

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO,
CONTABILIDADE E CIÊNCIA DA INFORMAÇÃO E
DOCUMENTAÇÃO**

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

DISSERTAÇÃO DO MESTRADO ACADÊMICO

**EFICIÊNCIA DA INDÚSTRIA BRASILEIRA:
UMA ABORDAGEM DE FRONTEIRA ESTOCÁSTICA DE PRODUÇÃO
EM DADOS DE PAINEL COM HETEROGENEIDADE**

DANIEL PARRI DE FERREIRA

**ORIENTADOR: PROFESSORA MARIA EDUARDA TANNURI-
PIANTO, Ph.D.**

**Brasília
2010**

DANIEL PARRI DE FERREIRA

**EFICIÊNCIA DA INDÚSTRIA BRASILEIRA:
UMA ABORDAGEM DE FRONTEIRA ESTOCÁSTICA DE PRODUÇÃO
EM DADOS DE PAINEL COM HETEROGENEIDADE**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado do Departamento de Economia da Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da Informação e Documentação da Universidade de Brasília, como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof^a. Maria Eduarda Tannuri-Pianto, Ph.D.

**Brasília
2010**

Aos meus familiares, professores e amigos.

AGRADECIMENTOS

À professora Maria Eduarda Tannuri-Pianto, PhD, pela sua dedicação e esforço na orientação deste trabalho.

Aos professores da Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da Informação e Documentação, pelas valiosas contribuições em suas aulas e por todos seus ensinamentos.

Ao meu irmão, pelos seus valiosos comentários e críticas construtivas.

Ao meu pai, por todo o seu suporte durante todos estes anos;

Em especial à minha mãe, que muito me apoiou durante toda minha vida e principalmente no meu período de estudos e da realização desta dissertação.

E a toda minha família e amigos por todo carinho e atenção que me dedicaram durante minha vida.

RESUMO

O presente texto pretende discorrer sobre a eficiência técnica de produção no setor industrial brasileiro. Para tanto, utiliza-se um procedimento econométrico conhecido na literatura como Fronteira Estocástica de Produção com heterogeneidade e dados da Pesquisa Industrial Anual divulgada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística nos anos entre 1996 e 2007. Considera-se que os setores podem diferir em sua fronteira por fatores próprios aos mercados aos quais pertencem, inserindo na equação efeitos aleatórios ou fixos. A partir de tal análise, podem-se delinear a eficiência técnica e a fronteira individual de cada setor no espectro industrial brasileiro.

Palavras-chave: Fronteira Estocástica de Produção; Heterogeneidade; Econometria; Teoria da Firma; Eficiência; Indústria

ABSTRACT

The present text intends to discourse about the technical efficiency of production in brazilian manufacturing sector. To do this, it uses an econometric procedure known in literature as Stochastic Frontier Production with heterogeneity and data from Annual Industrial Research published by Brazilian Institute of Geography and Statistics (Instituto Brasileira de Geografia e Estatística) for the years between 1996 and 2007. It is considered that sectors can differ on its frontier by specific factors of the markets to which it is belonged, inserting in the equation fixed or random effects. From this analysis, it is possible to delineate sector's technical efficiency and frontier of Brazilian manufactures scope.

Keywords: Stochastic Frontier Production; Heterogeneity; Econometrics; Theory of Firm; Efficiency; Manufacturing Sector

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	5
RESUMO.....	6
ABSTRACT	7
SUMÁRIO.....	8
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	9
ÍNDICE DE TABELAS	10
INTRODUÇÃO.....	11
1 ESTUDO DA INEFICIÊNCIA PARA INDÚSTRIA	14
1.1 ESTUDO DA INEFICIÊNCIA DA INDÚSTRIA NO BRASIL.....	14
2 TEORIA DA INEFICIÊNCIA.....	18
2.1 EVOLUÇÃO TEÓRICA.....	18
2.2 DEFINIÇÕES E ANÁLISE TEÓRICA.....	19
3 FRONTEIRA ESTOCÁSTICA DE PRODUÇÃO.....	22
3.1 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO.....	22
3.2 METODOLOGIA ECONOMETRICA.....	29
3.2.1 INTUIÇÃO TEÓRICA.....	29
3.2.2 MODELO TFE.....	30
3.2.3 MODELO TRE.....	36
4 MODELAGEM ECONOMETRICA.....	41
4.1 ESPECIFICAÇÃO DO MODELO	41
5 ANÁLISE DOS DADOS.....	44
5.1 DESCRIÇÃO E TRATAMENTO DOS DADOS	44
6 ESTIMAÇÕES E RESULTADOS	62
6.1 ESTIMAÇÕES DOS MODELOS COM HETEROGENEIDADE	62
6.2 ESTIMAÇÕES DOS MODELOS SEM HETEROGENEIDADE E COMPARAÇÕES ENTRE AS INEFICIÊNCIAS	73
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	76
8 APÊNDICE.....	79
8.1 APÊNDICE MATEMÁTICO.....	79
8.1.1 EQUAÇÕES REFERENTES AO MÉTODO DE MAXIMIZAÇÃO DIRETA PARA O MODELO TFE.....	79
8.1.2 EQUAÇÕES REFERENTES À ESTIMAÇÃO DO MODELO PITT & LEE (1981) POR ML.....	82
8.2 TABELAS.....	84
BIBLIOGRAFIA	85

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Medida da Eficiência	21
Gráfico 2: Gráfico das ineficiências técnicas no modelo TRE	70
Gráfico 3: Comparação entre as ineficiências do modelo TRE com heterogeneidade presente no termo de intercepto e Pitt & Lee (1981) por meio de suas distribuições	73
Gráfico 4: Comparação entre as ineficiências do modelo TRE com heterogeneidade presente na variância da distribuição de ineficiência e Pitt & Lee (1981) por meio de suas distribuições.....	74

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Descrição CNAE dos setores da PIA	45
Tabela 2: Estimação do modelo TRE com heterogeneidade presente no termo de intercepto	64
Tabela 3: Estimação do modelo TRE com heterogeneidade presente na média da distribuição de ineficiência	67
Tabela 4: Setores Mais e Menos Eficientes	72
Tabela 5: Apresentação e descrição das variáveis consideradas.....	84

INTRODUÇÃO

A presente dissertação tem por objetivo analisar a eficiência técnica da indústria brasileira, levando-se em consideração as diferenças nos processos produtivos e nas transações comerciais de cada setor de análise. Para tanto, faz-se uso da metodologia apresentada por Greene (2005a, b), que utiliza efeitos fixos e aleatórios para incorporar a heterogeneidade na análise de fronteira estocástica de produção com dados de painel, e observações da Pesquisa Industrial Anual (PIA), elaborada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), entre os anos de 1996 e 2007 para 246 setores da indústria brasileira. Nesse contexto, o trabalho pretende obter estimativas mais exatas acerca da ineficiência técnica de cada setor, pois considera que as curvas da fronteira de produção se distinguem de acordo com heterogeneidade na produção e comercialização de cada atividade industrial.

O procedimento estatístico conhecido como Fronteira Estocástica de Produção foi desenvolvido independentemente por Aigner, Lovell & Schmidt (1977) e Meeusen & van den Broeck (1977), e vem se solidificando na literatura aplicada como uma das principais metodologias para estimação da eficiência na atividade econômica. Seguindo a intuição teórica de seus predecessores, Farrell (1957) e Aigner & Chu (1968), a Fronteira Estocástica de Produção se propõe a construir empiricamente uma fronteira, a partir da qual os desvios de produção observados seriam mensurados como ineficiências; mas difere dos demais por incluir um termo estocástico, que representaria os choques aleatórios ao controle da firma. Nessa circunstância, representou um marco teórico considerável, e sua teoria permanece sendo refinada e aplicada por inúmeros artigos, dos quais se destacam Jondrow et al. (1982), Schmidt & Sickles (1984), Pitt & Schmidt (1993), Battese & Coelli (1992), Battese & Coelli (1995) e Greene (2005a, b).

No Brasil, em particular, o estudo da eficiência do setor industrial tem sido objeto de análise desde Tyler (1978, 1979) e Braga & Rossi (1986), mas se tornou foco maior de atenção a partir das décadas de 80 e 90, quando o país passou por profundas mudanças estruturais, que tiveram impactos significativos na atividade produtiva e, conseqüentemente, na eficiência do país. Foram durante esses anos que o Brasil voltou a eleger seus representantes por meio de eleições diretas, teve sua moeda estabilizada,

reduziu as barreiras ao comércio internacional, privatizou algumas das maiores empresas estatais do país, desregulamentou a atividade comercial de alguns setores e alterou o regime de taxas cambiais. Além disso, dados referentes à indústria brasileira, divulgados pelo IBGE através da PIA, passaram a ser coletados com uma frequência maior (anual ao invés de quinquenalmente), com um montante maior de informações e em conformidade com a padronização internacional, o que permitiu estudos mais apurados sobre o tema. Nesse contexto, Duarte & Macedo (2001), Duarte (2003), Mendonça et al. (2006), Sales (2007) e Mendonça & Lima (2009) aplicaram a análise de Fronteira Estocástica da Produção com a especificação de Battese & Coelli (1995) e Ferreira (2006) com especificação de Battese & Coelli (1992) para dados da PIA, visando apurar a eficiência no setor industrial brasileiro.

Esses estudos, apesar de serem precisos e relevantes, pecam ao tratar todos os setores da indústria como semelhantes, não contabilizando a heterogeneidade presente em cada um deles. Dessa forma, qualquer particularidade em termos de estrutura produtiva, intensidade no uso de fatores, configurações tecnológicas, ambiente institucional, tipo de mercado e concorrência etc. presente em cada setor seria ignorada na estimação da eficiência pela Fronteira Estocástica de Produção, podendo precipitar conclusões equivocadas. Felizmente, Tsionas (2002) e Greene (2005a, b) desenvolveram uma metodologia, na qual efeitos aleatórios ou fixos seriam incluídos na equação da função de produção, visando incorporar possíveis heterogeneidades inerentes ao setor à estimação de fronteira estocástica. Dessa maneira, além do erro não-negativo e do ruído estatístico, representando respectivamente a ineficiência e os choques aleatórios, a equação a ser estimada contaria com um terceiro termo: uma variável *dummy*, no caso de efeitos fixos, ou uma variável com uma distribuição estatística específica, no caso de efeitos aleatórios, para representar a característica não-observada específica a cada setor.

Em se tratando da atual base de dados, o problema discriminado é ainda mais agravado e limitante. Como as observações são referentes aos diversos setores industriais, e não às diferentes firmas de uma mesma atividade econômica, é mais provável que a heterogeneidade esteja presente e seja significativa na amostra. Não incluir uma variável para representá-la na estimação significaria considerar todos os setores da atividade industrial semelhantes em sua produção, transações comerciais e instituições, o que parece

pouco verossímil dada a natureza diversificada do setor, gerando estimações errôneas acerca do objeto de análise.

Isso posto, esse trabalho propõe estimar a eficiência técnica da indústria brasileira à luz dessa nova metodologia de análise acerca da Fronteira Estocástica de Produção. A especificação e o método de estimação a serem seguidos são o *true fixed effects* e/ou *true random effects* desenvolvidos por Greene (2002), Greene (2004a, b) e Greene (2005a, b). Os dados, provindos da PIA, são compostos por variáveis de produto, fatores de produção e mais algumas variáveis de controle para 246 setores da atividade industrial brasileira entre os anos de 1996 a 2007. Com essa tarefa, pretende-se obter estimativas mais confiáveis e precisas acerca da estrutura produtiva e da eficiência de uma das principais classes de atividade da economia brasileira; aplicar uma metodologia de análise ainda inédita no país, em se tratando da atividade do setor industrial, e comparar tais estimativas com os demais estudos sobre o tema, que não utilizam a heterogeneidade em sua especificação.

O trabalho se encontra dividido da seguinte forma: além dessa introdução, há uma seção que faz um levantamento bibliográfico da metodologia de fronteira estocástica aplicada à indústria brasileira; em seguida, outra seção discorre teoricamente sobre o objetivo desse texto, qual seja, a eficiência diante da fronteira de produção; a seção 3 traz uma descrição teórica sobre a Fronteira Estocástica de Produção e suas novas metodologias de análise acerca da heterogeneidade nos dados; a seção 4 propõe o modelo a ser estimado nesse trabalho; a seção 5 apresenta e descreve os dados e as variáveis consideradas; a seção 6 mostra as estimações e os resultados obtidos; e, finalmente, a seção 7 dá as impressões finais depreendidas do estudo.

1 ESTUDO DA INEFICIÊNCIA PARA INDÚSTRIA

1.1 ESTUDO DA INEFICIÊNCIA DA INDÚSTRIA NO BRASIL

Atualmente, a indústria constitui uma das principais classes da atividade econômica brasileira, contando com cerca de 28% do valor adicionado ao PIB (segundo dados do Sistema de Contas Nacionais para 2008) e 18% do pessoal empregado no país (dados do Ministério de Trabalho e Emprego de 2008). Além disso, os produtos industriais representam cerca de 61% das exportações brasileiras (segundo a Secretária de Comércio Exterior para o ano de 2008) e arrecadaram o equivalente a US\$ 117.968 milhões, ou aproximadamente 40% do total, em impostos federais em 2008 (pelas informações da Secretaria da Receita Federal). Com dados tão expressivos, o setor industrial vem sendo foco de uma grande variedade de estudos, tanto acadêmicos quanto conjunturais.

Um dos artigos percussores a utilizar técnicas econométricas modernas para estudar a eficiência da indústria brasileira foi Pinheiro (1990). Nele, o autor se utiliza da análise determinística da função de produção para estimar o nível de eficiência de cerca de 110 estabelecimentos industriais para os anos de 1970 e 1980. Os dados foram obtidos do censo industrial brasileiro e são compostos pelo produto da indústria, capital (medido pelo fluxo de serviços dos bens de capital), trabalho (representado pelos salários médios dos trabalhadores com diferentes habilidades), matérias-primas e gasto com energia elétrica. Além dessas variáveis, outras foram incluídas com o intuito de se explicar a eficiência. Os resultados evidenciaram uma distribuição de erros da estimação simétrica para um número considerável de setores, o que não era esperado. Quanto às variáveis, observa-se que aquelas ligadas à estrutura produtiva da indústria apresentam fortes indícios de correlação com a eficiência. Em especial, o tamanho da indústria tem um impacto positivo significativo na eficiência, revelando a importância da economia de escalas para o setor, e a intensidade de capital apresenta correlação negativa com a eficiência, o que indica que empresas capitais específicas tendem a ser mais eficientes.

Mais recentemente, Duarte & Macedo (2001) utilizaram a análise da fronteira estocástica de produção com especificação de Battese & Coelli (1995) para avaliar a

mudança tecnológica e a evolução da eficiência técnica da indústria brasileira. Foram utilizados dados da PIA, em nível da firma, para 8 setores da indústria brasileira nos anos de 1986 e 1995. Trata-se de um período conturbado para economia brasileira, visto que durante esses anos foram feitas diversas tentativas de estabilização monetária, houve a abertura comercial, desregulamentação de alguns mercados e a privatização de grande parte das empresas estatais. Os resultados mostraram uma expansão da fronteira tecnológica para o período de 1993 a 1995, mas nenhuma evolução unânime a todos os setores no período de 1986 a 1992.

Duarte (2003) utiliza dados da Relação Anual de Informações Sociais (Rais) e cálculo do quociente locacional, segundo a metodologia de Albuquerque (2000), para identificar as aglomerações setorialmente especializadas dentre os municípios brasileiros. Foram selecionadas, ao todo, 126 unidades locais relacionadas aos setores têxtil, de confecção, calçadista, de minerais não-metálicos e moveleiro, e delineada sua respectiva fronteira de produção com base nos dados industriais da PIA. Utilizaram-se as metodologias de fronteira determinística de produção com efeitos fixos e fronteira estocástica segundo especificação de Battese & Coelli (1995), ambas com forma funcional *Cobb-Douglas*. Os dados apresentam, de forma geral, uma contração da fronteira tecnológica no setor de minerais não-metálicos, uma constância nos setores calçadista, de confecção e têxtil e uma expansão suave do setor moveleiro. Ademais, notou-se que as variáveis explicativas para o termo de ineficiência na especificação Battese & Coelli (1995), a saber concentração industrial, ganhos salariais e níveis de escolaridade, apresentaram estimativas robustas e, portanto, são importantes fatores para se explicar a eficiência em cada município.

Mendonça et al. (2006) utilizaram as abordagens de fronteira estocástica de produção com especificação de Battese & Coelli (1995) e de fronteira não-paramétrica para verificar a relação entre contratos de licenciamento e eficiência técnica na indústria brasileira. A intuição seria de que, apesar de servirem como instrumentos para disseminação da tecnologia existente na economia, os contratos de licenciamento apresentam um caráter não-competitivo, visto que representam uma barreira à entrada de novas firmas e/ou produtos no mercado e inibem a capacidade de inovação das firmas compradoras de licença. Os dados percorrem os anos de 1992 a 2000 e se referem aos

setores: extração de minerais, minerais não-metálicos, metalurgia, mecânica, material elétrico e de comunicações, papel e papelão, produtos farmacêuticos e veterinários, produtos alimentares e vestuário, calçados e artefatos de tecidos. As variáveis que integram a estimação da fronteira procederam da PIA, enquanto que os contratos correspondem aos certificados de averbação fornecidos pelo Instituto Nacional de Pesquisa Industrial (INPI). Na metodologia da fronteira estocástica os contratos foram utilizados como variável explicativa da ineficiência, que foi estimada simultaneamente à fronteira, através do método ML. Já para metodologia de análise envoltória dos dados, DEA, a ineficiência foi obtida em uma primeira etapa, sendo regredida posteriormente com relação aos contratos. Para ambas as metodologias os resultados obtidos foram equivalentes e podem ser resumidos como a seguir: os contratos de licenciamento e a eficiência técnica se relacionam de forma inversa, o que já era esperado, visto o caráter anticompetitivo dos contratos; a nova Lei de Propriedade Intelectual, promulgada em 1996, teve um impacto positivo sobre a eficiência, pois aumentou o número de inovações tecnológicas (apesar do efeito negativo associado ao maior número de contratos atrelados às inovações); e a reforma potencializou o efeito negativo dos contratos de licenciamento sobre a eficiência técnica, devido o mecanismo de licença compulsório presente no corpo da lei nova. Por fim, vale à pena mencionar que a estimação da fronteira estocástica apontou para um retrocesso tecnológico do setor industrial brasileiro.

Ferreira (2006), de elaboração do próprio autor, utilizou os dados da PIA para 240 subsetores e a especificação de Battese & Coelli (1992) para estimar a ineficiência técnica e alocativa da indústria brasileira durante os anos de 1996 a 2004. Em seguida, regrediu as estimativas encontradas contra uma série de variáveis *dummies* de setor, a fim de se verificar aqueles cujas ineficiências se mostraram mais relevantes. Dessa forma, os três setores identificados com maiores ineficiência técnica e alocativa foram: Metalurgia Básica, Edição, Impressão e Reprodução de Gravações e Fabricação de Produtos do Fumo. A análise foi, então, estendida de modo a se estudar o impacto da tributação na produção do setor industrial. Verificou-se que 21 setores tiveram sua ineficiência técnica aumentada após o desconto do tributo, de forma que os setores de Fabricação de Produtos do Fumo, Produção de Álcool e Fabricação de Produtos Químicos passaram a figurar entre os mais ineficientes tecnicamente. Por outro lado, 22 setores tiveram sua ineficiência aumentada do

ponto de vista alocativo, sendo os setores Fabricação de Alimentos e Bebidas, Fabricação de Produtos Químicos e Metalurgia Básica aqueles mais ineficientes

Sales (2007) utilizou a especificação de Battese & Coelli (1995) para estimar a fronteira de produção da indústria brasileira para os anos de 1996 a 2005. Com isso objetivava, principalmente, confirmar a tendência de contração da fronteira de produção da indústria brasileira, relatada em Duarte & Macedo (2004) e Mendonça et al. (2006), e verificar se as variáveis: salários médios do pessoal direta e indiretamente ligado à produção, grau de terceirização do setor, percentual de impostos, taxas e deduções sobre a receita total e percentual da receita originária da atividade principal da indústria reportavam alguma correlação com a ineficiência mensurada no setor. Os resultados apontaram para ocorrência de progresso tecnológico na indústria durante o período analisado, o que contraria os resultados dos outros estudos, mas está de acordo com o que se esperaria de antemão (principalmente, se se considerar as reformas econômicas introduzidas nos anos anteriores). Além disso, verificou-se que todas as variáveis explicativas da ineficiência eram estatisticamente significantes, com coeficientes negativos para todas elas.

Finalmente, Lima & Mendonça (2009) estimaram a fronteira estocástica com o intuito de estudar o Paradigma Estrutura-Condução-Desempenho (ECD) para o caso da indústria brasileira. O ECD é um debate entre a “Escola de Havard”, ou visão estruturalista, e a “Escola de Chicago”, com relação ao impacto da estrutura de mercado no desempenho do setor relacionado a ele. A “Escola de Havard” parte da premissa de que quanto mais concentrado é um mercado, maior é a probabilidade de as firmas operando nele exercerem seu poder de *mark-up*, afetando o desempenho do setor (lucratividade das firmas, eficiência da firmas, nível de bem estar econômico etc.) Parte, portanto, da hipótese de estrutura-desempenho (ED), baseada em Brain (1951), em que a estrutura do mercado tem um impacto direto no desempenho do setor. Já a “Escola de Chicago” se pauta na hipótese eficiência-estrutura, desenvolvida por Demsetz (1973) e Peltzman (1977), na qual a estrutura do mercado é resultado da eficiência das firmas ligadas a ele. Nesse caso, a concentração estaria relacionada a ganhos de eficiência oriundos de fusões e aquisições de firmas, tais como redução de custos, ganhos de escala e de escopo. A metodologia empregada para se testar o Paradigma ECD foi desenvolvida por Maudos (1998) e utiliza como variáveis: o valor da transformação industrial, como medida de desempenho, o índice

de Herfindhal-Hershiman (*Herfindhal-Hershiman Index, HHI*), como medida de concentração e as mensurações da fronteira estocástica, como medida de eficiência. Os dados foram obtidos da PIA para 95 setores da indústria de transformação e para os anos de 2000 a 2006. Os resultados indicaram para uma hipótese híbrida de EE e ED. Além disso, mostrou-se que o impacto da concentração sobre a lucratividade foi mais forte em setores com menor nível de eficiência.

