

**10% do PIB investidos em educação:**

Impactos para o crescimento  
econômico do Brasil

PEDRO ANTERO B. CORDEIRO



**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE ECONOMIA,**  
**ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE**  
**DEPARTAMENTO DE ECONOMIA**

**10% DO PIB INVESTIDOS EM EDUCAÇÃO:  
IMPACTOS PARA O CRESCIMENTO  
ECONÔMICO DO BRASIL**

Dissertação apresentada ao Departamento de  
Economia da Universidade de Brasília (UnB),  
como parte dos requisitos para obtenção do  
grau de Mestre em Economia.



**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE ECONOMIA,**  
**ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE**  
**DEPARTAMENTO DE ECONOMIA**

**10% DO PIB INVESTIDOS EM EDUCAÇÃO:  
IMPACTOS PARA O CRESCIMENTO  
ECONÔMICO DO BRASIL**

Dissertação apresentada ao Departamento de Economia da Universidade de Brasília (UnB), como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Economia.

Comissão examinadora:

---

Prof. Dr. Joaquim Pinto de Andrade - Orientador

---

Prof. Dr. Jorge Saba Arbache Filho - Membro

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Fernanda de Negri - Membro

---

Prof. Dr. Carlos Alberto Ramos - Membro Suplente



*... a meus pais*



## RESUMO

---

O investimento público em educação é visto por muitos como possível indutor do crescimento econômico. No Brasil, entretanto, políticas educacionais só passaram a ser priorizadas a partir do fim do século XX. Em 2014, o Plano Nacional de Educação (Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014), estabeleceu a meta de investimento de 10% do PIB em educação pública até 2024. Sob essa perspectiva, o presente estudo objetiva estimar qual o impacto, sobre as taxas de crescimento da economia brasileira, da elevação dos níveis de investimento público em educação no país. Na revisão de literatura realizada, foram examinados diversos ensaios teóricos que relacionam altos níveis de gastos públicos em educação com maiores taxas de crescimento econômico. Muitos desses trabalhos se estruturam sobre a teoria endógena de crescimento para modelar os efeitos associados a possíveis aumentos de capital humano. As conclusões de estudos empíricos, por outro lado, divergem sobre o grau de significância de variáveis relacionadas a investimentos governamentais em educação como possíveis condicionantes da convergência de renda. A análise empírica deste trabalho, por sua vez, sustentou-se sobre duas metodologias distintas. Na primeira abordagem, por meio de um modelo de efeitos fixos, foram calculados estimadores *Within Groups* sobre um painel estático. Os resultados obtidos confirmaram a convergência condicional para o capital físico e o crescimento endógeno associado ao acúmulo de capital humano. Os parâmetros relacionados ao investimento público em educação, entretanto, não se mostraram estatisticamente significantes para o crescimento econômico. Num segundo modelo, foi empregado método de regressão linear baseado em painéis com atrasos distribuídos. Tal modelo nunca havia sido empregado em análises dessa natureza. Portanto, seu desenvolvimento pode ser considerado uma contribuição importante desse trabalho. A metodologia proposta por [Pakes and Griliches, 1982] revelou possíveis efeitos de longo prazo associados às variáveis de dispêndio governamental em capital humano. Para períodos superiores a 15 anos após a data de realização do investimento público em educação, apesar de se manterem insignificantes do ponto de vista estatístico, os efeitos associados a esses dispêndios mostraram-se positivos. O resultado é um primeiro indício de que impactos de investimentos em capital humano no crescimento econômico não ocorrem de modo imediato.

## ABSTRACT

---

Many consider public investment in education as a possible driver of economic growth. However, in Brazil, educational policies only became a priority at the end of the 20th century. In 2014, the National Plan on Education (Law 13,005, of June 25th, 2014) established that the target for investment in public education should be 10% of the GDP by 2024. In this perspective, this study seeks to estimate what is the impact of the increase in public investment in education on the growth rates of the Brazilian economy. In the bibliographic review process, an analysis was conducted on several theoretical articles that relate high levels of public spending in education with higher economic growth rates. A great part of these pieces are based on the endogenous growth theory to model the associated effects of possible increase in human capital. On the other hand, conclusions from empirical studies differ on the level of significance of variables related to public investment in education considered as possible conditions of income convergence. The empirical analysis conducted in this work is based in two different methodologies. In the first approach, using the fixed effects model, the estimators *Within Groups* were calculated over a static panel. The assessed results confirmed the conditional convergence of physical capital and endogenous growth associated with human capital accumulation. However, the parameters related to public investment in education were not statistically significant enough for economic growth. In the second model, the linear regression model was implemented, based in panels with distributed lags. This model has never been used in an analysis of this nature until now. Therefore, this development can be considered an important contribution from this piece. The methodology proposed by [Pakes and Griliches, 1982] revealed possible long term effects associated with variables of public outlays in human capital. Although still negligible in a statistical point of view, for periods of time greater than 15 years after the public investment in education occurred, the associated effects of these outlays were positive. The result is a first sign that the impacts of human capital investment on economic growth do not occur immediately.

## SUMÁRIO

---

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Contextualização	1
1.2	Objetivo e breve descrição da metodologia	4
2	REVISÃO DA LITERATURA	5
2.1	Capital humano e teoria do crescimento	5
2.2	Estudos empíricos que incorporam variáveis de capital humano	12
3	FORMALIZAÇÃO DAS TÉCNICAS ECONÔMICAS	25
3.1	Modelos lineares estáticos	25
3.1.1	Mínimos Quadrados Ordinários Agrupados (Pooled Ordinary Least Squares)	26
3.1.2	Mínimos Quadrados Generalizados (Generalized Least Squares – GLS)	27
3.1.3	Estimação Within Groups	28
3.1.4	Estimação de Mínimos Quadrados em Primeiras Diferenças (First-differenced OLS)	29
3.1.5	Teste de Hausman para determinação do tipo de efeitos individuais	29
3.2	Modelos dinâmicos	30
3.2.1	Estimador de Anderson-Hsiao	30
3.2.2	Estimador de Arellano-Bond (1 passo)	31
3.2.3	Estimador de Arellano-Bond (2 passos)	33
3.2.4	Modelos lineares por atrasos distribuídos	34
4	METODOLOGIA E RESULTADOS	39
4.1	Modelo 1: Estimador <i>Within</i> (efeitos fixos) sobre dados em painel estático	39
4.2	Modelo 2: Método de atrasos distribuídos sobre painel de dados	44
5	CONCLUSÕES	59
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	63

## LISTA DE FIGURAS

---

Figura 1	Indicadores educacionais - Brasil.	1
Figura 2	Gastos com instituições de ensino nos anos 2000, 2008 e 2011 (% PIB).	2
Figura 3	Evolução do desempenho na avaliação de matemática (PISA) entre os anos de 2003 e 2012.	3
Figura 4	$\Delta y_{it} \times y_{i,t-1}$ : variação Within	48
Figura 5	$\Delta y_{it} \times h_{i,t-1}$ : variação Within	48
Figura 6	$\Delta y_{it} \times geduc_{i,t}$ : variação Within	49
Figura 7	$\Delta y_{it} \times inv_{i,t}$ : variação Within	49
Figura 8	$\Delta y_{it} \times ttroca_{i,t}$ : variação Within	50
Figura 9	$\Delta y_{it} \times \Delta pop_{i,t}$ : variação Within	50
Figura 10	$\Delta y_{it} \times expvida_{i,t}^{-1}$ : variação Within	51
Figura 11	$\Delta y_{it} \times disttax_{i,t}$ : variação Within	51
Figura 12	$\Delta y_{it} \times ndisttax_{i,t}$ : variação Within	52
Figura 13	$\Delta y_{it} \times sprvt_{i,t}$ : variação Within	52
Figura 14	$\Delta y_{i,t} \times geduc_{i,t}$ - convergência e resultado da otimização	53
Figura 15	$y_{i,t-1} \times geduc_{i,t}$ - convergência e resultado da otimização	54
Figura 16	$inv_{i,t} \times geduc_{i,t}$ - convergência e resultado da otimização	55
Figura 17	$\Delta pop_{i,t} \times geduc_{i,t}$ - convergência e resultado da otimização	56
Figura 18	$expvida_{i,t}^{-1} \times geduc_{i,t}$ - convergência e resultado da otimização	57

## LISTA DE TABELAS

---

Tabela 1	Crescimento $\times$ capital humano: estudos empíricos. 19
Tabela 2	Estimador de Arellano Bond: Instrumentos válidos. 31
Tabela 3	Descrição das variáveis. 40
Tabela 4	Descrição das variáveis empregadas no modelo da Seção 4.1. Análise em painel não-balanceado para 67 países no período de 1996 a 2013. 41
Tabela 5	Estimativa do impacto do investimento em educação no crescimento econômico - Método de Efeitos Fixos sobre painel não-balanceado. (**), (**) e (*) indicam níveis de significância de até 1%, 5% e 10% respectivamente. 41
Tabela 6	Descrição das variáveis empregadas no modelo da Seção 4.2. Dados se referem à média trienal de cada uma das variáveis para 94 países no período de 1981 a 2011. 45
Tabela 7	Estimativa do impacto do investimento em educação no crescimento econômico - Método de Atrasos Distribuídos sobre painel balanceado. (**), (**) e (*) indicam níveis de significância de até 1%, 5% e 10% respectivamente. 46
Tabela 8	Desvios padrão <i>Within</i> - Modelos 1 (Seção 4.1) e 2 (Seção 4.2). 47

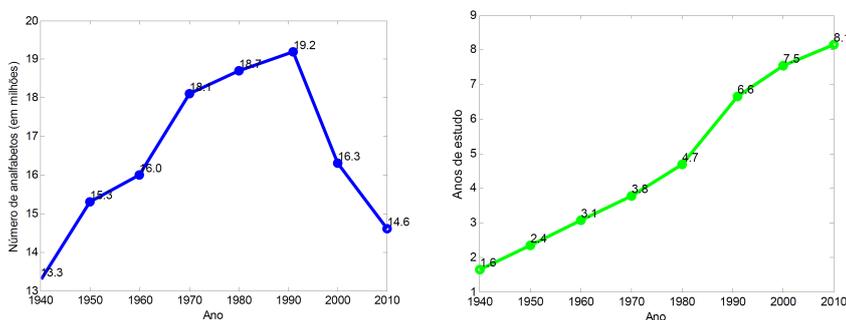


## INTRODUÇÃO

### 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Diversos estudos recentes sugerem que o caminho para libertação da “armadilha da renda média” passa necessariamente por investimentos em educação e P&D [OECD, 2014b]. De modo análogo, o acúmulo de capital humano é visto por muitos como indispensável para a retomada da “convergência” dos países em desenvolvimento na direção dos patamares de renda alcançados pelas economias avançadas [Roddrik, 2011].

No caso do Brasil, políticas voltadas para a educação passaram a ser priorizadas somente a partir do fim do século XX. A falta de investimentos públicos contribuiu para a estagnação dos indicadores educacionais até então. O número de analfabetos no país, por exemplo, era crescente até a década de 1990 (Figura 1a). A Figura 1b mostra, ainda, que dentre as décadas de 50 e 70, o tempo médio de estudo da população evoluiu somente de 2,4 para 3,8 anos.



(a) Número de analfabetos (15 anos ou mais) - Brasil [Ricardo Paes de Barros and Franco, 2003; IBGE, 2010]. (b) Média de anos de estudo (pessoas com 15 anos ou mais) – Brasil [Infra].

Figura 1: Indicadores educacionais - Brasil.

O direcionamento tardio de recursos para a educação no país pode ser explicado por alguns fatores. Do ponto de vista histórico, o sistema escravocrata de produção agrícola que vigorou até o fim do século XIX não enxergava utilidade econômica no desenvolvimento educacional. Também o processo de industrialização, iniciado em meados do século XX e totalmente voltado para um mercado interno protegido, não dependia de altas taxas de competitividade para se viabilizar. Ou seja, para remunerar seu modelo de negócio, a indústria nascente prescindia de trabalhadores com qualificação ou maiores ní-

veis educacionais [Arbache, 2014a]. Nesse sentido, somente a partir da década de 1990, com uma maior abertura comercial e a inserção do país no mercado global, é que as indústrias começaram a demandar forças de trabalho mais qualificadas e novas tecnologias.

Esse novo cenário contribuiu para que fossem destinados maiores recursos governamentais a políticas educacionais no Brasil [OECD, 2011]. A Figura 2 mostra que entre 2000 e 2011 o percentual do Produto Interno Bruto (PIB) gasto em educação no país evoluiu de 3,5% para 5,9%. Em termos relativos, esse avanço foi maior que o de qualquer país da OCDE<sup>1</sup>. Percentualmente, tal evolução deslocou o Brasil para patamares de investimento similares aos praticados por países pertencentes àquela Organização<sup>2</sup>.

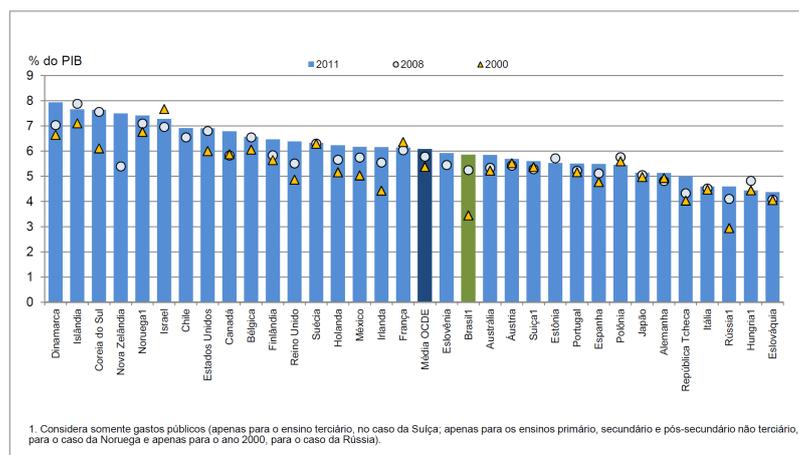


Figura 2: Gastos com instituições ensino nos anos 2000, 2008 e 2011 (% PIB).[OECD, 2014a]

Dentre as medidas adotadas a partir do fim do século XX que colaboraram para fomentar a educação no Brasil, podem-se citar: a edição de uma lei para disciplinar a educação escolar (Lei de Diretrizes Básicas da Educação, de 1996); a criação de fundos específicos para direcionamento de recursos à educação (Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e de Valorização do Magistério - FUNDEF, em 1996 e Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação - FUNDEB, em 2007); o desenvolvimento de políticas sociais vinculadas ao controle da frequência escolar (Bolsa Escola em 2001 e Bolsa Família em 2004); a criação de índices e avaliações de ensino mais consistentes (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - Ideb, em 2007, Exame Nacional do Ensino Médio - Enem, em 1998, Exame Nacional de Cursos - Provão, em 1996, e Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes - Enade, em 2004); e a criação de políticas específicas para concessão de bolsas e financiamento para o ensino

<sup>1</sup> Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico.

<sup>2</sup> Países da OECD investiram cerca de 6,1% do PIB em educação no ano de 2011.

superior (Fundo de Financiamento ao Estudante do Ensino Superior – FIES, em 1999, e Programa Universidade para Todos – Prouni, em 2004).

A partir de então, o país tem apresentado avanços tanto em índices que medem a expansão do acesso à educação quanto em indicadores de melhoria na qualidade do ensino. A [Figura 1a](#) e a [Figura 1b](#) ilustram, respectivamente, a redução na taxa de analfabetismo e o aumento na média de anos de estudo a partir da década de 90. Os resultados da PISA<sup>3</sup> mostram, ainda, que dentre os participantes do Programa, os estudantes brasileiros foram os que apresentaram maior avanço de desempenho entre 2003 e 2012 para a área de matemática ([Figura 3](#)).

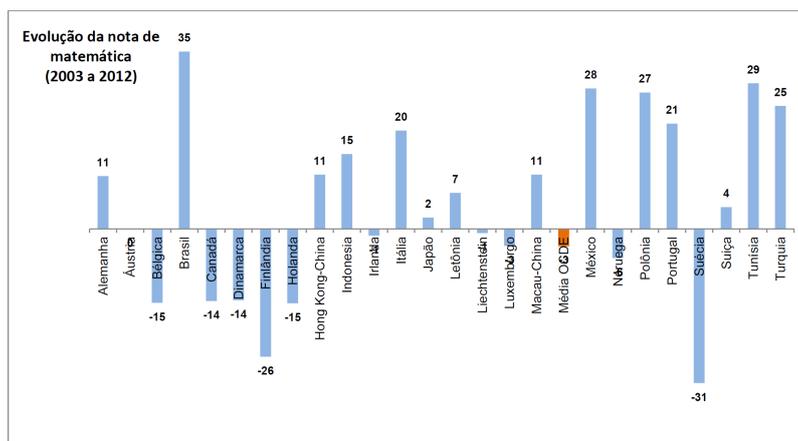


Figura 3: Evolução do desempenho na avaliação de matemática (PISA) entre os anos de 2003 e 2012. [OECD, 2014a]

No ano de 2014, visando dar outro passo na direção de um patamar mais alto de desenvolvimento educacional, o Congresso brasileiro aprovou o chamado Plano Nacional de Educação<sup>4</sup>. O Plano abarca o planejamento educacional para a próxima década, devendo servir como referência para os planos plurianuais elaborados nesse período. O documento apresenta, portanto, diretrizes, metas e estratégias que devem ser perseguidas pelas políticas educacionais do país.

Um objetivo importante do Plano é o estabelecimento de um nível mínimo de investimento público em educação, conforme previsto na Meta 20, do Anexo da Lei nº 13.005, de 25 junho de 2014:

*Meta 20: ampliar o investimento público em educação pública de forma a atingir, no mínimo, o patamar de 7% (sete por cento) do Produto Interno Bruto - PIB do País no 5º (quinto) ano de vigência desta Lei e, no mínimo, o equivalente a 10% (dez por cento) do PIB ao final do decênio.*

<sup>3</sup> Programme for International Student Assessment, conduzido pela OCDE.

<sup>4</sup> Lei nº 13.005, de 25 junho de 2014.

## 1.2 OBJETIVO E BREVE DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA

Sob essa perspectiva, o presente estudo objetiva estimar qual o impacto, sobre as taxas de crescimento da economia brasileira, da elevação dos níveis de investimento público em educação no país.

Para tanto, inicialmente será realizada uma revisão dos principais estudos teóricos e empíricos que relacionam capital humano, investimento governamental em educação e crescimento econômico. Depois, por meio de duas técnicas econométricas distintas, verificar-se-á o quão significativas são as relações de interdependência entre essas variáveis. Como contribuição importante desse estudo, resalte-se o emprego de método de regressão linear baseado em painéis com atrasos distribuídos, nunca antes empregado em análises dessa natureza. Desenvolvida por [Pakes and Griliches, 1982], a metodologia tem o potencial de revelar possíveis efeitos de longo prazo associados às variáveis de capital humano.

## REVISÃO DA LITERATURA

## 2.1 CAPITAL HUMANO E TEORIA DO CRESCIMENTO

A partir do fim do século XX, diversos autores passaram a incorporar variáveis de capital humano à teoria de crescimento econômico. Dentre os modelos seminais construídos sobre essa perspectiva destacam-se os propostos por [Lucas, 1988], [Romer, 1990b] e [Mankiw et al., 1992].

Para se entender a mecânica dessa nova modelagem e as causas de seu surgimento, é importante conhecer as premissas e principais limitações dos modelos que a precederam. Sem dúvida, um bom ponto de partida é a teoria tradicional de crescimento neoclássica, desenvolvida por Robert Solow em 1956 [Solow, 1956]. Em sua versão mais simples, a modelagem de Solow considera uma economia fechada, composta de agentes racionais idênticos e caracterizada por tecnologias com retornos constantes.

A Equação 1 apresenta um exemplo de função de produção tipicamente utilizada na abordagem original neoclássica. As variáveis  $Y(t)$ ,  $L(t)$ ,  $K(t)$ ,  $K'(t)$ ,  $A(t)$  e  $c(t)$  representam, respectivamente: o produto nacional, a população (ou o número de trabalhadores dedicados à produção), o estoque de capital, o investimento, o nível de tecnologia e o consumo real *per capita* associados à economia no instante  $t$ .

$$Y(t) = A(t)K(t)^\beta L(t)^{1-\beta} = L(t)c(t) + \dot{K}(t), \quad \beta \in (0, 1) \quad (1)$$

Sabe-se, ainda, que no modelo neoclássico, as taxas de evolução tecnológica ( $\dot{A}/A > 0$ ) e de crescimento da população são determinadas exogenamente.

Portanto, sob essa abordagem, só há duas opções de alocação para o produto ( $Y(t)$ ): o consumo ( $c(t)$ ) ou o acúmulo de capital ( $\dot{K}(t)$ ) (Equação 1). Ou seja, a partir de um estoque de capital inicial  $K(0)$ , o problema enfrentado por todos os agentes se restringe à escolha da série ótima de consumo *per capita* ( $c(t)_{t=0}^\infty$ ) que maximizará sua função utilidade ao longo de todo o tempo  $t = 0 \rightarrow \infty$ , considerados os parâmetros de desconto intertemporal e de aversão ao risco. Assim, conhecendo-se as taxas de poupança dos agentes<sup>1</sup>, o ritmo de crescimento populacional, os coeficientes de depreciação do capital, a técnica empregada ( $\beta$ ) e as condições iniciais de tecnologia, é pos-

<sup>1</sup> As taxas de poupança dependerão, dentre outros parâmetros, da taxa de desconto intertemporal e de coeficientes de aversão ao risco.

sível determinar univocamente a taxa de crescimento da economia modelada pelo sistema neoclássico.

No entanto, como bem exposto por [Lucas, 1988], uma análise empírica sustentada apenas sobre esses parâmetros não é suficiente para explicar as expressivas diferenças nas taxas de crescimento vivenciadas pelas principais economias do mundo nas últimas décadas. Mais do que isso, em razão dos retornos decrescentes do capital ( $\beta < 1$ )<sup>2</sup>, o crescimento do produto *per capita* de Solow é sempre inversamente proporcional aos níveis vigentes de renda dos agentes. Empiricamente, isso equivaleria a dizer que, no longo prazo, as rendas *per capita* de economias pobres e ricas deveriam convergir para o mesmo patamar<sup>3</sup>. No entanto, essa previsão contradiz a conclusão de diversos estudos sobre o crescimento econômico recente dos países [Barro, 1991].

