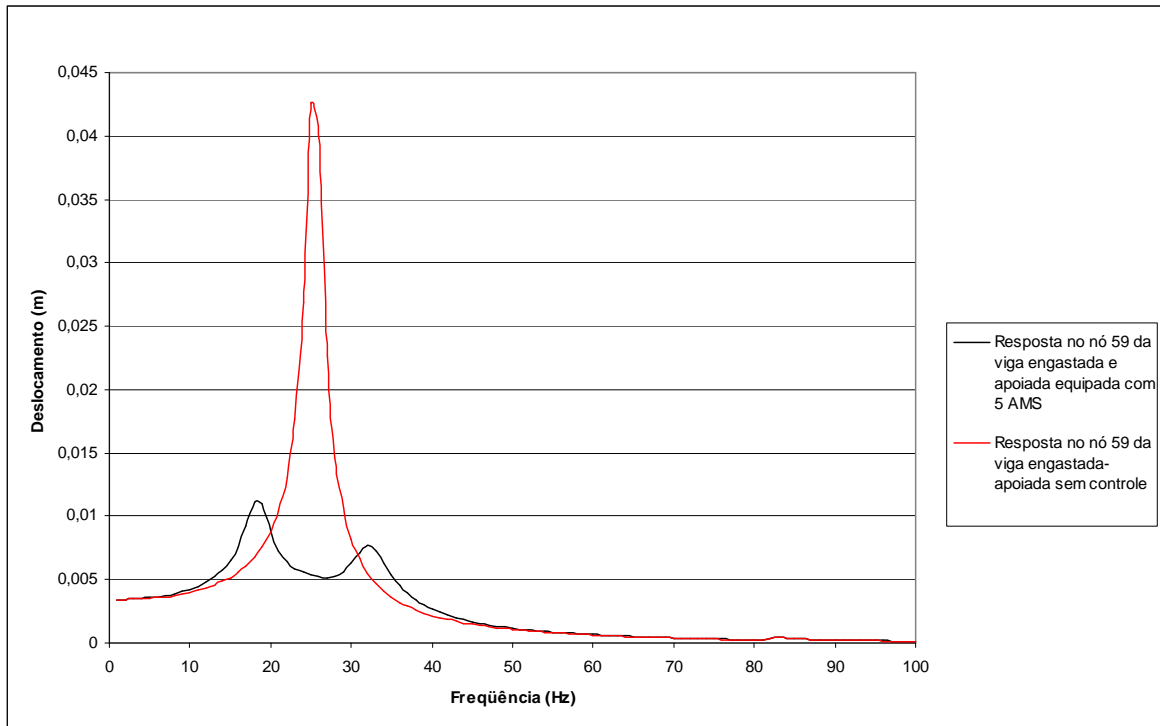


Figura 4.68 – Resposta dinâmica em função da frequência do nó 59 da viga engastada e apoiada sob o efeito de um carregamento harmônico

#### 4.4.2.4 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e sete AMS atuando na estrutura

Nesta seção, se estuda o efeito de sete AMS na viga engastada e apoiada submetida ao mesmo carregamento harmônico usado nas análises anteriores.

De forma análoga ao caso com cinco AMS, a posição escolhida para os setes AMS baseia-se num estudo preliminar, o qual encontrou que a melhor performance dos amortecedores seria obtida se o AMS 1 fosse instalado no nó 59 a 1,16 m do extremo esquerdo da viga, sendo que os AMS 2, 3, 4, 5, 6 e 7 deveriam ser instalados respectivamente nos nós 56, 62, 54, 64, 67 e 51 tal qual é mostrado na Figura 4.69.

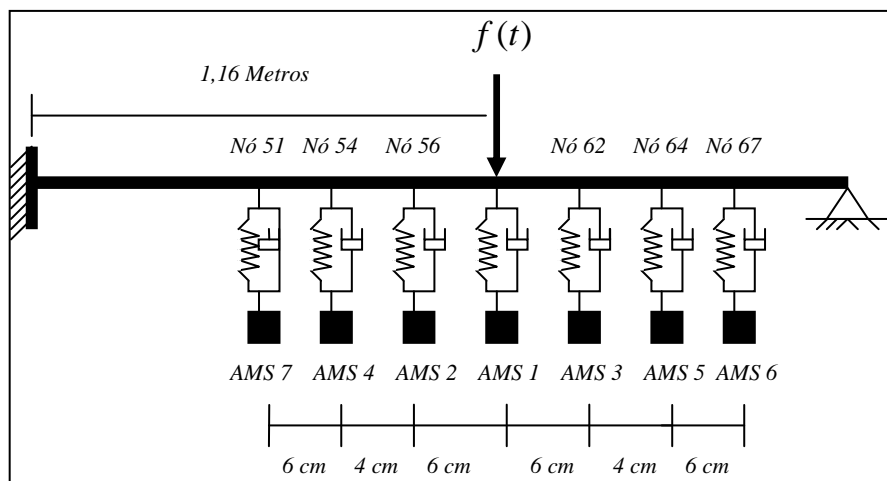


Figura 4.69 – Esquema da viga engastada e apoiada com sete AMS instalados

Os parâmetros ótimos dos sete amortecedores, obtidos pelas expressões determinadas por Jangid, estão resumidos na Tabela 4.19.

Tabela 4.19 – Parâmetros de Jangid encontrados para sete AMS

|              | <b>Rigidez (<math>k_i</math>)</b><br>(N/m) | <b>Frequência do AMS</b><br>( $f_i$ ) (Rad/s) | <b>Massa (<math>m_i</math>)</b><br>(Kg) | <b>Amortecimento</b><br>( $c_i$ ) (N*s/m) |
|--------------|--|---|---|---|
| <b>AMS 1</b> | 922  | 124,35  | 0,060                                   | 0,95                                      |
| <b>AMS 2</b> | 922  | 134,63  | 0,051                                   | 0,87                                      |
| <b>AMS 3</b> | 922  | 144,91  | 0,044                                   | 0,81                                      |
| <b>AMS 4</b> | 922  | 155,18  | 0,038                                   | 0,76                                      |
| <b>AMS 5</b> | 922  | 165,46  | 0,034                                   | 0,71                                      |
| <b>AMS 6</b> | 922  | 175,74  | 0,030                                   | 0,67                                      |
| <b>AMS 7</b> | 922  | 186,02  | 0,027                                   | 0,63                                      |

Determinando-se a resposta dinâmica máxima de cada nó da estrutura controlada, encontrou-se que o maior deslocamento da viga situa-se no nó 59 e tem um valor de aproximadamente 0,677 cm. Este valor é praticamente o mesmo encontrado para o sistema equipado com cinco AMS.

As Figuras 4.70 e 4.71 apresentam os valores da resposta dinâmica máxima de cada nó da estrutura e a resposta dinâmica como função do tempo do nó de maior deslocamento.

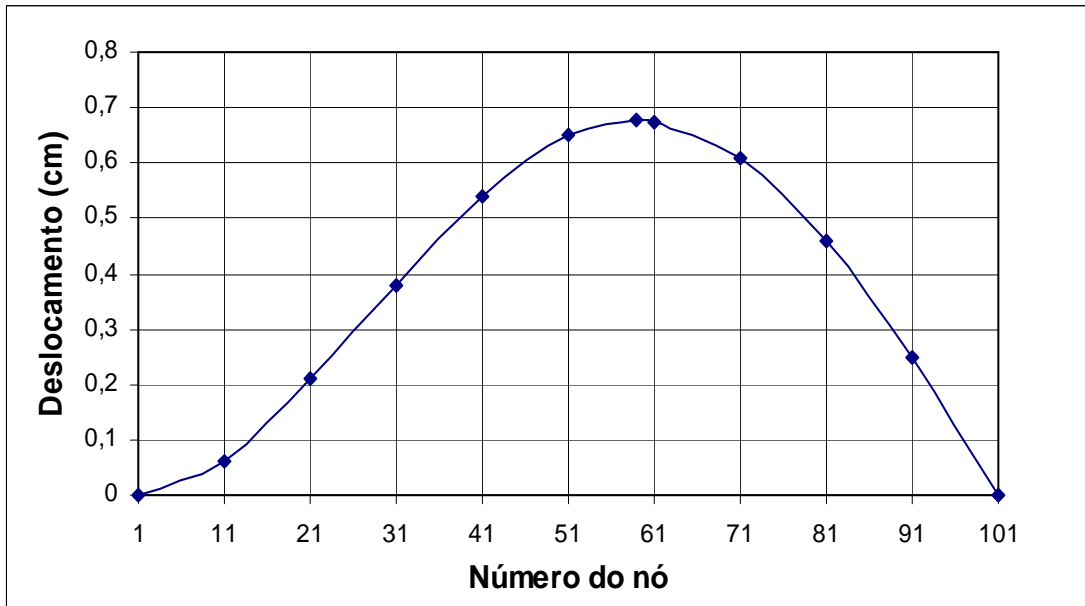


Figura 4.70 – Deslocamento máximo dos nós da viga engastada e apoiada com sete AMS sob o efeito de um carregamento harmônico

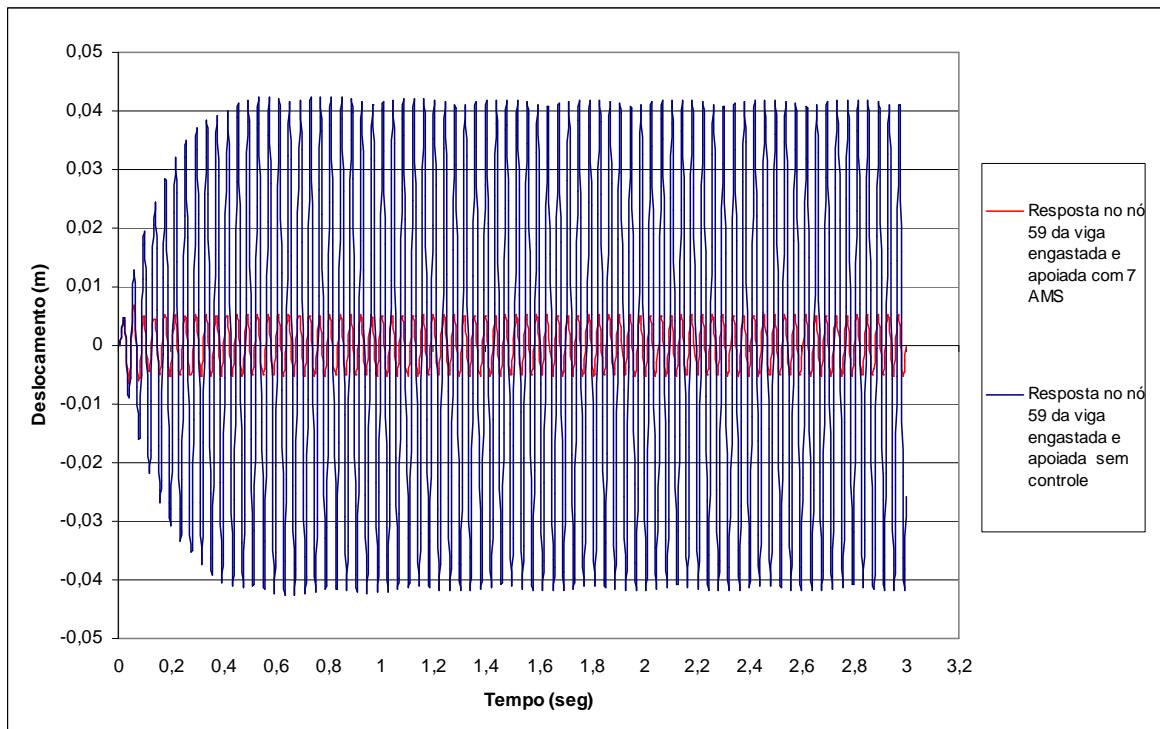


Figura 4.71 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada com sete AMS sob o efeito de um carregamento harmônico

A resposta *RMS* da estrutura equipada com sete amortecedores de massa é de aproximadamente 0,367 cm, valor menor que o obtido pelo sistema equipado com cinco AMS. Cabe comentar que o valor da resposta *RMS* da estrutura com sete AMS é maior que

o obtido com a alternativa cinco, analisada no estudo paramétrico da viga equipada com três AMS, isto significa que o sistema que apresenta melhor desempenho na tarefa de reduzir a resposta dinâmica da viga engastada e apoiada foi o sistema otimizado pelo estudo paramétrico com três amortecedores de massa.

Essa afirmação pode ser visualizada na Figura 4.72 que apresenta de forma comparativa as respostas dinâmicas, obtidas ao longo de três segundos, para o sistema com três AMS otimizados, com cinco AMS e com sete AMS.

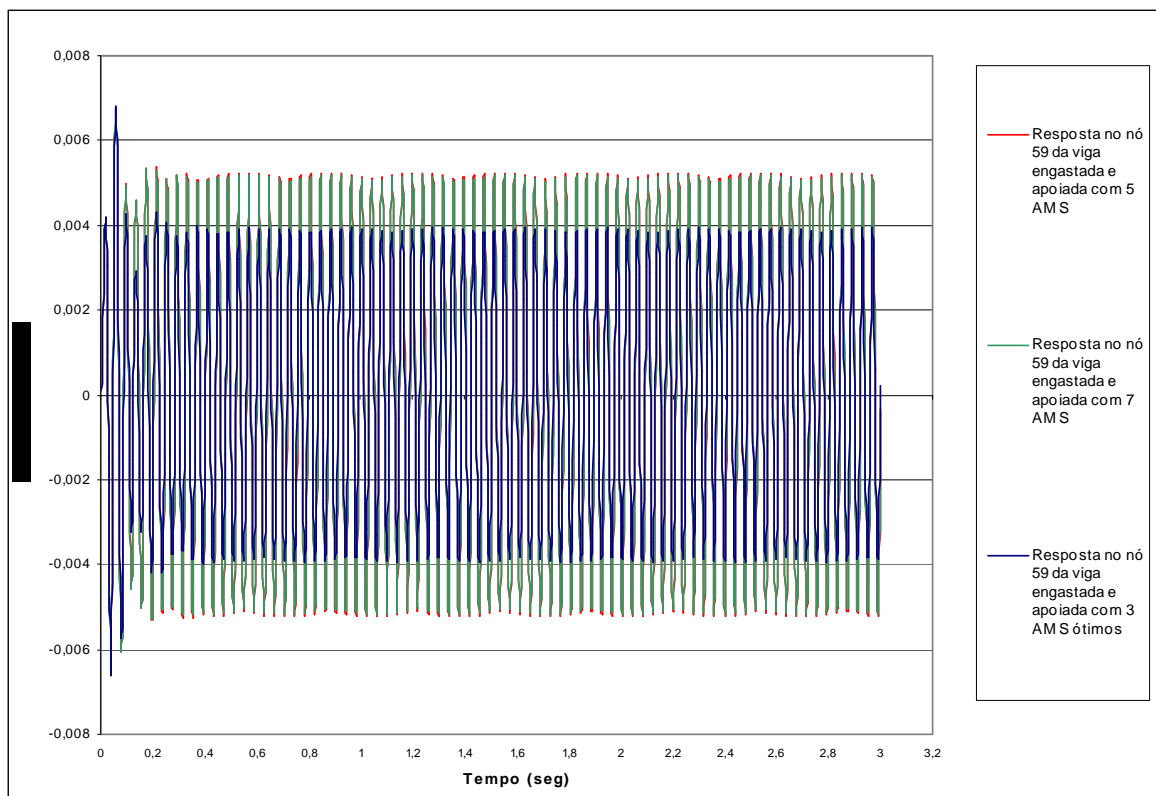


Figura 4.72 – Resposta dinâmica ao longo do tempo do nó 59 da viga engastada e apoiada submetida a um carregamento harmônico e equipada com três, cinco e sete AMS

Finalmente, a Figura 4.73 mostra a comparação da resposta dinâmica em função da frequência da viga engastada e apoiada com cinco e com sete AMS. Como pode ser visto, o comportamento das respostas é semelhante, aparecendo só algumas diferenças específicas nos picos de resposta. No primeiro pico se observa que a resposta do sistema equipado com cinco AMS é ligeiramente maior que a resposta obtida para o sistema equipado com sete AMS, enquanto o segundo pico de resposta apresenta um comportamento inverso.

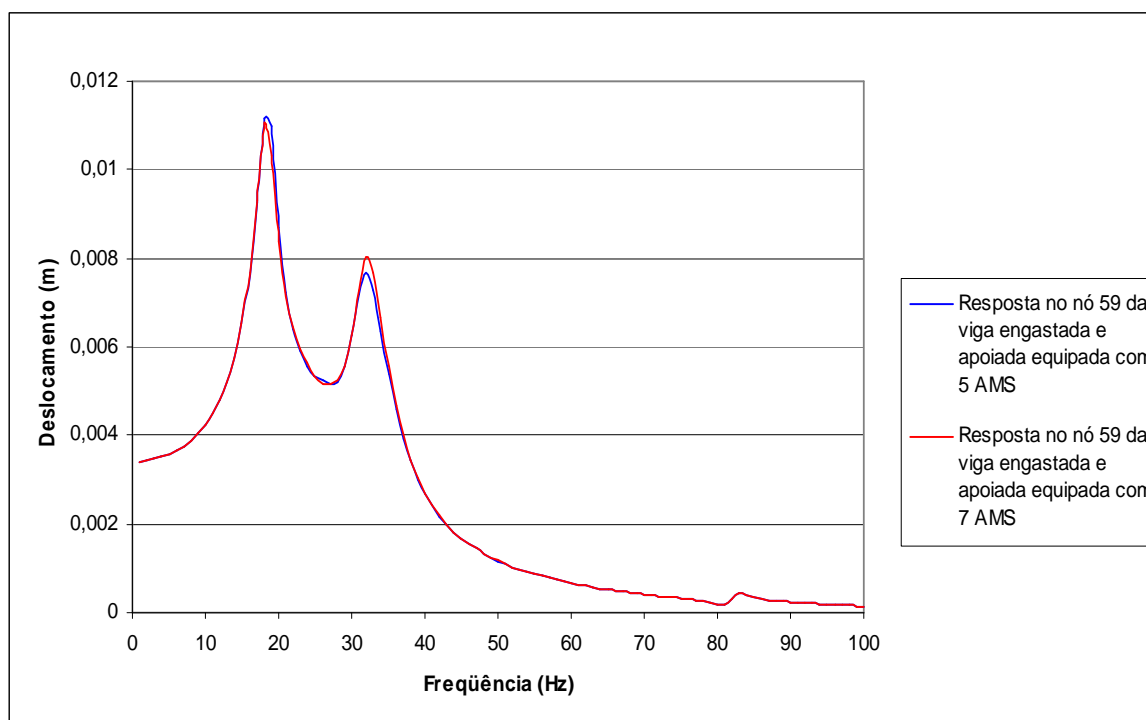


Figura 4.73 – Resposta dinâmica em função da frequência do nó 59 da viga engastada e apoiada com cinco e sete AMS submetida a um carregamento harmônico

#### 4.4.3 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento aleatório

Nesta seção só serão utilizados os modelos otimizados determinados na análise numérica da viga engastada e apoiada sob a ação do carregamento harmônico.

O carregamento aleatório utilizado nesta análise numérica é o mesmo usado na análise aleatória da viga biapoiada, ou seja, é a mesma excitação do tipo ruído branco com amplitude entre 100 e -100 N (Figura 4.36).

A Figura 4.74 apresenta a resposta dinâmica em função do tempo obtida para o nó 59 da viga engastada e apoiada sem controle, submetida à excitação aleatória mencionada. O valor máximo do deslocamento obtido para esta viga é de 1,17 cm, enquanto a resposta *RMS* é de aproximadamente 0,349 cm.

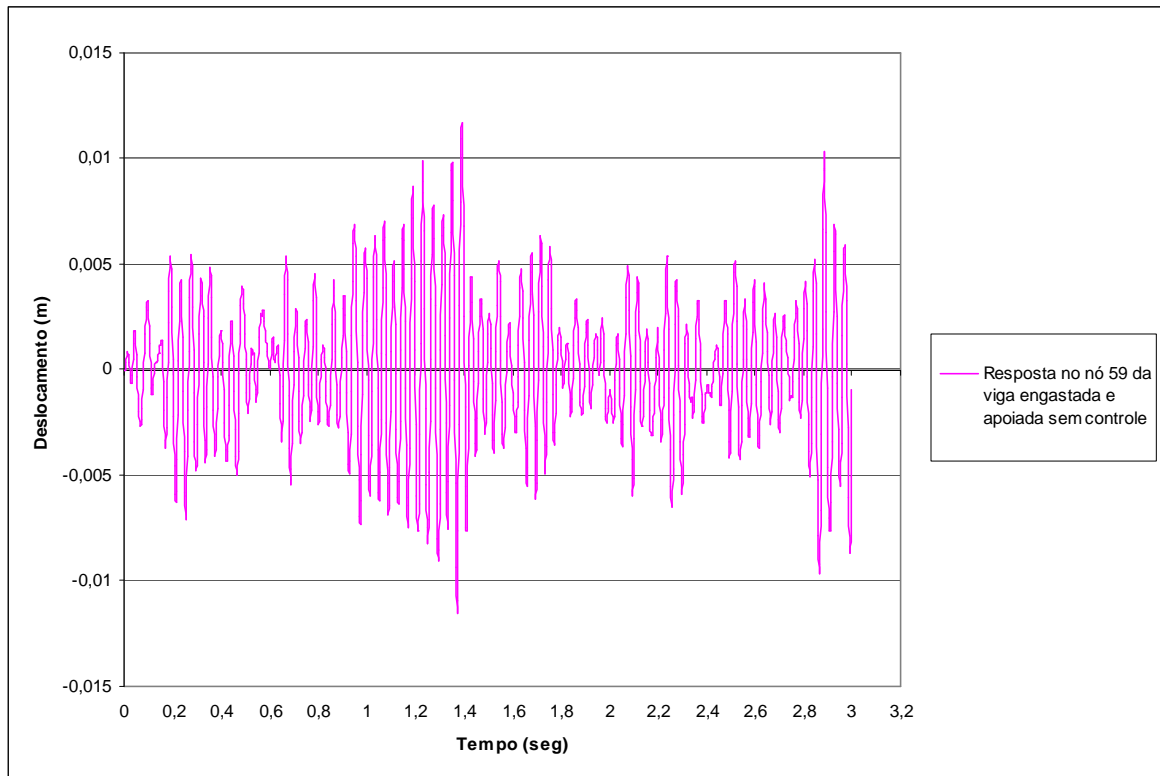


Figura 4.74 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada sem controle, submetida à ação de um carregamento aleatório

Para o sistema com um e três AMS os deslocamentos máximos obtidos no nó 59 são de 0,51 e 0,55 cm respectivamente, enquanto as respostas *RMS* para o mesmo nó são de 0,168 e 0,178 cm para estes sistemas.

Para os casos com cinco e sete AMS instalados na viga engastada e apoiada, foram obtidos deslocamentos máximos no nó 59 de 0,51 e 0,52 cm e valores de resposta *RMS* de 0,162 e 0,163 cm respectivamente.

Neste caso, o sistema com cinco AMS foi o de melhor desempenho, seguido pelo sistema com sete AMS. Outro dado interessante obtido desta análise foi o pior desempenho do sistema com três AMS modificados a partir do estudo paramétrico realizado e que tão bons resultados tinha dado com a excitação harmônica. No caso do carregamento aleatório, o sistema foi superado inclusive pelo desempenho do sistema equipado com somente um AMS.



As Figuras 4.75 e 4.76 apresentam as evoluções do deslocamento do nó 59 dos sistemas equipados com um, três, cinco e sete amortecedores de massa, excitados pelo carregamento aleatório estudado. Já a Tabela 4.20 apresenta um resumo com os deslocamentos máximos do nó 59 da viga, o valor *RMS* da evolução do deslocamento do mesmo nó e a porcentagem de redução da resposta para o caso da excitação aleatória.

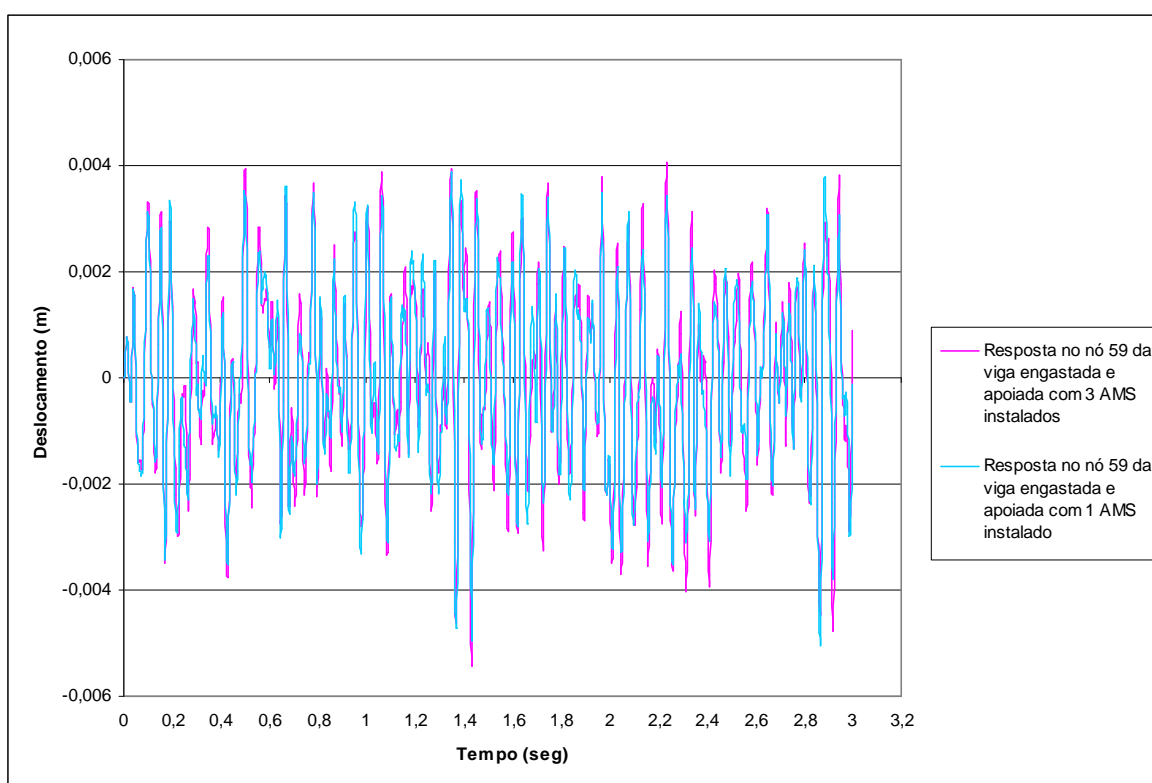


Figura 4.75 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada com um e três AMS, submetida à ação de um carregamento aleatório

Tabela 4.20 – Valores obtidos para a viga engastada e apoiada sujeita à carga aleatória

| Localização do AMS na viga | Valor máximo do deslocamento (cm) | Resposta <i>RMS</i> (cm) | Diminuição na resposta <i>RMS</i> (%) |
|----------------------------|-----------------------------------|--------------------------|---------------------------------------|
| Sem AMS                    | 1,17                              | 0,349                    | —                                     |
| Com 1 AMS                  | 0,51                              | 0,168                    | 51,86                                 |
| Com 3 AMS                  | 0,55                              | 0,178                    | 49,00                                 |
| Com 5 AMS                  | 0,51                              | 0,162                    | 53,58                                 |
| Com 7 AMS                  | 0,52                              | 0,163                    | 53,29                                 |

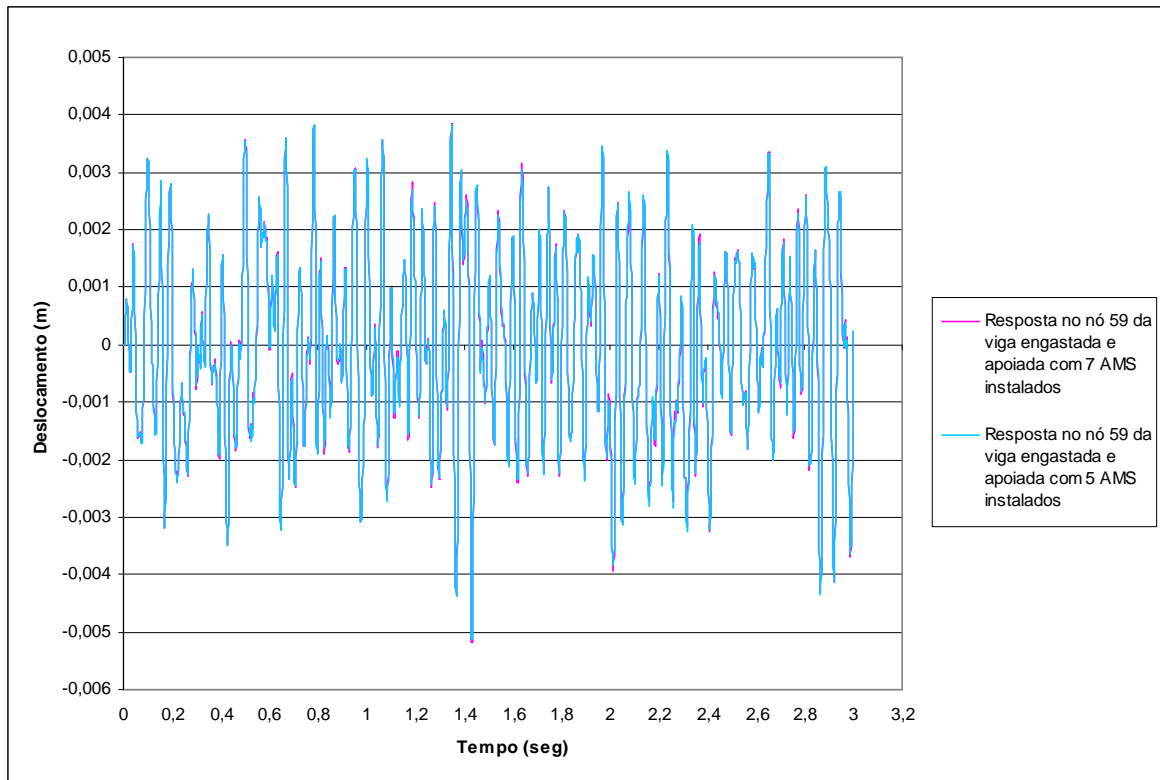


Figura 4.76 – Evolução do deslocamento do nó 59 da viga engastada e apoiada com cinco e sete AMS, submetida à ação de um carregamento aleatório

#### 4.5 – TERCEIRO MODELO NUMÉRICO

O terceiro modelo numérico estudado foi a viga biapoiada com dois balanços. A Figura 4.77 apresenta um esquema do modelo estudado.