Pelo exposto acima, nota-se que a grande maioria dos estudos acerca da mensuração da eficiência econômica para a indústria brasileira via metodologia de fronteira estocástica emprega as formulações de Battese & Coelli (1992, 1995). Tais especificações não permitem que a heterogeneidade seja incorporada ao modelo, podendo gerar conclusões equivocadas acerca do tema de análise, à medida que gera estimativas incorretas para os termos de ineficiências. O presente trabalho, portanto, visa mitigar esse problema, utilizando uma abordagem que leva em consideração as disparidades presentes na produção e comercialização de cada bem industrial. Para tanto, faz-se necessário, em primeiro lugar, definir teoricamente o conceito de ineficiência, o que é feito a seguir.

2 TEORIA DA INEFICIÊNCIA

2.1 EVOLUÇÃO TEÓRICA

A eficiência começou a ser discutida na literatura econômica moderna a partir de 1935, quando Hicks em seu clássico artigo *A Theory of Monopoly* percebeu que firmas, atuando em mercados sem competição, teriam mais benefícios em não otimizar suas funções objetivos, do que se agissem no sentido contrário. Em suas palavras, “*people in monopolistic positions will very often be people with sharply rising subjective costs; if this is so, they are likely to exploit their advantage much more by not bothering to get very near the position of maximum profit, than by straining themselves to get very close to it. The best of all monopoly profits is a quiet life*”. Essa foi uma das primeiras percepções de que, em algumas situações, o comportamento do produtor poderia diferir daquele previsto pela teoria econômica, levando a firma a prover uma quantidade aquém daquela considerada ótima.

Debreu (1951) provou ser possível mensurar a perda incorrida pela sociedade decorrente de um nível não ótimo de produção através de uma função que resulta na mínima distância entre o conjunto de recursos disponíveis para produção e aquele referente ao seu uso ótimo. Para tanto, o autor faz o uso do vetor de preços resultante do sistema de precificação intrínseco à sociedade e do Primeiro Teorema do Bem Estar Social. Dessa forma, consegue-se um valor monetário mensurável associado à perda de bem estar decorrente da ineficiência, que representa a quantidade de recursos, em unidades de moeda, factível de ser descartada sem comprometer os níveis de satisfação previamente concebidos.

Koopmans (1951) dá prosseguimento ao estudo sobre eficiência e prova analiticamente que uma condição necessária e suficiente para que um vetor refletindo um conjunto de atividades leve a um ponto eficiente no espaço de *commodities* é que exista um vetor positivo de preços que não gere lucros positivos para nenhuma atividade específica e que resulte em lucro zero para todas as atividades conjuntamente. Ademais, tal vetor de preços não precisa ser necessariamente único, mas se o for representará a taxa marginal de substituição entre as commodities no plano de pontos eficientes. Por fim, o autor consegue provar que o termo técnico eficiência pode ser definido como um conjunto de produtos factível de ser produzido pela economia, tal que nenhum outro conjunto de produtos factível resulte em maior quantidade de produtos.

Farrel (1957) incorporou o estudo da ineficiência desenvolvida por Koopmans e Debreu à análise corrente da teoria da firma. Fez, portanto, uso gráfico das isoquantas para delinear a medida da ineficiência a partir das proporções das quantidades de insumos efetivamente utilizadas com aquelas associadas à fronteira da curva e aos preços dos fatores de produção vigentes no mercado. Dessa forma, foi capaz de decompor a eficiência econômica em seus dois componentes distintos: eficiência técnica e alocativa. Tal procedimento resultou num avanço teórico notável para a computação do valor da ineficiência: desassociou essa medida do cálculo da produtividade média do trabalho, até então prevalecente para o cômputo da eficiência.

2.2 DEFINIÇÕES E ANÁLISE TEÓRICA

Seguindo a análise de Koopmans (1951), pode-se definir formalmente o conceito de eficiência técnica como a seguir:

Definição: um produtor será tecnicamente eficiente se, e somente se, for impossível produzir mais de um produto sem gerar menos de algum outro produto, ou sem alocar mais de algum insumo.

Dessa forma, uma firma será tecnicamente ineficiente se falhar em maximizar a quantidade produzida frente à tecnologia a qual está constrita. O conceito, portanto, não está vinculado à análise de preços e as relações marginais, mas apenas ao emprego de insumos e à geração de produtos. Da mesma maneira, pode-se definir eficiência alocativa como:

Definição: um produtor será alocativamente eficiente se, e somente se, empregar os insumos tais que as produtividades marginais se igualem aos preços relativos dos respectivos fatores de produção.

Uma firma empregará recursos ineficientemente, sob a ótica alocativa, se não respeitar as condições de primeira ordem derivadas da maximização de lucro. Uma empresa poderá ser bem sucedida ao maximizar sua quantidade de produto frente aos seus insumos, e ainda ser ineficiente se o emprego relativo desses insumos não respeitar a razão de preços apreendida do mercado. A eficiência econômica, ou *overall efficiency*, é a junção de ambas as eficiências.

Tendo-se definido tais conceitos, é possível mensurar a ineficiência incorrida por uma firma, em linha com Farrel (1957), através do uso gráfico de isoquantas e linhas de isocusto. Seja uma função de produção eficiente com retornos constantes de escala, tal que sua isoquanta unitária seja dada pela curva SS' representada no gráfico a seguir:

utilizando as mesmas proporções de insumos que anteriormente). Obtém-se, portanto, com essa fórmula, a medida de eficiência alocativa da firma.

Dessa forma, se uma firma deixasse o ponto P para operar no ponto eficiente Q', seu custo passaria a ser $\overline{OR}/\overline{OP}$ vezes o que era antes. Eis a medida da eficiência econômica, que pode ser encontrada pela multiplicação da eficiência técnica com a alocativa. Em termos matemáticos, tem-se que $\overline{OR}/\overline{OP} = \overline{OQ}/\overline{OP} \times \overline{OR}/\overline{OQ}$.

Esta é uma medida insumo-orientada, visto que as mensurações das eficiências são obtidas a partir da quantidade de insumo utilizada, dado nível de produto constante. Além disso, trata-se de medidas radiais, pois são definidas com base em segmentos de reta partindo da origem. Como explicitado por Coelli (1996), as medidas radiais são vantajosas à medida que são invariáveis com relação à escala. Ou seja, mudanças nas unidades de medida não alteram os resultados das mensurações.

3 FRONTEIRA ESTOCÁSTICA DE PRODUÇÃO

3.1 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

A necessidade de se incorporar possíveis ineficiências de produção à análise empírica remonta ao artigo previamente mencionado de Farrell (1957). Partindo da suposição de que a produção perfeitamente eficiente não é aquela predita por um ideal teórico inatingível especificado pela engenharia, mas sim pela apuração da melhor performance até então realizada pela firma ou indústria analisada, Farrell construiu uma função de produção “envelope” eficiente a partir das observações de produção do setor agrícola norte-americano. Tal procedimento, porém, suscitava dois problemas: não apresentava nenhum embasamento teórico matemático-econométrico, e sim a simples construção de curvas por sistemas lineares de ponderações das observações aparentemente mais eficientes; e incorporava inapropriadamente variações alheias à estrutura produtiva da firma como ineficiências. Com efeito, o próprio Farrell ressaltou esse problema ao discutir a origem da ineficiência na sua análise do setor agrícola nos Estados Unidos:

“That is to say, the apparent differences in efficiency in the final column of Table 2 reflect factors like climate, location and fertility that have not been included in the analysis, as well as “genuine” differences in efficiency.”

Para se tentar sanar o primeiro problema mencionado, uma vasta literatura acerca de Fronteira Determinística de Produção foi desenvolvida nos anos subseqüentes à publicação do artigo de Farrel. Aigner & Chu (1968) tentaram construir a fronteira através da estimação de uma função de produção “média” por programação linear (ou quadrática), método que ficou conhecido posteriormente na literatura como análise envoltória de dados (*data envelopment analysis*, DEA). Usando a especificação *Cobb-Douglas* na sua forma logaritma, eles minimizaram a soma dos termos de erro $\sum_i u_i$ (ou a soma dos termos de erro ao quadrado $\sum_i u_i^2$), sujeita à restrição $u_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, N$; em que $u_i = f(\mathbf{x}_i; \boldsymbol{\beta}) - y_i$, sendo não-negativo, representava a ineficiência da firma, $f(\cdot)$ a forma funcional da produção (no caso *Cobb-Douglas*), \mathbf{x}_i o vetor de logaritmo das quantidades de insumos usadas pela i -ésima firma, y_i o logaritmo da quantidade produzida pela i -ésima firma e $\boldsymbol{\beta}$ o vetor dos parâmetros a serem estimados. Nota-se que é fácil se obter a medição da ineficiência técnica de cada firma através da fórmula $TE_i = \exp(y_i) / \exp(f(\mathbf{x}_i; \boldsymbol{\beta}))$ e que tal medida, ao contrário de Farrel, é produto-orientada (e que, como explicitado em Fare & Lovel (1978), as medidas insumo-orientada e produto-orientada são equivalentes se o retorno de escalas for constante). Ademais, estimando-se a função de produção “média”, torna-se desnecessário o uso de resíduos aleatórios com distribuição bicaudal.

Afriat (1972) supôs que os termos de erro u_i apresentavam uma distribuição gama e foi capaz de estimar o modelo desenvolvido por Aigner & Chu pelo método da máxima verossimilhança (*maximum likelihood*, ML). Richmond (1974) desenvolveu uma técnica para estimar o modelo de Afriat através de mínimos quadrados ordinários (*ordinary least squares*, OLS), a qual ficou conhecida na literatura por mínimos quadrados ordinários corrigidos (*corrected ordinary least squares*, COLS). O método consistia em obter as estimativas não viesadas para os coeficientes de inclinação através do OLS e corrigir o viés oriundo do termo de intercepto pelo momento amostral da distribuição do erro, obtido através dos resíduos estimados do OLS. Schmidt (1976) mostrou que os estimadores lineares e quadráticos desenvolvidos por Aigner & Chu eram consistentes com o método ML se os termos de erro u_i fossem distribuídos como uma meia-normal ou exponencial.

Apesar da contribuição oferecida pelos modelos de Fronteira Determinística de Produção à mensuração da eficiência, o segundo problema apontado no artigo de Farrell perdurava. Na tentativa de superá-lo, Timmer (1971) propôs que certa porcentagem das firmas mais próximas à fronteira estimada por Aigner & Chu fosse descartada, e a amostra reduzida re-estimada. Como a porcentagem era determinada arbitrariamente, tal abordagem não se tornou popular. Por sua vez, Aigner, Amemiya & Poirier (1976) desenvolveram um modelo no qual os termos de erro pudessem ter valores tanto positivos quanto negativos, porém com pesos diferentes a serem estimados junto com os outros parâmetros do modelo. A sua dificuldade de estimação, entretanto, tornou o projeto inviável, mas lançou as bases de uma nova teoria que usaria erros compostos para estimar a fronteira.

A teoria da Fronteira Estocástica de Produção (*stochastic frontier analysis*, SFA) foi elaborada concomitantemente e independentemente por Aigner, Lovell & Schmidt (1977) e Meeusen & van den Broeck (1977). Ela difere da Fronteira Determinística de Produção à medida que incorpora um componente estocástico ao erro não-negativo de ineficiência no modelo, ou em termos matemáticos, $y_i = f(x_i; \beta) + v_i - u_i$, $i = 1, 2, \dots, N$; em que v_i é um termo de erro simétrico referente a i -ésima firma. Sua intuição básica seria de que a produção de uma firma divergiria daquela predita por sua fronteira por duas razões distintas: dificuldade de atingir a proporção de insumos economicamente eficiente; e choques aleatórios, tais como mudanças no clima, desastres naturais, acidentes, alterações na demanda etc., suscetíveis à firma, mas não passíveis de serem contabilizados na função de produção. Dessa forma, além de a SFA corrigir o segundo problema apontado no artigo de Farrell, ela tornou possível a estimação do erro-padrão e, conseqüentemente, dos testes de hipóteses que até então era inviável, visto que a Fronteira Determinística de Produção violava algumas condições de regularidade na estimação por ML.

Originalmente restrita às distribuições meia-normal e exponencial propostas pelos autores citados em 1977, a teoria da SFA logo expandiu sua análise para formas distributivas mais gerais e flexíveis como a distribuição normal-truncada em Stevenson (1980), distribuição gama de dois parâmetros em Greene (1980a, b) e distribuição da família Pearson de quatro parâmetros em Lee (1983). Tentava-se com isso tornar a teoria mais resistente à crítica de que não haveria *a priori* justificativa para a opção de se usar uma distribuição em particular na análise. Contudo, as distribuições meia-normal e

exponencial continuaram a ser as principais distribuições utilizadas na literatura acadêmica e as mensurações da eficiência ainda são sensíveis à seleção da distribuição. Outra crítica originalmente dirigida à metodologia da SFA é que ela permitiria apenas obter a estimativa da eficiência média da amostra através do cálculo de $E(-u)$. Felizmente, Jondrow et al. (1982) resolveu esse problema propondo que a média ou a moda da distribuição condicional $[u_i|v_i - u_i]$ fosse utilizada como estimativa da eficiência técnica individual de cada firma da amostra.

Se os preços dos insumos (e dos produtos) estiverem disponíveis, é possível estimar a fronteira estocástica de custo (e de lucro) associada à fronteira de produção, a fim de se obter estimativas da eficiência alocativa da firma em análise. Nesse caso, além da previsão de ambas as eficiências, a fronteira estocástica tem a vantagem de refletir o comportamento otimizador associado à firma (minimização de custos ou maximização de lucros) e computar múltiplos produtos para cada observação simultaneamente. Schmidt & Lovell (1979) decompueram a ineficiência associada a u_i em seus componentes alocativo e técnico para a forma funcional *Cobb-Douglas*, enquanto que Kopp & Diewert (1982) o fizeram para a forma funcional *translog* (apesar das dificuldades econométricas associadas perdurarem até hoje). Além disso, uma restrição associada a essa classe de modelos é que os preços sejam exógenos e distintos para cada produtor, o que em geral não ocorre no mundo real.

É possível, também, estimar a SFA em dados de painel, se estes estiverem disponíveis. Nesse caso, podem-se elencar inúmeras vantagens, dentre as quais se destacam: aumento dos graus de liberdade para estimação dos parâmetros; consistência da estimação das ineficiências individuais da firma para períodos de tempo suficientemente longos (a estimação de Jondrow et al. não é consistente no contexto *cross-section*); torna-se desnecessário fazer hipóteses distribucionais específicas para o termo u_i ; torna-se dispensável assumir que a ineficiência é independente dos regressores; e permite-se que haja mudança na estrutura técnica de produção, enquanto se analisa a trajetória da eficiência técnica da firma durante o período de tempo. Pitt & Lee (1981) estimaram o modelo $y_{it} = F(\mathbf{x}_{it}; \boldsymbol{\beta}) + v_{it} - u_i$, $i = 1, 2, \dots, N$; $t = 1, 2, \dots, T$; em que o termo de ineficiência é constante durante o tempo e representado por uma meia-normal. Como à medida que T aumenta a hipótese de constância fica cada vez menos verossímil,

Kumbhakar (1990) sugeriu o modelo no qual a ineficiência varia sistematicamente pela equação $u_{it} = [1 + \exp(bt + ct^2)]^{-1}u_i$; em que u_i se distribui como uma meia-normal e b e c são parâmetros a serem estimados. Battese & Coelli (1992) propuseram o modelo alternativo $u_{it} = \{\exp[-\eta(t - T)]\}u_i$; em que só há um parâmetro η para se estimar e em que u_i segue uma distribuição normal-truncada. Lee & Schmidt (1993), por sua vez, parametrizaram a ineficiência como $u_{it} = \delta(t)u_i$, em que $\delta(t) = \sum_t \delta_t d_t$, tal que d_t é a variável *dummy* para o período t .

Um modelo alternativo ao Pitt & Lee, e também bastante recorrente na literatura de dados de painel, foi introduzido por Schmidt & Sickles (1984), no qual o termo de ineficiência é representado por efeitos aleatórios ou fixos sem se assumir nenhuma distribuição *a priori*. Dessa forma, o modelo representado por $y_{it} = f(x_{it}; \boldsymbol{\beta}) + v_{it} = \alpha + x_{it}'\boldsymbol{\beta} + v_{it} - u_i = \alpha_i + x_{it}'\boldsymbol{\beta} + v_{it}$; sendo α_i o termo de intercepto da firma i e $\boldsymbol{\beta}$ o vetor contendo os coeficientes angulares, pode ser estimado por COLS e o termo de ineficiência é encontrado através da expressão $\max(a_i) - a_i \geq 0$, em que a_i é a estimativa de α_i . A exemplo do modelo de Pitt & Lee, algumas propostas foram mencionadas para se incorporar variância temporal ao termo de intercepto. Em particular, Kumbhakar (1990) e Cornwell et al. (1990) propuseram a forma quadrática $\alpha_{it} = \alpha_{0i} + \alpha_{1i}t + \alpha_{2i}t^2$ e Lee & Schmidt (1993) a expressão $\alpha_{it} = \alpha_i\theta_t$.

Como as ineficiências são variáveis por entre produtores e espaços de tempo (no caso de dados de painel), inúmeros artigos foram escritos na tentativa de se investigar e evidenciar os seus determinantes. Pitt & Lee (1981) e Kalirajan (1981) utilizaram uma abordagem em dois estágios em que num primeiro momento se estimavam as ineficiências e em seguida as regrediam contra um conjunto de variáveis explicativas. Tal processo, porém, se mostrou inconsistente à medida que no primeiro passo os erros eram considerados identicamente distribuídos, porém no segundo eram funções de fatores específicos a cada firma. Kumbhakar, Gosh & McGuckin (1991), Reifschneider & Stevenson (1991), Huang & Liu (1994) e Battese & Coelli (1995) resolveram esse problema estimando a função de ineficiência e a fronteira estocástica em um estágio através da ML. Em especial, Battese & Coelli (1995) especificaram a ineficiência como $u_{it} = \mathbf{h}_{it}'\boldsymbol{\delta} + w_{it}$ restrito a $w_{it} \geq -\mathbf{h}_{it}'\boldsymbol{\delta}$; em que w_{it} é uma variável aleatória definida pelo truncamento de uma distribuição normal com média zero e variância σ_w^2 , \mathbf{h}_{it} é um vetor de

variáveis explicativas associadas à ineficiência técnica da firma e δ o vetor de coeficientes a serem estimados. Dessa forma, tem-se que u_{it} se distribui como uma normal-truncada não-negativa com $N(\mathbf{h}_{it}'\delta, \sigma_w^2)$.

Por fim, percebe-se um desenvolvimento recente da SFA no sentido de incorporar à análise diferenças nas estruturas produtivas e comerciais de cada firma. Nesse caso, há duas linhas de pesquisa sendo desenvolvidas paralelamente. Uma abordagem tenta subdividir a amostra em diferentes grupos de firmas com tecnologias e fronteiras de produção distintas. A separação é feita *a priori* a partir de uma característica que distingue os diferentes grupos, e apesar de serem constituídas pelo mesmo conjunto de variáveis insumos-produtos, as fronteiras são estimadas independentemente. Dessa forma, Greene (2002a), Orea & Kumbhakar (2003) e Greene (2004) propõem contabilizar as diferenças nas estruturas produtivas através da especificação de classes latentes e Battese et al. (2004) constroi uma metafronteira que permite a comparação da ineficiência técnica de firmas pertencentes a diferentes grupos de fronteiras.

A outra corrente, objeto de análise do presente texto, considera que as diferenças refletem características específicas não-observadas da firma como processo produtivo, ambiente corporativo e estruturas de mercado no qual a firma opera, e são tratadas como heterogeneidades exógenas. Essa heterogeneidade, invariável com o tempo e até então considerada parte da ineficiência do modelo, pode ser evidenciada nos dados de painel à medida que as repetidas observações para cada produtor permitem a estimação dos fatores específicos não-observados da firma. Essa é uma distinção importante a ser feita, pois se se considerar que as firmas possuem de fato diferentes fronteiras de produção, as estimativas da eficiência – foco principal da SFA – poderiam se mostrar errôneas, viesadas para cima, caso não fosse contabilizada a heterogeneidade presente na amostra.

Nesse sentido, Kajirajan & Obwana (1994a) construíram um modelo de função de produção com coeficientes aleatórios médios e mensuraram a ineficiência através de resíduos de uma fronteira derivada dos coeficientes de máxima resposta. Apesar de não ser o foco principal do trabalho, a análise permitiu que a estimativa da ineficiência incluísse tanto diferenças das tecnologias quanto da ineficiência específica à firma. Tsionas (2002) especificou explicitamente a heterogeneidade no modelo SFA através de diferenças na tecnologia, providas de uma aleatoriedade dos coeficientes angulares do modelo. Para

realizar as estimativas dos parâmetros e das ineficiências, o autor utilizou o método Bayesiano e a técnica *Gibbs sampling* e os computou por Monte Carlo via cadeia de Markov. Greene (2002b) desenvolveu o modelo de efeitos fixos verdadeiros (*true fixed effects*, TFE) em que, além do termo de erro estocástico e do termo de ineficiência, é introduzida uma variável *dummy* indicadora à firma para representar a sua heterogeneidade inerente. O autor propôs usar o método ML com especificação não-linear para estimá-lo, mas alertou para o problema de parâmetros incidentais, do qual para amostras relativamente curtas de tempo, muitos dos estimadores de efeitos fixos são inconsistentes e sujeitos a um pequeno viés. Além disso, Greene (2002b) ampliou a análise de parâmetros aleatórios proposto por Tsionas, estimando-os por máxima verossimilhança simulada (*maximum simulated likelihood*, MSL) através da fatorização de Cholesky. Inspirado no trabalho de Kumbhakar & Hjalmarsson (1993), Greene (2004a) deu prosseguimento à análise de fronteira com dados heterogêneos desenvolvendo o modelo de efeitos aleatórios verdadeiros (*true random effects*, TRE), cujos termos de heterogeneidade seriam representados por uma variável aleatória, e não mais por *dummies* como em TFE. O TRE seria assim, um caso específico de uma classe de modelos maior chamada de parâmetros aleatórios totalmente especificados (ou modelos hierárquicos ou *multilevels*), em que não apenas o termo de intercepto variaria aleatoriamente, mas os coeficientes angulares também (como em Tsionas). Greene (2004a), também estimou os modelos TRE e TFE para uma base de dados em painel de 191 países nos anos de 1993 a 1997. Divulgada pela Organização Mundial da Saúde com o propósito de mensurar a eficiência das políticas de saúde disponível em cada país, tal amostra representa um exemplo típico de heterogeneidade, visto as diferenças culturais, políticas e econômicas inerentes a cada população.