Assim, apesar de o modelo antever corretamente os efeitos positivos e negativos, para o desenvolvimento econômico, advindos de aumentos nas taxas de poupança e do crescimento populacional, respectivamente, ele não prevê de modo adequado a magnitude desses impactos [Mankiw et al., 1992].

Paralelamente à revelação das limitações da modelagem neoclássica tradicional, era cada vez mais evidente o fato de que as mudanças tecnológicas deveriam ser colocadas no centro da teoria de crescimento. Dada à importância do impacto econômico resultante de evoluções na tecnologia,  $A(t)$ , não seria suficiente modelá-la de forma exógena. Era necessário fazer com que as decisões individuais voltadas para adquirir conhecimento (que alavancassem a produtividade) fossem devidamente consideradas como partes intrínsecas do modelo. Ou seja, era preciso considerar que decisões que contribuíssem para transformações nas técnicas empregadas para combinar trabalho e capital fossem motivadas por incentivos de mercado. É para tentar endereçar essa questão que surge a chamada Nova Teoria do Crescimento (ou Teoria do Crescimento Endógeno).

A partir dessa nova abordagem, diversos autores propõem uma visão mais ampla de capital que passa a abarcar, além do capital físico, também o capital humano.

[Lucas, 1988], por exemplo, utiliza a base teórica desenvolvida por [Uzawa, 1965] para construir um modelo no qual os capitais físico e humano são produzidos por tecnologias distintas. Essa nova concepção assume que o crescimento sustentável da renda *per capita* é resultante de retornos não decrescentes associados ao acúmulo endógeno de capital humano [Barro and i Martin, 2004]. Assim, no longo prazo, o crescimento econômico não é mais dependente de progres-

<sup>2</sup>  $\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = (\beta - 1)\beta AK^{\beta-2}L^{1-\beta} < 0$

<sup>3</sup> Ainda que essa convergência seja condicional, ou seja, dependa dos parâmetros determinantes da taxa de crescimento de *steady state*, descritos anteriormente.

tos técnicos exógenos e sim, fruto do aumento da produtividade do trabalho pelo capital humano.

A [Equação 2](#) ilustra a função de produção proposta por [[Lucas, 1988](#)]. Na expressão, a variável  $u$  representa a fração do tempo de “não-lazer” devotada à produção. Portanto,  $1 - u$  expressa a parcela remanescente, utilizada para o acúmulo de capital humano. O nível de capital humano de cada trabalhador é dado por  $h(t)$ , e a ele estão associados os efeitos internos de aumento de produtividade. Já o patamar médio de capital humano,  $h_a(t)$ , capta os efeitos externos (*spillovers*) de uma elevação geral nos níveis de conhecimento e habilidades. As demais variáveis seguem a nomenclatura já apresentada anteriormente.

$$AK(t)^\beta [u(t)h(t)L(t)]^{1-\beta} h_a(t)^\gamma = L(t)c(t) + \dot{K}(t) \quad (2)$$

Como pode ser percebido pela [Equação 2](#), o acúmulo de capital humano resulta em maiores níveis de produtividade do trabalho.

Ainda de acordo com Lucas, o incremento do capital humano pode ser modelado conforme a [Equação 3](#). Ou seja, aumentos percentuais em  $h(t)$  requerem sempre os mesmos esforços, independentemente dos nível de capital humano que já se tenham alcançado.

$$\frac{\dot{h}(t)}{h(t)} = \delta[1 - u(t)] \quad (3)$$

Considerando uma taxa de crescimento balanceada (*balanced growth path*), pode-se, ainda, definir  $\nu = \frac{\dot{h}(t)}{h(t)}$ , conforme a [Equação 4](#).

$$\nu = \delta(1 - u) \quad (4)$$

Usando as [Equações 3 e 4](#), percebe-se que a taxa de crescimento do produto no estado estacionário será dependente do coeficiente  $\nu$ . Ou seja, mudanças “em degrau” no estoque de  $h(t)$  resultam apenas em variações nos níveis de *steady state* do produto, não impactando, portanto, as taxas de crescimento da economia.

Outro modelo que considera que as mudanças tecnológicas são frutos de decisões intencionais de agentes maximizadores de lucro, é aquele proposto por [[Romer, 1990b](#)].

Em sua modelagem, Romer também tentou tratar os aspectos de não-rivalidade e não-exclusividade do desenvolvimento tecnológico (incorporados sob a forma dos “efeitos externos  $h_a$ ”, no caso de Lucas). Essa abordagem, entretanto, difere daquela proposta por Lucas, na qual o capital humano cresce sem limites e o conhecimento sempre pode ser transmitido através das gerações. Romer, por sua vez, divide o conhecimento e o saber em duas categorias. A primeira,  $H$ ,

é inerente ao indivíduo, e representa variáveis tradicionalmente medidas pelos economistas, tais quais anos de estudo, horas dedicadas a atividades de *on the job training* e outros itens com características de “rivalidade”<sup>4</sup>. A segunda, por outro lado, é não rival e diz respeito a componente tecnológica,  $A$ , produto da ciência aplicada (P&D)<sup>5</sup>.

Similarmente à Lucas, Romer considera que o produto é função do trabalho físico ( $L$ ) e do estoque de capital humano dedicado à produção,  $H_y$  (Equação 5). No entanto, sua função de produção é inovadora na medida em que introduz a figura de um *continuum* infinito de bens de capital intermediários e desagregados,  $x(i)$ . Evidentemente, na produção do bem final, só poderão ser utilizados bens intermediários já projetados (inventados). Ou seja, a quantidade de bens que poderão ser transformados no produto,  $Y$ , dependerá eminentemente do nível tecnológico  $A$  que, de modo simplificado, pode ser entendido como o número de projetos de bens intermediários disponíveis na economia <sup>6</sup>.

$$Y(H_Y, L, x) = H_Y^\alpha L^\beta \int_0^\infty x(i)^{1-\alpha-\beta} di \quad (5)$$

Romer assume, ainda, que a criação de novas tecnologias dependerá eminentemente do capital humano dedicado a essa atividade ( $H_a$ ) e do estoque de projetos e de conhecimento existente,  $A$ , (Equação 6).

$$\dot{A} = \delta H_a A \quad (6)$$

Portanto, diferentemente da proposta de Lucas (Equação 2), no modelo de Romer a taxa de crescimento no estado estacionário dependerá, também, do estoque de capital humano. Ou seja, o crescimento da renda *per capita* de uma economia estaria diretamente relacionado com os níveis científico e educacional já alcançados pelo país.

Outra corrente teórica que incorporou variáveis de capital humano à teoria de crescimento econômico é a que ficaria conhecida por “Teoria de Solow Aumentada”. Ao contrário dos modelos propostos pela

4 O capital humano,  $H$ , é a componente “rival” do conhecimento. No modelo de [Romer, 1990b] a variável é subdividida em duas parcelas: uma que estará voltada à produção de tecnologia,  $H_a$  (Equação 6), e outra devotada diretamente à produção,  $H_y$  (Equação 5)

5 Em [Romer, 1990a], o autor diferencia a componente não rival em dois tipos de conhecimento:  $A$ , que diz respeito à ciência aplicada, produto de P&D e  $B$ , que representa a ciência básica. Nessa concepção apenas  $A$  é exclusivo (ainda que parcialmente) e protegido por direitos de patentes, proteção intelectual, sigilo, etc. No mesmo estudo, Romer propõe uma divisão das habilidades da força de trabalho em físicas, educacionais, científicas e advindas da experiência no trabalho. Essa proposta é ainda menos restritiva, já que permite que cada um desses insumos intangíveis contribua de forma distinta para a função de produção.

6 Desse modo, na forma discreta pode-se escrever  $x_i = 0$  para  $i \geq A$ . Ou seja, bens intermediários que ainda não foram projetados ( $x_i = 0$ ) não poderão ser utilizados na produção do bem final.

Teoria do Crescimento Endógeno, nessa concepção o capital humano é considerado um fator de produção como outro qualquer. Assim, sob essa perspectiva, o crescimento de longo prazo ainda estaria associado a fatores eminentemente exógenos.

Encaixa-se nessa abordagem o trabalho de [Mankiw et al., 1992], cujo próprio título faz alusão ao trabalho seminal de Robert Solow. Na introdução de seu trabalho, Mankiw et al. expressam seu respeito pela teoria neoclássica e defendem a modelagem desenvolvida por Solow<sup>7</sup>. O objetivo dos autores é construir um modelo de Solow modificado que, em alguma medida, incorpore variáveis de capital humano e cujos resultados representem de modo mais consistente os dados de crescimento econômico dos países observados empiricamente.

Ainda, diferentemente de Lucas e Romer, Mankiw considerava a mesma função de produção para os capitais físico e humano. Desse modo, uma unidade de consumo poderia ser transformada em qualquer um dos tipos de capital. Portanto, a evolução do estoque de capital era definida da mesma forma para as componentes física e humana (Equação 7)<sup>8</sup>.

$$\begin{aligned}\dot{k}(t) &= s_k y(t) - (n + g + \delta)k(t) \\ \dot{h}(t) &= s_h y(t) - (n + g + \delta)h(t)\end{aligned}\quad (7)$$

A função de produção, por sua vez, assume a forma expressa na Equação 8.

$$Y(t) = K(t)^\alpha H(t)^\beta [A(t)L(t)]^{1-\alpha-\beta}, \quad (\alpha + \beta < 1) \quad (8)$$

A premissa  $\alpha + \beta < 1$  garante, como no modelo original proposto por Solow, retornos decrescentes sobre os dois tipos de capital (físico e humano). Assim, aumentos no acúmulo de capital humano causam apenas efeitos transitórios na taxa de crescimento, que depois converge para seu nível de *steady state*. Ou seja, diferentemente dos modelos apresentados anteriormente, a modelagem de Mankiw et al. mantém a propriedade do crescimento exógeno. Conforme previsto pela teoria neoclássica tradicional, tal característica implica na convergência, em renda *per capita*, de países com mesmas preferências e tecnologias.

O surgimento desses modelos, que incorporaram o capital humano à teoria do crescimento, contribuiu para o desenvolvimento de estudos teóricos focados no mapeamento de possíveis relações entre

<sup>7</sup> "This paper takes Robert Solow seriously" [Mankiw et al., 1992].

<sup>8</sup> Na expressão:  $L(t) = L(0)e^{nt}$ ,  $A(t) = A(0)e^{gt}$ ,  $k = K/AL$  e  $y = Y/AL$ . As variáveis  $s_k$  e  $s_h$  indicam as parcelas do produto investidos em capitais físico e humano, respectivamente.  $\delta$  representa a taxa de depreciação do capital (considerada a mesma para capitais físico e humano).

investimento público em educação e crescimento econômico. Dentre eles, destaca-se a modelagem proposta por [Glomm and Ravikumar, 1997].

Gerhard Glomm e B. Ravikumar consideram um modelo de *overlapping generations* em que cada indivíduo vive por dois períodos. Em sua teoria, o governo tributa a renda por taxas distorcidas,  $\tau$ , e utiliza a receita desses tributos para realocar os recursos, também de modo distorcido, em investimentos em infraestrutura e educação. As Equações 9 e 10 descrevem a restrição orçamentária enfrentada pela primeira geração de cada um dos agentes e pelo governo, respectivamente. Na expressão,  $s_j^t$  e  $c_j^t$  representam a poupança e o consumo, durante o período  $j$ , de um indivíduo nascido no tempo  $t$ . Os agentes são tomadores das taxas de juros,  $r_{t+1}$ , dos salários  $w_t$  e das alíquotas tributárias,  $\tau$ .

$$\begin{aligned} c_t^t + s_t^t &\leq (1 - \tau)w_t h_t, \\ c_{t+1}^t &\leq (1 + (1 - \tau)r_{t+1})s_t^t, \\ (c_t^t, c_{t+1}^t) &\geq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$I_t^G + E_t = \tau(w_t h_t + r_t k_t) \quad (10)$$

No modelo, os autores propõem um sistema que considera tanto o capital alugado da firma,  $k_t$ , quanto o capital público e acessível a todas as empresas (não rival e não exclusivo),  $G_t$ , como fatores de produção (Equação 11).

$$y_t = A G_t^\theta k_t^\alpha (n_t h_t)^{1-\alpha}, \quad A > 0, \quad \alpha, \theta \in (0, 1) \quad (11)$$

A dinâmica dos capitais público e humano é modelada pelas Equações 12 e 13<sup>9</sup>, respectivamente.  $E_{t-1}$  representa os gastos públicos com educação no período  $t - 1$ ,  $I_t^G$  o investimento público em infraestrutura e  $\delta_g$  a taxa de depreciação do capital público.

$$G_{t+1} = I_t^G + (1 - \delta_g)G_t \quad (12)$$

$$h_t = H(h_{t-1}, E_{t-1}) \quad (13)$$

No equilíbrio, as soluções das equações do consumidor e da firma, respeitadas as devidas restrições, mostram que a alíquota distorcida  $\tau^*$  que maximiza a taxa de crescimento é dada por  $\tau^* = (1 - \alpha)$  (elasticidade do produto em relação ao capital humano). Assim, desincentivos relacionados a aumentos nas taxas distorcidas são compensados

<sup>9</sup> Em [Glomm and Ravikumar, 1997]  $H(\cdot)$  é dado por  $H(h, E) = B h^\mu E(1 - \mu)$   $B > 0$ ,  $\mu \in (0, 1)$

pelos benefícios resultantes dos investimentos públicos em capital humano. O sistema converge para um caminho de crescimento sustentável, análogo ao de modelos da Teoria Endógena de Crescimento.

[Blankenau et al., 2007] desenvolvem uma metodologia análoga, que utiliza a mesma formulação para o acúmulo de capital humano (Equação 13). No entanto, seu modelo transgeracional decompõe a vida dos indivíduos em três períodos. No primeiro estágio o agente é considerado um estudante ou aprendiz e dedica seu tempo ao acúmulo de capital humano. No início dessa fase, cada indivíduo recebe uma dotação,  $E_t$ , de investimento público em educação. No segundo período, a renda do indivíduo equivale aos salários pagos pelo seu trabalho, cuja produtividade depende eminentemente do capital humano  $h_0$  acumulado no estágio anterior. Na última fase da vida, o agente é remunerado pelo aluguel do capital físico,  $K_0$ , que acumulou em seu segundo período de vida.

Blankenau et al. concluem que, no equilíbrio, a economia seguirá um “caminho balanceado” (*balanced growth path*), com taxa de crescimento  $1 + \gamma$ . Conforme descrito na Equação 14, o parâmetro  $\gamma$  é diretamente proporcional à parcela do produto gasta pelo governo,  $g + e$ , ao percentual investido pelo governo em educação,  $e$ , ao déficit primário nas contas públicas,  $b$ . Por outro lado, tudo mais constante, a taxa  $\gamma$  decresce com o aumento do parâmetro  $\phi$ , calculado pelo quociente entre as receitas provenientes de tributos sobre o consumo e aquelas advindas de impostos sobre a renda <sup>10</sup>.

$$\gamma \approx \beta_0 + \beta_1 e + \beta_2 \frac{g + e + b}{1 + \phi} \quad (14)$$

Um modelo mais complexo de gerações superpostas, que considera seis períodos de vida (de 10 anos cada), é apresentado em [Andrade and Teles, 2006]. A proposta, sustentada sobre a modelagem de [Bouzahzah et al., 2002], considera que a oferta de trabalho é dada de forma exógena para todos os períodos de vida com exceção do primeiro, em que parte do tempo pode ser dedicado ao acúmulo do capital humano (Equação 15). Assim como em [Blankenau et al., 2007], na proposta de [Andrade and Teles, 2006] são considerados tributos distorcivos sobre os salários  $w$ ,  $\tau_w$ , e não distorcivos sobre o consumo  $\tau_c$ . As Equações 15 a 17 definem, respectivamente, os vetores de oferta de trabalho, de evolução do capital humano, e de transferências governamentais para os seis períodos da vida de um indivíduo.

$$(l_t^1, l_{t+1}^2, l_{t+2}^3, l_{t+3}^4, l_{t+4}^5, l_{t+5}^6) \equiv (1 - u_t, 1, 1, 1, 1 - \alpha_{t+4}, 0) \quad (15)$$

<sup>10</sup> Diferentemente da metodologia proposta por [Glomm and Ravikumar, 1997], o modelo de Blankenau et al. incorpora, também, tributos incidentes sobre o consumo dos agentes.

$$(h_t^1, h_{t+1}^2, h_{t+2}^3, h_{t+3}^4, h_{t+4}^5, h_{t+5}^6) \equiv h_t^1(1, \theta_2 \phi(u_t), \theta_3 \phi(u_t), \theta_4 \phi(u_t), \theta_5 \phi(u_t), 0) \quad (16)$$

$$(T_t^1, T_{t+1}^2, T_{t+2}^3, T_{t+3}^4, T_{t+4}^5, T_{t+5}^6) \equiv (\nu_t u_t (1 - \tau_t^w) w_t h_t^1, 0, 0, 0, \alpha_{t+4} p_{t+4}, p_{t+5}) \quad (17)$$

$\alpha_{t+(i-1)}$  e  $p_{t+(i-1)}$  representam, respectivamente, a parcela do tempo que a  $i$ -ésima parcela da população permanece aposentada e o benefício alocado aos aposentados da geração  $i$ . O parâmetro  $\theta_i$  mede a produtividade relativa à idade  $i$  quando comparada aquela da primeira geração.  $\nu_t$  representa a taxa de subsídio público sob o custo da educação e  $u_t$  o tempo gasto em acumulação de capital humano (conforme notação já definida anteriormente).

As Equações 16 e 18 mostram como se dá a evolução do capital humano. Percebe-se que o modelo está perfeitamente alinhado com a proposta de crescimento endógeno de Lucas (Equações 3).

$$\phi(u_t) \equiv 1 + \xi u_t^\psi, \text{ com } \psi \in (0, 1) \text{ e } \xi \in \mathbb{R}_+ \quad (18)$$

Considerando restrições orçamentárias semelhantes às apresentadas para o modelo de [Glomm and Ravikumar, 1997] e uma taxa de desconto  $R$ , a maximização com respeito à variável de tempo dedicado ao acúmulo de capital humano resulta em  $u_t^*$ , definido conforme a Equação 19.

$$u_t^* = \left( \xi \psi \sum_{j=2}^6 \frac{(1 - \tau_{t+j-1}^w) w_{t+j-1} l_{t+j-1}^j \theta_j}{(1 - \tau_t^w)(1 - \nu_t)} R_t^{t+j} \right)^{1/(1-\psi)} \quad (19)$$

[Andrade and Teles, 2006] concluem que uma reforma educacional que destinasse maiores subsídios à educação (aumento de  $\nu$ ) resultaria em um acréscimo imediato da tributação distorciva (impostos sobre os salários). No entanto, os aumentos do tempo dedicado ao acúmulo de capital humano (decorrentes dessa elevação de  $\nu$ , conforme a Equação 19) contribuiriam para maiores taxas de crescimento no *steady state*.

## 2.2 ESTUDOS EMPÍRICOS QUE INCORPORAM VARIÁVEIS DE CAPITAL HUMANO

[Barro, 1991] e [Romer, 1990a] talvez tenham sido os primeiros a realizarem regressões do PIB sobre variáveis independentes representativas de indicadores de capital humano.

A partir de uma análise com cerca de 100 países no período pós 2ª Guerra Mundial, Barro percebeu que os dados não apontavam

para convergência prevista pelo modelo neoclássico de retornos decrescentes sobre o capital físico. Ao contrário do que antecipava a teoria original de Solow, as taxas de crescimento da renda dos agentes se mostravam não correlacionadas com o nível inicial do produto *per capita* das economias. No entanto, em seu trabalho, Barro conclui que, ao controlar por variáveis relacionadas ao capital humano (tais quais matrículas em níveis primários e secundários, taxas de analfabetismo e proporção de professores por aluno), a correlação do crescimento com o capital físico inicial se mostrava substancialmente negativa, conforme preconizado pela teoria neoclássica. Além disso, seu estudo mostra que para um determinado nível de produto *per capita*, a taxa de crescimento da economia apresenta correlação substancialmente positiva com os patamares iniciais de capital humano.

Em um modelo mais simples, que considera apenas a taxa de analfabetismo como indicador de estoque de capital humano, [Romer, 1990a] obtém resultados análogos. Também por meio de uma análise *cross country*, mas utilizando métodos de regressão em mínimos quadrados, o autor encontra uma correlação positiva entre o grau de alfabetização no início do período analisado e as taxas de investimento nos anos subsequentes. Romer conclui, portanto, que os níveis de capital humano impactam positivamente as taxas futuras de crescimento do produto, ainda que de modo indireto.

Visando validar o Modelo de Solow Aumentado proposto em [Mankiw et al., 1992], Mankiw, Romer e Weil desenvolvem, no mesmo trabalho, uma análise empírica também sustentada sobre métodos de regressão em Mínimos Quadrados Ordinários. No estudo, a informação sobre o número de jovens matriculados no ensino secundário é utilizada como indicador de capital humano. Os resultados do trabalho comprovam que, ao se adicionarem variáveis de capital humano, o modelo de Solow modificado passa a representar, de modo mais fidedigno, as taxas de crescimento observadas no período.

Mankiw, Romer e Weil reservam parte de seu trabalho para tratar especificamente da questão da convergência de renda. A partir de regressões por Mínimos Quadrados Ordinários das taxas de crescimento do produto entre os anos de 1960 e 1985 e da renda inicial desses países em 1960, os autores não percebem indícios de uma convergência incondicional. No entanto, condicionando-se a análise a parâmetros explicativos do modelo de Solow tradicional (tais quais taxas de poupança e crescimento da população) percebe-se uma melhora substancial no ajuste da regressão. Tal adequação é ainda melhor quando se adicionam condicionantes de capital humano, conforme previsto no Modelo de Solow Aumentado proposto no estudo.

No trabalho seminal elaborado por [Islam, 1995] são utilizadas premissas teóricas similares às empregadas em [Mankiw et al., 1992]. No entanto, o trabalho é inovador na medida em que utiliza a metodologia de dados em painel para estimar os parâmetros dos modelos line-

ares. Segundo Islam, por ser construída sobre o método de Mínimos Quadrados Ordinários, a análise de Mankiw et al. está sujeita a erros decorrentes de vieses por omissão de variáveis. Isso ocorre porque aspectos não observáveis da função de produção, específicos de cada país, podem estar correlacionados com as variáveis explicativas escolhidas. A vantagem do uso de painéis é que a metodologia permite que sejam incorporados aspectos não observáveis (efeitos fixos) dos países que estão sendo analisados. A adição desses novos parâmetros contribui para corrigir os vieses oriundos de análises do tipo *cross section*. Ou seja, a técnica permite separar a parte do crescimento associada a maiores estoques de capital humano daquela procedente de características institucionais, ambientais e tecnológicas de cada país. Islam utiliza o número médio de anos de estudo da população com mais de 25 anos como indicador para os níveis de capital humano. Essa variável foi consolidada por [Barro and Lee, 1993] e considera anos de estudo nos níveis primário, secundário e pós-secundário.