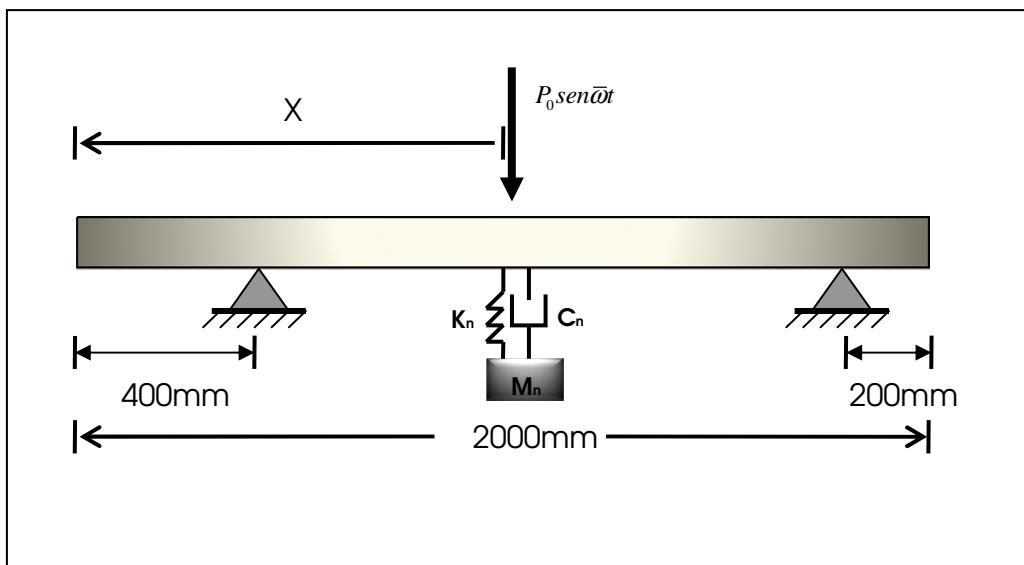


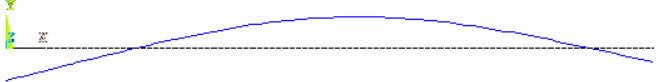

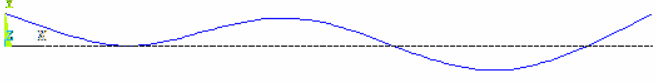
Figura 4.77 – Viga estudada no terceiro modelo



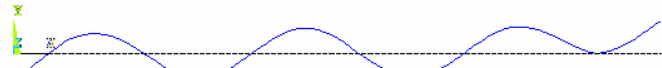
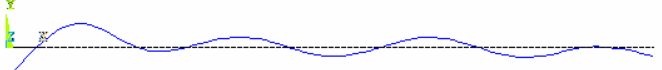
Da mesma maneira como foi feito no primeiro e segundo modelo numérico, a discretização e a modelagem dos elementos da estrutura e do dispositivo de controle da viga biapoiada com dois balanços foi realizada da mesma forma como apresentado no item 4.3.

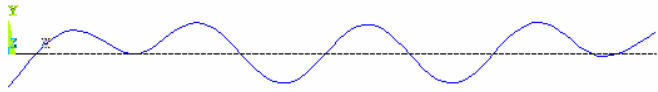
#### 4.5.1 – Análise modal

Na Tabela 4.21 são apresentados as oito primeiras frequências e modos de vibração naturais para o sistema não amortecido e em vibração livre.

Tabela 4.21 – Frequências e modos de vibração naturais para a viga biapoiada com dois balanços

| Modo de vibração | Frequência (Hz) | Forma do modo de vibração  |
|------------------|-----------------|--|
| 1                | 30,368          |  |
| 2                | 84,12           |  |
| 3                | 155,87          |  |

| Modo de vibração | Frequência (Hz) | Forma do modo de vibração  |
|------------------|-----------------|--|
| 4                | 279,97          |    |
| 5                | 412,42          |   |
| 6                | 602,01          |  |
| 7                | 761,82          |  |

| Modo de vibração | Frequência (Hz) | Vista do modo de vibração  |
|------------------|-----------------|--|
| 8                | 955,18          |  |

#### 4.5.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico

Da mesma forma como foi feito nos dois modelos anteriores, o carregamento harmônico atuante na viga biapoiada com dois balanços será do tipo  $f(t) = P_0 \cdot \text{sen} \bar{\omega} t$ , onde  $P_0$  tem o valor de 100 N e  $\bar{\omega}$  tem o valor da primeira frequência da viga, que é 190,81 rad/seg.

Aplicando o carregamento harmônico  $f(t) = 100 \cdot \text{sen} 190,81t$  ao nó central da viga obtiveram-se os deslocamentos máximos listados na Tabela 4.22. Estes resultados são apresentados de maneira gráfica na Figura 4.78.

Tabela 4.22 – Deslocamentos máximos experimentados pela viga sob o efeito da excitação harmônica  $f(t) = 100 \cdot \text{sen} 190,81t$

| Nó  | Deslocamento (cm) |
|-----|-------------------|
| 1   | 3,15              |
| 11  | 1,55              |
| 21  | 0                 |
| 31  | -1,38             |
| 41  | -2,42             |
| 51  | -2,95             |
| 56  | -3,01             |
| 61  | -2,92             |
| 71  | -2,33             |
| 81  | -1,29             |
| 91  | 0                 |
| 101 | 1,34              |

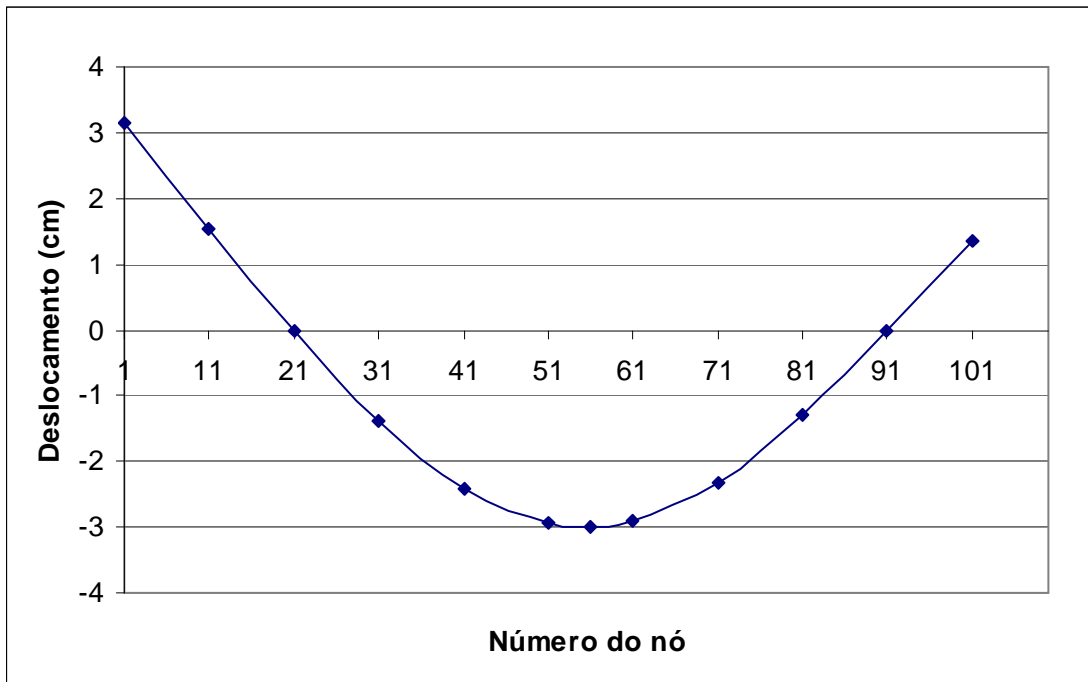


Figura 4.78 – Deslocamentos máximos obtidos sob o efeito do carregamento harmônico aplicado no nó central da viga

Segundo os dados obtidos da análise transiente feita na viga, o nó que apresentou o maior deslocamento foi o nó número 1 localizado no extremo esquerdo da viga. Com base na Figura 4.78 é possível observar que a viga apresentou deslocamentos importantes, dois deles são correspondentes aos balanços enquanto que o terceiro corresponde ao nó 55, localizado entre os apoios.

Com o propósito de encontrar o local mais desfavorável para carregar a estrutura, se aplicou a excitação harmônica em distintas posições do sistema. A Figura 4.79 apresenta os deslocamentos máximos atingidos pelos nós da viga em função dos locais onde foi aplicada a carga.

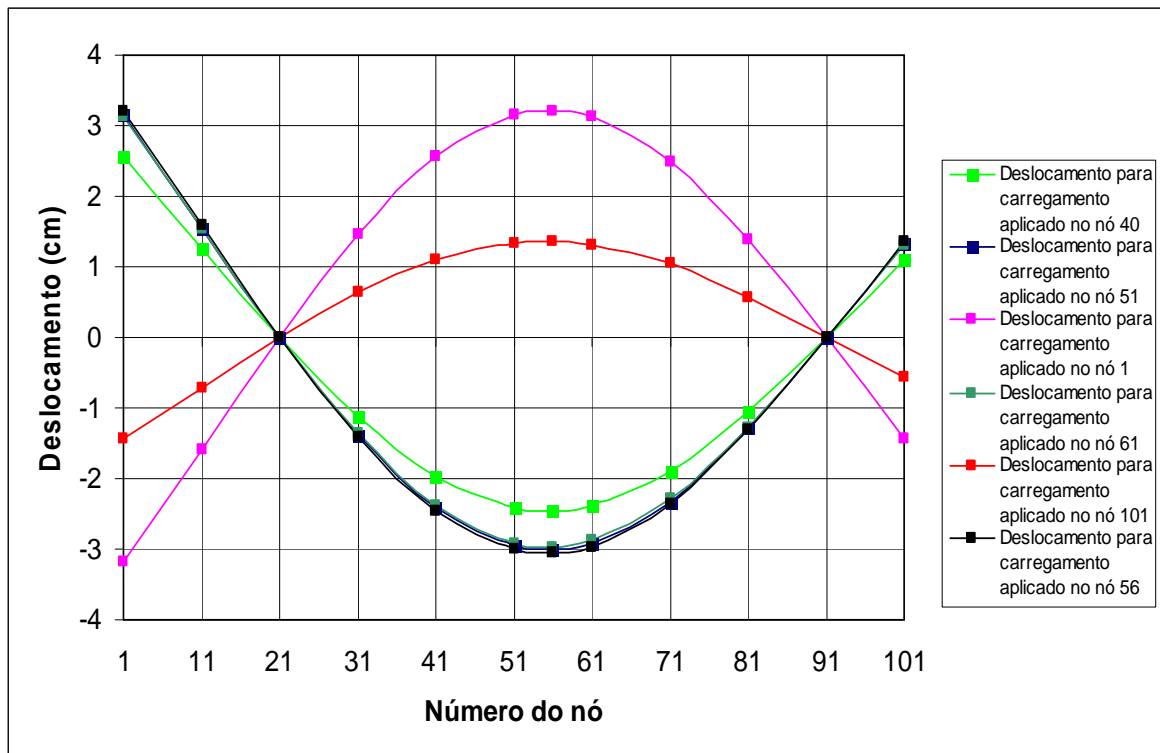


Figura 4.79 – Deslocamentos máximos dos nós da viga sob o efeito do carregamento harmônico atuante em distintas posições da estrutura

Segundo a aplicação da carga, o deslocamento máximo da viga variará de posição, sendo este alternado entre o nó localizado no extremo esquerdo do sistema (nó 1) e o nó 56 (a 1,1 m do extremo esquerdo da estrutura) da viga.

Deste modo, a partir deste ponto em todas as análises restantes feitas na viga o carregamento será aplicado no nó 1. É importante destacar, que para esta viga, se buscará diminuir a resposta dinâmica dos dois grandes picos encontrados na estrutura, que são referentes aos nós 1 e 56.

Na Figura 4.80 é apresentada a evolução do deslocamento do nó 56 da viga ao longo de um registro de três segundos.

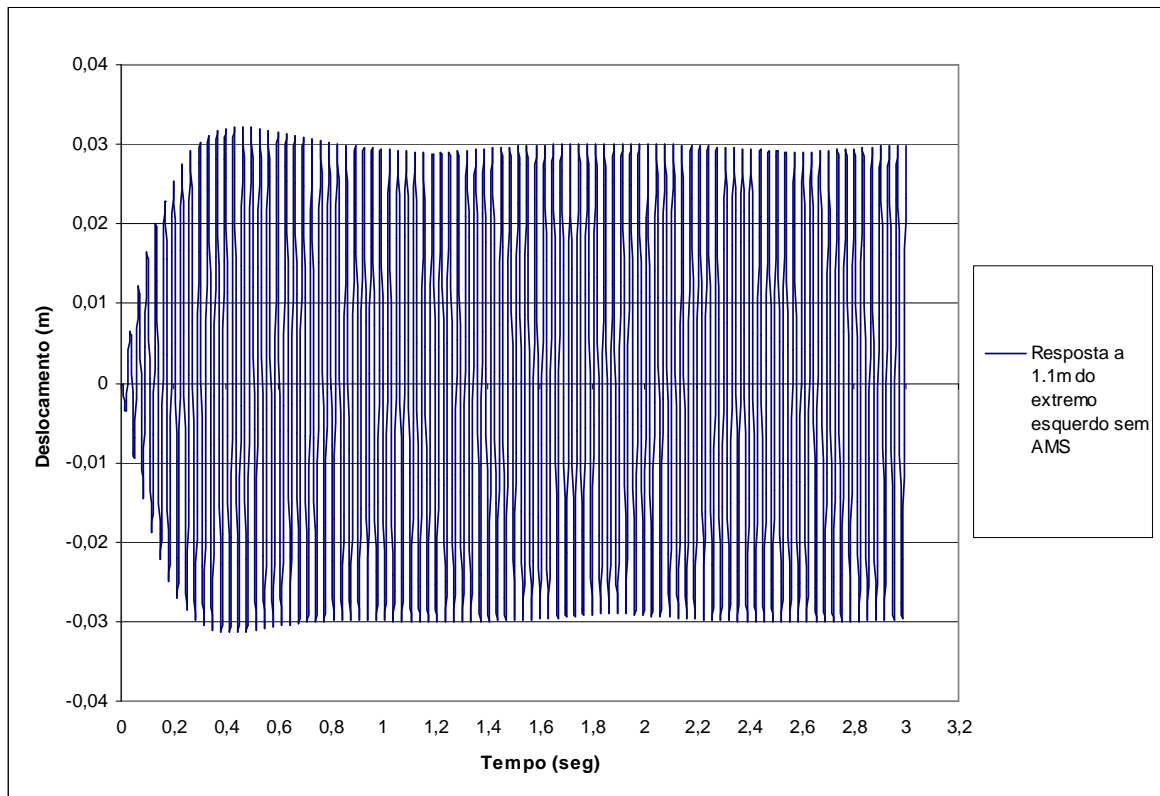


Figura 4.80 – Evolução do deslocamento do nó 56 da viga biapoada com dois balanços sob o efeito do carregamento harmônico atuante

#### 4.5.2.1 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e um AMS atuando na estrutura

Para a análise numérica do sistema com um AMS, submetido a uma excitação harmônica definida como  $f(t) = 100 \cdot \text{sen}190,81t$  e uma relação de massas  $\mu$  igual a 0,1, se obteve pelo critério de Den Hartog que o valor da razão entre frequências ótimas ( $\alpha_{otimo}$ ) é de 0,91, a razão de amortecimento ótima ( $\xi$ ) é de 0,168, a massa do AMS é de 0,268 kg, a frequência do AMS ( $\omega_n$ ) é de 173,46 rad/s, a rigidez da mola do AMS ( $k_n$ ) é de 8063,8 N/m e o amortecimento do AMS ( $c_n$ ) apresenta um valor de 15,61 Ns/m.

Fizeram-se várias tentativas de localização do AMS com a finalidade de encontrar a posição para a qual o mecanismo apresentasse o melhor desempenho. A Figura 4.81 mostra a evolução do deslocamento do nó 56 localizado a 1,1 m do extremo esquerdo da estrutura, para as principais alternativas de instalação do amortecedor. Como complemento dessa figura, é apresentada, em forma de resumo, a Tabela 4.23 com os deslocamentos



máximos obtidos e as respostas *RMS* do nó considerado, assim como a redução em termos de porcentagem desses valores em relação ao valor obtido da estrutura sem controle.

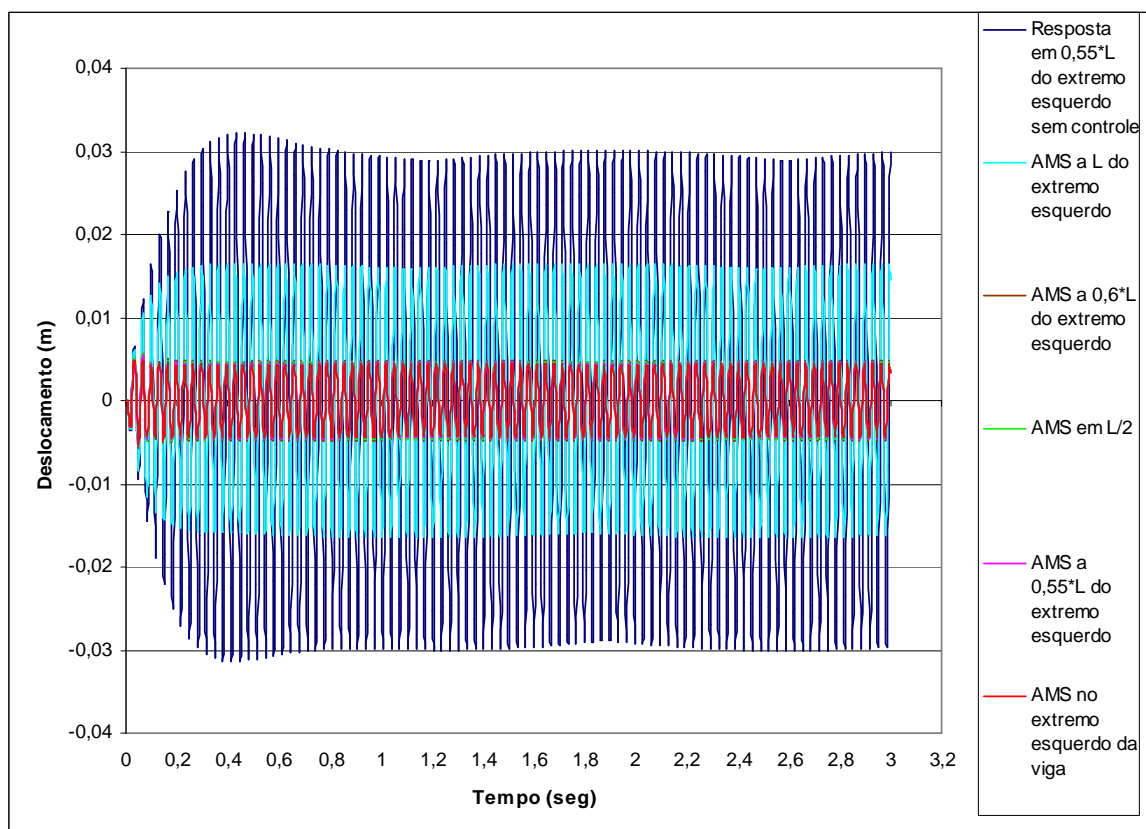


Figura 4.81 – Evolução do deslocamento do nó 56 da viga biapoiada com dois balanços e com um AMS instalado em distintos pontos da estrutura

Tabela 4.23 – Diminuição da resposta dinâmica no nó 56 da viga biapoiada com dois balanços e com um AMS instalado em distintos locais

| Localização do AMS na viga | Deslocamento máximo atingido (cm) | Diminuição do deslocamento (%) | Resposta <i>RMS</i> (cm) | Diminuição do valor <i>RMS</i> (%) |
|----------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| Sem AMS                    | 3,21                              | —                              | 2,09                     | —                                  |
| AMS em L                   | 1,65                              | 48,60                          | 1,15                     | 44,98                              |
| AMS em 0,6*L               | 0,56                              | 82,55                          | 0,35                     | 83,25                              |
| AMS em L/2                 | 0,56                              | 82,55                          | 0,33                     | 84,21                              |
| AMS em 0,55*L              | 0,54                              | 83,18                          | 0,32                     | 84,69                              |
| AMS no nó 1                | 0,53                              | 83,49                          | 0,31                     | 85,17                              |

Das múltiplas alternativas analisadas, pode-se observar, que a opção que conseguiu reduzir de maneira mais eficiente o deslocamento no nó 56 da estrutura, foi aquela em que se optou por instalar o AMS no nó número 1, ou seja, no extremo esquerdo da viga, tal qual se mostra no esquema apresentado na Figura 4.82.

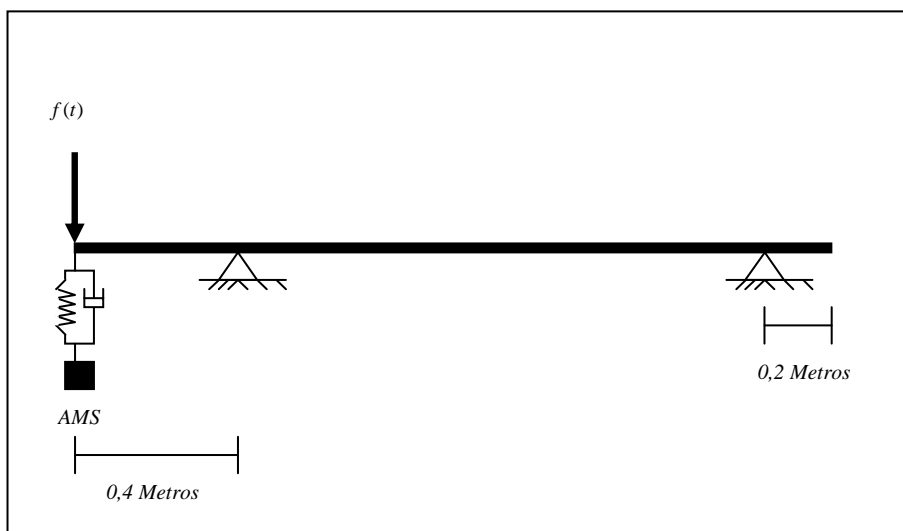


Figura 4.82 – Esquema da viga biapoiada com dois balanços e um AMS instalado no extremo esquerdo

No caso da viga biapoiada com dois balanços equipada com um AMS, a redução máxima da amplitude foi obtida instalando o AMS no balanço de maior vão, que era o segundo deslocamento máximo em magnitude encontrado no sistema. Este fato chama a atenção para a importância de controlar a resposta instalando os dispositivos nos pontos correspondentes aos picos de deslocamento.

#### 4.5.2.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e três AMS atuando na estrutura

As propriedades determinadas pelo critério de Jangid para três AMS atuando na viga com uma razão de massa  $\mu$  igual a 0,1 são apresentadas na Tabela 4.24.

Tabela 4.24 – Parâmetros encontrados para três AMS pelo critério de Jangid

|              | <b>Rigidez (<math>k_i</math>)</b><br>(N/m) | <b>Frequência do AMS</b><br>( $f_i$ ) (Rad/s) | <b>Massa (<math>m_i</math>)</b><br>(Kg) | <b>Amortecimento</b><br>( $c_i$ ) (Ns/m) |
|--------------|--|---|---|--|
| <b>AMS 1</b> | 3010,4                                     | 158,02  | 0,121                                   | 3,65                                     |
| <b>AMS 2</b> | 3010,4                                     | 183,57  | 0,089                                   | 3,14                                     |
| <b>AMS 3</b> | 3010,4                                     | 209,12  | 0,069                                   | 2,76                                     |

Procedendo da mesma forma que no caso do sistema equipado com um AMS, fizeram-se várias tentativas de localização dos AMSM. A Tabela 4.25 condensa a informação de algumas alternativas estudadas para a instalação dos amortecedores e as respostas máximas obtidas.

Tabela 4.25 – Localização dos AMSM e valores das respostas obtidas

|               | <b>Localização do AMS 1</b> | <b>Localização do AMS 2</b> | <b>Localização do AMS 3</b> | <b>Resposta máxima alcançada (cm)</b> | <b>Nó onde a resposta máxima foi obtida</b> |
|---------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|---|
| Alternativa 1 | Extremo esquerdo (nó 1)     | 0,55*L (nó 56)              | Extremo direito (nó 101)    | 0,580                                 | 1   |
| Alternativa 2 | Extremo esquerdo (nó 1)     | 0,55*L (nó 56)              | 0,03*L (nó 4)               | 0,536                                 | 1   |
| Alternativa 3 | Extremo esquerdo (nó 1)     | 0,03*L (nó 4)               | 0,05*L (nó 6)               | 0,556                                 | 1   |
| Alternativa 4 | 0,55*L (nó 56)              | 0,53*L (nó 54)              | 0,57*L (nó 58)              | 0,606                                 | 1   |
| Alternativa 5 | Extremo esquerdo (nó 1)     | L/2 (nó 51)                 | 0,03*L (nó 4)               | 0,541                                 | 1   |
| Alternativa 6 | Extremo esquerdo (nó 1)     | 0,03*L (nó 4)               | 0,55*L (nó 56)              | 0,526                                 | 1   |
| Alternativa 7 | 0,55*L (nó 56)              | Extremo esquerdo (nó 1)     | 0,03*L (nó 4)               | 0,581                                 | 1   |

Para a viga biapoiada com dois balanços, submetida à excitação harmônica no extremo esquerdo e sem dispositivos de controle, foi possível observar que a resposta dinâmica máxima se encontrava no nó 56. Para os casos estudados na análise numérica do modelo com três AMS a resposta dinâmica máxima passou a ser obtida no nó localizado no extremo esquerdo da estrutura (nó 1). Assim, cabe observar que as respostas dinâmicas foram reduzidas, sendo a redução maior no nó 56 que no nó 1 da viga.

Das várias alternativas estudadas, duas delas chamam a atenção, são elas a Alternativa 2 e a 6. A Alternativa 2, apresenta uma redução menor na resposta do balanço localizado no extremo esquerdo da estrutura que a Alternativa 6, no entanto, a Alternativa 2 conseguiu uma redução maior da resposta na região que se encontra entre os apoios da estrutura e no balanço localizado no extremo direito da viga. Para determinar qual das duas alternativas é a mais indicada, optou-se por determinar a resposta *RMS* do nó 1 para cada alternativa. O valor determinado para a Alternativa 2 foi de 0,359 cm, enquanto o valor obtido para a Alternativa 6 foi de 0,362 cm. Assim, decidiu-se que a posição ótima dos três AMS para a viga biapoiada com dois balanços analisada é a estudada na Alternativa 2.

A Figura 4.83 mostra as respostas máximas obtidas para cada nó da estrutura, com três AMS distribuídos segundo as especificações dadas pela Alternativa 2 e 6. Já a Figura 4.84 apresenta o esquema da viga biapoiada com dois balanços e a distribuição ótima dos três AMS selecionada na Alternativa 2.

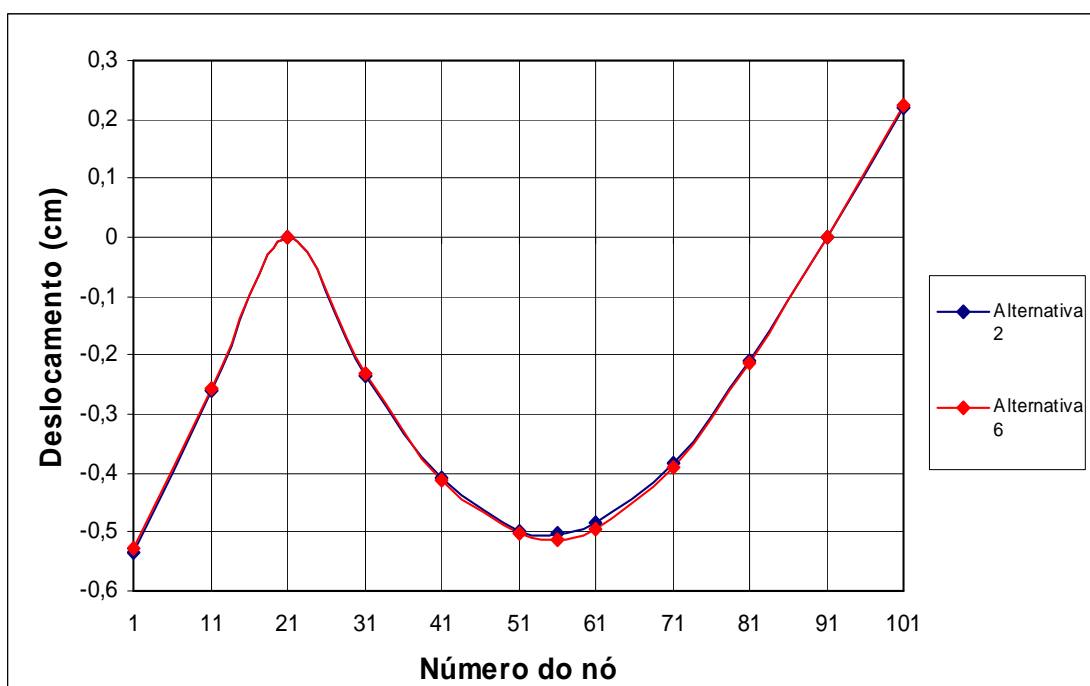


Figura 4.83 – Respostas máximas obtidas para cada nó da viga biapoiada com dois balanços e três AMS atuando na estrutura segundo as especificações dadas nas Alternativas 2 e 6

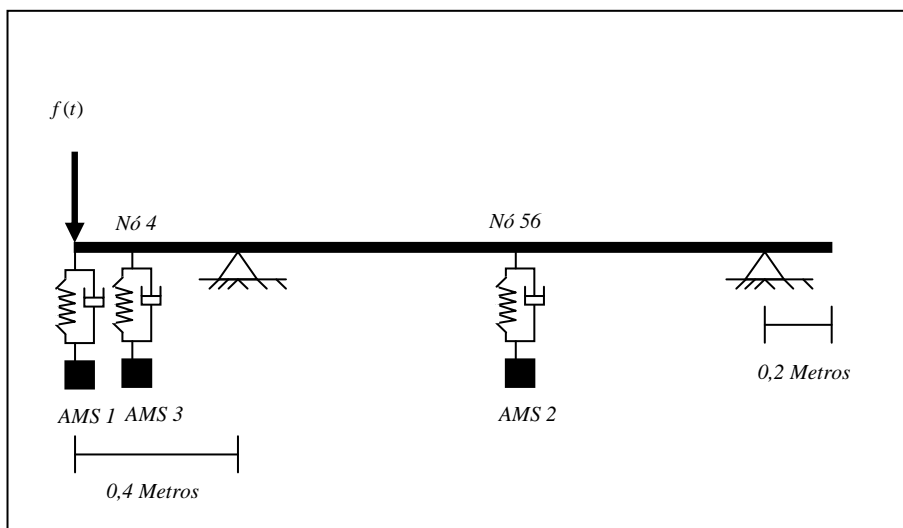


Figura 4.84 – Esquema da viga biapoiada com dois balanços e três AMS instalados

Para a viga biapoiada com dois balanços e três AMS distribuídos segundo a Alternativa 2, o deslocamento máximo do nó 1 da estrutura é de 0,536 cm, que comparado com o deslocamento da viga sem controle equivale a 83,2% de redução. No caso do nó 56, a redução do deslocamento máximo é de aproximadamente 84,3%, já que o deslocamento máximo da viga equipada com três AMS dispostos segundo as especificações da Alternativa 2 é de 0,504 cm.

Com a posição dos amortecedores estabelecida e buscando ainda um maior desempenho dos três AMS, optou-se por desenvolver o mesmo estudo paramétrico realizado nos modelos numéricos estudados anteriormente. Assim, se manterão constantes os valores da razão de massa  $\mu$ , da rigidez  $k_n$  e do amortecimento  $c_n$  de cada um dos amortecedores, só variando as massas dos dispositivos de controle de acordo com uma porcentagem.

Os valores obtidos no estudo paramétrico são apresentados nas Figuras 4.85 a 4.98, enquanto as Tabelas 4.26 e 4.27 apresentam um resumo da informação das distintas alternativas analisadas. Da mesma forma que nos modelos numéricos anteriores, foram estudadas sete alternativas, sendo as porcentagens utilizadas para a determinação das massas do AMS 1 de 60, 50, 45, 40, 35, 33 e 30% respectivamente.

