

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**ANÁLISE DINÂMICA VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS
FINITOS DO ESTÁDIO NACIONAL DE BRASÍLIA**

GUSTAVO VALENÇA FIUZA LIMA

ORIENTADORA: GRACIELA NORA DOZ DE CARVALHO

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL**

PUBLICAÇÃO: E.DM - 09A/13

BRASÍLIA/DF: JUNHO – 2013

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

ANÁLISE DINÂMICA VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
DO ESTÁDIO NACIONAL DE BRASÍLIA

GUSTAVO VALENÇA FIUZA LIMA

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

Prof^a Graciela Nora Doz de Carvalho, Dr. Ing (PECC-UnB)
(Orientadora)

Prof^a Suzana Moreira Avila, Dr. (Gama - UnB)
(Examinadora Interna)

Prof. Carlos Magluta, Dr (COPPE, UFRJ)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 04 DE JUNHO DE 2013

FICHA CATALOGRÁFICA

LIMA, GUSTAVO VALENÇA FIUZA

Análise Dinâmica via Método dos Elementos Finitos do Estádio Nacional de Brasília
[Distrito Federal] 2013.

xviii, 165p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2013).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de
Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Dinâmica Estrutural 2. Estruturas de Estádios

3. Vibrações Induzidas por Atividades Humanas

4. Conforto

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LIMA, G. V. F (2013) Análise Dinâmica via Método dos Elementos Finitos do Estádio Nacional de Brasília. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-09A/13, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 165p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Gustavo Valença Fiuza Lima.

TÍTULO: Análise Dinâmica via Método dos Elementos Finitos do Estádio Nacional de Brasília.

GRAU: Mestre

ANO: 2013

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Gustavo Valença Fiuza Lima

SHIN QL 3 conjunto 7 casa 10

71.505-275 Brasília – DF – Brasil.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à comunidade científica e a todos que buscam o caminho do conhecimento.

AGRADECIMENTOS

À minha orientadora, Professora Graciela Nora Doz de Carvalho, pelos ensinamentos desde a época da graduação, pelo esforço e dedicação empregados em me orientar e pelo voto de confiança.

À Professora Suzana Moreira Ávila, pelas sugestões ao meu trabalho e pelas valiosas contribuições.

À Eva, secretária do Programa, pela simpatia e eficiência, e pelo pronto atendimento das necessidades dos alunos.

Aos Professores do PECC, pelos conhecimentos e ensinamentos transmitidos.

Ao meu chefe, Engenheiro Sérgio de Lemos Luna, pelo incentivo, pela flexibilidade, pela compreensão nos momentos em que precisei me ausentar no trabalho por causa do Mestrado e pela confiança no meu trabalho.

Ao meu pai, por me dar a vida e por todos os sacrifícios feitos para me criar e me possibilitar ter sucesso na vida.

À minha mãe, por me dar a vida, pelo apoio e incentivo, pelos valiosos conselhos e ensinamentos, por me ajudar na revisão do texto e pelo exemplo de vida.

À minha irmã, pelo carinho, afeto e companheirismo.

À minha querida Thalita, pelo carinho, afeto, paciência, compreensão e por me fazer uma pessoa mais feliz e completa.

Ao meu irmão, Engenheiro Daniel Valença Fiuza Lima, pela contribuição científica e pela inspiração.

Ao colega e Engenheiro Ramon Silva, que por uma feliz coincidência estava na USP na época em que eu precisei de dois trabalhos dessa Universidade e conseguiu disponibilizar cópias das mesmas para mim.

Ao Engenheiro Gustavo Soares, por me possibilitar ter acesso ao projeto do estádio.

Ao amigo e Engenheiro Murilo Fabrino, pela disposição em me ajudar e por disponibilizar uma visita à obra do estádio.

À Universidade de Brasília (UnB), que me acolheu desde a graduação, por todo conhecimento técnico que me possibilitou adquirir e pelo amadurecimento que me proporcionou.

*“Do mesmo modo que o metal enferruja com o desuso e a água parada perde sua pureza,
assim a inércia esgota a energia da mente.”*

Leonardo da Vinci

"O único lugar onde sucesso vem antes do trabalho é no dicionário."

Albert Einstein

RESUMO

ANÁLISE DINÂMICA VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DO ESTÁDIO NACIONAL DE BRASÍLIA

Autor: Gustavo Valença Fiuza Lima

Orientadora: Graciela Nora Doz de Carvalho

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, junho de 2013

O presente trabalho trata de uma análise dinâmica numérica do Novo Estádio Nacional de Brasília, por meio do Método dos Elementos Finitos, para analisar os níveis de vibração aos quais o estádio poderá ser submetido. A primeira parte do estudo é uma Análise Modal, dando foco aos 12 primeiros modos de vibração da estrutura, que são os de maior interesse por terem valores de frequências naturais aproximadamente na mesma faixa das frequências características dos carregamentos desenvolvidos por atividades humanas.

Em seguida, é feita uma análise transiente, em que a estrutura é submetida a carregamentos dinâmicos que simulam a atividade de torcidas pulando nas arquibancadas. Para esta tarefa são utilizados variados modelos de carregamento em algumas situações diversas. Os modelos se diferem quanto aos parâmetros de carregamento e a ocupação das arquibancadas por parte da torcida, na tentativa de simular as situações mais prováveis de carregamento e encontrar as mais críticas.

As respostas dinâmicas (acelerações resultantes nas três direções) de cada modelo são comparadas umas com as outras, para melhor entendimento de como os parâmetros adotados influenciam essas respostas. Por último, as maiores respostas são comparadas a valores limites sugeridos por documentos normativos levantados para o estudo. Na maior parte das situações analisadas, as respostas se mostram aceitáveis, entretanto, em cerca de 25% delas, as acelerações resultantes ultrapassam os limites estabelecidos, o que indica que algumas situações específicas podem ser preocupantes e podem causar desconforto aos usuários.

Palavras-chave: Dinâmica estrutural, estruturas de estádios, vibrações induzidas por atividades humanas, conforto.

ABSTRACT

DINAMYC ANALISYS BASED ON THE FINITE ELEMENT METHOD OF THE BRASÍLIA NATIONAL STADIUM

Author: Gustavo Valença Fiuza Lima

Supervisor: Graciela Nora Doz de Carvalho

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil
Brasília, June 2013**

This work deals with a numerical dynamic analysis of the new *Estádio Nacional de Brasília*, based on the Finite Element Method, to analyze the vibration levels it can be subjected to. The first part of the study is a modal analysis, focusing on the 12 first vibration modes, which are the ones of most interest, because their natural frequencies are all approximately in the same range of the frequencies of dynamic loads developed by human activities.

Secondly, a transient analysis is carried out, in which the structure is subjected to dynamic loads that simulate jumping crowds on the grandstands. For this task, some assorted dynamic load models are used in some diverse situations. The dynamic load models differ from one another in terms of load parameters and crowd occupation of the grandstands, trying to simulate the most probable load situations and find the most critical ones.

The dynamic responses of the stadium structure (accelerations in all three directions) are compared to each other, in order to understand how the parameters involved influence the responses. At last, the peak accelerations are compared to limit ranges suggested by some international standards that were surveyed. In most situations, the responses are acceptable, however, in around 25% of them, the peak accelerations exceed the acceptable limits, and that indicates that some specific situations can be troublesome and they may compromise the comfort of the crowds.

Keywords: Structural dynamics, stadium structures, vibrations induced by human activities, comfort.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1
1.2	MOTIVAÇÃO.....	3
1.3	OBJETIVOS.....	4
1.4	METODOLOGIA	4
1.5	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	5
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	7
2.2	VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR ATIVIDADES HUMANAS	8
2.2.1	Vibrações induzidas em passarelas	8
2.2.2	Vibrações induzidas em pisos	10
2.2.3	Vibrações induzidas em Estádios	13
2.3	INTERAÇÃO PÚBLICO-ESTRUTURA.....	19
2.4	LIMITES NORMATIVOS	22
2.5	MODELAGEM MATEMÁTICA DO CARREGAMENTO.....	23
3	EMBASAMENTO TEÓRICO	25
3.1	DINÂMICA DAS ESTRUTURAS	25
3.1.1	Sistemas de um grau de liberdade.....	25
3.1.2	Sistema de múltiplos graus de liberdade	31
3.2	MODELAGEM DO CARREGAMENTO.....	33
3.2.1	Formulação matemática.....	33
3.2.2	Coefficiente de impacto.....	38
3.2.3	Coefficientes de Fourier.....	40
3.2.4	Carregamento de multidão	42
4	FERRAMENTA COMPUTACIONAL	45
4.1	ELEMENTOS UTILIZADOS	45
4.2	ANÁLISE MODAL	48
4.3	ANÁLISE DO TIPO <i>TIME-HISTORY</i>	49

4.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	51
5	LIMITES NORMATIVOS.....	52
5.1	NBR 6118 (2003)	52
5.2	CEB 209 (1991).....	53
5.3	ISO 2631 (1985).....	54
5.4	ISO 2631 (1997).....	57
5.5	VALORES LIMITES DE ACELERAÇÃO VERTICAL RECOMENDADOS PELA BIBLIOGRAFIA	59
5.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	59
6	ESTRUTURA ANALISADA E MODELO NUMÉRICO	61
6.1	DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA	61
6.2	MODELO NUMÉRICO.....	67
7	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	69
7.1	ANÁLISE MODAL	69
7.1.1	Apresentação das respostas modais	69
7.1.2	Análise das respostas modais	76
7.1.3	Análise das respostas modais quanto aos limites normativos.....	77
7.2	MODELAGEM DO CARREGAMENTO.....	77
7.3	APLICAÇÃO DA CARGA DINÂMICA NO SAP2000	86
7.4	ANÁLISE TRANSIENTE.....	89
7.4.1	Situação 1 – Frequência de excitação de 1,8Hz.....	89
7.4.2	Situação 1 – Frequência de excitação de 2,2Hz.....	97
7.4.3	Situação 1 – Frequência de excitação de 2,4Hz.....	102
7.4.4	Situação 1 – Frequência de excitação de 2,5Hz.....	109
7.4.5	Situação 1 – Frequência de excitação de 2,7Hz.....	114
7.4.6	Situação 1 - Frequência de excitação de 2,5Hz (com parâmetros modificados)	122
7.4.7	Resumo dos resultados – Situação 1.....	126
7.4.8	Situação 2 – Arquibancada superior cheia.....	131
7.4.9	Situação 3 – Arquibancadas com um lado cheio.....	135
7.4.10	Situação 4 – Primeiro vão da arquibancada superior cheio	139

7.4.11	Resumo dos resultados – Situação 2, 3 e 4.....	144
7.4.12	Análise das respostas dinâmicas quanto aos limites normativos.....	146
8	CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	151
8.1	CONCLUSÕES	151
8.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	156
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	156

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Coeficientes de Fourier associados a cada harmônico – CEB 209 (1991).....	36
Tabela 3.2 – Parâmetros dos harmônicos – Rodrigues (1998).....	41
Tabela 3.3 – Parâmetros propostos para projetos estruturais – Faísca (2003)	41
Tabela 3.4 – Fatores de ponderação dos harmônicos – Sim (2006).....	42
Tabela 5.1 – Frequência crítica para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação de pessoas – NBR 6118 (2003).....	53
Tabela 5.2 – Faixas de percepção humana devido à vibração na vertical – CEB 209 (1991)	54
Tabela 5.3 – Níveis aceitáveis de vibração para diferentes tipos de ambientes	59
Tabela 7.1– Descrição dos modos de vibração.....	75
Tabela 7.2 – Frequências naturais (Hz) dos Estádios do Morumbi, Ibirapuera e Algarve em comparação com o Estádio Nacional.....	76
Tabela 7.3 - Frequências características de cantos acompanhados de saltos de torcidas de futebol.....	79
Tabela 7.4 – Tempos de contato medidos experimentalmente – Faísca (2003).....	82
Tabela 7.5 – Parâmetros para carregamento dinâmico – situação 1.....	83
Tabela 7.6– Localização e Descrição dos pontos de leitura.....	85
Tabela 7.7– Acelerações máximas – modelos 1a e 1b	90
Tabela 7.8 – Acelerações máximas – modelos 2a e 2b	97
Tabela 7.9 – Acelerações máximas – modelos 3a e 3b	103
Tabela 7.10 – Acelerações máximas – modelos 4a e 4b	109
Tabela 7.11 – Acelerações máximas – modelos 5a e 5b	115
Tabela 7.12 – Acelerações máximas – modelos 4c e 4d	122
Tabela 7.13 – Resumo das respostas máximas dos modelos 1 a 5 nas três direções	126
Tabela 7.14 – Pontos de maiores respostas nas 3 direções dos modelos 1 a 5.....	128
Tabela 7.15 – Parâmetros para carregamento dinâmico – situações 2, 3 e 4	129
Tabela 7.16 – Acelerações máximas – modelos 6a e 6b	131
Tabela 7.17 – Acelerações máximas – modelos 7a e 7b	135
Tabela 7.18 – Acelerações máximas – modelos 8a e 8b	140
Tabela 7.19 – Resumo das respostas máximas dos modelos 6 a 8 nas três direções	145
Tabela 7.20 – Pontos de maiores respostas nas três direções para os modelos 6 a 8	146
Tabela 7.21 – Análise dos limites normativos – aceleração na direção vertical	147
Tabela 7.22 – Análise dos limites normativos – aceleração na direção horizontal radial. 149	

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Modelos de passarelas de madeira – Segundinho (2010)	9
Figura 2.2 – Modelo de Laje estudado e formas dos três primeiros modos de vibração – Dos Santos (2009)	11
Figura 2.3 – Modelo numérico do salão de dança e seus primeiros modos de vibração – Martins (2011)	12
Figura 2.4 – Modelo numérico do Morumbi e ensaios dinâmicos realizados (com excitador) no Estádio – Rodrigues (1998).....	14
Figura 2.5 – Modelos numéricos utilizados no estudo dos estádios do Maracanã e do Ibirapuera – Rodrigues (2003).....	15
Figura 2.6 – Arquibancada do Estádio Algarve e modelo numérico – Martins (2004)	16
Figura 2.7 – Pilares metálicos instalados no estádio de Nurembergue – Stempniewski <i>et al</i> (2010)	18
Figura 2.8 – Plataforma para monitoramento experimental de carregamentos humanos – Faísca (2003)	19
Figura 3.1 – Sistema idealizado de um grau de liberdade – (a) componentes básicas e (b) forças em equilíbrio – Clough <i>et al</i> (1995)	25
Figura 3.2 – Fator de amplificação em função da relação entre frequências – Clough <i>et al</i> (1995)	30
Figura 3.3 – Representação gráfica da força exercida por uma pessoa saltando sobre uma estrutura – Bachmann <i>et al</i> (1987)	34
Figura 3.4 – Relação entre coeficiente de impacto e tempo de contato – Bachmann <i>et al</i> (1989)	34
Figura 3.5 – Comparação entre o sinal experimental e o sinal da função semi-seno	37
Figura 3.6 – Comparação entre o sinal experimental e os obtidos com as funções semi-seno e Hanning no domínio do tempo.	38
Figura 3.7 – Relação entre coeficiente de impacto e a razão entre tempo de contato e período da atividade – Magluta <i>et al</i> (1995) <i>apud</i> Rodrigues (1998)	39
Figura 3.8 – Relação entre coeficiente de impacto e a razão de contato – Sim (2006).....	40
Figura 3.9 – Modelo de carregamento para a atividade de pular – Rodrigues (1998)	41
Figura 4.1 – Elemento <i>frame</i> – Esforços nos nós – (a) Forças e (b) Momentos - SAP2000	46
Figura 4.2 – Elemento <i>shell</i> de 4 nós – SAP2000	47
Figura 4.3 – Elemento <i>shell</i> de 3 nós – SAP2000	48
Figura 4.4 – Função rampa antes e depois da aplicação dos parâmetros de carregamento - SAP2000.....	50
Figura 5.1 – Direções dos sistemas de coordenadas para vibrações mecânicas influenciando pessoas – ISO 2631 (1985).....	55
Figura 5.2 – Limites para aceleração em z para o decréscimo de eficiência por fadiga, dependendo da duração de exposição – ISO 2631 (1985).....	56
Figura 5.3 – Limites para aceleração em x ou y para o decréscimo de eficiência por fadiga, dependendo da duração de exposição – ISO 2631 (1985).....	56
Figura 5.4 – Gráfico do guia de efeito à saúde – ISO 2631 (1997).....	58
Figura 6.1 – Corte da arquibancada – Estádio Nacional	62
Figura 6.2 – Planta da Estrutura – Estádio Nacional.....	63
Figura 6.3 – Modelo3D - Estádio Nacional.....	64
Figura 6.4 – Estádio Nacional seccionado.....	64
Figura 6.5 – Foto interna do Estádio Nacional durante construção – nível do campo.....	65

Figura 6.6 – Foto interna do Estádio Nacional durante construção – nível da arquibancada superior	66
Figura 6.7 – Foto aérea do Estádio Nacional durante construção	66
Figura 6.8 – Vista frontal/lateral do modelo numérico	67
Figura 6.9 – Vista lateral/posterior do modelo numérico	68
Figura 7.1 – 1º modo de vibração – Flexão na direção tangencial – $f = 1,02\text{Hz}$	69
Figura 7.2 – 2º modo de vibração – Flexão na direção radial – $f = 2,27\text{Hz}$	70
Figura 7.3 – 3º modo de vibração – Torção – $f = 2,48\text{Hz}$	70
Figura 7.4 – 4º modo de vibração – Flexão na direção tangencial – $f = 2,78\text{Hz}$	71
Figura 7.5 – 5º modo de vibração – Flexão na direção tangencial – $f = 4,95\text{Hz}$	71
Figura 7.6 – 6º modo de vibração – Flexão da arquibancada superior e pilares – $f = 5,07\text{Hz}$	72
Figura 7.7 – 7º modo de vibração – Flexão da arquibancada superior e pilares - $f = 5,12\text{Hz}$	72
Figura 7.8 – 8º modo de vibração – Flexão na direção radial – $f = 5,48\text{Hz}$	73
Figura 7.9 – 9º modo de vibração – Torção - $f = 5,71\text{Hz}$	73
Figura 7.10 – 10º modo de vibração – Flexão da arquibancada superior e pilares - $f =$ $6,31\text{Hz}$	74
Figura 7.11 – 11º modo de vibração – Flexão da arquibancada superior e na direção tangencial – $f = 6,66\text{Hz}$	74
Figura 7.12 – 12º modo de vibração – Flexão das arquibancadas e na direção radial – $f =$ $6,67\text{Hz}$	75
Figura 7.13 – Situação1 de ocupação das arquibancadas – Escala em $[\text{kN}/\text{m}^2]$	81
Figura 7.14 – Relação entre tempo de contato pelo período em função da frequência característica	82
Figura 7.15 – Pontos de Leitura	85
Figura 7.16 – Função salto para aplicação no SAP2000	87
Figura 7.17 – Carregamento de torcida (Modelo 1a) aplicado à estrutura no SAP2000.....	88
Figura 7.18– Gráfico do carregamento da torcida (modelo 1a) aplicado à estrutura	89
Figura 7.19 – Pontos de leitura – Modelos 1a e 1b	90
Figura 7.20 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 1a	91
Figura 7.21 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 1b	91
Figura 7.22 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 1a	92
Figura 7.23 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 1b	92
Figura 7.24 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 1a.....	93
Figura 7.25 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 1b	93
Figura 7.26 – Aceleração espectral em x – Ponto 1 – Modelo 1a	95
Figura 7.27 – Aceleração espectral em x – Ponto 2 – Modelo 1b.....	95
Figura 7.28 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 1a	96
Figura 7.29 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 1b	96
Figura 7.30 – Pontos de leitura – Modelos 2a e 2b	97
Figura 7.31 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 2a	98
Figura 7.32 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 2b.....	98
Figura 7.33 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 2a	99
Figura 7.34 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 2b	99
Figura 7.35 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 2a.....	100
Figura 7.36 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 2b	100
Figura 7.37 – Aceleração espectral em x – Ponto 1 – Modelo 2a	101
Figura 7.38 – Aceleração espectral em x – Ponto 2 – Modelo 2b.....	102
Figura 7.39 – Pontos de leitura – Modelos 3a e 3b	103

Figura 7.40 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 3a	104
Figura 7.41 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 3b	104
Figura 7.42 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 3a	105
Figura 7.43 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 3b	105
Figura 7.44 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 3a	106
Figura 7.45 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 3b	106
Figura 7.46 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 3a	108
Figura 7.47 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 3b	108
Figura 7.48 – Pontos de leitura – Modelos 4a e 4b	109
Figura 7.49 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 4a	110
Figura 7.50 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 4b	110
Figura 7.51 – Aceleração em y – Ponto 3 – Modelo 4a	111
Figura 7.52 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 4b	111
Figura 7.53 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 4a	112
Figura 7.54 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 4b	112
Figura 7.55 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 4a	113
Figura 7.56 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 4b	114
Figura 7.57 – Pontos de leitura – Modelos 5a e 5b	115
Figura 7.58 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 5a	116
Figura 7.59 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 5b	116
Figura 7.60 – Aceleração em y – Ponto 5 – Modelo 5a	117
Figura 7.61 – Aceleração em y – Ponto 5 – Modelo 5b	117
Figura 7.62 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 5a	118
Figura 7.63 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 5b	118
Figura 7.64 – Aceleração espectral em x – Ponto 2 – Modelo 5a	120
Figura 7.65 – Aceleração espectral em x – Ponto 2 – Modelo 5b	120
Figura 7.66 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 5a	121
Figura 7.67 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 5b	121
Figura 7.68 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 4c	123
Figura 7.69 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 4d	123
Figura 7.70 – Aceleração em y – Ponto 3 – Modelo 4c	124
Figura 7.71 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 4d	124
Figura 7.72 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 4c	125
Figura 7.73 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 4d	125
Figura 7.74 – Situação 2 de ocupação das arquibancadas – Escala em [kN/m ²]	129
Figura 7.75 – Situação 3 de ocupação das arquibancadas – Escala em [kN/m ²]	130
Figura 7.76 – Situação 4 de ocupação das arquibancadas – Escala em [kN/m ²]	130
Figura 7.77 – Pontos de leitura – Modelos 6a e 6b	131
Figura 7.78 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 6a	132
Figura 7.79 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 6b	132
Figura 7.80 – Aceleração em y – Ponto 3 – Modelo 6a	133
Figura 7.81 – Aceleração em y – Ponto 3 – Modelo 6b	133
Figura 7.82 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 6a	134
Figura 7.83 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 6b	134
Figura 7.84 – Pontos de leitura – Modelos 7a e 7b	136
Figura 7.85 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 7a	136
Figura 7.86 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 7b	137
Figura 7.87 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 7a	137
Figura 7.88 – Aceleração em y – Ponto 3 – Modelo 7b	138
Figura 7.89 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 7a	138

Figura 7.90 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 7b	139
Figura 7.91 – Pontos de leitura – Modelos 8a e 8b	140
Figura 7.92 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 8a	141
Figura 7.93 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 8b	141
Figura 7.94 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 8a	142
Figura 7.95 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 8b	142
Figura 7.96 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 8a.....	143
Figura 7.97 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 8b	143
Figura 7.98 – Análise dos limites normativos – aceleração na direção horizontal tangencial	150

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

A : Vetor de constantes vinculadas às condições iniciais do problema

A_i : fator de ponderação dos harmônicos

$AMSM$: Amortecedores de Massa Sintonizados Múltiplos

A_{eq} : aceleração equivalente (r.m.s.)

a_{eff} : aceleração efetiva

at: tempo de chegada na função carregamento do *software* SAP2000

a_{wn} : aceleração ponderada (r.m.s.)

B : Vetor de constantes vinculadas às condições iniciais do problema

C : Matriz $n \times n$ de amortecimento do sistema

C : constante arbitrária

$Co(N, i, K)$: fator de coordenação

c : constante de amortecimento

c_c : amortecimento crítico

D_s : fator de amplificação dinâmico

$F_{P,max}$: valor de pico da força dinâmica;

f : frequência natural da estrutura

f_{crit} : frequência crítica

$f_D(t)$: força de amortecimento;

f_p : frequência da atividade;

$f_I(t)$: força inercial;

$f_S(t)$: força elástica. *MGL*: Sistema com múltiplos graus de liberdade

func(t): função definida no *software* SAP2000

G : peso do indivíduo;

H : constante complexa arbitrária

i : número do harmônico

K : número de eventos com ação de carregamento de multidão em que a estrutura foi monitorada.

K : Matriz $n \times n$ de rigidez do sistema

k : constante de mola

k_p : coeficiente de impacto

M : Matriz $n \times n$ de massa do sistema

M_n : massa modal para o n -ésimo modo
 m : massa do sistema
 N : número de pessoas no grupo;
 n : número de graus de liberdade do sistema
 $\mathbf{P}(t)$: Vetor de carregamento aplicado ao sistema
 $P_n(t)$: força modal para o n -ésimo modo
 $p(t)$: carregamento externo atuante
 rms : root meansquare
 \mathbf{sf} : fator de escala na função de carregamento do *software* SAP2000
 T_p : período da atividade;
 t : tempo
 t_c : tempo de contato com a estrutura;
 \mathbf{tf} : fator de escala de tempo na função de carregamento do *software* SAP2000
 UGL : Sistema com um grau de liberdade
 u_h : solução homogênea de uma equação diferencial
 u_p : solução particular de uma equação diferencial
 $u(t)$: deslocamento do ponto no tempo
 $\dot{u}(t)$: velocidade do ponto no tempo
 $\ddot{u}(t)$: aceleração do ponto no tempo
 α : razão de contato
 β : relação entre frequências
 ΔG_i : amplitude de força do i -ésimo harmônico;
 ϕ_i : i -ésimo modo de vibração
 ξ : coeficiente de amortecimento
 ρ : amplitude da resposta dinâmica
 φ_i : ângulo de fase do i -ésimo harmônico relativo ao primeiro harmônico;
 $Y_n(t)$: vetor de deslocamentos modais
 $\dot{Y}_n(t)$: vetor de velocidades modais
 $\ddot{Y}_n(t)$: vetor de acelerações modais
 ψ_n : defasagem entre os indivíduos.
 ω : frequência angular
 $\bar{\omega}$: frequência de excitação

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Tem-se evidenciado, com o passar dos anos, que ocorrências de vibrações excessivas em estruturas são percebidas com frequência cada vez maior. Isso pode ser notado não somente pelo aumento da realização de registros e de monitoramento estrutural de forma geral, mas também pelo fato de as estruturas atuais estarem cada vez mais suscetíveis a este fenômeno.

Estruturas estão sujeitas a diversos tipos de carregamentos, dentre eles:

- Estáticos: peso próprio da estrutura, carregamentos permanentes e carregamentos acidentais;
- Dinâmicos: harmônicos (geralmente induzidos por máquinas), periódicos (como carregamentos induzidos por atividades humanas), transientes (como o tráfego de automóveis, sismos e também o vento) e impulsivos (como impacto e explosões).

É fato que os carregamentos dinâmicos sempre atuaram sobre as estruturas, mas existem algumas evidências que fazem com que as vibrações induzidas por eles nas estruturas sejam cada vez mais significativas atualmente. Entre os motivos para este fato, podem ser citados:

- A arquitetura contemporânea, que cria estruturas ousadas, com grandes vãos e pés-direito muito altos, permitindo espaços maiores. Isso torna as estruturas mais leves, mais esbeltas e mais flexíveis;
- O desenvolvimento da ciência dos materiais, o que resulta em materiais construtivos mais leves, conseqüentemente as estruturas também mais leves, e materiais estruturais mais resistentes, permitindo a adoção de menores seções das peças, tornando-as também mais leves e menos rígidas;

- O desenvolvimento de computadores mais rápidos e com maior capacidade de memória, o que permite realizar um número maior de simulações numéricas e fazer análises mais complexas e refinadas, obtendo resultados mais precisos. Isso permite a diminuição dos coeficientes de segurança, o que leva ao dimensionamento de peças com seções transversais menores, resultando, novamente, em estruturas mais leves e flexíveis;
- A mudança nos tipos de concepção estrutural, com utilização de diferentes soluções estruturais e tipos de vinculação entre as peças, o que por vezes diminui a capacidade das estruturas de absorver vibrações, diminuindo o seu amortecimento estrutural.

Somado a esses aspectos citados, a possibilidade da ocorrência de carregamentos dinâmicos não previstos em projeto, seja pela utilização da estrutura para fins diferentes dos quais estavam previstos inicialmente, seja por mudança do comportamento dos usuários. Sobre esse aspecto, pode-se citar como exemplo a mudança do comportamento do público que assiste a jogos de futebol. Antes um esporte de elite, o futebol no início do século 20 tinha um público que ocupava as arquibancadas de maneira bastante comportada. Os torcedores iam ao estádio muito bem vestidos e assistiam aos jogos sentados, apenas aplaudindo e torcendo seus lenços.

Atualmente existem as torcidas organizadas, que criam coros e paródias de músicas, e as cantam em grupos, batendo palmas e pulando ao ritmo das canções, sem contar os momentos de euforia, como no evento de um gol, ou quando os times entram em campo, em que os torcedores pulam intensamente nas arquibancadas.

Ainda falando sobre estádios, os mesmos não são mais utilizados tão somente para eventos esportivos, mas também para eventos musicais, como shows de bandas de rock, onde o público também desempenha carregamentos dinâmicos, como dançar e pular.

Para o caso específico de vibrações induzidas por carregamentos humanos, existe, ainda, um detalhe significativo: muitas das estruturas sujeitas a esses carregamentos têm suas frequências naturais próximas às frequências de excitação, podendo levar ao fenômeno da ressonância. Isso é agravado pelo baixo amortecimento estrutural, dificultando a dissipação dessas vibrações por parte da estrutura.

1.2 MOTIVAÇÃO

Os projetos e execução dos maiores e mais importantes Estádios brasileiros se deram, em sua maioria, entre os anos 1950 e 1970, época em que a preocupação com carregamentos dinâmicos e possíveis vibrações induzidas pela torcida eram considerados de maneira muito incipiente. Levava-se em conta uma carga acidental desenvolvida pela torcida, majorada por um coeficiente de impacto, transformando-a numa carga pseudo-estática. Mas considerações de frequências naturais de vibração, ressonância e acelerações resultantes, em geral, não eram feitas.

Isso fica claro na ocorrência de reclamação de vibração excessiva por parte dos usuários desses estádios, o que gera a necessidade de monitoramento dos mesmos e, às vezes, até uma intervenção. D'ambra *et al* (1994) citam problemas de desconforto para os usuários por grandes oscilações e acelerações, resultantes de vibrações induzidas pela torcida, registrados nos estádios do Maracanã, do Grêmio de Porto Alegre e do Morumbi.

Rodrigues (2003) menciona a interdição do estádio do Castelão, em Fortaleza, no ano 2000, por constantes reclamações dos usuários em relação às vibrações nas arquibancadas. Após a interdição, foram realizados ensaios de vibrações forçadas, onde foram identificados os principais modos de vibração nas frequências de 2,3Hz e 5Hz, frequências estas próximas àquelas dos harmônicos induzidos pela atividade da torcida. Isso levou a um projeto de recuperação e reforço estrutural no sentido de aumentar a rigidez do pórtico, atenuando as vibrações ocorridas. Dessa forma, foram instalados tirantes protendidos na parte externa do estádio, ligando as extremidades das arquibancadas superiores externas a blocos ancorados no solo.

Com a escolha do Brasil como sede para a Copa do Mundo de 2014, muitos desses estádios estão passando por reformas estruturais e estéticas e alguns foram demolidos para a construção de uma nova arena. Tendo em vista o conforto dos usuários que os utilizarão, a visibilidade internacional que o evento irá proporcionar, e os fatores citados no item anterior, levanta-se a importância da realização de uma análise dinâmica detalhada e cuidadosa dessas novas arenas.

1.3 OBJETIVOS

Tendo como base o contexto da Copa do Mundo e os pontos levantados relativos a vibrações induzidas por atividades humanas em estruturas, o objetivo principal desse trabalho é investigar numericamente um setor do Estádio Nacional de Brasília, para avaliar o seu desempenho dinâmico e o conforto dos usuários que o utilizarão, comparando os níveis de vibração obtidos numericamente aos exigidos por normas nacionais e internacionais de conforto, para analisar se as mesmas são atendidas.

Outro objetivo é fazer um estudo detalhado com diferentes configurações de carregamento, variando parâmetros como frequência, tempo de contato, coeficiente de impacto e ocupação da estrutura por parte da torcida, para comparar os resultados obtidos em cada configuração e entender de que maneira esses parâmetros influenciam as respostas dinâmicas.

1.4 METODOLOGIA

A investigação numérica do Estádio Nacional é feita em etapas. Primeiramente é necessário modelar a estrutura do estádio, com base na geometria e nos parâmetros dos materiais utilizados, obtidos a partir do projeto estrutural da arena. Com o modelo pronto e as devidas condições de contorno aplicadas, é feita a análise modal da estrutura, de maneira a se descobrir os seus primeiros modos de vibração e as respectivas frequências naturais. Esses primeiros resultados são consideravelmente importantes para verificar se as frequências naturais estão próximas às frequências de excitação da torcida. Esse resultado é balizado qualitativamente pelas respostas de estudos feitos por outros pesquisadores em outros estádios.

O passo seguinte é analisar a resposta dinâmica da estrutura, a partir de carregamentos aplicados, que simulem o comportamento da torcida. Obviamente, para realizar tal tarefa, é necessário fazer um estudo de como se modela esse tipo de carregamento, para entender a

natureza dos parâmetros envolvidos e de que forma eles influenciam o carregamento, para então poder aplicá-lo ao modelo numérico.

Com os carregamentos aplicados é possível analisar as respostas de acelerações nos pontos críticos, além das frequências das vibrações induzidas pelo carregamento humano. Como dito anteriormente, é feito um levantamento de algumas normas nacionais e internacionais, para ter limites aceitáveis das grandezas citadas acima, aos quais serão comparadas as respostas obtidas do modelo numérico.

1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho é dividido em oito capítulos. No primeiro, é introduzido o assunto, com algumas considerações iniciais sobre vibrações em estruturas, é mostrada a motivação e os objetivos do trabalho e, por último, a metodologia.

No segundo, é apresentada uma revisão bibliográfica, dividida em três partes principais. Feitas algumas ponderações iniciais sobre vibrações induzidas por atividades humanas, a primeira (e principal) parte do capítulo cita pesquisas feitas sobre vibrações induzidas por atividades humanas em passarelas, pisos e estádios, além de algumas considerações sobre interação público-estrutura. O capítulo ainda traz as considerações de outros autores sobre modelagem de carregamento dinâmico e, por fim, normas de conforto aplicadas em outros trabalhos.

O terceiro capítulo trata do embasamento teórico do assunto, primeiramente sobre dinâmica estrutural (para um grau de liberdade e vários graus de liberdade), depois sobre análise modal e ainda sobre a modelagem matemática dos carregamentos dinâmicos.

No quarto capítulo é apresentada a ferramenta computacional utilizada no estudo, onde se descreve os tipos de elementos utilizados e, de maneira breve, a base matemática por trás deles, além de uma explicação sobre os tipos de análises realizadas pela ferramenta.

No quinto capítulo são sistematizadas algumas normas e critérios de conforto humano encontrados na literatura e aplicáveis para casos de vibrações induzidas por atividades humanas.

No sexto capítulo é feita uma descrição da concepção estrutural do estádio como um todo. Em seguida é destacado o setor do estádio considerado na análise, e descrito o modelo numérico confeccionado, destacando os tipos de elementos usados e a quantidade de cada um, bem como as condições de contorno adotadas.

O sétimo capítulo trata da análise numérica dinâmica em si. Primeiramente é feita a análise modal e apresentados os primeiros modos de vibração, com suas respectivas frequências naturais. Das respostas modais é feita uma análise qualitativa e uma comparação com um critério normativo. Na sequência são feitas ponderações relativas à modelagem do carregamento dinâmico e mostrados os parâmetros adotados em cada modelo aplicado ao estudo. Depois é mostrada a aplicação dos carregamentos na ferramenta computacional. Por fim é feita a análise dinâmica transiente. Para cada modelo adotado são mostrados gráficos de aceleração no tempo e tabelas com os resultados de pico. Os resultados são comparados entre si e as maiores respostas são comparadas aos limites normativos levantados.

O oitavo capítulo apresenta as principais conclusões do estudo e algumas sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os avanços alcançados na Engenharia Civil, tanto em termos de Análise Estrutural, quanto de desenvolvimento da Ciência dos Materiais, têm tornado as novas estruturas cada vez mais leves e esbeltas, e, por conseguinte, flexíveis. Esse fato as torna mais sujeitas a problemas de vibrações excessivas, quando submetidas a carregamentos dinâmicos. Essas vibrações podem, em primeira instância, prejudicar o conforto dos usuários e, em casos mais graves, colocar em risco a integridade da estrutura em questão e a segurança desses usuários.

Esse fato pode ser evidenciado nos mais diversos tipos de estrutura, tanto pelas reclamações dos usuários, quanto pela ocorrência de acidentes. Segundinho (2010) faz um levantamento de incidentes e acidentes ocorridos em passarelas devidos a vibrações excessivas em países da Europa, nos EUA, Canadá, Japão e Nova Zelândia.

Vários estudos vêm sendo realizados no Brasil e no mundo sobre vibrações induzidas por carregamentos humanos em estruturas, com o objetivo de se entender como e por que este fenômeno acontece, para saber como evitá-lo e/ou minimizá-lo.

Além dos aspectos citados acima, a literatura sugere outras causas para o aumento de tal fenômeno. Lima (2007) atenta para outro fato: em alguns casos, as estruturas são utilizadas para atividades que não haviam sido previstas nos projetos originais. Ele cita como exemplo o caso de edifícios projetados para atividades comerciais e de escritórios, sendo utilizados como academia de ginástica, situação estudada pelo próprio autor.

Nóbrega (2004) cita a utilização de algumas técnicas construtivas, como a protensão, que permite soluções estruturais com maiores vãos que os usuais, além da diminuição do amortecimento estrutural. Para as estruturas metálicas, por outro lado, é crescente o uso de ligações cada vez mais rígidas, que diminuem a capacidade de dissipação de energia e, conseqüentemente, o amortecimento.

2.2 VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR ATIVIDADES HUMANAS

Os carregamentos dinâmicos que podem induzir vibrações em estruturas podem ser de várias origens. Dentre elas, o vento, correnteza, sismos, máquinas em funcionamento e atividades humanas. Como o presente trabalho trata do estudo de vibrações induzidas por carregamentos humanos, o enfoque será dado para este tipo de carregamento.

Dos Santos (2009) ressalta a tendência de algumas estruturas, como lajes, terem baixas frequências naturais, próximas às frequências que caracterizam o carregamento gerado pela atividade humana, o que pode ocasionar vibrações excessivas.

Vários estudos foram feitos no Brasil e no mundo sobre vibrações em diferentes tipos de estruturas, alguns deles citados na continuação.

2.2.1 Vibrações induzidas em passarelas

Barros (2009) faz uma análise dinâmica de uma passarela de pedestres projetada para ser construída em um município do Rio Grande do Sul, quando submetida aos efeitos dinâmicos gerados pela movimentação humana. Utilizando o Método dos Elementos Finitos, faz uma análise modal da estrutura, encontrando seus primeiros modos de vibração e respectivas frequências naturais. É feita também uma análise de vibração forçada, simulando carregamentos de pedestres caminhando, correndo e pulando, em diferentes situações. As respostas dinâmicas obtidas são comparadas a limites normativos, revelando um resultado insatisfatório em relação ao conforto dos usuários, ainda que a mesma tenha sido considerada segura do ponto de vista do Estado Limite Último.

Segundinho (2010) faz um estudo analítico, numérico e experimental de passarelas de madeira simplesmente apoiadas, com vistas a propor recomendações de projeto relacionadas ao conforto humano nessas estruturas. O estudo foi desenvolvido a partir da análise de diretrizes normativas e critérios sugeridos por vários autores, da análise analítica de passarelas dimensionadas segundo a NBR 7190 (1997) – Projeto de Estruturas de Madeira – de modelos numéricos em Elementos Finitos e de ensaios experimentais em

modelo reduzido. A Figura 2.1 ilustra um modelo teórico (das vigas longitudinais e as tábuas – vigas transversais – de uma passarela), um numérico e um protótipo utilizados no estudo.

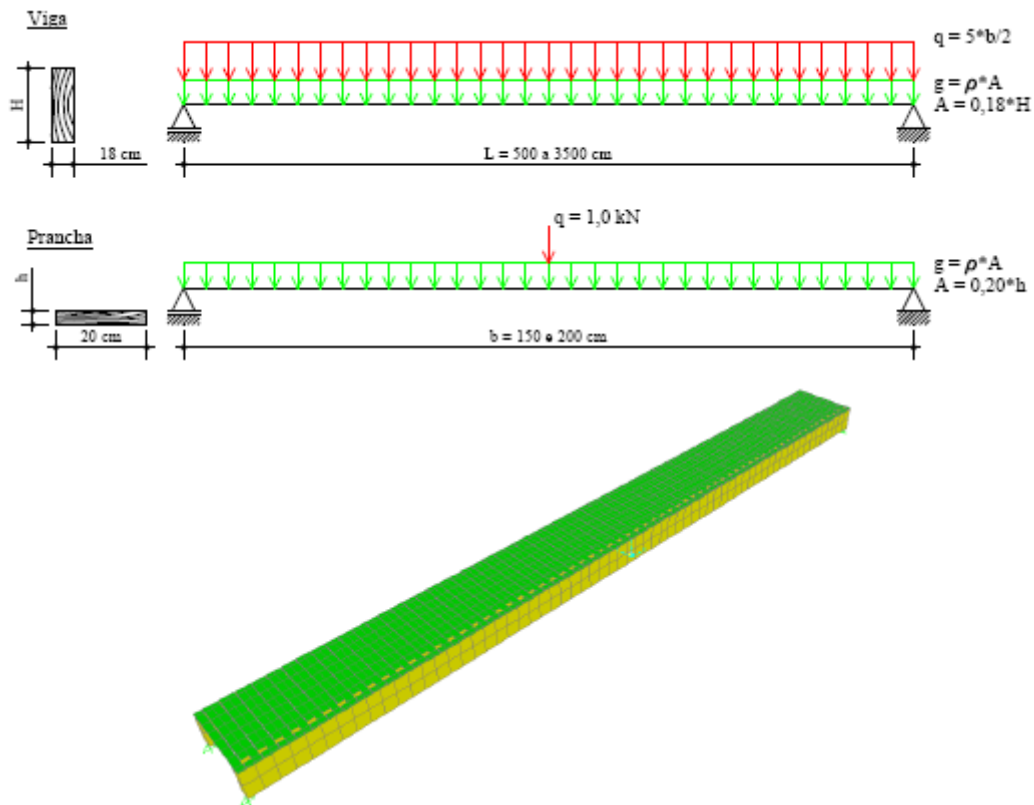


Figura 2.1 – Modelos de passarelas de madeira – Segundinho (2010)

Entre suas conclusões, destaca a atenção que deve ser dada à avaliação da rigidez à flexão na direção transversal horizontal, ressaltando que nem todas as normas indicam as verificações para essa direção. Levando em conta que não há uma uniformidade entre as

diversas diretrizes normativas analisadas, em relação aos cálculos e limites de acelerações em passarelas, faz uma proposta para verificação do estado limite de serviço, devido às vibrações induzidas por pedestres em passarelas de madeira simplesmente apoiadas, no tocante ao cálculo de frequências e acelerações, a ser inserida numa futura revisão da norma citada.

2.2.2 Vibrações induzidas em pisos

Sommer (2002) estuda sistemas de piso misto aço/concreto, submetidos a carregamentos correspondentes a atividades rítmicas por meio de um programa computacional em elementos finitos. É realizada ainda outra análise utilizando um modelo simplificado, onde o sistema de piso foi considerado como um sistema de um grau de liberdade.

Nos pisos analisados, observou níveis de aceleração superiores aos limites recomendados para conforto humano. De acordo com a autora, a análise simplificada do piso mostrou-se válida para uma análise preliminar do sistema estrutural, não podendo, no entanto, substituir uma análise dinâmica mais detalhada para a determinação de esforços.

Lima (2007) apresenta uma análise dinâmica de um edifício comercial situado na cidade de Brasília, utilizado como academia de ginástica. O autor avalia a estrutura numericamente, com a utilização de um programa computacional em elementos finitos, quando submetida a carregamentos que simulam as atividades de pular e dançar. As respostas obtidas são comparadas a limites de diversas normas nacionais e internacionais utilizadas em seu estudo.

Após a análise de quatro situações diferentes de carregamentos, constata níveis de vibração superiores aos recomendados pelos códigos normativos. Lima (2007) sugere, primeiramente, uma solução de enrijecimento da estrutura, que se mostra insuficiente para conter as vibrações excessivas. Num segundo momento, elabora propostas de atenuação dessas vibrações com a utilização de Amortecedores de Massa Sintonizados Múltiplos (AMSM).

Dos Santos (2009) realiza um estudo paramétrico de AMSM instalados em lajes de concreto convencionais, com o intuito de otimizar os parâmetros utilizados no projeto

destes amortecedores. Em seu trabalho são estudados quatro modelos de laje, com geometria e configurações de apoio diferentes, mas todos com frequências naturais baixas, próximas àquelas induzidas por carregamentos humanos. As estruturas são submetidas a um carregamento harmônico e, depois, a uma simulação de carregamento humano. Como resultado do estudo, o autor consegue obter os parâmetros para o projeto mais eficiente de AMSM em cada um dos quatro modelos. A Figura 2.2 ilustra um dos modelos de laje estudados e seus três primeiros modos de vibração.

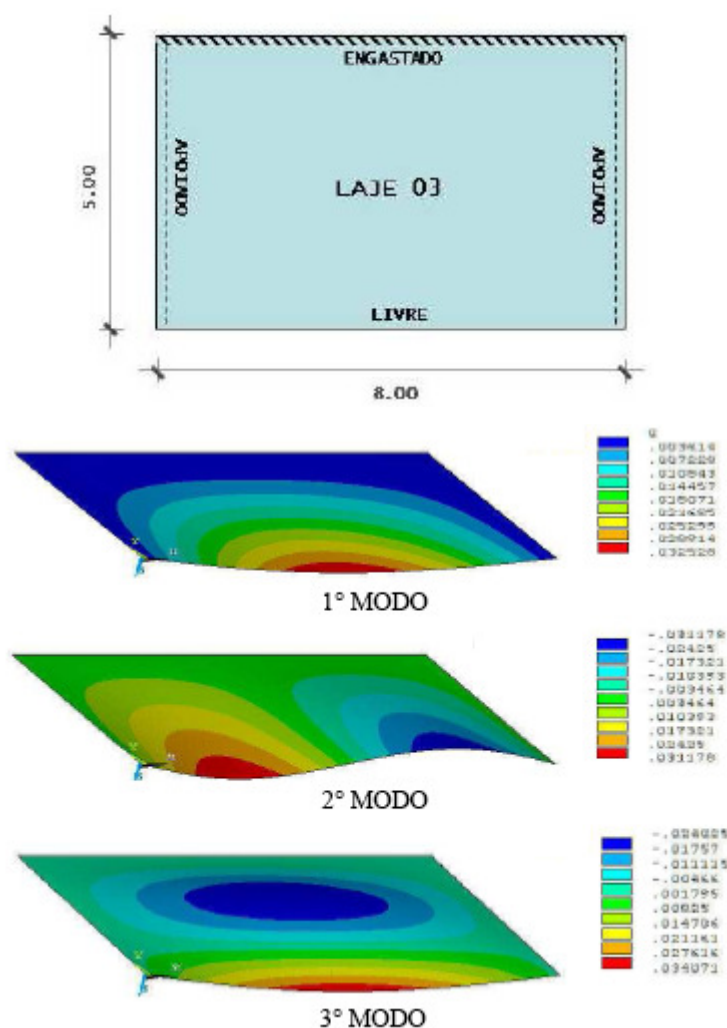


Figura 2.2 – Modelo de Laje estudado e formas dos três primeiros modos de vibração – Dos Santos (2009)

Martins (2011) realiza um trabalho bastante semelhante ao feito por Lima (2007). Em seu estudo, analisa o comportamento de uma laje submetida a ações dinâmicas induzidas por atividades rítmicas típicas de ginásios e salões de dança. A estrutura em estudo é um

ginásio localizado em Lisboa, usado como salão de dança, onde são praticadas atividades rítmicas como dança e saltos rítmicos.

Como os demais autores citados, Martins (2011) caracteriza as ações dinâmicas provenientes de atividades humanas. Esses carregamentos são modelados e considerados na análise numérica da estrutura, que tem como resposta acelerações que excedem os máximos admissíveis propostos pelas normas às quais as respostas foram comparadas. Analogamente ao proposto no estudo de Lima (2007), são feitas dez propostas de sistemas de controle com AMSM, variando o número, a posição e as propriedades dos amortecedores. A Figura 2.3 mostra o modelo da laje do salão estudado e seus dois primeiros modos de vibração.

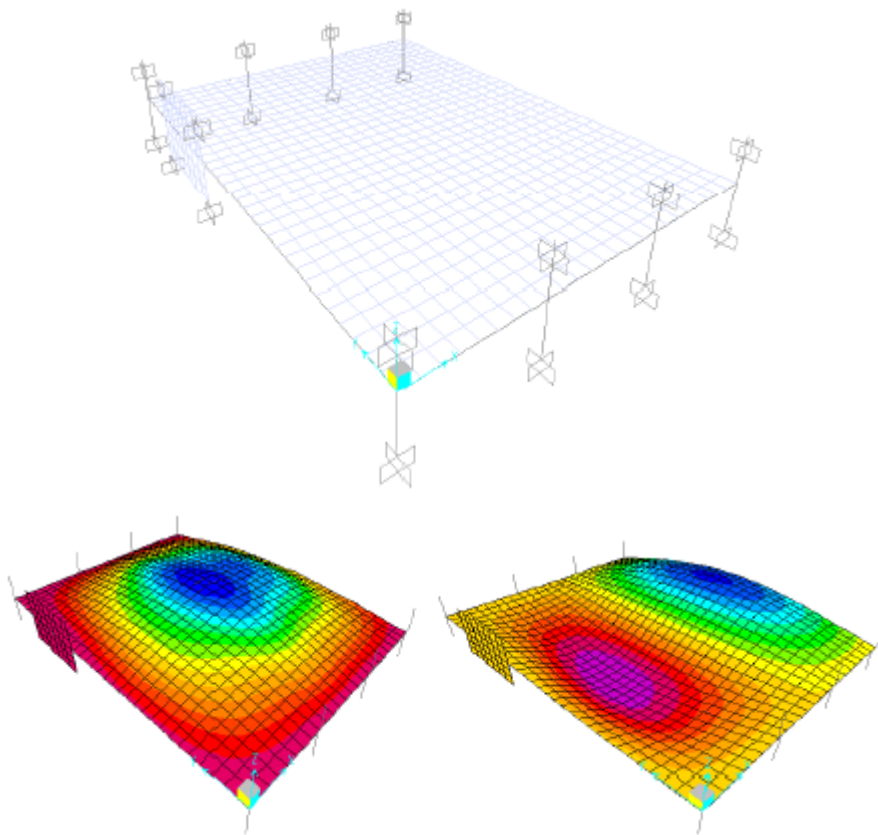


Figura 2.3 – Modelo numérico do salão de dança e seus primeiros modos de vibração – Martins (2011)

Martins (2011) enfatiza ponto já descrito por Lima (2007), sobre a escolha dos pontos para a aplicação dos AMSM ser dificultada pelo fato de não existir um critério específico para aplicação destes dispositivos e ainda conclui que a aplicação em pontos de maiores deslocamentos modais pode conduzir ao incremento de acelerações máximas.

Por fim, o autor conseguiu reduzir as acelerações, mas estas ainda estavam além dos limites de norma. A solução foi limitar o número de pessoas a praticar as atividades.

2.2.3 Vibrações induzidas em Estádios

Rodrigues (1998) faz um trabalho de investigação das vibrações induzidas por pessoas em estádios de futebol, estudando as ações que causam as vibrações e, também, os efeitos na estrutura e nos próprios usuários, dando um enfoque importante ao conforto dos mesmos. Como exemplo é usado o Estádio do Morumbi, em São Paulo.

O Estádio é estudado por meio de um modelo em Elementos Finitos, que é calibrado com parâmetros obtidos em ensaios de vibrações livres na própria estrutura. As respostas dinâmicas numéricas são comparadas a respostas obtidas experimentalmente em ensaios de vibrações forçadas com excitadores mecânicos e monitoramento da estrutura em dias de jogo de futebol e de shows musicais. A figura 2.4 ilustra, de um lado, o modelo numérico e, do outro, uma foto de um ensaio de vibração forçada feito na estrutura.

Ao destacar que os métodos adotados por normas nacionais consideram as ações dinâmicas como estáticas majoradas por coeficientes de impactos, o que não possibilita a verificação de estados limites de utilização, tais como o conforto humano, o autor adota o critério de quantificação do desconforto humano proposto pela Norma ISO-2631, e utiliza seus limites como referência para comparar as respostas encontradas em seu estudo.

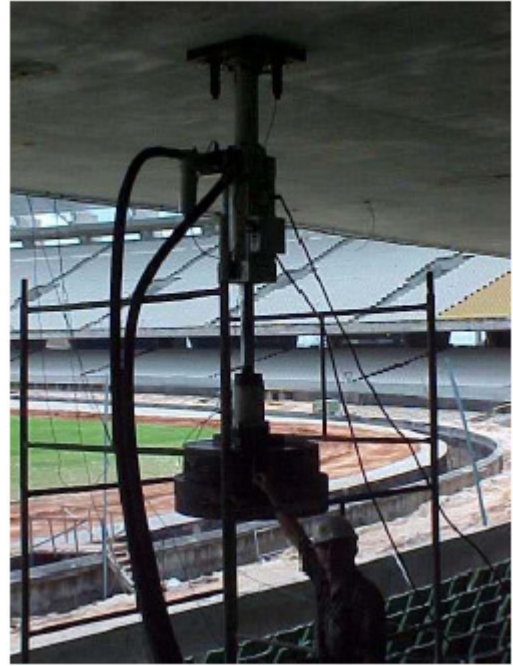
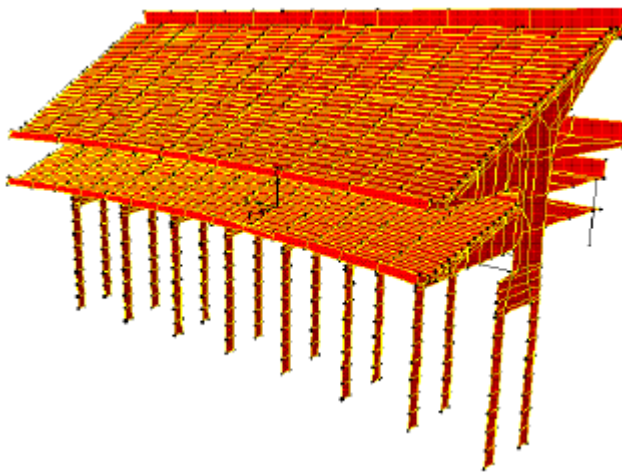


Figura 2.4 – Modelo numérico do Morumbi e ensaios dinâmicos realizados (com excitador) no Estádio – Rodrigues (1998)

O autor constata que os valores obtidos da monitoração são sistematicamente menores do que aqueles encontrados nas simulações numéricas. Em parte, essa diferença está relacionada com a hipótese adotada para o carregamento da estrutura, que considera um público distribuído homogêneo, desenvolvendo atividades sincronizadas nas arquibancadas tanto superiores quanto inferiores. Essa hipótese não é confirmada visualmente durante os eventos que ocorrem no estádio. Percebe-se claramente que as atividades são desenvolvidas em grupos, o que faz com que o carregamento tenha uma variabilidade temporal e espacial.

Rodrigues (2003) aprofunda a análise feita no Estádio do Morumbi, em São Paulo, e estuda, também, os estádios do Maracanã, Ibirapuera e Castelão, no Rio de Janeiro, São Paulo e Fortaleza, respectivamente.

O objetivo do trabalho, novamente, é analisar o desempenho desses sistemas estruturais, principalmente em relação ao conforto dos usuários durante os eventos. Para tal, são feitos modelos numéricos de cada estádio, ilustrados na Figura 2.5, que também têm seus parâmetros calibrados por ensaios de identificação modal realizados *in situ*. Porém, dessa vez o autor vai além, e para melhor entender as vibrações induzidas por pessoas em

arquibancadas, mede as séries temporais de acelerações durante eventos esportivos e as trata por meio de uma modelagem estatística, considerando a variabilidade dos parâmetros de resposta da estrutura.

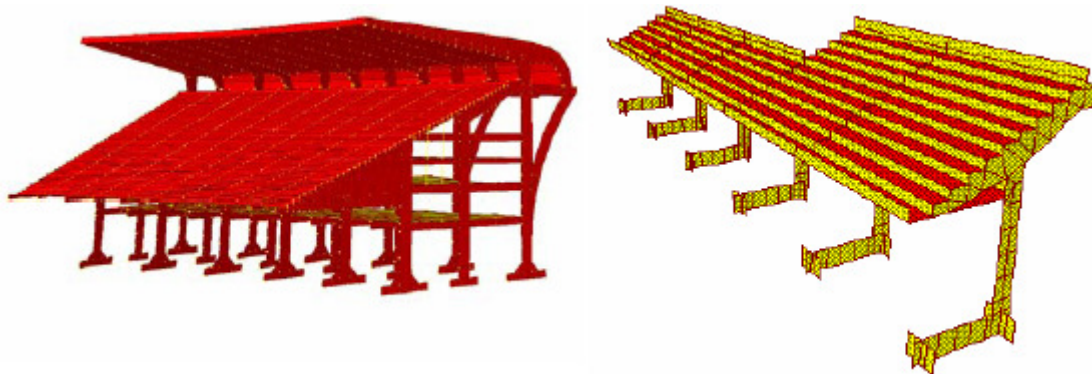


Figura 2.5 – Modelos numéricos utilizados no estudo dos estádios do Maracanã e do Ibirapuera – Rodrigues (2003)

As vibrações induzidas por pessoas nos três estádios investigados ocorrem principalmente sob forma de bandas estreitas com picos predominantemente localizados nas frequências de 2,6; 5,2 e 7,8Hz, o que significa que a atividade dos torcedores está sendo desenvolvida numa frequência de 2,6Hz.

Entre outras conclusões, é notado que, em arquibancadas que abrigam grandes públicos, a perda do sincronismo entre grupos é inversamente proporcional ao aumento do público presente. Além disso, para efeitos de análise numérica, na consideração da ação dinâmica induzida por pessoas em arquibancadas, Rodrigues (2003) sugere uma carga transversal tangencial à arquibancada com valor de 1% da vertical, atuando concomitantemente (valor verificado experimentalmente).

Martins *et al* (2004) fizeram um estudo do comportamento dinâmico do Estádio Algarve, construído em Faro, Portugal, para a realização do Campeonato Europeu de Futebol EURO 2004. O estudo numérico, feito com auxílio de um programa computacional de Elementos Finitos, evidenciou uma concepção estrutural pouco apropriada, devido à ausência de uma análise dinâmica da estrutura na época do projeto. Isto se traduziu numa vulnerabilidade da mesma, quer para a ação de massas humanas em movimento, quer face à possível ocorrência de sismos, dada a elevada atividade sísmica da região onde o Estádio está

implantado. A Figura 2.6 apresenta uma fotografia do estádio e o modelo numérico utilizado no estudo.

O estudo permitiu a elaboração de um conjunto de recomendações, não envolvendo mudanças das dimensões dos elementos estruturais. A existência de seções tubulares metálicas em elementos essenciais para a segurança da estrutura suscitaram grande apreensão quanto ao amortecimento do conjunto, violando inclusive as recomendações do CEN – Eurocode8 (1994). Nesse contexto, foi apontada como solução o aumento da espessura dessas seções tubulares, o que levou a um aumento ligeiro da rigidez global da estrutura.

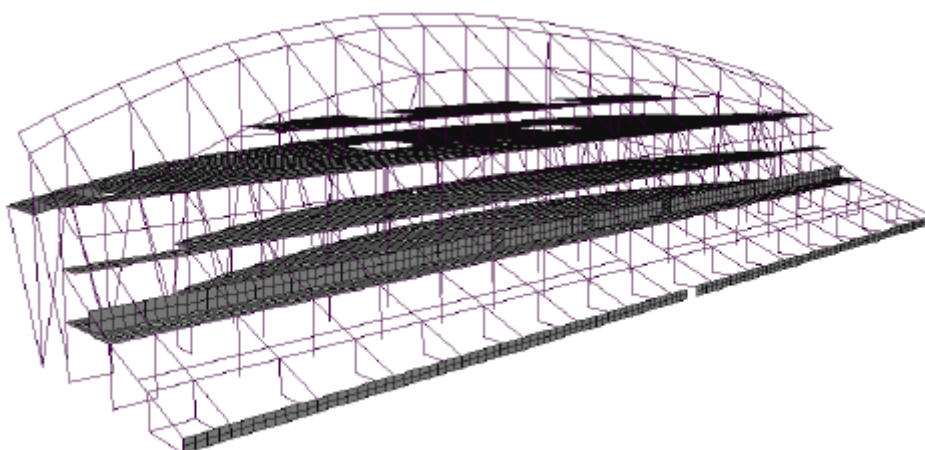


Figura 2.6 – Arquibancada do Estádio Algarve e modelo numérico – Martins (2004)

Gerold *et al* (2004) trabalham na análise experimental do estádio Müngersdorf, em Colônia, Alemanha, onde aconteceram problemas de vibrações excessivas durante um show.

Um ensaio experimental foi realizado com um grupo de pessoas pulando sistematicamente num setor do estádio. Durante o ensaio, variou-se a frequência dos saltos e a forma do grupo de pessoas que saltava. Foram medidas e registradas deformações, velocidades e acelerações.

A partir desse estudo foram estabelecidos valores limites de acelerações e deformações que não poderiam ser atingidos, de maneira a evitar o pânico dos espectadores. Foi feito também um monitoramento do estádio durante shows, quando se constatou que tanto as acelerações quanto as deformações permaneceram abaixo dos valores recomendados.

Em relação a vibrações induzidas pelo público em arquibancadas de estádios, Kasperski *apud* Stempniewski (2010) relata, em seu estudo sobre problemas de vibrações induzidas por pessoas em estruturas civis, que acelerações acima de 18% do valor da gravidade causam muito desconforto aos usuários provocando a saída de alguns do local. O mesmo autor menciona um *limite do pânico*, de 35% o valor da gravidade. Quando as acelerações superam esse valor, há pânico e gritaria entre os usuários.

De acordo com Stempniewski *et al* (2010) a arquibancada do Frankenstadion em Nurembergue, na Alemanha, inicialmente caracterizada por uma frequência natural abaixo de 3Hz, foi reforçada utilizando-se pilares metálicos entre a arquibancada superior e a arquibancada abaixo dela, conforme ilustrado na Figura 2.7.