Em sua análise, Islam conclui que a variável de capital humano perde significância estatística para a maior parte das economias, quando considerados os novos dados e a análise em painel. Para grupos específicos de países, o coeficiente de capital humano mantém-se significativo, mas, surpreendentemente, com sinal oposto ao da taxa de crescimento econômico. Segundo Islam uma possível explicação para esse resultado contraintuitivo está na qualidade dos dados utilizados. Ainda que a média de anos estudados tenha aumentado em vários países, tal evolução não reflete, necessariamente, uma melhora na qualidade de educação e nos níveis de capital humano<sup>11</sup>.

Desde o trabalho de Islam, análises em painel têm sido utilizadas constantemente em estudos empíricos com indicadores de capital humano. Muitos deles chegaram a resultados divergentes sobre a significância dessas variáveis para o crescimento econômico. Andrea Bassanini e Stefano Scarpetta, por exemplo, desenvolvem uma análise em painel dinâmico com enfoque em países da OCDE [Bassanini and Scarpetta, 2001]. Além do número de anos de escolaridade, indicativo dos níveis de capital humano, os autores também incorporam variáveis que permitem avaliar o investimento das economias em P&D<sup>12</sup>.

Os coeficientes estimados pelo estudo indicaram, com alto grau de significância, que o acúmulo de capital humano contribui de forma positiva para o desenvolvimento econômico. Mais do que isso, o tra-

11 Para tentar contornar esse problema, outras formas de mensurar o capital humano têm sido propostas. [Hanushhek, 2013], por exemplo, utiliza o desempenho dos alunos em testes internacionais de matemática e ciências para mapear a variável. No estudo, o autor percebeu que ao inserir indicadores de qualidade no modelo de regressão, o impacto de variáveis associadas a matrículas perde significância.

12 Desde o trabalho desenvolvido por [Nonneman and Vandoudt, 1995] alguns estudos de crescimento também têm incorporado variáveis que retratam os níveis de investimento em P&D. Em um estudo que abarca economias não pertencentes à OCDE, [Keller and Poutvaara, 2005] concluem que grande parte das diferenças de renda e crescimento entre esses países podem ser explicadas por esse tipo de indicadores.

balho prevê que o estoque de capital humano responde por grande parte do processo de crescimento. Aumentos de 1 ano na escolaridade média de um país poderiam majorar a renda *per capita* de *steady state* em até 7%.

Os autores concluem, também, que os coeficientes encontrados para os dois tipos de capital (físico e humano) e as velocidades de convergência observadas não são consistentes com aqueles previstos pela teoria de crescimento neoclássica tradicional. A alta elasticidade do capital encontrada sugere, por outro lado, uma boa aderência dos dados a modelos de crescimento endógeno.

Conclusões como essas contribuíram para o desenvolvimento de análises empíricas construídas sobre sistemas de crescimento endógeno<sup>13</sup>. Dentre os estudos construídos sob essa perspectiva, destaca-se o trabalho de [Benhabib and Spiegel, 1994]. Em sua metodologia, Benhabib et al. adaptam a teoria desenvolvida por [Nelson and Phelps, 1965] para que os níveis de educação incrementem tanto a capacidade de o país desenvolver suas próprias inovações tecnológicas quanto a habilidade de adaptar e implementar tecnologias desenvolvidas em outras geografias. Desse modo, a análise considera que as taxas de crescimento da produtividade total são duplamente impactadas pelos patamares de capital humano. Por meio de uma análise *cross country*, os autores concluem que sua modelagem endógena representa melhor as regularidades empíricas que modelos que incorporam o capital humano diretamente à função de produção<sup>14</sup>.

Dentre os trabalhos empíricos concluídos a partir do ano 2000, podem-se citar dois outros estudos que utilizam estimadores de painéis dinâmicos para avaliar os impactos de indicadores educacionais sobre o crescimento econômico. [Liberto et al., 2008] encontraram evidências de que maiores estoques de capital humano aumentam a probabilidade de os países entrarem em uma rota de convergência em termos de suas produtividades totais de fatores. A explicação está na adoção de novas tecnologias, conforme previsto por [Nelson and Phelps, 1965]. [Midendorf, 2005] utiliza um modelo híbrido que incorpora, como variáveis explicativas para o crescimento econômico, tanto indicadores de estoque de capital humano quanto variações desses índices ao longo do período analisado. No estudo, taxas de matrículas (atrasadas em 10 anos) e indicadores de escolaridade (atrasados em 5 anos) são utilizados como variáveis instrumentais para contornar pos-

13 Em [Islam, 1995], o autor também sugere que “o canal pelo qual o capital humano afeta o crescimento econômico é provavelmente mais tortuoso que aquele resultante de sua simples inclusão multiplicativa na função de produção com um expoente diferente”.

14 A diferença entre essas duas concepções teóricas impacta o formato de incorporação das variáveis de capital humano à modelagem empírica. Para a abordagem que considera o capital humano como fator de produção, empregam-se as taxas de crescimento dos indicadores educacionais no período como variáveis independentes para o modelo linear. Na perspectiva endógena proposta por [Benhabib and Spiegel, 1994], por sua vez, são utilizados os níveis médios dos índices educacionais no intervalo analisado.

síveis endogeneidades associadas aos indicadores de capital humano. Os resultados de [Midendorf, 2005] apontam, de forma robusta, para uma relação positiva entre o estoque de capital humano e as taxas de crescimento econômico. Por sua vez, variáveis relacionadas a transformações nos indicadores de capital humano no período não se mostraram significativamente correlacionados com o crescimento.

[Sianesi and Reenen, 2003] fazem uma boa consolidação dos principais estudos empíricos que utilizam variáveis de capital humano como explicativas para o crescimento econômico. Os trabalhos abarcados em sua análise concluem, de forma expressiva, que aumentos nos níveis de capital humano tendem a majorar a produtividade. No artigo, também é apresentada uma comparação entre análises baseadas em premissas exógenas e aquelas sustentadas sobre modelagens de crescimento endógeno. As primeiras preconizam que um aumento no estoque de capital humano está associado a níveis mais altos de *steady state*. De modo geral, tais estudos (como aqueles baseados em modelos neoclássicos e especificações aumentadas do modelo de Solow) apontam para acréscimos de 3% a 6% no PIB *per capita* para cada aumento de 1 ano na educação média. As últimas, por outro lado, consideram que o acúmulo de capital humano pode gerar aumentos permanentes na taxa de crescimento do produto. Sob essa perspectiva, o mesmo aumento de 1 ano na educação média estaria associado a incrementos superiores a 1% nas taxas de crescimento da renda *per capita*. [Krueger and Lindahl, 2000] também fazem uma revisão interessante da literatura direcionada a estudos macro e microeconômicos sobre o papel da educação no crescimento econômico. Suas conclusões sugerem que é difícil afirmar que aumentos na escolaridade podem gerar externalidades positivas para a economia por meio de progressos tecnológicos. Krueger aponta, ainda, que o elo mais fraco das hipóteses dos estudos *cross country* analisados está na suposição da exogeneidade das variáveis explicativas de capital humano. Sabe-se que elasticidade renda da demanda pela educação geralmente é bastante significativa e que economias de alta renda *per capita* tendem a demandar forças de trabalhos mais qualificadas [Sianesi and Reenen, 2003; Mankiw, 1997]. Ou seja, o grande desafio estaria em diferenciar efeitos efetivamente causais da escolaridade daqueles relacionados a efeitos positivos da renda sobre a demanda por educação.

Os resultados de trabalhos que tentam relacionar o crescimento econômico ao investimento público em educação são ainda menos conclusivos. Linhas de pesquisas dessa natureza se desenvolveram a partir de artigos que associavam o crescimento endógeno de longo prazo a gastos governamentais [Barro and i Martin, 1990; Barro, 1990] e de trabalhos que procuravam dividir os gastos governamentais entre produtivos e improdutivos [Aschauer, 1989].

Em um estudo com 43 economias, [Devarajan et al., 1996] concluem que aumentos nos gastos correntes do governo estariam significativamente associados a maiores taxas de crescimento econômico. Por outro lado, o estudo indica que gastos governamentais com despesas de capital poderiam impactar negativamente o desenvolvimento do produto. Ou seja, despesas tradicionalmente consideradas produtivas poderiam se tornar improdutivas se excessivamente majoradas pelo governo. Especificamente com relação aos gastos públicos em educação, as regressões também apontam para coeficientes negativamente relacionados às taxas de crescimento econômico, ainda que com baixo grau de significância. Em uma análise subsequente, Devajaran et al. desagregam essas despesas em três classes de investimento: (1) educação pré-primária, primária e secundária, (2) educação terciária e (3) apoio educacional. A conclusão é que dispêndios governamentais com educação são positivamente relacionados ao crescimento do produto, de maneira significativa, apenas para a última categoria. Nesse grupo, incluem-se gastos com os serviços subsidiários à educação, como despesas com transporte, alimentação, alojamento, serviços médicos para estudantes, programas para desenvolvimento de métodos de ensino, investimentos em teorias do aprendizado e no melhoramento dos currículos, entre outros.

[Cullison, 1993], entretanto, alcança resultados distintos utilizando dados dos Estados Unidos no período de 1955 a 1992. Por meio de testes de causalidade de Granger, o autor mostra que gastos governamentais em educação e treinamento do trabalho (ou seja, em capital humano) são os que têm maior probabilidade de impactar significativamente o crescimento econômico. Portanto, *“o modo mais eficiente de se estimular o crescimento econômico por meio de gastos governamentais, seria a partir da canalização de recursos para projetos bem desenhados de educação e treinamento do trabalho”*. [Hansson and Henrekson, 1994] chegam a conclusões parecidas a partir da análise do impacto de diversos tipos de gastos governamentais (consumo, investimento, transferências, seguridade social, educação) sobre o crescimento para 14 países da OCDE entre 1970 e 1987. Os autores concluem que despesas com políticas de transferência, consumo e investimento têm efeitos negativos ou nulos sobre a taxa de crescimento da produtividade total dos fatores. No entanto, a produtividade é impactada positivamente por aumentos nos gastos públicos com educação. Outro estudo empírico que chega a conclusões similares é aquele desenvolvido por [Bose et al., 2007]. Em uma análise desagregada dos gastos governamentais com foco em países em desenvolvimento, Bose et al. concluem que o investimento em educação é o único gasto governamental que pode ser associado, de forma positiva e estatisticamente significativa, ao crescimento econômico.

Esses resultados, entretanto, contrastam com aqueles derivados da análise em painel conduzida por [Blankenau et al., 2007] para 83 paí-

ses divididos em categorias de renda *per capita*. No estudo, Blankenau encontra uma relação positiva robusta entre os gastos com educação e crescimento de longo prazo apenas para países de alta de renda *per capita*.

Diversos trabalhos também ressaltam a dificuldade em se medir o capital humano e os erros de medida tradicionalmente incorridos em análises empíricas desse tipo. [de la Fuente and Domenech, 2002] associam o alto nível de ruído e a fragilidade de dados à constatação de que resultados empíricos sobre modelos de capital humano e crescimento muitas vezes tendem a apresentar resultados não significativos. A partir da documentação de uma série de dados e estudos, o trabalho conclui que os coeficientes associados a variáveis explicativas de capital humano claramente tendem a se tornar mais significativos e maiores à medida que a precisão das informações sobre escolaridade é aprimorada.

Na [Tabela 1](#) é apresentada síntese dos principais trabalhos empíricos descritos nesse capítulo. O quadro mostra que as conclusões sobre o impacto de variáveis de capital humano no crescimento econômico são heterogêneas e, muitas vezes, divergentes.

Tabela 1: Crescimento × capital humano: estudos empíricos.

REFERÊNCIA	INDICADORES DE CAPITAL HUMANO	ABRANGÊNCIA	METODOLOGIA	CONCLUSÕES
[Barro, 1991]	Taxa de matrícula nos níveis de ensino primário e secundário, número de professores por aluno e taxa de analfabetismo.	98 países. Período: 1960-1985.	Mínimos quadrados ordinários com correção de heterocedasticidade proposta por [White, 1980].	Taxa de crescimento do PIB <i>per capita</i> real no período apresentou correlação significativamente positiva com os níveis iniciais das taxas de matrícula no ensino primário e secundário.
[Romer, 1990a]	Taxa de analfabetismo.	112 países. Período: 1960-1985.	Mínimos quadrados ordinários.	Níveis iniciais de alfabetização ajudam a explicar taxas subsequentes de investimento. Essas taxas, por sua vez, estão positivamente correlacionadas com as taxas de crescimento das economias.
[Mankiw et al., 1992]	Jovens matriculados no ensino secundário.	121 países agrupados em 3 categorias: economias com dados disponíveis - exceto produtores de petróleo (98), países com dados consistentes e de grande população (75) e países pertencentes à OCDE (22). Período: 1960-1985.	Mínimos quadrados ordinários.	A incorporação de variáveis de capital humano melhora o desempenho do modelo teórico tradicional proposto por Solow, quando confrontado com dados reais.

REFERÊNCIA	INDICADORES DE CAPITAL HUMANO	ABRANGÊNCIA	METODOLOGIA	CONCLUSÕES
[Islam, 1995]	Média de anos de estudo da população com mais de 25 anos de idade, baseado em [Barro and Lee, 1993].	121 países agrupados em 3 categorias: economias com dados disponíveis - exceto produtores de petróleo (79), países com dados consistentes e de grande população (67) e países pertencentes à OCDE (22). Período: 1960-1985.	Análise em painel. Metodologias utilizadas: <i>Pooled</i> , Mínimos Quadrados com Variáveis <i>Dummy</i> ( <i>LSDV</i> ) e Estimador de Mínima Distância.	Correlação entre capital humano e taxa de crescimento é estatisticamente insignificante. Para grupo específico de países a relação passa a ter significância, mas com coeficientes de sinais opostos.
[Bassanini and Scarpetta, 2001]	Média de anos de estudo da população com mais de 25 anos de idade, baseado em [de la Fuente and Domenech, 2002].	21 países da OCDE. Período: 1971-1998.	Análise em painel. Estimador <i>Pooled Mean Group</i> .	Acúmulo de capital humano contribui de forma positiva e significativa para o crescimento econômico. Estoque de capital humano é responsável por grande parte do processo de crescimento.

REFERÊNCIA	INDICADORES DE CAPITAL HUMANO	ABRANGÊNCIA	METODOLOGIA	CONCLUSÕES
[Benhabib and Spiegel, 1994]	Taxas de matrícula em ensinos primários, secundários e pós-secundários, (conforme [Kyriacou, 1991]), média de anos de estudo da população com mais de 25 anos de idade, baseada em [Barro and Lee, 1993] e taxas de analfabetismo.	78 países. Período: 1965-1985.	Mínimos quadrados ordinários com correção de heterocedasticidade proposta por [White, 1980].	Incorporação de variáveis de capital humano diretamente à função de produção não é consistente com resultados empíricos. Proposta de crescimento endógeno associado a tais variáveis é mais coerente com os dados observados.
[Liberto et al., 2008]	Média de anos estudados nos ensinos primário, secundário e terciário da população com mais de 15 anos de idade, conforme [Barro and Lee, 2000].	76 países. Período: 1960-2003.	Análise em painel. Estimadores LSDV, LSDV com correção de Kiviet, e Arellano e Bond.	Resultados robustos sobre a importância do capital humano para o processo de convergência, sobretudo para países de baixa renda <i>per capita</i> .

REFERÊNCIA	INDICADORES DE CAPITAL HUMANO	ABRANGÊNCIA	METODOLOGIA	CONCLUSÕES
[Midendorf, 2005]	Média de anos de estudo da população com mais de 25 anos de idade, conforme [Barro and Lee, 2000], percentual da população com 25 ou mais de idade que cursou o ensino secundário. Como variáveis instrumentais são utilizadas taxas de matrículas (atrasadas em 10 anos) e indicadores de escolaridade (atrasados em 5 anos).	29 países da OCDE. Período: 1965-2000.	Análise em painel de efeitos fixos. Estimador por variável instrumental de um estágio.	Resultados robustos confirmam relação positiva entre estoque de capital humano e crescimento econômico. Variações nos indicadores de capital humano, por sua vez, não se mostraram significativamente correlacionados com o crescimento.
[Devarajan et al., 1996]	Gastos do governo com educação. Também realiza análise desagregada dessas despesas em três classes de investimento: (1) educação pré-primária, primária e secundária, (2) educação terciária e (3) apoio educacional.	43 países. Período: 1970-1990.	Análise em painel de efeitos fixos. Método de [Hansen and Hodrick, 1980] para correção de erros associados à correlação serial.	Investimentos em educação apresentaram impacto negativo nas taxas de crescimento, mas com insignificância estatística. Análise desagregada mostra que apenas gastos com serviços acessórios à educação se mostraram positivamente relacionados ao crescimento econômico de forma significante.

REFERÊNCIA	INDICADORES DE CAPITAL HUMANO	ABRANGÊNCIA	METODOLOGIA	CONCLUSÕES
[Cullison, 1993]	Gastos do governo com educação.	Estados Unidos. Período: 1955-1992.	Testes de causalidade de Granger e simulações por modelos de vetores autoregressivos.	Canalização de recursos para projetos de educação e treinamento do trabalho é o modo mais eficiente de se estimular o crescimento econômico a partir de gastos governamentais.
[Hansson and Henrekson, 1994]	Gastos do governo com educação.	14 países da OCDE. Período: 1970-1987.	Mínimos quadrados ordinários.	Gastos governamentais com educação têm efeitos positivos sobre o crescimento.
[Bose et al., 2007]	Investimento público em educação e gastos totais do governo com educação.	30 países em desenvolvimento. Período 1970-1990.	Mínimos quadrados ordinários e mínimos quadrados em três estágios.	Quando consideradas as restrições orçamentárias, gastos governamentais com educação são os únicos significativamente associados ao crescimento econômico.

---

REFERÊNCIA	INDICADORES DE CAPITAL HUMANO	ABRANGÊNCIA	METODOLOGIA	CONCLUSÕES
[Blankenau et al., 2007]	Gastos com educação.	83 países divididos em três categorias de renda per-capita.	Análise em painel de efeitos fixos.	Quando consideradas variáveis de financiamento dos gastos públicos, despesas com educação apresentaram correlação robusta e positiva com o crescimento econômico apenas para o grupo de países de alta renda <i>per capita</i> .

---

## FORMALIZAÇÃO DAS TÉCNICAS ECONOMÉTRICAS

Para se atingir o objetivo proposto na [Seção 1.2](#), serão utilizadas técnicas lineares de regressão construídas sobre dados em painel. Diferentemente de estudos *cross section*, análises em painel permitem controlar efeitos individuais (ou heterogeneidades) particulares ou típicos de indivíduos ou de grupos específicos. Isso é especialmente importante em um estudo que pretende avaliar resultados para um grupo heterogêneo de países, que podem apresentar características distintas observáveis - como raça, sexo, religião, clima, etc - e não observáveis - tais quais preferências ou habilidades distintas, aspectos familiares, etc ([Equação 20](#)). Dados em painel também permitem construir modelos dinâmicos em que a variável dependente é associada a observações realizadas em diferentes instantes de tempo. Essa modelagem permite investigar efeitos de convergência e avaliar impactos de médio e longo prazos das variáveis explicativas.

Dentre os métodos descritos neste capítulo, destaque-se a técnica de estimação de atrasos distribuídos por meio de painéis, desenvolvida por [[Pakes and Griliches, 1982](#)]. A metodologia nunca foi empregada para se estimar impactos de investimentos em capital humano no crescimento econômico de médio e longo prazos. Sua utilização pode ser considerada uma importante contribuição do estudo.

### 3.1 MODELOS LINEARES ESTÁTICOS

$$y_{it} = x_{it}\beta + w_i\gamma + (\eta_i + v_{it}) \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T$$

$$x_{it} = [x_{1it} \quad \dots \quad x_{Kit}]_{1 \times K}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix}_{K \times 1} \quad (20)$$

$$w_i = [w_{1i} \quad \dots \quad w_{Gi}]_{1 \times G}, \quad \gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_G \end{bmatrix}_{G \times 1}$$

Observáveis:  $y_{it}, x_{it}, w_i$ . Não-observáveis:  $\eta_i, v_{it}$ .

Consideremos, inicialmente, o modelo linear definido pela relação estática da [Equação 20](#)<sup>1</sup>.

Ao agruparmos as variáveis nas dimensões N (*cross section*) e T (temporal), temos o modelo organizado em painel estático definido pela [Equação 21](#).

$$y = X\beta + W\gamma + (\eta + v)$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}_{NT \times 1}, \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix}_{NT \times K}, \quad W = \begin{bmatrix} W_1 \\ \vdots \\ W_N \end{bmatrix}_{NT \times G}, \quad (21)$$

$$\eta = \begin{bmatrix} \eta_1 j_T \\ \vdots \\ \eta_N j_T \end{bmatrix}_{NT \times 1}, \quad v = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_N \end{bmatrix}_{NT \times 1}, \quad j_T = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{T \times 1}.$$

Para simplificar a análise em um primeiro momento, será admitido, sem perda de generalidade, que não existem variáveis explicativas independentes do tempo ( $G = 0$ ).

A análise em painel é tipicamente dividida em duas abordagens. O método de efeitos fixos considera a heterogeneidade  $\eta_i$  como uma constante específica do grupo (ou do indivíduo), correlacionada com  $x_{it}$ , e cuja média pode ser condicionalmente estimada. Na modelagem de efeitos randômicos, por outro lado, as heterogeneidades individuais são tratadas como elementos randômicos específicos de cada grupo (ou indivíduo). Portanto, nesse caso, os efeitos não observáveis são considerados elementos não correlacionados com os regressores.