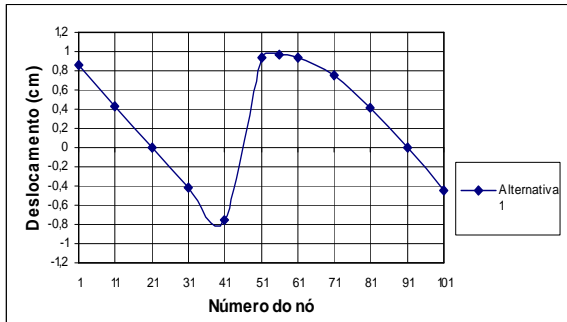


Figura 4.85 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 1

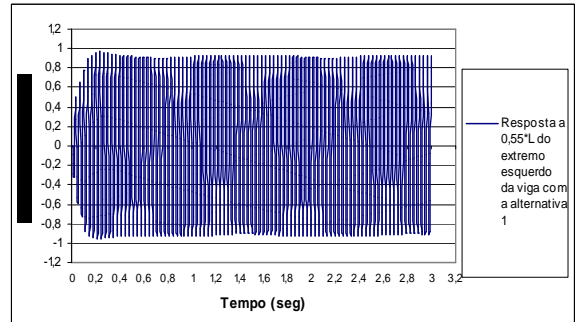


Figura 4.86 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 1

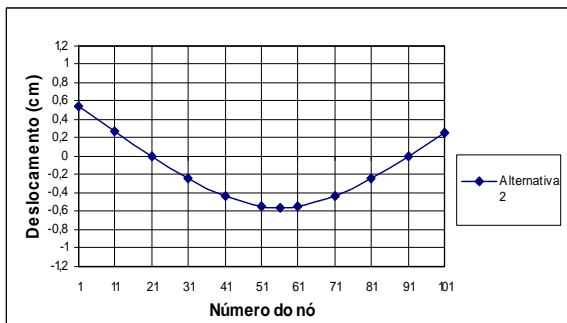


Figura 4.87 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 2

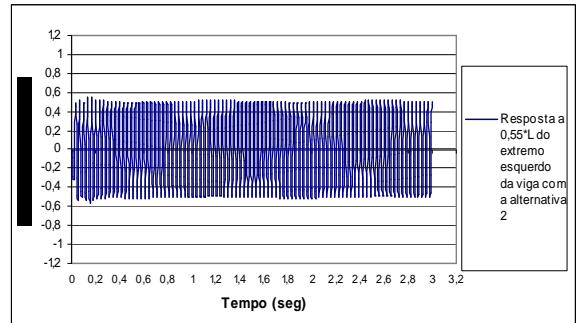


Figura 4.88 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 2

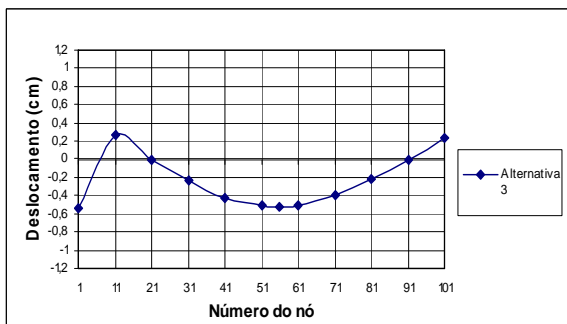


Figura 4.89 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 3

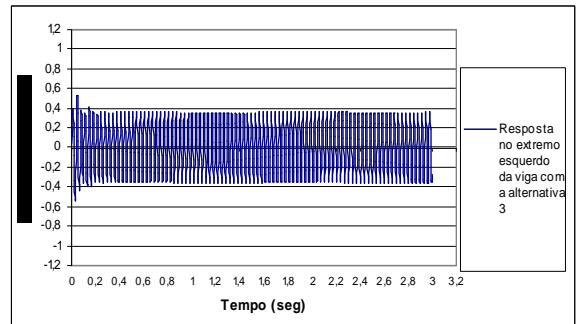


Figura 4.90 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 3

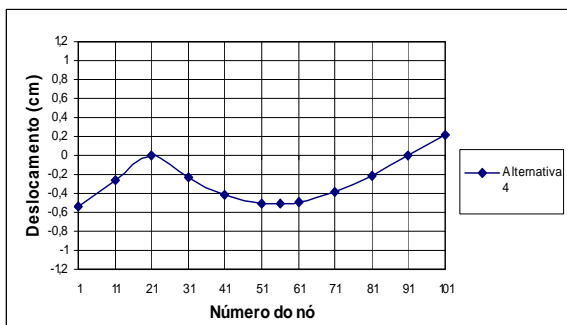


Figura 4.91 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 4

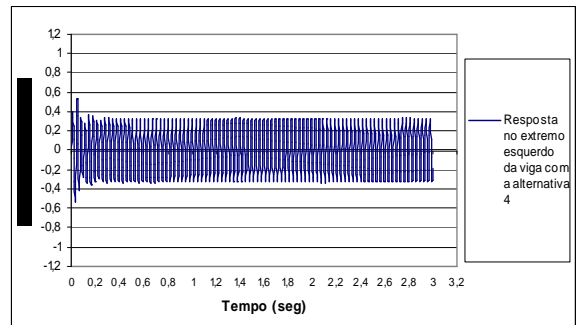


Figura 4.92 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 4

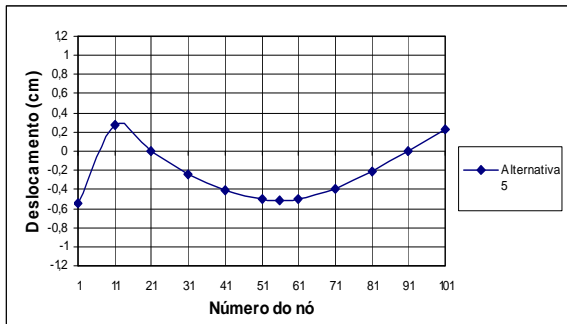


Figura 4.93 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 5

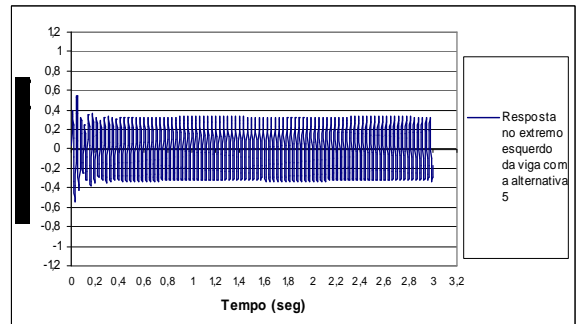


Figura 4.94 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 5

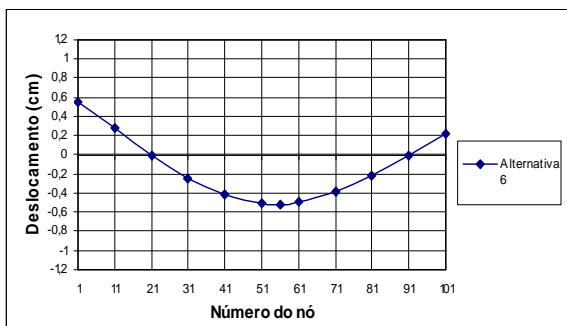


Figura 4.95 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 6

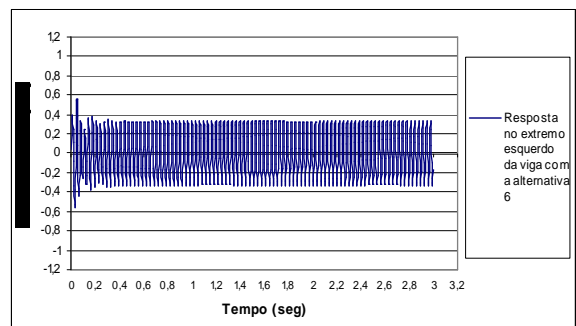


Figura 4.96 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 6

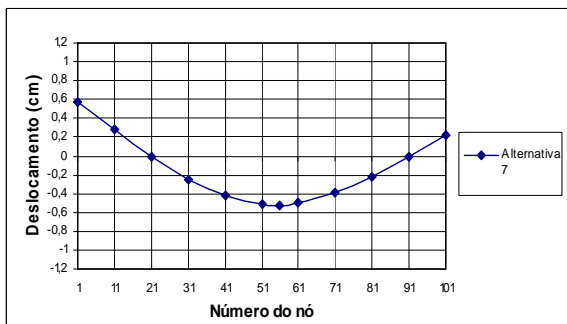


Figura 4.97 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a alternativa 7

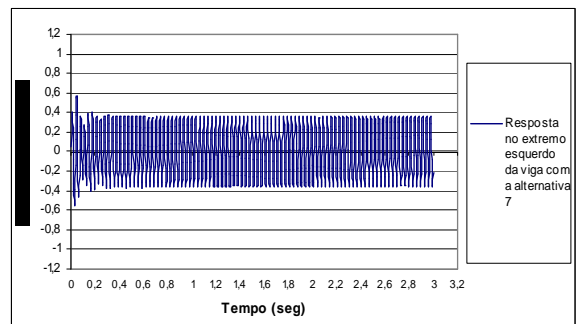


Figura 4.98 – Evolução do deslocamento do nó 56 com a alternativa 7

Tabela 4.26 – Parâmetros utilizados no estudo paramétrico para a viga biapoiada com dois balanços

|               | <b>Porcentagem da massa total utilizada no AMS 1</b> | <b>Massa do AMS 1 (Kg)</b> | <b>Rigidez do AMS 1,2 e 3 (N/m)</b> | <b>Amortecimento do AMS 1 (Ns/m)</b> | <b>Massa dos AMS 2 e 3 (Kg)</b> | <b>Amortecimento do AMS 2 (Ns/m)</b> | <b>Amortecimento do AMS 3 (Ns/m)</b> |
|---------------|--|----------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Alternativa 1 | 60   | 0,161                      | 3010,35                             | 3,65                                 | 0,0536                          | 3,14                                 | 2,76                                 |
| Alternativa 2 | 50   | 0,134                      | 3010,35                             | 3,65                                 | 0,067                           | 3,14                                 | 2,76                                 |
| Alternativa 3 | 45   | 0,121                      | 3010,35                             | 3,65                                 | 0,0737                          | 3,14                                 | 2,76                                 |
| Alternativa 4 | 40   | 0,107                      | 3010,35                             | 3,65                                 | 0,0804                          | 3,14                                 | 2,76                                 |
| Alternativa 5 | 35   | 0,094                      | 3010,35                             | 3,65                                 | 0,0871                          | 3,14                                 | 2,76                                 |
| Alternativa 6 | 33   | 0,0884                     | 3010,35                             | 3,65                                 | 0,0898                          | 3,14                                 | 2,76                                 |
| Alternativa 7 | 30   | 0,0804                     | 3010,35                             | 3,65                                 | 0,0938                          | 3,14                                 | 2,76                                 |



Tabela 4.27 – Respostas dinâmicas máximas e valores *RMS* obtidos para o nó 56 em cada alternativa analisada no estudo paramétrico da viga biapoiada com dois balanços

|                      | <b>Porcentagem da massa total utilizada no AMS 1</b> | <b>Deslocamento máximo alcançado no nó 56 (cm)</b> | <b>Resposta <i>RMS</i> (cm) no nó 56</b> | <b>Resposta <i>RMS</i> do deslocamento máximo dos nós da viga (cm)</b> |
|----------------------|--|--|--|--|
| <b>Alternativa 1</b> | 60   | 0,967  | 0,655                                    | 0,666  |
| <b>Alternativa 2</b> | 50   | 0,562  | 0,362                                    | 0,392  |
| <b>Alternativa 3</b> | 45   | 0,522  | 0,259                                    | 0,370  |
| <b>Alternativa 4</b> | 40   | 0,513  | 0,238                                    | 0,366  |
| <b>Alternativa 5</b> | 35   | 0,512  | 0,236                                    | 0,366  |
| <b>Alternativa 6</b> | 33   | 0,515  | 0,241                                    | 0,369  |
| <b>Alternativa 7</b> | 30   | 0,523  | 0,262                                    | 0,375  |

Com base nos resultados obtidos no estudo paramétrico, a melhor opção de distribuição de massas foi a da Alternativa 5. O deslocamento máximo atingido no nó 56 por esta opção foi de 0,512 cm, que comparado com o deslocamento máximo de 0,504 cm, obtido com três amortecedores localizados nos mesmos pontos da alternativa cinco, mas determinados pelas condições de Jangid, significam um aumento da resposta no nó. Assim, de acordo com o estudo paramétrico não houve melhora no desempenho dos AMS sendo recomendável nesse caso a utilização dos parâmetros de Jangid. É importante salientar, também, que a diferença nos valores dos deslocamentos máximos e nos valores *RMS* da história dos deslocamentos ao longo do tempo dos nós com as maiores respostas da viga nas Alternativas 2, 3, 4, 5, 6 e 7 são praticamente nulas.

#### 4.5.2.3 – Análise numérica do modelo com cinco AMS sob a ação de um carregamento harmônico

Nesta seção procurou-se determinar o efeito de cinco amortecedores de massa instalados na viga biapoiada com dois balanços, submetida a um carregamento harmônico aplicado no extremo esquerdo da estrutura.

Os parâmetros de Jangid encontrados para esta configuração de AMSM estão resumidos na Tabela 4.28.

Tabela 4.28 – Parâmetros de Jangid encontrados para cinco AMS

|              | <b>Rigidez (<math>k_i</math>)</b><br>(N/m) | <b>Frequência do AMS</b><br>( $f_i$ ) (Rad/s) | <b>Massa (<math>m_i</math>)</b><br>(Kg) | <b>Amortecimento</b><br>( $c_i$ ) (Ns/m) |
|--------------|--|---|---|--|
| <b>AMS 1</b> | 1833,17                                    | 151,93  | 0,079                                   | 1,78                                     |
| <b>AMS 2</b> | 1833,17                                    | 168,43  | 0,065                                   | 1,61                                     |
| <b>AMS 3</b> | 1833,17                                    | 184,93  | 0,054                                   | 1,46                                     |
| <b>AMS 4</b> | 1833,17                                    | 201,44  | 0,045                                   | 1,34                                     |
| <b>AMS 5</b> | 1833,17                                    | 217,94  | 0,039                                   | 1,24                                     |

Com o objetivo de determinar as posições ótimas dos amortecedores, para as quais a redução na resposta dinâmica da estrutura será máxima, fizeram-se várias tentativas de localização dos cinco AMS no sistema.

De todas as configurações estudadas, a apresentada na Figura 4.99 resultou ser a de melhor desempenho para reduzir os deslocamentos causados pela excitação harmônica atuante. Pode-se observar que o estudo de localização dos mecanismos de controle sugere que a instalação dos amortecedores deve ser feita ao redor dos dois nós que apresentam os deslocamentos máximos na estrutura, isto é, onde se encontram os dois picos de resposta dinâmica do sistema.

Definidos os pontos de localização dos AMS, procurou-se encontrar a ordem certa de instalação dos mecanismos de controle. Depois de várias tentativas de localização dos amortecedores, encontrou-se que o AMS 1 deve ser instalado no nó de maior deslocamento da viga (nó 1), já os AMS 2,3,4 e 5 deverão ser localizados nos nós 56, 4, 6 e 54 respectivamente.

Os deslocamentos máximos obtidos para cada nó da viga com cinco AMS instalados no sistema são apresentados na Figura 4.100.

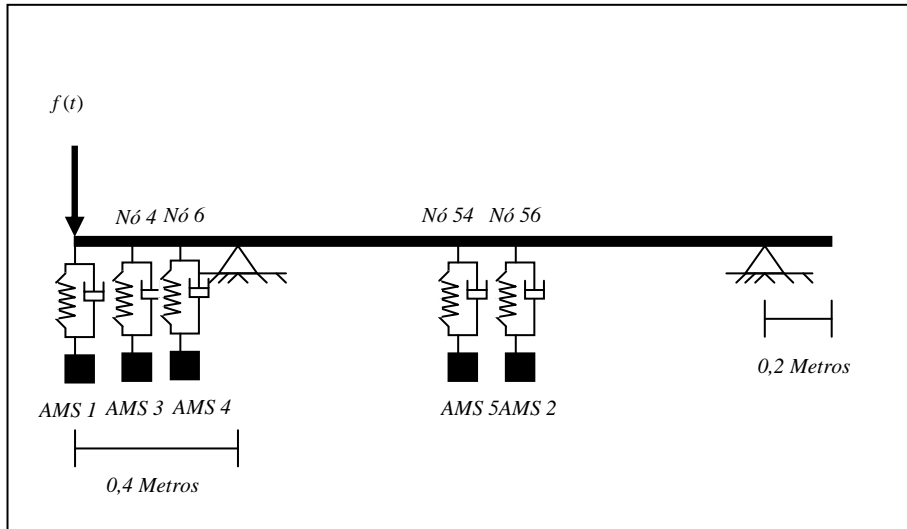


Figura 4.99 – Esquema da viga bi apoiada com dois balanços e cinco AMS instalados

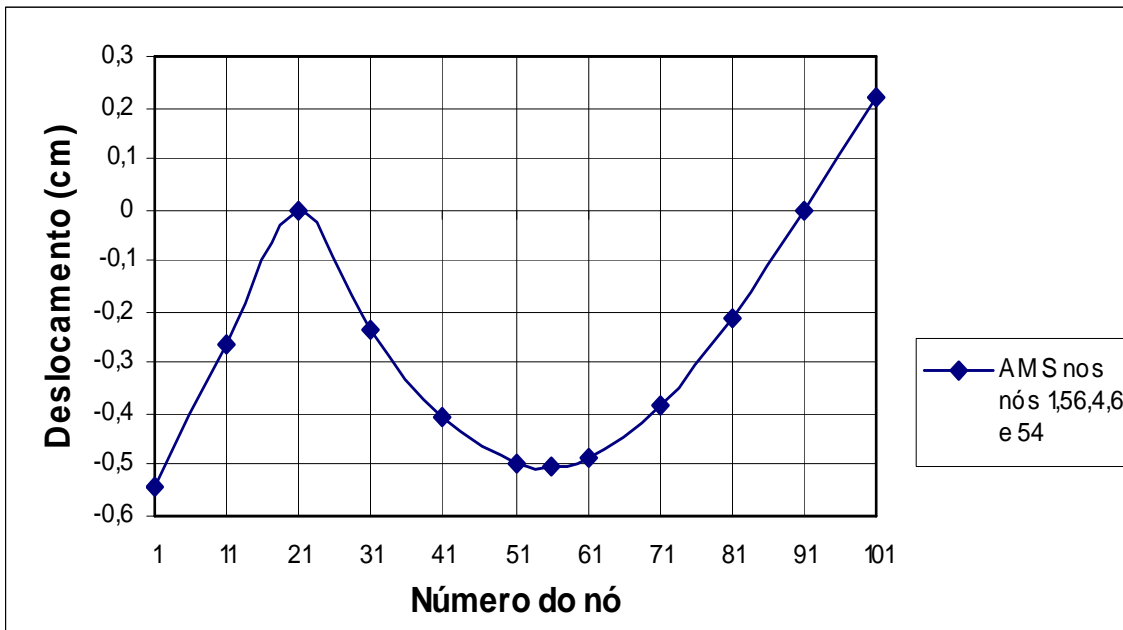


Figura 4.100 – Deslocamento máximo dos nós da viga bi apoiada com dois balanços e com cinco AMS sob o efeito de um carregamento harmônico

A Figura 4.101 apresenta a evolução do deslocamento do nó 1 da viga ao longo de um registro de três segundos.

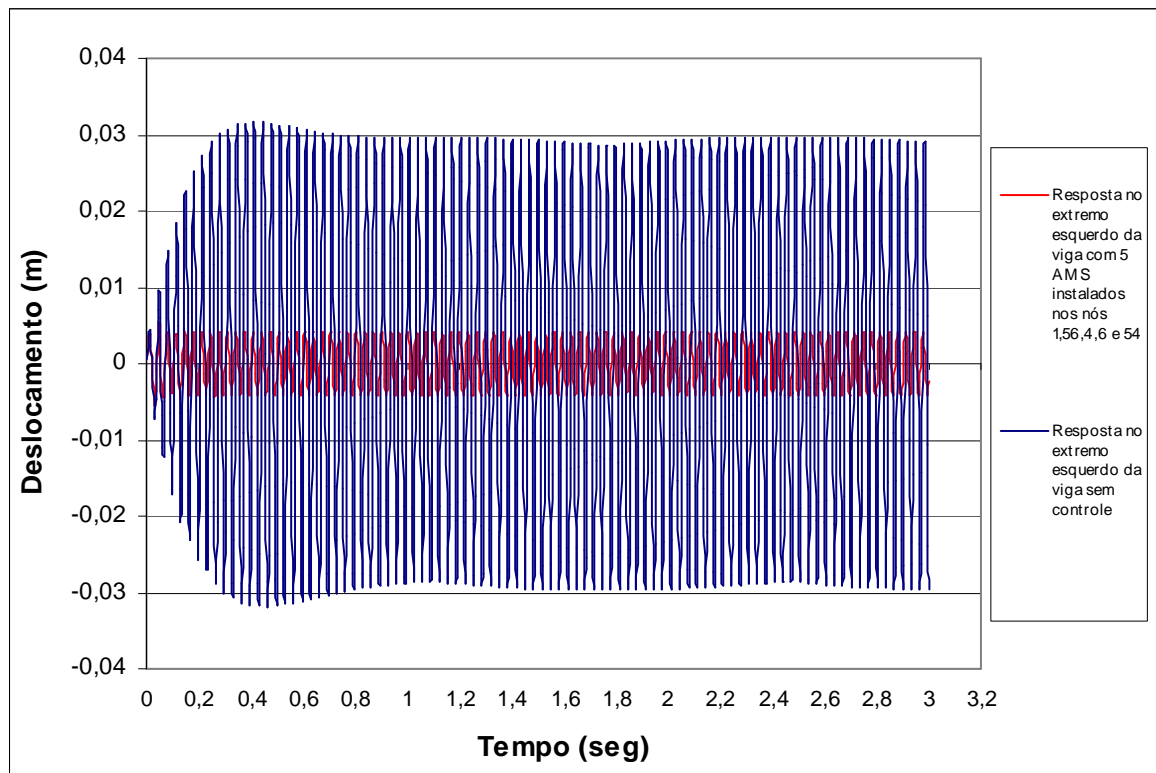


Figura 4.101 – Resposta dinâmica ao longo do tempo no nó 1 da viga biapoçada com dois balanços e com cinco AMS sob o efeito de um carregamento harmônico

O pico de resposta máximo do sistema, obtido no extremo esquerdo da viga biapoçada com dois balanços é de 0,541 cm, enquanto a resposta no nó 56 é de aproximadamente 0,504 cm. Comparando-se estes dois valores com os obtidos no sistema sem controle, a redução na resposta alcançada para o nó 1 é de 83,04% e para o nó 56 de 84,3%, sendo estes valores levemente superiores aos atingidos nos mesmos nós da estrutura com três AMS instalados.

Finalmente, o valor da resposta *RMS* para um tempo de três segundos, obtida para o nó 1 da viga é de 0,303 cm, quantia menor que a obtida no sistema equipado com três AMS, a qual foi de 0,319 cm.

#### 4.5.2.4 – Análise numérica do modelo com sete AMS sob a ação de um carregamento harmônico

Nesta seção, se estudará o efeito de sete AMS atuantes na viga biapoçada com dois balanços. Com base no estudo sobre a posição ótima dos amortecedores encontrada para o

modelo com cinco mecanismos de controle, se determinou que o desempenho dos amortecedores seria otimizado se o AMS 1 fosse instalado no extremo da viga e os AMS 2, 3, 4, 5, 6 e 7 nos nós 56, 4, 54, 6, 52 e 8 respectivamente, como está apresentado na Figura 4.102.

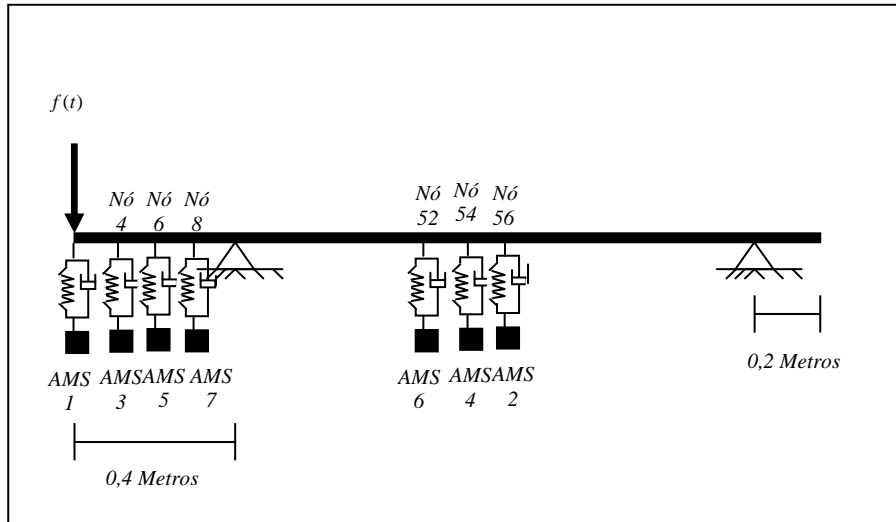


Figura 4.102 – Esquema da viga biapoçada com dois balanços e sete AMS instalados

Os parâmetros ótimos dos cinco amortecedores, obtidos pelas expressões determinadas por Jangid, estão resumidos na Tabela 4.29.

Tabela 4.29 – Parâmetros de Jangid encontrados para sete AMS

|              | <b>Rigidez (<math>k_i</math>)</b><br>(N/m) | <b>Frequência do AMS</b><br>( $f_i$ ) (Rad/s) | <b>Massa (<math>m_i</math>)</b><br>(Kg) | <b>Amortecimento</b><br>( $c_i$ ) (Ns/m) |
|--------------|--|---|---|--|
| <b>AMS 1</b> | 1318,03                                    | 148,68  | 0,060                                   | 1,13                                     |
| <b>AMS 2</b> | 1318,03                                    | 160,97  | 0,051                                   | 1,05                                     |
| <b>AMS 3</b> | 1318,03                                    | 173,26  | 0,044                                   | 0,97                                     |
| <b>AMS 4</b> | 1318,03                                    | 185,54  | 0,038                                   | 0,91                                     |
| <b>AMS 5</b> | 1318,03                                    | 197,83  | 0,034                                   | 0,85                                     |
| <b>AMS 6</b> | 1318,03                                    | 210,12  | 0,030                                   | 0,80                                     |
| <b>AMS 7</b> | 1318,03                                    | 222,40  | 0,027                                   | 0,76                                     |

Para a viga biapoçada com dois balanços, submetida à excitação harmônica no extremo esquerdo e sem dispositivos de controle, foi possível observar que a resposta dinâmica máxima se encontrava no nó 56. Para os casos estudados na análise numérica do modelo

com sete AMS a resposta dinâmica máxima passou a ser obtida no nó localizado no extremo esquerdo da estrutura (nó 1).

A Figura 4.103 apresenta os deslocamentos máximos dos nós da viga com sete AMS instalados.

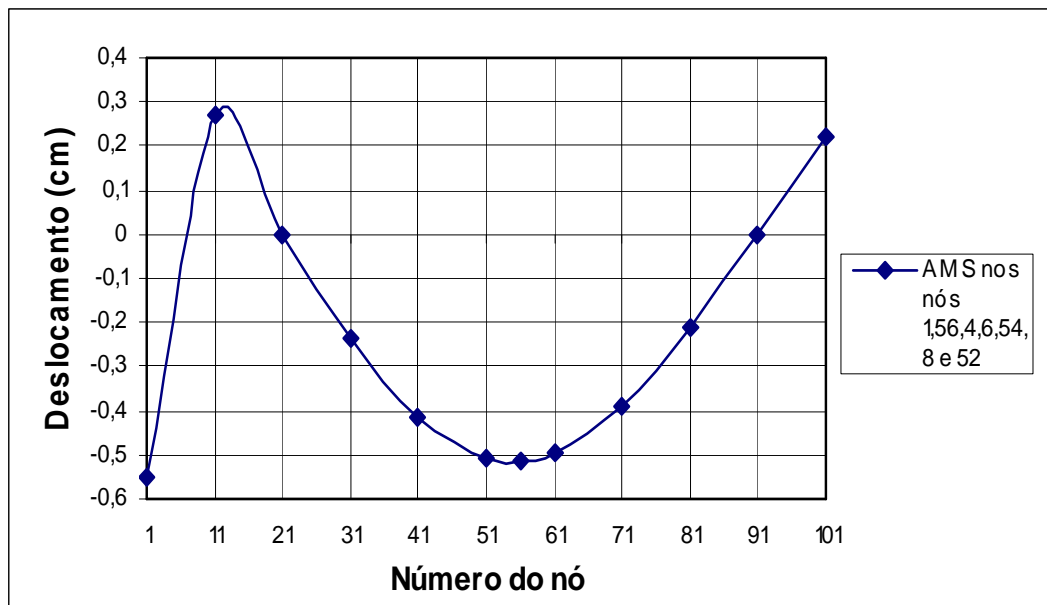


Figura 4.103 – Deslocamento máximo dos nós da viga biapoiada com dois balanços e com sete AMS sob o efeito de um carregamento harmônico

O valor do deslocamento máximo no nó 1 foi de 0,553 cm, sendo este valor equivalente a uma redução de 82,66% do obtido para a viga sem controle. Para o caso do nó 56, o deslocamento máximo obtido foi de 0,512 cm, valor correspondente a uma redução de 84,05% quando comparado com o deslocamento do sistema sem controle.

O valor da resposta *RMS* do nó 1 é de aproximadamente 0,320 cm, valor maior que o determinado para a viga com cinco amortecedores. A Figura 4.104 apresenta uma comparação da resposta dinâmica em função do tempo do nó 1 da viga equipada com três, cinco e sete AMS. A comparação determina claramente que o sistema é mais eficiente se o número de amortecedores for igual a cinco. Por outro lado, o sistema menos eficiente resultou ser o sistema com sete AMS.

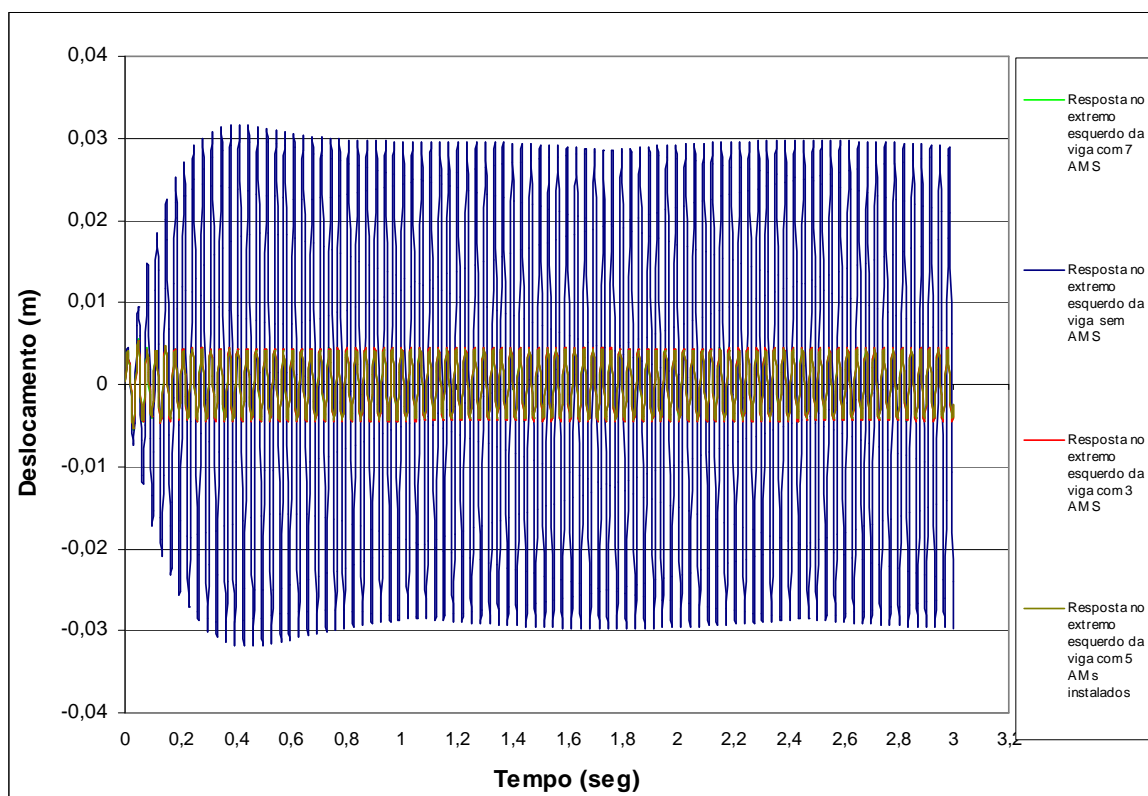


Figura 4.104 – Resposta no extremo esquerdo da viga biapoiada com dois balanços sob o efeito de um carregamento harmônico e a ação de três, cinco e sete AMS

#### 4.5.3 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento aleatório

Nesta seção só serão utilizados os modelos otimizados determinados na análise numérica da viga biapoiada com dois balanços sob a ação do carregamento harmônico.