Greene (2005a) ampliou o trabalho analisado em Greene (2002b), aplicando-o empiricamente a uma base de dados de mais de 5.000 bancos comerciais norte-americanos que disponibilizaram seus registros financeiros entre os anos de 1996 e 2000 para os *Federal Reserve Banks* e o FDIC dos EUA. Com o intuito de verificar a extensão do problema de parâmetros incidentais, o autor por meio da análise de Monte Carlo subdividiu a amostra de forma que cada uma contivesse 500 observações e re-estimou o modelo 100 vezes, comparando-o aos resultados obtidos com a amostra mais abrangente. Dessa forma,

observou que os desvios são bastante pequenos, tendendo a zero e não apresentam nenhum padrão sistemático nos sinais. Além disso, argumentou que esse problema é bastante documentado para estimadores de efeitos fixos em modelos de variáveis binárias com tamanho temporal da amostra igual a um ou dois, e que não há evidências empíricas desse percalço em outros tipos de modelo. Ainda, como o fim último da fronteira estocástica é obter estimativas das ineficiências dos produtores, possíveis vieses na estimação dos parâmetros não deveriam comprometer sobremaneira a análise, o que foi confirmado pela análise realizada, que mostrou uma correlação de 60% entre as estimativas da ineficiência da subamostras e seus correspondentes “verdadeiros”.

Finalmente, Greene (2005b) faz uma síntese das duas abordagens propostas, detalhando suas especificações, modelagens e metodologias de estimação, ressaltando as vantagens e os possíveis problemas com cada uma delas, e as comparando entre si e com os modelos em dados de painel que não levam em conta a heterogeneidade inerente da amostra. Como os modelos TRE e TFE serão o foco da análise do presente texto, eles serão discutidos detalhadamente nas próximas seções do trabalho.

3.2 METODOLOGIA ECONOMÉTRICA

3.2.1 INTUIÇÃO TEÓRICA

Como exposto acima, a metodologia da SFA se baseia na concepção de que as firmas produzem uma quantidade de produto aquém daquela prevista por sua função de produção, por conta de eventuais ineficiências produtivas que a firma venha incorrer durante o período de sua atividade econômica. Em termos matemáticos, tem-se:

$$Y_{it} = F(\mathbf{X}_{it}; \boldsymbol{\beta})TE_i$$

para $i = 1, 2, \dots, N$ e $t = 1, 2, \dots, T$; de forma que o produto físico da firma i no período t , Y_{it} , diferiria daquele previsto pela sua função de produção $F(.)$ sob as quantidades físicas de insumos \mathbf{X}_{it} , por um percentual TE_i , em que $0 \leq TE_i \leq 1$, que representa a ineficiência técnica da i -ésima firma. Se a ineficiência técnica da firma puder ser representada por

$TE_i = \exp(-u_i)$, $u_i \geq 0$ e se tirar o logaritmo natural de ambos os lados da equação acima, tem-se:

$$y_{it} = f(\mathbf{x}_{it}; \boldsymbol{\beta}) - u_i$$

em que y_{it} , \mathbf{x}_{it} e $f(\cdot)$ em letras minúsculas representam as variáveis e expressões após a transformação logarítmica. Porém, como visto anteriormente, esta é a equação que representa a Fronteira Determinística de Produção e, portanto, não contabiliza quaisquer fatores aleatórios ao controle da firma, tais como sorte, performance das máquinas e trabalhadores, clima etc. que podem alterar, favorável ou desfavoravelmente, a fronteira de cada uma das observações. Seja, alternativamente, a fronteira dada por $[F(\mathbf{X}_{it}; \boldsymbol{\beta}) \exp(v_{it})]$, em que o produto derivado pela função de produção é agora alterado por um termo idiossincrático específico à firma i no período de tempo t , representado por v_{it} . Nesse caso, após incorporar a ineficiência e se retirar o logaritmo da equação, tem-se

$$y_{it} = f(\mathbf{x}_{it}; \boldsymbol{\beta}) + v_{it} - u_i$$

que representa a fórmula do modelo da SFA. Aqui, v_{it} também representa o termo de erro estatístico da equação acima, permitindo que o modelo seja estimado por meio de métodos econométricos, conforme Pitt & Lee (1981) e Schmidt & Sickles (1984). Dessa forma, o objetivo econométrico último da SFA consistiria em delinear uma fronteira de produção específica a cada firma e, com base nela, estimar a ineficiência técnica associada a ela.

3.2.2 MODELO TFE

Seja o modelo da SFA explicitado acima:

$$\begin{aligned} y_{it} &= f(\mathbf{x}_{it}; \boldsymbol{\beta}) + v_{it} - u_i \\ &= \alpha + \mathbf{x}_{it}' \boldsymbol{\beta} + v_{it} - u_i = \alpha_i + \mathbf{x}_{it}' \boldsymbol{\beta} + v_{it} \end{aligned}$$

em que $\alpha_i = \alpha - u_i$. Sem se realizar nenhuma hipótese *a priori* a respeito da distribuição de α_i , porém permitindo que α_i e \mathbf{x}_{it} sejam correlacionados, e supondo que v_{it} seja *iid* $(0, \sigma_v^2)$

(identicamente e independentemente distribuídos com esperança igual a zero e variância igual σ_v^2) e seja não-correlacionado com x_{it} , tem-se que o modelo acima corresponde ao modelo de efeitos fixos para dados de painel proposto por Schmidt & Sickles (1984). A estimação é feita por mínimos quadrados com variável *dummy* (*least square with dummy variables*, LSDV). Como explicitado anteriormente, pode-se obter a estimativa das ineficiências técnicas através de:

$$\hat{u}_i = \text{má x}(a_i) - a_i$$

$$TE_i = \exp(\hat{u}_i)$$

O LSDV é conhecido na literatura por fornecer estimativas não-viesadas, mas inconsistentes dos parâmetros. Haverá consistência quando $N \rightarrow \infty$ e $T \rightarrow \infty$ simultaneamente, o que normalmente não é o caso para aplicações micro-econômicas. Por fim, todas as estimativas feitas por LSDV são estatisticamente eficientes.

Apesar do benefício acarretado pela desnecessidade de se assumir qualquer distribuição de antemão para os termos de erro e da hipótese relacionada a não-correlação entre os efeitos fixos e os regressores, o modelo Schmidt & Sickles (1984) peca em não prover uma identificação clara para u_i . Além disso, toda ineficiência técnica estimada no modelo é relativa à firma com maior eficiência na amostra, o que pode comprometer a identidade de cada estimativa. Não obstante, somente uma das firmas observadas poderá ser totalmente eficiente (ou mais de uma, caso haja duas firmas com a_i máximo).

Outro problema intrínseco ao modelo de efeitos fixos é referente ao termo de ineficiência técnica. Assume-se que este seja invariável no decorrer do tempo, o que poderia ser questionável em amostras com T grande, pois é provável que as firmas corrijam suas deficiências ao longo dos anos e que o mercado exclua algumas das firmas mais ineficientes por meio da concorrência. Alguns autores, dentre eles Cornwell et al. (1990), Kumbhakar (1990) e Lee & Schmidt (1993) se esforçaram para incorporar alguma variação ao termo a_i , porém tais mudanças ocorreriam sistematicamente e de forma homogênea a todos os produtores da amostra. Além disso, a mudança em a_i não se refere somente à ineficiência, mas também às alterações tecnológicas, e fica difícil desvencilhar estatisticamente uma componente da outra.

Por fim, como o efeito fixo se refere tão somente à ineficiência, é provável que a heterogeneidade particular à firma e, também invariável com o tempo, seja

inapropriadamente incorporada ao valor de α_i nesse modelo. Dessa forma, a estimativa da ineficiência pode se mostrar errônea, comprometendo a análise pretendida.

Para tentar sanar os dois últimos problemas apresentados acima, Greene (2002b) sugeriu o modelo de efeitos fixos verdadeiros, TFE, como exposto a seguir:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta' x_{it} + v_{it} - u_{it}$$

Nesse caso, a ineficiência, estando indexada por i e por t , poderia variar tanto no decorrer do tempo quanto por entre as firmas. Já os efeitos fixos, indexado apenas por i , representariam a heterogeneidade que, sendo própria do ambiente operacional da firma, não variaria com o tempo, mas permaneceria específica ao produtor.

Como u_{it} não é mais um efeito fixo caracterizado por uma variável *dummy*, mas um ruído estatístico unicaudal, faz-se necessário assumir algumas hipóteses *a priori* quanto a sua distribuição e propriedades. Greene (2002b) assumiu que $u_{it} = |U_{it}|$, $U_{it} \sim iid N[0, \sigma_u^2]$ (u_i é identicamente e independentemente distribuída como uma meia-normal, com esperança igual a 0 e variância igual a σ_u^2), embora, como será visto mais adiante, podem-se assumir outras distribuições estritamente positivas. Além disso, sendo agora componente do erro no modelo, é necessário que u_{it} seja não correlacionado com os regressores e com v_{it} . Por último, a fim de se ter uma completa caracterização da regressão, Greene (2002b) assumiu que $v_{it} \sim iid N[0, \sigma_v^2]$ e que este é não correlacionado com x_{it} .

Apesar dessas hipóteses, a estimação do presente modelo, assim como no caso de seu antecessor, independe da não-correlação entre os efeitos fixos, agora representados por α_i , e as variáveis exógenas. Mesmo assim, o TFE não pode ser estimado a partir do LSDV ou do estimador de ML condicionado a constantes, como no caso de seus similares não-lineares modelos de Poisson e binomial logit. Entretanto, é possível obter suas estimativas por duas abordagens distintas, consideradas a seguir.

A Otimização por Dois Passos foi originalmente desenvolvida por Heckman & MacCurdy (1980) e consiste basicamente em iterar a maximização da função de verossimilhança, ora condicionada aos efeitos fixos, ora condicionada às estimativas de β , até se chegar a uma convergência. Seja a função densidade de probabilidade do modelo TFE acima dada por:

$$f(y_{it}|x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iT}) = \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{-\lambda\varepsilon_{it}}{\sigma}\right)$$

em que, $\varepsilon_{it} = y_{it} - \alpha_i - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{x}_{it}$, $\phi(\cdot)$ é função de densidade da normal padrão e $\Phi(\cdot)$ a função de distribuição acumulada da normal padrão. Para um conjunto conhecido de coeficientes de efeitos fixos $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)'$, denotado por $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_N)'$, o logaritmo da função de verossimilhança condicionada a esses valores será:

$$\ln L|a_1, a_2, \dots, a_N = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \ln \Phi[(2y_{it} - 1)(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{x}_{it} + a_i)]$$

que poderá maximizada com respeito a $\boldsymbol{\beta}$, obtendo-se suas estimativas \mathbf{b} . Nota-se que essa otimização pode ser tratada como um problema de estimação em *cross section*, visto que, conhecido os coeficientes $\boldsymbol{\alpha}$, não há conexão entre as observações dentro de um grupo. Tendo-se conhecidas as estimativas de $\boldsymbol{\beta}$, pode-se então reparametrizar o logaritmo de verossimilhança como função de cada α_i condicionada aos valores de \mathbf{b} :

$$\ln L_i|\mathbf{b} = \sum_{t=1}^T \ln \Phi[(2y_{it} - 1)(\mathbf{b}'\mathbf{x}_{it} + \alpha_i)]$$

que, por sua vez, deverá ser maximizada individualmente pelo seu respectivo valor de α_i .

Esse processo é repetido enquanto a iteração não resulta em um valor convergente para ambas as funções de verossimilhança. Embora consiga gerar estimativas para todo o vetor de parâmetros (mesmo quando esses se apresentarem em uma quantidade demasiada) e possa ser aplicável a qualquer modelo, esse processo apresenta alguns problemas. Em primeiro lugar, não há garantias de que a iteração leve ao verdadeiro máximo da função de verossimilhança, visto que seu Hessiano não é bloco-diagonal. Além disso, a consistência dos estimadores na dimensão de N , mesmo quando T é suficientemente grande, dependerá do estimador inicial para $\boldsymbol{\alpha}$ ser consistente (e não existe um processo definido *a priori* para se obter esse estimador consistente). Por último, a despeito do seu valor de limite de probabilidade, o erro-padrão estimado para o estimador $\boldsymbol{\beta}$ será pequeno demais. Isso porque, o estimador no passo $\boldsymbol{\beta}$ não obtém a sub-matriz correta da matriz de informação, visto que o Hessiano não é bloco-diagonal.

Polachek & Yoon (1994, 1996) foram os únicos trabalhos empíricos a empregar o procedimento de dois estágios para o modelo de fronteira estocástica com efeitos fixos. Ainda assim, apresentaram uma distinção importante ao trabalho que o inspiraram: as estimativas de α imputadas inicialmente no procedimento proviriam do estimador LSDV para o modelo. Essas estimativas seriam repostas a partir da segunda iteração do procedimento, até que a variância e outros parâmetros de médias assistentes convergissem, gerando os estimadores finais do método. Aqui, os estimadores iniciais, relacionados ao LSDV, seriam consistentes, visto que obedecem os resultados comportamentais padrões para regressões lineares em OLS. Os estimadores subseqüentes, porém, não o serão, por conta do problema de parâmetros incidentais. Ademais, tal técnica apresenta a mesma série de inconvenientes referentes à matriz Hessiana não ser bloco-diagonal que o método anterior (ainda que, conforme apontado pelos dois autores, os desvios da matriz bloco-diagonal permanecem pequenos quando N é grande e T pequeno).

A segunda metodologia de estimação, a Maximização Direta, é simplesmente uma aplicação do método de iteração de Newton, com uso de partições de inversas de matrizes. Propõe-se com isso, maximizar o logaritmo da função de verossimilhança não-condicionada da fronteira estocástica em questão com relação ao vetor $\gamma = (\beta', \lambda, \sigma)'$ a partir de l iterações. As equações e a metodologia referentes à estimação podem ser encontradas no apêndice matemático, no final desse trabalho.

Os métodos de estimação descritos acima conseguem contornar um problema de ordem prática recorrente nos modelos de efeitos fixos: a grande quantidade de parâmetros a serem estimados na regressão. Segundo a metodologia de Otimização em Dois Passos, as variáveis são estimadas separadamente através de dois processos de maximização da função logaritmo da verossimilhança condicionada. Dessa forma, computa-se apenas uma parte das estimações pretendidas em cada etapa da iteração e as usa como condições na função de verossimilhança para estimar os demais parâmetros, diminuindo a necessidade de computação em cada passo da otimização. Já no caso do método por Otimização Direta, nota-se que os parâmetros podem ser calculados separadamente, através da partição da matriz inversa do Hessiano. Dessa forma, a atualização dos parâmetros $\gamma = (\beta', \lambda, \sigma)'$ e das covariâncias assintóticas não necessita da inversão e do armazenamento da matriz $(K_\gamma +$

$N)x(K_\gamma + N)$ do Hessiano. Como visto no apêndice, cada uma dessas atualizações é função de uma soma de escalares e de vetores K_γ . Ademais, a computação e armazenamento de α e Δ_α é linear em N , e não quadrática. Portanto, mesmo para base de dados de painel com mais 10.000 observações, a maior parte dos *softwares* disponíveis atualmente consegue computar e armazenar as estimações para o modelo de SFA com efeitos fixos.

O outro problema inerente à parametrização com efeitos fixos é que os estimadores ML podem se apresentar inconsistentes e até ligeiramente viesados quando se trata de modelos não-lineares. Esse problema, como foi visto, aparece relatado na literatura apenas em modelos com variáveis dependentes binárias e parece ser minimizado, embora presente, no modelo de variáveis contínuas. Além disso, Greene (2002b, 2005b) procedeu uma análise de Monte Carlo com uma base de dados de bancos americanos e concluiu que a estimação das ineficiências, fim principal da SFA, não aparece sobremaneira afetada pelo problema dos parâmetros incidentais. Com efeito, como o próprio autor sugere:

“As always, Monte Carlo results are not definitive. The evidence here, coupled with our findings elsewhere, however strongly suggests that the familiar assessment of fixed effects estimators (upwardly biased in all cases) is much too narrow. The behavior of the estimates in this analysis seems to be much more benign. The coefficients do appear to be somewhat biased, but far less so than the results for binary choice models might lead one to expect. The estimated inefficiencies appear to be slightly as well, but, again, surprisingly the small value of T .”

Por fim, vale à pena lembrar que há outras formas de especificação dos efeitos fixos no modelo TFE, além daquela discorrida anteriormente. A heterogeneidade pode residir na distribuição da ineficiência, como em $y_{it} = \beta'x_{it} + v_{it} - u_{it}$, $u_{it} = |U_{it}|$, $U_{it} \sim iid N[\mu_{it}, \sigma_u^2]$, $\mu_{it} = \alpha_i + \delta'h_{it}$, em que h_i é o vetor de variáveis explicativas associadas à heterogeneidade. Como pode ser visto, as variáveis *dummies* dos efeitos fixos são contabilizadas na média da distribuição da ineficiência, que, nesse caso, se assemelha à normal-truncada não-negativa proposta por Stevenson (1980), que permite à média e à moda ser diferente de zero e confere realidade ao modelo, à medida que assume que as firmas não são necessariamente totalmente eficientes. Alternativamente, o modelo TRE pode ser representado como $y_{it} = \beta'x_{it} + v_{it} - u_{it}$, $u_{it} = |U_{it}|$, $U_{it} \sim iid N[0, \sigma_{uit}^2]$,

$\sigma_{uit}^2 = \sigma_u^2 \exp(\alpha_i + \boldsymbol{\delta}' \mathbf{h}_{it})$. Dessa vez, os termos de efeitos fixos adentram ao modelo através da variância de u_{it} , permitindo que a dispersão da eficiência na distribuição meia-normal varie de acordo com a heterogeneidade intrínseca ao setor.

Os dois modelos citados acima são raramente usados, visto a sua limitação para estimar com sucesso os parâmetros da SFA. Em particular, a função de máxima verossimilhança parece bastante volátil aos parâmetros que integram a média da distribuição normal-truncada, fazendo com que os valores estimados de λ e σ possam ser negativos, mesmo quando valores iniciais considerados bons são utilizados.

3.2.3 MODELO TRE

Considere novamente o modelo da SFA proposto acima:

$$y_{it} = f(\mathbf{x}_{it}; \boldsymbol{\beta}) + v_{it} - u_i$$

Se forem feitas as seguintes hipóteses: $u_i = |U_i|$, $U_i \sim iid N[0, \sigma_u^2]$; $v_{it} \sim iid N[0, \sigma_v^2]$; v_{it} e u_i se distribuem independentemente entre si, e dos regressores, então o modelo acima é o modelo de efeitos aleatórios propostos por Pitt & Lee (1981). Como as distribuições de u_i e v_{it} estão explicitadas, podem-se tomar suas respectivas funções densidade de probabilidade para cada produtor e, partir destas, construir a função de verossimilhança para a amostra. A função encontrada pode ser maximizada com relação aos seus parâmetros, com o intuito de obter os estimadores ML de α , $\boldsymbol{\beta}$, σ_v^2 e σ_u^2 . As equações relacionadas a esse procedimento e a metodologia de estimação estão expostas no apêndice matemático, no final do trabalho.

Se a hipótese de independência for atendida, as estimativas de ML são assintoticamente eficientes. Além disso, tendo uma parametrização mais rígida dos termos de erro, o modelo de efeitos aleatórios é capaz de gerar estimativas específicas individuais das ineficiências. Por outro lado, a estimação por verossimilhança requer explicitamente que u_i seja independente dos regressores da equação, hipótese esta que pode parecer um pouco forte no arcabouço de fronteira estocástica, visto que a ineficiência muitas vezes pode depender da estrutura produtiva e da combinação de insumos utilizada pela empresa.

Como se assume tal hipótese *a priori*, as estimativas podem apresentar algum viés provindo da correlação de tais variáveis.

O modelo de efeitos aleatórios exposto, também padece do problema de ineficiência tempo-invariável apresentado no modelo de Schmidt & Sickles (1984) de efeitos fixos. A exemplo do outro modelo, também houve várias tentativas de se incorporar uma variação sistemática no termo u_i , tais como em Kumbhakar (1990), Battese & Coelli (1992) e Lee & Schmidt (1993). Mas, assim como no outro caso, tais alterações ocorrem seguindo equações pré-definidas, o que confere um grau de rigidez e similaridade à amostra, difícil de se perceber na vida real. O problema da heterogeneidade é outro que se repete nesse modelo. Sendo u_i um termo exclusivamente de ineficiência, toda variação entre as firmas que seja invariável ao tempo, será considerada inadvertidamente como incapacidade da firma atingir sua fronteira, comprometendo a análise.

Similarmente ao ocorrido com a TFE, Greene (2004a) apresentou o modelo de efeitos aleatórios verdadeiros, TRE, na tentativa de mitigar os problemas apresentados pelo seu predecessor. A equação matemática que o descreve é:

$$y_{it} = (\alpha + w_i) + \beta' x_{it} + v_{it} - u_{it}$$

em que, w_i é o termo de efeito aleatório dentre as firmas e terá designado uma distribuição estatística particular. Percebe-se que este termo irá alterar somente o valor do intercepto, deslocando paralelamente a fronteira na direção do efeito, tornando as firmas mais ou menos eficientes. Como somente o coeficiente de intercepto é alterado, tem-se aí um caso específico da classe de modelos hierárquicos, em que todos os coeficientes da equação variam de acordo com o grupo i de firmas o qual pertencem. Vê-se aqui também, que o termo u_{it} agora está indexado tanto na dimensão i , quanto na t , permitindo a ineficiência variar no decorrer do tempo e por entre firmas. Já o intercepto, variável apenas em termos de i , representaria a heterogeneidade específica do setor, que não se altera com o decorrer do tempo por representar um fator estrutural, não observado do grupo.

As hipóteses distribucionais para os termos de v_{it} e u_{it} são equivalente àquelas feitas no modelo TFE. Dessa forma, assume-se que: $u_{it} = |U_{it}|$, $U_{it} \sim iid N[0, \sigma_u^2]$; $v_{it} \sim iid N[0, \sigma_v^2]$; e v_{it} e u_{it} e x_{it} são mutuamente independentes.