### 3.1.1 Mínimos Quadrados Ordinários Agrupados (*Pooled Ordinary Least Squares*)

Consideremos que  $x_{it}$  é pré-determinado ( $E[x_{it}v_{it}] = 0$ ) e que os efeitos individuais sejam não-correlacionados com os regressores, ou seja  $E[x_{it}\eta_i] = 0$  (modelo randômico). Sob essas hipóteses, o conhecido estimador de Mínimos Quadrados Ordinários (*Ordinary Least Squares – OLS*),  $\beta_{OLS}$ , ([Equação 22](#)) será consistente quando N e/ou T tenderem ao infinito. Por usar dados agrupados em painel,  $\beta_{OLS}$  é chamado de estimador “*Pooled OLS*”.

$$\hat{\beta}_{OLS} = (X'X)^{-1}X'y \quad (22)$$

Ressalte-se que essa construção é idêntica a de uma análise tipicamente *cross section*. Portanto, a dimensão temporal do painel não é relevante para a consistência do estimador.

<sup>1</sup> Seções 3.1 e 3.2 adaptadas de [Bond].

3.1.2 *Mínimos Quadrados Generalizados (Generalized Least Squares – GLS)*

Consideremos agora uma hipótese mais realista. Em estudos que utilizam dados organizados em painel é usual termos cenários em que  $T$  é fixo e  $N \gg T$ . É o caso, por exemplo, dos dados disponíveis descritos na seção [Seção 2.2](#).

Tomemos inicialmente um caso com  $T$  fixo e  $N \rightarrow \infty$ .

Para essa análise inicial, vamos garantir, ainda, exogeneidade estrita da componente  $v$  ( $E[x_{it}v_{is}] = 0$  para todo  $s, t$ ). Essa propriedade assegura que choques passados  $v_{is}$  (com  $s < t$ ) não interferirão nas variáveis independentes. Cabe observar que essa premissa elimina, também, possíveis influências de variáveis dependentes “atrasadas”. Tal condição será relaxada mais adiante, quando tratarmos de modelos dinâmicos.

Consideremos, também,  $E[\eta_i] = E[x_{it}] = E[x_{it}v_{it}] = 0$  e que os choques sejam serialmente não correlacionados ( $E[v_{it}v_{is}] = 0$ , para  $s \neq t$ ).

$$E[u_i u_i'] = \begin{bmatrix} \sigma_\eta^2 + \sigma_v^2 & \sigma_\eta^2 & \dots & \sigma_\eta^2 \\ \sigma_\eta^2 & \sigma_\eta^2 + \sigma_v^2 & \dots & \sigma_\eta^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_\eta^2 & \sigma_\eta^2 & \dots & \sigma_\eta^2 + \sigma_v^2 \end{bmatrix}_{T \times T} = \Omega_i, \text{ e} \tag{23}$$

$$E[uu'] = \begin{bmatrix} \Omega_i & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Omega_i & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Omega_i \end{bmatrix}_{T \times T} = \Omega$$

Cabe observar que, ainda que os erros sejam homocedásticos ( $E[\eta_i^2] = \sigma_\eta^2$  e  $E[v_{it}^2] = \sigma_v^2$ ) a correlação entre essas componentes será não nula dentro do mesmo grupo em razão da presença dos efeitos invariantes no tempo ( $\eta_i$ ). Tomemos  $u_{it} = \eta_i + v_{it}$  e  $u_{i,t-1} = \eta_i + v_{i,t-1}$ . Sob as condições clássicas  $E[u_{it}u_{i,t-1}] = E[\eta_i^2] = \sigma_\eta^2$  e  $E[u_{it}^2] = E[\eta_i^2] + E[v_{it}^2] = \sigma_\eta^2 + \sigma_v^2$  a matriz de correlação entre os erros ( $u$ ) passa a ser bloco-diagonal, conforme a [Equação 23](#)<sup>2</sup>.

2 Na maioria das vezes, os valores de  $\sigma_\eta^2$  e  $\sigma_v^2$  ([Equação 23](#)) são desconhecidos. Para esses casos, pode-se utilizar o método de Mínimos Quadrados Generalizados Factíveis (*Feasible Generalized Least Squares – FGLS*) para se estimarem as variâncias.

Sem perda de generalidade, consideremos um formato simplificado da [Equação 20](#) dado por  $y_{it} = x_{it}\beta + \gamma + (\eta_i + v_{it})$ . Definindo  $\bar{y}_i = \bar{x}_i\beta + \gamma + (\eta_i + \bar{v}_i)$ , pode-se escrever a equação por diferenças  $y_{it} - \bar{y}_i = [x_{it} - \bar{x}_i]\beta + [v_{it} - \bar{v}_i]$ . Assim, um estimador não viesado para  $\sigma_v^2$ , nos  $N$  grupos, pode ser dado por  $\hat{\sigma}_v^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{v}_{it}^2}{N(T-1) - K} = \frac{\hat{v}'\hat{v}}{N(T-1) - K}$ , onde  $\hat{v}_{it}$  é o resíduo da estimação *Within*

Nesse caso, e mantendo-se a premissa de que estamos trabalhando com um modelo em formato randômico ( $E[x_{it}\eta_i] = 0$ ), temos que o estimador *GLS* (Equação 24) é consistente e eficiente<sup>3</sup>.

$$\hat{\beta}_{GLS} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}y \quad (24)$$

### 3.1.3 Estimação *Within Groups*

Consideremos agora a transformação “*Within*” descrita na Equação 25.

$$\tilde{y}_{it} = y_{it} - \bar{y}_i, \quad \bar{y}_i = \frac{1}{T} \sum_{s=1}^T y_{is} \quad (25)$$

A partir da Equação 25, é fácil perceber que, dentro de um mesmo grupo (ou para um indivíduo), teremos  $\bar{\eta}_i = \eta_i$  e, portanto,  $\tilde{\eta}_i = \eta_i - \eta_i = 0$ . Ou seja, a transformação elimina os efeitos individuais invariantes no tempo.

O modelo transformado pode ser descrito, então, pela Equação 27.

$$\tilde{y}_{it} = \tilde{x}_{it} + \tilde{v}_{it} \quad (26)$$

Como  $\eta_i$  foi eliminado, o estimador *OLS* (definido pela Equação 22) aplicado sobre o modelo transformado (Equação 27) será consistente ainda que  $E[x_{it}\eta_i] \neq 0$ . Ou seja, diferentemente dos estimadores *Pooled OLS* e *GLS* apresentados anteriormente, o estimador *Within Groups*,  $\beta_{WG}$ , será consistente para modelos com efeitos fixos<sup>4 5 6</sup>.

---

*Groups* ( $\hat{v}_{it} = \tilde{y}_{it} - \tilde{x}_{it}\hat{\beta}_{WG}$ ) definida na Seção 3.1.3. De forma análoga,  $\sigma_{\eta}^2$  pode ser estimado a partir dos resíduos da estimação *OLS* ( $\hat{\sigma}_{\eta}^2 = \hat{\sigma}_{OLS}^2 - \hat{\sigma}_v^2$ , com  $\hat{\sigma}_{OLS}^2 = \frac{\hat{v}'\hat{v}}{N(T-1)-K}$ ,  $\hat{v} = y_{it} - x_{it}\hat{\beta}_{OLS}$  e  $\hat{\beta}_{OLS}$  definido pela Equação 22).

- 3 Ressalte-se que o estimador *GLS*, assim como o *OLS*, não será consistente caso  $E[x_{it}\eta_i] \neq 0$
- 4  $\beta_{WG}$  também será consistente para  $E[x_{it}\eta_i] = 0$ . No entanto, para esse caso e com  $T$  fixo e  $N \rightarrow \infty$ ,  $\beta_{WG}$  é menos eficiente que  $\beta_{GLS}$ .
- 5 Se considerarmos o caso mais geral em que  $G \neq 0$ , ou seja  $y_{it} = x_{it}\beta + w_i\gamma + (\eta_i + v_{it})$ , a transformação *Within* também eliminaria as variáveis explicativas invariantes no tempo,  $w_i$ . Poranto, o estimador  $\beta_{WG}$  não é capaz de identificar os parâmetros  $\gamma$  para esse tipo de modelo. Em outras palavras, esse é um tipo de estimador próprio para identificação de parâmetros que variam no tempo.
- 6 A transformação *Within* também pode ser modelada por  $y_{it} = \eta_1 D_{1i} + \dots + \eta_N D_{Ni} + x_{it}\beta + v_{it}$ , onde os termos  $D_{ni}$  representam *dummies* específicas de cada indivíduo ( $D_{ni} = 1$  para as observações do indivíduo  $n$  e zero caso contrário). Uma forma alternativa de encontrarmos  $\beta_{WG}$  é usarmos *OLS* sobre o modelo acima. Portanto, o estimador *Within Groups* também é chamado de Estimador de Mínimos Quadrados de Variáveis *Dummy* (*Least Squares Dummy Variables - LSDV*).

### 3.1.4 Estimação de Mínimos Quadrados em Primeiras Diferenças (First-differenced OLS)

Tomemos a transformação em primeiras diferenças descrita pela [Equação 28](#).

$$\begin{aligned}\Delta y_{it} &= \Delta x_{it}\beta + \Delta v_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 2, \dots, N, \\ \Delta y_{it} &= y_{it} - y_{i,t-1}\end{aligned}\tag{27}$$

É fácil observar que, assim como a transformação *Within Groups*, essa operação também eliminará efeitos individuais não variantes no tempo <sup>7</sup>.

O estimador  $\hat{\beta}_{\Delta OLS}$  é resultante da estimação *OLS* sobre o modelo transformado acima. Ele será consistente se  $E[\Delta x_{it}\Delta y_{it}] = 0$ , que é uma premissa mais fraca que a exogeneidade estrita requerida para consistência de  $\hat{\beta}_{WG}$ . Esse tipo de estimador é mais eficiente para casos em que o erro segue um comportamento do tipo *random walk* (ou seja, com  $\epsilon_{it} = v_{it} - v_{i,t-1} \sim iid(0, \sigma_\epsilon^2)$ )<sup>8</sup>.

### 3.1.5 Teste de Hausman para determinação do tipo de efeitos individuais

Como visto, para  $T$  fixo,  $\hat{\beta}_{GLS}$  é consistente somente se os efeitos individuais forem não-correlacionados com todas as variáveis independentes incluídas.  $\hat{\beta}_{WG}$ , por outro lado, é consistente para  $E[x_{it}\eta_i]$  igual ou diferente de zero (vide Nota 4). Portanto, uma estimativa intuitiva para se verificar a correlação das heterogeneidades não observáveis com os regressores é aquele que considera a diferença entre esses dois estimadores. Essa é a ideia por trás do teste de Hausman, descrito pela [Equação 28](#).

$$\begin{aligned}h &= \hat{q}'[avar(\hat{q})]^{-1}\hat{q} \sim \chi^2(K), \quad \text{sob } H_0 : E[x_{it}\eta_i] = 0, \\ \text{com } \hat{q} &= \hat{\beta}_{WG} - \hat{\beta}_{GLS} \text{ e } avar(\hat{q}) = avar(\hat{\beta}_{WG}) - avar(\hat{\beta}_{GLS})\end{aligned}\tag{28}$$

Sob a hipótese nula de que  $E[x_{it}\eta_i] = 0$ ,  $h$  segue uma distribuição chi-quadrado com  $K$  graus de liberdade.

O teste de Hausman é bastante útil na identificação do modelo que melhor descreve os efeitos individuais (randômico ou fixo).

<sup>7</sup> Dentro de um mesmo grupo, temos  $\Delta\eta_i = \eta_i - \eta_i = 0$ .

<sup>8</sup> Além disso, ao contrário de  $\hat{\beta}_{WG}$ , o estimador de Mínimos Quadrados em Primeiras Diferenças mantém-se consistente, com  $N \rightarrow \infty$ , quando  $E[v_{is}x_{it}] \neq 0$  para  $s \leq t-2$ . No entanto, para garantir  $E[\Delta x_{it}\Delta y_{it}] = 0$  devemos ter  $E[x_{it}v_{i,t-1}] = E[x_{it}v_{it}] = 0$ .

## 3.2 MODELOS DINÂMICOS

$$y_{it} = \alpha y_{i,t-1} + x_{it}\beta + (\eta_i + v_{it}), \quad |\alpha| < 1, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 2, \dots, T \quad (29)$$

Tomemos o modelo linear dinâmico descrito pela [Equação 29](#). Para esse caso, é fácil perceber que  $y_{i,t-1}$ , que agora integra os regressores do modelo, não é estritamente exógeno <sup>9</sup>.

Sabe-se, pelas Seções [3.1.3](#) e [3.1.4](#), que os modelos *Within Groups* e *First-differenced OLS* são capazes de tratar casos em que há correlações entre os efeitos individuais não observáveis e os regressores do modelo (efeitos fixos). No entanto, para garantir a consistência com  $T$  fixo, esses modelos ainda exigem algum tipo de exogeneidade entre as componentes atrasadas de  $v_{it}$  ( $E[x_{it}v_{is}] = 0$  para *WG* e  $E[\Delta x_{it}\Delta v_{it}] = 0$  para *First-differenced OLS*). Portanto, seus estimadores não seriam consistentes para modelos de painéis que contenham versões atrasadas das variáveis dependentes.

Para o estimador *Within Groups* essa inconsistência é da ordem  $1/(T-1)$ , ou seja, é reduzida a medida que aumentamos o valor de  $T$ . Experimentos de Monte Carlo sugerem, entretanto, que o viés do estimador permanece não negligenciável para valores de  $T$  iguais a 10 ou até iguais a 15 [[Bond](#)].

## 3.2.1 Estimador de Anderson-Hsiao

Para superar esse problema, [[Anderson and Hsiao, 1982](#)] propõem um método constituído por Estimadores em Mínimos Quadrados de Dois Estágios.

A [Equação 30](#) mostra o resultado da transformação em primeiras diferenças proposta anteriormente aplicada sobre uma versão simplificada da [Equação 29](#).

$$\Delta y_{it} = \alpha \Delta y_{i,t-1} + \Delta v_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 3, \dots, T \quad (30)$$

A princípio, o problema da exogeneidade estrita ainda não foi superado <sup>10</sup>.

No entanto, se assumirmos que os efeitos individuais em  $t$  não são correlacionados com as variáveis dependentes em  $t-1$  ( $E[y_{i,t-1}v_{it}] = 0$ ) podem-se utilizar  $y_{i,t-2}$  ou  $\Delta y_{i,t-2}$  como variáveis instrumentais válidas para  $\Delta y_{i,t-1}$  <sup>11</sup>.

<sup>9</sup>  $y_{i,t-1} = \alpha y_{i,t-2} + x_{i,t-1}\beta + (\eta_i + v_{i,t-1}) \Rightarrow E[y_{i,t-1}\eta_i] > 0$  e  $E[y_{i,t-1}v_{i,t-1}] > 0$ .  
<sup>10</sup> Pois com  $\Delta y_{i,t-1} = y_{i,t-1} - y_{i,t-2}$  e  $\Delta v_{i,t-1} = v_{i,t-1} - v_{i,t-2}$ , e com as conclusões da [Nota 9](#), temos  $E[\Delta y_{i,t-1}\Delta v_{i,t-1}] < 0$ .  
<sup>11</sup> É fácil notar que a própria configuração do modelo sugere a correlação entre  $y_{i,t-2}$  ou  $\Delta y_{i,t-2}$  e  $\Delta y_{i,t-1}$ , necessária para instrumentalização.

A [Equação 31](#) mostra o processo de substituição de variáveis e o estimador de Anderson-Hsiao resultante após a utilização dos instrumentos.

$$\hat{\alpha}_{AH} = (\Delta y'_{-1} \boxed{Z} (Z'Z)^{-1} Z' \boxed{\Delta y_{-1}})^{-1} \Delta y'_{-1} Z (Z'Z)^{-1} Z' \boxed{\Delta y} \quad (31)$$

$Z$  :  $N(T-2) \times 1$  observações de  $\Delta y_{i,t-2}$   
 $\Delta y_{-1}$  :  $N(T-2) \times 1$  observações de  $\Delta y_{i,t-1}$   
 $\Delta y$  :  $N(T-2) \times 1$  observações de  $\Delta y_{i,t}$

### 3.2.2 Estimador de Arellano-Bond (1 passo)

O estimador de Anderson-Hsiao descrito na Seção 3.2.1 é consistente para  $N \rightarrow \infty$  e  $T$  fixo. No entanto, para  $T > 3$  o estimador passa a ser não eficiente. Para esses casos, a eficiência sempre poderá ser melhorada por meio de instrumentos válidos construídos com informações de períodos subsequentes ( $T > 3$ ).

Para viabilizar o uso dessa informação, [Arellano and Bond, 1991] propõem um novo estimador consistente para painéis dinâmicos, construído a partir do Método de Momentos Generalizados (*Generalized Method of Moments - GMM*).

Consideremos o modelo  $AR(1)$ , baseado em uma simplificação da [Equação 29](#) e descrito pela [Equação 32](#).

$$y_{it} = \alpha y_{i,t-1} + (\eta_i + v_{it}), \quad |\alpha| < 1, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 3, \dots, T \quad (32)$$

Mantendo-se as premissas anteriores ( $E[\eta_i] = E[v_{it}] = E[\eta_i v_{it}] = 0$  e  $E[v_{is} v_{it}] = 0$  para  $s \neq t$ ) e considerando que as condições iniciais são predeterminadas ( $E[y_{i1} v_{it}] = 0$  para  $t = 2, \dots, T$ ), é fácil perceber que  $E[y_{i,t-s} \Delta v_{it}] = 0$  para  $t = 3, \dots, T$  e  $s \geq 2$ <sup>12</sup>.

Tabela 2: Estimador de Arellano Bond: Instrumentos válidos.

EQUAÇÕES EM PRIMEIRAS DIFERENÇAS	INSTRUMENTOS VÁLIDOS
$(y_{i3} - y_{i2}) = \alpha(y_{i2} - y_{i1}) + (v_{i3} - v_{i2})$	$y_{i1}$
$(y_{i4} - y_{i3}) = \alpha(y_{i3} - y_{i2}) + (v_{i4} - v_{i3})$	$y_{i1}, y_{i2}$
$\vdots$	$\vdots$
$(y_{iT} - y_{i,T-1}) = \alpha(y_{i,T-1} - y_{i,T-2}) + (v_{iT} - v_{i,T-1})$	$y_{i1}, \dots, y_{i,T-2}$

<sup>12</sup> Como  $E[y_{i1} v_{it}] = 0$  para  $t = 2, \dots, T \Rightarrow E[y_{i1} \Delta v_{i3}] = 0$  e  $E[y_{i1} \Delta v_{i4}] = 0$ . Como  $E[\eta_i v_{it}] = 0 \Rightarrow E[\eta_i \Delta v_{i4}] = 0$ . Finalmente, por  $E[v_{is} v_{it}] = 0$  para  $s \neq t \Rightarrow E[v_{i2} \Delta v_{i4}] = 0$ . Usando a [Equação 32](#) para  $t = 2$  ( $y_{i2} = \alpha y_{i1} + \eta_i + v_{i2}$ ) é fácil perceber que  $E[y_{i2} \Delta v_{i4}] = 0$ .

Assim, procedendo de forma indutiva conforme a explicação da Nota 12, pode-se especificar uma série de instrumentos válidos, expandindo a análise do estimador de Anderson-Hsiao para  $T > 3$ . A Tabela 2 exemplifica essa sequência.

Reescrevendo as equações da Tabela 2 em formato matricial, temos a solução apresentada na Equação 33.

$$E[Z_i' \Delta v_i] = 0, \quad \text{com } \Delta v_i = \begin{bmatrix} \Delta v_{i3} \\ \Delta v_{i4} \\ \vdots \\ \Delta v_{iT} \end{bmatrix}_{(T-2) \times 1} \quad e$$

$$Z_i = \begin{bmatrix} y_{i1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & y_{i1} & y_{i2} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & y_{i1} & y_{i2} & \dots & y_{i,T-2} \end{bmatrix}_{(T-2) \times \frac{(T-1)(T-2)}{2}} \quad (33)$$

Agora, a partir da metodologia *GMM* é possível estimar o parâmetro  $\alpha$  (Equação 32) que garantirá que os elementos da amostra escolhida respeitem, maximamente, a ortogonalidade definida pela Equação 34. Ou seja, o parâmetro  $\alpha$  é aquele que minimiza a distância quadrática (Equação 35) ponderada pela matriz de pesos  $W_N$ , conforme a Equação 34.

$$\hat{\alpha}_{GMM} = \text{argmin } J_N(\alpha) = b_N(\alpha)' W_N b_N(\alpha), \quad \text{com} \quad (34)$$

$$b_N(\alpha) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i' \Delta v_i(\alpha) \quad (35)$$

Para  $T > 3$  (alfa sobreidentificado), esse estimador se diferenciará daquele proposto por Anderson-Hsiao (perfeitamente identificado), sendo mais eficiente por explorar informações contidas nas condições impostas aos demais momentos <sup>13</sup>.