O carregamento aleatório utilizado nesta análise numérica é o mesmo usado nas análises aleatórias das vigas estudadas anteriormente, ou seja, é a mesma excitação do tipo ruído branco com amplitude entre 100 e -100 N, como apresentada na Figura 4.36.

O comportamento da resposta dinâmica do extremo esquerdo da viga biapoiada com dois balanços submetida à ação do carregamento aleatório pode ser visto na Figura 4.105. O valor do deslocamento máximo atingido pela estrutura é de aproximadamente 1,46 cm, sendo a resposta *RMS* equivalente a 0,46 cm.

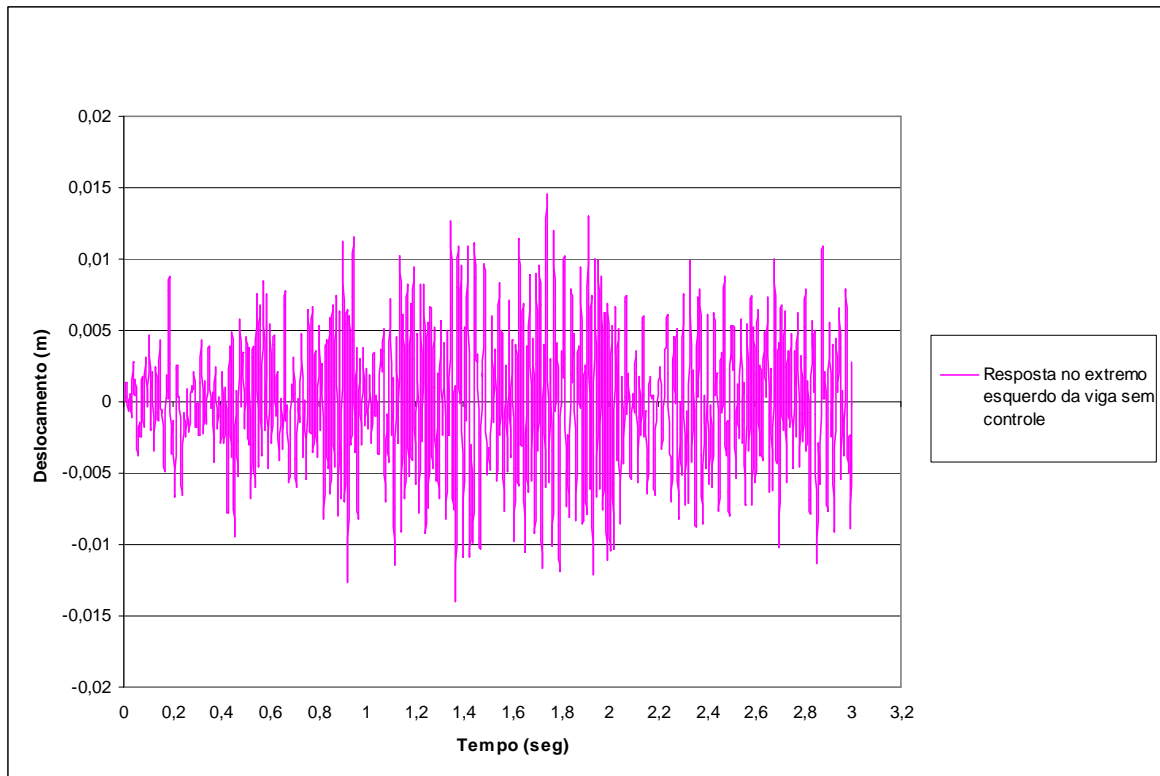


Figura 4.105 – Evolução do deslocamento no extremo esquerdo da viga biapoada com dois balanços sem controle e submetida à ação de um carregamento aleatório

Para os sistemas equipados com um e três amortecedores de massa, os deslocamentos máximos no extremo esquerdo da viga excitada pelo carregamento aleatório foram de 0,622 cm e 0,695 cm respectivamente, enquanto as respostas *RMS* para cada um destes casos foram de 0,212 cm e 0,250 cm respectivamente.

Já nos casos da viga com cinco e sete AMS instalados, os deslocamentos máximos chegaram a alcançar valores de 0,752 cm e 0,793 cm, sendo os valores das respostas *RMS* iguais a 0,274 cm e 0,292 cm respectivamente. As Figuras 4.106 e 4.107 mostram o comportamento da resposta dinâmica no extremo esquerdo da estrutura ao longo de três segundos para o sistema com um e três AMS (Figura 4.106), e cinco e sete AMS (Figura 4.107). Já a Tabela 4.30 apresenta um resumo com os deslocamentos máximos do extremo esquerdo da viga, o valor *RMS* da evolução do deslocamento do mesmo local e a porcentagem de redução da resposta para o caso da excitação aleatória.



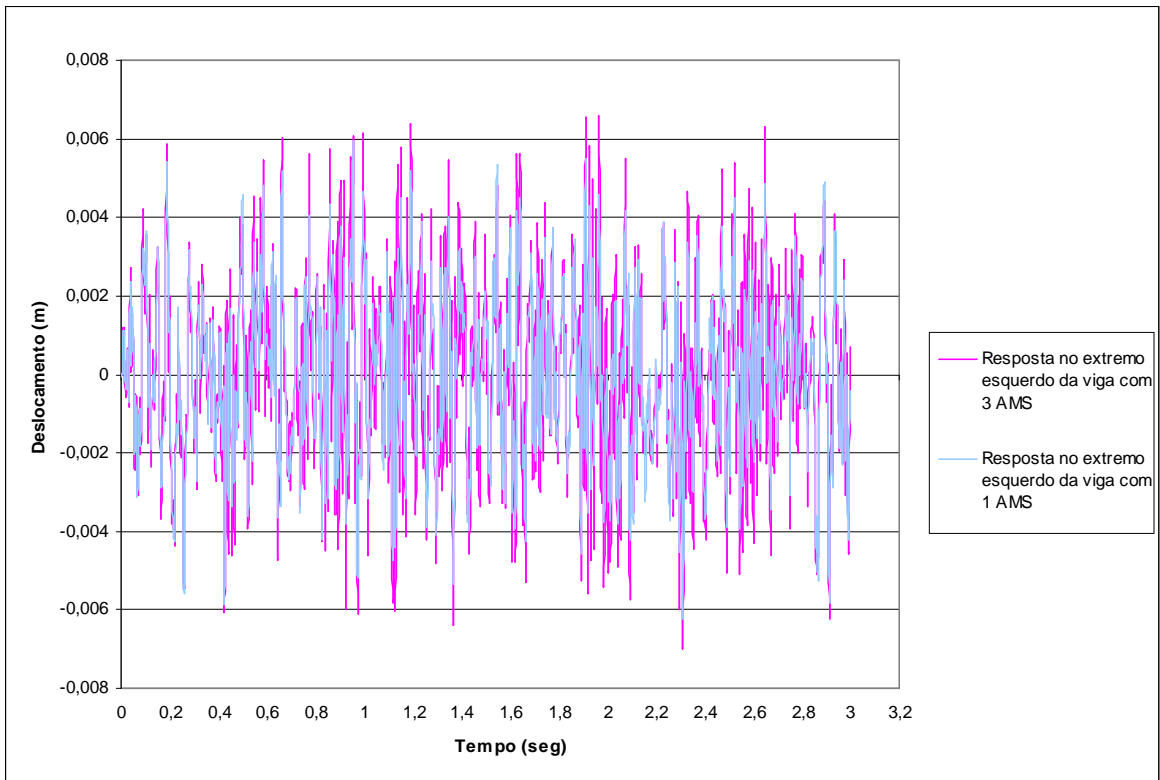


Figura 4.106 – Evolução do deslocamento no extremo esquerdo da viga biapoiada com dois balanços, equipada com um e três AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório

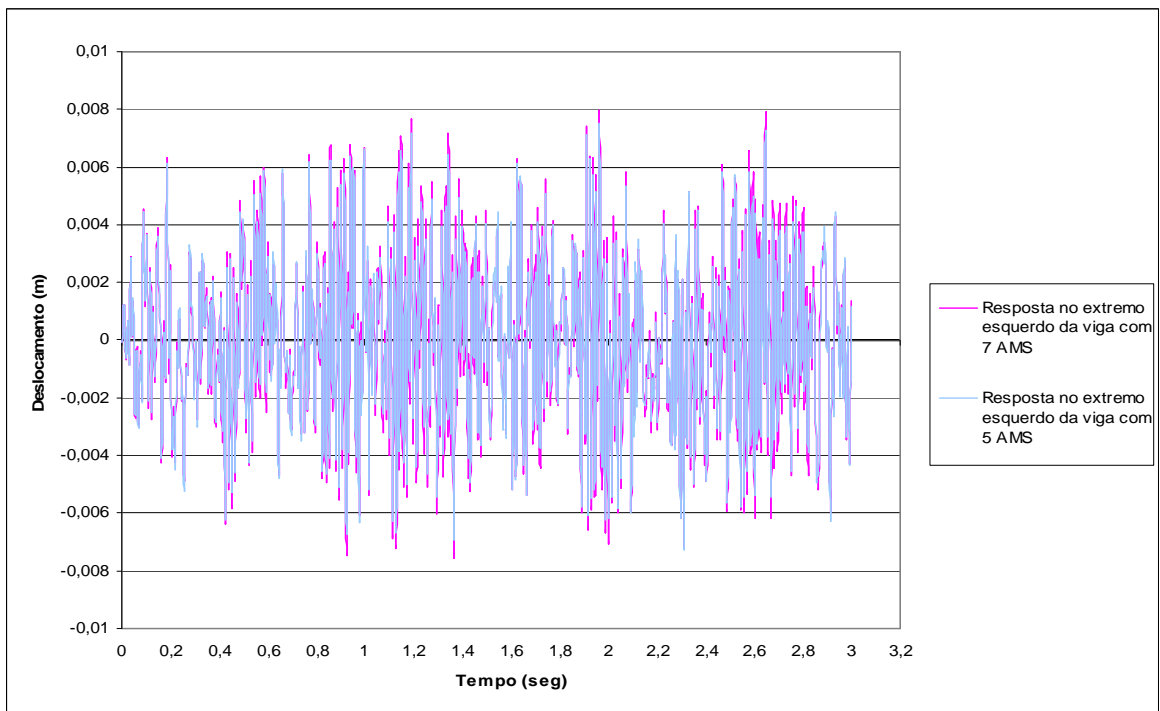


Figura 4.107 – Evolução do deslocamento no extremo esquerdo da viga biapoiada com dois balanços equipada com cinco e sete AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório

Tabela 4.30 – Valores obtidos para a viga biapoiada com dois balanços aplicando uma carga aleatória

| Localização do AMS na viga | Valor máximo do deslocamento (cm) | Resposta RMS (cm) | Diminuição na resposta RMS (%) |
|----------------------------|-----------------------------------|-------------------|--------------------------------|
| Sem AMS                    | 1,460                             | 0,460             | —                              |
| Com 1 AMS                  | 0,622                             | 0,212             | 53,91                          |
| Com 3 AMS                  | 0,695                             | 0,250             | 45,65                          |
| Com 5 AMS                  | 0,752                             | 0,274             | 40,43                          |
| Com 7 AMS                  | 0,793                             | 0,292             | 36,52                          |

Segundo os dados obtidos na análise numérica da viga biapoiada com dois balanços submetida à ação de um carregamento aleatório, o sistema equipado com um AMS foi o mais eficiente para reduzir a resposta dinâmica no extremo esquerdo da estrutura. Esta conclusão reafirma o argumento, já feito na análise aleatória da viga engastada e apoiada, onde se afirmou que, para as condições dos sistemas adotados, a utilização de apenas um AMS apresenta um melhor desempenho quando se trata de excitações aleatórias que a utilização de vários AMS.

#### 4.6 – QUARTO MODELO NUMERICO

O quarto e último modelo numérico estudado foi a viga Gerber com uma rótula e dois balanços apresentada na Figura 4.108.

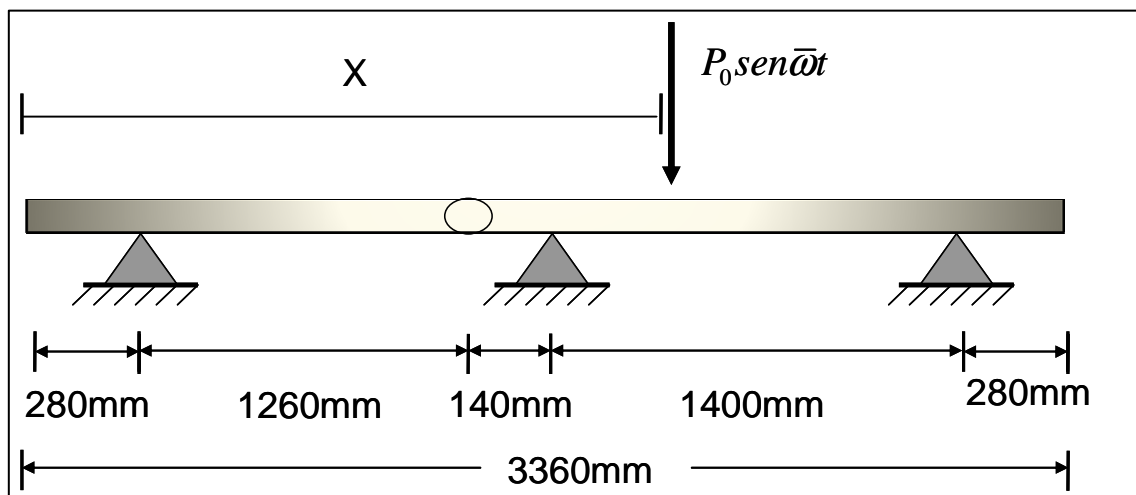



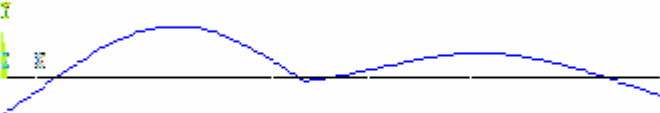
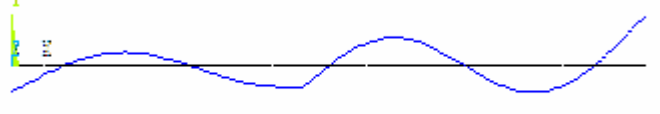
Figura 4.108 – Viga analisada no quarto modelo

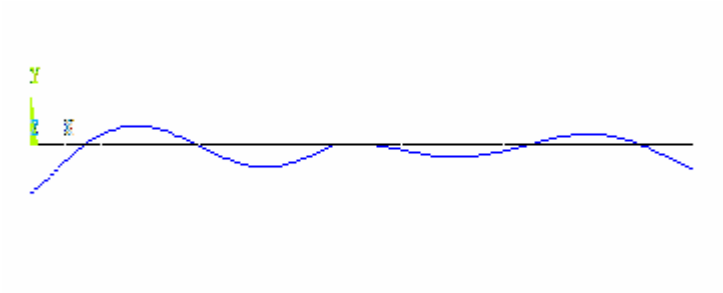
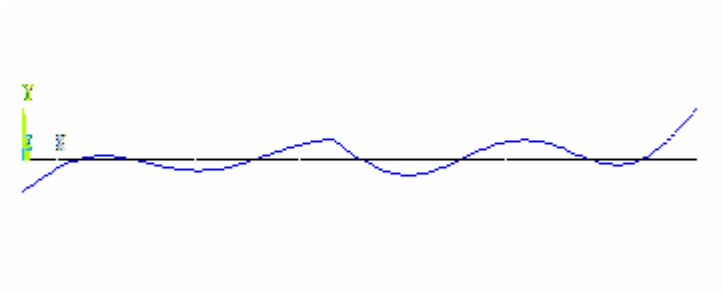
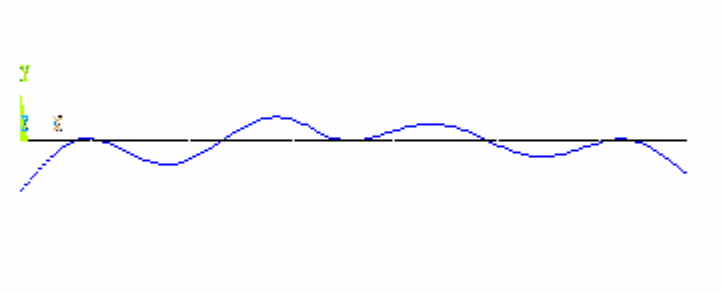
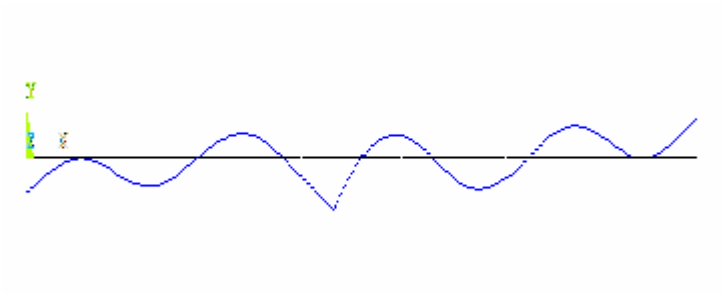
Para a análise deste modelo considerou-se um comprimento de dois centímetros para cada elemento finito da viga. Deste modo, o número de elementos e nós são iguais a 168 e 169 respectivamente. De acordo com a convenção utilizada, a rótula da viga encontra-se no nó 78 da viga, já o centro ou ponto médio da estrutura está localizado entre os nós 84 e 85.

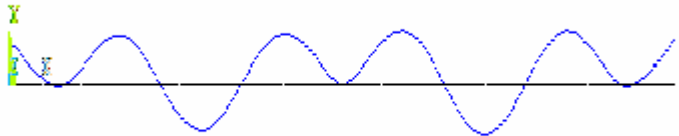
#### 4.6.1 – Análise modal

Na Tabela 4.31 são apresentadas as oito primeiras frequências e os modos de vibração correspondentes para o sistema não amortecido e em vibração livre da Figura 4.108.

Tabela 4.31 – Frequências e modos de vibração naturais para a viga Gerber com dois balanços

| Modo de vibração | Frequência (Hz) | Forma do modo de vibração  |
|------------------|-----------------|--|
| 1                | 30,512          |  |
| 2                | 40,347          |  |
| 3                | 107,98          |  |

| Modo de vibração | Frequência (Hz) | Forma do modo de vibração  |
|------------------|-----------------|--|
| 4                | 133,07          |  <p>The plot shows a blue curve representing the 4th vibration mode. It starts at a negative value, crosses the zero line, has a positive peak, crosses zero again, has a negative peak, crosses zero a third time, has a positive peak, and ends at a negative value. The curve is smooth and oscillatory.</p>  |
| 5                | 188,82          |  <p>The plot shows a blue curve representing the 5th vibration mode. It starts at a negative value, crosses the zero line, has a positive peak, crosses zero, has a negative peak, crosses zero, has a positive peak, crosses zero, has a negative peak, and ends at a positive value. The curve is smooth and oscillatory.</p>                                     |
| 6                | 225,43          |  <p>The plot shows a blue curve representing the 6th vibration mode. It starts at a negative value, crosses the zero line, has a positive peak, crosses zero, has a negative peak, crosses zero, has a positive peak, crosses zero, has a negative peak, and ends at a positive value. The curve is smooth and oscillatory.</p>                                    |
| 7                | 303,59          |  <p>The plot shows a blue curve representing the 7th vibration mode. It starts at a negative value, crosses the zero line, has a positive peak, crosses zero, has a negative peak, crosses zero, has a positive peak, crosses zero, has a negative peak, crosses zero, has a positive peak, and ends at a negative value. The curve is smooth and oscillatory.</p> |

| Modo de vibração | Frequência (Hz) | Vista do modo de vibração  |
|------------------|-----------------|--|
| 8                | 391,84          |  |

#### 4.6.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico

O carregamento harmônico aplicado na viga foi do tipo  $f(t) = P_0 \text{sen} \bar{\omega} t$ , com  $P_0$  igual a 100 N. e  $\bar{\omega}$  igual ao valor da primeira frequência da viga que em este caso foi de 191.71 rad/seg.

A excitação foi aplicada em distintas posições da viga com o objetivo de verificar o local onde o carregamento atuaria da forma mais desfavorável possível. Os locais onde foi aplicado o carregamento foram o extremo esquerdo da viga (nó 1), o nó 45 (ponto médio entre o apoio esquerdo da viga e a rótula), a rótula da estrutura (nó 78), o nó 120 (ponto médio entre os apoios do centro e do extremo direito da viga) e no extremo direito do sistema. A Figura 4.109 apresenta o gráfico dos deslocamentos máximos de cada nó da estrutura devido à carga harmônica, aplicada durante três segundos, nos nós acima apresentados. É importante salientar, que os deslocamentos máximos de cada um dos nós ocorre em distintos instantes de tempo.

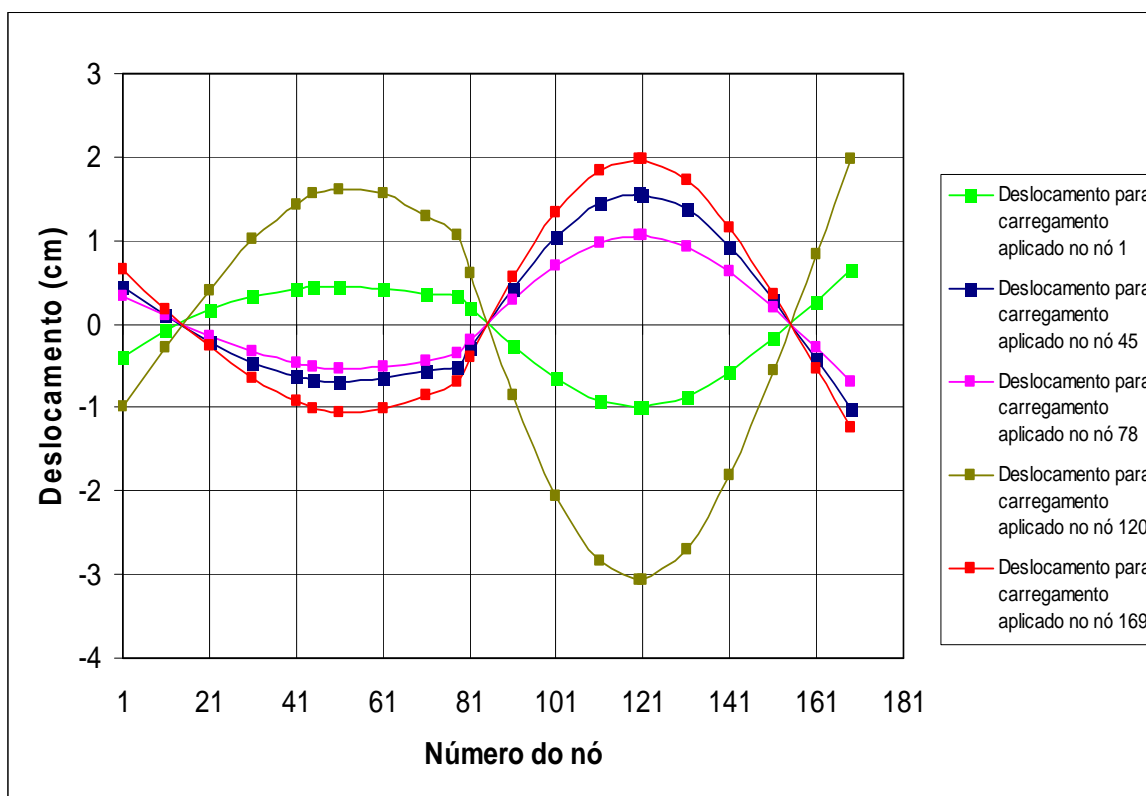


Figura 4.109 – Deslocamentos máximos dos nós da viga sob o efeito do carregamento harmônico atuante em distintas posições da estrutura

A partir da Figura 4.109 observa-se que para todos os casos analisados se obteve o deslocamento máximo da viga no ponto médio localizado entre o apoio central e o apoio direito da estrutura (nó 120). Pela mesma figura é também possível verificar que a posição mais desfavorável para aplicar a excitação será no nó 120. A Figura 4.110 apresenta a evolução do deslocamento ao longo do tempo do nó 120 da viga estudada sob a ação do carregamento harmônico  $f(t) = 100 \text{sen}191,71t$  aplicado no nó 120. A partir desta figura é possível observar que o deslocamento máximo da estrutura é de 3,07 cm com um valor *RMS* de 2,04 cm.

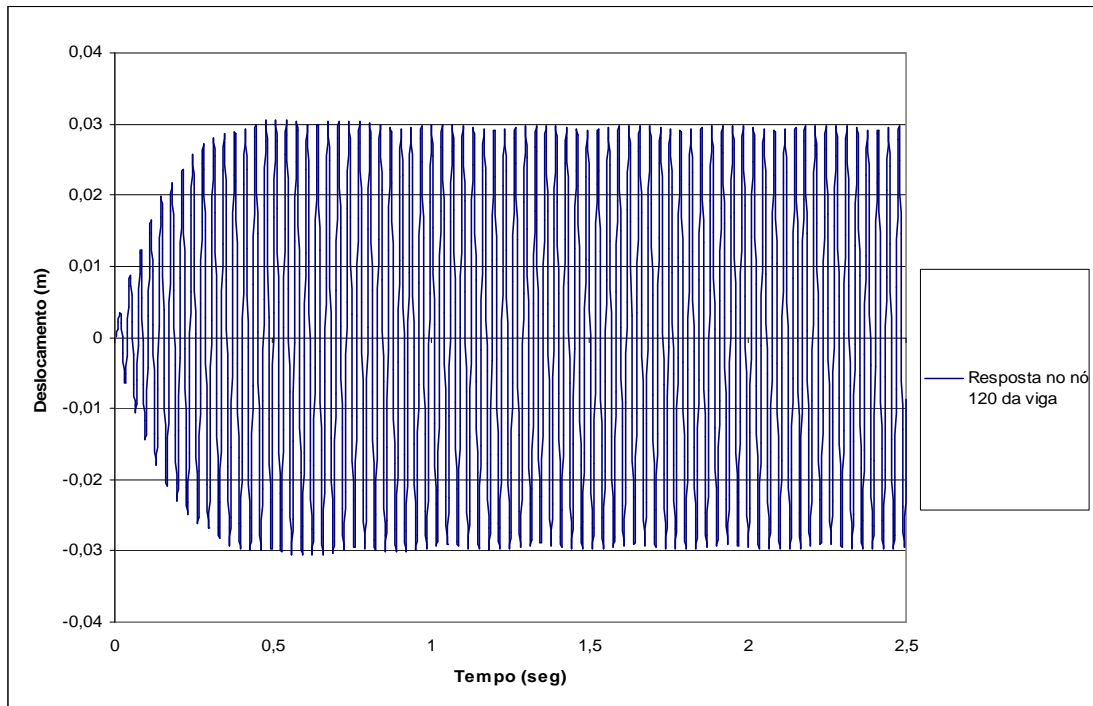


Figura 4.110 – Evolução do deslocamento do nó 120 da viga Gerber sob o efeito do carregamento harmônico atuante

#### 4.6.2.1 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e um AMS atuando na estrutura

Para a análise numérica do sistema com um AMS, sob a ação de uma excitação harmônica definida como  $f(t) = 100 \text{sen}191,71t$  e uma relação de massas  $\mu$  igual a 0,1, se obteve pelo critério de Den Hartog, que o valor da razão entre frequências ótimas ( $\alpha_{otimo}$ ) é de 0,91, a razão de amortecimento ótima ( $\xi$ ) é de 0,168, a massa do AMS é de 0,451 kg, a frequência do AMS ( $\omega_n$ ) é de 174,28 Rad/s, a rigidez da mola do AMS ( $k_n$ ) é de 13700 N/m e o amortecimento do AMS ( $c_n$ ) apresenta um valor de 26,39 Ns/m.

Da mesma maneira como foi feito nos três modelos anteriores, o AMS projetado pelo critério de Den Hartog foi instalado em distintos locais da viga Gerber, com o objetivo de determinar o local onde o desempenho do dispositivo de controle fosse o melhor possível. A Figura 4.111 apresenta a evolução do deslocamento ao longo de 2,5 segundos para o nó 120 da estrutura, para as quatro alternativas analisadas. Já a Tabela 4.32 mostra um resumo com os deslocamentos máximos de cada alternativa, a porcentagem de redução da resposta, o valor *RMS* da evolução do deslocamento e a diminuição em porcentagem do valor *RMS*.

