

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**APLICAÇÕES DO MÉTODO DO PONTO MATERIAL (MPM)**  
**A PROBLEMAS GEOTÉCNICOS**

**MARCELO ALEJANDRO LLANO SERNA**

**ORIENTADOR: MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD**

**DISSERTAÇÃO MESTRADO EM GEOTECNIA**

**PUBLICAÇÃO: G. DM – 218/12**

**BRASÍLIA / DF: NOVEMBRO / 2012**



**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**APLICAÇÕES DO MÉTODO DO PONTO MATERIAL (MPM)**  
**A PROBLEMAS GEOTÉCNICOS**

**MARCELO ALEJANDRO LLANO SERNA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSARIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

APROVADA POR:

---

MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, Ph.D. (UnB)  
(ORIENTADOR)

---

HERNÁN EDUARDO MARTÍNEZ CARVAJAL, D.Sc. (UnB)  
(EXAMINADOR INTERNO)

---

CARLOS ALEXANDER RECAREY MORFA, Dr. Ing. (UCLV)  
(EXAMINADOR EXTERNO)

BRASÍLIA/ DF, NOVEMBRO 12 DE 2012.



## FICHA CATALOGRÁFICA

LLANO-SERNA, MARCELO ALEJANDRO

Aplicação do Método do Ponto Material (MPM) a problemas geotécnicos [Distrito Federal] 2012

xxx, 145 p; 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Geotecnia, 2012)

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

- |                                       |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|
| 1. Método do Ponto Material           | 2. Ensaio de queda de cone |
| 3. Resistência não drenada de argilas | 4. Grandes deformações     |
| I. ENC/FT/UnB                         | II. Título (série)         |

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LLANO-SERNA, M. A. (2012). Aplicação do Método do Ponto Material (MPM) a problemas geotécnicos. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-218/12, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 145 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Marcelo Alejandro Llano Serna

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Aplicação do Método do Ponto Material (MPM) a problemas geotécnicos.

GRAU / ANO: Mestre / 2012.

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma cópia para esta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Marcelo Alejandro Llano Serna  
ScIn 203 Bloco C apto 217, Asa Norte  
CEP: 70833-530 – Brasília/DF – BRASIL  
e-mail: unalmallano@gmail.com



*A mis padres: Marcelo y Fabiola, por su esfuerzo soy lo que soy. Gracias a ellos comprendí el valor del trabajo constante y la disciplina.*

*A Sara, alegría de mi hogar.*

*A Elvia, mi segunda madre, quien siempre me dio todo su amor.*

*A Cindy, por su amor incondicional, gracias por estar a mi lado a pesar de todas las dificultades.*



## AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Professor Marcio Muníz de Farías, pela confiança, disponibilidade, acompanhamento e ideias durante o desenvolvimento da dissertação.

Ao Professor Dorival Pedroso da Universidade de Queensland, que ajudou na fase inicial do entendimento do método numérico.

Ao Professor Hernán Martínez, que me motivou a fazer o curso de Pós-Graduação e pelo apoio constante durante estes anos.

Ao Professor Jhon Nairn da Universidade de Oregón, que além de permitir o uso do código *NairnMPM*, deu a assessoria necessária em todo momento para o uso de seu software.

Ao Professor Luis Fernando Martins, quem fez o contato com a companhia SULFAL para a compra do caulim.

Ao meu amigo Jason Molina, que sempre acompanhou, ajudou e aconselhou na implementação das diferentes rotinas programadas.

Ao Laboratório de Engenharia Rodoviária (LER) do CEFTRU-UnB, Laboratório de Geotecnia e Laboratório de Construção Civil, que emprestaram os equipamentos necessários para fazer a avaliação experimental neste trabalho.

Ao Iván Otálvaro e Claudia Gomez que ajudaram na assessoria e acompanhamento durante o desenvolvimento da parte experimental.

À Yuliana Niño, que me ajudou na revisão do idioma português.

Aos meus amigos e colegas: Alex, Robinson, Diego, Julián, Hernán G., Ewerton, Marcus, Cristhian e Jorge Esteban pela ajuda e apoio nas diversas fases deste trabalho.

À Kit 217 e seus moradores pelos momentos de “frivolidade recatada”.

À Julieta Echeverri e Alejandro Martínez, pela amizade e porque abriram as portas de sua casa na minha chegada ao Brasil.

Ao Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, e todos os professores que contribuíram na minha formação.

A todos os professores que têm passado por minha vida, de alguma forma sou o resultado de todas suas contribuições durante meu crescimento como engenheiro e pessoa.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro, sem o qual esta pesquisa não seria possível.

A todas as pessoas que de uma ou outra forma participaram deste processo.

Obrigado.



## RESUMO

O objetivo deste trabalho é investigar a eficiência do Método do Ponto Material Generalizado (*GIMP*) para a simulação de problemas de grandes deformações, e mais especificamente o cone de penetração por queda livre utilizado na norma britânica para ensaios de limite de liquidez. Foi feita uma revisão teórica do ensaio de penetração de cone, ressaltando as formulações analíticas e a obtenção de parâmetros para solos argilosos a partir dos resultados deste ensaio. As formulações teóricas relacionam a profundidade de penetração do cone com a resistência não-drenada de solos argilosos. Com o intuito de verificar estas formulações teóricas foram realizados ensaios de cone e palheta (*mini-vane*) em laboratório com caulim a diferentes teores de umidade. Também foi feita uma completa caracterização do caulim, incluindo a obtenção da curva característica de retenção de água. Os resultados foram interpretados à luz das teorias dos ensaios de cone e da teoria de estados críticos para a obtenção dos parâmetros mecânicos do solo e da interface caulim-cone. Os experimentos foram então simulados numericamente com *GIMP* sob condições bidimensionais e tridimensionais. Para tanto foi utilizado código aberto *NairnMPM*, cedido pelo professor John Nairn, da Oregon State University (USA). Como esperado, as simulações bidimensionais sob condições de deformação plana não reproduzem quantitativamente o problema real, o qual é tipicamente axissimétrico. O código *NairnMPM* ainda não inclui esta opção, porém as análises tridimensionais apresentaram um desempenho excelente, e o fenômeno foi bem reproduzido qualitativamente e quantitativamente, como indicam as comparações entre os fatores de cone experimentais e modelados. Foi demonstrado que o método é suficientemente robusto para resolver o problema de contato durante a penetração do cone sem a necessidade de usar outros tipos de elementos na interface, entretanto o modelo de resistência de interface disponível deve ser aperfeiçoado de modo a incluir tanto adesão quanto atrito. Finalmente, ressalta-se que a principal limitação do *GIMP* em relação a outros métodos tradicionais como elementos finitos (MEF) é o maior tempo de processamento. No caso de problemas envolvendo grandes deformações e domínios extensos, deve-se buscar um nível de comprometimento entre a acurácia possível e o tempo de processamento. Em caso de problemas tridimensionais e malhas muito refinadas o tempo de processamento pode inviabilizar a análise utilizando microcomputadores convencionais. Nestes casos, devem-se usar grandes processadores ou processamento paralelo.

**PALAVRAS CHAVES:** Método do Ponto Material, Ensaio de queda de cone, Resistência não drenada de argilas, Grandes deformações.



# ABSTRACT

The main objective of this dissertation is to check the efficiency of the Generalized Material Point Method (GIMP) for the solution of large deformation problems, and more specifically to simulate the free fall of a penetration cone, such as the one used in the British standards for the determination of liquid limit of clays. The investigation starts with a literature review of cone penetration test, focusing on analytical formulations to interpret its results and to obtain physical indexes and mechanics parameters. The theoretical formulations relate the depth of cone penetration with the undrained shear strength of clay soils. In order to check the validity of these formulations, the author performed laboratory tests on kaolin clay with different water contents, with emphasis on the mini-vane tests to find the undrained strength and the British cone tests to find the depth of penetration. The material was also subjected to the traditional characterization tests and the soil-water characteristic curve (SWCC) was also determined. The results of the tests were interpreted using the falling cone formulations and the critical state theory in order to obtain the mechanical parameters of the kaolin and of its interface with the British cone. Then the falling cone tests were simulated numerically with the GIMP under two and three dimensional conditions. An open code named *NairnMPM*, written by Professor John Nairn at Oregon State University (USA), was used in the numerical simulations. As expected the two-dimensional simulations under plane strain conditions cannot reproduce quantitatively the laboratory experiments since the falling cone is typically an axis symmetric problem. *NairnMPM* unfortunately does not include this condition yet, but the three dimensional analyses attained excellent performance and the phenomenon was properly reproduced qualitatively and quantitatively, as indicate by the good agreement between computed cone factors obtained from the numerical analyses and from the laboratory experiments. The method is sufficiently robust to solve the cone soil interaction without the need for any especial interface element; however the model of shear strength of the interface should be enhanced to include adhesion, besides friction. Finally the main limitation of GIMP, compared to other traditional methods such as finite elements (MEF), is the long processing time. For applications in full scale problems with large domains, the analyst should find a compromise between accuracy and computational time. In cases of three-dimensional problems with fine discretization the analysis using conventional microcomputers may not be feasible and some kind of parallel processing may be required.

**KEYWORDS:** Material Point Method, Falling Cone Test, Undrained Shear Strength of Clays, Large Deformations.



# ÍNDICE

<b>ÍNDICE</b> .....	<b>xv</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>xix</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>xxi</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES</b> .....	<b>xxv</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1 MOTIVAÇÃO DA PESQUISA .....	1
1.2 OBJETIVOS .....	2
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	2
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>5</b>
2.1 MEF PARA GRANDES DEFORMAÇÕES .....	5
2.2 MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADOS A GRANDES DEFORMAÇÕES .....	6
2.3 EVOLUÇÃO DO MÉTODO DO PONTO MATERIAL (MPM) .....	8
2.3.1 MÉTODO DO PONTO NA PARTÍCULA, PIC ( <i>PARTICLE IN CELL METHOD</i> ) ....	9
2.3.1.1 Método do Ponto Material, MPM .....	9
2.3.1.2 Método do Ponto Material Generalizado, GIMP .....	10
2.3.1.3 Desenvolvimentos na eficiência do GIMP .....	11
2.3.2 COMPARAÇÃO COM SOLUÇÕES EXISTENTES .....	14
2.3.2.1 Modelos mecânicos simples.....	14
2.3.2.2 Recalques em taludes .....	15
2.3.2.3 Fundações superficiais .....	16
2.3.2.4 Modelos com descontinuidades .....	17
2.3.2.5 Simulação de problemas de indentação .....	17
2.3.3 APLICAÇÕES DO MPM NA GEOTECNIA.....	19
2.3.3.1 Empuxos ativos e passivos.....	19
2.3.3.2 Descontinuidades, trincas e fissuramentos.....	21
2.3.3.3 Recalques em aterros .....	21
2.3.3.4 Estabilidade de encostas e taludes .....	22
2.3.3.5 Fundações sobre solos moles .....	23
2.3.3.6 Arrancamento de ancoragens .....	24

2.3.3.7 Cravação de estacas .....	26
<b>3. ENSAIO DE PENETRAÇÃO DE CONE.....</b>	<b>27</b>
3.1 GENERALIDADES .....	27
3.2 USO DO CONE DE PENETRAÇÃO PARA DETERMINAR A RESISTÊNCIA NÃO DRENADA DE ARGILAS.....	28
3.2.1 ANÁLISE ESTÁTICA.....	28
3.2.1.1 Determinação do $N_{ch}$ .....	30
3.2.1.2 Valores da rugosidade do cone .....	31
3.2.2 ANÁLISE DINÂMICA.....	32
3.2.2.1 O fator de cone .....	33
3.2.2.2 Determinação de $\zeta$ .....	33
3.2.3 COMPARAÇÃO DE VALORES TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS DE $K$ .....	34
3.2.4 ENSAIO DE CONE E O LIMITE DE LIQUIDEZ .....	35
3.2.4.1 Relação entre $w$ e $s_u$ .....	35
3.2.4.2 Relação entre $w$ e $h$ .....	36
3.2.5 PROPRIEDADES ÍNDICE.....	38
<b>4. MÉTODO DO PONTO MATERIAL GENERALIZADO .....</b>	<b>41</b>
4.1 FORMULAÇÃO.....	41
4.1.1 FORMA VARIACIONAL DA CONSERVAÇÃO DO MOMENTO LINEAR .....	41
4.1.2 DISCRETIZAÇÃO INICIAL .....	44
4.1.3 DISCRETIZAÇÃO DO PROCESSO DE SOLUÇÃO .....	46
4.1.4 MALHA COMPUTACIONAL.....	47
4.2 FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO.....	49
4.2.1 MÉTODO DO PONTO MATERIAL .....	49
4.2.2 MÉTODO GIMP DA PARTÍCULA CONTIGUA .....	50
4.2.3 MÉTODO GIMP DA PARTÍCULA DIFUSA .....	52
4.3 SOLUÇÃO DO PROBLEMA .....	53
4.3.1 ATUALIZAÇÃO DAS TENSÕES (USF E USL).....	53
4.3.2 ESTRUTURA DA MALHA DE FUNDO E FASE DE INICIALIZAÇÃO .....	56

4.3.3	PRIMEIRA FASE: DOS PONTOS MATERIAIS PARA A MALHA DE FUNDO ..	57
4.3.4	SEGUNDA FASE: SOLUÇÃO DISCRETA.....	58
4.3.5	TERCEIRA FASE: DA MALHA DE CÁLCULO PARA OS PONTOS MATERIAIS . .....	59
4.3.6	ALGORITMO COMPLETO.....	59
4.4	ALGORITMO DE CONTATO .....	60
<b>5.</b>	<b>AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL .....</b>	<b>63</b>
5.1	ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO .....	63
5.2	PROGRAMA DE ENSAIOS ESPECÍFICOS .....	65
5.2.1	ENSAIO DE PALHETA .....	66
5.2.2	ENSAIO DE CONE .....	68
5.2.2.1	Resultados do teste.....	68
5.2.2.2	Cálculo dos parâmetros do cone .....	70
5.2.3	CURVA CARACTERÍSTICA .....	72
5.2.3.1	Medição da sucção mátrica .....	72
5.2.3.2	Determinação dos parâmetros elásticos a partir do modelo de estados críticos .....	73
5.2.4	REPETIBILIDADE DOS ENSAIOS .....	78
<b>6.</b>	<b>ANÁLISES NUMÉRICAS .....</b>	<b>81</b>
6.1	MODELO UNIDIMENSIONAL.....	81
6.2	MODELO BIDIMENSIONAL.....	83
6.2.1	CARACTERÍSTICAS DO <i>NAIRNMPM</i> .....	83
6.2.2	MODELO CONSTITUTIVO.....	84
6.2.2.1	Critério de ruptura de von Mises para análise de tensões totais .....	85
6.2.3	VALIDAÇÃO DO PROGRAMA <i>NAIRNMPM</i> .....	86
6.2.3.1	Ensaio de compressão não-confinada .....	86
6.2.3.2	Carga distribuída numa camada finita .....	90
6.2.3.3	Bloqueio cinemático e suavização .....	95
6.2.4	SIMULAÇÃO DO CONE DE PENETRAÇÃO .....	96
6.2.5	ANÁLISE DE MALHA .....	97

6.2.5.1	Características gerais do modelo.....	97
6.2.5.2	Condições de contorno.....	97
6.2.5.3	Variação do tamanho da célula.....	98
6.2.6	DISCRETIZAÇÃO IRREGULAR DO CONE.....	100
6.2.7	RESULTADOS DO MODELO BIDIMENSIONAL.....	103
6.2.8	ANÁLISE DO INTERVALO DE TEMPO.....	107
6.2.8.1	Dados obtidos nas simulações.....	109
6.3	MODELO TRIDIMENSIONAL.....	110
6.3.1	DISCRETIZAÇÃO.....	110
6.3.2	RESULTADOS DO MODELO TRIDIMENSIONAL.....	115
6.3.2.1	Cálculo numérico dos parâmetros do cone.....	117
6.3.2.2	Tempo de processamento.....	119
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>121</b>
7.1	AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL.....	121
7.2	ANÁLISES NUMÉRICAS.....	122
7.3	LIMITAÇÕES.....	123
7.4	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	124
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>127</b>
	<b>APÊNDICE A.....</b>	<b>133</b>
	<b>APÊNDICE B.....</b>	<b>139</b>
	<b>APÊNDICE C.....</b>	<b>143</b>
	<b>APÊNDICE D.....</b>	<b>145</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 Métodos baseados na partícula também chamados métodos sem malha .....	7
Tabela 3.1 Características dos métodos propostos para determinação do limite de liquidez usando a queda de cone (modificado de Koumoto & Houlsby, 2001) .....	27
Tabela 3.2 Coeficientes da Eq. (3.11) e limites de Atterberg .....	36
Tabela 5.1 Caracterização do caulim usado .....	63
Tabela 5.2 Teores de umidade de referência para cada amostra .....	65
Tabela 5.3 Resultados obtidos do ensaio de resistência não drenada .....	67
Tabela 5.4 Resultados do ensaio de penetração de cone em amostras de caulim .....	69
Tabela 5.5 Dados obtidos no ensaio de medição do potencial de sucção usando papel filtro .	73
Tabela 5.6 Sucção das amostras testadas no ensaio de palheta.....	74
Tabela 5.7 Comparação dos parâmetros do modelo de estados críticos obtidos por métodos indiretos.....	75
Tabela 5.8 Comparação de coeficientes de compressibilidade e contração calculados e reportados na literatura.....	76
Tabela 5.9 Módulos de elasticidade calculados a partir da teoria dos estados críticos.....	77
Tabela 6.1 Parâmetros do caulim medidos do ensaio de compressão não confinada .....	87
Tabela 6.2 Características do modelo numérico usando GIMP de uma carga distribuída numa camada finita .....	92
Tabela 6.3 Parâmetros medidos da amostra 5 de caulim .....	98
Tabela 6.4 Dados de ensaios realizados em amostras de caulim .....	103
Tabela 6.5 Comparação das profundidades de penetração simuladas sob condições bidimensionais e teóricas .....	106
Tabela 6.6 Características gerais do modelo bidimensional .....	109
Tabela 6.7 Parâmetros de tempo medidos na simulação.....	109
Tabela 6.8 Características da discretização tridimensional.....	112
Tabela 6.9 Características da discretização tridimensional diminuindo a quantidade de pontos materiais .....	114
Tabela 6.10 Comparação das profundidades de penetração simuladas sob condições tridimensionais e teóricas .....	115
Tabela 6.11 Comparação dos parâmetros do cone experimentais e numéricos.....	117
Tabela 6.12 Resumo do tempo computacional das análises tridimensionais.....	119



## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Princípios da criação de uma nova malha. (a) Configuração inicial. (b) Grande distorção da malha. (c) e (d) Criação de uma nova malha (modificado de Andersen, 2009) ....	6
Figura 2.2 Comparação de deformação em diferentes estágios de compressão para um material hyperelástico modelado com MEF e Método do elemento livre Galerkin (Li & Liu, 2002).....	8
Figura 2.3 Discretização do MPM mostrando os pontos materiais e a malha de fundo .....	9
Figura 2.4 Simulações de ensaio de tração para deformações extremas utilizando o método CPDI (Sadeghirad <i>et al.</i> , 2011) .....	11
Figura 2.5 Simulação de modelo de trinca usando discretização irregular (Karuppiyah, 2004)	12
Figura 2.6 Imagens de uma barra em queda livre mostrando três estratégias de gestão de malha diferentes: (a) Alocação estática, (b) Alocação dinâmica sem remoção e (c) Alocação totalmente dinâmica (Shin <i>et al.</i> , 2010) .....	13
Figura 2.7 Comparação das tensões cisalhantes normalizadas obtidas ao interior de uma barra submetida a vibração usando: (a) MPM tradicional e (b) Algoritmo anti-bloqueio (modificado de Mast <i>et al.</i> , 2012).....	13
Figura 2.8 Viga em balanço (a) Configuração inicial e final (b) Curva peso-deslocamento vertical (modificado de Beuth <i>et al.</i> , 2011).....	14
Figura 2.9 Ensaio oedométrico calculado (a) Modelo geométrico (b) Curva numérica e analítica (modificado de Zabala, 2010).....	15
Figura 2.10 Simulação de um talude (a) Modelo geométrico (b) Comparação dos resultados obtidos no MPM e MEF (modificado de Beuth <i>et al.</i> , 2008).....	16
Figura 2.11 Carregamento superficial (a) Modelo geométrico de MPM deformado (b) Deslocamento vertical calculado usando MEF e MPM (modificado de Ma, 2002) .....	17
Figura 2.12 Modelo de tensão em $t = 4\mu\text{s}$ (a) Discretização usando MPM e MEF (b) Distribuição de tensões ao longo da linha de fratura, perto da borda (modificado de Karuppiyah, 2004).....	17
Figura 2.13 Nano-Indentação (a) Modelo geométrico a diferentes níveis de discretização (b) Comparação de tensões cisalhantes usando GIMP e MEF (modificado de Ma, 2002) .....	18
Figura 2.14 Deformação e tensões cisalhantes incrementais depois do movimento do muro de 0, 300 e 600 mm (modificado de Beuth <i>et al.</i> , 2011).....	20
Figura 2.15 Etapas de deformação da ruptura de um muro de contenção (modificado de Wickowski, 2004) .....	20

Figura 2.16 Modelo geométrico do e discretização do fenômeno de subsidência num aterro reforçado com geomembrana usando MPM (modificado de Zhou <i>et al.</i> , 1999) .....	21
Figura 2.17 Sequência de fluxo de materiais ativado com aterro erosível como obstáculo (modificado de Shin <i>et al.</i> , 2010).....	22
Figura 2.18 Evolução da ruptura de um talude de 20,0 m de altura (modificado de Andersen & Andersen, 2010) .....	23
Figura 2.19 Barragem de rejeitos de mineração de Aznalcóllar (a) Levantamento das superfícies de deslizamento após a ruptura da barragem (b) Modelo matemático em MPM das deformações obtidas (modificado de Zabala, 2010) .....	24
Figura 2.20 Modelo geométrico de ancoragem inclinada a 45° (Coetzee <i>et al.</i> , 2005).....	25
Figura 2.21 Resultados numéricos e experimentais do ensaio de arrancamento (modificado de Coetzee <i>et al.</i> , 2005).....	25
Figura 2.22 Problema de cravação de estaca (Wickowski, 2004).....	26
Figura 3.1 Esquema da penetração do cone .....	29
Figura 3.2 Variação do $N_{ch}$ para um cone de 30° .....	31
Figura 3.3 Valores teóricos da penetração de cone estático de 30° e 80g.....	31
Figura 3.4 Variação de $\zeta$ com a taxa de aumento da resistência ao cisalhamento.....	34
Figura 3.5 Variação do fator de cone, $K$ , com a rugosidade $\alpha$ , considerando $\beta = 30^\circ$ e massa de 80 g .....	34
Figura 3.6 Relação log-linear entre resistência não drenada e teor de umidade (modificado de Koumoto & Houlsby, 2001).....	35
Figura 3.7 Relação log-log entre resistência não drenada e teor de umidade (modificado de Koumoto & Houlsby, 2001).....	36
Figura 3.8 Relação teórica entre $s_u$ e $h$ comparações com valores experimentais para o cone de 60° e 30g (modificado de Koumoto & Houlsby, 2001) .....	37
Figura 3.9 Relação log-log entre a profundidade de indentação e o teor de umidade (modificado de Koumoto & Houlsby, 2001) .....	37
Figura 4.1 Comparação das fases de cálculo do MEF e MPM .....	42
Figura 4.2 Função de forma unidimensional usada no MPM (Bardenhagen & Kober, 2004) .....	50
Figura 4.3 Função de forma unidimensional do método GIMP da partícula contígua (Bardenhagen & Kober, 2004).....	51
Figura 4.4 Duas discretizações possíveis do método da partícula difusa com duas partículas por célula, num espaço unidimensional (Bardenhagen & Kober, 2004). .....	52

Figura 4.5 Grandezas calculadas nos vértices ( $n$ ) e pontos materiais ( $p$ ) (Buzzi <i>et al.</i> , 2008)	54
Figura 4.6 Grandezas calculadas nos vértices da malha e os pontos materiais (a) USF, e (b) USL (modificado de Buzzi <i>et al.</i> , 2008)	55
Figura 4.7 Malha estruturada e vértices de referência (modificado de de Buzzi <i>et al.</i> , 2008).	56
Figura 5.1 Granulometria do caulim usando água e álcool para diluir a amostra	64
Figura 5.2 Locação do caulim na carta de plasticidade para classificação no laboratório de solos de grão fino	65
Figura 5.3 Equipamento usado para determinar a resistência não drenada da argila	66
Figura 5.4 Relação log-log entre a resistência não drenada do caulim e seu teor de umidade	67
Figura 5.5 Fotografia do equipamento usado no ensaio de cone	68
Figura 5.6 Relação linear em escala log-log de amostras de caulim, de profundidade de penetração do cone e o teor de umidade.	69
Figura 5.7 Regressão linear para o cálculo do fator de cone	70
Figura 5.8 Comparação entre valores medidos e teóricos da penetração do cone numa abordagem estática	71
Figura 5.9 Relação entre $s_u$ e a profundidade de penetração do cone, $h$	72
Figura 5.10 Curva característica do caulim obtida mediante o método do papel filtro	73
Figura 5.11 Linha de adensamento normal (NCL) e coeficiente de compressibilidade medido	75
Figura 5.12 Linha de estados críticos no espaço " $p$ - $q$ "	75
Figura 5.13 Variação de índices gravimétricos do caulim com o teor de umidade (a) Índice de vazios (b) Saturação (c) Peso específico úmido e seco	80
Figura 6.1 Condição inicial do problema de vibração de um ponto	82
Figura 6.2 Solução das velocidades na vibração de uma barra usando o GIMP (USF)	82
Figura 6.3 Solução da posição na vibração de uma barra usando o GIMP (USF)	83
Figura 6.4 Ruptura num ensaio triaxial não drenado: (a) Traço da superfície de von Mises no espaço $\sigma - \tau$ ; (b) Traço da superfície de von Mises no plano octaédrico (círculo)	85
Figura 6.5 Geometria e características do modelo GIMP	87
Figura 6.6 Comparação das trajetórias tensão <i>versus</i> deformação do ensaio de compressão não-confinada	88
Figura 6.7 Estágios de deformação no ensaio de compressão não-confinada modelado no GIMP	89
Figura 6.8 (a) Fotografia da amostra de caulim após o ensaio de compressão não-confinada (b) Tensões cisalhantes no final do ensaio	90

Figura 6.9 Carga uniformemente distribuída na superfície numa camada finita sobre uma base rígida.....	90
Figura 6.10 Modelo geométrico das discretizações usando GIMP e MEF .....	92
Figura 6.11 Tensões na massa de solo ao longo do eixo $T-T'$ (a) Tensão vertical (b) Tensão horizontal (c) Tensão Cisalhante.....	93
Figura 6.12 Deslocamentos na massa de solo ao longo do eixo $T-T'$ (a) Deslocamento vertical (b) Deslocamento horizontal. ....	94
Figura 6.13 Comparação da solução das tensões verticais usando o GIMP, à esquerda a solução nos pontos materiais, à direita a solução nos vértices da malha. ....	96
Figura 6.14 Geometria do ensaio de cone .....	96
Figura 6.15 Esquema do problema e condições de contorno usadas .....	98
Figura 6.16 Discretização do cone com diferentes tamanhos de célula.....	99
Figura 6.17 Variação de penetração do cone com o tamanho de célula, $cs$ .....	99
Figura 6.18 Alternativas e erros de discretização irregular no GIMP.....	101
Figura 6.19 Diferenças entre discretização regular e paralela priorizando a superfície de contato .....	102
Figura 6.20 Variação da profundidade de penetração e a velocidade do cone com o tempo da amostra 5 .....	104
Figura 6.21 Estágios da indentação do cone numa análise bidimensional.....	105
Figura 6.22 Comparação dos resultados numéricos obtidos nas simulações e a tendência teórica usando $K=0,5$ .....	106
Figura 6.23 Variação teórica e numérica de velocidade do cone na amostra 4 .....	107
Figura 6.24 Discretização do cone usada no caso bidimensional .....	111
Figura 6.25 Características gerais do discretização do cone no modelo tridimensional (a) Cálculo do raio de cada ponto material (b) Distribuição dos pontos materiais em cada arco	111
Figura 6.26 Discretização do modelo tridimensional (a) Vista geral (b) Detalhe da superfície do cone .....	112
Figura 6.27 Estratégias adotadas para diminuir o tempo computacional do modelo (a) Tamanho de célula $cs=2$ (b) Variante da discretização tipo casca .....	113
Figura 6.28 Estágios da indentação do cone numa análise tridimensional (amostra 6).....	116
Figura 6.29 Variação teórica e numérica de velocidade do cone na amostra 6 .....	117
Figura 6.30 Relação entre profundidade de penetração e resistência não drenada obtidas com diferentes metodologias.....	119
Figura 7.1 Exemplo de aplicação do <i>NairnMPM</i> na estabilidade de taludes.....	125

# LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

## ABREVIACÕES

AFEMP	<i>Adaptative Finite Element Material Point Method</i>
ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
BSI	<i>British Standards Institution</i>
CAD	Desenho Assistido por Computador
CPDI	<i>Convected Particle Domain Interpolation</i>
CPT	Ensaio de Penetração de Cone ( <i>Cone Penetration Test</i> )
DCP	Ensaio de Penetração Dinâmico ( <i>Dynamic Cone Penetrometer</i> )
DMT	Dilatômetro de Marchetti ( <i>Dilatometer Test</i> )
GCSSR	<i>The Geotechnical Commission of the Swedish State Railways</i>
GIMP	Método do Ponto Material Generalizado ( <i>Generalized Interpolation Material Point Method</i> )
MDF	Método das Diferencias Finitas
MEC	Método dos Elementos de Contorno
MEF	Método dos Elementos Finitos
MH	Silte de alta compressibilidade
MPM	Método do Ponto Material ( <i>Material Point Method</i> )
NCL	Linha de Adensamento Normal
OH	Argila orgânica de alta compressibilidade
PIC	Método do Ponto na Partícula ( <i>Particle in Cell Method</i> )
SPT	<i>Standard Penetration Test</i>
SS	Cisalhamento simples ( <i>Simple Shear</i> )
TC	Compressão triaxial ( <i>Triaxial Compression</i> )
TE	Extensão triaxial ( <i>Triaxial Extension</i> )
USCS	<i>Unified Soil Classification System</i>
USF	Atualização de tensões no início ( <i>Update Stress First</i> )
USL	Atualização de tensões no final ( <i>Update Stress Last</i> )
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional

## LETRAS ARÁBIGAS

$\underline{a}$	Vetor de aceleração no ponto
$a_u$	Adesão entre solo e cone
$\underline{b}$	Vetor de forças de massa externa
$\underline{b}_p$	Forças de corpo no ponto material
$c$	Coesão
$c_s$	Velocidade da onda de compressão
$cs$	Tamanho da célula ( <i>Cell size</i> )
$D_{restrições}$	Graus de liberdade
$e$	Índice de vazios
$E$	Módulo de elasticidade
$f_p$	Propriedade arbitraria do material
$\underline{f}_n^{ext}$	Força externa no vértice
$\underline{f}_n^{int}$	Força externa no vértice
$\underline{f}_n^{norm}$	Força normal no vértice
$\underline{f}_n^{tan}$	Força tangencial no vértice
$F^*$	Fator de carga do cone modificado
$g$	Gravidade
$\underline{G}_n(x)$	Gradiente da função de forma na malha
$\bar{\underline{G}}_{np}(x)$	Matriz de armazenamento do gradiente das funções de forma
$G_s$	Densidade dos grãos sólidos
$h$	Profundidade de penetração do cone
$h_d$	Profundidade de penetração sob condições dinâmicas
$h_s$	Profundidade de penetração estática do cone
$H$	Largura
$H(x)$	Função de característica na partícula arbitraria
$\underline{I}$	Tensor identidade de 2ª ordem
$I_p$	Índice de plasticidade
$I_s$	Índice de contração

$I_{sti}$	Fatores de influencia da solução teórica para carregamento superficial
$J_{2D}$	Segundo invariante do tensor de tensões
$k$	Parâmetro de resistência no modelo von Mises
$K$	Fator do cone
$l_p$	Metade do tamanho da partícula
$L$	Espaçamento da célula
$m$	Massa
$m_p$	Massa do ponto material
$m_p^i$	Massa inicial do ponto material
$m_n$	Massa do vértice
$M$	Inclinação da linha de estados críticos
$\hat{n}$	Vetor unitário de direção
$n_p^*$	Vértice de referencia
$N_{ch}$	Fator de carga do cone
$N_{DIM}$	Número da dimensão (2, bidimensional; 3, tridimensional)
$N_p$	Número de pontos materiais
$N_x$	Vértices na direção $x$
$N_y$	Vértices na direção $y$
$p$	Tensão confinante média
$p'$	Tensão confinante efetiva
$p_a$	Pressão atmosférica
$q$	Tensão desviadora
$\dot{q}_p$	Taxa de momento linear no ponto material
$\dot{q}_n$	Momento linear no vértice
$\dot{q}_n$	Taxa de momento linear no vértice
$q_n^t$	Momento linear no vértice no tempo $t$
$Q$	Carregamento
$r$	Intervalo de vértices que cada ponto material tem que contribuir (4, MPM; 8, GIMP. No caso bidimensional)

$r'$	Distancia paralela ao plano $x$ - $y$ de cada ponto material
$R^2$	Coefficiente de correlação
$R_b$	<i>Rigid Bias</i>
$s'$	Comprimento do arco no plano $x$ - $y$ de cada ponto material
$s_u$	Resistência ao cisalhamento não drenada do solo
$s_{ud}$	Resistência não drenada sob condições dinâmicas
$s_{u0}$	Resistência ao cisalhamento de referencia
$S$	Saturação
$S_n(\tilde{x})$	Funções de forma na malha
$\bar{S}_{np}(\tilde{x})$	Matriz de armazenamento das funções de forma
$Suc$	Sucção
$t$	Tempo
$\underline{t}$	Vetor de forças de superfície
$U_x$	Deslocamento no eixo $x$
$U_y$	Deslocamento no eixo $y$
$U_z$	Deslocamento no eixo $z$
$v$	Velocidade
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\underline{v}$	Vetor de velocidades
$v^i$	Velocidade inicial
$\underline{v}_p^i$	Velocidade inicial do ponto material
$\underline{v}_p^t$	Velocidade no ponto material $p$ no tempo $t$
$v_n$	Velocidade no vértice
$v_0$	Velocidade inicial
$V$	Volume de controle
$V^i$	Volume inicial do corpo continuo
$V_p$	Volume do ponto material
$V_p^i$	Volume inicial do ponto material
$w$	Teor de umidade

$w_L$	Limite de liquidez
$w_P$	Limite de plasticidade
$w_S$	Limite de contração
$w(x)$	Funções de peso
$\underline{x}$	Vetor indicando a posição
$x_i$	Coordenadas espaciais
$\underline{x}_p$	Posição do ponto material
$\underline{x}_p^t$	Posição do ponto material $p$ no tempo $t$
$x_{p0}$	Posição inicial
$\underline{x}_n$	Posição do vértice
$X_i$	Coordenadas Lagrangeanas
$z$	Profundidade

## LETRAS GREGAS

$\alpha$	Fator de adesão na interface solo-cone
$\beta$	Ângulo da ponta do cone
$\gamma$	Peso específico dos materiais
$\gamma_d$	Peso específico seco do solo
$\gamma_h$	Peso específico úmido do solo
$\Gamma$	Intersecção da NCL com o eixo de índice de vazios
$\delta$	Deslocamento
$\Delta t$	Intervalo de tempo
$\dot{\epsilon}_{\max}$	Taxa de deformação máxima
$\underline{\xi}_p$	Deformação no ponto material
$\underline{\xi}_p^t$	Tensor de deformações no ponto material $p$ no tempo $t$
$\dot{\xi}_n$	Taxa de deformação no vértice
$\epsilon_v^e$	Deformação volumétrica elástica
$\zeta$	Fator de relação entre a resistência ao cisalhamento e a resistência ao cisalhamento sob condições não drenadas.
$\Theta$	<i>Bulk stress</i>

$\theta$	Ângulo de Lode
$\kappa$	Coefficiente de expansão
$K'$	Módulo volumétrico isotrópico ( <i>Bulk Modulus</i> )
$\lambda$	Coefficiente de compressibilidade
$\Lambda$	Relação entre o coeficiente de expansão e o coeficiente de compressibilidade
$\mu$	Taxa de aumento da resistência ao cisalhamento
$\mu^*$	Coefficiente de atrito
$\rho$	Campo escalar de densidade
$\rho^i$	Densidade inicial
$\rho_p$	Densidade no ponto material
$\rho_p^i$	Densidade inicial no ponto material
$\sigma$	Tensão
$\underline{\underline{\sigma}}$	Tensor de tensão de 2ª ordem
$\underline{\underline{\sigma}}_p$	Tensão no ponto material
$\sigma_y$	Resistência última ou de plastificação
$\underline{\underline{\sigma}}_p^i$	Tensão inicial no ponto material
$\underline{\underline{\sigma}}_p^t$	Tensor de tensões no ponto material $p$ no tempo $t$
$\sigma_{1r}$	Tensão principal na ruptura
$\sigma_{3r}$	Tensão secundária na ruptura
$\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$	Tensões principais no plano de Rendulic (plano triaxial)
$\tau$	Tensão cisalhante
$\tau_{xy}$	Tensão Cisalhante no plano $x$ - $y$
$\nu$	Volume específico
$\phi$	Ângulo de atrito
$\phi_{cs}$	Ângulo de atrito dos estados críticos
$\chi_p(\underline{x})$	Função de características na partícula
$\chi_p^i(\underline{x})$	Função de características na partícula, restrita à sua posição inicial.
$\mathcal{G}$	Parâmetro para controlar a taxa de deformação

# 1. INTRODUÇÃO

Os solos são materiais granulares complexos que apresentam propriedades de fluidos e de sólidos. Isso acontece por três motivos: (i) os geomateriais, têm três fases: a sólida, a líquida e a gasosa; (ii) os materiais granulares não são corpos contínuos na escala microscópica, mas são compostos de partículas discretas com interações complexas; (iii) o solo é um material heterogêneo. Apesar desta complexidade, a engenharia geotécnica precisa de metodologias práticas para a simulação de obras reais e para isso existem várias ferramentas numéricas, entre as quais se destaca o método dos elementos finitos (MEF). Este método obteve grande aceitação e durante os últimos 30 anos tem sido amplamente utilizado na indústria da engenharia para a abordagem de uma grande variedade de problemas (Coetzee, 2004).

Apesar de o método dos elementos finitos ser muito usado na prática da engenharia, ele tem limitações quando o problema envolve grandes deformações do material, uma vez que isto gera distorções na malha quando é implementada a abordagem Lagrangeana. Esta deformação da malha pode gerar imprecisões numéricas e inclusive tornar os cálculos impossíveis (Beuth *et al.*, 2011). Por isso, as investigações no campo da modelagem numérica têm se direcionado a conseguir melhores simulações de problemas complexos que envolvem grandes deformações, tais como: problemas de impacto/contato, propagação de fissuras, penetração, perfuração, fragmentação e interações entre diferentes materiais (Chen & Brannon, 2002).

Entre as novas abordagens numéricas destaca-se o MPM (*Material Point Method* ou Método do Ponto Material). Este é uma extensão do PIC (*Particle in Cell Method*) usado na mecânica dos fluidos computacional que se caracteriza por usar duas descrições matemáticas: uma Lagrangeana, para representar o meio contínuo (pontos materiais) e outra Euleriana para solucionar as equações de campo (malha fixa no fundo).

## 1.1 MOTIVAÇÃO DA PESQUISA

A motivação desta pesquisa fundamenta-se na frequente ocorrência de problemas geotécnicos com difícil solução utilizando o Método dos Elementos Finitos tradicional, bem como outros métodos alternativos como o método das diferenças finitas (MDF) e o método dos elementos de contorno (MEC). Estes problemas se enquadram nas seguintes classes gerais: impactos,

grandes deformações, descontinuidades e interações entre materiais de diferentes fases. Alguns exemplos são sumarizados a seguir:

- Diferentes tipos de ensaios de campo (SPT, CPT, DMT, DCP) e suas dificuldades de interpretação mecânica;
- Ensaios de arrancamento de ancoragens onde acontecem grandes deslocamentos e deformações.
- Cravação de estacas e a necessidade de uma melhor simulação entre outros problemas de indentação;
- Propagação de fissuras em maciços rochosos e em pavimentação;
- Fluxo de materiais (*debris flow*) e instabilidade de encostas ;

## 1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral desta pesquisa é verificar a eficiência do MPM (*Material Point Method* ou Método do Ponto Material), para a simulação de problemas de grandes deformações com ênfase na análise de problemas de penetração (*Indentation Problems*).

De modo a atingir o objetivo acima pretende-se trilhar os seguintes passos metodológicos:

- Estudar o código *Open Source NairnMPM*, verificá-lo e empregá-lo para solução de problemas na relevância em geotecnia;
- Desenvolver um modelo básico inicial fundamentado no MPM, para estudo de problemas de penetração, que envolva grandes deformações, sob condições bidimensionais e tridimensionais.
- Comparar os resultados obtidos no modelo numérico com testes reais e modelos analíticos para verificar o desempenho.

## 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A dissertação está dividida em sete capítulos.

O primeiro capítulo introduz o tema da pesquisa, apresentando como motivação para sua realização, a dificuldade dos métodos numéricos tradicionais para simulação de problemas que envolvem grandes deformações, e especificamente problemas de penetração.

O segundo capítulo apresenta uma revisão literária sobre o tema, descrevendo alguns aspectos dos métodos numéricos existentes para simular grandes deformações, fazendo ênfase no MPM e as suas vantagens quando comparado com o tradicional MEF. O capítulo encerra com algumas aplicações do MPM na engenharia geotécnica.

O capítulo três descreve as origens do ensaio de penetração do cone, as características dos cones mais usados hoje no mundo e a formulação teórica do fenômeno de penetração do cone em queda livre.

No quarto capítulo são expostas tanto a formulação das equações que governam o GIMP/MPM, assim como, uma exposição da implementação numérica (solução do problema), incluindo a descrição do algoritmo de contato essencial na simulação do problema de indentação.

O capítulo cinco contém a avaliação experimental do ensaio de cone, resultados obtidos nos ensaios de laboratório a caracterização do caulim, que foi o material selecionado para verificar os resultados numéricos, O capítulo encerra com ensaios de resistência não drenada (palheta), curva característica e a apresentação de um novo método para estimar o coeficiente de compressibilidade  $\lambda$ .

Diferentes análises numéricas: Unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais são feitas no capítulo seis. Este inclui as avaliações do software usado, características geométricas e condições de contorno usadas nos modelos numéricos.

No capítulo sete apresentam-se as conclusões obtidas no estudo, tanto experimentais como numéricas. São descritas também as limitações e finalmente são sugeridos tópicos para pesquisas futuras.



## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Quando um meio contínuo está em movimento, suas variáveis de estado (tensões, temperatura ou velocidade, por exemplo) podem mudar com o tempo. Essas mudanças podem ser descritas de duas formas, conhecidas como abordagem Lagrangeana e abordagem Euleriana. Lai *et al.* (1993) descreve estas abordagens da seguinte forma:

A primeira abordagem consiste em seguir as partículas que compõem o meio contínuo, expressando as variáveis de estado como função das coordenadas  $(X_1, X_2, X_3)$  das partículas numa configuração de referência fixa e do tempo  $t$ . No caso das tensões pode-se escrever:

$$\sigma = \sigma(X_1, X_2, X_3, t) \quad (2.1)$$

Esta descrição é conhecida como Lagrangeana, referencial ou descrição material, onde  $X_i$  são as coordenadas Lagrangeanas. Este tipo de descrição é usada em mecânica de sólidos e em métodos numéricos amplamente difundidos como o Método dos Elementos Finitos.

A segunda descrição observa as mudanças das variáveis de estado em posições fixas, ou seja,  $\sigma$ , é expresso como uma função de  $x_i$  e de  $t$

$$\sigma = \sigma(x_1, x_2, x_3, t) \quad (2.2)$$

onde  $x_i$  são as coordenadas espaciais ou coordenadas de Euler. Este tipo de descrição é chamada de Espacial ou Euleriana. Nesta abordagem, é medida a mudança das quantidades num ponto fixo no espaço, como uma função do tempo. Pode se entender esta abordagem, imaginando que a mesma posição espacial é ocupada por diferentes partículas ao longo do tempo. Este tipo de descrição é comumente usada na mecânica de fluidos.

### 2.1 MEF PARA GRANDES DEFORMAÇÕES

Segundo Augarde & Heaney (2009), a modelagem numérica de problemas geotécnicos para meios contínuos na indústria e na academia encontra-se dominada pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). A abordagem Lagrangeana clássica do MEF ainda não se encontra bem formulada para o tratamento de problemas de grandes deformações, resultando em problemas de emaranhamento da malha (*mesh entanglement*), como ilustrado na Figura 2.1 (b).

O desenvolvimento óbvio, preservando as bases do MEF, envolve algum tipo de formulação Lagrangeana, com atualização das coordenadas nodais e demais consequências

relacionadas com grandes deformações. Essa atualização Lagrangeana dos elementos resulta em grande distorção da malha, implicando na necessidade de criar uma nova malha para dar continuidade às deformações, como pode ser visto na Figura 2.1 (c) e (d). Durante o processo de criação da nova malha (*remeshing*), todas as variáveis de estado precisam ser mapeadas da malha deformada para a nova malha, o que introduz erros na solução final (Wieckowski *et al.*, 1999).

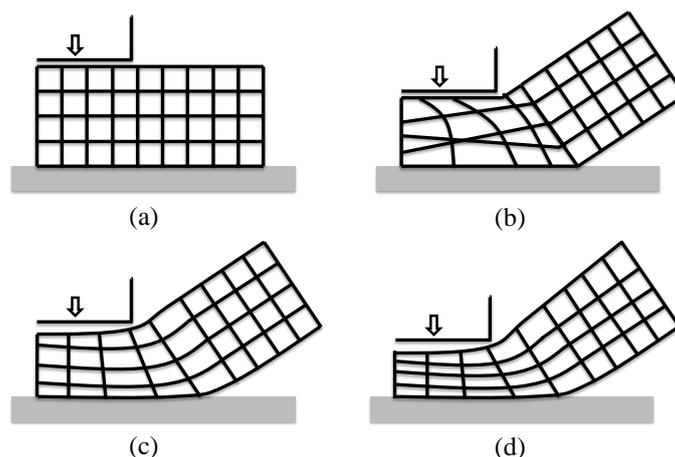


Figura 2.1 Princípios da criação de uma nova malha. (a) Configuração inicial. (b) Grande distorção da malha. (c) e (d) Criação de uma nova malha (modificado de Andersen, 2009)

Embora o MEF Lagrangeano possa apresentar um bom desempenho para problemas complexos, envolvendo sequências de construção e materiais não lineares sob deformações finitas em situações bidimensionais, os problemas se complicam sobremaneira em condições tridimensionais. Questões como a geração da malha e sua regeneração tornam-se difíceis em problemas tridimensionais envolvendo geração de malhas não estruturadas, camadas de diferentes materiais, presença de estruturas e interfaces curvas. Nestas condições o problema torna-se bastante complexo e aumenta o tempo de convergência da solução (Augarde & Heaney, 2009).

## 2.2 MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADOS A GRANDES DEFORMAÇÕES

Para solucionar o problema das grandes deformações, a partir da década de 1980 foram cada vez mais usados vários métodos baseados na ideia de partículas ou pontos independentes de uma malha de cálculo (Augarde & Heaney, 2009). Segundo Wickowski (2004), estes métodos podem ser agrupados como apresentado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 Métodos baseados na partícula também chamados métodos sem malha

<b>Métodos baseados na aproximação de mínimos quadrados ponderados móveis, MWLS (Methods based on the moving weighted least square approximation)</b>	Método generalizado das diferenças finitas sem malha	<i>Meshless (generalized) finite difference method</i>
	Método do elemento difuso	<i>Diffuse element method</i>
	Método do elemento livre Galerkin	<i>Element-free Galerkin method</i>
	Método da partícula livre	<i>Free particle method</i>
	Método ponto finito	<i>Finite point method</i>
	Método de Petrov-Galerkin sem malha local	<i>Local meshless Petrov-Galerkin method</i>
<b>Métodos Kernel (Kernel methods)</b>	Método da integral de contorno	<i>Boundary integral method</i>
	Método da hidrodinâmica das partículas suavizadas	<i>Smoothed particle hydro-dynamics, SPH</i>
<b>Método da partição da unidade (Partition of unity methods)</b>	Método da reprodução da partícula Kernel	<i>Reproducing Kernel particle method</i>
	Método da partição da unidade do elemento finito	<i>Partition of unity finite element method</i>
	Método das nuvens h-p	<i>h-p clouds method</i>
<b>Métodos do ponto na partícula, PIC (Particle in cell method)</b>	MWLS & Método das diferenças finitas	<i>MWLS &amp; finite difference method</i>
	Método do ponto material, MPM	<i>Material point method, MPM</i>
	Método do ponto material generalizado, GIMP	<i>Generalized material point method, GIMP</i>

A maioria destes métodos são aproximações que não precisam da estrutura da malha, e por isso são chamados métodos livres de malha (*mesh free* ou *meshless methods*). A modelagem com este tipo de método precisa apenas de um conjunto de pontos não estruturados que incluam o domínio de interesse. Tais métodos têm como vantagens o refinamento adaptativo simples e a interpolação flexível no domínio deformável. Desta forma, as principais vantagens proporcionadas por esses métodos podem ser resumidas, segundo Li & Liu (2002), assim:

- Podem solucionar, facilmente, problemas de grandes deformações (ver Figura 2.2);
- A conectividade entre os nós é gerada como parte da computação e pode mudar com o tempo;
- O MPM é capaz de importar com maior facilidade a base de dados CAD, quando comparado ao MEF, porque não é necessário gerar a malha;
- Pode-se lidar facilmente com os danos dos componentes, como fratura dos materiais, o que pode ser útil na simulação da ruptura;
- A precisão pode ser controlada de maneira mais fácil, pois as áreas que requerem maior refinamento, simplesmente necessitam de um incremento no número de pontos;
- Podem-se incorporar características de pequena escala (fissuras ou descontinuidades) em função das tensões na macro-escala;
- Finalmente, é possível a representação geométrica mais adequada do modelo.