Kumbhakar & Hjalmarsson (1993) propuseram estimar o modelo TRE em duas etapas. Na primeira, são estimados os coeficientes β por meio do LSDV ou dos mínimos quadrados generalizados factível (*feasible generalized least squares, feasible GLS*). Em seguida, são estimados os coeficientes $(\alpha + w_i)$ e os parâmetros relacionados a v_{it} e u_{it} por meio da maximização da função verossimilhança condicionada aos valores encontrados na primeira parte da estimação. A virtude dessa metodologia é que não é necessário se fazer nenhuma hipótese distribucional até a segunda etapa do processo, o que confere maior liberdade às estimações. O problema, porém, é que ao se realizar a estimação da ineficiência e da heterogeneidade separadamente, todo componente invariável ao tempo da ineficiência técnica é capturado pelos efeitos aleatórios, ao invés do componente de erro unicaudal. Como a proposta do TRE é justamente separar os efeitos específicos da heterogeneidade dos da ineficiência, Greene (2005b) propõe uma abordagem alternativa de estimação desses parâmetros. Contudo, essa abordagem utiliza a função de verossimilhança, para a qual se faz necessário assumir as hipóteses distribucionais de antemão, o que pode parecer à primeira vista uma restrição frente ao outro processo. O autor, porém, atenta para o fato de que a técnica permite o uso de uma diversificada gama de distribuições. Mais ainda, por experiência, conclui-se que hipóteses distribucionais causam, no máximo, alterações marginais nas estimativas. O principal determinante para os resultados é a formulação do modelo e seus fundamentos teóricos, que, nesse caso, é essencial a fim de se obter as quantificações corretas dos efeitos da heterogeneidade.

Posto isto, a metodologia de estimação por ML, discutida em Greene (2005b), pode ser descrita como a seguir. Seja a equação com efeitos aleatórios descrita anteriormente. Como há três distúrbios estatísticos, o modelo levanta imediatamente uma questão de identificação, que poderá ser resolvido pela definição de uma função de verossimilhança condicionada a w_i , como a seguir

$$f(y_{it}|w_i) = \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{-\lambda\varepsilon_{it}}{\sigma}\right)$$

em que, $\varepsilon_{it} = y_{it} - (\alpha + w_i) - \mathbf{x}_{it}'\beta$. Condicionada aos efeitos aleatórios, as T observações para cada firma i são independentes e, portanto, a densidade conjunta das T observações será:

$$f(y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{iT} | w_i) = \prod_{t=1}^T \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{-\lambda \varepsilon_{it}}{\sigma}\right)$$

Pode-se obter a densidade conjunta não-condicional integrando a função acima com relação a w_i :

$$L_i = f(y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{iT}) = \int_{w_i} \prod_{t=1}^T \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{-\lambda \varepsilon_{it}}{\sigma}\right) g(w_i) dw_i$$

Para se obter as estimativas ML bastaria maximizar o somatório em i do logaritmo das funções verossimilhanças individuais, $\sum_i \ln L_i$, com respeito às variáveis $\alpha, \beta, \sigma, \lambda$ e a quaisquer outros parâmetros relacionados à distribuição de w_i . Porém, essa integral é intratável, em qualquer caso concebível, o que se leva a tentar a estimação por simulação através da forma equivalente da função verossimilhança

$$L_i = f(y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{iT}) = E_{w_i} \left[\prod_{t=1}^T \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{\varepsilon_{it}}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{-\lambda \varepsilon_{it}}{\sigma}\right) \right]$$

Tirando a média da função acima para um número suficientemente grande de sorteios da distribuição w_i , vai-se produzir uma replicação acurada da integral original, permitindo a estimação dos parâmetros. O logaritmo da verossimilhança simulada é

$$\ln L_i(\beta, \lambda, \sigma, \theta) = \sum_{i=1}^N \ln \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \left[\prod_{t=1}^T \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{\varepsilon_{it} | w_{ir}}{\sigma}\right) \Phi\left(\frac{-\lambda \varepsilon_{it} | w_{ir}}{\sigma}\right) \right]$$

em que θ é o vetor de parâmetros da distribuição de w_i e w_{ir} é o r -ésimo sorteio simulado para observação i . A fim de se evidenciar o papel de θ na função de verossimilhança, pode-se escrever w_i como $w_i = \theta w_{i0}$, tal que os parâmetros da distribuição w_{i0} são conhecidos. Dessa forma, se $w_{i0} \sim N[0,1]$, então θ representa o desvio padrão da distribuição normal de w_i . A função acima é continuamente diferenciável nos parâmetros. Além disso, como não é preciso se realizar a integração em L_i , as derivadas e o Hessiano simulados da função de verossimilhança podem ser computados para qualquer distribuição associada a w_i .

A computação da estimação por máxima verossimilhança simulada (*simulated maximum likelihood*, SML), descrita acima, pode ser aperfeiçoada a partir de um método de sorteio mais eficiente conhecido na literatura por *Halton draws*. Esse método parte do princípio que o processo não exige uma “aleatoriedade verdadeira” para se estimar a integral, mas sim que a sequência de sorteios não-correlacionados com as variáveis explicativas perpassem toda a extensão da variação, visto que a simulação é uma expectância. Dessa forma, a sequência de *Halton* é gerada da seguinte forma: primeiro, cria-se um número s , maior do que 2, e se expande a sequência de números inteiros $g = 1, 2, \dots$, em termos da base s como em:

$$g = \sum_{i=0}^l b_i s^i$$

em que, por construção, $0 \leq b_i \leq s - 1$ e $s^i \leq g \leq s^{i-1}$. Em seguida, a sequência com valores dos sorteios de *Halton* pode ser construída por:

$$H(g) = \sum_{i=0}^l b_i s^{-i-1}$$

Os valores do sorteio estarão dentro do intervalo unitário e, apesar de não serem aleatórios, estarão bem distribuídos em toda sua extensão. Estudos, por meio de análise numérica, provaram que os sorteios gerados por *Halton draws* são tão efetivos, ou mais, do que aqueles associados a um gerador de números aleatórios.

Como foi citado anteriormente, o TRE é um caso especial de uma classe mais abrangente de modelos chamados hierárquicos (ou *multilevels*), em que todos os parâmetros podem ser representados por variáveis aleatórias. Isso significa, que os efeitos aleatórios podem ser encaixados de diversas maneiras, além daquela apresentada previamente, a fim de se ter uma completa representação da heterogeneidade na SFA. Similarmente ao apresentado no TFE, os termos w_i podem ser introduzidos na média da distribuição normal-truncada, como em: $y_{it} = \boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_{it} + v_{it} - u_{it}$, $u_{it} = |U_{it}|$, $U_{it} \sim iid N[\mu_i, \sigma_u^2]$, $\mu_i = (\mu + w_i) + \boldsymbol{\delta}' \mathbf{h}_i$, em que a variável aleatória irá alterar a média e, conseqüentemente, a moda do termo de

ineficiência; ou podem aparecer na variância da distribuição normal de u_{it} , $y_{it} = \beta'x_{it} + v_{it} - u_{it}$, $u_{it} = |U_{it}|$, $U_{it} \sim iid N[0, \sigma_{uit}^2]$, $\sigma_{uit}^2 = \sigma_u^2 \exp(\omega + w_i + \delta'h_{it})$, (em que ω é uma constante qualquer) aumentando ou diminuindo a extensão da dispersão da ineficiência. Também como no TFE, esses modelos são bastante voláteis e, por isso, difíceis de serem estimados. Ademais, não é possível estimar o modelo da normal-truncada com heteroscedastidade ao mesmo tempo, por um problema de identificação. Outra formulação possível para o TRE é tornar os β , e não mais α , aleatórios. Nesse caso, a representação matemática do modelo seria: $y_{it} = \beta_i'x_{it} + v_{it} - u_{it}$, $u_{it} = |U_{it}|$, $U_{it} \sim iid N[0, \sigma_u^2]$, $\beta_i = (\beta + w_i)$, o que representa que os termos angulares, ou seja, a contribuição marginal do acréscimo de uma variável explicativa ao produto variaria de acordo com a heterogeneidade do setor, e não mais o intercepto.

4 MODELAGEM ECONOMETRICA

4.1 ESPECIFICAÇÃO DO MODELO

O parque industrial brasileiro apresenta uma grande gama de processos produtivos, estruturas de mercados e de regulação, e formas de gerenciamento e administração, de forma que é bastante provável se encontrar alguma heterogeneidade nos setores que o integram. Pelo exposto nas seções anteriores, as especificações referentes à SFA utilizadas, até então, na literatura brasileira para indústria desconsidera esses fatores específicos ao setor, deixando de ser contabilizados pela função de produção, e, portanto, podendo gerar estimativas não condizentes com a realidade do setor. Dessa forma, essa dissertação propõe estimar os dados obtidos da PIA, através das variáveis propostas a seguir, por meio da metodologia TRE com efeitos aleatórios conjecturados no termo constante, na média e na variância da distribuição da ineficiência e aperfeiçoados pela sequência de Halton, discutida anteriormente. Para tanto, o *software* a ser utilizado será o *Limdep* versão 8.0, desenvolvido por William Greene.

A forma funcional escolhida é a *translog*, uma das mais frequentes em estudos empíricos associados à SFA. Além de ser flexível, a forma *translog* não impõe nenhuma restrição à elasticidade de substituição dos fatores de produção, o que é uma vantagem quando comparada à função *Cobb-Douglas*, cuja elasticidade é necessariamente igual a um. Mesmo assim, por incorporar as relações de segunda ordem em sua equação, a forma *translog* exige que seja estimado um grande número de variáveis e é possível que haja multicolinearidade na regressão.

As variáveis consideradas, dentre aquelas possíveis (propostas e descritas na seção 4.2, a seguir) são: receita bruta total (RBT_{it}), valor de transformação industrial corrigido ($VTIC_{it}$) e/ou valor bruto da produção industrial corrigido ($VPIC_{it}$) para representar o produto; pessoal ocupado ligado à produção industrial ($POLPI_{it}$) e capital contabilizado pelo método do inventário perpétuo (MIP_{it}) e/ou capital quantificado por aquisição de ativos tangíveis (AAT_{it}) para representar os fatores de produção trabalho e capital respectivamente; algumas variáveis de controle, a saber, renda média do pessoal direta e indiretamente ligado à produção (SM_{it}), despesas com compra de matérias primas, materiais auxiliares e componentes (MP_{it}) e receita bruta oriunda da venda de produtos industriais ($RVPI_{it}$); variáveis utilizadas para representar a heterogeneidade específica do setor: custos médios com royalties e despesas técnicas (R_{it}), percentual de receita provinda da atividade principal ($PROAP_{it}$), grau de terceirização (GT_{it}), percentual de impostos, taxas e deduções sobre a receita bruta total ($PITD_{it}$), número de firmas presentes no setor (NF_{it}) e o índice de concentração de Herfindhal-Hershiman (HHI_{it}); além de duas variáveis de tendência, contendo o tempo (t) e o tempo ao quadrado (t^2), para ilustrar o progresso tecnológico.

Todas as variáveis foram consideradas em termos dos seus valores em logaritmo natural de modo que a ineficiência u_{it} fosse interpretada como o desvio, em porcentagem, da performance de produto observada, y_{it} , a partir da fronteira do setor, e os parâmetros de tecnologia, β , representassem a elasticidade da variável explicativa com relação à variável dependente. Ademais, as variáveis tiveram seus valores centrados à média geral das observações, ou seja, suas quantidades originais foram reduzidas da média das observações de todos os instantes de tempo e setores, de forma tal que a elasticidade considerada fosse aquela relacionada à média.

Considerado isso, pode-se representar o modelo a ser estimado como:

$$y_{it} = f(l_{it}, k_{it}, \mathbf{c}_{it}, \mathbf{t}, w_i; \alpha, \boldsymbol{\beta}) + v_{it} - u_{it}$$

em que, $y_{it} = RBT_{it}$, $VTIC_{it}$ ou $VPIC_{it}$ representa a variável de produto do setor i no período t ; $l_{it} = POLPI_{it}$ é o fator de produção trabalho; $k_{it} = MIP_{it}$ ou AAT_{it} é o insumo capital aplicado à indústria; $\mathbf{c}_{it} = (SM_{it}, MP_{it}, RVPI_{it})'$ é o vetor contendo as variáveis de controle do modelo, $\mathbf{t} = (t, t^2)'$ é o vetor com os elementos representativos do progresso tecnológico; w_i o termo de efeitos aleatórios associado à heterogeneidade; e α e $\boldsymbol{\beta}$ os coeficientes de intercepto e angulares, respectivamente, a serem estimados estatisticamente.

Considerando a metodologia proposta do TRE, aplicando a forma funcional *translog* e adotando as distribuições normal e meia-normal para o termo idiossincrático e a ineficiência respectivamente, e a distribuição normal padrão para o termo aleatório (associado à heterogeneidade), os modelos definitivos a serem estimados serão:

i. Heterogeneidade presente no termo constante da equação:

$$y_{it} = (\alpha + w_i) + \beta_L l_{it} + \beta_K k_{it} + \beta_{LL} l_{it}^2 + \beta_{KK} k_{it}^2 + \beta_{LK} l_{it} k_{it} + \beta_t t + \beta_{tt} t^2 + \beta_{Lt} l_{it} t \\ + \beta_{Kt} k_{it} t + \beta_{c_1} c_{1it} + \beta_{c_2} c_{2it} + \beta_{c_3} c_{3it} + v_{it} - u_{it}$$

$$u_i = |U_i|, U_i \sim iid N[0, \sigma_u^2]$$

$$v_{it} \sim iid N[0, \sigma_v^2]$$

$$w_i \sim iid N[0,1]$$

ii. Heterogeneidade presente na média da distribuição da ineficiência:

$$y_{it} = \alpha + \beta_L l_{it} + \beta_K k_{it} + \beta_{LL} l_{it}^2 + \beta_{KK} k_{it}^2 + \beta_{LK} l_{it} k_{it} + \beta_t t + \beta_{tt} t^2 + \beta_{Lt} l_{it} t \\ + \beta_{Kt} k_{it} t + \beta_{c_1} c_{1it} + \beta_{c_2} c_{2it} + \beta_{c_3} c_{3it} + v_{it} - u_{it}$$

$$u_i = |U_i|, U_{it} \sim iid N[\mu_i, \sigma_u^2], \mu_i = (\mu + w_i) + \boldsymbol{\delta}' \mathbf{h}_i$$

$$v_{it} \sim iid N[0, \sigma_v^2]$$

$$w_i \sim iid N[0,1]$$

iii. Heterogeneidade presente na variância da distribuição da ineficiência:

$$y_{it} = \alpha + \beta_L l_{it} + \beta_K k_{it} + \beta_{LL} l_{it}^2 + \beta_{KK} k_{it}^2 + \beta_{LK} l_{it} k_{it} + \beta_t t + \beta_{tt} t^2 + \beta_{Lt} l_{it} t \\ + \beta_{Kt} k_{it} t + \beta_{c_1} c_{1it} + \beta_{c_2} c_{2it} + \beta_{c_3} c_{3it} + v_{it} - u_{it}$$

$$u_i = |U_i|, U_{it} \sim iid N[0, \sigma_{uit}^2], \sigma_{uit}^2 = \sigma_u^2 \exp(\omega + w_i + \boldsymbol{\delta}' \mathbf{h}_{it})$$

$$v_{it} \sim iid N[0, \sigma_v^2]$$

$$w_i \sim iid N[0,1]$$

Tendo-se definido as variáveis incluídas no modelo, a forma funcional da função de produção e a metodologia a ser utilizada, é possível estimar a ineficiência técnica do setor em questão. Optou-se por não se tentar obter as estimativas da ineficiência alocativa, pois os dados disponibilizados pela PIA não dispõem de nenhuma medida referente ao preço de capital, apesar de haver informações quanto ao salário do pessoal ocupado. Além disso, não há nenhuma bibliografia referente a essa metodologia, além de Ferreira (2006), o que dificulta comparações posteriores.

5 ANÁLISE DOS DADOS

5.1 DESCRIÇÃO E TRATAMENTO DOS DADOS

A base de dados utilizada na amostra do presente estudo é oriunda da Pesquisa Industrial Anual (PIA-Empresa), coletada e divulgada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Compõe-se de empresas industriais sediadas em território nacional, com trinta ou mais pessoas ocupadas em seu efetivo pessoal e cuja atividade industrial pertence ao escopo da Indústria Extrativa e de Transformação. As observações coletadas perpassam os anos de 1996 (quando essa pesquisa deixou de ser quinquenal para ser anual e se harmonizou ao modelo de produção das estatísticas industriais, comerciais e de serviços) a 2007, última observação disponibilizada pelo censo até a presente data.

Para cada ano, a pesquisa se encontra dividida em sub-setores da atividade industrial e em algumas dezenas de variáveis que os caracterizam em termos contábil-administrativos. As atividades econômicas nas quais a pesquisa se encontra dividida seguem a Classificação Nacional de Atividades Econômicas (CNAE) adequada aos padrões internacionais (*International Standart Industrial Classification of All Economic Activities*), perfazendo 300 classes produtivas, sendo aglomeradas em 27 divisões gerais, conforme a Tabela 1 abaixo. Supõe-se que a firma produz apenas o bem, ou conjunto de bens, do setor para o qual ela foi designada. Na pesquisa da PIA, ela é alocada para o setor cujo bem compõe a principal receita da firma.

Tabela: Divisão e Descrição dos Setores CNAE

CNAE	Descrição do Setor
C	Indústrias Extrativas
10	Extração de Carvão Mineral
11	Extração de Petróleo e Serviços Relacionados
13	Extração de Minerais Metálicos
14	Extração de Minerais Não-Metálicos
D	Indústrias de Transformação
15	Fabricação de Produtos Alimentícios e Bebidas
16	Fabricação de Produtos do Fumo
17	Fabricação de Produtos Têxteis
18	Confecção de Artigos do Vestuário e Acessórios
19	Preparação de Couros e Fabricação de Artefatos
20	Fabricação de Produtos de Madeira
21	Fabricação de Celulose, Papel e Produtos de Papel
22	Edição, Impressão e Reprodução de Gravações
23	Fabricação de Coque, Refino de Petróleo, Elaboração de Combustíveis Nucleares e Produção de Álcool
24	Fabricação de Produtos Químicos
25	Fabricação de Artigos de Borracha e Material Plástico
26	Fabricação de Produtos de Minerais Não-Metálicos
27	Metalurgia básica
28	Fabricação de Produtos de Metal - Exceto Máquina e Equipamentos
29	Fabricação de Máquinas e Equipamentos
30	Fabricação de Máquinas para Escritório e Equipamentos de Informática
31	Fabricação de Máquinas, Aparelhos e Materiais Elétricos
32	Fabricação de Material Eletrônico e de Aparelhos e Equipamentos de Comunicações
33	Fabricação de Equipamentos de Instrumentação Médico-Hospitalares, Instrumentos de Precisão e Ópticos, Equipamentos para Automação Industrial, Cronômetros e Relógios
34	Fabricação e Montagem de Veículos Automotores, Rebiques e Carrocerias
35	Fabricação de Outros Equipamentos de Transporte
36	Fabricação de Móveis e Indústrias Diversas
37	Reciclagem

Tabela 1: Descrição CNAE dos setores da PIA

Alguns setores tiveram de ser aglomerados segundo uma disposição mais abrangente visto que em 2003 houve uma reformulação na classificação de algumas atividades produtivas. Além disso, os setores 11.10 (Extração de petróleo e gás natural), 13.22 (Extração de minério de estanho), 13.23 (Extração de minério de manganês), 13.24 (Extração de minério de metais preciosos), 13.25 (Extração de minerais radioativos), 13.29

(Extração de outros minerais metálicos não-ferrosos), 22.3 (Reprodução de materiais gravados), 23.10 (Coquearias), 23.29 (Outras formas de produção de derivados do petróleo), 23.30 (Elaboração de combustíveis radioativos), 23.40 (Produção de álcool), 24.4 (Fabricação de fibras, fios, cabos e filamentos contínuos artificiais e sintéticos), 24.9 (Fabricação de produtos e preparados químicos diversos), 28.80 (Manutenção e reparação de tanques, caldeiras e reservatórios metálicos), 29.90 (Manutenção e reparação de máquinas e equipamentos), 30.1 (Fabricação de máquinas para escritório), 31.80 (Manutenção e reparação de máquinas, aparelhos e materiais elétricos), 32.10 (Fabricação de material eletrônico básico), 32.90 (Manutenção e reparação de aparelhos e equipamentos de telefonia e radiotelefonia e de transmissores de televisão e rádio – exceto telefones), 33.90 (Manutenção e reparação de equipamentos médico-hospitalares, instrumentos de precisão e ópticos e equipamentos para automação industrial), 35.21 (Construção e montagem de locomotivas, vagões e outros materiais rodantes) e 35.22 (Fabricação de peças e acessórios para veículos ferroviários) foram excluídos da amostra, pois deixaram de ser contabilizados a partir da reformulação em 2003, ou porque seus dados se encontravam omitidos para assegurar o sigilo das empresas informantes. Dessa forma, obteve-se uma amostra em dados de painel contendo 12 anos e 246 setores de atividade industrial, resultando em um total de 2.952 observações para cada uma das variáveis que compõem a análise.

Como a pesquisa não dispõe de uma variável específica da produção de cada firma, foram consideradas as seguintes *proxies* para representar a produção industrial: receita bruta total (RBT_{it}), valor bruto da produção industrial corrigido ($VBPIC_{it}$) e valor de transformação industrial corrigido ($VTIC_{it}$), derivadas das variáveis disponibilizadas valor bruto da produção industrial ($VBPI_{it}$) e valor da transformação industrial (VTI_{it}), as quais estão descritas a seguir conforme relatório metodológico da PIA (2004):

receita bruta total (RBT_{it}): “receita decorrente da venda de produtos e serviços industriais, da revenda de mercadorias (bens adquiridos para revenda, sem transformação na empresa) e da prestação de serviços não-industriais realizados pela empresa. como receitas provindas de atividade agropastoris, de construção, de transportes para terceiros e outras. A receita bruta inclui impostos incidentes sobre as vendas, ou seja, aqueles que

guardam proporcionalidade com o preço de venda (ICMS, PIS/PASEP sobre faturamento, COFINS, etc.), IPI SIMPLES (Sistema Integrado de Pagamentos de Impostos e Contribuições), quando for o caso, bem como as vendas canceladas, abatimentos e descontos incondicionais, que são investigados individualmente. Inclui o valor de créditos-prêmios de IPI concedidos pela exportação de produtos manufaturados nacionais (BEFIEEX, por prazo determinado). Não inclui os créditos de IPI e ICMS mantidos em decorrências de exportação, os quais não integram os custos dos produtos, nem a receita de venda da empresa. [...]"

valor bruto da produção industrial ($VBPI_{it}$): “variável derivada, obtida pela soma da receita líquida industrial com a variação dos estoques de produtos acabados e em elaboração, mais a produção própria incorporada ao ativo imobilizado.”

valor da transformação industrial (VTI_{it}): “variável derivada, obtida pela diferença entre o valor bruto da produção industrial e o custo das operações industriais.”