Os autores sugerem que, para maior segurança das arquibancadas, alguns estádios na Alemanha devem ser monitorados durante shows musicais, de maneira que, ao serem alcançadas acelerações excessivas, se possibilite a adoção de medidas de segurança, como a diminuição do volume do som, diminuindo a animação do público e, conseqüentemente, diminuindo os efeitos excessivos das vibrações.



Figura 2.7 – Pilares metálicos instalados no estádio de Nurembergue – Stempniewski *et al* (2010)

Vislumbrando a necessidade de estudo e identificação das características dinâmicas dos componentes das estruturas de arquibancadas temporárias, devido à detecção de problemas de vibração em tais estruturas e, inclusive, registro de acidentes, Brito (2011) faz um trabalho com o objetivo de desenvolver e ajustar modelos numéricos de arquibancada temporária com vista à caracterização do comportamento numérico-experimental.

Para tanto, é montada em laboratório uma arquibancada temporária, em tamanho real, na qual testes modais foram realizados para caracterização da estrutura e calibração de modelos numéricos. Os modelos foram desenvolvidos com graus de refinamentos diferentes, de forma a se obter uma comparação do efeito de simplificações na modelagem da estrutura.

Testes feitos no estudo com massas inertes e com pessoas comprovaram a necessidade de modelos biodinâmicos que representem o comportamento das pessoas e das acelerações e amortecimentos produzidos. Entretanto, com a calibração do modelo numérico com parâmetros obtidos nos testes modais, o autor pôde mostrar que é possível a construção de um modelo numérico que represente bem o comportamento dinâmico de uma estrutura de arquibancada temporária.

2.3 INTERAÇÃO PÚBLICO-ESTRUTURA

Com o objetivo de descrever matematicamente as cargas dinâmicas geradas por atividades humanas com perda de contato com a estrutura, Faísca (2003) desenvolve um estudo experimental, no qual procura entender a influência da flexibilidade da estrutura nos parâmetros do carregamento, como coeficiente de impacto, período fundamental, tempo de contato da pessoa com a estrutura, frequência fundamental e defasagem. Para isto, foram realizados ensaios com pessoas saltando numa plataforma instrumentada, apresentada na Figura 2.8, com e sem estímulo visual e sonoro e em diferentes configurações de grupos e de rigidez da plataforma.



Figura 2.8 – Plataforma para monitoramento experimental de carregamentos humanos – Faísca (2003)

Ao estudar os parâmetros envolvidos na modelagem de carregamentos por séries de Fourier e comparar seus resultados com o que é proposto pelo CEB 209 (1991), Faísca (2003) observou que os valores dos coeficientes de Fourier para os três primeiros harmônicos das atividades realizadas encontraram-se um pouco abaixo dos sugeridos pelo CEB 209 (1991), mostrando que o referido Boletim é conservador na sugestão dos valores a serem adotados.

Uma observação a respeito dos testes de carregamento de multidão é que o sinal medido experimentalmente da força exercida na estrutura por uma multidão realizando uma atividade apresentou características bem distintas em relação a quando apenas uma pessoa realizava a mesma atividade. Estas diferenças foram constatadas tanto na forma, como na amplitude do sinal, sendo apontada como principal causa, a defasagem existente entre os indivíduos do grupo. Neste caso, pode-se concluir que até mesmo pequenas defasagens entre os indivíduos do grupo podem contribuir com a diminuição do carregamento atuante.

Através de ensaios de estimativa da frequência natural e da taxa de amortecimento, foram encontrados, para a taxa de amortecimento, valores significativamente superiores aos normalmente considerados em projetos. Este parâmetro foi influenciado, principalmente, pela presença das pessoas, resultando em uma contribuição para a segurança estrutural. Também pôde ser observado que a consideração das pessoas paradas sobre a estrutura como massas adicionais apresenta resultados consistentes quando comparados com os resultados experimentais.

Pavic *et al* (2004) analisaram de que maneira a presença do público afeta as propriedades modais de um estádio. Para isso, monitoraram a estrutura de Midland Road Stand, em Bradford, Reino Unido, durante alguns jogos de futebol e rúgbi e em períodos em que estava vazio.

No estudo são avaliadas as respostas modais da estrutura nas seguintes situações: quando está completamente cheia, quando o público está ingressando antes de um evento esportivo, quando o público está se retirando após o evento esportivo, durante o intervalo do jogo (em que a maioria dos espectadores está sentada e alguns estão andando pela estrutura), quando as pessoas estão todas sentadas durante o jogo e quando as pessoas estão em pé pulando e comemorando um gol da equipe que está torcendo (em duas situações – uma mais e uma menos intensa).

Ao analisarem-se as respostas de frequências naturais para os seis primeiros modos de vibração, para os diferentes tipos de situações citadas acima, percebe-se que todos os estágios de ocupação do público tendem a reduzir a frequência natural da estrutura. Em relação ao amortecimento, os resultados sugerem que nos quatro estágios em que há

ocupação de pessoas sentadas, há um aumento na taxa de amortecimento em relação a quando a estrutura está vazia.

Esses resultados demonstram que a ocupação da torcida não somente acrescenta massa à estrutura, como também interage com ela, levando os autores a propor um modelo simplificado de dois graus de liberdade para simular a interação público-estrutura. Nesse sentido pesquisadores como Pavic *et al* (2002), Ellis *et al* (1997), Sachse (2002) e Brownjohn (2001) *apud* Pavic *et al* (2004) entendem que o público deve ser modelado como um sistema dinâmico acoplado à estrutura.

Sim (2006) faz um estudo de interação público-estrutura em arquibancadas em balanço, enfatizando a diferença entre a modelagem do público passivo (que permanece sentado) e o público ativo (que pula), e analisando a resposta de um simples modelo de um grau de liberdade.

No trabalho são usados modelos dinâmicos humanos a partir de estudos biomecânicos para desenvolver o público passivo. O público passivo é, então, aproximado a um sistema de dois graus de liberdade, e combinado à estrutura, criando um sistema de interação público-estrutura. Entre os efeitos percebidos na análise, está o aumento significativo da massa e do amortecimento do sistema, sendo que estes efeitos variam com a frequência natural da estrutura.

São utilizados registros de forças provocadas por pessoas pulando com estímulo sonoro, para se desenvolver um modelo probabilístico do carregamento que simula a atividade, de maneira a se criar uma função analítica para aproximar esses impulsos. Como resultado, é mostrado que a pior resposta acontece quando a frequência natural da estrutura coincide com os três primeiros harmônicos que caracterizam o carregamento do público, o que era esperado. Para as estruturas onde se considerou ocupação por público passivo, houve uma redução significativa da resposta estrutural, devido a um elevado nível de amortecimento que esse público adicionou à estrutura.

2.4 LIMITES NORMATIVOS

Em um estudo sobre as características dinâmicas de estádios de futebol, D'ambra *et al* (1994) citam limites mínimos de frequências fundamentais recomendados para projeto estrutural e limites máximos de aceleração tolerável (ambos dependendo do tipo de ocupação) sugeridos por Bachmann *et al* (1987).

Em seu estudo sobre investigação dos carregamentos de estádios de futebol, Rodrigues (1998) destaca alguns códigos que versam sobre aspectos do conforto humano, entre os quais, o CEB 209 (1991) e ISO 2631 (1989), além de citar as publicações de outros autores, tanto os que tratam o assunto de maneira subjetiva, quanto aqueles que o tratam de maneira mais objetiva, sugerindo valores de referência para comparação, mas sempre com foco no conforto do usuário. O autor descreve com mais detalhes o critério sugerido pela ISO 2631, o qual utiliza como parâmetro para avaliar suas respostas dinâmicas obtidas numérica e experimentalmente.

Rodrigues (2003) mostra que sistemas de arquibancadas com dimensões usualmente empregadas possuem frequências naturais dentro da faixa de excitação induzida por seres humanos (2 a 3Hz, 4 a 6Hz e 6 a 9Hz) e da faixa de maior sensibilidade humana (1 a 2Hz nas direções transversais e 4 a 8Hz na vertical), o que explica o nível de vibrações verificadas nesses ambientes, que tem levado os usuários a reclamarem. Entretanto, relata que não encontrou critérios específicos de projeto para avaliação dinâmica para o caso de estruturas de arquibancadas. De acordo com ele, o critério mais utilizado até agora consiste no controle das frequências naturais da estrutura para evitar que entre em ressonância, conforme estabelecem normas como a NBR 6118 (2003) e a NBR 7190 (1996).

O autor ainda cita algumas normas internacionais que estabelecem limites de conforto, entre elas a ISO 2631 (1989), a DIN-4150/2, a o EUROCODE 5/1995 e a NBR 8800 (1986). Por fim, descreve mais detalhadamente os critérios da ISO 2631/1 (1989) e a utiliza como parâmetro de comparação de seus resultados numéricos e experimentais.

Segundo Sim (2006), a BS 6399 (1996) e o “Green Guide” (1997) recomendam que se faça uma análise dinâmica da arquibancada quando estas possuem frequência natural de vibração abaixo de certos valores sugeridos. A BS 6399 sugere os valores de 8,4Hz para a

direção vertical e 4Hz para a direção horizontal. O “Green Guide” sugere os valores de 6Hz para a vertical e 3Hz para a horizontal.

A autora pondera que projetar arquibancadas com frequências naturais acima do sugerido por alguns códigos normativos se torna comumente uma solução cara e que estruturas com frequências naturais abaixo desses limites podem funcionar perfeitamente bem, desde que se faça uma análise dinâmica da mesma para diferentes tipos de situação.

De acordo com Lima (2007), a norma alemã DIN 4150 e a britânica BRE – Digest 278 definem um coeficiente empírico “K”, em função da aceleração resultante e da frequência para medir se a vibração é aceitável ou não. Já a ISO 2631 propõe um cálculo de aceleração efetiva limite para cada frequência de vibração e a norma canadense CAN3-S16-M84 e a NBR 8800 definem a medição da frequência fundamental da estrutura, da taxa de amortecimento e da aceleração de pico e utiliza esses dados para compará-los a valores limites aceitáveis num diagrama aceleração x frequência. Por fim, o autor discorre sobre a NBR 6118, que se baseia no critério da frequência fundamental mínima da estrutura, que deve ser maior que 1,2 vezes a frequência crítica.

Barbosa *et al* (2008), fazem referência ao CEB 209 (1991), se referindo aos limites de percepção em função da aceleração de pico sugeridos no documento e comparam suas respostas obtidas numérica e experimentalmente com os limites citados.

2.5 MODELAGEM MATEMÁTICA DO CARREGAMENTO

Rodrigues (1998) afirma que os efeitos decorrentes dos movimentos de pessoas em estruturas de estádios de futebol não estão claramente especificados nas normas brasileiras, dificultando a consideração de um carregamento representativo do público de futebol e, conseqüentemente, a verificação estrutural em relação aos estados limites.

Para a aplicação em seu estudo, o autor utiliza a formulação proposta por Bachmann *et al* (1989) para a modelagem de tais carregamentos. Ao versar sobre os parâmetros envolvidos na modelagem, o autor cita Magluta *et al* (1995) que propuseram uma equação para

calcular o coeficiente de impacto em função do tempo de contato e do período da atividade.

Faísca (2003) faz um estudo experimental para a caracterização do carregamento dinâmico gerado por atividades humanas. Inicialmente, a autora faz uma análise numérica, no qual propõe um modelo de carregamento com fator de impacto de 3,0 para a atividade de saltar. Depois de sua análise experimental, propõe valores a serem aplicados em projetos para os parâmetros envolvidos no carregamento, dependendo do tipo de atividade desenvolvida, chegando a valores de coeficiente de impacto substancialmente menores àqueles propostos pelo CEB 209 (1991).

Karspeski *et al* (2005) trabalham na modelagem do carregamento do tipo “saltar” proposta por Bachmann *et al* (1989), com algumas considerações do efeito de multidão, propondo um fator de coordenação (sincronismo entre as pessoas, em outras palavras) que pondera cada um dos harmônicos, reduzindo-os de maneira diretamente proporcional à falta de sincronia.

Sim (2006) também utiliza, em seu estudo, a modelagem do carregamento do tipo “saltar” proposta por Bachmann *et al* (1989). A autora propõe uma equação para calcular o coeficiente de impacto em função da razão entre o tempo de contato e o período da atividade.

Barbosa *et al* (2008) utilizam o modelo de carregamento dinâmico proposto pelo CEB 209 (1991) para fazer simulações numéricas de torcida nas arquibancadas do estádio Engenheiro no Rio de Janeiro. Ao expor os parâmetros utilizados, percebe-se que os autores optaram por aplicar o carregamento denominado de “aplaudir de pés com saltos” pelo boletim.

3 EMBASAMENTO TEÓRICO

3.1 DINÂMICA DAS ESTRUTURAS

3.1.1 Sistemas de um grau de liberdade

Um sistema com um grau de liberdade (1GL) é definido como aquele sistema que pode vibrar em apenas uma direção, ou se apenas uma coordenada independente é necessária para especificar completamente a locação geométrica das massas do sistema no espaço.

A Fig. 3.1 mostra um exemplo típico de tal sistema, onde a massa “m” pode mover-se unicamente na direção horizontal, e qualquer ponto da massa se desloca de uma mesma quantidade $u(t)$. No modelo indicado é admitido que o sistema tem um mecanismo de perda de energia viscoso (amortecedor), representado pela constante “c”, e um mecanismo de resistência elástica (mola) que não possui massa, representado pela constante “k”. A força de amortecimento, neste caso, é proporcional à velocidade do movimento e a força elástica é proporcional ao deslocamento. A atuação de um carregamento dinâmico externo sobre a estrutura é representada pela força $p(t)$.

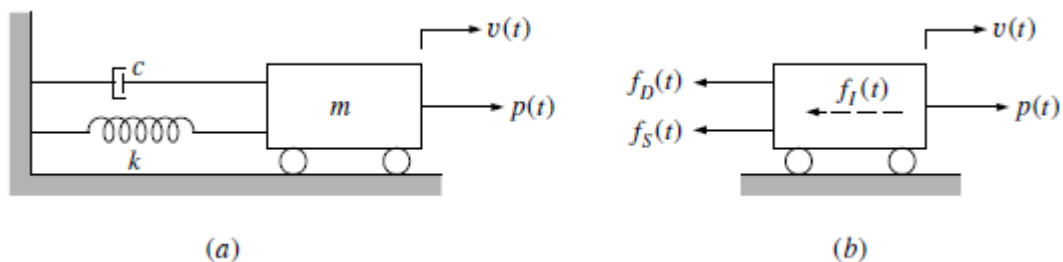


Figura 3.1 – Sistema idealizado de um grau de liberdade – (a) componentes básicas e (b) forças em equilíbrio – Clough *et al* (1995)

Para o sistema descrito, o equilíbrio dinâmico de forças indicado na Figura 3.1 (b) fornece a seguinte equação diferencial do movimento:

$$p(t) = f_I(t) + f_D(t) + f_S(t) \quad (3.1)$$

Em que:

$p(t)$ é o carregamento atuante;

$f_I(t) = m\ddot{u}(t)$ é a força inercial;

$f_D(t) = c\dot{u}(t)$ é a força de amortecimento, considerando um amortecimento viscoso e

$f_S(t) = ku(t)$ é a força elástica.

Que pode, portanto, ser reescrita da seguinte forma:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p(t) \quad (3.2)$$

Onde $\dot{u}(t)$ e $\ddot{u}(t)$ são, respectivamente, as derivadas primeira e segunda do deslocamento em função do tempo e representam a velocidade e a aceleração da massa.

Quando um sistema se movimenta sob a aplicação de um carregamento $p(t)$, que varia com o tempo, diz-se que ocorre uma vibração forçada. Quando não há carregamento externo, diz-se que a vibração é livre. Nesse caso, a equação se reduz a:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad (3.3)$$

A solução da equação (3.3) possui a forma:

$$u(t) = He^{st} \quad (3.4)$$

Em que H é uma constante complexa arbitrária. Utilizando esta solução, suas respectivas derivadas primeira e segunda, e substituindo-as na equação (3.3), chega-se à equação:

$$(ms^2 + cs + \omega^2)He^{st} = 0 \quad (3.5)$$

Introduzindo a notação:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (3.6)$$

A expressão se torna:

$$s^2 + \frac{c}{m}s + \omega^2 = 0 \quad (3.7)$$

Cuja solução é:

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \omega^2} \quad (3.8)$$

Se o termo radical da expressão (3.8) for zero, diz-se que o sistema tem amortecimento crítico. Pela expressão fica evidente que o valor do amortecimento crítico será:

$$c_c = 2m\omega \quad (3.9)$$

Nesse caso, a expressão (3.8) tem duas soluções iguais, de tal maneira:

$$s_1 = s_2 = -\frac{c_c}{2m} = -\omega \quad (3.10)$$

Se o amortecimento for menor do que o crítico, o termo radical da expressão (3.8) se torna negativo. Nesse caso é conveniente expressar o amortecimento em termos do amortecimento crítico, da seguinte forma:

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega} \quad (3.11)$$

Introduzindo o coeficiente de amortecimento na equação (3.8), obtém-se:

$$s_{1,2} = -\xi\omega \pm i\omega_d \quad (3.12)$$

Em que:

$$\omega_d = \omega\sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.13)$$

ω_d é a frequência amortecida do sistema de vibrações livres.

Substituindo a equação (3.12) na equação (3.4) e utilizando algumas propriedades trigonométricas chega-se à solução do sistema de vibrações livres sub-amortecido:

$$u(t) = \left[u(0) \cos(\omega_d t) + \left(\frac{\dot{u}(0) + u(0)\xi\omega}{\omega_d} \right) \text{sen}(\omega_d t) \right] e^{-\xi\omega t} \quad (3.14)$$

Em que $u(0)$ e $\dot{u}(0)$ são, respectivamente, posição e velocidade inicial, condições de contorno do problema.

Considerando que o usual em estruturas civis é que elas tenham o amortecimento sub-crítico (geralmente entre 1-20%), está será a única solução de interesse neste trabalho.

A equação (3.14) corresponde à solução homogênea, ou seja, a resposta para o sistema de vibrações livres. Na vibração forçada, a solução da equação diferencial é da forma $u(t) = u_h + u_p$ sendo u_h a solução da equação homogênea e u_p a solução particular da equação diferencial. A solução particular depende do tipo de carregamento a que está sujeita a estrutura.

Ao aplicar-se uma carga harmônica $p(t) = p_o \cos(\bar{\omega}t)$, onde $\bar{\omega}$ é a frequência da excitação, a equação (3.3) se torna:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p_o \cos(\bar{\omega}t) \quad (3.15)$$

A solução geral para a equação (3.15) será do tipo:

$$u_p(t) = C \cos(\bar{\omega}t) \quad (3.16)$$

Em que C é uma nova constante arbitrária. Utilizando esta solução, suas respectivas derivadas primeira e segunda, substituindo-as na equação (3.15) e realizando algumas manipulações matemáticas, chega-se ao valor de C:

$$C = \frac{p_o}{k} \left[\frac{1}{1-\beta^2} \right] \quad (3.17)$$

Em que:

$\beta = \bar{\omega}/\omega$ é a relação entre frequências

Com a realização de mais algumas manipulações matemáticas, chega-se, enfim, à solução particular da equação:

$$u_p(t) = \left[\frac{u_o}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \right] \cos(\bar{\omega}t) \quad (3.18)$$

Em que:

$u_o = p_o/k$ é o deslocamento estático

A solução total (homogênea mais a particular) da equação do movimento para um sistema amortecido é, então:

$$u(t) = \left[u(0) \cos(\omega_d t) + \left(\frac{\dot{u}(0) + u(0)\xi\omega}{\omega_d} \right) \text{sen}(\omega_d t) \right] e^{-\xi\omega t} + \left[\frac{u_o}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \right] \cos(\bar{\omega}t) \quad (3.19)$$

O primeiro termo da equação (3.19) representa a resposta transitória à carga aplicada; ele se amortece rapidamente e é de pouco interesse para o estudo em questão. O segundo termo desta equação representa a resposta permanente, com a frequência da carga aplicada, mas fora de fase com ela.

A amplitude da resposta permanente é dada na equação (3.20) e vale:

$$\rho = \left[\frac{u_o}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \right] \quad (3.20)$$

A razão entre a amplitude da resposta permanente e o deslocamento estático, produzido pela força p_o , é chamada de fator de amplificação dinâmico (D_s):

$$D_s = \frac{\rho}{u_o} = \left[\frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \right] \quad (3.21)$$

Ao se construir um gráfico do fator de amplificação dinâmico em função da relação entre frequências, obtém-se a curva mostrada na figura 3.2:

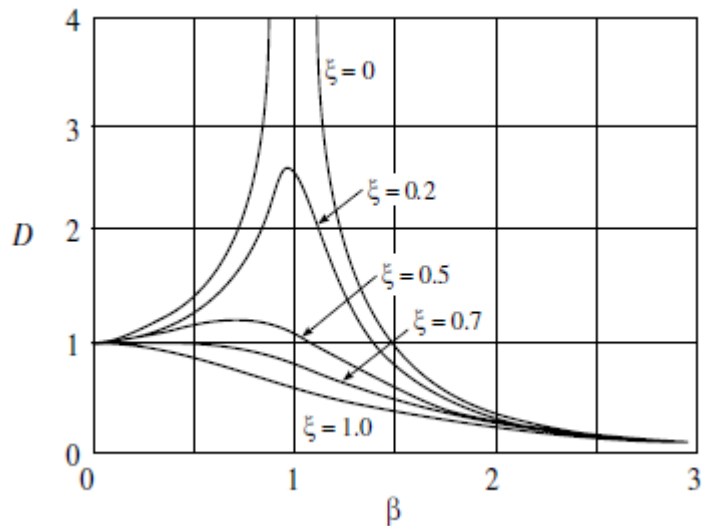


Figura 3.2 – Fator de amplificação em função da relação entre frequências – Clough *et al* (1995)

A interpretação deste gráfico leva ao entendimento matemático do efeito da ressonância, que é a situação em que um sistema é excitado por um carregamento periódico com uma frequência igual à sua frequência natural, o que faz com que a transferência de energia da fonte excitadora para o sistema seja a mais eficiente possível, gerando a máxima amplitude de vibração.

Pelo gráfico, nota-se que, à medida que a relação entre as frequências se aproxima de 1, surge a tendência do fator de amplificação dinâmica aumentar de maneira exponencial. Percebe-se pelo gráfico, também, que o fator de amplificação dinâmico é inversamente proporcional ao coeficiente de amortecimento, de maneira que, quando este tende a zero, o fator de amplificação tende ao infinito.

Similarmente, pode-se resolver o problema de vibração forçada para outros tipos de carregamentos harmônicos. Nos casos a serem estudados nesse trabalho, os carregamentos aplicados são todos harmônicos, utilizando-se das funções seno e cosseno. A solução para a equação com a aplicação do carregamento harmônico do tipo $p(t) = p_0 \text{sen}(\bar{\omega}t)$ é:

$$u(t) = \left[u(0) \cos(\omega_d t) + \left(\frac{\dot{u}(0) + u(0)\xi\omega}{\omega_d} \right) \text{sen}(\omega_d t) \right] e^{-\xi\omega t} + \left[\frac{u_0}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \right] \text{sen}(\bar{\omega}t) \quad (3.22)$$

3.1.2 Sistema de múltiplos graus de liberdade

Estruturas reais têm um número infinito de graus de liberdade. Contudo, ao se fazer um modelo matemático, é possível aproximar o comportamento de uma estrutura de maneira razoável com um conjunto finito de elementos discretos, ligados por nós, e um número finito de graus de liberdade. Este modelo é chamado de sistema de múltiplos graus de liberdade.

Sistemas de múltiplos graus de liberdade são formulados utilizando conceitos similares aos utilizados em sistemas com um grau de liberdade. Um sistema com n graus de liberdade resulta na formação de matrizes de massa, de rigidez e de amortecimento, que, associadas aos valores de aceleração, deslocamento e velocidade nos graus de liberdade, respectivamente, permitem o equacionamento do equilíbrio dinâmico da estrutura. A equação básica da dinâmica aparece na forma matricial:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (3.23)$$

Em que $\ddot{\mathbf{u}}(t)$, $\dot{\mathbf{u}}(t)$ e $\mathbf{u}(t)$ representam vetores de aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente, de dimensão n . \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são as matrizes $n \times n$ de massa, amortecimento e de rigidez, respectivamente. $\mathbf{P}(t)$ é um vetor de carregamento, também de dimensão n , atuante na estrutura.

Para um sistema não amortecido em vibração livre, a equação (3.23) se reduz a:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = 0 \quad (3.24)$$

Esse sistema de equações tem uma solução do tipo:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{A} \cos(\omega t) + \mathbf{B} \sin(\omega t) \quad (3.25)$$

Em que \mathbf{A} e \mathbf{B} são vetores de constantes que dependem das condições iniciais do problema e representam a amplitude do movimento harmônico. A substituição da equação (3.25) e sua respectiva derivada segunda na equação (3.24) conduzem a um sistema de equações algébricas lineares homogêneas, conhecido como problema característico, ou problema de autovalor e autovetor, da seguinte forma:

$$(K - \omega^2 M)\phi = 0 \quad (3.26)$$

As raízes desse sistema são os autovalores, que representam as frequências naturais ω_i do sistema. A cada autovalor corresponde um autovetor, que representa o modo de vibração ϕ_i associado a cada frequência natural. Para um sistema com n graus de liberdade, obtêm-se, portanto, n autovalores e n autovetores, ou seja, n modos de vibração, cada um com sua respectiva frequência natural.

Estes modos de vibração têm algumas propriedades especiais que são bastante úteis em análises dinâmicas de estruturas, que são chamadas as relações de ortogonalidade. É possível provar que os modos de vibração são ortogonais em relação às matrizes de rigidez e de massa.

As amplitudes dos modos de vibração obtidas da solução do problema de autovalores e autovetores são arbitrárias. Isso quer dizer que qualquer amplitude vai satisfazer a equação 3.26 e apenas a forma dos modos é unicamente definida. Assim, para cada modo de vibração, a amplitude de um dos graus de liberdade é igualada à unidade e os demais deslocamentos são determinados em relação a esse valor de referência. Este processo é chamado de normalização dos modos de vibração em relação à coordenada de referência.

Assumindo-se o comportamento da estrutura como linear, e se usando da propriedade da ortogonalidade, pode-se utilizar o método de superposição modal para a obtenção da resposta dinâmica de um sistema de n graus de liberdade. Este método considera que o movimento da estrutura pode ser descrito por meio de uma combinação linear dos modos de vibração do sistema. Portanto, o deslocamento total em qualquer nó da estrutura pode ser representado por uma combinação linear dos autovetores normalizados ϕ_n e do vetor de amplitudes modais $Y_n(t)$ da seguinte forma:

$$x(t) = \phi_1 Y_1(t) + \phi_2 Y_2(t) + \dots + \phi_n Y_n(t) \quad (3.27)$$

Substituindo a expressão 3.27 na equação do movimento, considerando a propriedade de ortogonalidade e fazendo algumas manipulações matemáticas, chega-se à equação 3.28. Assim, o sistema de n equações acopladas, com n incógnitas, mostrado na equação (3.23) pode ser desacoplado em n equações de uma incógnita, dependendo da matriz de amortecimento.

$$\ddot{Y}_n(t) + 2\xi_n \omega_n \dot{Y}_n(t) + \omega_n^2 Y_n(t) = \frac{P_n(t)}{M_n} \quad (3.28)$$

Em que $\ddot{Y}_n(t)$, $\dot{Y}_n(t)$, e $Y_n(t)$ são aceleração, velocidade e deslocamento modais (ou generalizados) respectivamente. ξ_n é a razão de amortecimento e ω_n é a frequência natural circular para o n -ésimo modo de vibração. $P_n(t)$ é a força modal e M_n é a massa modal para o n -ésimo modo.

3.2 MODELAGEM DO CARREGAMENTO

3.2.1 Formulação matemática

a) Modelo de carregamento proposto por Bachmann *et al* (1987)

Bachmann *et al* (1987) descrevem matematicamente alguns carregamentos dinâmicos gerados por atividades humanas, entre elas, as atividades de andar, correr, dançar e saltar. Como a atividade desenvolvida pelas torcidas nas arquibancadas é a atividade de saltar, nesse trabalho será tratada a modelagem matemática apenas dessa atividade.

Os autores sugerem a representação das atividades sem contato contínuo com o solo por uma sequência de pulsos semi-senoidais, conforme descrito na equação 3.29 e mostrado graficamente na figura 3.3:

$$F_p(t) = k_p \cdot G \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi \cdot t}{t_c}\right) \rightarrow \text{para } t \leq t_c \quad (3.29)$$

$$F_p(t) = 0 \rightarrow \text{para } t_c < t \leq T_p$$

Onde:

$k_p = F_{p,max}/G$ é o fator de impacto dinâmico;

$F_{p,max}$ é o valor de pico da força dinâmica;

G é o peso do indivíduo;

t_c é o tempo de contato com a estrutura e

T_p é o período da atividade.

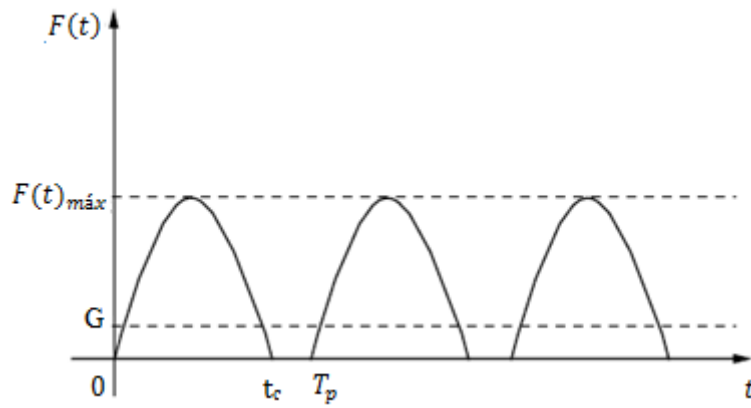


Figura 3.3 – Representação gráfica da força exercida por uma pessoa saltando sobre uma estrutura – Bachmann *et al* (1987)

Conforme se pode observar na figura 3.3, o carregamento é constituído por pulsos semi-senoidais, correspondentes ao instante em que o indivíduo mantém o contato com a estrutura ($t \leq t_c$). No intervalo de tempo entre o fim do tempo de contato e o próximo período ($t_c < t \leq T_p$), a função tem o valor nulo, correspondente ao tempo em que o indivíduo está no ar e, portanto, não mantém contato com a estrutura. No pico do pulso a função atinge o seu valor máximo, que vale ($k_p \cdot G$).

Bachmann *et al* (1987) ainda propõem um ábaco que relaciona o coeficiente de impacto à relação (t_c/T_p), conforme a figura 3.4:

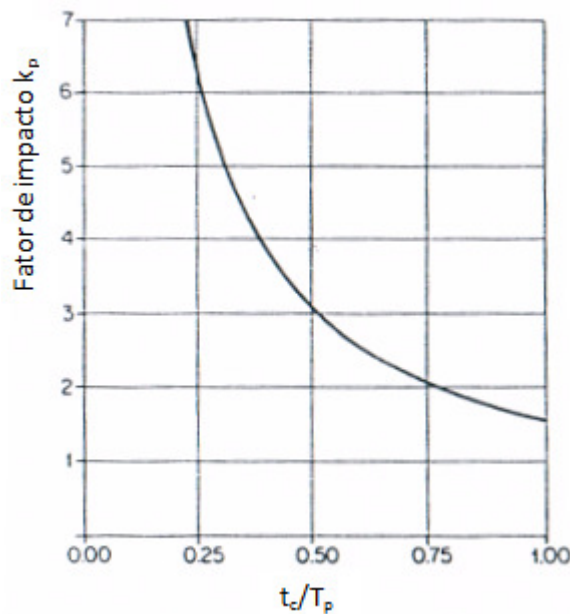


Figura 3.4 – Relação entre coeficiente de impacto e tempo de contato – Bachmann *et al* (1989)

Os autores ainda mencionam que a função também pode ser expressa por uma série de Fourier, que representa fisicamente uma soma de harmônicos:

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^{\infty} \Delta G_i \cdot \cos \left[2\pi \cdot i \cdot f_p \left(t - \frac{t_c}{2i} \right) \right] \quad (3.30)$$

Onde:

G é o valor do peso padrão de uma pessoa considerado igual a 800 N;

ΔG_i é a amplitude de força do i -ésimo harmônico;

f_p é a frequência da atividade;

i é o número do harmônico e

t_c é o tempo de contato com a estrutura em cada salto.

O modelo de carregamento proposto por Bachmann *et al* (1989) é utilizado por diversos autores, entre eles Rodrigues (1998) e (2003), Lima (2007), dos Santos (2009) e Martins (2011).

b) Modelo de carregamento proposto pelo CEB 209 (1991)

O boletim 209 do CEB (1991) descreve um modelo geral para a caracterização matemática de carregamentos dinâmicos gerados por atividades humanas, também por uma série de Fourier, conforme a equação 3.31:

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n \Delta G_i \cdot \text{sen}(2\pi \cdot i \cdot f_p - \varphi_i) \quad (3.31)$$

Onde:

G é o valor do peso padrão de uma pessoa considerado igual a 800 N;

ΔG_i é a amplitude de força do i -ésimo harmônico;

f_p é a frequência da atividade;

φ_i é o ângulo de fase do i -ésimo harmônico relativo ao primeiro harmônico e

i é o número do harmônico.

Em seguida, propõe uma tabela com valores de faixas de frequências características, coeficientes de Fourier e ângulos de fase relacionados a cada harmônico e densidade de pessoas, mostrada na tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Coeficientes de Fourier associados a cada harmônico – CEB 209 (1991)

Tipos Representativos de Atividade		Frequência (Hz)	Coeficientes de Fourier e Ângulos de Fase						Densidade de projeto
			α_1	ϕ_1	α_2	ϕ_2	α_3	ϕ_3	pessoas/m ²
Caminhar	na vertical	2,0	0,4	0	0,1	$\pi/2$	0,1	$\pi/2$	~1
	para frente	2,4	0,5		0,2				
	lateral	2,0	$\alpha_{1/2} = 0,1$		0,2				
Correr		2,0 a 3,0	1,6	0	0,7	$\pi/2$	0,2	$\pi/2$	-
Pular	normal	2,0	1,8	0	1,3	$\pi/2$	0,7	$\pi/2$	Em academias de ginástica ~0,25 (em casos extremos até 0,5)
		3,0	1,7		1,1		0,5		
	alto	2,0	1,9		1,6		1,1		
		3,0	1,8		1,3		0,8		
Dançar		2,0 a 3,0	0,5	0	0,15	$\pi/2$	0,1	$\pi/2$	~4 (em casos extremos até 6)
Aplaudir de pé com saltos		1,6	0,17	0	0,1	$\pi/2$	0,04	$\pi/2$	0
		2,4	0,38		0,12		0,02		
Bater palmas	normal	1,6	0,024	0	0,01	$\pi/2$	0,009	$\pi/2$	~2 - 3
		2,4	0,047		0,024		0,015		
	intensamente	2,0	0,17		0,047		0,037		
Balançar o corpo lateralmente	Sentado	0,6	$\alpha_{1/2} = 0,4$	0	-	$\pi/2$	-	$\pi/2$	~3 - 4
	Em pé	0,6	$\alpha_{1/2} = 0,5$		-		-		

c) Modelo de carregamento proposto por Faísca (2003)

Em suas análises experimentais, Faísca (2003) pondera que a função semi-seno não é a mais adequada para simular o carregamento do tipo “saltar”, mostrando, num gráfico, a comparação entre o pulso semi-senoidal e o sinal medido experimentalmente, conforme figura 3.5, em que FDN é a razão entre a força dinâmica e o peso do indivíduo.

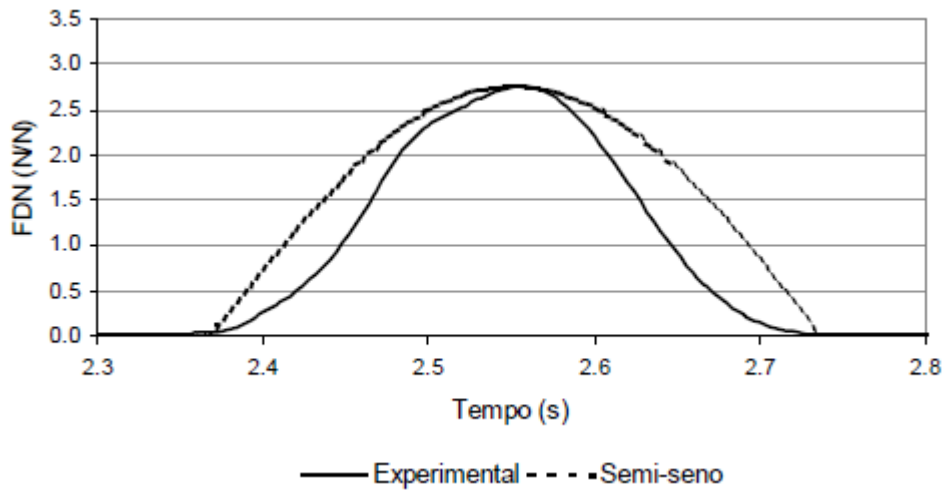


Figura 3.5 – Comparação entre o sinal experimental e o sinal da função semi-seno

A autora cita, então, a função Hanning proposta por Bringham (1988), para simular o pulso através da seguinte função, mostrada na equação 3.32:

$$F(t) = 0,5 + 0,5\cos(\omega t) \quad (3.32)$$

$$\omega = \frac{\pi}{T_p} \quad (3.33)$$

Em seguida, apresenta uma comparação entre os sinais dos carregamentos experimentais e os obtidos utilizando as funções semi-seno e Hanning, mostrada na figura 3.6.

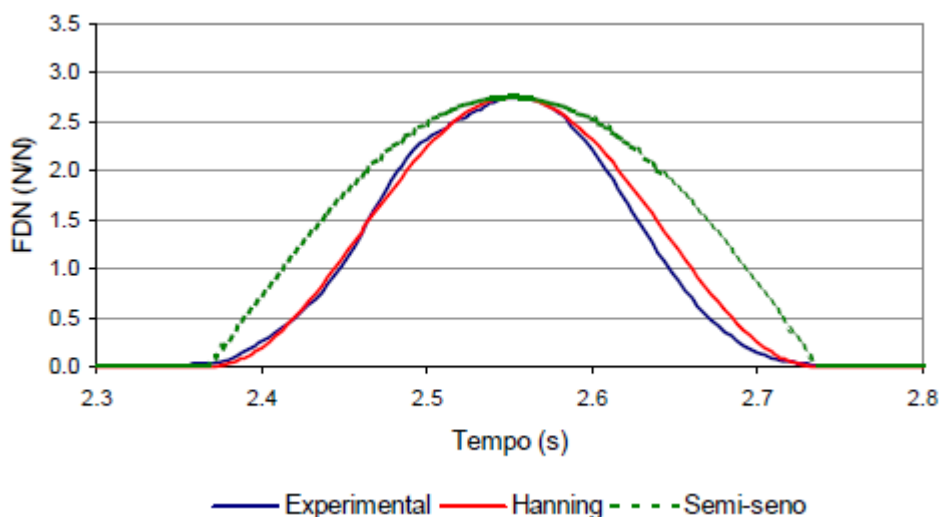


Figura 3.6 – Comparação entre o sinal experimental e os obtidos com as funções semi-seno e Hanning no domínio do tempo.

Pode-se notar, pelo que os autores propõem, que as funções seno e cosseno são as que melhor representam o modelo matemático da atividade de saltar, que também pode ser satisfatoriamente representado por uma série de Fourier. Os modelos de Bachmann *et al* (1989) e do CEB 209 (1991) são os mais citados e utilizados na literatura. Os dois modelos são bastante semelhantes, diferindo basicamente na forma de apresentar os parâmetros.

Apesar de Faisca (2003) apresentar a função Hanning, que se aproxima mais do pulso medido experimentalmente, nenhum dos outros autores estudados citam essa função ou a aplicam em seus estudos.

3.2.2 Coeficiente de impacto

Ao se tratar a modelagem do carregamento como pulsos semi-senoidais, conforme descrito na equação 3.29, o valor máximo da força é função de um coeficiente de impacto. Alguns autores, apesar de utilizarem a formulação do carregamento proposta por Bachmann *et al* (1989), propõem outra formulação para o coeficiente de impacto.

Rodrigues (1998) cita Magluta *et al* (1995), que propuseram uma equação para calcular este coeficiente em função do tempo de contato e do período da atividade, resultado de valores experimentais coletados para as atividades de pular e correr, conforme equação 3.34.

$$k_p = 2,34 \cdot \left(\frac{T_p}{t_c}\right) - 1,05 \quad (3.34)$$

Onde:

k_p é o coeficiente de impacto;

t_c é o tempo de contato com a estrutura e

T_p é o período da atividade.

Fazendo um gráfico do coeficiente de impacto em função da relação entre o tempo de contato e o período da atividade, chega-se a uma curva muito semelhante à proposta por Bachmann *et al* (1989), mostrada na figura 3.4. A curva proposta por Magluta *et al* (1995) *apud* Rodrigues (1998) é mostrada na figura 3.7.

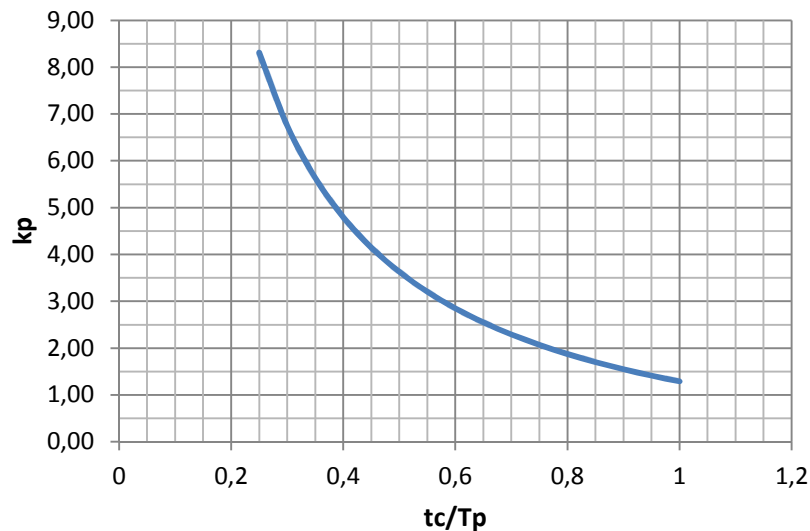


Figura 3.7 – Relação entre coeficiente de impacto e a razão entre tempo de contato e período da atividade – Magluta *et al* (1995) *apud* Rodrigues (1998)

Já Sim (2006) avalia o coeficiente de impacto e propõe uma equação para calcular esse parâmetro em função da razão entre o tempo de contato e o período da atividade, razão essa que ela chama de “ α ” (razão de contato) conforme equações 3.35 e 3.36 a seguir:

$$\alpha = \frac{t_c}{T_p} \leq 1 \quad (3.35)$$

$$k_p = \frac{\pi}{2\alpha} \quad (3.36)$$

Onde:

α é a razão de contato;

t_c é o tempo de contato com a estrutura;

T_p é o período da atividade e

k_p é o coeficiente de impacto.

Fazendo um gráfico do coeficiente de impacto em função da razão de contato, proposto por Sim (2006) também se chega a uma curva muito semelhante da proposta por Bachmann *et al* (1989), conforme figura 3.8.

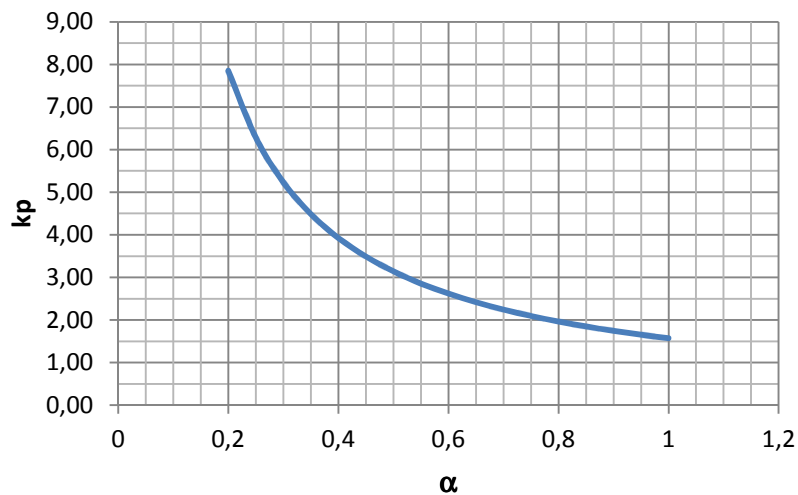


Figura 3.8 – Relação entre coeficiente de impacto e a razão de contato – Sim (2006)

Pode-se observar que as duas funções propostas para o cálculo do coeficiente de impacto não só levam a curvas muito semelhantes à proposta por Bachmann *et al* (1989), mas também a valores muito próximos.

3.2.3 Coeficientes de Fourier

Ao se tratar a modelagem do carregamento por séries de Fourier, conforme descrito nas equações 3.30 e 3.31, alguns dos autores chegam a propor outros valores para os coeficientes de Fourier associados aos harmônicos.

Rodrigues (1998) aplica em seu estudo os valores mostrados na tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Parâmetros dos harmônicos – Rodrigues (1998)

i	f_i (Hz)	ΔG_i (N)	t_c (s)
1	2,5	1150	0
2	5,0	400	0,2
3	7,5	0	0,2
4	10,0	50	0,2

Chegando ao carregamento mostrado em vermelho na figura 3.9. Em azul é mostrado o mesmo carregamento utilizando-se apenas a função semi-seno, conforme descrito na equação 3.29.

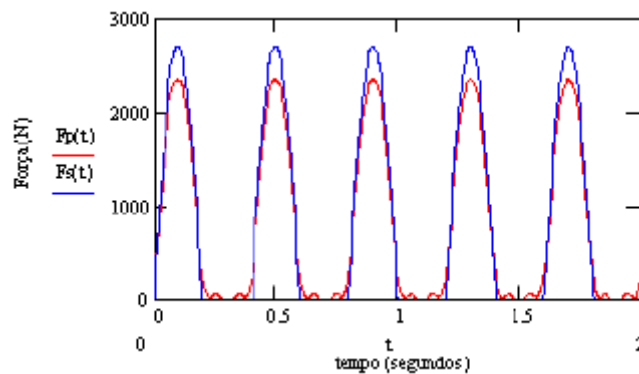


Figura 3.9 – Modelo de carregamento para a atividade de pular – Rodrigues (1998)

Faísca (2003) propõe valores de parâmetros dos carregamentos para três tipos de atividades (pular à vontade, ginástica aeróbica e *show/torcida*), obtidos de seu estudo experimental, para serem utilizados em projetos estruturais, conforme a tabela 3.3, em que A_i é o coeficiente de Fourier relativo ao i -ésimo harmônico.

Tabela 3.3 – Parâmetros propostos para projetos estruturais – Faísca (2003)

Atividade	T (s)	t_c (s)	k_p	A_1	A_2	A_3
Saltos à vontade	$0,44 \pm 0,15$	$0,32 \pm 0,09$	$1,74 \pm 0,32$	0,89	0,25	0,03
Ginástica aeróbica	$0,44 \pm 0,09$	$0,34 \pm 0,09$	$2,56 \pm 0,55$	1,32	0,29	0,05
<i>Show/Torcida</i>	$0,37 \pm 0,03$	$0,33 \pm 0,09$	$1,71 \pm 0,36$	0,89	0,08	0,02

Sim (2006) propõe valores para os fatores de ponderação dos harmônicos, obtidos experimentalmente, conforme mostrado na tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Fatores de ponderação dos harmônicos – Sim (2006)

Frequência (Hz)	A ₁	A ₂	A ₃
1,5	1,429	0,495	0,199
2,0	1,573	0,735	0,192
2,67	1,55	0,702	0,169
3,5	1,462	0,513	0,057

O parâmetro que mais diverge entre os autores estudados é o dos coeficientes de Fourier. Ao analisar os autores estudados, os valores destes coeficientes variam bastante de um para outro, levando a diferentes valores de força dinâmica.

Outra dificuldade que se pode perceber na aplicação do parâmetro, é que os coeficientes mudam para diferentes valores da frequência característica, o que dificulta a aplicação deles em estudos com diferentes valores de frequência.

3.2.4 Carregamento de multidão

Alguns autores fazem menção à falta de sincronia existente entre os indivíduos quando estão saltando todos juntos, fenômeno conhecido como carregamento de multidão. E alguns deles chegam a propor uma maneira de representar o fenômeno matematicamente.

Karspeski *et al* (2005) discutem sobre a modelagem do carregamento do tipo “saltar” proposta por Bachmann *et al* (1989), e fazem considerações do efeito de multidão, propondo um fator de coordenação (sincronismo entre as pessoas, em outras palavras) que pondera cada um dos harmônicos, reduzindo-os de maneira diretamente proporcional à falta de sincronia, conforme mostrado na equação 3.37:

$$F_p(t) = N \cdot \left[G + \sum_{n=1}^{\infty} Co(N, i, K) \cdot G_{ref} \cdot c_i \cdot sen(2\pi \cdot i \cdot f_p \cdot t) \right] \quad (3.37)$$

Onde:

c_i é fator ponderador de cada harmônico equivalente para uma única pessoa realizando a atividade;

(os autores sugerem os valores de $c_1 = 1,70$, $c_2 = 0,90$ e $c_3 = 0,34$ para atividade de pular com $f_p = 2,4\text{Hz}$)

$Co(N, i, K)$ é o fator de coordenação;

N é o número de pessoas no grupo;

i é o número do harmônico e

K é o número de eventos com ação de carregamento de multidão em que a estrutura foi monitorada.

Sim (2006) menciona a simulação Monte Carlo, que propõe a modelagem do carregamento de multidão, a partir de dados experimentais obtidos para um pequeno grupo, considerando uma falta de sincronismo entre os indivíduos na multidão, introduzindo uma segunda defasagem na equação de Fourier, resultando a seguinte equação.

$$F_p(t) = G \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} r_n \cdot \text{sen} \left(\frac{2\pi \cdot i}{T_p} \cdot t + \varphi_i + \psi_n \right) \right] \quad (3.38)$$

Onde:

G é o valor do peso padrão de uma pessoa;

r_n é a amplitude de força do n -ésimo harmônico;

T_p é o período da atividade;

i é o número do harmônico;

φ_i é o ângulo de fase entre os harmônicos e

ψ_n é a defasagem entre os indivíduos.

Os autores que realizaram estudos experimentais com testes de multidão sempre afirmam que o efeito de multidão tende a diminuir a força resultante, de uma maneira em que o carregamento de uma quantidade n de pessoas pulando simultaneamente gera uma força menor do que n vezes o carregamento de uma única pessoa pulando. E esse efeito se dá pela falta de sincronia entre as pessoas que pulam.

Para modelar esta redução, os autores citados tratam o fenômeno de maneira diferente. Enquanto Karspeski *et al* (2005) propõem um coeficiente ponderador (menor do que um) para reduzir a força resultante, a simulação Monte Carlo, citada por Sim (2006) considera um ângulo de defasagem a ser considerado na série de Fourier.

Apesar de já ser um fenômeno percebido, o carregamento de multidão ainda é pouco conhecido, por ter sido ainda pouco estudado, e modelos que o levem em consideração ainda foram muito pouco aplicados em estudos. Dos autores estudados e citados neste estudo, apenas Rodrigues (2003) e Karspeski *et al* (2005) fazem aplicações deste modelo.

4 FERRAMENTA COMPUTACIONAL

Para a realização da análise dinâmica do Estádio Nacional é utilizado o programa SAP2000, que é um pacote de *software* da *Computer and Structures Inc.* para análise estrutural e projeto de estruturas gerais, como pontes, estádios, torres, prédios industriais, estruturas *offshore*, sistemas de dutos, edifícios, barragens, solos, peças de máquinas, entre outros.

O software utiliza o Método dos Elementos Finitos e faz análises do tipo estática e dinâmica, linear e não-linear, análise dinâmica com sismos, análise de ponte com trem-tipo, permite inclusão de não-linearidade geométrica (incluindo o método P-delta), permite considerações de fluência e retração, utiliza elementos de barra, planos e sólidos, análises planas e tridimensionais, múltiplos sistemas de coordenadas, uma vasta gama de opções para aplicação de carregamentos, grande capacidade de análise e algoritmos estáveis e eficientes.

4.1 ELEMENTOS UTILIZADOS

Para a modelagem da estrutura, procurou-se utilizar os elementos que simulassem de maneira mais próxima possível o comportamento de cada uma das peças estruturais, não apenas por suas características geométricas, como também pelo tipo de comportamento mecânico esperado. A seguir são descritos os tipos de elementos utilizados.

Frame é o nome geral que o *software* utiliza para elementos lineares. Este tipo de elemento trabalha com a formulação tridimensional geral de viga/coluna, que inclui os efeitos de flexão biaxial, torção, deformação axial e deformação por cisalhamento biaxial e pode ser utilizado para modelar barras planas ou tridimensionais, treliças planas ou tridimensionais, grelhas, vigas e cabos.

O elemento é representado por uma linha reta ligando dois nós i e j . Cada nó tem 6 graus de liberdade, sendo deslocamentos nas 3 direções espaciais e rotações ao redor dos 3 eixos. A figura 4.1 mostra um elemento *frame* e os tipos de esforços resultantes em seus nós.

Ao se criar um elemento do tipo *frame*, define-se uma seção transversal, o que lhe confere sua inércia. O software já possui alguns perfis metálicos catalogados, mas também permite a customização da seção, utilizando vários tipos diferentes de perfis. Ele permite ainda, a aplicação de carregamentos do tipo força e/ou momentos, tanto concentrados, quanto distribuídos.

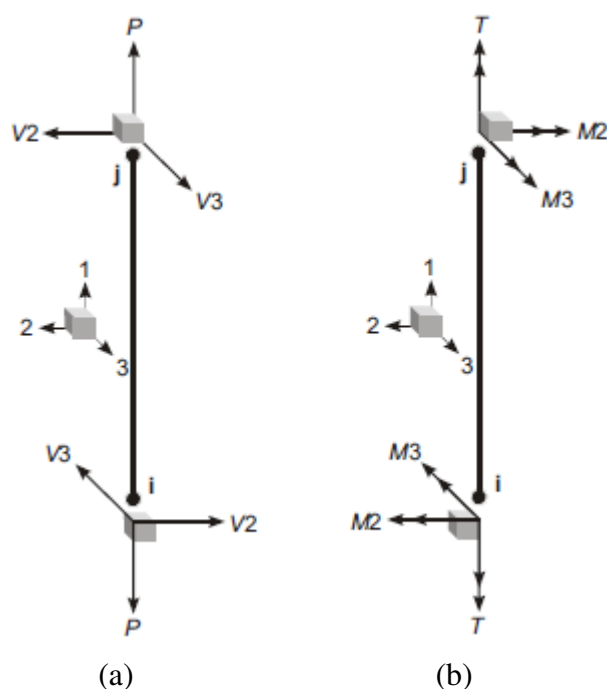


Figura 4.1 – Elemento *frame* – Esforços nos nós – (a) Forças e (b) Momentos - SAP2000

Shell é o nome geral utilizado pelo *software* para elementos planos. É um elemento de 3 ou 4 nós, com 6 graus de liberdade por nó (sendo deslocamentos nas 3 direções espaciais e rotações ao redor dos 3 eixos, o que permite a transmissão de deslocamentos para elementos *frame* e dos elementos *frame* para elementos *shell*). O elemento *shell* utiliza uma formulação que combina comportamento de membrana e de placa, ideal para a modelagem de estruturas de placas, chapas e cascas, como tanques, cúpulas, lajes e paredes.

O comportamento de membrana está baseado em uma formulação isoparamétrica que inclui componentes de rigidez translacionais no plano e rotacionais na direção normal ao plano do elemento. Para a representação do comportamento de placa, a formulação inclui componentes de rigidez rotacional fora do plano e componentes de rigidez translacional na direção normal ao plano do elemento. O *software* utiliza como padrão a formulação de

placas finas (Teoria de Kirchhoff) que negligencia a deformação por cisalhamento transversal. Opcionalmente pode-se escolher por utilizar a formulação de placas espessas (Teoria de Mindlin/Reisner), que inclui efeitos de cisalhamento transversal.

É possível, ainda, usar o elemento *shell* para trabalhar puramente como membrana, puramente como placa, ou das duas maneiras, o que o próprio manual recomenda.

Cada elemento *shell* tem seu próprio sistema local de coordenadas para a definição de propriedades materiais e carregamentos, e para interpretação das respostas. O elemento permite a aplicação de carregamentos por gravidade, carregamentos uniformemente distribuídos, ou carregamentos que tenham valores interpolados entre valores definidos para cada nó. Os carregamentos podem ser aplicados em qualquer uma de suas faces.

Os elementos *shell* podem ter três ou quatro nós, com a conectividade entre os nós mostradas conforme figuras 4.2 e 4.3. A formulação para o elemento quadrilátero é mais precisa e o elemento triangular é recomendável apenas para transições.

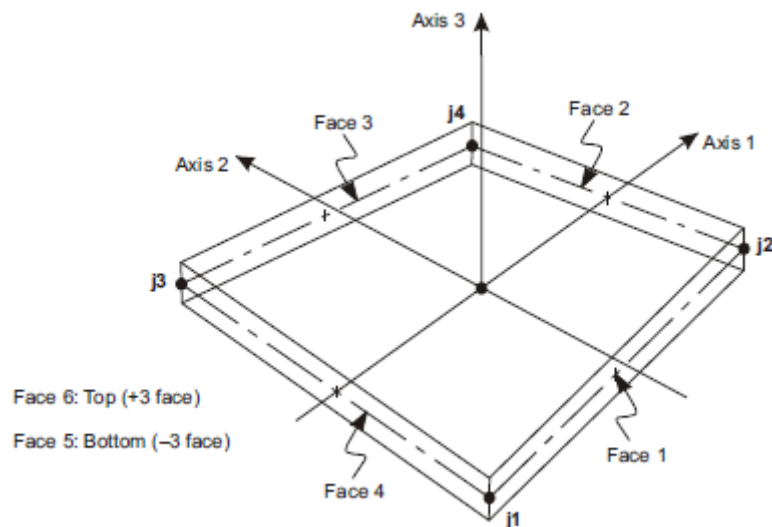


Figura 4.2 – Elemento *shell* de 4 nós – SAP2000

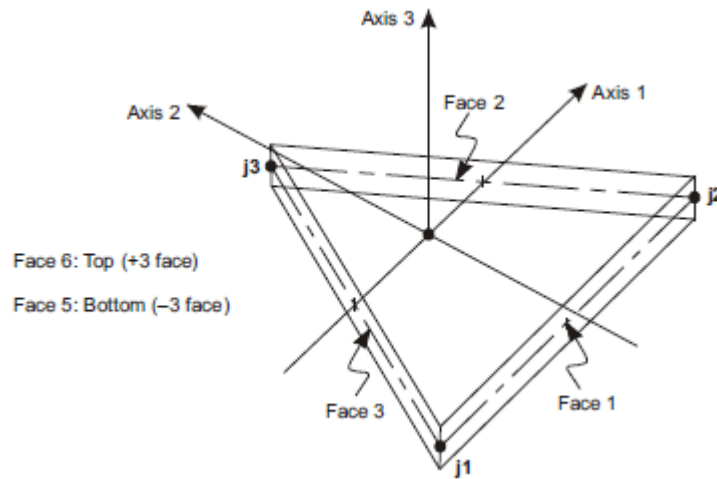


Figura 4.3 – Elemento *shell* de 3 nós – SAP2000

O manual também faz algumas sugestões relativas às condições geométricas dos elementos utilizados, que são:

- os ângulos internos de cada canto devem ser menores do que 180° , sendo que os melhores resultados são obtidos com ângulos próximos a 90° , ou pelo menos entre 45° e 135° .
- a razão de aspecto de um elemento não deve ser grande demais. Para o elemento triangular, esta razão é a razão entre o maior e o menor lado. Para o elemento quadrilátero, considerando a distância entre os pontos médios de dois lados opostos, esta razão é a razão entre a maior destas distâncias e a menor delas. Os melhores resultados são obtidos com valores de razão de aspecto próximos à unidade, ou pelo menos, menores do que 4. E esta razão também não deve ser maior do que 10.
- o elemento quadrilátero não precisa ter os quatro pontos necessariamente coplanares. Uma pequena torção do elemento pode ser admitida pelo programa. Considerando que cada nó do elemento tem um vetor normal, que é perpendicular aos dois lados que se encontram neste nó, o valor do ângulo de torção é o ângulo entre os vetores normais de dois nós quaisquer. Os melhores resultados são obtidos quando o maior ângulo de torção é menor do que 30° . Este ângulo não deve exceder 45° .

4.2 ANÁLISE MODAL

O *software* SAP2000 permite a realização de análise modal por dois métodos diferentes:

- Análise por autovalores e autovetores, que determina os modos a partir da equação de vibração livre não amortecida. Estes modos naturais fornecem uma excelente percepção do comportamento da estrutura e podem ser usados como base para análises do tipo *response spectrum* ou *time history*.

É possível especificar, antes da análise modal, o número máximo e mínimo de modos de vibração a serem encontrados. O programa não calculará mais do que a quantidade máxima de modos especificada, e não vai calcular menos do que o mínimo, a menos que não haja graus de liberdade suficientes para tal. Também é possível especificar um domínio de variação de frequências restrito no qual devem ser procurados os modos de vibração.

- Análise pelo vetor de Ritz, conforme descrito por Clough *et al* (2003), que tenta encontrar os modos de vibração que são excitados por um carregamento particular. Vetores de Ritz podem fornecer melhor fundamento do que o método de autovalores e autovetores, quando utilizado para análises do tipo *response spectrum* ou *time history* baseados na superposição modal.

Analogamente ao dito sobre o outro método, é possível especificar, antes da análise modal por vetor de Ritz, o número máximo e mínimo de modos de vibração a serem encontrados. O programa não calculará mais do que a quantidade máxima de modos especificada, e não vai calcular menos do que o mínimo, a não ser que não haja graus de liberdade suficientes para tal.

4.3 ANÁLISE DO TIPO *TIME-HISTORY*

A análise *time-history* é uma análise passo-a-passo da resposta dinâmica da estrutura devido a um carregamento especificado que pode variar com o tempo, e pode ser linear ou não-linear. Esse tipo de análise pode ser feito utilizando integração numérica ou superposição modal. O carregamento aplicado em uma análise do tipo pode ser uma função arbitrária, que pode ser escrita como uma soma finita de vetores espaciais, ou pode ser uma função periódica como as produzidas por ondas.

O programa já possui funções pré-definidas, como “seno”, “cosseno”, “função rampa”, “pulso triangular”, entre outras, que podem ser utilizadas em seu formato original, ou

terem seus parâmetros adaptados convenientemente para o tipo de carregamento que se deseja aplicar. Ainda existe a possibilidade de se importar um carregamento para o programa, quando se possui o conjunto de dados de entrada (escritos em formato “.txt”), de pares de valores da função x tempo.