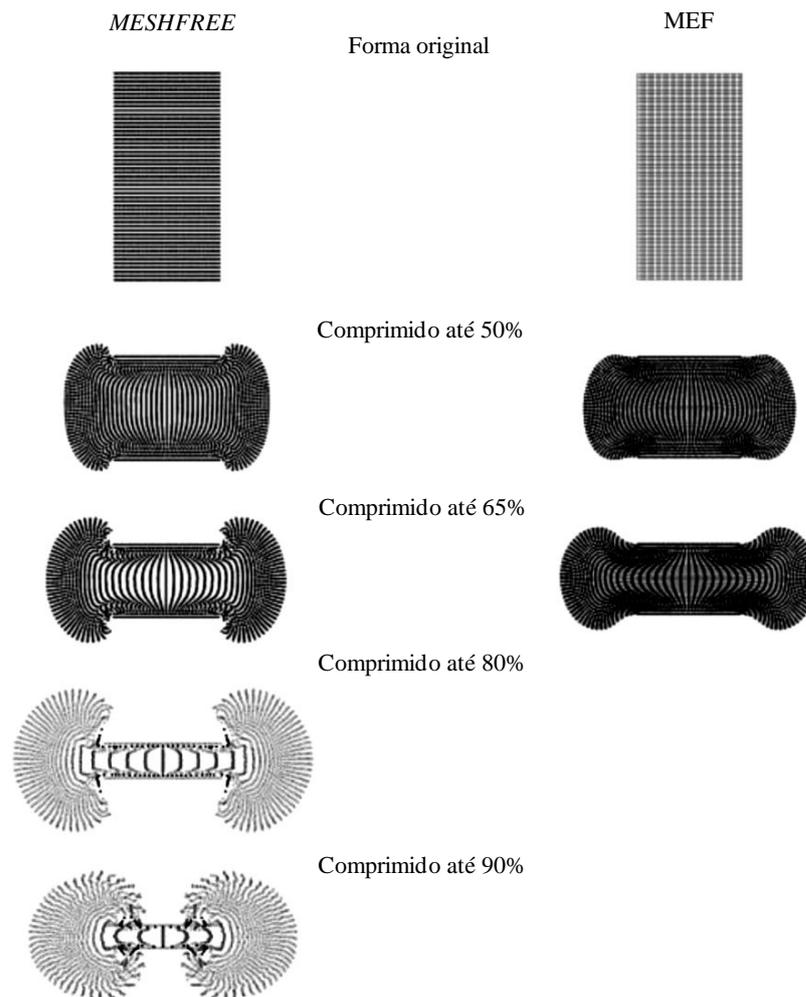


Figura 2.2 Comparação de deformação em diferentes estágios de compressão para um material hyperelástico modelado com MEF e Método do elemento livre Galerkin (Li & Liu, 2002)

### 2.3 EVOLUÇÃO DO MÉTODO DO PONTO MATERIAL (MPM)

Segundo Beuth *et al.* (2007), o MPM teve sua origem na década de 1960 no Laboratório Nacional de Los Alamos (*Los Alamos National Laboratory*), quando foi estudada uma solução para problemas complexos de dinâmica de fluidos, usando uma representação do fluido mediante pontos materiais se movendo através de uma malha fixa (Harlow, 1964). O método original é uma combinação de uma discretização Lagrangiana e Euleriana que não pode lidar com interfaces de deslizamento entre os diferentes materiais, mas possibilita grandes distorções (Raghav, 2005).

### 2.3.1 MÉTODO DO PONTO NA PARTÍCULA, PIC (*PARTICLE IN CELL METHOD*)

A ideia principal do PIC é rastrear os movimentos de um conjunto de pontos materiais, que levam a informação das variáveis de estado, usando uma discretização Lagrangeana do meio. A interpolação dos deslocamentos é feita mapeando os pontos que compõem o corpo usando uma descrição Euleriana (Li & Liu, 2002). Na versão clássica do Harlow (1964) as velocidades são mapeadas da grelha (malha) de fundo para a partícula, mas gerando dissipações de energia. O método foi usado pela primeira vez na dinâmica de fluidos computacional por Brackbill & Ruppell (1986).

#### 2.3.1.1 Método do Ponto Material, MPM

Sulsky *et al.* (1995) aplicaram o método numérico proposto por Harlow (1964) no desenvolvimento de uma extensão para mecânica dos sólidos e chamaram-no de MPM. O método proposto usa uma malha Euleriana que define o espaço de análise (Malha de fundo), e uma discretização Lagrangeana que define o domínio computacional (Pontos materiais), como ilustrado na Figura 2.3.

O conjunto de pontos materiais que compõem o corpo analisado é rastreado através da história de deformação, e estes pontos carregam consigo uma representação da solução na malha Euleriana. Interações entre estes pontos materiais são calculadas projetando as informações que eles carregam para os vértices de uma malha de fundo similar à utilizada no MEF, onde as equações de movimento são resolvidas. Após a resolução destas a informação das variáveis passa dos vértices da malha para os pontos materiais de novo, as velocidades e posições dos pontos materiais são atualizadas e a malha de fundo pode ser descartada. Esse procedimento é repetido para cada incremento de tempo permitindo que um ponto material arbitrário consiga se deslocar de uma célula para outra em todo o domínio definido.

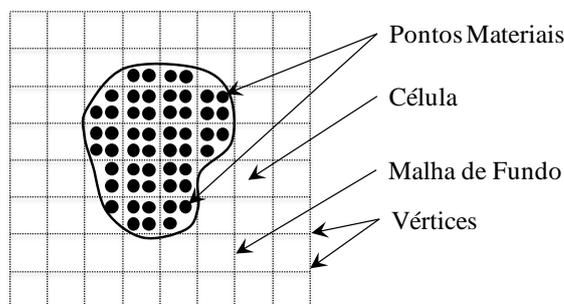


Figura 2.3 Discretização do MPM mostrando os pontos materiais e a malha de fundo

Nas últimas décadas, têm sido propostos vários tipos de métodos baseados em partículas para a discretização espacial de problemas de engenharia. A característica comum destes métodos é que o ponto material, que guarda as informações (tensões, deformações, variáveis internas de endurecimento, etc), se move livremente em relação à malha de cálculo (ou malha de fundo) nos vértices da qual é resolvido o problema discretizado. Isto contrasta com o método dos elementos finitos, no qual as informações são guardadas em pontos de integração (quadratura de Gauss-Legendre, por exemplo) os quais são rigidamente atrelados à malha de elementos finitos, onde a solução é obtida em seus pontos nodais. Em função de não usarem uma malha rígida no sentido acima descrito, quando comparados com os métodos convencionais (MEF, MDF, MEC), estes métodos são chamados de livres de malha (*mesh free*) ou sem malha (*meshless*). Novos métodos, como o MPM, têm sido aplicados a alguns problemas complexos frequentes na prática de engenharia, como os problemas de impacto/contato, propagação de fissuras, indentação e fragmentação (Chen & Brannon, 2002).

### 2.3.1.2 Método do Ponto Material Generalizado, GIMP

A última modificação significativa que teve o MPM está relacionada com a forma variacional ou fraca da equação de conservação, utilizando uma representação suavizada dos pontos materiais na malha de fundo o que soluciona alguns ruídos numéricos associados à formulação do MPM original, principalmente quando os pontos materiais atravessam as bordas da malha de fundo. Essa nova abordagem ficou conhecida como *Generalized Interpolation of Material Point Method* (GIMP) (Bardenhagen & Kober, 2004), aqui traduzido com Método do Ponto Material Generalizado.

Basicamente o GIMP propõe uma mudança das funções de forma suavizadas e estendidas que permitam solucionar o problema numérico (ruído) originado quando uma partícula atravessa os limites de uma célula.

O ruído numérico no MPM original implica em variações não físicas dos pontos materiais, onde a resposta do modelo constitutivo é avaliada, o que pode resultar em cálculo de tensões imprecisas em modelos não elásticos. Estes defeitos diminuem a qualidade da solução, e podem até invalidá-la por completo. Esse ruído, produto da falta de suavidade nas funções de interpolação, é em parte causado pelo fato de que, um ponto material pode atravessar os limites da célula onde ele se encontrava no início do incremento de força/tempo. Este

problema pode ser mitigado, estendendo as funções de interpolação de modo a cobrir o domínio de outras células adjacentes.

O grau de suavização logrado no trabalho de Bardenhagen & Kober (2004) consegue eliminar esse ruído, e é recomendado que o algoritmo do MPM seja utilizado só nos casos de deformações moderadas, definidas na prática como aquelas em que um ponto material não atravessa o limite de uma célula para um intervalo de tempo arbitrário.

Além disso, o uso desta representação suavizada dos pontos materiais permitiu a geração de uma nova família de métodos e técnicas para melhorar tanto os tempos de análise como a precisão dos modelos.

### 2.3.1.3 Desenvolvimentos na eficiência do GIMP

Os desenvolvimentos mais recentes incluem algoritmos para melhorar a precisão e a eficiência do MPM para problemas envolvendo deformações e rotações extremas, dentre estes cita-se o método *Convected Particle Domain Interpolation* (CPDI), exemplificado na Figura 2.4 (Sadeghirad *et al.*, 2011).

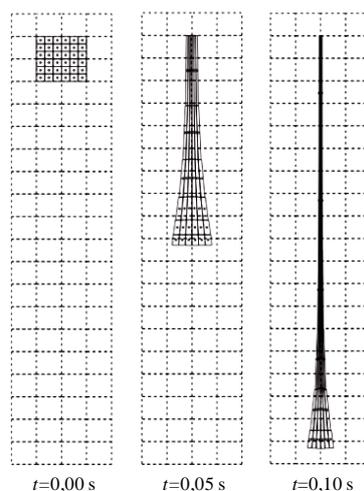


Figura 2.4 Simulações de ensaio de tração para deformações extremas utilizando o método CPDI (Sadeghirad *et al.*, 2011)

Na Figura 2.5 amostra-se o resultado de Karuppiah (2004) que usou uma malha irregular para simular a geração de trincas, procurando reproduzir fenômenos não alinhados com a discretização do meio e melhorando a precisão no cálculo dos parâmetros de fraturamento. Zhang *et al.* (2009) apresentam um algoritmo que resolve o problema de pontos de diferentes materiais contidos em uma mesma célula, além de calcular a aceleração do material nessa célula. Huang *et al.* (2010) observaram que os problemas que envolvem penetração são mais

complicados do que os problemas de contato tradicionais, assim desenvolveram um algoritmo para simular problemas de indentação.

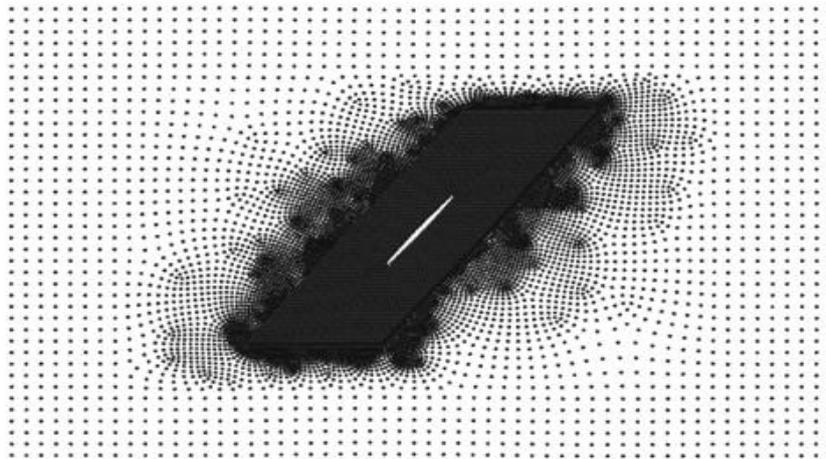


Figura 2.5 Simulação de modelo de trinca usando discretização irregular (Karuppiah, 2004)

Beuth *et al.* (2007) propõem uma análise quase-estática não trabalhando com a idéia de empregar um esquema de tempo de integração explícito, a fim de diminuir o tempo de processamento. Com o mesmo objetivo Shin *et al.* (2010) sugerem a utilização de uma malha dinâmica para ajudar na análise de problemas que envolvam o movimento de um corpo de tamanho finito em condições sem contorno, onde a mudança de posição e a deformação do corpo são desconhecidas inicialmente, tais como deslizamentos e fluxo de detritos (*debris flow*). O objetivo é melhorar o desempenho das rotinas, limitando o domínio de integração nas regiões da malha que contêm pontos materiais, para evitar longo tempo de processamento e armazenamento desnecessário. O autor relata diminuições do tempo de processamento superiores a 90% sem a utilização de processadores em paralelo. Um exemplo é ilustrado na Figura 2.6.

Wieckowski (2011) propõe o método da relaxação dinâmica que permite resolver problemas quase-estáticos adicionando às equações estáticas os termos de inércia e amortecimento na solução do problema dinâmico. A análise dinâmica termina quando a velocidade de aplicação dos carregamentos tende a zero ou é suficientemente pequena.

Recentemente Mast *et al.* (2012) mostraram que alguns resultados não físicos obtidos usando o MPM decorrem não apenas do fato de um ponto material sair do espaço onde foi mapeado, mas também porque o MPM apresenta claramente o fenômeno de bloqueio cinemático (*Kinematic locking*).

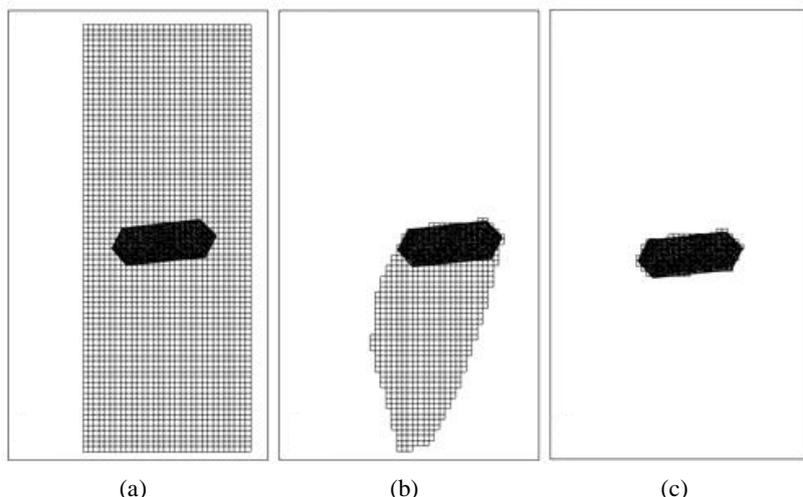


Figura 2.6 Imagens de uma barra em queda livre mostrando três estratégias de gestão de malha diferentes: (a) Alocação estática, (b) Alocação dinâmica sem remoção e (c) Alocação totalmente dinâmica (Shin *et al.*, 2010)

O termo bloqueio cinemático é usado para definir o cálculo de rigidezes artificiais, devido à incapacidade das células da malha de fundo reproduzirem os modos corretos de deformação, o que produz aumentos artificiais na rigidez, originando a diminuições na energia cinemática e deformações (e tensões) erradas. Este fenômeno pode acontecer devido ao uso de funções de interpolação lineares na malha de fundo do MPM. Embora o uso de funções de forma não lineares, como as que Bardenhagen & Kober (2004) usaram no GIMP ou Sadeghirad *et al.* (2011) usaram no CPDI, eliminem muitos resultados não físicos, estas funções não resolvem o problema de bloqueio cinemático. Mast *et al.* (2012) propuseram um algoritmo anti-bloqueio e usaram o exemplo de uma viga em balanço submetida a vibrações para verificar a eficiência deste algoritmo, mostrando a recuperação das tensões cisalhantes ao interior do corpo, como ilustrado na Figura 2.7.

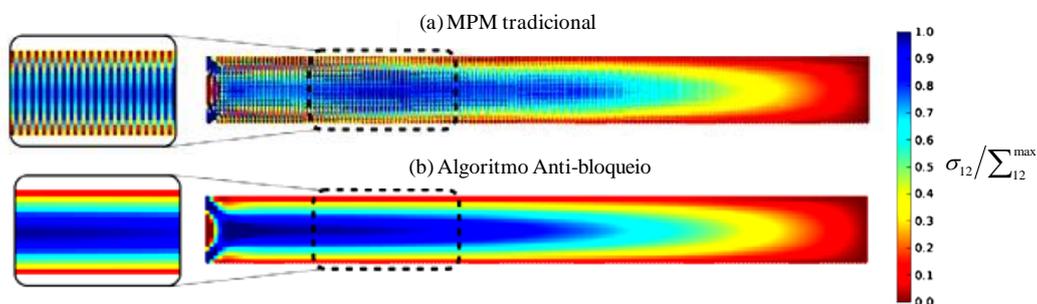


Figura 2.7 Comparação das tensões cisalhantes normalizadas obtidas ao interior de uma barra submetida a vibração usando: (a) MPM tradicional e (b) Algoritmo anti-bloqueio (modificado de Mast *et al.*, 2012)

### 2.3.2 COMPARAÇÃO COM SOLUÇÕES EXISTENTES

Pelo fato do MEF ser um dos métodos numéricos mais utilizados e de grande aceitação no meio da engenharia geotécnica, é conveniente que os resultados obtidos por meio do MPM sejam comparados com MEF, a fim de verificar a semelhança entre resultados, até o nível de deformações que o MEF consegue simular. Deve-se levar em conta que o MEF é mais acurado e eficiente que o MPM para pequenas deformações, em função do mapeamento que tem que ser feito dos pontos matérias para a malha de fundo e vice-versa no MPM (Lian *et al.*, 2012).

Embora o MEF geralmente solucione o problema mais rápido, o MPM tem a vantagem de evitar a geração da malha, sendo assim superior ao MEF, para alguns tipos de problemas que apresentam deformações e contatos extremos (Guilkey & Weiss, 2003). Outra vantagem do MPM em relação ao MEF é que os métodos sem malha produzem soluções mais suaves e não precisam de pós-processamento muito avançado para obter o campo de tensões (Augarde & Heaney, 2009).

#### 2.3.2.1 Modelos mecânicos simples

A Figura 2.8(a)-(b) mostra uma comparação feita entre os resultados de uma viga em balanço simulada com MEF e MPM, a qual foi deformada aumentando seu peso específico. Pode-se observar que não há diferença significativa entre os resultados no primeiro terço da curva, mas o MPM é capaz de prever maiores deslocamentos, já que a rigidez da viga é subestimada (Beuth *et al.*, 2007). Resultados similares são apresentados por Beuth *et al.* (2011), onde a diferença nas curvas é atribuída ao fato do processo de integração no MPM é menos preciso por conta dos elementos de malha parcialmente cheios.

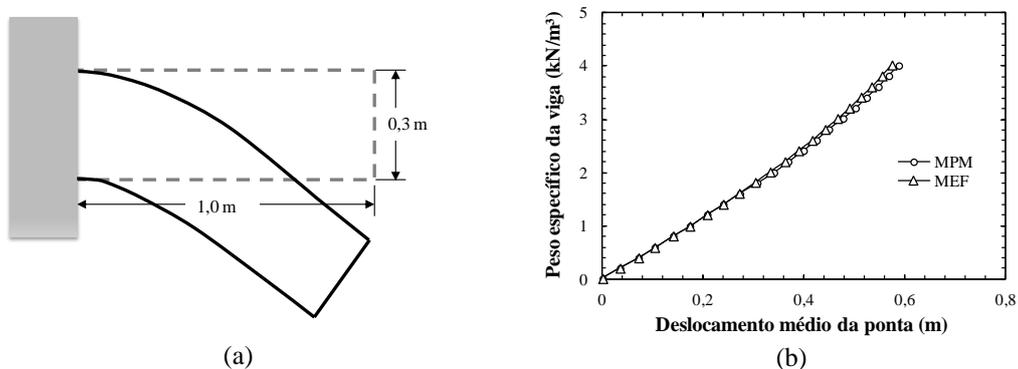


Figura 2.8 Viga em balanço (a) Configuração inicial e final (b) Curva peso-deslocamento vertical (modificado de Beuth *et al.*, 2011)

Zabala (2010) simulou o problema de adensamento de um estrato de solo considerando deformações finitas, e comparou seus resultados com equações analíticas. A coluna de solo foi simulada em condição de deformação plana e drenagem na parte superior, com ilustrado na Figura 2.9(a). Não foi considerado o peso próprio e é usado um carregamento distribuído na parte superior. É possível observar que até uma relação de tensão  $Q/E = 0,4$  (onde  $E$  é o módulo de Young do solo) a solução numérica obtida com o MPM acompanha a solução analítica. Um comportamento similar foi observado por Beuth *et al.* (2007).

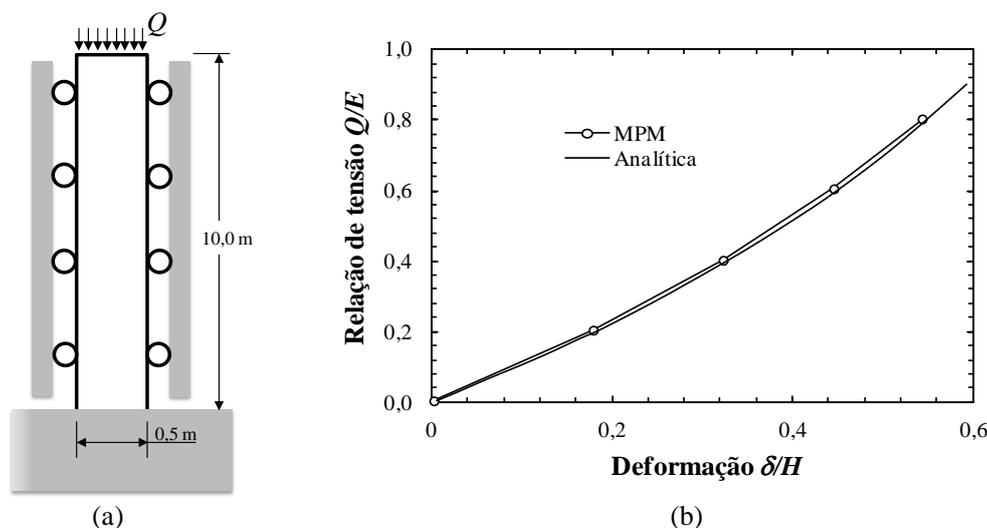


Figura 2.9 Ensaio oedométrico calculado (a) Modelo geométrico (b) Curva numérica e analítica (modificado de Zabala, 2010)

### 2.3.2.2 Recalques em taludes

Outras comparações entre MPM e MEF que podem ser encontradas na literatura referem-se ao problema de recalques em taludes, onde a partir de um talude típico aumenta-se o peso específico do material, para que haja aumento dos níveis de deslocamentos do topo do talude. Na Figura 2.10, pode-se observar que o MPM consegue simular o problema melhor que o MEF, que só consegue acompanhar os recalques até atingir um deslocamento máximo de 25 cm. Os resultados de grandes deslocamentos no pé do talude para pesos específicos superiores a  $\gamma=25 \text{ kN/m}^3$  quando usado o MEF são pouco confiáveis quando não se atualiza a malha (Beuth *et al.*, 2008). Resultados similares foram encontrados por Vermeer *et al.* (2008).

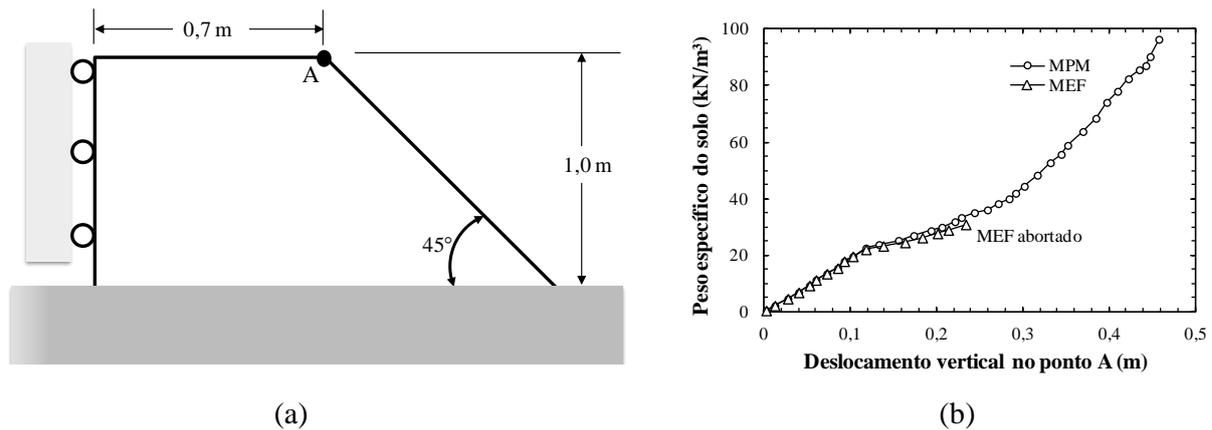


Figura 2.10 Simulação de um talude (a) Modelo geométrico (b) Comparação dos resultados obtidos no MPM e MEF (modificado de Beuth *et al.*, 2008)

### 2.3.2.3 Fundações superficiais

As fundações superficiais são estruturas clássicas na engenharia geotécnica, utilizadas para transmitir carregamentos de diferentes estruturas à superfície do solo ou a pequenas profundidades. Por isso, é natural verificar o desempenho do MPM na simulação deste tipo de configurações. Diferentes autores, como Coetzee (2004) e Zhang *et al.* (2009), comprovaram a eficácia do método na simulação deste problema, verificando a distribuição de tensões na massa do solo e obtendo diferenças menores que 6% quando comparadas com a solução analítica. Também obtiveram boa concordância nas deformações quando comparadas com outras soluções numéricas. Foi evidenciada também uma dissipação energética menor no MPM (Zhang *et al.*, 2009), devido a subestimações na rigidez no modelo com MPM.

Ma (2002) também obteve bons resultados simulando este tipo de configuração, utilizando um maior nível de discretização nos pontos materiais próximos da aplicação do carregamento e buscando diminuir o tempo de análise, verificou a superioridade do GIMP para simular grandes deformações, como ilustrado na Figura 2.11. Raghav (2005) também verificou a superioridade numérica para grandes deformações do MPM num modelo em 3D, considerando também diferentes níveis de discretização.

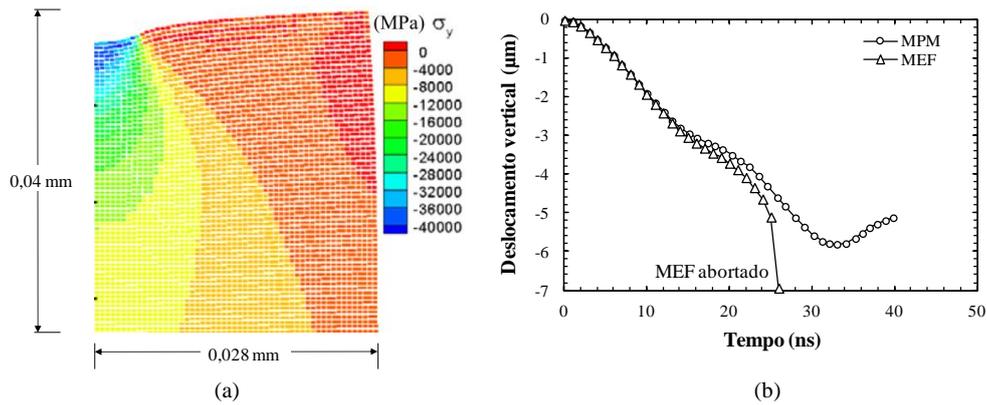


Figura 2.11 Carregamento superficial (a) Modelo geométrico de MPM deformado (b) Deslocamento vertical calculado usando MEF e MPM (modificado de Ma, 2002)

**2.3.2.4 Modelos com descontinuidades**

Uma das áreas de engenharia de grande complexidade é a avaliação de dano em problemas envolvendo fratura e separação de partes. O trabalho de Karuppiyah (2004) mostra os resultados obtidos para um modelo de tensão com fraturamento, ilustrado na Figura 2.12 (a), superando problemas da orientação do defeito ao empregar um modelo de discretização regular. Este problema também foi tratado, porém sem muito sucesso, nos trabalhos de Daphalapurkar *et al.* (2007) e Guo & Nairn (2006) que usaram uma malha regular. Os resultados obtidos usando o MPM apresentaram boa concordância com um modelo de MEF similar, como ilustrado na Figura 2.12 (b).

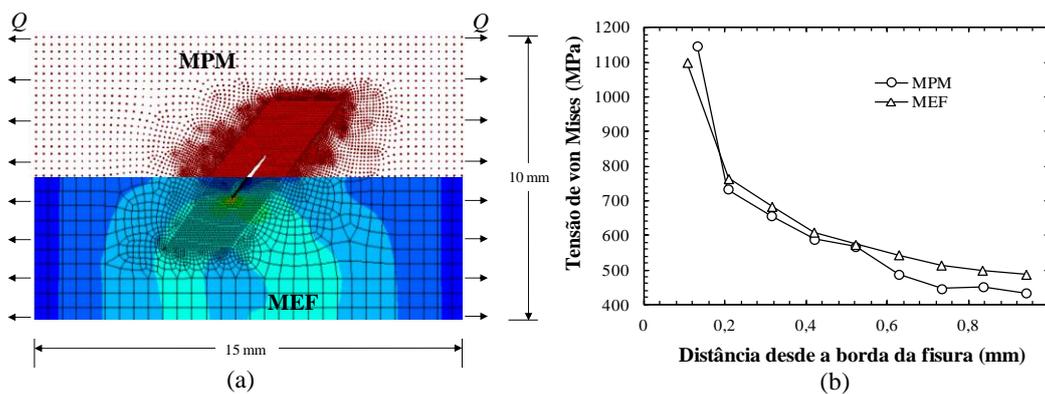


Figura 2.12 Modelo de tensão em  $t = 4\mu s$  (a) Discretização usando MPM e MEF (b) Distribuição de tensões ao longo da linha de fratura, perto da borda (modificado de Karuppiyah, 2004)

**2.3.2.5 Simulação de problemas de indentação**

Finalmente destaca-se o trabalho de Ma (2002) e Raghav (2005) que procuram validar seus modelos de refinamento de malha em distintos níveis, simulando casos de nano-indentação,

cravando uma cunha (deformação plana) e um cone (tridimensional), respectivamente. No modelo de Ma (2002) a área embaixo da cunha, onde são esperados grandes gradientes de tensões é muito mais refinada, e a cravação acontece com a aplicação de uma velocidade prescrita na cunha. A máxima profundidade de penetração foi de 450 nm aproximadamente.

Os resultados obtidos para tensões normais e cisalhantes usando GIMP e MEF concordam muito bem apresentando uma diferença de 4,4%. Também é possível notar que a solução calculada ao utilizar o MEF é muito mais suave, devido aos diferentes níveis de discretização usados no GIMP procurando diminuir o tempo de análise, como se pode ver na Figura 2.13.

No trabalho de Raghav (2005) foi possível observar que o modelo de MEF também consegue uma solução mais suave, mas quando a malha atingiu deformações excessivas o modelo colapsou, enquanto o modelo de GIMP conseguiu atingir uma profundidade de penetração 30% maior que o MEF. Além disso, a diferença de resultados das tensões obtidas para o mesmo carregamento no GIMP e MPM nunca ultrapassou 10%. A recomendação do autor para diminuir o ruído dos resultados foi reduzir a taxa de penetração e utilizar um tipo de amortecimento artificial (amortecimento numérico).

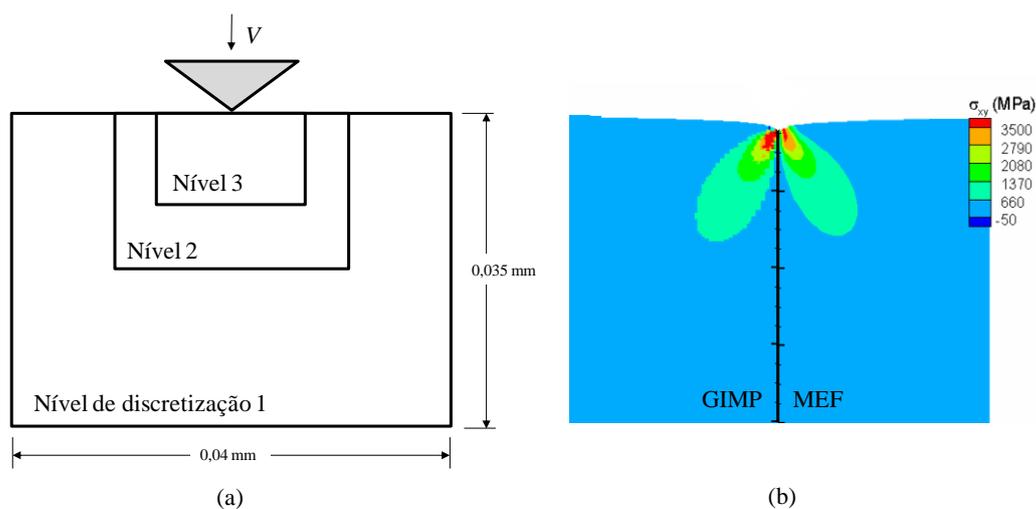


Figura 2.13 Nano-Indentação (a) Modelo geométrico a diferentes níveis de discretização (b) Comparação de tensões cisalhantes usando GIMP e MEF (modificado de Ma, 2002)

Para concluir sobre a diferença entre MPM/GIMP e o MEF, Wieckowski (2004) menciona que o MPM é uma ferramenta suficientemente robusta para análises de problemas complexos como a ruptura de muros de contenção e problemas de contato entre materiais granulares e por meio desta ferramenta podem-se resolver, de forma relativamente fácil, os problemas que normalmente não são resolvidos com o MEF. Entretanto é preciso notar que o MPM avalia

um campo de tensões menos preciso que o MEF, no caso em que os dois métodos consigam lidar com o problema, e que o MPM para problemas bidimensionais toma mais tempo de análise, mas para problemas tridimensionais parece ser mais competitivo quando comparado ao MEF.

### 2.3.3 APLICAÇÕES DO MPM NA GEOTECNIA

Na revisão bibliográfica realizada, foi possível identificar seis principais aplicações em geotecnia, onde o MPM tem bom desempenho como método numérico, que são: simulação de empuxos ativos e passivos, estabilidade de taludes, encostas e barragens, problemas de indentação, arrancamento de ancoragens, aterros reforçados com geossintético e propagação de fissuras. A seguir são ilustrados alguns resultados.

#### 2.3.3.1 Empuxos ativos e passivos

A Figura 2.14 mostra os resultados dos empuxos passivos gerados num muro de contenção. O muro é considerado completamente rugoso, por isso o solo na frente está colado à parede, e a cunha de solo por trás do muro está sendo comprimida, ou seja, sujeita a empuxo passivo. É possível observar que o solo no topo do muro sofreu expansão ou dilatância. Zonas de tensões cisalhantes (*shear bands*) se desenvolvem na zona passiva e abaixo do muro, uma terceira zona de tensões cisalhantes a partir do topo do muro é gerada no final da simulação. As grandes deformações provocam que o elevação do na frente da parede e em consequência ocorre um aumento no empuxo do solo. Por último foi demonstrado que as tensões calculadas na frente do bloco coincidem bem com as calculadas com a solução analítica de empuxos de solo (Beuth *et al.*, 2011). Análises similares foram feitas por Coetzee (2004), Vermeer *et al.* (2008) e Zhang *et al.* (2009).

Wickowski (2004) simula um muro de contenção de concreto que perde sua estabilidade ao tombamento e gira entorno à base. Na Figura 2.15 pode-se identificar que a superfície de ruptura começa na base do muro e se propaga até atingir o topo do material granular. Observa-se também que o problema de contato entre o muro e o solo nas proximidades da estrutura de contenção, no instante da queda, é solucionado sem dificuldades. Vermeer *et al.* (2008) e Wieckowski (2011) têm trabalhos similares a esse.

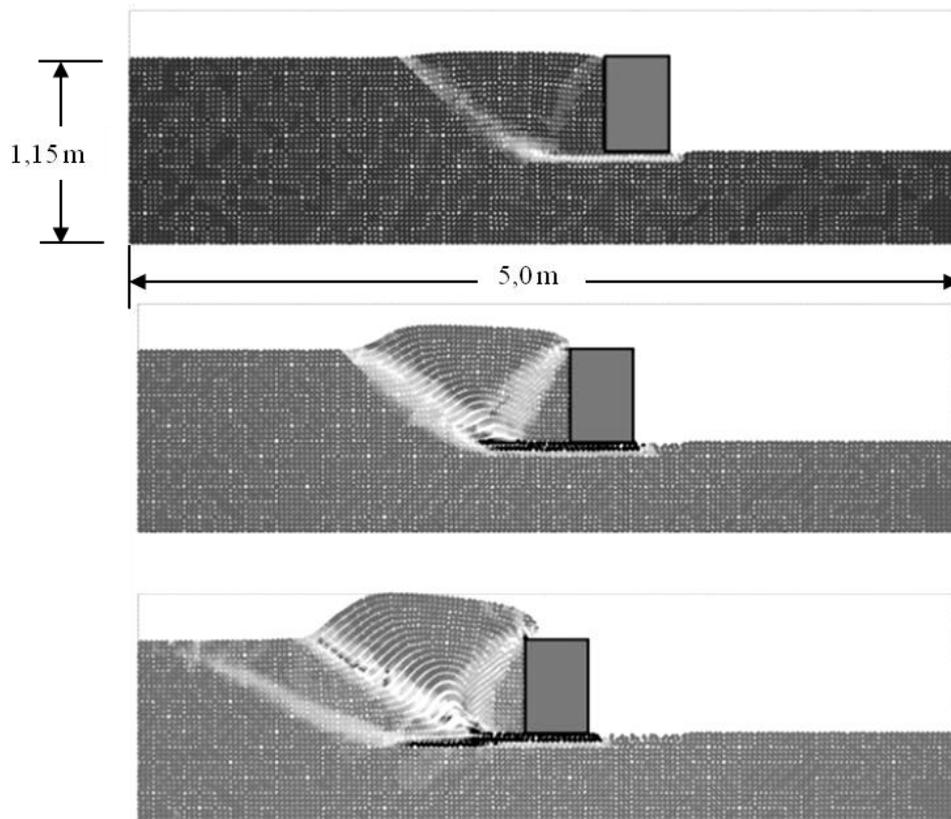


Figura 2.14 Deformação e tensões cisalhantes incrementais depois do movimento do muro de 0, 300 e 600 mm (modificado de Beuth *et al.*, 2011)

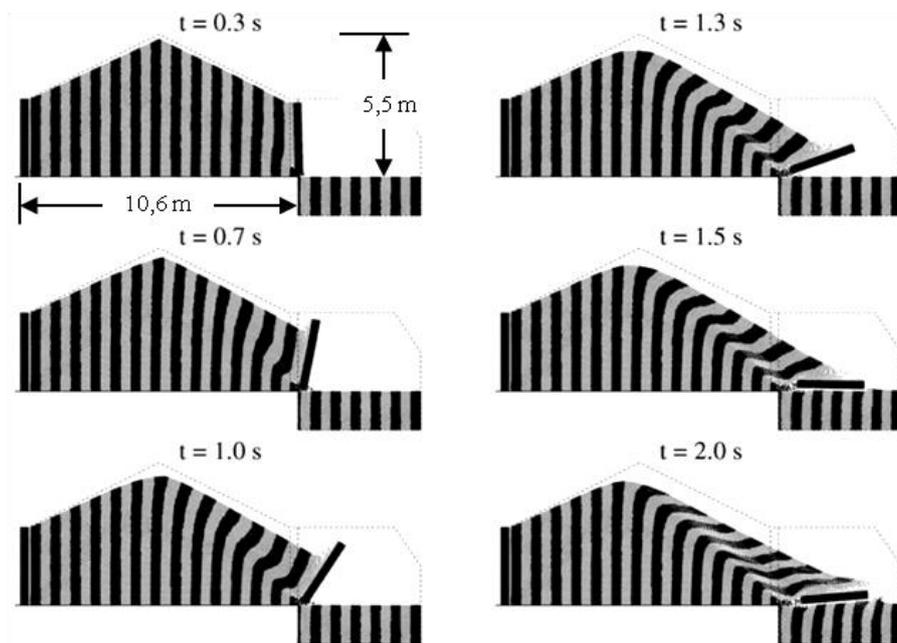


Figura 2.15 Etapas de deformação da ruptura de um muro de contenção (modificado de Wickowski, 2004)

### 2.3.3.2 Descontinuidades, trincas e fissuramentos

Na área de modelagem de trincas e fissuramentos, destacam-se os trabalhos de Karuppiah (2004) que desenvolveu um modelo em 2D com malha irregular que permitisse a geração de fraturas em qualquer direção, sem a utilização da discretização tradicional de células quadradas. Guo & Nairn (2006) desenvolveram um algoritmo em 3D que resolve tensões dinâmicas e fraturamento de meios, para fissuras explícitas. O modelo exposto mostra eficiência e soluções precisas para modelos tridimensionais de fraturamento dinâmico quando comparado com modelos em MEF, MDF e MEC. Daphalapurkar *et al.* (2007) apresentam a implementação de um modelo de zona coesiva com GIMP para simular a propagação de fissuras em materiais dúcteis e do tipo frágil, adotando um modelo de discretização em diferentes níveis.

### 2.3.3.3 Recalques em aterros

Zhou *et al.* (1999) usaram o MPM para simular a resposta de um aterro reforçado com geomembrana submetido a carregamentos quase-estáticos. O modelo buscava na solução numérica do comportamento da geomembrana quando sofre o fenômeno de subsidência. O modelo considerado aplicou o carregamento externo utilizando o peso próprio do material de aterro para diferentes condições de carregamento. Para induzir o fenômeno de subsidência, um solo muito mole foi introduzido logo abaixo da geomembrana, como ilustrado na Figura 2.16. Tanto para o aterro como para o solo de fundação foi usado um material elastoplástico do tipo Druker-Prager e a geomembrana foi assumida como do tipo Von Mises. Para verificar a resposta obtida com o modelo numérico só a resposta elástica foi apresentada. As deformações e tensões axiais máximas para a geomembrana, calculadas no modelo numérico foram 6% e 10 MPa, respectivamente, quando as soluções analíticas foram 27% e 28,5 MPa.

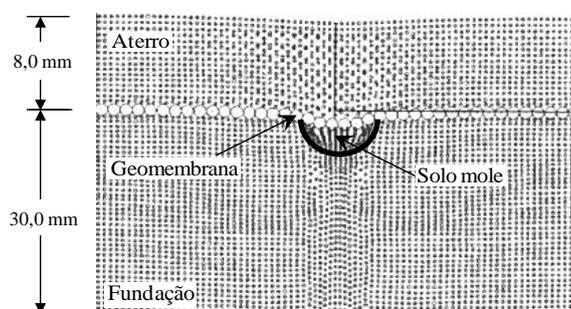


Figura 2.16 Modelo geométrico do e discretização do fenômeno de subsidência num aterro reforçado com geomembrana usando MPM (modificado de Zhou *et al.*, 1999)

### 2.3.3.4 Estabilidade de encostas e taludes

Um dos problemas da geotecnia que envolve grandes deformações e que tem grande impacto na sociedade são os deslizamentos de taludes e encostas. Nesta área, Numada *et al.* (2003) estudaram o efeito de uma barreira rígida a jusante do deslizamento e sua influência na distância que a massa de solo mobilizada escorrega após atingir o obstáculo. O estudo considerou a variabilidade espacial da massa de solo, e mostrou a capacidade do MPM tridimensional para descrever fluxos de matérias em grandes distancias, assim como a eficácia de barreiras na diminuição da energia do fluxo, refletida na distância atingida pelo deslizamento.

Um trabalho similar foi desenvolvido por Shin *et al.* (2010) que usando um algoritmo de otimização para geração dinâmica de malha, simularam o fluxo de detritos com diferentes configurações de aterros de material erosível como obstáculo do deslizamento (ver Figura 2.17).

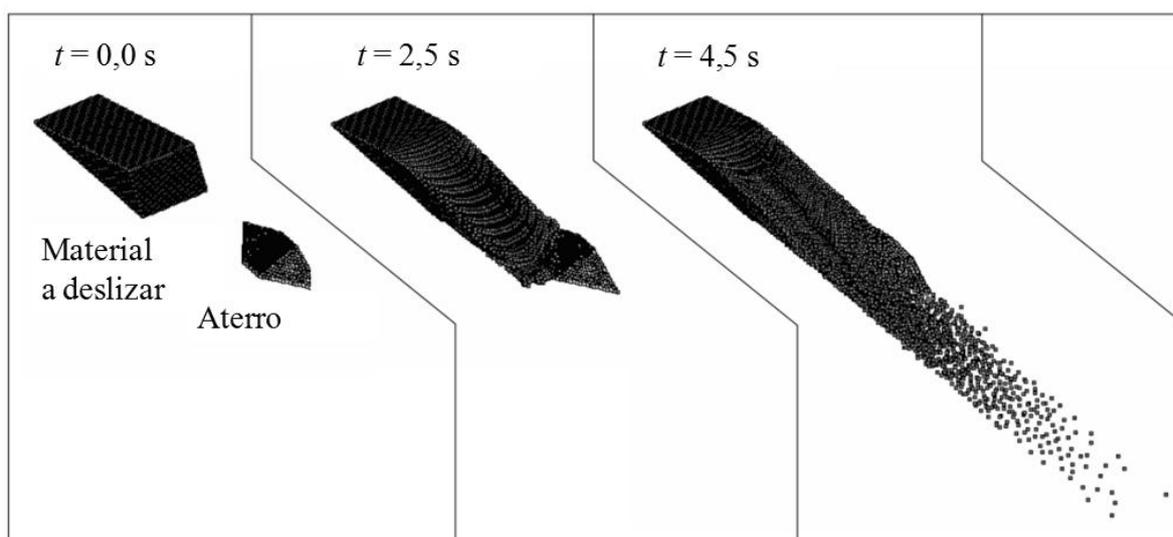


Figura 2.17 Sequência de fluxo de materiais ativado com aterro erosível como obstáculo (modificado de Shin *et al.*, 2010)

Os trabalhos de Andersen & Andersen (2009 e 2010) em estabilidade de encostas levaram em conta a interação entre diferentes corpos usando um algoritmo de contato com atrito. Modelos bidimensionais de encostas reais foram empregados usando modelos de GIS (sistemas de informação geográfica), e o efeito da chuva também foi simulado como uma perda na coesão e aumento no peso próprio do material. O modelo numérico amostra que a interação entre diferentes materiais foi introduzida sem maiores problemas, o que permite a

simulação da interação entre o material mobilizado e edificações, como ilustrado na Figura 2.18. Também foi demonstrado que a discretização influi na resposta do modelo, e que para uma discretização mais refinada é possível modelar comportamentos locais tais como separação de material devido a forças inerciais, e rupturas locais causadas pela interação com outros materiais. Observações em campo foram feitas e as comparações com a simulação numérica mostraram concordância qualitativa e quantitativa. O MPM permitiu também fazer uma análise paramétrica que permitisse entender o comportamento dinâmico do solo em função dos parâmetros de resistência quase-estáticos,  $c$  e  $\phi$ .

Os resultados mais recentes em estabilidade de taludes são apresentados por Lian et al. (2012). Os autores combinaram MPM e FEM, desenvolvendo o método chamado de AFEMP (*Adaptive Finite Element Material Point Method*) e descrevem melhoras nos tempos de computação.