As definições das variáveis receita líquida industrial, receita bruta industrial e custo das operações industriais supracitadas estão transcritas a seguir:

receita líquida industrial (RLI_{it}): “variável derivada das informações investigadas diretamente referentes à receita bruta, deduções e receita líquida, sendo obtida considerando a relação entre receita bruta industrial e a receita bruta total e aplicando essa proporção sobre receita líquida de vendas. Isto é, obtém-se essa variável da seguinte forma: receita bruta de venda de produtos e serviços industriais dividida pela soma da receita bruta de vendas de produtos e serviços industriais mais receita bruta de revenda de mercadorias mais receita bruta de serviços não-industriais, de transporte, de atividades agropastoris, etc. multiplicada pela receita líquida de vendas totais.”

custos das operações industriais (COI_{it}): “variável derivada, corresponde ao valor dos custos diretamente envolvidos na produção, incorridos no ano, à exceção dos salários e encargos, sendo obtido pela soma das seguintes variáveis: consumo de matérias-primas, materiais auxiliares e componentes; compra de energia elétrica; consumo de combustíveis, consuma de peças e acessórios para manutenção e reparação de máquinas e equipamentos,

de serviços industriais e de manutenção e reparação de máquinas e equipamentos ligados à produção prestados por terceiros. [...]”

receita bruta industrial (RBI_{it}): “receita bruta proveniente da venda de produtos e serviços industriais”

Deu-se prioridade em se utilizar os valores brutos referentes à produção, em detrimento dos valores líquidos bastante recorrentes na literatura (como em Duarte & Macedo, 2001, Duarte, 2003 e Lima & Mendonça, 2009). Como explicitado em Sales (2007) os valores líquidos de impostos não contabilizam parte do produto que é destinada ao Estado, mas que fazem parte da produção final da indústria. Não obstante a forma como essa produção é distribuída, a escolha da variável do produto no modelo da SFA deverá representar o total de bens e serviços produzidos por uma indústria num determinado período de tempo e, portanto, a escolha ideal seria os valores brutos, e não os líquidos.

Sales (2007) também atentou para outro problema importante quanto à opção da variável que irá representar o produto no modelo econométrico. A maioria dos estudos (Duarte, 2003, Mendonça et al., 2006 e Mello, 2003) utiliza a receita da firma para desempenhar esse papel, sem levar em consideração que parte da receita de vendas de uma firma se deve à variação dos estoques no ano de exercício. Ou seja, parte das vendas em um determinado ano se dá com produtos produzidos no ano anterior e estocados. Por outro lado, uma fração da produção atual será estocada e somente se tornará receita no ano posterior. Para mitigar tal problema, o IBGE passou a divulgar a partir de 1996 o valor bruto de produção industrial ($VBPI_{it}$) junto com as demais variáveis da PIA. Porém, o cômputo do $VBPI_{it}$ é baseado nas receitas líquidas, e não nas receitas brutas. Em face do que foi discutido anteriormente, Sales (2007) modificou a variável $VBPI_{it}$ somando a ela as receitas brutas de vendas (RBI_{it}) e subtraindo as receitas líquidas de vendas (RLI_{it}). Dessa forma, tem-se que o valor bruto da produção industrial corrigido ($VBPIC_{it}$) mencionado acima é obtido pela fórmula $VBPIC_{it} = VBPI_{it} + RBI_{it} - RLI_{it}$.

Outra discussão acerca da variável produto se refere à subtração dos gastos com bens intermediários da receita das firmas. Hulten (2000) alega que essa dedução deveria ser contabilizada, de forma a se ter o valor adicionado da indústria, a exemplo das Contas

Nacionais. Mesmo assim, Duarte (2003) e Mendonça et al. (2006) não realizam esse cálculo em suas estimações, enquanto que Duarte & Macedo (2001) e Mello (2003) o fazem. A variável proposta valor de transformação industrial (VTI_{it}), que é o $VBPI_{it}$ decrescido dos custos das operações industriais (COI_{it}), deverá captar esse efeito. A exemplo da $VBPI_{it}$, optou-se por criar, também, uma variável de valor de transformação industrial corrigido, de tal forma a considerar a $VBPI_{it}$, e não $VBPI_{it}$, em seus cálculos. Pode-se, com isso, obter a $VTIC_{it}$ pela fórmula $VTIC_{it} = VBPI_{it} - COI_{it}$.

Hulten (2000) também defende que a medida do produto seja líquida de depreciações. Ele argumenta que uma maior quantidade de produto poderia ser alcançada por uma firma se esta levasse ao limite a capacidade de produção de cada máquina. Porém, essa superprodução geraria um desgaste maior da capacidade instalada da firma, aumentando sua depreciação e comprometendo sua capacidade futura de produção. Ora, se, por exemplo, duas firmas produzissem a mesma quantidade de produto, mas uma delas conseguisse isso à custa de uma maior utilização de sua maquinaria, seria incorreto afirmar que as duas possuem o mesmo nível de eficiência. Sales (2007), contudo, alerta para o fato de que as mensurações de depreciação no Brasil são imprecisas, o que poderia comprometer mais os resultados do que se não se levasse em conta os desgastes das máquinas. Mesmo assim, Sales não encontrou diferenças significativas em suas estimações, utilizando a medida do produto com e sem a subtração das depreciações. As variáveis mencionadas acima têm a depreciação descontada do seu montante.

Com relação ao fator de produção trabalho a variável proposta é: pessoal ocupado ligado à produção industrial ($POLPI_{it}$). A definição dessa variável está transcrita a seguir:

pessoal ocupado ligado à produção industrial ($POLPI_{it}$): “número de pessoas ocupadas diretamente pela empresa, efetivamente ocupadas na produção de bens e serviços industriais; de manutenção e reparação de equipamentos industriais; de utilidades (água tratada, ar comprimido, vapor e frio para fins industriais); de apoio direto à produção industrial (controle de qualidade, projetos industriais e tratamentos de poluentes). As informações referem-se à data de 31/12 do ano de referência da pesquisa.”

A grande maioria dos artigos (entre eles Mello, 2003, Duarte & Macedo, 2003, Duarte, 2003 e Sales, 2007) utiliza o pessoal ocupado ligado à produção ($POLPI_{it}$) para representar o insumo, visto que esse é justamente a quantidade de trabalho contabilizada na função de produção ao se determinar o produto. Mello (2003) utiliza o número médio de pessoal ocupado no ano, ao invés do número de pessoal ocupado em 31/12 disponibilizado pelo IBGE, pois acredita que a média seria uma medida mais acurada da produtividade. Com efeito, se se considerar que grande parte das firmas realiza admissões nos últimos meses do ano com intuito de atender o aumento na demanda decorrente das festas de fim de ano e do décimo terceiro salário, então considerar que o número de trabalhadores que a empresa normalmente emprega é aquele correspondente ao de 31/12 seria errôneo. Contudo, para se calcular a média é preciso descartar um ano de observações da amostra, o que talvez pudesse acarretar em maiores prejuízos na estimação do que em não se considerar esse problema.

Alguns autores utilizam como *proxies* do insumo trabalho, os salários totais ($SRRT_{it}$) pagos aos empregados, considerada em Mendonça et al. (2006) e Lima & Mendonça (2009), ou o gasto com pessoal (GP_{it}) incorrido pela empresa, usado em Ferreira (2006). Essas variáveis, porém, apresentam o problema de que nem sempre o salário é uniforme por entre os setores, o que significa que uma firma pode pagar um salário maior do que outra para um trabalhador que desempenha a mesma função e apresenta a mesma produtividade em ambas. Além disso, diferentes indústrias têm necessidades empregatícias diferentes, algumas exigindo trabalhos mais especializados e com maior nível educacional do que outras, o que refletiria em maiores salários pagos. Isso tudo poderia levar a um erro de interpretação utilizando salários e gastos com pessoal como medidas de trabalho, já que um maior montante de salário seria considerado como maior quantidade de trabalhadores empregados na indústria. Por fim, salários e gastos com pessoal são medidas de remuneração, mais associados a preço do pessoal ocupado em estimação de fronteiras de custo, do que unidades físicas de trabalhadores em estimação de fronteiras de produção. As definições de ambas as variáveis estão apresentadas a seguir:

salários, retiradas e outras remunerações total: “soma das importâncias pagas no ano a título de salários fixos, pró-labore, retiradas de sócios e proprietários, honorários,

comissões, ajudas de custo, 13º salário, abono de férias, gratificações e participações nos lucros (quando não resultante de cláusula contratual). Não são deduzidas as parcelas correspondentes às cotas de previdência social (INSS), recolhimento de imposto de renda ou de consignação de interesse dos empregados (aluguel de casa, contas cooperativas, etc.). Não estão incluídas as diárias pagas a empregados em viagens, honorários e ordenados pagos a membros dos conselhos administrativo, fiscal ou diretor que não exerçam qualquer outra atividade na empresa, indenizações por dispensa incentivada, participações ou comissões pagas a profissionais autônomos. Os salários, retiradas e outras remunerações são investigados segundo os pagamentos ao pessoal ocupado assalariado ligado ou não à produção e ao pessoal ocupado não-assalariado (proprietários e sócios).”

gasto de pessoal: “soma dos salários, retiradas e outras remunerações com os encargos sociais (previdência social, previdência privada e FGTS), indenizações trabalhistas e os benefícios concedidos aos empregados.

Quanto ao insumo capital, as variáveis *proxies* propostas para integrar o modelo são: aquisições de ativos tangíveis (AAT_{it}) e o método do inventário perpétuo (MIP_{it}). Foram consideradas também as variáveis compra de energia elétrica utilizada na produção ($CEEP_{it}$) e consumo de combustíveis usados para acionar maquinaria e para aquecimento ($CCAM_{it}$), mas posteriormente foram descartadas, pois seus valores não representavam fielmente o estoque de capital presente no setor, como será visto mais adiante. As variáveis estão definidas a seguir, de acordo com metodologia da PIA (2004):

aquisições de ativos tangíveis (AAT_{it}): “corresponde aos recursos aplicados no ano de referência da pesquisa na aquisição de bens de permanência duradoura destinados ao funcionamento da unidade local. [...]”

compra de energia elétrica utilizada na produção: “valor despendido com energia elétrica adquirida, contabilizado como custos de produção na empresa. [...]”

consumo de combustíveis usados para acionar maquinaria e para aquecimento: “gastos incorridos no ano com o consumo de óleo combustível, óleo diesel, querosene, gasolina, etc. usados para acionar a maquinaria ou para aquecimento. [...]”

A variável aquisições de ativos tangíveis (AAT_{it}) não é divulgada pela PIA, mas pode ser facilmente calculada pela soma dos gastos em ativos imobilizados (que por sua vez é dada pela expressão aquisições totais em ativos imobilizados mais gastos totais em melhorias de ativos imobilizados menos baixas totais de ativos imobilizados), despesas com matérias-primas, materiais auxiliares e componentes, consumo de peças, acessórios e pequenas ferramentas e a variação de estoque de produtos acabados e em elaboração no ano em exercício. Como pode ser notado pela fórmula acima, a AAT_{it} não representa o estoque de bens de capital acumulado pela firma, mas apenas o seu investimento corrente. Como a firma não utiliza apenas o capital aplicado no ano em questão para produzir bens e serviços, mas de todo o capital adquirido até então, essa variável pode não representar uma *proxy* confiável do insumo. O gasto com energia elétrica ($CEEP_{it}$), utilizado nos trabalhos de Duarte (2003) e Sales (2007), não apresentaria esse problema, dado que o consumo com eletricidade se refere a todas as máquinas instaladas pela firma, e não somente aquelas adquiridas no ano presente. Porém, não são todas as máquinas que funcionam via energia elétrica. Além disso, existem outros equipamentos que dependem da eletricidade para funcionar, mas não são necessariamente bens de capital. A *proxy* consumo com combustíveis ($CCAM_{it}$) padece dos mesmos problemas, apesar de ser menos provável que outros equipamentos, além dos bens capital, use combustíveis como gerador de energia. Ainda assim, pela forma que ela está definida na PIA, essa variável inclui o combustível utilizado no aquecimento, e que não está diretamente relacionado com bens de capital.

O método do inventário perpétuo foi utilizado nos *papers* de Mello (2003), Duarte & Macedo (2003), Mendonça et al. (2006) e Lima & Mendonça (2009), e se baseia no cálculo do estoque de capital inicial descrita em Young (1995):

$$K_{i0} = \frac{I_{i0}}{(g + d)}$$

em que K_{i0} é o estoque inicial de capital da indústria i , I_{i0} é o investimento inicial calculado com base no nível médio de investimento do setor i , g é a taxa média de crescimento do investimento dos setores da análise e foi calculada em 5,8%, e d é a taxa de depreciação, cujo valor foi adotado em 10%, conforme estudo de Ferreira & Malliagos (1998). Tendo-se em mãos o valor inicial de capital, pode-se calcular o seu estoque para os outros anos

pela

fórmula:

$$K_{it} = (1 - d)^{t-1}K_{i0} + \sum_{j=1}^{t-1} (1 - d)^t I_{it-(j+1)}$$

$t = 1, 2, 3, \dots$, em que K_{it} é o estoque de capital da indústria i no período de tempo t , e I_{it} é o investimento no período corrente t feito pelo setor i . O investimento considerado na análise, para efeitos de cálculo, é a aquisição de ativos imobilizados pela firma, disponibilizado pela PIA. O primeiro termo da fórmula refere-se à depreciação do estoque de capital possuído pela firma no período inicial da análise, $t = 0$. O segundo termo representa a acumulação, já descontada da depreciação, dos investimentos feitos pela firma de 0 até t . Vê-se, portanto, que o método do inventário perpétuo retorna o estoque de capital da firma no período de análise, e não apenas seu investimento, não incorrendo no mesmo problema que a variável AAT_{it} . Além disso, usando como *proxy* de investimento a aquisição de ativos imobilizados, pretendeu-se abranger o máximo possível de bens de capital da firma, diferentemente das variáveis $CEEP_{it}$ e $CCAM_{it}$ que considera apenas parte do estoque de capital presente na firma.

As variáveis escolhidas que poderiam representar a heterogeneidade no modelo são: número de firmas presentes em cada um dos setores (NF_{it}), índice de concentração Herfindhal-Hershiman (HHI_{it}), pagamentos médios de royalties e assistência técnica (R_{it}), percentual de receita provinda da atividade principal ($PROAP_{it}$), grau de terceirização (GT_{it}) e o percentual de impostos, taxas e deduções sobre a receita bruta total ($PITD_{it}$). Espera-se com essas variáveis, ter-se uma *proxy* quanto à estrutura competitiva e ambiente de administrativo e mercadológico de cada setor.

Pela teoria microeconômica neoclássica, sabe-se que num mercado de concorrência perfeita há inúmeros competidores e livre mobilidade de ofertantes, que começam ou param de produzir de acordo com as informações e incentivos na economia. Por outro lado, à medida que o mercado se aproxima do monopólio, o número de firmas operantes tende a um, e, por algum motivo externo à dinâmica do mercado, não há possibilidade de entrada de novos competidores que promovam a concorrência na produção. Visto que o objeto desse estudo são os setores da indústria brasileira, pode-se tentar depreender a

heterogeneidade de cada um deles, a partir de como o mercado se comporta em cada unidade de análise, ou seja, por meio da quantidade de firmas pertencentes a cada mercado (NF_{it}). Assim, setores com poucas empresas tendem a ser mais oligopolizados e, portanto, com estruturas produtivas e funções de produções diferentes daquelas encontradas num mercado com muitas empresas, cujo mercado atua em concorrência perfeita. Dessa forma, pode-se ter uma intuição das particularidades, inerentes a cada um dos setores da amostra, e que são invariáveis com o tempo, já que é pouco provável que a estrutura competitiva de um mercado se altere no período relativamente curto da pesquisa.

Outra variável considerada para representar a heterogeneidade na amostra, e que tenta capturar a influência da estrutura de mercado na operacionalização da firma, é o índice de Herfindhal-Hershiman (*Herfindhal-Hershiman Index, HHI*), que calcula a concentração de cada setor em dado instante de tempo, a partir do percentual de firmas e de trabalhadores existentes por faixa de pessoal ocupado. Espera-se que mercados com maior proporção de firmas com grande número de empregados em seu efetivo pessoal sejam mais oligopolizados, visto que a maior parte da sua renda está sendo gerada por um pequeno montante de firmas consideradas grandes.

O índice é construído subdividindo-se os totais da amostra da indústria extrativa e de transformação em cinco faixas de pessoal ocupado: de 30 a 49, de 50 a 99, de 100 a 249, de 250 a 499 e com 500 ou mais trabalhadores na firma. Com tais números em mãos, calcula-se o percentual de firmas por faixa de pessoal ocupado da indústria extrativa e da indústria de transformação, $pfpo_{ht}^f$, em que $f = 30 a 49, 50 a 99, \dots$ e h se refere à indústria extrativa ou de transformação; e o multiplica pelo número de firmas do setor i no período t , NF_{it} , a fim de se ter um número aproximado de firmas do setor por cada faixa de pessoal, $nfpo_{it}^f$. Em termos matemáticos, a operação matemática descrita se apresenta como:

$$nfpo_{it}^f = pfpo_{ht}^f NF_{it}$$

Em seguida, calcula-se o percentual de trabalhadores por faixa de pessoal ocupado para indústria extrativa e de transformação, $ptpo_{ht}^f$ e, com ele, obtém-se a receita bruta da

produção por faixa de pessoal ocupado RBT_{it}^f , multiplicando-o pela receita bruta total do setor i e período t , RBT_{it} , divulgada pela PIA. Ou seja,

$$RBT_{it}^f = ptpo_{it}^f RBT_{it}$$

A receita bruta para todas as faixas de pessoal ocupado do setor i e instante t é dada por:

$$RBT_{it}^{tf} = RBT_{it}(pfpo_{ht}^{5a29} ptpo_{ht}^{5a29} + \dots + pfpo_{ht}^{500\text{ ou mais}} ptpo_{ht}^{500\text{ ou mais}})$$

e a participação de mercado de determinada faixa de pessoal ocupado, f , do setor i e período t , s_{it}^f , é dada por:

$$s_{it}^f = \frac{RBT_{it}^{tf}}{RBT_{it}^f}$$

Com essas medidas em mãos, o índice HHI pode ser calculado por intermédio da seguinte equação:

$$HHI_{it} = pfpo_{ht}^{5a29} (s_{it}^{5a29})^2 + \dots + pfpo_{ht}^{500\text{ ou mais}} (s_{it}^{500\text{ ou mais}})^2$$

Pela equação, percebe-se que quanto mais próximo o índice de um, maior será a concentração no setor e, portanto, mais oligopolizado o ramo de atividade aparenta ser.

Uma terceira variável proposta para representar a heterogeneidade, inerente a cada setor em observação, é o pagamentos médios com *royalties* e assistência técnicas (R_{it}) e está mais diretamente ligada à estrutura produtiva das firmas operantes nesse mercado. Em primeiro lugar, setores que exigem um grande pagamento de royalties de suas empresas para atuarem no segmento, são setores que empregam uma quantidade maior de tecnologia e *marketing* e exigem investimentos com desenvolvimento de produtos, com pesquisas de mercado e com *P&D*. É provável, portanto, que um montante grande de seu ativo esteja alocado em investimentos em laboratórios e pesquisas, e não na fabricação do produto *per se*. Diferentemente, setores que pagam poucos *royalties* tendem a fabricar produtos, cuja construção e operacionalização são de conhecimento comum. Portanto, não requerem de suas empresas um capital inicial elevado, compras de bens de capital caras e pesquisas de

produtos e mercados. Além disso, setores que pagam relativamente menos *royalties* apresentam pouca barreira à entrada de novas firmas, visto que não precisam de patente, tecnologia ou conhecimento específico para tê-las operando nele. Eis, portanto, uma heterogeneidade evidente de cada setor associada à quantidade paga de *royalties* e assistência técnica, que é invariável com o tempo e não pode ser elucidada diretamente da função de produção. Cabe lembrar que a variável utilizada é pagamento médio com esse tipo de despesa, visto que quanto mais firmas operando em um setor, maior é a probabilidade do montante total de *royalties* pagos por elas. A variável *royalties* e assistência técnica é assim definida na PIA:

***royalties* e assistência técnica (R_{it}):** “despesas decorrentes da utilização de marcas de terceiros, bem como de contratos de assistência técnica para utilização da marca.”

A próxima variável referente à heterogeneidade é o percentual de impostos, taxas e deduções sobre a receita bruta total ($PITDR_{it}$), e também está altamente relacionada à estrutura produtiva das observações. Tem-se a definição de impostos e taxas e de deduções como se segue, a receita bruta total já foi definida anteriormente:

impostos e taxas: “despesa com impostos e taxas tipo IPTU, ITR, IPVA, etc. Não inclui os impostos constantes das deduções da receita bruta (ICMS, IPI, ISS, PIS, COFINS, etc.) nem a despesa com provisão para o imposto de renda.”

deduções: “variável obtida pela soma dos valores a serem deduzidos da receita bruta relativos às vendas canceladas e descontos incondicionais, ao ICMS e aos demais impostos e contribuições incidentes sobre as vendas e serviços, como ISS, IPI, PIS, COFINS, SIMPLES (Sistema Integrado de Pagamento de Impostos e Contribuições), etc. [...]”

O percentual de impostos, taxas e deduções sobre a receita bruta total ($PITDR_{it}$) é obtido pela soma das duas variáveis referentes a tributos sobre a receita bruta total do setor. Espera-se que setores que são obrigados a pagar maior percentual de impostos tenham uma estrutura produtiva diferente daqueles que pagam comparativamente menos, pois precisam ser mais competitivos e empregar uma maior quantidade de investimento em propaganda e *marketing*, a fim de se tentar compensar, pelo menos em parte, o menor volume de receita e demanda advindo do preço acrescido do imposto. Além disso, governos federais tendem a

taxar mais produtos considerados supérfluos, como é o caso do fumo e tabaco, bebidas alcoólicas e de lazer, bem como bens de luxo, de forma a desincentivar seu consumo. Com isso, os bens transacionados nesses mercados tendem a ter uma elasticidade preço da demanda relativamente maior do que em outros mercados, influenciando diretamente a produtividade e lucratividade das firmas que operam neles. Dessa forma, tem-se outra *proxy* para heterogeneidade que não é quantificada diretamente na função de produção, mas que afeta individualmente e de forma diferente os diversos setores considerados na análise.