Ao definir a função de tempo para um carregamento, utiliza-se o parâmetro “**func(t)**” para a mesma, um fator de escala “**sf**” (para determinar a amplitude de variação do carregamento), que multiplica o valor da ordenada da função, um fator de escala de tempo “**tf**” (que multiplica o valor de tempo da função) e um tempo de chegada “**at**” (que determina o momento em que a função começa a atuar na estrutura). Desta forma, a função especificada será do tipo:

$$f_i(t) = sf \cdot func(t) \quad (4.1)$$

$$t = at + tf \cdot t \quad (4.2)$$

Isto pode ser visualizado de maneira mais clara na figura 4.4, que segue:

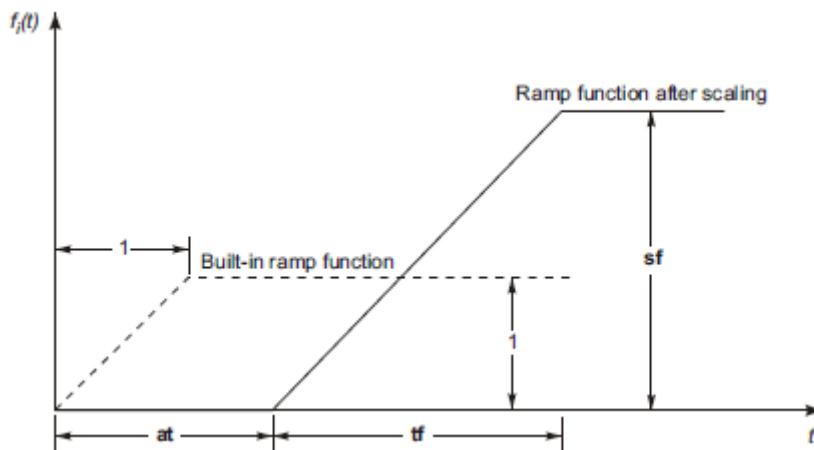


Figura 4.4 – Função rampa antes e depois da aplicação dos parâmetros de carregamento - SAP2000

Definida a função do carregamento, ainda é possível determinar condições iniciais da estrutura no início de cada caso de análise *time-history*, como deslocamentos e velocidades iniciais, o número de passos de tempo discretos da análise e o amortecimento modal, em termos de coeficiente de amortecimento.

4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme exposto neste capítulo, o *software* SAP2000 é uma ferramenta computacional extremamente potente e oferece diversos recursos para análise estática e dinâmica pelo método dos elementos finitos, o que possibilita simulações de estruturas, como a estudada nesse trabalho, de maneira bastante satisfatória.

Alguns dos autores citados no capítulo 2 utilizaram o *software* SAP2000 em suas análises numéricas, como Rodrigues (1998, 2003), Martins (2004), Barbosa *et al* (2008), Barros (2009), Martins (2011), entre outros.

5 LIMITES NORMATIVOS

Ao se fazer um levantamento de critérios normativos relacionados a problemas de vibração em estruturas, principalmente em relação ao conforto dos usuários, nota-se que existem muitos documentos que tratam de vibrações em pisos e alguns em passarelas, mas nenhum que trate especificamente de vibrações em estádios. Por este motivo, buscou-se encontrar documentos com critérios mais amplos, que pudessem se encaixar à situação analisada neste estudo. Para este fim foram levantados cinco critérios, que são mostrados a seguir.

5.1 NBR 6118 (2003)

A NBR 6118 tem uma seção que trata de vibrações em estruturas e estabelece um estado limite de vibrações excessivas, o qual trata o fenômeno de maneira bastante simplificada. A norma indica que se deve afastar o máximo possível a frequência própria da estrutura da frequência crítica, que depende da destinação da estrutura. Nesse sentido, estabelece que a frequência natural da estrutura seja superior a 1,2 vezes a frequência crítica:

$$(f > 1,2 f_{crit}) \quad (5.1)$$

Onde:

f é a frequência natural da estrutura e

f_{crit} é a frequência crítica.

Em casos especiais, em que essa prescrição não puder ser atendida, deve ser feita uma análise dinâmica mais acurada, conforme estabelecido por normas internacionais, enquanto não existir norma brasileira específica.

É sugerida uma tabela com valores de frequência crítica para estruturas sujeitas a ações dinâmicas de pessoas, conforme a tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Frequência crítica para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação de pessoas – NBR 6118 (2003)

Caso	f_{crit} (Hz)
Ginásio de Esportes	8,0
Salão de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7,0
Escritórios	3,0 a 4,0
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,4
Passarelas de pedestres ou ciclistas	1,6 a 4,5

5.2 CEB 209 (1991)

O Boletim 209 do CEB (1991), em seu apêndice I, aborda sobre respostas humanas a vibrações. A norma trata inicialmente da sensibilidade humana para vibrações, citando que o corpo humano consegue sentir oscilações da ordem de 0,001mm. Entretanto, a reação humana a vibrações depende de muitos fatores, e no Boletim são citados alguns parâmetros que afetam essa sensibilidade:

- posição (em pé, sentado, deitado);
- direção da incidência da vibração em relação à espinha dorsal;
- atividade que está sendo realizada (descansar, caminhar, correr);
- pessoas presentes ao redor;
- frequência de ocorrência e horário;
- a característica de decaimento da vibração.

O Boletim cita ainda os fatores que influenciam a intensidade de percepção:

- amplitudes de deslocamento, velocidade e aceleração;
- duração da exposição à vibração;
- frequência de vibração.

Na tabela 5.2, extraída do Boletim 209, se indicam faixas de valores de aceleração vertical e relacionadas a níveis de percepção do usuário. Os níveis de percepção são “apenas perceptível”, “claramente perceptível”, “desconfortável” e “intolerável”. A tabela foi

confeccionada a partir de valores coletados e comparados de diversos autores que pesquisaram sobre o assunto.

Tabela 5.2 – Faixas de percepção humana devido à vibração na vertical – CEB 209 (1991)

Descrição da vibração	Faixa de Frequência de 1-10 Hz Aceleração máxima (mm/s ²)	Faixa de Frequência de 10-100 Hz Velocidade máxima (mm/s)
Apenas Perceptível	34	0,5
Claramente Perceptível	100	1,3
Desconfortável	550	6,8
Intolerável	1800	13,8

De acordo com o CEB 209, existe uma tolerância para os valores sugeridos acima de até duas vezes os valores indicados.

5.3 ISO 2631 (1985)

Essa norma internacional considera os efeitos de carregamento periódico ou vibrações transientes numa faixa de frequências entre 1Hz e 80Hz. De acordo com ela, podem ser considerados três níveis de desconforto humano:

- Limite de conforto reduzido: abaixo do qual o distúrbio é tolerável;
- Limite de fadiga: relacionado com a preservação da eficiência do trabalho, abaixo do qual o indivíduo consegue concluir suas tarefas com o mínimo de conforto, chegando à fadiga.
- Limite de exposição: também chamado de limite de saúde ou limite de segurança. Este limite se refere à preservação da saúde ou segurança e não é recomendável excedê-lo.

Os limites são dados por diagramas de aceleração efetiva em função da frequência que dependem da direção de incidência sobre o corpo humano, como uma referência de um sistema de coordenadas conforme mostrado na figura 5.1. Esse critério se formula a partir de uma aceleração efetiva *rms*, definida como:

$$a_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T a^2(t) dt} \quad (5.2)$$

Onde:

a_{eff} é a aceleração efetiva;

T é o período de tempo no qual a aceleração efetiva é medida e

a é a aceleração medida num dado instante qualquer.

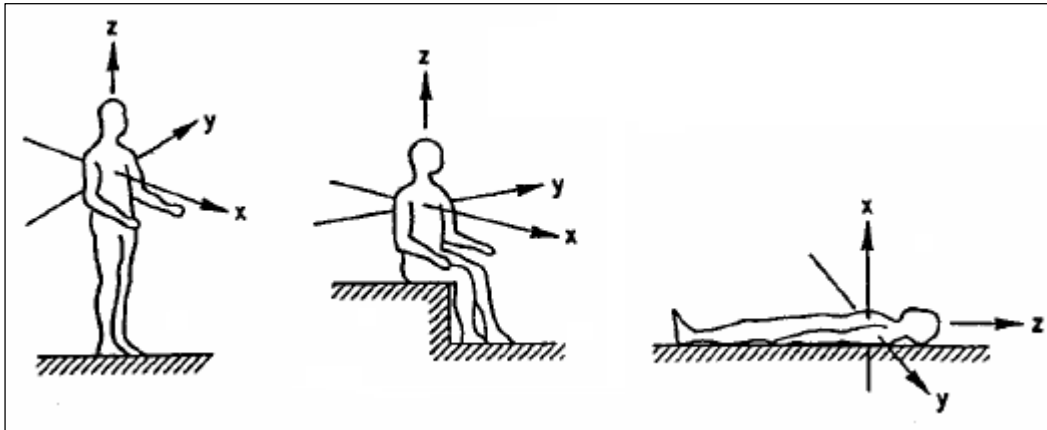


Figura 5.1 – Direções dos sistemas de coordenadas para vibrações mecânicas influenciando pessoas – ISO 2631 (1985)

Para avaliação quantitativa, a ISO 2631 (1985) apresenta ábacos com curvas iso-sensitivas de aceleração máxima *rms* em função da frequência de excitação, e para diferentes tempos de exposição, variando de 1 minuto até 24 horas. As figuras 5.2 e 5.3, a seguir, mostram os gráficos com os limites de fadiga, para diferentes valores de tempo de exposição, nas direções z e x/y, respectivamente, conforme descrito na figura 5.1. Para o limite de exposição, deve-se multiplicar os valores dos limites mostrados no gráfico por 2, para o limite de conforto reduzido, deve-se dividi-los por 3,15.

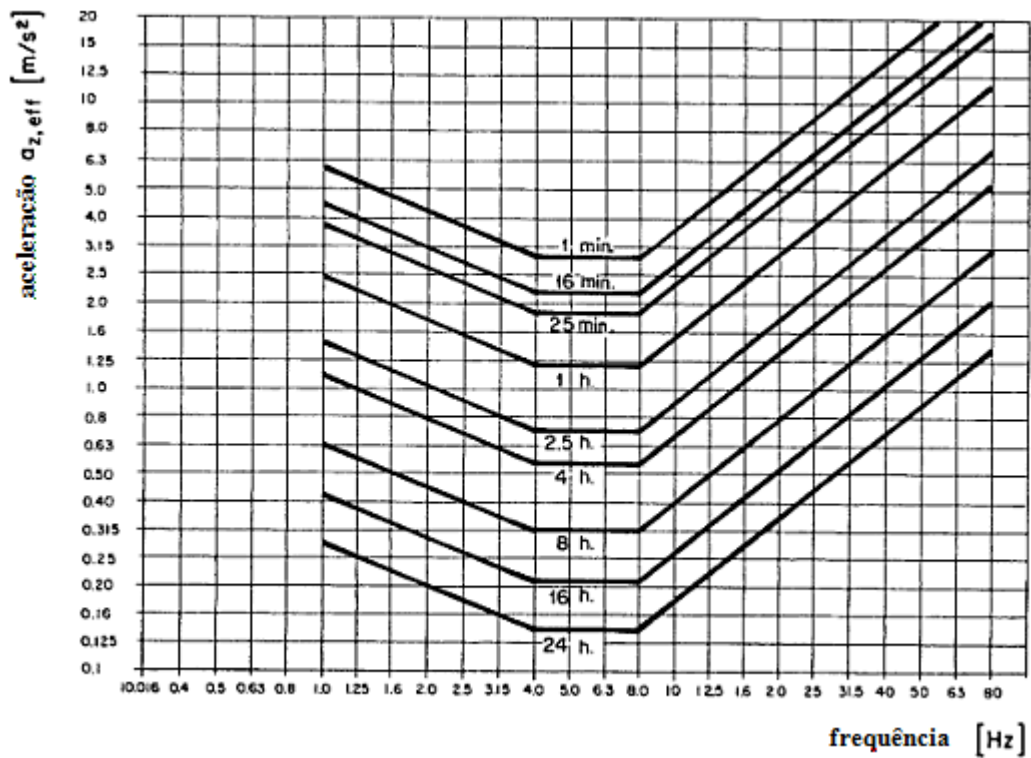


Figura 5.2 – Limites para aceleração em z para o decréscimo de eficiência por fadiga, dependendo da duração de exposição – ISO 2631 (1985)

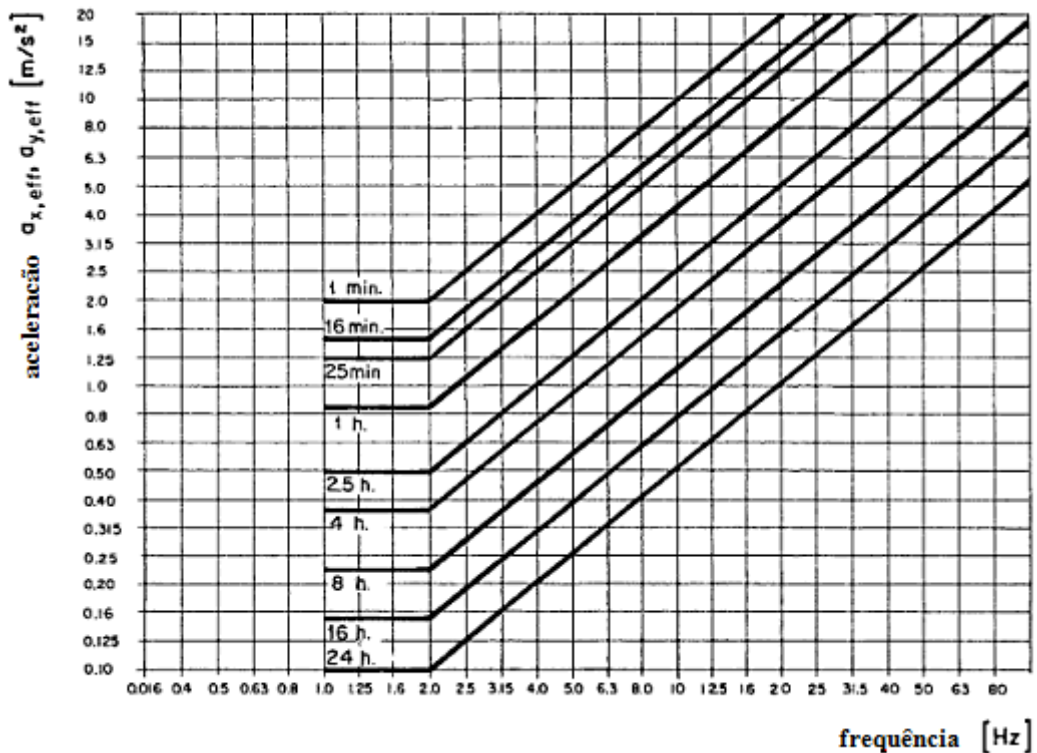


Figura 5.3 – Limites para aceleração em x ou y para o decréscimo de eficiência por fadiga, dependendo da duração de exposição – ISO 2631 (1985)

5.4 ISO 2631 (1997)

A edição de 1997 da ISO 2631 substituiu o método detalhado (análise por faixa de frequência) utilizado na edição anterior, por um método simplificado, que simplesmente relaciona valores calculados de aceleração equivalente com o tempo de exposição. Nesse sentido, no caso em que a exposição à vibração ocorrer com grandes variações da aceleração no tempo, é proposta uma aceleração equivalente correspondente à duração total, calculada de acordo com a equação 5.3, que segue:

$$Aeq = \sqrt{\frac{a_{w1}^2 T_1 + a_{w2}^2 T_2 + a_{w3}^2 T_3 + \dots + a_{wn}^2 T_n}{T_1 + T_2 + \dots + T_n}} \quad (5.3)$$

Onde:

Aeq é a aceleração equivalente (r.m.s. em m/s^2);

a_{wn} é a aceleração ponderada (r.m.s. em m/s^2);

T é o tempo de duração da exposição a cada a_w e

n é o número de instantes em que foi medida a aceleração.

Em seu anexo “B”, a norma mostra um guia gráfico de análise do efeito da vibração à saúde humana, o qual estabelece um limite inferior (relacionado ao conforto) e um limite superior (relacionado à preservação da saúde), excluindo o conceito de proficiência reduzida pela fadiga, considerado na versão anterior. O gráfico, mostrado na figura 5.4, apresenta dois pares de curvas paralelas (B.1 e B.2), determinadas por duas diferentes linhas de pesquisa.

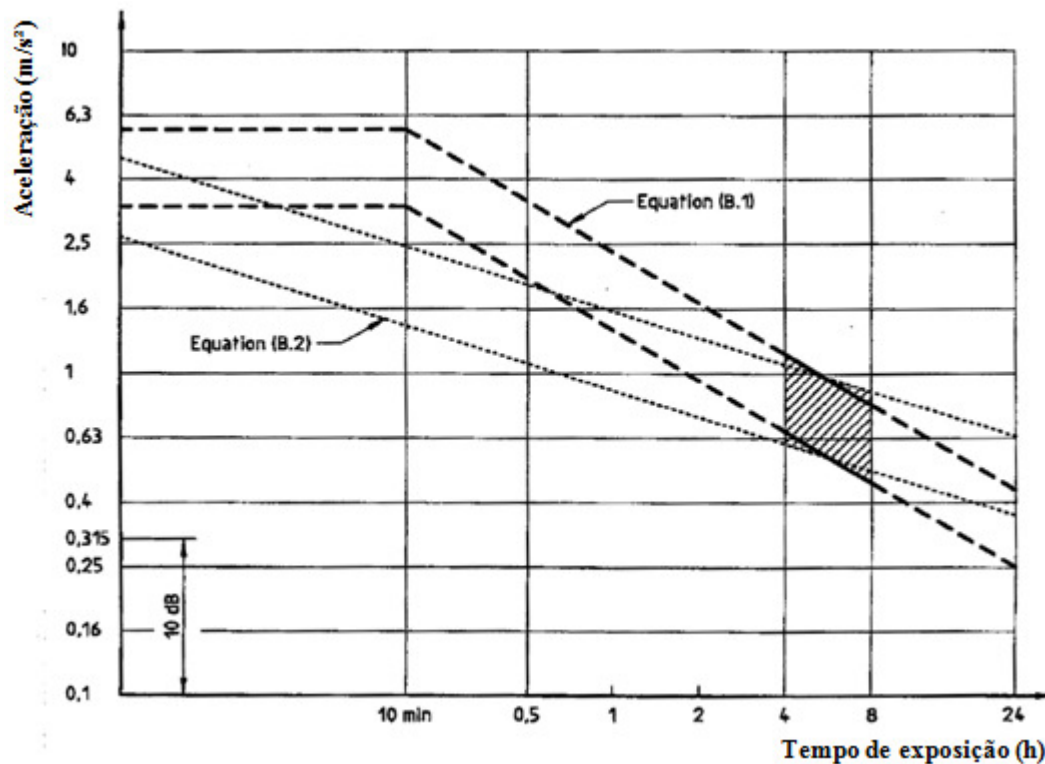


Figura 5.4 – Gráfico do guia de efeito à saúde – ISO 2631 (1997)

Para avaliar o efeito da vibração à saúde, compara-se a aceleração equivalente calculada, em função do tempo de duração da exposição, com os limites estabelecidos no gráfico.

A norma sugere a seguinte interpretação do gráfico: a linha inferior é um limite relacionado ao conforto humano, abaixo da qual os efeitos à saúde não têm sido claramente documentados e/ou observados objetivamente. A zona entre os dois limites significa uma zona de precaução, podendo levar a potenciais riscos à saúde. E acima da linha superior, significa riscos prováveis à saúde.

Segundo a norma ISO 2631, a avaliação do efeito à saúde deve ser feita independentemente para cada direção de vibração, devendo ser considerada, para fins de comparação com o guia à saúde, a maior intensidade da aceleração ponderada obtida em qualquer um dos eixos. Por outro lado, a referida norma recomenda que, para os casos em que as vibrações de dois ou mais eixos forem similares, deverá ser calculada a soma vetorial das mesmas, fazendo-se o uso dos seguintes valores de ponderação 1,4, 1,4 e 1 relativos às direções ortogonais x, y e z, respectivamente.

A norma destaca a região hachurada no gráfico, na qual os limites estabelecidos pelas duas linhas de pesquisa praticamente coincidem, que se refere ao período de 4h a 8h de duração, período onde ocorrem a maior parte das observações de efeitos da vibração sobre a saúde, relacionado a vibrações ocupacionais.

5.5 VALORES LIMITES DE ACELERAÇÃO VERTICAL RECOMENDADOS PELA BIBLIOGRAFIA

Bachmann *et al* (1987) propõem uma tabela, baseada na própria experiência e nos critérios citados na literatura, com níveis aceitáveis de aceleração para estruturas com diferentes tipos de ocupação, mostrada na tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Níveis aceitáveis de vibração para diferentes tipos de ambientes

Estrutura	Níveis aceitáveis	Comentários
Estruturas para pedestres	$a \leq 5 - 10\% g$	O valor mais baixo geralmente não produz desconforto
Edifícios para escritórios	$a \leq 2\% g$	DIN 4150 e BS 6472 apresentam valores diferentes
Academias (salas de esportes)	$a \leq 5 - 10\% g$	O valor mais alto apenas se: efeito acústico menor, somente participantes sobre ou próximo ao piso de vibração
Salas para concertos e danças	$a \leq 5 - 10\% g$	Idem
Pisos de fábricas	$v \leq 5 \sim 10\text{mm/s}$	Para situações convencionais; produção de alta qualidade requer limites mais restritos

5.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A exceção da NBR 6118, todas as normas apresentadas para avaliação das respostas deste estudo se baseiam no critério do conforto associado a limites de aceleração.

A NBR 6118 foi utilizada como parâmetro de comparação dos resultados, por ser a norma vigente no Brasil para estruturas de concreto armado. Entretanto, os resultados das comparações feitas com ela foram considerados menos conclusivos, por ela tratar do assunto de maneira demasiadamente simplificada. A própria norma sugere que se utilizem normas internacionais em casos especiais.

Das normas que utilizam o critério da aceleração, apenas a ISO 2631 (tanto na versão de 1985, quanto na de 1997) estabelece limites para a aceleração na vertical e nas duas direções horizontais. As demais apresentam limites apenas para a aceleração vertical.

Apesar de adotarem o mesmo critério, a quantidade de limites estabelecidos, bem como os valores e as descrições do desconforto variam de uma norma para outra. Isto se explica pelo fato do conforto ser um parâmetro bastante subjetivo e pessoal. A comparação entre estes limites de cada norma é objeto de estudo nos capítulos 7 e 8 deste trabalho.

6 ESTRUTURA ANALISADA E MODELO NUMÉRICO

6.1 DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA

Tendo Brasília sido escolhida para ser uma das cidades-sede para a Copa do Mundo de futebol, em 2014, e, com o objetivo de ter um estádio mais moderno, o antigo estádio da cidade foi demolido para a construção de uma nova arena, maior e mais moderna. Anteriormente conhecido como Estádio Mané Garrincha, ele havia sido inaugurado no ano de 1974 e foi utilizado para jogos de futebol e apresentações musicais. A demolição foi feita em 2010 e o novo estádio ficou pronto para inauguração no dia 18 de maio de 2013.

Diferente dos arranjos estruturais dos estádios brasileiros construídos até a década de 1970, em que as arquibancadas eram elípticas ou até circulares, muito distantes do campo, na nova concepção as arquibancadas se fecham de maneira quase que retangular ao redor do campo, a uma distância muito menor dos limites dele. Além disso, as arquibancadas têm uma maior inclinação. Essas duas alterações garantem melhor visão do jogo para os usuários, uma vez que ficam mais próximos do campo, com uma visão mais ampla e sem que a pessoa de uma fileira atrapalhe a visão da pessoa da fileira de trás.

A estrutura do estádio, ilustrada em corte radial na Figura 6.1, foi concebida como grandes pórticos, com quatro pilares interligados por vigas inclinadas, nas quais se apoiam os degraus. Estas vigas são chamadas de vigas-jacaré, por terem dentes em sua parte superior, que são feitos justamente para o encaixe e apoio dos degraus das arquibancadas. As arquibancadas são divididas em três níveis: inferior, intermediária e superior e comportam, ao todo, até 71.400 espectadores.

Por baixo das arquibancadas, existem lajes maciças, apoiadas em vigas transversais, que formam os pisos internos da estrutura, num total de seis níveis (3º, 2º e 1º subsolo, térreo, 1º e 2º pavimento). Os níveis abaixo do 1º subsolo são destinados aos profissionais, com a administração do estádio, os vestiários (onde jogadores e árbitros se preparam antes dos jogos e descansam e tomam banho, após as partidas) e salas de apoio para a imprensa. Os demais níveis são, de maneira geral, destinados ao público. Os níveis 1º subsolo e 2º pavimento são níveis de acesso às arquibancadas inferior e superior, respectivamente. Os

níveis térreo e 1º pavimento são os que levam à arquibancada intermediária, a qual é reservada para salas de imprensa e camarotes *VIP*, portanto, de acesso mais restrito. Em todos os níveis destinados aos espectadores há banheiros, lanchonetes e corredores de circulação. A arena tem um total de setenta e quatro camarotes, quarenta bares, quatorze lanchonetes e dois restaurantes.

Radialmente as arquibancadas são divididas em setores, que são separados por juntas de dilatação, o que os tornam estruturalmente independentes entre si. São seis setores nas laterais do campo (três de cada lado), um atrás de cada gol e mais um em cada canto, totalizando doze setores, o que pode ser visto, em planta, na Figura 6.2. Todos os setores têm a mesma seção transversal (mostrada na figura 6.1) e se diferenciam pela a quantidade de pórticos e, conseqüentemente, pela largura na direção tangencial. Os setores laterais e de fundo são formados por pórticos paralelos, e os setores de canto, por serem curvos, têm pórticos distribuídos radialmente.

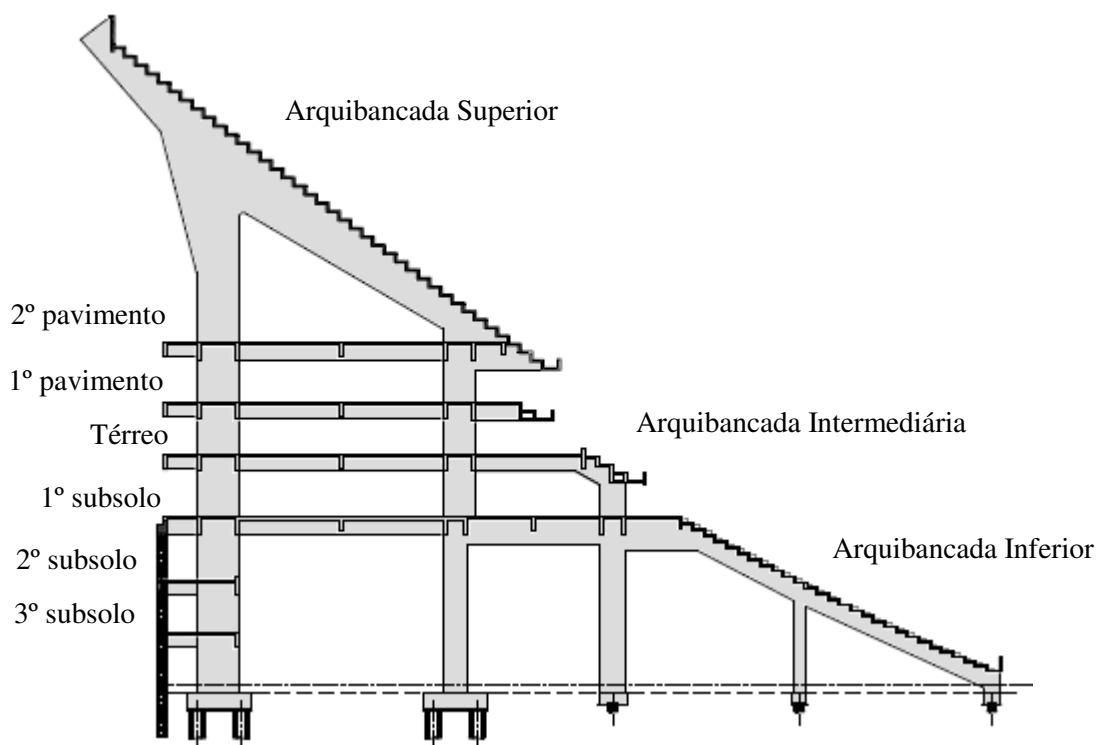


Figura 6.1 – Corte da arquibancada – Estádio Nacional

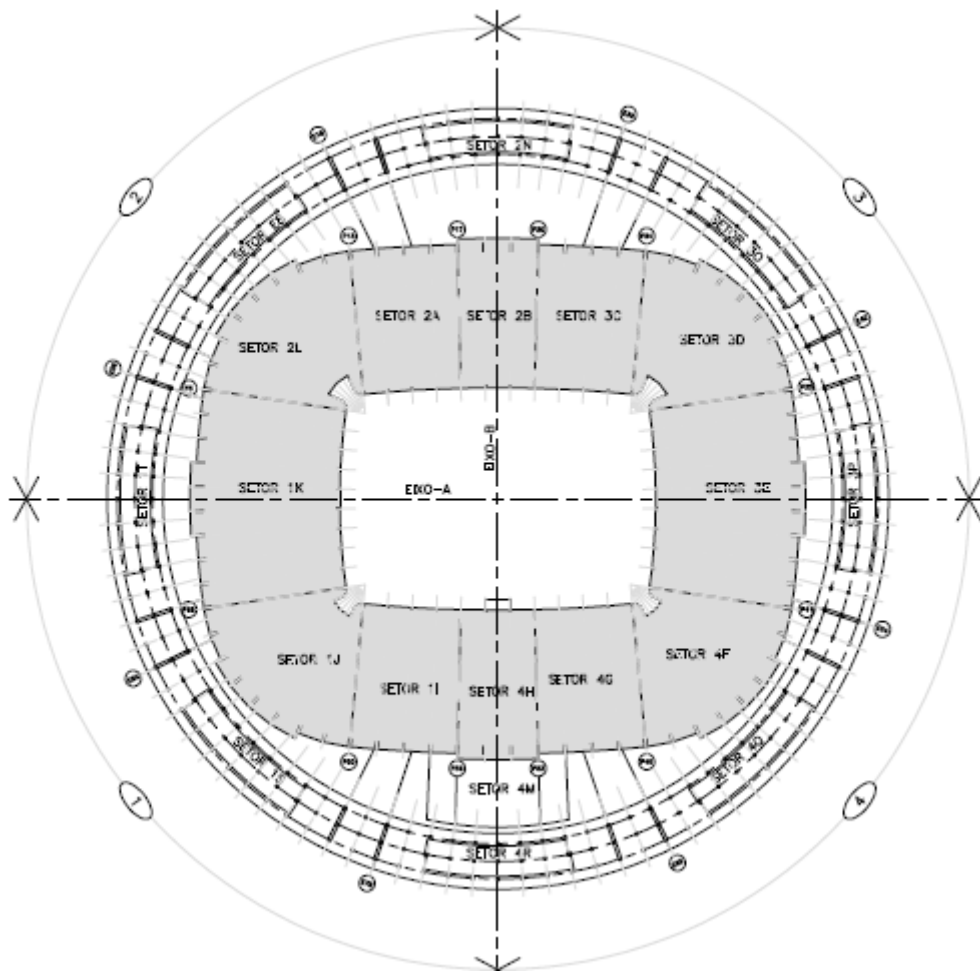


Figura 6.2 – Planta da Estrutura – Estádio Nacional

Circunscrevendo as arquibancadas há três linhas concêntricas de pilares (num total de 288 pilares), sobre os quais se apoia uma cobertura circular que tem uma coroa de concreto armado em sua parte externa, e uma parte interna metálica, coberta por uma membrana especial, protegendo toda a arquibancada e, ainda, parte do campo. As arquibancadas e a cobertura são estruturas independentes. Para o acesso dos usuários, há oito rampas, distribuídas ao redor da arena, que leva o público de um nível mais baixo da área externa ao piso do nível 1º subsolo. A figura 6.3 ilustra uma maquete eletrônica da estrutura do estádio, com detalhes para os níveis das arquibancadas, separados pelas cores verde, azul e amarelo. Na figura não é mostrada a cobertura, possibilitando visualizar os pilares externos e parte das rampas de acesso. A Figura 6.4 mostra o estádio seccionado, permitindo a visualização dos pisos internos e, também, da cobertura.



Figura 6.3 – Modelo3D - Estádio Nacional

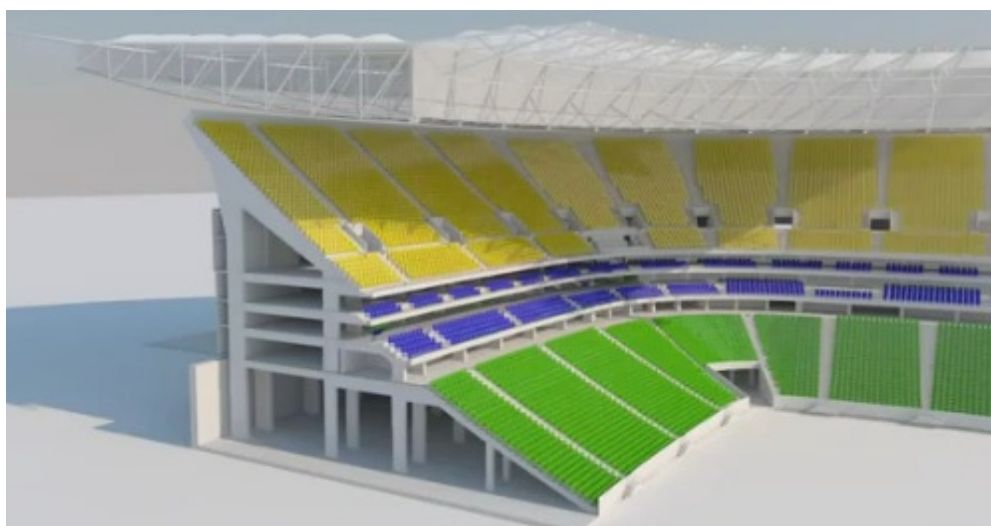


Figura 6.4 – Estádio Nacional seccionado

Foi feita uma visita técnica à obra do estádio em outubro de 2012. Nesta época a estrutura de concreto da arquibancada já se encontrava quase inteiramente pronta, faltando pequenos trechos, que ainda não haviam sido concretados, para entrada e saída de máquinas e equipamentos e circulação por dentro do estádio. Os pilares externos da cobertura também já estavam todos concretados, bem como as rampas externas de acesso. A coroa de concreto da cobertura também estava concretada, mas alguns trechos ainda se encontravam escorados. Até então, a estrutura metálica da cobertura ainda não havia sido montada, nem posicionada. Nesta fase estavam sendo executadas as primeiras instalações elétricas e hidráulicas e ainda não estava sendo feito nenhum acabamento.

Na ocasião foi possível caminhar por todos os níveis da estrutura, tanto os internos quanto os das arquibancadas. Também foi possível subir até a coroa de concreto da cobertura e visualizar as arquibancadas por cima, uma vez que a estrutura metálica ainda não existia.

Com a visita foi possível ver *in loco* a estrutura analisada numericamente, bem como observar a qualidade do concreto e o tratamento dado às juntas de dilatação. Algumas dúvidas técnicas puderam ser esclarecidas, além de curiosidades gerais da estrutura que foram expostas pelo responsável que guiou a visita.

As figuras 6.5, 6.6 e 6.7 mostram fotos do estádio na época da visita. A foto da Figura 6.5 foi tirada ao nível do campo e a 6.6 foi tirada do nível mais elevado da arquibancada superior. Ambas as fotos permitem a visualização das arquibancadas inferior, intermediária e superior. Ao fundo se nota o topo dos pilares externos e a coroa de concreto da cobertura. A figura 6.7 já mostra uma foto aérea do estádio, tirada aproximadamente na mesma época, que permite a visualização da estrutura completa do estádio e mostra de maneira clara a separação entre as estruturas das arquibancadas e da cobertura.



Figura 6.5 – Foto interna do Estádio Nacional durante construção – nível do campo



Figura 6.6 – Foto interna do Estádio Nacional durante construção – nível da arquibancada superior



Figura 6.7 – Foto aérea do Estádio Nacional durante construção

6.2 MODELO NUMÉRICO

Dos quatro tipos de setores existentes, foi selecionado o setor 4G, de largura intermediária (com cinco pórticos paralelos e, portanto, quatro vãos de lajes e degraus), que representasse um comportamento médio dos diferentes setores para a confecção do modelo numérico.

Foram utilizados elementos tipo *shell* para simular lajes, degraus, paredes e o pórtico e elementos do tipo *frame* para modelar as vigas internas. As características destes tipos de elementos (como quantidade de nós e graus de liberdade por nó) estão descritas no capítulo 4 (Ferramenta computacional). Ao todo são 91.505 elementos *shell*, 3.100 elementos *frame* e 92.819 nós. As peças foram modeladas conforme a geometria descrita no projeto de forma e considerando que o material é concreto armado, com Ecs de 30GPa. Nos apoios dos pilares foram aplicadas restrições de apoio do tipo engaste, restringindo translações e rotações nas 3 direções. As figuras 6.8 e 6.9 ilustram o modelo numérico.

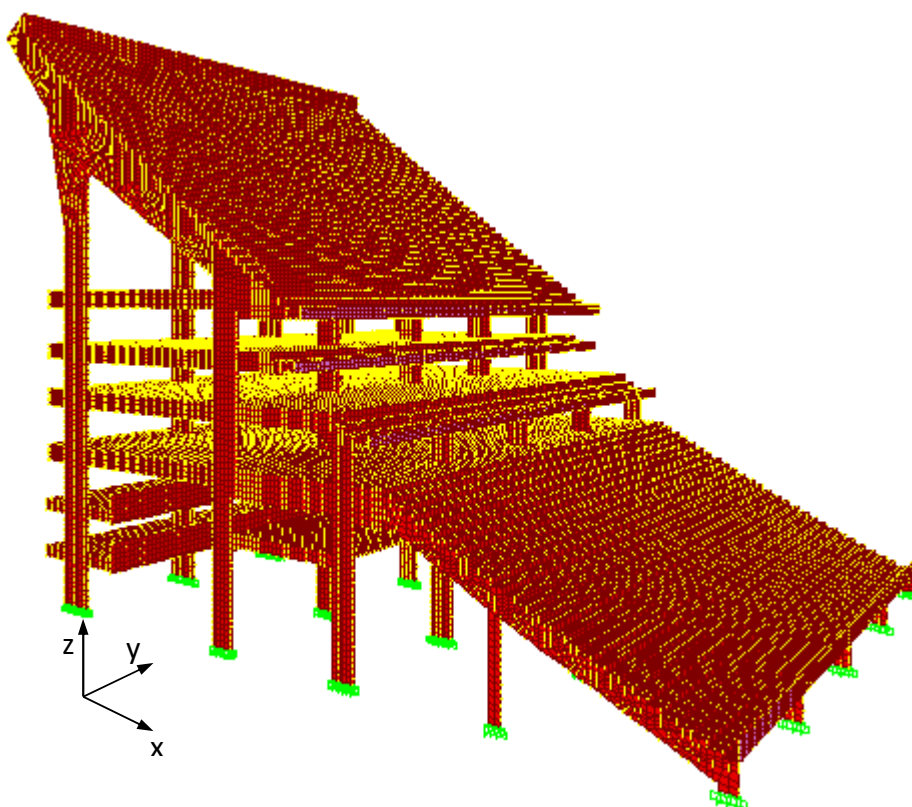


Figura 6.8 – Vista frontal/lateral do modelo numérico

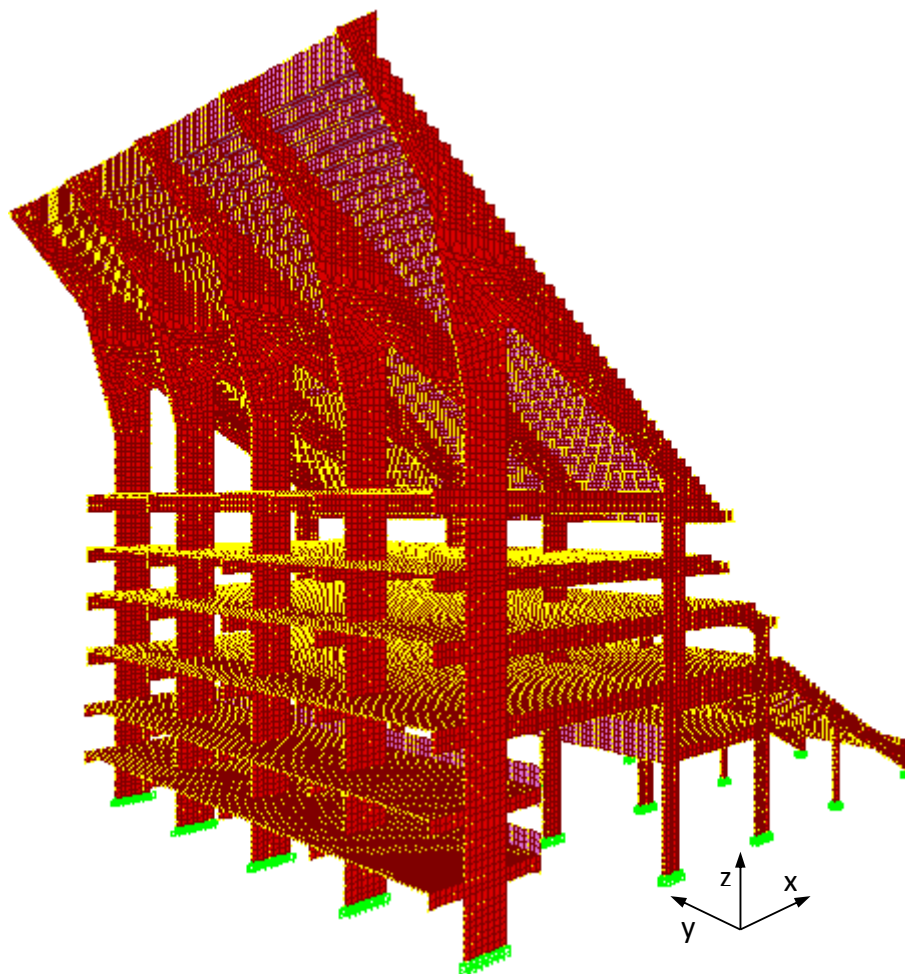


Figura 6.9 – Vista lateral/posterior do modelo numérico

Análises de convergência, feitas em testes com modelos mais simples, mostraram que as respostas modais convergiam com a utilização de malhas de elementos com dimensões da ordem de até 10% da maior dimensão da estrutura. Como este trabalho trata de uma estrutura com geometria bastante complexa que impede o uso de geradores automáticos de malha e refinamentos a partir de um modelo base, a discretização da malha é bastante trabalhosa. Optou-se, por esse motivo, por trabalhar com elementos com dimensões da ordem de 1 % da maior dimensão da estrutura.

7 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

7.1 ANÁLISE MODAL

A grande quantidade de graus de liberdade do modelo adotado, devido à existência de quase 100.000 nós, leva a um número muito elevado de modos de vibração. Para este estudo foram calculados, para torná-lo mais prático e simples, apenas os 12 primeiros modos, que são os que correspondem às menores frequências naturais, portanto, as de maior interesse, por estarem mais próximas da faixa de frequências características das atividades desenvolvidas por humanos em arquibancadas, como pular, bater palmas e balançar o corpo lateralmente. O cálculo desta quantidade reduzida de modos de vibração reduz o esforço computacional e o tempo requerido para o processamento do modelo numérico.

7.1.1 Apresentação das respostas modais

As figuras 7.1 a 7.12 ilustram os 12 primeiros modos de vibração e a tabela 7.1 mostra suas frequências naturais e descrição dos modos. A escala de cores dos modos de vibração varia do lilás ao azul (passando por vermelho, laranja, amarelo e verde). Lilás representa deslocamento nulo e azul, o deslocamento máximo.

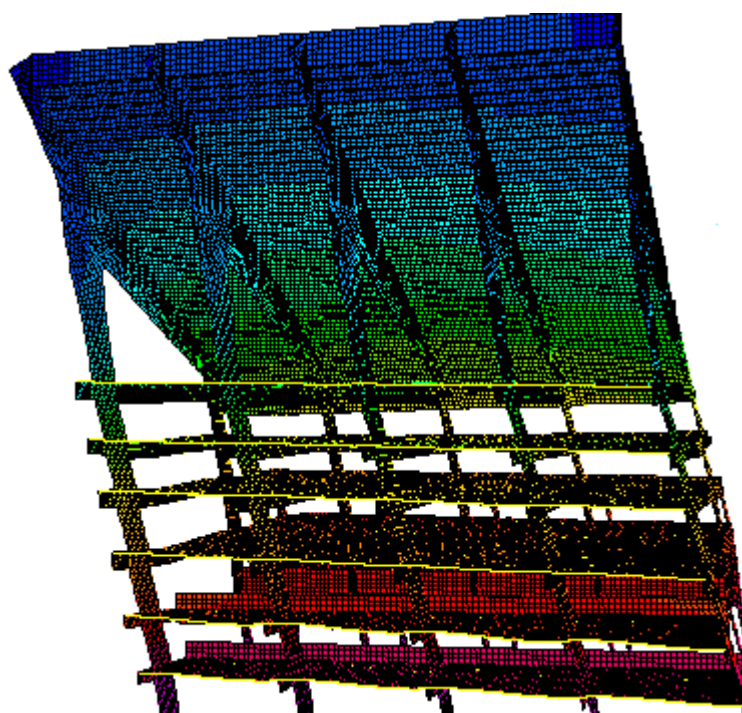


Figura 7.1 – 1º modo de vibração – Flexão na direção tangencial – $f = 1,02\text{Hz}$

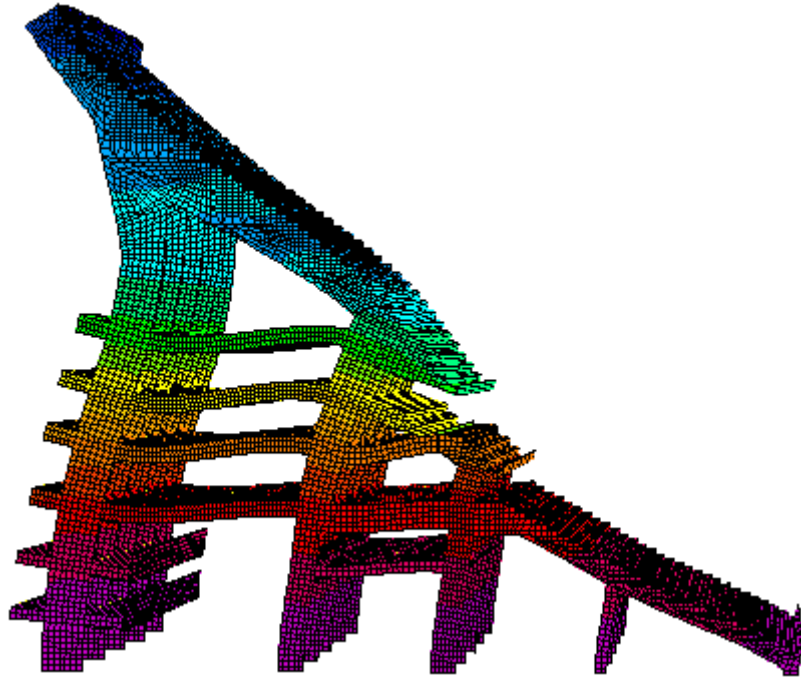


Figura 7.2 – 2º modo de vibração – Flexão na direção radial – $f = 2,27\text{Hz}$

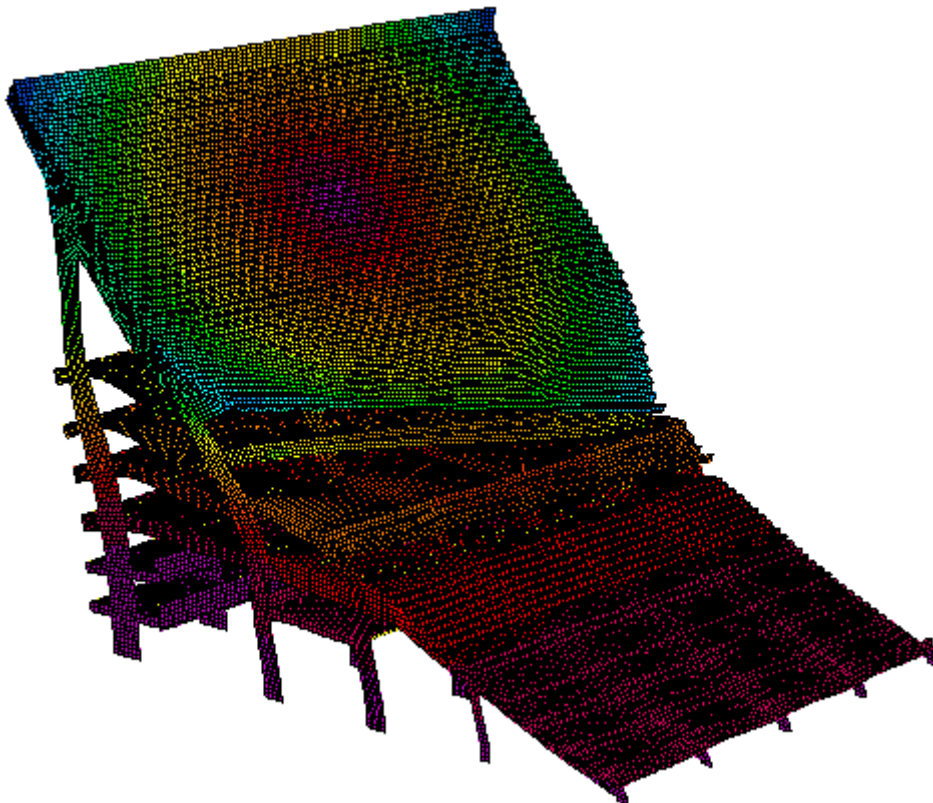


Figura 7.3 – 3º modo de vibração – Torção – $f = 2,48\text{Hz}$

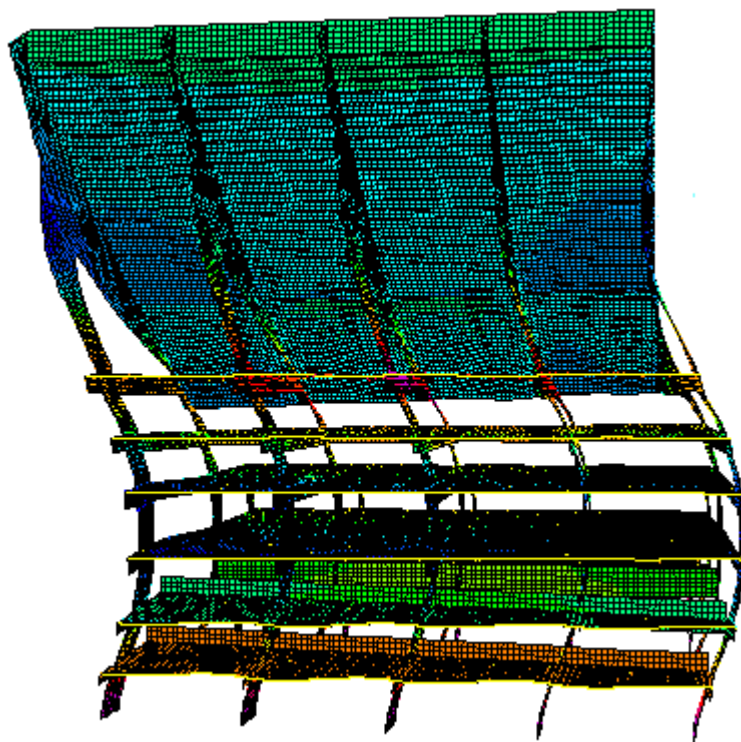


Figura 7.4 – 4º modo de vibração – Flexão na direção tangencial – $f = 2,78\text{Hz}$

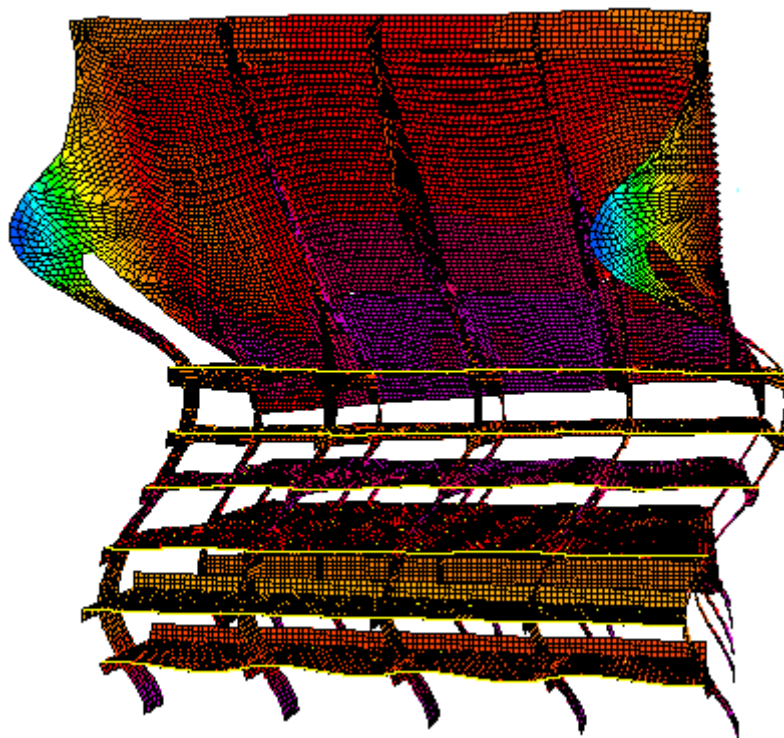


Figura 7.5 – 5º modo de vibração – Flexão na direção tangencial – $f = 4,95\text{Hz}$

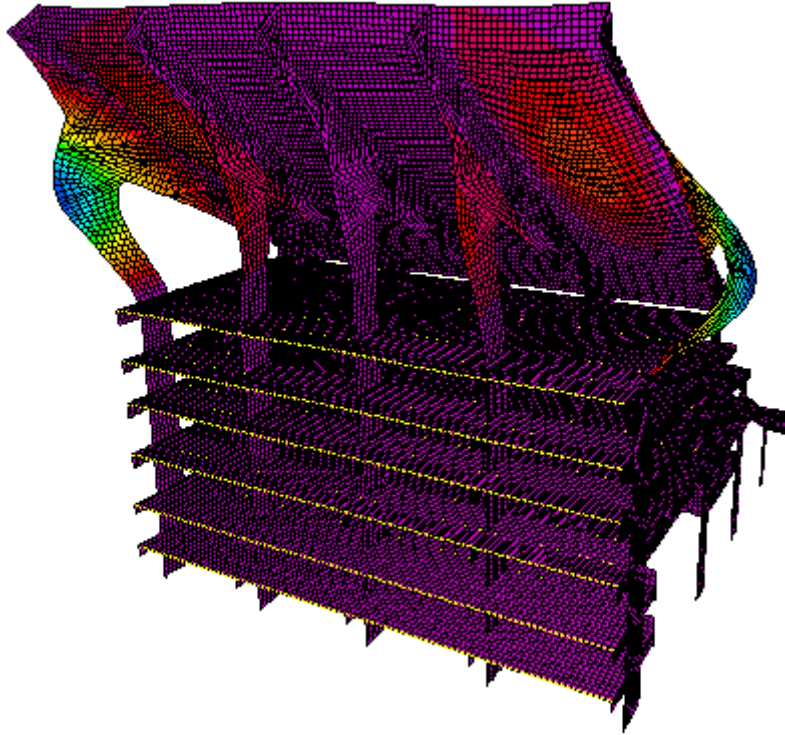


Figura 7.6 – 6º modo de vibração – Flexão da arquibancada superior e pilares – $f = 5,07\text{Hz}$

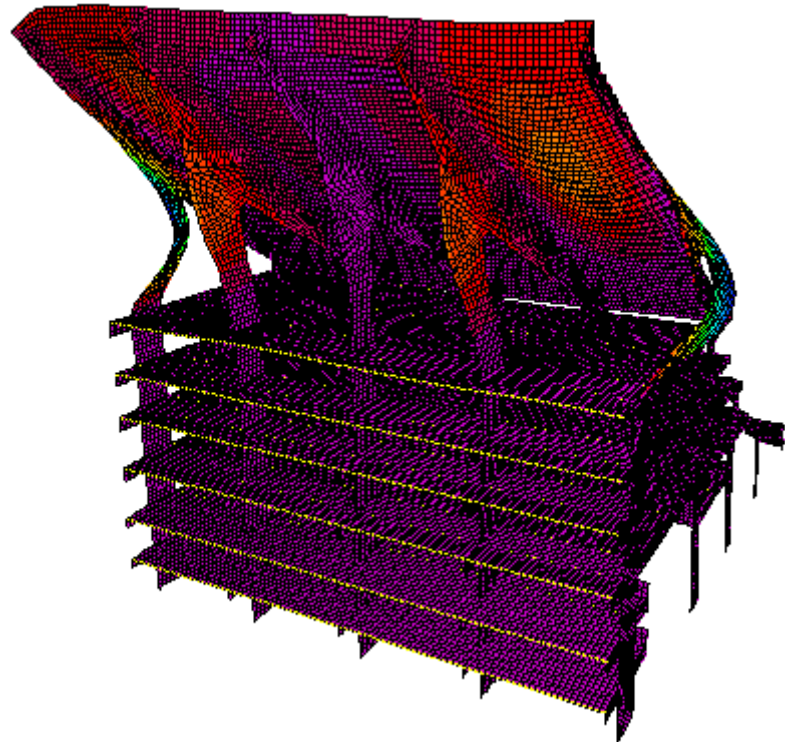


Figura 7.7 – 7º modo de vibração – Flexão da arquibancada superior e pilares - $f = 5,12\text{Hz}$

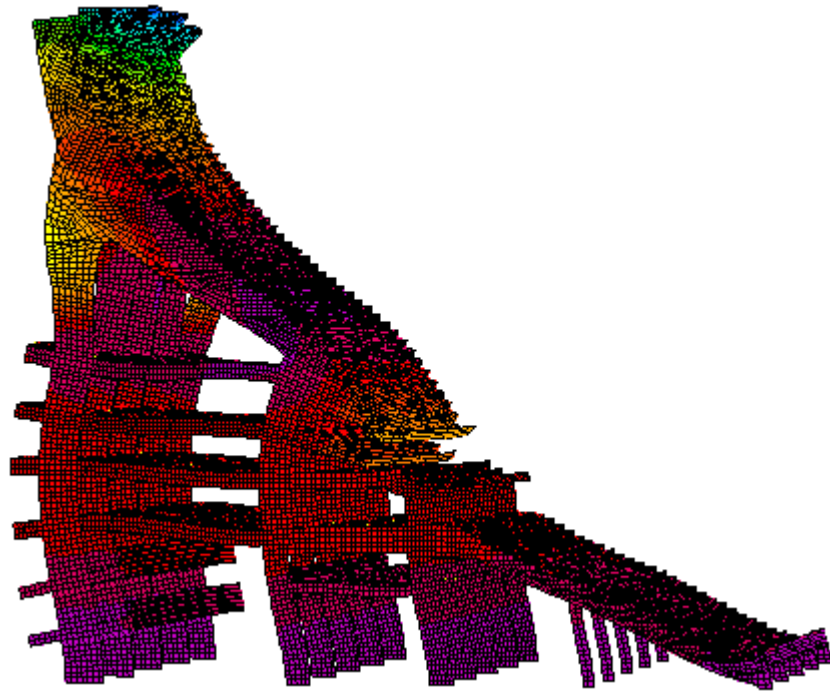


Figura 7.8 – 8º modo de vibração – Flexão na direção radial – $f = 5,48\text{Hz}$

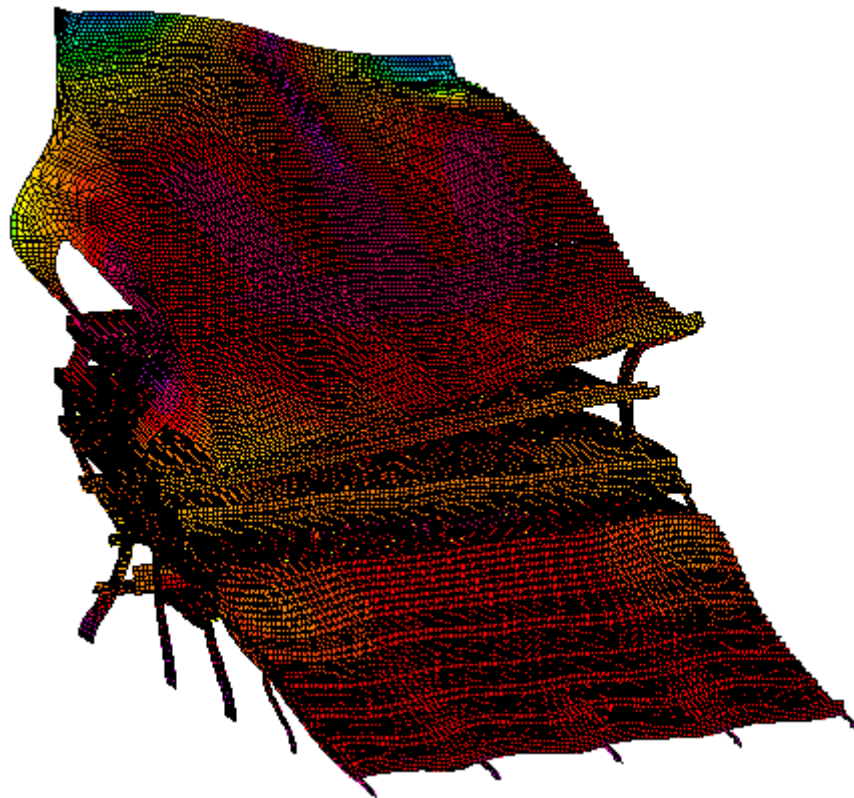


Figura 7.9 – 9º modo de vibração – Torção - $f = 5,71\text{Hz}$

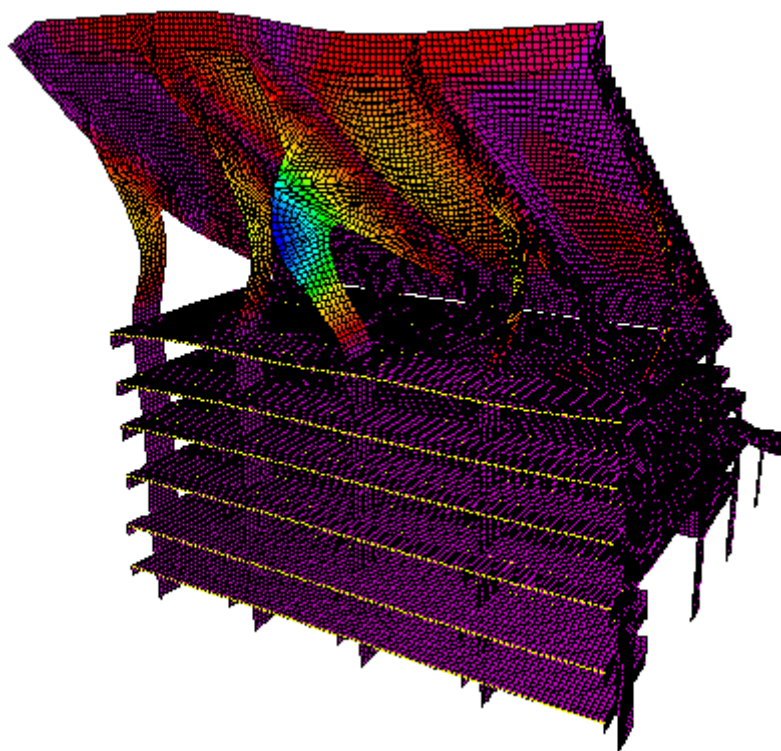


Figura 7.10 – 10º modo de vibração – Flexão da arquibancada superior e pilares - $f = 6,31\text{Hz}$

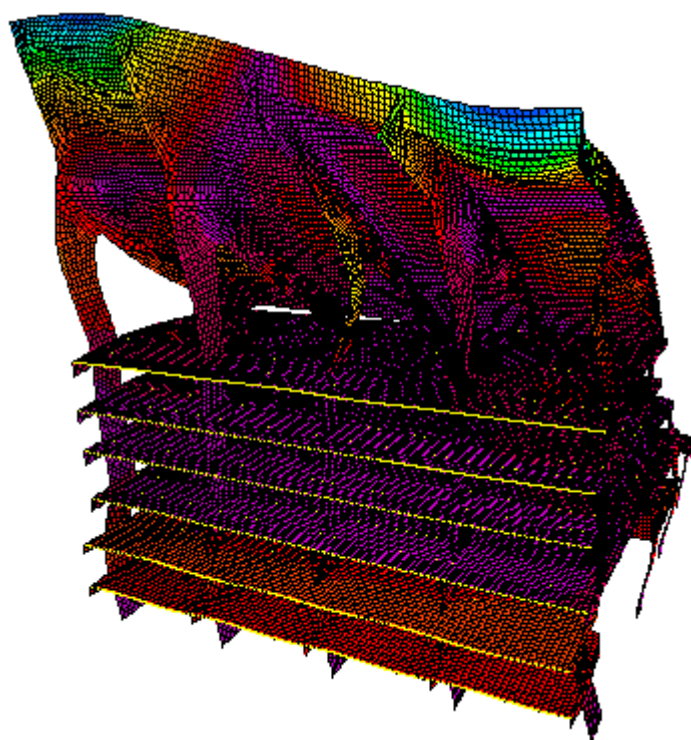


Figura 7.11 – 11º modo de vibração – Flexão da arquibancada superior e na direção tangencial – $f = 6,66\text{Hz}$

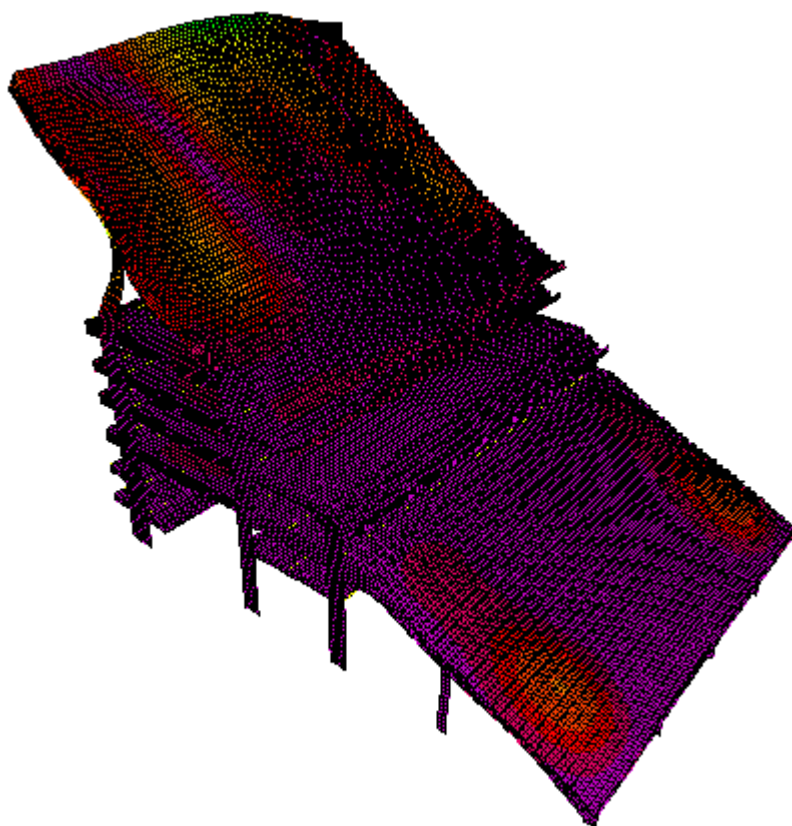


Figura 7.12 – 12º modo de vibração – Flexão das arquibancadas e na direção radial – $f = 6,67\text{Hz}$

Tabela 7.1– Descrição dos modos de vibração

Modo	Frequência (Hz)	Descrição
1	1,02	Flexão na direção tangencial + leve torção no plano “xy”
2	2,27	Flexão na direção radial
3	2,48	Torção no plano “xy” + flexão dos pilares na direção radial
4	2,78	Flexão na direção tangencial
5	4,95	Flexão na direção tangencial
6	5,07	Flexão da arquibancada superior + flexão dos pilares externos + leve flexão na direção radial
7	5,12	Flexão da arquibancada superior + flexão pilares
8	5,48	Flexão na direção radial + flexão pilares + flexão arquibancada superior
9	5,71	Flexão na direção tangencial + torção no plano “yz”
10	6,31	Flexão da arquibancada superior + flexão pilares
11	6,66	Flexão da arquibancada superior + flexão na direção tangencial
12	6,67	Flexão da arquibancada superior + flexão da arquibancada inferior + flexão na direção radial

7.1.2 Análise das respostas modais

Observa-se que as formas dos cinco primeiros modos de vibração correspondem à movimentação da estrutura de maneira global. A partir do sexto modo (com frequência natural de 5,07Hz) surgem deformadas com flexão da arquibancada superior, combinadas com deformações da estrutura de maneira global.