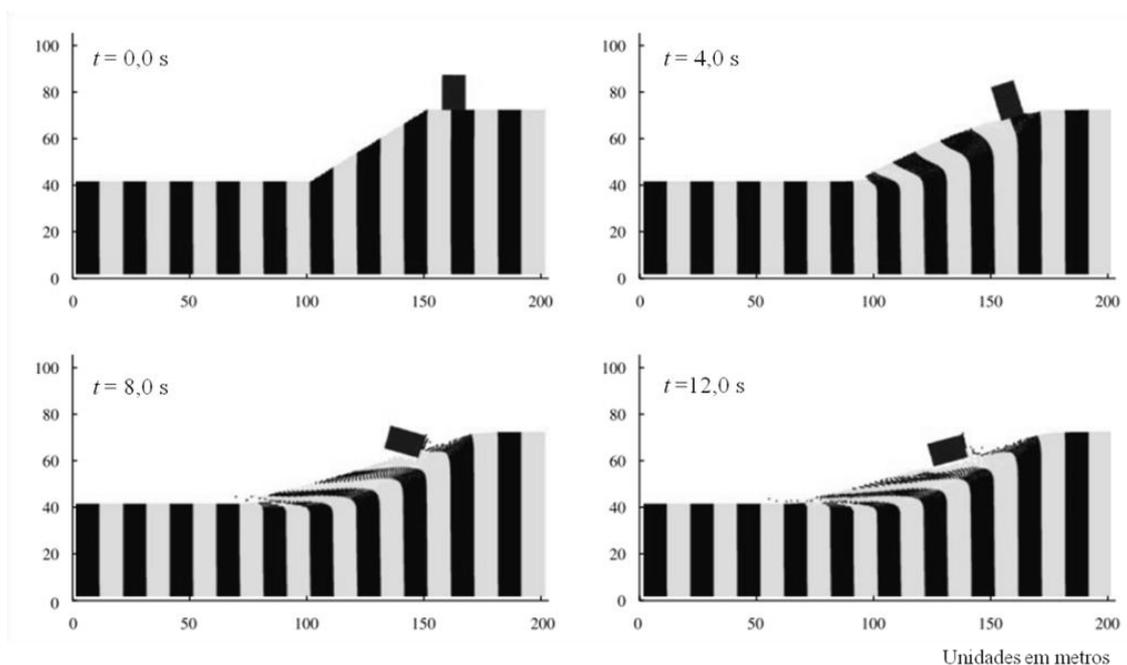


Figura 2.18 Evolução da ruptura de um talude de 20,0 m de altura (modificado de Andersen & Andersen, 2010)

### 2.3.3.5 Fundações sobre solos moles

A maior parte dos casos de ruptura de barragens no mundo envolve estruturas para armazenamento de resíduos de mineração. Por essa razão Zabala (2010) estudou a ruptura da barragem de rejeitos de Aznalcóllar, a qual teve um colapso na sua fundação, gerado pela construção continuada durante muitos anos da barragem. A simulação em MPM permitiu

modelar todo o processo construtivo, e sem fazer nenhuma suposição sobre a profundidade e forma da superfície de deslizamento, a modelagem matemática reproduziu a ruptura de uma forma natural.

Na Figura 2.19 (a) é possível notar que a construção da barragem gerou uma superfície deslizamento horizontal embaixo dela, que foi evoluindo até o pé do talude a jusante e a montante, até atingir o depósito de rejeitos. Ao comparar o levantamento com o resultado obtido utilizando o modelo numérico de MPM, ilustrado na Figura 2.19 (b), é possível notar a grande similaridade entre as linhas das cunhas formadas na ruptura da barragem real e simulada.

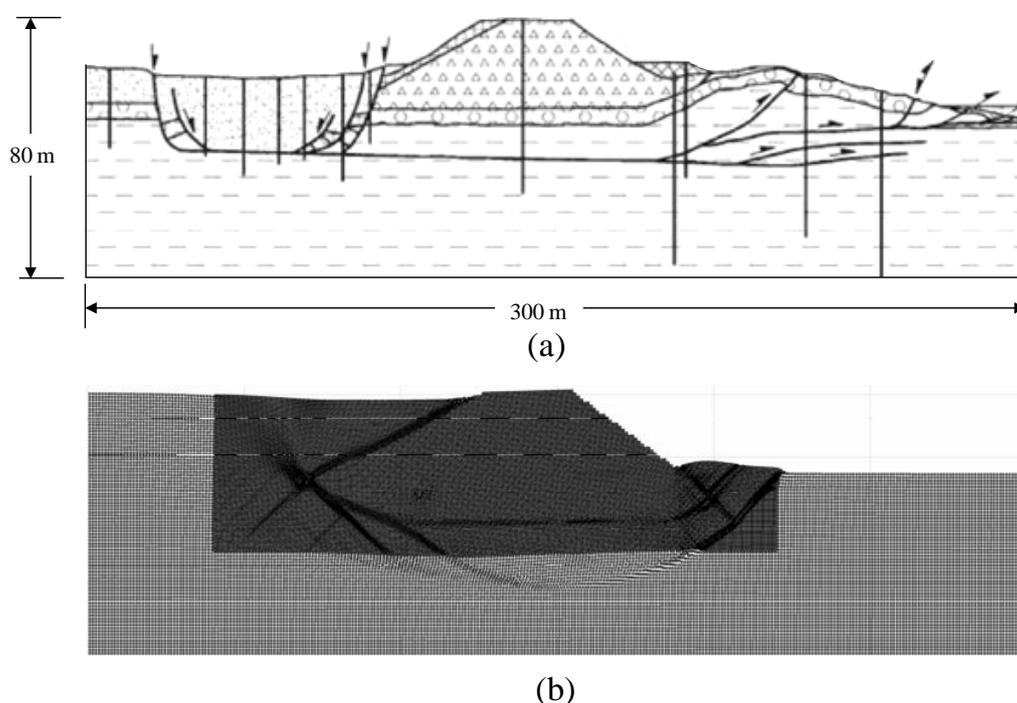


Figura 2.19 Barragem de rejeitos de mineração de Aznalcóllar (a) Levantamento das superfícies de deslizamento após a ruptura da barragem (b) Modelo matemático em MPM das deformações obtidas (modificado de Zabala, 2010)

### 2.3.3.6 Arrancamento de ancoragens

Outro problema geotécnico onde estão presentes grandes deformações é o ensaio de arrancamento de ancoragens. Coetzee *et al.* (2005) mostraram a capacidade do MPM para modelar este tipo de problemas, levando em conta um algoritmo especial de contato, mas sem a utilização de elementos adicionais na interface.

O estudo foi desenvolvido para arrancamento de ancoragens verticais e inclinadas a 45°, como ilustrado na Figura 2.20. Este tipo de estrutura tem uma grande dificuldade para se modelar usando o MEF, onde é preciso utilizar elementos adicionais de interface entre o solo e a ancoragem. O modelo constitutivo de *Mohr-Coulomb* foi usado, mas o modelo de *Druker-Prager* conseguiu reproduzir uma mudança mais suave entre o estado elástico e plástico. A capacidade última da ancoragem arrancada a 45° encontra-se na faixa de 10% de erro quando comparada com valores medidos experimentalmente, enquanto os resultados da ancoragem arrancada verticalmente encontram-se na faixa de erro de 5%, como mostram os resultados na Figura 2.21,

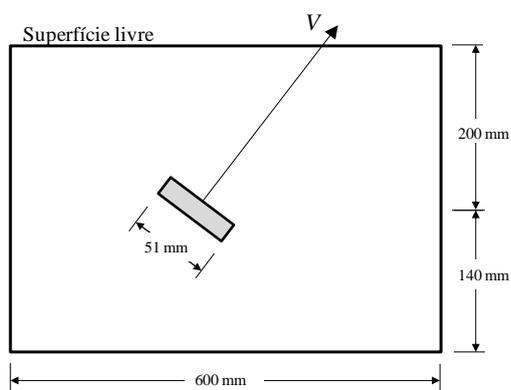


Figura 2.20 Modelo geométrico de ancoragem inclinada a 45° (Coetzee *et al.*, 2005)

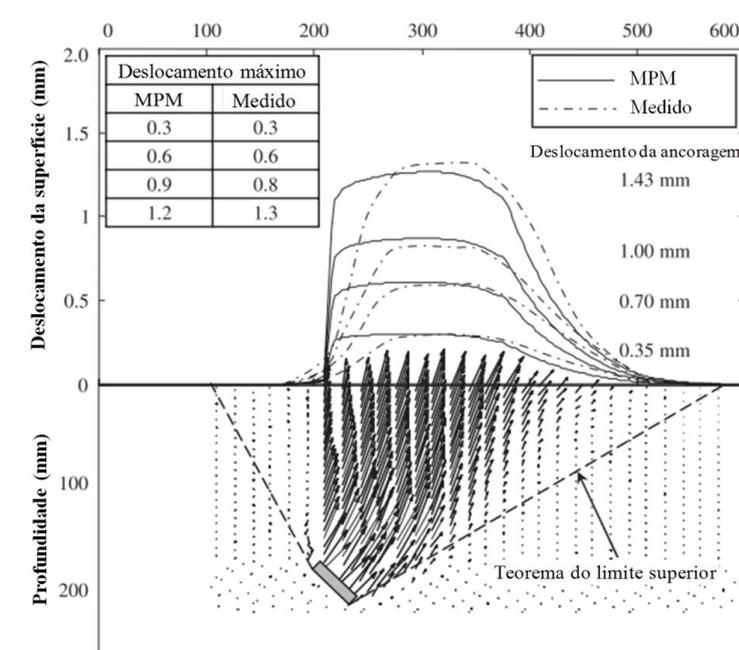


Figura 2.21 Resultados numéricos e experimentais do ensaio de arrancamento (modificado de Coetzee *et al.*, 2005)

### 2.3.3.7 Cravação de estacas

Finalmente, (Wickowski, 2004) descreve um dos poucos casos na literatura sobre indentação na geotecnia utilizando o MPM, referente ao problema de cravação de estacas. Para tanto o autor impôs a velocidade constante no topo da estaca e considerou um modelo constitutivo viscoplástico para o solo e elástico para a estaca. Na Figura 2.22 são mostrados diferentes estágios do processo de deformação do solo.

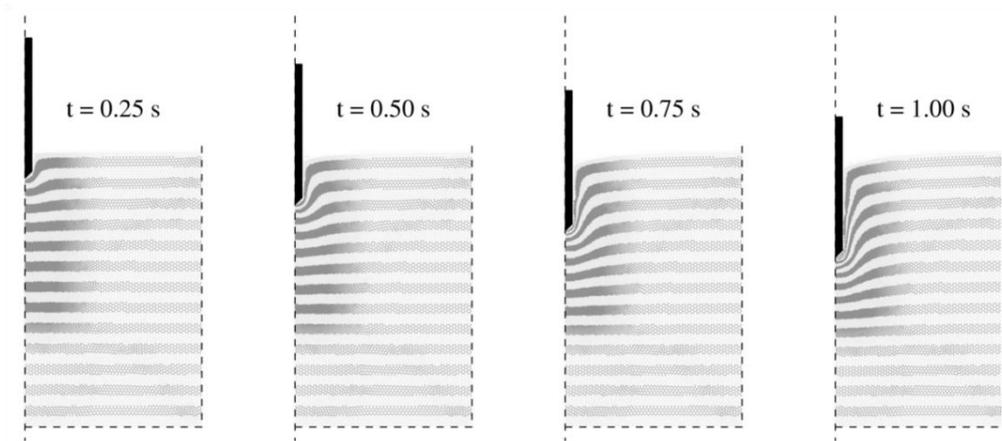


Figura 2.22 Problema de cravação de estaca (Wickowski, 2004)

### 3. ENSAIO DE PENETRAÇÃO DE CONE

O ensaio de cone de penetração por queda livre foi desenvolvido na Escandinávia, como um método rápido para a caracterização de solos coesivos. O ensaio consiste em colocar um cone metálico verticalmente com a ponta fazendo um leve contato na superfície horizontal da argila. O cone é solto e a profundidade atingida após a penetração é medida. O ensaio é muito simples de realizar e toma pouco tempo.

#### 3.1 GENERALIDADES

Inicialmente o ensaio era usado como um meio de classificar materiais, e os resultados eram utilizados para estabelecer propriedades índice que permitissem a comparação entre solos sem que o resultado estivesse relacionado a um modelo fundamental de comportamento (Hazell, 2008).

O método original para a interpretação de ensaios de queda de cone foi proposto pela Comissão Geotécnica para Ferrovias Estatais da Suécia (*The Geotechnical Commission of the Swedish State Railways*, 1922). A GCSSR definiu o limite de liquidez de uma argila remoldada como sendo a umidade para a qual um cone com massa de 60 g e ângulo de ponta de 60° conseguisse penetrar 10 mm, sob queda livre. O limite de liquidez,  $w_L$ , assim obtido tem como principais vantagens sobre o método de Casagrande, o fato de ser um ensaio muito mais simples, e independente do equipamento usado e do operador (Leroueil & Le Bihan, 1996).

Após a proposta da GCSSR, metodologias similares foram desenvolvidas em outros países, para estimar o limite de liquidez com o ensaio de queda de cone. A Tabela 3.1 resume os principais métodos adotados em diversos países e suas características.

Tabela 3.1 Características dos métodos propostos para determinação do limite de liquidez usando a queda de cone (modificado de Koumoto & Houlsby, 2001)

Pais/Publicação	Angulo da ponta (°)	Massa do cone (g)	Profundidade de penetração no limite de liquidez (mm)
Suécia	60	60	10,0
Canadá	60	60	10,0
Japão	60	60	11,5
Índia	31	148	25,4
UK	30	80	20,0
Nova Zelândia	30	80	20,0
França	30	80	17,0
China	30	76	17,0
USRR	30	76	10,0
Instituto de Tecnologia da Geórgia	30	75	10,0

O cone usado como referência para este trabalho é o cone britânico descrito na norma BSI 1377-2 (1990) que hoje é um dos ensaios mais comuns de serem usados.

## **3.2 USO DO CONE DE PENETRAÇÃO PARA DETERMINAR A RESISTÊNCIA NÃO DRENADA DE ARGILAS**

Embora as normas britânicas definam o limite de liquidez de forma arbitrária em termos de uma profundidade de penetração específica do cone, o ensaio é equivalente a determinar o teor de umidade para o qual o solo tem uma determinada resistência. Isso porque o resultado do ensaio de queda do cone, depende principalmente da resistência não drenada  $s_u$  no limite de liquidez que é de aproximadamente 1,7 kPa (Wood & Wroth, 1978).

Houlsby (1982) fez uma análise dinâmica do ensaio e verificou que o fator mais importante que afeta os resultados do ensaio é a rugosidade do cone. Ele também observou que esta abordagem estimava resistências maiores que as obtidas nos ensaios de laboratório. Por isso é necessária a introdução do efeito da resistência dinâmica, que junto com os demais fatores envolvidos no fenômeno são levados em conta no estudo feito por Koumoto & Houlsby (2001). Esses resultados são mostrados a seguir, considerando ainda a contribuição de Hazell (2008) que definiu um parâmetro que relaciona a resistência não drenada estática e dinâmica obtidas neste ensaio.

### **3.2.1 ANÁLISE ESTÁTICA**

O problema de penetração de um cone sob efeito do seu próprio peso pode ser investigado em uma primeira aproximação por meio de uma análise quase-estática. Nesta análise assume-se que à medida que o cone penetra, o solo é deslocado e a superfície livre inicialmente horizontal é distorcida, elevando em torno do cone. Os efeitos das mudanças de posição da superfície do solo são levados em conta de uma forma aproximada, assumindo-se uma superfície plana como ilustrado no lado direito da Figura 3.1.

Considera-se que a penetração acontece de modo suficientemente rápido para assumir condições não drenadas do meio e que as deformações plásticas são suficientemente grandes e o nível de tensões normais muito baixo, justificando a adoção de um modelo constitutivo rígido perfeitamente plástico e o solo puramente coesivo (von Mises). Como o solo usado no ensaio é geralmente remoldado, não é considerada a sensibilidade da argila (não há perda de resistência não drenada com as deformações cisalhantes).

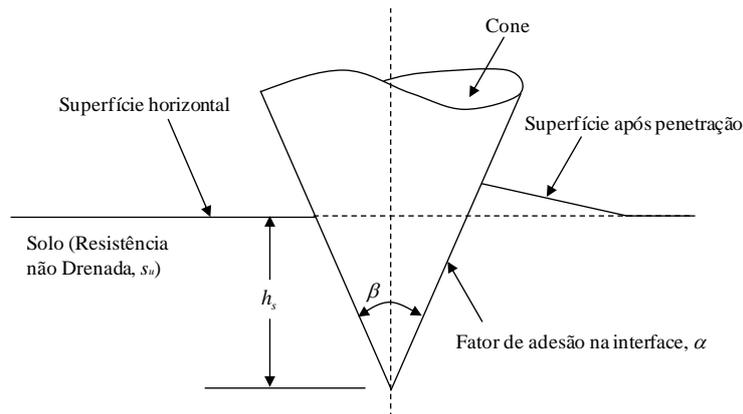


Figura 3.1 Esquema da penetração do cone

A geometria do cone é descrita simplesmente por duas variáveis: o ângulo do cone  $\beta$  e a profundidade de penetração  $h_s$ . A força vertical aplicada é o peso do cone  $Q$ , e as propriedades do solo são dadas pela resistência não drenada,  $s_u$ , e o peso específico,  $\gamma$ . As propriedades de resistência na interface entre o solo e a superfície do cone são especificadas pela adesão  $a_u$  ( $0 \leq a_u \leq s_u$ ). Uma análise dimensional simples mostra que o carregamento, a geometria e os parâmetros de resistência se relacionam por meio de uma expressão geral do tipo:

$$\frac{Q}{s_u h_s^2} = f\left(\frac{\gamma h_s}{s_u}, \beta, \alpha\right) \quad (3.1)$$

onde  $\alpha$  é a relação entre o fator de adesão e a resistência não drenada  $a_u/s_u$ . Numa análise plástica considerando o peso próprio do material argiloso, a resistência adicional é simplesmente igual ao peso do solo deslocado, a Eq. (3.1) fica:

$$\frac{Q}{s_u h_s^2} = f(\beta, \alpha) + \frac{\pi \tan^2(\beta/2)}{3} \frac{\gamma h_s}{s_u} \quad (3.2)$$

Houlsby (1982) demonstrou que a contribuição do peso próprio de um solo típico para a resistência é muito pequena (1,5% para um cone de  $30^\circ$  e 80g), e por isso os efeitos do peso do solo são ignorados nos cálculos a seguir. A resistência não drenada então é uma função do ângulo do cone e da rugosidade da parede.

Por outro lado, usando-se análise plástica limite (Teorema do Limite Superior) para determinação da capacidade de carga solo coesivo sujeito ao peso de um cone de penetração estático, pode-se expressar a carga limite  $Q = mg$  como:

$$Q = N_{ch} s_u A = N_{ch} s_u \pi \tan^2(\beta/2) h_s^2 \quad (3.3)$$

onde  $N_{ch}$  é o fator da capacidade de carga do cone. Das Equações (3.2) e (3.3), obtém-se:

$$F^* = f(\beta, \alpha) = \pi N_{ch} \tan^2(\beta/2) \quad (3.4)$$

e o problema pode se expressar então em termos de como determinar  $N_{ch}$  em função de  $\beta$  e  $\alpha$ .

### 3.2.1.1 Determinação do $N_{ch}$

Para a determinação do parâmetro  $N_{ch}$ , Hazell (2008) usou um código de elementos finitos (MEF) para analisar a penetração quase-estática de um cone rígido numa amostra de argila, variando os parâmetros  $\alpha$  (fator de adesão) e  $\beta$  (ângulo do cone). O modelo geométrico consistiu numa abordagem bidimensional axissimétrica. Para manter a precisão dos resultados com as grandes deformações Hazell (2008) usou uma técnica de malha auto-adaptativa cada vez que as deformações atingiam valores inadmissíveis.

Para o solo foi usado um modelo elastoplástico com critério de ruptura de Tresca e lei de fluxo associado, e adotou-se um modelo de interface para simular o efeito da adesão. Variando-se o fator de adesão da interface entre zero e um, é possível simular desde um cone totalmente liso até uma superfície do cone rugosa com adesão igual à resistência não drenada do solo. Os resultados obtidos encontram-se na Figura 3.2.

Os resultados de  $N_{ch}$  de Hazell (2008) apresentam boa concordância com os obtidos por Koumoto & Houlsby (2001) utilizando o método das linhas características (Sokolovskii, 1965), mas foram considerados os primeiros já que estes incluem uma análise mais completa que não leva em conta simplificações no deslocamento do material na medida em que a penetração acontece.

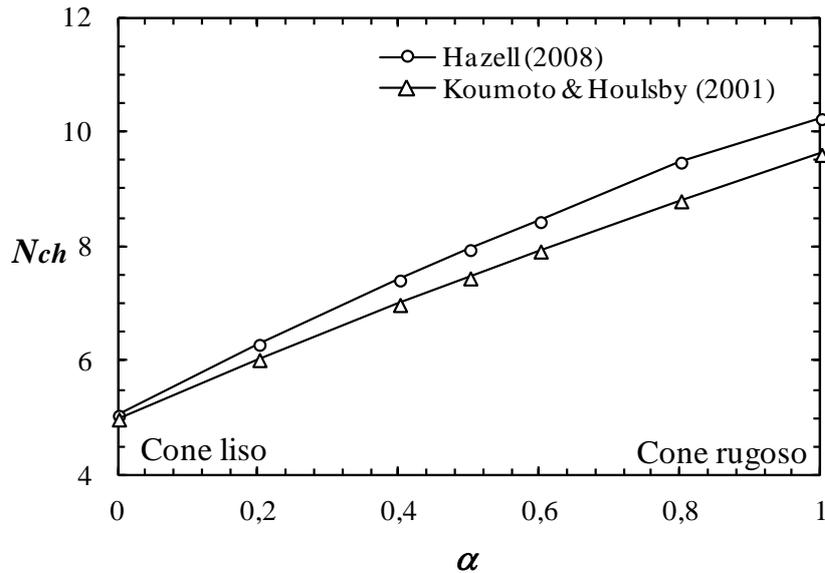


Figura 3.2 Variação do  $N_{ch}$  para um cone de  $30^\circ$

### 3.2.1.2 Valores da rugosidade do cone

A Figura 3.3 mostra os resultados teóricos de penetração de cone para argilas remoldadas usando um cone de  $\beta = 30^\circ$ . Hazell (2008) obteve também os valores do coeficiente  $F^*$ , calculado com a Eq. (3.4), encontrando  $F^* = 1,14$  e  $F^* = 2,31$  para cone liso e rugoso, respectivamente. Este tipo de gráfico permite o cálculo da rugosidade do cone usado para os ensaios mediante uma regressão parabólica, já que cones fabricados por diferentes processos podem ter diferentes rugosidades.

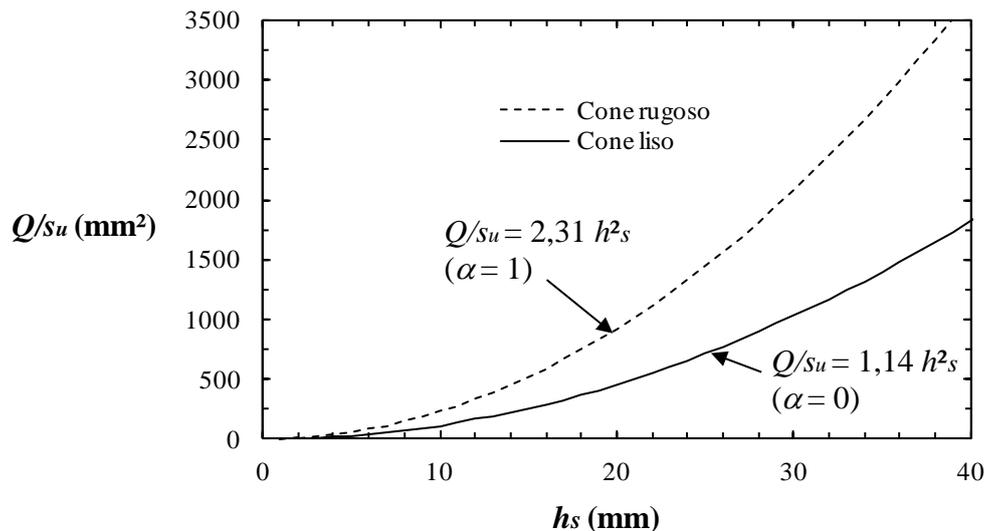


Figura 3.3 Valores teóricos da penetração de cone estático de  $30^\circ$  e 80g

### 3.2.2 ANÁLISE DINÂMICA

Na seção anterior foi apresentada uma análise quase-estática da penetração do cone considerando uma velocidade de penetração baixa e constante, mas a queda livre de um cone representa de fato um problema dinâmico com taxa de cisalhamento variável. Houlsby (1982) fez este tipo de análise considerando que a resistência ao cisalhamento da argila depende da taxa de deformação, e que para grandes taxas de deformação na queda do cone esse efeito tem que ser levado em conta. É usado o símbolo  $s_{ud}$  para denotar a resistência não drenada sob condições dinâmicas. A resistência dinâmica do cone que penetrou uma profundidade  $z$  é então  $F^* s_{ud} z^2$  e a análise dinâmica requer a solução da seguinte equação:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = g - \frac{F^* s_{ud}}{m} z^2 \quad (3.5)$$

onde  $m$  é a massa do cone,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $z$  é a penetração variável com o tempo, e  $t$  é o tempo desde o início da penetração.

O resultado da análise estática mostra que  $F^* / m = g / (s_u h_s^2)$ , então a Eq. (3.5) pode ser reescrita como:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = v \frac{dv}{dz} = g \left( 1 - \frac{s_{ud} z^2}{s_u h_s^2} \right) \quad (3.6)$$

onde  $v$  é a velocidade de penetração do cone. Integrando-se a Eq. (3.6) obtêm-se:

$$v = \sqrt{2gz \left( 1 - \frac{s_{ud} z^2}{3s_u h_s^2} \right)} \quad (3.7)$$

O cone começa em condição estática ( $v = 0$ ) quando é solto na superfície da amostra ( $z = 0$ ), condição que é naturalmente atendida pela equação (3.7). A outra condição é que o cone fique novamente em repouso ( $v = 0$ ), quando atingir a profundidade máxima sob condições dinâmicas ( $z = h_d$ ), o que implica em  $h_d = h_s \sqrt{3s_u / s_{ud}} = h_s \sqrt{3\zeta}$  onde  $\zeta = s_u / s_{ud}$  (tipicamente  $\zeta$  é um fator menor que 1). Portanto a penetração dinâmica do cone,  $h_d$ , será  $\sqrt{3\zeta}$  vezes a penetração estática,  $h_s$ .

$$h_d = h_s \sqrt{3\zeta} \quad (3.8)$$

### 3.2.2.1 O fator de cone

Combinando as Eqs. (3.3) e (3.8), a resistência não drenada do solo sob taxas de deformação pequenas pode ser expressa em função da penetração do cone,  $h$ , de acordo com a seguinte expressão:

$$s_u = \frac{3Q\zeta}{F^*h^2} = \frac{3Q\zeta}{\pi N_{ch} \tan^2(\beta/2)h^2} = \frac{KQ}{h^2} \quad (3.9)$$

onde  $K$  é o fator de cone definido por Hansbo (1957), que isolado fica:

$$K = \frac{3\zeta}{\pi N_{ch} \tan^2(\beta/2)} \quad (3.10)$$

### 3.2.2.2 Determinação de $\zeta$

Para obter os valores de  $K$ , o valor de  $\zeta$  deve ser previamente determinado. Para tanto, Hazell (2008) fez uma análise usando o MEF, para simular ensaios de queda de cone sob condições dinâmicas. Estes testes levaram em conta a introdução de um algoritmo para controlar a resistência não drenada em função da taxa de penetração.

As análises foram feitas com cones com ângulos de 30° e 60°, e foram consideradas duas condições de contato: liso (sem tensões cisalhantes) e rugoso (sem deslizamento). Para cada combinação de cone e rugosidade, três análises com determinada resistência não drenada foram simuladas até atingir profundidades de 5, 10 e 15 mm. Cada um destes ensaios foi repetido com uma mudança no parâmetro  $\mu$ , chamado de taxa de aumento da resistência ao cisalhamento. Os valores de  $\mu$  foram: 0,05; 0,10; 0,15 e 0,20, compreendendo os intervalos típicos em materiais reais.

Os resultados obtidos demonstraram que o parâmetro  $\zeta$  não depende do ângulo do cone, da rugosidade ou do valor de referência  $s_{u0}$ , mas só depende de  $\mu$ . Os valores numéricos médios de  $\zeta$  obtidos são mostrados na Figura 3.4, e foram comparados com o valor aproximado de  $\mu = 0,1$  sugerido por Koumoto & Houlsby (2001), mas este valor não captura a totalidade da significância dos efeitos da taxa de penetração no ensaio.

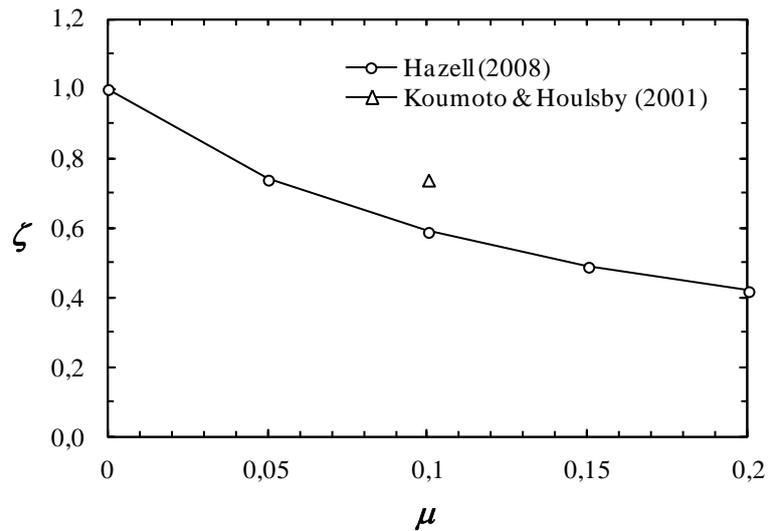


Figura 3.4 Variação de  $\zeta$  com a taxa de aumento da resistência ao cisalhamento

### 3.2.3 COMPARAÇÃO DE VALORES TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS DE $K$

Na literatura é possível encontrar alguns resultados experimentais para o fator de cone,  $K$ , Hansbo (1957) sugere um valor de 1,0 para cones de  $30^\circ$  de ponta em argilas intactas; Karlsson (1977) recomenda para argilas remoldadas um intervalo entre 0,70 e 0,85; enquanto Wood (1985) reporta um valor similar de 0,85. Na Figura 3.5 são apresentados os valores de  $K$  calculados usando os valores de  $\zeta$ , reportados por Hazell (2008) e Koumoto & Houlsby (2001). É possível ver como há uma convergência do fator  $K$  entre 0,5 e 1,0 para cone rugoso.

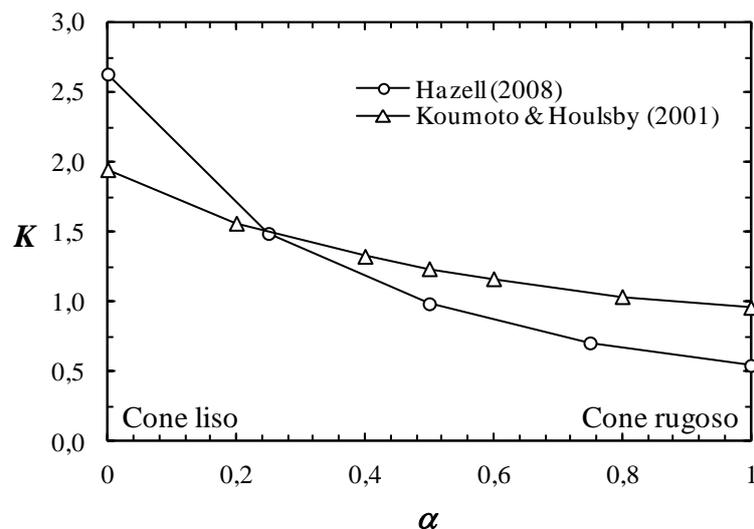


Figura 3.5 Variação do fator de cone,  $K$ , com a rugosidade  $\alpha$ , considerando  $\beta = 30^\circ$  e massa de 80 g.

### 3.2.4 ENSAIO DE CONE E O LIMITE DE LIQUIDEZ

#### 3.2.4.1 Relação entre $w$ e $s_u$

Tipicamente os resultados de resistência não drenada,  $s_u$ , obtidos mediante o ensaio de palheta em argilas remoldadas em função do teor de umidade ( $w$ ) são mostrados em um gráfico semi-log normalizado como na Figura 3.6, onde  $s_u$  é convertido numa grandeza adimensional ao dividi-lo pela pressão atmosférica,  $p_a$ . É possível ver também que a relação  $w - \log s_u$  não é linear, mas possui uma leve curvatura. Por isso é adotada uma relação do tipo  $\log w - \log s_u$  que tem uma tendência linear (Koumoto & Houlsby, 2001). Consequentemente a relação  $w - s_u$  pode se expressar assim:

$$w = a \left( \frac{s_u}{p_a} \right)^{-b} \quad (3.11)$$

onde  $a$  e  $b$  são coeficientes que variam com o tipo de argila. Os valores de  $a$  e  $b$  obtidos por regressão encontram-se na Tabela 3.2, na qual é possível notar que o valor do coeficiente de correlação  $R^2$  é muito alto. Na Figura 3.7 as equações lineares obtidas são plotadas em linhas quebradas sobre os dados originais.

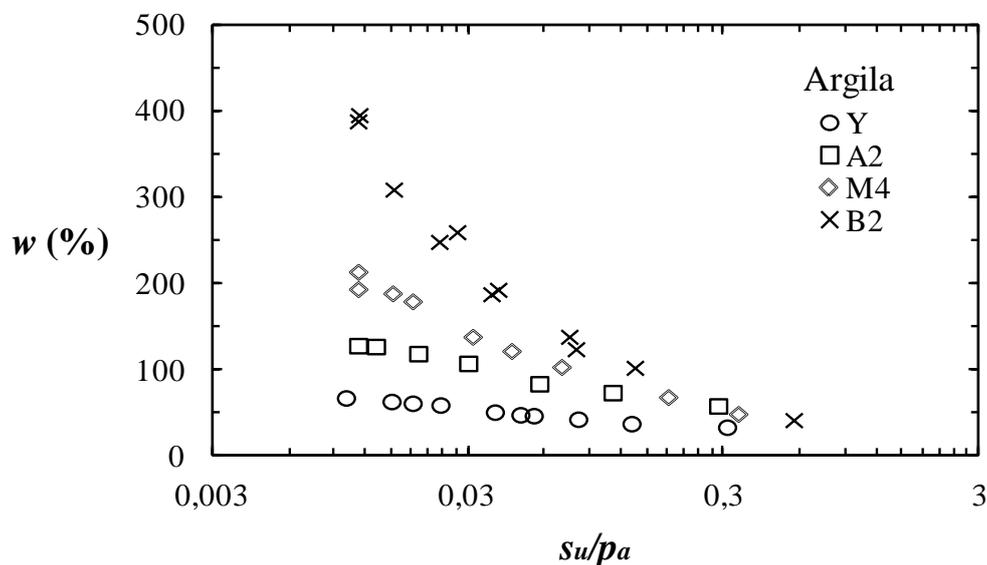


Figura 3.6 Relação log-linear entre resistência não drenada e teor de umidade (modificado de Koumoto & Houlsby, 2001)

Tabela 3.2 Coeficientes da Eq. (3.11) e limites de Atterberg

Argila	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>R</i> <sup>2</sup>	<i>w<sub>L</sub></i>	<i>I<sub>p</sub></i>
Y (Argila de Yagusa)	27,26	0,200	0,994	69	43
A2 (Argila de Ariake)	39,24	0,242	0,980	127	79
M4 (Mistura de Argila)	38,82	0,412	0,996	200	169
B2 (Bentonita)	31,72	0,560	0,990	350	321

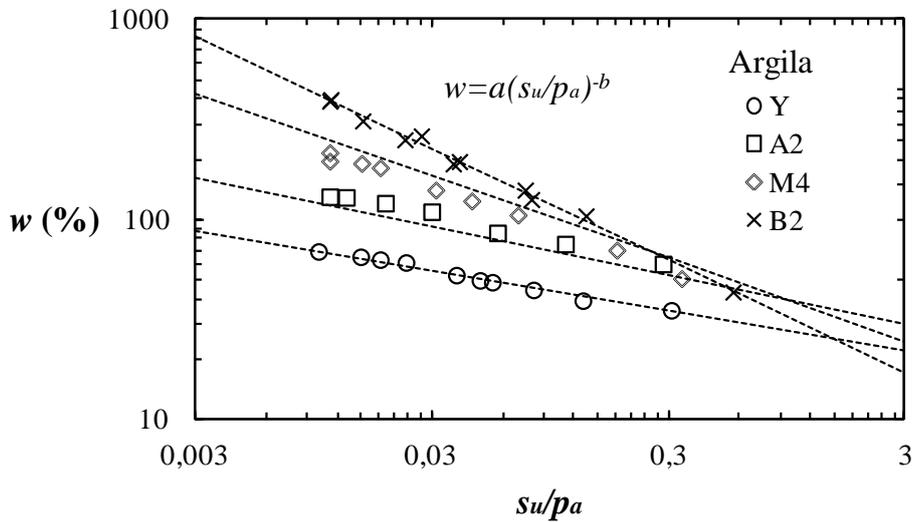


Figura 3.7 Relação log-log entre resistência não drenada e teor de umidade (modificado de Koumoto & Houlsby, 2001)

### 3.2.4.2 Relação entre *w* e *h*

A relação entre *w* e a penetração do cone, *h*, pode ser obtida combinando as Equações (3.9) e (3.11), resultando em:

$$w = a \left( \frac{KQ}{p_a h^2} \right)^{-b} = Ah^B \tag{3.12}$$

onde  $A = a(KQ/p_a)^{-b}$  e  $B = 2b$ . Para o cone de 60° e 60g Koumoto & Houlsby (2001) adotam um valor de  $K = 0,315$ .

A Figura 3.8 mostra a relação entre *s<sub>u</sub>* obtido em ensaios de palheta e *h*, onde a Eq. (3.9) é mostrada numa linha quebrada para o cone de 60° e 30g. A figura mostra uma excelente concordância para uma vasta gama de resultados experimentais, donde se conclui que a equação (3.9) pode ser usada para estimar o *s<sub>u</sub>* com precisão, medindo-se os valores de *h*.

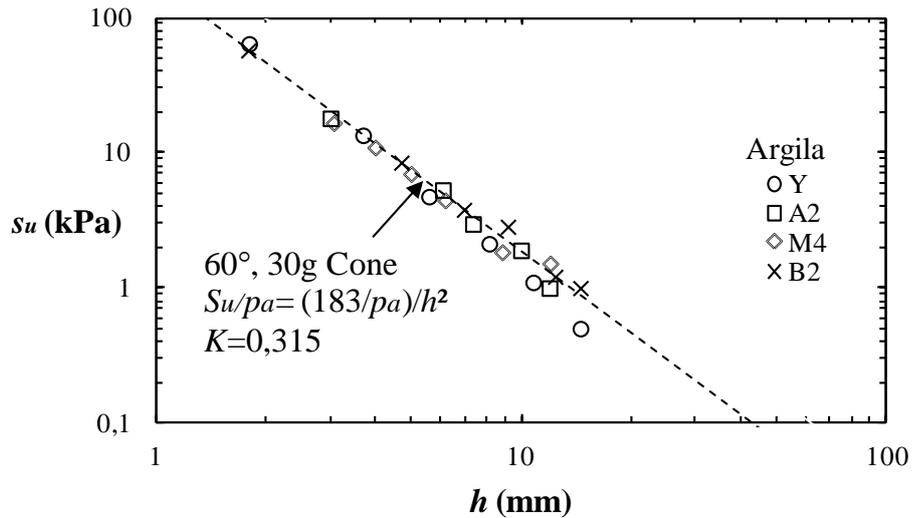


Figura 3.8 Relação teórica entre  $s_u$  e  $h$  comparações com valores experimentais para o cone de 60° e 30g (modificado de Koumoto & Houlsby, 2001)

A Eq. (3.12) mostra que a relação  $w-h$  é linear numa escala log-log, e na Figura 3.9 as relações lineares  $\log w - \log h$  foram plotadas em linhas quebradas obtidas das regressões para diferentes argilas. Em todos os casos foram obtidos coeficientes de correlação  $R^2$  maiores que 0,9, demonstrando assim que uma série de ensaios a diferentes teores de umidade podem ser usados para obter os coeficientes  $A$  e  $B$ , assim como os coeficientes da Eq. (3.11).

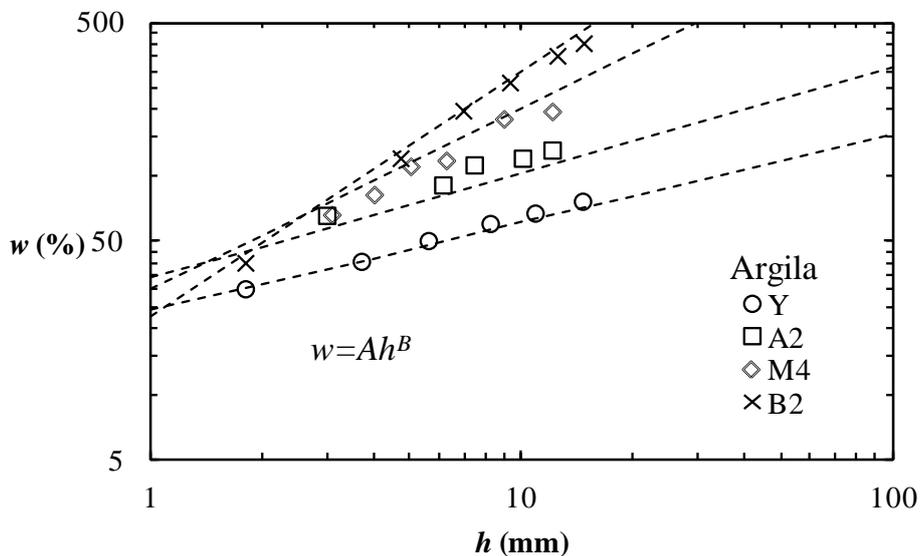


Figura 3.9 Relação log-log entre a profundidade de indentação e o teor de umidade (modificado de Koumoto & Houlsby, 2001)

### 3.2.5 PROPRIEDADES ÍNDICE

Koumoto & Houlsby (2001) apresentam também uma sugestão que permite relacionar as propriedades da engenharia dos solos (especificamente a compressibilidade) com o ensaio de penetração cone. Com base na Teoria dos Estados Críticos, a expressão da linha de estados críticos de uma argila é dada por:

$$v = \Gamma - \lambda \ln \left( \frac{p'}{p_a} \right) \quad (3.13)$$

onde  $v$  é o volume específico. Isso implica em uma relação linear entre o teor de umidade e o logaritmo da pressão, e implicitamente com o logaritmo da resistência não drenada. Butterfield (1979) sugeriu a seguinte expressão:

$$\ln v = \ln \Gamma - \lambda \ln \left( \frac{p'}{p_a} \right) \quad (3.14)$$

conseguindo assim um melhor ajuste aos seus dados experimentais. Esta forma é muito apropriada para argilas remoldadas dentro de intervalos amplos de teores de umidade. Uma pequena alteração na Eq. (3.14) resulta em:

$$\ln e = \ln(\Gamma - 1) - \lambda \ln \left( \frac{p'}{p_a} \right) \quad (3.15)$$

onde  $e$  é o índice de vazios. A Eq. (3.15) pode ser reescrita como:

$$e = (\Gamma - 1) \left( \frac{p'}{p_a} \right)^{-\lambda} \quad (3.16)$$

Lembrando que a linha de estados críticos é  $q = Mp'$ , e a resistência não drenada é a metade da tensão desvio na ruptura,  $s_u = q/2$  é possível obter:

$$e = (\Gamma - 1) \left( \frac{2}{M} \right)^{-\lambda} \left( \frac{s_u}{p_a} \right)^{-\lambda} \quad (3.17)$$

Para argilas saturadas o índice de vazios depende apenas do teor de umidade,  $e = wG_s/100$ , onde  $G_s$  é a densidade dos grãos sólidos. Substituindo isto e a Eq. (3.9) na (3.17), obtém-se:

$$w = \frac{100(\Gamma - 1)}{G_s} \left( \frac{2KQ}{p_a M} \right)^{-\lambda} h^{2\lambda} \quad (3.18)$$

e comparando a Eq. (3.18) com a (3.12), finalmente obtém-se as seguintes relações:

$$a = \frac{100(\Gamma - 1)}{G_s} \left( \frac{2}{M} \right)^{-\lambda}, \quad b = \lambda \quad (3.19) \text{ e } (3.20)$$

ou

$$A = \frac{100(\Gamma - 1)}{G_s} \left( \frac{2KQ}{p_a M} \right)^{-\lambda}, \quad B = 2\lambda \quad (3.21) \text{ e } (3.22)$$

das quais é possível obter parâmetros de resistência no estado crítico ( $M$ ) e deformabilidade ( $\lambda$ ) de uma argila saturada a partir dos coeficientes de ajuste ( $a$ ,  $b$ ) ou ( $A$ ,  $B$ ) obtidos do ensaio de cone.



## 4. MÉTODO DO PONTO MATERIAL GENERALIZADO

Devido à preocupação sobre o ruído nas soluções calculadas com o MPM, a grande variação e/ou oscilação entre os resultados de pontos adjacentes, além de problemas computacionais que resultam em respostas não físicas nos modelos constitutivos usados nos pontos materiais; foi desenvolvida uma suavização, chamada “*The Generalized Interpolation Material Point Method*” (GIMP) que gerou uma nova família nos métodos da partícula, que tem um desempenho muito melhor quando comparado com seu predecessor MPM (Bardenhagen & Kober, 2004).

A seguir será mostrada a formulação matemática, física e computacional do MPM mediante o uso de notação tensorial: Nesta um tensor é representado por uma letra e sua ordem é indicada pelo número de símbolos (~) abaixo da letra, um ponto (•) representa uma contração simples, o símbolo (:) representa uma contração dupla e o símbolo  $\otimes$  representa o produto tensorial (diádico).

O subscrito  $p$  é usado para indicar as variáveis relacionadas aos pontos materiais, e  $n$ , as variáveis relacionadas aos nós na malha de fundo (Figura 2.3). A notação  $\sum_p$  e  $\sum_n$  é usada para denotar somatórias sobre todos os pontos, e sobre todos os nós respectivamente.

### 4.1 FORMULAÇÃO

Ao seguir descreve-se o método proposto por Bardenhagen & Kober (2004)

#### 4.1.1 FORMA VARIACIONAL DA CONSERVAÇÃO DO MOMENTO LINEAR

A equação de conservação do momento linear pode ser escrita em forma tensorial da seguinte forma:

$$\frac{d\sigma}{dx} : I + \rho b = \rho a \quad (4.1)$$

onde  $\sigma$  é o tensor de tensão (2ª ordem),  $x$  é um vetor indicando a posição de um ponto,  $I$  é o tensor identidade de 2ª ordem,  $\rho$  é um campo escalar de densidade,  $b$  é um vetor de forças de massa externas atuantes no ponto e  $a$  é o vetor de aceleração no ponto. De forma similar o princípio de conservação de massa pode ser expresso matematicamente como:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div}(\underline{v}) = 0 \tag{4.2}$$

O primeiro termo da Eq. (4.1) representa as forças de massa internas, como o divergente do tensor de tensões. O lado esquerdo como um todo representa as forças resultantes externas mais internas (por unidade de volume) e o lado direito representa o produto da massa pela aceleração (por unidade de volume), portanto a equação como um todo é simplesmente a representação tensorial da 2ª lei de Newton em um meio contínuo.

Para a discretização da Eq. (4.1), utiliza-se um malha de fundo (*grid* em inglês), constituída de diversas células e vértices. Não se deve confundir a malha (*grid*) de fundo do MPM com a malha (*mesh*) de elementos do MEF, nem as células do MPM com um elemento no MEF, no sentido de que o elemento do MEF é a própria representação de uma região discretizada do domínio. No MPM, a discretização é representada pelo ponto material, podendo uma célula conter vários pontos materiais e a malha (*grid*) serve apenas para cálculos intermediários nos seus vértices. Portanto, os vértices não são pontos nodais (nós) no sentido clássico do MEF. Não existe uma lista de conectividade, nem uma associação rígida entre pontos materiais e a malha de fundo (*grid*). Aliás, um ponto material pode percorrer várias células no decorrer de uma análise de grandes deformações. Na Figura 4.1, é ilustrada a diferença entre a discretização do problema por meio do MEF e MPM.