Outra variável elaborada para compor a heterogeneidade de cada setor é o percentual de receita provinda da atividade principal ($PROAP_{it}$). Essa variável é encontrada por meio da divisão da receita bruta da venda de bens e serviços industriais, definida a seguir, pela receita bruta total.

receita bruta da venda de produtos e bens industriais: “receita bruta da venda de produtos e serviços industriais. [...]”

Espera-se que em mercados onde firmas conseguem obter grande parte de sua receita em atividades outras que não a sua principal, tais como arrendamentos e aplicações de recursos em mercados financeiros, participações societárias e pagamentos de royalties etc., são pouco competitivos e especializados e permitem que firmas com baixa produtividade e eficiência continuem operando nele através de atividades secundárias e alheias ao setor em análise. O ambiente concorrencial e operacional que rege esse mercado deve ser diferente daquele por trás de um setor altamente competitivo. Além disso, grande parte dos fatores de produção e matérias primas alocada nesses setores com $PROAP_{it}$ baixa é usada na administração e manutenção de fontes de renda diferentes daquela para a qual a firma está designada. Por outro lado, firmas cujas receitas provêm na sua maioria da atividade principal, têm seus recursos inteiramente voltados para a produção dessa e, portanto, não podem ser comparadas com aquelas outras. Dessa forma, encontra-se aí outro candidato à heterogeneidade submersa em cada setor que não pode ser quantificada pelos métodos econométricos tradicionais.

Por último, a variável grau de terceirização, GT_{it} , do setor, obtida pela divisão das despesas em serviços industriais prestados por terceiros, definida a seguir, sobre receita bruta total, também integrará a lista de variáveis de heterogeneidade.

serviços industriais prestados por terceiros: “valor dos serviços pagos ou creditados às empresas especializadas ou a trabalhadores autônomos para execução de serviços de natureza industrial, tais como: instalação, montagem, acabamento, reciclagem, etc. Inclui os gastos com os trabalhadores sem vínculo, não considerados como assalariados. [...]”

A variável GT_{it} pode ser tomada como uma *proxy* do grau de especialização do setor analisado. Tendo-se em vista isso, espera-se que firmas que concentram seus esforços produtivos e administrativos na sua atividade principal, relegando as atividades secundárias a terceiros, tenderiam a operar em mercados mais competitivos, visto que impõe à firma um alto grau de especialização para se manter no mercado. Além disso, todos os seus fatores de produção estão sendo empregados na industrialização dos bens oriundos da atividade principal da firma, e não na confecção e fabricação dos bens secundários. Assim como no caso da $PROAP_{it}$, espera-se quantificar daí uma parte da heterogeneidade própria do setor. Cabe lembrar que as variáveis percentual de receita provinda da atividade principal ($PROAP_{it}$), grau de terceirização (GT_{it}) e o percentual de impostos, taxas e deduções sobre a receita bruta total ($PITD_{it}$) foram construídas segundo a metodologia descrita em Sales (2007).

É possível, ainda, incorporar à equação uma série de variáveis de controle, com a finalidade de se manter o modelo mais próximo à realidade possível à medida, que ele melhor descreve as circunstâncias sob as quais a firma opera. As variáveis consideradas para esse propósito são: renda média do pessoal direta e indiretamente ligado à produção (SM_{it}), despesas com compra de matérias primas, materiais auxiliares e componentes (MP_{it}) e receita bruta oriunda da venda de produtos industriais ($RVPI_{it}$).

A renda média do pessoal direta e indiretamente ligado à produção (SM_{it}) é obtida por meio da divisão de salários, retiradas e outras remunerações e gastos de pessoal, definida anteriormente, pelo total de pessoal ocupado, cuja apresentação é dada a seguir. A inclusão dessa variável visa dotar o modelo com uma medida aproximada da tecnologia

presente no setor. Sabe-se pela teoria microeconômica que, em equilíbrio, o salário real de um trabalhador corresponde à sua produtividade marginal. Diante do fato que o trabalho é, mais ou menos, homogêneo em todos os setores, ou seja, a capacidade das pessoas produzirem é aproximadamente igual, seja a atividade econômica a qual está inserida, então o que alterará a produtividade do trabalho em cada um dos setores é o nível de tecnologia investido na produção. Dessa forma, a inclusão de SM_{it} no modelo econométrico da função de produção da firma pretende captar o efeito positivo que a tecnologia apresenta na quantidade de bens produzidos.

peçoal ocupado: “número de pessoas ocupadas, com ou sem vínculo empregatício. Inclui pessoas afastadas em gozo de férias, licenças, seguros por acidente, etc., mesmo que estes afastamentos sejam superiores a 15 dias. Não inclui os membros do conselho administrativo, diretor ou fiscal, que não desenvolvem qualquer outra atividade na empresa, os autônomos, e, ainda, o peçoal que trabalha dentro da empresa, mas é remunerado por outras empresas. As informações referem-se à data de 31.12 do ano de referência da pesquisa. O peçoal ocupado é a soma do peçoal assalariado ligado e não-ligado à produção industrial e do peçoal não-assalariado. [...]”

A despesa com compra de matérias primas, materiais auxiliares e componentes (MP_{it}) visa incorporar à função de produção uma variável que reflita a dependência do setor a outros bens e serviços para manter sua produção. Setores que exigem mais matérias primas para produzir certa quantidade de bens são mais dependentes da dinâmica que regem outros mercados e a economia como um todo. Além disso, precisam aplicar uma maior quantidade de seu ativo em produtos e serviços de outros setores e, por isso, dispõem de menos dinheiro para investir no seu próprio setor. O consumo com compra de matérias primas, materiais auxiliares e componentes é assim definida segundo metodologia da PIA.

consumo de matérias primas, materiais auxiliares e componentes: “variável derivada, obtida pela soma do valor da compra de matérias-primas, materiais auxiliares, e componentes com a variação de estoques destes produtos (estoque inicial menos estoque final)”

Por fim, a receita bruta oriunda da venda de produtos industriais ($RVPI_{it}$) dará ao modelo uma variável *proxy* referente ao tamanho do setor considerado. A dimensão do setor tem um impacto considerável na função de produção, pois, além de setores maiores tenderem a empregar mais fatores de produção e a produzir mais, eles atuam sob ambientes mais competitivos e necessitam melhores tecnologias para conseguir manter a produção em um patamar elevado. A venda do setor pode ser usada como uma aproximação do seu tamanho, pois se acredita que quanto maior um setor, maior será sua produção, e, conseqüentemente, maior será a quantidade disponível de venda de seus bens e serviços. A receita bruta da venda de produtos industriais é definida como:

receita bruta de venda de produtos industriais: “receita bruta proveniente da venda de produtos e serviços industriais. [...]”

A maioria das variáveis descritas acima está expressa em termos nominais, ou seja, em reais do ano em que a informação foi disponibilizada. Faz-se, portanto, necessário coadunar os valores monetários para que esses descrevam a mesma unidade de valor. Dessa forma, todas as variáveis expressas em moeda foram atualizadas para os preços de 2007 através da fórmula:

$$\Delta Var_{it} = \frac{\sum_{m=1}^{12} IPA_{mi2007}}{\sum_{m=1}^{12} IPA_{mit}}$$

$t = 1996, \dots, 2007$, em que $m = 1, \dots, 12$ são os meses constantes dentro de um ano e IPA é o Índice de Preços ao Atacado calculado e divulgado pela Fundação Getúlio Vargas (FGV). Foram utilizados dois sub-índices disponibilizados pela fundação, que variam de acordo com a composição e a ponderação dos produtos da cesta avaliada: o IPA-EP (Índice de Preços ao Atacado – Estágios de Processamento) e o IPA-OG (Índice de Preços ao Atacado – Oferta Global). Ambos são voltados para mensurar a evolução dos preços nas transações inter-empresariais ocorridas durante as diversas etapas da cadeia produtiva, antes de chegar às mãos do consumidor final, porém com o IPA-EP focando nas séries da estrutura produtiva da firma, enquanto que o IPA-OG os setores produtivos.

Dessa forma, como os dados relacionados ao produto Receita Bruta Total, Valor Bruto da Transformação Industrial, Valor da Transformação Industrial e Valor Bruto da

Produção Industrial Corrigido estão diretamente relacionados à receita e, esta, é obtida pela multiplicação da quantidade com os preços dos produtos vendidos pela firma, então seus valores foram corrigidos pela IPA-OG do setor o qual pertence à empresa. Já na variável Valor de Transformação Industrial Corrigido, dada pela expressão $VTIC_{it} = VBPI_{it} - COI_{it}$, o Valor Bruto da Produção Industrial Corrigido foi deflacionado pelo IPA-OG do setor, como mencionado anteriormente, e o Custo de Operação Industrial pelo IPA-EP bens intermediários. Como não há um índice específico do IPA para salários, as variáveis de trabalho Salários, Retiradas e Outras Remunerações e Gastos com Pessoal foram atualizadas pelo índice de preços amplo para fatores de produção, IPA-EP bens intermediários. As variáveis de capital Compra de Energia Elétrica na Produção e Consumo de Combustíveis para Acionar Maquinarias e Outros Equipamentos foram corrigidas pela IPA-EP combustíveis e lubrificantes para produção, um índice componente do IPA-EP bens intermediários. Para a variável Aquisição de Ativos Tangíveis a correção foi feita da seguinte forma: as variáveis Aquisição de Ativos Imobilizados, Melhorias de Ativos Imobilizados e Baixas de Ativos Imobilizados foram deflacionadas por IPA-EP bens investimentos, parte integrante do índice geral IPA-EP bens finais; as Matérias-Primas, Materiais Auxiliares e Componentes foi corrigida pelo índice IPA-EP suprimentos, que faz parte do IPA-EP bens intermediários; o Consumo de Peças, Acessórios e Pequenas Ferramentas teve seu valor corrigido pelo IPA-EP materiais e componentes para manufatura, também parte do IPA-EP bens intermediários; e finalmente o Estoque de Produtos Acabados no Ano Atual e Estoque de Produtos Acabados no Ano Anterior foram corrigidos pelo IPA-OG do setor. Já para o Método do Inventário Perpétuo, a única variável utilizada é a Aquisição de Ativos Imobiliários, que será atualizada pelo IPA-EP bens intermediários.

Para a variável de heterogeneidade Percentual de Impostos, Taxas e Deduções da Receita Bruta Total, Grau de Terceirização e Percentual da Receita do Setor Originária da Atividade Principal, que se encontram dividida pela Receita Bruta Total, tiveram seu denominador atualizado pelo IPA-OG do setor. Quanto ao numerador ambas componentes da variável Percentual de Impostos, Taxas e Deduções da Receita Bruta Total, foram deflacionadas pelo IPA-EP bens intermediários e pelo IPA-OG do setor, respectivamente. Já para a variável Grau de Terceirização, o numerador Serviços Industriais Prestados por

Terceiros foi deflacionado por IPA-EP bens intermediários e para a variável Percentual da Receita do Setor Originária da Atividade Principal, o numerador Receitas Bruta de Vendas de Bens e Serviços Industriais foi atualizado pelo IPA-OG do setor. O índice *HHI*, que utiliza apenas a Receita Bruta Total em seu cômputo, teve a sua variável nominal deflacionada pelo IPA-OG do setor. Já os pagamentos médios de Royalties e Assistência Técnica foram deflacionados por IPA-EP bens intermediários.

Com relação às variáveis de controle, o numerador da variável Renda Média do Pessoal Direta e Indiretamente Ligado à Produção, os Salários, Retiradas e Outras Remunerações de Gastos de Pessoal, teve seu valor corrigido por IPA-EP bens intermediários, como já mencionado. A despesa com Compra de Matérias-Primas, Materiais Auxiliares e Componentes foi deflacionada por IPA-EP bens intermediários, suprimentos. Por último, a Receita Bruta Oriunda da Venda de Produtos Industriais teve seu valor atualizado pela IPA-OG do setor. As variáveis Pessoal Ocupado Ligado à Produção e Número de Firms não foram deflacionadas, visto que não são expressas em termos monetários. Além disso, todas as variáveis foram divididas pelo número de firmas informantes do referente setor, de forma a se ter mensuração em termos individuais, e suas devidas definições estão dispostas em uma tabela localizada na última página do apêndice (página 80), a fim de se facilitar a visualização e identificação de cada uma delas. A seção a seguir apresenta as estimações realizadas com essas variáveis e os resultados obtidos.

6 ESTIMAÇÕES E RESULTADOS

6.1 ESTIMAÇÕES DOS MODELOS COM HETEROGENEIDADE

Tendo-se especificado o modelo e as variáveis a serem consideradas, é possível proceder com a estimação. Essa, por sua vez, é realizada em duas etapas consecutivas: a primeira consiste na maximização por ML de uma fronteira em *cross-section* das variáveis explicativas e de controle, a fim de se ter o conjunto de parâmetros iniciais que servirão como ponto de partida para iteração do modelo final; em seguida, estima-se a fronteira, já

com as variáveis de heterogeneidade e os dados compostos em painel, para se obter as estimativas das ineficiências de cada setor em cada período de tempo e dos parâmetros finais do modelo. Como a metodologia escolhida para estimação é a TRE aperfeiçoada pela sequência de Halton, os parâmetros foram obtidos por meio da iteração por máxima verossimilhança simulada, discorrida anteriormente. Além disso, a distribuição considerada para o termo aleatório, w_i , é a distribuição normal padrão, com média zero e variância um.

Foram realizadas diversas estimações, a fim de se obter o modelo que melhor correspondesse à atividade industrial analisada. As equações cuja variável de produto era representada por $VBPIC_{it}$, $VTIC_{it}$ e a variável de capital representada por AAT_{it} se mostraram não convergentes, apresentaram problemas em suas estimativas iniciais e/ou coeficientes baixos para os fatores de produção, de forma que só foram consideradas as variáveis RBT_{it} e MIP_{it} para integrar o modelo nas estimações definitivas. Além disso, a variável de controle, $RVPI_{it}$ utilizada para representar o tamanho do setor, mostrou-se insignificante em todas as estimativas realizadas, de forma que também foi excluída do modelo final. Acredita-se que esse comportamento possa advir da correção feita nos dados para representar cada variável em termos individuais, já que variável de controle foi incluída no modelo justamente para se captar o efeito quanto ao tamanho do setor. Dessa forma, ao se dividir cada variável pelo total de firmas presentes no setor, os modelos obtidos estariam representando uma firma média representante da atividade econômica, e não esta agregadamente, de modo que incluir uma variável que caracterizasse sua dimensão não surtiria efeito. Além disso, essa variável aparenta ter colinearidade alta com a variável de produto, visto que ambas mensuram a receita bruta da empresa (a primeira de vendas e a segunda total) e, portanto, não faria sentido incluí-la no conjunto de variáveis explicativas. Por fim, os termos cruzados referentes à tendência temporal não se mostraram estatisticamente relevantes para explicar a variável dependente e, por isso, não foram adicionados nas estimativas definitivas.

Dessa forma, as estimativas calculadas para o modelo TRE com heterogeneidade presente na constante da equação, definido anteriormente, estão expostas na tabela 2, a seguir:

Tabela: Estimação do Modelo TRE com Heterogeneidade no Termo de Intercepto

Variáveis (Variável Dependente: Receita Bruta Total)	Legenda	Estimações Preliminares		Modelo TRE com Heterogeneidade na Constante	
Constante	α	0.3654	(0.017)***	0.3184	(0.0055)***
Mét. do Inventário Perpétuo	β_K	0.2557	(0.0081)***	0.2097	(0.005)***
Pessoal Ocupado	β_L	0.3594	(0.0149)***	0.4562	(0.0066)***
Mét. do Inventário Perpétuo x Mét. do Inventário Perpétuo	β_{KK}	-0.2741	(0.0036)***	-0.0125	(0.0021)***
Mét. do Inventário Perpétuo x Pessoal Ocupado	β_{LK}	0.0727	(0.0106)***	0.0486	(0.0061)***
Pessoal Ocupado x Pessoal Ocupado	β_{LL}	-0.1634	(0.0147)***	-0.1591	(0.0071)***
Termo Temporal Linear	β_t	-0.0111	(0.0091)	-0.0111	(0.0051)**
Termo Temporal Quadrático	β_{tt}	0.0022	(0.0001)***	0.0022	(0.0004)***
<i>Controles</i>					
Salários Médios	β_{c1}	0.1384	(0.0066)***	0.1026	(0.0031)**
Matérias Primas	β_{c2}	0.7270	(0.0114)***	0.7074	(0.0053)**
<i>Heterogeneidades</i>					
Constante	δ_0			0.1953	(0.0043)***
Royalties	δ_1			0.0098	(0.0015)***
Índice HHI	δ_2			0.0287	(0.0112)***
Grau de Terceirização	δ_3			0.3705	(0.1476)**
Número de Firmas	δ_4			-0.0001	(0.0000)***
Percentual de Impostos, Taxas e Deduções	δ_5			0.6177	(0.074)***
Percentual de Renda Provinda da Atividade Principal	δ_6			-0.9091	(0.0722)***
Lambda	λ	1.0591	(0.0809)**	1.0104	(0.0253)***
Sigma	σ	0.4675	(0.0102)**	0.3964	(0.0029)***

Legenda: *** Variável Significante a 1%; ** Variável Significante a 5%; * Variável Significante a 10%

Tabela 2: Estimação do modelo TRE com heterogeneidade presente no termo de intercepto

A primeira coluna apresenta os resultados preliminares utilizados como valores iniciais para o modelo TRE. Nota-se que todas as variáveis, com exceção daquela referente à tendência temporal linear, são estatisticamente significantes. A segunda coluna, por sua vez, mostra as estimativas definitivas do modelo já incorporando as variáveis de heterogeneidade. Ao contrário do observado na primeira estimação, as estatísticas individuais de significância para todos os coeficientes são relevantes, indicando que todas as variáveis incluídas na equação são significativas individualmente para explicar o regressando. Os coeficientes lineares mensuram a elasticidade do capital, do trabalho e das variáveis de controle: matérias primas e rendas médias com relação à média. O montante retorna o valor do acréscimo no produto, em termos percentuais, do aumento em 1% na quantidade de cada um dos fatores de produção. Dessa forma, para o acréscimo em 1% na quantidade de trabalho na produção, a indústria retorna 0,46% na quantidade produzida de bens e serviços industriais. Semelhantemente, o aumento em 1% no montante de capital empregado na linha de produção irá aumentar em 0,21% a quantidade produzida. Além disso, a elasticidade de escala, obtida de forma aproximada a partir da soma das elasticidades dos fatores de produção, é menor do que um, indicando que a indústria, para esse modelo, apresenta retornos decrescentes de escala, condizente com a teoria microeconômica corrente.

Os coeficientes relativos aos termos quadráticos da equação são negativos, o que mostra um decaimento marginal do produto a cada aumento do fator de produção, o que está de acordo com o disposto pela teoria microeconômica neoclássica, através da lei dos rendimentos decrescentes. Apesar disso, o valor estimado para o termo cruzado é maior do que zero, mostrando uma taxa de substituição dos fatores de produção positiva, o que estaria em desacordo com a teoria vigente. Provavelmente, esse resultado advém da imensa diversidade de estruturas produtivas presentes na indústria, o que traz à tona uma disparidade muito grande de razões capital-trabalho dentre os setores considerados. Infelizmente, todos os modelos cujos dados foram tratados a fim de se expurgar da amostra os setores mais apartados, se mostraram não convergentes, dificultando uma conclusão definitiva sobre o tema.

Com relação aos termos de heterogeneidade, vê-se que todos se mostram significantes ao nível de 5% no teste t . Porém, como é explicitada em Greene (2004b), a relação entre significância e estatística t não é tão direta como parece à primeira vista, por causa das relações entre as variáveis. A interpretação do coeficiente indica que, para um dado valor da variável de heterogeneidade, o coeficiente de intercepto irá aumentar no montante do valor estimado para a variável de heterogeneidade. Dessa forma, o valor 0,0098% do coeficiente da variável *royalties*, primeira a integrar o conjunto de variáveis de heterogeneidade na tabela 2, mostra que o coeficiente de intercepto de um dado setor em um dado período de tempo será dado pela quantidade de *royalties* pagos por essa indústria multiplicado pelo coeficiente, mais a média da variável aleatória, que nesse caso é 0,1953, mais o valor da variável aleatória para essa observação. Todos os coeficientes parecem ter seus sinais correspondentes ao esperado *a priori*, menos as variáveis número de firmas e proporção da receita oriunda da atividade principal. Dessa forma, por exemplo, espera-se que o maior pagamento de *royalties* reduza a competitividade do setor, deslocando a fronteira para fora e tornando as observações comparativamente mais ineficientes. Acredita-se que o sinal negativo associado à variável número de firmas possa advir de sua colinearidade com a variável *HHI*. Nesse caso, como ambas as variáveis estão presentes no modelo para se tentar mensurar a estrutura competitiva do mercado, parte do efeito de sua variação pode estar sendo captado pelo índice de concentração.