---

13 Cabe mencionar, ainda, que a matriz de pesos  $W_N = (Z'Z)^{-1} = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i' Z_i \right)^{-1}$  empregada pelo estimador de Anderson-Hsiao não é ótima quando utilizada sobre modelos transformados pelo método de primeiras diferenças (ainda que  $v_{it} \sim \text{iid}(0, \sigma_v^2)$ ). Com  $\Delta v_{it} = v_{it} - v_{i,t-1}$  e  $\Delta v_{i,t-1} = v_{i,t-1} - v_{i,t-2}$ , sabemos que:

Desenvolvendo a [Equação 34](#) sobre o modelo linear proposto ([Equação 32](#)) é possível chegar a forma estendida descrita pela [Equação 36](#).

$$\hat{\alpha}_{GMM} = (\Delta y'_{-1} Z W_N Z' \Delta y_{-1})^{-1} \Delta y'_{-1} Z W_N Z' \Delta y \quad (36)$$

$Z = [Z_1, \dots, Z_N]'$  :  $N(T-2) \times 1$  observações dos instrumentos  
 $\Delta y_{-1}$  :  $N(T-2) \times 1$  observações de  $\Delta y_{i,t-1}$   
 $\Delta y$  :  $N(T-2) \times 1$  observações de  $\Delta y_{i,t}$

Se  $v_{it} \sim iid(0, \sigma_v^2)$ , a matriz de pesos ótima para o estimador de Arellano-Bond de 1 passo será dada pela [Equação 37](#), com  $H$  definido na [Nota 13](#).

$$W_N = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i' H Z_i \right)^{-1} \quad (37)$$

### 3.2.3 Estimador de Arellano-Bond (2 passos)

Para casos em que  $v_{it}$  não é iid, o estimador de Arellano-Bond de 1 passo não é ótimo. Sob essa hipótese, o estimador ótimo deve ser construído a partir de um cálculo de dois passos da matriz de ponderação  $W_N$ , conforme apresentado na [Equação 38](#).

$$W_N(\hat{\alpha}) = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Z_i \hat{\Delta v}_i(\hat{\alpha}) \hat{\Delta v}_i(\hat{\alpha})' Z_i) \right)^{-1} \quad (38)$$

Na expressão,  $\hat{\alpha}$  é um estimador consistente de  $\alpha$  obtido a partir de uma aproximação inicial (usando, por exemplo, a estimativa de Arellano-Bond de 1 passo). A variável  $\hat{\Delta v}_i$ , por sua vez, representa a estimativa consistente dos resíduos de primeira diferença, e será dependente do valor assumido por  $\hat{\alpha}$  ([Equação 39](#)).

$$\hat{\Delta v}_i = \Delta y_{it} - \hat{\alpha} \Delta y_{i,t-1} \quad (39)$$

$E[\Delta v_{it}^2] = 2\sigma_v^2$ ,  $E[\Delta v_{it} \Delta v_{i,t-1}] = -\sigma_v^2$  e  $E[\Delta v_{it} \Delta v_{i,t-s}] = 0$  para  $s \geq 2$ . Portanto,  $E[\Delta v_i \Delta v_i'] = \sigma_v^2$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 \end{bmatrix} = \sigma_v^2 H.$$

## 3.2.4 Modelos lineares por atrasos distribuídos

Os estimadores apresentados na Seção 3.2 foram estruturados sobre modelos lineares dinâmicos com formatos puramente autoregressivos. Sob essa concepção, a saída  $y_t$  depende, eminentemente, de valores passados assumidos por essa variável e dos valores correntes dos regressores.

Nessa seção será apresentada uma modelagem mais flexível, que possibilita que a variável dependente ( $y$ ) seja função, também, de valores passados das variáveis explicativas. Assim como a metodologia autoregressiva, e diferentemente dos modelos estáticos (Seção 3.1), a técnica permite avaliar possíveis efeitos de médio e longo prazos dos investimentos em educação nos indicadores de crescimento.

Sabe-se que modelos autoregressivos como os da Equação 29 sempre podem ser transformados para configurações de “atrasos distribuídos”. No entanto, conforme demonstrado por [Koyck, 1954], em modelos desse tipo as variáveis explicativas atrasadas necessariamente têm impacto geometricamente declinante sobre variável dependente<sup>14</sup>. Ou seja, a perspectiva autoregressiva atribui importâncias decrescentes aos efeitos dos regressores à medida que esses se afastam temporalmente da variável dependente.

Tal pressuposto, intuitivamente, parece adequado para explicar o comportamento de diversas relações econômicas. No entanto, pode não ser aplicável para se avaliarem os impactos dos investimentos públicos em capital humano. Portanto, justifica-se o desenvolvimento de um modelo para o qual se possa relaxar a premissa imposta aos coeficientes das variáveis independentes em atraso.

<sup>14</sup> Considere o modelo geométrico dado por:

$$y_{it} = a_i + b_0 \lambda^0 x_{1it} + \dots + b_0 \lambda^k x_{1i,t-k} + \dots + q_0 \lambda^0 x_{pit} + \dots + q_0 \lambda^k x_{pi,t-k} + v_{it}, \quad 0 < \lambda < 1 \quad (40)$$

$b_k = b_0 \lambda^k$  denota o impacto, em  $y_{it}$ , de uma observação da variável  $x_1$  registrada há  $k$  períodos. Atrasando a equação acima em um período e a multiplicando por  $\lambda$ , pode-se escrever:

$$\lambda y_{i,t-1} = \lambda a_i + b_0 \lambda^0 \lambda x_{1i,t-1} + \dots + b_0 \lambda^k \lambda x_{1i,t-k} + \dots + q_0 \lambda^0 \lambda x_{pi,t-1} + \dots + q_0 \lambda^k \lambda x_{pi,t-k-1} + \lambda v_{i,t-1} \quad (41)$$

Subtraindo as duas equações e considerando que  $b_k \rightarrow 0$  quando  $\lambda_k \rightarrow \infty$ , temos que:

$$y_{it} = a_i^* + b_0 x_{1it} + c_0 x_{2it} + \dots + q_0 x_{pit} + \lambda y_{i,t-1} + v_{it} \quad (42)$$

com  $a_i^* = a_i(1 - \lambda)$  e  $v_{it} = v_{it} - \lambda v_{i,t-1}$

Esse é o mesmo modelo autoregressivo descrito pela Equação 29.

Consideremos, assim, a relação linear expressa pela [Equação 43](#), em que, para simplificação da análise, considerar-se-á apenas uma variável independente,  $x$ .

$$y_{it} = \alpha_i^* + \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta_{i\tau} x_{i,t-\tau} + u_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T. \quad (43)$$

Assumiremos  $u_{it} \sim (0, \sigma_u^2)$ , independente de  $x_{is}$ .

É fácil perceber que, se não forem impostas restrições a  $\beta$ , ainda que  $T \rightarrow \infty$ , será impossível obter estimativas consistentes de  $\alpha_i^*$  e  $\beta_{i\tau}$ , já que, à medida que se aumentam as observações, também se incrementam o número de parâmetros desconhecidos.

Consideremos então, as seguintes premissas para os parâmetros  $\alpha_i^*$  e  $\beta_{i\tau}$ , conforme metodologia proposta por [[Pakes and Griliches, 1982](#)], descrita em [[Hsiao, 2003](#)].

I.  $E[\beta_{i\tau}] = \beta_\tau$ ;

II.  $E^*[\xi_i|x_i] = 0$ , com  $\tilde{\beta}_{it} = \beta_{i\tau} - \beta_\tau$ ,  $\xi_{it} = \sum_{\tau=0}^{\infty} \tilde{\beta}_{i\tau} x_{i,t-\tau}$  e  $\xi_i' = [\xi_{i1}, \dots, \xi_{iT}]$ ; e

III.  $E^*[\alpha_i^*|x_i] = \mu + a'x_i$

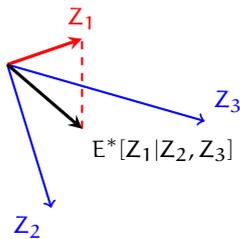
$E^*(Z_1|Z_2)$  indica o estimador linear de mínimos erros médios quadráticos (ou projeção de  $Z_1$  em  $Z_2$ <sup>15</sup>).  $x_i' = [x_{i,-l}, \dots, x_{iT}]_{1 \times (l+1+T)}$  (vetor de todos os regressores  $x_{it}$  associados ao indivíduo  $i$ ) é uma amostra independente de uma distribuição comum com  $E[x_i x_i'] = \Sigma_{xx}$  positiva definida.

Considerando a notação proposta, assume-se que foram realizadas  $l + 1$  observações em  $x$  antes da observação de  $y$ . Ou seja,  $x_{it}$  denota a observação do vetor  $x_i$  que ocorre ao mesmo tempo que a amostra observável de  $y_i$  em  $t$  ( $y_{it}$ ).  $x_{i,t-\tau}$  ( $\tau \neq 0$ ), por sua vez, expressa as observações que precedem  $y_{it}$ .

Respeitando as hipóteses I a III e fazendo  $N, T \rightarrow \infty$ , é possível construir uma estimativa consistente dos coeficientes  $\beta_\tau$ .

Para se isolar os efeitos das variáveis atrasadas que precedem a amostra (e, portanto, são não-observáveis), pode-se reescrever a [Equação 43](#) no formato apresentado na [Equação 44](#).

15



A componente agregada do erro,  $\tilde{u}_{it} = \xi_{it} + u_{it}$  obviamente respeita a condição  $E^*[\tilde{u}_i|x_i] = 0$

No entanto, com  $T$  fixo (como na [Equação 44](#)), mesmo com as restrições impostas pelas hipóteses I a III, não é possível estimar valores consistentes de  $\beta_\tau$  ainda que  $N \rightarrow \infty$ , já que a componente  $b_{it}$ , na maioria das vezes, é correlacionados com as variáveis explicativas. Assim, para casos reais, são necessárias restrições adicionais para obtermos estimativas consistentes de  $\beta_\tau$ .

$$y_{it} = \alpha_i^* + \sum_{\tau=0}^{t+l} \beta_\tau x_{i,t-\tau} + b_{it} + \tilde{u}_{it} \quad (44)$$

- *Regressores observáveis.* Contemplam:  $x_{it}$  observado ao mesmo tempo que  $y_{it}$  e  $l+1$  observações de  $x_i$  que precedem  $y_{it}$ .
- *Regressores não-observáveis.*  $b_{it} = \sum_{\tau=l+1}^{\infty} \beta_{t+\tau} x_{i,-\tau}$  representam as contribuições não observáveis de  $x$  ao valor corrente de  $y$  (valores pré-amostrais de  $x$ ).

Uma alternativa sugerida por [[Pakes and Griliches, 1982](#)] é estabelecer uma regra para a estrutura dos coeficientes atrasados. Consideremos, por exemplo, a restrição imposta pela [Equação 45](#)<sup>16</sup>.

$$\beta_\tau = \begin{cases} \beta_\tau & \text{para } \tau \leq l+1 \\ \sum_{j=1}^J \delta_j \beta_{\tau-j} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (45)$$

A [Equação 45](#) impõe que, após  $l+1$  atrasos, os coeficientes  $\beta_\tau$  passem a decair geometricamente.

Sem perdas de generalidade, tomemos o caso em que  $J = 1$ . É fácil perceber que, sob essas condições, a componente não observável  $b_{it}$  ([Equação 44](#)) será determinada por um processo autoregressivo de primeira ordem ( $b_{it} = \delta b_{i,t-1}$ ). A [Equação 44](#) pode, então, ser reescrita no formato apresentado na [Equação 46](#) (com  $b_i = \beta_{l+1} \sum_{\tau=1}^{\infty} \delta^\tau x_{i,-\tau-l}$ ).

$$y_{it} = \alpha_i^* + \sum_{\tau=0}^{l+1} \beta_\tau x_{i,t-\tau} + \beta_{l+1} \sum_{\tau=l+2}^{t+l} \delta^{\tau-(l+1)} x_{i,t-\tau} + \delta^{t-1} b_i + \tilde{u}_{it} \quad (46)$$

16 Considerando que as raízes características associadas à expressão  $\sum_{j=1}^J \delta_j \beta_{\tau-j}$  sejam reais, distintas e situadas externamente ao círculo unitário.

Modelando a projeção de  $\mathbf{b}_i$  sobre  $\mathbf{x}_i$  e  $\alpha_i$  por  $E^*[\mathbf{b}_i|\mathbf{x}_i, \alpha_i^*] = \mathbf{W}\mathbf{x}_i + \alpha_i^*$  (com  $\mathbf{b}_i = [b_{i1}, \dots, b_{iT}]'$ ) e partindo da [Equação 44](#) é possível estabelecer a relação apresentada na [Equação 47](#), onde  $\mathbf{y}'_i = [y_{i1}, \dots, y_{iT}]_{1 \times T}$ , e  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{W}$  tem dimensões  $T \times (T + l + 1)$ .

$$E^*[\mathbf{y}_i|\mathbf{x}_i, \alpha_i^*] = [\mathbf{B} + \mathbf{W}]\mathbf{x}_i + [\mathbf{e} + \mathbf{c}]\alpha_i^* \quad (47)$$

Definindo, então a projeção de  $\mathbf{y}_i$  sobre  $\mathbf{x}_i$  por  $E^*[\mathbf{y}_i|\mathbf{x}_i] = \boldsymbol{\mu}^* + \boldsymbol{\Pi}\mathbf{x}_i$  e a de  $\alpha_i$  sobre  $\mathbf{x}_i$  por  $E^*[\alpha_i^*|\mathbf{x}_i] = \boldsymbol{\mu} + \mathbf{a}'\mathbf{x}_i$ , e utilizando a relação da [Equação 47](#), pode-se escrever a componente  $\boldsymbol{\Pi}$  no formato descrito pela [Equação 48](#).

$$\boldsymbol{\Pi} = \mathbf{B} + [\mathbf{W} + (\mathbf{e} + \mathbf{c})\mathbf{a}'] \quad (48)$$

Para o caso específico definido pela [Equação 45](#), em que  $E^*[b_{it}|\mathbf{x}_i] = \delta E^*[b_{i,t-1}|\mathbf{x}_i]$  (ou seja  $w_{tr} = \delta w_{t-1,r}$ , com  $r = 1, \dots, T + l + 1$ ,  $T = 2, \dots, T$ ) a [Equação 48](#) pode ser reescrita conforme modelagem apresentada na [Equação 49](#).

$$\boldsymbol{\Pi} = \mathbf{B}^* + \delta^* \mathbf{w}^{*'} + \mathbf{e}\mathbf{a}' \quad (49)$$

Na expressão  $\delta^{*'} = [1, \delta, \dots, \delta^{T-1}]$ ,  $\mathbf{w}^*$  é a projeção de  $\mathbf{b}_i$  sobre  $\mathbf{x}_i$  ( $E^*[\mathbf{b}_i|\mathbf{x}_i] = \sum_{t=-l}^T w_t^* \mathbf{x}_{it}$ ) e  $\mathbf{B}^* =$

$$\begin{bmatrix} \beta_{l+1} & \dots & \beta_1 & \beta_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \delta\beta_{l+1} & \dots & \beta_2 & \beta_1 & \beta_0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \delta^{T-1}\beta_{l+1} & \dots & \delta^{T-1}\beta_{l+1} & \delta^{T-1}\beta_{l+1} & \delta^{T-1}\beta_{l+1} & \dots & \delta\beta_{l+1} & \beta_{l+1} & \dots & \beta_1 & \beta_0 \end{bmatrix}$$

A partir do Jacobiano da [Equação 49](#) pode-se mostrar que a matriz satisfaz as condições para identificação dos coeficientes em atraso (conforme [[Hsiao, 1983](#)]).

Para tanto, basta se combinar as [Equações 47, 48 e 49](#) e empilhar as variáveis sobre a dimensão  $T$  para se chegar à [Equação 50](#)<sup>17</sup>.

$$\mathbf{y}_{i_{T \times 1}} = \boldsymbol{\mu}^* + [I_T \otimes \mathbf{x}_i'] \boldsymbol{\pi} + \mathbf{v}_i, \quad (50)$$

com  $\mathbf{v}_i = \mathbf{y}_i - E^*[\mathbf{y}_i|\mathbf{x}_i]$  e  
 $\boldsymbol{\pi}' = [\pi'_1, \dots, \pi'_T]$ , onde  $\pi'_j$  é a  $j$ -ésima coluna de  $\boldsymbol{\Pi}$

Pode-se mostrar, então, que sob condições não muito restritivas, o estimador em dois passos  $\theta$ , dado pela minimização da distância

<sup>17</sup> A expressão " $\otimes$ " denota o produto de Kronecker.

definida pela [Equação 50](#), é consistente para estimar os parâmetros do modelo.

$$[\hat{\boldsymbol{\pi}} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})]' \hat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1} [\hat{\boldsymbol{\pi}} - \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})] \quad (51)$$

Na expressão,  $\mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\pi}$  é uma função definida conforme a [Equação 49](#), em que  $\boldsymbol{\theta}$  representa os parâmetros do modelo.  $\hat{\boldsymbol{\pi}}$  é uma estimativa inicial de  $\boldsymbol{\pi}$  (realizada, por exemplo, por Mínimos Quadrados Ordinários) e  $\hat{\boldsymbol{\Omega}}$  um estimador consistente da matriz variância-covariância que pode ser calculado por meio dos momentos da amostra <sup>18</sup>.

---

<sup>18</sup>  $\hat{\boldsymbol{\Omega}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{[(\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}) - \hat{\boldsymbol{\Pi}}(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^*)][(\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}) - \hat{\boldsymbol{\Pi}}(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^*)]'\} \otimes S_{xx}^{-1} (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_i^*)(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_i^*) S_{xx}^{-1}$ ,  
com  $S_{xx} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^*)(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}^*)'$

## METODOLOGIA E RESULTADOS

---

Nas Seções 4.1 e 4.2 são apresentados dois modelos desenvolvidos para avaliar possíveis relações de causalidade entre aumentos dos investimentos públicos em educação e elevação nas taxas de crescimento econômico.

As informações utilizadas são provenientes do banco de dados organizado por [Barro and Lee, 2000], para informações sobre médias de anos de estudo, e pelo Banco Mundial [DataBank], para os demais dados.

Serão selecionados todos os países para os quais se tenham observações suficientemente disponíveis para o período entre 1981 e 2013. Seguindo o arcabouço proposto por [Mankiw et al., 1992], serão excluídos da análise países produtores de petróleo cujas economias estejam centradas em atividades puramente extrativistas (e não de agregação de valor) e países com menos de 100 mil habitantes.

### 4.1 MODELO 1: ESTIMADOR *within* (EFEITOS FIXOS) SOBRE DADOS EM PAINEL ESTÁTICO

Como variáveis explicativas para a primeira proposta de modelo, foram adotados, além do percentual do PIB investido pelos governos em políticas educacionais, os indicadores ambientais e de controle propostos em [Kneller et al., 1999] e [Barro and i Martin, 2004]. A metodologia desenvolvida por Kneller et al. é promissora na medida em que abarca premissas associadas às restrições orçamentárias do governo. Portanto, os coeficientes dos elementos fiscais que compõem a regressão de crescimento serão intrinsecamente dependentes de suas formas de financiamento.

A modelagem utilizada por [Midendorf, 2005] foi adotada para avaliação de possíveis efeitos de convergência de renda entre os países. Considerar-se-á, assim, que o crescimento do produto é dependente dos capitais físico e humano de cada economia. Essas variáveis serão instrumentalizadas pelos seus próprios valores em atraso. Ainda, seguindo a proposta de [Barro and i Martin, 2004], para contornar problemas de disponibilidade de dados de capital físico, será assumido que maiores níveis iniciais de PIB refletem maiores estoques de capital físico *per capita*, conforme a Equação 52. Para a estimativa de capital humano, será empregada a média de anos estudados por país.

$$\Delta y_{it} = F(y_{i,t-1}, h_{i,t-1}) \quad (52)$$

A [Equação 21](#) mostra o modelo linear que será empregado nas regressões desta seção.

$$\begin{aligned} \Delta y_{i,t} = & b_0 + b_1 y_{i,t-1} + b_2 h_{i,t-1} + b_3 geduc_{i,t} + b_4 inv_{i,t} \dots \\ & + b_5 ttroca_{i,t} + b_6 \Delta pop_{i,t} + b_7 expvida_{i,t}^{-1} \dots \quad (53) \\ & + b_8 disttax_{i,t} + b_9 ndisttax_{i,t} + b_{10} sprvt_{i,t} \end{aligned}$$

A [Tabela 3](#) traz uma breve descrição de cada uma das variáveis utilizadas. Na [Tabela 4](#) é apresentada um resumo das principais características do banco de dados, para cada um desses indicadores. Nesse primeiro modelo, foram utilizados dados de 67 economias para o período de 1996 a 2013.

Tabela 3: Descrição das variáveis.

Variável	Descrição
$\Delta y_{i,t}$	Crescimento do PIB <i>per capita</i> (a preços de mercado)
$y_{i,t-1}$	Logaritmo do PIB <i>per capita</i> , em $t - 1$ (US\$ correntes)
$h_{i,t-1}$	Média de anos de estudo de indivíduos do sexo masculino com mais de 15 anos de idade, em $t - 1$
$geduc_{i,t}$	Investimento público em educação (% PIB)
$inv_{i,t}$	Formação bruta de capital (% PIB)
$ttroca_{i,t}$	Termos de troca (calculado como a razão entre o valor unitário de índices de exportação sobre o valor unitário de índices de importação)
$\Delta pop_{i,t}$	Crescimento da população
$expvida_{i,t}^{-1}$	Inverso da expectativa de vida ao nascer
$disttax_{i,t}$	Tributos distorcivos (% da arrecadação)
$ndisttax_{i,t}$	Tributos não-distorcivos (% da arrecadação)
$sprvt_{i,t}$	Superávit primário (% PIB)

Inicialmente, utilizou-se o teste de Hausman ([Equação 28](#)) para identificar qual é o tipo de modelo que melhor descreve os efeitos individuais (randômico ou fixo). O teste resultou em uma estatística  $\chi^2$  de  $p$  – valor  $< 0,00005$ . Portanto, rejeita fortemente a hipótese  $H_0$  de que o modelo randômico provê estimativas consistentes para os coeficientes associados aos regressores escolhidos. Desse modo, optou-se pela utilização do modelo de efeitos fixos.

O teste modificado de Dickey–Fuller demonstrou que, para grande parte das economias, a série temporal  $\Delta y_{i,t}$  não segue um comportamento do tipo *random walk*. O fato torna menos eficiente o uso do método de primeiras diferenças ([Subseção 3.1.4](#)). Portanto, nessa seção será empregado o estimador *Within Groups* descrito na seção [Subseção 3.1.3](#). Conforme descrito na [Subseção 3.1.3](#), a técnica é estruturada sobre a variação *Within* dos dados organizados em painel. As Figuras

4 a 13 trazem as relações entre a variável *geduc* e os regressores após a transformação *Within*.

Tabela 4: Descrição das variáveis empregadas no modelo da Seção 4.1. Análise em painel não-balanceado para 67 países no período de 1996 a 2013.

Variável	Nº Obs.	Média	Desvio	Mín.	Máx.
$\Delta y_{i,t}$	815	2,743	3,544	-16,589 (Letônia)	15,744 (Mongólia)
$geduc_{i,t}$	815	4,590	1,931	0,599 (T. e To- bago)	15,614 (Jordânia)
$y_{i,t-1}$	815	8,611	1,493	5,093 (Burundi)	11,521 (Noruega)
$h_{i,t-1}$	815	9,214	2,336	1,896 (Mali)	14,728 (Suíça)
$inv_{i,t}$	815	23,889	6,493	1,970 (T. e To- bago)	63,940 (Mongólia)
$ttroca_{i,t}$	815	106,283	27,561	57,626 (Paquistão)	250,013 (Rússia)
$\Delta pop_{i,t}$	815	1,022	1,015	-2,081 (Letônia)	5,321 (Singapura)
$expvida_{i,t}^{-1}$	815	0,014	0,002	0,012 (Japão)	0,023 (Lesoto)
$disttax_{i,t}$	815	23,769	16,037	1,375 (Rússia)	67,021 (Áustralia)
$ndisttax_{i,t}$	815	36,435	17,142	0,101 (Panamá)	158,610 (Bolívia)
$sprvt_{i,t}$	815	-1,939	6,434	-64,288 (Bolívia)	21,916 (Panamá)

A Tabela 5 ilustra os coeficientes e desvios resultantes da regressão OLS sobre o modelo modificado pela transformação *Within*.