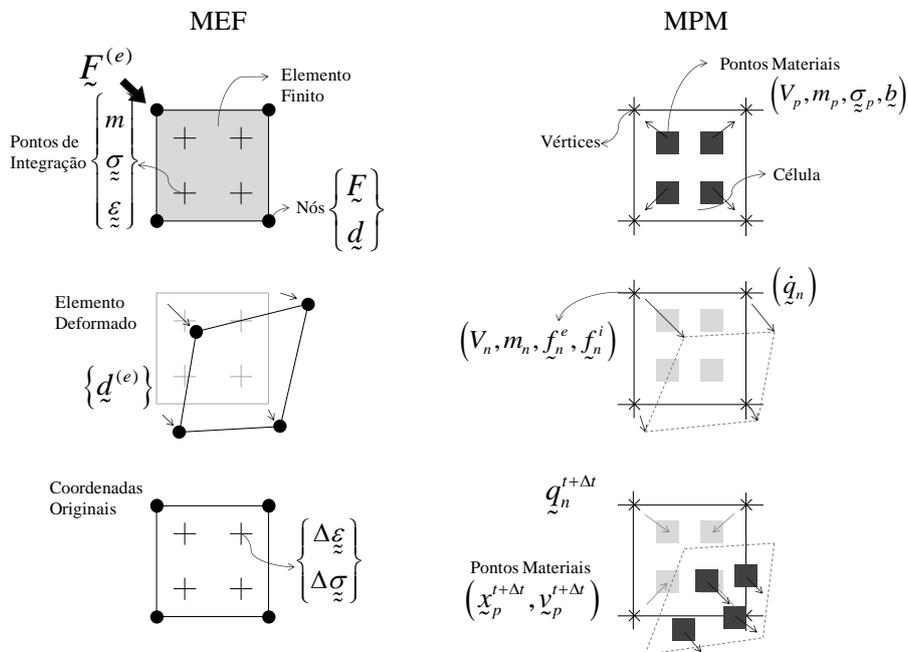


Figura 4.1 Comparação das fases de cálculo do MEF e MPM

A formulação fraca da equação de conservação, Eq. (4.1), é obtida pelo método dos resíduos ponderados, multiplicando-a por funções de teste ou de peso  $w(x)$  e integrando no volume de controle,  $V$ , da seguinte forma:

$$\int_V w \cdot \frac{d\sigma}{dx} : I dV + \int_V \rho w \cdot b dV = \int_V \rho w \cdot a dV \quad (4.3)$$

aplicando a derivada de um produto no primeiro termo da Eq. (4.3)

$$\frac{dw \cdot \sigma}{dx} : I = w \cdot \frac{d\sigma}{dx} : I + \frac{dw}{dx} : \sigma \quad (4.4)$$

e substituindo (4.4) em (4.3) obtemos:

$$\int_V \frac{dw \cdot \sigma}{dx} : I dV - \int_V \frac{dw}{dx} : \sigma dV + \int_V \rho w \cdot b dV = \int_V \rho w \cdot a dV \quad (4.5)$$

Ao levar em conta o teorema da divergência no primeiro termo da Eq. (4.5)

$$\int_V \frac{dw \cdot \sigma}{dx} : I dV = \int_A w \cdot \sigma \cdot \hat{n} dA \quad (4.6)$$

e substituindo a Eq. (4.6) na Eq. (4.5) tem-se que:

$$\int_A w \cdot \sigma \cdot \hat{n} dA - \int_V \frac{dw}{dx} : \sigma dV + \int_V \rho w \cdot b dV = \int_V \rho w \cdot a dV \quad (4.7)$$

Finalmente aplica-se o princípio do tensor de Cauchy

$$\underline{t} = \underline{\sigma} \cdot \hat{n} \quad (4.8)$$

e substituindo a Eq. (4.8) na Eq. (4.7), obtém-se a formulação fraca da equação de conservação

$$\int_A w \cdot \underline{t} dA + \int_V \rho w \cdot b dV - \int_V \frac{dw}{dx} : \underline{\sigma} dV = \int_V \rho w \cdot a dV \quad (4.9)$$

onde  $\underline{t}$  representa o vetor de forças de superfície no contorno do domínio.

### 4.1.2 DISCRETIZAÇÃO INICIAL

A essência do processo de discretização é representar um material sólido como uma coleção de partículas fixas (Lagrangeanas), ou “pontos materiais”. Essa coleção mencionada é uma quantidade finita, denotada  $N_p$ , número de pontos materiais, que são rastreados através do processo de deformação. Considerando que  $\underline{x}_p^t$  ( $p=1,2,\dots,N_p$ ) denota a posição de cada ponto material  $p$  no tempo  $t$ . Cada ponto material no tempo  $t$  tem uma massa associada,  $m_p$ , densidade  $\rho_p$ , velocidade  $\underline{v}_p^t$ , tensor de tensões de Cauchy  $\underline{\sigma}_p^t$ , deformações  $\underline{\xi}_p^t$ , e qualquer outra variável de estado que seja necessária no modelo constitutivo. Como cada ponto material tem uma quantidade de massa fixa o tempo todo, a conservação de massa, Eq. (4.2), é cumprida automaticamente. A conservação de energia não é considerada neste método.

Dois conjuntos de funções (interpolação/extrapolação) de posição precisam-se: a) funções de característica na partícula  $\chi_p(\underline{x})$ ; e b) funções de forma na malha  $S_n(\underline{x})$ .

Funções de característica na partícula são requeridas para fazer uma partição da unidade na configuração inicial

$$\sum_p \chi_p^i(\underline{x}) = 1 \quad \forall \quad \underline{x} \quad (4.10)$$

onde  $\chi_p^i$  denota a função de característica na partícula, restrita à sua posição inicial e estado indeformado. No caso mais simples, assume-se que as funções características não se sobrepõem. Originalmente no MPM (Sulsky *et al.*, 1995) as funções de característica na partícula são da forma:

$$\chi_p(\underline{x}) = \delta(\underline{x} - \underline{x}_p) V_p \quad (4.11)$$

Na qual  $\underline{x}_p$  é a posição de cada partícula,  $V_p$  o seu volume, e  $\delta$  corresponde a uma função do tipo delta de Dirac, que atribui o valor de cada variável ao ponto material quando  $\underline{x}$  pertence ao ponto material e zero aos pontos vazios.

A generalização proposta por Bardenhagen & Kober (2004) permite que qualquer função de característica na partícula seja adotada. Dependendo da seleção destas funções o método permite um grau adicional de suavidade na solução. Por outro lado, o MPM original pode sofrer de ruídos numéricos como foi mencionado com anterioridade.

No entanto este trabalho apresenta o GIMP quando é selecionada a Eq. (4.11) como função de característica na partícula. O volume inicial das partículas,  $V_p^i$ , fica definido como:

$$V_p^i = \int_{V^i} \chi_p^i(\underline{x}) d\underline{x} \quad (4.12)$$

onde  $V^i$  é o volume inicial do corpo contínuo que vai se discretizar.

Além do volume inicial das partículas, as massas iniciais dos pontos materiais,  $m_p^i$ , o momento linear,  $q_p^i$ , e a tensão,  $\underline{\sigma}_p^i$ , têm que ser definidos. Estas propriedades podem se assinar integrando as propriedades do contínuo nas funções características da partícula,

$$m_p^i = \int_{V^i} \rho^i(\underline{x}) \chi_p^i(\underline{x}) d\underline{x} \quad (4.13)$$

$$q_p^i = \int_{V^i} \rho^i(\underline{x}) \underline{v}^i(\underline{x}) \chi_p^i(\underline{x}) d\underline{x} \quad (4.14)$$

$\rho^i$  é a densidade inicial do corpo, e  $\underline{v}^i$  a velocidade inicial. As densidades da partícula são definidas como a relação da massa das partículas e o seu volume. Note-se que usando esta definição, a densidade inicial,  $\rho_p^i = m_p^i / V_p^i$ , é consistente com (volume médio) a densidade do corpo em todo o domínio, incluindo as partículas no contorno.

De igual forma as velocidades da partícula são definidas como a relação entre o momento linear e a massa das partículas,  $\underline{v}_p^i = q_p^i / m_p^i$ . Os valores iniciais das tensões de Cauchy,  $\underline{\sigma}_p^i$  são definidas como:

$$\underline{\sigma}_p^i = \int_{V^i} \underline{\sigma}^i(\underline{x}) \frac{\chi_p^i(\underline{x})}{V_p^i} d\underline{x} \quad (4.15)$$

$\underline{\sigma}^i(\underline{x})$  é a tensão de Cauchy inicial no corpo. As tensões na partícula são também consistentes com a média volumétrica das tensões iniciais, ver Eq.(4.15).

Usando a Eq. (4.10) nas Eqs. (4.13) e (4.14) obtem-se:

$$\sum_p m_p^i = \sum_p \int_{V^i} \rho^i(\underline{x}) \chi_p^i(\underline{x}) d\underline{x} = \int_{V^i} \rho^i(\underline{x}) d\underline{x} \quad (4.16)$$

$$\sum_p q_p^i = \sum_p \int_{V^i} \rho^i(\underline{x}) \underline{v}^i(\underline{x}) \chi_p^i(\underline{x}) d\underline{x} = \int_{V^i} \rho^i(\underline{x}) \underline{v}^i(\underline{x}) d\underline{x} \quad (4.17)$$

Assim é demonstrado que ao usar as funções características da partícula na discretização inicial é cumprida uma exata conservação da massa e do momento linear, entre o elemento contínuo e sua discretização.

### 4.1.3 DISCRETIZAÇÃO DO PROCESSO DE SOLUÇÃO

O motivo principal para explicar detalhadamente a discretização inicial é para identificar as conexões da representação do ponto material no processo da solução discreta. Dada uma propriedade do material,  $f_p$ , a representação consistente com o processo de discretização inicial é a somatória sobre todos os pontos materiais.

$$f(x) = \sum_p f_p \chi_p(\underline{x}) \quad (4.18)$$

As funções características da partícula são usadas como a base para representar os dados da partícula através do domínio computacional e determina o grau de suavidade da sua variação espacial.

Usando a Eq. (4.18) para desenvolver uma representação contínua da densidade da partícula,  $\rho_p$ , tensão,  $\underline{\sigma}_p$ , e a densidade da taxa de momento linear,  $\dot{q}_p/V_p$ , tem-se que:

$$\underline{\sigma}(\underline{x}) = \sum_p \underline{\sigma}_p \chi_p(\underline{x}) \quad (4.19)$$

$$\rho(\underline{x}) = \sum_p \frac{m_p \chi_p(\underline{x})}{V_p} \quad (4.20)$$

$$\rho(\underline{x}) \underline{a}(\underline{x}) = \sum_p \frac{\dot{q}_p \chi_p(\underline{x})}{V_p} \quad (4.21)$$

Substituindo as Eqs. (4.19), (4.20) e (4.21) na Eq. (4.9) tem-se.

$$\int_A \underline{w} \cdot \underline{t} dA + \int_{V^*} \sum_p \frac{m_p \chi_p}{V_p} \underline{w} \cdot \underline{b} dV - \int_{V^*} \frac{d\underline{w}}{d\underline{x}} : \sum_p \underline{\sigma}_p \chi_p dV = \int_{V^*} \underline{w} \cdot \sum_p \frac{\dot{q}_p \chi_p}{V_p} dV \quad (4.22)$$

O que converte as integrais de volume em somatórias de integrais sobre as partículas

$$\int_A \underline{w} \cdot \underline{t} dA + \sum_p \int_{V^*} \frac{m_p \chi_p}{V_p} \underline{w} \cdot \underline{b} dV - \sum_p \int_{V^*} \frac{d\underline{w}}{d\underline{x}} : \underline{\sigma}_p \chi_p dV = \sum_p \int_{V^*} \underline{w} \cdot \frac{\dot{q}_p \chi_p}{V_p} dV \quad (4.23)$$

$$V^* = V \cap V_p$$

onde os volumes de cada partícula são

$$V_p = \int_{V^*} \chi_p(\underline{x}) d(\underline{x}) \quad (4.24)$$

Análoga à Eq. (4.12).

#### 4.1.4 MALHA COMPUTACIONAL

Outro aspecto fundamental dos métodos PIC, é o uso de uma malha computacional. No MPM a malha serve como ferramenta para resolver a conservação do momento linear, e onde as variáveis de estado são atualizadas. Para finalizar o processo de discretização, aproximações para o campo admissível de velocidades ou funções de teste, são introduzidas, em termos dos vértices da malha e das funções de forma (Bardenhagen & Kober, 2004)

$$w(\underline{x}) = \sum_n S_n(\underline{x}) w_n \quad (4.25)$$

Aqui  $w_n$  é o vértice e  $S_n(\underline{x})$  é a função de forma da malha computacional que tem valor no vértice,  $n$ , e zero nos outros vértices. Similar aos pontos, as funções de forma são uma porção da partição da unidade

$$\sum_n S_n(\underline{x}) = 1 \quad \forall \quad \underline{x} \quad (4.26)$$

É possível ver nas Eqs. (4.10), (4.18), (4.25) e (4.26) que, as funções de forma e as funções das características da partícula têm requerimentos parecidos e propósitos similares.

Derivando ao respeito da posição a Eq. (4.25) tem-se

$$\frac{dw(\underline{x})}{d\underline{x}} = \sum_n w_n \otimes \frac{dS_n(\underline{x})}{d\underline{x}} = \sum_n w_n \otimes \underline{G}_n(\underline{x}) \quad (4.27)$$

a Eq. (4.27)  $\underline{G}_n(\underline{x})$ , se refere se ao gradiente da função de forma,  $S_n(\underline{x})$ . Substituindo as Eqs. (4.25) e (4.27) na Eq. (4.23) obtém se:

$$\int_A \sum_n S_n w_n \cdot \underline{t} dA + \sum_p \int_{V^*} \frac{m_p \chi_p}{V_p} \sum_n S_n w_n \cdot \underline{b} dV - \sum_p \int_{V^*} \sum_n (w_n \otimes \underline{G}_n) : \underline{\sigma}_p \chi_p dV = \sum_p \int_{V^*} \sum_n S_n w_n \cdot \frac{\dot{q}_p \chi_p}{V_p} dV \quad (4.28)$$

Ao considerar que:

$$(\underline{w}_n \otimes \underline{G}_n) : \underline{\sigma}_p = \underline{w}_n \cdot (\underline{G}_n \cdot \underline{\sigma}_p) \quad (4.29)$$

e substituindo (4.29) em (4.28) além de tirar as somatórias das integrais:

$$\begin{aligned} \sum_n \int_A S_n \underline{w}_n \cdot \underline{t} dA + \sum_n \sum_p \int_{V^*} \frac{m_p \chi_p}{V_p} S_n \underline{w}_n \cdot \underline{b} dV - \sum_n \sum_p \int_{V^*} \underline{w}_n \cdot \underline{\sigma}_p \cdot \underline{G}_n \chi_p dV = \\ \sum_n \sum_p \int_{V^*} S_n \underline{w}_n \cdot \frac{\dot{q}_p \chi_p}{V_p} dV \end{aligned} \quad (4.30)$$

tiram-se também os termos que não estão sendo integrados e o terceiro termo é multiplicado e dividido pelo  $V_p$ .

$$\begin{aligned} \sum_n \underline{w}_n \cdot \int_A S_n \underline{t} dA + \sum_n \underline{w}_n \cdot \sum_p m_p \underline{b} \frac{1}{V_p} \int_{V^*} S_n \chi_p dV - \sum_n \underline{w}_n \cdot \sum_p V_p \underline{\sigma}_p \cdot \frac{1}{V_p} \int_{V^*} \underline{G}_n \chi_p dV = \\ \sum_n \underline{w}_n \cdot \sum_p \dot{q}_p \frac{1}{V_p} \int_{V^*} S_n \chi_p dV \end{aligned} \quad (4.31)$$

Da Eq. (4.31) obtêm-se  $\bar{S}_{np}$  que é armazenado em forma de uma matriz que fornece um peso de extrapolação das variáveis no ponto material “p” para o vértice “n” da célula que contém “p”. Já a matriz  $\bar{G}_{np}$  permite extrapolar os gradientes das variáveis no ponto material “p” para o vértice “n” da célula que contém “p” (semelhante à integral da transposta da matriz B do MEF).

As expressões gerais para as matrizes  $\bar{S}_{np}$  e  $\bar{G}_{np}$  são dadas a seguir:

$$\bar{S}_{np}(\underline{x}) = \frac{1}{V_p} \int_{V^*} S_n(\underline{x}) \chi_p(\underline{x}) dV \quad (4.32)$$

$$\bar{G}_{np}(\underline{x}) = \frac{1}{V_p} \int_{V^*} \underline{G}_n(\underline{x}) \chi_p(\underline{x}) dV \quad (4.33)$$

substituindo as Eqs. (4.32) e (4.33) na Eq. (4.31)

$$\sum_n \underline{w}_n \cdot \int_A S_n \underline{t} dA + \sum_n \underline{w}_n \cdot \sum_p m_p \underline{b} \bar{S}_{np} - \sum_n \underline{w}_n \cdot \sum_p V_p \underline{\sigma}_p \cdot \bar{G}_{np} = \sum_n \underline{w}_n \cdot \sum_p \dot{q}_p \bar{S}_{np} \quad (4.34)$$

Finalizando o processo de discretização chega-se à seguinte expressão ao simplificar o termo comum na Eq. (4.34).

$$\underbrace{\int_A S_n \underline{t} dA + \sum_P m_p b \bar{S}_{np}}_{f_n^{\text{int}}} - \underbrace{\sum_P V_p \underline{\sigma}_p \cdot \bar{\underline{G}}_{np}}_{f_n^{\text{ext}}} = \underbrace{\sum_P \dot{q}_p \bar{S}_{np}}_{\dot{q}_n} \quad (4.35)$$

ou simplesmente  $f_n^{\text{ext}} - f_n^{\text{int}} = \dot{q}_n$  que nada mais é que a equação de conservação de momento linear (“a taxa de variação da quantidade de movimento é igual à força resultante”), ou a segunda lei de Newton avaliada nos vértices da malha de fundo auxiliar.

## 4.2 FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO

Nesta seção a atenção concentra-se nas características dos diferentes métodos GIMP, analisando as diferentes funções de característica na partícula,  $\chi_p$ , e funções de forma,  $S_n$ , dando ênfase no GIMP da partícula contígua que foi o método mais usado após sua publicação, chamado hoje só de GIMP.

### 4.2.1 MÉTODO DO PONTO MATERIAL

As equações discretas do MPM original (Sulsky *et al.*, 1995) podem obter-se por meio do princípio do trabalho virtual, escolhendo uma função de características na partícula do tipo delta de Dirac como na Eq. (4.11). Para este caso  $\bar{S}_{np} = S_n(\underline{x}_p)$  e  $\bar{\underline{G}}_{np} = \underline{G}_n(\underline{x}_p)$ ,

$$S_n(x) = \begin{cases} 0 & x - x_n \leq -L \\ 1 + (x - x_n)/L & -L < x - x_n \leq 0 \\ 1 - (x - x_n)/L & 0 < x - x_n \leq L \\ 0 & L < x - x_n \end{cases} \quad (4.36)$$

$L$ , é o espaçamento da célula. Para exemplificar, uma malha uniforme foi escolhida. Para casos superiores ao unidimensional, a função de forma é construída como produto delas, por exemplo, tridimensionalmente  $S_n(\underline{x}) = S_{n1}(x_1)S_{n2}(x_2)S_{n3}(x_3)$  onde  $x_i$  são as componentes de  $\underline{x}$  nas três direções.

Esta formulação tem a vantagem que, é computacionalmente eficiente porque cada partícula só é interpolada aos vértices da célula que a contém, e os vértices da malha só interpolam informação a partículas em células adjacentes, Figura 4.2. No entanto, isso provoca que a interpolação seja muito dependente no registro das partículas na malha, e é possível que um ponto atravesse as fronteiras da célula onde foi mapeada.

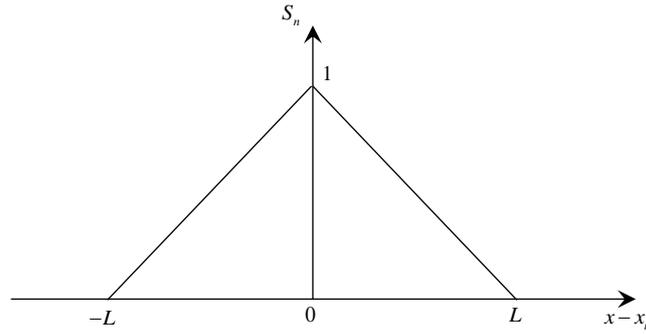


Figura 4.2 Função de forma unidimensional usada no MPM (Bardenhagen & Kober, 2004)

Devido a que a função não permite a partição da unidade, não é possível usá-la no processo descrito na seção 4.1.2. Por isso deve-se escolher outra função de característica nas partículas para o processo de discretização proposto ou usar outra metodologia, o que faz o método dispendioso e pouco prático.

#### 4.2.2 MÉTODO GIMP DA PARTÍCULA CONTIGUA

A escolha mais simples de uma função de características na partícula,  $H(x)$ , é a combinação das seguintes funções:

$$H(x) = 0 \text{ se } x < 0 \quad (4.37)$$

e

$$H(x) = 1 \text{ se } x > 0 \quad (4.38)$$

Bardenhagen & Kober (2004) propõem a seguinte forma:

$$\chi_p(x) = H(x - (x_p - l_p)) - H(x - (x_p + l_p)) \quad (4.39)$$

aqui,  $2l_p$  é o tamanho da partícula. Esse tamanho inicial,  $2l_p^i$  é determinado ao dividir o tamanho da célula  $L$  pelo número de partículas na célula. Esta seleção considera que não há superposição das partículas, a função pode ser escrita da seguinte forma:

$$\chi_p(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in V \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.40)$$

A generalização proposta por Bardenhagen & Kober (2004) é a forma mais simples, no sentido em que ela conserva a forma no MPM original, pero substitui as massas das partículas por volumes, representando o seguinte passo da suavização na família de métodos GIMP.

Neste caso as funções de forma e sea gradiente, Eqs. (4.32) e (4.33) simplificam-se

$$\bar{S}_{np} = \frac{1}{2l_p} \int_{x_p-l_p}^{x_p+l_p} S_n(x) dx \tag{4.41}$$

$$\bar{G}_{np} = \frac{1}{2l_p} \int_{x_p-l_p}^{x_p+l_p} \nabla S_n(x) dx \tag{4.42}$$

a dependência das posições da partícula é explícitas usando a seguinte expressão, ao integrar a Eq. (4.36) na Eq. (4.41).

$$\bar{S}_{np} = \begin{cases} 0 & x_p - x_n \leq -L - l_p \\ \frac{(L + l_p + (x_p - x_n))^2}{4Ll_p} & -L - l_p < x_p - x_n \leq -L + l_p \\ 1 + \frac{x_p - x_n}{L} & -L + l_p < x_p - x_n \leq -l_p \\ 1 - \frac{(x_p - x_n)^2 + l_p^2}{2Ll_p} & -l_p < x_p - x_n \leq l_p \\ 1 - \frac{x_p - x_n}{L} & l_p < x_p - x_n \leq L - l_p \\ \frac{(L + l_p - (x_p - x_n))^2}{4Ll_p} & L - l_p < x_p - x_n \leq L + l_p \\ 0 & L - l_p < x_p - x_n \end{cases} \tag{4.43}$$

Na Figura 4.3 encontra-se esquematizada a Eq. (4.43)

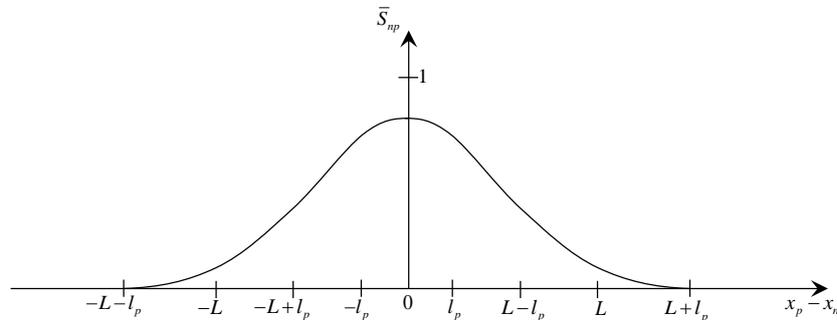


Figura 4.3 Função de forma unidimensional do método GIMP da partícula contigua (Bardenhagen & Kober, 2004)

O uso da Eq. (4.43) ajuda na suavização dos resultados, mas isso implica num esforço computacional adicional. Neste tipo de função, a contribuição dos dados de cada ponto material ao vértice da malha está determinada pela distância entre seu centroide e o vértice da malha. Além disso, os vértices nos quais um ponto material tem que fazer sua contribuição têm que ser localizados em cada iteração.

Este método é conhecido como GIMP em artigos posteriores, é o método usado neste trabalho, devido a sua comprovada eficácia na resolução de problemas de grandes deformações como foi apresentado na seção 2.3.2, e o aumento de trabalhos na geotecnia usando o método apresentado, ver seção 2.3.3, o que evidencia o seu potencial.

### 4.2.3 MÉTODO GIMP DA PARTÍCULA DIFUSA

Este método ainda não foi pesquisado em detalhe, alguns aspectos sobre o método, usando funções que se sobrepõem ou “partículas difusas” são discutidos, mas deve ser considerado que a forma da Eq. (4.10) restringe a forma das funções de característica nas partículas. Na Figura 4.4 são apresentadas funções similares (na sua forma unidimensional) à apresentada na Figura 4.2, onde duas partículas ocupam cada uma das células, vale apontar que para o caso de uma partícula por célula, as duas soluções, Figura 4.4 (a) e (b), são a mesma.

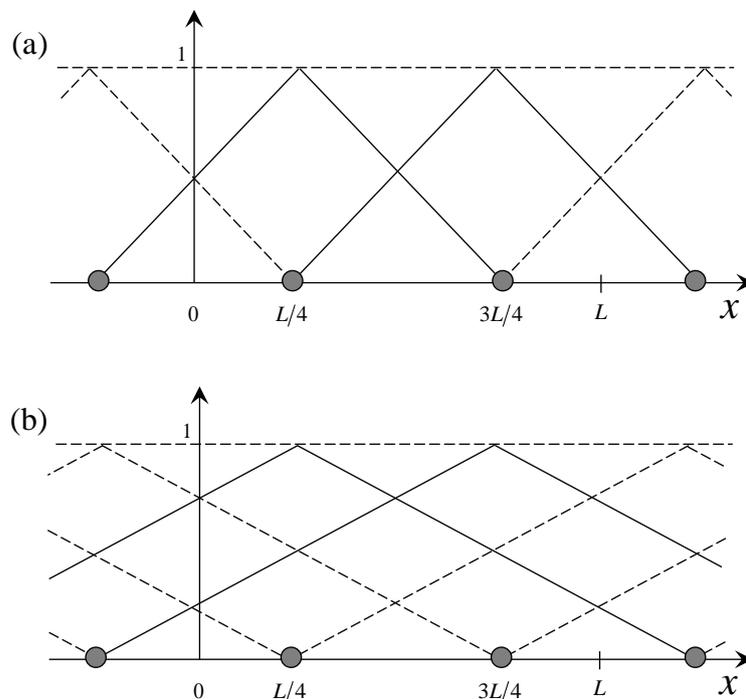


Figura 4.4 Duas discretizações possíveis do método da partícula difusa com duas partículas por célula, num espaço unidimensional (Bardenhagen & Kober, 2004).

A primeira possibilidade apresentada, Figura 4.4 (a), tem a característica de que as partículas só se superpõem com o vizinho mais próximo. Neste caso  $f(x_p) = f_p$  na Eq. (4.18) e  $V_p^i \leq 2L$ . Na segunda possibilidade, Figura 4.4 (b), a função de característica nas partículas se superpõe com todos os vizinhos numa região determinada, e  $f(x_p) \neq f_p$ . O caso ilustrado é para  $V_p^i = 2L$ . Esta possibilidade é usada em métodos sem malha onde a função de suporte considerada é muito mais comprida que o espaçamento entre partículas, é por isso que varias partículas contribuem numa representação continua dos dados num ponto no espaço.

### 4.3 SOLUÇÃO DO PROBLEMA

O lado direito da Eq. (4.35) inclui um termo com a taxa de variação do momento linear ( $\dot{q}_n$ ) em cada vértice da malha de fundo, portanto, deve ser integrada no tempo. Geralmente adota-se uma solução explícita (diferença em avanço) para pequenos intervalos de tempo. Segundo Buzzi *et al.* (2008), para a solução explícita no tempo, onde cada intervalo é dado por  $\Delta t$ , são necessárias 3 (três) fases principais para a implementação do MPM: *a*) geração da malha de fundo; *b*) solução do equilíbrio de momento linear nos vértices da malha e *c*) atualização do estado nos pontos materiais. Além destes, são necessários dois passos intermediários que, dependendo da ordem de execução, afetarão a precisão e a eficiência do algoritmo: *i*) atualização das tensões no ponto material e *ii*) estabelecimento das condições de contorno.

Dependendo da ordem em que for executado o passo (*i*), isto é, se é antes ou depois de calcular as forças internas e também antes ou depois da solução do equilíbrio de momentos lineares têm-se dois algoritmos diferentes, os quais Bardenhagen (2002) chamou de (USF) *update stresses first* ou (USL) *update stresses last*. Os passos da formulação são expostos a seguir de acordo com o processo apresentado por Buzzi *et al.* (2008).

#### 4.3.1 ATUALIZAÇÃO DAS TENSÕES (USF E USL)

Não todas as grandezas mecânicas precisam armazenar-se nos pontos materiais e nos vértices da malha ao mesmo tempo. Na verdade, a massa,  $m_p$ , a velocidade,  $v_p$ , a deformação,  $\varepsilon_p$ , a tensão,  $\sigma_p$ , e as forças de corpo,  $b_p$  são salvas no ponto material. Não entanto, a massa  $m_n$ , o momento linear,  $q_n$ , as forças internas,  $f_n^{\text{int}}$ , as forças externas,  $f_n^{\text{ext}}$ , e a taxa de momento linear,  $\dot{q}_n$ , são calculadas nos vértices da malha, Figura 4.5. Claramente a posição dos

vértices,  $\underline{x}_n$ , e dos pontos materiais,  $\underline{x}_p$ , tem que se calcular para cada incremento de tempo,  $t$ . A velocidade dos vértices,  $\underline{v}_n$ , só é precisa durante a atualização das tensões, por isso não deve ser armazenada na memória do computador (Buzzi *et al.*, 2008).

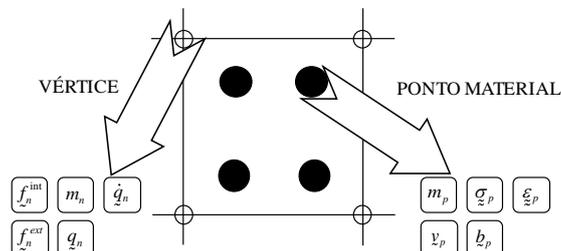


Figura 4.5 Grandezas calculadas nos vértices ( $n$ ) e pontos materiais ( $p$ ) (Buzzi *et al.*, 2008)

O algoritmo que considera o USF é mostrado na Figura 4.6 (a) os passos são: Para começar cada intervalo de tempo, deve limpar-se a malha (zerar as variáveis nos vértices) e calcular as funções de forma,  $\bar{S}_{np}$ , e seus gradientes  $\bar{G}_{np}$ ; logo depois:

1. Calcular as massas desde os vértices das partículas;
2. Calcular o momento linear desde a massa das partículas e as velocidades;
3. Calcular a velocidade dos vértices das massas desde a massa nos vértices e seu momento linear;
4. Calcular as deformações na partícula desde a velocidade nos vértices;
5. Atualizar as tensões na partícula usando as deformações da mesma;
6. Calcular as forças internas desde as tensões nas partículas;
7. Calcular as forças externas desde as forças de corpo na partícula;
8. Calcular a taxa de momento linear dos vértices da malha;
9. Atualizar o momento linear na malha desde a taxa de momento linear nos vértices;
10. Atualizar as velocidades da partícula desde a taxa de momento nos vértices;
11. Atualizar as posições das partículas desde o momento linear atualizado nos vértices.

Neste algoritmo os passos (1), (2) e (3) correspondem à fase (a) inicialização da malha de fundo, os passos (4), e (5) ao passo intermédio (i) atualização das tensões na partícula, os passos (6), (7), e (8) correspondem à fase (b) solução discreta do balance de momento linear, e os passos (9), (10), e (11) à fase (c) atualização do estado das partículas.

Por outro lado, o algoritmo que considera a segunda abordagem (USL) para a atualização das tensões encontra-se na Figura 4.6 (b). O algoritmo inicia apagando a informação contida

nos vértices da malha, calculando as funções de peso e seus gradientes,  $\bar{S}_{np}$  e  $\bar{G}_{np}$  respectivamente; depois:

- 1'. Calcula as massas desde os vértices das partículas;
- 2'. Calcula o momento linear desde a massa das partículas e as velocidades;
- 3'. Calcula as forças internas desde as tensões nas partículas;
- 4'. Calcula as forças externas desde as forças de corpo na partícula;
- 5'. Calcula a taxa de momento linear dos vértices da malha;
- 6'. Atualiza o momento linear na malha desde a taxa de momento linear nos vértices;
- 7'. Atualiza as velocidades da partícula desde a taxa de momento nos vértices;
- 8'. Atualiza as posições das partículas desde o momento linear atualizado nos vértices;
- 9'. Calcula a velocidade dos vértices das massas desde a massa nos vértices e seu momento linear;
- 10'. Calcula as deformações na partícula desde a velocidade nos vértices;
- 11'. Atualiza as tensões na partícula usando as deformações desta.

No algoritmo USL, os passos (1) e (2) correspondem à primeira fase, os passos (3), (4) e (5) correspondem à segunda fase, os passos (6), (7) e (8) à terceira fase, e finalmente os passos (9), (10), e (11) pertencem à fase intermediária (i).

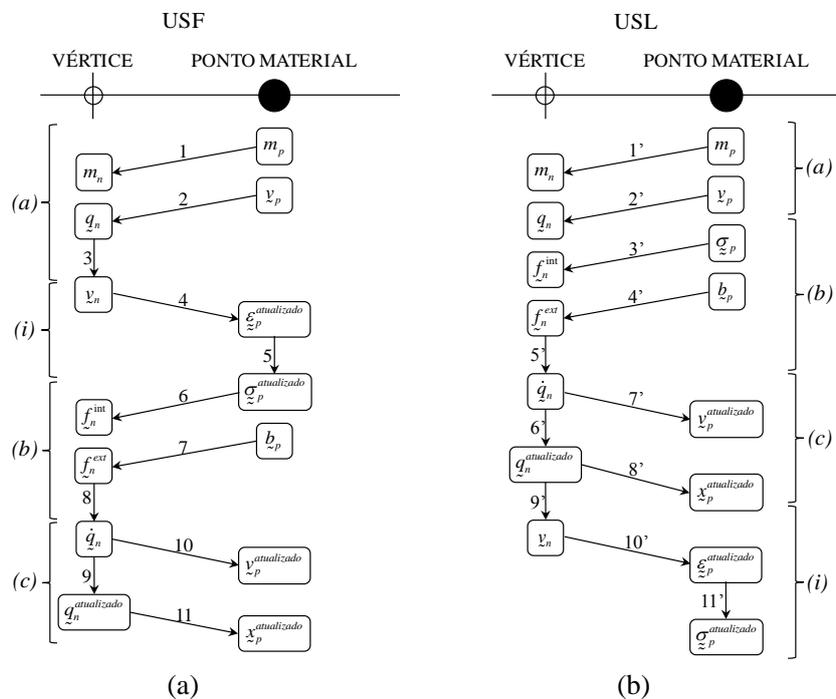


Figura 4.6 Grandezas calculadas nos vértices da malha e os pontos materiais (a) USF, e (b) USL (modificado de Buzzi *et al.*, 2008)

### 4.3.2 ESTRUTURA DA MALHA DE FUNDO E FASE DE INICIALIZAÇÃO

Como a malha de fundo pode ter qualquer forma, pode-se adotar uma malha tipo estruturada, que permitirá rastrear a localização dos pontos materiais de uma forma mais simples, o que é conveniente, porque é um passo que tem de ser executado em cada intervalo de tempo. A malha de fundo deve incluir e exceder todos os pontos materiais de modo a cobrir todo o domínio que estes possam ocupar. A malha de fundo é geralmente fixa, mas pode ser refeita a cada intervalo de tempo.

Em espaços bidimensionais e tridimensionais, é possível adotar funções de forma na malha, como produto de funções unidimensionais em cada eixo, no caso tridimensional:

$$S_n(\underline{x}) = S_n^x(x) \cdot S_n^y(y) \cdot S_n^z(z) \quad (4.44)$$

Uma abordagem similar pode-se adotar para as funções de características na partícula:

$$\chi_n(\underline{x}) = \chi_n^x(x) \cdot \chi_n^y(y) \cdot \chi_n^z(z) \quad (4.45)$$

Devido à forma das Eqs. (4.32) e (4.33) para o GIMP, o suporte da malha de fundo é maior quando comparado ao MPM. No MPM bidimensional, cada partícula contribui a 4 vértices, enquanto o GIMP contribui no máximo a 16 vértices. Na Figura 4.7, pode se observar a área de influencia da partícula  $p$  dependendo do método usado, MPM ou GIMP. No caso tridimensional, uma partícula no MPM contribui a 8 vértices e no GIMP cada partícula aporta no máximo a 64 vértices.

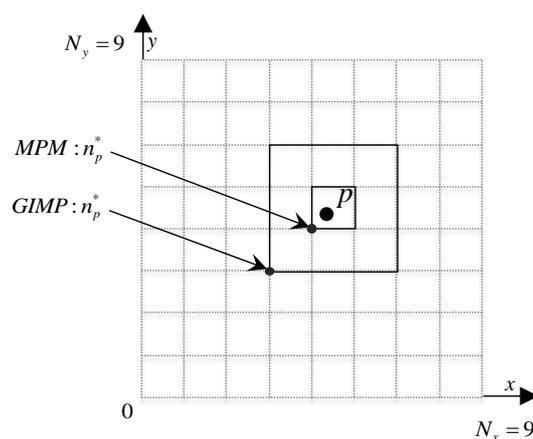


Figura 4.7 Malha estruturada e vértices de referência (modificado de de Buzzi *et al.*, 2008)

Segundo Buzzi *et al.* (2008), numa malha estruturada é possível definir um vértice de referência  $n_p^*$  como mostrado na Figura 4.7, e percorrer todos os vértices que contribuem. No MPM, o número desse vértice pode ser definido usando a expressão:

$$n_p^* = \text{trunc}\left(\frac{x_p - x_{\min}}{\Delta x}\right) + \text{trunc}\left(\frac{y_p - y_{\min}}{\Delta y}\right)N_x + \text{trunc}\left(\frac{z_p - z_{\min}}{\Delta z}\right)N_xN_y \quad (4.46)$$

onde  $x_{\min}$ ,  $y_{\min}$ ,  $z_{\min}$  são as coordenadas do vértice de mínimas coordenadas na malha;  $x_p$ ,  $y_p$ ,  $z_p$ , às coordenadas do ponto material. A função *trunc* retorna o valor inteiro de um número. Os termos  $N_x$  e  $N_y$ , referem-se ao número de vértices na direção  $x$  e  $y$  respectivamente.

Para o GIMP, o vértice de referência está uma célula mais longe da célula onde o ponto material considerado é localizado. Neste caso Buzzi *et al.* (2008) propõem a seguinte expressão:

$$n_p^* = \text{trunc}\left(\frac{x_p - x_{\min}}{\Delta x}\right) - 1 + \left[ \text{trunc}\left(\frac{y_p - y_{\min}}{\Delta y}\right) - 1 \right] N_x + \left[ \text{trunc}\left(\frac{z_p - z_{\min}}{\Delta z}\right) - 1 \right] N_xN_y \quad (4.47)$$

Podem-se definir então  $r$  ao intervalo de vértices que cada ponto material tem que contribuir,  $1 \leq r \leq 2^{N_{DIM}}$  para o MPM, e  $1 \leq r \leq 4^{N_{DIM}}$  para o GIMP como apresentado na Figura 4.7.

No algoritmo apresentado recomenda-se a implementação de matrizes predefinidas, para os valores da função de forma e seu gradiente:

$$S_{pr} = \bar{S}_{np}(x_n, x_p) \quad (4.48)$$

$$G_{pr} = \bar{G}_{np}(x_n, x_p) \quad (4.49)$$

### 4.3.3 PRIMEIRA FASE: DOS PONTOS MATERIAIS PARA A MALHA DE FUNDO

A fase de cálculo inicia com um laço (*loop*) para os incrementos de tempo. As duas principais entidades necessárias para a malha de cálculo são a massa ( $m_n$ ) e o momento linear ( $q_n$ ).

Durante a inicialização, a extrapolação destes valores das partículas para os vértices da malha é feita utilizando funções de peso como se segue:

$$m_n = \sum_p \bar{S}_{np} m_p \quad (4.50)$$

$$q_n = \sum_p \bar{S}_{np} m_p x_n \quad (4.51)$$

tem que se notar que o momento linear nas partículas não é requerido explicitamente na implementação, porque este é calculado diretamente da massa e a velocidade nas partículas (pontos materiais).

Neste passo, são estabelecidas as condições de contorno, neste caso para cada uma das restrições na direção desejada, o momento linear é zerado.

$$q_k^{\text{vértices fixos}} = 0 \quad \{k \in D_{\text{restrições}}\} \quad (4.52)$$

onde  $D_{\text{restrições}}$ , é o conjunto de direções restritas (graus de liberdade). É preciso ter muito cuidado na hora de aplicar as condições de contorno já que pode afetar os resultados em termos de acurácia (Buzzi *et al.*, 2008)

#### 4.3.4 SEGUNDA FASE: SOLUÇÃO DISCRETA

As tensões internas nos pontos materiais, bem com as forças de superfície e de massa, são extrapoladas para os vértices da malha de fundo de acordo com as expressões no lado direito da Eq. (4.35), as taxas de momentos discretas nos vértices são obtidas diretamente, subtraindo as forças externas das forças internas:

$$\underline{f}_n^{\text{ext}} - \underline{f}_n^{\text{int}} = \dot{\underline{q}}_n \quad (4.53)$$

Veja que não há necessidade de montagem nem solução de um sistema global. A solução é obtida direta e explicitamente em cada vértice da malha de cálculo. O passo seguinte é atualizar o momento nos vértices ao final do passo de tempo, usando diferenças finitas em avanço, depois de considerar novamente as condições de contorno (zerando as componentes de taxa de momento nos nós fixos):

$$q_n^{t+\Delta t} = q_n^t + \Delta t \cdot \dot{q}_n \quad (4.54)$$

Se a análise for com atualização de tensões ao início (USF), as deformações e as tensões têm que ser atualizadas nesta etapa, onde o incremento de deformação pode ser calculado nos vértices da malha usando o gradiente de velocidade e a média ponderada do volume de cada partícula da seguinte forma:

$$\Delta \underline{\varepsilon}_p = \Delta t \sum_n \frac{1}{2} (\underline{v}_n \otimes \bar{\underline{G}}_{np} + \bar{\underline{G}}_{np} \otimes \underline{v}_n) \quad (4.55)$$

onde a matriz  $\bar{G}_{np}$  é calculada de acordo com a Eq. (4.33). O incremento de tensão pode ser calculado, para o modelo constitutivo adotado, usando qualquer algoritmo convencional para atualização de tensão.

### 4.3.5 TERCEIRA FASE: DA MALHA DE CÁLCULO PARA OS PONTOS MATERIAIS

Finalmente são atualizadas as posições e as velocidades dos pontos materiais (formulação Lagrangeana) utilizando as seguintes expressões:

$$\tilde{x}_p^{t+\Delta t} = \tilde{x}_p^t + \Delta t \sum_n \frac{\bar{S}_{np} \tilde{q}_n}{m_n} \quad (4.56)$$

$$\tilde{v}_p^{t+\Delta t} = \tilde{v}_p^t + \Delta t \sum_n \frac{\bar{S}_{np} \tilde{q}_n}{m_n} \quad (4.57)$$

É importante ter cuidado com vértices da malha sem massa ou com massa muito pequena (vértices fantasmas) e estabelecer uma massa mínima de tolerância, devido aos denominadores das Eqs. (4.56) e (4.57).

### 4.3.6 ALGORITMO COMPLETO

Para cada intervalo de tempo, os valores da malha têm que ser levados à zero, e os valores de interpolação têm que ser calculados novamente. Então as três fases têm que ser repetidas para cada passo. O algoritmo pode ser resumido em 8 passos:

1. Descartar a malha previa
2. Calcular os valores de interpolação
3. Inicializar a malha
4. Atualizar de deformações e tensões (USF)
5. Calcular as forças internas e externas
6. Calcular o acréscimo de momento linear e atualizar vértices
7. Atualizar os pontos materiais
8. Atualizar as deformações e tensões (USL).

Lembre-se que os passos 4 e 8 são excludentes.

#### 4.4 ALGORITMO DE CONTATO

Os princípios do algoritmo de contato entre diferentes materiais usando o MPM foi apresentado por Bardenhagen *et al.* (2001), este método usa uma abordagem com diferentes malhas, onde cada material extrapola seu campo de velocidades na sua própria malha. Todos os vértices da malha que têm partículas com mais de um material, são chamadas de vértices de contato, métodos de contato têm sido usados para ajustar o momento linear neles.

Assume-se que só dois materiais interagem  $a$  e  $b$ , e um vértice de contato extrapola as velocidades no vértice para cada material,  $v_n^a$  e  $v_n^b$ , um vetor normal,  $\hat{n}$ , definido como positivo quando se dirige do material  $a$  ao material  $b$ . No que segue, define-se cada grandeza física como correspondente ao material  $a$  ou  $b$  usando sobrescrito, por exemplo, define-se  $\Delta q_n^a = q_n^c - q_n^a$  como a taxa de momento linear requerida para o material  $a$ , que muda seu momento,  $q_n^a$ , para o momento linear do centro de massa do vértice  $q_n^c$ . A velocidade do vértice é calculada usando  $\Delta q_n^a$ :

$$v_n^b - v_n^a = \Delta v_n = \frac{m_n^a m_n^b}{m_n^a + m_n^b} \Delta q_n^a \quad (4.58)$$

Quando  $m_n^a$  e  $m_n^b$  são as massas no vértice do material  $a$  e  $b$  respectivamente.

Além disso, um vetor tangente ao vetor normal, na direção do movimento deslizante pode se encontrar:

$$t_n = \Delta q_n^a - (\Delta q_n^a \cdot \hat{n}) \hat{n} \quad (4.59)$$

Este vetor pode ser zero quando não há deslizamento. O primeiro passo do algoritmo de contato é detectá-lo. Uma das condições necessárias é  $\Delta v_n \cdot \hat{n} < 0$ , o que implica que os materiais estão se movendo um contra o outro. A outra condição do contato foi estabelecida por Lemiale *et al.* (2010), que estabeleceram que o contato acontecesse quando além do critério das velocidades é cumprido que:

$$\Delta x_n \cdot \hat{n} = (x_n^b - x_n^a) \cdot \hat{n} < 0,8 \text{ células} \quad (4.60)$$

Onde as posições do material nos vértices são calculadas com o método tradicional do MPM/GIMP.

Uma vez que o contato foi detectado, o momento linear no vértice tem que ser ajustado (Bardenhagen *et al.*, 2001). A mudança no momento linear move o material  $a$  ao campo de velocidade do centro de massa do vértice, o que implica que:

$$f_n^{norm} = -\frac{\Delta \underline{q}_n^a \cdot \hat{n}}{\Delta t} \quad (4.61)$$

$$f_n^{tan} = -\frac{\Delta \underline{q}_n^a \cdot \underline{t}_n}{|\underline{t}_n| \cdot \Delta t} \quad (4.62)$$

$f_n^{norm}$  e  $f_n^{tan}$  referem-se a força normal e tangencial no vértice respectivamente. Para um contato sem atrito uma força  $-f_n^{norm}$  é aplicada no material  $a$  e, não há força tangencial. É muito simples programar o atrito de Coulomb comparando  $f_n^{tan}$  a  $\mu^* f_n^{norm}$ , onde  $\mu^*$  é o coeficiente de atrito. Este conceito introduzido por Bardenhagen *et al.* (2001) tem alguns problemas numéricos e, não garante a conservação de momento linear quando os materiais em contato têm gradientes de massa diferentes.

Por isso Lemiale *et al.* (2010) desenvolveram um novo método, primeiro, durante a fase de extrapolar a massa para a malha, os gradientes das funções de forma são extrapolados também. Devido à natureza da extrapolação no MPM/GIMP, o gradiente extrapolado pode tornar-se negativo para um vértice  $n$  ou:

$$\sum m_p \underline{G}_{np} = -\nabla m_n \quad (4.63)$$

O método proposto, toma o vetor normal à superfície como:

$$\underline{n} = \max \left( \frac{\nabla m_n^a}{\rho^a}, \frac{\nabla m_n^b}{\rho^b} \right) \quad (4.64)$$

o vetor  $\underline{n}$  é tomado como o material que tem um gradiente de volume maior (cociente da massa sobre a densidade). O gradiente de volume é tomado no lugar do gradiente de massa para levar em conta o contato entre materiais de diferentes densidades ou entre materiais rígidos e moles.

Esta abordagem permite a simulação do contato de materiais moles que sofram mudanças de volume, especialmente em regiões de grandes deformações. Lemiale *et al.* (2010) introduzem também o fator “*rigid bias*”,  $R_b$  e encontraram a normal de contato como:

$$\underline{n} = \max \left( \frac{\nabla m_n^a}{\rho^a}, R_b \frac{\nabla m_n^b}{\rho^b} \right) \quad (4.65)$$

Em outras palavras, a normal é tomada do material mais rígido a menos que o gradiente de volume do material deformável seja  $R_b$  vezes maior, os autores recomendam usar  $R_b = 10$ . E advertem sobre o uso de  $R_b$  finito para proteger o modelo contra vértices que possam ter um gradiente próximo de zero para o material rígido.

## 5. AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL

O objetivo da avaliação experimental foi verificar a teoria apresentada por Koumoto & Houlsby (2001), já que esse trabalho concentrou-se no problema da penetração de um cone de 60° de ponta e 60g de massa, enquanto o cone considerado para este trabalho foi o cone britânico (30° e 80g). Para a avaliação final foi consultado o trabalho de Hazell (2008), que aperfeiçoou os fatores que governam o fenômeno, incluindo o cone usado aqui (ver seção Capítulo 3).