As respostas modais mostram que os primeiros modos de vibração (em especial os quatro primeiros) do Estádio Nacional têm baixas frequências naturais (entre 1Hz e 3Hz). Estes valores estão na mesma faixa de frequências características das atividades desenvolvidas por seres humanos. Como mostrado na tabela 3.1, o CEB 209 (1991) indica valores de frequências características para atividades humanas, geralmente entre 1,5Hz e 3Hz. Esta resposta ratifica o fato já citado anteriormente, de ser comum algumas estruturas civis terem frequências naturais próximas às frequências características de atividades desenvolvidas nelas, e isto é preocupante, pois sugere a possibilidade de amplificação das vibrações.

Martins *et al* (2004) mostram que a arquibancada principal do estádio Algarve tem seus três primeiros modos de vibração com frequências naturais entre 1Hz e 3Hz. Rodrigues (2003) mostra que os Estádios do Morumbi e do Ibirapuera também possuem modos de vibrações com frequências naturais entre 2Hz e 3Hz. A comparação entre os valores das frequências naturais dos primeiros modos de vibração dos estádios dos estudos citados pode ser vista na tabela 7.2.

Tabela 7.2 – Frequências naturais (Hz) dos Estádios do Morumbi, Ibirapuera e Algarve em comparação com o Estádio Nacional

	Estádio Nacional (estimativa modal)	Morumbi - Rodrigues (2003)	Ibirapuera - Rodrigues (2003)	Estádio Algarve - Martins <i>et al</i> (2004)
1	1,02	2,17	2,19	1,06
2	2,27	2,23	3,51	1,73
3	2,48	2,24	5,19	2,67
4	2,78	2,71	-	3,52

7.1.3 Análise das respostas modais quanto aos limites normativos

Ao analisar as respostas modais de acordo com o critério estabelecido pela NBR 6118, percebe-se que o critério não é atendido. O critério estabelece que a frequência natural da estrutura não deve ser superior a 1,2 vezes o valor da frequência crítica, apresentada em tabela. Apesar de não indicar um valor de frequência crítica específico para a estrutura de uma arquibancada, o primeiro modo de vibração tem uma frequência natural muito baixa (1,02Hz) e nenhum dos valores indicados pelo critério normativo são atendidos.

7.2 MODELAGEM DO CARREGAMENTO

Para a modelagem do carregamento a ser aplicado no modelo numérico, foi feito um levantamento dos modelos utilizados por outros pesquisadores em situações semelhantes. Barbosa *et al* (2008) aplicam o carregamento proposto pelo CEB descrito como “aplaudir de pé com saltos leves”. Entende-se, contudo, que este carregamento corresponde a uma atividade de certa maneira suave e que, em momentos de maior euforia, a torcida pode vir a solicitar a arquibancada com um carregamento mais intenso, gerando maiores respostas dinâmicas.

Rodrigues (1998, 2003), Faísca (2003), Sim (2006), Lima (2007), Barros (2009), dos Santos (2009) e Martins (2011), entretanto, aplicam, em suas modelagens, o carregamento descrito por Bachmann *et al* (1987) como “saltar”. Matematicamente, se trata de uma função de pulsos semi-senoidais, o que significa, fisicamente, que, existe um pico semi-senoidal correspondente ao tempo em que o indivíduo mantém o contato com a estrutura, e um trecho em que a função é nula, correspondente ao tempo em que o indivíduo está no ar, portanto sem contato com ela.

Por ser o tipo de modelo de carregamento mais utilizado na bibliografia nesse tipo de situação, e também por ser mais crítico, julgou-se que este modelo era o mais adequado para ser aplicado nesse estudo.

Tal modelo pode ser descrito como uma série de Fourier utilizando-se de uma soma de termos com a função cosseno, conforme equação 3.30. Ao se analisar tais modelos de carregamentos com os parâmetros propostos por diferentes autores, percebeu-se que cada

parâmetro deve ser utilizado para uma frequência específica de excitação, dificultando a análise desse modelo para diferentes valores de frequência.

Ao encarar o modelo como pulsos semi-senoidais, conforme equação 3.29, os parâmetros utilizados passam a ser a frequência, o tempo de contato e o coeficiente de impacto. Como o coeficiente de impacto é função da razão entre o tempo de impacto e o período, então as únicas variáveis independentes passam a ser a frequência e o tempo de contato. Por esse motivo, passou-se a definir o modelo do carregamento dinâmico a partir dessa formulação, acreditando que isso tornaria mais simples a comparação de diferentes conjuntos de parâmetros.

Para a definição de quais parâmetros se utilizarem no carregamento, recorreu-se, novamente, aos pesquisadores que trabalham assuntos semelhantes, a fim de levantar os parâmetros mais comumente utilizados.

Faísca (2003) propõe valores desses parâmetros para serem aplicados em projetos de estruturas, para três tipos de atividades, que são: saltos à vontade, ginástica aeróbica e *show/torcida*, conforme mostrado na tabela 3.3. Ao comparar os valores propostos por ela com aqueles propostos pelo CEB 209 (1991), é nítido que o CEB 209 (1991) é bastante mais conservador, pois seus parâmetros levam a carregamentos com coeficientes de impacto muito maiores.

Por esse motivo, uma das propostas de análise nesse trabalho é a de comparar os resultados obtidos com os parâmetros sugeridos por Faísca (2003) com os resultados obtidos com os parâmetros sugeridos pelo CEB 209 (1991).

Em relação à frequência característica a ser adotada, Rodrigues (1998, 2003) utiliza o valor de 2,5Hz para a frequência característica do carregamento, valor obtido via monitoramento dos estádios em dias de jogo. Já Barbosa *et al* (2008) arbitram a frequência característica de 2,4Hz, de maneira que seu terceiro harmônico seja coincidente com a frequência natural de um modo de vibração de flexão da arquibancada analisada. Lima (2007) também arbitra valores de frequência característica que coincidem com valores de frequências naturais das estruturas estudadas. Sim (2006) e Martins (2011) propõem diferentes valores de frequência característica, variando de 1,5Hz até 3,5Hz.

Foram analisados vídeos disponíveis na internet de algumas torcidas de futebol em dias de jogo, para tentar caracterizar as frequências típicas produzidas por elas. Buscaram-se vídeos de torcidas de vários países (da Europa e América Latina, que são os dois maiores centros de futebol do mundo), na tentativa de se encontrar os mais diversos comportamentos possíveis. É de se ponderar que, além de haver poucos vídeos de torcidas de times europeus, elas têm, de maneira geral, um comportamento menos intenso nas arquibancadas, em comparação às de times latino-americanos. Por isso foram escolhidos vídeos de cantos de torcida (acompanhados por saltos) dos clubes mais populares do Brasil, da Argentina e do México, países de grande tradição no futebol. O levantamento dos valores de frequências foi feito apenas pelo acompanhamento visual do movimento dos torcedores nos vídeos. Como resultado dessa pesquisa, são mostrados na tabela 7.3 alguns dos cantos mais populares destas torcidas, e as respectivas frequências de salto.

Analisando os dados mostrados na tabela, percebe-se que os cantos das torcidas de Flamengo e Corinthians são acompanhados por saltos que ocorrem nas frequências de 2,4; 2,5Hz e 2,7Hz. Para as torcidas argentinas e mexicanas, percebe-se que, além dessas faixas de frequência, há cantos com frequências mais baixas, por volta de 1,8Hz.

Tabela 7.3 - Frequências características de cantos acompanhados de saltos de torcidas de futebol

Time	Canto	fs (Hz)
Flamengo	“Festa na Favela”	2,7
	“Sai do chão”	2,4
	“Dá-lhe ô”	2,7
Corinthians	“Hino Corinthians”	2,5
	“Aqui tem um bando de loucos”	2,4
	“Não para”	2,7
Boca Juniors - Argentina	“Boca mi buen amigo”	2,4
	“Y dale boca”	2,4
	“Vamos xeneizes”	1,9
Chivas – México	“Chivas de mi vida”	1,7
	“Te alentaré de corazon”	1,8
Pumas – México	“OleleOlala”	2,4

Com os resultados da análise acima, optou-se por trabalhar com carregamentos harmônicos caracterizados pelas frequências de 1,8Hz, 2,4Hz, 2,5Hz e 2,7Hz, uma vez que se pôde

perceber claramente que todas elas ocorrem em situações reais. É interessante ressaltar que o valor de 2,5Hz foi estudado por Faísca (2003) e que, em seu modelo de carregamento de torcida, ela propõe o valor de frequência de 2,7Hz. Outra opção de análise, que não chegou a ser aplicada a esse trabalho, era de ter considerado as frequências naturais da estrutura como frequências de excitação.

Para um quinto valor de frequência, foi proposto um valor intermediário com base no trabalho de Faísca (2003). Em seu trabalho, além das 4 atividades propostas, com diferentes valores de frequência (que foram induzidas por estímulos visual e/ou sonoro), ainda houve uma quinta atividade, na qual propôs que os indivíduos pulassem livremente, sem qualquer tipo de estímulo. Em sua análise experimental, ela mostra que a média da frequência de excitação para este tipo de atividade é de 2,27Hz. Isso leva a entender que este é o valor de frequência mais confortável para se realizar a atividade de saltar.

Chegou-se à conclusão que esta frequência pode ser induzida pela torcida numa ocasião em que pula livre de estímulos (dos cantos), como no momento em que o time entra em campo, ou na comemoração de um gol. Portanto, tendo este valor de frequência característica como base, para a escolha a quinta frequência característica arbitrou-se convenientemente o valor de 2,2Hz.

Em relação à ocupação das arquibancadas pela torcida, foi considerado inicialmente que todas as arquibancadas estariam completamente cheias. Esta situação foi denominada de situação 1. Pela capacidade máxima de público da arena, fornecida pela FIFA (71400 pessoas), considerando um peso médio de cada indivíduo de 800N, e pela área das arquibancadas, chegou-se a um valor de sobrecarga de aproximadamente 1,6kN/m², para o estádio completamente tomado.

Para a análise numérica foi considerado este valor na arquibancada inferior. Para a arquibancada intermediária, pelo fato de se tratar de uma área de camarotes, áreas *VIP* e de salas de imprensa, onde a taxa de ocupação por pessoas é muito menor, foi considerado, ainda de maneira conservadora, o valor de 1kN/m². Para a arquibancada superior supôs-se a possibilidade de ter uma ocupação um pouco maior e, portanto, foi considerado, também de maneira conservadora, o valor de 1,8kN/m². A figura 7.13 ilustra a sobrecarga da torcida aplicada ao modelo numérico na situação 1.

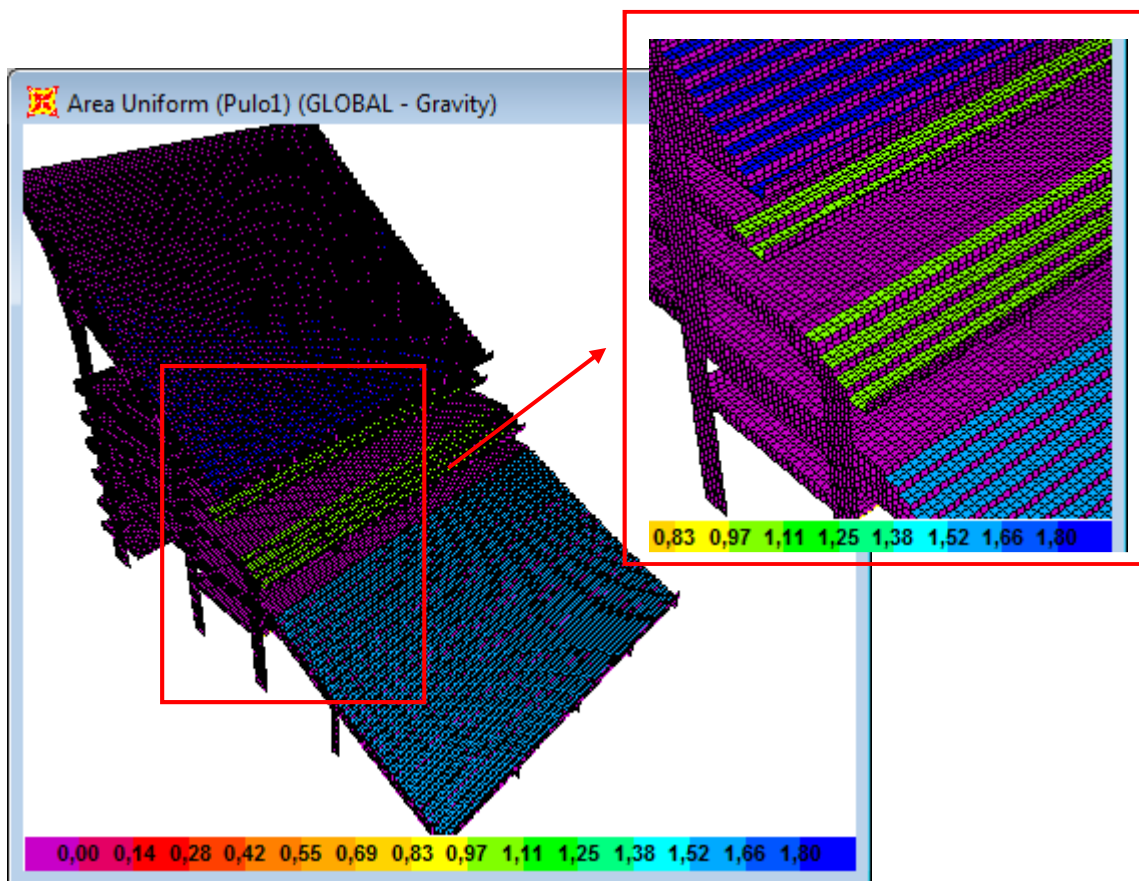


Figura 7.13 – Situação1 de ocupação das arquibancadas – Escala em [kN/m²]

Em relação à quantidade de pulsos a adotar no modelo de carregamento, foi possível determinar, em estudos preliminares, que não há aumento significativo da resposta de aceleração após o oitavo salto. Por esse motivo, e para reduzir o esforço computacional e tempo de processamento do modelo numérico, foram adotados modelos de carregamento com 8 pulsos.

Para a determinação dos demais parâmetros (tempo de contato e coeficiente de impacto), recorreu-se, novamente, à bibliografia. Bachmann *et al* (1987) não sugerem valores para o tempo de contato, porém muitos dos autores que utilizaram sua formulação, entre eles Rodrigues (1998) e (2003), Karspeski *et al* (2005) e Sim (2006) obtiveram valores de k_p aproximadamente iguais a 3. Fazendo uma análise inversa, pelo ábaco proposto pelo autor – figura 3.4, chega-se a uma razão de tempo de contato pelo período de 0,5. Portanto, para as análises feitas com os parâmetros de Bachmann/CEB, adotou-se esta razão de tempo de contato por período e, conseqüentemente, o coeficiente de impacto de 3.

Para as análises feitas com os parâmetros de Faísca (2003), utilizaram-se as médias dos tempos de contato medidos em suas análises experimentais, mostrados na tabela 7.3. A partir destes valores, chegou-se aos valores da razão entre tempo de contato e o período característico. Por fim, criou-se um gráfico com os valores das razões entre tempo de contato e o período pela frequência característica, mostrado na figura 7.14.

Tabela 7.4 – Tempos de contato medidos experimentalmente – Faísca (2003)

f_s (Hz)	T_p (s)	t_c (s)	t_c/T_p
2,00	0,50	0,36	0,72
2,27	0,44	0,33	0,75
2,50	0,40	0,32	0,80
2,70	0,37	0,33	0,89

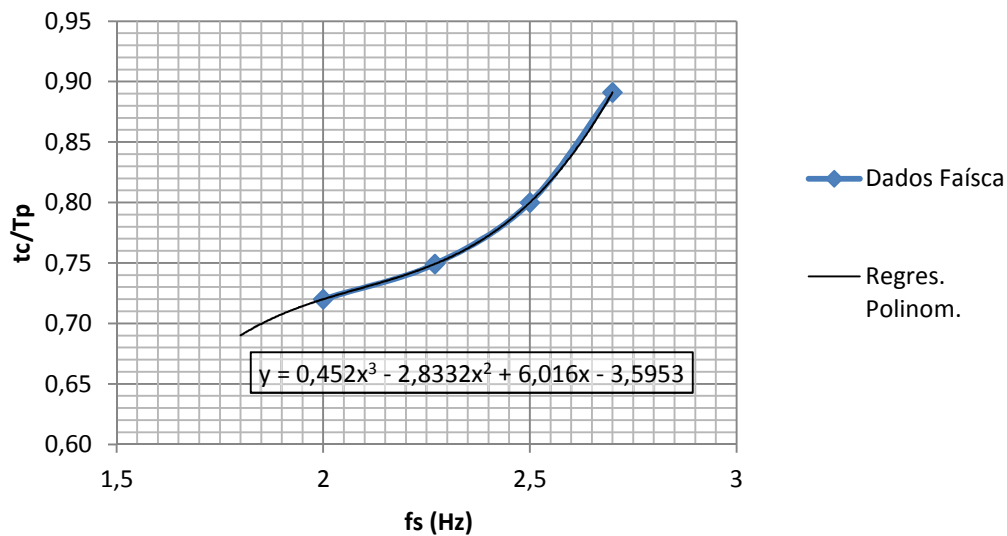


Figura 7.14 – Relação entre tempo de contato pelo período em função da frequência característica

A partir da curva criada pelos pontos obtidos experimentalmente por Faísca (2003), criou-se uma regressão polinomial de ordem 3. A partir desta regressão, obtiveram-se os valores da razão entre tempo de contato e período característico para os valores de frequência diferentes dos que ela havia estudado (de 1,8Hz; 2,2Hz e 2,4Hz).

Para o coeficiente de impacto, percebeu-se que, utilizando a formulação proposta por Sim (2006) – equação 3.35, chegava-se a valores bastante próximos àqueles propostos por Faísca (2003). Portanto, para o cálculo deste parâmetro foi adotada a formulação proposta por Sim (2006), de tal maneira:

Para $f = 1,8\text{Hz}$:

$$T_p = 1/f_s = 0,56s \quad (7.1)$$

Da regressão polinomial:

$$t_c/T_p = 0,70 \quad (7.2)$$

$$t_c = 0,70 \cdot T_p = 0,39s \quad (7.3)$$

Utilizando a equação 3.36:

$$k_p = \frac{\pi}{(2 \cdot 0,39)} = 2,24 \quad (7.4)$$

Realizando este mesmo procedimento de maneira análoga para os demais valores de frequência, chega-se aos valores de coeficiente de impacto para as demais frequências, apresentados na tabela 7.4. Esta tabela mostra o plano de carregamentos propostos para a situação 1.

Tabela 7.5 – Parâmetros para carregamento dinâmico – situação 1

Modelo	Formulação	Parâmetros	f (Hz)	T _p (s)	t _c (s)	t _c /T _p	k _p
1a	Bachmann	CEB/Bachmann	1,80	0,56	0,28	0,5	3
2a	Bachmann	CEB/Bachmann	2,20	0,45	0,23	0,5	3
3a	Bachmann	CEB/Bachmann	2,40	0,42	0,21	0,5	3
4a	Bachmann	CEB/Bachmann	2,50	0,40	0,20	0,5	3
5a	Bachmann	CEB/Bachmann	2,70	0,37	0,19	0,5	3
1b	Bachmann	Faísca	1,80	0,56	0,39	0,70	2,24
2b	Bachmann	Faísca	2,20	0,45	0,34	0,75	2,10
3b	Bachmann	Faísca	2,40	0,42	0,33	0,79	1,98
4b	Bachmann	Faísca	2,50	0,40	0,32	0,80	1,96
5b	Bachmann	Faísca	2,70	0,37	0,33	0,89	1,76

Para a escolha dos pontos de leitura das respostas dinâmicas, foram analisadas as deformadas modais e escolhidos os pontos de maiores deslocamentos. Foram escolhidos 7 pontos ao todo, que estão indicados na figura 7.15.

Para a leitura das acelerações na direção “x”, foram escolhidos os pontos 1, 2 e 6. O ponto 1 se localiza na extremidade do último degrau da arquibancada superior e tem grande deslocamento na direção “x” nos modos que apresentam flexão na direção radial (que coincide com a direção “x”), portanto, nos modos 2 e 8. Este ponto também tem grande deslocamento na direção “x” nos modos que apresentam torção no plano “xy”, portanto, no modo 3. O ponto 2 se localiza no último degrau da arquibancada superior, no centro do bloco e tem grande deslocamento na direção “x” nos modos que apresentam flexão na direção radial, portanto, nos modos 2 e 8. O ponto 6 se localiza na extremidade do primeiro degrau da arquibancada superior e se desloca muito na direção “x” nos modos que apresentam flexão na direção radial, portanto, nos modos 2 e 8 e nos modos que apresentam torção no plano “xy”, portanto, no modo 3.

Para a leitura das acelerações na direção “y”, foram escolhidos os pontos 1, 3, 5 e 6. Todos estes pontos se localizam na extremidade lateral da arquibancada superior e, de maneira geral, apresentam grandes deslocamentos nos modos que apresentam flexão na direção tangencial (que coincide com a direção “y”), portanto, os modos 1, 4 e 5. Os pontos 1 e 6, como já mencionado, estão no último e primeiro degraus da arquibancada superior, respectivamente, e, por conseguinte, também apresentam grandes deslocamentos em “y” nos modos de torção na direção “xy”, logo, no modo 3.

Para a leitura das acelerações na direção z, foram escolhidos os pontos 4, 6 e 7. O ponto 4 se encontra no meio do primeiro vão da arquibancada superior, alinhado ao pilar. Este ponto apresenta grandes deslocamentos na direção “z” nos modos em que a flexão da arquibancada superior é preponderante, que é o caso dos modos 6, 7, 8 e 10. Já os pontos 6 e 7, por se encontrarem no primeiro degrau da arquibancada superior (na extremidade e no meio do primeiro vão, respectivamente), têm grande deslocamento nos modos de vibração com flexão na direção radial combinadas em “x” e “z”, que é o caso dos modos 2 e 8. O ponto 6 ainda apresenta grande deslocamento no modo 3 (torção).

Percebe-se que todos os pontos escolhidos estão situados na arquibancada superior, na qual as deformadas modais têm os maiores deslocamentos. A figura 7.15 ilustra a localização dos pontos e a tabela 7.5 mostra os nós do modelo numérico associados aos pontos e a descrição de suas localizações.

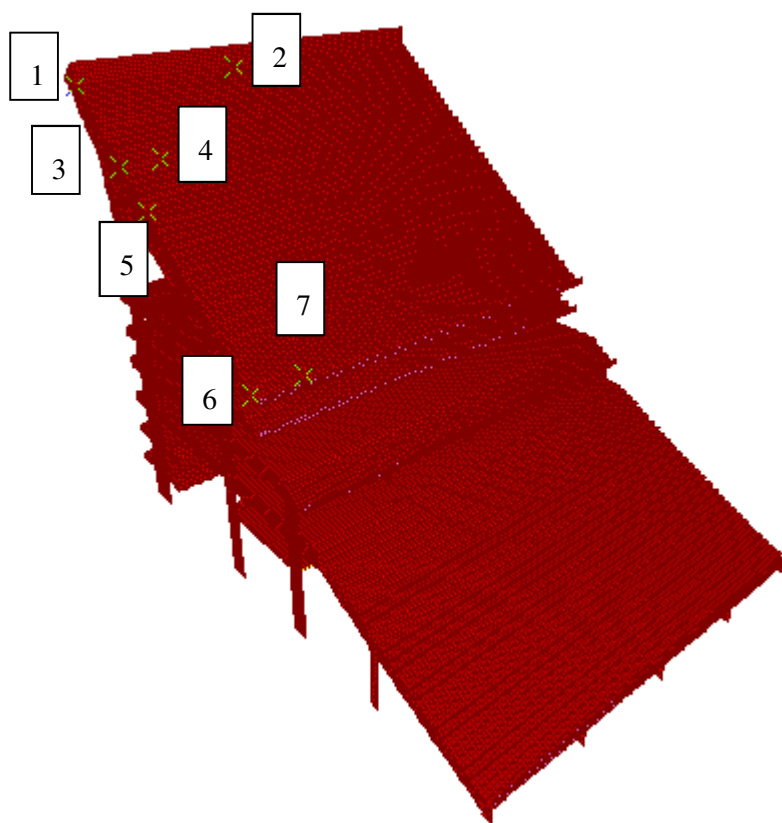


Figura 7.15 – Pontos de Leitura

Tabela 7.6– Localização e Descrição dos pontos de leitura

Ponto	Nó	Descrição
1	4235	Último degrau - na extremidade
2	33276	Último degrau - centro do Bloco
3	4064	Extremidade da Arquibancada - na altura do pilar
4	10324	Meio do primeiro vão - na altura do pilar
5	3737	Extremidade da Arquibancada – próximo ao pilar
6	3224	Primeiro degrau - na extremidade
7	8493	Meio do primeiro vão - no primeiro degrau

7.3 APLICAÇÃO DA CARGA DINÂMICA NO SAP2000

Para a aplicação do carregamento de torcida adotou-se o procedimento sugerido no manual do programa:

Conforme descrito no capítulo 4, para a análise do tipo *time-history*, o SAP2000 possui algumas funções periódicas pré-definidas, como “seno”, “cosseno”, “função rampa”, “pulso triangular”, entre outras. Estas funções podem ser utilizadas conforme a configuração *default* do programa, ou podem ser manipuladas.

Como não existe a função semi-seno pré-definida no programa, nesse caso utilizou-se a função seno, que foi manipulada convenientemente para que atendesse à modelagem do carregamento em questão.

A manipulação feita foi tal que a metade do período da função tivesse a mesma duração que o tempo de contato do carregamento definido e a segunda metade do seu período fosse nula. Para o caso do modelo de carregamento 1a, como o tempo de contato (t_c) é de 0,28s, a função “seno” foi descrita com um único ciclo de período (T_p) 0,56s. A função, que foi renomeada como função “salto”, obtém valor máximo unitário no tempo 0,14s, volta a ser nula no tempo 0,28s, valor no qual permanece até o fim da atividade ($t = 0,56s$). A figura 7.16 ilustra uma janela do programa, com a função “salto” manipulada a partir da função “seno”.

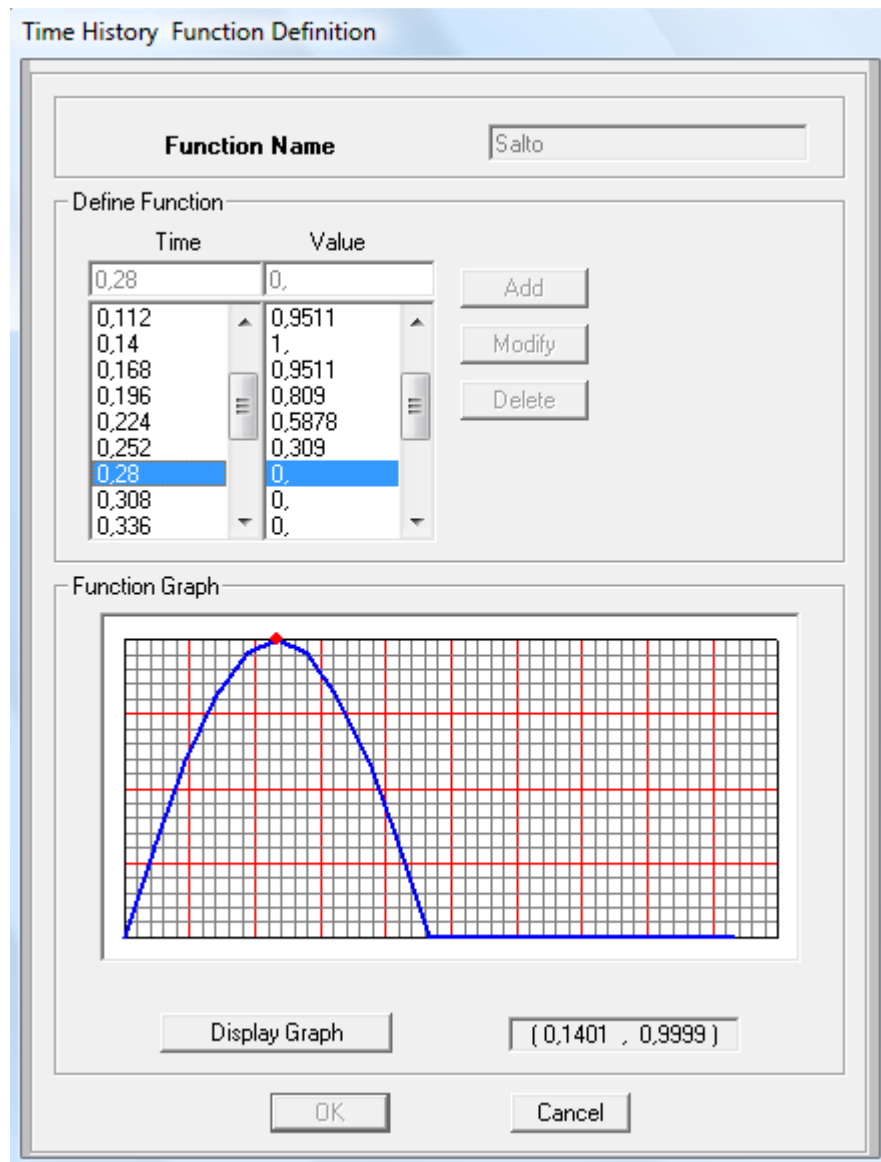


Figura 7.16 – Função salto para aplicação no SAP2000

Em seguida cria-se o carregamento de torcida, a partir da soma de vários pulsos (que no caso são os pulsos da torcida) definidos a partir da função “salto” criada. No ato da criação do carregamento de torcida, faz-se necessário a utilização dos parâmetros do carregamento, que são o fator de escala e o fator de tempo (que é a razão entre tempo de contato e período característico). Como a função já foi criada a partir do tempo de contato do carregamento, aplica-se o fator de tempo $t_f = 1$. Para o fator de impacto, utiliza-se o valor descrito na tabela 7.4 (que para o modelo 1a é de 3,00). Para a criação de 8 pulsos, os tempos de chegada são os 7 primeiros múltiplos do período da atividade, já que o primeiro pulso ocorre no tempo 0s. A figura 7.17 ilustra uma janela do programa com o carregamento de torcida para o modelo 1a.

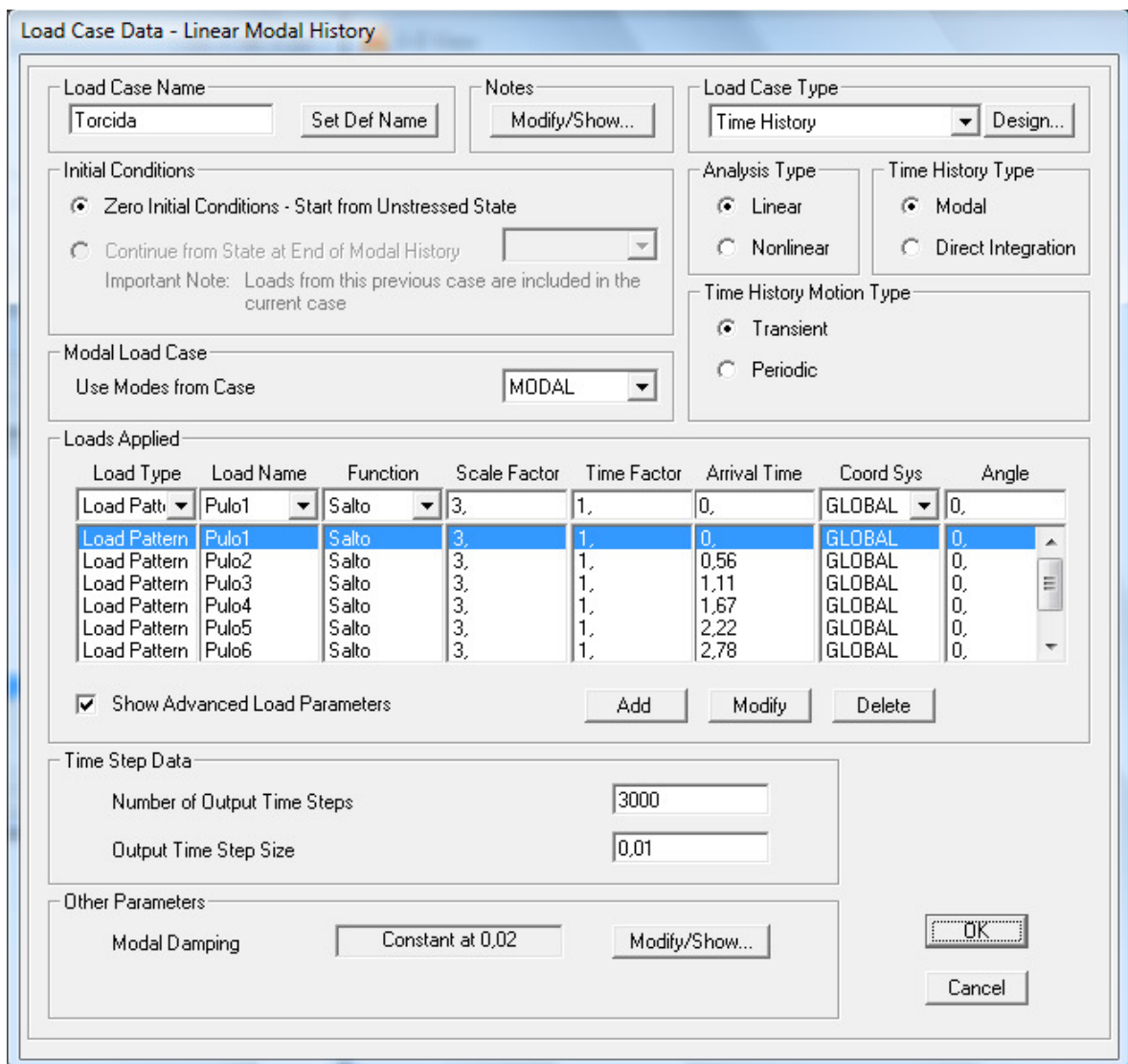


Figura 7.17 – Carregamento de torcida (Modelo 1a) aplicado à estrutura no SAP2000

A figura 7.18 ilustra uma janela do programa com cada pulo da torcida, já ajustados com os devidos períodos e tempo de contato para o modelo 1a. Como se pode observar, foi feita uma análise do tipo *time-history* por superposição modal.

Por fim, depois de definidos todos os parâmetros relativos ao carregamento (frequência – período, tempo de contato e fator de impacto), aplica-se o carregamento ao modelo, utilizando-se da sobrecarga definida, mostrada na figura 7.13.

Para os demais modelos de carregamento, realiza-se procedimento análogo.

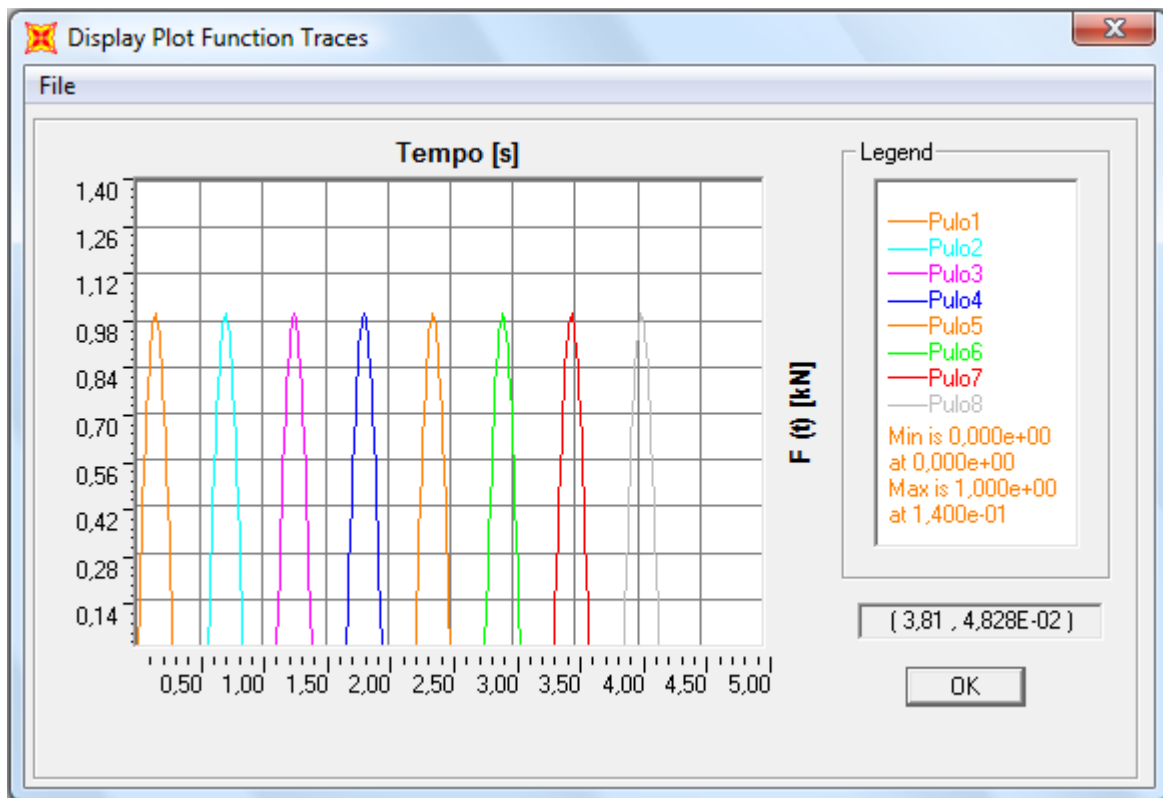


Figura 7.18– Gráfico do carregamento da torcida (modelo 1a) aplicado à estrutura

7.4 ANÁLISE TRANSIENTE

Para a análise transiente são mostradas as maiores respostas de cada modelo feito, na seguinte sequência: acelerações em “x” (direção radial), acelerações em “y” (direção tangencial) e acelerações em “z” (direção vertical), de acordo com os eixos mostrados na figuras 6.8 e 6.9.

7.4.1 Situação 1 – Frequência de excitação de 1,8Hz

Conforme descrito na tabela 7.4, foram criados dois modelos de carregamento caracterizados por uma frequência de excitação de 1,8Hz, denominados de modelo 1a e 1b, de tal maneira que no primeiro foram utilizados os parâmetros propostos por Bachmann *et al* (1989) e no segundo, os parâmetros propostos por Faísca (2003). Em ambos os modelos as arquibancadas inferior, intermediária e superior estavam inteiramente ocupadas pela torcida.

A tabela 7.6 mostra as acelerações de pico nos pontos de leitura escolhidos para cada modelo (figura 7.19) e as figuras 7.20 a 7.25 mostram os gráficos de aceleração no tempo, nos pontos de maiores respostas de cada modelo, para cada uma das três direções.

Tabela 7.7– Acelerações máximas – modelos 1a e 1b

	1a	1b	Ponto
a_x (m/s ²)	0,32	0,50	1
	0,35	0,43	2
	0,04	0,07	6
a_y (m/s ²)	0,01	0,01	1
	0,03	0,02	3
	0,01	0,005	6
a_z (m/s ²)	0,31	0,35	4
	0,19	0,30	6
	0,22	0,25	7

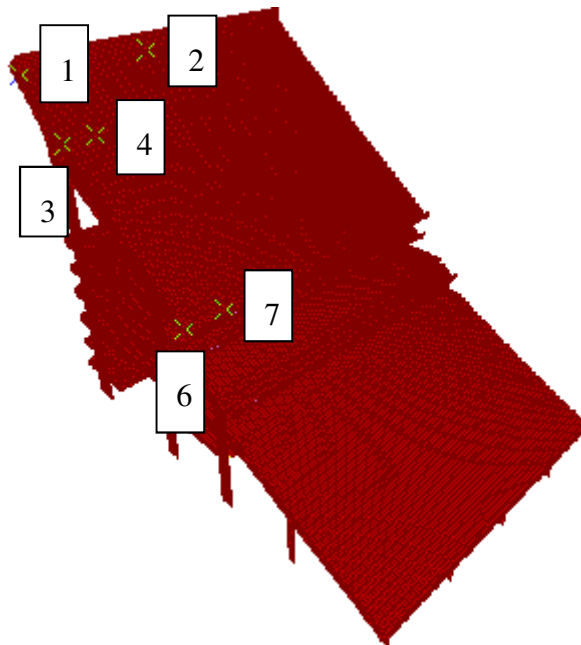


Figura 7.19 – Pontos de leitura – Modelos 1a e 1b

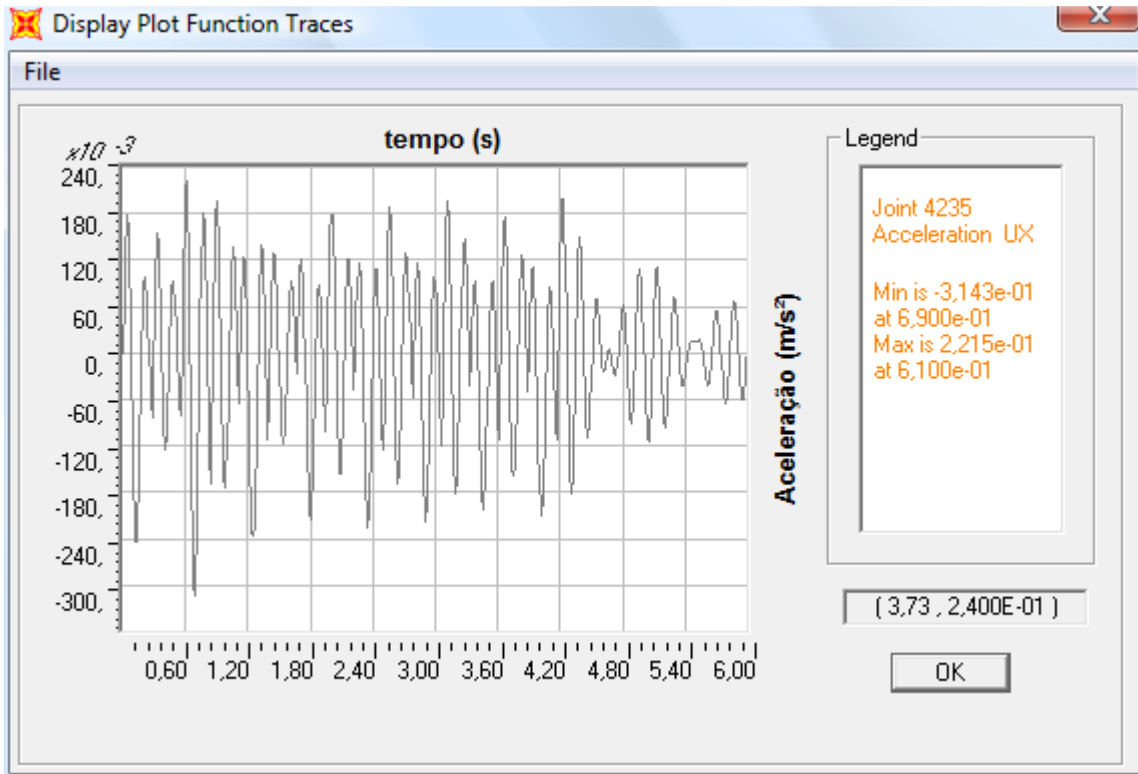


Figura 7.20 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 1a

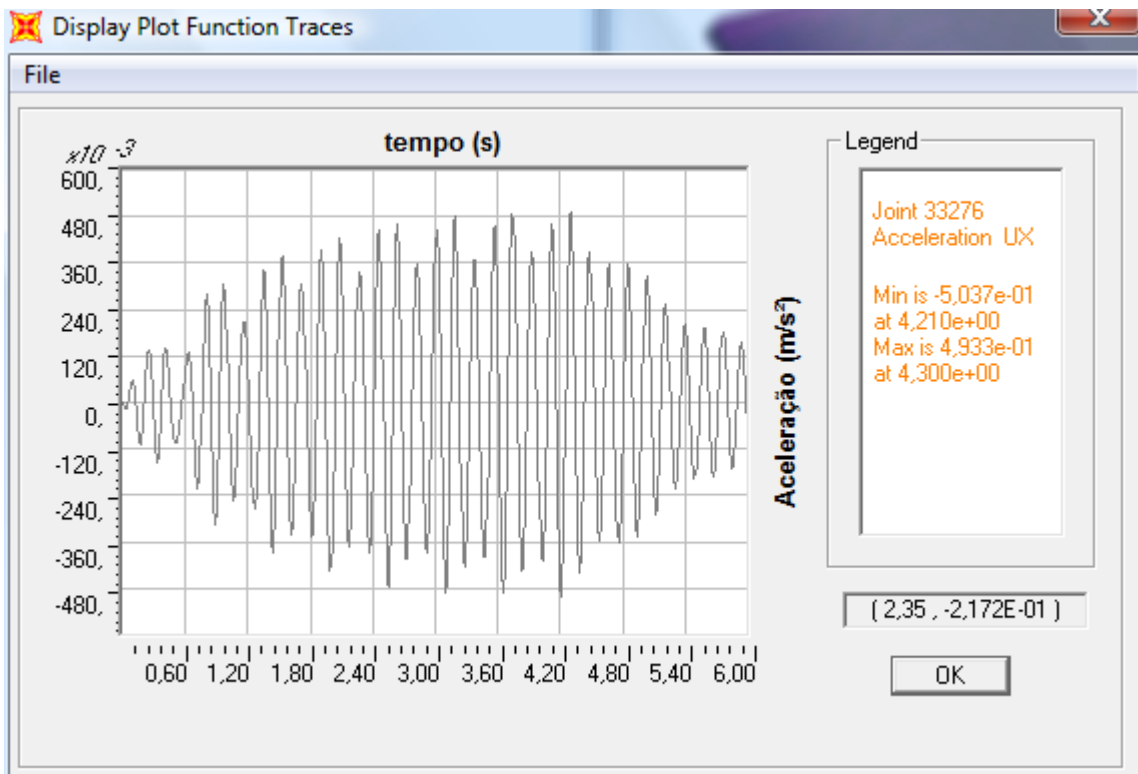


Figura 7.21 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 1b

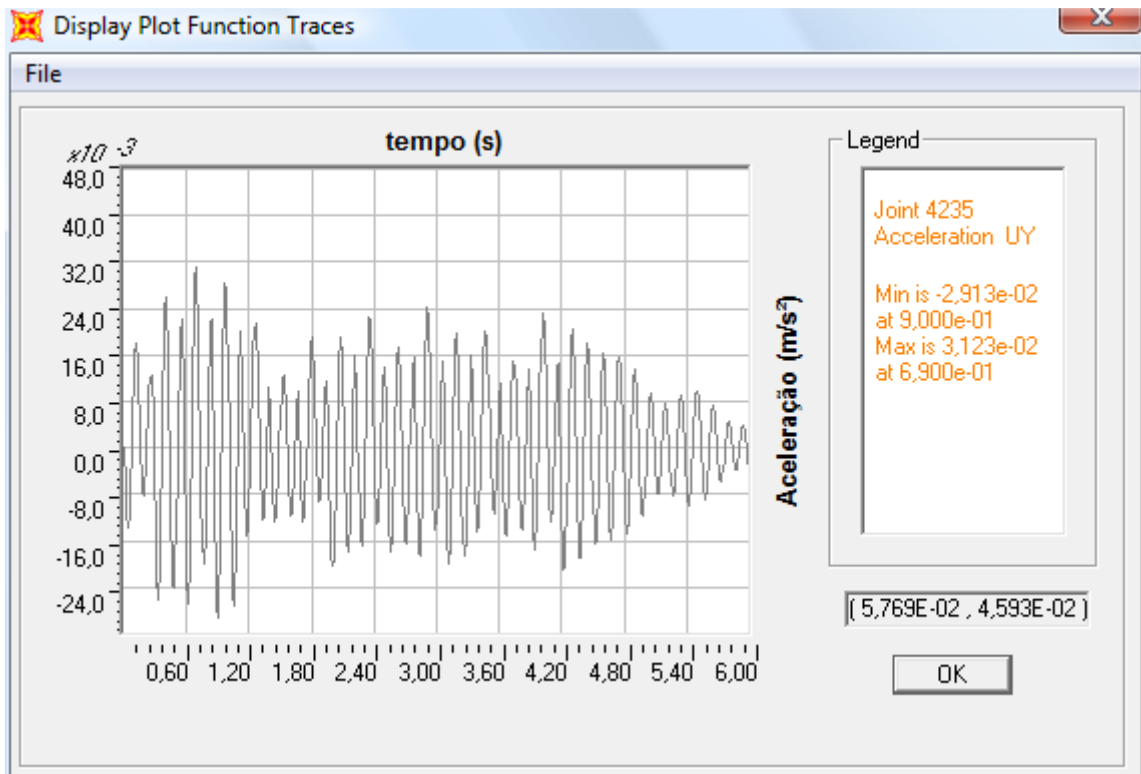


Figura 7.22 – Acceleeração em y – Ponto 1 – Modelo 1a

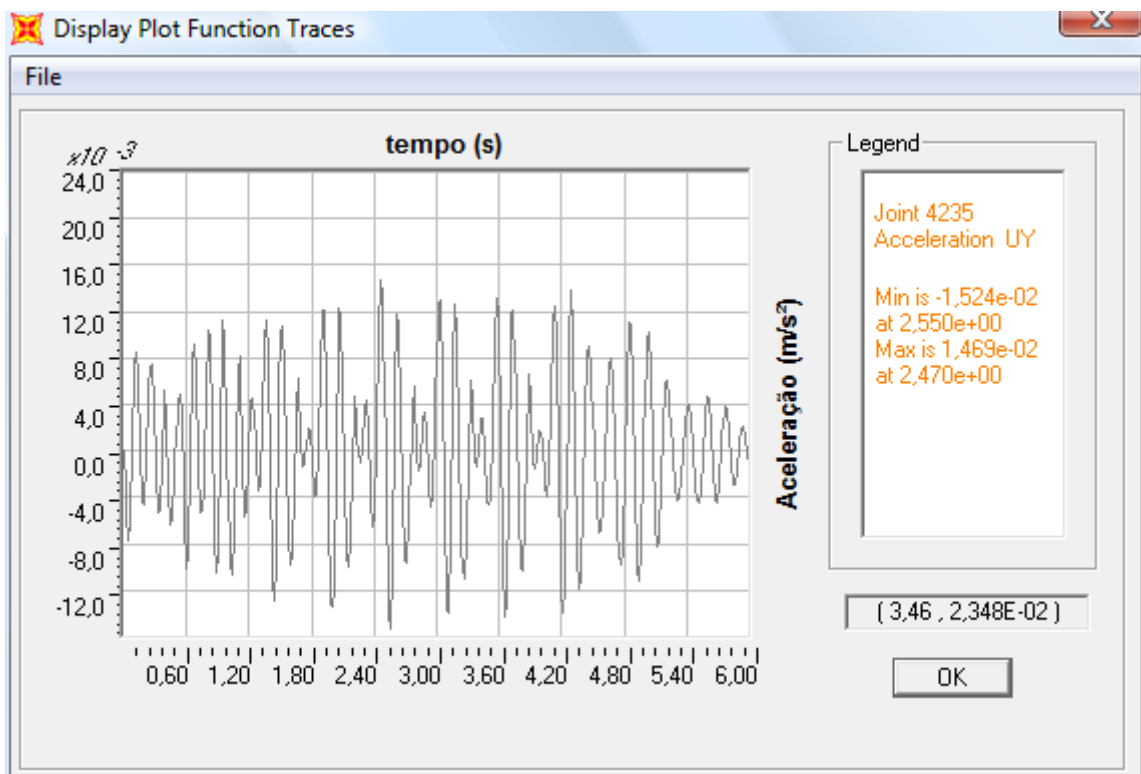


Figura 7.23 – Acceleeração em y – Ponto 1 – Modelo 1b

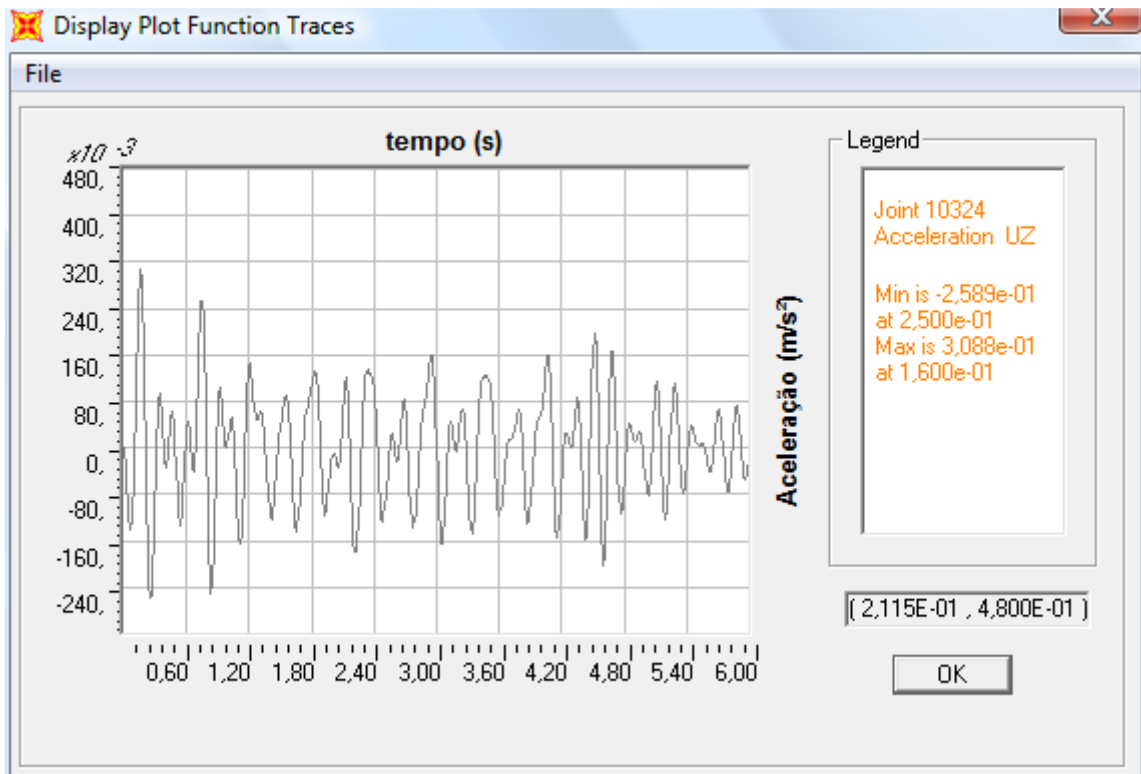


Figura 7.24 – Acceleeração em z – Ponto 4 – Modelo 1a

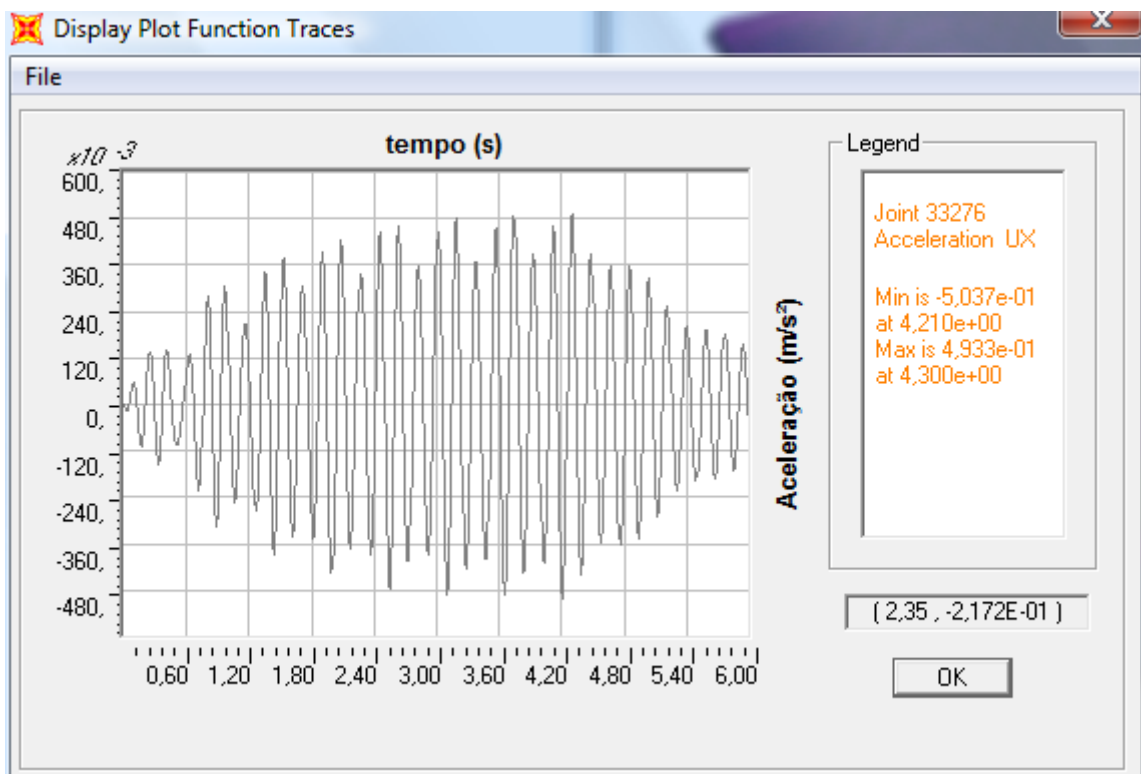


Figura 7.25 – Acceleeração em z – Ponto 4 – Modelo 1b

Apesar de no modelo de carregamento 1a ter sido usado um fator de impacto maior do que no modelo 1b (3,00 e 2,24, respectivamente), nota-se que as respostas de aceleração nas direções “x” e “z” foram maiores para o modelo 1b, o que, intuitivamente, não era de se esperar. Contudo, ao analisar os gráficos de aceleração espectral nos pontos de maiores respostas das duas direções, entende-se este resultado.