Para a Regressão 5 utilizaram-se todos os regressores apresentados na Tabela 3.

Tabela 5: Estimativa do impacto do investimento em educação no crescimento econômico - Método de Efeitos Fixos sobre painel não-balanceado. (\*\*\*) (\*\*\*) e (\*) indicam níveis de significância de até 1%, 5% e 10% respectivamente.

Variável	Reg. (1) Coeficiente (Erro padrão)	Reg. (2) Coeficiente (Erro padrão)	Reg. (3) Coeficiente (Erro padrão)	Reg. (4) Coeficiente (Erro padrão)	Reg. (5) Coeficiente (Erro padrão)
$geduc_{i,t}$	-0,172 (0,141)	-0,207 (0,145)	-0,252 (0,144)*	-0,182 (0,143)	-0,157 (0,142)

$y_{i,t-1}$	-5,018 (0,485)***	-4,926 (0,462)***	-4,619 (0,462)***	-4,158 (0,472)***	-4,667 (0,495)***
$h_{i,t-1}$	1,144 (0,320)***	1,250 (0,324)***	1,114 (0,322)***	0,858 (0,325)***	1,006 (0,326)***
$inv_{i,t}$	0,353 (0,027)***	0,341 (0,026)***	0,363 (0,027)***	0,357 (0,026)***	0,343 (0,027)***
$ttroca_{i,t}$	0,0221 (0,008)***	—	—	—	0,024 (0,008)***
$\Delta pop_{i,t}$	-1,582 (0,332)***	—	-1,438 (0,335)***	-1,546 (0,333)***	-1,613 (0,331)***
$expvida_{i,t}^{-1}$	-1767,2 (560,9)***	-1994,4 (567,5)***	-1687,7 (564,8)***	-1802,5 (559,7)***	-1944,6 (557,7)***
$disttax_{i,t}$	—	-0,039 (0,015)***	-0,032 (0,015)**	-0,030 (0,015)**	-0,031 (0,015)**
$ndisttax_{i,t}$	—	-0,005 (0,015)	-0,005 (0,015)	-0,036 (0,017)**	0,035 (0,017)**
$sprvt_{i,t}$	—	—	—	0,113 (0,029)***	0,118 (0,029)***
const	43,470 (10,282)***	49,486 (10,554)***	42,111 (10,561)***	40,213 (10,462)***	42,944 (10,426)***
$R^2$	0,471	0,453	0,468	0,479	0,487

O coeficiente negativo associado à variável de PIB *per capita* atrasada aponta para a convergência de renda já reportada em diversos estudos ([Mankiw et al., 1992], [Kneller et al., 1999], [Midendorf, 2005]). Ressalte-se que, como bem explicado por [Barro and i Martin, 2004], trata-se de convergência condicional, ou seja, o modelo prevê maior crescimento para países com níveis iniciais de renda *per capita* menores apenas ao se manterem constantes as demais variáveis explicativas. O parâmetro de convergência estimado (-4,7) encontra-se acima da faixa de -1,0 a -3,0 tipicamente reportada em estudos *cross-country* ([Rodrik, 2011], [Durlauf et al., 2005]). O resultado, entretanto, é típico de estimativas por técnicas estruturadas sobre dados em painel. Conforme ressaltado no Capítulo 3, tal metodologia permite capturar diferenças institucionais não-observáveis por meio de efeitos fixos [Islam, 1995]. Para fins de comparação, o coeficiente estimado por [Midendorf, 2005] utilizando uma abordagem similar foi de -8,5.

O capital humano atrasado mostrou-se positivamente e significativamente relacionado com as taxas de crescimento subsequentes. O coeficiente encontrado (1,0) está perfeitamente alinhado com resultados de análises realizadas sob a perspectiva da teoria de crescimento endógeno. Conforme exposto na Seção 2.2 tais estudos concluem que acréscimos de 1 (um) ano na média de anos de estudo estão tipicamente associados a acréscimos de 1% na taxa de crescimento da renda *per capita* [Sianesi and Reenen, 2003].

Conforme antecipado por ([Kneller et al., 1999], a taxa de crescimento econômico é negativamente relacionada à proporção de tributos distorcivos. Ainda em linha com as conclusões do autor, o crescimento do PIB mostrou-se diretamente associado ao *superávit* primário.

O coeficiente associado ao regressor de investimento público em educação apresentou-se negativamente relacionado ao crescimento econômico, ainda que de forma não significativa. Tal resultado está alinhado com as conclusões apresentadas por [Devarajan et al., 1996]. Por outro lado, o valor encontrado para o coeficiente contrasta com aqueles estimados por [Hansson and Henrekson, 1994] e [Bose et al., 2007]. Cabe ressaltar que o estudo de Hansson et al. abarcou somente 17 países pertencentes à OCDE e não considerou regressores associados a restrições orçamentárias <sup>1</sup>. A análise de Bose, por sua vez, apesar de contemplar variáveis orçamentárias, envolveu apenas 30 economias escolhidas de modo relativamente arbitrário <sup>2</sup>.

Do ponto de vista teórico, os resultados também confirmam, ainda que parcialmente, as conclusões do modelo proposto por [Andrade and Teles, 2006]. Conforme discutido na [Seção 2.1](#), para Andrade et al. incrementos no subsídio à educação estariam associados a aumentos, no curto prazo, dos impostos sobre salários. A [Tabela 5](#) mostra que os coeficientes associados à tributação distorciva são negativamente relacionados com o crescimento econômico.

Possíveis descasamentos temporais também poderiam explicar a baixa significância estatística desse coeficiente e seu sinal negativo. É intuitivo pensar que, caso existam, potenciais impactos de investimentos em capital humano no crescimento econômico deveriam ser percebidos apenas no médio e longo prazo. Entretanto, a metodologia desenvolvida nesta seção e aquelas tradicionalmente apresentadas pela literatura empírica fixam a análise dessas variáveis para o mesmo tempo *t*. A técnica proposta na [Seção 4.2](#) apresenta uma nova abordagem para essa questão, por meio da incorporação da análise de impactos de atrasos distribuídos. Na conclusão deste trabalho ([Capítulo 5](#)) são listados outras potenciais explicações para a baixa significância estatística desse coeficiente.

Os demais coeficientes associados a variáveis de controle apresentaram comportamentos intuitivos, já antecipados pelos modelos teóricos apresentados na [Seção 2.1](#) e consistentes com os resultados descritos pela literatura empírica.

---

<sup>1</sup> Conforme discutido, a omissão de variáveis relacionadas ao orçamento público, tais quais fontes de receita e saldos das contas públicas, é considerada uma das principais fontes de viés em estudos de gastos governamentais ([Bose et al., 2007], ([Kneller et al., 1999]).

<sup>2</sup> Das 30 economias selecionadas por Bose, 19 pertencem ao continente africano. Bahamas, Guatemala e Jamaica são os únicos representantes das Américas. Segundo o autor, a disponibilidade dos dados pautou a escolha dos países.

As *Regressões 2 a 4* trazem resultados de testes de sensibilidade baseados em [Midendorf, 2005]. Os coeficientes e níveis de significância obtidos para esses casos mantiveram-se próximos daqueles alcançados com a *Regressão 5*.

Na *Regressão 1* são retiradas as restrições orçamentárias. As estimativas da *Tabela 5* mostram que, mesmo desconsiderando-se as variáveis fiscais, o coeficiente associado aos gastos com educação permanecem negativamente relacionado ao crescimento do PIB, ainda que de modo não significativo. Também é interessante perceber que o parâmetro relacionado às taxas não distorcivas torna-se estatisticamente não-significativo para modelos que não consideram o *superávit* como variável explicativa.

#### 4.2 MODELO 2: MÉTODO DE ATRASOS DISTRIBUÍDOS SOBRE PAINEL DE DADOS

A análise desenvolvida na *Seção 4.1* não evidenciou quaisquer indícios de que investimentos públicos no setor educacional poderiam impactar positivamente o crescimento econômico. Entretanto, considerando que essas variáveis foram referenciadas no mesmo instante de tempo  $t$ , é possível que efeitos de médio e longo prazos tenham sido negligenciados. Na tentativa de se entender melhor o comportamento desses efeitos, nessa seção será incorporada uma perspectiva dinâmica ao modelo.

Isso poderia ser feito por meio de modelos autoregressivos como aqueles das seções 3.2.1 a 3.2.3, em que o valor corrente da variável dependente é função de versões atrasadas dessa variável e de regressores. No entanto, conforme explorado na *Subseção 3.2.4*, essa concepção é bastante rígida na medida em que impõe restrições aos potenciais efeitos das variáveis independentes em atraso.

A metodologia proposta por [Pakes and Griliches, 1982] (apresentada na *Subseção 3.2.4*) é bastante promissora sob esse aspecto, já que confere maior flexibilidade às relações de médio e longo prazos. A técnica envolve passos intermediários de otimização e, talvez por sua aparente complexidade, não tem sido aproveitada pela literatura empírica.

Em um dos poucos exemplos mais consistentes de sua aplicação, apresentado no próprio artigo que introduz o método, Pakes et al. tentam analisar como a rentabilidade de empresas se relaciona com investimentos realizados em períodos passados. A proposta desta seção é bastante similar, na medida em que tenta aferir como investimentos (em capital humano) realizados em diferentes instantes de tempo impactam a atual taxa de crescimento econômico dos países.

A *Tabela 6* mostra os regressores utilizados no modelo desenvolvido nessa seção. Como a ideia é se entender como se propagam os impactos de médio e longo prazos, foram excluídas do grupo de re-

gressores empregados na [Seção 4.1](#) as variáveis para as quais não houvesse dados consistentes para o todo o período de 1981 a 2011. Cada observação corresponde a uma média trienal dos valores anuais das variáveis de interesse.

Tabela 6: Descrição das variáveis empregadas no modelo da [Seção 4.2](#). Dados se referem à média trienal de cada uma das variáveis para 94 países no período de 1981 a 2011.

Variável	Nº Obs.	Média	Desvio	Mín.	Máx.
$\Delta y_{i,t}$	470	1,982	2,566	-11,307	12,091
$geduc_{i,t}$	1034	4,867	3,148	0,682	22,388
$y_{i,t-1}$	470	8,483	1,678	4,751	11,610
$inv_{i,t}$	470	21,377	11,278	3,402	72,523
$\Delta pop_{i,t}$	470	1,341	0,945	-0,964	6,678
$expvida_{i,t}^{-1}$	470	0,015	0,003	0,012	0,024

O número de observações para o regressor associado aos investimentos em educação é maior que os demais por incorporar  $l + 1$  aferições que precedem as primeiras observações consideradas para as outras variáveis, conforme a [Equação 44](#).

A análise estruturou-se sobre o modelo representado pela [Equação 54](#).

$$\begin{aligned} \Delta y_{it} = \alpha_i^* + \sum_{\tau=0}^{\infty} \beta_{i\tau} geduc_{i,t-\tau} + b_1 y_{i,t-1} + b_2 inv_{i,t} \dots \\ + b_3 \Delta pop_{i,t} + b_4 expvida_{i,t}^{-1} + u_{it}, \end{aligned} \quad (54)$$

$i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T.$

Inicialmente, foi calculada a regressão dos desvios em relação à média populacional da variável de saída  $geduc$ <sup>3</sup> sobre os desvios das variáveis explicativas.

Depois, considerada a restrição  $f(\theta) = \pi$  para cada um dos parâmetros  $\theta$ <sup>4</sup>, foram determinados os valores  $\hat{\theta}$  que minimizam a estatística resultante do operador da [Equação 50](#) para cada uma das variáveis da [Tabela 6](#). Para tanto, foi desenvolvida ferramenta de otimização global multivariável e de inícios múltiplos. As [Figuras 15 a 18](#) mostram como se deu a convergência do processo de minimização para cada uma das variáveis. Nas [Figuras 15 e 18](#) são apresentadas comparações entre os resultados da otimização (transformados por  $f(\cdot)$ ) e a

<sup>3</sup>  $\overline{geduc}_i^* = geduc_i - (1/N) \sum_{i=1}^N geduc_i$

<sup>4</sup> Nesse caso, considerando  $T = 5$  e  $l + 1 = 6$  o vetor  $\theta$  é de dimensão  $30 \times 1$  e abarca os parâmetros  $\beta_i$ ,  $w_i$  e  $a_i$  ([Equação 49](#)). O vetor  $f(\theta)$ , por sua vez, é de dimensão  $55 \times 1$ .

estimativa  $\hat{\pi}$ . Para todos os casos, a metodologia retornou estimativas consistentes para  $f(\hat{\theta})$ .

Obtida a estimativa  $f(\hat{\theta})$ , é possível calcular  $v_i$  (Equação 50) para todos os regressores da Tabela 6 ( $x_i = \text{educ}_{i,t}$ ,  $y_i$ ,  $\text{inv}_i$ ,  $\Delta\text{pop}_i$ ,  $\text{expvida}_i^{-1}$ ). Agora, utilizando-se o teorema de Frisch-Waugh-Lovell<sup>5</sup> sobre o modelo da Equação 54, são estimados cada um dos parâmetros  $\beta_i$ .

A Tabela 7 apresenta os coeficientes estimados por meio da metodologia de atrasos distribuídos. Primeiramente, é importante perceber que os coeficientes das variáveis explicativas apresentaram níveis de significância e sinais equivalentes aos obtidos pelos respectivos regressores do modelo proposto na Seção 4.1. Isso demonstra a consistência da nova metodologia proposta quando comparada à técnica tradicional de painel em efeitos fixos.

Tabela 7: Estimativa do impacto do investimento em educação no crescimento econômico - Método de Atrasos Distribuídos sobre painel balanceado. (\*\*\*) , (\*\* ) e (\*) indicam níveis de significância de até 1%, 5% e 10% respectivamente.

Variável	Coefficiente
$\hat{\beta}_0(\text{educ}_{i,t})$	0,090
$\hat{\beta}_1(\text{educ}_{i,t-1})$	-0,040
$\hat{\beta}_2(\text{educ}_{i,t-2})$	-0,129
$\hat{\beta}_3(\text{educ}_{i,t-3})$	0,060
$\hat{\beta}_4(\text{educ}_{i,t-4})$	0,279
$\hat{\beta}_5(\text{educ}_{i,t-5})$	0,034
$\hat{\beta}_6(\text{educ}_{i,t-6})$	0,398
$b_1(y_{i,t-1})$	-0,553***
$b_2(\text{inv}_{i,t})$	0,060***
$b_3(\Delta\text{pop}_{i,t})$	-0,291**
$b_4(\text{expvida}_{i,t}^{-1})$	-254,787***

Em segundo lugar, é interessante notar a distribuição temporal do parâmetro associado à variável de investimento público em educação ( $\beta_i$ ). Apesar de os coeficientes terem se mantidos estatisticamente insignificantes para essa variável, o resultado sugere que, no curto prazo, a elevação dos gastos governamentais com educação pode ter consequências negativas para o crescimento econômico ( $\beta_1$  e  $\beta_2 < 0$ ).

5 Ou seja,  $\hat{\beta} = \hat{v}_i - \hat{v}_i$ , onde:  $\hat{v}_i$  são os resíduos da regressão em Mínimos Quadrados de  $\Delta y_i$  em  $\text{educ}_i$ ;  $\hat{v}_i$  são os resíduos da regressão em Mínimos Quadrados de  $\mathbf{b}x_{i2}$  ( $x_{i2} = y_i, \text{inv}_i, \Delta\text{pop}_i, \text{expvida}_i^{-1}$ ) em  $\text{educ}_i$ ;  $\mathbf{b} = (\mathbf{X}_2^* \mathbf{X}_2^*)^{-1} \mathbf{X}_2^* v_i$ ; e  $\mathbf{X}_2^*$  representa os resíduos da regressão em Mínimos Quadrados de  $x_{i2}$  em  $\text{educ}_i$ . Ressalte-se que a explanação apresentada em [Pakes and Griliches, 1982] considera apenas o caso específico em que  $y_i$  é dependente de apenas uma variável explicativa (ou seja  $x_{[K,T,N]}, K = 1$ ). A adaptação do modelo original para a análise com múltiplos regressores por meio da utilização da metodologia de Frisch-Waugh-Lovell também pode ser considerada uma contribuição importante desse trabalho.

Essa perspectiva negativa de curto prazo também está alinhada com as conclusões do modelo da seção anterior, em que a relação entre  $\Delta y$  e  $geduc$  foi estudada para o mesmo intervalo de tempo  $t$ .

No longo prazo, entretanto, o impacto dos gastos públicos com políticas educacionais sobre o crescimento torna-se positivo ( $\beta_3, \beta_4, \beta_5$  e  $\beta_6 > 0$ ) e, em magnitude, supera os efeitos negativos associados aos primeiros períodos. Assim, considerando que a análise foi realizada sobre médias trienais dos indicadores, resultados positivos mais expressivos para o crescimento só seriam percebidos 10 a 15 anos após os primeiros investimentos.

Por fim, comparando-se as Tabelas 5 e 7, outro fato que chama a atenção é a diminuição de magnitude dos coeficientes associados às variáveis  $y_i$ ,  $inv_i$ ,  $\Delta pop_i$ ,  $expvida_i^{-1}$  entre os Modelos 1 e 2. Conforme mencionado na Subseção 3.1.3, testes de efeitos fixos baseados em transformações *Within* dependem primordialmente da variabilidade dos parâmetros na dimensão temporal. A utilização da média trienal de cada uma das variáveis no segundo modelo alterou significativamente a dispersão temporal dos dados para cada uma das economias. A Tabela 8 mostra as diferenças entre os desvios *Within* em cada um dos modelos. A redução da amplitude dos coeficientes desses regressores no Modelo 2 resultam dos aumentos dos desvios das variáveis explicativas e da redução da variabilidade temporal da variável dependente<sup>6 7</sup>.

Tabela 8: Desvios padrão *Within* - Modelos 1 (Seção 4.1) e 2 (Seção 4.2).

Variável	Desvio <i>Within</i> - Modelo 1	Desvio <i>Within</i> - Modelo 2
$\Delta y_{i,t}$	3,093	2,023
$y_{i,t-1}$	0,369	0,3450
$inv_{i,t}$	3,963	5,061
$\Delta pop_{i,t}$	3,093	0,325
$expvida_{i,t}^{-1}$	0,0003	0,0005

6 O uso da média trienal de cada uma das variáveis foi a forma encontrada para endereçar duas questões importantes para o modelo desta seção: (1) a incorporação de uma perspectiva de longo prazo e (2) a otimização do tempo de processamento. Por ainda não ter sido incorporado a *softwares* tradicionais de estatística, o modelo de [Pakes and Griliches, 1982] teve que ser construído, em sua grande parte, por meio de estruturas *simbólicas*. Apenas para se ter uma ideia, a função objetivo gerada para cada uma das otimizações descritas em Equação 50, se transportada para um arquivo de texto, geraria um documento de cerca de 125 páginas.

7 Também respondem pela diferença entre os coeficientes: a utilização de intervalos de tempo distintos nas duas análises; a omissão de alguns regressores da Tabela 3 no Modelo 2; e a incorporação de um número maior de países no segundo modelo (para se garantir  $N \gg T + l + 1$ , conforme premissa apresentada na Subseção 3.2.4).