Esta avaliação forneceu os parâmetros usados nos modelos numéricos. Foram usadas amostras remoldadas de caulim branco, adquirido da companhia SULFAL na cidade de Belo Horizonte. Antes da realização dos ensaios de resistência não drenada foi feita uma caracterização do material. O detalhamento do programa de ensaios e resultados obtidos são apresentados a seguir.

### 5.1 ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO

Inicialmente foram determinados os Limites de Atterberg do caulim, para os quais foram usadas as Normas ASTM para limite de liquidez e limite plástico (ASTM D 4318 00) e limite de contração (ASTM D 427 98).

Para medir a densidade dos grãos,  $G_s$ , foi usado o equipamento *Pentapyc 5200e* da companhia *Quantachrome Instruments*, o qual é um picnômetro de última geração que funciona a gás e permite a medição da densidade real dos grãos de diferentes materiais sólidos. O equipamento é totalmente automático, permite analisar 5 amostras ao mesmo tempo e realizar várias medições em cada amostra. Para o caulim utilizado foram analisadas 4 amostras e para cada uma delas foram feitas 5 medições. Os resultados dos limites de Atterberg e densidade dos grãos serão apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 Caracterização do caulim usado

<b>Limite de Liquidez, <math>w_L</math></b>	54%
<b>Limite de Plasticidade, <math>w_P</math></b>	39%
<b>Índice de Plasticidade, <math>I_P</math></b>	15%
<b>Limite de Contração, <math>w_S</math></b>	36%
<b>Índice de Contração, <math>I_S</math></b>	18%
<b>Densidade dos Grãos Sólidos, <math>\bar{G}_s \pm \sigma_{G_s}</math></b>	2,61 ± 0,006

Os limites de Atterberg obtidos foram comparados com valores publicados na literatura para amostras de caulim. Mitchell & Soga (2005) encontraram limites de liquidez,  $w_L$ , entre 30-110% e limites de plasticidade,  $w_p$ , variando entre 25-40%. Os valores medidos se encontram entre os intervalos reportados. O limite de contração esperado, de acordo com a literatura varia na faixa de 25-29%, mas o valor medido foi maior (36%), porém foi construída uma curva completa de contração a qual respalda o valor medido usando a norma (ver seção 5.2.4).

Para comparar a densidade dos grãos foram consultados os trabalhos de Rincón & Rodríguez (2001) e Fleureau *et al.* (2004), os quais reportam  $G_s$  de 2,65 e 2,54 respectivamente, medidos em amostras de caulim. Quando comparado ao valor medido neste trabalho conclui-se que o valor se encontra dentro da variabilidade esperada desta propriedade geotécnica.

A granulometria do caulim foi feita usando o equipamento *Microtrac S3500*, da companhia *Omega Scientific*, o qual analisa o tamanho das partículas baseado em difração laser e consegue medir tamanhos entre  $0,02\mu\text{m}$  até  $2800\mu\text{m}$ . O ensaio foi realizado usando água e álcool como diluente, já que com água foi evidenciado um agregamento das partículas. A Figura 5.1 mostra os resultados obtidos.

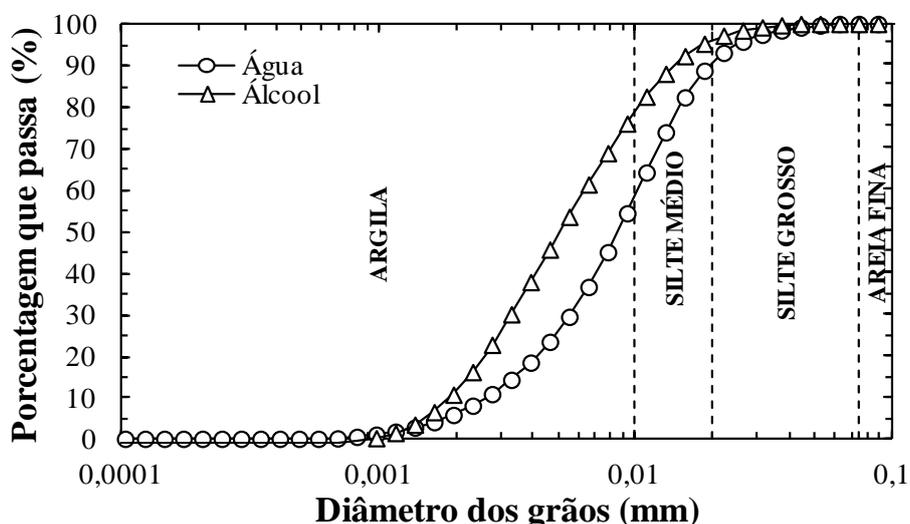


Figura 5.1 Granulometria do caulim usando água e álcool para diluir a amostra

Finalmente a Figura 5.2 mostra o gráfico de plasticidade usado na classificação unificada, USCS, na qual o caulim encontra-se no grupo de argilas inorgânicas de compressibilidade média e alta, o que corresponde ao esperado.

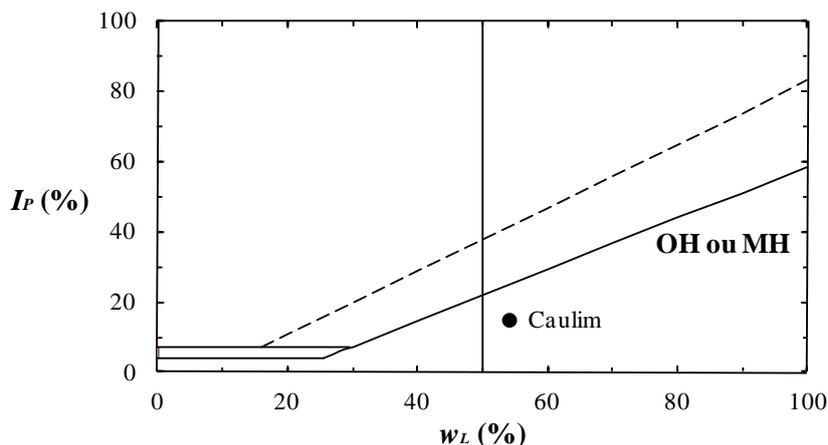


Figura 5.2 Locação do caulim na carta de plasticidade para classificação no laboratório de solos de grão fino

### 5.2 PROGRAMA DE ENSAIOS ESPECÍFICOS

O objetivo principal do programa de ensaios foi fornecer os dados necessários da calibração do modelo constitutivo de von Mises usado nas simulações numéricas. Da mesma forma os resultados destes testes usados para avaliar a teoria exposta no Capítulo 3, e sua aplicação no cone britânico. Esta será a teoria usada para avaliar os resultados obtidos nos modelos usando GIMP.

Os principais dados necessários para fazer esta avaliação são a resistência não drenada da argila e a profundidade de penetração do cone para determinada resistência. Para isso tomou-se um teor de umidade inicial próximo do limite de plasticidade,  $w_p$ , do caulim e aumentou-se gradualmente a umidade para obter amostras com diferentes teores como apresentado na Tabela 5.2. Para cada um destes teores foi medida a resistência não drenada e a penetração do cone.

Tabela 5.2 Teores de umidade de referência para cada amostra

Amostra	Teor de umidade, $w$
1	40%
2	42%
3	45%
4	50%
5	55%
6	60%
7	61%

Ressalta-se que após um teor de umidade superior ao limite de liquidez (54%) a amostra de solo não retém a água, o que dificultou a homogeneização para as amostras com os maiores teores de umidade.

### 5.2.1 ENSAIO DE PALHETA

Para determinar a resistência não drenada de cada uma das amostras na Tabela 5.2, foi usada a norma ASTM D 4648M 10. O equipamento usado é mostrado na foto da Figura 5.3.



Figura 5.3 Equipamento usado para determinar a resistência não drenada da argila

De cada uma das 7 amostras foram extraídos 3 corpos de prova e ensaiados segundo a norma. Os resultados de cada prova são apresentados na Tabela 5.3. É possível ver que os valores de saturação estão na faixa de 88 a 94%, abaixo da saturação completa (100%) esperada. Isso se deve ao fato de que a massa da amostra e a capsula onde foi feito o ensaio era aproximadamente 4,2 kg, e as balanças de precisão só tinham uma capacidade de 3000 g, por isso teve que ser usada uma balança com uma precisão de 10 g que afetou os resultados das variáveis gravimétricas.

Tabela 5.3 Resultados obtidos do ensaio de resistência não drenada

Amostra	w (%)	$\gamma_h$ (kN/m <sup>3</sup> )	$\gamma_a$ (kN/m <sup>3</sup> )	e	S (%)	$s_u/p_a$	$\bar{w} \pm \sigma_w$ (%)	$\bar{s}_u/p_a \pm \sigma_{\bar{s}_u/p_a}$
1	40	16,8	12,0	1,176	89	0,231	40 ± 0,4	0,222 ± 0,016
	39	16,8	12,1	1,163	89	0,204		
	40	17,1	12,2	1,142	92	0,231		
	42	17,1	12,0	1,177	94	0,150		
2	42	17,1	12,0	1,171	94	0,171	42 ± 0,2	0,157 ± 0,013
	42	17,1	12,0	1,176	94	0,148		
	46	16,6	11,4	1,292	92	0,065		
3	46	16,6	11,4	1,290	92	0,078	45 ± 0,3	0,074 ± 0,008
	45	16,6	11,4	1,282	92	0,080		
	50	16,1	10,7	1,427	91	0,045		
4	49	16,1	10,8	1,416	90	0,053	49 ± 0,4	0,048 ± 0,005
	49	16,1	10,8	1,419	91	0,047		
	55	15,4	9,9	1,626	88	0,022		
5	54	15,6	10,2	1,570	89	0,033	54 ± 0,4	0,028 ± 0,006
	54	15,6	10,1	1,575	90	0,028		
	61	15,1	9,4	1,771	89	0,015		
6	59	15,1	9,5	1,746	88	0,015	60 ± 0,8	0,015 ± 0,001
	60	15,1	9,4	1,765	89	0,014		
	63	15,1	9,3	1,806	90	0,008		
7	62	15,1	9,3	1,802	90	0,010	63 ± 0,3	0,008 ± 0,001
	63	15,1	9,3	1,813	91	0,007		

Como foi apresentado na seção 3.2.4, é adotada uma relação do tipo  $\log w - \log s_u$  que tem uma tendência linear. Este gráfico foi traçado com os dados da Tabela 5.3 e um ajuste linear forneceu coeficientes  $a = 32,23$  e  $b = 0,14$ , com um excelente ajuste ( $R^2 = 0,980$ ) como se pode ver na Figura 5.4. Ressalta-se que na seção 3.2.5 foi exposto como o coeficiente  $b$  se relaciona com o parâmetro  $\lambda$  da curva de compressão volumétrica na teoria de estados críticos, de acordo com a Eq. (3.20).

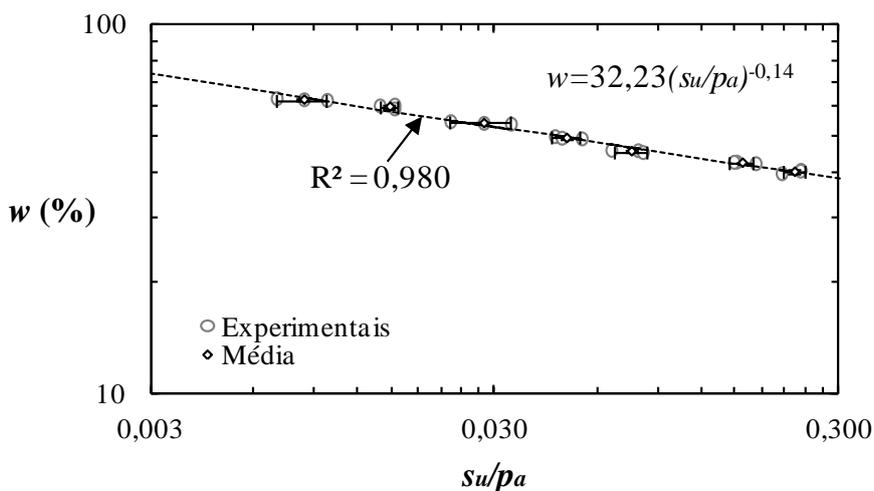


Figura 5.4 Relação log-log entre a resistência não drenada do caulim e seu teor de umidade

### 5.2.2 ENSAIO DE CONE

Para o ensaio de cone foi usada a norma britânica BS 1377-2 (1990). De cada amostra especificada na Tabela 5.2, foram extraídos e testados 3 corpos de prova com o teor de umidade específico. Na Figura 5.5 encontra-se uma fotografia do cone de penetração usado.



Figura 5.5 Fotografia do equipamento usado no ensaio de cone

#### 5.2.2.1 Resultados do teste

Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 5.4, onde é possível ver que as amostras 3 e 7 só tem resultados para dois corpos de prova, pois o valor faltante de umidade medidos nestas amostras estavam muito fora do intervalo desejado. Neste caso a massa dos corpos de prova mais a massa da cápsula foi aproximadamente 240 g, o que permitiu o uso da balança de precisão, e por tanto os valores de saturação encontram-se na faixa esperada de 100%.

Na seção 3.2.4 foi apresentada a relação linear entre a profundidade de penetração do cone e o teor de umidade num espaço log-log. Os coeficientes  $A = 26,64$  e  $B = 0,28$  do ajuste linear foram calculados, obtendo-se um excelente coeficiente de correlação. Os resultados obtidos nas amostras de caulim são apresentadas na Figura 5.6

Tabela 5.4 Resultados do ensaio de penetração de cone em amostras de caulim

Amostra	w (%)	$\gamma_h$ (kN/m <sup>3</sup> )	$\gamma_d$ (kN/m <sup>3</sup> )	e	S (%)	h (mm)	$\bar{w} \pm \sigma_w$ (%)	$\bar{h} \pm \sigma_h$ (mm)
1	39	18,3	12,9	1,026	99	4,2	39,9 ± 0,9	4,0 ± 0,2
	41	18,3	12,6	1,064	100	3,9		
	40	18,3	12,9	1,027	100	4,0		
2	42	17,6	12,4	1,107	99	5,5	42,0 ± 0,2	5,3 ± 0,1
	42	17,8	12,5	1,085	100	5,2		
3	42	17,6	12,4	1,098	99	5,2	44,6 ± 0,1	7,1 ± 0,6
	45	17,3	11,9	1,189	98	6,7		
	45	17,4	12,0	1,171	99	7,5		
4	49	16,6	11,2	1,338	96	10,4	49,9 ± 0,9	10,7 ± 0,4
	50	16,9	11,2	1,320	98	11,2		
5	51	16,8	11,2	1,339	99	10,6	55,0 ± 0,6	15,5 ± 0,6
	55	16,6	10,7	1,432	100	15,7		
	55	16,5	10,7	1,445	99	14,8		
6	56	16,6	10,7	1,445	100	15,9	59,6 ± 0,5	19,8 ± 0,3
	60	16,2	10,1	1,585	99	19,6		
	59	16,2	10,2	1,560	99	20,2		
7	59	16,2	10,2	1,563	99	19,7	61,2 ± 0,4	24,4 ± 0,2
	61	16,2	10,1	1,582	99	24,2		
	62	16,3	10,1	1,595	100	24,6		

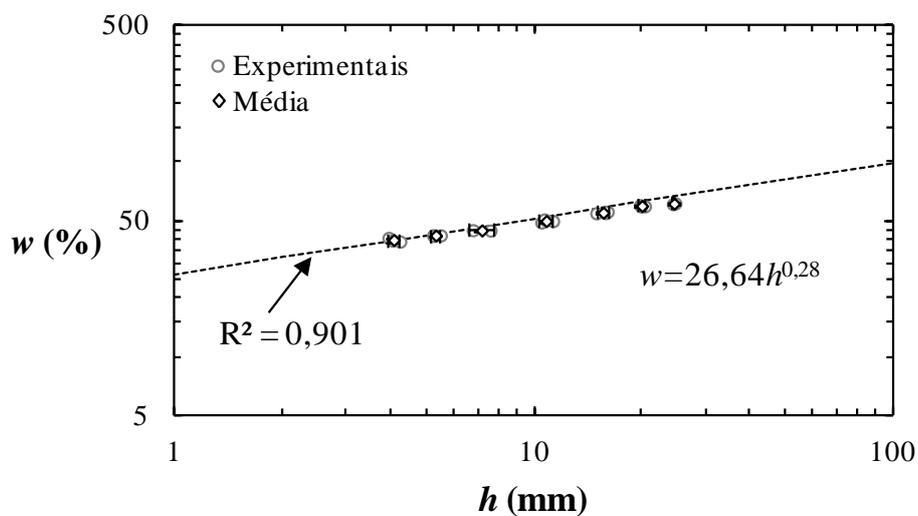


Figura 5.6 Relação linear em escala log-log de amostras de caulim, de profundidade de penetração do cone e o teor de umidade.

Usando as Eqs. (3.19), (3.20) e, (3.21) além dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $A$ , é possível calcular a inclinação da linha de estados críticos, obtendo  $M = 0,24$ , e o intercepto da linha de estados críticos com o eixo de índice de vazios,  $\Gamma = 2,136$ . Lembrando que a inclinação da linha de estados críticos é:

$$M = \frac{6 \sin(\phi_{cs})}{3 - \sin(\phi_{cs})} \quad (5.1)$$

Ao empregar Eq. (5.1) é possível calcular o ângulo de atrito  $\phi_{cs} = 6,6^\circ$ .

### 5.2.2.2 Cálculo dos parâmetros do cone

Da Eq. (3.9) é possível observar que há uma relação linear entre a resistência não drenada,  $s_u$ , do solo e o inverso da penetração ao quadrado  $1/h^2$ , onde a inclinação desta linha é fator de cone  $K$ , multiplicado pelo seu peso  $Q = 7,84 \times 10^{-4}$  kN (80 g). Na Figura 5.7 mostra-se a regressão feita com os valores médios da resistência não drenada detalhados na Tabela 5.3 e os dados de penetração do cone na Tabela 5.4, das amostras 1 à 7.

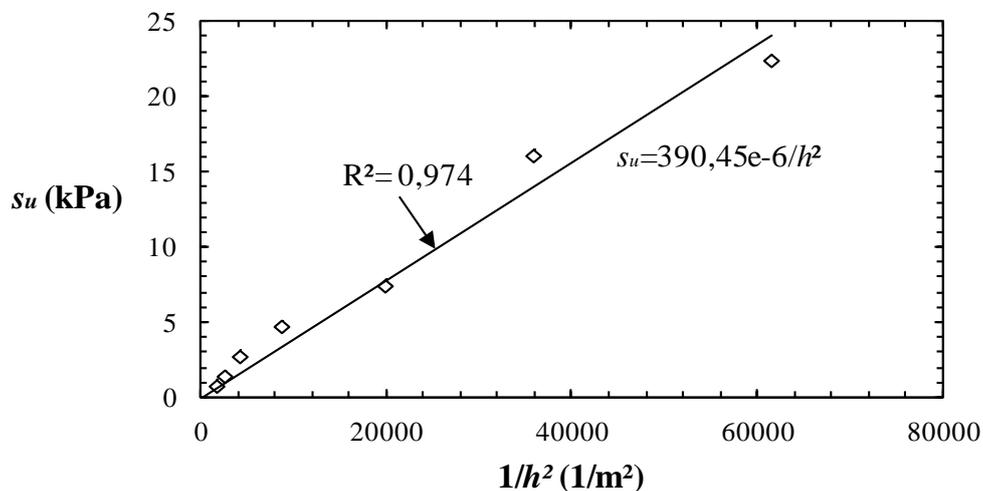


Figura 5.7 Regressão linear para o cálculo do fator de cone

Com os resultados da regressão é possível calcular o fator de cone com ajuda da Eq. (3.9), obtendo um coeficiente de cone  $K = 0,5$ , representativo de um cone rugoso, sob condições dinâmicas.

Usa-se a abordagem estática para calcular o fator de adesão,  $\alpha$ , entre o cone e o solo e a relação entre a resistência não drenada dinâmica e estática,  $\zeta$ . A Figura 5.8 apresenta os resultados obtidos nas amostras de caulim, nos quais foi feita uma regressão parabólica para obter uma expressão similar à apresentada na Eq. (3.3). O coeficiente  $F^*$  obtido na regressão pode ser usado para calcular o fator de carga  $N_{ch}$ , usando simplesmente o ângulo do cone, que é conhecido na Eq. (3.4), obtém-se  $N_{ch} = 6,488$ .

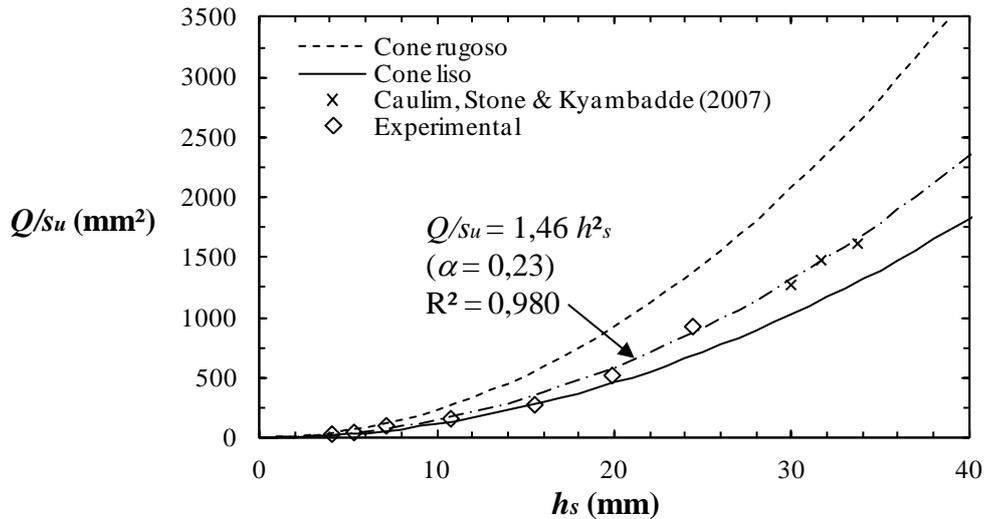


Figura 5.8 Comparação entre valores medidos e teóricos da penetração do cone numa abordagem estática

Uma vez determinado o valor de  $N_{ch}$ , usou-se o gráfico apresentado na Figura 3.2, para obter o fator de adesão entre o cone e o solo  $\alpha = 0,23$ , segundo a curva proposta por Hazell (2008).

Nos resultados da regressão feita na Figura 5.8 foram acrescentados os resultados quase-estáticos obtidos no trabalho de Stone & Kyambadde (2007) que também ensaio amostras de caulim, e que validam o trecho final da regressão feita.

Uma vez foram obtidos o fator de cone  $K$  e o fator de carga  $N_{ch}$ , é possível usar a Eq. (3.10) para determinar o fator que relaciona a resistência não drenada estática e dinâmica, obtendo  $\zeta = 0,24$ , que é menor (45%) do que o mínimo de 0,40 indicado na Figura 3.4. Isso sugere que pesquisas mais detalhadas sobre a taxa de aumento da resistência ao cisalhamento durante o fenômeno de penetração devem ser feitas. Um análise experimental é sugerida já que os valores de reportados na literatura se baseiam apenas em análises numéricas para respaldar os intervalos de variação deste parâmetro.

Finalmente na Figura 5.9 são comparados os resultados experimentais e teóricos que relacionam a profundidade de penetração do cone  $h$ , com a resistência não drenada da argila  $s_u$ . Ressalta-se o excelente ajuste entre os dados experimentais e a tendência teórica, observando que o fenômeno de penetração encontra-se bem formulado teoricamente. É apresentado também os resultados de Koumoto & Houlsby (2001) para fins comparativos.

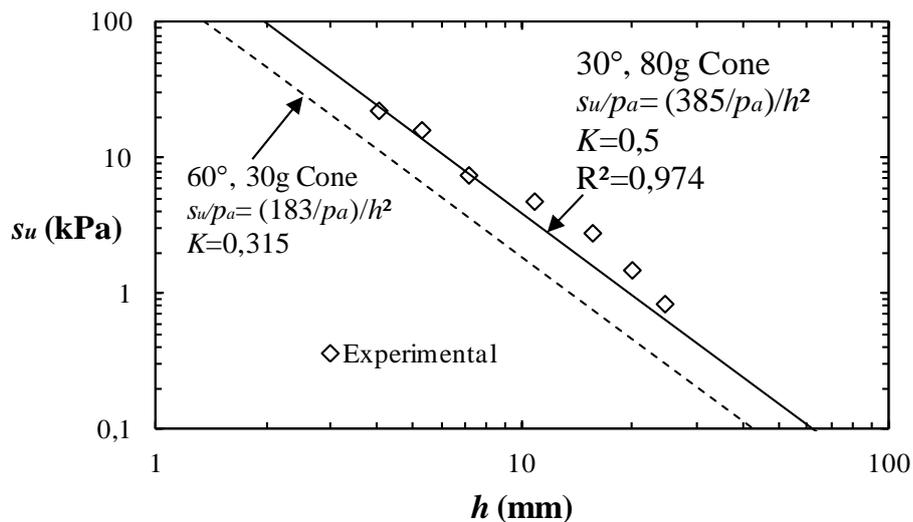


Figura 5.9 Relação entre  $s_u$  e a profundidade de penetração do cone,  $h$

### 5.2.3 CURVA CARACTERÍSTICA

Em função das pequenas dimensões das amostras usadas no ensaio de cone, as forças gravitacionais ou de corpo não têm uma influência determinante na resposta e comportamento do solo. Por outro lado pode ser importante levar em conta ou considerar o efeito da sucção mátrica, embora os ensaios tenham sido realizados em condições perto da saturação ou completamente saturadas.

#### 5.2.3.1 Medição da sucção mátrica

Para realizar o ensaio foi usado o método do papel filtro descrito na ASTM D 5298 03. Para sua realização foram construídas 13 amostras com teor de umidade perto do  $w_L$ , e foram submetidas a trajetórias de secagem. Assim foi possível cobrir o intervalo de umidade desde o  $w_L$  (54%) até um teor de umidade muito baixo  $w=1\%$ . As reduções de umidade entre cada corpo de prova foram de 4% aproximadamente. Os conjuntos de resultados obtidos encontram-se na Tabela 5.5.

Os dados obtidos foram comparados com os descritos por Fleureau *et al.* (2004) para amostras de caulim com trajetória de secagem similares aos medidos, como se vê na Figura 5.10 Curva característica do caulim obtida mediante o método do papel filtro. Os resultados tem uma boa concordância, considerando que neste trabalho não foram medidas sucções menores a 15 kPa. Ressalta-se também que para as sucções menores a 100 kPa, há uma

divergência uma vez que o método do papel filtro não é recomendado para medir sucções baixas.

Tabela 5.5 Dados obtidos no ensaio de medição do potencial de sucção usando papel filtro

$w$ (%)	$\gamma_h$ (kN/m <sup>3</sup> )	$\gamma_d$ (kN/m <sup>3</sup> )	$e$	$S$ (%)	$Suc$ (kPa)
1	12,8	12,7	1,047	2	44526
3	13,4	13,1	0,997	7	16607
5	13,8	13,2	0,982	13	9988
12	14,9	13,3	0,966	34	3968
18	15,4	13,1	0,993	47	3839
22	16,1	13,2	0,979	58	4591
27	16,8	13,2	0,974	72	3672
33	17,6	13,2	0,969	89	3058
37	17,6	12,9	1,030	94	2003
43	17,2	12,0	1,174	96	460
48	16,8	11,4	1,293	96	148
51	16,0	10,6	1,460	92	28
54	16,3	10,6	1,470	96	15

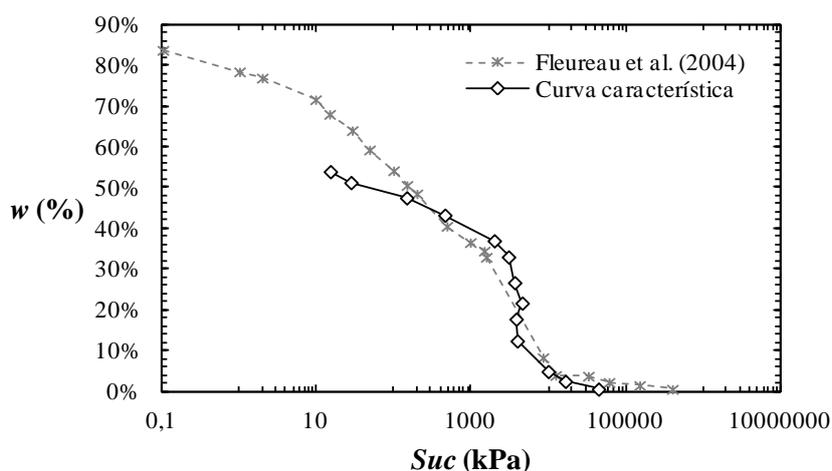


Figura 5.10 Curva característica do caulim obtida mediante o método do papel filtro

### 5.2.3.2 Determinação dos parâmetros elásticos a partir do modelo de estados críticos

Como foi mencionado anteriormente, considerando o tamanho das amostras testadas, as forças de corpo ou gravitacionais não governam o estado tensional, e por isso é levada em conta a forças geradas nas partículas de solo pelo efeito da sucção. Neste caso é natural pensar na sucção como a tensão confinante da amostra atuante em todas as direções das partículas que compõem corpo de prova, ou sob o ponto de vista da teoria dos estados críticos como a tensão confinante média,  $p$ .

Lembrando que no ensaio de palheta foi medida a resistência não drenada, e no critério de ruptura de von Mises  $q = \sigma_{1r} - \sigma_{3r} = 2s_u$  (ver seção 6.2.2.1) onde  $q$  será a tensão desviadora máxima, ou de ruptura, tendo esses dados e os índices de vazios,  $e$ , em cada ponto é possível traçar a linha de estados críticos ( $M$ ) e a linha de adensamento normal ( $NCL$ ).

Para isso foi tomada a trajetória da curva característica, e sobre ela foram lidos os valores de sucção em cada um dos pontos (tomando como referência o teor de umidade) dos ensaios de palheta (ver Tabela 5.3). Levando em conta que o mínimo valor de sucção foi medido para um teor de umidade de 54%, não é possível ler valores de sucção para as amostras 6 e 7 (com  $\bar{w} = 60$  e 63% , respectivamente). Os resultados são apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 Sucção das amostras testadas no ensaio de palheta

Amostra	$w$ (%)	$e$	$s_u$ (kPa)	$q$ (kPa)	$Suc$ (kPa)	$\ln(Suc)$
1	40	1,176	23,5	46,9	1000,0	6,9
	39	1,163	20,6	41,3	1230,3	7,1
	40	1,142	23,4	46,8	1047,1	7,0
2	42	1,177	15,2	30,5	575,4	6,4
	42	1,171	17,4	34,7	645,7	6,5
	42	1,176	15,0	30,0	575,4	6,4
3	46	1,292	6,6	13,2	251,2	5,5
	46	1,290	7,9	15,8	257,0	5,5
	45	1,282	8,1	16,3	302,0	5,7
4	50	1,427	4,5	9,0	55,0	4,0
	49	1,416	5,4	10,8	77,6	4,4
	49	1,419	4,7	9,5	70,8	4,3
5	55	1,626	2,2	4,5	14,1	2,6
	54	1,570	3,4	6,7	15,8	2,8
	54	1,575	2,8	5,6	15,2	2,7

Usando os dados calculados de sucção como a tensão confinante foi traçada a linha de adensamento normal na Figura 5.11 foi medido o coeficiente de compressibilidade virgem,  $\lambda$ , obtendo um coeficiente de correlação ( $R^2=0,984$ ) que indica que a regressão feita é excelente.

Por último, ao usar a sucção como tensão confinante e a resistência não drenada para calcular a tensão desviadora máxima, é possível obter a linha de estados críticos em um pseudo- espaço  $p-q$ , como mostrado na Figura 5.12. Neste caso da linha de estados críticos o ajuste obtido foi muito bom, mas não é tão satisfatório como o anterior.

Finalmente é possível comparar os parâmetros  $\lambda$  e  $M$  obtidos usando o cone e o ensaio de palheta com a curva característica e os resultados de tensão desviadora máxima calculados também a partir do ensaio de palheta, ver Tabela 5.7.

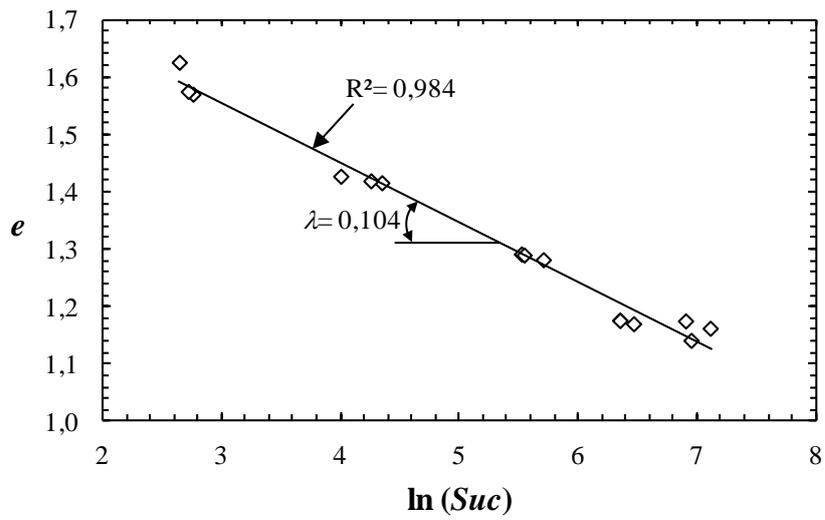


Figura 5.11 Linha de adensamento normal (NCL) e coeficiente de compressibilidade medido

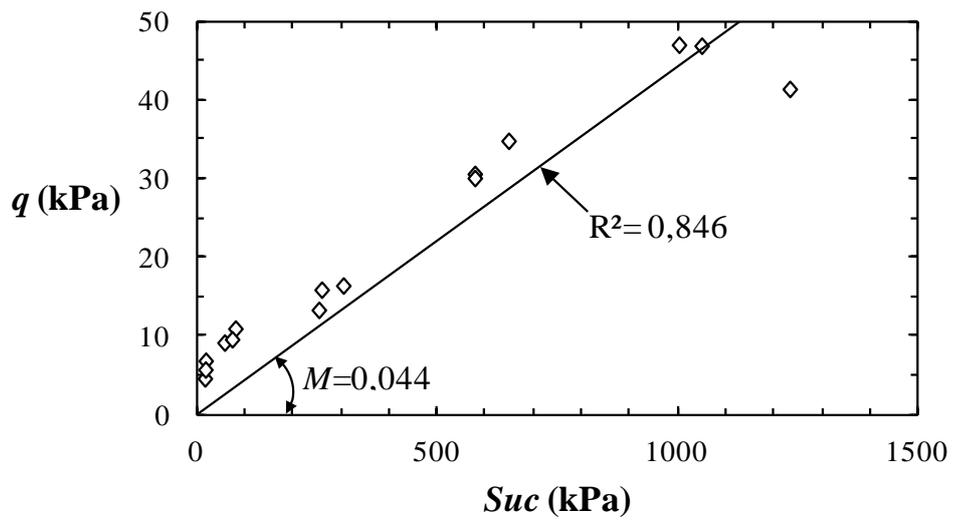


Figura 5.12 Linha de estados críticos no espaço "p-q"

Tabela 5.7 Comparação dos parâmetros do modelo de estados críticos obtidos por métodos indiretos

	Cone	Curv. Carac.
$\lambda$	0,14	0,10
$M$	0,24	0,04
$\phi_{cs}$	7°	1°

É possível observar que o coeficiente de compressibilidade,  $\lambda$ , obtido com os dois métodos tem a mesma ordem de magnitude, o que indica que este parâmetro pode ser estimado com maior facilidade usando métodos indiretos. Na literatura existem numerosas equações empíricas, relacionando este parâmetro com os índices físicos do material (Sridharan & Nagaraj, 2000; Mitchell & Soga, 2005). Por outro lado o parâmetro  $M$  apresenta grande divergência. Uma possível causa da divergência pode ser o elevado nível de tensões confinantes aproximados pelos valores de sucção. Isto leva a uma envoltória de ruptura curva, como pode ser inferido da Figura 5.12, caso apenas os pontos iniciais, representando níveis de tensão mais baixos fossem utilizados, um maior valor de  $M$  seria calculado. Entretanto este parâmetro de resistência não é necessário para as análises não drenadas nas simulações dos ensaios de cone.

Porém neste trabalho vai ser usado o coeficiente de contração calculado usando a curva característica, para tentar capturar o efeito da sucção nos parâmetros de deformabilidade do solo. Schofield & Wroth (1968) sugerem que há uma relação entre o coeficiente de expansão,  $\kappa$ , e o coeficiente de compressibilidade,  $\lambda$ , a qual foi definida como:

$$\Lambda = \frac{\lambda - \kappa}{\lambda} \quad (5.2)$$

Esta relação foi definida como uma constante, porém dependente de outros parâmetros. No mesmo trabalho, Schofield & Wroth (1968) indicam um valor  $\Lambda = 0,8$ , para o caulim. Nos trabalhos de Rincón & Rodríguez (2001) e Fleureau *et al.* (2004), foram feitos ensaios de adensamento em caulim, nos quais foi calculada a relação proposta obtendo  $\Lambda = 0,77$  e  $0,80$ , respectivamente. É adotada então uma relação entre o coeficiente de compressibilidade e expansão  $\Lambda = 0,8$ , e considerando o coeficiente de contração calculado ao usar a curva característica, se obtém  $\kappa = 0,02$ .

Na Tabela 5.8 se encontram valores de  $\lambda$  e  $\kappa$  para caulim, relatados na literatura, assim como os valores obtidos experimentalmente neste trabalho com fins comparativos.

Tabela 5.8 Comparação de coeficientes de compressibilidade e contração calculados e reportados na literatura

Estudo	$\lambda$	$\kappa$	$\Lambda$
Schofield & Wroth (1968)	0,26	0,05	0,81
Rincón & Rodríguez (2001)	0,14	0,03	0,77
Fleureau <i>et al.</i> (2004)	0,09	0,02	0,80
Calculado	0,10	0,02	0,80

Da teoria de estados críticos:

$$d\varepsilon_v^e = \frac{1}{K'} dp' \quad (5.3)$$

e também

$$d\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1+e} \frac{dp}{p} \quad (5.4)$$

relacionando as Eqs. (5.3) e (5.4), obtêm-se:

$$\frac{1}{K'} = \frac{\kappa}{1+e} \frac{1}{p} \quad (5.5)$$

onde  $K'$  é o módulo volumétrico isotrópico (*bulk modulus*), definido como:

$$K' = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (5.6)$$

Usando as Eqs. (5.5) e (5.6), é possível calcular o módulo de elasticidade:

$$E = \frac{3p}{\kappa} (1-2\nu)(1+e) \quad (5.7)$$

Considerando o coeficiente de Poisson  $\nu = 0,5$  para argilas não drenadas, e o coeficiente de expansão  $\kappa = 0,02$  nos dados obtidos na curva característica, é possível determinar o módulo de elasticidade como apresentado na Eq. (5.7), lembrando que a tensão confinante  $p$  é tomada como a sucção para cada teor de umidade. Os módulos assim calculados são apresentados na Tabela 5.9.

Tabela 5.9 Módulos de elasticidade calculados a partir da teoria dos estados críticos

<b>Amostra</b>	<b>w (%)</b>	<b>Suc (kPa)</b>	<b>e</b>	<b>E (kPa)</b>
<b>1</b>	40	1096,5	1,090	661,5
<b>2</b>	42	645,7	1,143	399,5
<b>3</b>	45	302,0	1,220	193,5
<b>4</b>	50	77,6	1,357	52,8
<b>5</b>	55	15,1	1,470	10,8
<b>6</b>	60	10,0	1,470	7,1
<b>7</b>	61	-	-	-

Destaca-se que para o teor de umidade da amostra 7 não foi medido o valor da sucção, por ser muito baixo para o método usado (papel filtro).

#### 5.2.4 REPETIBILIDADE DOS ENSAIOS

Como foi mencionado na seção 5.1, o limite de contração ( $w_s$ ) foi alto quando comparado aos valores reportados na literatura. Para verificar este índice foi construída uma curva completa de contração que também permitiu avaliar que se as amostras ensaiadas aderiam a esta curva, garantindo os mesmos níveis de densidade e saturação nos corpos de prova testados na mesma umidade.

Para construir a curva foi usado o seguinte procedimento:

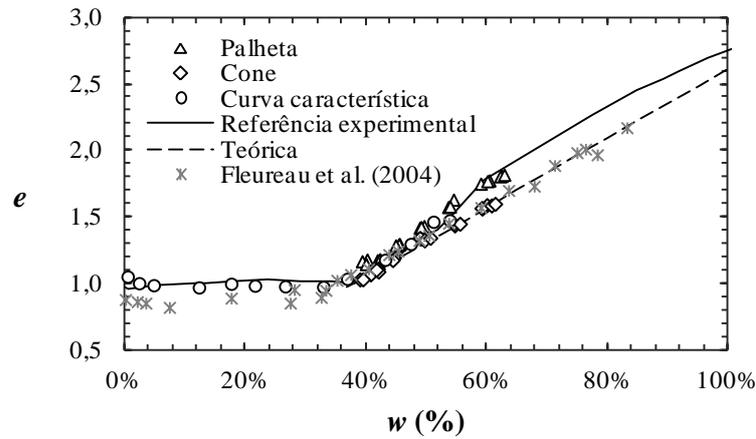
- Usando as cápsulas do teste de limite de contração (ASTM D 427 98), foi determinado o volume de cada cápsula mediante o procedimento explicado nesta norma usando mercúrio.
- Foram preparadas 7 amostras usando caulim seco em estufa e água destilada, para atingir distintos teores de umidade desde o limite de liquidez (54%) até um teor de umidade de 100%.
- As cápsulas foram lubrificadas com vaselina. Cada cápsula foi preenchida como explicado na norma ASTM D 427 98 com caulim com diferente teores de umidade.
- As amostras foram pesadas e levadas para estufa para verificar o teor de umidade como apresentado na norma (ASTM D 2216 10), com exceção da amostra no limite de liquidez.
- A amostra no limite de liquidez foi deixada para secar ao ar, para perder umidade devagar e foi pesada a cada 20 minutos.
- A partir de um teor de umidade de aproximadamente 50% foi possível extrair a amostra da cápsula, e medir o volume da amostra usando um paquímetro e seu peso na balança. Logo após esta amostra foi levada a estufa para corrigir a umidade, já que até esse momento o controle tinha sido feito mediante o seu peso.
- Com os diferentes valores de volume, peso e conhecendo o  $G_s$  foi possível calcular, o índice de vazios,  $e$ , a Saturação,  $S$ , o peso específico úmido,  $\gamma_h$ , e o peso específico seco,  $\gamma_d$ .

A Figura 5.13(a) e (b) mostra as tendências do índice de vazios e saturação respectivamente, obtidas nos ensaios feitos, assim como a tendência teórica considerando um estado de saturação total 100% ( $G_s w = S_e$ ). Os resultados mostram que o caulim continua saturado desde um teor de umidade de 100% até aproximadamente a umidade de 40%, próxima ao limite de contração  $w_s$ . Estes resultados foram comparados também com os obtidos por Fleureau *et al.* (2004) que relatam uma tendência semelhante. Com esta curva de contração completa é confirmado o valor do limite de contração medido ao usar a norma (ver seção 5.1). Ressalta-se que as curvas experimentais evidenciam a dificuldade comentada sobre a homogeneização da amostra com teor de umidade acima de 55%.

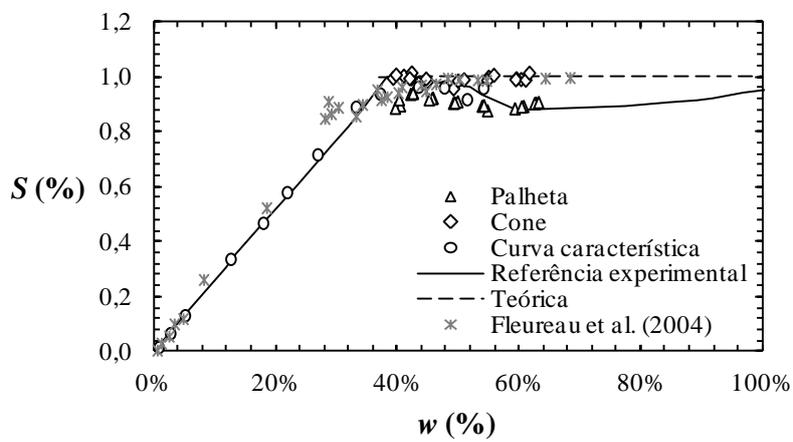
A Figura 5.13 (c) mostra a relação entre pesos específicos aparentes e teor de umidade. As curvas apresentam o comportamento esperado, já que a partir do  $w_s$  até um teor de umidade do zero, não há diminuição do volume e a massa dos sólidos é constante, por isso o  $\gamma_d$  permanece constante até um teor de umidade de 0% onde é igual ao  $\gamma_h$ . No caso do peso específico úmido é possível identificar duas tendências: uma crescente desde o teor de umidade do 100% até o  $w_s$ , devida à perda de volume por conta da perda de água ( $\gamma_h = W_t/V_t$ ); por outro lado a partir do  $w_s$ , não há perda de volume mas sim de água e por isso a segunda tendência identificada é decrescente .

Dos resultados obtidos, conclui-se que os corpos de prova para cada ensaio tiveram um comportamento homogêneo, e podem ser considerados representativos da amostra. A saturação dos corpos de prova do ensaio de resistência ao cisalhamento apresentaram valores inferiores ao esperado, talvez porque o corpo de prova para este ensaio era o maior de todos e existia uma dificuldade na sua preparação, o que demorou o processo e poderia ter causado a perda de água.

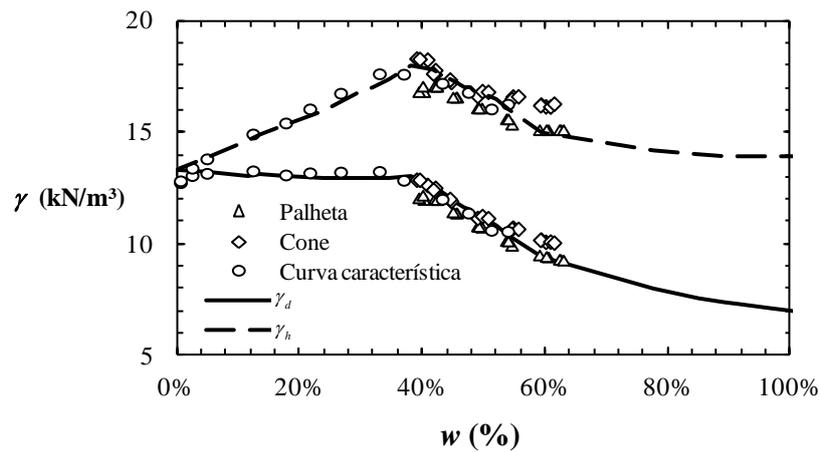
Por último tem que ser ressaltado, como mostrado na Tabela 5.4, que das amostras 3 e 7 só foram aproveitados 2 valores do ensaio de penetração, porque nos gráficos usados para comprovar a repetibilidade das condições nos ensaios observou-se um claro comportamento fora da curva para um dos ensaios.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.13 Variação de índices gravimétricos do caulim com o teor de umidade (a) Índice de vazios (b) Saturação (c) Peso específico úmido e seco

## 6. ANÁLISES NUMÉRICAS

Neste capítulo são apresentados os diferentes modelos numéricos unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais. Cada análise permitiu aperfeiçoar o entendimento do método numérico, e influência das diferentes variáveis e condições que foram levadas em conta para a modelagem numérica definitiva do ensaio de penetração de cone.

Entre as análises feitas encontram-se estudos do refinamento da malha de fundo, análise do intervalo de tempo  $\Delta t$  considerado para as simulações, e a influencia da discretização (arranjo dos pontos materiais) na resposta do modelo.

### 6.1 MODELO UNIDIMENSIONAL

A primeira etapa do desenvolvimento consistiu em reproduzir simulações simples disponíveis em artigos de divulgação científica, usando o código aberto Python<sup>TM</sup>. Foi escrito um programa simples com o objetivo de entender os detalhes de implementação do método. Neste caso foi usado como referência o trabalho de Buzzi *et al.* (2008) que apresentaram o problema da vibração de um ponto material, também discutido por Bardenhagen (2002). Como no trabalho de Buzzi *et al.* (2008), o algoritmo desenvolvido resolve o problema usando o GIMP nos casos de atualização de tensões no início (USF) ou no final (USL).

O problema da vibração de um ponto material (mola-massa) foi idealizado como uma barra, a qual foi discretizada como um único ponto material. A barra tem um módulo  $E = 4\pi^2$ , um comprimento  $L = 1$  e foi representada como um ponto localizado na posição inicial  $x_{p0} = L/2$ , ao qual foi aplicada uma velocidade inicial  $v_0$ , como ilustrado na Figura 6.1. As condições de contorno incluem um ponto extremo da malha de fundo fixo e outro livre.