As figuras 7.26 e 7.27 ilustram os gráficos de aceleração espectral na direção “x” para os modelos 1a e 1b, respectivamente, e as figuras 7.28 e 7.29, na direção “z”.

Analisando as respostas tanto na direção “x”, quanto na direção “z”, nota-se que, no modelo 1a, os picos de aceleração se dão em diferentes valores de frequência, o que revela a contribuição de vários modos de vibração simultaneamente na resposta. Nem todos esses modos têm flexão nestas duas direções, o que explica a menor resposta. Já no modelo 1b, existe um pico principal de aceleração com um valor de frequência que coincide com o terceiro harmônico ($f = 5,4\text{Hz}$). Este fato revela uma maior contribuição do 8º modo de vibração, que tem frequência natural $5,475\text{Hz}$ e sua forma é de flexão no sentido radial combinada a uma flexão da arquibancada superior (justamente as direções “x” e “z”). Este fato justifica as maiores respostas nas duas direções.

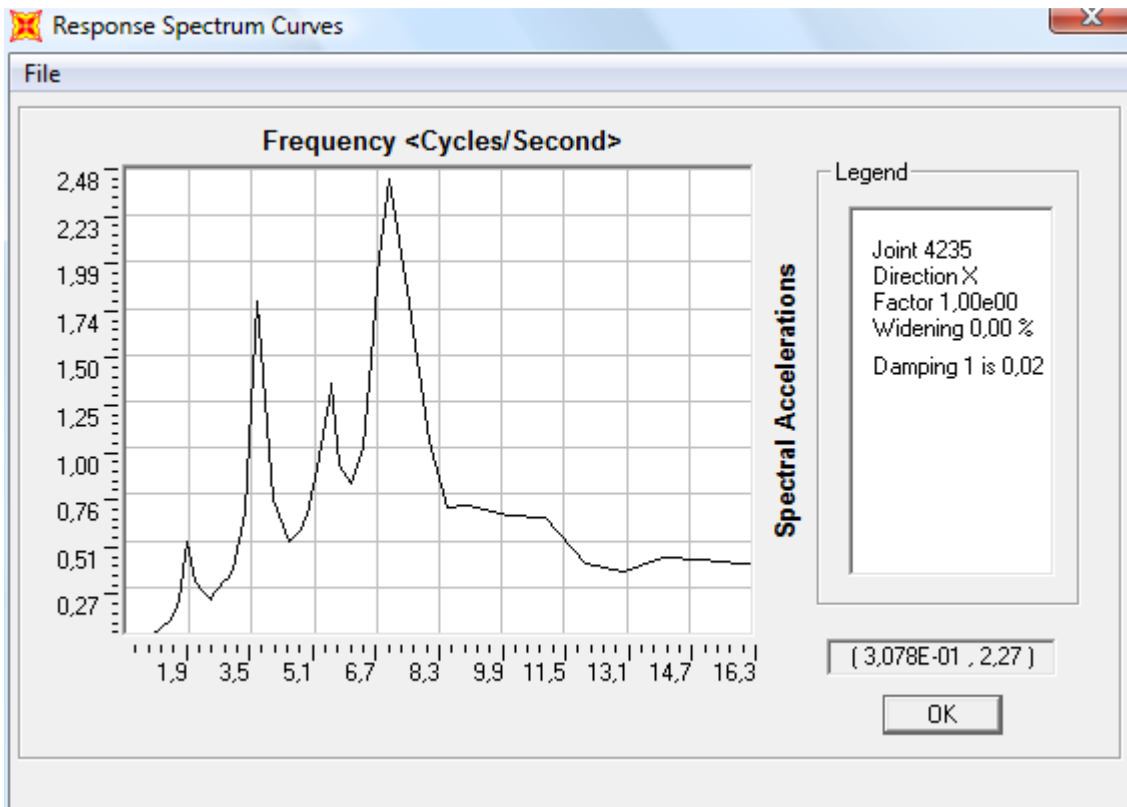


Figura 7.26 – Aceleração espectral em x – Ponto 1 – Modelo 1a

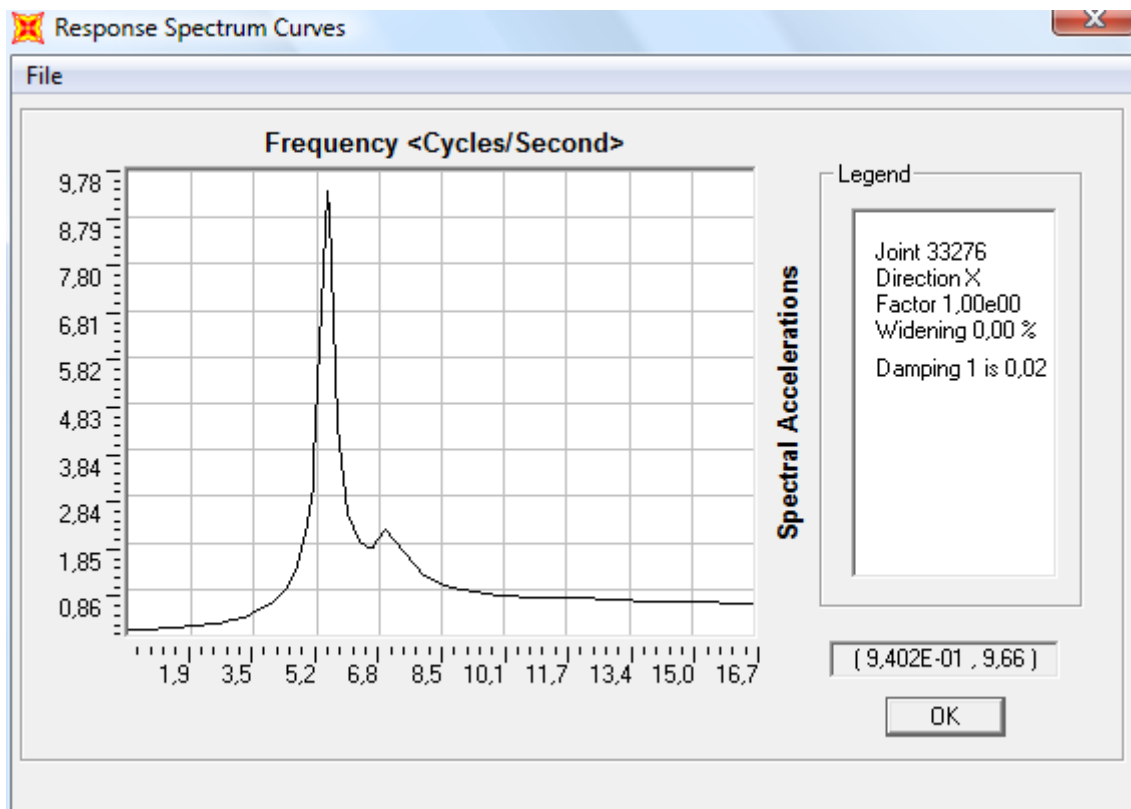


Figura 7.27 – Aceleração espectral em x – Ponto 2 – Modelo 1b

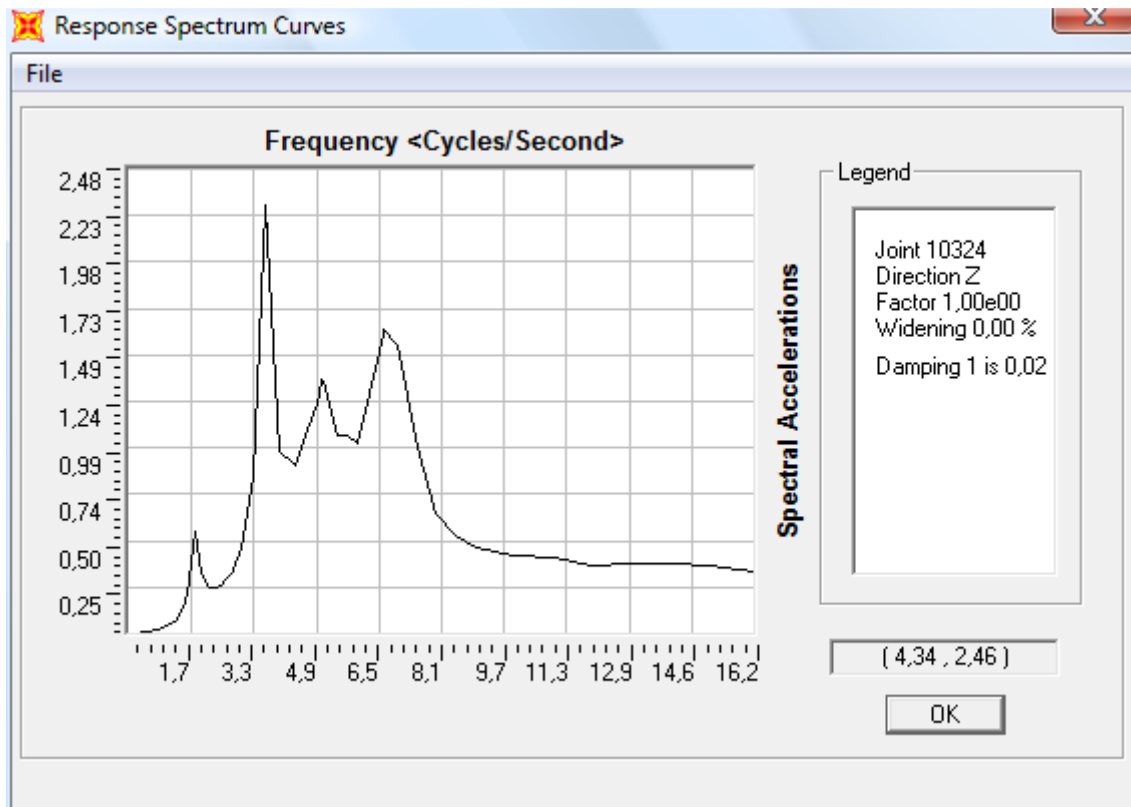


Figura 7.28 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 1a

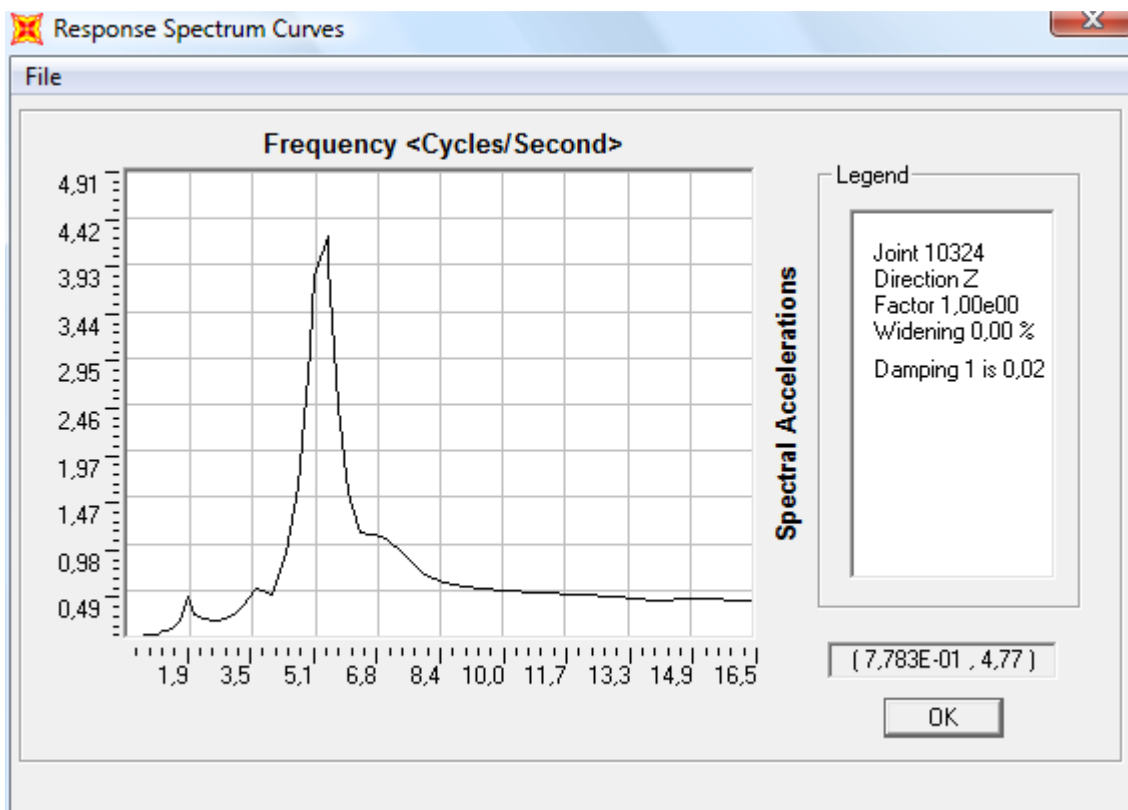


Figura 7.29 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 1b

7.4.2 Situação 1 – Frequência de excitação de 2,2Hz

Nos modelos de carregamento seguintes, chamados de 2a e 2b, também foi considerado que todas as arquibancadas estavam ocupadas pela torcida, mas foi utilizada a frequência de excitação de 2,2Hz.

Os pontos de leitura e as acelerações de pico para os modelos 2a e 2b são mostrados na tabela 7.8 e na figura 7.30. As figuras 7.31 a 7.36 mostram os gráficos de aceleração no tempo nos pontos de maiores respostas.

Tabela 7.8 – Acelerações máximas – modelos 2a e 2b

	2a	2b	Ponto
a_x (m/s ²)	0,37	0,20	1
	0,32	0,44	2
	0,04	0,03	6
a_y (m/s ²)	0,03	0,03	1
	0,03	0,008	3
	0,007	0,007	6
a_z (m/s ²)	0,63	0,27	4
	0,25	0,11	6
	0,25	0,12	7

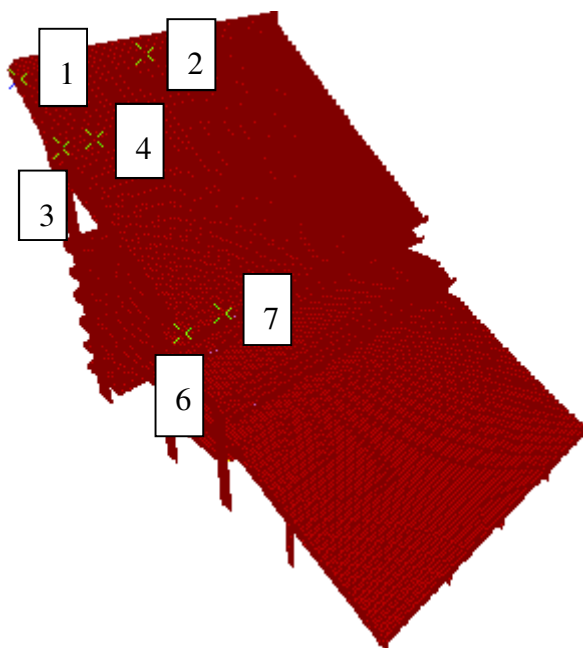


Figura 7.30 – Pontos de leitura – Modelos 2a e 2b

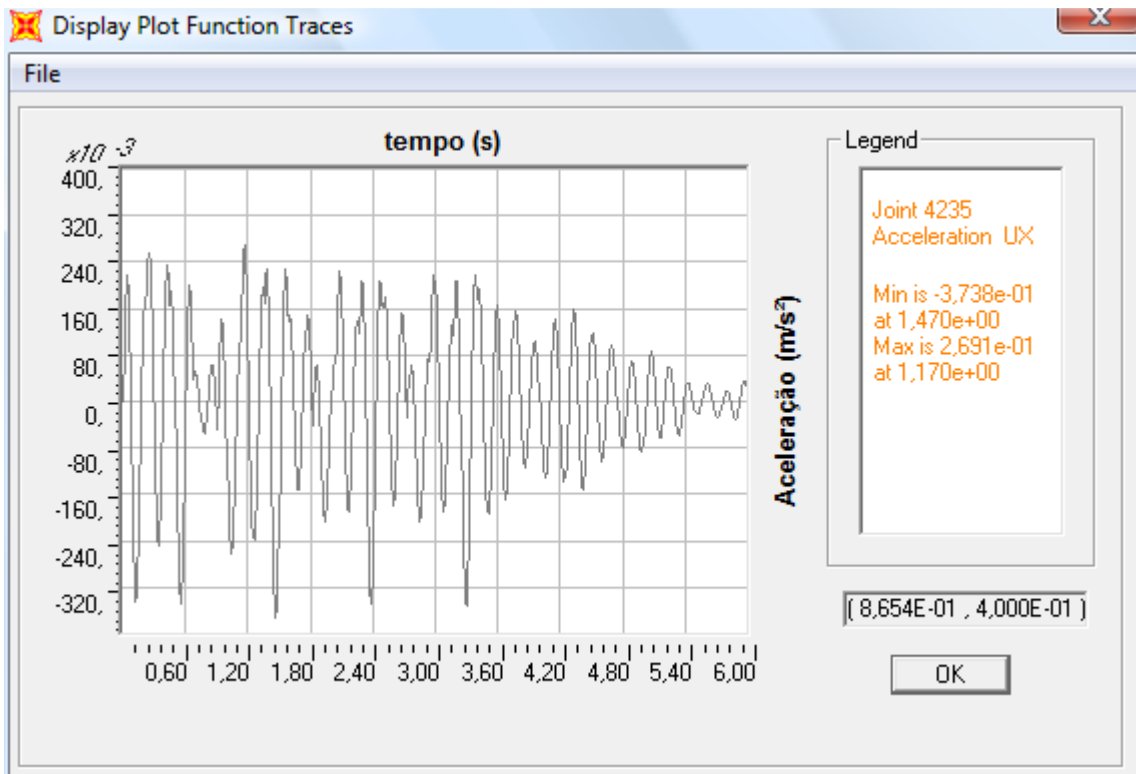


Figura 7.31 – Acceleeração em x – Ponto 1 – Modelo 2a

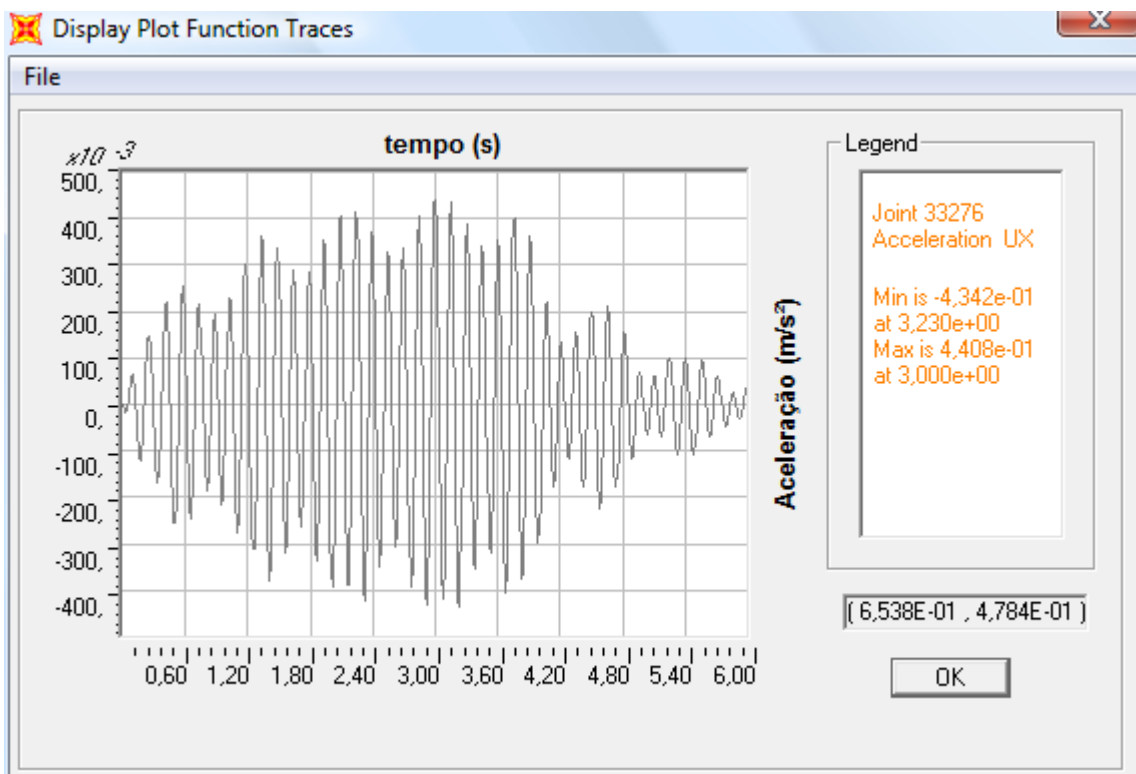


Figura 7.32 – Acceleeração em x – Ponto 2 – Modelo 2b

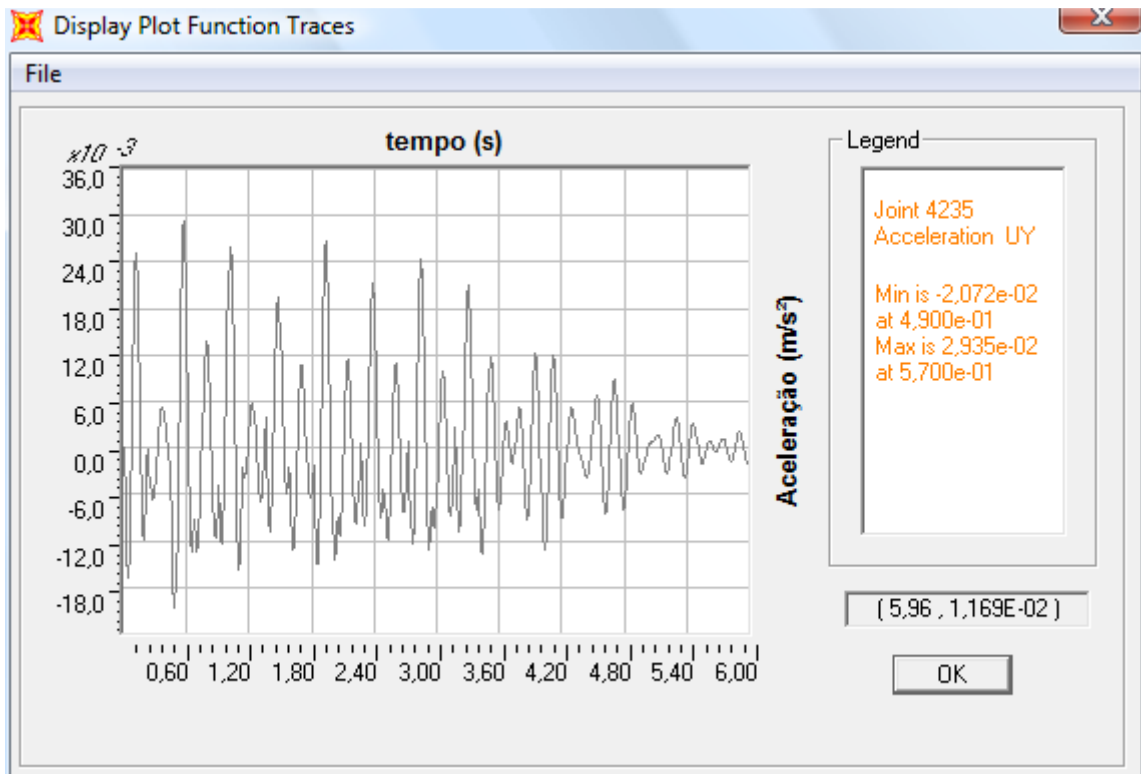


Figura 7.33 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 2a

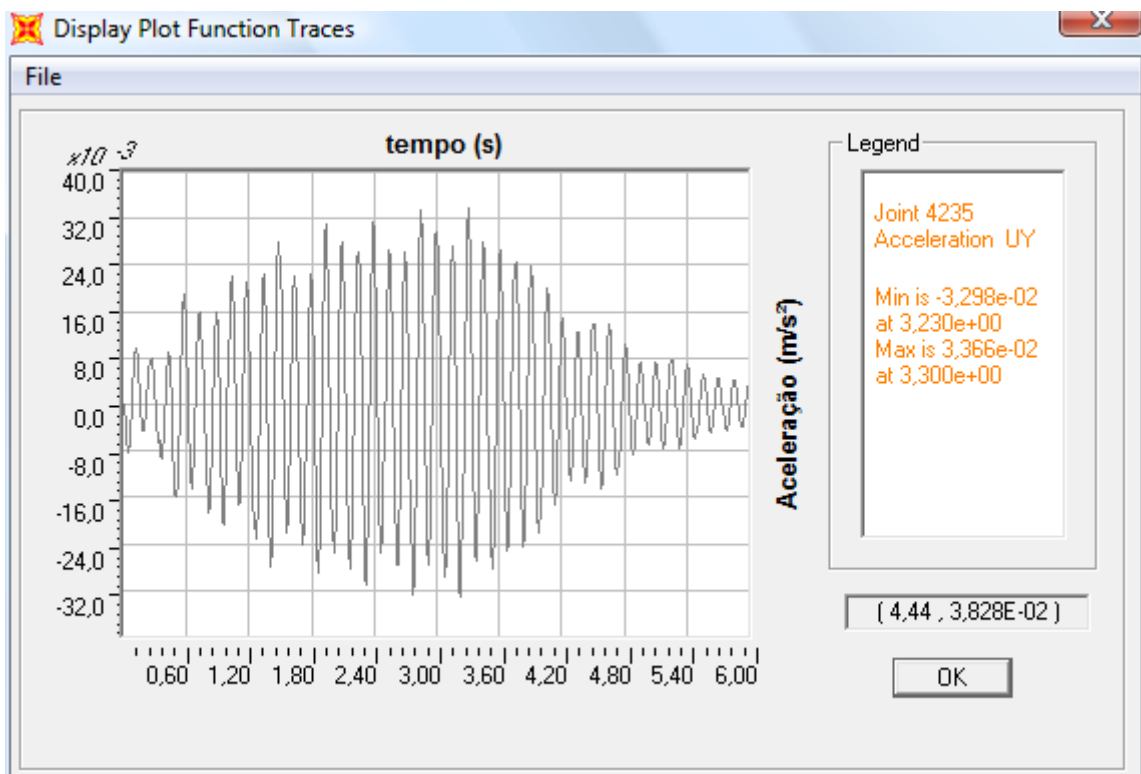


Figura 7.34 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 2b

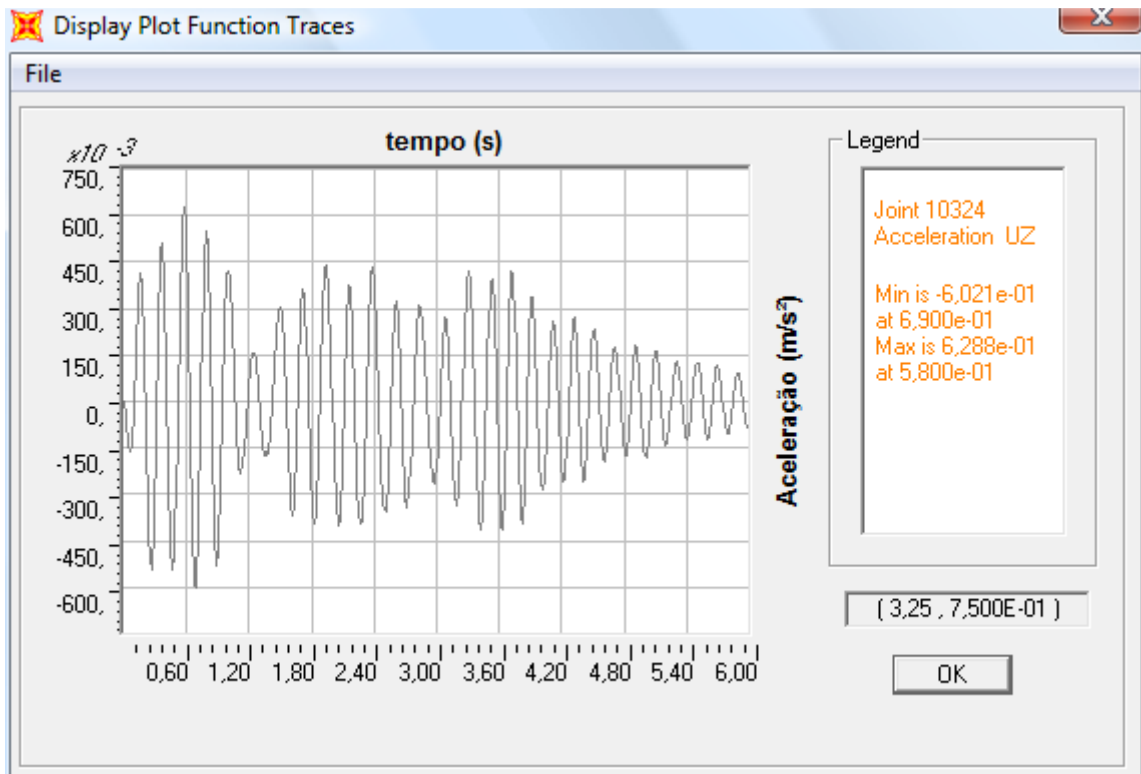


Figura 7.35 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 2a

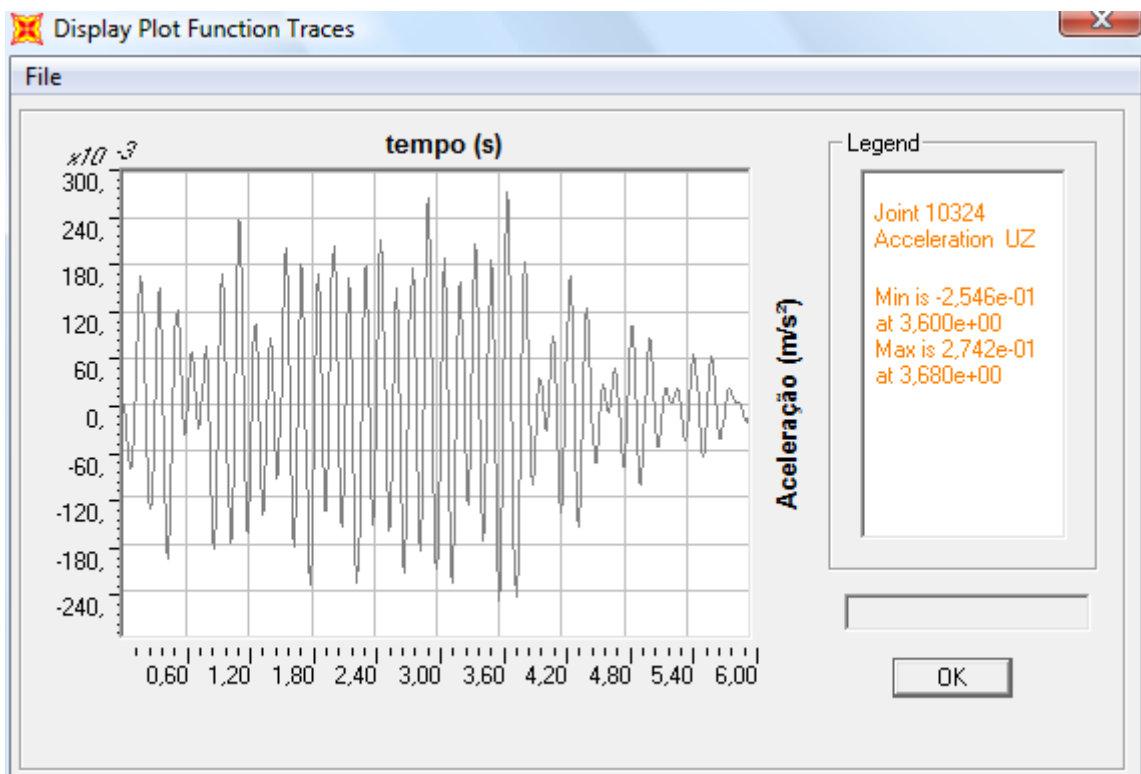


Figura 7.36 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 2b

As figuras 7.37 e 7.38 ilustram os gráficos de aceleração espectral na direção “x” para os modelos 2a e 2b, respectivamente. A interpretação destes gráficos ajuda no entendimento das respostas dinâmicas no referido sentido, já que a expectativa de maiores respostas dinâmicas para o modelo 2a do que para o 2b (os fatores de impacto são 3,00 e 2,10, respectivamente), se confirma para direção “z”, mas não para a direção “x”.

Ao analisar estes gráficos, notam-se picos de aceleração em diferentes valores de frequência no modelo 2a, revelando a contribuição de vários modos de vibração simultaneamente na resposta. Já no modelo 2b, existe um pico principal de aceleração com um valor de frequência que coincide com o terceiro harmônico ($f = 6,6\text{Hz}$). Isto evidencia uma maior contribuição na resposta do 12º modo de vibração. Este modo tem frequência natural $6,674\text{Hz}$ e sua forma é de flexão das arquibancadas superior e inferior combinadas a uma flexão no sentido radial (paralela ao eixo “x”, o que explica a maior resposta nesta direção).

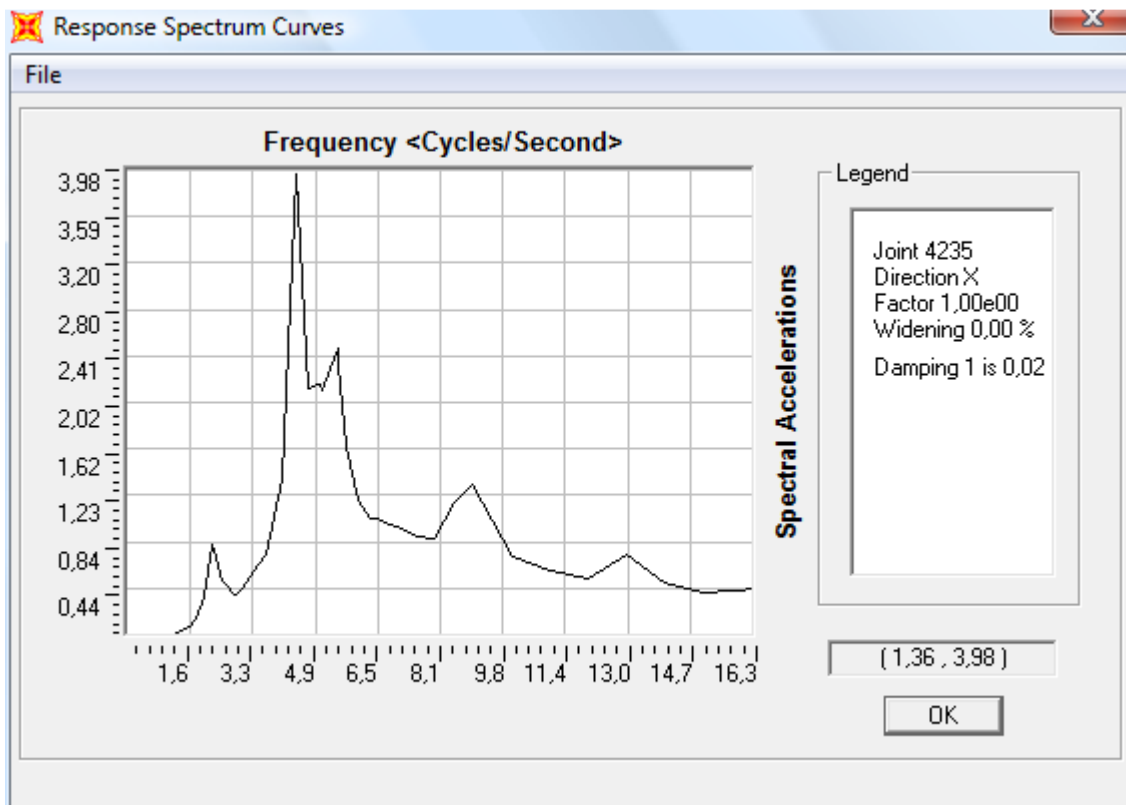


Figura 7.37 – Aceleração espectral em x – Ponto 1 – Modelo 2a

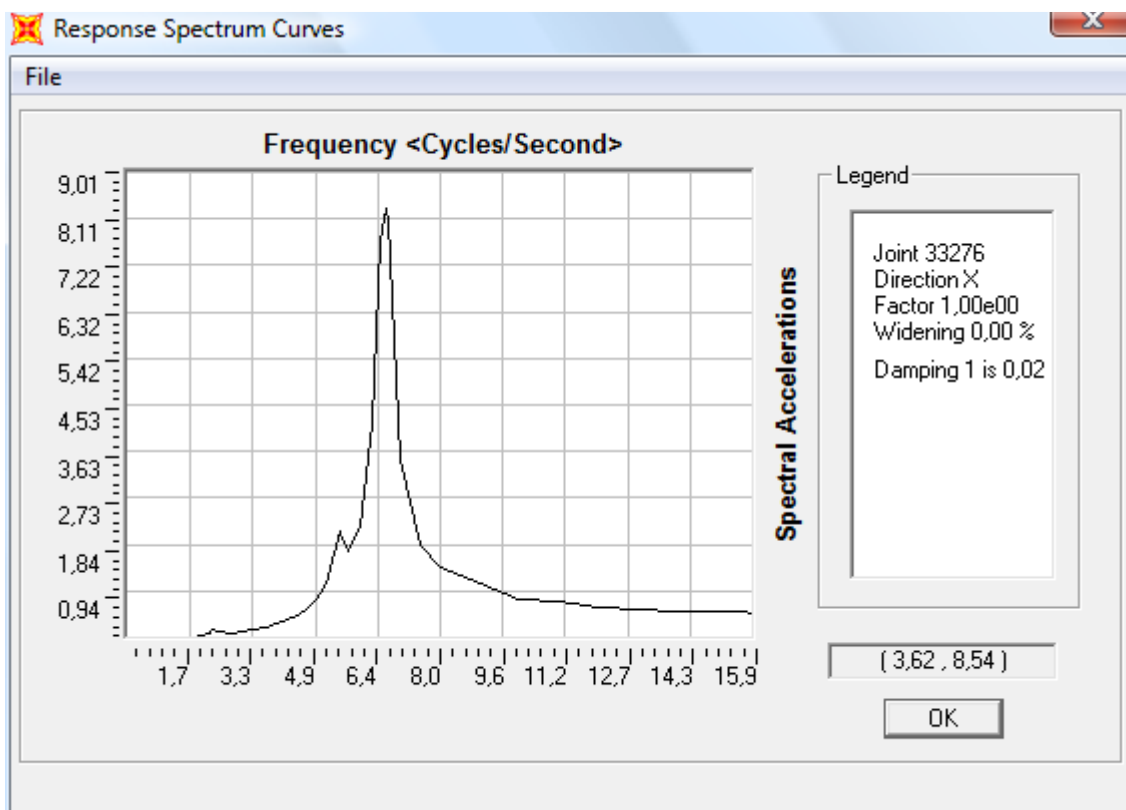


Figura 7.38 – Aceleração espectral em x – Ponto 2 – Modelo 2b

7.4.3 Situação 1 – Frequência de excitação de 2,4Hz

Na sequência de análise está o modelo 3, com a frequência de excitação de 2,4Hz e ocupação total da torcida nas três arquibancadas. Conforme feito nos modelos anteriores, são feitos dois modelos “a” e “b” com parâmetros propostos por Bachmann *et al* (1989) e por Faísca (2003), respectivamente.

Os pontos de leitura escolhidos, conforme critérios citados, são mostrados com as respectivas acelerações de pico, para as três direções, na figura 7.39 e na tabela 7.9. Em seguida são mostrados os gráficos de aceleração no tempo, nas figuras 7.40 a 7.45.

Tabela 7.9 – Acelerações máximas – modelos 3a e 3b

	3a	3b	Ponto
a_x (m/s ²)	0,54	0,2	1
	0,49	0,22	2
	0,07	0,02	6
a_y (m/s ²)	0,04	0,02	1
	0,04	0,009	3
	0,008	0,005	6
a_z (m/s ²)	1,38	0,23	4
	0,3	0,11	6
	0,36	0,13	7

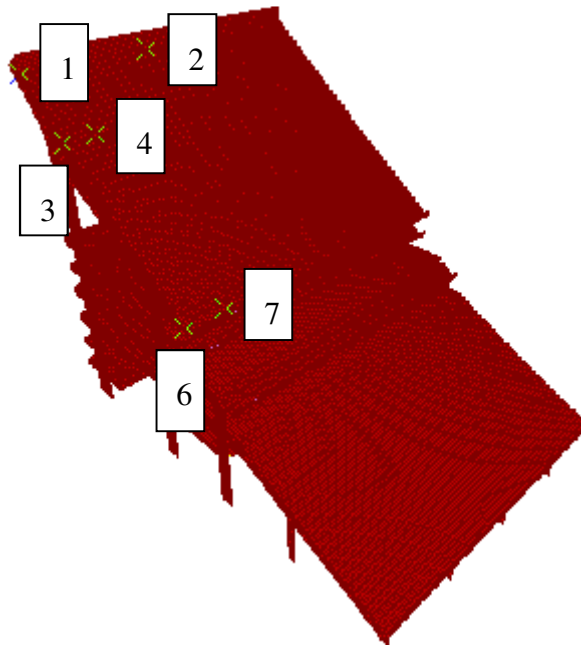


Figura 7.39 – Pontos de leitura – Modelos 3a e 3b

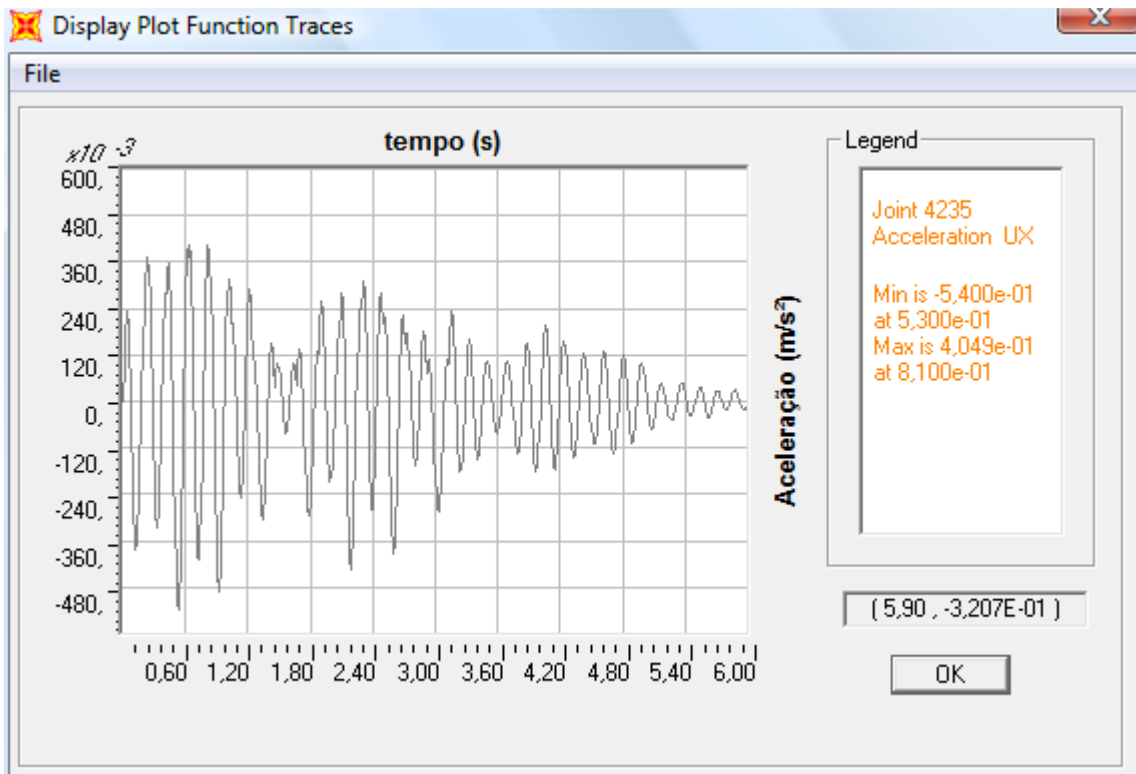


Figura 7.40 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 3a

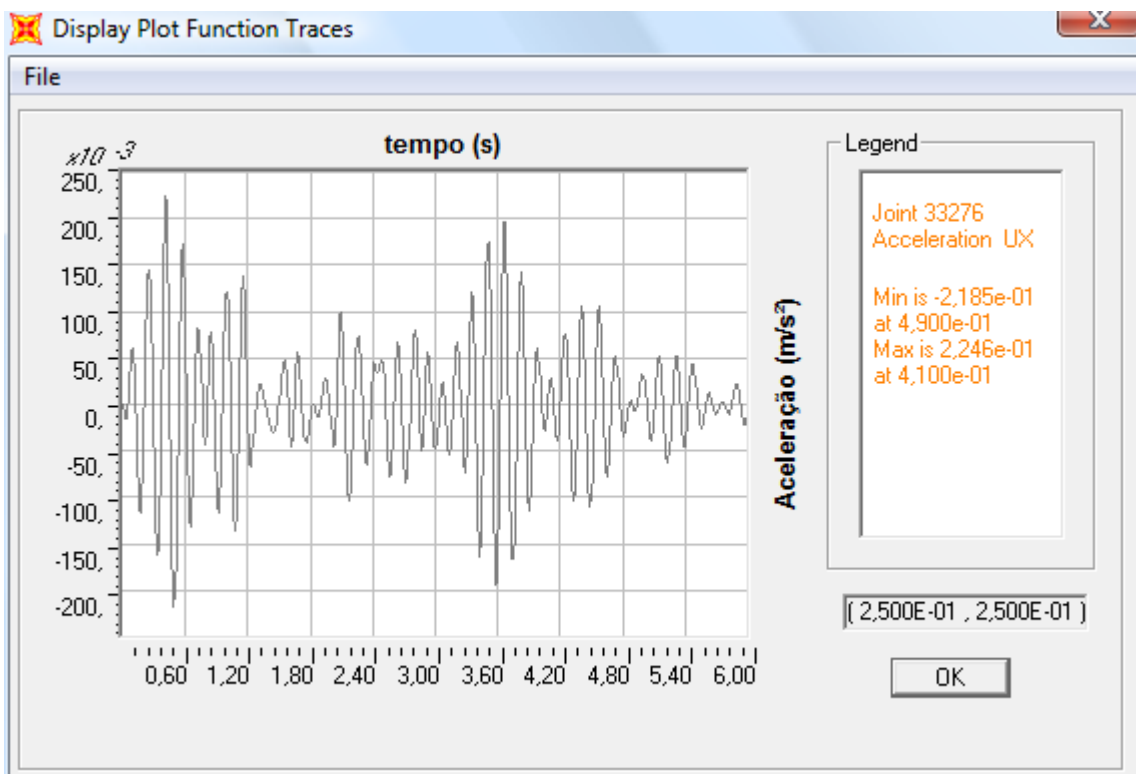


Figura 7.41 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 3b

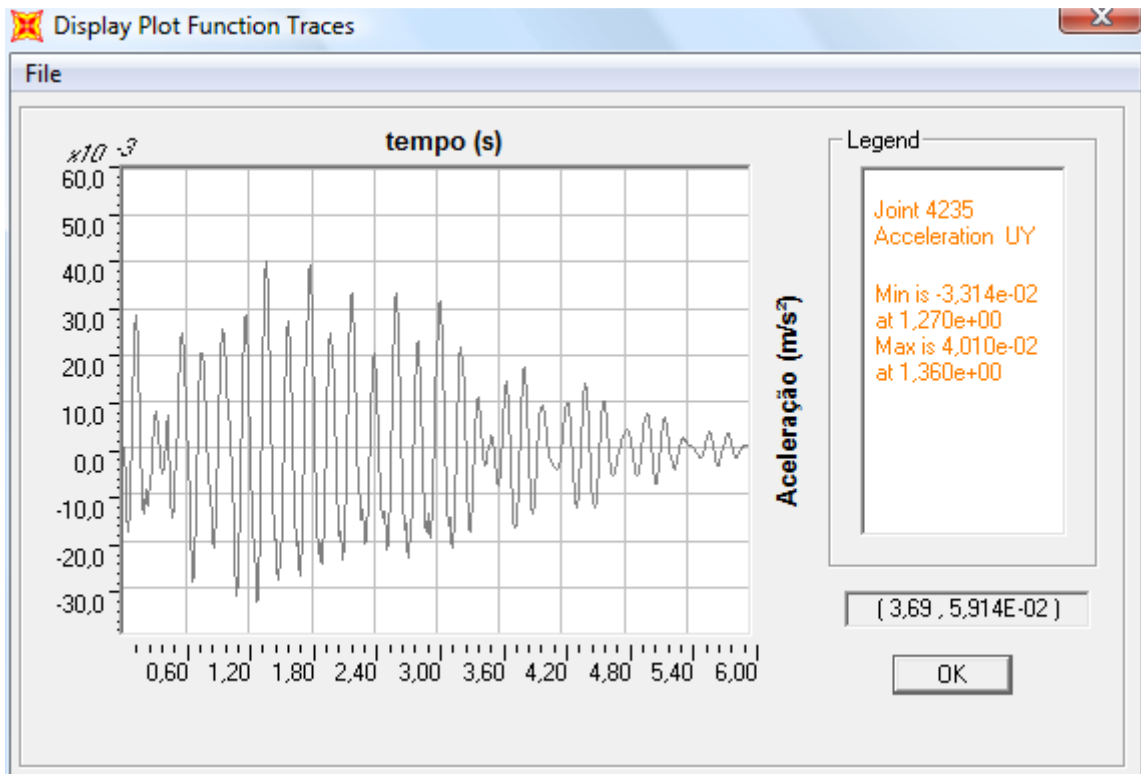


Figura 7.42 – Accleração em y – Ponto 1 – Modelo 3a

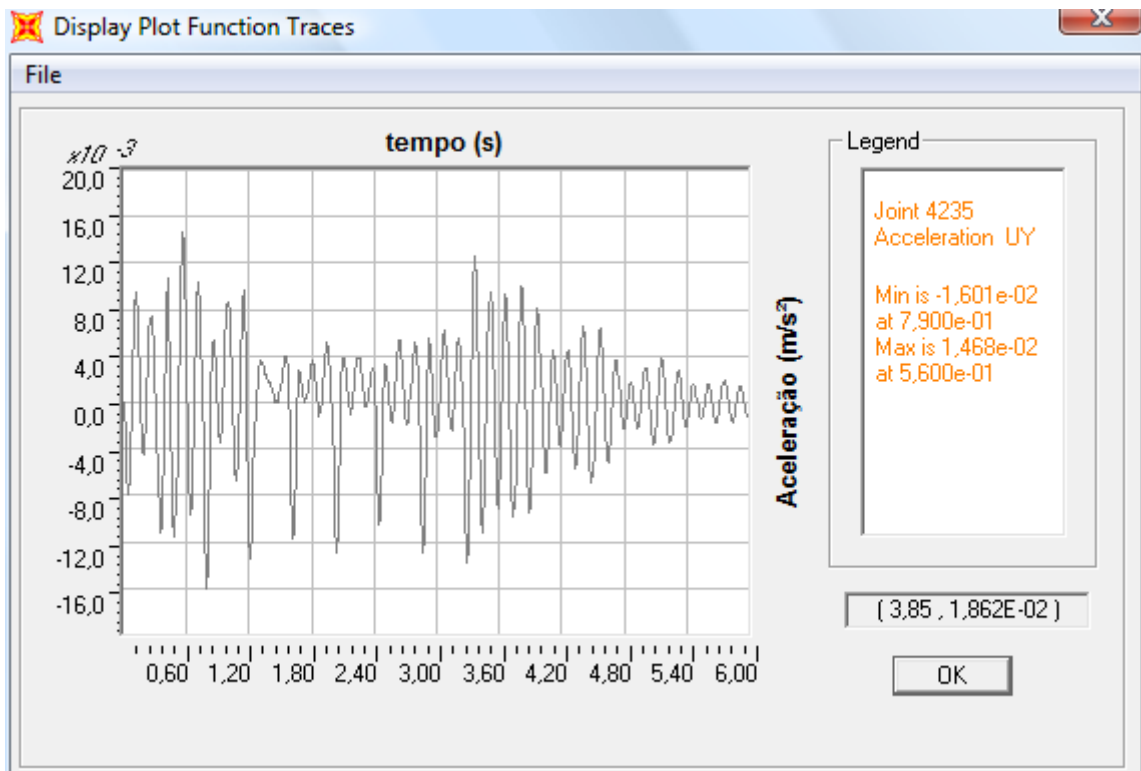


Figura 7.43 – Accleração em y – Ponto 1 – Modelo 3b

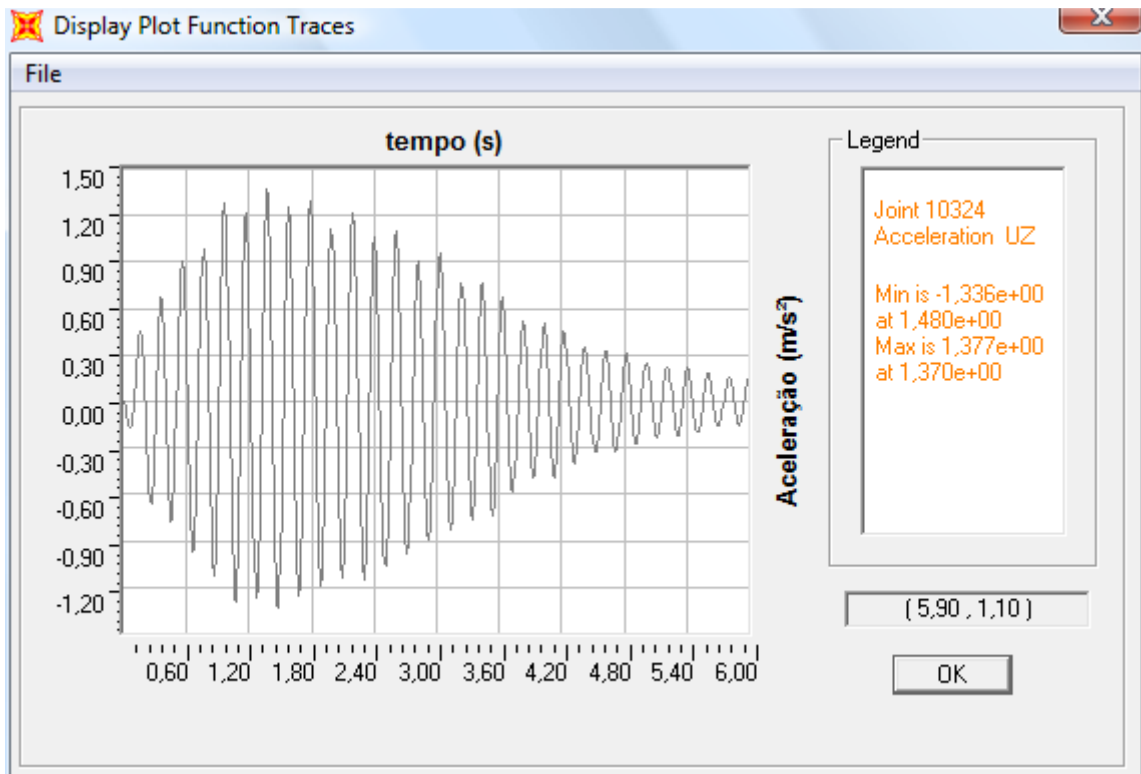


Figura 7.44 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 3a

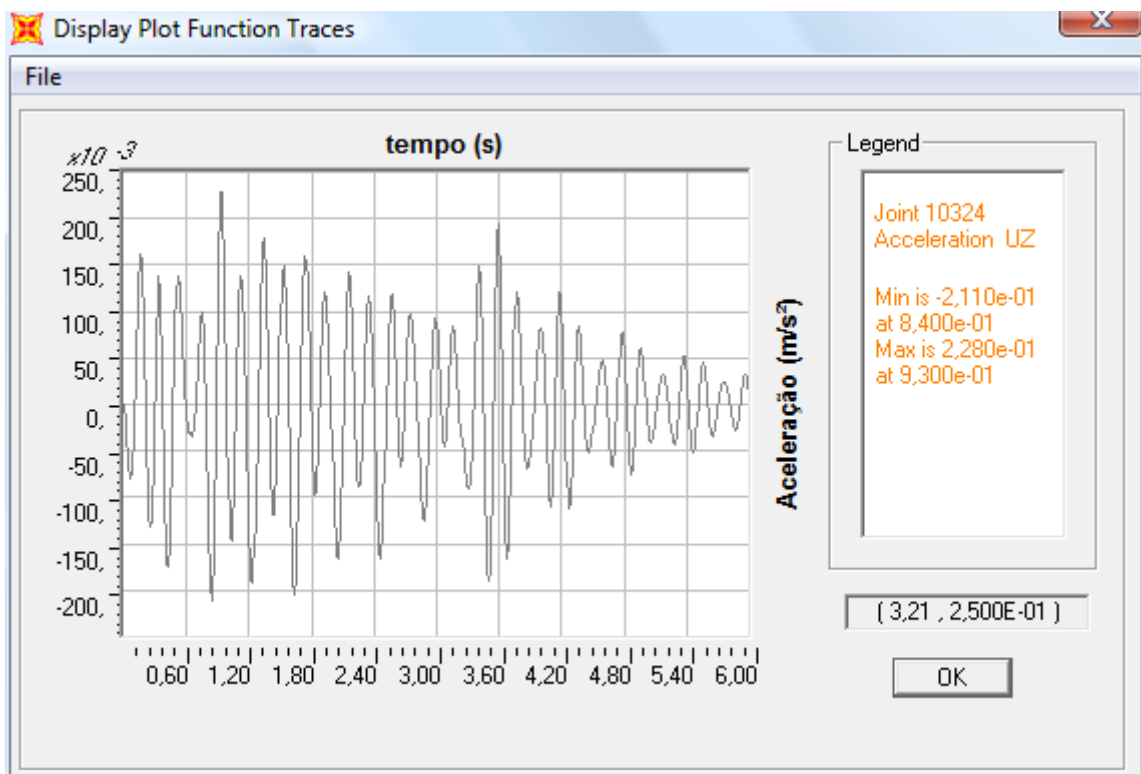


Figura 7.45 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 3b

A análise comparativa das respostas dos modelos 3a e 3b exhibe resultados mais dentro do esperado. Entretanto, avaliando os picos de aceleração na direção “z” (de maior interesse), nota-se que a razão entre as respostas “a” e “b” ($0,23/1,38 = 0,17$) é da ordem de 1/4 da razão dos coeficientes de impacto ($1,98/3,00 = 0,66$). Ou seja, apesar de no modelo 3a o coeficiente de impacto ser aproximadamente 50% maior do que no modelo 3b, a resposta da aceleração vertical foi da ordem de 6 vezes a resposta do segundo modelo. Para compreender este resultado, é necessário novamente levar em consideração os gráficos de aceleração espectral dos dois modelos, ilustrados nas figuras 7.46 e 7.47.

A curva de aceleração espectral do modelo 3a exhibe um pico principal de aceleração cuja frequência tem um valor coincidente com o segundo harmônico da função que caracteriza o carregamento ($f = 4,8\text{Hz}$). Este fato explicita o 5º modo de vibração como o que mais contribui na resposta. Este modo tem frequência natural $5,069\text{Hz}$ e sua forma é de flexão da arquibancada superior, o que explica a maior aceleração na direção “z”. Analisando a mesma curva para o modelo 3b, notam-se picos de aceleração em diferentes valores de frequência, o que sugere que vários modos de vibração contribuem simultaneamente na resposta. Como nem todos esses modos de vibração têm flexão da arquibancada, a contribuição na direção “z” acaba sendo menor.