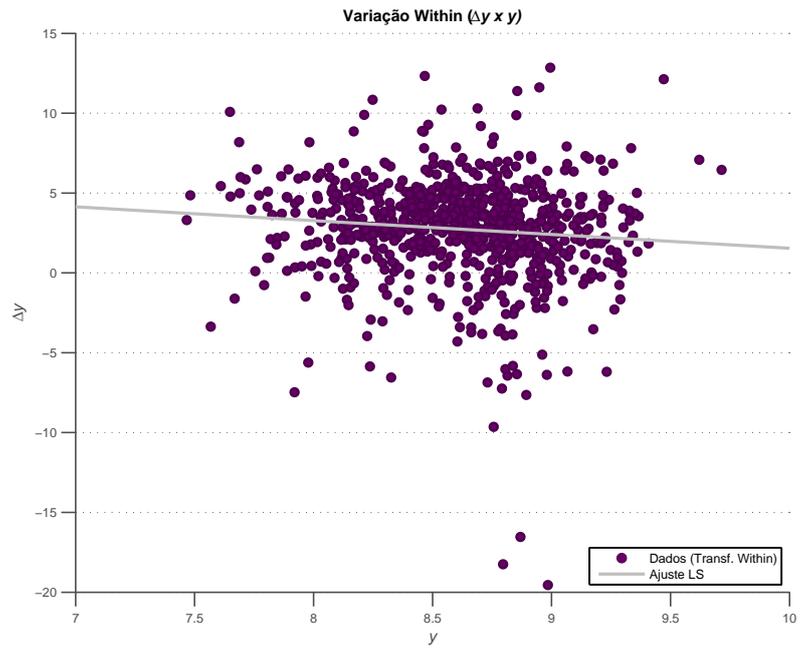


Figura 4:  $\Delta y_{it} \times y_{i,t-1}$ : variação Within

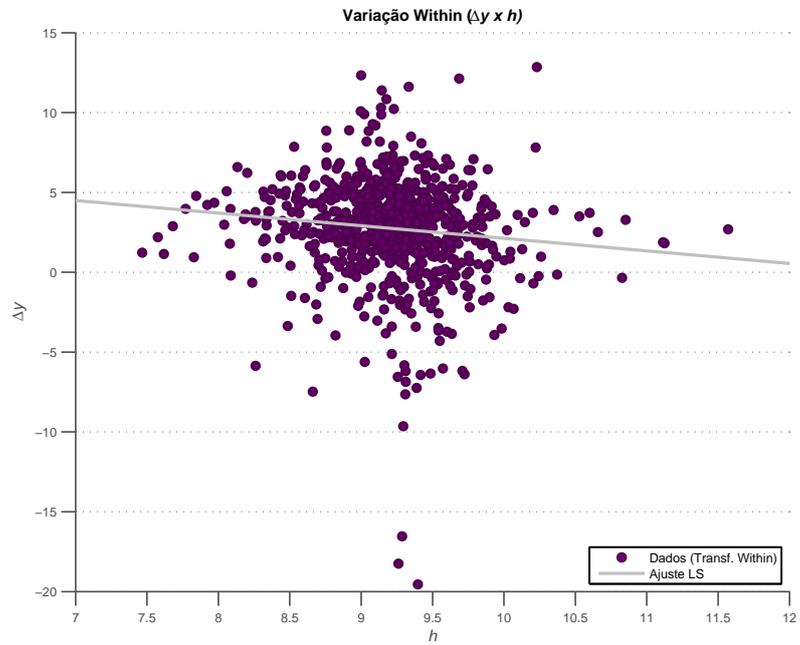


Figura 5:  $\Delta y_{it} \times h_{i,t-1}$ : variação Within

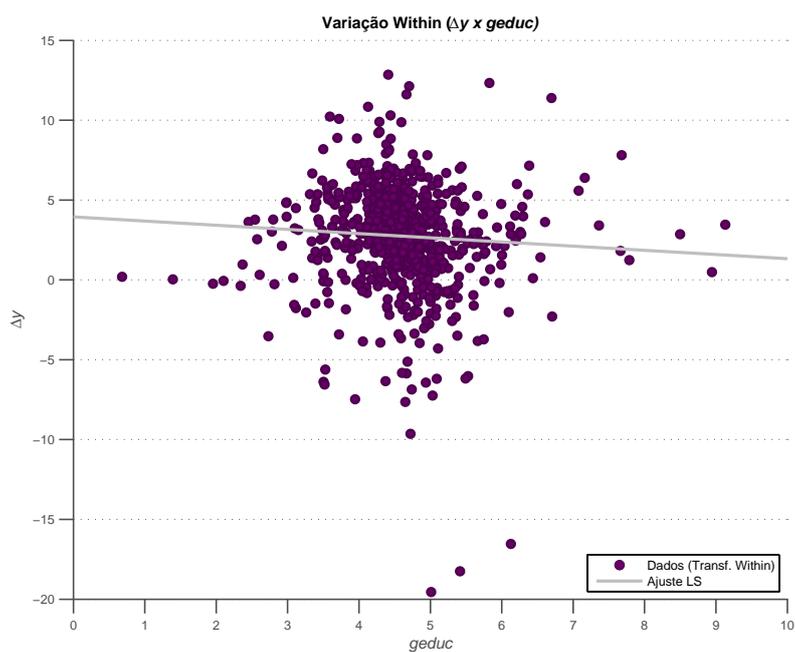


Figura 6:  $\Delta y_{it}$  x  $geduc_{i,t}$ : variação Within

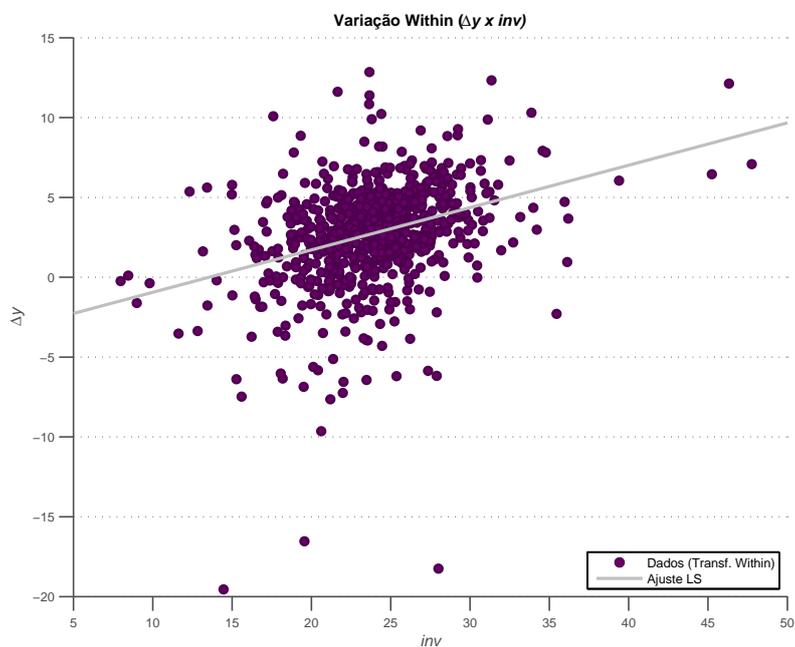


Figura 7:  $\Delta y_{it}$  x  $inv_{i,t}$ : variação Within

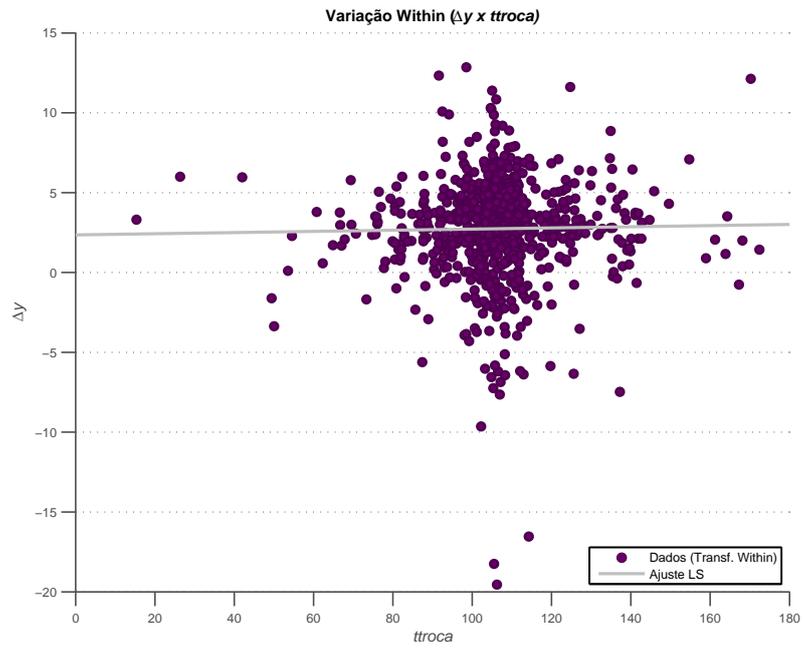


Figura 8:  $\Delta y_{it} \times troca_{i,t}$ : variação Within

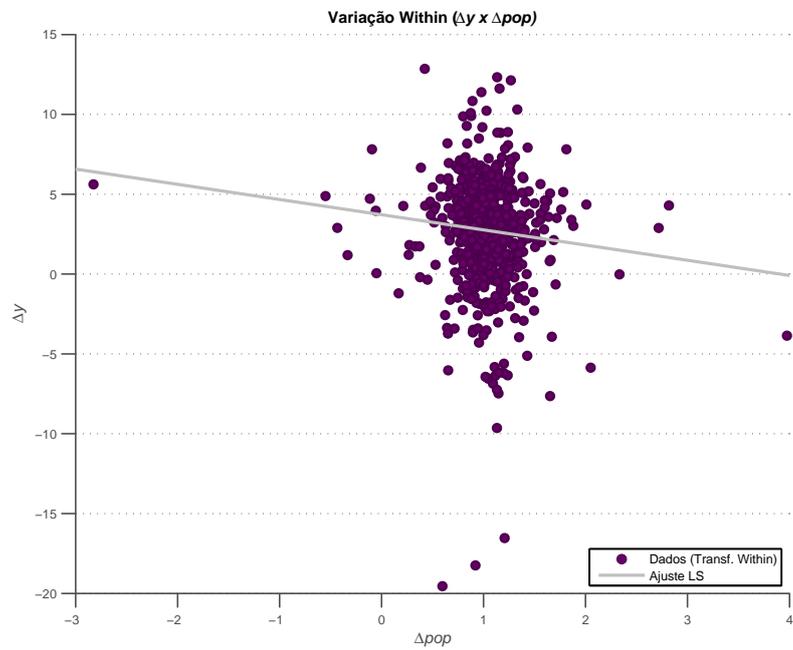
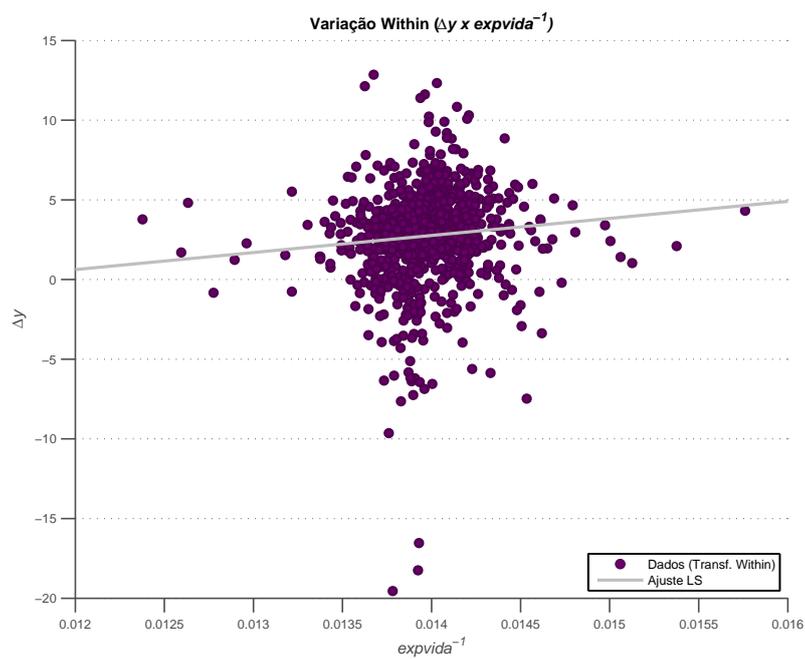
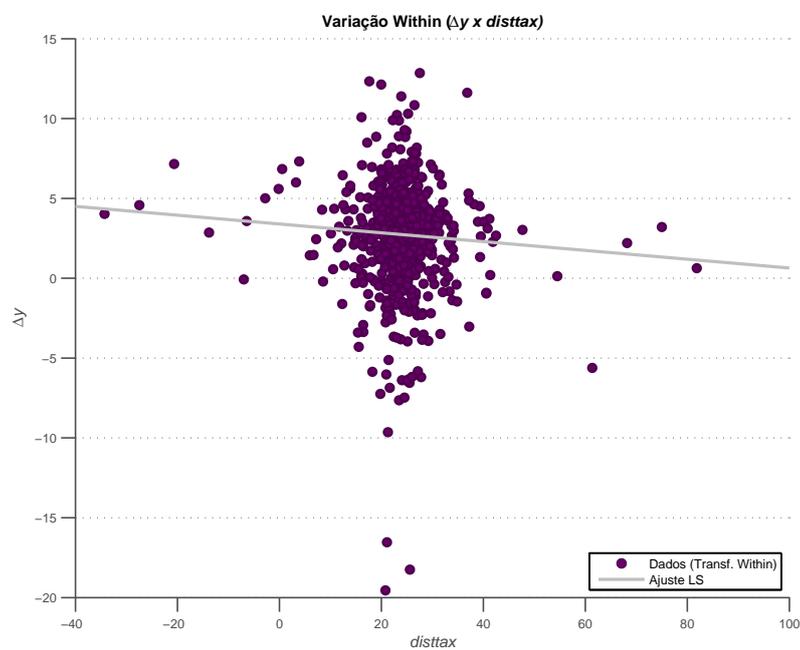


Figura 9:  $\Delta y_{it} \times \Delta pop_{i,t}$ : variação Within

Figura 10:  $\Delta y_{it}$  x  $expvida_{i,t}^{-1}$ : variação WithinFigura 11:  $\Delta y_{it}$  x  $disttax_{i,t}$ : variação Within

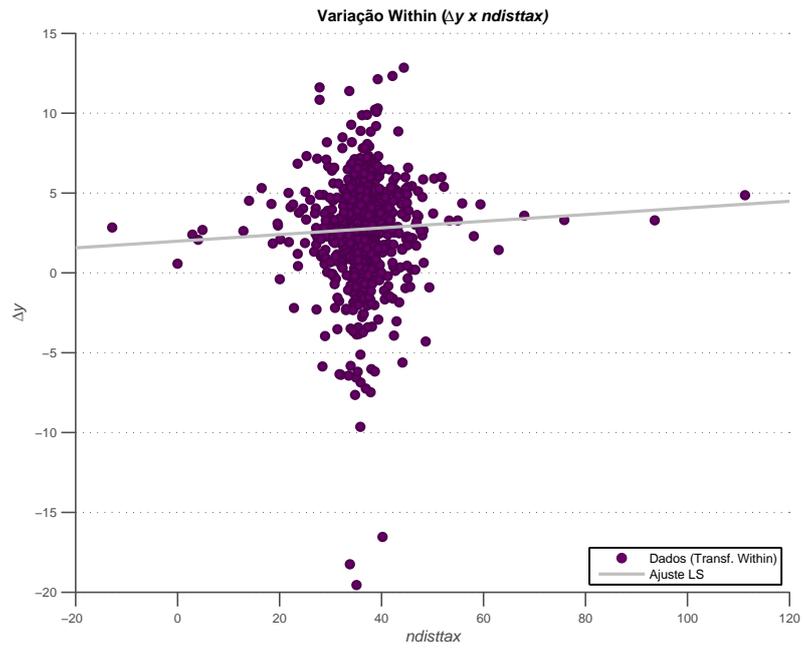


Figura 12:  $\Delta y_{it}$  x  $ndisttax_{i,t}$ : variação Within

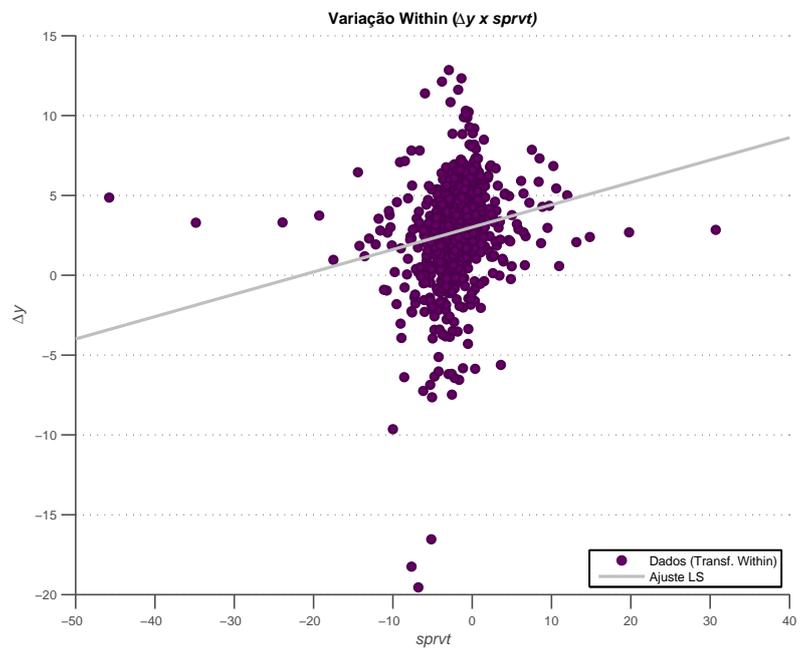


Figura 13:  $\Delta y_{it}$  x  $sprvt_{i,t}$ : variação Within

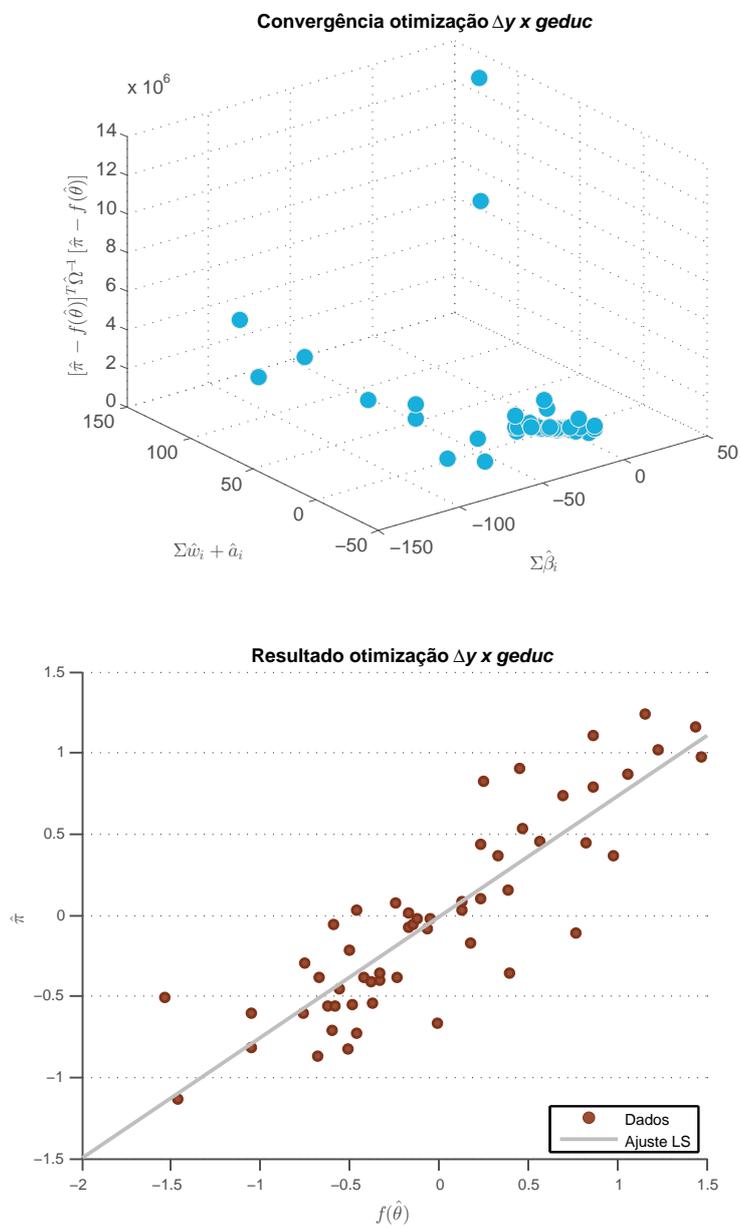


Figura 14:  $\Delta y_{i,t} \times geduc_{i,t}$  - convergência e resultado da otimização

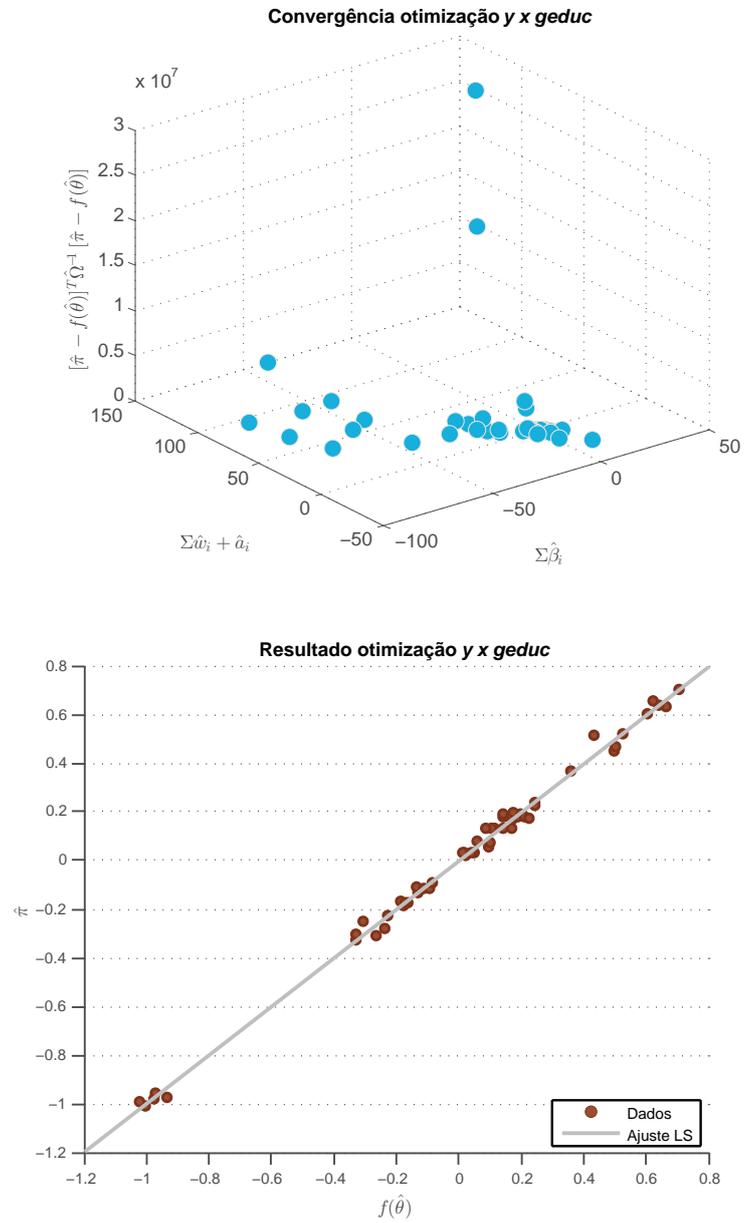


Figura 15:  $y_{i,t-1} \times geduc_{i,t}$  - convergência e resultado da otimização