A malha de fundo foi representada por quatro vértices, localizados em  $x = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  e  $x = 2$ . Neste problema a aceleração da gravidade não é levada em conta. A solução teórica do problema tem a seguinte forma:

$$v(t) = v_0 \cos(\omega t) \quad (5.8)$$

para a velocidade e

$$x(t) = x_0 \exp\left[\frac{v_0}{L\omega} \sin(\omega t)\right] \quad (5.9)$$

para a posição, onde  $w = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ , e a densidade  $\rho$  é considerada unitária.

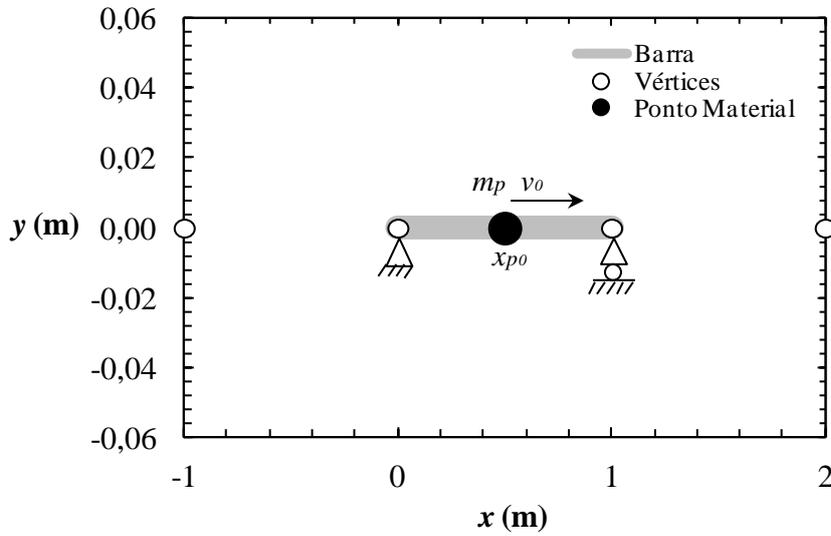


Figura 6.1 Condição inicial do problema de vibração de um ponto

Considerando  $v_0 = 0,1$  e intervalos de tempo  $\Delta t = 0,001s$  constantes, os resultados da simulação, e a solução analítica são apresentados na Figura 6.2 para as velocidades e na Figura 6.3 para os deslocamentos, os dois resultados são apresentados como função do tempo.

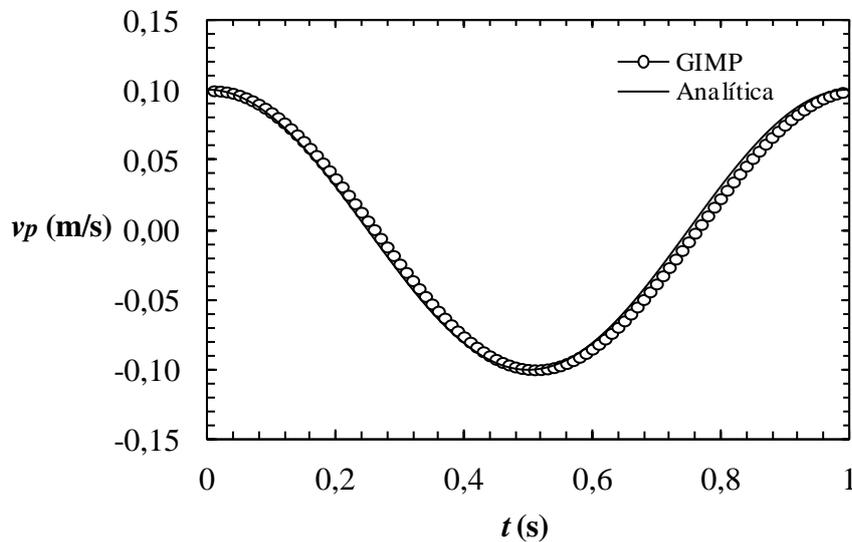


Figura 6.2 Solução das velocidades na vibração de uma barra usando o GIMP (USF)

É possível ver as soluções numéricas considerando USF e uma lei de comportamento do material elástica linear tem uma precisão excelente quando comparadas com a soluções analíticas. Um análise mais detalhado do problema encontra-se em Buzzi *et al.* (2008). A

solução apresentada corresponde à representação da barra como um único ponto material, para fins de comparação a sua solução analítica. No APÊNDICE A apresenta-se o algoritmo completo, o qual pode resolver o problema da vibração da barra para diferentes níveis de discretização (aumentando tanto dos vértices como dos pontos materiais por célula), e também é possível calcular a solução usando USF ou USL.

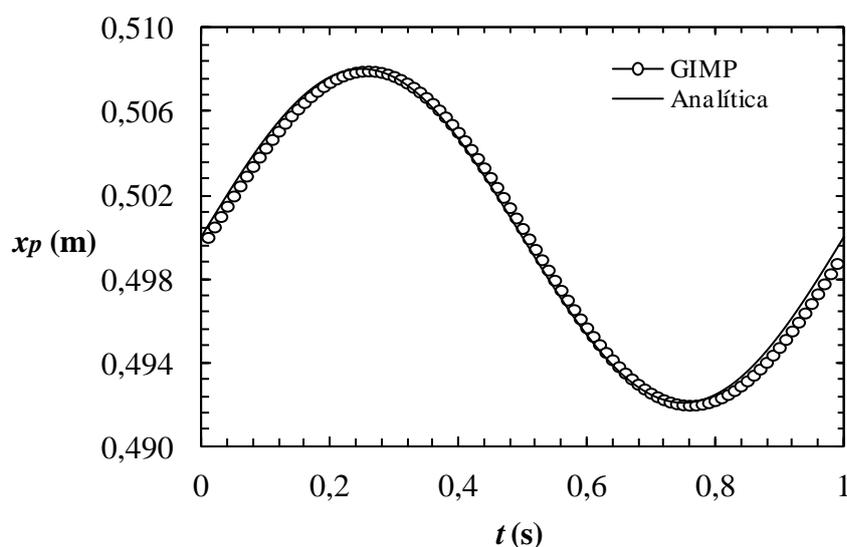


Figura 6.3 Solução da posição na vibração de uma barra usando o GIMP (USF)

## 6.2 MODELO BIDIMENSIONAL

O modelo bidimensional adotado permite ter uma primeira aproximação para a simulação do problema de penetração de cone, que sob condições de deformação plana representa de fato uma cunha. Neste caso foi usado o código aberto *NairnMPM*, criado pelo professor John A. Nairn do Departamento de Ciência da Madeira e Engenharia da Universidade Estadual de Oregon, USA. O código tem sido usado e comprovado com sucesso na propagação de fissuras (Nairn, 2003), e na simulação de compactação de madeira (Nairn, 2006). O programa tem uma série de vantagens pelas quais foi selecionado e que serão expostas a seguir.

### 6.2.1 CARACTERÍSTICAS DO *NAIRNMPM*

Os códigos implementados no *NairnMPM* fazem cálculos do MPM e GIMP, programados em linguagem C++, permitindo análises bidimensionais num estado de deformação plana e tridimensionais dinâmicas (as duas explícitas no tempo). O código permite também as duas

metodologias para atualização das tensões, USF e USL, e uma terceira forma de atualização, que permite trabalhar com a média das duas abordagens, é a recomendada pelo autor.

Outra característica positiva do código é que permite a simulação de diferentes materiais num mesmo modelo, bem como a interação destes materiais mediante o processo exposto na seção 4.4. Entre as leis constitutivas implementadas encontram-se: variações do modelo elástico linear, incluindo um modelo visco-elástico; modelos hyperelásticos; modelos elasto-plásticos, como von Mises, e materiais que permitem simular condições de contorno móveis com rigidez infinita, entre outros.

Sobre a geração e definição do modelo geométrico, embora não tenha uma entrada de dados gráfica, o programa permite a definição do modelo de forma simples, usando um arquivo de dados de entrada em linguagem XML. No arquivo de entrada de dados é possível definir as características geométricas (discretização) tanto para a malha como para os pontos materiais, usando ferramentas próprias do código para definir geometrias regulares, mas também é possível definir geometrias irregulares ou não definidas pelo autor, usando uma entrada de dados explícita. Da mesma forma, é possível definir condições iniciais (tensões, velocidades impostas ou carregamentos) de forma implícita usando funções pré-definidas ou de maneira explícita.

Finalmente destaca-se que todas as características do programa estão documentadas, o código é aberto, o que permite fazer modificações na estrutura interna do programa, e existe outro componente, que é o aplicativo Java *NairnFEAMPMViz* que permite o pós-processamento dos dados, permitindo a visualização e exibição de resultados.

### 6.2.2 MODELO CONSTITUTIVO

Como o fenômeno que se busca reproduzir é o ensaio de penetração de cone em argilas saturadas, assume-se que o processo de cravação acontece sob condições não drenadas, e a análise é realizada em termos de tensões totais. Neste caso, Houlsby (1982) sugere que o uso do modelo de ruptura de von Mises é mais apropriado para descrever o comportamento de argilas, no lugar de outros modelos usados na modelagem destas como Tresca. No entanto, para análises mais detalhadas, devem-se considerar modelos mais completos como MohrCoulomb, entre outros encontrados nos códigos de MPM trabalhados por Coetzee (2004) ou Zabala (2010), ou modelos do tipo Cam Clay ainda inexplorados neste código numérico (*NairnMPM*).

**6.2.2.1 Critério de ruptura de von Mises para análise de tensões totais**

Quando uma amostra de solo é testada em um ensaio compressão triaxial sob condições não drenadas, a ruptura ocorre quando o círculo de Mohr de tensões totais toca a envoltória de resistência, que pode ser aproximada por uma linha reta, paralela ao eixo de tensão normal total como ilustrado na Figura 6.4 (a). O critério é dado pela simples expressão:

$$\tau = s_u \tag{5.10}$$

onde  $s_u$  é o parâmetro do modelo que representa a resistência não drenada do solo. Esta envoltória, pode ser considerada como um caso particular da envoltória de Drucker-Prager com  $\alpha^* = 0$  (atrito nulo), o que coincide com o critério de ruptura de von Mises, que produz no espaço de tensões principais é representado por um cilindro como se vê na Figura 6.4 (b).

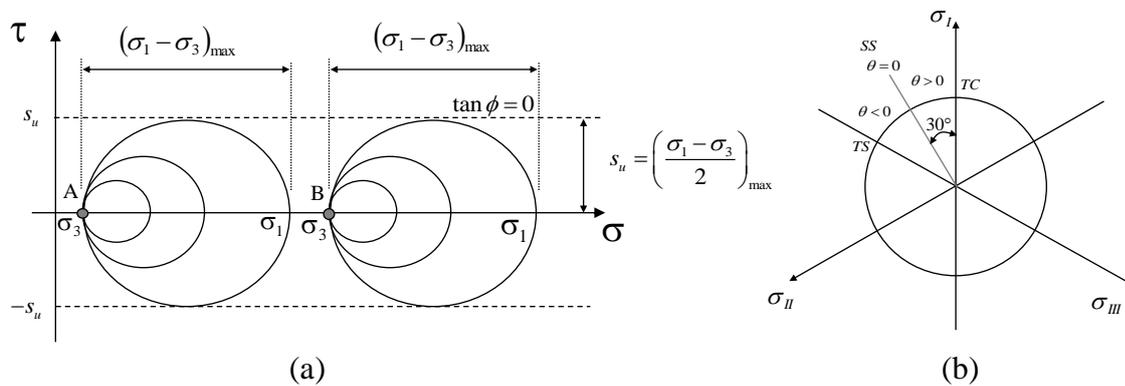


Figura 6.4 Ruptura num ensaio triaxial não drenado: (a) Traço da superfície de von Mises no espaço  $\sigma - \tau$ ; (b) Traço da superfície de von Mises no plano octaédrico (círculo)

A expressão do critério de von Mises entre termos de invariantes de tensão é definida por:

$$F = \sqrt{J_{2D}} - k = 0 \tag{5.11}$$

Onde  $J_{2D}$  é o segundo invariante do tensor de tensões, e  $k$  é o parâmetro de resistência determinado segundo o seguinte critério:

$$(\sigma_{1r} - \sigma_{3r}) = 2s_u \tag{5.12}$$

Onde  $\sigma_{1r}$  e  $\sigma_{3r}$  são as tensões principais na ruptura. O critério pode ser reescrito como:

$$\frac{\sigma_{1r} - \sigma_{3r}}{2} = \sqrt{J_{2D}} \cos \theta \tag{5.13}$$

E ao considerar que o ângulo de *Lode*,  $\theta = \pm 30^\circ$  para compressão e extensão triaxial (TC e TS), obtém-se:

$$k = \sqrt{J_{2D}} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2 \cos \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}} s_u \quad (5.14)$$

No entanto, a resistência em cisalhamento simples (SS),  $\theta = 0^\circ$ , será sobre-estimada:

$$\sigma_{1r} - \sigma_{3r} = 2 \cos \theta \sqrt{J_{2D}} = \frac{4}{\sqrt{3}} s_u > 2s_u \quad (5.15)$$

Este tipo de modelo de ruptura é muito usado em análises de tensões totais, sob condições não drenadas em problemas geotécnicos, envolvendo carregamentos rápidos de argilas saturadas. Por isso será usado na simulação do processo de indentação, um modelo elástico perfeitamente plástico que considere o critério de ruptura von Mises para a argila e um modelo elástico linear na lei constitutiva do cone.

### 6.2.3 VALIDAÇÃO DO PROGRAMA NAIRNMPM

Embora o código esteja bem verificado e validado para alguns problemas de grandes deformações em madeira, é conveniente verificar a sua eficácia na simulação destes problemas e outros próprios da geotecnia incluindo aqueles que não incluam situações que envolvam grandes deformações. Devido à ampla utilização do MEF, é natural a comparação com seus resultados, assim como o uso de ensaios de laboratório e soluções analíticas.

#### 6.2.3.1 Ensaio de compressão não-confinada

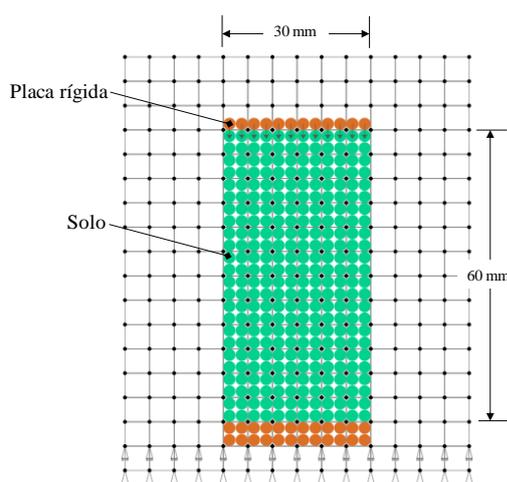
Um dos problemas que permite avaliar de forma fácil a efetividade do programa para grandes deformações é a simulação ensaio de compressão não confinada ou compressão simples, descrito na norma ASTM D 2166-0. O material para a execução do ensaio foi um Caulim cujas características foram apresentadas no Capítulo 5. O corpo de prova é cilíndrico com 5 cm de diâmetro e 10 cm de altura. A amostra utilizada tinha um teor de umidade inicial de 44%, o que correspondente a um grau de saturação próximo de 100%. A amostra não confinada é comprimida entre placas rígidas a uma velocidade de 1 mm/min, utilizando uma prensa multifunção. Nesta velocidade, estima-se que o corpo de prova rompa sob condições não-drenadas.

O ensaio foi executado até atingir uma deformação superior a 35%, procurando obter a curva de tensão principal *versus* deformação. Após a execução do ensaio, foram calibrados os parâmetros necessários para simulações com o modelo elástico perfeitamente plástico de von Mises, conforme mostrado na Tabela 6.1. O módulo de elasticidade ( $E$ ) adotado de 405 kPa foi medido na curva experimental como o módulo secante para uma deformação de 3%. O coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) foi arbitrado em 0,499 para representar uma condição não-drenada. A tensão de ruptura ( $\sigma_y$ ) corresponde à resistência à compressão não-confinada do solo obtida no ensaio e igual a aproximadamente 52 kPa.

Tabela 6.1 Parâmetros do caulim medidos do ensaio de compressão não confinada

$E$ (kPa)	405
$\nu$	0,499
$\sigma_y$ (kPa)	52

Após a obtenção dos parâmetros da lei constitutiva, foi estabelecida a geometria do modelo numérico, a qual é mostrada na Figura 6.5. As dimensões do modelo numérico atendem ao mínimo exigido pela norma com diâmetro ( $D$ ) de 3 cm e altura ( $H$ ) de 6 cm, mantendo a mesma relação  $H/D$  de 2:1, mas com dimensões inferiores ao modelo real de modo a economizar em tempo de processamento. Adotou-se um tensão geostática inicial com a aplicação de uma força de massa equivalente ao peso específico do solo igual a 18 kN/m<sup>3</sup>. Foram adotadas duas placas rígidas e lisas para impor as condições de contorno, da forma similar ao que ocorre no ensaio real. A placa inferior foi fixa na direção vertical e aplicou-se uma velocidade de deformação constante e igual a 2 mm/ms na placa superior.



Ficha da Simulação	
Estado de tensões em deformação plana	
Tamanho da célula:	5 mm
Tamanho do ponto material:	2,5 mm
Pontos materiais por célula:	4
Pontos materiais representando o solo:	288
Pontos materiais representando as placas rígidas:	36
Vértices na malha:	270
$\Delta t =$	1,71e-04 ms
Tempo de análise:	13 ms
Tempo execução:	2'30"

Figura 6.5 Geometria e características do modelo GIMP

Na Figura 6.6, encontram-se os resultados da curva tensão-deformação experimental obtida no laboratório, bem como a idealização teórica com os dados da Tabela 6.1 e os resultados obtidos na modelagem usando o GIMP. É possível ver que no trecho mais linear, até atingir uma deformação em torno de 5%, os resultados da simulação têm uma tendência muito similar à curva experimental. Entretanto os dados experimentais apresentam uma transição mais suave até a ruptura uma vez que o solo apresenta de fato um comportamento elasto-plástico desde o início do carregamento, em contraste com a idealização de comportamento elástico-perfeitamente plástico. Nota-se também que os resultados da simulação conseguiram atingir a tensão de ruptura esperada.

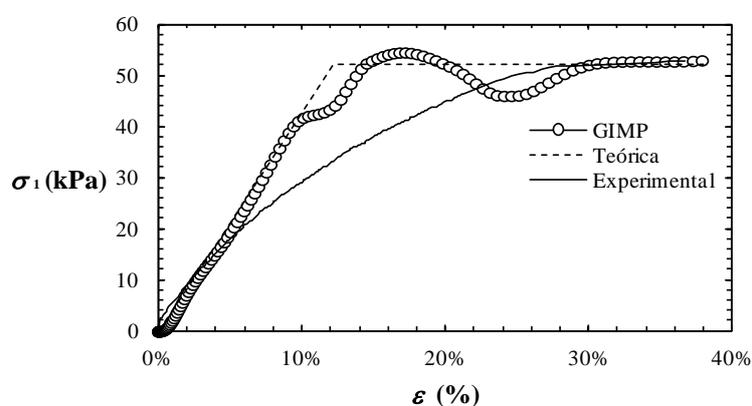


Figura 6.6 Comparação das curvas tensão *versus* deformação do ensaio de compressão não-confinada

A boa comparação entre o resultado experimental e o numérico ocorre apesar de se encontrarem em condições de sollicitação diferentes, isto é, em estado axissimétrico no ensaio real e sob deformação plana na simulação. A concordância se deve em parte devido ao modelo de ruptura adotado (von Mises) o qual não considera ganho de resistência em função do estado de tensões e também devido ao fato de o ensaio ser não confinado, o que implica em um mesmo módulo de rigidez elástica em condições 2D e 3D.

Entretanto a simulação bidimensional sob deformação plana representa uma situação extrema, no sentido de que imporá uma força externa mais elevada em relação à situação axissimétrica para um mesmo nível de tensões. No caso de deslocamento imposto, como na simulação do ensaio aqui apresentada, os níveis de força são diferentes para um mesmo deslocamento, mas também se distribuem em áreas diferentes no corpo de prova real (axissimétrico) e no modelo simulado em deformação plana. As tensões geradas na simulação

bidimensional estão limitadas pelo critério de von Mises ao valor máximo obtido em laboratório, e decorre daí a boa concordância.

A curva numérica também acompanha bem o modelo teórico nos trechos inicial (intervalo elástico) e final (tensão de plastificação), mas apresenta oscilações na transição elasto-plástica. Oscilações similares foram observadas por Coetzee (2004) para a curva carga *versus* deslocamento durante a simulação de um ensaio de arrancamento de ancoragens, e se atribui estas oscilações ao fenômeno de bloqueio cinemático.

Na Figura 6.7 são apresentadas as configurações deformadas e a evolução das tensões verticais para diferentes estágios de tempo. A simulação continuou até atingir uma deformação de 35%, como no ensaio real. Entretanto, deve-se ressaltar que o carregamento é aplicado muito rápido (13 ms) na análise numérica, o que gera propagação de ondas no interior da massa de solo que podem afetar a resposta do modelo. Portanto, o programa usa um amortecimento artificial (numérico) em função do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson para ajudar à dissipação da onda gerada.

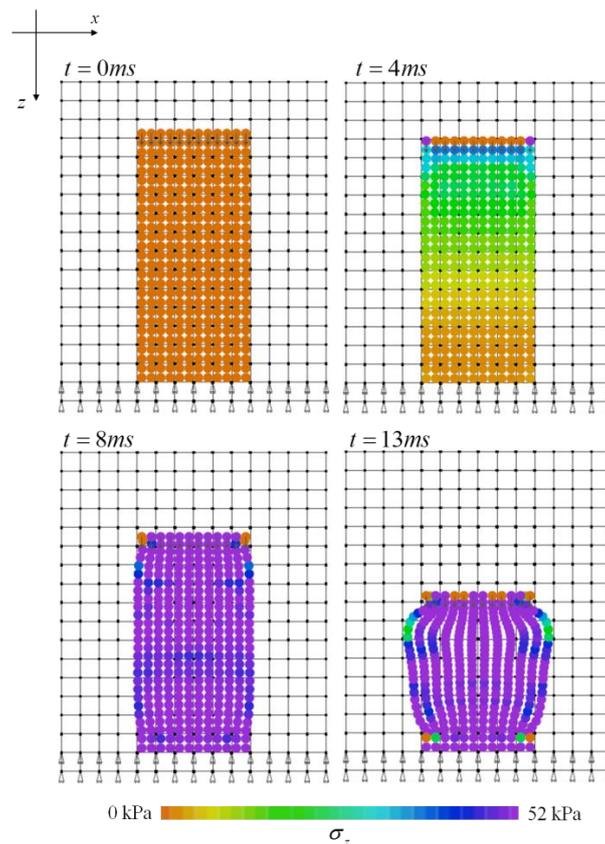


Figura 6.7 Estágios de deformação no ensaio de compressão não-confinada modelado no GIMP

Finalmente na Figura 6.8 (a) encontra-se uma fotografia da amostra de argila ensaiada. É possível notar a similitude da geometria do material após o ensaio com a imagem final da Figura 6.7, correspondente à modelagem numérica. Também nota-se que as tensões cisalhantes máximas (roxo na Figura 6.8 (b)) indicam a direção da superfície de ruptura na simulação, inclinada em aproximadamente  $45^\circ$ .

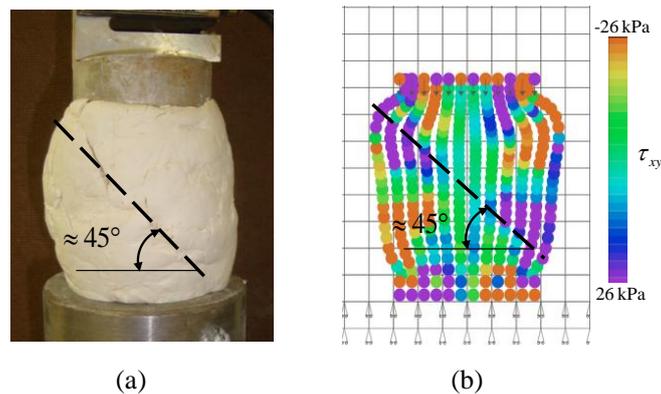


Figura 6.8 (a) Fotografia da amostra de caulim após o ensaio de compressão não-confinada (b) Tensões cisalhantes no final do ensaio

### 6.2.3.2 Carga distribuída numa camada finita

Neste caso foi testado o desempenho do GIMP para simulação do problema clássico de uma fundação corrida, representada por uma carga distribuída uniforme sobre uma camada finita. Os resultados da simulação foram comparados com soluções analíticas e simulações numéricas usando o MEF (com o programa Plaxis). O esquema do problema é mostrado na Figura 6.9.

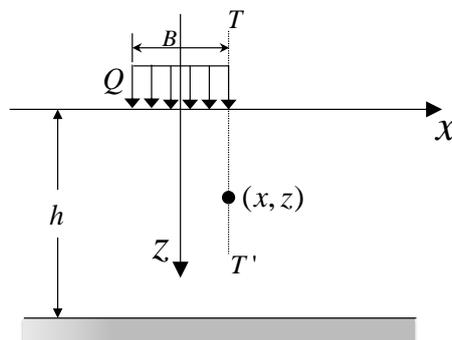


Figura 6.9 Carga uniformemente distribuída na superfície numa camada finita sobre uma base rígida

A solução analítica para as tensões ao longo do eixo  $T-T'$ , considerando uma interface rugosa entre a camada de solo e a base rígida são (Poulos & Davis, 1974):

$$\sigma_z = \frac{Q}{\pi} I_{st\sigma} \quad (5.16)$$

$$\Theta = \frac{Q}{\pi} I_{st\Theta} \quad (5.17)$$

onde  $\Theta$ , é a tensão de *bulk* (*bulk stress*)

$$\sigma_x = \frac{\Theta}{1+\nu} - \sigma_z \quad (5.18)$$

$$\tau_{xz} = \frac{Q}{\pi} I_{st\tau} \quad (5.19)$$

O deslocamento vertical e horizontal logo embaixo da borda do carregamento é:

$$U_z = \frac{Qh}{\pi E} I_{stz} \quad (5.20)$$

$$U_x = \frac{Qh}{\pi E} I_{stx} \quad (5.21)$$

Os fatores de influencia,  $I_{sti}$  ao longo da profundidade podem ser consultados em Poulos & Davis (1974) para um coeficiente de Poisson,  $\nu = 0,5$ .

Para os modelos numéricos (GIMP e MEF) foram usados modelos constitutivos elásticos lineares, com as propriedades medidas da Tabela 6.1, e foi adotado um coeficiente de Poisson,  $\nu = 0,499$ , para simular a argila saturada em condições não-drenadas. A geometria dos modelos numéricos encontra-se na Figura 6.10. Não é possível fazer uma discretização exatamente igual, devido obviamente às estratégias inerentes de cada método, mas tentou-se fazer uma divisão do domínio semelhante.

A Tabela 6.2 mostra as características do modelo numérico utilizando o GIMP. Na Figura 6.11 (a)-(c) encontram-se as tensões ao longo da profundidade no eixo  $T-T'$ . É possível ver que no primeiro milímetro (20% da base da carga,  $b$ ) os dois métodos numéricos apresentam divergências nas tensões. Os problemas numéricos devem-se às condições de contorno aplicadas no GIMP e extrapolações das tensões calculadas nos pontos de Gauss para a superfície do terreno no caso do MEF.

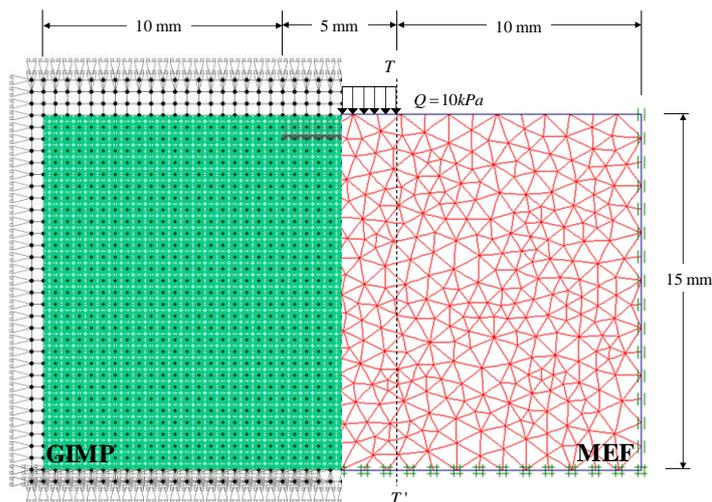


Figura 6.10 Modelo geométrico das discretizações usando GIMP e MEF

Tabela 6.2 Características do modelo numérico usando GIMP de uma carga distribuída numa camada finita

Ficha da Simulação	
Estado de tensões em deformação plana	
Tamanho da célula:	0,5 mm
Tamanho do ponto material:	0,25 mm
Pontos materiais por célula:	4
Pontos materiais representando o solo:	6000
Vértices na malha:	1855
$\Delta t$	$1,55e-03$ ms
Tempo de análise:	10 ms
Tempo execução:	3'14"

No caso da tensão vertical, Figura 6.11 (a), o primeiro trecho da curva calculada com o MEF ajusta-se melhor à solução teórica, enquanto o GIMP a subestima. A partir do primeiro terço as tensões calculadas com o GIMP o MEF, e a analítica são praticamente coincidentes.

Para a tensão horizontal Figura 6.11 (b), há uma similitude maior entre os resultados dos métodos numéricos, mas o GIMP apresenta uma pequena subestimação na primeira metade quando comparado com a solução de MEF. Comparando as soluções numéricas, com a analítica, ambas duas super estimam a solução exata, porém a tendência da curva é a mesma.

Nas tensões cisalhantes, Figura 6.11 (c), há uma divergência dos resultados no trecho inicial, onde o GIMP subestima as tensões no maciço quando comparado com o MEF, porém abaixo de 20% da profundidade analisada, os resultados numéricos (GIMP e MEF) têm resultados em grande concordância com os resultados teóricos.

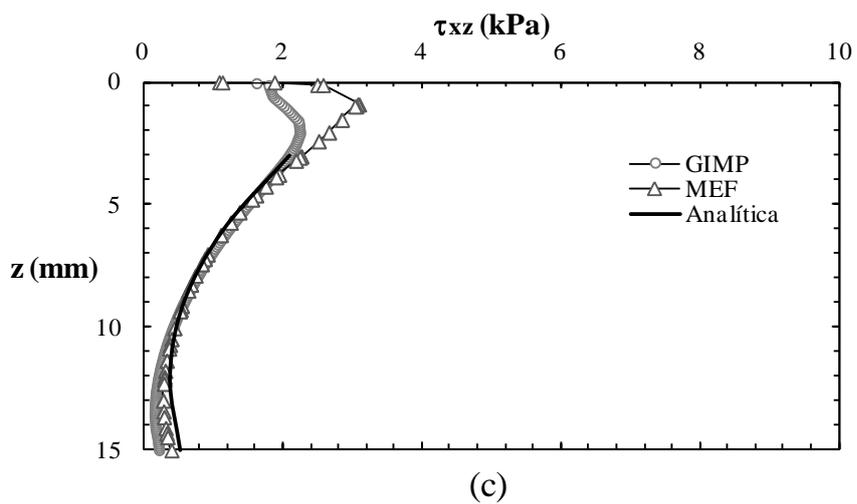
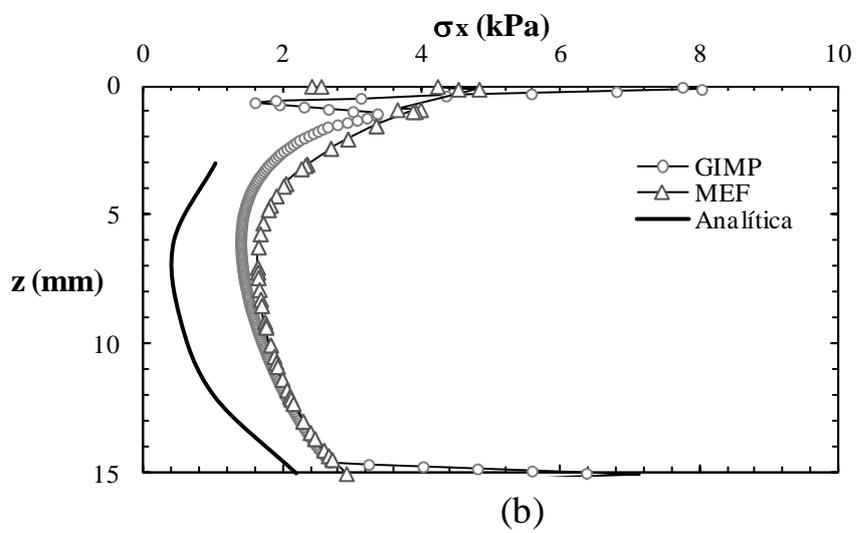
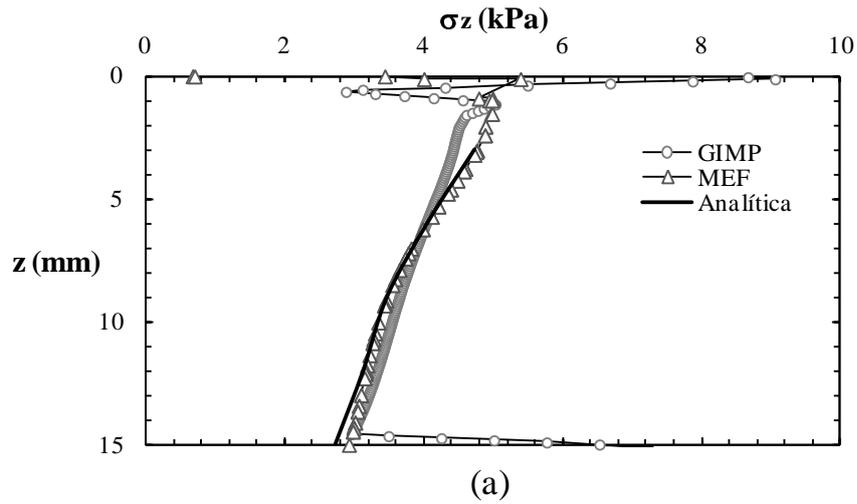


Figura 6.11 Tensões na massa de solo ao longo do eixo  $T-T'$  (a) Tensão vertical (b) Tensão horizontal (c) Tensão Cisalhante

No caso dos deslocamentos, foram comparados os resultados obtidos com os métodos numéricos e analíticos, os resultados encontram-se na Figura 6.12. A Figura 6.12 (a) mostra os deslocamentos verticais ao longo do eixo  $T-T'$  onde é possível observar que o GIMP calcula deslocamentos aproximadamente 25% superiores aos calculados no MEF, mas muito mais acurados quando comparados à solução teórica (-26% de erro, enquanto o MEF tem -36%). No entanto a tendência de ambas as curvas é praticamente a mesma. Já para o caso dos deslocamentos horizontais, mostrado na Figura 6.12 (b), a tendência é similar, a diferença máxima entre os métodos numéricos chegou a 50%, mas o valor máximo do GIMP tem um erro de -7% quando é comparado o valor máximo do deslocamento horizontal com a solução teórica.

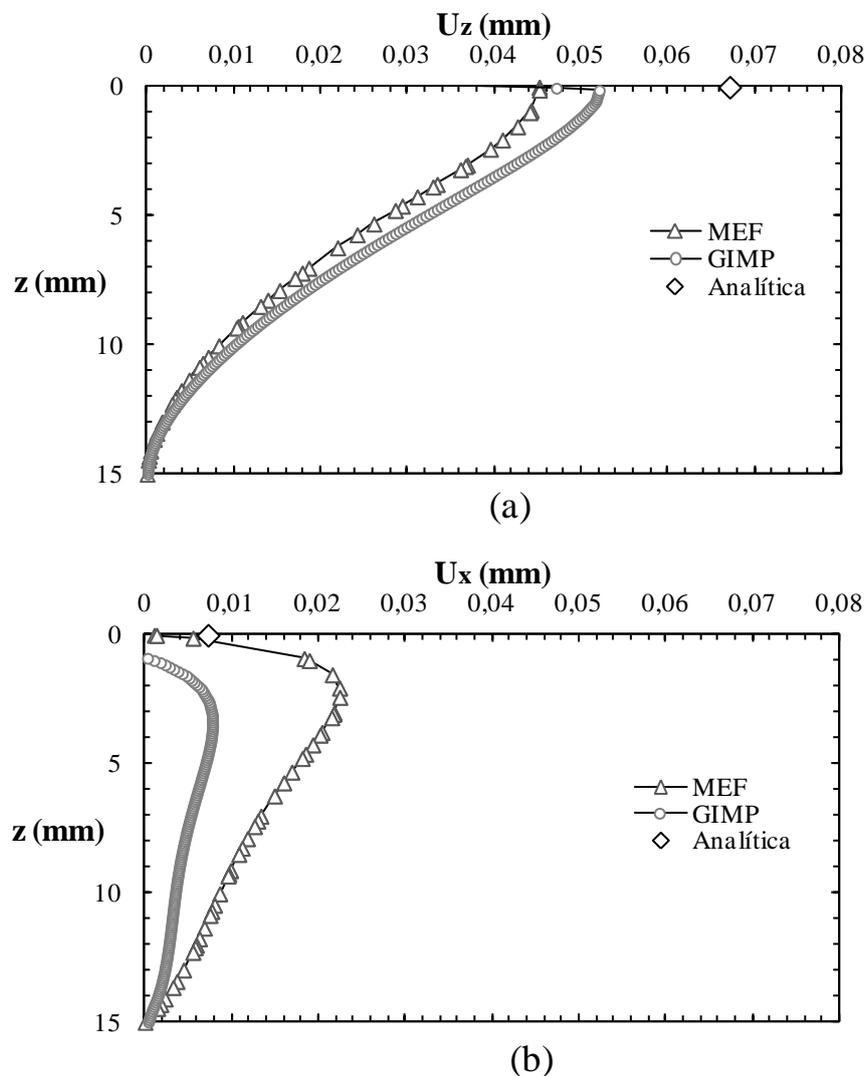


Figura 6.12 Deslocamentos na massa de solo ao longo do eixo  $T-T'$  (a) Deslocamento vertical (b) Deslocamento horizontal.

### 6.2.3.3 Bloqueio cinemático e suavização

Como foi discutido no item 6.2.3.1, há uma oscilação na curva tensão *versus* deformação no ensaio de compressão não confinada (Figura 6.6), a qual se acentua na transição entre o regime elástico e a tensão de plastificação. Estas oscilações devem-se ao fenômeno de bloqueio cinemático, descrito no item 2.3.1.3.

Melhores resultados podem ser atingidos diminuindo o passo de tempo ( $\Delta t$ ), ou aumentando o nível de discretização, mas isso implicaria num aumento no tempo de convergência do modelo.

Há alternativas avançadas para tratar este problema como a apresentada por Mast *et al.* (2012) usando a dinâmica molecular, no entanto existem alternativas mais simples que permitem diminuir o problema. Como a estratégia usada por Zabala (2010) que considera que a tensão em cada célula é constante, e seu valor corresponde à média dos pontos materiais num instante de tempo  $t$ , sem interessar a quantidade de pontos que estejam contidos.

A estratégia usada aqui implica um passo a mais no algoritmo exposto no Capítulo 0, esse passo adicional, o que faz é que uma vez se tem as tensões nos pontos materiais, são usadas novamente as funções de interpolação,  $\bar{S}_{np}$ , com isso, é obtida uma suavização do resultado desde que cada vértice irá receber aportes de diferentes pontos materiais, alguns com tensões baixas e outros com tensões maiores, que se equilibrarão ao interior de cada vértice.

Na Figura 6.13 é possível comparar os resultados da tensão vertical obtida diretamente dos pontos materiais (à esquerda) com o campo de tensões suavizadas nos vértices da malha de fundo (à direita). É possível observar que a solução proposta melhora muito a suavidade dos resultados. Deve-se ainda considerar que este procedimento não tem que ser feito para todas as variáveis, mas apenas para as tensões que apresentam o fenômeno de bloqueio. Deformações, deslocamentos e velocidades podem ser lidas tanto nos pontos materiais como na malha de fundo, tendo resultados aceitáveis em ambos os casos.

As simulações feitas evidenciam que o GIMP pode ser usado como uma ferramenta válida para simular problemas próprios da geotecnia. Os resultados apresentados são positivos e demonstram que o método tem um bom desempenho na simulação de grandes deformações, e outras variáveis de interesse da área, apresentando uma atuação boa quando comparada com soluções teóricas e numéricas tradicionais.

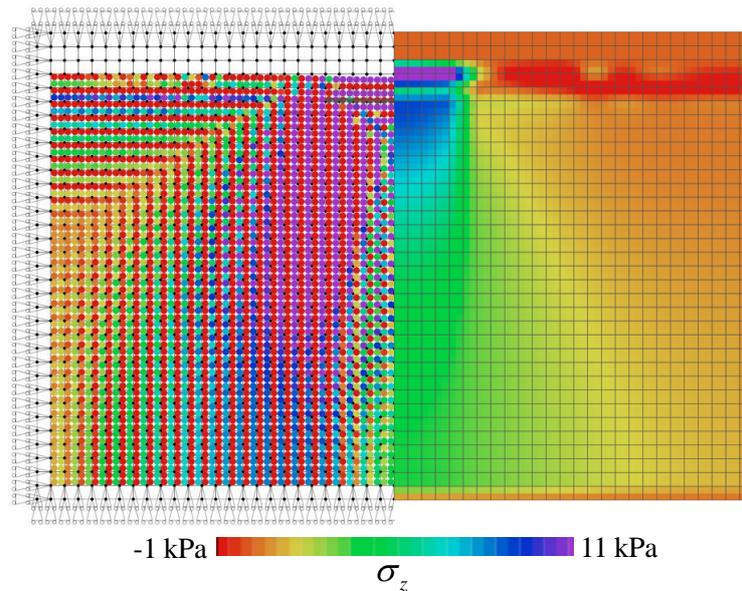


Figura 6.13 Comparação da solução das tensões verticais usando o GIMP, à esquerda a solução nos pontos materiais, à direita a solução nos vértices da malha.

#### 6.2.4 SIMULAÇÃO DO CONE DE PENETRAÇÃO

Como já foi mencionado, a norma usada como referência do ensaio é a norma britânica BSI 1377-2 (1990). A geometria do ensaio é mostrada na Figura 6.14.

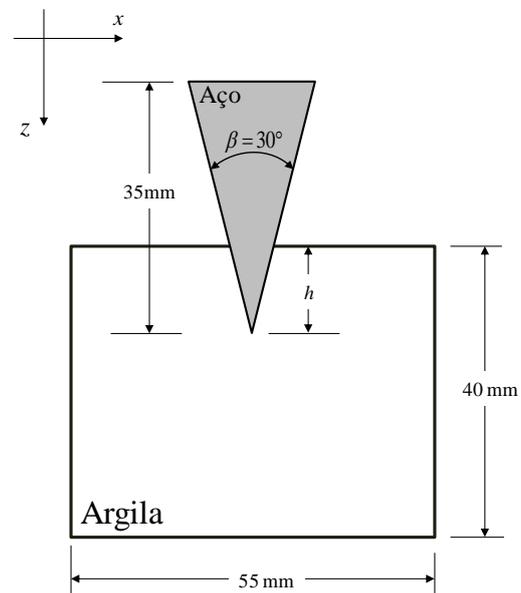


Figura 6.14 Geometria do ensaio de cone

Devido ao tempo computacional maior que o GIMP requer, é preciso estabelecer uma escala ou nível de discretização, que permita encontrar um equilíbrio entre a acurácia desejada

das simulações e o tempo de cálculo de cada modelo. Para isso foi feita uma análise de malha diminuindo o tamanho dos pontos materiais no modelo bidimensional do cone.

### 6.2.5 ANÁLISE DE MALHA

A análise de malha consiste em variar o tamanho dos pontos materiais para encontrar um tamanho de ponto tal, que permita reproduzir corretamente o fenômeno de penetração do cone assim como viabilizar o tempo computacional que demora cada um dos modelos em ser executado.

#### 6.2.5.1 Características gerais do modelo

A análise bidimensional foi feita inicialmente assumindo-se um estado de deformação plana, ou seja, que o problema bidimensional modelado trata de fato de uma cunha. Devida à simetria do modelo ao torno do eixo  $z$ , e buscando diminuir o tempo de análise, só a metade do domínio é discretizada. Neste caso não há necessidade de definir um valor de amortecimento numérico (artificial) pois a queda do cone acontece num intervalo de tempo pequeno, que pode ser reproduzido usando o GIMP.

Foi usada uma distribuição regular de pontos materiais tanto para a discretização do cone como do solo. O mecanismo para ativar a penetração foi a aplicação do campo gravitacional, lembrando que, a interação entre os dois materiais foi simulada de acordo ao exposto na seção 4.4 e usando um coeficiente de atrito arbitrário entre cone e solo,  $\mu^* = 0,2$ .

#### 6.2.5.2 Condições de contorno

As condições de contorno foram aplicadas no contorno de toda a malha computacional, incluindo as regiões onde de fato não se espera a passagem de pontos materiais. Esta condição é necessária porque o método permite a separação de partes solo e tenta-se evitar é que uma partícula de solo possa sair do domínio de cálculo durante a simulação. Esta estratégia só resolve parte do problema porque as condições de contorno só são aplicadas nos vértices da malha. Então ainda há possibilidade de um ponto material sair do domínio, já que o processo de discretização do *NairnMPM* usa 4 partículas por célula (8 no caso tridimensional). Isto faz com que a dimensão de cada ponto material seja a metade da largura da célula, e desde que, as condições de contorno só sejam aplicadas nos vértices sempre há possibilidade de uma partícula sair. As condições de contorno adotadas são ilustrados na Figura 6.15.

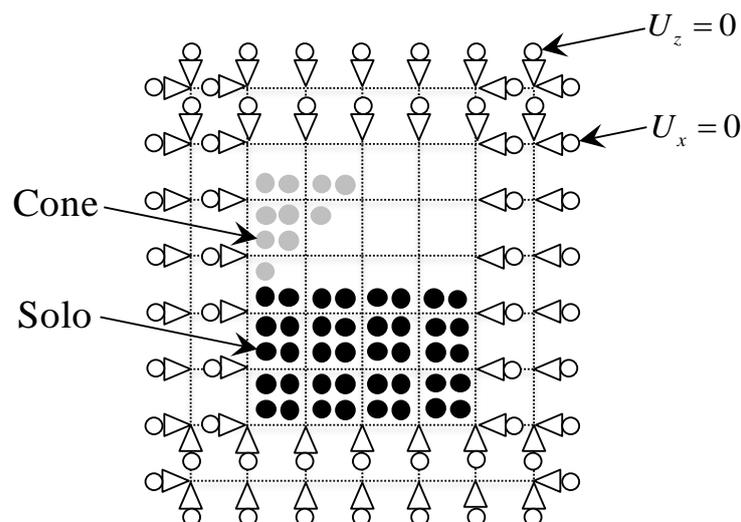


Figura 6.15 Esquema do problema e condições de contorno usadas

Ressalta-se ainda que é necessário aplicar as condições de contorno numa célula além da borda considerada inicialmente para a malha de computação. Isso porque como mencionado na seção 4.3.2, ao usar o GIMP, é preciso de 16 vértices para o mapeamento de cada partícula. Por isso no caso dos pontos materiais que estejam na borda é preciso essa linha adicional de células tanto para o cálculo do problema como para aplicar as condições de contorno.

### 6.2.5.3 Variação do tamanho da célula

Usando todas as características do modelo descritas anteriormente, foram feitas diferentes análises mudando o tamanho da célula desde 16 mm até 1mm. O arquivo de entrada de dados do *NairnMPM* encontra-se no APÊNDICE B. Os parâmetros do solo foram medidos numa amostra remoldada de caulim (ver Capítulo 5), os dados encontram-se na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 Parâmetros medidos da amostra 5 de caulim

<b><math>E</math> (kPa)</b>	11
<b><math>s_u</math> (kPa)</b>	3
<b><math>\gamma_h</math> (kN/m<sup>3</sup>)</b>	16,6
<b><math>\nu</math></b>	0,499

O resultado da discretização para diferentes níveis de refinamento encontra-se na Figura 6.16, lembrando que o tamanho de cada ponto material é a metade da largura da célula.