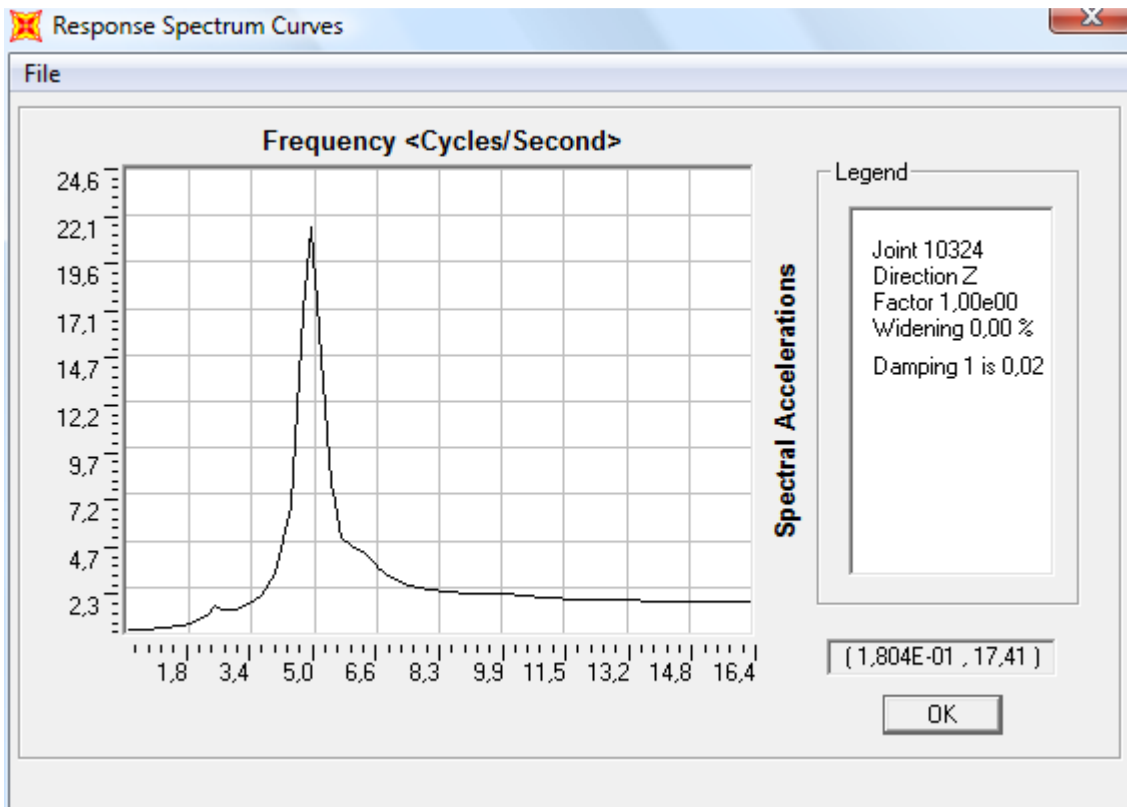


Figura 7.46 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 3a

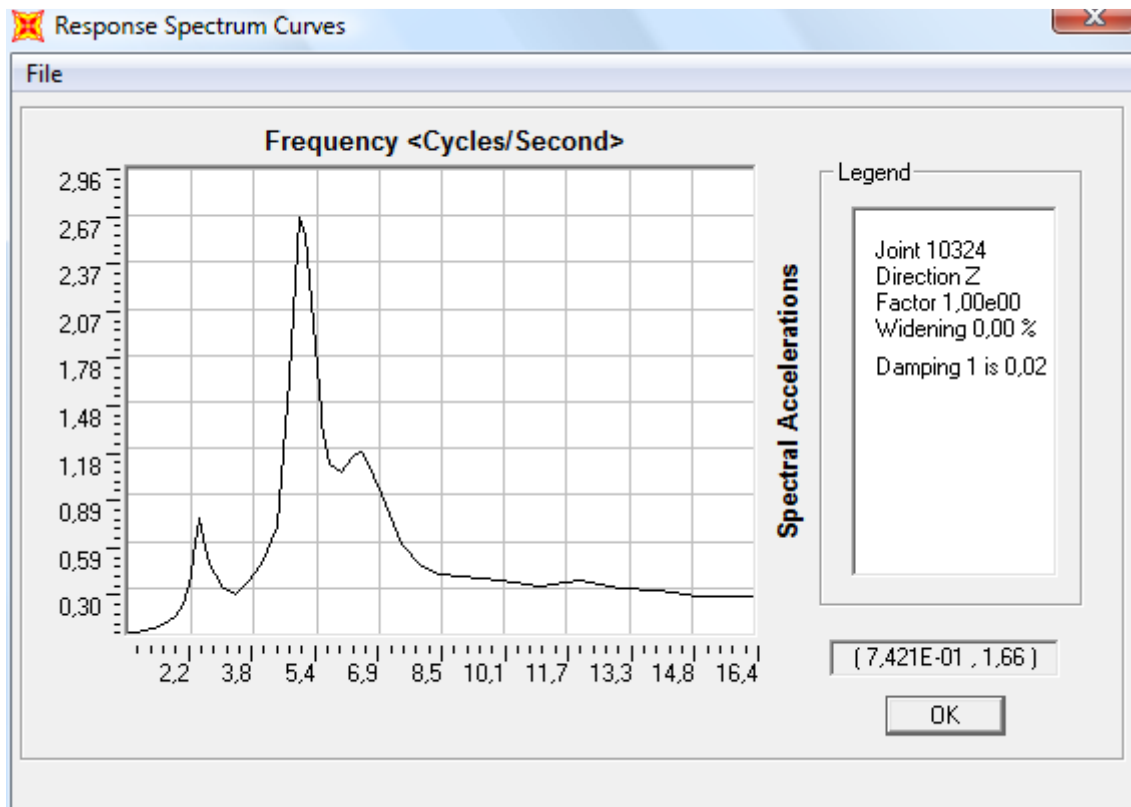


Figura 7.47 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 3b

7.4.4 Situação 1 – Frequência de excitação de 2,5Hz

Os modelos de carregamento 4a e 4b, com frequência de excitação de 2,5Hz, também foram feitos com a consideração das três arquibancadas cheias. Os parâmetros considerados foram aqueles propostos por Bachmann *et al* (1989) e por Faísca (2003), respectivamente, de acordo com o mostrado na tabela 7.4.

A seguir são apresentadas as acelerações de pico nos pontos escolhidos (tabela 7.10 e figura 7.48) e os gráficos de aceleração no tempo, nos pontos de maiores respostas (figuras 7.49 a 7.54) em cada direção.

Tabela 7.10 – Acelerações máximas – modelos 4a e 4b

	4a	4b	Ponto
a_x (m/s ²)	0,81	0,22	1
	0,73	0,23	2
	0,15	0,03	6
a_y (m/s ²)	0,05	0,01	1
	0,07	0,01	3
	0,01	0,004	6
a_z (m/s ²)	2,52	0,34	4
	0,47	0,12	6
	0,55	0,14	7

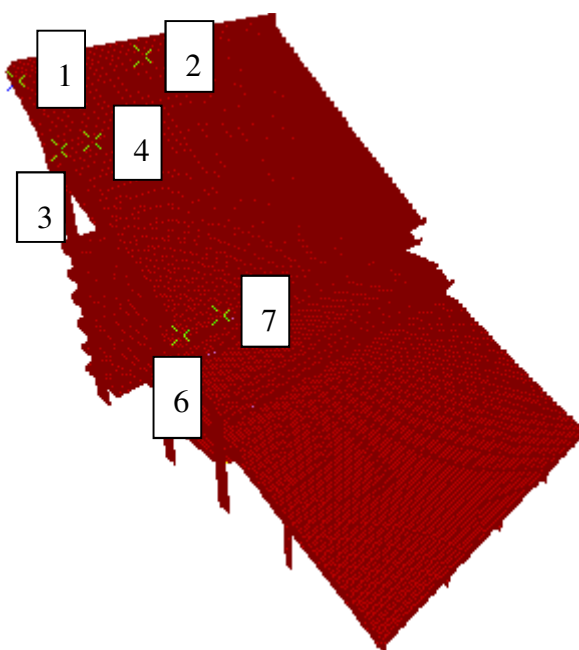


Figura 7.48 – Pontos de leitura – Modelos 4a e 4b

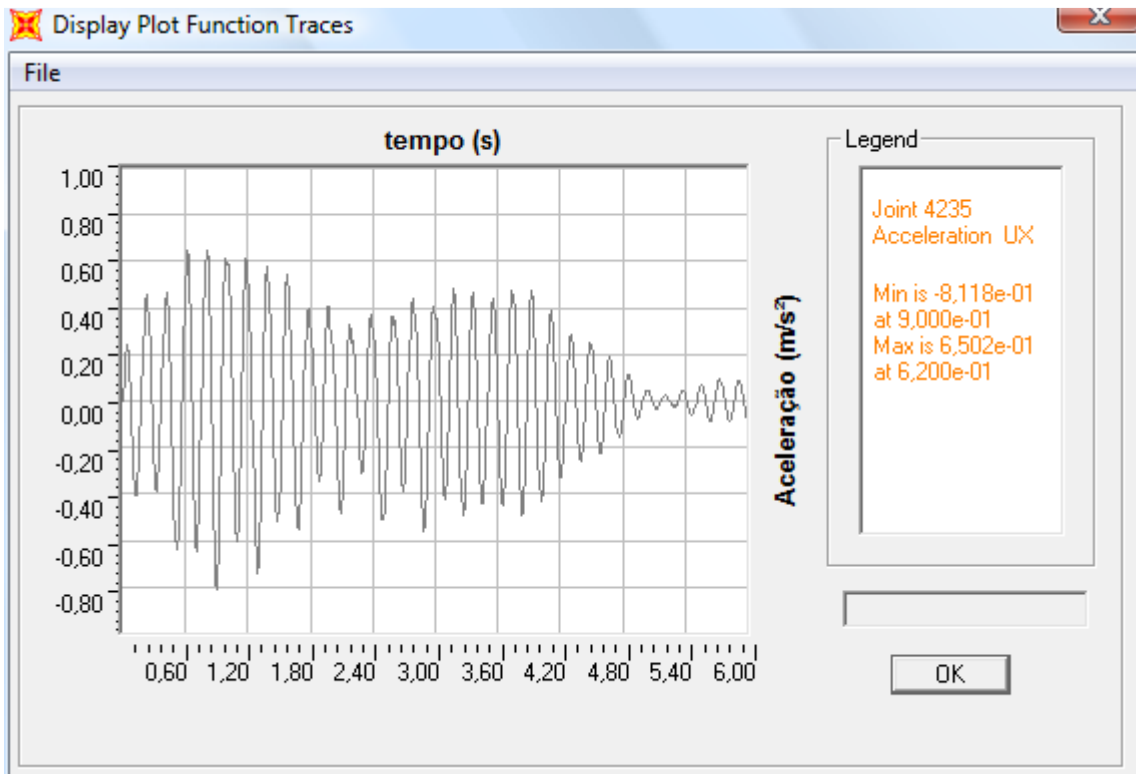


Figura 7.49 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 4a

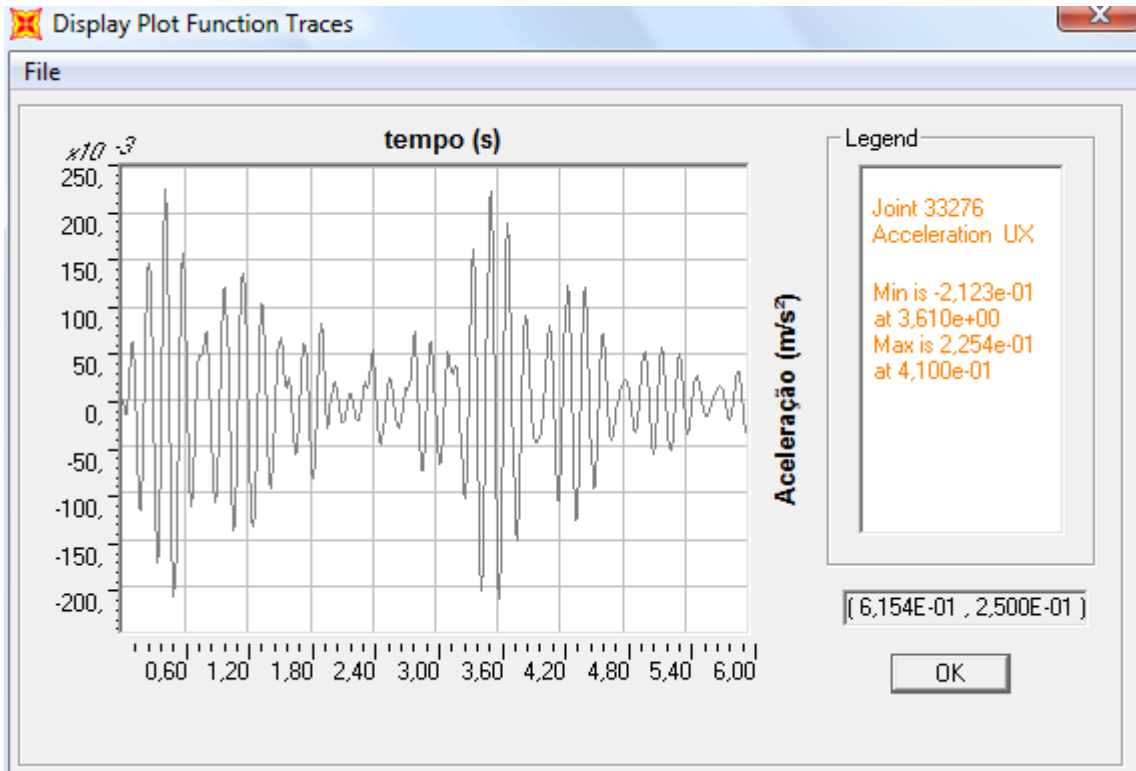


Figura 7.50 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 4b

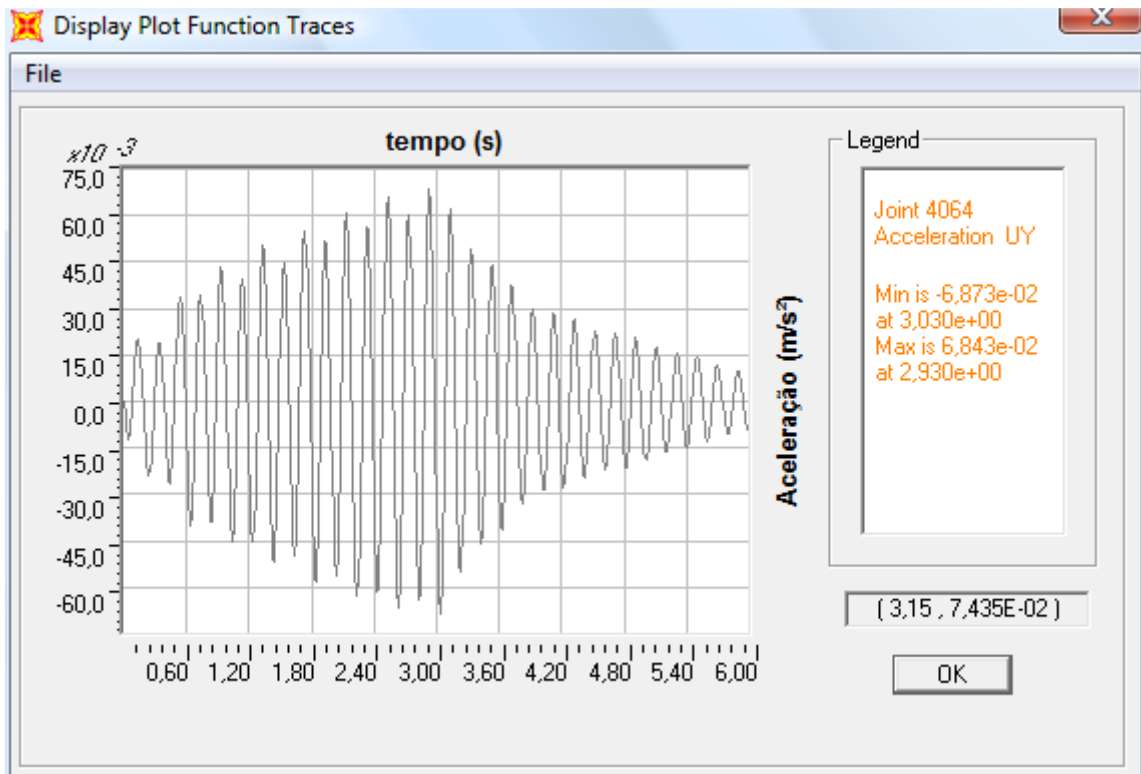


Figura 7.51 – Aceleração em y – Ponto 3 – Modelo 4a

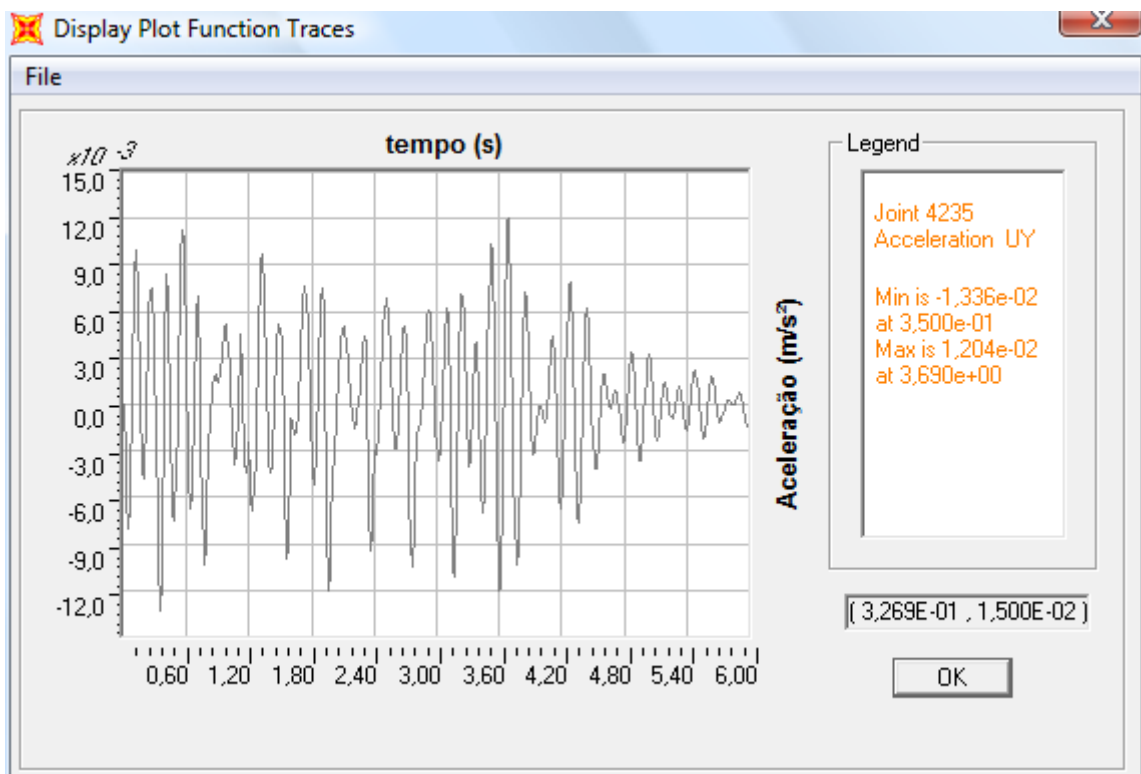


Figura 7.52 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 4b

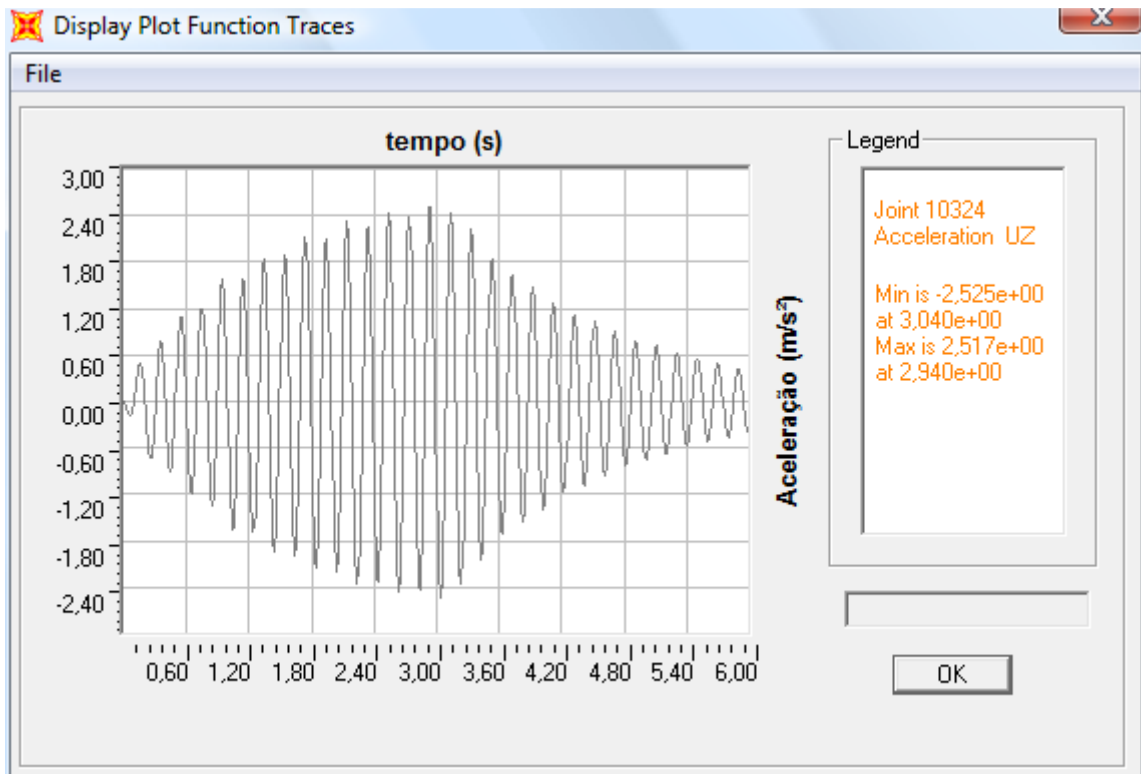


Figura 7.53 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 4a

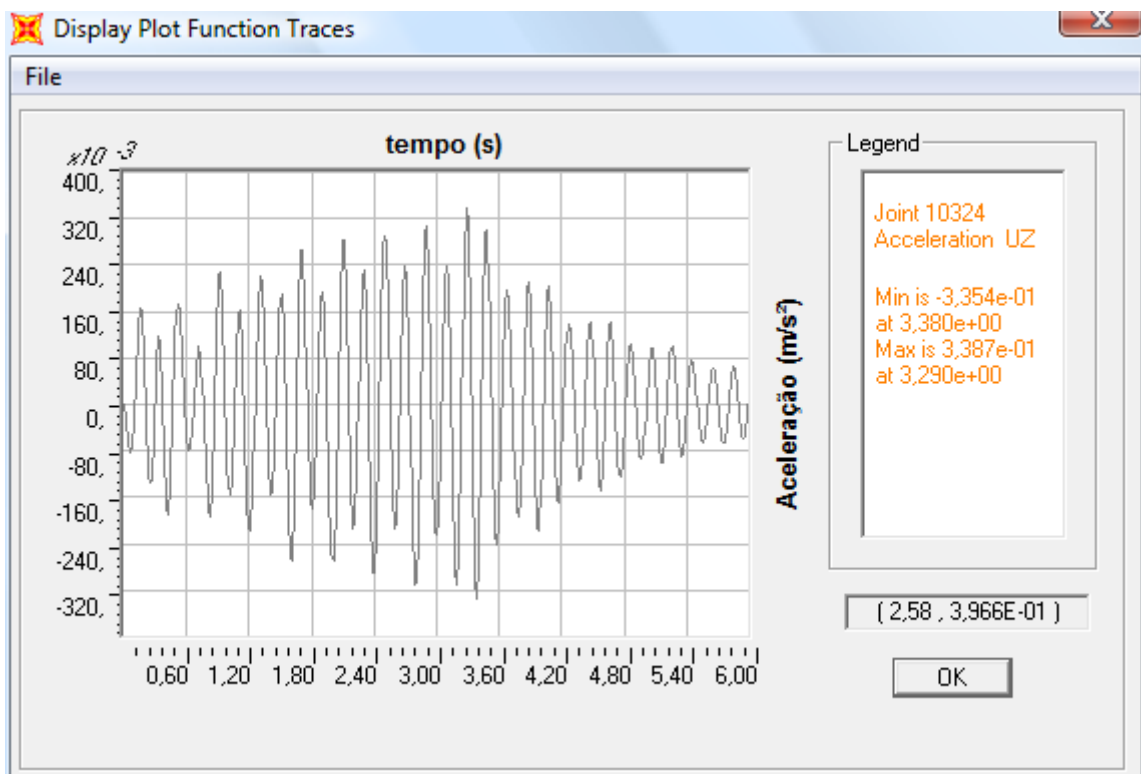


Figura 7.54 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 4b

Semelhantemente ao ocorrido para os modelos 3a e 3b, a análise das respostas dos modelos 4a e 4b, confirma a expectativa de maiores acelerações para o modelo 4a, embora também de maneira desproporcional aos respectivos coeficientes de impacto. A razão entre os picos de aceleração na direção “z” ($0,34/2,52 = 0,13$) é da ordem de 1/5 da razão dos coeficientes de impacto ($1,96/3,00 = 0,65$). Para compreender este resultado, é necessário analisar as acelerações espectrais dos dois modelos, mostrados nas figuras 7.55 e 7.56.

Da análise desses gráficos, observa-se um pico principal de aceleração com um valor de frequência que coincide com o segundo harmônico do carregamento ($f = 5,0\text{Hz}$) para o modelo 4a. Este fato revela contribuição apenas do 5º modo de vibração na resposta. Este modo tem frequência natural $5,069\text{Hz}$ e sua forma é de flexão da arquibancada superior, o que explica a maior aceleração na direção “z”. Enquanto que no modelo 4b, há picos de aceleração em dois valores de frequência ($2,5\text{Hz}$ e $5,0\text{Hz}$), o que revela que também há contribuição do terceiro modo de vibração, que tem frequência natural de $2,479\text{Hz}$. O terceiro modo tem forma de torção no plano “xy”, por isso gera uma menor contribuição nas acelerações na direção “z”.

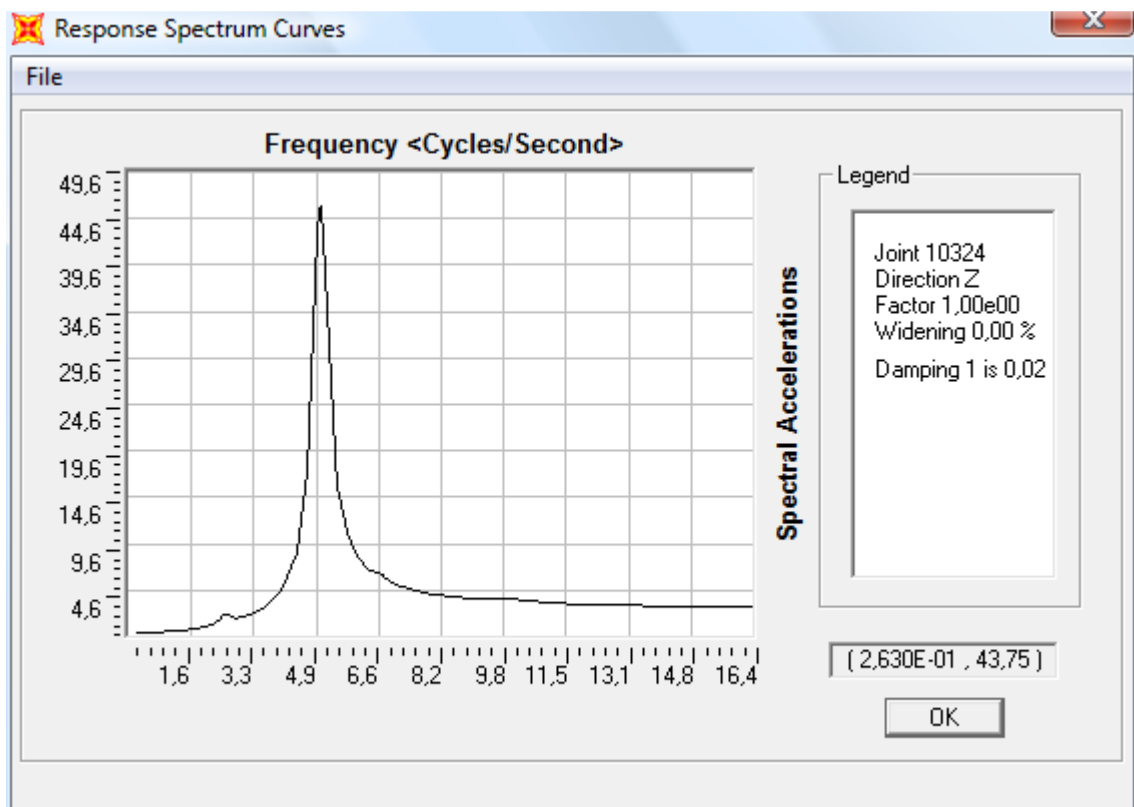


Figura 7.55 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 4a

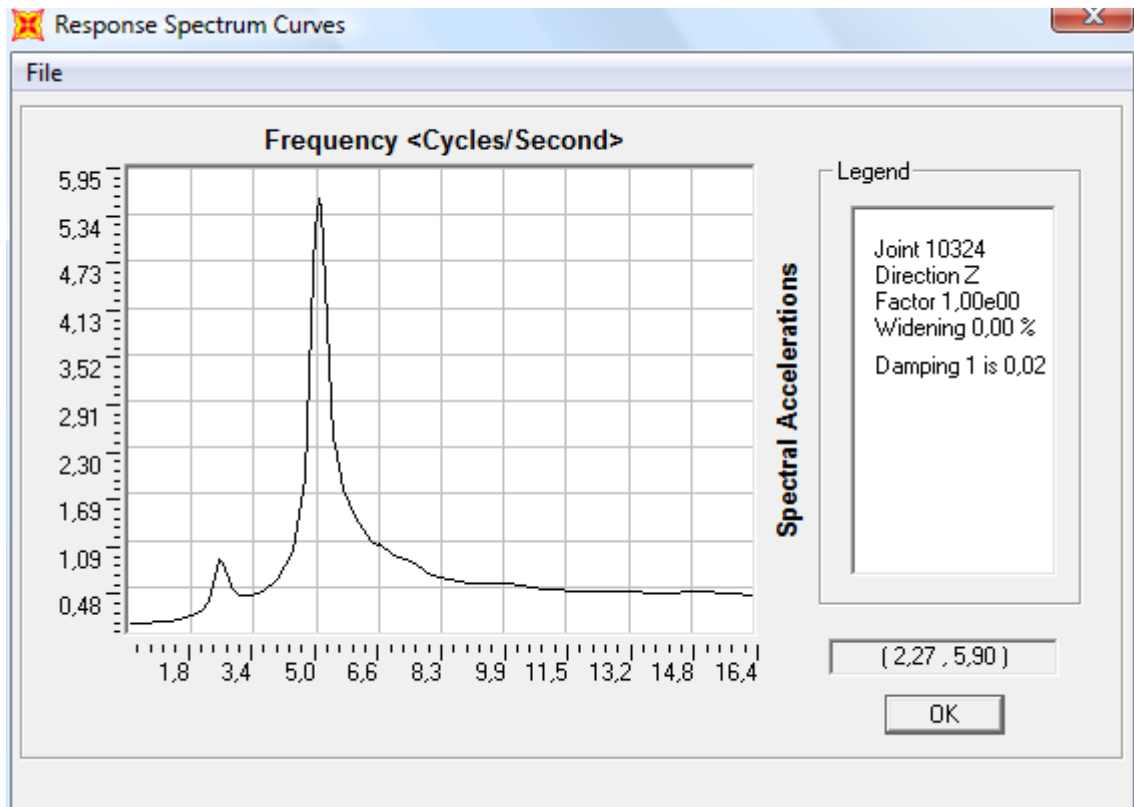


Figura 7.56 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 4b

7.4.5 Situação 1 – Frequência de excitação de 2,7Hz

A frequência de excitação mais alta utilizada nos modelos de carregamento foi de 2,7Hz, aplicada aos modelos 5a e 5b. Como parte da situação 1 de ocupação, foi considerada ocupação total das arquibancadas nesses modelos. Os demais parâmetros, conforme apresentado na tabela 7.4, foram os propostos por Bachmann *et al* (1989) e por Faísca (2003) para os modelos “a” e “b”, respectivamente.

Para este modelo foi escolhido um ponto diferente de leitura em relação aos demais, conforme descrito anteriormente. Os cinco outros pontos são os mesmos considerados nos modelos anteriores. A tabela 7.11 mostra as acelerações de pico em cada ponto, nas três direções e a figura 7.57 mostra a localização dos pontos. As figuras 7.58 a 7.63 mostram os gráficos de aceleração no tempo nos pontos de maiores respostas.

Tabela 7.11 – Acelerações máximas – modelos 5a e 5b

	5a	5b	Ponto
a_x (m/s ²)	2,04	0,46	1
	2,44	0,55	2
	0,34	0,07	6
a_y (m/s ²)	0,07	0,02	1
	0,04	0,01	3
	0,15	0,03	5
a_z (m/s ²)	1,67	0,36	4
	1,21	0,27	6
	1,44	0,32	7

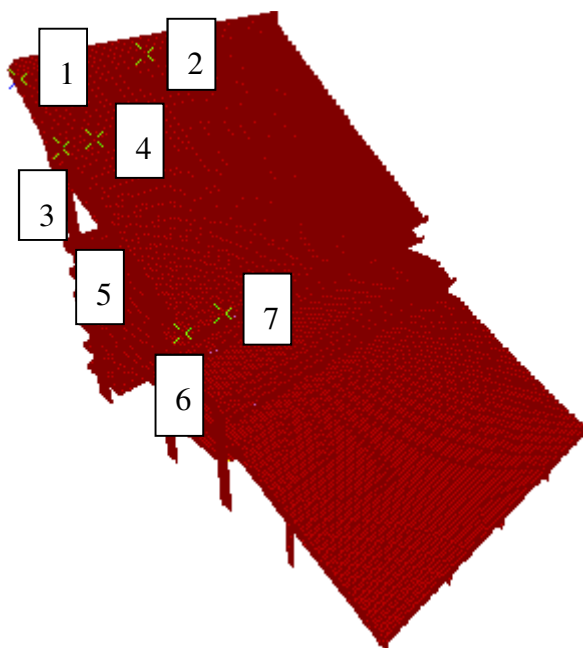


Figura 7.57 – Pontos de leitura – Modelos 5a e 5b

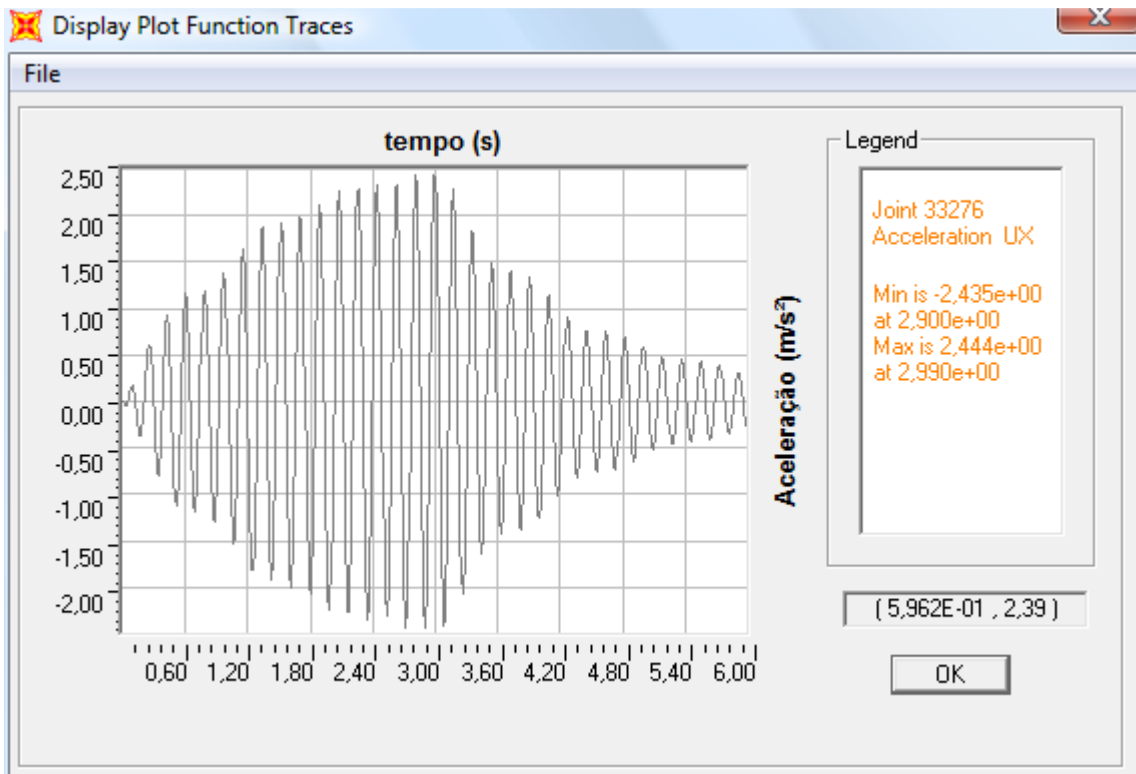


Figura 7.58 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 5a

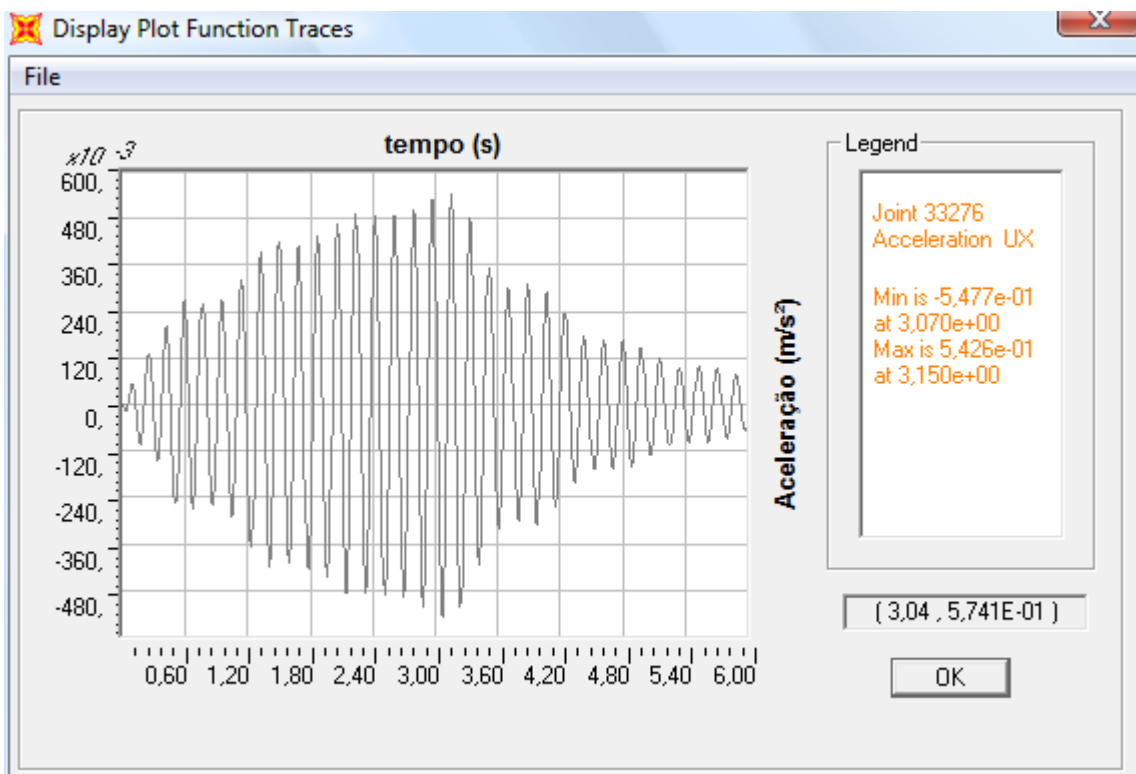


Figura 7.59 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 5b

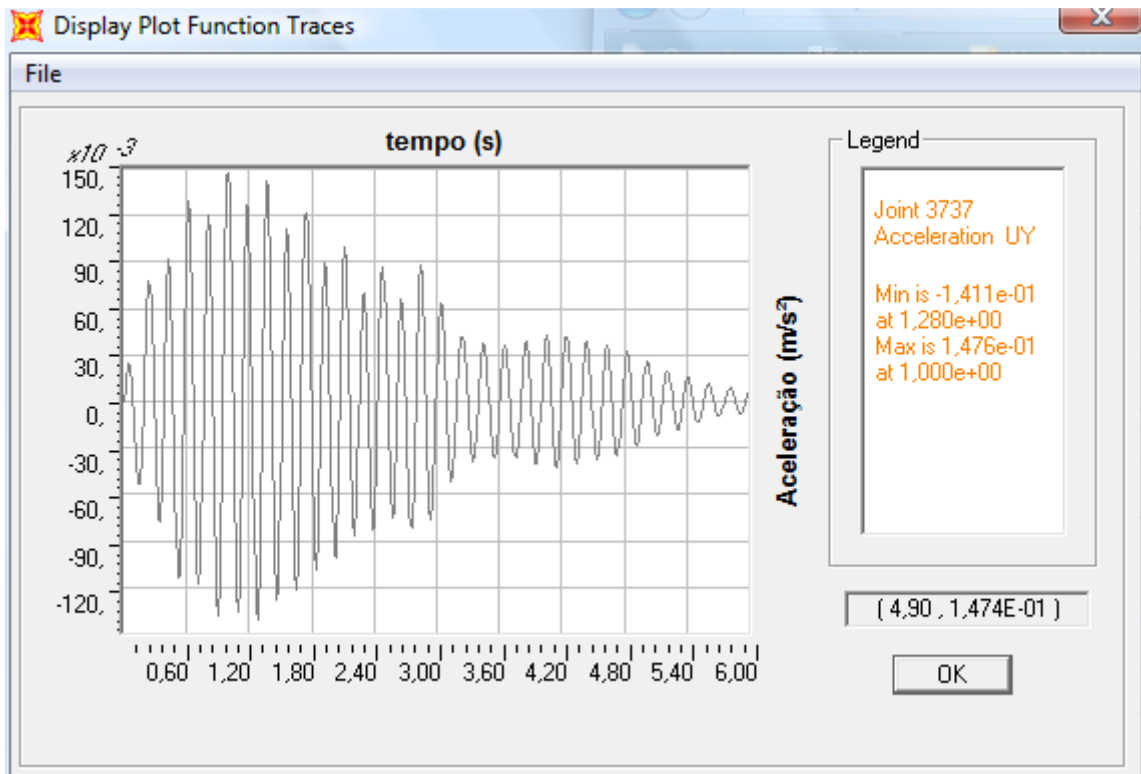


Figura 7.60 – Aceleração em y – Ponto 5 – Modelo 5a

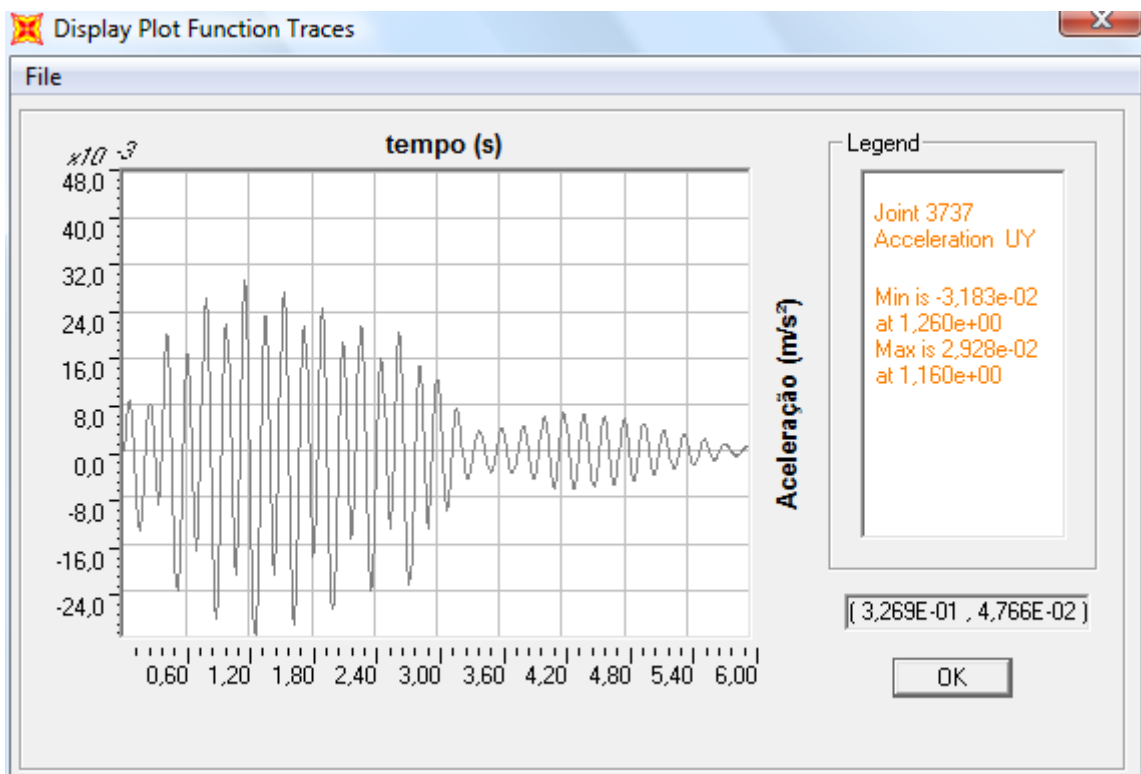


Figura 7.61 – Aceleração em y – Ponto 5 – Modelo 5b

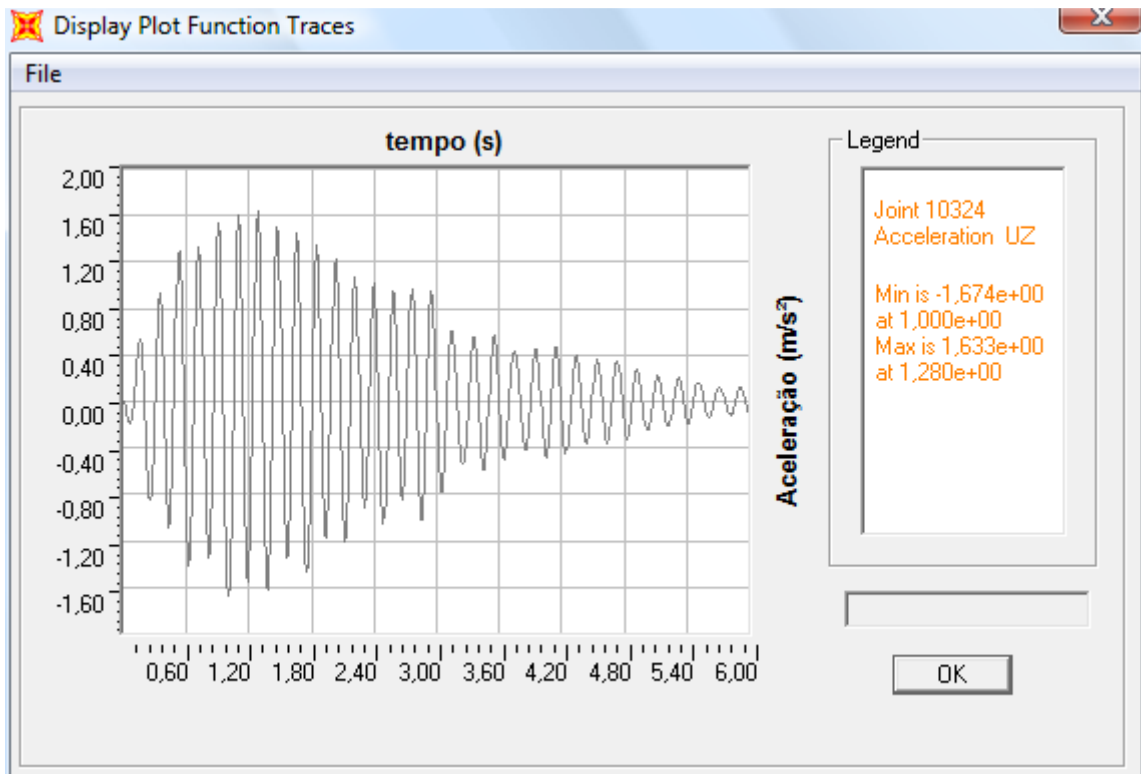


Figura 7.62 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 5a

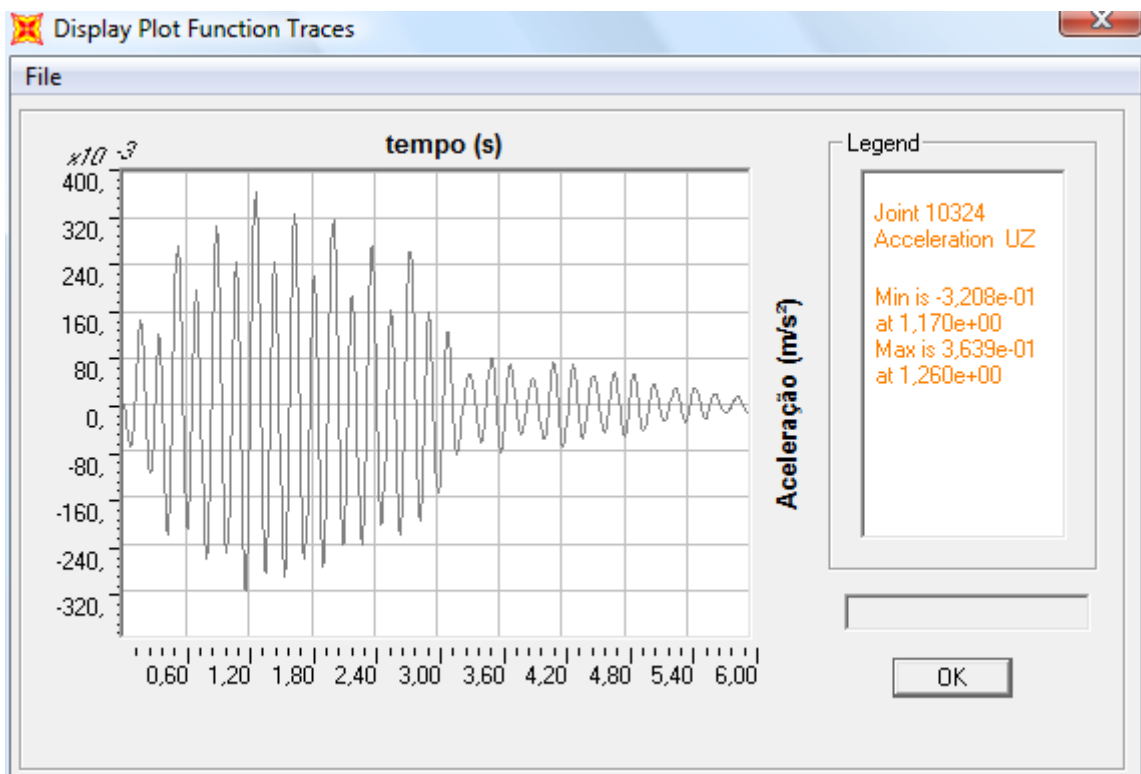


Figura 7.63 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 5b

Analisando as respostas dos modelos 5a e 5b, novamente se tem as maiores respostas no “a”. Contudo, analisando os picos de aceleração na direção “x”, nota-se que a razão entre as respostas ($0,55/2,44 = 0,23$) é da ordem de 1/3 da razão dos coeficientes de impacto ($1,76/3,00 = 0,59$). Ou seja, apesar de no modelo 5a o coeficiente de impacto ser aproximadamente 70% maior do que no modelo 5b, a resposta da aceleração horizontal foi da ordem de cinco vezes a resposta do segundo modelo. Situação semelhante ocorreu para a resposta das acelerações na direção vertical. A razão entre as respostas é de ($0,36/1,67 = 0,22$).

Diante desses resultados, faz-se necessário, novamente, analisar os gráficos de acelerações espectrais dos dois modelos nas direções “x” (mostrados nas figuras 7.64 e 7.65) e “z” (mostrados nas figuras 7.66 e 7.67). Desta avaliação nota-se que, em todos os casos, só existe praticamente um pico principal de aceleração, com um valor de frequência que coincide com o segundo harmônico do carregamento ($f = 5,4\text{Hz}$). Este fato revela a contribuição do 8º modo de vibração em todas as respostas avaliadas. Este modo tem frequência natural 5,48Hz e sua forma é de flexão da arquibancada superior associada a uma flexão na direção radial, o que explica grandes acelerações nas direções “x” e “z”.

Pode-se perceber, portanto, que o mesmo modo de vibração está contribuindo para a resposta nos dois modelos. Isto sugere que, ao concentrar a energia do carregamento num intervalo de tempo mais curto (já que o tempo de contato do modelo 5a é menor do que no modelo 5b), obtém-se, como resposta, um pico de aceleração maior.

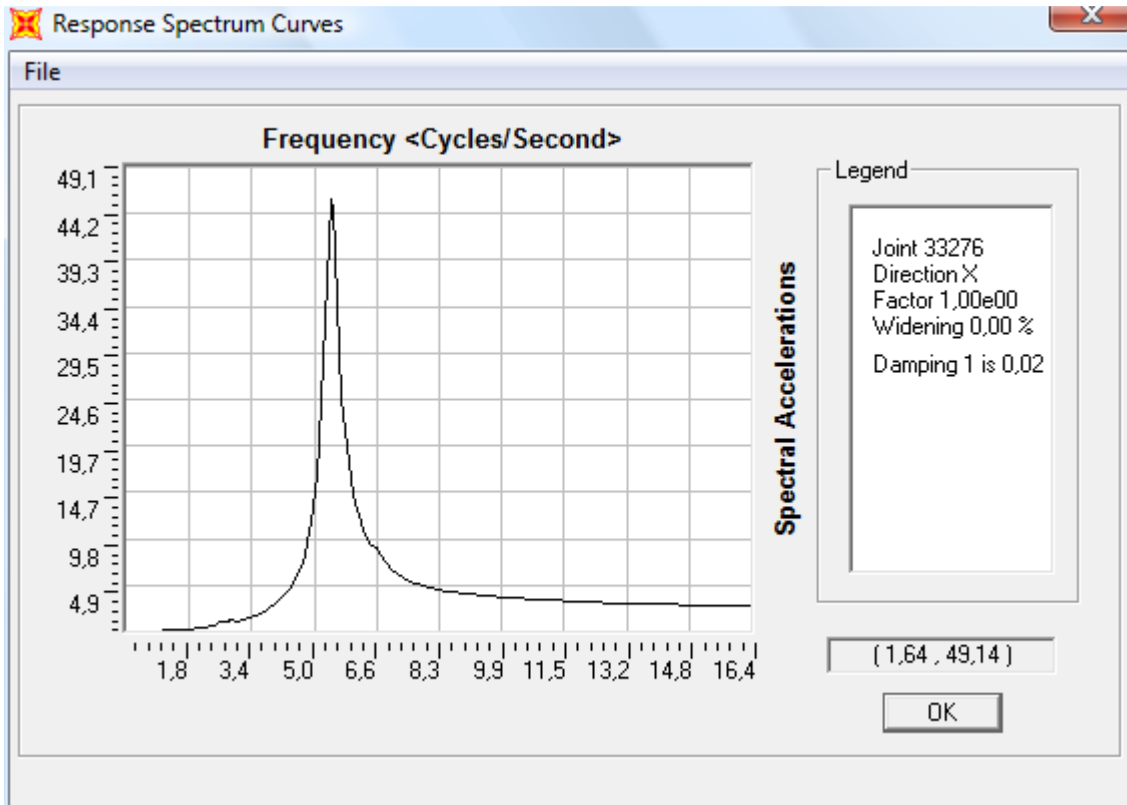


Figura 7.64 – Aceleração espectral em x – Ponto 2 – Modelo 5a

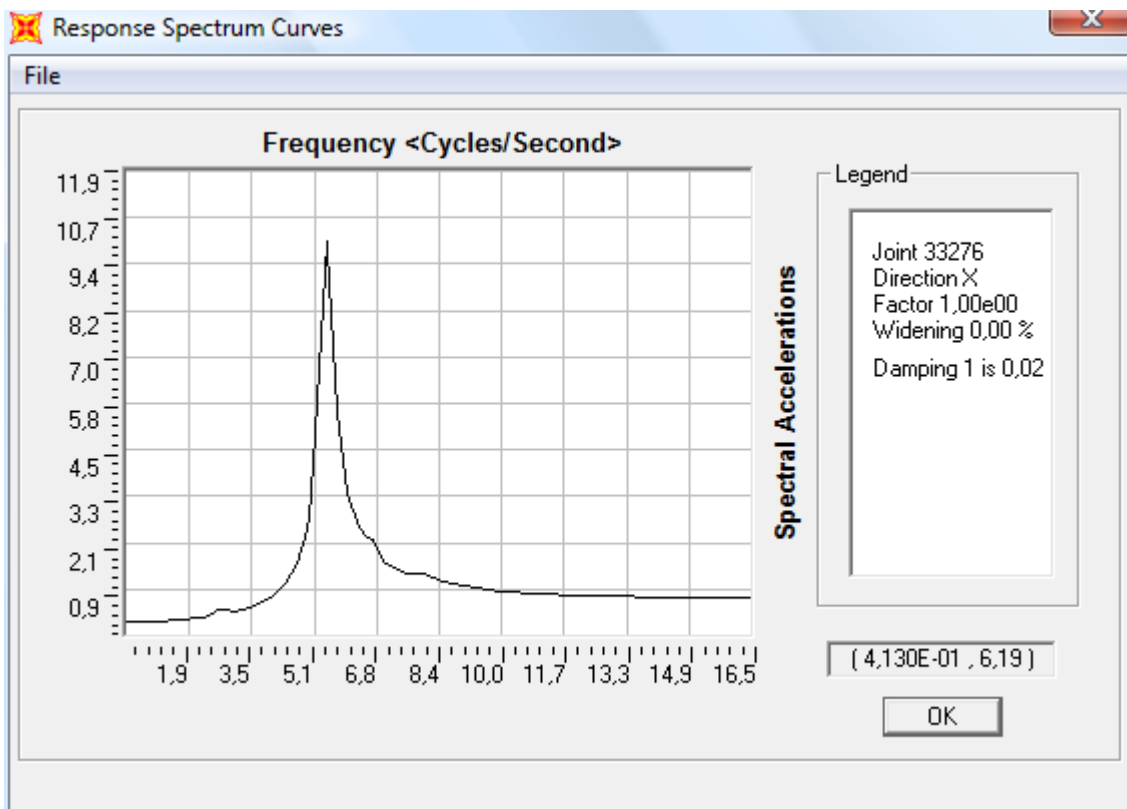


Figura 7.65 – Aceleração espectral em x – Ponto 2 – Modelo 5b

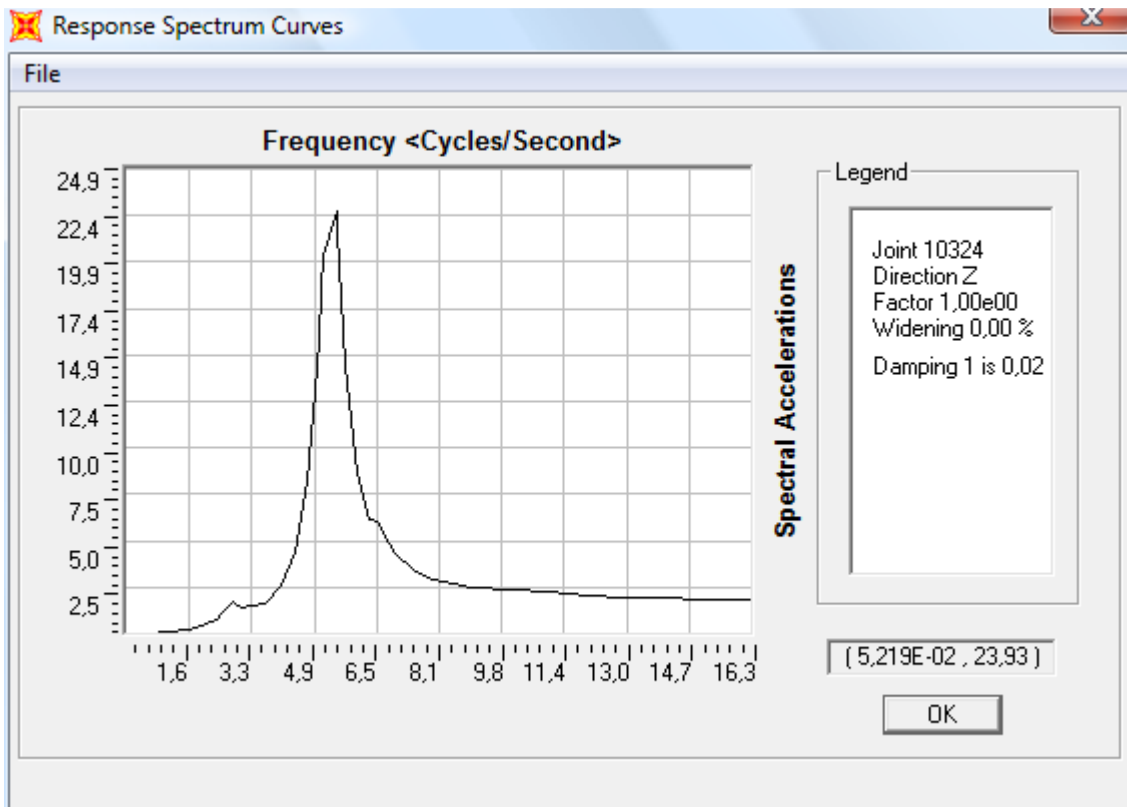


Figura 7.66 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 5a

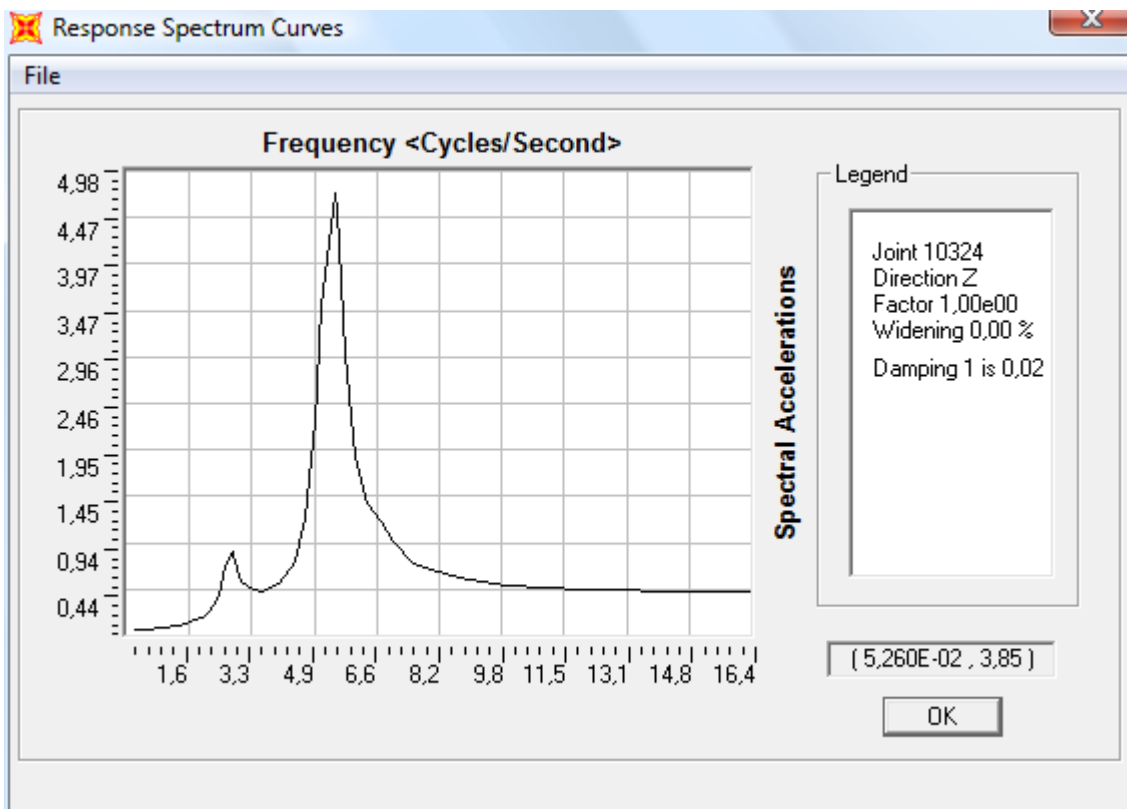


Figura 7.67 – Aceleração espectral em z – Ponto 4 – Modelo 5b

7.4.6 Situação 1 - Frequência de excitação de 2,5Hz (com parâmetros modificados)

Para melhor entendimento da influência dos parâmetros de tempo de contato e coeficiente de impacto, foram criados mais dois modelos de carregamento com a frequência de excitação de 2,5Hz, denominados de modelo 4c e 4d, com parâmetros arbitrados da seguinte maneira: o modelo 4c tem o mesmo tempo de contato aplicado ao modelo 4a ($t_c = 0,20s$), mas o coeficiente de impacto do modelo 4b (1,96). Já o modelo 4d tem o mesmo tempo de contato aplicado ao modelo 4b (0,32s), mas o coeficiente de impacto do modelo 4a (3,00). Em ambos modelos as arquibancadas inferior, intermediária e superior estavam inteiramente ocupadas pela torcida.