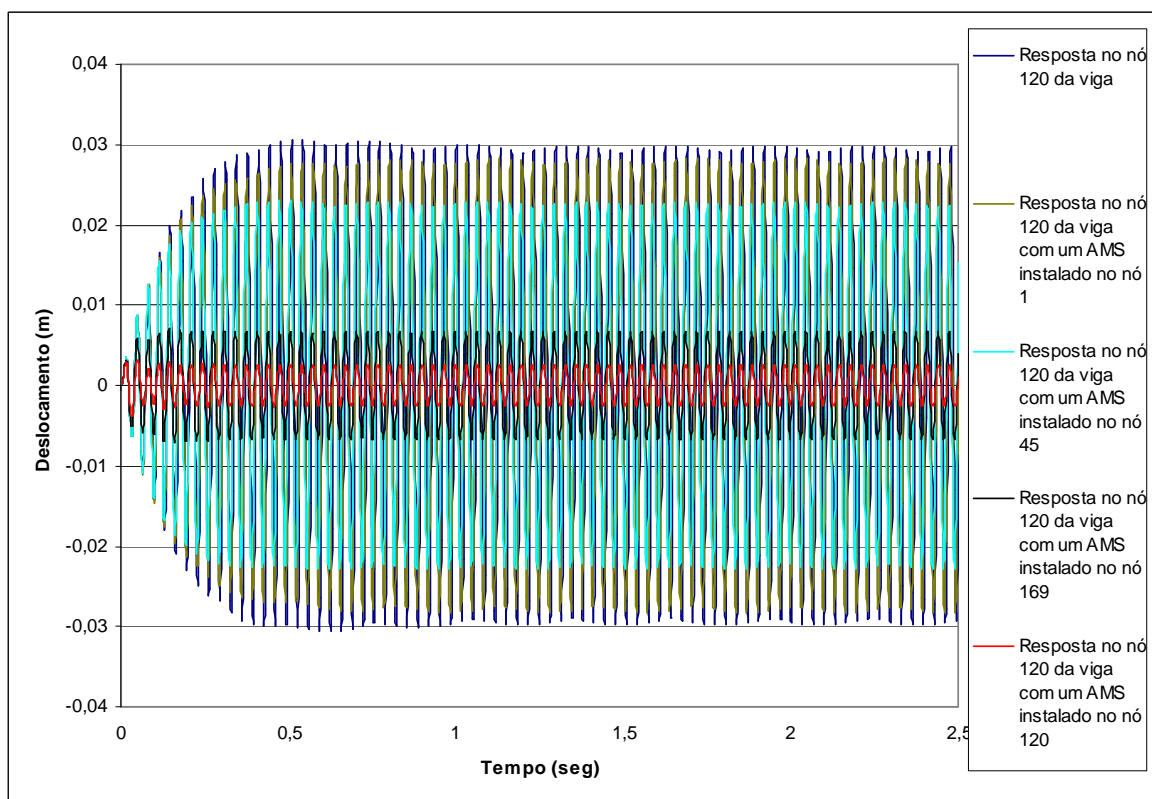


Figura 4.111 – Evolução do deslocamento do nó 120 da viga Gerber com um AMS instalado em distintos pontos da estrutura

Tabela 4.32 – Diminuição da resposta dinâmica no nó 120 da viga Gerber com um AMS instalado em distintos locais

| Localização do AMS na viga                 | Deslocamento máximo atingido (cm) | Diminuição do deslocamento (%) | Resposta <i>RMS</i> (cm) | Diminuição do valor <i>RMS</i> (%) |
|--|-----------------------------------|--------------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| Sem AMS                                    | 3,07                              | —                              | 2,04                     | —                                  |
| AMS no nó 1 (extremo esquerdo)             | 2,82                              | 8,14                           | 1,91                     | 6,37                               |
| AMS no nó 45 (0,9 m do extremo esquerdo)   | 2,29                              | 25,41                          | 1,57                     | 23,04                              |
| AMS no nó 169 (extremo direito)            | 0,72                              | 76,55                          | 0,48                     | 76,47                              |
| AMS no nó 120 (2,38 m do extremo esquerdo) | 0,385                             | 87,46                          | 0,186                    | 90,88                              |

Pode-se observar que a alternativa que conseguiu diminuir de maneira mais efetiva a resposta dinâmica no nó de maior deslocamento da viga foi aquela para a qual o AMS foi instalado no nó 120 da estrutura, ou seja, no mesmo local onde o deslocamento do sistema



foi máximo. Esta conclusão concorda com as obtidas nos dois primeiros modelos numéricos, onde também se obteve que o melhor local para instalar o AMS eram os locais onde os deslocamentos das estruturas eram os maiores.

Para a viga analisada com um AMS instalado no nó 120 se obteve que o deslocamento máximo da estrutura foi de 0,385 cm, com um valor *RMS* da evolução do deslocamento ao longo do tempo de 0,186 cm, o que representa uma diminuição de 87,46% e 90,88% no deslocamento máximo e no valor *RMS* respectivamente.

A Figura 4.112 apresenta uma comparação dos deslocamentos máximos de cada um dos nós da viga estudada sem AMS e com um AMS instalado no nó 120 da estrutura. Como pode ser visto os deslocamentos da viga com o dispositivo de controle são pequenos, mostrando assim a eficiência do AMS para combater as vibrações em sistemas submetidos a excitações harmônicas. Finalmente se destaca o fato que os deslocamentos máximos não ocorrem no mesmo instante de tempo.

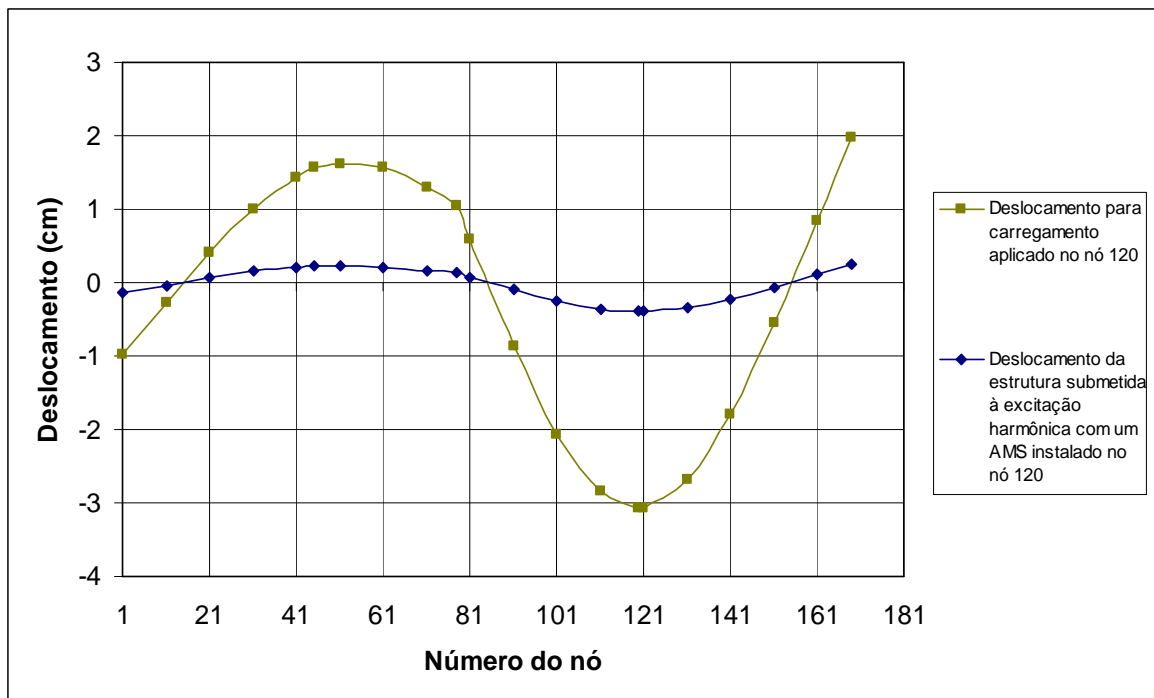


Figura 4.112 – Comparação dos deslocamentos máximos de cada nó da viga Gerber sem controle e com um AMS instalado no nó 120 da estrutura

4.6.2.2 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento harmônico e três AMS atuando na estrutura

Na Tabela 4.33 são apresentadas as propriedades determinadas pelo critério de Jangid para três AMS atuando na viga com uma razão de massa  $\mu$  igual a 0,1.

Tabela 4.33 – Parâmetros encontrados para três AMS pelo critério de Jangid

|              | <b>Rigidez (<math>k_i</math>)</b><br>(N/m) | <b>Frequência do AMS</b><br>( $f_i$ ) (Rad/s) | <b>Massa (<math>m_i</math>)</b><br>(Kg) | <b>Amortecimento</b><br>( $c_i$ ) (Ns/m) |
|--------------|--|---|---|--|
| <b>AMS 1</b> | 5113,8                                     | 158,77  | 0,202                                   | 6,18                                     |
| <b>AMS 2</b> | 5113,8                                     | 184,44  | 0,150                                   | 5,32                                     |
| <b>AMS 3</b> | 5113,8                                     | 210,10  | 0,115                                   | 4,67                                     |

A Tabela 4.34 resume a informação de algumas alternativas estudadas para a instalação de três amortecedores na viga e as respostas máximas obtidas para cada uma destas alternativas.

Tabela 4.34 – Localização dos AMSM e valores das respostas obtidas

|               | <b>Localização do AMS 1</b> | <b>Localização do AMS 2</b> | <b>Localização do AMS 3</b> | <b>Resposta máxima alcançada (cm)</b> |
|---------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|
| Alternativa 1 | Nó 120                      | Nó 169                      | Nó 166                      | 0,470                                 |
| Alternativa 2 | Nó 120                      | Nó 169                      | Nó 122                      | 0,400                                 |
| Alternativa 3 | Nó 120                      | Nó 118                      | Nó 122                      | 0,360                                 |

Das três alternativas estudadas, a alternativa que conseguiu reduzir de maneira mais efetiva a resposta dinâmica da estrutura foi a Alternativa 3. Nesta alternativa o AMS 1 foi instalado no nó de maior deslocamento da viga (nó 120), enquanto os outros dois AMS instalaram-se ao redor deste local (nós 118 e 122).

A Figura 4.113 apresenta a evolução do deslocamento ao longo de um tempo de 2,5 s do nó 120 da estrutura para as três alternativas de instalação dos AMS analisadas.

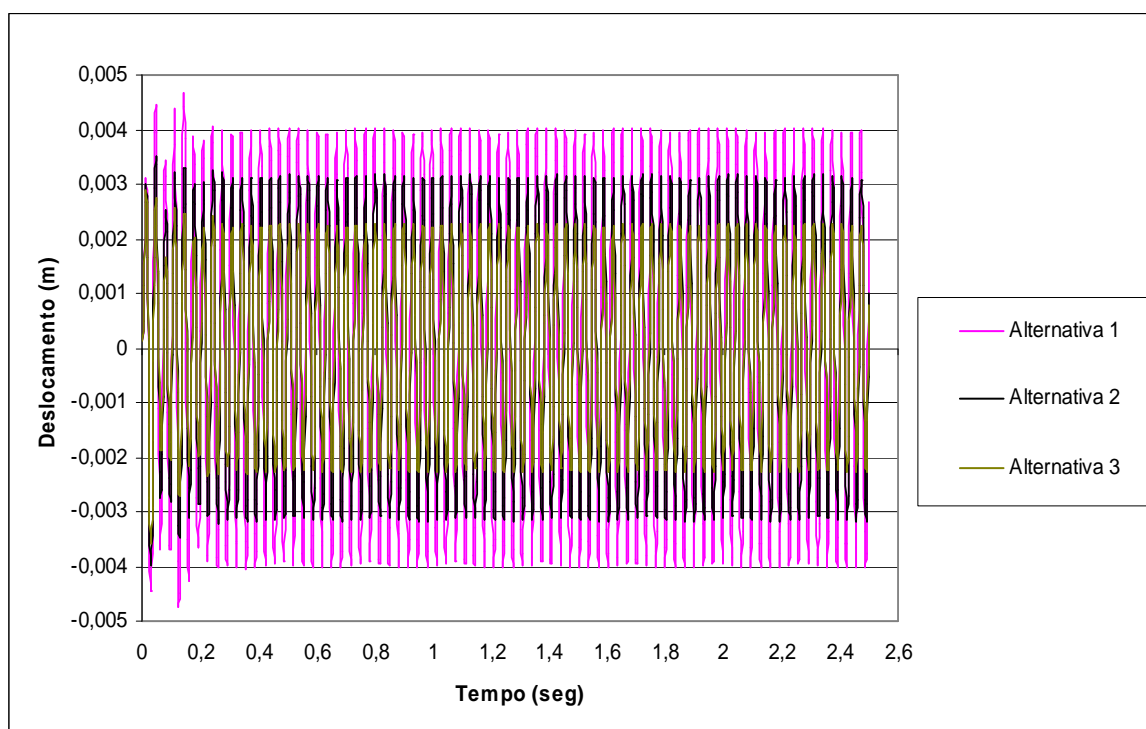


Figura 4.113 – Evolução do deslocamento ao longo do tempo do nó 120 da viga Gerber para as três alternativas de localização dos três AMS

Na alternativa de melhor desempenho (Alternativa 3), se obteve um deslocamento máximo no nó 120 de 0,36 cm, o que representa uma redução de 88,27% no deslocamento máximo da estrutura, já o valor *RMS* da evolução do deslocamento ao longo do tempo foi de aproximadamente 0,162 cm, ou seja, uma redução de 92,06% comparando esta com o sistema sem controle.

Na Figura 4.114 é possível observar a história dos deslocamentos para o sistema com um amortecedor instalado no nó 120 e com três AMS (Alternativa 3). O sistema com três AMS apresenta um comportamento ligeiramente mais eficiente que o sistema com um AMS, conseguindo reduzir 6,49% a mais no deslocamento máximo do nó 120 e 12,9% no valor *RMS* do deslocamento do mesmo nó.

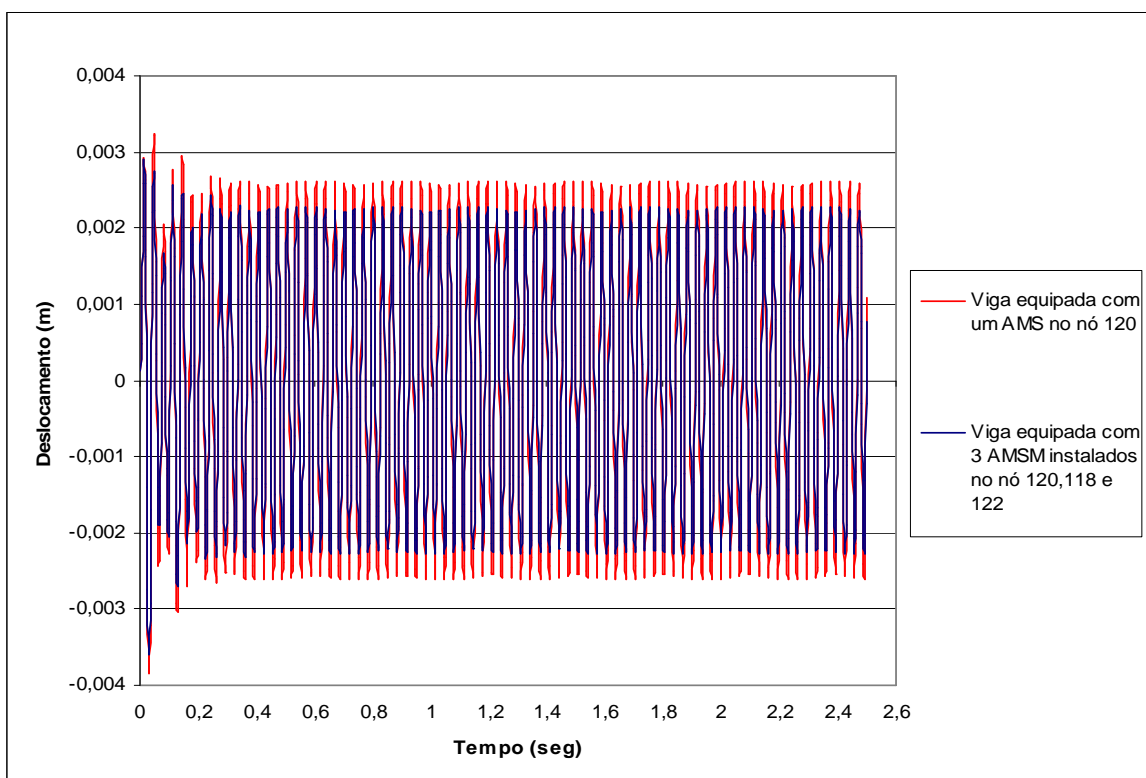


Figura 4.114 – Evolução do deslocamento ao longo do tempo do nó 120 da viga Gerber para os sistemas com um e com três AMS

Da mesma maneira que nos outros três modelos numéricos desenvolvidos, apresenta-se agora a análise paramétrica do sistema com três AMS. Foram estudadas sete alternativas onde se variaram as massas dos dispositivos de controle de acordo com uma percentagem dada, mantendo constantes as posições analisadas na Alternativa 3 da análise numérica com três AMS. Os resultados do estudo são apresentados nas Figuras 4.115 a 4.128. As Tabelas 4.35 e 4.36 apresentam uma síntese de todas as informações obtidas por meio desta análise.

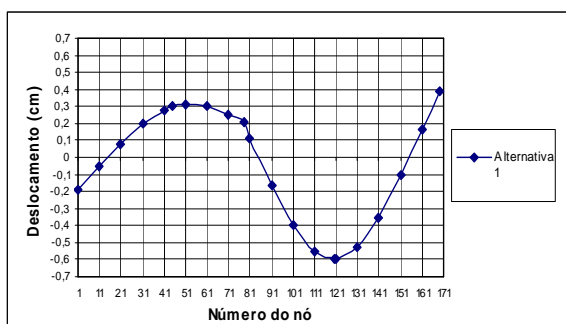


Figura 4.115 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 1

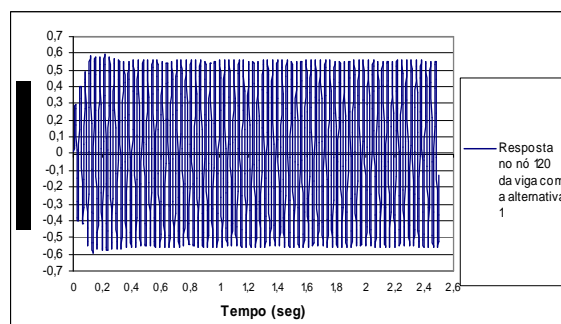


Figura 4.116 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 1

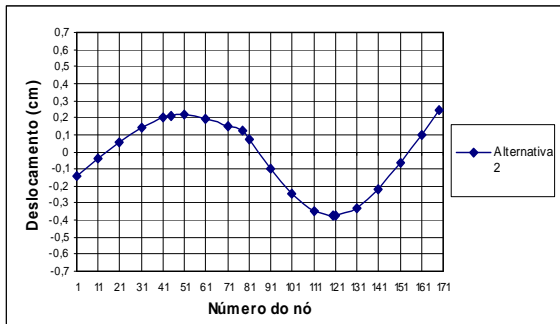


Figura 4.117 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 2

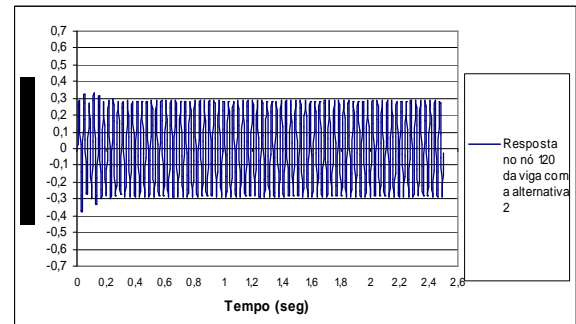


Figura 4.118 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 2

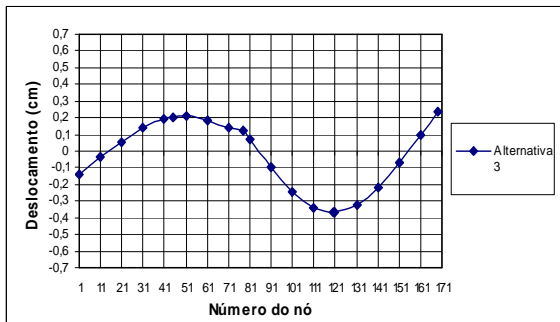


Figura 4.119 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 3

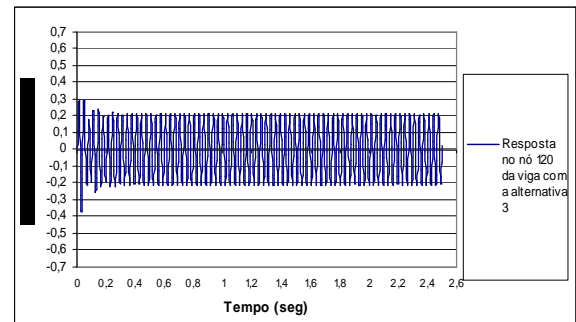


Figura 4.120 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 3

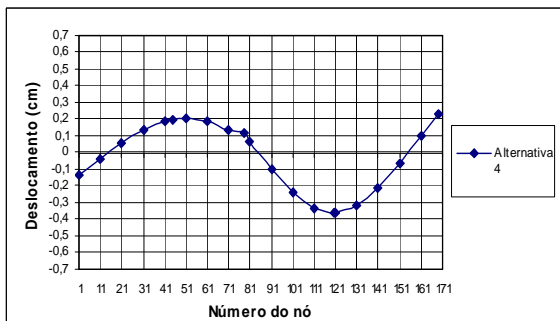


Figura 4.121 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 4

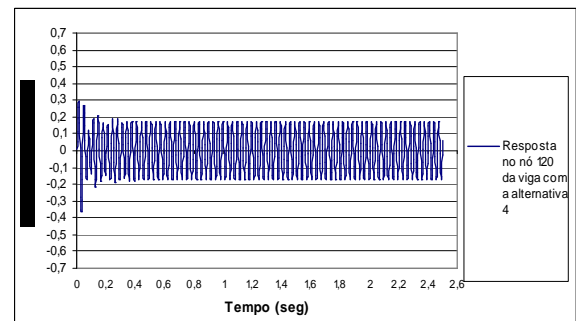


Figura 4.122 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 4

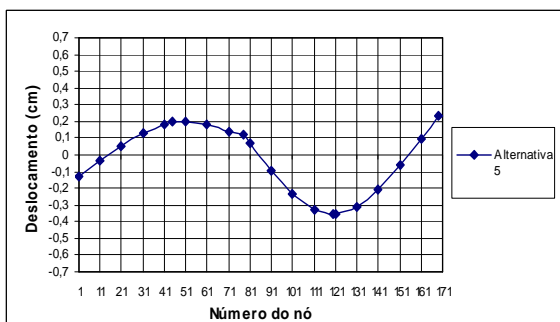


Figura 4.123 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 5

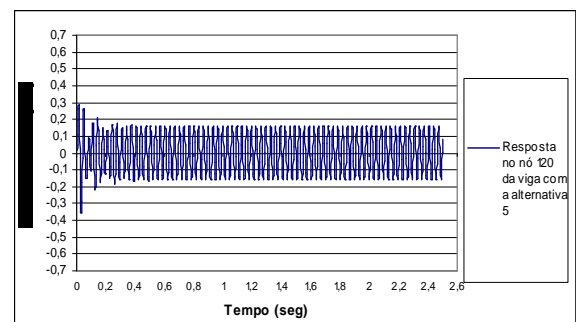


Figura 4.124 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 5

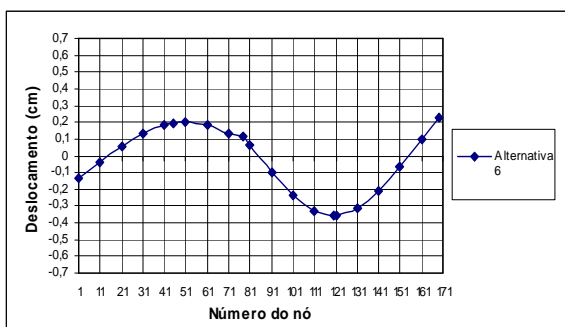


Figura 4.125 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 6

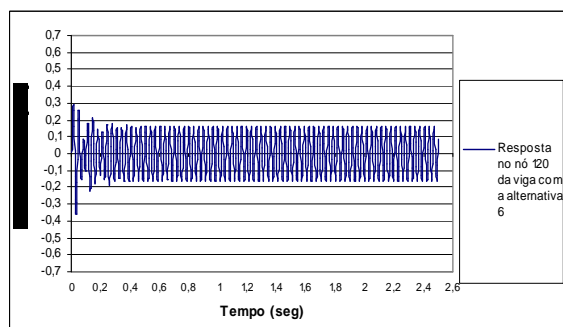


Figura 4.126 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 6

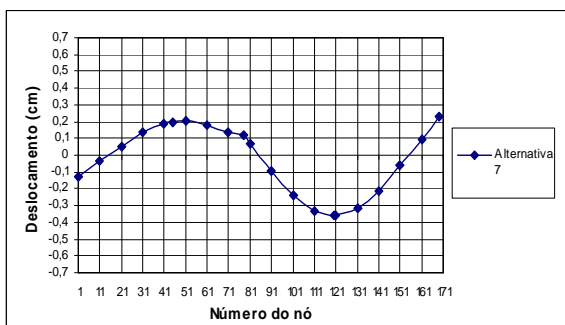


Figura 4.127 – Deslocamento máximo dos nós da viga com a Alternativa 7

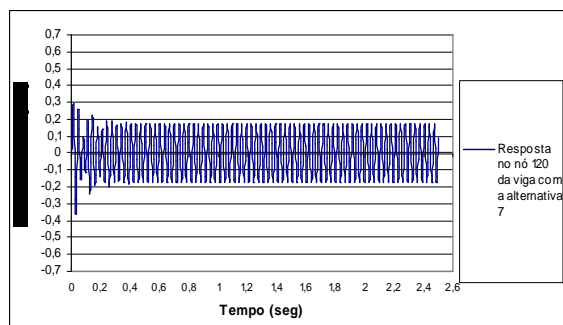


Figura 4.128 – Evolução do deslocamento do nó 120 com a Alternativa 7

Tabela 4.35 – Respostas dinâmicas máximas e valores *RMS* obtidos para o nó 120 em cada alternativa analisada no estudo paramétrico da viga

|                      | Porcentagem da massa total utilizada no AMS 1 | Porcentagem da massa total utilizada no AMS 2 e 3 | Deslocamento máximo alcançado no nó 120 (cm) | Resposta <i>RMS</i> no nó 120 (cm) |
|----------------------|---|---|--|------------------------------------|
| <b>Alternativa 1</b> | 60  | 20  | 0,596  | 0,395                              |
| <b>Alternativa 2</b> | 50  | 25  | 0,375  | 0,205                              |
| <b>Alternativa 3</b> | 45  | 27,5  | 0,366  | 0,154                              |
| <b>Alternativa 4</b> | 40  | 30  | 0,360  | 0,127                              |
| <b>Alternativa 5</b> | 35  | 32,5  | 0,357  | 0,117                              |
| <b>Alternativa 6</b> | 33  | 33,5  | 0,357  | 0,118                              |
| <b>Alternativa 7</b> | 30  | 35  | 0,359  | 0,127                              |

Tabela 4.36 – Parâmetros utilizados no estudo paramétrico para a viga analisada

|               | <b>Porcentagem da massa total utilizada no AMS 1</b> | <b>Massa do AMS 1 (Kg)</b> | <b>Rigidez do AMS 1,2 e 3 (N/m)</b> | <b>Amortecimento do AMS 1 (Ns/m)</b> | <b>Massa dos AMS 2 e 3 (Kg)</b> | <b>Amortecimento do AMS 2 (Ns/m)</b> | <b>Amortecimento do AMS 3 (Ns/m)</b> |
|---------------|--|----------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| Alternativa 1 | 60   | 0,271                      | 5113,8                              | 6,18                                 | 0,09                            | 5,32                                 | 4,67                                 |
| Alternativa 2 | 50   | 0,226                      | 5113,8                              | 6,18                                 | 0,1125                          | 5,32                                 | 4,67                                 |
| Alternativa 3 | 45   | 0,203                      | 5113,8                              | 6,18                                 | 0,124                           | 5,32                                 | 4,67                                 |
| Alternativa 4 | 40   | 0,181                      | 5113,8                              | 6,18                                 | 0,135                           | 5,32                                 | 4,67                                 |
| Alternativa 5 | 35   | 0,158                      | 5113,8                              | 6,18                                 | 0,1465                          | 5,32                                 | 4,67                                 |
| Alternativa 6 | 33   | 0,149                      | 5113,8                              | 6,18                                 | 0,151                           | 5,32                                 | 4,67                                 |
| Alternativa 7 | 30   | 0,136                      | 5113,8                              | 6,18                                 | 0,1575                          | 5,32                                 | 4,67                                 |

Dos resultados obtidos no estudo paramétrico se pode concluir que a Alternativa 5 e a Alternativa 6 apresentam tecnicamente os mesmos resultados, pois o deslocamento máximo do nó 120 (nó de maior deslocamento da estrutura) é o mesmo (0,357 cm) e o valor *RMS* do deslocamento ao longo do tempo tem uma diferença de 0,001 cm, sendo assim praticamente a mesma (0,117 cm). Pode-se afirmar também que os deslocamentos máximos da Alternativa 5 e 6 do estudo paramétrico são 0,83% menores que o valor do deslocamento máximo obtido para três AMS projetados com o critério de Jangid. Já o valor *RMS* do deslocamento ao longo do tempo das alternativas do estudo paramétrico em questão são 27,78% menores que as obtidas pelo critério de Jangid. Deste modo, as Alternativas 5 e 6 do estudo paramétrico não conseguem reduzir o deslocamento máximo da estrutura, mas conseguem reduzir de maneira efetiva o valor *RMS* do deslocamento.

#### 4.6.2.3 – Análise numérica do modelo com cinco AMS sob a ação de um carregamento harmônico

No estudo do posicionamento ótimo de cinco AMS na viga Gerber, determinou-se que posicionado os amortecedores ao redor do nó 120 da estrutura (a 2,38 m do extremo esquerdo da viga) o desempenho dos dispositivos de controle seria mais eficiente. A configuração utilizada para a instalação dos cinco AMS é apresentada na Figura 4.129.

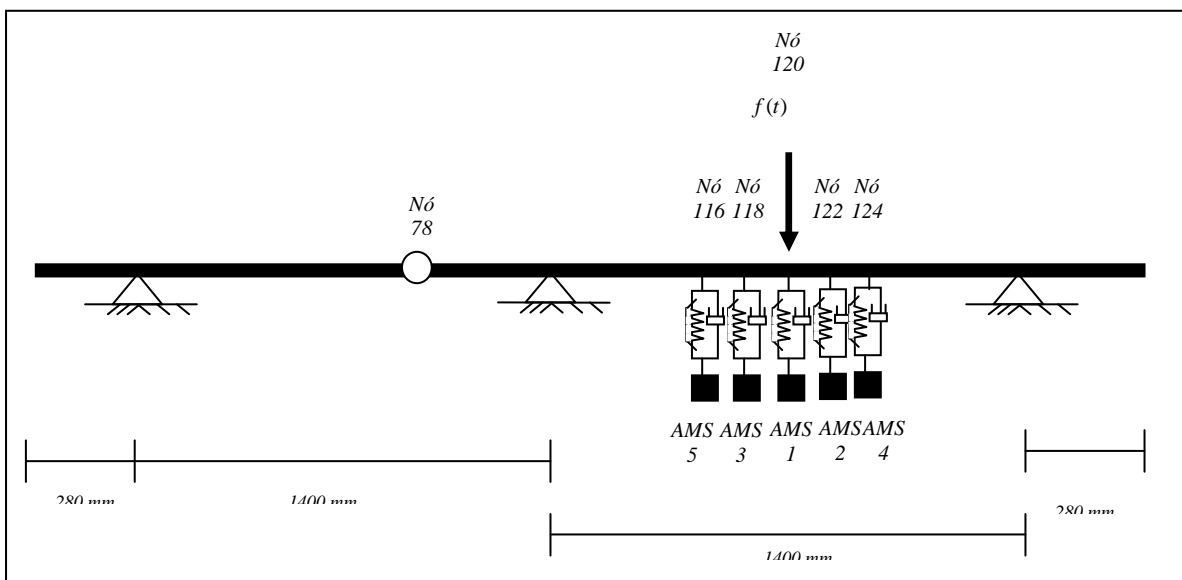


Figura 4.129 – Esquema da viga analisada com cinco AMS instalados



Os parâmetros de Jangid obtidos para os AMS utilizados neste caso são apresentados na Tabela 4.37.

Tabela 4.37 – Parâmetros de Jangid encontrados para cinco AMS

|              | <b>Rigidez (<math>k_i</math>)</b><br>(N/m) | <b>Frequência do AMS</b><br>( $f_i$ ) (Rad/s) | <b>Massa (<math>m_i</math>)</b><br>(Kg) | <b>Amortecimento</b><br>( $c_i$ ) (Ns/m) |
|--------------|--|---|---|--|
| <b>AMS 1</b> | 3114,1                                     | 152,64  | 0,134                                   | 3,00                                     |
| <b>AMS 2</b> | 3114,1                                     | 169,23  | 0,109                                   | 2,71                                     |
| <b>AMS 3</b> | 3114,1                                     | 185,81  | 0,09                                    | 2,47                                     |
| <b>AMS 4</b> | 3114,1                                     | 202,39  | 0,076                                   | 2,27                                     |
| <b>AMS 5</b> | 3114,1                                     | 218,97  | 0,065                                   | 2,1                                      |

Os deslocamentos máximos de cada nó da viga Gerber para o sistema sem controle e com cinco AMS podem ser observados na Figura 4.130.