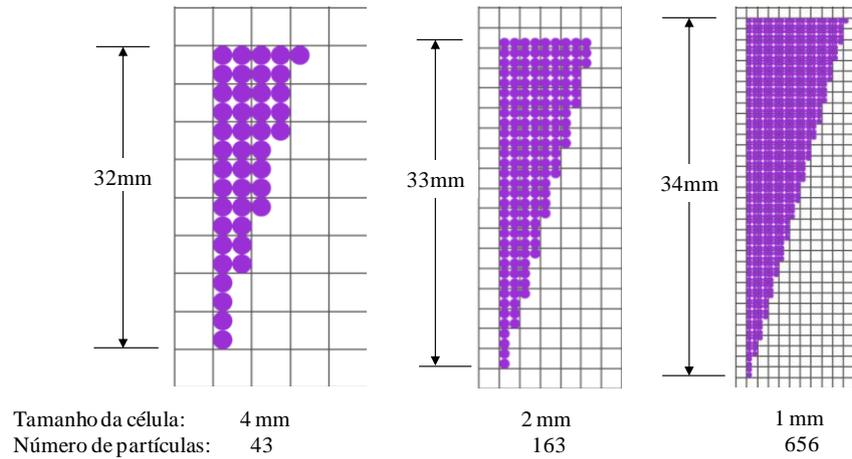


Figura 6.16 Discretização do cone com diferentes tamanhos de célula

A Figura 6.17 apresenta um gráfico com a penetração máxima obtida versus o tamanho das células usadas na discretização. Na discretização mais grosseira adotou-se um tamanho inicial  $cs=16$  mm, e o tamanho foi diminuindo exponencialmente nas simulações seguintes ( $cs= 8, 4, 2$  e  $1$  mm). Nota-se que a penetração aumenta com o nível de discretização. Em parte este comportamento pode ser atribuído ao fato de que uma melhor discretização do cone resulta em uma geometria mais suave no contato e, portanto, em um cone mais liso. Entretanto espera-se que a penetração tenda a se estabilizar em um valor limite à medida que a discretização aumenta ( $cs$  diminua). Ajustando uma curva de tendência em forma de polinômio do segundo grau é possível obter uma boa regressão ( $R^2=0,979$ ) com o valor limite de  $h=30,64$  mm para  $cs=0$ .

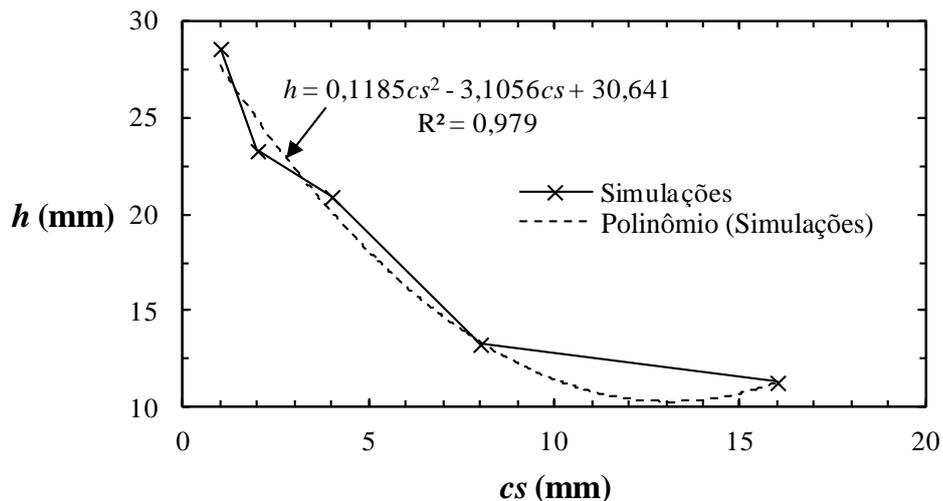


Figura 6.17 Variação de penetração do cone com o tamanho de célula,  $cs$

Infelizmente, por limitações computacionais, não foi possível refinar no seguinte nível ( $cs=0,5$ ), pois a quantidade de pontos era muito elevada (2625 no cone e 17920 a camada de argila). Além disso, devido ao tamanho dos pontos materiais, o tamanho do intervalo de tempo  $\Delta t$  necessário para obter uma boa convergência do modelo teria que ser muito pequeno, o que provocaria tempos computacionais inviáveis. Por isso foi adotado na discretização bidimensional um tamanho de célula  $cs= 1$  mm. Neste caso o erro entre a penetração obtida ( $h=28,6$  mm) e o limite obtido da regressão ( $h=30,64$  mm) é próximo de 7%. Então, esta é a ordem esperada do erro introduzido pela discretização adotada.

### 6.2.6 DISCRETIZAÇÃO IRREGULAR DO CONE

Como foi mencionado no Capítulo 3, a rugosidade do cone tem uma grande influência na penetração, e por isso este fator deve ser analisado com cuidado. A rugosidade pode ser controlada por meio do parâmetro de adesão ( $\alpha$ ) da interface, mas também pode advir da geometria do modelo, uma vez que a discretização pode gerar descontinuidades em forma de degraus ao longo da superfície do cone, como é ilustrado na Figura 6.18 (a). Neste caso é possível ver que a superfície do cone sempre apresenta algumas irregularidades mesmo que seja mudado o tamanho das partículas. Isso acontece porque no processo tradicionalmente utilizado para a discretização adota-se um certo número (geralmente 4) de pontos materiais por célula, o que dificulta a geração de superfícies lisas e angulosas (características do cone). Usando a discretização regular seria necessário um nível de refinamento na malha muito grande o que inviabilizaria computacionalmente a solução do modelo.

O processo proposto neste trabalho é baseado no fato de que a superfície do cone que vai estar em contato com o solo é a parte mais importante da discretização e, portanto, é esta a região que tem que ser gerada primeiro. O restante do cone, em termos numéricos não precisa ter muito refinamento, ou até mesmo nem precisa ser gerado, como será visto mais adiante. Portanto, propõe uma discretização alternativa, onde linhas de pontos são geradas paralelamente à superfície do cone, como mostrado na Figura 6.18 (b);

Algumas regras devem ser observadas se o objetivo for gerar uma discretização mais suave na superfície em questão:

- Deve-se respeitar a densidade de pontos espacial na discretização alternativa. Se isto não for possível, por limitações geométricas ou por outro tipo de conveniência, é preciso corrigir a massa do corpo discretizado, aumentando a massa dos pontos

materiais caso a nova discretização tenha menos partículas, ou diminuí-la no caso contrário;

- Não deve existir por motivo nenhum, superposição entre partículas, como por exemplo, na Figura 6.18 (c);
- Pode-se optar por uma geometria tipo “rede”, como ilustrado na Figura 6.18 (d), o que ajudará na diminuição do número de pontos materiais (e o tempo computacional). Diferentes arranjos podem ser testados, mas deve-se corrigir a rigidez do material além da massa das partículas, para não cometer erros no cálculo das deformações, e deve-se ter cuidado de manter o centro de massa do corpo no mesmo ponto;
- Também é possível discretizar apenas a “casca” ou contorno do cone, como ilustrado na Figura 6.18 (e), desde que sejam feitas as correspondentes correções de massa, rigidez e as considerações sobre o centro de massa.

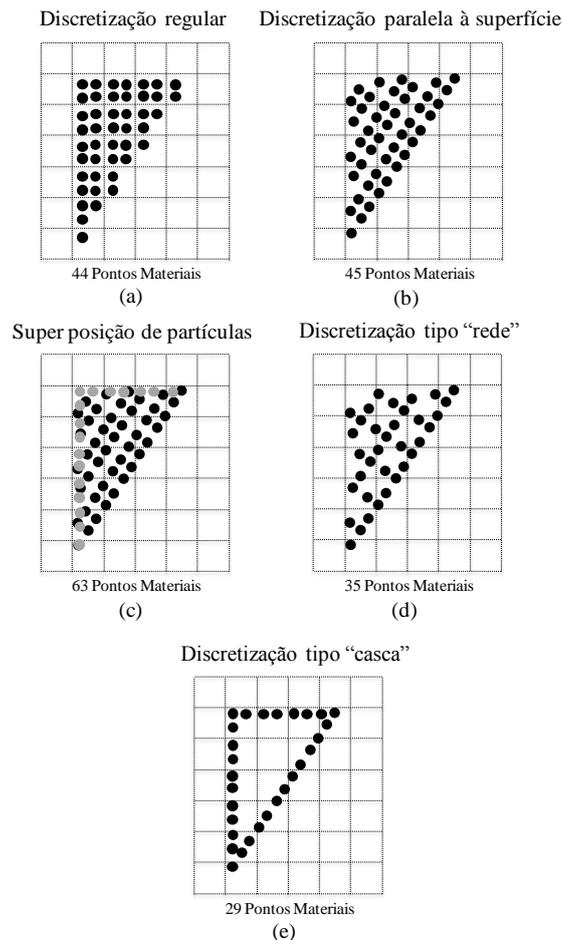


Figura 6.18 Alternativas e erros de discretização irregular no GIMP

O tipo de discretização mais usada para o modelo bidimensional neste trabalho foi do tipo paralela à face do cone, como na Figura 6.18 (b). Neste caso é dada prioridade para a forma da superfície em contato com o solo e procurou-se diminuir o número de pontos materiais. Para gerar esta discretização foi desenvolvida uma rotina em linguagem MATLAB<sup>®</sup>, a qual pode ser consultada no APÊNDICE C. A Figura 6.19 mostra a comparação entre as duas discretizações (regular e paralela), onde é possível observar como a superfície que entra em contato com o solo sofreu uma melhoria reduzindo rugosidade, em função apenas do processo de discretização adotado.

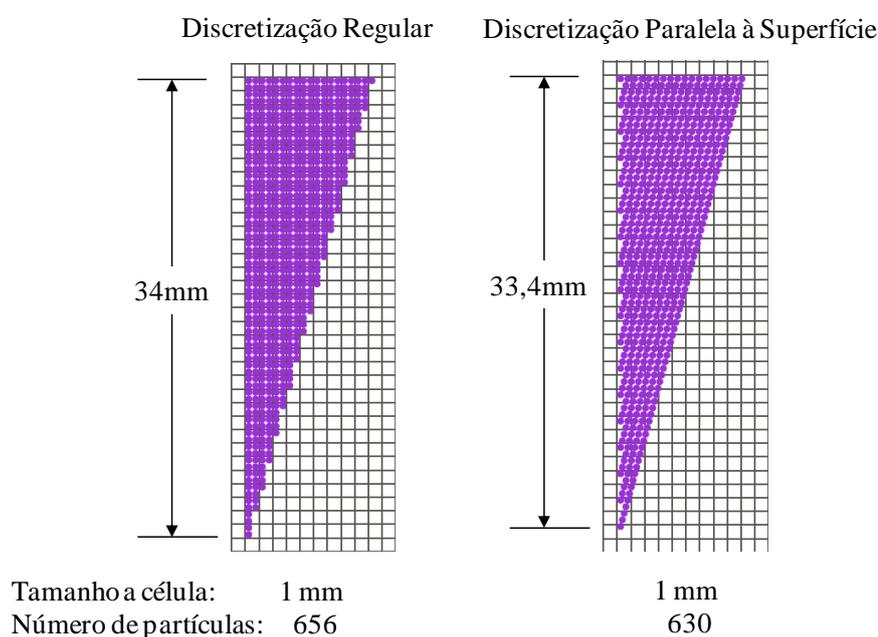


Figura 6.19 Diferencias entre discretização regular e paralela priorizando a superfície de contato

A nova discretização paralela mostrada na Figura 6.19 implica uma redução de 26 pontos materiais em relação à discretização regular, e por este motivo a massa de cada ponto material foi aumentada de modo a compensar a quantidade de pontos materiais diminuída. Por outro lado, a rigidez do cone é muito maior que a rigidez do solo, por isso não há perigo que a diminuição da rigidez possa afetar de maneira significativa os resultados. Finalmente, como o lado esquerdo do cone está fixo devido as condições de contorno da linha simetria ( $U_x = 0$ ), é impossível o cone sofrer rotações e a mudança no centro de massa não implica em maiores problemas, já que se garante que o peso do cone sempre vai ser aplicado verticalmente.

Para comparar o desempenho do novo processo de discretização, foi feita uma simulação similar à encontrada na seção 6.2.4, para o nível de discretização com tamanho de célula de 1mm e com os dados encontrados na Tabela 6.3, ou seja, exatamente o mesmo análise, com o mesmo nível de discretização, mas mudando o arranjo dos pontos materiais no cone. Ao comparar os resultados encontrou-se um aumento na profundidade final atingida foi de 29,2 mm cerca de 2% maior, quando comparada à profundidade máxima de 28,6 mm atingida no esquema tradicional de discretização.

Deve se levar em conta que a profundidade alcançada (29,2 mm) tem um valor significativo comparado com o a profundidade da camada de argila (40 mm) adotada no ensaio, o que significa que as forças de corpo tem grande relevância, e para profundidades de penetração menores as forças de contato entre o solo e o cone serão mais significativas e a suavização da superfície de contato terá uma contribuição maior.

Reassalta-se ainda de que o esquema de discretização paralela à superfície do cone requer uma quantidade menor de pontos materiais o que implicou numa diminuição do tempo de computação em cerca de 5%.

### 6.2.7 RESULTADOS DO MODELO BIDIMENSIONAL

Para a avaliação do modelo bidimensional foram usados os dados contidos na Tabela 6.4, os quais correspondem a medições feitas em amostras remoldadas de caulim com diferentes umidades. Os detalhes e propriedades desta argila podem ser consultados no Capítulo 5. Em todos os casos foi assumido um coeficiente de Poisson de 0,499 usado em argilas saturadas sob condições não drenadas, e um coeficiente de atrito entre o solo e o cone,  $\mu^* = 0,2$  em concordância com o valor usado na análise de malha.

Tabela 6.4 Dados de ensaios realizados em amostras de caulim

Amostra	$s_u$ (kPa)	$E$ (kPa)	$\gamma_h$ (kN/m <sup>3</sup> )
1	22,5	661,1	18,3
2	16,2	399,5	17,7
3	7,5	193,5	17,3
4	4,8	52,8	16,9
5	2,8	10,8	16,6
6	1,5	7,1	16,2

Para as seis simulações, correspondentes a cada amostra foram registrados os valores de profundidade máxima atingida, quando o cone atingiu o repouso. Os valores calculados de

profundidade de penetração e velocidade do cone têm a forma apresentada na Figura 6.20, a qual mostra a variação da posição e velocidade durante o processo de penetração.

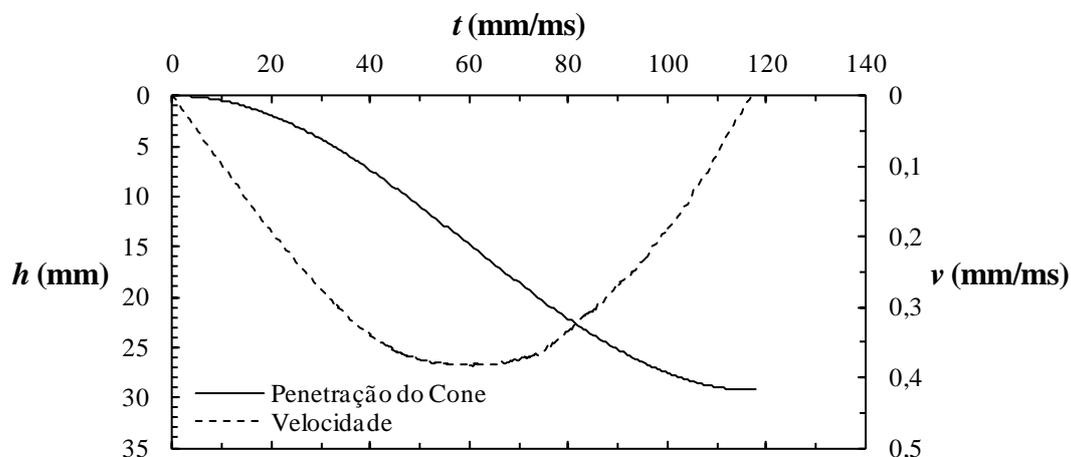


Figura 6.20 Variação da profundidade de penetração e a velocidade do cone com o tempo da amostra 5

Uma sequência de simulações é mostrada na Figura 6.21, a qual ilustra o campo de deslocamentos verticais nas partículas para diferentes estágios de tempo. É possível observar que as grandes deformações foram simuladas sem maiores problemas e que o problema de contato entre o cone e o solo foi resolvido sem a necessidade de usar nenhum tipo de elemento diferente.

Na Figura 6.22 mostra-se um resumo dos resultados das simulações dos ensaios de penetração de cone comparados com a solução teórica calculada para um coeficiente de cone  $K=0,5$  (ver seção 5.2.2.2). Embora os dados das simulações se ajustem a uma tendência de reta no gráfico log-log, de modo similar à solução teórica, é óbvio que não há uma concordância quantitativa entre os valores. Isto se deve ao fato de o problema simulado ser a uma aproximação bidimensional, em estado de deformação plana, o que corresponde ao processo de indentação de uma cunha, que apresenta um comportamento claramente diferente de um cone.

Além disso, por conta da discretiza o, a ponta do cone é representada por um único ponto material que tem uma dimensão finita (0,5 mm de diâmetro) e, portanto, não é reproduzida a tensão “infinita” que deveria existir na ponta. Por causa disso para as amostras 1 e 2 para argilas em condi es que apresentam maior resistência, são formam evidenciadas deformações elásticas (recuperáveis).

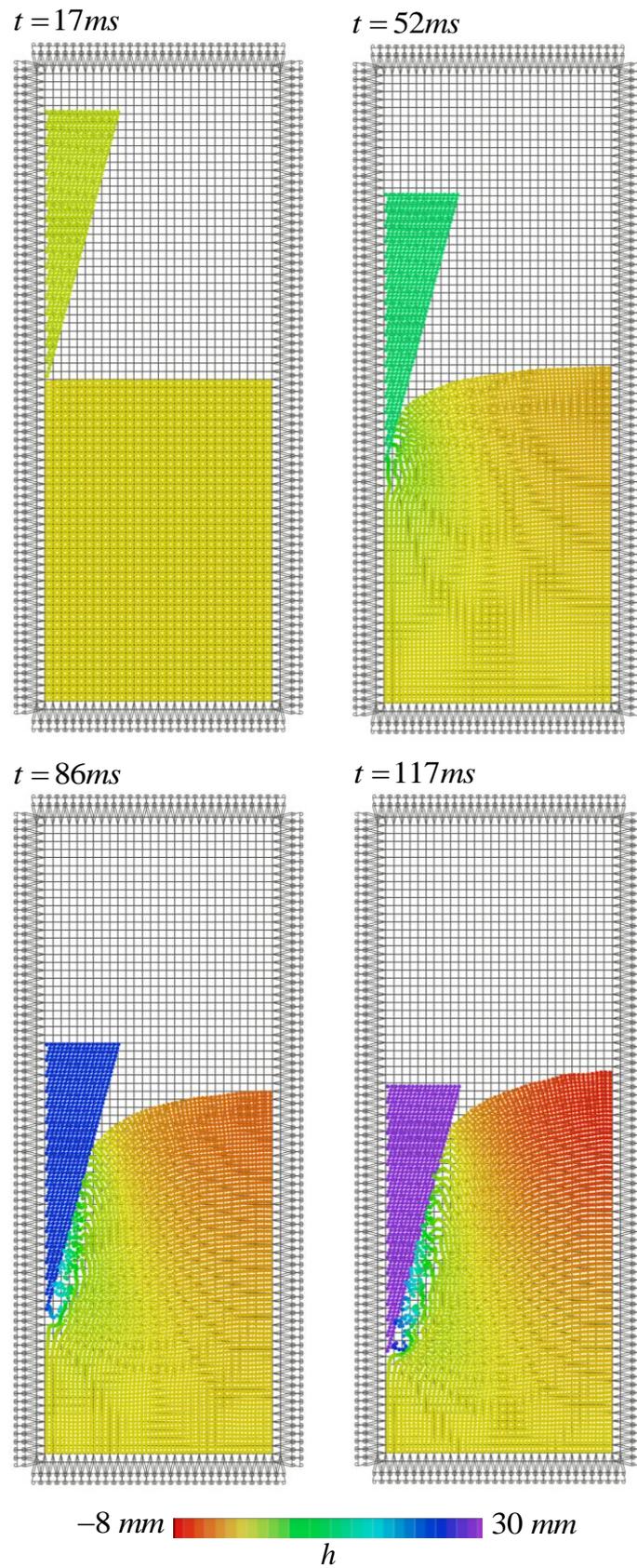


Figura 6.21 Estágios da indentação do cone numa análise bidimensional

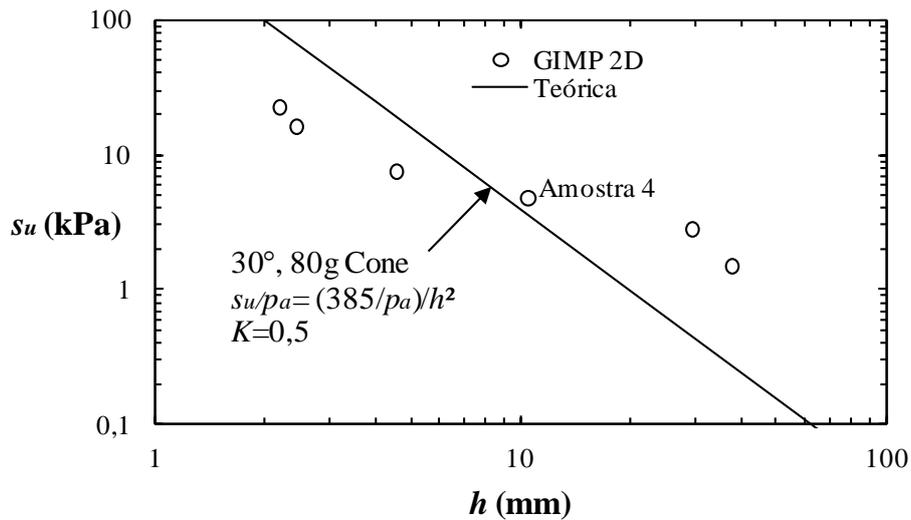


Figura 6.22 Comparação dos resultados numéricos obtidos nas simulações e a tendência teórica usando  $K=0,5$

Usando a Eq. (3.7), os dados apresentados na Tabela 6.5 e um valor de  $\zeta = 0,24$  (ver seção 5.2.2.2), é possível calcular tanto a velocidade durante o processo de *indentação* como a profundidade máxima que pode ser atingida ( $v = 0$ ). Na Tabela 6.5 se encontram as comparações das profundidades calculadas e a simuladas usando GIMP.

Tabela 6.5 Comparação das profundidades de penetração simuladas sob condições bidimensionais e teóricas

Amostra	Profundidade Max. (mm)		erro
	GIMP	Teórico	
1	2,2	4,0	46%
2	2,4	5,3	54%
3	4,5	7,1	36%
4	10,5	10,7	2%
5	29,2	15,5	-89%
6	37,6	19,8	-89%

Finalmente na Figura 6.23 são apresentadas as variações de velocidade *versus* posição obtida numericamente e a teóricas. Os dados da amostra 4 foram os que melhor se ajustaram às previsões teóricas, tanto em termos da penetração final, como em termos da evolução da velocidade com a profundidade.

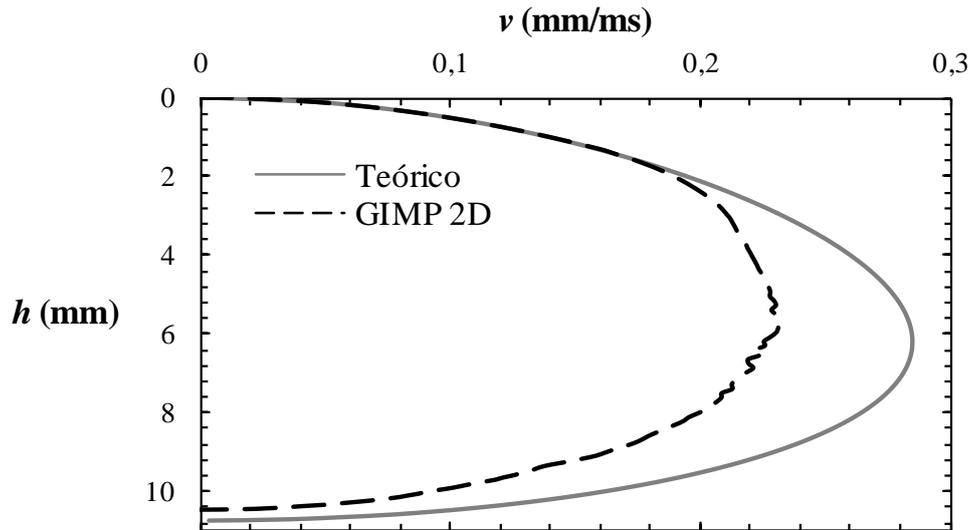


Figura 6.23 Variação teórica e numérica de velocidade do cone na amostra 4

### 6.2.8 ANÁLISE DO INTERVALO DE TEMPO

Um dos pontos mais complexos do GIMP é a definição do intervalo de tempo  $\Delta t$ . O cálculo da taxa de deformação dos pontos materiais requer as velocidades nos vértices na malha, o que é diretamente dependente do intervalo de tempo.

Bardenhagen *et al.* (2001) mencionam que um critério para a definição do  $\Delta t$  análogo à condição de Courant é efetivo. A condição de Courant diz que a informação que contém a solução não pode se propagar através de mais de uma célula em cada intervalo de tempo. Do mesmo modo, a mudança na velocidade no algoritmo de contato não pode ser muito grande, pois pode colapsar (inverter) a célula computacional. Por isso é definida a taxa de deformação imposta pelo algoritmo de contato como sendo:

$$\dot{\xi}_n = \frac{v_n^{t+\Delta t} - v_n^t}{\Delta x_n} \quad (5.22)$$

onde  $\Delta x_n$  é o espaçamento da malha e  $v_n^{t+\Delta t}, v_n^t$  são as velocidades normais ao contato em dois instates consecutivos. A Eq. (5.22) deve ser resolvida para cada material  $a$  e  $b$  do contato. Então, a seguinte condição deve ser satisfeita para que o incremento na deformação do contato não colapse a célula num intervalo de tempo  $\Delta t$ :

$$\dot{\xi}_{\max} \Delta t < 1 \quad (5.23)$$

onde  $\dot{\varepsilon}_{\max} = \max_n |\dot{\varepsilon}_n^a, \dot{\varepsilon}_n^b|$ . As taxas de deformação na malha para cada material  $a$  e  $b$  em contato se relacionam de acordo com a seguinte expressão:

$$\dot{\varepsilon}_n^b = -\frac{m_n^a}{m_n^b} \dot{\varepsilon}_n^a = \frac{m_n^a}{m_n - m_n^a} \dot{\varepsilon}_n^a \quad (5.24)$$

onde  $m_n$  é a massa total do vértice, e  $m_n^a$  e  $m_n^b$  a contribuição da massa de cada material no vértice. A relação estabelecida na Eq. (5.24) permite calcular independentemente a taxa de deformação para cada material da seguinte forma:

$$\dot{\varepsilon}_{\max} = \max_n \left( \max \left( \frac{m_n^i}{m_n^c - m_n^i}, 1 \right) |\dot{\varepsilon}_n^i| \right) \quad (5.25)$$

Aqui o sobrescrito  $i$  pode se referir tanto ao material  $a$ , como ao material  $b$  e o sobrescrito  $c$  faz referência à uma propriedade medida no centro de massa do vértice.

A Eq. (5.23) pode ser modificada para dar um fator de segurança, impondo-se um limite de deformação  $\mathcal{G}$  inferior à unidade:

$$\dot{\varepsilon}_{\max} \Delta t < \mathcal{G} \quad 0 < \mathcal{G} \leq 1 \quad (5.26)$$

O colapso da célula pode ser evitado, avaliando a taxa de deformação e definindo um intervalo de tempo prévio, baseado no passo de tempo anterior. No entanto é preciso fazer um mapeamento após cada cálculo, avaliar as taxas obtidas e calcular um intervalo de tempo diferente a cada passo no tempo. Por outro lado a alternativa óbvia é simplesmente reduzir o intervalo de tempo, que foi a estratégia usada neste trabalho, o que traz o problema de redefinir o  $\Delta t$  e começar a simulação de novo caso a condição estabelecida na Eq. (5.23) não seja satisfeita durante uma análise.

Bardenhagen *et al.* (2001) recomendam manter o parâmetro  $\mathcal{G}$  entre  $0,5 \leq \mathcal{G} \leq 1$ . Por outro lado Nairn (2006) recomenda que o intervalo de tempo deva ser limitado a  $\Delta t \leq \Delta x_n / c_s$ , onde  $c_s$ , é a velocidade da onda de compressão no material ( $c_s = \sqrt{E/\rho}$ ). Esta aproximação é útil quando só se tem deformações elásticas, mas quando o problema é governado por deformações plásticas, a determinação do  $\Delta t$  certo se converte num problema de tentativa e erro.

### 6.2.8.1 Dados obtidos nas simulações

As simulações bidimensionais feitas com os dados das seis amostras apresentadas na Tabela 6.4 foram executadas para um estado de deformação plana, com as características comuns às simulações apresentadas na Tabela 6.6.

Tabela 6.6 Características gerais do modelo bidimensional

Ficha das Simulações	
Estado de tensões em deformação plana	
Tamanho da célula:	1,0 mm
Tamanho do ponto material:	0,5 mm
Pontos materiais por célula:	4
Pontos materiais representando o solo:	4480
Pontos materiais representando o cone:	630
Vértices na malha:	2511

Como foi mencionado previamente, a seleção do intervalo de tempo, apresenta algumas dificuldades, e embora existam indicativas do valor que deve ser adotado inicialmente; o problema termina-se transformando num processo de tentativa e erro que melhora com a experiência. Na Tabela 6.7 encontram-se os valores dos intervalos de tempo adotados, assim como a duração da simulação em termos numéricos (tempo de queda do cone) e os tempos computacionais.

Tabela 6.7 Parâmetros de tempo medidos na simulação

Amostra	$\Delta t$ (ms)	Tempo de indentação (ms)	Tempo computacional
1	1,14e-3	25	11'
2	7,35e-4	26	15'
3	7,35e-4	80	1h 11'
4	1,76e-4	71	3h 11'
5	3,17e-5	117	37h 47'
6	2,63e-5	128	53h 16'

Como foi apresentado na Tabela 6.4, a amostra 1 tem um módulo de elasticidade maior e este parâmetro vai diminuindo até chegar na amostra 6. É razoável que para as amostras mais deformáveis seja usado um  $\Delta t$  maior e que este incremento seja diminuído a medida que os parâmetros de deformação do solo são menores. Destaca-se o tempo que amostra 3 demorou para atingir a profundidade máxima, um pouco superior ao da amostra 4, menos rígida. O que aconteceu neste caso foi que, para atingir a profundidade máxima nestas amostras, o cone

gera tensões que se encontram muito perto da transição entre os regimes elástico e plástico da curva tensão *versus* deformação, e como foi visto no item 6.2.3 para a simulação de compressão não confinada, a solução do GIMP tem grandes oscilações nesta região. Por isso, deve-se estender o tempo de análise até que a solução tenha um grau de convergência aceitável.

Para os demais casos analisados, os intervalos de tempo adotados resultaram em boa convergência na solução, apontando que estes valores foram otimizados de modo a atingir uma convergência adequada em termos da profundidade atingida pelo cone e a diminuição do tempo de análise.

O computador usado para realizar estas simulações tem um processador PC Intel i7-2600k, de 4 núcleos, CPU@3.4GHz, e cada uma das análises realizadas consome apenas 13% da capacidade computacional, já que o programa *NairnMPM* não foi compilado numa versão paralelizada. A utilização do computador era, entretanto, otimizada submetendo-se até 4 simulações ao mesmo tempo.

### 6.3 MODELO TRIDIMENSIONAL

De fato o modelo bidimensional analisado em estado de deformação plana é uma cunha. Portanto é preciso um modelo tridimensional para se obter uma aproximação mais adequada do problema real. Foram gerados modelos 3D usando o código *NairnMPM* com as características descritas a seguir.

#### 6.3.1 DISCRETIZAÇÃO

Devido à simetria do modelo ao torno do eixo vertical  $z$ , e buscando diminuir o tempo de análise, foi simulado apenas um quarto do domínio, tomando os planos de simetria  $z-x$  e  $z-y$ . Para a discretização do cone, foi aproveitada a rotina usada no modelo bidimensional, a qual foi modificada para criar o cone tridimensional da seguinte forma.

Na Figura 6.24, encontra-se o tipo de discretização usada nos casos bidimensionais. Para criar a discretização tridimensional, foram lidas as coordenadas de cada ponto, e foi calculada a distância radial,  $r'$ , perpendicular ao eixo  $z$ .

A partir do raio  $r'$  (igual à coordenada  $x$  em 2D) determina-se o arco  $s'$  correspondente a um ângulo de  $90^\circ$  (Figura 6.25 (a)). A seguir obtém-se o número máximo de pontos materiais que podem ser dispostos ao longo do arco sem superposição. A quantidade de pontos contidos no arco é obtida dividindo o comprimento total ( $s'$ ) pelo comprimento de cada ponto individual,

e arredondando o resultado para o menor número inteiro, o que pode gerar alguns espaços (*gaps*) quando a razão não é exata. A quantidade de pontos em um arco com raio  $r'$  pode ser par ou ímpar, incluindo um único ponto na ponta do cone com ilustrado na Figura 6.25 (b). No APÊNDICE D é apresentado o algoritmo programado em linguagem MATLAB<sup>®</sup>, que gera a discretização proposta para qualquer tipo de cone com o refinamento da malha que o usuário definir.

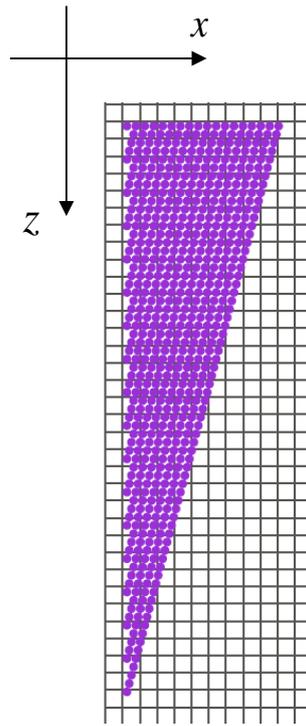


Figura 6.24 Discretização do cone usada no caso bidimensional

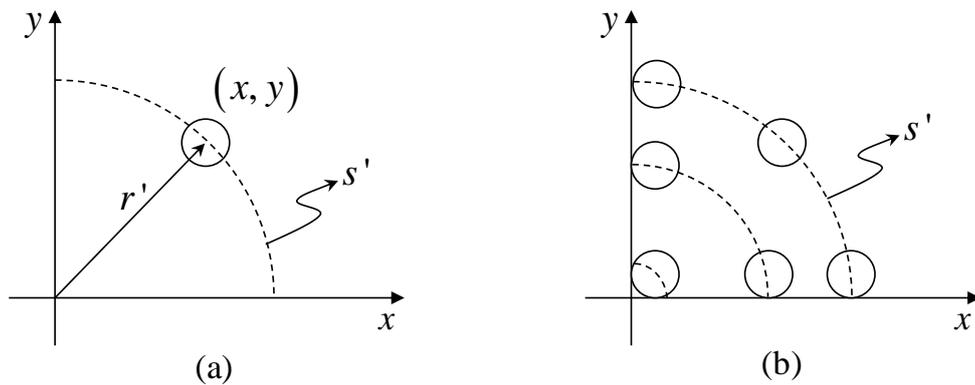


Figura 6.25 Características gerais do discretização do cone no modelo tridimensional (a) Cálculo do raio de cada ponto material (b) Distribuição dos pontos materiais em cada arco

A discretização do domínio relativo ao solo foi em forma de um paralelepípedo, o que facilita a imposição das condições de contorno. Todas as faces verticais foram fixadas horizontalmente e deixadas livres na direção vertical, enquanto os deslocamentos da base foram fixados em todas as direções. Na Tabela 6.8, encontram-se os dados gerais da discretização de um quarto do modelo tridimensional e na Figura 6.26 se tem uma imagem do nível de discretização atingido usando estas características.

Tabela 6.8 Características da discretização tridimensional

<b>Ficha da Discretização</b>	
Estado de tensões tridimensional	
Tamanho da célula:	1,0 mm
Tamanho do ponto material:	0,5 mm
Pontos materiais por célula:	4
Pontos materiais representando o solo:	65880
Pontos materiais representando o cone:	6120
Vértices na malha:	77841

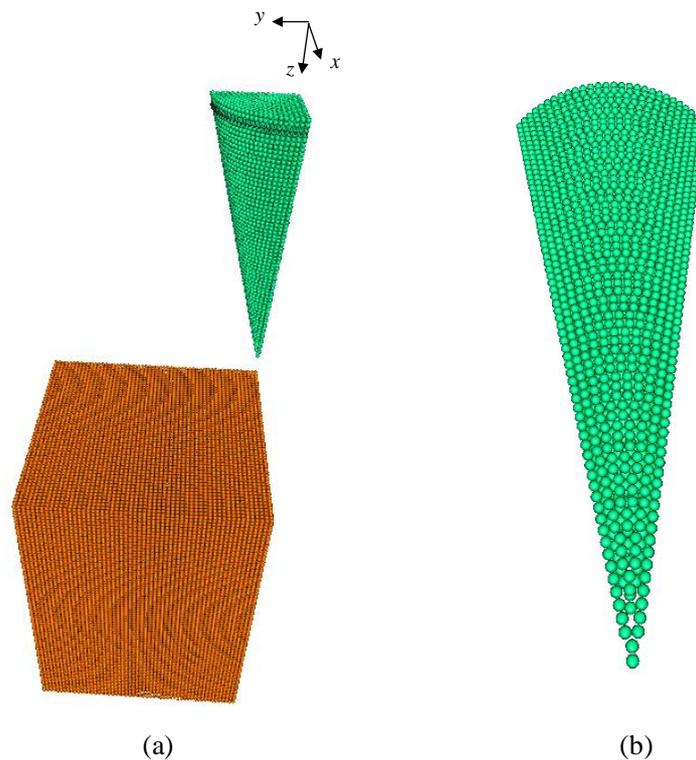


Figura 6.26 Discretização do modelo tridimensional (a) Vista geral (b) Detalhe da superfície do cone

É claro que a quantidade de pontos materiais do modelo tridimensional é muito superior à quantidade de pontos no modelo bidimensional, e o tamanho dos pontos materiais faz com que o tempo computacional aumente sobremaneira de acordo com o critério da Eq. (5.23). Foi comprovado que o cálculo de um modelo com este nível de refinamento é inviável nas condições atuais de tempo de pesquisa e equipamentos disponíveis. O processamento do modelo apresentado demorou 4 semanas de cálculo sem conseguir atingir uma penetração estável. Portanto, estratégias diferentes devem ser adotadas para viabilizar o cálculo.

Duas estratégias foram adotadas com relação ao tamanho e distribuição dos pontos materiais. Na primeira decidiu-se aumentar o tamanho da célula de  $cs=1\text{mm}$  para  $cs=2\text{mm}$ , como apresentado na Figura 6.27 (a), onde é possível ver que a quantidade de pontos é bem menor quando comparada com a Figura 6.26 (b). A segunda estratégia foi usar uma discretização do cone não como um sólido, mas como uma casca, adotando-se pontos apenas nas camadas mais próximas da superfície do cone como sugerido no item 6.2.6. Os resultados destas estratégias se encontram na Figura 6.27 (b).

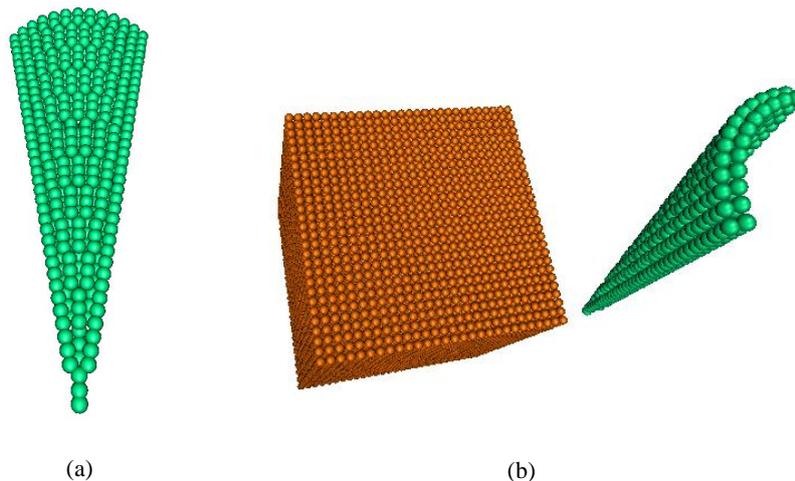


Figura 6.27 Estratégias adotadas para diminuir o tempo computacional do modelo (a) Tamanho de célula  $cs=2$  (b) Variante da discretização tipo casca

Na Tabela 6.9 são apresentadas as características da discretização. Com a otimização adotada houve uma diminuição de 63% na quantidade de pontos materiais (em relação à Tabela 6.8) na camada de argila por conta do aumento do tamanho da célula. No cone houve uma diminuição de 92% na quantidade de pontos materiais por conta do aumento do  $cs$  e da adoção do esquema de casca. Além disso, o tamanho de célula maior também permite adotar um intervalo de tempo  $\Delta t$  maior, o que favorece o tempo computacional total.

Tabela 6.9 Características da discretização tridimensional diminuindo a quantidade de pontos materiais

<b>Ficha da Discretização</b>	
Estado de tensões tridimensional	
Tamanho da célula:	2,0 mm
Tamanho do ponto material:	1,0 mm
Pontos materiais por célula:	4
Pontos materiais representando o solo:	24304
Pontos materiais representando o cone:	498
Vértices na malha:	10982

Uma estratégia adicional para diminuir o tempo de análise é reduzir a altura do cone, considerando-se que apenas uma fração deste penetra no solo. Para fazer isso é preciso se ter uma estimativa inicial da penetração e deve-se compensar o peso da parte omitida do cone. Esta compensação pode ser conseguida aumentando-se a massa dos pontos materiais restantes ou pela aplicação no topo do cone rígido de uma força distribuída equivalente ao peso total do cone.

Infelizmente o programa *NairnMPM* não permite a aplicação simultânea de forças de massa e forças de contato distribuídas na superfície. Portanto, a opção de substituição do peso do cone por força distribuída equivalente implica também na não aplicação do peso próprio na camada de argila. Entretanto, devido à pequena espessura desta camada, estas tensões geostáticas podem ser desconsideradas. Uma análise bidimensional considerando o peso do cone como força distribuída e desconsiderando as tensões iniciais na argila e esta análise foi comparada com simulações bidimensionais aplicando o campo gravitacional ao cone e ao solo. Os resultados mostraram uma diferença inferior a 1% nas profundidades de penetração calculadas.

Uma vez que o MPM/GIMP permite a separação dos pontos materiais e para compensar a ausência de campo gravitacional nas análises apenas com forças distribuídas, também foi aplicada uma carga de 1 kN/m<sup>2</sup> no topo da camada de argila para impedir que pontos materiais pudessem ser ejetados da superfície devido ao impacto do cone. Apesar do sucesso desta estratégia de redução da altura do cone, observada em análises preliminares, os resultados destas análises não serão apresentados aqui, pois as duas primeiras estratégias viabilizaram as simulações que serão apresentadas a seguir.

### 6.3.2 RESULTADOS DO MODELO TRIDIMENSIONAL

Usando as características do modelo geométrico descritas anteriormente, as propriedades das seis amostras apresentadas na Tabela 6.4, e adotando-se um coeficiente de atrito entre solo e cone,  $\mu^* = 1$ , foram feitas as respectivas simulações numéricas tridimensionais. O coeficiente de atrito adotado foi escolhido por tentativa e erro de modo a melhor ajustar os resultados numéricos e teóricos, o que será explicado nas discussões a seguir. Os resultados obtidos numericamente e calculados com base na teoria são apresentados na Tabela 6.10.

Tabela 6.10 Comparação das profundidades de penetração simuladas sob condições tridimensionais e teóricas

Amostra	Profundidade Max. (mm)		erro
	GIMP 3D	Teórico	
1	4,3	4,0	7%
2	4,6	5,3	-14%
3	4,8	7,1	-49%
4	6,4	10,7	-68%
5	13,0	15,5	-19%
6	17,7	19,8	-12%

Pode-se observar que a maioria dos erros se encontram abaixo de 20%, exceto para as amostras 3 e 4. Este erro seria ainda menor, considerando que um erro numérico médio devido à discretização na penetração era de 7% (para menos, i.e. menor penetração numérica do que a esperada) para um tamanho de célula  $cs=1\text{mm}$ , enquanto que nesta análise 3D foi usado  $cs=2\text{ mm}$ .

Como no caso da simulação bidimensional, as amostra 3 e 4 geram tensões perto da transição entre o regime elástico e plástico. Para solucionar isto, foi diminuído o intervalo de tempo e aumentado o tempo de análise até atingir uma estabilização da profundidade, mas os erros ainda foram significativos. Por isso estas análises não serão consideradas na análise dos resultados a seguir. Deve-se observar também que semelhantemente ao que aconteceu na análise bidimensional para as amostras 1 e 2, as deformações ocorreram predominantemente no domínio elástico e são recuperáveis.

Na Figura 6.28 é apresentado o campo de deslocamentos verticais obtido para a amostra 6 durante a simulação da penetração do cone.

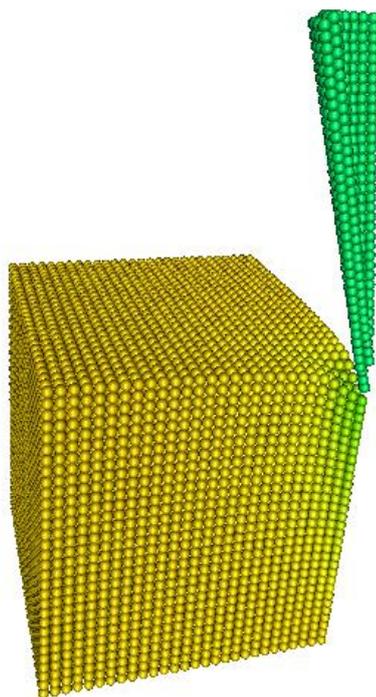
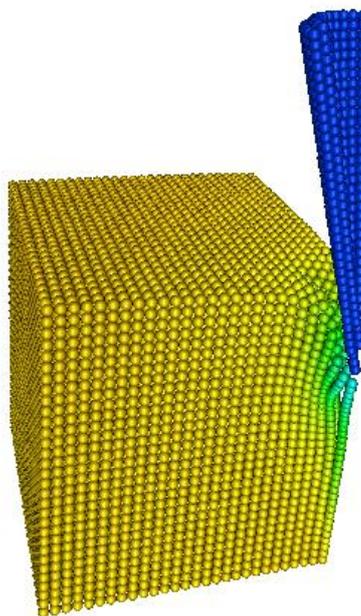
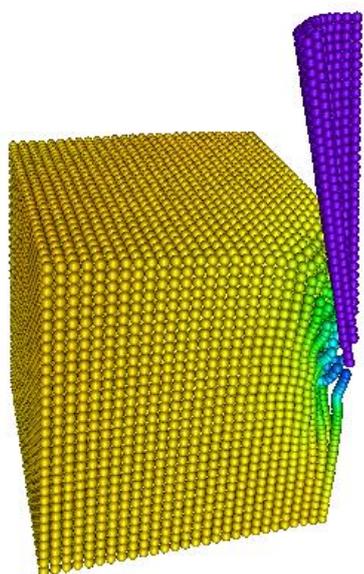
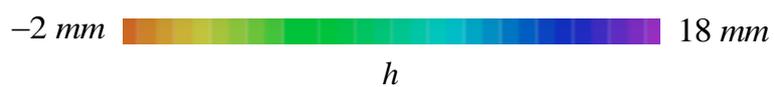
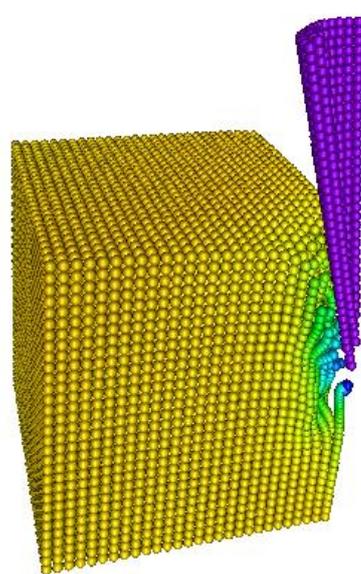
$t = 40\text{ms}$  $t = 60\text{ms}$  $t = 80\text{ms}$  $t = 95\text{ms}$ 

Figura 6.28 Estágios da indentação do cone numa análise tridimensional (amostra 6).

Na Figura 6.29 mostra-se variação teórica e calculada (amostra 6) da velocidade contra a profundidade. É possível observar que embora a tendência seja a mesma há uma oscilação na resposta numérica devido à magnitude dos intervalos de tempo adotados.

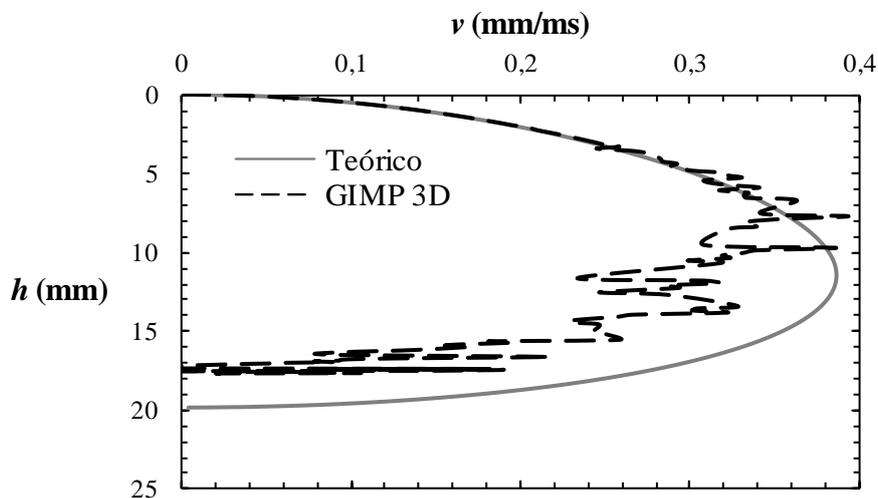


Figura 6.29 Variação teórica e numérica de velocidade do cone na amostra 6

### 6.3.2.1 Cálculo numérico dos parâmetros do cone

Usando a mesma metodologia utilizada para analisar os resultados obtidos experimentalmente (ver item 5.2.2.2), foram usados os dados obtidos nas análises numéricas 3D para calcular os diferentes parâmetros ( $K$ ,  $N_{ch}$ ,  $\alpha$ ,  $\zeta$ ) do cone. Para tal foram consideradas apenas as penetrações obtidas com as amostras 1, 2, 5 e 6.