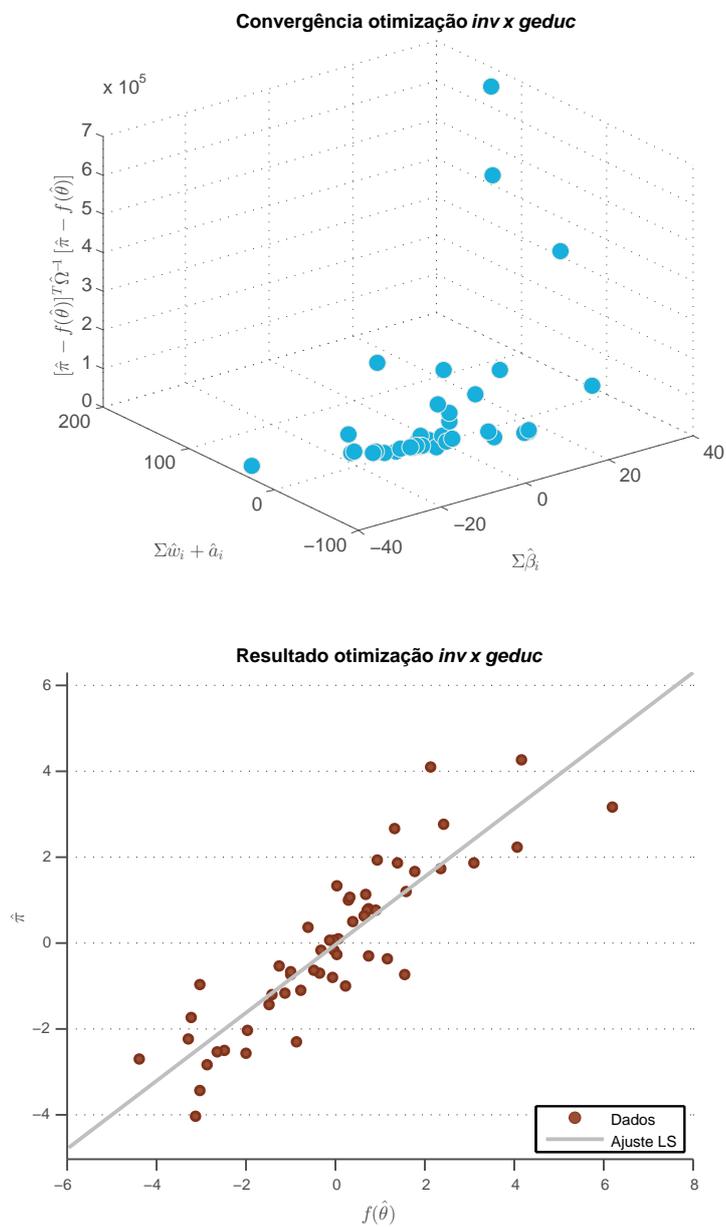


Figura 16:  $inv_{i,t} \times geduc_{i,t}$  - convergência e resultado da otimização

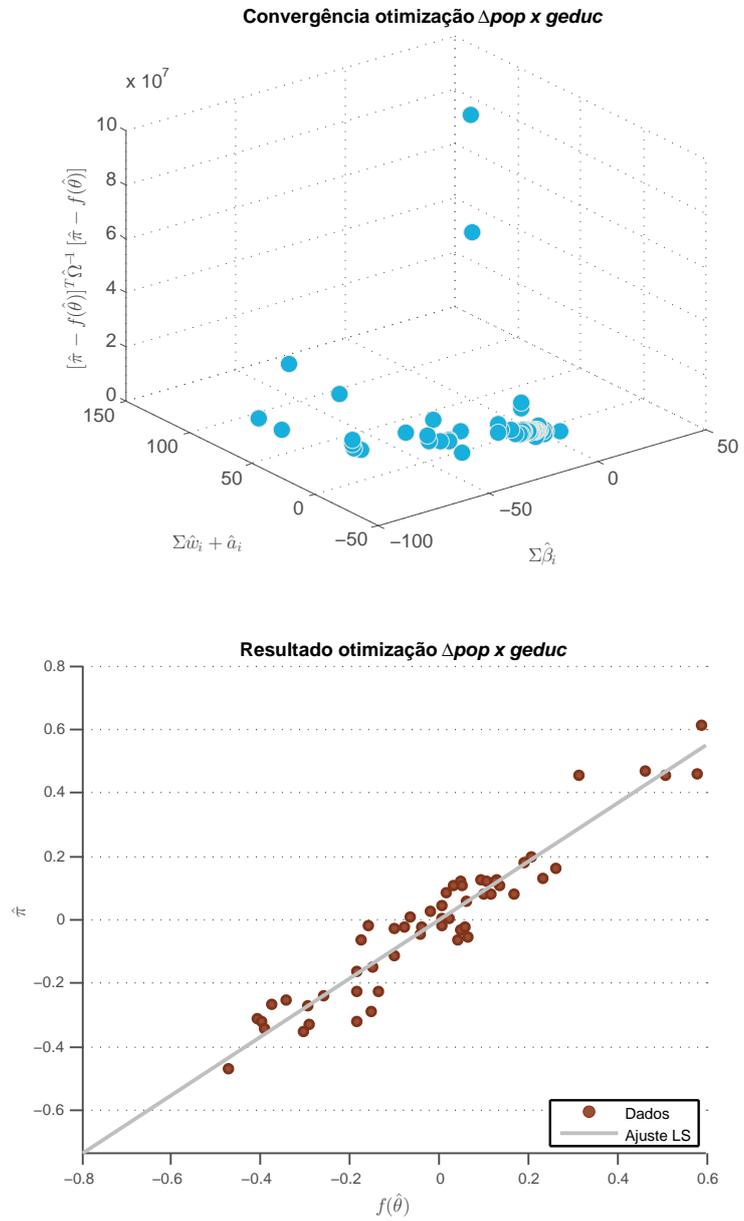


Figura 17:  $\Delta pop_{i,t} \times geduc_{i,t}$  - convergência e resultado da otimização

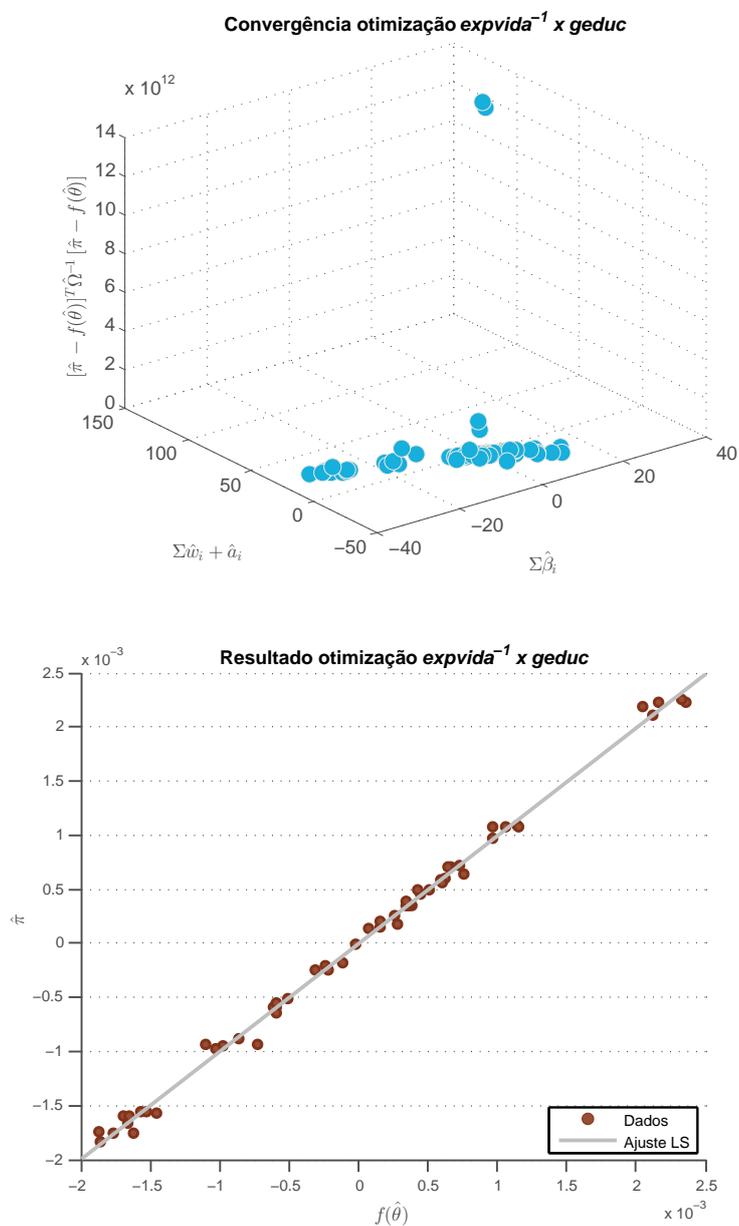


Figura 18:  $\text{expvida}^{-1}_{i,t} \times \text{geduc}_{i,t}$  - convergência e resultado da otimização



## CONCLUSÕES

---

O investimento público em educação é visto por muitos como possível indutor do crescimento econômico. No Brasil, entretanto, políticas educacionais só passaram a ser priorizadas a partir do fim do século XX. Em 2014, o Plano Nacional de Educação (Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014), estabeleceu a meta de investimento de 10% do PIB em educação pública até 2024.

Inspirados em estudos sobre políticas fiscais e na relevância atribuída ao capital humano em modelos endógenos, diversos ensaios teóricos têm associado altos níveis de gastos públicos em educação com maiores taxas de crescimento econômico. As conclusões de estudos empíricos, por outro lado, divergem sobre o grau de significância de variáveis relacionadas a investimentos governamentais em educação como possíveis condicionantes da convergência de renda.

A análise empírica deste trabalho, por sua vez, sustentou-se sobre duas metodologias distintas.

Na primeira abordagem, por meio de um modelo de efeitos fixos, foram calculados estimadores *Within Groups* sobre um painel estático. Os resultados obtidos confirmaram a convergência condicional para o capital físico<sup>1</sup>. Com relação ao capital humano, os coeficientes estimados estão alinhados com modelos da teoria endógena do crescimento. Os demais parâmetros relacionados às variáveis de controle confirmaram resultados de análises empíricas e previsões teóricas da literatura explorada neste estudo.

Os parâmetros relacionados ao investimento público em educação, entretanto, não se mostraram estatisticamente significantes para o crescimento econômico. Esse resultado, a princípio, reforça as conclusões apresentadas em [Devarajan et al., 1996].

Uma possível explicação para o resultado poderia estar associada a descasamentos temporais entre os efeitos dos gastos com capital humano sobre o crescimento. É intuitivo pensar que os impactos de investimentos em capital humano sejam percebidos, em geral, apenas em médios ou longos prazos. A análise em painel estático, entretanto, relaciona o crescimento do PIB *per capita* anual com investimentos realizados durante o mesmo período. Portanto, possíveis impactos de investimentos passados são desconsiderados.

Para endereçar essa questão foi desenvolvido método de regressão linear baseado em painéis com atrasos distribuídos. No modelo construído por [Pakes and Griliches, 1982], impactos de longo e médio

---

<sup>1</sup> Modelado como o PIB *per capita* em atraso, seguindo a abordagem de [Barro and i Martin, 2004]

prazos são capturado por meio de versões em atraso dos regressores. Ressalte-se que a metodologia nunca havia sido empregado em análises dessa natureza. Assim, o desenvolvimento da técnica pode ser considerado uma contribuição importante desse estudo, sobretudo ao se considerar a perspectiva multivariável proposta.

Os resultados obtidos a partir do método em atrasos distribuídos confirmam a baixa significância estatística dos coeficientes associados a gastos públicos com educação encontrada no modelo estático. Os efeitos de curto prazo também se mantiveram negativos, conforme a análise tradicional. Portanto, ambas as metodologias sugerem que um simples aumento do percentual dos gastos públicos com educação no Brasil não resultaria em impactos imediatos sobre o crescimento do PIB *per capita*.

No entanto, a nova modelagem permite explorar informações interessantes para os longos e médios prazos. Para períodos superiores a 10 anos após a data de realização do investimento governamental em educação, apesar de se manterem insignificantes do ponto de vista estatístico, os efeitos associados a esses dispêndios tornam-se positivos. O resultado é um primeiro indício de que impactos de investimentos em capital humano no crescimento econômico não são perceptíveis de modo imediato.

Para trabalhos futuros, sugere-se a inclusão de regressores que possam refletir, em alguma medida, a gestão eficiente dos recursos públicos empregados em educação <sup>2</sup>. Além disso, seria interessante adicionar variáveis que possam captar, também, a qualidade do ensino<sup>3</sup> e os investimentos destinados à geração de outras formas de conhecimento produtivo <sup>4</sup>.

<sup>2</sup> É evidente que a relação entre investimento em educação e crescimento de capital humano sempre dependerá de uma gestão eficiente e eficaz dos recursos. Destaque-se, por exemplo, o caso do município brasileiro de Sobral, no estado do Ceará. O governo local adotou um plano de gestão diferenciado, focado na capacitação de professores, na valorização da meritocracia, na diminuição da evasão escolar, na erradicação do analfabetismo e na instituição de escolas em período integral para educação infantil. Como resultado, em 2013 o Ideb do município já havia superado a meta federal prevista para 2021 (de 6,1 pontos), mesmo com gastos por aluno quase trinta por cento inferiores a outras regiões do país [Bretanha, 2014].

<sup>3</sup> Infelizmente, ainda há um número limitado de países que participam de avaliações internacionais de desempenho escolar (como o PISA). Para o caso brasileiro, uma alternativa é utilizar estatísticas de indicadores de desempenho em nível nacional (tais quais o Ideb, o Enem e o Enade) para a construção de um painel intermunicipal.

<sup>4</sup> A análise desenvolvida nesse estudo considerou apenas o gasto público em educação como possível fonte de investimento em capital humano. Entretanto, sabe-se que as competências e habilidades fundamentais para o incremento da produtividade têm se distanciado daquelas tradicionalmente ensinadas em escolas. A geração desse tipo de conhecimento depende, cada vez mais, de investimentos diretos da iniciativa privada em pesquisa, desenvolvimento e inovação e da interação entre o “chão de fábrica”, laboratórios de P&D, designers, engenheiros e profissionais de *Big Data* [Arbache, 2014b]. Uma variável que talvez consiga captar esses tipos de interações é o Índice de Complexidade Econômica, proposto em [Hausmann and Hidalgo, 2014].

Ainda, para ensaios comparativos, recomenda-se repetir a análise realizada nesse estudo para grupos de países com características homogêneas (utilizando-se, por exemplo, a categorização de renda adotada em [Blankenau et al., 2007], [Mankiw et al., 1992], ou [Islam, 1995]). Por fim, seria interessante empregar a abordagem multivariável desenvolvida neste trabalho para estimar o impacto de longo prazo de regressores que tradicionalmente apresentam significância estatística para o crescimento econômico (tal qual o investimento em capital físico).



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- T. W. Anderson and Cheng Hsiao. Formulation and estimation of dynamic models using panel data. *Journal of Econometrics*, 18(1): 47–82, January 1982.
- Joaquim P. Andrade and Vladimir Kühl Teles. Reformas Tributária e Previdenciária e a Economia Brasileira no Longo Prazo. *Revista Brasileira de Economia*, 60(1), January 2006.
- Jorge Arbach. Para inserir o Brasil no século XXI. *Valor Econômico*, November 2014a.
- Jorge Arbach. O Brasil e a Importância Econômica da Indústria em Conhecimento. 2, 2014b.
- Manuel Arellano and Stephen Bond. Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equations. *Review of Economic Studies*, 58(2):277–97, April 1991.
- David Alan Aschauer. Is Public Expenditure Productive? *Journal of Monetary Economics*, 23:177–200, September 1989.
- Robert J Barro. Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth. *Journal of Political Economy*, 98(5):S103–26, October 1990.
- Robert J Barro. Economic Growth in a Cross Section of Countries. *The Quarterly Journal of Economics*, 106(2):407–43, May 1991.
- Robert J. Barro and Xavier Sala i Martin. Public Finance in Models of Economic Growth. NBER Working Papers 3362, National Bureau of Economic Research, Inc, May 1990.
- Robert J. Barro and Xavier Sala i Martin. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2nd. edition, 2004.
- Robert J. Barro and Jong-Wha Lee. International Comparisons of Educational Attainment. NBER Working Papers 4349, National Bureau of Economic Research, Inc, April 1993.
- Robert J. Barro and Jong-Wha Lee. International Data on Educational Attainment Updates and Implications. NBER Working Papers 7911, National Bureau of Economic Research, Inc, September 2000.
- Andrea Bassanini and Stefano Scarpetta. The Driving Forces of Economic Growth: Panel Data Evidence for the OECD Countries. *OECD Economic Studies*, 2001(2):9–56, 2001.

- Jess Benhabib and Mark M. Spiegel. The role of human capital in economic development evidence from aggregate cross-country data. *Journal of Monetary Economics*, 34(2):143–173, October 1994.
- William F. Blankenau, Nicole B. Simpson, and Marc Tomljanovich. Public Education Expenditures, Taxation, and Growth: Linking Data to Theory. *American Economic Review*, 97(2):393–397, May 2007.
- Seteve Bond. Steve Bond’s Course Material. URL <http://www.nuff.ox.ac.uk/users/bond/>.
- Niloy Bose, M. Emranul Haque, and Denise R. Osborn. Public Expenditure And Economic Growth: A Disaggregated Analysis For Developing Countries. *Manchester School*, 75(5):533–556, September 2007.
- Mohamed Bouzahzah, David de la Croix, and Frédéric Docquier. Policy reforms and growth in computable OLG economies. CORE Discussion Papers RP -1669, Université catholique de Louvain, Center for Operations Research and Econometrics (CORE), 2002.
- Bárbara Bretanha. Sobral vira modelo nacional de gestão. *Estadão*, April 2014.
- William E. Cullison. Public investment and economic growth. *Economic Quarterly*, (Fall):19–34, 1993.
- DataBank. World Databank. URL <http://databank.worldbank.org/data/home.aspx>.
- Angel de la Fuente and Rafael Domenech. Human capital in growth regressions: how much difference does data quality make? An update and further results. UFAE and IAE Working Papers 537.02, Unitat de Fonaments de l’Anàlisi Econòmica (UAB) and Institut d’Anàlisi Econòmica (CSIC), August 2002.
- Shantayanan Devarajan, Vinaya Swaroop, and Heng fu Zou. The composition of public expenditure and economic growth. CEMA Working Papers 77, China Economics and Management Academy, Central University of Finance and Economics, 1996.
- Steven N. Durlauf, Paul A. Johnson, and Jonathan R.W. Temple. Growth Econometrics. In Philippe Aghion and Steven Durlauf, editors, *Handbook of Economic Growth*, volume 1 of *Handbook of Economic Growth*, chapter 8, pages 555–677. Elsevier, 2005.
- Gerhard Glomm and B. Ravikumar. Productive government expenditures and long-run growth. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21(1):183–204, January 1997.

- Lars Peter Hansen and Robert J Hodrick. Forward Exchange Rates as Optimal Predictors of Future Spot Rates: An Econometric Analysis. *Journal of Political Economy*, 88(5):829–53, October 1980.
- Par Hansson and Magnus Henrekson. A New Framework for Testing the Effect of Government Spending on Growth and Productivity. *Public Choice*, 81(3-4):381–401, December 1994.
- Eric A. Hanushek. Economic growth in developing countries: The role of human capital. *Economics of Education Review*, 37(C):204–212, 2013.
- Ricardo Hausmann and Cesar Hidalgo. *The Atlas of Economic Complexity: Mapping Paths to Prosperity*, volume 1 of MIT Press Books. The MIT Press, June 2014.
- Cheng Hsiao. *Identification*, volume 1 of *Handbook of Econometrics*. Elsevier, January 1983.
- Cheng Hsiao. Cambridge University Press, New York, 2nd edition, 2003.
- IBGE. Censo 2010, 2010. URL <http://www.sidra.ibge.gov.br/cd/cd2010RgaAdAgsn.asp>.
- Clio Infra. Clio Infra Project Database. URL <http://https://www.clio-infra.eu>.
- Nazrul Islam. Growth Empirics: A Panel Data Approach. *The Quarterly Journal of Economics*, 110(4):1127–70, November 1995.
- Katarina R. I. Keller and Panu Poutvaara. Growth in OECD countries and elsewhere: how much do education and R&D explain? *Economics Bulletin*, 15(16):1–11, 2005.
- Richard Kneller, Michael F. Bleaney, and Norman Gemmell. Fiscal policy and growth: evidence from OECD countries. *Journal of Public Economics*, 74(2):171–190, November 1999.
- Leendert Marinus Koyck. *Distributed lags and investment analysis*. North-Holland Pub. Co., Amsterdam, 1954.
- Alan B. Krueger and Mikael Lindahl. Education for Growth: Why and For Whom? Nber working papers, National Bureau of Economic Research, Inc, March 2000.
- George A. Kyriacou. Level and Growth Effects of Human Capital: A Cross-Country Study of the Convergence Hypothesis. Working Papers 91-26, C.V. Starr Center for Applied Economics, New York University, 1991.

- A. Di Liberto, F. Pigliaru, and P. Chelucci. International TFP Dynamics and Human Capital Stocks: a Panel Data Analysis, 1960-2003. Working Paper CRENoS 200812, Centre for North South Economic Research, University of Cagliari and Sassari, Sardinia, 2008.
- Robert Jr. Lucas. On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics*, 22(1):3-42, July 1988.
- N Gregor Mankiw. *Comment. In: Bernanke, B. and J. Rotemberg (Eds.). NBER Macroeconomics Annual.* MIT Press, Cambridge, MA, 1997.
- N Gregory Mankiw, David Romer, and David N Weil. A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 107(2):407-37, May 1992.
- Torge Midendorf. Human Capital and Economic Growth in OECD Countries. RWI Discussion Papers 0030, Rheinisch-Westfälisches Institut für Wirtschaftsforschung, June 2005.
- Richard R. Nelson and Edmond S. Phelps. Investment in Humans, Technological Diffusion and Economic Growth. Cowles foundation discussion papers, Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University, 1965.
- Walter Nonneman and Patrick Vandoudt. A further augmentation of the Solow model and the empirics of economic growth for OECD countries. Seso working papers, University of Antwerp, Faculty of Applied Economics, April 1995.
- OECD. Lessons from PISA for the United States: strong performers and successful reformers in education. 2011.
- OECD. Education at a Glance 2014: OECD Indicators. 2014a.
- OECD. Perspectives on Global Development 2014: Boosting Productivity to Meet the Middle-Income Challenge. 2014b.
- Ariel Pakes and Zvi Griliches. Estimating Distributed Lags in Short Panels with an Application to the Specification of Depreciation Patterns and Capital Stock Constructs. Technical report, July 1982.
- Mirela de Carvalho Ricardo Paes de Barros and Samuel Franco. Analfabetismo no Brasil. Technical report, Instituto de Estudos do Trabalho e Sociedade - Iets, 2003.
- Dani Rodrik. The Future of Economic Convergence. NBER Working Papers 17400, National Bureau of Economic Research, Inc, September 2011.
- Paul M. Romer. Human capital and growth: Theory and evidence. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 32(1):251-286, January 1990a.

- Paul M Romer. Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy*, 98(5):S71–102, October 1990b.
- Barbara Sianesi and John Van Reenen. The Returns to Education: Macroeconomics. *Journal of Economic Surveys*, 17(2):157–200, April 2003.
- Robert M. Solow. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, 70(1):65–94, 1956.
- Hirofumi Uzawa. Optimum Technical Change in An Aggregative Model of Economic Growth. *International Economic Review*, 6(1):18–31, Jan 1965.
- Halbert White. A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity. *Econometrica*, 48(4):817–38, May 1980.