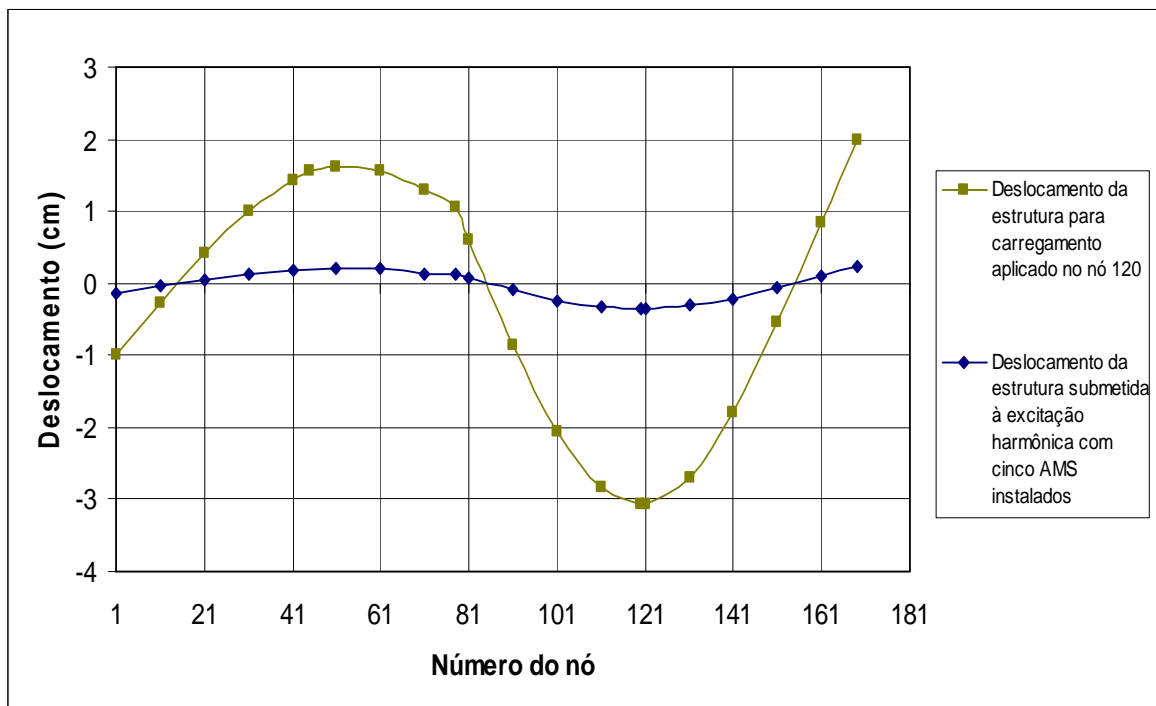


Figura 4.130 – Deslocamentos máximos da estrutura com cinco AMS instalados e sem controle

O deslocamento máximo (nó 120) da viga Gerber com controle é de 0,352 cm, apresentando uma redução 88,53% em relação ao sistema sem controle. Por outro lado, o

valor *RMS* do deslocamento ao longo de um tempo de 2,5 segundos para o nó 120 da viga com cinco AMS instalados é de aproximadamente 0,158 cm, o que significa uma redução de 92,4% em relação ao valor da viga sem controle.

A Figura 4.131 apresenta o gráfico da evolução do deslocamento ao longo do tempo do nó 120 da viga sem controle e da viga com cinco AMS.

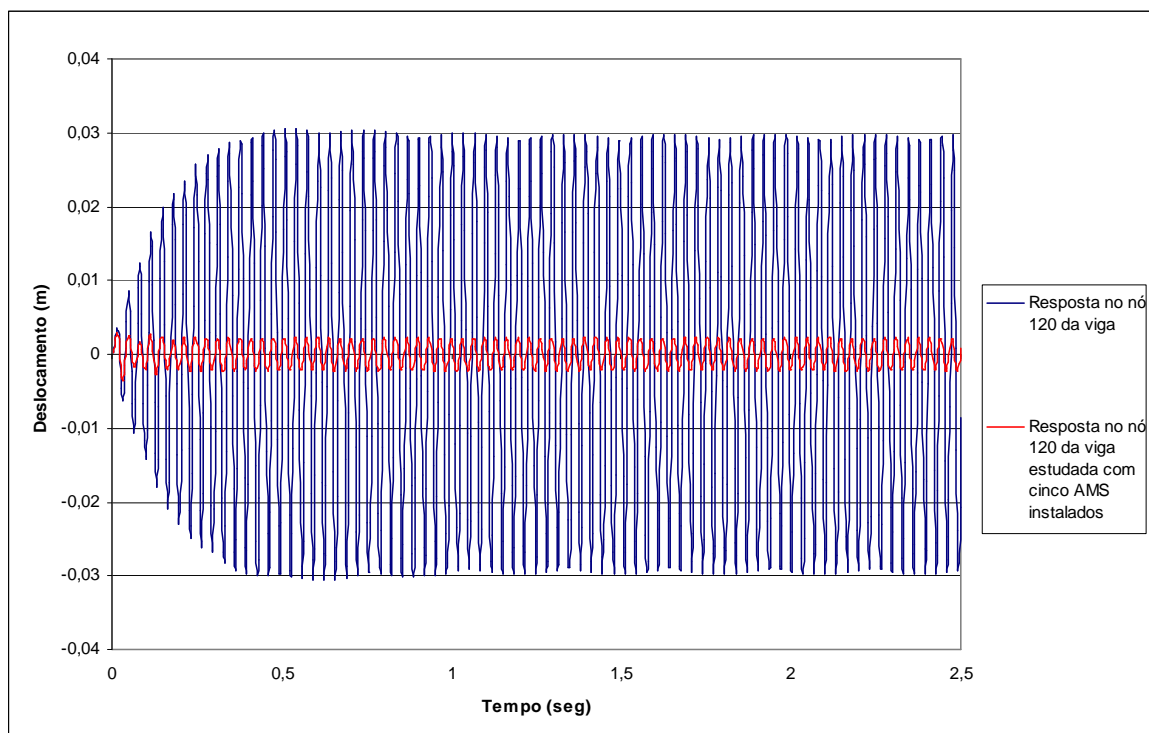


Figura 4.131 – Evolução do deslocamento ao longo do tempo do nó 120 da viga Gerber para os sistemas com cinco AMS e sem controle

#### 4.6.2.4 – Análise numérica do modelo com sete AMS sob a ação de um carregamento harmônico

O ultimo modelo a ser analisado é a viga com sete AMS instalados. O estudo de posicionamento ótimo dos amortecedores indicou que os AMS trabalham de forma mais efetiva quando posicionados como apresentado na Figura 4.132.

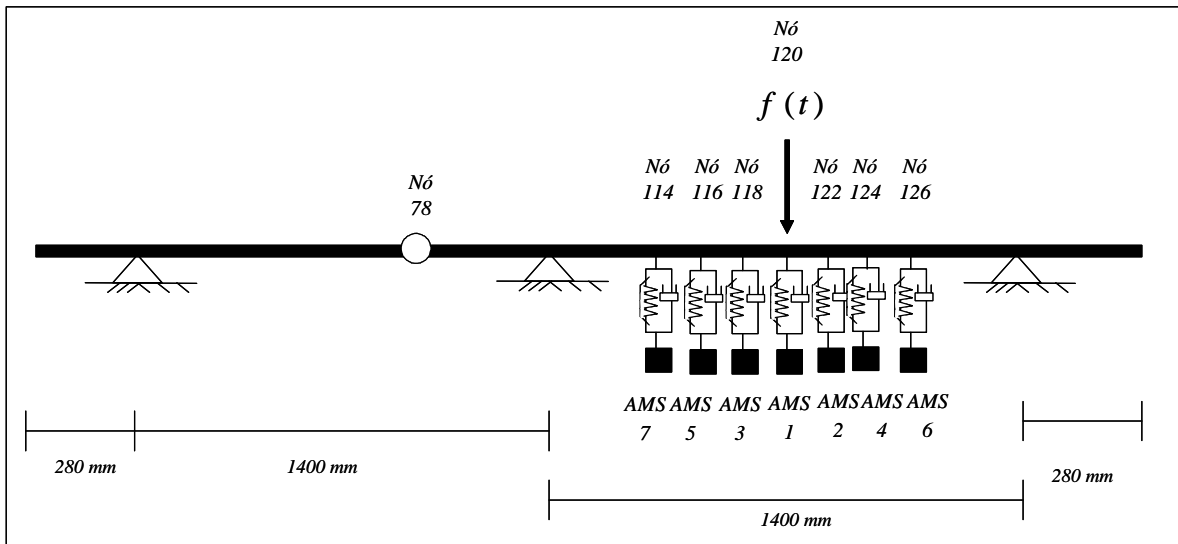


Figura 4.132 – Esquema da viga analisada com sete AMS instalados

A Tabela 4.38 apresenta os parâmetros de Jangid calculados para a configuração de sete AMS apresentada.

Tabela 4.38 – Parâmetros de Jangid encontrados para sete AMS

|              | <b>Rigidez (<math>k_i</math>)</b><br>(N/m) | <b>Frequência do AMS</b><br>( $f_i$ ) (Rad/s) | <b>Massa (<math>m_i</math>)</b><br>(Kg) | <b>Amortecimento</b><br>( $c_i$ ) (Ns/m) |
|--------------|--|---|---|--|
| <b>AMS 1</b> | 2239                                       | 149,38  | 0,100                                   | 1,91                                     |
| <b>AMS 2</b> | 2239                                       | 161,73  | 0,086                                   | 1,77                                     |
| <b>AMS 3</b> | 2239                                       | 174,07  | 0,074                                   | 1,64                                     |
| <b>AMS 4</b> | 2239                                       | 186,42  | 0,064                                   | 1,53                                     |
| <b>AMS 5</b> | 2239                                       | 198,76  | 0,057                                   | 1,44                                     |
| <b>AMS 6</b> | 2239                                       | 211,11  | 0,050                                   | 1,35                                     |
| <b>AMS 7</b> | 2239                                       | 223,45  | 0,045                                   | 1,28                                     |

Da mesma maneira como foi feito com a viga Gerber com cinco AMS, compararam-se os deslocamentos máximos dos nós obtidos para a viga sem controle e com sete AMS instalados, a Figura 4.133 apresenta os gráficos resultantes.

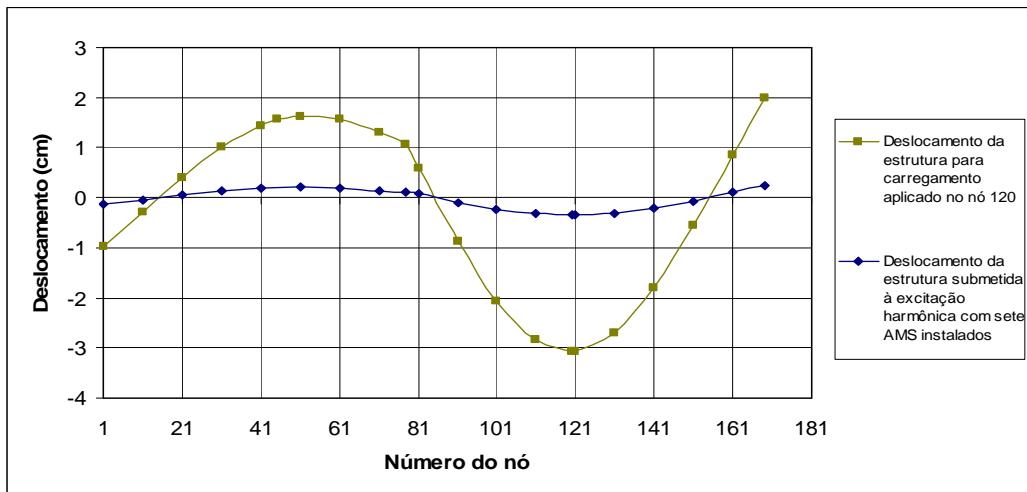


Figura 4.133 – Deslocamentos máximos da estrutura com sete AMS instalados e sem controle

O comportamento do sistema com sete AMS é praticamente o mesmo que o da viga com cinco AMS, pois o deslocamento máximo ocorre no nó 120 e tem um valor de 0,353 cm (0,001 cm a mais do que o sistema com cinco AMS). Além disso, o valor *RMS* do deslocamento ao longo do tempo do nó 120 da estrutura com sete dispositivos de controle foi de 0,158 cm, ou seja, o mesmo valor obtido com cinco AMS instalados na viga. A Figura 4.134 apresenta o gráfico da evolução do deslocamento ao longo de um tempo de 2,5 seg. do nó 120 da viga sem controle e da viga com sete AMS instalados.

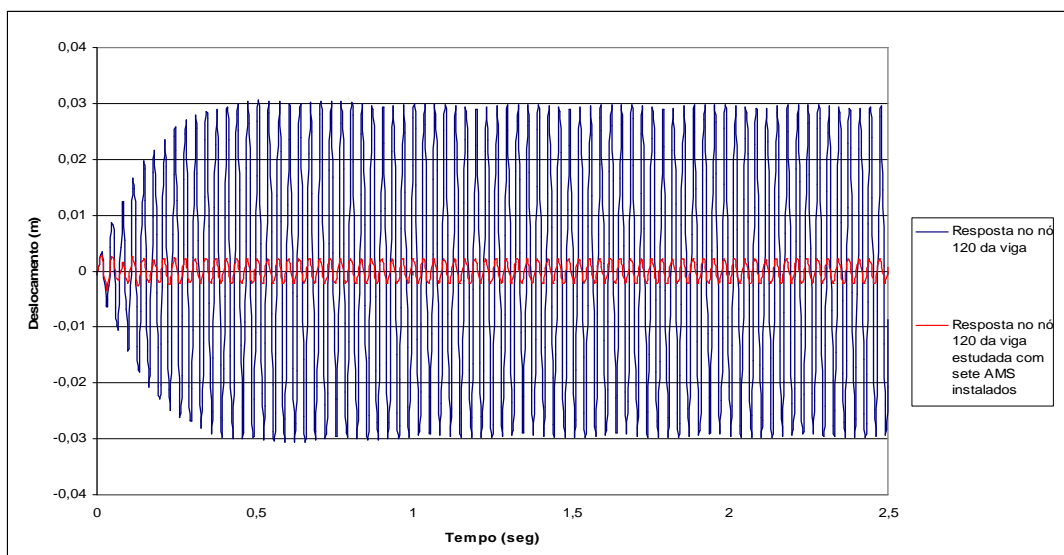


Figura 4.134 – Evolução do deslocamento ao longo do tempo do nó 120 da viga Gerber para os sistemas com sete AMS e sem controle

É possível concluir então que os sistemas mais eficientes para reduzir a resposta dinâmica da viga Gerber sob a ação de um carregamento harmônico são as configurações de cinco e sete AMS, as quais conseguiram reduções de 88,53% no deslocamento máximo da estrutura e de 92,4% no valor *RMS* do deslocamento ao longo de um tempo de 2,5 s no nó 120 da viga estudada.

#### 4.6.3 – Análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento aleatório

Como todos os modelos numéricos anteriores, a viga Gerber foi submetida à ação do carregamento aleatório apresentado na Figura 4.36 e descrito com maiores detalhes no item 4.3.3.

A Figura 4.135 apresenta a história do deslocamento ao longo do tempo para o nó 120 da viga sem controle. O deslocamento máximo obtido neste nó foi de aproximadamente 0,72 cm (deslocamento máximo da estrutura também), sendo o valor *RMS* do deslocamento ao longo do tempo de 0,234 cm.

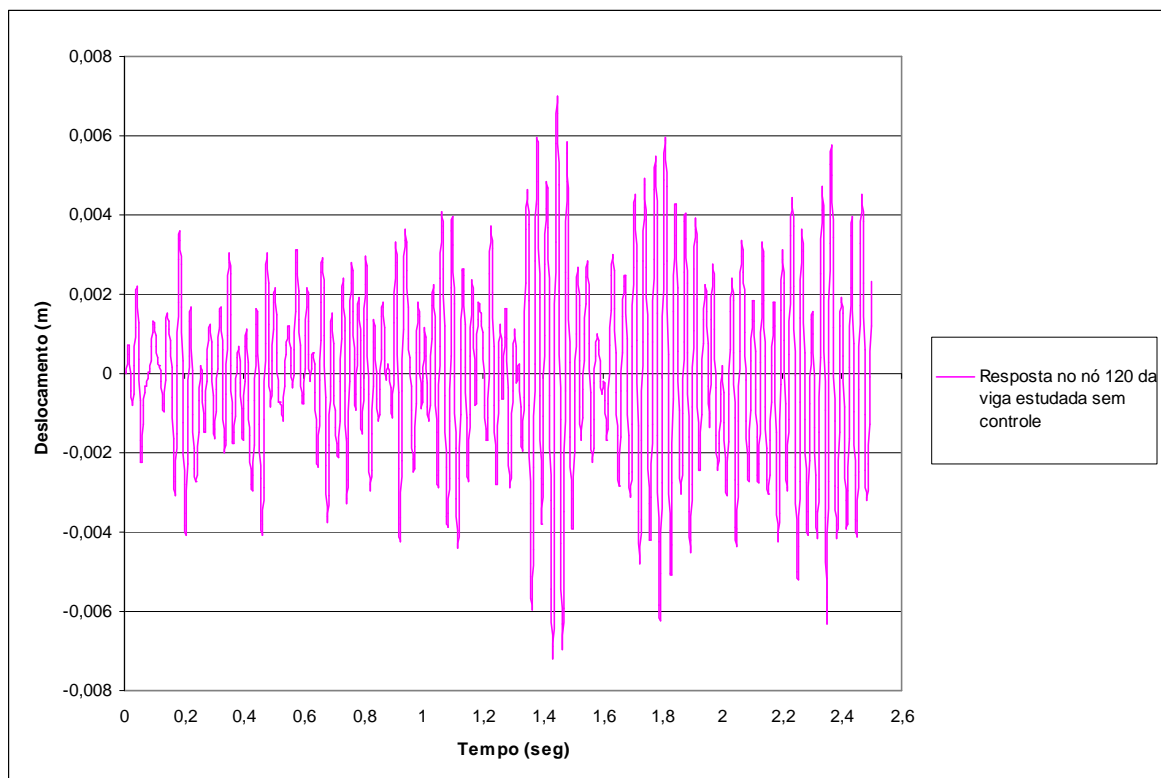


Figura 4.135 – Evolução do deslocamento no nó 120 da viga Gerber sem controle e submetida à ação de um carregamento aleatório

Os sistemas com um e três AMS foram os primeiros a serem testados na viga submetida à excitação aleatória. É importante salientar que o sistema de três AMS utilizado foi o descrito na Alternativa 5 do estudo paramétrico, uma vez que foi a alternativa mais eficiente para reduzir os deslocamentos da estrutura. Os deslocamentos máximos obtidos para o sistema com um e três AMS foram 0,377 cm e 0,399 cm respectivamente, enquanto que os valores *RMS* dos deslocamentos ao longo do tempo para o nó 120 foram de 0,125 cm e 0,128 cm. A Figura 4.136 apresenta a evolução do deslocamento ao longo do tempo do nó 120 da viga excitada pelo carregamento aleatório com um e com três AMS.

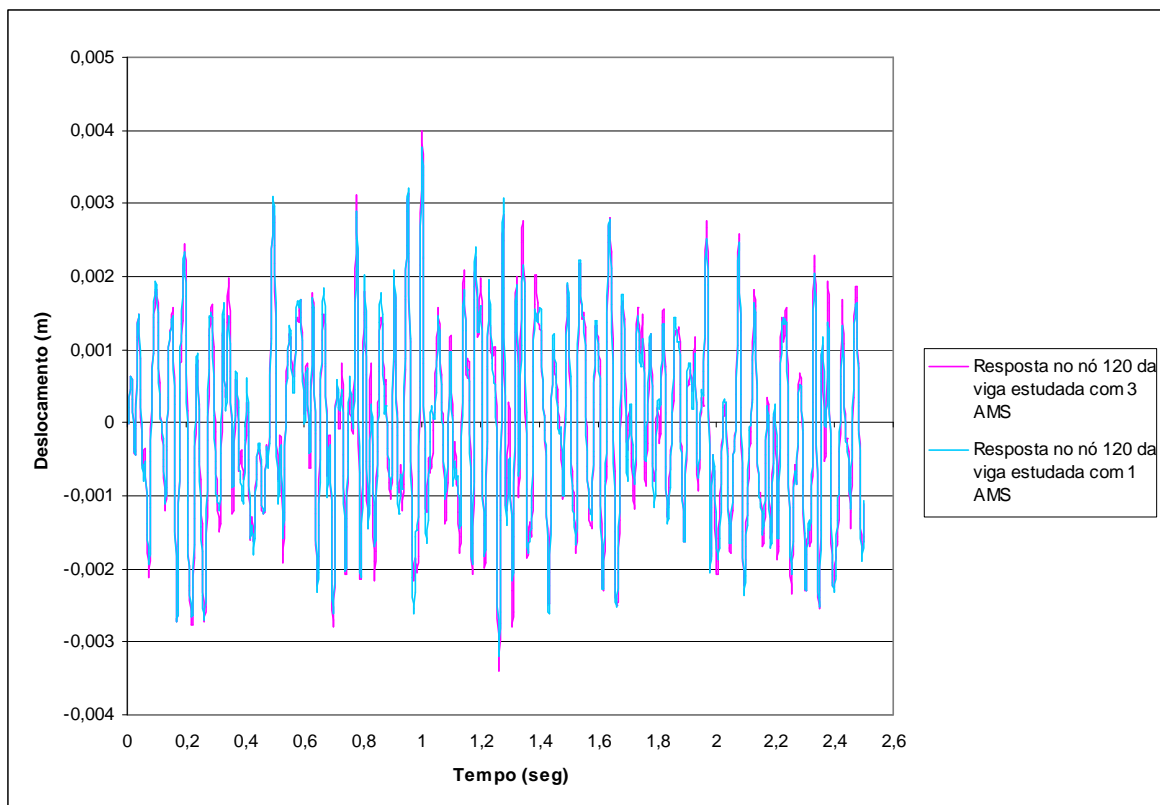


Figura 4.136 – Evolução do deslocamento no nó 120 da viga Gerber, equipada com um e três AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório

Finalmente foram testados os sistemas com cinco e sete AMS. De maneira similar que para o carregamento harmônico, as configurações com cinco e sete amortecedores apresentaram praticamente o mesmo resultado, sendo o deslocamento máximo da estrutura de 0,394 cm para o sistema com cinco AMS e de 0,393 cm para o sistema com sete AMS. Já o valor *RMS* do deslocamento para os dois casos foi de 0,129 cm. A Figura 4.137 apresenta a história do deslocamento ao longo do tempo do nó 120 da viga com cinco e com sete AMS.

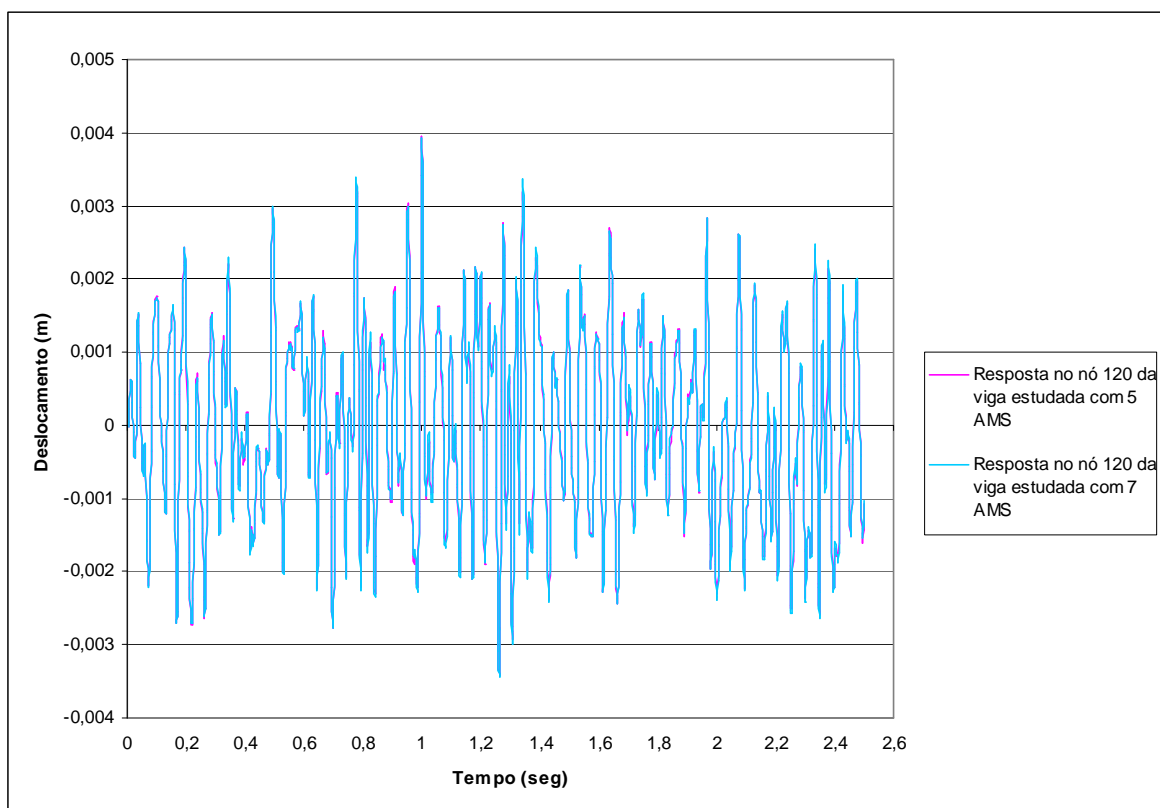


Figura 4.137 – Evolução do deslocamento no nó 120 da viga Gerber, equipada com cinco e sete AMS e submetida à ação de um carregamento aleatório

A Tabela 4.39 apresenta um resumo com os deslocamentos máximos da viga, o valor *RMS* do deslocamento do nó 120 e as reduções obtidas com cada uma das configurações de AMS analisadas.

Tabela 4.39 – Valores obtidos para a viga Gerber sujeita a uma carga aleatória

| <b>Localização do AMS na viga</b> | <b>Valor máximo do deslocamento (cm)</b> | <b>Resposta <i>RMS</i> (cm)</b> | <b>Diminuição na resposta <i>RMS</i> (%)</b> |
|-----------------------------------|--|---------------------------------|--|
| Sem AMS                           | 0,72                                     | 0,234                           | —  |
| Com 1 AMS                         | 0,377                                    | 0,125                           | 46,58  |
| Com 3 AMS                         | 0,399                                    | 0,128                           | 45,30  |
| Com 5 AMS                         | 0,394                                    | 0,129                           | 44,87  |
| Com 7 AMS                         | 0,393                                    | 0,129                           | 44,87  |

De acordo com os dados obtidos na análise numérica do modelo sob a ação de um carregamento aleatório, o sistema mais eficiente na redução da resposta dinâmica da

estrutura foi a configuração com um AMS, a qual conseguiu reduzir em até 46,58% o valor *RMS* do deslocamento para o nó de maior resposta dinâmica da estrutura.



## 5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES

### 5.1 – CONCLUSÕES

Na presente pesquisa, se desenvolveu uma análise numérica de uma viga metálica do tipo Euler-Bernoulli, sob distintas condições de apoio e submetida a carregamentos harmônicos e aleatórios. Os resultados numéricos foram obtidos com o auxílio do programa *ANSYS*. A principal finalidade desta análise foi determinar numericamente a eficiência de um sistema de controle passivo (neste caso AMS e AMSM) na diminuição de vibrações excessivas e no controle da resposta dinâmica da estrutura.

As vigas utilizadas neste estudo eram de aço e possuíam uma seção transversal retangular de 20 x 40 mm, com uma espessura de 1,5 mm. Mudando as condições de apoio da estrutura, desenvolveram-se quatro tipos de modelos, o primeiro foi o da viga biapoiada, o segundo foi o da viga engastada e apoiada, o terceiro foi o da viga simplesmente apoiada com dois balanços e o quarto e último modelo foi o da viga Gerber com balanços.

Devido às poucas referências bibliográficas existente sobre controle estrutural em vigas e pontes, a determinação dos parâmetros ótimos de projeto dos dispositivos de controle foi feita com as expressões encontradas para sistemas estruturais reduzidos. No caso de um AMS, trabalhou-se com as expressões desenvolvidas por Den Hartog, e no caso de AMSM, com as expressões determinadas por Jangid.

A excitação harmônica de cada um dos modelos foi do tipo  $f(t) = P_0 \text{sen} \bar{\omega} t$ , onde o valor da amplitude  $P_0$  para todos os casos tinha um valor constante igual a 100 N, já o valor da frequência  $\bar{\omega}$  correspondia ao valor das frequências fundamentais de cada um dos sistemas, determinadas a partir das análises modais desenvolvidas.

#### 5.1.1 – Modelos submetidos a carregamentos harmônicos

### 5.1.1.1 – Primeiro modelo numérico

No primeiro modelo numérico, a excitação harmônica aplicada na estrutura foi  $f(t) = 100 \cdot \text{sen}102,2t$ .

Encontrou-se para esta configuração de viga, que o local mais desfavorável para excitar a estrutura era no meio do vão. Aplicando o carregamento harmônico, foi possível determinar o valor de 6,88 cm para o deslocamento máximo da viga.

A instalação de um AMS na viga biapoiada provocou uma diminuição considerável na resposta dinâmica da estrutura. A posição onde se obteve a melhor performance do dispositivo, projetado com as expressões de Den Hartog, foi o ponto de maior deslocamento da estrutura. O valor do deslocamento máximo com um AMS instalado foi de aproximadamente 1,65 cm, o que significa uma redução no pico da resposta de 76,02%.

Para o caso do sistema com três AMS instalados, reafirmou-se que a posição ótima para instalar os mecanismos de controle era o ponto de deslocamento máximo. Do estudo numérico realizado conclui-se que quanto mais próximos do local de maior deslocamento da viga se situem os amortecedores, maior será a redução da resposta. Neste trabalho optou-se por instalar o amortecedor principal, AMS número um, em  $L/2$ , já os AMS dois e três foram instalados ao lado do AMS principal a cinco centímetros de distância. O deslocamento máximo da viga submetida ao carregamento harmônico e com três AMS instalados foi de aproximadamente 1,54 cm, o que significa uma redução de mais de 77,5% do deslocamento máximo da estrutura sem controle, e uma redução de mais de 6% do deslocamento máximo atingido pelo sistema com um AMS instalado.

Procurando melhorar o desempenho dos três AMS, optou-se por fazer um estudo paramétrico simples, que consistiu em variar a massa dos três AMS, mantendo constantes os parâmetros de rigidez e amortecimento determinados pelas expressões de Jangid. Os resultados obtidos mostraram claramente que distribuindo 35% da massa total, atribuída aos AMS, no AMS principal e dividindo os 65% restantes, igualmente entre os outros dois AMS, a resposta dinâmica da estrutura diminuía, conseguindo assim uma maior redução no deslocamento máximo. O valor do deslocamento máximo da estrutura caiu de 6,88 cm para

1,51 cm, melhorando a eficiência do sistema de três AMS instalados na viga biapoiada submetida ao carregamento harmônico já descrito.