A tabela 7.12 mostra as acelerações de pico nos pontos de leitura escolhidos para os modelos 4c e 4d, comparadas às acelerações de pico nos modelos 4a e 4b. As figuras 7.68 a 7.73 mostram os gráficos de aceleração no tempo, nos pontos de maiores respostas de cada modelo, para cada uma das três direções.

Tabela 7.12 – Acelerações máximas – modelos 4c e 4d

	4c	4d	4a	4b	Ponto
a_x (m/s ²)	0,53	0,33	0,81	0,22	1
	0,48	0,35	0,73	0,23	2
	0,1	0,05	0,15	0,03	6
a_y (m/s ²)	0,03	0,02	0,05	0,01	1
	0,045	0,015	0,07	0,01	3
	0,007	0,006	0,01	0,004	6
a_z (m/s ²)	1,65	0,52	2,52	0,34	4
	0,3	0,22	0,47	0,12	6
	0,36	0,18	0,55	0,14	7

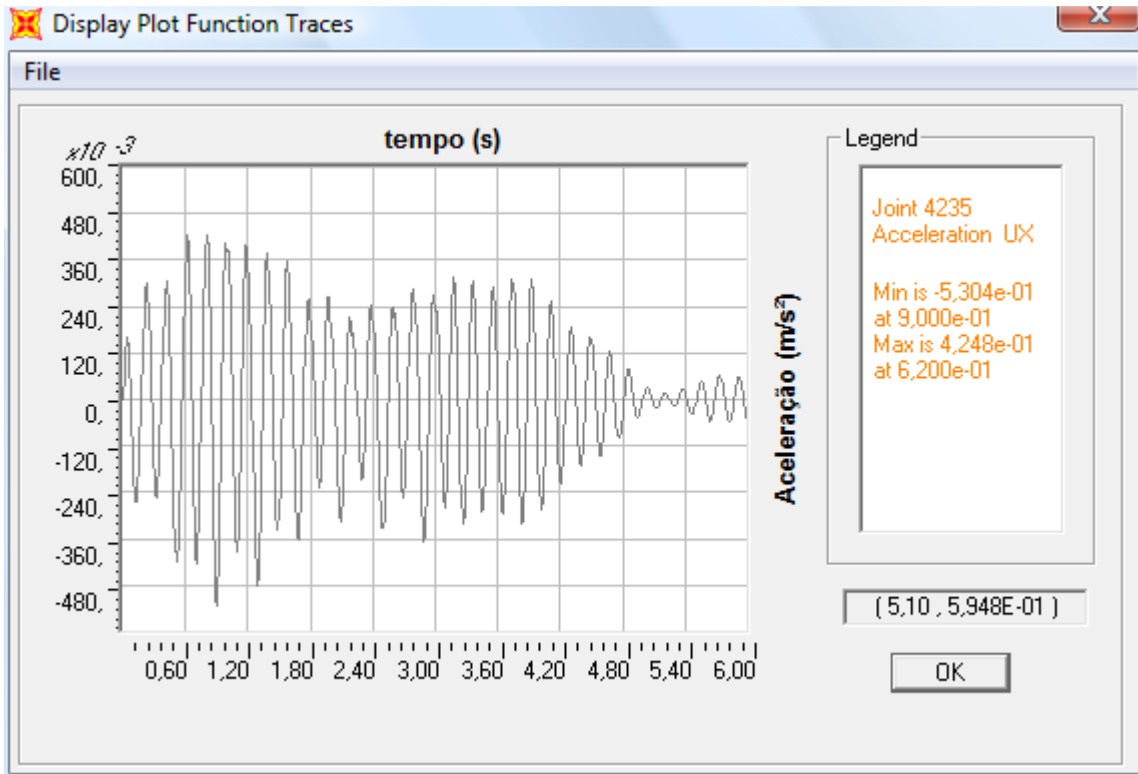


Figura 7.68 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 4c

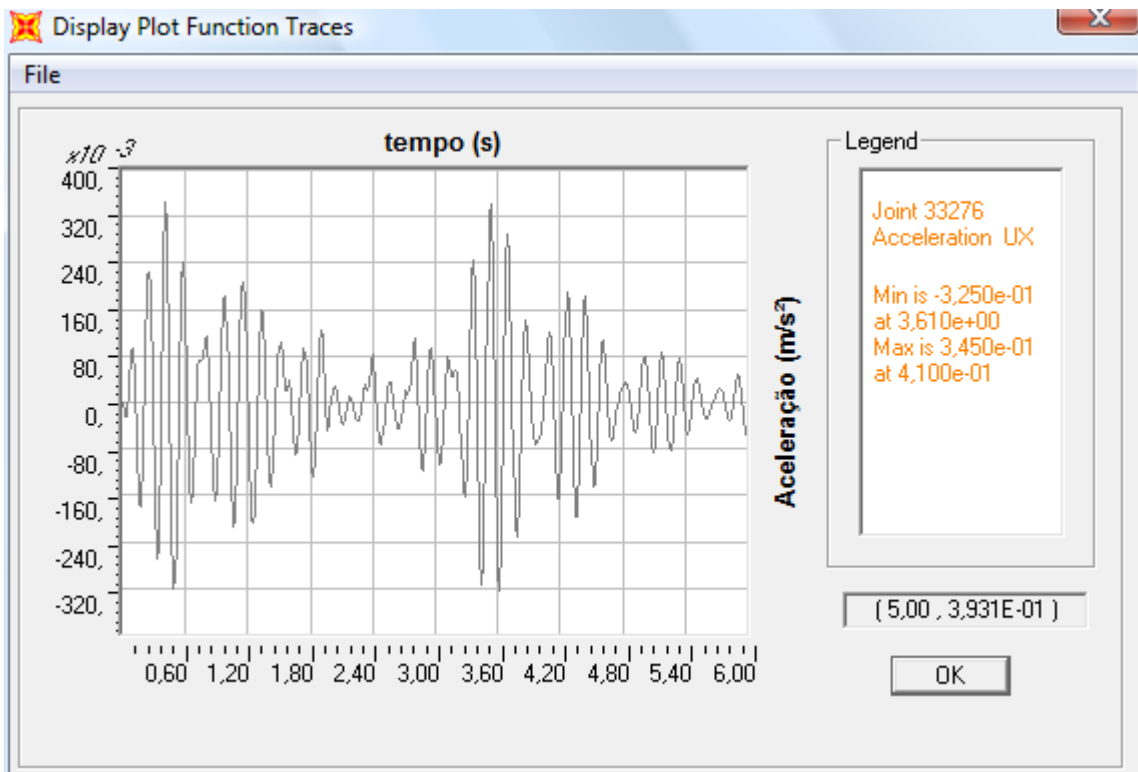


Figura 7.69 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 4d

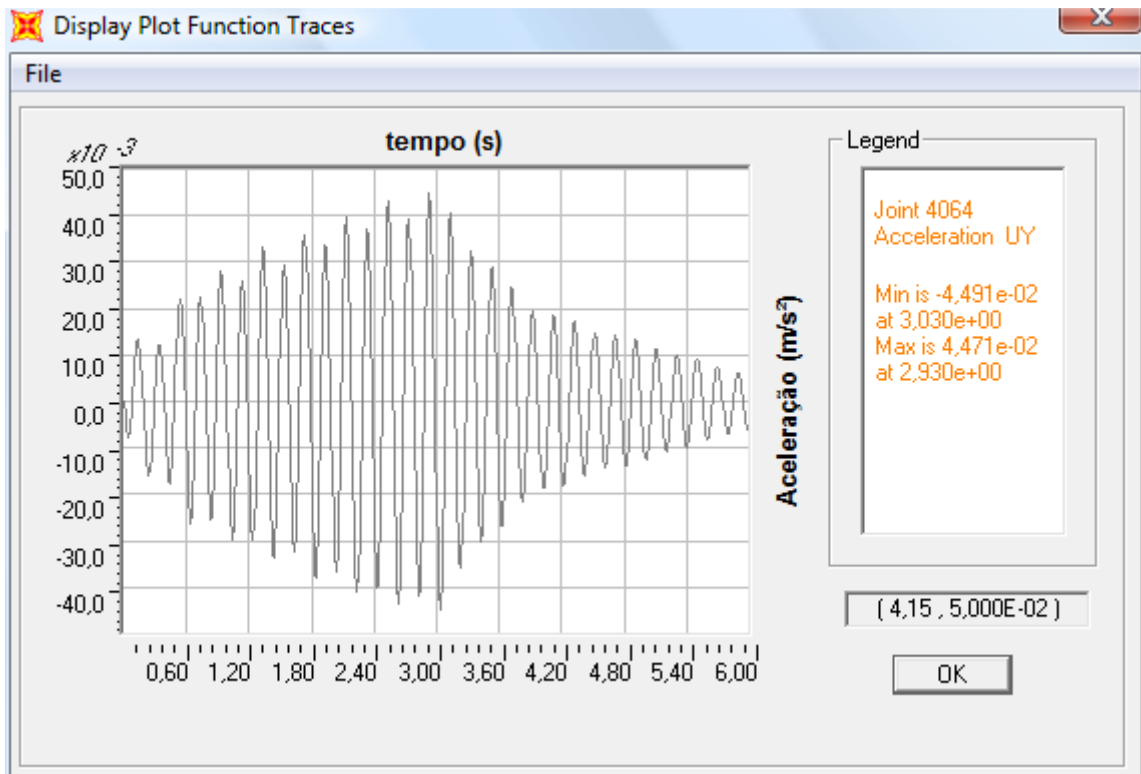


Figura 7.70 – Aceleração em y – Ponto 3 – Modelo 4c

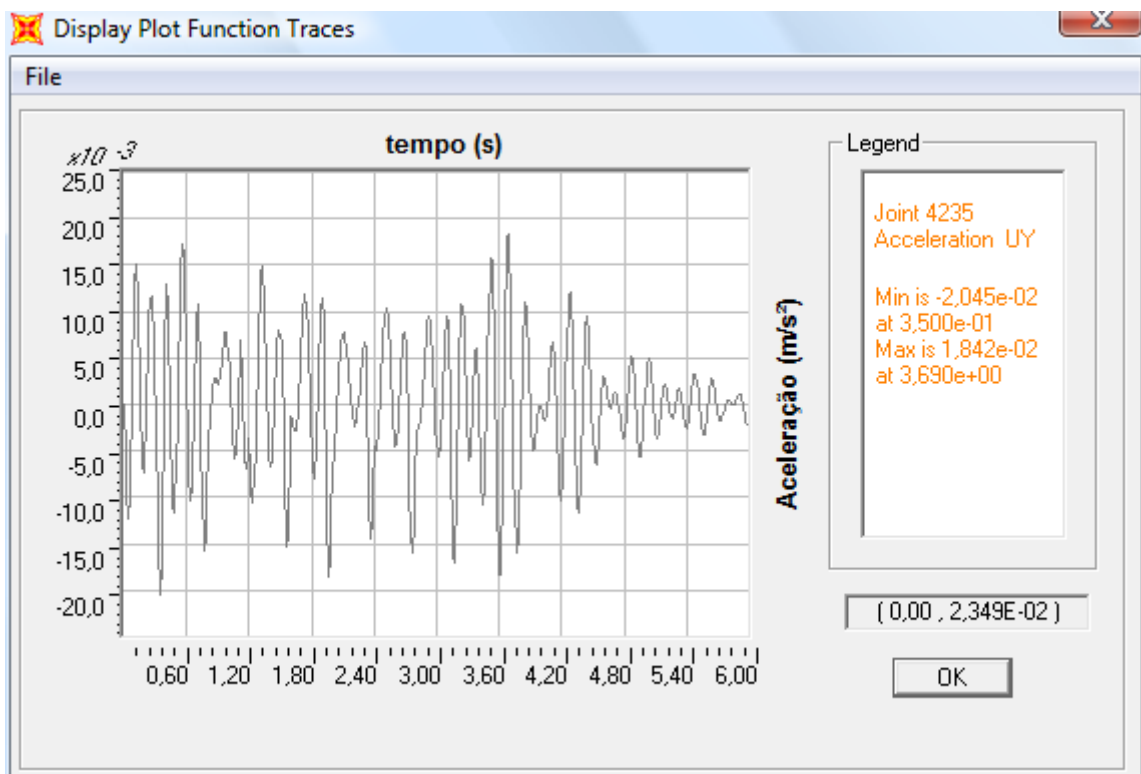


Figura 7.71 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 4d

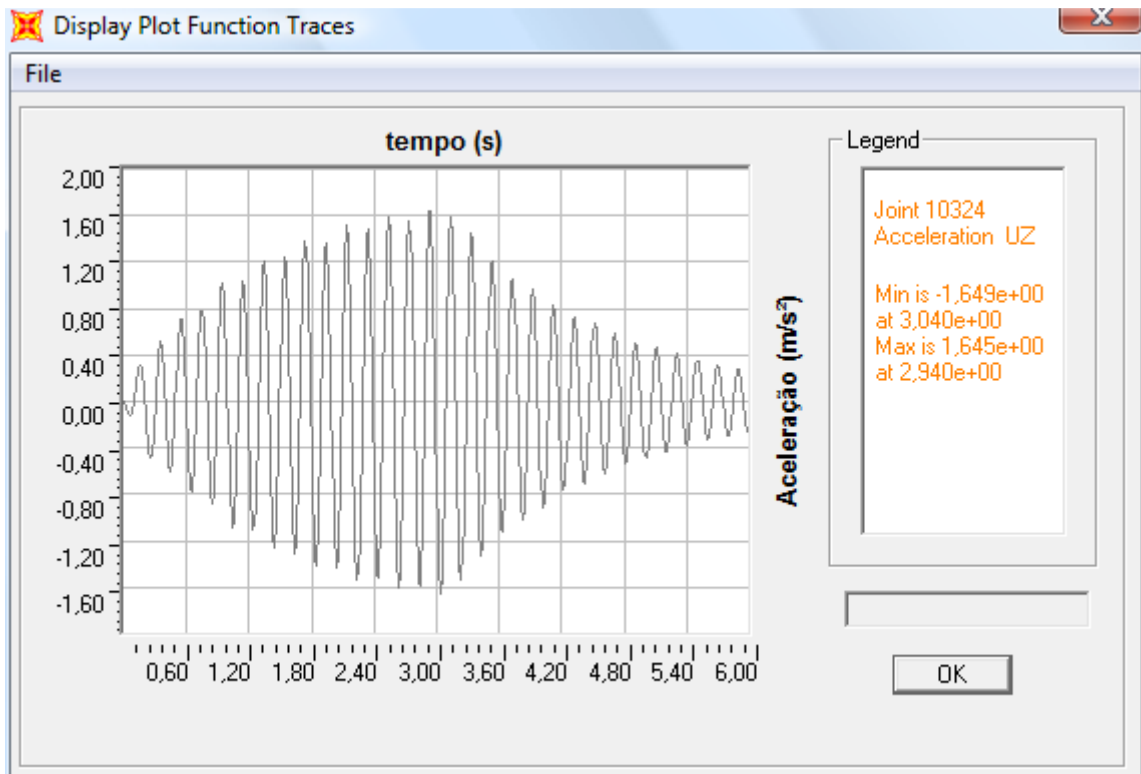


Figura 7.72 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 4c

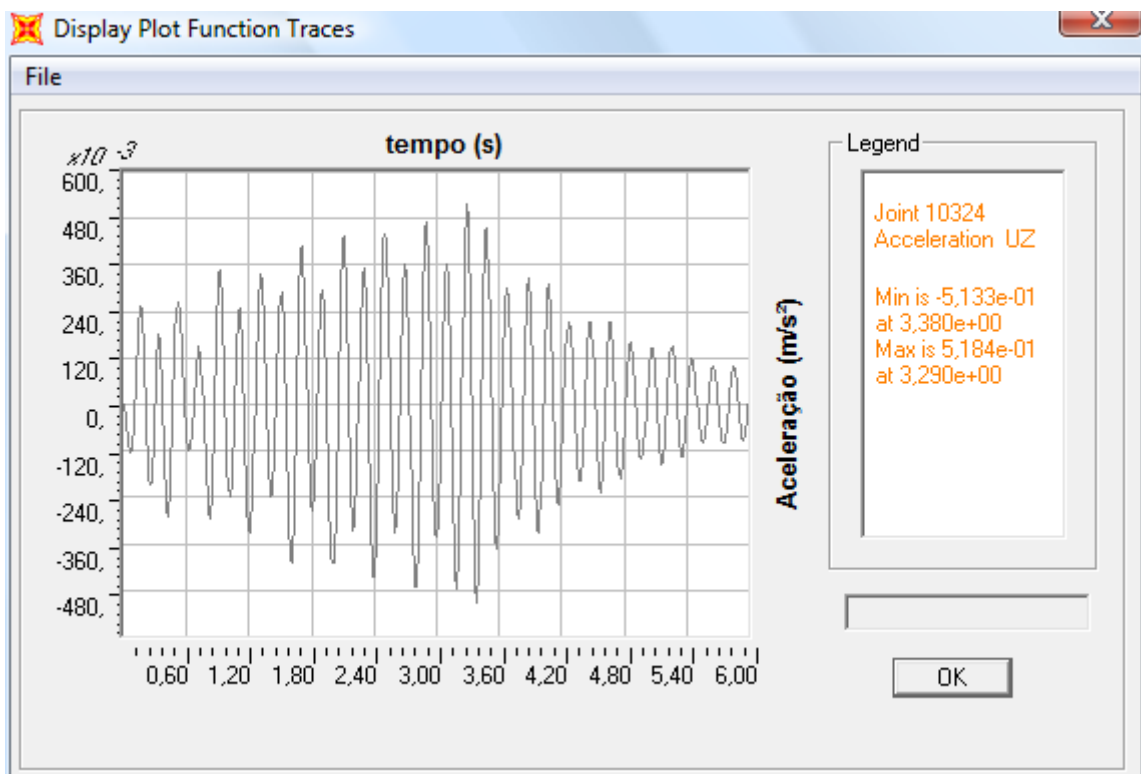


Figura 7.73 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 4d

Ao analisar as respostas das acelerações obtidas para o modelo 4c e compará-las às respostas do modelo 4a, observa-se que, tanto em “x” ($a_{x4c}/a_{x4a} = 0,53/0,81 = 0,65$), quanto em “y” ($a_{y4c}/a_{y4a} = 0,045/0,07 = 0,65$), quanto em “z” ($a_{z4c}/a_{z4a} = 1,65/2,52 = 0,65$), a razão entre as respostas é a mesma que a razão entre os coeficientes de impacto ($k_{p4c}/k_{p4a} = 1,96/3,00 = 0,65$). O mesmo resultado ocorre na comparação entre os modelos 4d e 4b.

Isto deixa ainda mais claro que as respostas são proporcionais ao coeficiente de impacto de maneira linear, mas o tempo de contato influencia nas respostas de uma maneira não tão trivial e que, para se comparar respostas de modelos feitos com diferentes tempos de contato, faz-se necessário um entendimento mais completo, levando em consideração os modos de vibração que contribuem para a resposta.

7.4.7 Resumo dos resultados – Situação 1

A tabela 7.13 mostra um resumo dos maiores picos de resposta para os modelos 1 a 5, com os respectivos parâmetros, nas três direções.

Tabela 7.13 – Resumo das respostas máximas dos modelos 1 a 5 nas três direções

Modelo	f (Hz)	k_p	$a_{x\text{-máx.}}$ (m/s ²)	$a_{y\text{-máx.}}$ (m/s ²)	$a_{z\text{-máx.}}$ (m/s ²)
1a	1,8	3,00	0,35	0,03	0,31
1b	1,8	2,24	0,50	0,02	0,35
2a	2,2	3,00	0,37	0,03	0,63
2b	2,2	2,10	0,44	0,03	0,27
3a	2,4	3,00	0,54	0,04	1,38
3b	2,4	1,98	0,22	0,02	0,23
4a	2,5	3,00	0,81	0,07	2,52
4b	2,5	1,96	0,23	0,01	0,34
4c	2,5	1,96	0,53	0,045	1,65
4d	2,5	3,00	0,35	0,02	0,52
5a	2,7	3,00	2,44	0,15	1,67
5b	2,7	1,76	0,55	0,03	0,36

Analisando as respostas dos modelos de 1 a 5, nota-se que as maiores respostas nas direções “x” e “y” se dão no modelo 5 e a maior resposta na direção “z” se dá no modelo 4. Contrariando a expectativa de que a maior resposta em “x” pudesse ser no modelo 2, uma

vez que sua frequência de excitação é bem próxima à frequência natural do 2º modo de vibração (que é de flexão na direção radial), esta se deu no modelo 5.

A explicação para este fato se dá ao analisar os gráficos de aceleração espectral destes modelos. Percebe-se que existe pouca contribuição dos primeiros modos de vibração nas respostas de maneira geral. Isto ocorre porque os cinco primeiros modos de vibração têm suas deformadas nas direções horizontais (radial, tangencial ou combinada) e a excitação (representada pelo modelo do carregamento de torcida) se dá apenas no sentido vertical.

Em alguns dos modelos percebeu-se, pela análise da aceleração espectral, que há contribuição de vários modos de vibração, mas as maiores respostas se deram naqueles em que algum harmônico coincide com a frequência natural de algum modo de vibração em que há flexão da arquibancada. É o caso do modelo 4a, no qual a resposta da aceleração vertical tem grande contribuição do 6º modo, cuja frequência natural é bastante próxima à do segundo harmônico do carregamento. Como este modo de vibração tem, em sua deformada, flexão da arquibancada superior, este modelo foi o que apresentou a maior aceleração vertical.

Já no modelo 5a, foi possível notar que há grande contribuição do 8º modo de vibração nas respostas nas direções radial e vertical (“x” e “z”, respectivamente). Isto porque a frequência natural deste modo é muito próxima à do segundo harmônico do carregamento. Como este modo de vibração tem, em sua deformada, flexão da arquibancada superior, combinada a uma flexão na direção radial, este modelo foi o que apresentou a maior aceleração na direção radial.

Ao analisar em quais pontos foram lidas as maiores respostas, percebe-se que existe um padrão, mas não é sempre o mesmo ponto, ele varia de um modelo para o outro. Para a aceleração na direção “x”, o ponto de maior resposta foi o ponto 1 (na extremidade do último degrau) para os modelos “a” e o ponto 2 (no último degrau – meio do bloco) para os modelos “b”.

Para a aceleração na direção “y”, o ponto 1 (na extremidade do último degrau) foi o ponto de maiores respostas nos modelos 1 a 3, enquanto o ponto 3 (na extremidade da

arquibancada – altura do pilar) foi no modelo 4 e o ponto 5 (na extremidade da arquibancada – próximo ao pilar) no modelo 5.

Já para a aceleração vertical, em todos os modelos o ponto de maior resposta foi o mesmo, o ponto 4 (meio do primeiro vão da arquibancada superior, na altura do pilar).

Entende-se que este fato ocorreu (o ponto de maior resposta variar de um modelo para o outro), devido a quais modos de vibração tiveram maior contribuição nas respostas, como pôde se observar nos gráficos de aceleração espectral. A tabela 7.14 ilustra os pontos de maiores respostas para os modelos de 1 a 5.

Tabela 7.14 – Pontos de maiores respostas nas 3 direções dos modelos 1 a 5

Modelo	f (Hz)	Em x	Em y	Em z
1a	1,8	1	1	4
1b	1,8	2	1	4
2a	2,2	1	1	4
2b	2,2	2	1	4
3a	2,4	1	1	4
3b	2,4	2	1	4
4a	2,5	1	3	4
4b	2,5	2	3	4
4c	2,5	1	3	4
4d	2,5	2	1	4
5a	2,7	2	5	4
5b	2,7	2	5	4

Foram propostas novas simulações, nas quais foram consideradas outras situações de ocupação, de maneira a se procurar o tipo de ocupação que gerasse as respostas dinâmicas mais críticas. Como a resposta de maior interesse é a de aceleração na direção vertical e as maiores respostas nesta direção foram obtidas no modelo 4, os modelos propostos nas novas situações foram confeccionados com os mesmos parâmetros propostos nos modelos 4a e 4b, mas com diferentes ocupações das arquibancadas pela torcida.

Seguindo este raciocínio, foram propostas mais três situações. Na situação 2 foi considerado que apenas a arquibancada superior estaria cheia e as demais vazias, na situação 3, considerou-se que a metade esquerda de todas as arquibancadas estaria cheia e a metade direita vazia e, na situação 4, que apenas o primeiro vão (o mais externo) da

arquibancada superior estaria cheio. As figuras 7.74, 7.75 e 7.76 ilustram cada situação de ocupação descrita.

A tabela 7.15 mostra o plano de carregamentos para as situações 2, 3 e 4, correspondidos pelos modelos 6a e 6b, 7a e 7b e 8a e 8b, respectivamente.

Tabela 7.15 – Parâmetros para carregamento dinâmico – situações 2, 3 e 4

Modelo	Formulação	Parâmetros	f (Hz)	T _p (s)	t _c (s)	t _c /T _p	k _p
6a	Bachmann	CEB/Bachmann	2,50	0,40	0,20	0,5	3
6b	Bachmann	Faísca	2,50	0,40	0,32	0,80	1,96
7a	Bachmann	CEB/Bachmann	2,50	0,40	0,20	0,5	3
7b	Bachmann	Faísca	2,50	0,40	0,32	0,80	1,96
8a	Bachmann	CEB/Bachmann	2,50	0,40	0,20	0,5	3
8b	Bachmann	Faísca	2,50	0,40	0,32	0,80	1,96

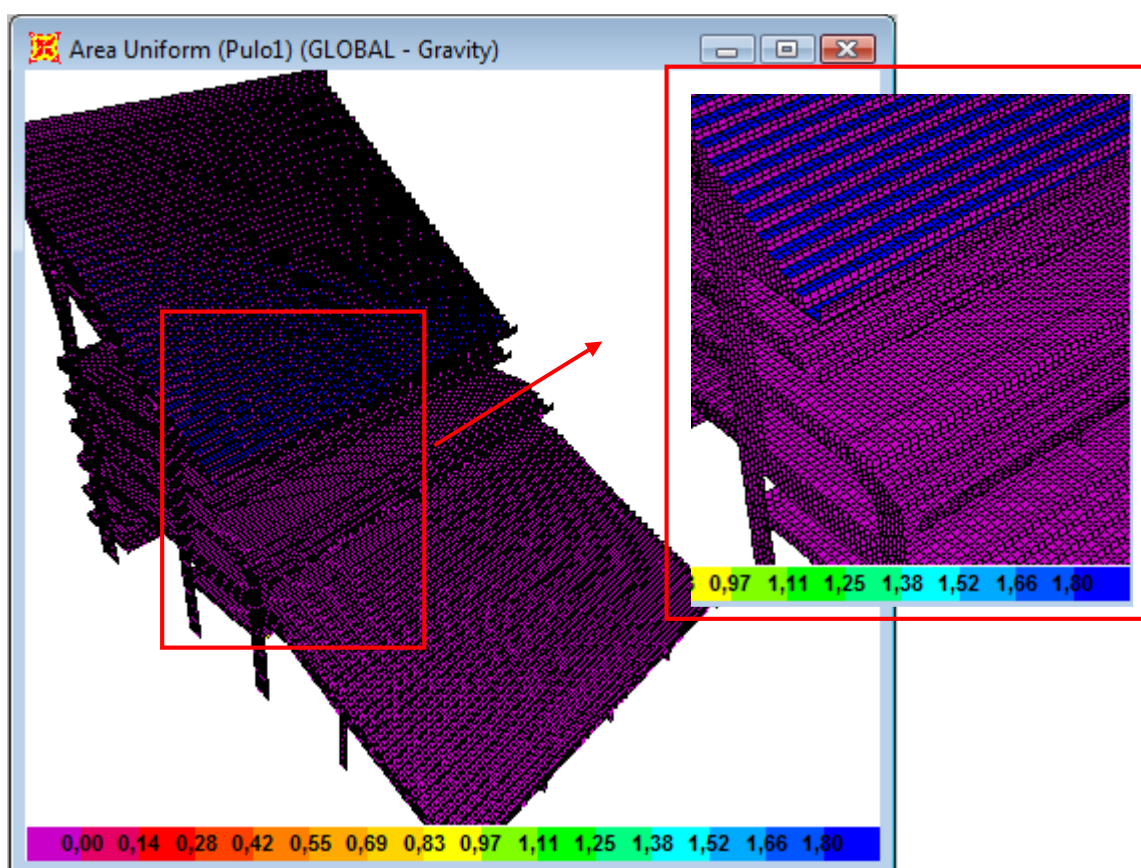


Figura 7.74 – Situação 2 de ocupação das arquibancadas – Escala em [kN/m²]

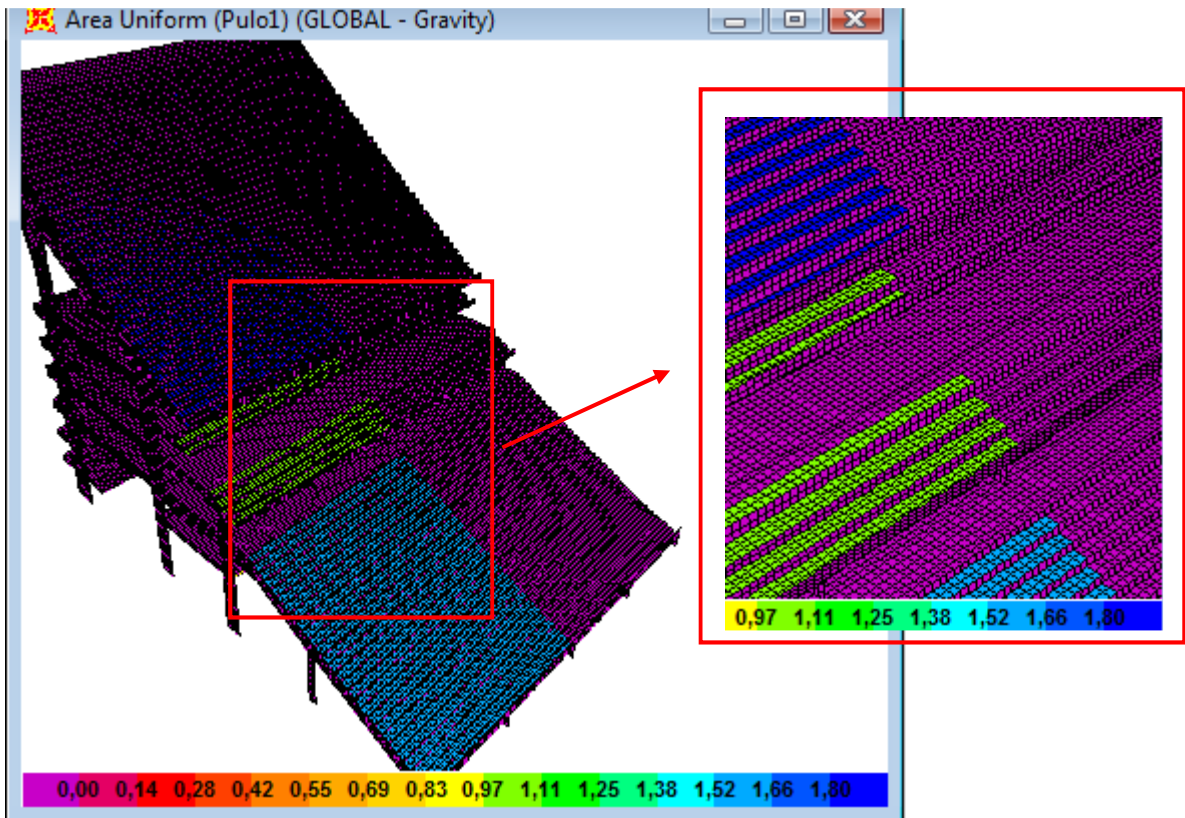


Figura 7.75 – Situação 3 de ocupação das arquibancadas – Escala em [kN/m²]

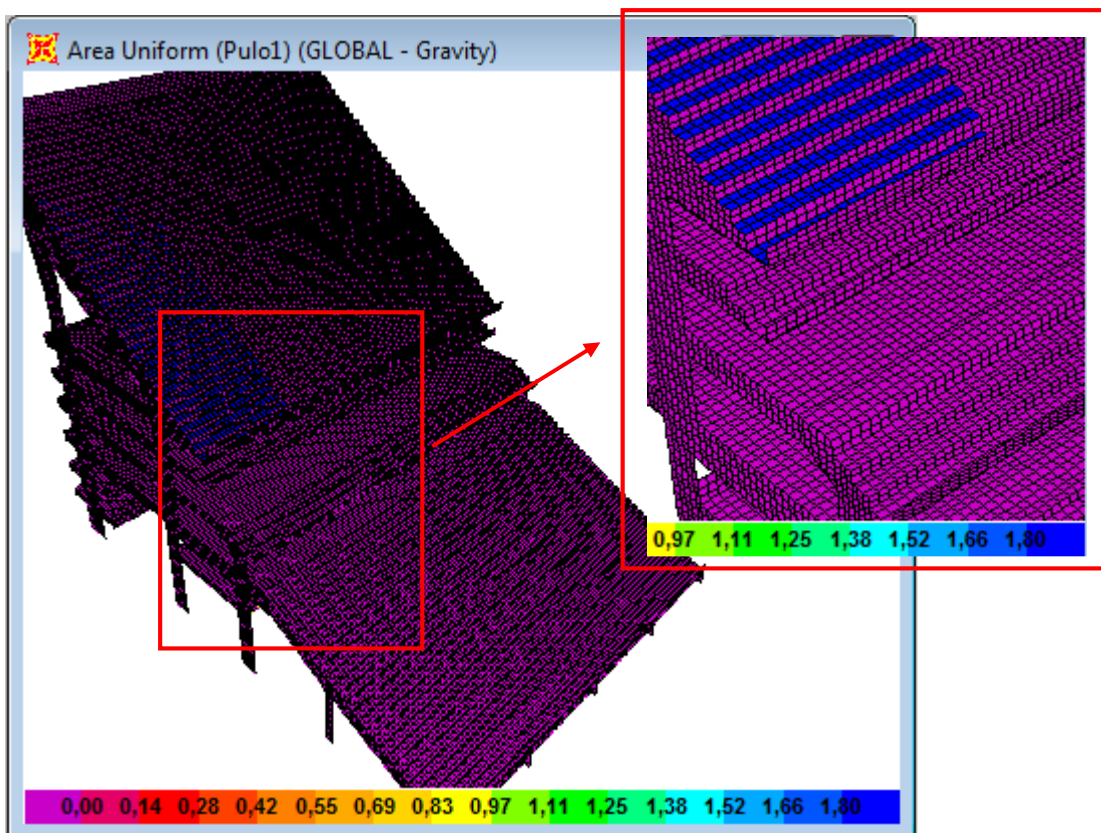


Figura 7.76 – Situação 4 de ocupação das arquibancadas – Escala em [kN/m²]

7.4.8 Situação 2 – Arquibancada superior cheia

Conforme descrito na tabela 7.14, foram criados mais modelos de carregamento com a frequência de excitação de 2,5Hz, com diferentes ocupações das arquibancadas. Nos dois primeiros, denominados de modelo 6a e 6b, foram aplicados os parâmetros propostos por Bachmann *et al* (1989) e por Faísca (2003), respectivamente. Em ambos os modelos a arquibancada superior estava inteiramente ocupada pela torcida, as demais estavam vazias.

A tabela 7.16 mostra as acelerações de pico nos pontos de leitura escolhidos (cuja localização é mostrada na figura 7.77) para cada modelo e as figuras 7.78 a 7.83 mostram os gráficos de aceleração no tempo, nos pontos de maiores respostas de cada modelo, para cada uma das três direções.

Tabela 7.16 – Acelerações máximas – modelos 6a e 6b

	6a	6b	Ponto
a_x (m/s ²)	0,32	0,09	1
	0,30	0,07	2
	0,18	0,05	6
a_y (m/s ²)	0,05	0,007	1
	0,07	0,009	3
	0,03	0,009	6
a_z (m/s ²)	2,81	0,34	4
	0,25	0,04	6
	0,21	0,05	7

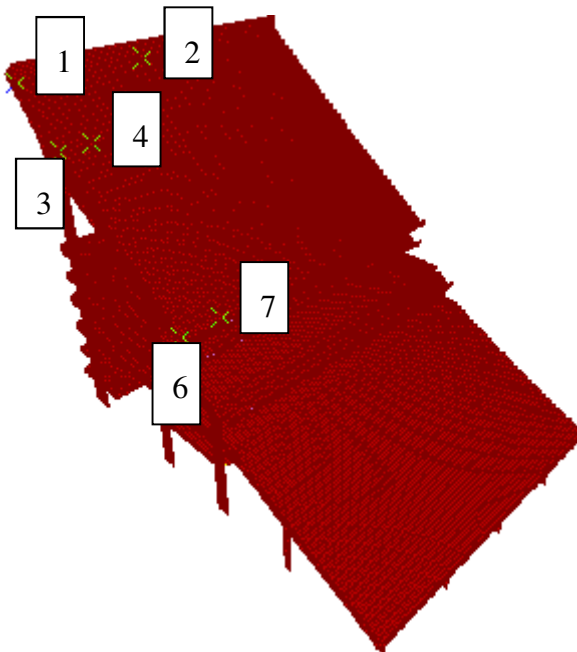


Figura 7.77 – Pontos de leitura – Modelos 6a e 6b

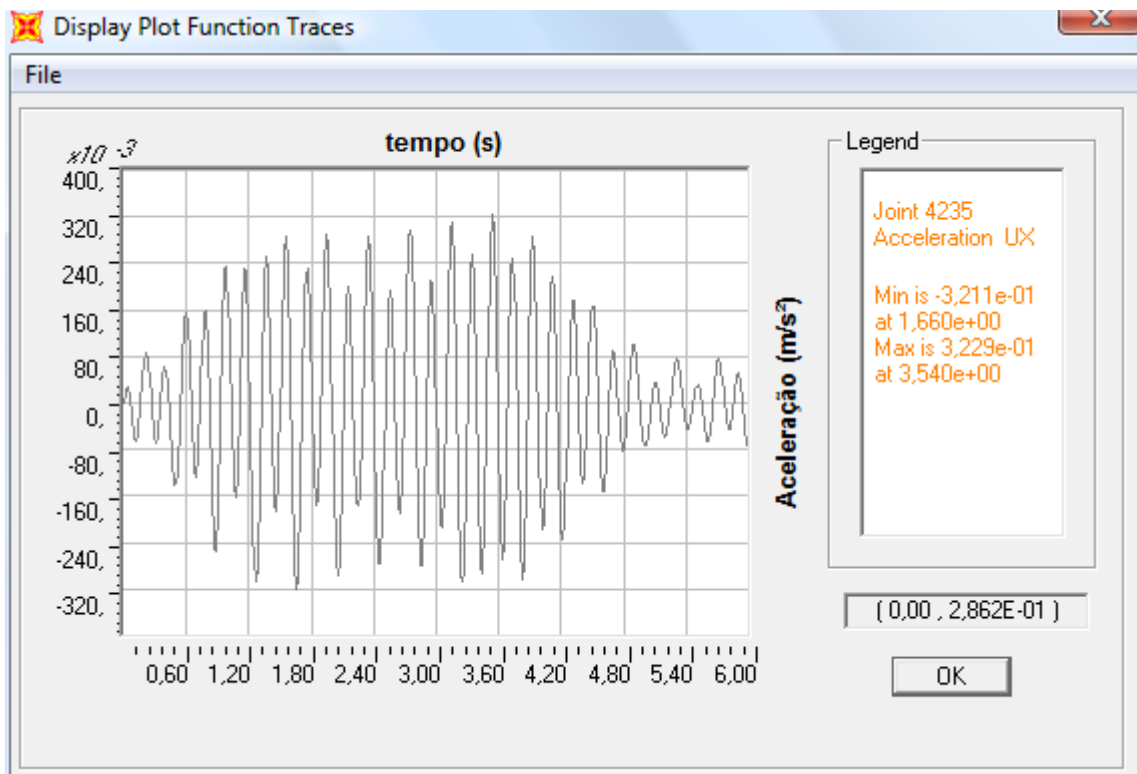


Figura 7.78 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 6a

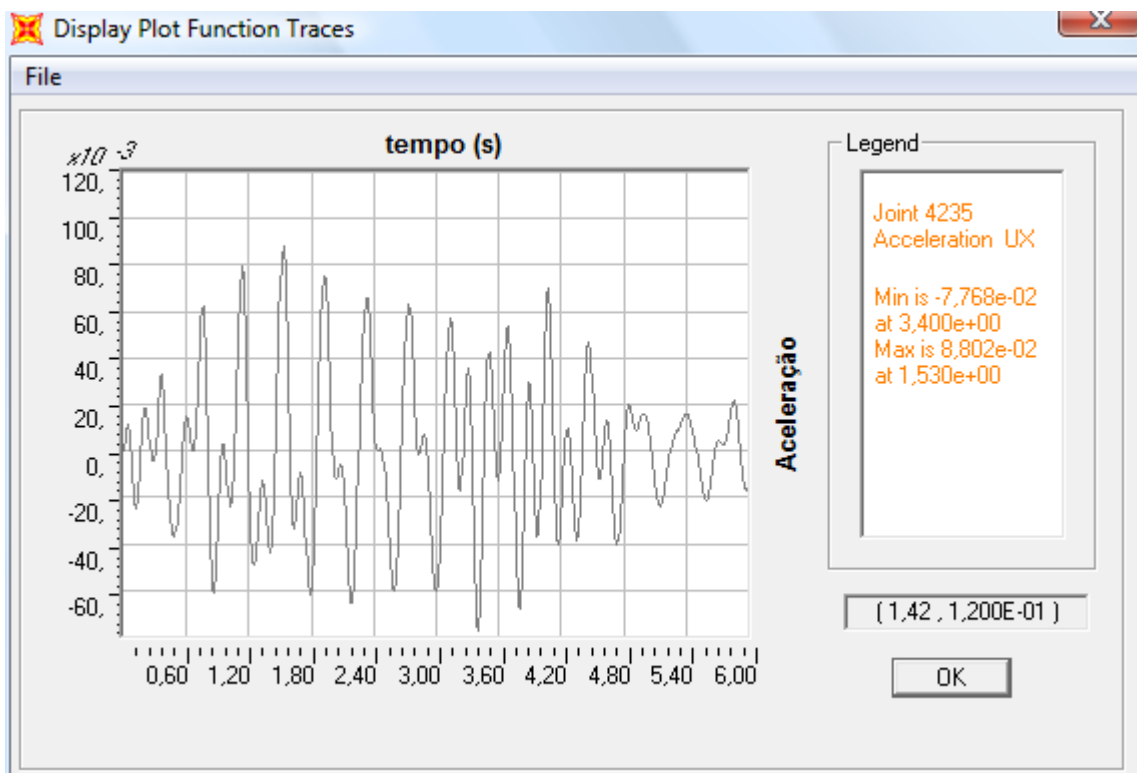


Figura 7.79 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 6b

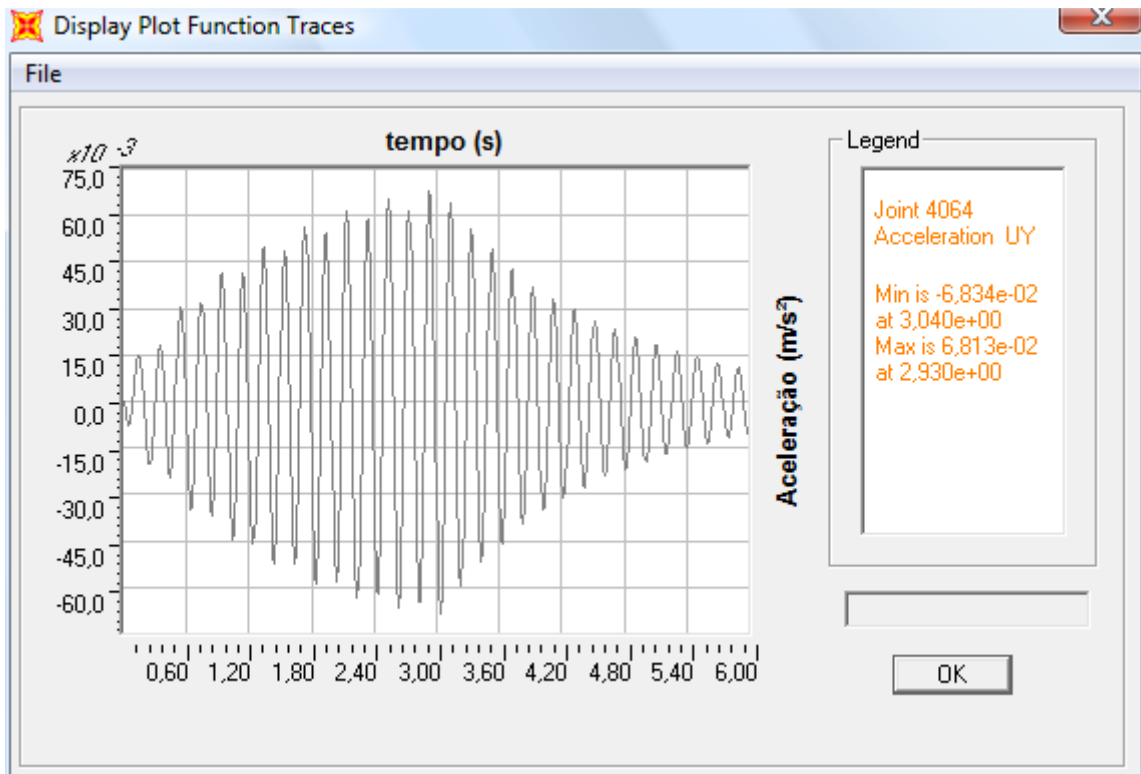


Figura 7.80 – Aceleração em y – Ponto 3 – Modelo 6a

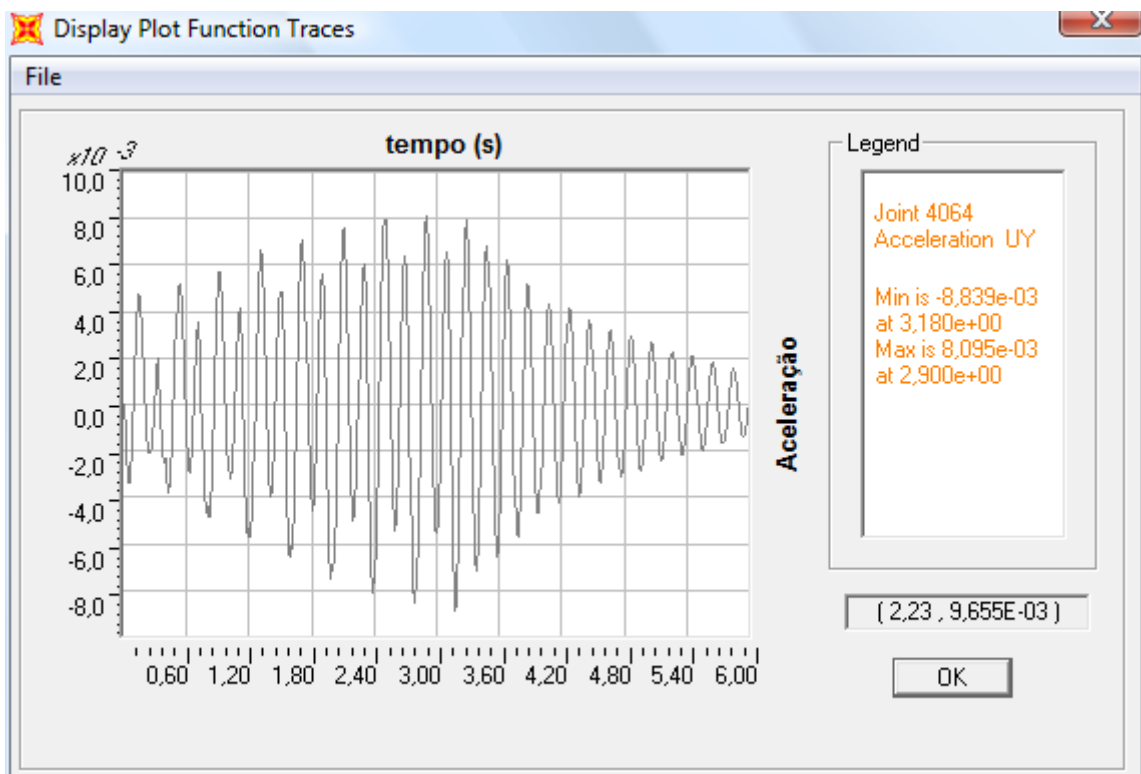


Figura 7.81 – Aceleração em y – Ponto 3 – Modelo 6b

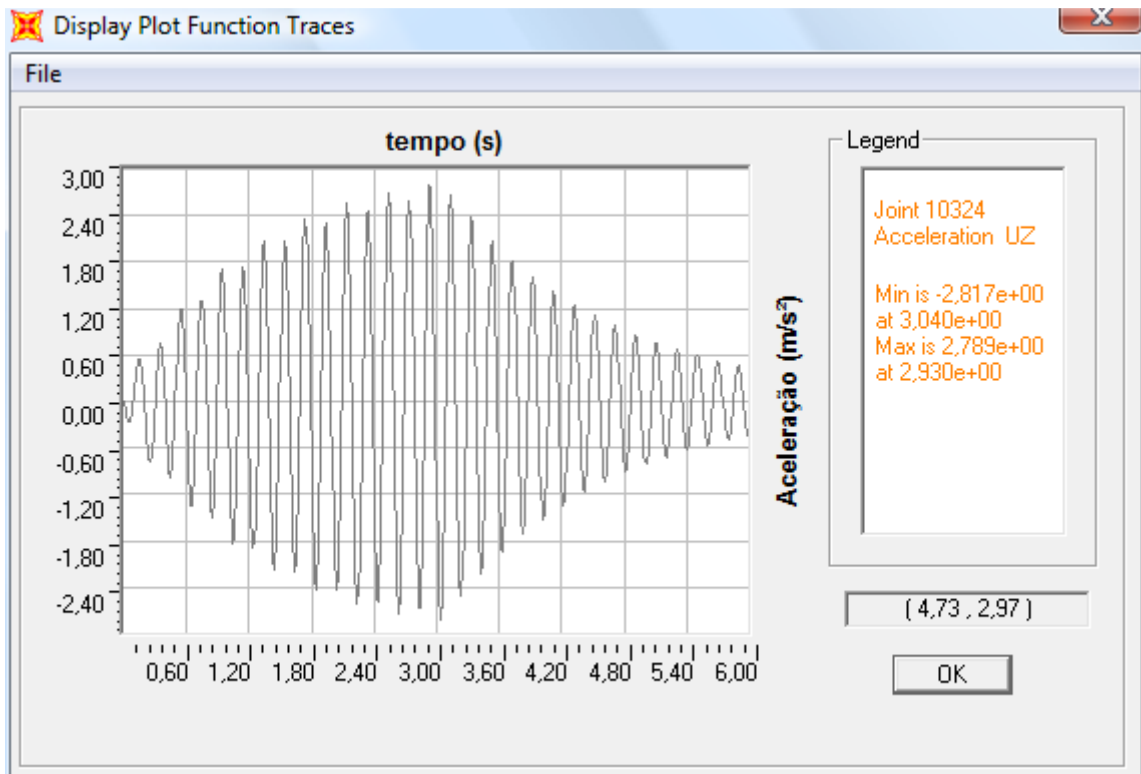


Figura 7.82 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 6a

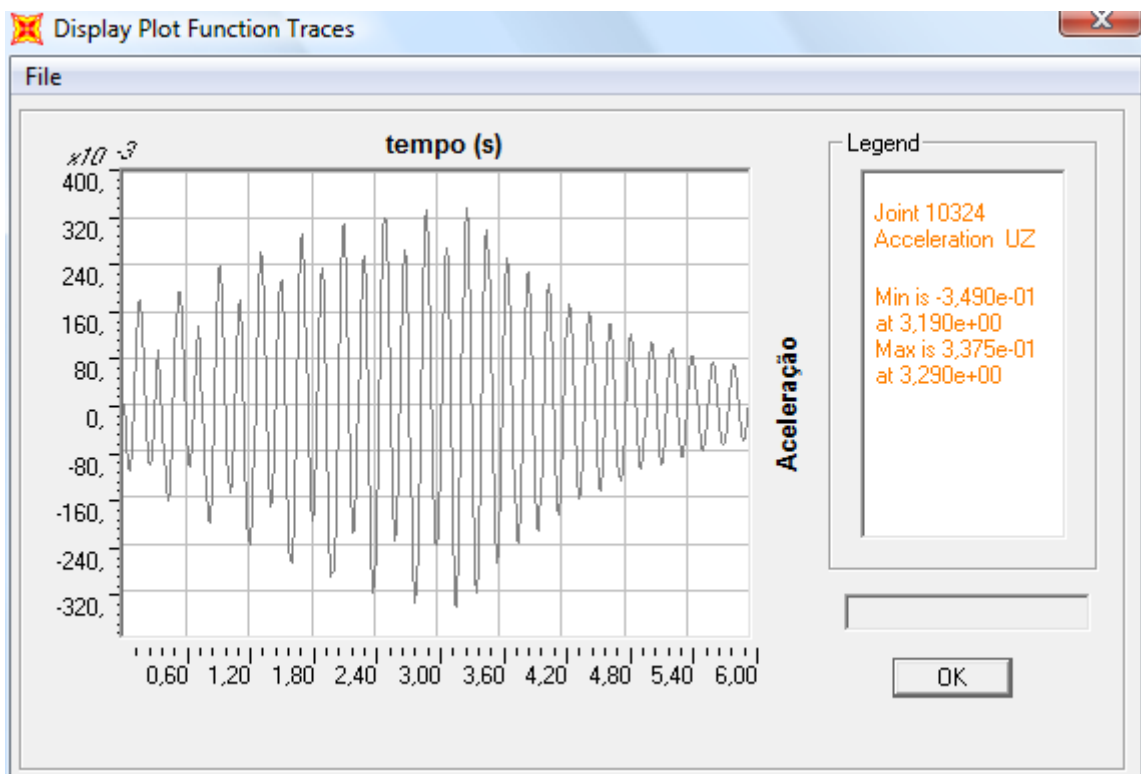


Figura 7.83 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 6b

Como os parâmetros de carregamento adotados nos modelos 6a e 6b são os mesmos que haviam sido adotados nos modelos 4a e 4b, respectivamente, a análise comparativa das respostas destes dois modelos é a mesma feita para os modelos que serviram de base. Em relação à comparação das respostas dos modelos de carregamento 6 com os modelos de carregamento 4, nota-se uma leve redução da aceleração na direção “x”, enquanto que na direções “y” e “z” não há mudança significativa. Portanto, esta situação não se mostra tão crítica, comparada à situação 1.

7.4.9 Situação 3 – Arquibancadas com um lado cheio

Dando sequência às novas análises com diferentes ocupações da torcida, na situação 3 foi considerado que as arquibancadas inferior, intermediária e superior estavam com uma metade lateral ocupada pela torcida, e a outra metade vazia, conforme mostrado na figura 7.69. Para esta análise, conforme descrito anteriormente, foram feitos dois modelos, 7a e 7b, também com a frequência de excitação de 2,5Hz e demais parâmetros propostos por Bachmann *et al* (1989) e por Faísca (2003), respectivamente.

Na tabela 7.17 são mostradas as acelerações de pico em cada ponto escolhido para leitura, tanto para o modelo “a” quanto para o “b”. A localização dos pontos é mostrada na figura 7.84 e, nas figuras 7.85 a 7.90, os gráficos de aceleração no tempo nas três direções e nos pontos de maiores respostas de cada modelo.