Na Tabela 6.11 apresentam-se os valores dos parâmetros do cone obtidos da campanha experimental e das simulações numéricas. Mostram-se ainda os valores dos coeficientes de correlação,  $R^2$ , obtidos no ajuste dos parâmetros  $K$  e  $N_{ch}$ , e o erro relativo entre os valores obtidos experimentalmente e numericamente.

Tabela 6.11 Comparação dos parâmetros do cone experimentais e numéricos

Parâmetro	Experimental		Numérico		Erro
	Dados	$R^2$	Dados	$R^2$	
$K$	0,498	0,974	0,500	0,977	0,4%
$N_{ch}$	6,488	0,980	7,367	0,999	14%
$\alpha$	0,23	-	0,38	-	65%
$\zeta$	0,24	-	0,28	-	17%

Nota-se que os coeficientes de correlação,  $R^2$ , obtidos nas análises numéricas são mais elevados, o que pode estar relacionado com o menor número de dados usados (quatro pontos), ou pode ser devido a um maior controle da simulação numérica em relação à execução de ensaios reais.

Os valores do parâmetro do cone  $K$  são praticamente os mesmos, já que o coeficiente de atrito ( $\mu^*=1,0$ ) utilizado nas análises numéricas foi ajustado por tentativa e erro até que os pares  $(1/h^2, s_u)$  numéricos e experimentais se ajustassem à mesma linha de tendência linear, cujo coeficiente angular é igual ao produto  $K.Q$ , como ilustrado na Figura 5.7.

Os valores de  $N_{ch}$  não apresentam grande variação e se encontram dentro do intervalo esperado entre 5 e 10 de acordo com a revisão bibliográfica. Quanto ao valor de  $\zeta=0,28$  obtido numericamente, este é muito inferior ao valor fixo  $\zeta=0,74$  adotado por Koumoto & Houlsby (2001) e inferior ao mínimo utilizado nas simulações numéricas realizadas por Hazell (2008), nas quais este parâmetro é função da taxa de variação da resistência não-drenada ( $\mu$ ). Na ausência deste parâmetro ( $\mu$ ) não é possível uma melhor comparação.

A maior diferença entre o valor calculado numericamente e o obtido experimentalmente é observada para o fator de adesão,  $\alpha$ . Isto se explica porque a lei constitutiva para o contato implementada no programa *NairnMPM* é puramente friccional, enquanto que a solução teórica é baseada apenas em aderência, condição que deve predominar no ensaio experimental. Portanto, o valor de aderência calculada com base nos resultados numéricos é uma aderência fictícia ou média equivalente. Equivalente porque não há realmente aderência no modelo numérico, mas apenas atrito ( $\mu^*=1,0$ ); e média porque a resistência ao cisalhamento devido ao atrito na análise numérica é variável com a tensão normal, enquanto que a parcela de resistência por aderência é constante.

Finalmente são apresentados todos os resultados obtidos neste trabalho, tanto numéricos como experimentais e teóricos. A Figura 6.30 mostra a relação entre a resistência não drenada de solos argilosos e a profundidade de penetração do cone. O ajuste teórico e o experimental são praticamente coincidentes em função da proximidade dos valores do parâmetro  $K$ , como explicado anteriormente.

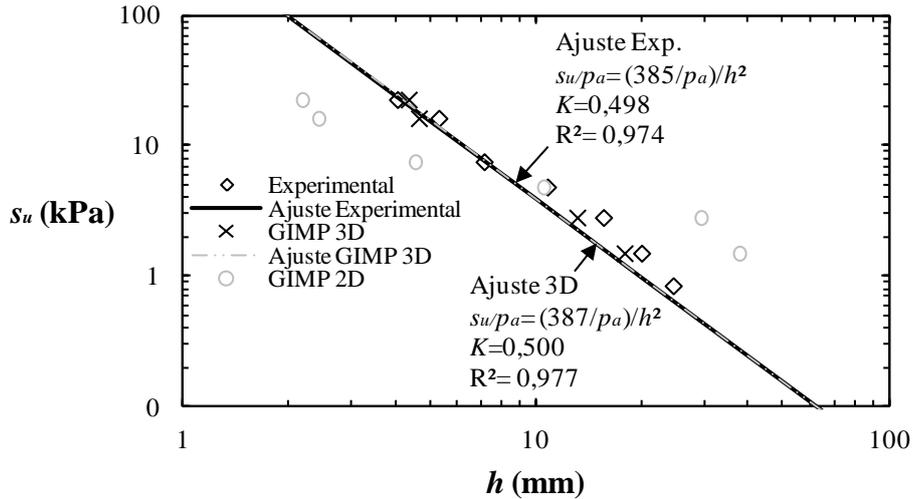


Figura 6.30 Relação entre profundidade de penetração e resistência não drenada obtidas com diferentes metodologías

**6.3.2.2 Tempo de processamento**

Os resultados dos tempos processamento das análises tridimensionais são mostrados na Tabela 6.12. Observe que o intervalo de tempo  $\Delta t$  é o mesmo em todas as análises, uma vez que este não foi otimizado. Entretanto seria possível diminuir o tempo de análise, sobretudo nas primeiras amostras. É possível observar que as primeiras quatro amostras demoraram muito menos tempo de cálculo, o que se explica devido ao fato de uma parte considerável das penetrações ter ocorrido no regime elástico.

Tabela 6.12 Resumo do tempo computacional das análises tridimensionais

Amostra	$\Delta t$ (ms)	Tempo de indentação (ms)	Tempo computacional
1	2,94e-4	33	12h 15'
2	2,95e-4	34	12h 54'
3	2,95e-4	35	13h 33'
4	2,95e-4	44	15h 18'
5	2,95e-4	70	25h 05'
6	2,95e-4	95	33h 58'



## 7. CONCLUSÕES

Esta dissertação teve como principal objetivo investigar a eficiência do Método do Ponto Material Generalizado (*GIMP*), para a simulação de problemas de grandes deformações com ênfase na análise de problemas de penetração, e mais especificamente o cone de penetração por queda livre utilizado na norma britânica para ensaios de limite de liquidez. Foi feita uma revisão teórica do ensaio de penetração de cone, ressaltando as formulações analíticas e a obtenção de parâmetros para solos argilosos a partir dos resultados deste ensaio. Com o intuito de verificar estas formulações teóricas foram realizados ensaios de laboratório em caulim, com ênfase no ensaio de palheta (*mini-vane*) para obter a resistência não-drenada e o ensaio cone de penetração, de modo a relacionar a penetração máxima com a resistência deste material. Foram obtidos parâmetros mecânicos a partir destes ensaios e os experimentos foram simulados numericamente com *GIMP* sob condições bidimensionais e tridimensionais. Para tanto foi utilizado código aberto *NairnMPM*, cedido pelo professor John A. Nairn Oregon State University, USA. As conclusões deste trabalho serão descritas a seguir divididas em duas seções: as conclusões do trabalho experimental e as conclusões dos modelos numéricos da queda de cone usando o *GIMP*.

### 7.1 AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL

A série de experimentos realizados neste trabalho demonstraram que o ensaio de queda de cone britânico é um método simples que permite uma avaliação mais confiável do limite de liquidez,  $w_L$ , além de fornecer uma boa estimativa da resistência não drenada,  $s_u$ , de argilas remoldadas.

As dificuldades de interpretação do ensaio descritas por Koumoto & Houlsby (2001), por conta de falta no entendimento teórico, são facilmente contornadas com o uso dos fatores de rugosidade propostos por Hazell (2008).

Com base nos dados experimentais foi calibrado um fator de rugosidade,  $K=0,5$ , para o cone com ângulo de ponta de  $30^\circ$  e massa de 80g utilizado nesta pesquisa. Entretanto este valor deve ser verificado para outros equipamentos, já que pode haver diferenças decorrentes dos processos de manufatura que geram superfícies com diferente rugosidade dependendo da sua fabricação. Deve-se também calibrar este coeficiente esporadicamente, pois pode haver mudanças de rugosidade com a oxidação e tempo de uso.

Além da resistência não drenada, o ensaio de cone fornece estimativas aceitáveis do coeficiente de compressibilidade,  $\lambda$ , usado em modelos de estados críticos. O valor obtido  $\lambda = 0,10$  está em boa concordância com valores descritos na literatura para o caulim e também concorda com o valor medido neste trabalho usando outra metodologia. Outras grandezas como a inclinação da linha de estados críticos,  $M$ , também podem ser estimadas com base no ensaio de penetração de cone.

A metodologia proposta neste trabalho para o cálculo do coeficiente de compressibilidade,  $\lambda$ , a partir do ensaio de sucção e do ensaio de palheta, plotando os resultados num sub-espaço  $p-q$ , obteve resultados bons quando comparados com os valores de  $\lambda$  encontrados na literatura. Comparações com ensaios de adensamento neste material e em outros tipos de argila ainda devem ser feitas para validar este procedimento. A grande vantagem desta metodologia é que não se precisa de equipamentos muito caros para sua execução.

## 7.2 ANÁLISES NUMÉRICAS

O Método do Ponto Material Generalizado e o programa *NairnMPM* foram utilizados com sucesso para resolver problemas clássicos da engenharia como, fundações superficiais e ensaios laboratoriais como compressão não confinada. Os resultados obtidos podem ser considerados muito bons em termos qualitativos e quantitativos quando comparado com soluções analíticas e soluções numéricas obtidas com métodos tradicionais como o MEF.

Sobre o processo de penetração foi demonstrado que o método é suficientemente robusto para resolver o problema de contato sem a necessidade de usar outros tipos de elementos na interface. No entanto, a lei de atrito puro entre materiais, usada neste trabalho não foi adequada, para o problema de penetração de cone em argilas não drenadas. Como foi expresso no Capítulo 3, neste caso o fenômeno de contato entre solo e cone depende majoritariamente da aderência. Entretanto, este problema pode ser facilmente resolvido com a implementação de um simples critério do tipo Mohr-Coulomb no algoritmo de contato.

Como se podia esperar, a análise bidimensional sob um estado de deformação plana não conseguiu reproduzir satisfatoriamente as condições reais no ensaio de queda de cone. Porém análises tridimensionais apresentaram um desempenho excelente, e o fenômeno foi bem reproduzido, como indicam as comparações entre os fatores de cone experimentais e modelados.

Embora o mecanismo de resistência da interface na análise numérica tridimensional tenha sido puramente friccional, foi possível determinar um coeficiente de atrito ( $\mu^*$ ) que permitiu ajustar perfeitamente as respostas numérica e experimental com o mesmo fator de rugosidade de cone ( $K$ ). Entretanto os valores de fator de aderência retroanalisados com base na teoria são diferentes uma vez que a aderência obtida da análise numérica é fictícia e corresponde ao valor que fornece a mesma resistência ao cisalhamento em média ao longo da superfície de contato cone-solo.

Embora o GIMP tenha sido originalmente proposto para resolver problemas de grandes deformações, a maioria dos trabalhos encontrados na literatura envolvem deformações que não ultrapassam 10%. No processo de queda do cone no meio argiloso foram medidas deformações horizontais e verticais superiores a 200% e distorções acima de 300%. Assim é necessário se definir uma escala que diferencie entre deformações pequenas, moderadas, médias, grandes e extremas.

Antes de se fazer uma simulação definitiva de um problema de grandes deformações usando o GIMP, deve-se fazer um estudo de convergência visando a determinar o nível de refinamento em termos de tamanho de célula ( $cs$ ) e intervalo de tempo  $\Delta t$ , de modo a discretização do domínio no espaço-tempo permita obter resultados dentro da acurácia aceitável sem comprometer o tempo computacional. Para um problema de penetração de um material muito rígido, como no caso do cone aqui analisado, sugere-se que apenas a casca do material penetrante seja discretizada, devendo-se entretanto se fazer os devidos ajustes na massa e eventualmente também na rigidez da peça modificada.

### 7.3 LIMITAÇÕES

A principal limitação do GIMP é o maior tempo de processamento em relação a outros métodos tradicionais como o MEF. No caso de problemas envolvendo grandes deformações e domínios volumosos, deve-se buscar um nível de comprometimento entre a acurácia possível e o tempo de processamento. Em caso de problemas tridimensionais e malhas muito refinadas o tempo de processamento pode inviabilizar a análise utilizando microcomputadores convencionais. Neste casos, deve-se usar grandes processadores ou processamento paralelo.

Embora a metodologia para geração da geometria ofereça vantagens, o código do *NairnMPM* usa um tamanho de partícula único para todo o domínio, o que dificulta a definição de geometrias complexas, como pontas e superfícies curvas (características do

cone). Nestes casos é necessário um nível de refinamento elevado que aumenta o tempo computacional.

O programa *NairnMPM* não permite análises de tensões sob condições axissimétricas. Devido a esta limitação foi preciso resolver o problema do cone sob condições tridimensionais, o que aumentou demasiadamente o tempo computacional.

#### 7.4 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Em função de o GIMP ser um método relativamente novo há uma serie de dificuldades com o método e em particular com o código usado que precisam ser resolvidas.

Uma das principais causas do elevado tempo computacional está relacionada com o uso de um intervalo de tempo  $\Delta t$  constante. Portanto sugere-se o uso de um algoritmo de passo de tempo automático e variável ao longo da simulação. Este intervalo de tempo deve ser relacionado com a taxa de deformação a cada passo do tempo.

Outra alternativa para diminuir o tempo computacional consiste em implementar uma versão paralelizada do código, que permita usar o 100% da capacidade de processamento em processadores com vários núcleos (*cores*).

Também é possível utilizar geradores de malhas com diferentes níveis de refinamento como nos trabalhos de Ma (2002), Raghav (2005) e (Zabala, 2010). Desta forma seria possível uma discretização mais refinada nas regiões de maior interesse sob os carregamentos e em zonas de transições de materiais muito diferentes.

Outro aspecto da discretização que ainda não é clara é a influência da quantidade de pontos materiais por célula e sua influencia. Buzzi *et al.* (2008) fazem uma abordagem preliminar deste problema, mas um estudo mais profundo ainda precisa ser feito. O código apresentado no APÊNDICE A, pode lidar com diferentes quantidades de pontos materiais por célula, e pode ser usado para esta análise.

A implementação de uma abordagem axissimétrica é fundamental para diminuir o tempo computacional para analisar problemas como o apresentado aqui (cone), fundações circulares, ou estacas.

O código *NairnMPM* foi desenvolvido para o estudo de madeiras e os modelos constitutivos implementados refletem o interesse específico para este tipo de material. É necessária a implementação de modelos mais representativos do comportamento de solos, incluindo no mínimo os modelos de Mohr-Coulomb e Cam clay. Também devem ser

considerados modelos que levem em conta a taxa de deformação, de modo a refletir a mudança do material quando ocorrem deformações extremas.

O esquema de integração do código usado deve ser aperfeiçoado já que foi evidenciado em diferentes casos que resultados imprecisos são obtidos quando as tensões mobilizadas se encontram perto da transição do regime elástico e o regime elasto-plástico.

A lei constitutiva do contato usada só leva em conta o atrito entre materiais. Novas leis devem ser estudadas considerando a aderência, e também viscosidade de modo a simular comportamentos que dependam da taxa de deformação ou da velocidade.

Outra variável que tem que ser levada em conta em análises futuras é a presença de água (poro-pressões), já que as simulações no *NairnMPM* só consideram análise em termos de tensões totais.

Finalmente, problemas onde são presentes grandes deformações (ou até massivas) são a cravação de estacas, problemas de dano em asfaltos (trincas), outros ensaios de laboratório e estabilidade de taludes podem ser estudados usando o GIMP. Na Figura 7.1 é apresentado a modo de exemplo a aplicabilidade do método na área de estabilidade de encostas e taludes. A simulação é uma reprodução do trabalho de Sawada *et al.* (2004).

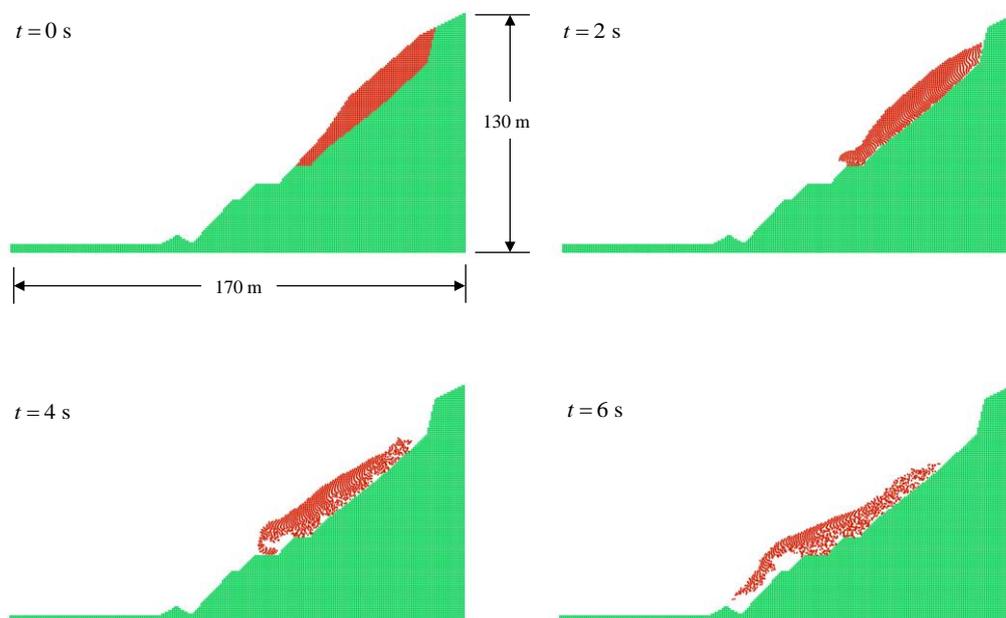


Figura 7.1 Exemplo de aplicação do *NairnMPM* na estabilidade de taludes

Neste modelo é considerada a evolução ao longo do tempo, da massa de solo deslizada numa superfície de ruptura predeterminada, que foi levantada após o evento. O solo não mobilizado é considerado como rígido e a interação entre o solo mobilizado e o solo que permanece no loco é friccional. O modelo constitutivo usado no solo deslocado foi von Mises.

Sobre os resultados experimentais, deve ser estudado em maior detalhe a relação entre o fator  $\zeta$  e a taxa de aumento da resistência ao cisalhamento durante o fenômeno de penetração, já que o fator medido,  $\zeta = 0,24$  é menor (45%) do que o mínimo de 0,42 indicado na Figura 3.4.

As metodologias expostas para o cálculo do coeficiente de compressibilidade  $\lambda$  devem ser validadas com mais ensaios, tanto para a proposta de Koumoto & Houlsby (2001) como para a proposta baseada na curva característica apresentada neste trabalho. A validação deveria incluir ensaios de adensamento e outros tipos de material que permitam uma avaliação para mais materiais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASTM D 2166. (2000). Standard test method for unconfined compressive strength of cohesive soil 1. American Society for Testing and Materials, 6.

ASTM D 2216. (2010). Standard test method for laboratory determination of water (moisture) content of soil and rock by mass 1. American Society for Testing and Materials, 5.

ASTM D 427. (1998). Standard test method for shrinkage factors of soils by the mercury method. American Society for Testing and Materials, 4.

ASTM D 4318. (2000). Standard test methods for liquid limit, plastic limit, and plasticity index of soils. American Society for Testing and Materials, 14.

ASTM D 4648M. (2010). Standard test method for laboratory miniature vane shear test for saturated fine-grained soil. American Society for Testing and Materials, 7.

ASTM D 5298. (2003). Standard test method for measurement of soil potential (suction) using filter paper. American Society for Testing and Materials, 6.

ANDERSEN, S., & ANDERSEN, L. (2009). Material-point-method analysis of collapsing slopes. *Computational Geomechanics : COMGEO I: Proceedings of the 1st International Symposium on Computational Geomechanics (COMGEO I)* (pp. 817–828). Juan -les- Pins, France.

ANDERSEN, S., & ANDERSEN, L. (2010). Modelling of landslides with the material-point method. *Computational Geosciences*, 14(1), 137–147.

ANDERSEN, S. M. (2009). *Material-point analysis of large-strain problems: Modelling of landslides*. Aalborg University.

AUGARDE, C., & HEANEY, C. (2009). The use of meshless methods in geotechnics. *Computational Geomechanics : COMGEO I: Proceedings of the 1st International Symposium on Computational Geomechanics (COMGEO I)* (pp. 311–320). Juan -les- Pins, France.

BS 1377-2. (1990). *Methods of test for soils for civil engineering purposes. classification tests*. British Standard Institution, 8.

BARDENHAGEN, S. G. (2002). Energy conservation error in the material point method for solid mechanics. *J. of Computational Physics*, 180, 383–403.

BARDENHAGEN, S. G., GUILKEY, J. E., ROESSIG, K. M., BRACKBILL, J. U., WITZEL, W. M., & FOSTER, J. C. (2001). An improved contact algorithm for the material point method and application to stress propagation in granular material. *Tech Science Press*, 2(4), 209–522.

- BARDENHAGEN, S. G., & KOBER, E. M. (2004). The generalized interpolation material point method. *Tech Science Press*, 5(6), 477–495.
- BEUTH, L., BENZ, T., & VERMEER, P. A. (2008). Large deformation analysis using a quasi-static material point method. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 38(1-2), 45–60.
- BEUTH, L., BENZ, T., VERMEER, P. A., WIECKOWSKI, Z., & COETZEE, C. J. (2007). Large deformation analysis using a quasi-static Material Point Method. *Computer Methods in Mechanics*, 1–6.
- BEUTH, L., WIECKOWSKI, Z., & VERMEER, P. A. (2011). Solution of quasi-static large-strain problems by the material point method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 35, 1451–1465.
- BRACKBILL, J. U., & RUPPELL, H. M. (1986). FLIP: A method for adaptively zoned, particle-in-cell calculations in two dimensions. *Comput. Phys.*, 65, 314–343.
- BUTTERFIELD, R. (1979). A natural compression law for soils (an advance on  $e$ -log  $p'$ ). *Géotechnique*, 29(4), 469–480.
- BUZZI, O., PEDROSO, D. M., & GIACOMINI, A. (2008). Caveats on the implementation of the generalized material point method. *Tech Science Press*, 31(2), 85–106.
- CHEN, Z., & BRANNON, R. (2002). An evaluation of the material point method. Online (p. 46). Albuquerque, New Mexico 87185 and Livermore, California 94550.
- COETZEE, C. J. (2004). The modelling of granular flow using the particle-in-cell method. Stellenbosch: University of Stellenbosch.
- COETZEE, C. J., VERMEER, P. A., & BASSON, A. H. (2005). The modelling of anchors using the material point method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, (April), 879–895.
- DAPHALAPURKAR, N. P., LU, H., COKER, D., & KOMANDURI, R. (2007). Simulation of dynamic crack growth using the generalized interpolation material point (GIMP) method. *International Journal of Fracture*, 143(1), 79–102.
- FLEUREAU, J. M., HADIWARRDOYO, S., & KHEIRBEK-SAOUD, S. (2004). Simplified approach to the behavior of compacted soils on drying and wetting paths. *Proceedings of the Third International Conference on Unsaturated Soils* (pp. 1147–1154). Recife, Brazil.
- GEOTECHNICAL COMMISSION OF THE SWEDISH STATE RAILWAYS. (1922). *Statens Järnvägar Geotekniska Meddelanden 2*. Geotechnical Commission of the Swedish State Railways.

- GUILKEY, J. E., & WEISS, J. A. (2003). Implicit time integration for the material point method: Quantitative and algorithmic comparisons with the finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 57(9), 1323–1338.
- GUO, Y. J., & NAIRN, J. A. (2006). Three-dimensional dynamic fracture analysis using the material point method. *Tech Science Press*, 1(1), 11–25.
- HANSBO, S. (1957). A new approach to the determination of the shear strength of clay by the fall-cone test. *Royal Swedish Geotechnical Institute*, 14, 7–47.
- HARLOW, F. H. (1964). The particle-in-cell computing method for fluid dynamics. *Methods in Computational Physics*, 3, 319–343.
- HAZELL, E. (2008). Numerical and experimental studies of shallow cone penetration in clay. *University of Oxford*.
- HOULSBY, G. T. (1982). Theoretical analysis of the fall cone test. *Géotechnique*, 32(2), 111–118.
- HUANG, P., ZHANG, X., MA, S., & HUANG, X. (2010). Contact algorithms for the material point method in impact and penetration simulation. *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, (July 2010), 498–517.
- KARLSON, R. (1977). A new approach to the determination of the shear strength of clay by the fall cone test. *5th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering* (pp. 171–184). Paris.
- KARUPPIAH, V. (2004). Implementation of irregular mesh in material point method (MPM) for simulation of mixed mode crack opening in tension. *Oklahoma State University*.
- KOUMOTO, T., & HOULSBY, G. T. (2001). Theory and practice of the fall cone test. *Géotechnique*, 51(8), 701–712.
- LAI, W. M., RUBIN, D., & KREMPL, E. (1993). *Introduction to continuum mechanics* (Third edit., p. 570).
- LEMIALE, V., NAIRN, J., & HURMANE, A. (2010). Material point method simulation of equal channel angular pressing involving large plastic strain and contact through sharp corners. *Tech Science Press*, 70(1), 41–66.
- LE ROUEIL, S., & LE BIHAN, J. P. (1996). Liquid limits and fall cones: Discussion. *Canadian Geotechnical Journal*, 33(2), 793–798.
- LI, S., & LIU, W. K. (2002). Meshfree and particle methods and their applications. *Applied Mechanics Reviews*, 55(1), 34.

- LIAN, Y. P., ZHANG, X., & LIU, Y. (2012). An adaptive finite element material point method and its application in extreme deformation problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*.
- MA, J. (2002). Multiscale simulation using the generalized interpolation material point method, discrete dislocations and molecular dynamics. Oklahoma State University.
- MAST, C. M., MACKENZIE-HELNWEIN, P., ARDUINO, P., MILLER, G. R., & SHIN, W. (2012). Mitigating kinematic locking in the material point method. *Journal of Computational Physics*, 231(16).
- MITCHELL, J. K., & SOGA, K. (2005). *Fundamentals of soil behavior* (p. 559).
- NAIRN, J. A. (2003). Material point method calculations with explicit cracks. *Tech Science Press*, 4(6), 649–663.
- NAIRN, J. A. (2006). Numerical simulations of transverse compression and densification in wood. *Wood Fiber Sci*, 38(4), 576–591.
- NAIRN, J. A. (2011). NairnMPM Documentation, Disponível em: <http://code.google.com/p/nairn-mpm-fea/> (Consultado 27 de outubro de 2012).
- NUMADA, M., KONAGAI, K., ITO, H., & JOHANSSON, J. (2003). Material point method for run-out analysis of earthquake-induced long-traveling soil flows. *JSCE Journal of Earthquake Engineering*, 27, 3–6.
- POULOS, H. G., & DAVIS, E. H. (1974). Elastic solutions for soil and rock mechanics (p. 411).
- RAGHAV, R. K. (2005). Three dimensional generalized interpolation material point (GIMP) simulations in samrai environment. Oklahoma State University.
- RINCÓN, C. L., & RODRÍGUEZ, E. (2001). Modelación física en centrífuga de un muro pantalla sin anclajes, en arcilla blanda de Bogotá D. C. Universidad de los Andes.
- SADEGHIRAD, A., BRANNON, R. M., & BURGHARDT, J. (2011). A convected particle domain interpolation technique to extend applicability of the material point method for problems involving massive deformations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 86(12).
- SAWADA, K., MORIGUCHI, S., YASHIMA, A., ZHANG, F., & UZUOKA, R. (2004). Large Deformation Analysis in Geomechanics Using CIP Method. *JSME International Journal*, 47(4).
- SCHOFIELD, A., & WROTH, P. (1968). *Critical state soil mechanics* (p. 218).

- SHIN, W., MILLER, G. R., ARDUINO, P., & MACKENZIE-HELNWEIN, P. (2010). Dynamic Meshing for Material Point Method Computations. *Engineering and Technology*, 48(9), 84–92.
- SOKOLOVSKII, V. V. (1965). *Statistics of granular media*. Oxford: Pergamon.
- SRIDHARAN, A., & NAGARAJ, H. B. (2000). Compressibility behavior of remoulded, fine-grained soils and correlation with index properties. *Canadian Geotechnical Journal*, 37, 712–722.
- STONE, K. J. L., & KYAMBADDE, B. S. (2007). Determination of strength and index properties of fine-grained soils using a soil minipenetrometer. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 133(6), 667–673.
- SULSKY, D., ZHOU, S. J., & SCHREYER, H. L. (1995). Application of a particle-in-cell method to solid mechanics. *Computer Physics Communications*, 87, 236–252.
- VERMEER, P. A., BEUTH, L., & BENZ, T. (2008). A quasi-static method for large deformation problems in geomechanics. *International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG)* (pp. 1–6).
- WICKOWSKI, Z. (2004). The material point method in large strain engineering problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*.
- WIECKOWSKI, Z. (2004). The material point method in soil mechanics problems. *The XXI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics* (pp. 3–4). Warsaw.
- WIECKOWSKI, Z. (2011). Application of dynamic relaxation in material point method. *Computer Methods in Mechanics*, (May), 9–12.
- WIECKOWSKI, Z., YOUNG-KIE, Y., & YEON, J. H. (1999). A particle-in-cell solution to the silo discharging problem.pdf. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 45, 1203–1225.
- WOOD, D. M. (1985). Some fall-cone tests. *Géotechnique*, 35(1), 64–68.
- WOOD, D. M., & WROTH, C. P. (1978). The use of the cone penetrometer to determine the plastic limit of soils. *Ground Engineering*, 11(3), 37.
- ZABALA, F. (2010). Modelacion de problemas geotecnicos hidromecanicos utilizando el metodo del punto material. *Universitat Politecnica de Catalunya*.
- ZHANG, D. Z., MA, X., & GIGUERE, P. (2009). Computation of Multi-Material Interactions Using Material Point Method. *International Conference on Particle Based Methods* (Vol. 836, p. 9). Barcelona, Spain.

ZHANG, H. W., WANG, K. P., & CHEN, Z. (2009). Material point method for dynamic analysis of saturated porous media under external contact/impact of solid bodies. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198(17-20), 1456–1472.

ZHOU, S., STORMONT, J., & CHEN, Z. (1999). Simulation of geomembrane response to settlement in landfills by using the material point method. *International Journal for Numerical Methods in Geomechanics*, 23, 1977–1994.

## APÊNDICE A

Códigos programados na linguagem Python<sup>TM</sup> para resolver o problema de vibração numa viga.

### ENTRADA DE DADOS

```
# Exemplo 01 -- Barra como um ponto
from pylab import pi, sin, cos, sqrt, subplot, plot, xlabel, ylabel, grid,
show, exp
from mpml_d import *

# entrada de dados
USF = True # update stress first?
E = 4.0*pi**2.0 # modulo de elasticidade
mtol = 1.0e-7 # tolerancia da massa
Lb = 1.0 # comprimento da barra
ndb = 1 # numero de divisoes na barra
npc = 1 # numero de pontos materiais por celula
ipout = 0 # sobre escrito do ponto de saida
dt = 0.001 # intervalo de tempo
dtout = 0.01 # intervalo de tempo armazenado
tf = 1 # tempo final

showi = True # mostrar malha inicial?

# velocidade inicial prescrita
def set_ini_veloc(np, xp, vp):
    vp[0] = 0.1

# correr simulation
xn, xp, T, Xp, Vp =
mpml_d_solve(ndb, npc, Lb, E, showi, set_ini_veloc, ipout, dt, dtout, tf, USF, mtol)

# plotar resultados
mpml_d_plot(xn, xp, T, Xp, Vp)

# solucao analitica
rho = 1.0
w = (1.0/Lb)*sqrt(E/rho)
V = 0.1*cos(w*T)
subplot(2,2,2)
plot(T,V,'k.', markersize=4)
X = (Lb/2)*exp((0.1/(Lb*w))*sin(w*T))
subplot(2,2,4)
plot(T,X,'k.', markersize=4)

# mostrar figuras
show()
```

### CÁLCULO DA SOLUÇÃO

```
# MPM1d
from ShapeFuncs import *
```

```

from UpdateStressStrain import *
from pylab import zeros, ones, linspace, repeat, array, sum
from pylab import subplot, plot, xlabel, ylabel, grid, show

def
mpm1d_solve(ndb,npc,Lb,E,showi,set_ini_veloc,ipout,dt,dtout,tf,USF,mtol):
    # malha
    nc      = ndb + 2                # numero de células na malha
    dx      = Lb/ndb                # comprimento da célula
    xmin    = -dx                   # posicao min do vertice
    xmax    = Lb+dx                 # posicao max do vertice
    nn      = ndb+3                 # numero de vertices
    xn      = linspace(xmin,xmax,nn) # matriz com as posições dos vertices
    fix     = repeat(False,nn)      # vertices fixos
    fix[0]  = True
    fix[1]  = True
    ct      = tf/dt                 ##tamanho do vetor do tempo

    # pontos materiais
    np = ndb*npc # numero total de pontos = numero de divisoes na barra *
numero de pontos por célula
    Lp = dx/npc # comprimento total do ponto material
    lp = Lp/2.0 # meio comprimento do ponto material
    xp = zeros(np) # posicoes dos pontos
    k = 0 # indice dos pontos
    for i in range(ndb):
        for j in range(npc):
            xp[k] = lp if (i==0 and j==0) else xp[k-1]+Lp
            k += 1

    # verificar entrada de dados
    if showi:
        plot([0.0,Lb],[0.,0.], 'c-', linewidth=20)
        plot(xn, 0.0*xn, 'ko')
        plot(xp, 0.0*xp, 'ro', markersize=15)
        grid(color='grey')
        show()

    # iniciar os pontos materiais
    lp = repeat(lp, np) # meio comprimento dos pontos materiais
    mp = ones(np) # massa
    vp = zeros(np) # velocidade
    ep = zeros(np) # deformacao
    sp = zeros(np) # tensao
    bp = zeros(np) # forcas de corpo
    mnt= zeros(ct) ##vetor de massas

    # Inicializar velocidades
    set_ini_veloc(np,xp,vp)

    # numero de contribuicoes para cada ponto material
    ncontr = 4 # GMPM (para MPM, 2) CONSTANTE

    # matriz de saida
    T = [0.0] # lista com tempos
    Xp = [xp[ipout]] # list com ponto 0 posicoes para cada tempo de saida
    Vp = [vp[ipout]] # list com ponto 0 velocidades para cada tempo de
saida

```

```

# evolve
t      = 0.0          # tempo
tout = t + dtout # tempo de saida
while t<tf:

    # 1) descartar malha previa
    mn = zeros(nn) # massa dos vertices
    mnt = zeros(ct) ##vetor de massas para cada tempo
    qn = zeros(nn) # momento linear no vertice
    fin = zeros(nn) # forca interna no vertice
    fen = zeros(nn) # forca externa no vertice
    qtn = zeros(nn) # taxa de momento linear no vertice

    # 2) calcular valores de interpolacao
    S = zeros( (np, ncontr) ) # intepolacao
    G = zeros( (np, ncontr) ) # gradientes NOTA: estrutura deve mudar
para 2D e 3D
    S1= zeros( (np, ncontr) )
    G1= zeros( (np, ncontr) )
    S2= zeros( (np, ncontr) )
    G2= zeros( (np, ncontr) )
    for p in range(np):
        nps = int((xp[p]-xmin)/dx) - 1 # vertice de referencia Eq. 21
Buzzi et al
        for i in range(ncontr):
            n = nps + i

            S[p,i], G[p,i] = calc_interp(dx,lp[p],xn[n],xp[p])

    # 3) iniciar malha (massa e momento linear)
    for p in range(np):
        nps = int((xp[p]-xmin)/dx) - 1
        for i in range(ncontr):
            n = nps + i
            mn[n] += S[p,i]*mp[p]
            qn[n] += S[p,i]*mp[p]*vp[p]
            if fix[n]: qn[n]=0.0

    # 4) atualizar deformacao e tensao
    if USF: update_points(E, sp, ep, np, xp, xmin, dx, ncontr, mtol, qn, mn, G, dt)

    # 5) calcular forcas internas e externas
    for p in range(np):
        nps = int((xp[p]-xmin)/dx) - 1
        for i in range(ncontr):
            n = nps + i
            fin[n] += 2.0*lp[p]*sp[p]*G[p,i]
            fen[n] += mp[p]*bp[p]*S[p,i]
            # add tractions

    # 6) calcular taxa de momento linear
    for n in range(nn):
        qtn[n]=fen[n]-fin[n]
        if fix[n]: qtn[n]=0.0
        qn[n] += qtn[n]*dt

    # 6.5 calcular taxa de momento linear nos pontos

    # 7) atualizar pontos da malha

```

```

    for p in range(np):
        nps = int((xp[p]-xmin)/dx) - 1
        for i in range(ncontr):
            n = nps + i
            if mn[n]>mtol:
                xp[p] += dt*S[p,i]*qn[n]/mn[n]
                vp[p] += dt*S[p,i]*qtn[n]/mn[n]

# 8) atualizar tensoes e deformacoes
if not USF:
update_points(E, sp, ep, np, xp, xmin, dx, ncontr, mtol, qn, mn, G, dt)

# atualizar tempo
t += dt

# mudar tempo para evitar tempo maior que o tempo maximo
if t+dt>tf: dt = tf - t

# saida de resultados
if t>=tout:
    print Vp
    T .append(t)
    Vp.append(vp[ipout])
    Xp.append(xp[ipout])
    tout += dtout

# retornar variaveis
return xn, xp, array(T), array(Xp), array(Vp)

def mpml1d_plot(xn, xp, T, Xp, Vp):
# plotar malha e posicoes finais dos pontos
subplot(2,2,1)
plot(xn, 0.0*xn, 'ko')
plot(xp, 0.0*xp, 'ro', markersize=20)
xlabel('x (m)')
ylabel('y (m)')

# plotar velocidade versus tempo
subplot(2,2,2)
plot(T, Vp, 'k-')
xlabel('t (s)')
ylabel('vp (m) (ponto de saida)')

# plotar trajetoria
nt = len(T) # numero de tempos de saida
subplot(2,2,3)
plot(Xp, repeat(0.0,nt), 'ro', markersize=20)
xlabel('x (m) (ponto de saida)')
ylabel('y (m) (ponto de saida)')

# plotar posicoes versus tempo
subplot(2,2,4)
plot(T, Xp, 'k-')
xlabel('t (s)')
ylabel('xp (m) (ponto de saida)')

```

## FUNÇÕES DE FORMA

```
def calc_interp(L, lp, xn, xp):

    # funcoes de forma
    d = (xp - xn)
    if d <= (-L-lp): Snp = 0.0
    elif d > (L+lp): Snp = 0.0
    elif d <= (-L+lp): Snp = ((L+lp+d)**2.0)/(4.0*L*lp)
    elif d <= (-lp): Snp = 1.0+d/L
    elif d <= (lp): Snp = 1.0-(d+d*lp*lp)/(2.0*L*lp)
    elif d <= (L-lp): Snp = 1.0-d/L
    else: Snp = ((L+lp-d)**2.0)/(4.0*L*lp)

    # gradientes
    if d <= (-L-lp): Gnp = 0.0
    elif d > (L+lp): Gnp = 0.0
    elif d <= (-L+lp): Gnp = (L+d+lp)/(2.0*L*lp)
    elif d <= (-lp): Gnp = 1.0/L
    elif d <= (lp): Gnp = -d/(L*lp)
    elif d <= (L-lp): Gnp = -1.0/L
    else: Gnp = (-L+d-lp)/(2.0*L*lp)

    return Snp, Gnp
```

## ATUALIZAÇÃO DE TENSOES E DEFORMAÇÕES

```
def update_points(E, sp, ep, np, xp, xmin, dx, ncontr, mtol, qn, mn, G, dt):
    for p in range(np):
        nps = int((xp[p]-xmin)/dx) - 1 # vertice de referencia Eq. 21 Buzzi
        et al

        # interpolar taxa de deformacoes das velocidades na malha
        de = 0.0
        for i in range(ncontr):
            n = nps + i
            if mn[n]>mtol: vn = qn[n]/mn[n]
            else: vn = 0.0
            de += 0.5*(vn*G[p,i] + G[p,i]*vn)*dt

        # integrar lei constitutiva
        ds = E*de

        # atualizar deformacoes e tensoes
        ep[p] += de
        sp[p] += ds
```



## APÊNDICE B

Arquivo de entrada de dados em linguagem XML para o programa *NairnMPM*. Exemplo da análise de malha no item 6.2.5.

```
<?xml version='1.0'?>
<!DOCTYPE JANFEInput SYSTEM
"/cygdrive/c/cygwin/home/Geotecnia/SERNA/trunk/NairnMPM/input/NairnM
PM.dtd"
[
  <!ENTITY fileroot 'cone/iso.'>

  <!-- Parametros numericos
  -->
  <!ENTITY damp '0'>
  <!ENTITY fbdamp '0'>
  <!ENTITY friccion '0.230'>

  <!-- Parametros de solo von mises
  -->
  <!ENTITY rho '1.658'>
  <!ENTITY e '0.010315'>
  <!ENTITY poisson '0.499'>
  <!ENTITY yield '0.005618'>
  <!ENTITY ep '0'>

  <!-- Tempo
  -->
  <!ENTITY maxtime "120">
  <!ENTITY atime "0.5">

  <!-- Geometria
  -->
  <!ENTITY cs "2">
  <!ENTITY hmax "28">
  <!ENTITY vmax "40">

]>
<JANFEInput version='3'>

<!-- Analise bidimensional da queda de cone usando GIMP.

  As variaveis acima sao:
    damp: amortecimento numerico tipo 1
    fbdamp: amortecimento numerico tipo 2
    friccion: coeficinet de atrito entre o cone e a argila

    rho: massa especifica do solo
    e: modulo de elasticidade da argila
    poisson: coeficiente de poisson
```

```

    yield: tensao de plastificacao
        ep: modulo de endurecimento

maxtime: tempo maximo (ms)
    atime: tempo de armazenamento (ms)

        cs: tamanho da celula
        hmax: largura da camada de argila
        vmax: profundidade da camada de argila
-->

<Header>
  <Description>
Title: Analise GIMP
User Name: Marcelo Llano
Problem: simulacao 2D da queda de cone num meio argiloso
  </Description>
  <Analysis>10</Analysis>
</Header>

<MPMHeader>
  <MaxTime units="ms">&maxtime;</MaxTime>
  <ArchiveTime units="ms">&atime;</ArchiveTime>
  <ArchiveRoot>&fileroot;</ArchiveRoot>
  <TimeFactor>0.09</TimeFactor>
  <MPMArchiveOrder>iYYYYNNNNNNNNNNNY</MPMArchiveOrder>
  <Damping>&damp;</Damping>
  <FeedbackDamping>&fbdamp;</FeedbackDamping>
  <GlobalArchiveTime units="ms">&atime;</GlobalArchiveTime>
  <MultiMaterialMode Vmin='0.0' Dcheck='1' Normals='0'
RigidBias='10'>
    <Friction>&friccion;</Friction>
    <ContactPosition>0.8</ContactPosition>
  </MultiMaterialMode>
  <GIMP/>
  <LeaveLimit>5</LeaveLimit>
</MPMHeader>

<Mesh output="file">
  <Grid xmin="0" xmax="&hmax;" ymin="-&vmax;" ymax="40">
    <Horiz cellsize="&cs;"/>
    <Vert cellsize="&cs;"/>
  </Grid>
</Mesh>

<MaterialPoints>
  <Body matname="Cone" angle="0" thick="1" vx="0" vy="0">
    <Polygon np='3'>
      <pt units='mm' x='0' y='0' />
      <pt x='9.3782' y='35' />
      <pt x='0' y='35' />
    </Polygon>
  </Body>

```

```

    <Body matname="Soil" angle="0" thick="1" vx="0" vy="0">
      <Rect xmin="0" xmax="&hmax;" ymin="-&vmax;" ymax="0"/>
    </Body>
  </MaterialPoints>
  <Material Type="1" Name="Cone">
    <rho>24.5398193</rho>
    <E>200000</E>
    <nu>0.33</nu>
    <alpha>60</alpha>
    <Friction matname="Soil">&friccion;</Friction>
  </Material>
  <Material Type="9" Name="Soil">
    <rho>&rho;</rho>
    <E>&e;</E>
    <nu>&poisson;</nu>
    <alpha>60</alpha>
    <yield>&yield;</yield>
    <Ep>&ep;</Ep>
  </Material>

  <GridBCs>
    <BCLine x1="min-1" y1="min-1" x2="max+1" y2="min-1"
tolerance="&cs;">
      <DisBC dir="2" disp="0"/>
    </BCLine>
    <BCLine x1="max+1" y1="min-1" x2="max+1" y2="max+1"
tolerance="&cs;">
      <DisBC dir="1" disp="0"/>
    </BCLine>
    <BCLine x1="min-1" y1="max+1" x2="max+1" y2="max+1"
tolerance="&cs;">
      <DisBC dir="2" disp="0"/>
    </BCLine>
    <BCLine x1="-1" y1="min-1" x2="-1" y2="max+1" tolerance="&cs;">
      <DisBC dir="1" disp="0"/>
    </BCLine>
  </GridBCs>

  <Gravity>
    <BodyXForce>0</BodyXForce>
    <BodyYForce>-9800</BodyYForce>
  </Gravity>

</JANFEAInput>

```



## APÊNDICE C

Código em linguagem MATLAB<sup>®</sup> para discretizar meio cone bidimensional (cunha).

```

%%Rotina para criar os pontos materiais de um cone 2D%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%Entrada de dados%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
cs =1; %Tamanho da célula(mm)
mp =cs/2; %Tamanho do ponto material(mm)
f =15; %Angulo do cone(graus)
h =35; %Altura do cone(mm)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
dx =mp/2;
m =h/(h*tan(f*pi/180)); %Pendente do cone
b1 =(dx)/sin(f*pi/180); %Meia altura de filas
Dts =[]; %Matriz de saída de dados
Dts3dr=[];
bs =(b1:(mp/sin(f*pi/180)):(h-mp)); %Interceptos de cada una das
retas
dx =mp*sin(f*pi/180); %Distância x entre pontos de una
uma linha
a1=(45*pi/180); %Angulo de 45 para arcos com um
ponto
y=0;
i=1;
for j=1:length(bs);
while y<(h-mp);
y=m*dx+bs(j);
Dts(i,:)=[i dx y];
dx=dx+dx;
i=i+1;
end
dx=mp/2;
y=0;
end

```



## APÊNDICE D

Código em linguagem MATLAB<sup>®</sup> para discretizar um quarto de cone em três dimensões.

```

%%Rotina para criar os pontos materiais de um cone 3D%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%Entrada de dados%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
cs =1; %Tamanho da célula(mm)
mp =cs/2; %Tamanho do ponto material(mm)
f =15; %Angulo do cone(graus)
h =35; %Altura do cone(mm)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
dx =mp/2;
m =h/(h*tan(f*pi/180)); %Pendente do cone
b1 =(dx)/sin(f*pi/180); %Meia altura de filas
Dts =[]; %Matriz para armazenar
Dts3dr=[];
bs =(b1:(mp/sin(f*pi/180)):(h-mp)); %Interceptos de cada una das
retas
dx =mp*sin(f*pi/180); %Distância x entre pontos de uma
uma linha
al1=(45*pi/180); %Angulo de 45 para arcos com um
ponto
y=0;
i=1;
for j=1:length(bs);
while y<(h-mp);
y=m*dx+bs(j);
Dts(i,:)=[i dx y];
dx=dx+dx;
i=i+1;
end
dx=mp/2;
y=0;
end
u=1; %Contador de posição
for k=1:length(Dts);
lta=pi*Dts(k,2)/2; %Longitude total de cada arco
npa=floor(lta/mp); %Quantidade de pm por arco
esp=npa-1; %Quantidade de espaços
al=((360*pi/180)*mp)/(4*pi*Dts(k,2)); %meio angulo entre 2 pontos
al2=((90*pi/180)-(2*al))/esp; %angulo entre pontos do mesmo
radio
if npa==1;
anf=(45*pi/180);
else
anf=(al:al2:((90*pi/180)-al)); %Vetor dos ângulos de cada ponto
end
for po=1:npa;
Dts3d(u,:)=[u Dts(k,3) Dts(k,2) anf(po)];
Dts3dr(u,:)=[Dts3d(u,1) Dts3d(u,3)*cos(Dts3d(u,4)) Dts3d(u,2)
Dts3d(u,3)*sin(Dts3d(u,4))];%Matriz de saída
u=u+1;
end
end
scatter3(Dts3dr(:,2), Dts3dr(:,4), Dts3dr(:,3))%Saída gráfica de dados

```