No caso do sistema equipado com cinco e sete AMS, aproveitou-se da premissa de que quanto mais próximo do local de maior deslocamento da viga se situem os amortecedores, maior será a diminuição da resposta. Assim, instalando os AMS ao redor do local de maior deslocamento, e distanciando os amortecedores cinco centímetros entre si, foi possível observar nos dois casos mencionados, uma redução da resposta dinâmica ao longo do tempo em todos os pontos da viga, obtendo valores de deslocamentos máximos da estrutura de 1,51 cm para os dois sistemas (valores do deslocamento máximos iguais ao obtido no estudo paramétrico feito no sistema com três AMS). Não obstante, a redução do valor *RMS* da resposta dinâmica do sistema equipado com sete amortecedores é menor que a obtida nos sistemas com cinco e com três AMS analisada no estudo paramétrico.

Como conclusão geral, o sistema que apresentou melhor desempenho na tarefa de reduzir os deslocamentos da estrutura foi a configuração com sete AMS localizados ao redor do local de maior deslocamento ( $L/2$  neste caso), com um espaçamento de cinco centímetros entre os amortecedores.

#### 5.1.1.2 – Segundo modelo numérico

O segundo modelo numérico analisado foi a viga com o extremo esquerdo engastado e o extremo direito apoiado. A excitação harmônica atuante na estrutura foi  $f(t) = 100 \cdot \text{sen}159,59t$ , sendo a frequência  $\bar{\omega}$  o valor correspondente à primeira frequência natural da estrutura.

Determinou-se que o local de maior deslocamento da viga estava situado a  $0,58 \cdot L$  do extremo esquerdo da estrutura. Aplicando o carregamento harmônico neste local, obteve-se o deslocamento máximo da viga, que foi de aproximadamente 4,26 cm. Já o valor *RMS* da resposta dinâmica ao longo do tempo foi de aproximadamente 2,87 cm.

De forma análoga ao comportamento do primeiro modelo numérico, o local mais favorável para situar um único AMS, é o ponto onde o deslocamento da estrutura é máximo (neste caso  $0,58 \cdot L$ ). O deslocamento máximo da estrutura controlada foi de aproximadamente

0,753 cm, o equivalente a uma redução de 82,32% no pico da resposta dinâmica do sistema. O valor *RMS* da resposta dinâmica ao longo do tempo no local de maior deslocamento da viga foi reduzido para um valor de 0,435 cm, ou seja, um valor 84,84% menor que o registrado sem controle.

Nos casos onde AMSM foram utilizados, os locais ótimos para posicionar os amortecedores são aqueles próximos ao ponto onde o deslocamento é máximo. A localização dos amortecedores foi feita com o mesmo critério utilizado no primeiro modelo, situando os amortecedores a cinco centímetros um do outro, alcançando resultados satisfatórios.

A instalação de três AMS na viga conseguiu reduzir consideravelmente a resposta dinâmica da estrutura, não obstante, o estudo paramétrico desenvolvido neste sistema, com 35% da massa total concentrada no AMS principal e os 65% da massa restante distribuída igualmente nos outros dois AMS, reduziu ainda mais o deslocamento máximo atingido pelo sistema, obtendo para o deslocamento máximo da viga o valor de 0,68 cm, com um valor *RMS* da resposta dinâmica no local de maior deslocamento da viga de 0,282 cm.

Para o sistema com cinco e sete AMS, a redução do deslocamento da estrutura foi de 0,678 cm e 0,677 cm respectivamente (0,3% menor que a obtida no estudo paramétrico do sistema com três AMS). Os valores *RMS* das respostas dinâmicas tiveram valores de 0,371 cm para o sistema com cinco AMS e 0,367 cm para o sistema com sete AMS. Se compararmos estes valores da resposta *RMS*, com a resposta obtida no sistema com três AMS instalados, analisada no estudo paramétrico, chega-se à conclusão de que o pico de deslocamento máximo da estrutura é maior no sistema equipado com três AMS. No entanto, com exceção do pico, os deslocamentos da viga equipada com três amortecedores foram bem menores. Com base nestas considerações determinou-se que o número ótimo de amortecedores na viga engastada e apoiada deveria ser três, com parâmetros modificados segundo a alternativa cinco do estudo paramétrico (35% da massa total no AMS principal e 65% restante distribuída de forma equitativa nos outros dois AMS), localizando os amortecedores ao redor do local onde a viga tem seu deslocamento máximo e a uma distância de cinco centímetros um do outro.

### 5.1.1.3 – Terceiro modelo numérico

O terceiro modelo numérico foi a viga biapoiada com dois balanços nos extremos. A excitação harmônica atuante na estrutura foi  $f(t) = 100 \cdot \text{sen}190,81t$ , sendo a frequência  $\bar{\omega}$  o valor correspondente à primeira frequência natural da viga.

Este modelo apresentou dois grandes deslocamentos, um deles foi apontado no extremo esquerdo da estrutura e o outro se localizou entre os apoios. Encontrou-se que carregando a estrutura no extremo esquerdo, os deslocamentos eram máximos. O deslocamento máximo absoluto da estrutura sob as condições de carregamento já comentadas foi de 3,21 cm entre os apoios e de 3,19 cm para o extremo esquerdo da viga. Devido à proximidade destes valores se optou por tentar controlar a resposta da estrutura nesses dois locais.

Quando se instalou um AMS na estrutura, determinou-se que o melhor local para posicionar tal dispositivo de controle era o extremo esquerdo da viga, ou seja, se instalou o amortecedor no mesmo local onde se aplicou a excitação, o que foi também uma constante nos outros dois modelos. Isto leva a concluir que quando se pretende instalar um só AMS neste tipo de estrutura, o melhor local para fixar o mecanismo de controle é o local onde o carregamento é aplicado, desde que este local seja o mais desfavorável para a viga.

A instalação do AMS na viga diminuiu o deslocamento máximo desta a um valor de 0,53 cm, sendo este valor equivalente a uma redução de 83,49%. O valor *RMS* da resposta dinâmica ao longo do tempo passou de 2,09 cm, para a estrutura sem controle, para 0,31 cm para a estrutura controlada, uma redução de 85,17%. Outro fato interessante ocorrido com a instalação dos AMS e AMSM foi que o deslocamento máximo da estrutura deixou de apresentar-se no local entre os apoios para manifestar-se no extremo esquerdo da viga, ou seja, no segundo pico de resposta da estrutura. Este fato chama a atenção da importância dos picos de deslocamento da estrutura e da relevância de controlar a resposta nestes pontos.

Na instalação de três AMS na estrutura, se chegou à conclusão de que os amortecedores deveriam ser localizados nos picos de deslocamento do sistema. Assim, foram instalados dois amortecedores no extremo esquerdo da viga e um no local entre os apoios onde se encontrou o deslocamento máximo da estrutura sem controle. O deslocamento no extremo

esquerdo da viga obtido com esta configuração foi de 0,536 cm, equivalente a uma redução de 83,2% quando comparada à obtida pelo sistema sem controle. Já para o deslocamento entre os apoios, onde se obteve o deslocamento máximo absoluto da estrutura sem controle, o valor foi de 0,504 cm, que equivale a aproximadamente 84,3% de redução. Cabe ainda destacar que o valor *RMS* da resposta dinâmica da estrutura no extremo direito da viga foi de 0,359 cm. Neste modelo foi também realizado um estudo paramétrico, não obstante, diferentemente do que aconteceu nos outros dois modelos, a resposta dinâmica da estrutura não foi melhor do que a determinada aplicando os parâmetros de Jangid.

Os sistemas com cinco e sete AMS seguiram a seqüência de instalar os amortecedores nos dois grandes picos de deslocamento da estrutura. Na viga equipada com cinco amortecedores, o deslocamento máximo localizou-se no extremo esquerdo da estrutura, e apresentou um valor de 0,541 cm, enquanto que o deslocamento máximo entre os apoios foi de 0,504 cm, o que representa uma diminuição no deslocamento de 83,04% no extremo esquerdo e de 84,3% entre os apoios. Já o valor *RMS* da resposta dinâmica para o extremo esquerdo da viga foi de 0,303 cm. Para o caso do sistema equipado com sete AMS, o valor do deslocamento máximo no extremo esquerdo da viga foi de 0,553 cm e o valor do deslocamento máximo entre os apoios foi de 0,512 cm, o que significa uma diminuição da resposta de 82,66% no extremo da viga e de 84,05% entre os apoios. Finalmente o valor *RMS* da resposta dinâmica para o extremo esquerdo da viga foi de 0,320 cm.

Na hora de escolher um número ótimo de amortecedores para esta estrutura, a conclusão é bem similar à dada no segundo modelo. Pois apesar do pico do deslocamento da estrutura ser maior no sistema com cinco amortecedores do que no sistema com três AMS, o valor da resposta *RMS* é menor na configuração com cinco AMS, sendo assim, se recomenda usar para este tipo de estrutura cinco amortecedores de massa distribuídos nos pontos de maior deslocamento da viga conforme apresentado na análise numérica realizada.

#### 5.1.1.4 – Quarto modelo numérico

O quarto e último modelo numérico analisado foi a viga Gerber com balanços. Neste modelo a viga tinha um comprimento de 3,36 m, enquanto que nos casos anteriores a viga tinha um comprimento de 2 m, o que resultou em um número maior de elementos e nós

(167 elementos e 169 nós), para simular de maneira adequada a estrutura estudada. Para este modelo a excitação harmônica utilizada foi  $f(t) = 100 \cdot \text{sen}191,71t$ .

Neste estudo, encontrou-se que o local mais desfavorável para aplicar o carregamento seria o nó 120, a 2,38 m do extremo esquerdo da estrutura. Aplicando o carregamento neste ponto determinou-se que o deslocamento máximo da estrutura era de aproximadamente 3,07 cm, sendo o valor *RMS* do deslocamento no nó 120 da viga igual a 2,04 cm.

Na análise da viga com um AMS instalado, encontrou-se que o local mais favorável para posicionar o dispositivo de controle era o mesmo local onde foi aplicado o carregamento e onde a estrutura apresentava o deslocamento máximo, é dizer, o nó 120. Com o dispositivo de controle instalado na viga se encontraram deslocamentos máximos de 0,385 cm e um valor *RMS* da evolução do deslocamento do nó de maior deslocamento de 0,186 cm, o que significou reduções de 87,46% e 90,88% no deslocamento máximo e no valor *RMS* respectivamente.

Para a configuração com três AMS se determinou mediante um estudo preliminar que a posição ótima dos amortecedores era aquela em que os mecanismos de controle eram colocados ao redor do nó de maior deslocamento da viga. Assim, o AMS 1 foi instalado no nó 120 e os AMS 2 e 3 foram instalados nos nós 118 e 122 respectivamente. Com esta distribuição dos amortecedores se obteve um deslocamento máximo de 0,36 cm e um valor *RMS* do deslocamento no nó 120 de 0,162 cm, o que quer dizer que se conseguiu reduzir em um 6,49% o deslocamento máximo da estrutura e em 12,9% o valor *RMS* da resposta dinâmica, comparados com os valores obtidos para viga com um AMS.

O estudo paramétrico desenvolvido para a configuração com três AMS mostrou que duas das alternativas analisadas apresentaram resultados iguais. Estas duas alternativas foram as Alternativa 5 e 6. O deslocamento máximo do nó 120 nas duas alternativas foi de 0,357 cm, enquanto o valor *RMS* do deslocamento para este mesmo nó foi de 0,117 cm. O estudo paramétrico desenvolvido mostrou que os deslocamentos máximos da Alternativa 5 e 6 foram 0,83% menores que o valor do deslocamento máximo obtido para três AMS projetados com o critério de Jangid, enquanto que o valor *RMS* do deslocamento para as alternativas do estudo paramétrico em questão foram 27,78% menores que as obtidas pelo

critério de Jangid, isto leva a concluir que as Alternativas 5 e 6 do estudo paramétrico não conseguiram reduzir de maneira considerável o deslocamento máximo da estrutura, mas conseguiram reduzir efetivamente a resposta *RMS* da mesma.

Finalmente foram desenvolvidas análises da viga estudada para sistemas com cinco e sete AMS instalados. A localização dos amortecedores nas duas alternativas obedeceu à premissa determinada para o sistema com três AMS, ou seja, de que os amortecedores devem ser instalados ao redor do nó de maior deslocamento da estrutura (nós 120, 122, 118, 124 e 116 para o sistema com 5 AMS e nós 120, 122, 118, 124, 116, 126 e 114 para o sistema com 7 AMS). Os resultados obtidos para estas alternativas foram praticamente os mesmos, de 0,352 cm para o deslocamento máximo da estrutura e de 0,158 cm para o valor *RMS* do deslocamento no nó 120.

Assim, com todas as configurações de AMS desenvolvidas, chegou-se à conclusão de que o sistema mais eficiente para reduzir a resposta dinâmica da estrutura foi o da configuração com três AMS modificados segundo as alternativas cinco e seis do estudo paramétrico. Embora a alternativa cinco e seis do estudo paramétrico não sejam as mais eficientes na redução do pico de deslocamento da estrutura, elas conseguem reduzir de maneira mais eficiente a resposta *RMS* da estrutura, superando assim a performance de todas as outras alternativas analisadas.

### **5.1.2 – Modelos submetidos a carregamentos aleatórios**

Quando o primeiro e o segundo modelo foram submetidos à excitação aleatória, os sistemas que demonstraram melhor performance foram aqueles com cinco e sete amortecedores. No caso do primeiro modelo, o deslocamento da viga sem controle submetida à excitação aleatória foi de 1,41 cm, com um valor *RMS* da resposta dinâmica de 0,531 cm. Para este modelo, a viga equipada com cinco e sete AMS registrou deslocamentos máximos de 0,785 cm e 0,786 cm respectivamente e valores *RMS* das respostas dinâmicas de 0,282 cm equivalentes a uma redução de 46,89%. Já no segundo modelo se alcançou um valor de 1,17 cm no deslocamento máximo da estrutura sem controle e um valor *RMS* da resposta dinâmica de 0,349 cm. Por outro lado, os deslocamentos máximos dos sistemas com cinco e sete AMS foram de 0,51 cm e 0,52 cm com valores *RMS* das respostas dinâmicas de 0,162 cm e 0,163 cm respectivamente,



equivalentes a uma redução de 53,58% e 53,29%. Basicamente, estes sistemas cumpriram melhor a tarefa de diminuir as respostas nas estruturas submetidas à excitação aleatória e aproveitaram bem o intervalo de frequências para os quais foram projetados.

O caso do terceiro modelo foi bem particular, pois necessitando reduzir dois picos de respostas, os amortecedores tiveram que ser distribuídos entre dois locais, não executando bem a tarefa de reduzir a resposta quando a excitação aleatória foi imposta. Para este caso, as maiores reduções, nos valores de pico e *RMS* dos deslocamentos, se conseguiram quando um AMS foi instalado na estrutura, diminuindo o deslocamento máximo da viga, de 1,46 cm sem controle para 0,622 cm com um AMS. O valor *RMS* da resposta dinâmica no local de maior deslocamento passou de 0,46 cm para 0,212 cm com um AMS instalado na estrutura conseguindo uma redução de 53,91%.

Para o ultimo caso estudado, se obteve um comportamento da estrutura similar ao do terceiro modelo numérico, pois a configuração mais efetiva para reduzir a resposta dinâmica da viga foi o do sistema com um AMS instalado. O valor do deslocamento máximo da viga sem controle submetida à excitação aleatória foi de 0,72 cm, diminuindo para 0,377 cm quando se instalou o amortecedor de massa. Já o valor *RMS* do deslocamento para o nó com maior deslocamento da estrutura foi de 0,234 cm para a estrutura sem controle, para o valor de 0,125 cm, o que significou uma redução de aproximadamente 46,58%.

## 5.2 – SUGESTÕES

São sugeridos a seguir alguns tópicos importantes que poderão complementar a pesquisa realizada nesta dissertação:

- Realizar um estudo experimental com o objetivo de comparar os resultados numéricos obtidos neste trabalho com os valores experimentais e, além disso, calibrar o modelo teórico com base nestes resultados experimentais.
- Desenvolver um estudo paramétrico mais completo, para o caso de vigas, que permita variar os coeficientes de amortecimento e de rigidez utilizados nos AMSM.

- Realizar uma busca numérica que promova, também, uma variação das razões de massa dos amortecedores com a finalidade de melhorar o seu desempenho.
- Estudar outras configurações de vigas.
- Desenvolver uma aplicação computacional que mediante um processo iterativo permita selecionar os parâmetros ótimos dos AMSM, no caso de vigas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alves Filho, A. (2005). “Elementos finitos a base da tecnologia CAE/Análise dinâmica”, 1<sup>ra</sup> Edição. Editora Érica Ltda., São Paulo, Brasil.
- Ambrosini, R.D. (2001). “Acciones dinamicas y daño estructural”, Premio “Ing. Antonio Marín”. Buenos Aires, Argentina.
- ANSYS. “Revision 10.0, ANSYS user’s manual.”, EUA, 2005.
- ANSYS. “Introduction to dynamics - training manual.”, EUA, 2003.
- Avila, S. M. (2002). *Controle hibrido para atenuação de vibrações em edifícios*, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Carneiro, R.B. (2004). *Controle de vibrações em edifícios altos utilizando amortecedor de massa sintonizado múltiplo (AMSM)*, Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília.
- Chen, Y.H. e Huang, Y.H. (2004). “Timoshenko beam with tuned mass dampers and its design curves.” In: *Journal of Sound and Vibration*, 278, 873-888.
- Chen, G. e Wu, J. (2003). “Experimental study on multiple tuned mass dampers to reduce seismic responses of a three-storey building structure.” In: *Earthquake engineering and structural dynamics*, 32(5), 793-810.
- Clough, R.W. e Penzien, J. (1993). “Dynamics of Structures”, 2<sup>nd</sup> Edition. McGraw-Hill, New York, United States.
- Connor, J.J. (2003). “Introduction to Structural Motion Control”, 1<sup>st</sup> Edition. Prentice Hall, New York, United States.
- Cruz, H.J. (1998). *Effect of tuned mass dampers on the seismic response of buildings*, Magister Thesis, University of Puerto Rico Mayagües Campus, Puerto Rico.
- Den Hartog, P. J. (1956). “Mechanical vibrations”, 4<sup>th</sup> Edition. McGraw-Hill, New York, United States.
- Dueñas, L. (2001). “Control Activo: Innovación en el control del movimiento sísmico de las edificaciones.” In: *Revista Noticreto*, 61.
- Elias, G.T. e Avila, S.M. (2006). “Metodologia para definição do melhor número e posição para dispositivos de controle estrutural.” In: *XXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*. Belem, Brasil.
- Fujino, Y.; Soong, T.T. e Spencer, B.F. (1996). “Structural control: basic concepts and applications”, In: *1996 ASCE Structures Congress, 1996*, Chicago, United States.

- Gao, H. e Kwok, K.C.S. (1997). "Optimization of tuned liquid column dampers." In: *Engineering structures*, 19, 476-486.
- Gomes, D.H.M. (2006). *Controle da resposta dinâmica de uma passarela de pedestres da cidade de Brasília com a utilização de amortecedores de massa sintonizados*, Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília.
- Gu, M.; Chen, S.R. e Chang, C.C. (2001). "Parametric study on multiple tuned mass dampers for buffeting control of Yangpu bridge." In: *Journal of wind and engineering*, 89, 987-1000.
- Housner, G.W.*et. al.* (1997). "Structural Control: Past, Present and future." In: *Journal of Engineering mechanics*, 123(9), 897-971.
- <http://www.designcommunity.com/discussion/7551.html>. (2001).
- <http://en.wikipedia.org/wiki/ANSYS>. (2007)
- Igusa, T.; Xu, K. (1994). "Vibration control using multiple tuned mass dampers." In: *Journal of sound and vibration*, 175, 491-503.
- Inman, J.D. (1995). "Engineering Vibration", 1<sup>st</sup> edition. Prentice-Hall International, New York, United States.
- Jangid, R.S. (1999). "Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped systems." In: *Earthquake engineering and structural dynamics*, 28, 1041-1049.
- Jo, B.W.; Tae, G.H. e Lee, D.W. (2001). "Structural vibration of tuned mass damper-installed three-span steel box bridge." In: *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 78, 667-675.
- Jones, D.I.G. (1967). "Response and damping of a simple beam with tuned dampers." In: *The journal of the acoustical society of America*, 42(1), 50-53.
- Joshi, A.S. e Jangid, R.S. (1997). "Optimum parameters of multiple tuned mass dampers for base-excited damped systems." In: *Journal of sound and vibration*, 202(5), 657-667.
- Kareem, A. e Kline, S. (1995). "Performance of multiple mass dampers under random loading." In: *Journal of Structural Engineering*, 121(2), 348 – 361.
- Kwok, K.C.S. e MacDonald, P.A. (1987). "Wind-induced response of Sydney tower." In: *First national structural engineering conference*, 19-24.
- Kwon, H.C.; Kim, M.C. e Lee, I.W. (1998). "Vibration control of bridges under moving loads." In: *Computers & structures*, 66(4), 473-480.
- Larson, D.S. (1994). *Passive control using coulomb damped masses*, PhD Thesis, Arizona State University, Arizona.

- Lee, C.L.; Chen, Y.T.; Chung, L.L e Wang, Y.P. (2006). “Optimal design theories and applications of tuned mass dampers.” In: *Engineering structures*, 28, 43-53.
- Li, C. (2000). “Performance of multiple tuned mass dampers for attenuating undesirable oscillations of structures under the ground acceleration.” In: *Earthquake engineering and structural dynamics*, 29, 1405-1421.
- Magluta, C.; Ainsworth Jr., G. O. e Roitman, N. (2003). “Comparison between multiple vibration absorbers and single vibration absorbers systems”. In: *XVII International congress of mechanical engineering*. São Paulo, Brasil, CD-ROM.
- Nicholson, J.W. e Bergman, L.A. (1986). “Free vibration of combined dynamical systems.” In: *Journal of engineering mechanics*, 112(1), 1-13.
- Özgüvent, H.N. e Çandir, B.(1986). “Suppressing the first and second resonances of beams by dynamic vibration absorbers.” In: *Journal of sound an vibration*, 111(3), 377-390.
- Paz, M. (1997). “Structural Dynamics: Theory and Computation”, 4<sup>th</sup> Edition. Kluwer Academic Publishers, United States.
- Poovarodom, N.; Kanchanosot, S. e Warnitchai, P. (2003). “Application of non-linear multiple tuned mass dampers to suppress man-induced vibrations of a pedestrian bidge.” In: *Earthquake engineering and structural dynamics*, 32, 1117-1131.
- Rana, R. e Soong, T.T. (1998). “Parametric study and simplified design of tuned mass dampers.” In: *Engineering Structures*, 20(3), 193-204.
- Soong, T.T. e Dargush G. F. (1997). “Passive energy dissipation systems in structural engineering”. Chichester: John Wiley & Sons.
- Tamura, Y.; Fujii, K.; Ohtsuki, T.; Wakahara, T. e Kohsaka, R. (1995). “Effectiveness of tuned liquid dampers under wind excitation.” In: *Engineering structures*, 17(9), 609-621.
- Takewaki, I. (1998). “Optimal damper positioning in beams for minimum dynamic compliance.” In: *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 156, 363-373.
- Tsai, H. e Lin, G. (1993). “Optimum tuned-mass dampers for minimizing steadystate response of support-excited and damped systems.” In: *Earthquake engineering and structural dynamics*, 22, 957-973.
- Warburton, G.B. (1982). “Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters.” In: *Earthquake engineering and structural dynamics*, 10, 381-401.

- Warburton, G.B. e Ayonride, E.O. (1980). "Optimum absorber parameter for simple system." In: *Earthquake engineering and structural dynamics*, 8, 197-217.
- Wu, J.J. (2003). "Use of effective stiffness matrix for the free vibration analyses of a non-uniform cantilever beam carrying multiple two degree-of-freedom spring-damper-mass systems." In: *Computers & structures*, 81, 2319-2330.
- Yau, J.D. e Yang, Y. B. (2004a). "A wideband MTMD system for reducing the dynamic response of continuous truss bridges to moving train loads." In: *Engineering structures*, 26, 1795-1807.
- Yau, J.D. e Yang, Y.B. (2004b). "Vibration reduction for cable-stayed bridges traveled by high-speed trains." In: *Finite elements in analysis and design*, 40, 341-359.
- Yamaguchi, H. e Harnpornchai, N. (1993). "Fundamental characteristics of multiple tuned mass dampers for suppressing harmonically forced oscillations." In: *Earthquake engineering and structural dynamics*, 22, 51-62.
- Zapfe, J.A. e Lesieutre, G.A. (1996). "Broadband vibration damping in beams using distributed viscoelastic tuned mass absorbers." In: *American institute of of aeronautics and astronautics*, 2427.

# APÊNDICE A – FERRAMENTA COMPUTACIONAL E ANÁLISE MODAL E TRANSIENTE DE UMA VIGA BIAPOIADA DESENVOLVIDAS ANALITICA E NUMERICAMENTE

## A.1 – DESCRIÇÃO DO ANSYS

O programa computacional *ANSYS*, adotado para a modelagem numérica na presente pesquisa, é uma das alternativas computacionais comerciais existentes para o cálculo de análise dinâmica. A decisão de trabalhar com este programa baseou-se principalmente na grande robustez e bons resultados que pesquisas anteriores, como a de Gomes (2006), obtiveram com a implementação desta aplicação. Além desses, outros fatores como a ampla bibliografia e a disponibilidade de tutoriais ajudaram para a escolha deste, como ferramenta computacional da presente pesquisa.

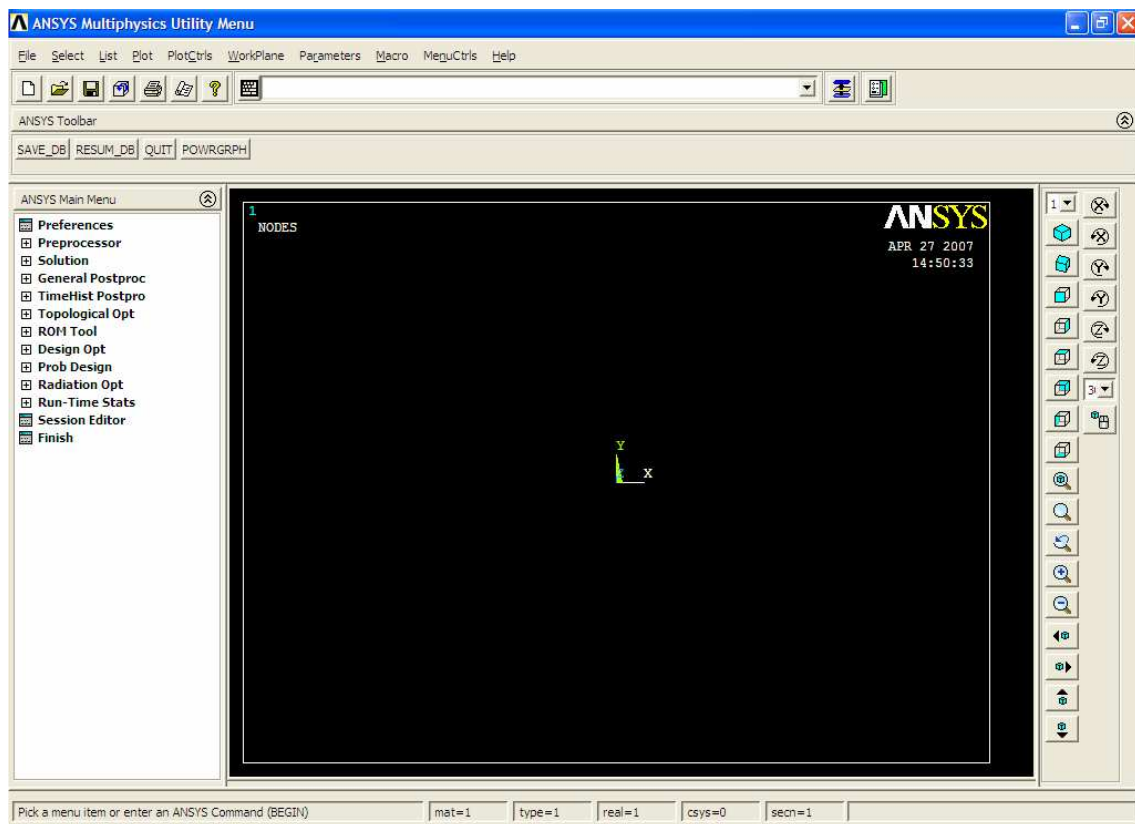


Figura A.1 – Tela inicial do programa ANSYS versão 10.0

O programa *ANSYS* é uma aplicação computacional multipropósito que trabalha com o método numérico dos elementos finitos. Entre as distintas análises que o programa desenvolve encontram-se as análises estática e dinâmica de estruturas (análises lineares e não lineares), problemas de transferência de calor, de fluidos, acústicos e eletromagnéticos (<http://en.wikipedia.org/wiki/ANSYS>. Acesso em 27 Abr. de 2007).

Na presente pesquisa trabalhou-se com a versão 10.0 na maioria dos modelos, não obstante alguns arquivos de entrada de dados foram criados e testados na versão 5.4 do mesmo programa sem nenhum tipo de inconveniente ou problema de compatibilidade entre as duas versões.

## A.2 – ELEMENTOS UTILIZADOS NA MODELAGEM NUMÉRICA

Na modelagem numérica desenvolvida na presente pesquisa foram utilizados três tipos de elementos. O primeiro deles é o elemento *Beam 3*, utilizado para simular os elementos de vigas nos eixos X e Y. O segundo elemento é o elemento *Combination 14*, que modela o amortecedor e a mola que fazem parte do AMS, e o último elemento, que simula a massa do AMS, é o elemento denominado *Mass 21*.

### A.2.1 – Elemento *Beam 3*

O elemento *Beam 3* é um elemento de viga 2-D com tensão, compressão e capacidade para flexionar-se. Ele apresenta três graus de liberdade em cada nó, dados por translações nas direções X e Y, e rotação na direção do eixo Z.

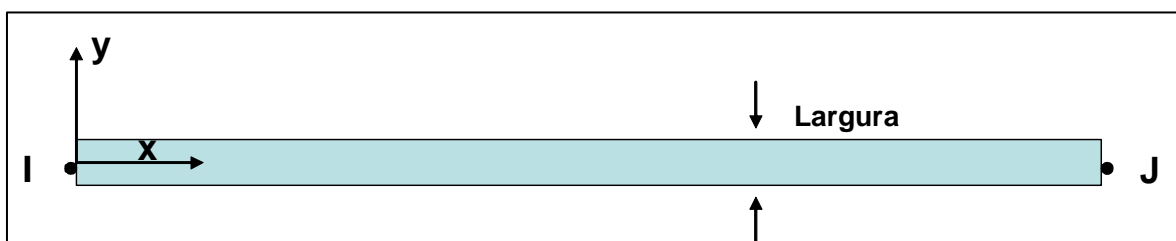


Figura A.2 – Elemento *Beam 3* (Modificado *Release 10.0 Documentation for ANSYS*, 2005)



As variáveis definidas na presente pesquisa para o elemento *Beam 3* são: Os dois nós que o compõem ( I e J na figura A.2), a área da secção transversal do elemento, o momento de inércia respeito ao eixo Z, e a largura da viga. Também foram definidos para este elemento: o tipo de material (material linear, elástico e isotrópico), o módulo de elasticidade, o módulo de Poisson e a massa específica do material.

### A.2.2 – Elemento *Combination 14*

O amortecedor e a mola são simulados pelo elemento *Combination 14*. Para este componente decidiu-se tomar um elemento longitudinal em duas dimensões, restringido na direção X, permitindo só deslocamentos na direção Y. Nenhum tipo de torsão foi admitida no elemento para limitar qualquer giro da massa e do amortecedor. As variáveis definidas para este sistema mola-amortecedor são a constante de rigidez da mola ( $K$ ) e o coeficiente de amortecimento do amortecedor ( $C_v$ ). A figura A.3 apresenta um esquema deste elemento.