As estimações para o segundo modelo considerado, com heterogeneidade presente na média da distribuição da ineficiência, são apresentadas na tabela 3 a seguir:

Tabela: Estimação do Modelo TRE com Heterogeneidade na Média da Distribuição

Variáveis (Variável Dependente: Receita Bruta Total)	Legenda	Estimações Preliminares		Modelo TRE com Heterogeneidade na Média da Distribuição	
Constante	α	0.3654	(0.017)***	0.3747	(0.0293)***
Mét. do Inventário Perpétuo	β_k	0.2557	(0.0081)***	0.2016	(0.0109)***
Pessoal Ocupado	β_L	0.3594	(0.0149)***	0.4653	(0.0120)***
Mét. do Inventário Perpétuo x Mét. do Inventário Perpétuo	β_{kk}	-0.2741	(0.0036)***	-0.015	(0.0141)***
Mét. do Inventário Perpétuo x Pessoal Ocupado	β_{Lk}	0.0727	(0.0106)***	0.521	(0.0118)***
Pessoal Ocupado x Pessoal Ocupado	β_{LL}	-0.1634	(0.0147)***	-0.1597	(0.0141)***
Termo Temporal Linear	β_t	-0.0111	(0.0091)	-0.016	(0.0159)
Termo Temporal Quadrático	β_{tt}	0.0022	(0.0001)***	0.0022	(0.0012)**
<i>Controles</i>					
Salários Médios	β_{c1}	0.1384	(0.0066)***	0.1029	(0.006)***
Matérias Primas	β_{c2}	0.7270	(0.0114)***	0.709	(0.0092)***
<i>Heterogeneidades</i>					
Constante	δ_0			0.5233	(0.5122)
Royalties	δ_1			-0.0802	(0.0486)*
Índice HHI	δ_2			0.1146	(0.267)
Grau de Terceirização	δ_3			16.18	(5.7099)***
Número de Firmas	δ_4			0.0012	(0.0007)*
Percentual de Impostos, Taxas e Deduções	δ_5			-4.1526	(2.2690)*
Percentual de Renda Provinda da Atividade Principal	δ_6			3.5678	(2.5276)
Lambda	λ	1.0591	(0.0809)**	0.8311	(0.1238)***
Sigma	σ	0.4675	(0.0102)**	0.2716	(0.0447)***

Legenda: *** Variável Significante a 1%; ** Variável Significante a 5%; * Variável Significante a 10%

Tabela 3: Estimação do modelo TRE com heterogeneidade presente na média da distribuição de ineficiência

Como era de se esperar, os números contidos na primeira coluna são iguais àqueles preditos na tabela anterior. Isso porque, as equações preliminares são idênticas em ambos os modelos considerados, resultando na mesma estimação. Com relação à regressão principal, percebe-se uma semelhança muito grande entre os coeficientes estimados nesse modelo com o anterior. A exceção se faz presente no termo cruzado dos fatores de produção, cujo coeficiente foi estimado cerca de dez vezes maior do que no modelo anterior. Já as variáveis de heterogeneidade apresentam resultados bastante diversos aos apresentados outrora. As variáveis HHI_{it} , GT_{it} e $PROAP_{it}$ apresentam estimativas muito maiores comparativamente ao outro modelo. Ademais, as variáveis R_{it} e $PITD_{it}$ têm sinais contrários aos da primeira equação e ao esperado *a priori*. Presume-se que parte dos resultados díspares encontrados se refira à modelagem diversa entre os dois modelos. Nesse, a heterogeneidade é acomodada na média da distribuição de ineficiência, e por isso o coeficiente deveria ser mais alto para valorar o impacto da heterogeneidade em cada setor, já que a distribuição não depende apenas das variáveis representativas da heterogeneidade. Já no modelo anterior, a heterogeneidade impacta diretamente o termo de intercepto da fronteira e, portanto, o impacto de cada variável possivelmente é menor. O coeficiente relacionado ao número de firmas é bastante baixo devido provavelmente ao problema de colinearidade com o índice HHI_{it} , discorrido anteriormente. Além disso, os desvios padrões são todos superiores para o presente modelo, o que faz com que algumas estatísticas t não revelem significância individual para os coeficientes estimados. Esse é o caso do termo temporal quadrático, constante de heterogeneidade, HHI_{it} e $PROAP_{it}$.

O modelo TRE com heterogeneidade presente na variância da distribuição de ineficiência não apresentou significância estatística para a estimativa de λ e, portanto, as ineficiências não puderam ser preditas com precisão. Por isso, apesar de todos os outros parâmetros da regressão disporem de estimativas confiáveis do ponto de vista estatístico, a análise desse modelo fica comprometida, visto que seu objetivo principal é estimar as ineficiências intrínsecas a cada setor. Dessa forma, sua regressão não será apresentada nesse trabalho.

Com relação aos termos temporais, ambos os sinais não correspondem àqueles previstos de antemão para ambos os modelos apresentados acima. O sinal negativo do

termo linear indica que houve um regresso tecnológico durante os anos estudados, o que fez com que a fronteira se deslocasse para baixo e à esquerda nesse ínterim. Já o termo quadrático, apresenta sinal positivo, indicando que o acréscimo marginal dessa contração tecnológica vem aumentando a cada período de tempo estudado. Esses resultados encontram respaldo com aqueles obtidos na literatura sobre o tema (Duarte & Macedo, 2001 e Mendonça *et al.*, 2004), mas não com aqueles esperados *a priori*. Se se tomar a experiência econômica brasileira e mundial durante os anos de 1996 a 2007, percebe-se que o Brasil completou um ciclo de abertura comercial, privatizações e estabilização político-econômica, e era esperado que esse novo ambiente institucional contribuísse para o desenvolvimento de novas tecnologias, acúmulo de capital e maior competitividade. Além disso, o advento da informática e da internet nos últimos anos contribuíram para um *boom* na produtividade dos fatores de produção. Essas mudanças contribuiriam para expansão na produção levando a um deslocamento expansivo, e não retrativo da fronteira. Ainda, uma vez assimiladas e incorporadas ao processo produtivo, tais mudanças passariam a gerar avanços cada vez menores, arrefecendo aos poucos o progresso notado no período, o contrário do que se obteve com as estimações. Essa aparente inconsistência pode ser parcialmente explicada pela deflação das variáveis de produto presentes nesses modelos, que pode estar sendo atualizadas por valores maiores do que aqueles verificados na realidade, transferindo parte da atualização dos preços para o montante de produto. Tal hipótese é corroborada pela regressão do modelo anterior apenas com variáveis nominais, ou seja, sem a devida correção monetária das mesmas. Nesse caso, tanto o termo temporal linear quanto quadrático apresenta sinais condizentes aos esperados, demonstrando uma expansão côncava da fronteira tecnológica durante o período analisado.

Não é possível, sem um estudo estatístico pormenorizado, definir qual modelo dentre aqueles apresentados é considerado melhor, mas percebe-se que o que inclui a heterogeneidade no termo de intercepto da equação principal retorna estimativas mais robustas das variáveis consideradas. A título de ilustração, as estimativas das ineficiências referentes a esse modelo estão apresentadas no gráfico 2, a seguir. A observação 1, descrita no eixo da abscissa, se refere ao primeiro ano do primeiro setor considerado na análise, Extração de Carvão Mineral (CNAE 10), enquanto que a observação 2952 ilustra o caso do último ano para o último setor analisado, Reciclagem (CNAE 37). Os valores na ordenada

se referem ao desvio percentual da quantidade produzida com relação a sua fronteira. Como previsto pela teoria econométrica todos esses valores deverão ser positivos e, portanto, deverão estar representados acima do eixo da ordenada

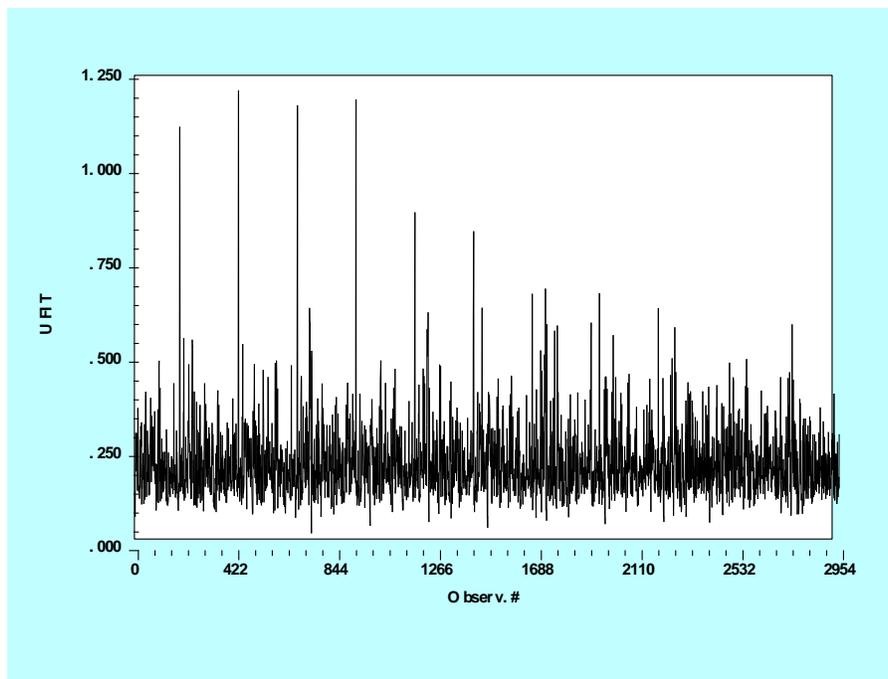


Gráfico 2: Gráfico das ineficiências técnicas no modelo TRE

Pela análise do gráfico, pode-se perceber que a maior parte das observações se encontra dentro da faixa de 0,20% de dispersão, com picos de ineficiências, principalmente no setor 16.00 (Fabricação de Produtos de Fumo) e 15.93 (Fabricação de Malte, Cervejas e Chopes), o que já era esperado dada a regulação e tributação presentes nesses setores. Além disso, verifica-se uma diminuição no valor desses *outliers* com o decorrer do tempo, indicando, possivelmente, que a concorrência excluiu as firmas menos eficientes do mercado e induziu as restantes a aumentarem sua eficiência ao longo do período.

Por fim, expõem-se os 20 setores com maiores e menores ineficiências na tabela 4 a seguir, com intuito de se tornar mais ilustrativos os resultados obtidos com a estimação. A classificação foi feita a partir da média aritmética simples, com relação ao tempo, dos dados obtidos do modelo TRE com ineficiência presente no termo de intercepto para cada setor analisado. Como esperado, os setores com maior grau de intervenção em seus mercados

(como os já citados Fabricação de Produtos de Fumo e Fabricação de Malte, Cervejas e Chopes) e/ou cuja estrutura se aproxima de um monopólio (tal como Fabricação de Gases Industriais), estão entre os mais ineficientes na economia brasileira. Por outro lado, mercados com maior concorrência (como, por exemplo, Fabricação de Produtos Petroquímicos Básicos e Fabricação de Herbicidas) apresentam maior eficiência técnica. Duas possíveis exceções poderiam estar relacionadas aos setores de Extração de Minério de Ferro e Construção e Montagem de Aeronaves, cujas principais empresas, respectivamente Companhia Vale e Embraer, são notadamente monopólios no setor em que atuam. Porém, ambas estão inseridas em um cenário internacional de atuação, muito mais competitivo do que o regional, a primeira por ofertar majoritariamente *commodities*, e a segunda pelo número extremamente limitado de demandantes para seus produtos, o que explica seu valor de eficiência alto.

Tabela: Setores Mais e Menos Eficientes

20 Setores Mais Eficientes		
Setor	CNAE	Média
103	Fabricação de Produtos Petroquímicos Básicos	0.0420
115	Fabricação de Herbicidas	0.0438
228	Construção e Montagem de Aeronaves	0.0512
3	Extração de Minério de Ferro	0.0552
16	Produção de Óleos Vegetais em Bruto	0.0631
114	Fabricação de Fungicidas e Defensores Agrícolas	0.0726
97	Refino de Petróleo	0.0728
207	Fabricação de Aparelhos Telefônicos e Afins	0.0759
215	Fabricação de Caminhões e Ônibus	0.0764
140	Fabricação de Tubos de Aços com Costura	0.0855
32	Fabricação de Café Solúvel	0.0867
17	Refino de Óleo Vegetais	0.0870
142	Metalurgia do Alumínio e suas Ligas	0.0891
113	Fabricação de Inseticidas	0.0901
175	Fabricação de Tratores Agrícolas	0.0928
151	Fabricação de Caldeiras Geradoras de Vapor	0.0928
46	Beneficiamento de Algodão	0.0930
31	Torrefação e Moagem de Café	0.0933
192	Fabricação de Geradores de Corrente Contínua ou Alternada	0.0940
22	Beneficiamento de Arroz e Fabricação de Produtos de Arroz	0.0941

20 Setores Mais Ineficientes

Setor	CNAE	Média
42	Fabricação de Malte, Cervejas e Chopes	0.7653
45	Fabricação de Produtos do Fumo	0.3656
101	Fabricação de Gases Industriais	0.3031
129	Fabricação de Embalagens de Vidros	0.2687
188	Fabricação de Refrigeradores, Fogões e Máq. De Lavar e Secar	0.2511
191	Fabricação de Equipamentos Periféricos para Sist Eletrônicos	0.2466
105	Fabricação de Outros Produtos Químicos Orgânicos	0.2354
219	Fabricação de Peças e Acessórios para Sistema Motor	0.2176
112	Fabricação de Materiais para Uso Médicos e Afins	0.2141
110	Fabricação de Medicamento de Uso Humano	0.2098
84	Fabricação de Papel	0.2012
98	Fabricação de Cloro e Álcalis	0.2008
109	Fabricação de Produtos Farmoquímicos	0.1995
131	Fabricação de Cimento	0.1957
55	Fabricação de Artigos de Tecido de Uso Doméstico	0.1936
107	Fabricação de Resinas Termofixas	0.1865
187	Fabricação de Armas de Fogo, Munições e Equip. Bélico Pesado	0.1863
52	Tecelagem de Algodão	0.1857
104	Fabricação de Intermediários de Resinas e Fibras	0.1812
224	Recondicionamento e Recuperação de Motores para Veíc. Auto.	0.1805

Tabela 4: Setores mais e menos Eficientes

Pelo exposto acima, os modelos TRE referentes à indústria brasileira apresenta estimativas significantes e consistentes com a teoria microeconômica. A grande maioria dos trabalhos realizados nessa área de pesquisa foi realizada se admitindo a forma funcional *Cobb-Douglas* e sem inclusão de termos representativos de heterogeneidade, o que dificulta uma comparação pormenorizada dos resultados aqui obtidos com aqueles presentes em outros trabalhos. Mesmo assim algumas similaridades encontradas são bastante evidentes. Em especial, os coeficientes estimados são bastante próximos àqueles encontrados em outros artigos (como, por exemplo, Sales, 2007), mesmo com variáveis representativas diferentes daquelas utilizadas originalmente; e os sinais das estimativas dos termos de tempo são iguais aos encontrados em outros trabalhos, mesmo quando estes destoam daqueles previsto da realidade.

6.2 ESTIMAÇÕES DOS MODELOS SEM HETEROGENEIDADE E COMPARAÇÕES ENTRE AS INEFICIÊNCIAS

A fim de se obter uma comparação entre as ineficiências obtidas na seção anterior e aquelas previstas em um modelo no qual não há a inclusão explícita da heterogeneidade contida na amostra, estimou-se a mesma equação apresentada anteriormente, excetuando-se de sua formulação o termo de efeitos aleatórios que conferiria a heterogeneidade ao modelo. Dessa forma, a seguinte equação foi estimada por meio da metodologia Pitt & Lee (1981) discutida anteriormente:

$$y_{it} = \alpha + \beta_L l_{it} + \beta_K k_{it} + \beta_{LL} l_{it}^2 + \beta_{KK} k_{it}^2 + \beta_{LK} l_{it} k_{it} + \beta_t t + \beta_{tt} t^2 + \beta_{Lt} l_{it} t + \beta_{Kt} k_{it} t + \beta_{c_1} c_{1it} + \beta_{c_2} c_{2it} + \beta_{c_3} c_{3it} + v_{it} - u_{it}$$

$$u_i = |U_i|, U_i \sim iid N[0, \sigma_u^2]$$

$$v_{it} \sim iid N[0, \sigma_v^2]$$

As estimativas de tal regressão não serão explicitadas, visto que estas não são o propósito de análise desse texto. Porém, as respectivas ineficiências obtidas com o processo estão apresentadas a seguir mediante os gráficos de suas distribuições.

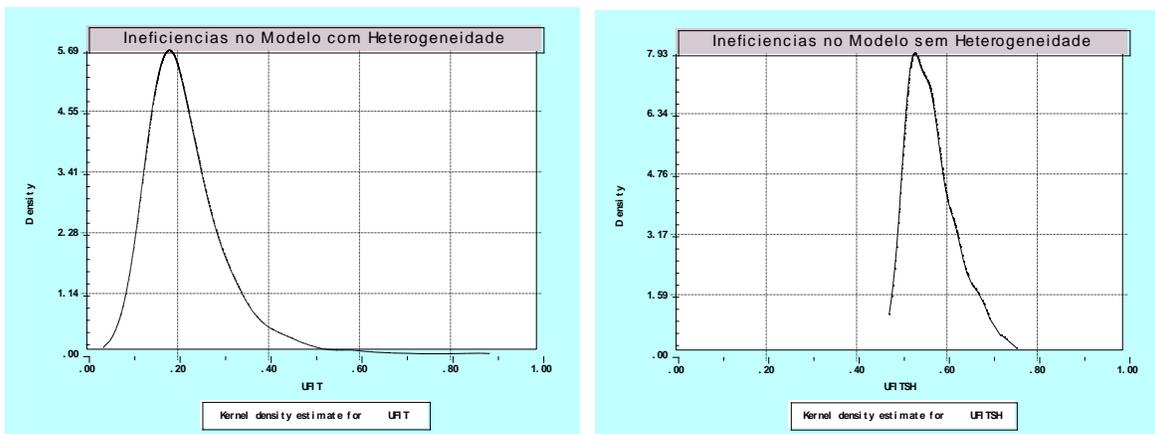


Gráfico 3: Comparação entre as ineficiências do modelo TRE com heterogeneidade presente no termo de intercepto e Pitt & Lee (1981) por meio de suas distribuições

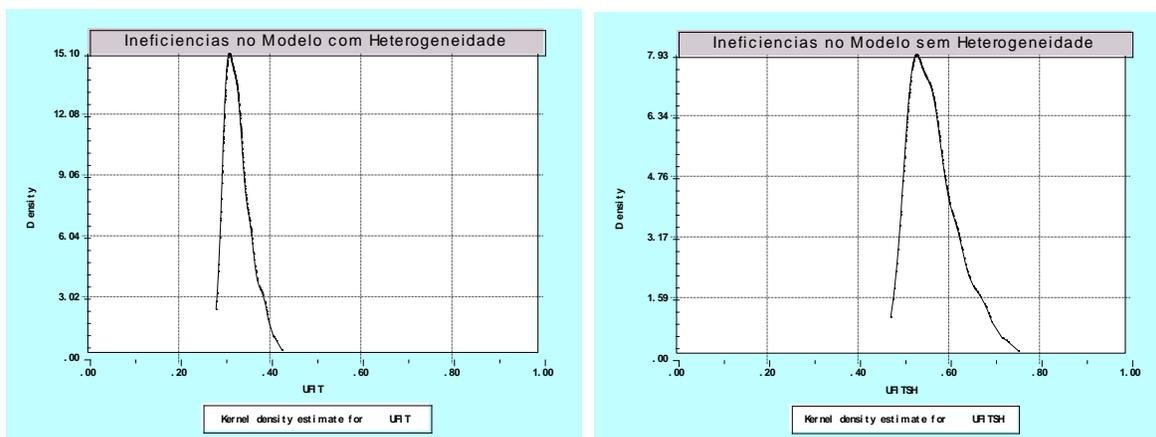


Gráfico 4: Comparação entre as ineficiências do modelo TRE com heterogeneidade presente na variância da distribuição de ineficiência e Pitt & Lee (1981) por meio de suas distribuições

Para efeitos de comparação, os gráficos de seus correspondentes no modelo com heterogeneidade estão apresentados ao lado, de forma a facilitar a observação das características próprias em cada caso. Percebe-se que as estimações para ambos os modelos, com e sem heterogeneidade, para as duas variações consideradas não destoam consideravelmente entre si, seja pela relevância estatística das estimações, seja pelo sinal e valor das variáveis da equação. Isso significa que a exposição da heterogeneidade presente na amostra nas regressões não afeta sobremaneira as estimações dos coeficientes, o que já era esperado, visto que o impacto dessa nova metodologia se concentra nas estimativas das ineficiências.

Pela análise dos gráficos, verifica-se que as distribuições referentes ao modelo com heterogeneidade estão deslocadas para esquerda comparativamente às estimações de Pitt & Lee (1981), o que é ressaltado pela posição de cada uma das médias distributivas. Esse resultado condiz com aquele previsto pela teoria, pois a inclusão de um termo representativo da heterogeneidade capta parte dos efeitos que antes eram alocados como ineficiência. Mesmo assim, esperava-se um desvio padrão menor para o modelo TRE, já que parte da dispersão da ineficiência seria explicada pela heterogeneidade das firmas, o que não é consentido pela análise do primeiro conjunto de gráficos.

Para finalizar o trabalho, calcularam-se os coeficientes de correlação para os termos de ineficiência e os *rankings* dos setores obtidos em cada um dos modelos considerados

nessa seção. Tais valores foram 22% e -0,000008% respectivamente, o que reflete a importância de se considerar a heterogeneidade inerente a cada setor para a presente análise. Além de ambos os valores serem extremamente baixos, indicando que os resultados obtidos nos dois modelos guardam pouca similaridade entre si, a segunda correlação é negativa, de forma que, para dado setor, quanto maior sua posição no *ranking* de ineficiência em um modelo, menor será sua posição no outro. Mesmo assim, dada a grandeza do número em questão, seria mais correto afirmar que praticamente não há correlação entre as posições de ineficiência entre os dois modelos. Vale lembrar também, que a correlação para os termos de u_{it} é relativamente maior, vistas as semelhanças nas propriedades de distribuição do termo de erro em ambos os modelos.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente dissertação teve por intuito analisar a aplicação da Fronteira Estocástica de Produção para a produção industrial brasileira sob o prisma de dados em painel com heterogeneidade. Essa nova metodologia traz à tona um problema até então desconsiderado nos estudos sobre o tema, mas de essencial importância para análise: diferentes produtores possuem características específicas referentes aos setores nos quais atuam, de forma que a função de produção se altera caso a caso. Essa restrição se torna mais evidente na base de dados utilizada nesse estudo: como cada observação se refere a um setor da atividade industrial, e não a uma firma dentro de um setor, como geralmente ocorre, é bastante provável que haja diferenças bastante explícitas na função de produção, uma vez que a base de dados engloba processos produtivos e ambientes institucionais muito diversificados e díspares.

Com isso em mente, foram desenvolvidas duas formas alternativas para incorporar a heterogeneidade na função de produção, a partir de seus modelos correspondentes em dados de painel. No primeiro caso, o modelo de *true fixed effects* foi originado ao se somar uma variável *dummy* de setor ao modelo de Schmidt & Sickles (1984), bastante recorrente na literatura. Nesse caso, o efeito fixo deixa de ser a ineficiência, que agora está indexada nas dimensões i e t , e passa a ser o coeficiente de intercepto, que irá representar a heterogeneidade no modelo. O problema dos parâmetros incidentais, relacionado com essa metodologia de análise, é minimizado por uma série de argumentos e experimentos de Monte Carlo, realizado por Greene (2002b), que sugeriu o novo modelo. A estimação pode ser feita por meio da Estimação por Dois Passos ou a Maximização Direta, porém a metodologia foi pouco aplicada, até a presente data, na literatura econométrica.