Tabela 7.17 – Acelerações máximas – modelos 7a e 7b

	7a	7b	Ponto
a_x (m/s ²)	0,51	0,13	1
	0,34	0,13	2
	0,2	0,05	6
a_y (m/s ²)	0,38	0,1	1
	0,34	0,11	3
	0,29	0,1	6
a_z (m/s ²)	2,31	0,30	4
	0,31	0,1	6
	0,32	0,1	7

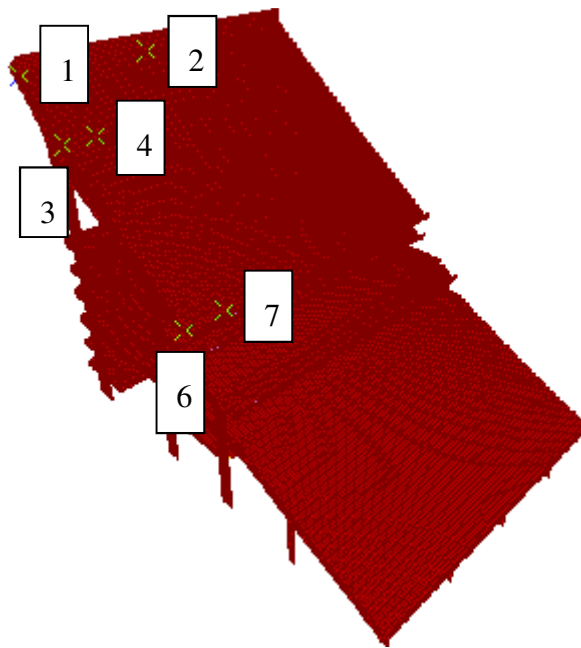


Figura 7.84 – Pontos de leitura – Modelos 7a e 7b

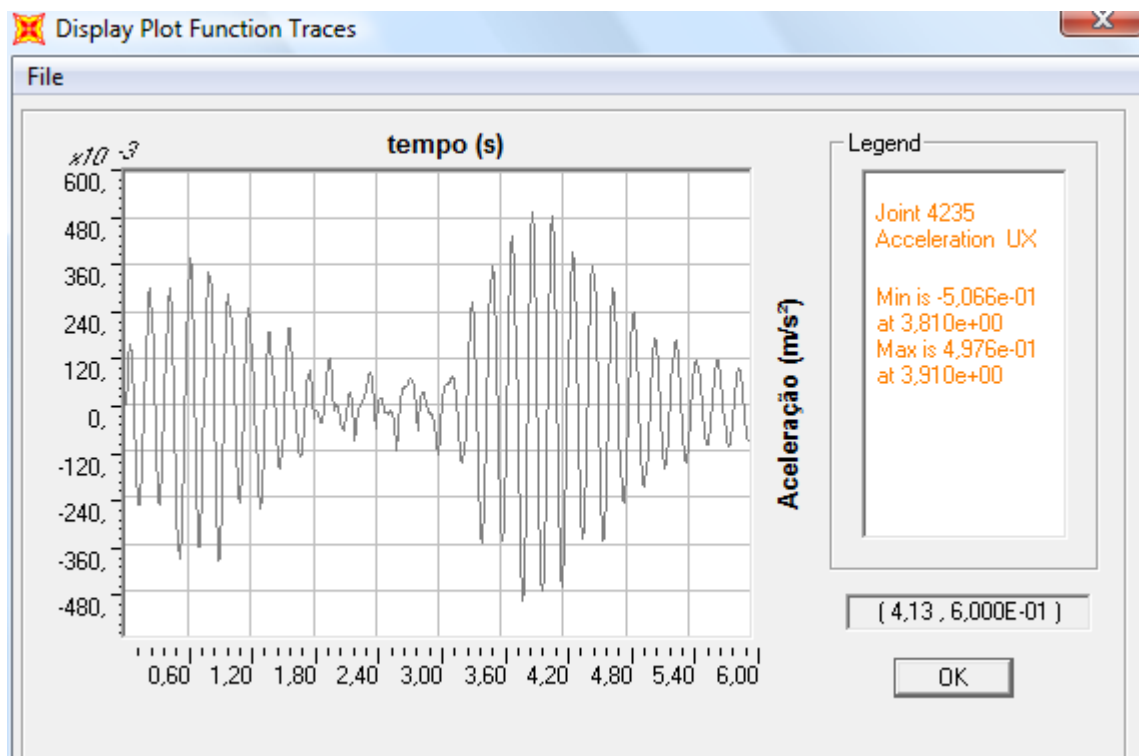


Figura 7.85 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 7a

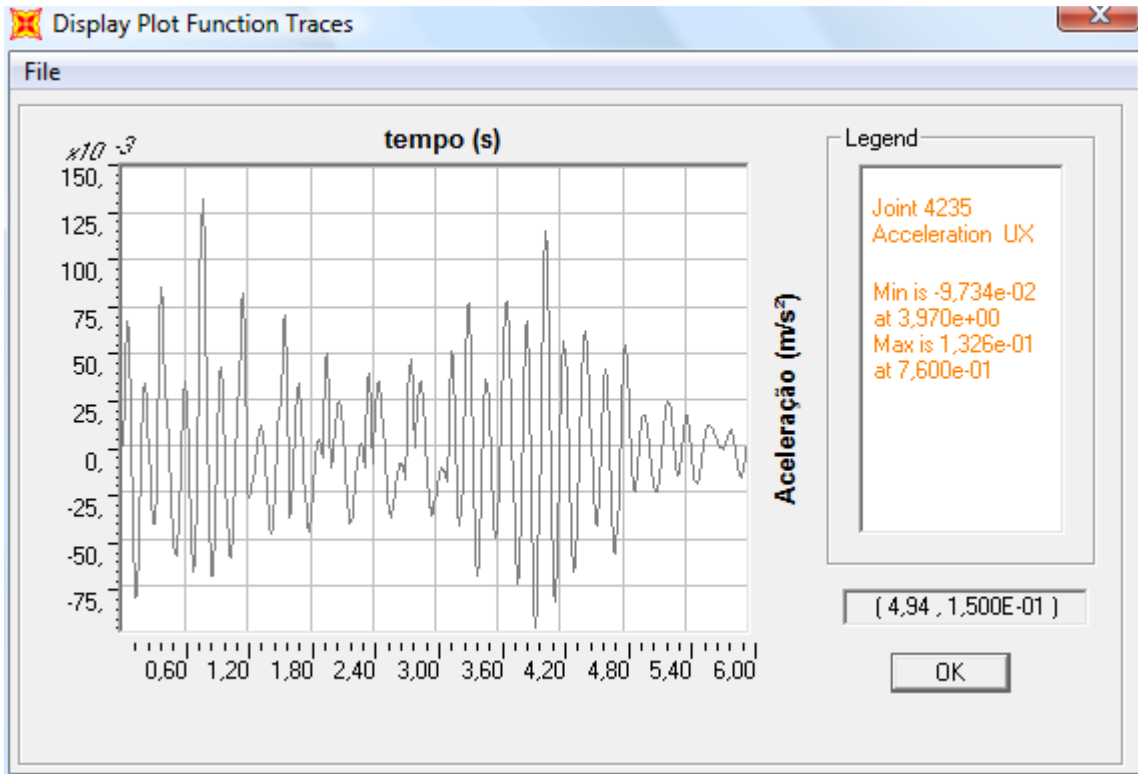


Figura 7.86 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 7b

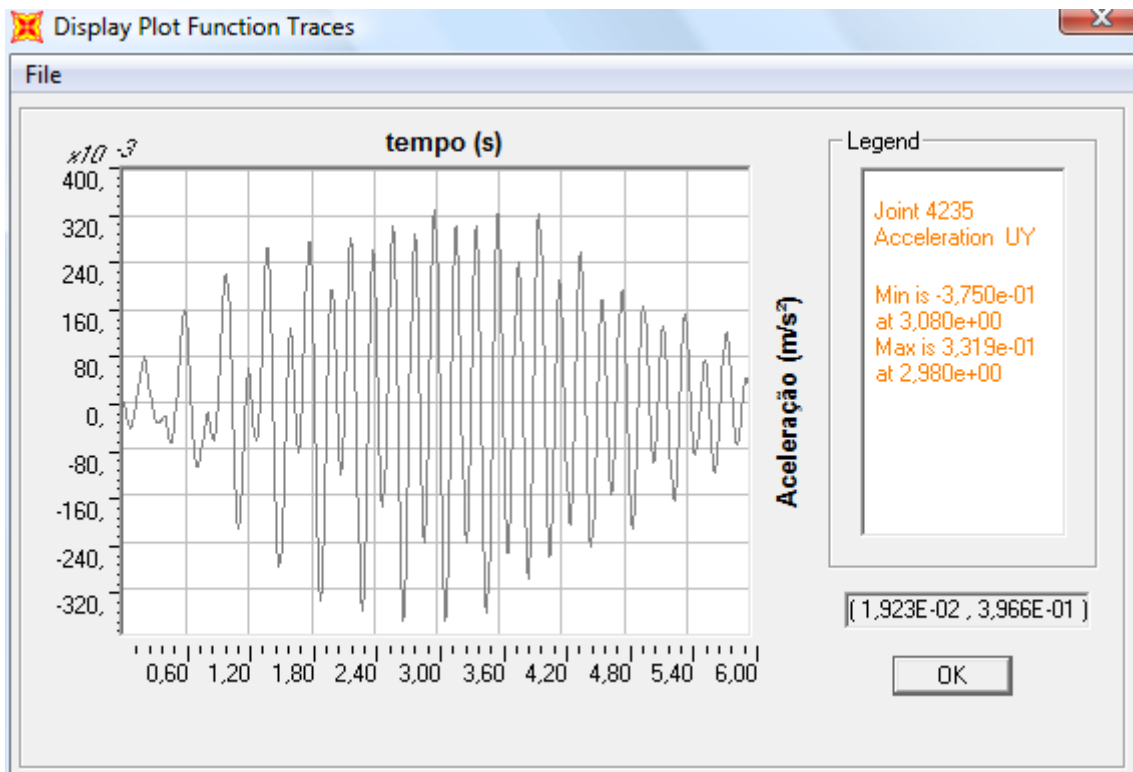


Figura 7.87 – Aceleração em y – Ponto 1 – Modelo 7a

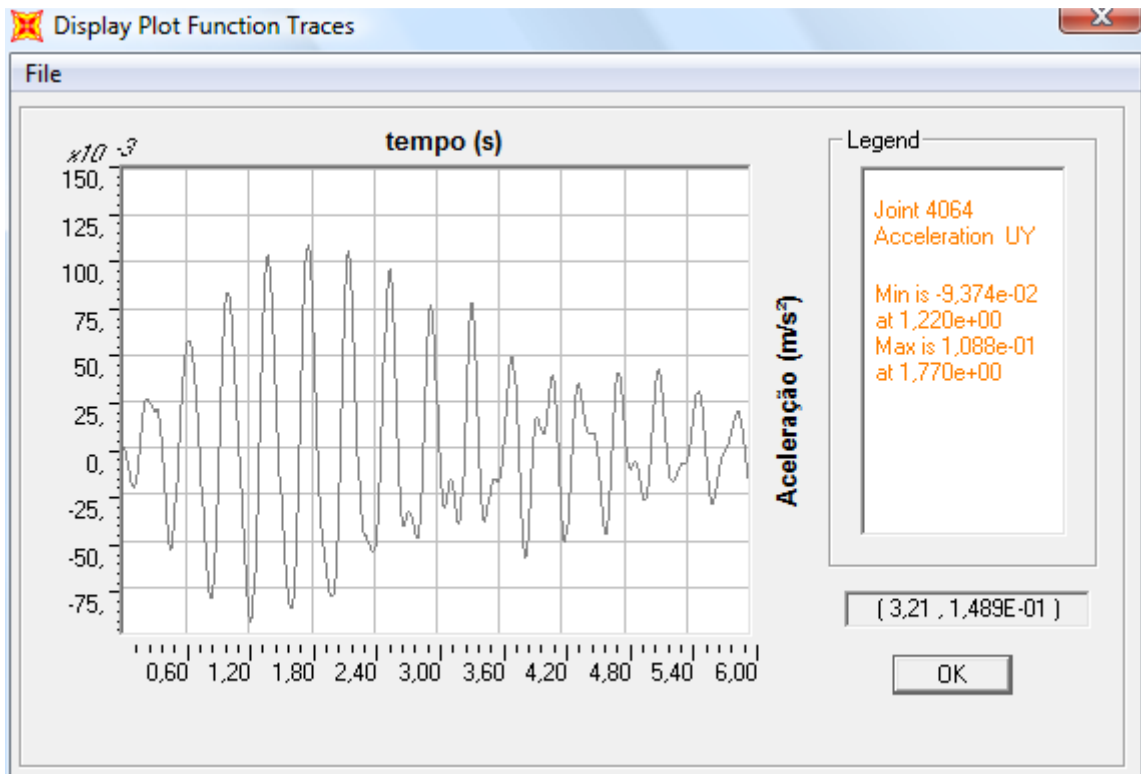


Figura 7.88 – Aceleração em y – Ponto 3 – Modelo 7b

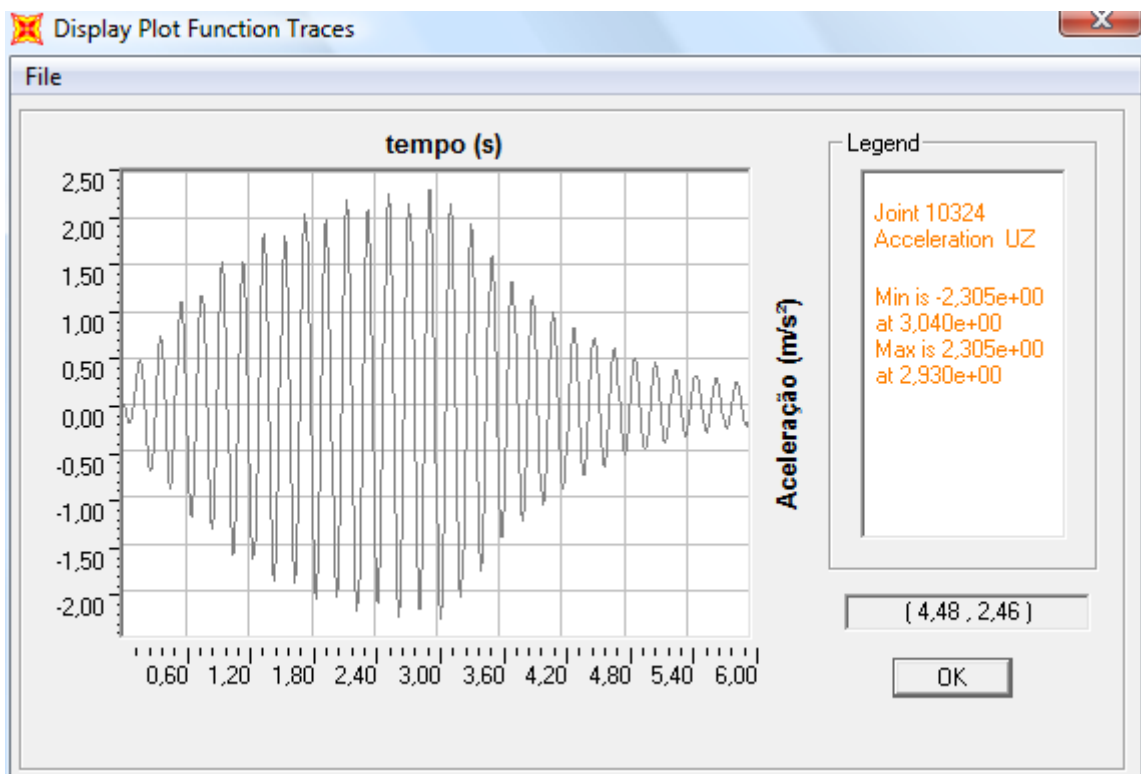


Figura 7.89 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 7a

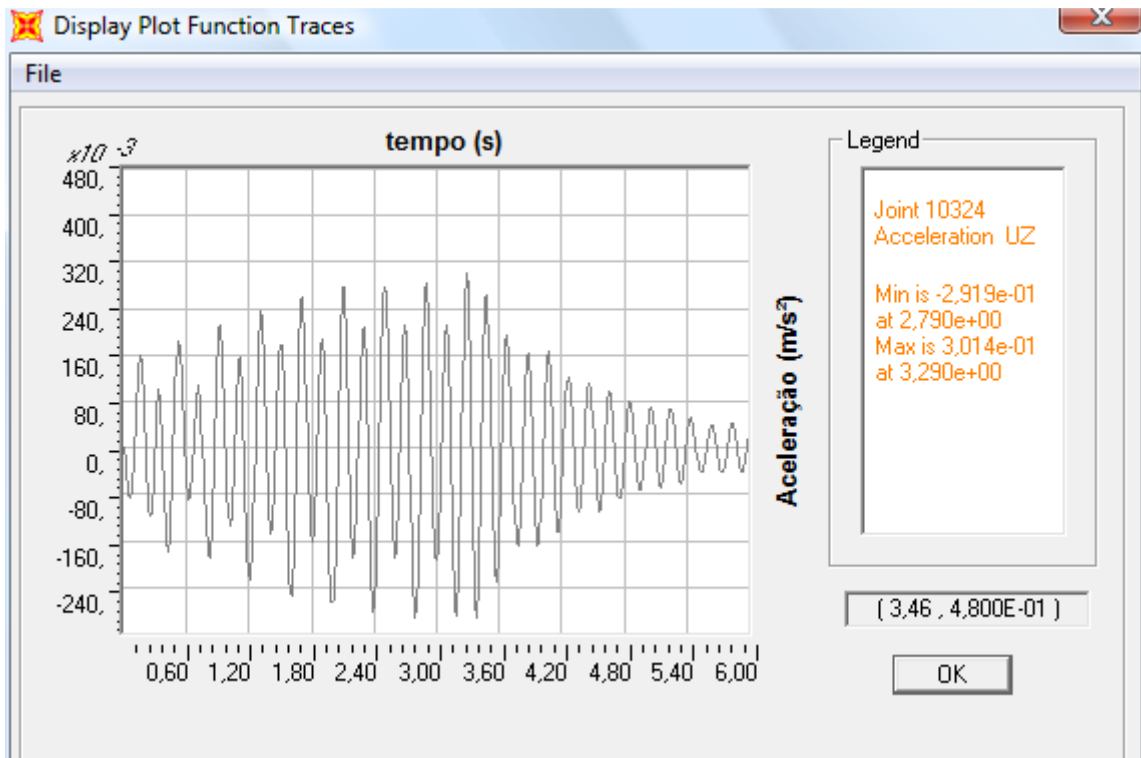


Figura 7.90 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 7b

Assim como no modelo 6, os parâmetros de carregamento adotados nos modelos 7a e 7b são os mesmos que haviam sido adotados nos modelos 4a e 4b, respectivamente. Por conseguinte, a análise comparativa das respostas destes dois modelos redundava da feita para os modelos 4a e 4b.

Comparando as respostas dos modelos de carregamento 7 com os modelos de carregamento 4, pode-se perceber uma leve redução da aceleração nas direções “x” e “z” e um aumento considerável na direção “y”. O aumento da aceleração na direção “y” provavelmente se deve ao fato da existência de uma excentricidade do carregamento nesta direção, o que gera um desequilíbrio no plano “yz” e contribui para maiores respostas de aceleração na direção tangencial. Portanto, esta situação é mais crítica apenas para a análise da aceleração na direção tangencial.

7.4.10 Situação 4 – Primeiro vão da arquibancada superior cheio

Os últimos modelos feitos nessa análise foram os modelos 8a e 8b, que foram confeccionados com o objetivo de estudar a situação 4 de ocupação da torcida, na qual apenas o primeiro vão da arquibancada superior estava ocupado pela torcida, e o restante vazio, conforme mostrado na figura 7.70.

Nestes modelos também foram aplicada a frequência de excitação de 2,5Hz, e os demais parâmetros, conforme mostrado na tabela 7.14 foram propostos por Bachmann *et al* (1989), para o modelo “a” e por Faísca (2003), para o modelo “b”.

A tabela 7.18 mostra as acelerações de pico nos pontos de leitura escolhidos (mostrados na figura 7.91) para cada modelo e as figuras 7.92 a 7.97 mostram os gráficos de aceleração no tempo, nos pontos de maiores respostas de cada modelo, para cada uma das três direções.

Tabela 7.18 – Acelerações máximas – modelos 8a e 8b

	8a	8b	Ponto
a_x (m/s ²)	0,64	0,12	1
	0,43	0,15	2
	0,23	0,05	6
a_y (m/s ²)	0,45	0,12	1
	0,36	0,09	3
	0,26	0,09	6
a_z (m/s ²)	3,49	0,47	4
	0,39	0,07	6
	0,39	0,07	7

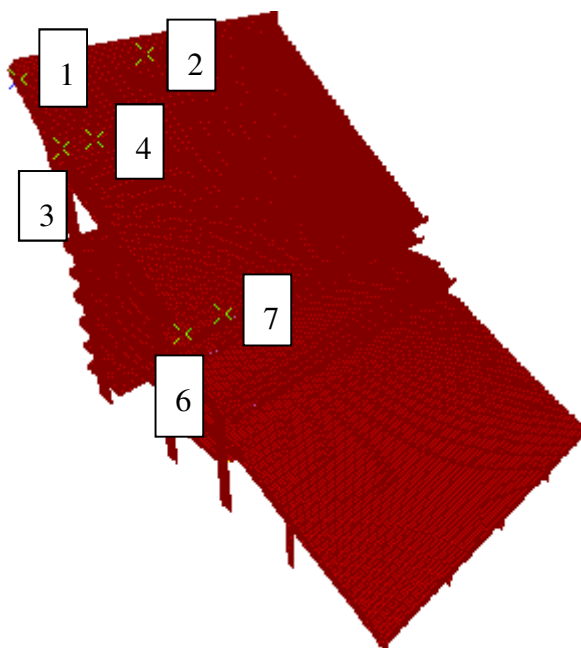


Figura 7.91 – Pontos de leitura – Modelos 8a e 8b

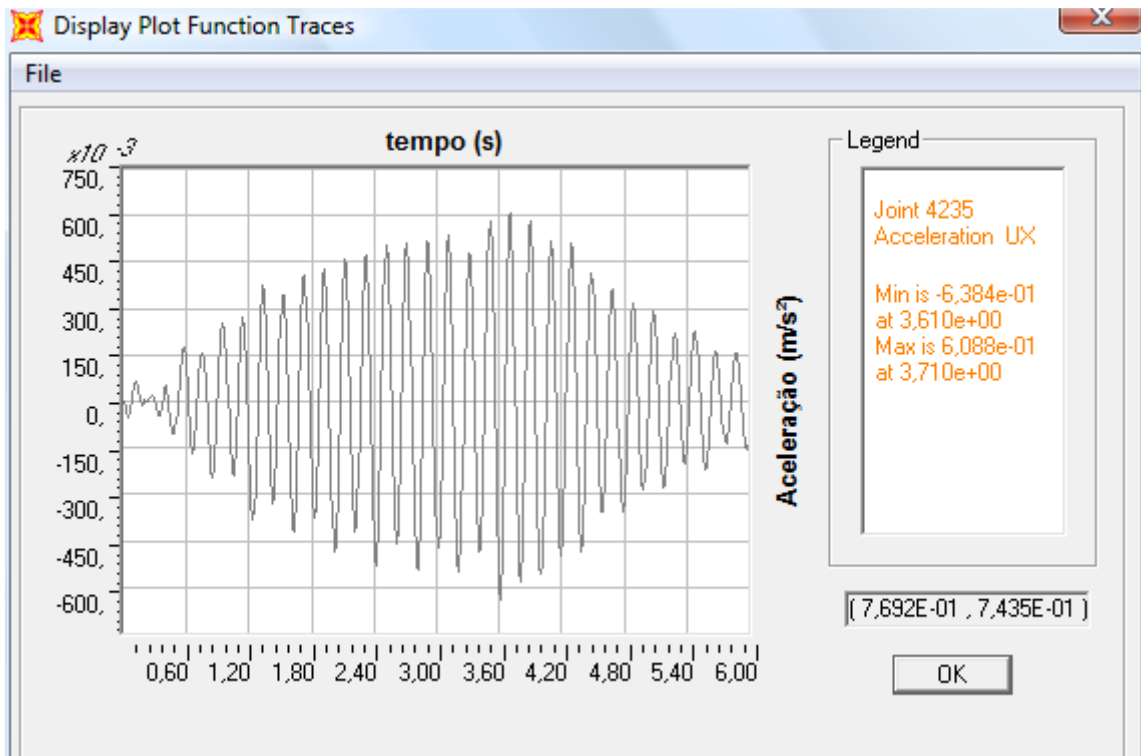


Figura 7.92 – Aceleração em x – Ponto 1 – Modelo 8a

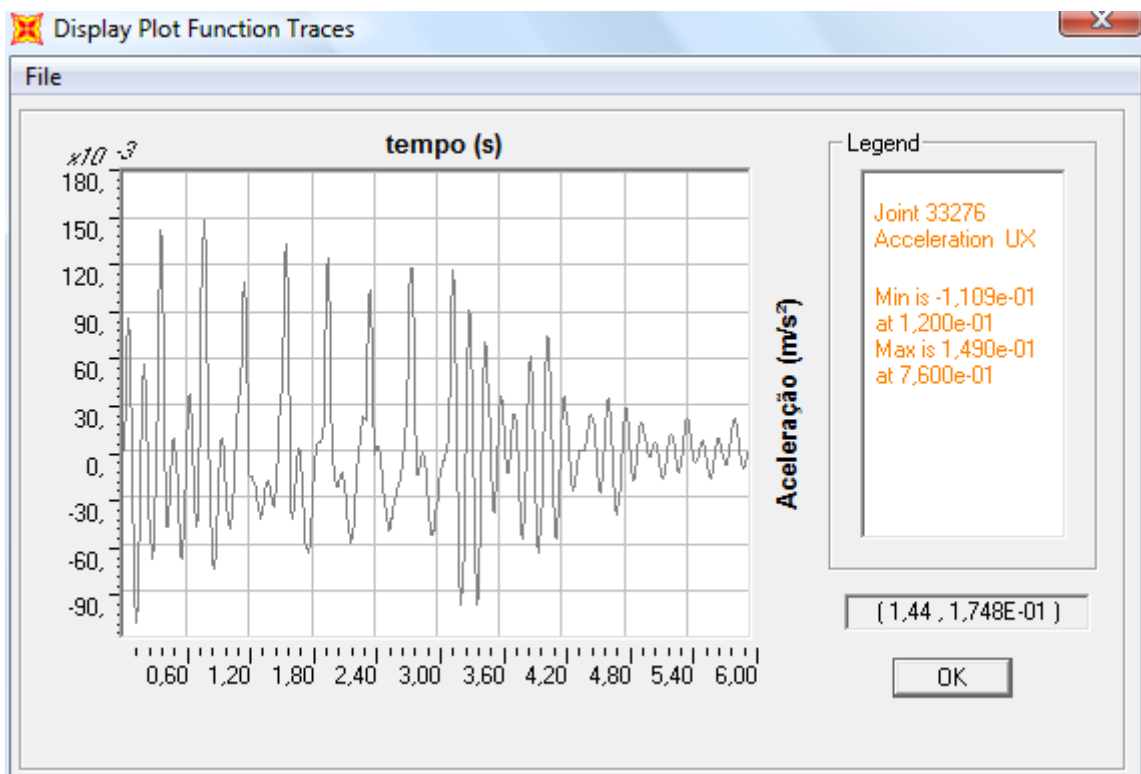


Figura 7.93 – Aceleração em x – Ponto 2 – Modelo 8b

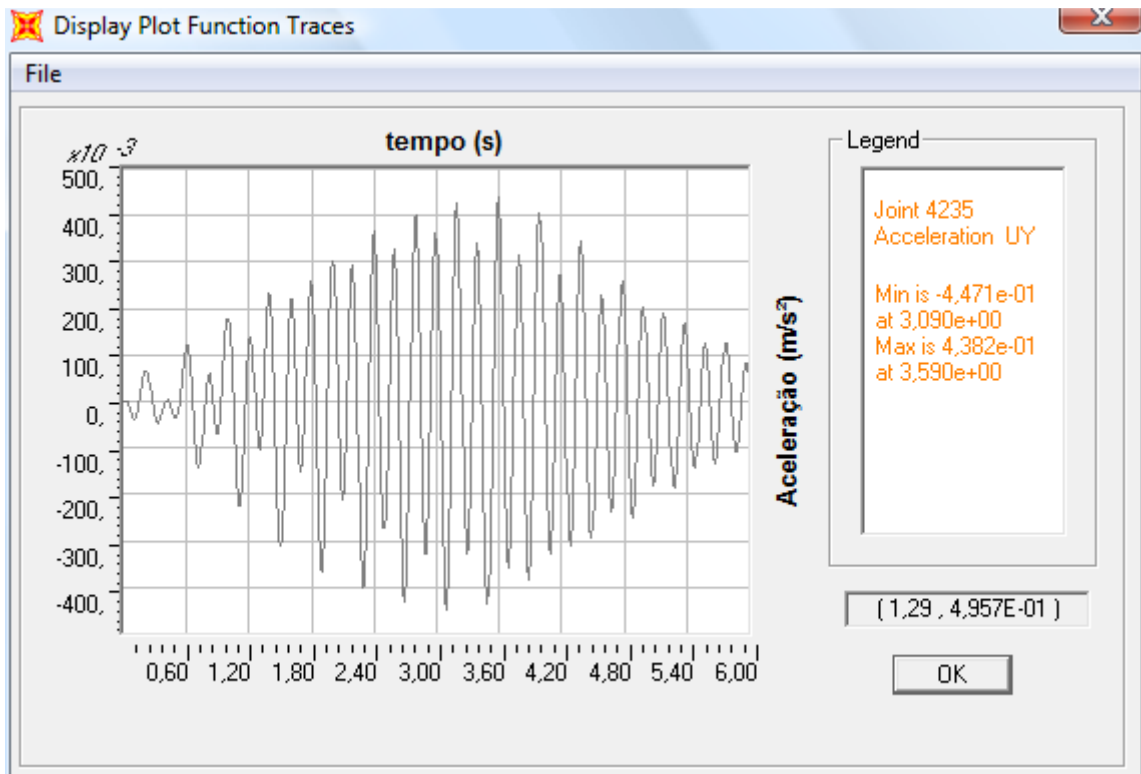


Figura 7.94 – Acceleção em y – Ponto 1 – Modelo 8a

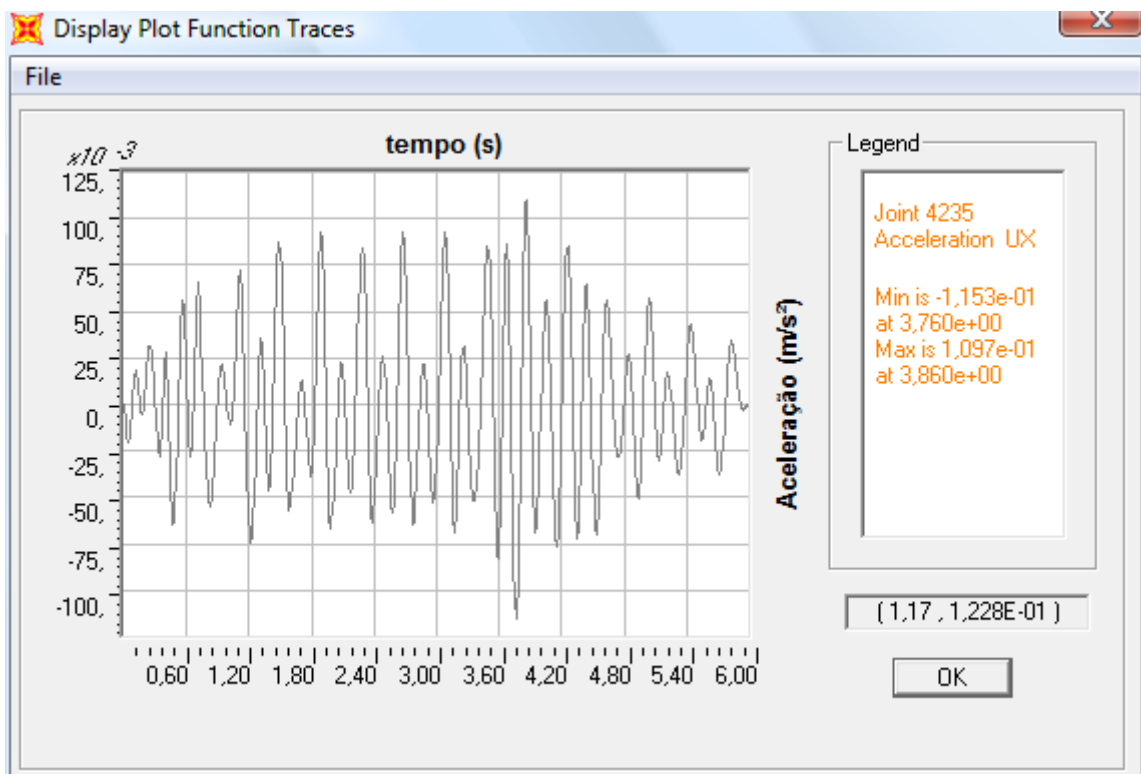


Figura 7.95 – Acceleção em x – Ponto 1 – Modelo 8b

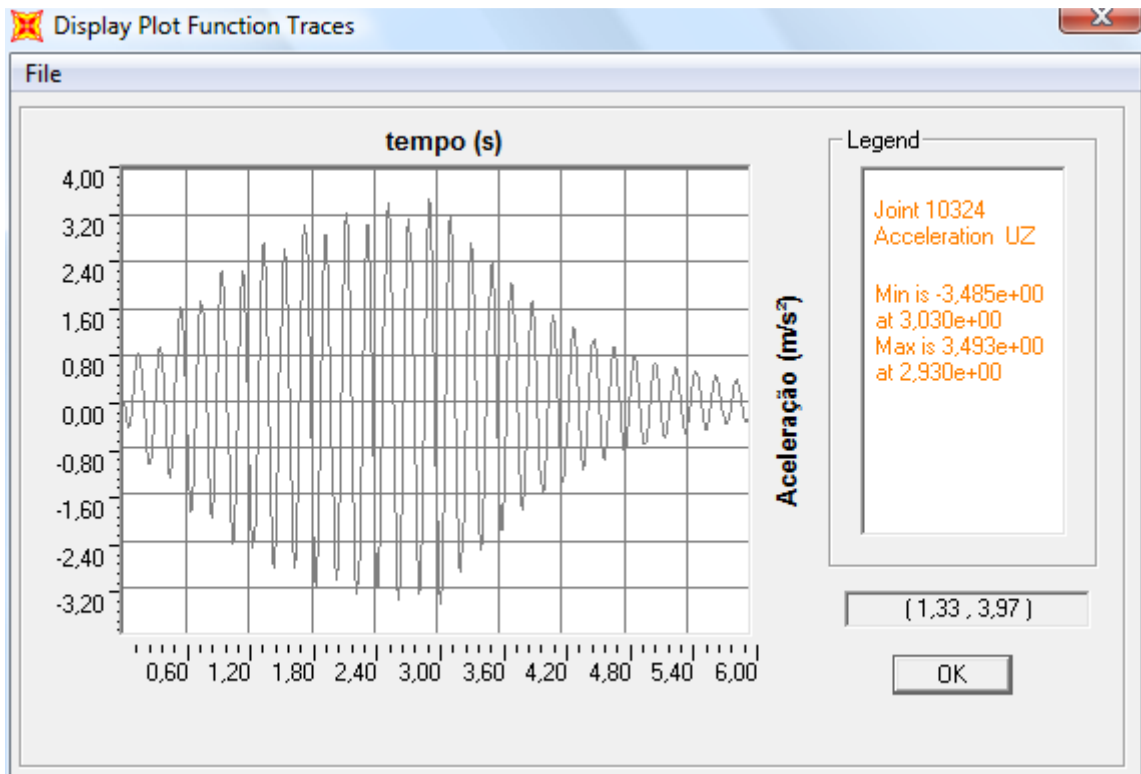


Figura 7.96 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 8a

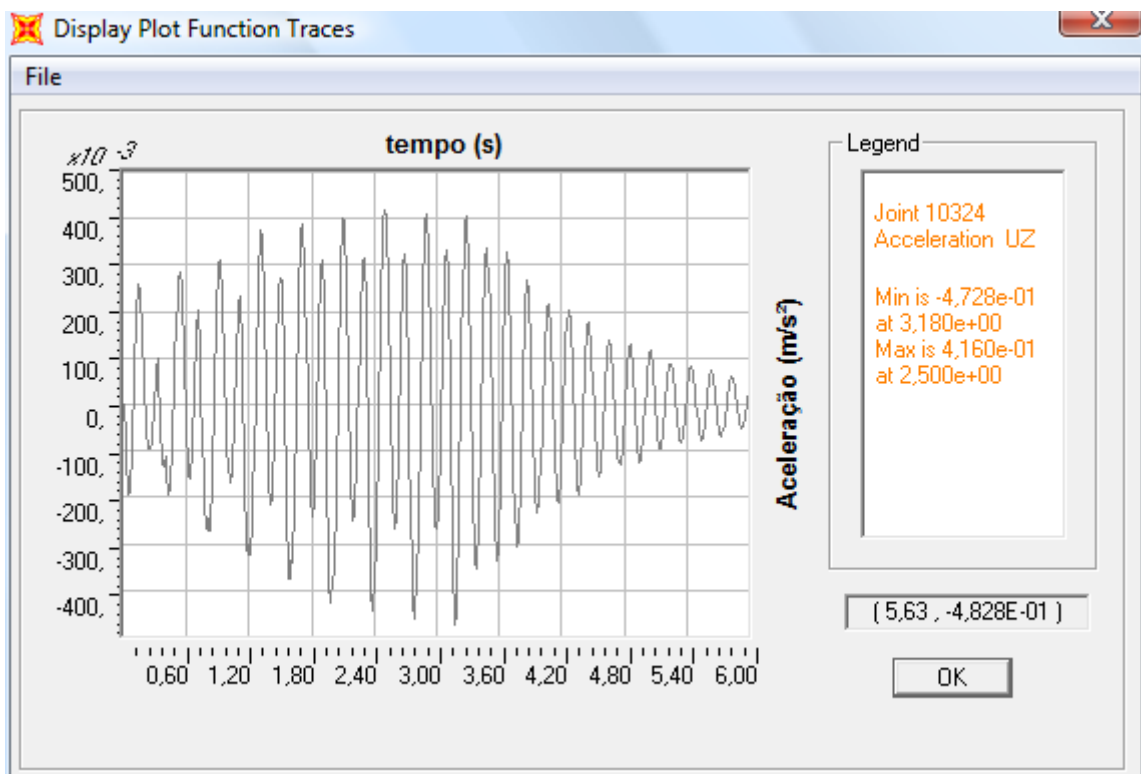


Figura 7.97 – Aceleração em z – Ponto 4 – Modelo 8b

A análise comparativa entre as respostas dos modelos 8a e 8b não difere da análise feita para os modelos 4a e 4b, respectivamente, uma vez que os parâmetros de carregamento adotados são os mesmos. O interessante, nesse caso, é comparar as respostas dos modelos de carregamento 8 com os modelos de carregamento 4, e desta análise fica evidente que a aceleração na direção “x” sofre uma ligeira redução, mas um aumento considerável nas direções “y” e “z”. O aumento da aceleração na direção “y” se deve provavelmente à excentricidade do carregamento nesta direção (ainda maior do que a excentricidade no modelo 7), o que gera um desequilíbrio no plano “yz” e contribui para maiores respostas de aceleração na direção tangencial.

O aumento da aceleração na direção “z” se deve ao seguinte fato: Os degraus da arquibancada superior funcionam como uma laje numa única direção (no caso, a direção “y” – tangencial). Como são quatro vãos e cinco apoios, os degraus podem ser entendidos como vigas contínuas. Ao se analisar o momento fletor em um vão, sabe-se que, ao se carregar um vão adjacente, isso gera um aumento do momento negativo e um alívio no momento positivo do vão em estudo. Consequentemente, diminui a deformação no meio deste vão.

A partir deste raciocínio, sabe-se que as maiores deformações nos pontos médios dos vãos se dão quando há sobrecarga num vão e não há sobrecarga no vão seguinte. O entendimento deste fenômeno pode ser estendido para o estudo de vibrações. Por isso, no modelo 8, no qual há o carregamento da torcida apenas no primeiro vão, acontecem as maiores respostas de aceleração na direção vertical (direção “z”).

7.4.11 Resumo dos resultados – Situação 2, 3 e 4

A tabela 7.19 mostra um resumo dos maiores picos de aceleração para os modelos 6 a 8, com os respectivos parâmetros, nas três direções.

Tabela 7.19 – Resumo das respostas máximas dos modelos 6 a 8 nas três direções

Modelo	f (Hz)	k_p	$a_{x\text{-máx.}}$ (m/s ²)	$a_{y\text{-máx.}}$ (m/s ²)	$a_{z\text{-máx.}}$ (m/s ²)
6a	2,5	3,00	0,32	0,07	2,81
6b	2,5	1,96	0,09	0,009	0,34
7a	2,5	3,00	0,51	0,38	2,31
7b	2,5	1,96	0,13	0,11	0,30
8a	2,5	3,00	0,64	0,45	3,49
8b	2,5	1,96	0,15	0,12	0,47

Os modelos de 6 a 8 foram criados com o objetivo de se chegar a uma resposta crítica de aceleração vertical. Como era de se imaginar, esta ocorreu no modelo 8a, uma vez que este foi pensado após observação das respostas dos modelos 6 e 7.

Em nenhum destes modelos houve uma resposta de aceleração em “x” maior do que no modelo 5a, já que todos foram excitados com carregamentos com frequência de excitação de 2,5Hz, e o modo de maior contribuição nas respostas foi o 6º, cuja deformada era apenas de flexão da arquibancada, enquanto que no modelo 5 o modo de maior contribuição nas respostas foi o 8º, cuja deformada é uma combinação de flexão da arquibancada com flexão do bloco na direção radial.

Foi também no modelo 8a que se obteve a maior resposta de aceleração na direção “y”, pois a carga aplicada neste modelo era excêntrica, criando um desequilíbrio no plano “yz”, o que gerou maiores respostas de aceleração na direção tangencial.

Ao analisar em quais pontos foram lidas as maiores respostas, percebe-se que existe um padrão, mas não é sempre o mesmo ponto, ele varia de um modelo para o outro. Para a aceleração na direção “x”, o ponto de maior resposta foi o ponto 1 (na extremidade do último degrau) para os modelos “a” e o ponto 2 (no último degrau – meio do bloco) para os modelos “b”.

Para a aceleração na direção “y”, o ponto de maiores respostas nos modelos foi ora o ponto 1 (na extremidade do último degrau), ora o ponto 3 (na extremidade da arquibancada – altura do pilar).

Já para a aceleração vertical, em todos os novos modelos o ponto de maior resposta foi o mesmo, o ponto 4 (meio do primeiro vão da arquibancada superior, na altura do pilar), assim como nos modelos anteriores.

Entende-se que este fato ocorreu (o ponto de maior resposta variar de um modelo para o outro), devido a quais modos de vibração tiveram maior contribuição nas respostas, como pôde se observar nos gráficos de aceleração espectral. A tabela 7.20 ilustra os pontos de maiores respostas para os modelos de 6 a 8.

Tabela 7.20 – Pontos de maiores respostas nas três direções para os modelos 6 a 8

Modelo	f (Hz)	Em x	Em y	Em z
6a	2,5	1	3	4
6b	2,5	1	3	4
7a	2,5	1	1	4
7b	2,5	2	3	4
8a	2,5	1	1	4
8b	2,5	2	1	4

7.4.12 Análise das respostas dinâmicas quanto aos limites normativos

Conforme descrito nos objetivos do trabalho, um dos principais pontos do trabalho é analisar o conforto dos usuários. Para essa tarefa foram levantadas as maiores respostas de cada modelo e comparadas aos limites estabelecidos pelas normas levantadas no capítulo 5.

Como o modelo de carregamento adotado neste estudo só aplica a componente vertical de força à estrutura (devido ao tipo de atividade simulada – pular), as maiores respostas de aceleração são na vertical e, portanto, são as de maior interesse. Além disso, todas as normas e códigos que tratam do conforto de usuários de estruturas sujeitas a vibração, estabelecem limites de aceleração para a direção vertical, mas apenas a ISO 2631 também o faz para as duas direções horizontais.

Por este motivo, serão analisadas primeiramente as respostas na direção vertical e, em seguida, nas duas direções horizontais. A tabela 7.21 mostra as maiores acelerações

verticais médias (RMS) para todos os modelos e a classificação do conforto associado para cada código normativo levantado.

Tabela 7.21 – Análise dos limites normativos – aceleração na direção vertical

Modelo	a_{z-rms} (m/s ²)	CEB 209 (1991)	ISO 2631 (1985)	ISO 2631 (1997)	Bachmann & Ahmann
1a	0,21	Claramente Perceptível	Tolerável	N.D*	Aceitável
1b	0,25	Claramente Perceptível	Tolerável	N.D*	Aceitável
2a	0,45	Claramente Perceptível	Tolerável	N.D*	Aceitável
2b	0,19	Claramente Perceptível	Tolerável	N.D*	Aceitável
3a	0,98	Desconfortável	Tolerável	N.D*	Aceitável
3b	0,16	Claramente Perceptível	Tolerável	N.D*	Aceitável
4a	1,78	Desconfortável	Desconfortável	N.D*	Não Aceitável
4b	0,24	Claramente Perceptível	Tolerável	N.D*	Aceitável
4c	1,17	Desconfortável	Desconfortável	N.D*	Não Aceitável
4d	0,37	Claramente Perceptível	Tolerável	N.D*	Aceitável
5a	1,15	Desconfortável	Desconfortável	N.D*	Não Aceitável
5b	0,25	Claramente Perceptível	Tolerável	N.D*	Aceitável
6a	1,97	Intolerável	Desconfortável	N.D*	Não Aceitável
6b	0,23	Claramente Perceptível	Tolerável	N.D*	Aceitável
7a	1,63	Desconfortável	Desconfortável	N.D*	Não Aceitável
7b	0,21	Claramente Perceptível	Tolerável	N.D*	Aceitável
8a	2,47	Intolerável	Desconfortável	N.D*	Não Aceitável
8b	0,33	Claramente Perceptível	Tolerável	N.D*	Aceitável

* dentro do limite do conforto – efeitos à saúde humana não estão claramente documentados.

Comparando as respostas aos limites do CEB 209 (1991), nota-se que, em todos os casos, a vibração é pelo menos “claramente perceptível”. As respostas dos modelos 3a, 4a, 4c, 5a, e 7a já são classificadas como “desconfortáveis”, enquanto as dos modelos 6a e 8a, como “intoleráveis”. Contudo, neste boletim, após a apresentação destes limites, é feita uma ressalva de que existe uma tolerância de até 2 vezes para os valores sugeridos. Isto significa que as respostas dos modelos 6a e 8a ainda podem ser consideradas abaixo do limite “intolerável”, sendo classificadas apenas como “desconfortáveis”.

Em relação aos limites estabelecidos pela versão de 1985 da ISO 2631, esta norma estabelece seus limites para diferentes valores de frequência de vibração e para diferentes tempos de exposição. Teoricamente este limite pode ser estabelecido para um tempo de

exposição qualquer arbitrado. Mas nos ábacos desta norma são mostrados alguns limites pré-definidos convenientemente.

Sabe-se, pelos vídeos observados na internet (e por experiência pessoal), que os cantos das torcidas costumam durar até 1 minuto. Apesar de algumas torcidas cantarem e pularem durante um jogo todo (que dura entre 1,5 hora e 2 horas), os cantos são intermitentes, ou seja, a torcida fica em repouso no intervalo entre um canto e outro. Como esta norma preconiza que devem ser utilizadas acelerações RMS para serem comparadas a seus limites, e o modelo de carregamento aplicado nesse estudo teve a duração de alguns poucos segundos, considerou-se razoável comparar as acelerações médias ao limite estabelecido para o tempo de duração de 1 minuto.

Analisando as respostas, quase todas elas se encontraram dentro do limite classificado como “tolerável”, abaixo do qual o conforto da pessoa é reduzido, mas ainda se pode tolerar a vibração. Já as respostas dos modelos 4a, 5a, 6a, 7a e 8a se encontram entre o limite da fadiga e o limite de exposição. A norma explana que dentro dessa faixa de vibração não há danos à saúde ou segurança do indivíduo, mas a relaciona à fadiga, ou seja, o indivíduo consegue realizar a atividade com um mínimo de conforto, chegando à fadiga.

A versão de 1997 da ISO 2631 já tem uma abordagem um pouco mais voltada para vibrações no contexto laboral. Ao estabelecer seus limites, ela não mais faz diferenciação por faixas de frequência, apenas por tempo de exposição.

Ao comparar as respostas aos limites estabelecidos por ela, nota-se que todas elas estão dentro do limite do conforto, no qual é ressaltado que não existem efeitos à saúde humana claramente documentados.

Por fim, as respostas são comparadas aos limites citados por Bachmann *et al* (1989) que, assim como o CEB 209 (1991), estabelece limites, mas não especifica de maneira clara uma relação destes limites a tempos de exposição. Os autores apenas estabelecem limites considerados aceitáveis. Ao comparar as respostas encontradas a esses limites, chega-se à conclusão de que, para os modelos 4a, 5a, 6a, 7a e 8a, o limite é ultrapassado, portanto, a resposta é considerada inaceitável.

Na sequência são analisadas as respostas das acelerações nas duas direções horizontais. A tabela 7.22 mostra as maiores acelerações na direção “x” (horizontal radial) para todos os modelos e a comparação com os limites normativos levantados e a tabela 7.23, na direção “y” (horizontal tangencial).

Tabela 7.22 – Análise dos limites normativos – aceleração na direção horizontal radial

Modelo	a_{x-rms} (m/s ²)	ISO 2631 (1985)	ISO 2631 (1997)
1a	0,25	Tolerável	N.D*
1b	0,35	Tolerável	N.D*
2a	0,26	Tolerável	N.D*
2b	0,31	Tolerável	N.D*
3a	0,38	Tolerável	N.D*
3b	0,16	Tolerável	N.D*
4a	0,57	Tolerável	N.D*
4b	0,16	Tolerável	N.D*
4c	0,37	Tolerável	N.D*
4d	0,25	Tolerável	N.D*
5a	1,73	Desconfortável	N.D*
5b	0,39	Tolerável	N.D*
6a	0,23	Tolerável	N.D*
6b	0,06	Tolerável	N.D*
7a	0,36	Tolerável	N.D*
7b	0,09	Tolerável	N.D*
8a	0,45	Tolerável	N.D*
8b	0,11	Tolerável	N.D*

* dentro do limite do conforto – efeitos à saúde humana não estão claramente documentados.

Figura 7.98 – Análise dos limites normativos – aceleração na direção horizontal tangencial

Modelo	a_{y-rms} (m/s ²)	ISO 2631 (1985)	ISO 2631 (1997)
1a	0,02	Tolerável	N.D*
1b	0,01	Tolerável	N.D*
2a	0,02	Tolerável	N.D*
2b	0,02	Tolerável	N.D*
3a	0,03	Tolerável	N.D*
3b	0,01	Tolerável	N.D*
4a	0,05	Tolerável	N.D*
4b	0,01	Tolerável	N.D*
4c	0,03	Tolerável	N.D*
4d	0,01	Tolerável	N.D*
5a	0,11	Tolerável	N.D*
5b	0,02	Tolerável	N.D*
6a	0,05	Tolerável	N.D*
6b	0,01	Tolerável	N.D*
7a	0,27	Tolerável	N.D*
7b	0,08	Tolerável	N.D*
8a	0,32	Tolerável	N.D*
8b	0,08	Tolerável	N.D*

* dentro do limite do conforto – efeitos à saúde humana não estão claramente documentados.

Conforme dito anteriormente, as maiores respostas de aceleração são na direção vertical, devido ao carregamento aplicado. Comparando as respostas das acelerações horizontais aos limites estabelecidos pelas versões de 1985 e 1997 da ISO 2631, a única das respostas que excede os limites de conforto estabelecidos por elas é no modelo 5a, na direção “x”, que é classificada como “desconfortável” na versão de 1985. As demais respostas estão todas dentro do limite de conforto.

8 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

8.1 CONCLUSÕES

Foi feita uma análise numérica dinâmica do Estádio Nacional de Brasília, para analisar o nível de vibrações a que ele pode vir a ser submetido. Como carregamento principal foi considerada a ação de torcidas que pulam em grupos nas arquibancadas.

Como dito anteriormente, um dos motivos que contribuem para que atividades humanas gerem grandes vibrações em estruturas civis é o fato de que muitas delas têm baixas frequências naturais, muitas vezes próximas a faixas de frequências características de atividades desenvolvidas por seres humanos. Este fato pôde ser confirmado pela análise modal do estádio, pois se notou que os quatro primeiros modos de vibração têm frequência natural abaixo de 3Hz, e estão dentro da faixa de frequências características das atividades desenvolvidas por seres humanos, inclusive as atividades desenvolvidas por torcidas em arquibancadas, como pular, bater palmas e balançar o corpo lateralmente.

Apesar de ainda não haverem sido feitas análises experimentais no estádio para validação do modelo numérico, o resultado da análise modal pôde ser comparado qualitativamente com resultados de outros pesquisadores que fizeram análises dinâmicas numéricas e experimentais de outros estádios de características semelhantes, que também mostraram modos de vibração com frequência natural nesta faixa de valores.

O valor de frequência natural do primeiro modo de vibração (flexão na direção tangencial) apresentou-se muito baixo (1,02Hz). Porém, analisando a concepção estrutural do setor, nota-se que as vigas e pilares do pórtico principal têm uma inércia muito maior na direção radial do que na direção tangencial, o que confere uma rigidez muito maior da estrutura naquela direção do que nesta. Nos estádios, dos quais foram utilizados os resultados como comparação, a frequência natural para o primeiro modo de vibração na direção tangencial é por volta de 2Hz. Todavia, comparando suas estruturas à estrutura do Estádio Nacional de Brasília, é notável que os setores das outras têm uma quantidade maior de pórticos, o que lhes confere maior largura na direção tangencial, e, portanto, maior rigidez nesta direção.

Foi notado também que as frequências naturais dos modos 2, 3 e 4 (2,27Hz, 2,48Hz e 2,78Hz) estão muito próximas àquelas sugeridas nos modelos de carregamento 2, 4 e 5 (2,2Hz, 2,5Hz e 2,7Hz), respectivamente. Este fato gerou a expectativa que tais modos contribuíssem significativamente nas respostas dinâmicas dos modelos de carregamento citados, o que não foi confirmado após análise dinâmica. A possível explicação para tal fato é que os modos de vibração citados são todos de flexão da estrutura na direção horizontal, seja radial, tangencial ou uma combinação de ambas, e o carregamento aplicado era apenas na direção vertical.

Da análise dos resultados da resposta transiente, observou-se que as acelerações resultantes são diretamente proporcionais ao fator de impacto, mas a variação do tempo de contato pode influenciar a aceleração resultante de uma maneira de difícil previsão. Enquanto nos modelos 2 e 3 de carregamento, as respostas foram próximas ao comportamento esperado, o mesmo não se pode dizer dos modelos 1, em que o modelo “b” gerou maiores respostas do que no modelo “a” e nos modelos 4 e 5, nos quais a razão entre as respostas dos modelos “a” e “b” foram muito maiores do que a razão entre os coeficientes de impacto dos respectivos modelos. Tal fato pôde ser entendido em partes depois da análise espectral das acelerações, na qual se pôde observar que diferentes tempos de contato influenciam quais modos de vibração contribuem na resposta transiente.

O fenômeno descrito acima (a relação entre o tempo de contato e a aceleração resultante) ainda parece pouco estudado, e autores como Faísca (2003), analisaram-no em situações bastante simples e comportadas. Isto dificulta o entendimento do fenômeno e sugere que mais estudos a respeito deveriam ser feitos.

Ainda sobre a comparação das respostas de modelos com diferentes tempos de contato, também se notou que, em alguns casos, como na comparação entre as respostas dos modelos 4a e 4b e entre as respostas dos modelos 5a e 5b, todos eles têm contribuição de praticamente um único modo de vibração nas respostas dinâmicas, entretanto, as respostas para os modelos “a” são muito maiores do que para os modelos “b”, de maneira desproporcional aos coeficientes de impacto. Isto sugere que, ao concentrar a energia do carregamento num intervalo de tempo mais curto (já que o tempo de contato dos modelos “a” é menor do que nos modelos “b”), obtém-se, como resposta, um pico de aceleração maior.

Em geral, os modos de vibração que deram maior contribuição às respostas não foram os primeiros, mas principalmente do 5º ao 12º, tendo eles sido excitados não pelo primeiro harmônico dos carregamentos, mas sim pelo segundo ou até mesmo pelo terceiro.

A razão para este fato está na forma destes modos de vibração. Enquanto os quatro primeiros modos são de flexão da estrutura nas direções horizontal radial e tangencial, do quinto modo em diante, suas deformadas apresentam flexão da arquibancada superior combinada a algum movimento da estrutura de forma global. Uma vez que foram aplicados carregamentos apenas na direção vertical, estes excitam principalmente os modos que tenham flexão da arquibancada. Isto indica que especial atenção deve ser dada não somente a modos de vibração com baixas frequências naturais, mas também a modos que tenham deformadas na mesma direção do carregamento, que possam ser excitadas por algum harmônico superior.

Na análise dinâmica, a situação crítica não foi aquela em que as arquibancadas se encontravam todas cheias, conforme inclusive alguns autores como Rodrigues (1998) sugerem. Na análise de diferentes situações de ocupação da torcida, foi possível notar que, em situações com ocupação de parte da arquibancada, a excentricidade do carregamento influi de maneira a gerar maiores acelerações na direção tangencial. Outro fato que foi percebido, com o carregamento aplicado apenas à arquibancada superior, obteve-se maiores acelerações na direção vertical. A maior resposta foi obtida quando a torcida ocupava apenas o primeiro vão (mais externo) da arquibancada superior.

Em relação à análise das respostas quanto aos limites normativos, a primeira análise, feita com a NBR 6118 (2003), mostra-se muito incipiente e pouco conclusiva. A norma usa o método de comparação da frequência natural da estrutura com uma frequência crítica definida pelo tipo de ocupação. A primeira limitação para a análise da estrutura do estádio se dá pelo fato de que, dentre as frequências críticas já estabelecidas, não existe uma que seja específica para o tipo de estrutura em estudo.

O parâmetro utilizado por esta norma se baseia na possibilidade da amplificação de vibrações devido ao efeito de ressonância, sem levar em consideração o carregamento dinâmico que de fato atua sobre a estrutura e os parâmetros envolvidos no mesmo. Pela análise transiente pôde-se concluir que os modos de vibração que mais contribuíram com

as respostas dinâmicas não foram aqueles sugeridos como problemáticos pela NBR 6118, mas sim modos mais elevados, com frequências naturais mais altas, que foram excitados pelo segundo, ou até pelo terceiro harmônico do carregamento.

Quatro outros documentos foram ainda considerados na análise das respostas, sendo que dois deles eram revisões diferentes de uma mesma norma. Os quatro documentos em questão, que são o CEB 209 (1991), a ISO 2631 (1985), a ISO 2631 (1997) e o livro de Bachmann *et al* (1989), usam o mesmo critério, que é associar níveis de conforto a limites de aceleração. Entretanto, cada um estabelece diferentes valores limites e utilizam diferentes tipos de classificação da vibração, relacionadas à percepção por parte do público.

O CEB 209 (1991) define quatro níveis de percepção, que são: apenas perceptível, claramente perceptível, desconfortável e intolerável. A ISO 2631 (1985) define três limites, que são: conforto reduzido, fadiga e limite de exposição (relacionado à saúde). A ISO 2631 (1997), que é uma revisão mais recente da última norma citada, define os mesmos limites inferior e superior da revisão de 1985, sem mais citar o limite intermediário. E, por último, Bachmann *et al* (1989) definem apenas um limite entre o aceitável e o não aceitável.

Analisando o desempenho dinâmico do estádio quanto aos limites normativos de conforto citados, percebe-se que, de acordo com o CEB 209 (1991), em 61% dos casos analisados, a aceleração vertical está dentro dos padrões aceitáveis de conforto. De acordo com a ISO 2631 (1985), em 67% dos casos analisados na direção vertical, em 94% dos casos na direção horizontal radial e em 100% dos casos na direção horizontal tangencial, as acelerações resultantes estão dentro dos padrões aceitáveis de conforto. De acordo com a revisão de 1997 da mesma norma, em 100% dos casos, as acelerações nas três direções estão dentro dos padrões aceitáveis de conforto. Por fim, de acordo com Bachmann *et al* (1989), em 67% dos casos analisados, a aceleração vertical está dentro dos padrões aceitáveis.

Ao se comparar os resultados entre as normas, pode-se notar que as menores acelerações são aceitáveis por todos os documentos, contudo, os maiores valores de acelerações e alguns valores intermediários são classificados de maneira distinta em algumas situações. Enquanto as respostas dos modelos 6a e 8a são consideradas como “intoleráveis” pelo

CEB 209 (1991), para a ISO 2631 (1985), são consideradas apenas como “desconfortáveis”. Já a análise feita pelo limite estabelecido por Bachmann *et al* (1989), leva a respostas equivalentes às da ISO 2631 (1985). De acordo com ISO 2631 (1997), todas as respostas estão dentro do limite do conforto.

Essa análise evidencia a subjetividade do assunto, o que era de se esperar, uma vez que conforto é um parâmetro que é influenciado por vários fatores, inclusive fisiológicos e que ainda não existe um consenso entre as diversas linhas de pesquisa sobre como analisá-lo e sobre limites aceitáveis.

Ao se analisar a quantidade de resultados que estavam acima dos limites recomendados, pode-se ter a impressão de que o estádio pode ser considerado desconfortável para os torcedores, do ponto de vista dinâmico. Contudo, é interessante levantar alguns pontos relevantes. Primeiramente, em todos os modelos de carregamento aplicados no estudo, é considerado que todos os torcedores pulam juntos, com sincronismo perfeito, o que é uma hipótese bastante conservadora. Faísca (2003) e Rodrigues (1998, 2003) mostram experimentalmente que grandes grupos de pessoas pulando em conjunto induzem acelerações menores do que as esperadas pelas análises numéricas, devido à falta de sincronia entre as pessoas do grupo.

Por outro lado, não foi feito nenhum tipo de consideração de interação público-estrutura. Faísca (2003), Pavic *et al* (2004) e Sim (2006) mostram que o público passivo (as pessoas que não pulam) aumentam a massa e o coeficiente de amortecimento do sistema. Estes dois fatos também reduzem significativamente as vibrações induzidas.

Por último, todas as respostas que foram discutidas nesse trabalho fora obtidas em pontos críticos da estrutura, que estão em locais bastante específicos. Isso significa que as vibrações induzidas poderão ser desconfortáveis ou intoleráveis para uma parcela pequena da torcida. A maioria das pessoas, que estariam posicionadas em outros pontos da estrutura, não sentiriam vibrações tão intensas. É interessante ressaltar que nenhuma das respostas correspondentes às arquibancadas intermediária ou inferior foram consideradas desconfortáveis.

Portanto, com base nestas considerações, é possível concluir que o Estádio Nacional de Brasília tem, de maneira geral, um comportamento dinâmico aceitável, do ponto de vista do conforto dos torcedores.

8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Avaliar experimentalmente o Estádio Nacional, com testes de carga, teste com público e monitorá-lo em dias de jogo. Utilizar os resultados experimentais para calibrar o modelo numérico e validar os resultados.

- Aprofundar o estudo sobre modelagem do carregamento dinâmico, para entender melhor os parâmetros envolvidos, em especial os parâmetros “tempo de contato” e “coeficiente de impacto” e como os mesmos são influenciados pela rigidez da estrutura e pela quantidade de pessoas que realizam a atividade.

- Estudar de que maneira o tempo de contato influencia a resposta dinâmica.

- Fazer simulações numéricas considerando interação público-estrutura, por meio da modelagem de público passivo (que assiste ao jogo sentado), avaliando de que maneira essa interação reflete na resposta modal e nas respostas transientes.

- Existe um comportamento que se pode observar em torcidas, principalmente de alguns times da Argentina e de Porto Alegre (sul do Brasil), distinto da atividade analisada neste estudo (atividade de “saltar”). Na comemoração de um gol do seu time, a torcida desce a arquibancada correndo, em direção ao alambrado que separa a arquibancada do campo. Não foi possível fazer esta simulação neste trabalho, portanto propõe-se que se faça num trabalho futuro de análise dinâmica numérica deste tipo.

- Aplicar carregamentos com frequências de excitação que coincidam com frequências naturais críticas da estrutura.

- Fazer simulações da torcida pulando com falta de sincronia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118: Projeto e Execução de Estruturas de Concreto - Rio de Janeiro, Brasil, 2003.*

BACHMANN, H.; AMMANN, W. – *Vibrations in Structures Induced by Man and Machines – Structural Engineering Documents - IABSE/AIPC/IVBH - Suíça, 1989.*

BARBOSA, C., CARRAZEDO, R., JULIANI, M., BECOCCI, L., *Análise Estrutural e Previsional das Vibrações das Arquibancadas do Estádio Olímpico João Havelange – Rio de Janeiro. 50º Congresso Brasileiro do Concreto - CBC2008. Rio de Janeiro, Brasil, 2008.*

BARROS, T. P. *Análise Dinâmica em Passarela sujeita à Movimentação Humana. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil, 2009.*

BRITO, V. L. *Modelagem de Arquibancada Temporária visando Investigação de Problemas de Vibração devido à Movimentação de Espectadores. Tese de Doutorado. Universidade Federal da Paraíba, Brasil, 2011.*

CEB. *Vibration Problems in Structures. Practical Guidelines. Bulletin d'Information N° 209. Comité European du Béton, Suíça, 1991.*

CLOUGH, R. W., PENZIEN, J. *Dynamic of Structures. Estados Unidos, 2003.*

D'AMBRA, R. B., ITURRIOZ, I., DOZ, G. *Estudio de las Características Dinámicas de Estadios de Fútbol. Universidad Del Nordeste, Argentina, 1994.*

DOS SANTOS, M. D. S. *Análise Numérica do Controle de Vibrações em Lajes de Edifícios utilizando Amortecedores de Massa Sintonizados. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília, Brasil, 2009.*

FAÍSCA, R. G. *Caracterização de Cargas Dinâmicas geradas por Atividades Humanas. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil, 2003.*

GEROLD, M., STEMPNIEWSKI, L. *Baudynamik in der Alltagspraxis – Grundlagen der Baudynamik, Beispiele für Einwirkungen, Bauausführung. Massivbauseminar, Alemanha, 2004.*

INTERNATIONAL STANDARD FOR ORGANIZATION - *Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration - Part 1: General Requirements – ISO 2631/1 - Suíça, 1985.*

INTERNATIONAL STANDARD FOR ORGANIZATION –*Mechanical Vibration and Shock – Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration - Part 1: General Requirements – ISO 2631/1 - Suíça, 1997.*

INTERNATIONAL STANDARD FOR ORGANIZATION - *Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration - Part 2: Continuous and Shock-induced Vibration in Buildings (1 to 80 Hz) - ISO 2631/2 - Suíça, 1985.*

KASPERSKI, M., AGU, E. *Prediction of Crowd-Induced Vibrations via Simulation. Conference & Exposition on Structural Dynamics – IMAC XXIII, Orlando - Estados Unidos, 2006.*

LIMA, D. V. F. *Controle de Vibrações Induzidas em uma Laje de uma Academia de Ginástica com a Utilização de Amortecedores de Massa Sintonizados. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília, Brasil, 2007.*

MARTINS, C. A. P., ESTÊVÃO, M. C. *Caracterização Dinâmica das Bancadas Principais do Estádio Algarve. 6º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica, Portugal, 2004.*

MARTINS, C. M. A. *Vibrações Induzidas pelas Atividades Humanas em Ginásios e Salões de Dança. Dissertação de Mestrado. Universidade Nova de Lisboa, Portugal, 2011.*

NÓBREGA, P. G. B. *Análise Dinâmica de Estruturas de Concreto: Estudo Experimental e Numérico das Condições de Contorno de Estruturas Pré-Moldadas*. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil, 2004.

PAVIC, A., IBRAHIN, Z. REYNOLDS, P. *The Effects of Crowd Occupation on the Dynamic Performance of a Grandstand*. International Conference on Noise and Vibration Engineering – ISMA, Bélgica, 2004.

RODRIGUES, J. F. S. *Investigação dos Carregamentos de Estádios de Futebol*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de São Paulo, Brasil, 1998.

RODRIGUES, J. F. S. *Ações induzidas por Multidões em Estruturas de Arquibancadas*. Tese de Doutorado. Universidade Federal de São Paulo, Brasil, 2003.

RODRIGUES, J. F. S., ALMEIDA, P. A. O. *Modeling of Action Induced by Crowds on Brazilian Football Stadium*. Conference & Exposition on Structural Dynamics – IMAC XXIV, Estados Unidos, 2006.

ROITMAN, N.; MAGLUTA, C.; BATISTA, R.; ALVES, N. K. C. – *Cargas Dinâmicas Geradas por Pessoas em Movimento - XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural - Tucuman, Argentina, 1995*.

SEGUNDINHO, P. G. A., *Estudo das Vibrações induzidas por Pedestres em Passarelas de Madeira*. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil, 2010.

SIM, J. H. H., *Human-Structure Interaction in Cantilever Grandstands*. Tese de Doutorado. University of Oxford, Inglaterra, 2006.

SOMMER, R. M. R., *Análise de Vibrações em Pisos Mistos Aço/Concreto*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil, 2002.

STENPNIEWSKI, L., HAAG, B. *Baudynamik – Praxis – Mit Zahlreichen Anwendungsbeispielen*. Bauwerk Verlag. Alemanha. 2010.

ANEXOS