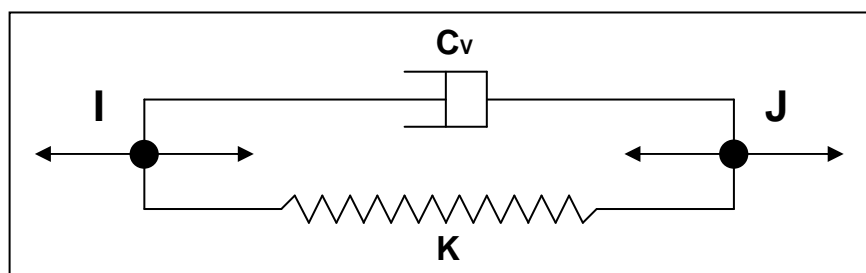


Figura A.3 – Elemento *Combination 14* (Modificado *Release 10.0 Documentation for ANSYS*, 2005)

### A.2.3 – Elemento *Mass 21*

O último dos elementos utilizados para a modelagem numérica da presente pesquisa foi o elemento *Mass 21*. Este elemento simula a massa do AMS. A massa será definida e aplicada no nó terminal do elemento *Combination 14*. Este item foi definido em um sistema de duas dimensões sem nenhum tipo de inércia rotacional. A única variável a introduzir no elemento é a massa do mesmo.

### A.3 – ANÁLISE ANALÍTICA

O presente item aborda as análises modal e transiente da viga biapoiada apresentada na figura A.4. A estrutura estará submetida à ação de um carregamento harmônico do tipo  $f(t) = P_0 \text{sen} \bar{\omega} t$  aplicado no meio do vão. Estas análises foram desenvolvidas de forma analítica com o fim de comparar os resultados obtidos com os resultados determinados pelo programa ANSYS. As propriedades e considerações feitas na estrutura são listadas na tabela A.1.

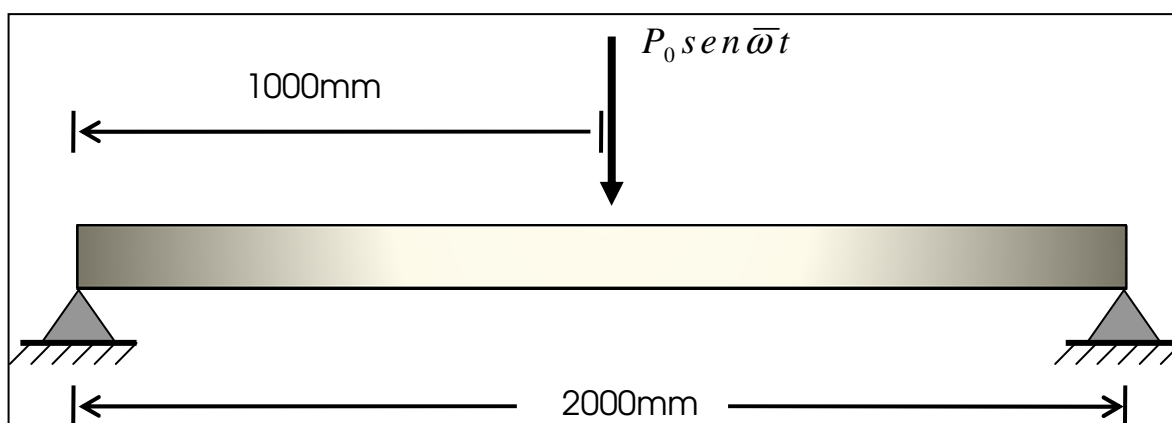


Figura A.4 – Viga biapoiada estudada no primeiro modelo

Tabela A.1 – Propriedades da viga

| PROPRIEDADES DA VIGA  | VALOR                  |
|---|------------------------|
| Área da seção transversal (m <sup>2</sup> )                 | 1,71x10 <sup>-4</sup>  |
| Espessura do perfil (m)                                     | 0,0015                 |
| Momento de inércia com respeito ao eixo Z (m <sup>4</sup> ) | 1,152x10 <sup>-8</sup> |
| Modulo de elasticidade (N/m <sup>2</sup> )                  | 1,999x10 <sup>11</sup> |
| Coefficiente de Poisson                                     | 0,3                    |
| Massa por unidade de comprimento (Kg/m)                     | 1,3422                 |
| Massa especifica (Kg/m <sup>3</sup> )                       | 7849                   |
| Amortecimento da estrutura assumido (%)                     | 0                      |

O carregamento harmônico aplicado na viga tem uma amplitude  $P_0$  de 100 Newtons e uma frequência de excitação  $\bar{\omega}$  de 81.763 rad/seg.

### A.3.1 – Análise modal da viga biapoiada

Os modos e as frequências de vibração de uma viga biapoiada são dados pelas seguintes expressões (Paz, 1997):

$$\phi_n(x) = \text{sen} \frac{n\pi x}{L} \quad (\text{A.1})$$

$$\omega_n = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{\bar{m}L^4}} \quad (\text{A.2})$$

onde  $n$  é o número do modo ou da frequência de vibração,  $L$  é o comprimento da viga,  $E$  é o módulo de elasticidade da estrutura,  $I$  é o momento de inércia com respeito ao eixo  $Z$  e  $\bar{m}$  é a massa por unidade de comprimento. Assim, as frequências naturais determinadas de forma analítica para os dez primeiros modos de vibração são as apresentadas na tabela A.2.

Tabela A.2 – Frequências naturais determinadas de forma analítica

| $n$ | Frequência natural determinada de forma analítica (Hz) |
|-----|--|
| 1   | 16,266   |
| 2   | 65,065   |
| 3   | 146,396  |
| 4   | 260,260  |
| 5   | 406,656  |
| 6   | 585,585  |
| 7   | 797,046  |
| 8   | 1041,040   |
| 9   | 1317,566   |
| 10  | 1626,624   |

### A.3.2 – Análise transiente da viga biapoada

Se procura agora determinar a resposta dinâmica da viga biapoada no ponto onde o carregamento harmônico é aplicado, ou seja,  $L/2$ . Assim, determinam-se as massas e as forças generalizadas  $M_n$  e  $P_n$  do sistema, como:

$$M_n = \int_0^L \phi_n^2(x) m(x) dx = \bar{m} \int_0^L \text{sen}^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = \frac{\bar{m}L}{2} \quad (\text{A.3})$$

$$P_n(t) = \int_0^L \phi_n(x) p(t) dx = P_0 \text{sen}\bar{\omega}t \cdot \phi_n\left(\frac{L}{2}\right) = \alpha_n P_0 \text{sen}\bar{\omega}t \quad (\text{A.4})$$

$$\text{Onde } \alpha_n = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 1, 5, 9, \dots \\ -1 & \text{se } n = 3, 7, 11, \dots \\ 0 & \text{se } n = \text{numero par} \end{cases}$$

Assumindo que o amortecimento da estrutura seja nulo, passa-se a calcular a resposta em coordenadas generalizadas. Da equação geral de movimento (A.5) obtiveram-se as soluções homogênea (A.6) e particular (A.7):

$$M_n \ddot{y}_n(t) + \omega_n^2 M_n y_n(t) = P_n(t)$$

$$M_n \ddot{y}_n(t) + \omega_n^2 M_n y_n(t) = P_0 \alpha_n \text{sen}\bar{\omega}t \quad (\text{A.5})$$

$$y_{nh}(t) = A \cos \omega_n t + B \text{sen} \omega_n t \quad (\text{A.6})$$

$$y_{np} = C \text{sen}\bar{\omega}t \quad (\text{A.7})$$

Substituindo o valor da solução particular obtida, na equação de movimento (A.5), chega-se ao valor da constante  $C$ :

$$-M_n \cdot \bar{\omega}^2 C \text{sen}\bar{\omega}t + \omega_n^2 M_n C \text{sen}\bar{\omega}t = P_0 \alpha_n \text{sen}\bar{\omega}t \quad (\text{A.8})$$

Organizando a equação (A.8):

$$\left[ \left[ (-M_n \bar{\omega}^2 + \omega_n^2 M_n) C \right] - P_0 \alpha_n \right] \text{sen} \bar{\omega} t = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$(-M_n \bar{\omega}^2 + \omega_n^2 M_n) C = P_0 \alpha_n$$

$$C = \frac{P_0 \alpha_n}{M_n \omega_n^2} \left[ \frac{1}{1 - \beta_n^2} \right] \quad \text{onde } \beta_n = \frac{\bar{\omega}}{\omega_n} \quad (\text{A.10})$$

Assim, a solução geral da equação (A.5) será:

$$y_G(t) = A \cos \omega_n t + B \text{sen} \omega_n t + \frac{P_0 \alpha_n}{M_n \omega_n^2} \left[ \frac{1}{1 - \beta_n^2} \right] \cdot \text{sen} \bar{\omega} t \quad (\text{A.11})$$

Para as condições iniciais (condições de contorno da viga),  $y_G(0) = 0$  e  $\dot{y}_G(0) = 0$  tem-se que:

$$A = 0 \quad (\text{A.12})$$

$$B = -\frac{P_0 \alpha_n}{M_n \omega_n^2} \beta_n \left[ \frac{1}{1 - \beta_n^2} \right] \quad (\text{A.13})$$

Já determinadas as constantes  $A$  e  $B$ , a solução geral da equação (A.5) torna-se:

$$y_G(t) = \frac{P_0 \alpha_n}{M_n \omega_n^2} \left[ \frac{1}{1 - \beta_n^2} \right] (\text{sen} \bar{\omega} t - \beta_n \text{sen} \omega_n t) \quad (\text{A.14})$$

Substituindo os valores de  $M_n$  e  $\omega_n^2$  na equação (A.14):

$$y_G(t) = \frac{P_0 \alpha_n}{\frac{\bar{m}L}{2} n^4 \pi^4 \frac{EI}{\bar{m}L^4}} \left[ \frac{1}{1 - \beta_n^2} \right] (\text{sen} \bar{\omega} t - \beta_n \text{sen} \omega_n t) \quad (\text{A.15})$$

Reorganizando-se a equação (A.15) obtém-se:

$$y_G(t) = \frac{2P_0 L^3 \alpha_n}{\pi^4 n^4 EI} \left[ \frac{1}{1 - \beta_n^2} \right] (\text{sen} \bar{\omega} t - \beta_n \text{sen} \omega_n t) \quad (\text{A.16})$$

A equação (A.16) pode ser expressa também como:

$$y_G(t) = \frac{2P_0 L^3}{\pi^4 EI} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \left[ \frac{1}{1 - \beta_n^2} \right] (\text{sen} \bar{\omega} t - \beta_n \text{sen} \omega_n t) \quad (\text{A.17})$$

Que é a expressão encarregada de definir a resposta dinâmica em função do tempo da viga biapoiada estudada. Expandindo os dois primeiros termos da equação (A.17), que são os mais significativos, teremos:

$$y_G(t) = \frac{2P_0 L^3}{\pi^4 EI} \left\{ 1 \left[ \frac{1}{1 - \beta_1^2} \right] (\text{sen} \bar{\omega} t - \beta_1 \text{sen} \omega_1 t) + \frac{1}{81} \left[ \frac{1}{1 - \beta_3^2} \right] (\text{sen} \bar{\omega} t - \beta_3 \text{sen} \omega_3 t) + \dots \right\} \quad (\text{A.18})$$

Substituindo os valores das propriedades da viga na expressão (A.18) e determinado o valor de  $\beta$  com a ajuda dos resultados obtidos da análise modal chega-se aos valores do deslocamento no ponto médio da viga ao longo do tempo.

A figura A.5 apresenta o comportamento da resposta dinâmica ao longo do tempo. O tempo total foi de um segundo e o intervalo de tempo de cálculo da resposta de 0,001 segundos. Para esta análise foram utilizados os dois primeiros termos da equação (A.18) que correspondem aos dois primeiros modos de vibração da estrutura.

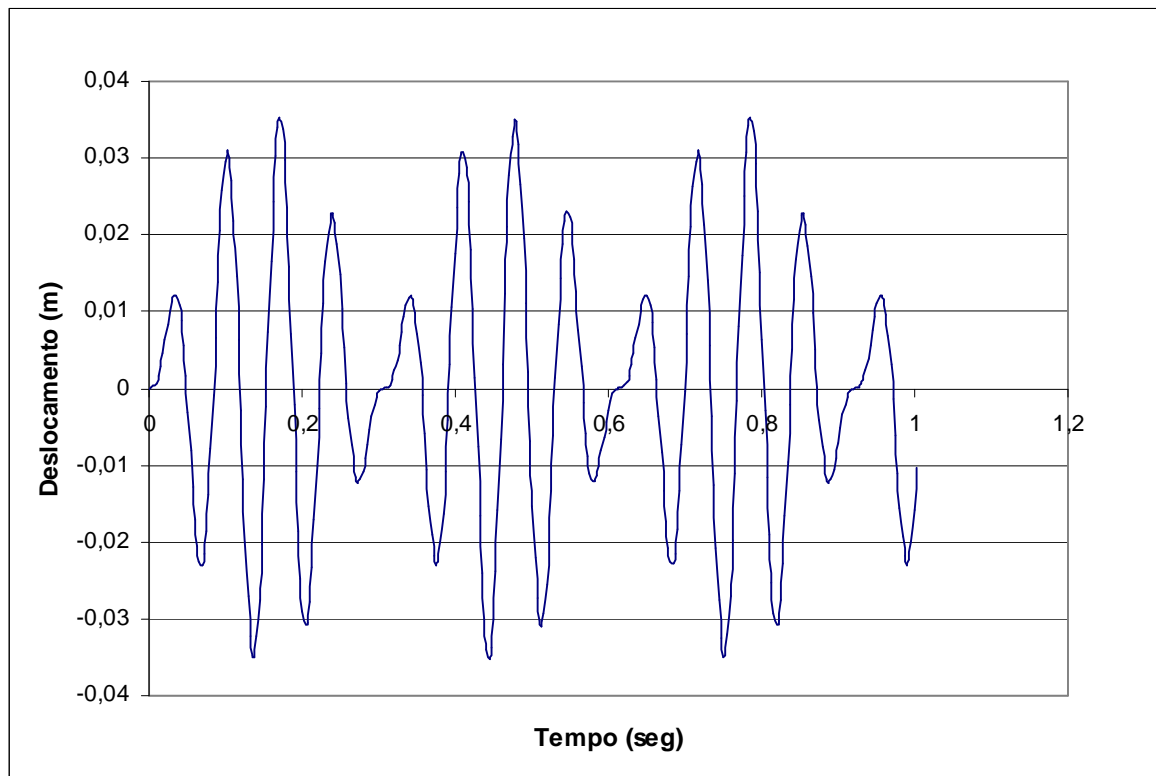


Figura A.5 – Valores analíticos encontrados para a resposta dinâmica em L/2

## A.4 – ANÁLISES NUMÉRICAS FEITAS NOS MODELOS

### A.4.1 – Análise modal

O *software ANSYS* oferece distintos métodos para a extração dos modos de vibração da estrutura, entre eles sobressaem os métodos do bloco Lanczos (*Block Lanczos*), o método reduzido (*Reduced*) e o método amortecido completo (*Damped Full*). O procedimento utilizado na presente pesquisa foi o método do bloco Lanczos. Este processo foi escolhido por ser eficiente em modelos com um número de nós maior que 40, além de ser eficiente na extração dos modos em intervalos de frequência.

As vigas analisadas na presente pesquisa foram modeladas com 100 nós. Extraíram-se de cada uma delas os dez primeiros modos e frequências naturais de vibração que são geralmente os mais relevantes para se determinar a resposta dinâmica da estrutura.

A fim de determinar a precisão e confiabilidade do programa *ANSYS*, realizou-se um estudo analítico para uma viga biapoçada com as mesmas características à estudada na

modelagem numérica. As propriedades da viga e do material podem ser consultadas junto ao estudo analítico com o cálculo das frequências naturais, os respectivos modos de vibração e o cálculo da resposta dinâmica da viga.

A tabela A.3 apresenta os valores determinados para as dez primeiras frequências naturais pelo método analítico, junto com os valores encontrados no ANSYS, além de listar também a diferença entre estes dois valores em forma percentual. Como se pode observar os valores das frequências estão muito próximos entre si, este detalhe faz que a diferença em porcentagens seja pequena o qual demonstra confiabilidade dos resultados obtidos pelo programa.

Tabela A.3 – Valores das frequências naturais determinadas para uma viga biapoada

| Frequência natural determinada de forma analítica (Hz) | Frequência natural determinada pelo programa (Hz) | Diferença entre as frequências (Hz) | Valor percentual da diferença |
|--|---|-------------------------------------|-------------------------------|
| 16,266   | 16,265  | 0,001                               | 0,006                         |
| 65,065   | 65,043  | 0,022                               | 0,034                         |
| 146,396  | 146,29  | 0,106                               | 0,072                         |
| 260,260  | 259,91  | 0,35                                | 0,134                         |
| 406,656  | 405,81  | 0,846                               | 0,208                         |
| 585,585  | 583,84  | 1,745                               | 0,298                         |
| 797,046  | 793,82  | 3,226                               | 0,405                         |
| 1041,040   | 1035,5  | 5,54                                | 0,532                         |
| 1317,566   | 1308,8  | 8,766                               | 0,665                         |
| 1626,624   | 1613,3  | 13,324                              | 0,819                         |

#### A.4.2 – Análise transiente

A análise transiente no programa ANSYS pode-se desenvolver por três distintas opções. A primeira delas é a opção completa (*full*), onde o programa trabalha com as matrizes de massa, rigidez e amortecimento completas; a segunda alternativa é trabalhar a opção reduzida (*reduced*), onde uma série de reduções e aproximações são feitas com a finalidade de acelerar a resposta do programa, perdendo assim precisão nas respostas; e por último



está a opção da superposição modal (*mode superposition*), onde se aproveita a análise modal feita no modelo para determinar a resposta da estrutura.

Procurando uma maior precisão nas respostas, realizaram-se análises transientes com a opção completa e a opção da superposição modal, para serem comparadas com o estudo analítico realizado na viga biapoiada.

A análise transiente pela opção completa é a primeira alternativa analisada. Ajusta-se o tempo de carregamento a um segundo, a fim de obter a resposta dinâmica da estrutura no mesmo intervalo de tempo utilizado na análise analítica. Foram determinados mil intervalos de tempo, o que significa que se terá o valor da resposta dinâmica a cada 0,001 segundos. O algoritmo de Newmark foi selecionado para a solução da equação diferencial de movimento do sistema.

Nesta opção de análise transiente o amortecimento da estrutura é calculado utilizando os coeficientes de amortecimento proporcionais de massa e rigidez denominados  $\alpha$  e  $\beta$  respectivamente.

A figura A.6 apresenta os dados obtidos de uma análise transiente com a opção completa (*full*) no programa *ANSYS* para a resposta dinâmica em função do tempo do nó central de uma viga biapoiada com as mesmas características e o mesmo carregamento que os apresentados na análise analítica.

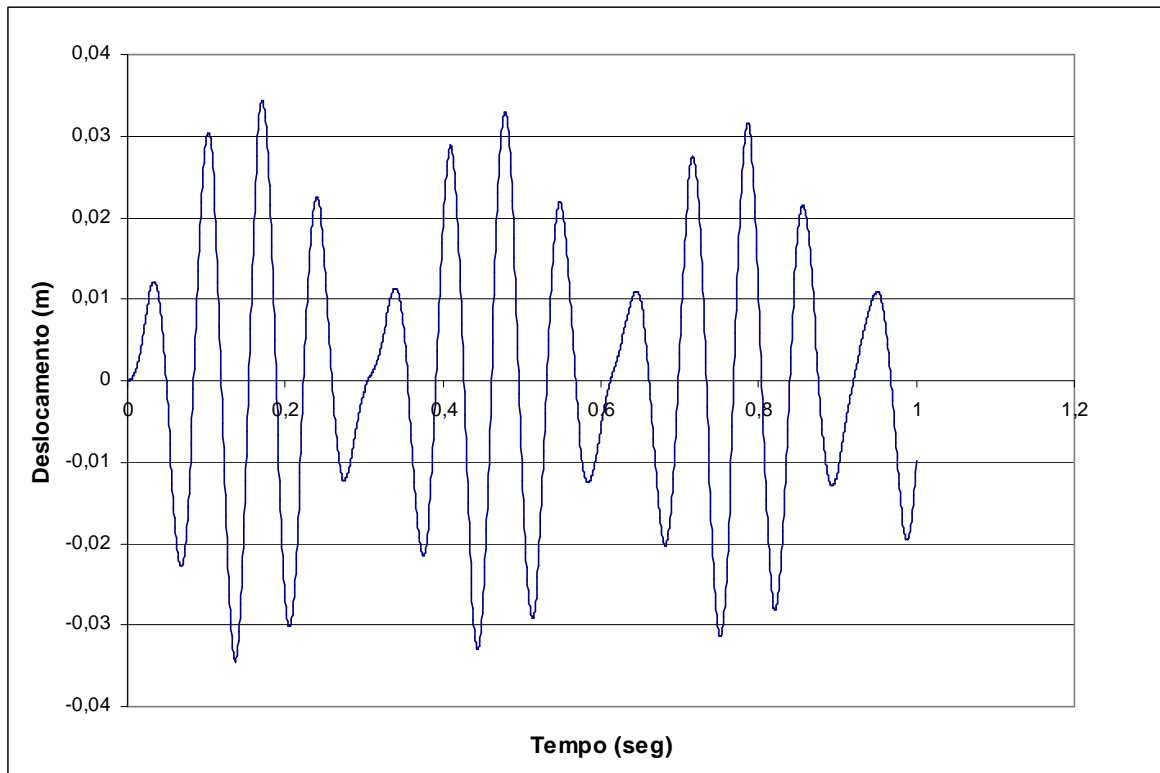


Figura A.6 – Resposta dinâmica em função do tempo no nó central da viga biapoiada pelo análise transiente *full* no ANSYS

Apos, foi realizada a análise transiente com a opção da superposição modal. Nesta opção é necessário realizar uma análise modal com a finalidade de obter os modos que contribuem para a resposta dinâmica.

A figura A.7 apresenta a resposta dinâmica obtida no nó central de uma viga biapoiada com as mesmas propriedades utilizadas na análise analítica, calculada pela opção da superposição modal. Consideraram-se só os dez primeiros modos naturais como os modos de contribuição no cálculo da resposta.

Na figura A.8 se apresenta uma comparação entre as respostas dinâmicas obtidas no ANSYS pela superposição modal e a solução determinada no estudo analítico. Como pode ser visto, os gráficos das soluções analítica e numérica diferem em alguns pontos, especialmente nos picos do deslocamento. Uma das causas para esta divergência de valores pode ser o pequeno número de modos retidos na solução da resposta dinâmica.

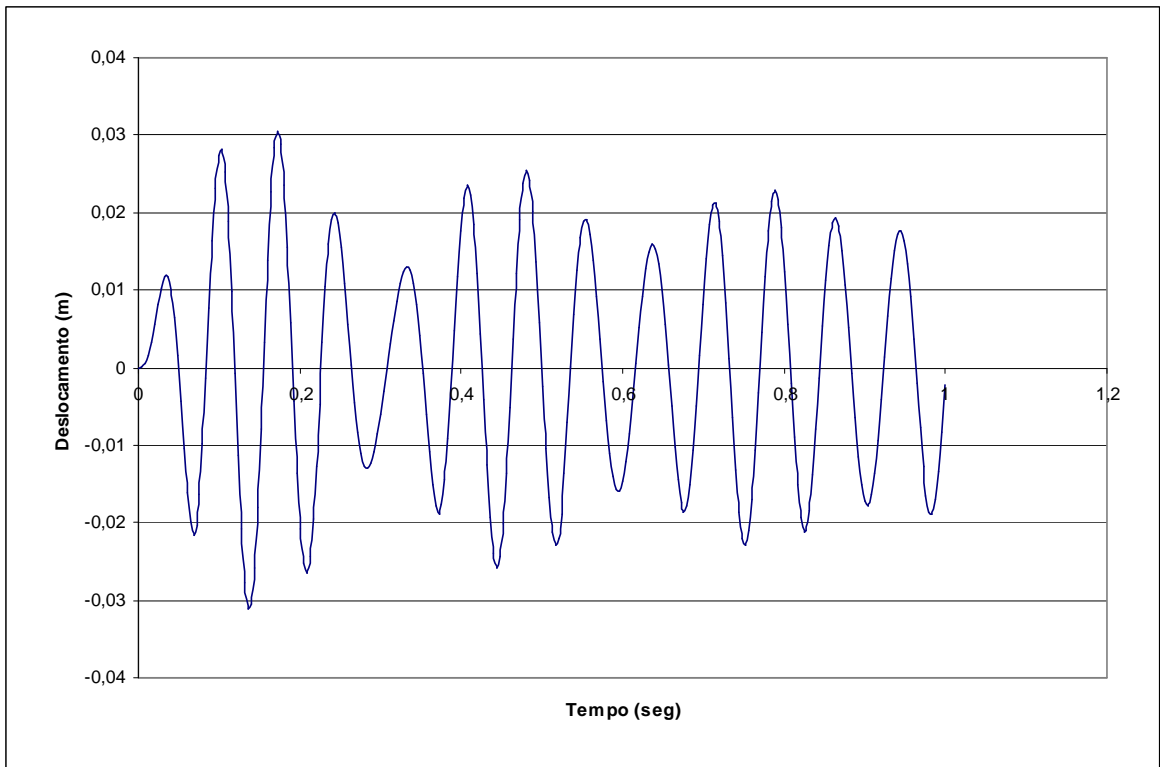


Figura A.7 – Resposta dinâmica em função do tempo no nó central da viga biapoiada pela opção da superposição modal

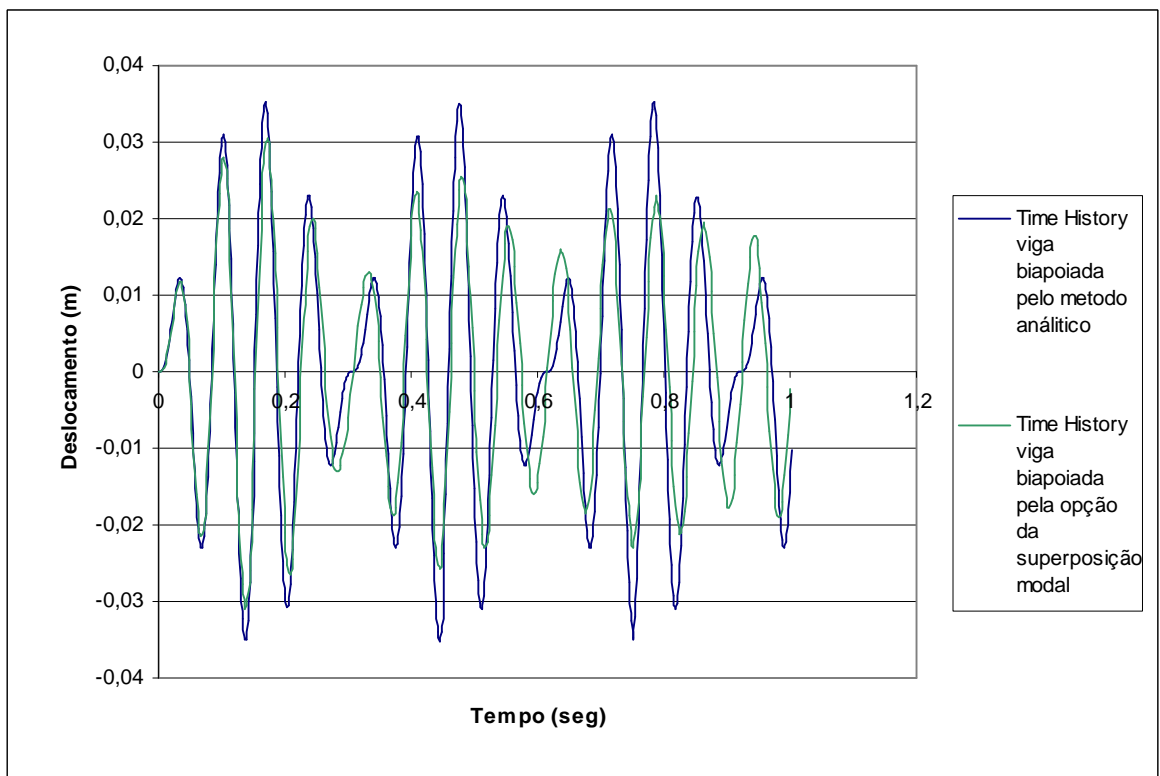


Figura A.8 – Comparação entre as respostas dinâmicas obtidas no ANSYS pela opção da superposição modal e o estudo analítico

Na figura A.9 pode-se observar a proximidade entre a resposta dinâmica obtida no ANSYS pela opção completa e a resposta determinada analiticamente. Com base nos resultados obtidos nas figuras A.8 e A.9, decidiu-se utilizar na modelagem numérica da presente pesquisa a opção completa para realizar as análises transientes a serem desenvolvidas.

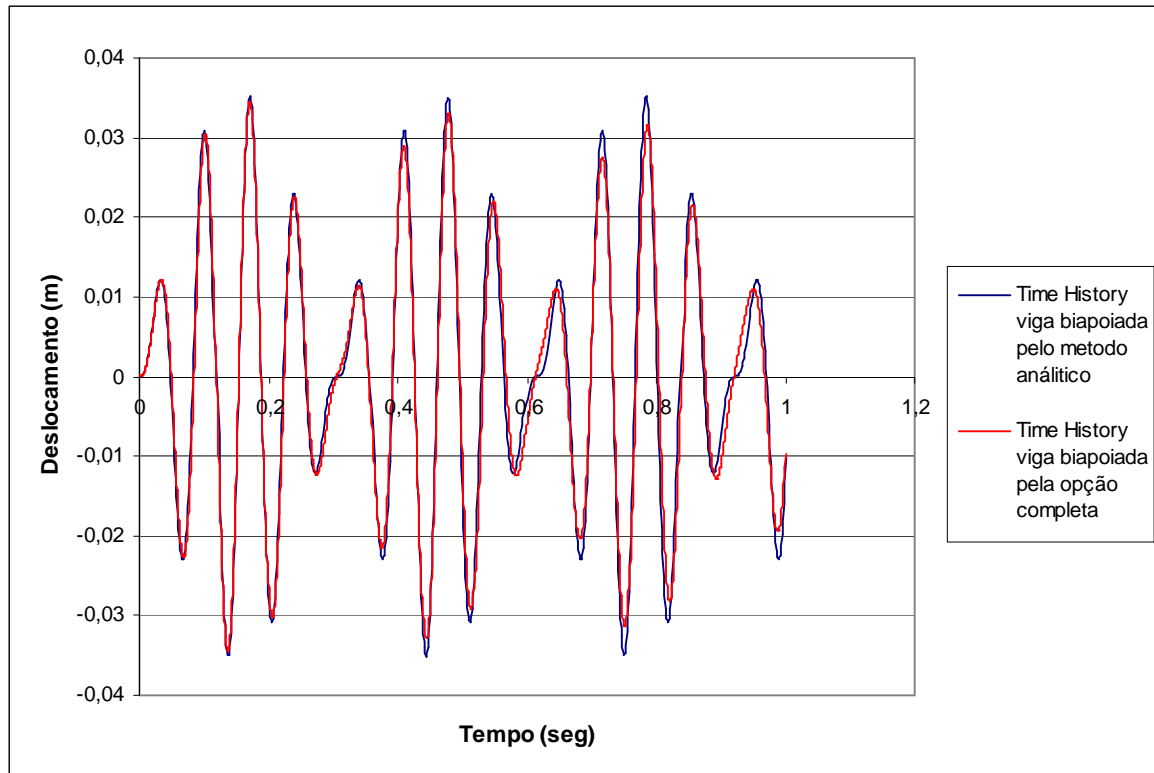


Figura A.9 – Comparação entre as respostas dinâmicas obtidas no ANSYS pela opção completa e o estudo analítico