O segundo caso se trata do *true random effects*, em que um novo efeito aleatório é incorporado ao modelo previamente concebido de Pitt & Lee (1981) com o intuito de gerar uma variável que representa a heterogeneidade dos setores. Como no outro caso, o termo de ineficiência deixa de ser indexado apenas por i , e passa a captar a dispersão a partir da fronteira para todos os setores em todos os períodos de tempo. Computa-se tal modelo por meio dos estimadores de Máxima Verossimilhança Simulada, que podem ser aperfeiçoados por sequências de Halton. Apesar de, em ambos os casos, a variável heterogeneidade ser

incorporada no coeficiente de intercepto, é possível defini-la em outras partes da equação, como na média ou na variância da distribuição da ineficiência.

Tendo-se apresentada a metodologia de estimação, partiu-se para definição da forma funcional e das variáveis que iriam integrar o modelo. Optou-se por adotar uma *translog* para representar a função de produção, visto que ela é bastante flexível e não impõe restrição alguma sobre a elasticidade de substituição dos fatores. As variáveis escolhidas foram: receita bruta total para representar o produto, pessoal ocupado diretamente ligado à produção para representar o trabalho e mensuração por método do inventário perpétuo para representar o capital. As variáveis de controle consideradas foram: renda média do pessoal ocupado como *proxy* de tecnologia, receita bruta da venda de produtos e bens industriais como *proxy* de tamanho do setor e compras de matérias primas, materiais auxiliares e componentes para representar a dependência do setor com o restante da economia. Para heterogeneidade, as variáveis definidas foram: despesas com pagamentos de *royalties* e assistência técnica, grau de terceirização, percentual de impostos, taxas e deduções sobre a receita bruta total, percentual da receita oriunda da atividade principal, números de firmas presentes no setor e índice de concentração *HHI*.

As estimativas, realizadas segundo o modelo aleatório aperfeiçoado pela sequência de Halton com heterogeneidade presentes no termo de intercepto e na média da distribuição da eficiência, se mostraram significativas e com sinais corretos para a grande maioria das variáveis consideradas em todos os modelos. A exceção se faz para os termos cruzados dos fatores de produção e dos termos temporais, que mostraram sinais inversos ao esperado, mas equivalentes àqueles encontrados na literatura. Por fim, a inclusão de um termo designado especificamente para representar a heterogeneidade nas equações alterou substancialmente os valores encontrados para a ineficiência, e esses se mostraram menores no modelo TRE comparativamente ao modelo Pitt & Lee (1981).

Como o trabalho se mostrou inédito em algumas de suas considerações, é impossível recorrer a comparações de seus similares na literatura econômica. Porém, como o tema foi desenvolvido muito recentemente, é possível incorporar algumas extensões e modificações em sua análise, a fim de se ampliar e detalhar o estudo do tema. Uma extensão natural ao que foi apresentado aqui, seria incorporar variáveis aleatórias em outros níveis da equação, a fim de se ter a completa especificação da função de produção. Essa

metodologia de análise já se encontra fundamentada na literatura econômica, sob o nome de classe de modelos hierárquicos, e também utiliza estimação por Máxima Verossimilhança Simulada. Outra extensão interessante, possível de se fazer no modelo, é a estimação das ineficiências alocativas dos setores, ademais das ineficiências técnicas apresentadas nesse estudo. Para tanto, se faz necessário apenas obter os preços do insumo capital a partir das informações disponibilizadas, visto que os salários já são uma das variáveis incluídas na pesquisa.

8 APÊNDICE

8.1 APÊNDICE MATEMÁTICO

8.1.1 EQUAÇÕES REFERENTES AO MÉTODO DE MAXIMIZAÇÃO DIRETA PARA O MODELO TFE

A Maximização Direta é uma aplicação particular do método de iteração de Newton, com o uso de partições de inversas de matrizes. Essa abordagem propõe maximizar o logaritmo da função de verossimilhança não-condicionada da fronteira estocástica em questão com relação ao vetor $\boldsymbol{\gamma} = (\boldsymbol{\beta}', \lambda, \sigma)'$ a partir de l iterações. Sejam os gradientes da função do logaritmo da verossimilhança dados por:

$$\mathbf{g}_{\boldsymbol{\gamma}} = \frac{\partial \ln L}{\partial \boldsymbol{\gamma}} = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \frac{\partial \ln g(y_{it}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{x}_{it}, \alpha_i)}{\partial \boldsymbol{\gamma}}$$

$$g_{\alpha_i} = \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha_i} = \sum_{t=1}^T \frac{\partial \ln g(y_{it}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{x}_{it}, \alpha_i)}{\partial \alpha_i}$$

$$\mathbf{g}_{\alpha} = (g_{\alpha_1}, g_{\alpha_2}, \dots, g_{\alpha_N})'$$

$$\mathbf{g} = (\mathbf{g}_{\alpha}, \mathbf{g}_{\boldsymbol{\gamma}})'$$

E seja o Hessiano completo $(K_{\boldsymbol{\gamma}} + N) \times (K_{\boldsymbol{\gamma}} + N)$ dado por

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma}} & \mathbf{h}_{\boldsymbol{\gamma}1} & \mathbf{h}_{\boldsymbol{\gamma}2} & \dots & \mathbf{h}_{\boldsymbol{\gamma}N} \\ \mathbf{h}_{\boldsymbol{\gamma}1}' & h_{11} & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{h}_{\boldsymbol{\gamma}2}' & 0 & h_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{h}_{\boldsymbol{\gamma}N}' & 0 & 0 & 0 & h_{NN} \end{bmatrix}$$

em que

$$\mathbf{H}_{\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma}} = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \frac{\partial^2 \ln g(y_{it}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{x}_{it}, \alpha_i)}{\partial \boldsymbol{\gamma} \partial \boldsymbol{\gamma}'}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{h}_{\gamma i} &= \sum_{t=1}^T \frac{\partial^2 \ln g(y_{it}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{x}_{it}, \alpha_i)}{\partial \boldsymbol{\gamma} \partial \alpha_i} \\
h_{ii} &= \sum_{t=1}^T \frac{\partial^2 \ln g(y_{it}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{x}_{it}, \alpha_i)}{\partial \alpha_i^2} \\
\mathbf{H}_{\alpha\alpha} &= \begin{bmatrix} h_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & h_{NN} \end{bmatrix} \\
\mathbf{H}_{\gamma\alpha} &= [\mathbf{h}_{\gamma 1} \mathbf{h}_{\gamma 2} \dots \mathbf{h}_{\gamma N}] \\
\mathbf{H}_{\alpha\gamma} &= \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{\gamma 1}' \\ \mathbf{h}_{\gamma 2}' \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{\gamma N}' \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Tendo-se em mãos esses elementos, pode-se replicar a l -ésima iteração do Método de Newton como:

$$\begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{\gamma}} \\ \hat{\boldsymbol{\alpha}} \end{pmatrix}_l = \begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{\gamma}} \\ \hat{\boldsymbol{\alpha}} \end{pmatrix}_{l-1} - \mathbf{H}_{l-1}^{-1} \mathbf{g}_{l-1} = \begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{\gamma}} \\ \hat{\boldsymbol{\alpha}} \end{pmatrix}_{l-1} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Delta}_{\boldsymbol{\gamma}} \\ \boldsymbol{\Delta}_{\boldsymbol{\alpha}} \end{pmatrix}$$

em que o subscrito l indica os valores atualizados resultantes da l -ésima iteração e o subscrito $l-1$ o valor computado das $l-1$ iterações anteriores. Seja $\mathbf{H}^{\gamma\gamma}$ a submatriz ($K_{\boldsymbol{\gamma}} \times K_{\boldsymbol{\gamma}}$) da parte superior esquerda da matriz \mathbf{H}^{-1} , $\mathbf{H}^{\alpha\alpha}$ a submatriz ($N \times N$) da parte inferior direita da matriz \mathbf{H}^{-1} e $\mathbf{H}^{\gamma\alpha}$ a submatriz ($K_{\boldsymbol{\gamma}} \times N$) da parte superior direita da matriz \mathbf{H}^{-1} . Utilizando-se da fórmula da inversa parcionada, tem-se:

$$\mathbf{H}^{\gamma\gamma} = [\mathbf{H}_{\gamma\gamma} - \mathbf{H}_{\gamma\alpha} \mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1} \mathbf{H}_{\alpha\gamma}]^{-1}$$

Como $\mathbf{H}_{\alpha\alpha}$ é diagonal, então $\mathbf{H}^{\gamma\gamma}$ pode ser expressa por somatórios de vetores e matrizes de ordem $K_{\boldsymbol{\gamma}}$, como a seguir:

$$\mathbf{H}^{\gamma\gamma} = \left[\mathbf{H}_{\gamma\gamma} - \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{h_{ii}} \right) \mathbf{h}_{\gamma i} \mathbf{h}_{\gamma i}' \right]^{-1}$$

Também pela fórmula da matriz inversa parcionada, obtém-se a matriz $\mathbf{H}^{\gamma\alpha}$ como

$$\mathbf{H}^{\gamma\alpha} = -\mathbf{H}^{\gamma\gamma} \mathbf{H}_{\gamma\alpha} \mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1}$$

Isolando $\hat{\boldsymbol{\gamma}}$ na l -ésima iteração do Método de Newton, tem-se:

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_l = \hat{\boldsymbol{\gamma}}_{l-1} + \boldsymbol{\Delta}_{\boldsymbol{\gamma}} = \hat{\boldsymbol{\gamma}}_{l-1} - [\mathbf{H}^{\gamma\gamma} \mathbf{g}_{\boldsymbol{\gamma}} + \mathbf{H}^{\gamma\alpha} \mathbf{g}_{\boldsymbol{\alpha}}]_{l-1}$$

$$\hat{\gamma}_l = \hat{\gamma}_{l-1} - \mathbf{H}_{l-1}^{\gamma\gamma} [\mathbf{g}_\gamma + \mathbf{H}^{\gamma\alpha} \mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1} \mathbf{g}_\alpha]_{l-1}$$

$$\hat{\gamma}_l = - \left[\mathbf{H}_{\gamma\gamma} - \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{h_{ii}} \right) \mathbf{h}_{\gamma i} \mathbf{h}_{\gamma i}' \right]_{l-1}^{-1} \left(\mathbf{g}_\gamma - \sum_{i=1}^N \frac{g_{\alpha i}}{h_{ii}} \mathbf{h}_{\gamma i} \right)_{l-1}$$

Da mesma forma, isolando $\hat{\alpha}$:

$$\hat{\alpha}_l = \hat{\alpha}_{l-1} + \Lambda_\alpha = \hat{\alpha}_{l-1} - [\mathbf{H}^{\alpha\alpha} \mathbf{g}_\alpha + \mathbf{H}^{\alpha\gamma} \mathbf{g}_\gamma]_{l-1}$$

Novamente pela fórmula da matriz inversa parcionada

$$\mathbf{H}^{\alpha\alpha} = \mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1} (\mathbf{I} + \mathbf{H}_{\alpha\gamma} \mathbf{H}^{\gamma\gamma} \mathbf{H}_{\gamma\alpha} \mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1})$$

$$\mathbf{H}^{\alpha\gamma} = -\mathbf{H}^{\alpha\alpha} \mathbf{H}_{\alpha\gamma} \mathbf{H}_{\gamma\gamma}^{-1} = -\mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1} \mathbf{H}_{\alpha\gamma} \mathbf{H}^{\gamma\gamma}$$

e, portanto,

$$\Lambda_\alpha = -[\mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1} (\mathbf{I} + \mathbf{H}_{\alpha\gamma} \mathbf{H}^{\gamma\gamma} \mathbf{H}_{\gamma\alpha} \mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1}) \mathbf{g}_\alpha + \mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1} (\mathbf{I} + \mathbf{H}_{\alpha\gamma} \mathbf{H}^{\gamma\gamma} \mathbf{H}_{\gamma\alpha} \mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1}) \mathbf{H}_{\alpha\gamma} \mathbf{H}_{\gamma\gamma}^{-1}]_{l-1}$$

$$\Lambda_\alpha = -[\mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1} (\mathbf{g}_\alpha + \mathbf{H}_{\alpha\gamma} \Delta_\gamma)]_{l-1}$$

Tendo em vista que $\mathbf{H}_{\alpha\alpha}$ é diagonal, tem-se que

$$\Delta_{\alpha i} = -\frac{1}{h_{ii,l-1}} (g_{\alpha i,l-1} + \mathbf{h}'_{\gamma i,l-1} \Delta_\gamma)$$

e,

$$\hat{\alpha}_{il} = \hat{\alpha}_{il-1} + \Lambda_{\alpha i} = \hat{\alpha}_{il-1} - \frac{1}{h_{ii,l-1}} (g_{\alpha i,l-1} + \mathbf{h}'_{\gamma i,l-1} \Delta_\gamma)$$

Por fim, o estimador da matriz de covariância assintótica para o estimador ML de $\boldsymbol{\gamma}$ é dado por $-\mathbf{H}^{\gamma\gamma}$

$$-\mathbf{H}^{\gamma\gamma} = - \left[\mathbf{H}_{\gamma\gamma} - \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{h_{ii}} \right) \mathbf{h}_{\gamma i} \mathbf{h}_{\gamma i}' \right]^{-1}$$

Por outro lado, a matriz de covariância assintótica de \mathbf{a} é dado por

$$-(\mathbf{H}_{\alpha\alpha} - \mathbf{H}_{\alpha\gamma} \mathbf{H}_{\gamma\gamma}^{-1} \mathbf{H}_{\gamma\alpha}) = -\mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1} - \mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1} \mathbf{H}_{\alpha\gamma} (\mathbf{H}_{\gamma\gamma}^{-1} - \mathbf{H}_{\gamma\alpha} \mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1} \mathbf{H}_{\alpha\gamma})^{-1} \mathbf{H}_{\gamma\alpha} \mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1}$$

cujos termos individuais são:

$$\text{Asy. Cov}[a_i, a_j] = -1(i=j) \frac{1}{h_{ii}} - \frac{1}{h_{ii}} \frac{1}{h_{jj}} \mathbf{h}_{\gamma i}' \left[\mathbf{H}_{\gamma\gamma}^{-1} - \sum_{i=1}^N \frac{1}{h_{ii}} \mathbf{h}_{\gamma i} \mathbf{h}_{\gamma i}' \right]^{-1} \mathbf{h}_{\gamma j}$$

$$Asy. Cov[a_i, a_j] = \frac{-1(i=j)}{h_{ii}} - \left(\frac{\mathbf{h}_{\gamma i}}{h_{ii}} \right)' \mathbf{H}_{\gamma\gamma} \left(\frac{\mathbf{h}_{\gamma j}}{h_{jj}} \right)$$

enquanto que,

$$Asy. Cov[\mathbf{e}, \mathbf{a}'] = Asy. Var[\mathbf{e}] \mathbf{H}_{\gamma\alpha} \mathbf{H}_{\alpha\alpha}^{-1}$$

$$Asy. Cov[\mathbf{e}, a_i] = Asy. Var[\mathbf{e}] \left(\frac{\mathbf{h}_{\gamma i}}{h_{ii}} \right)$$

8.1.2 EQUAÇÕES REFERENTES À ESTIMAÇÃO DO MODELO PITT & LEE (1981) POR ML

Dadas as hipóteses: $u_i = |U_i|$, $U_i \sim iid N[0, \sigma_u^2]$; $v_{it} \sim iid N[0, \sigma_v^2]$; v_{it} e u_i se distribuem independentemente entre si, e dos regressores, então o modelo Pitt & Lee (1981) pode ser estimado por ML. Como as distribuições de u_i e v_{it} estão explicitadas, podem-se tomar suas respectivas funções densidade de probabilidade para cada produtor:

$$f(u) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_u} \exp \left\{ -\frac{u^2}{2\sigma_u^2} \right\}$$

$$f(\mathbf{v}) = \frac{2}{(2\pi)^{(T/2)}\sigma_v^T} \exp \left\{ \frac{-\mathbf{v}'\mathbf{v}}{2\sigma_v^2} \right\}$$

em que $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_T)'$. Dada hipótese de independência, a função de densidade conjunta de u e \mathbf{v} será:

$$f(u, \mathbf{v}) = \frac{2}{(2\pi)^{(T+1/2)}\sigma_u\sigma_v^T} \exp \left\{ -\frac{\mathbf{v}'\mathbf{v}}{2\sigma_v^2} - \frac{u^2}{2\sigma_u^2} \right\}$$

Sendo $\boldsymbol{\varepsilon} = (v_1 - u, v_2 - u, \dots, v_T - u)'$, então a função de densidade conjunta de u e $\boldsymbol{\varepsilon}$, será

$$f(u, \boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{2}{(2\pi)^{(T+1/2)}\sigma_u\sigma_v^T} \exp \left\{ -\frac{(u - \mu_*)}{2\sigma_*^2} - \frac{\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}}{2\sigma_v^2} + \frac{\mu_*^2}{2\sigma_*^2} \right\}$$

em que,

$$\mu_* = -\frac{T\sigma\bar{\varepsilon}}{\sigma_v^2 + T\sigma_u^2}$$

$$\sigma_*^2 = -\frac{\sigma_u^2\sigma_v^2}{\sigma_v^2 + T\sigma_u^2}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{T} \sum_t \varepsilon_{it}$$

Conseqüentemente, a função de densidade marginal $\boldsymbol{\varepsilon}$, será

$$f(\boldsymbol{\varepsilon}) = \int_0^\infty f(u, \boldsymbol{\varepsilon}) du = \frac{2[1 - \Phi(-\mu_*/\sigma_*)]}{2\pi^{T/2}\sigma_v^{T-1}(\sigma_v^2 + T\sigma_u^2)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}}{2\sigma_v^2} + \frac{\mu_*^2}{2\sigma_*^2}\right\}$$

Assim, o logaritmo da função de verossimilhança para a amostra com N firmas, cada uma observada por T períodos, será

$$\begin{aligned} \ln L = C - \frac{N(T-1)}{2} \ln \sigma_v^2 - \frac{N}{2} \ln(\sigma_v^2 + T\sigma_u^2) + \sum_i \ln \left[1 - \Phi\left(-\frac{\mu_{*i}}{\sigma_*}\right) \right] - \frac{\sum_i \boldsymbol{\varepsilon}_i' \boldsymbol{\varepsilon}_i}{2\sigma_v^2} \\ + \frac{1}{2} \sum_i \left(\frac{\mu_{*i}}{\sigma_*}\right)^2 \end{aligned}$$

da qual C é uma constante. A função acima poderá ser maximizada com relação aos parâmetros, de forma a se obter as estimativas de ML α , $\boldsymbol{\beta}$, σ_v^2 e σ_u^2 . Para se obter as estimativas das ineficiências, basta utilizar a metodologia de Jondrow et al. (1982):

$$\hat{u}_i = E[u_i | \varepsilon_{it}] = \frac{\sigma\lambda}{1 + \lambda^2} \left[\frac{\phi(\omega_{it})}{1 - \Phi(\omega_{it})} - \omega_{it} \right]$$

em que, $\sigma = [\sigma_v^2 + \sigma_u^2]^{1/2}$, $\lambda = \sigma_u/\sigma_v$ e $\omega_{it} = \varepsilon_{it}\lambda/\sigma$.

8.2 TABELAS

Nome	Sigla	Tipo	Descrição
Receita Bruta Total	RBT	Produto	Receita total auferida pelo setor sem exclusão de impostos
Valor Bruto da Produção Industrial Corrigido	<i>VPBIC</i>	Produto	Soma das receitas brutas, variações de estoques e incorporação de produção no ativo imobilizado do setor
Valor de Transformação Industrial Corrigido	<i>VTIC</i>	Produto	Dedução dos custos operacionais industriais da variável Valor Bruto Da Produção Industrial Corrigido
Pessoal Ocupado Ligado à Produção Industrial	POLPI	Trabalho	Número de pessoas ocupadas na produção e atividades auxiliares da indústria
Salários, Retiradas e Outras Remunerações Totais	<i>SRRT</i>	Trabalho	Soma de salários, retiradas de proprietários e outras remunerações com previdência social e imposto de renda
Gasto de Pessoal	<i>GP</i>	Trabalho	Acréscimo de encargos trabalhistas, indenizações e benefícios à variável Salários, Retiradas e Outras Remunerações Totais
Método do Inventário Perpétuo	MIP	Capital	Acumulação de capital pela indústria, utilizando-se a fórmula de Young (1995) para o estoque inicial
Aquisições de Ativos Tangíveis	<i>AAT</i>	Capital	Recursos aplicados no ano em bens de permanência duradoura
Compra de Energia Elétrica Utilizada na Produção	<i>CEEP</i>	Capital	Valor despendido com energia elétrica adquirida pela indústria
Consumo de Combustíveis Utilizado para Acionar Maquinarias e para Aquecimento	<i>CAAM</i>	Capital	Consumo de óleo combustível, óleo diesel, querosene, gasolina, etc. usados para acionar a maquinaria ou para aquecimento
Renda Média do Pessoal Direta e Indiretamente Ligado à Produção	SM	Controle	Divisão da variável Salários, Retiradas e Outras Remunerações pelo pessoal ocupado total da indústria
Matérias Primas, Materiais Auxiliares e Componentes	MP	Controle	Despesa com a compra de matérias primas, materiais auxiliares e componentes
Receita Bruta de Venda de Produtos Industriais	<i>RVPI</i>	Controle	Receita bruta oriunda da venda dos produtos industriais pelo setor
Royalties e Assistência Técnica	R	Heterogeneidade	Despesa decorrentes da utilização e assistência técnica de marcas de terceiros
Índice de Concentração Herfindhal-Hershiman	HHI	Heterogeneidade	Índice de concentração de cada setor a partir do percentual de firmas e trabalhadores por faixa de pessoal ocupado
Grau de Terceirização	GT	Heterogeneidade	Divisão de serviços industriais prestados por terceiros pela variável Receita Bruta Total
Percentual de Impostos, Taxas e Deduções sobre a Receita Bruta Total	PITD	Heterogeneidade	Divisão de impostos, taxas e deduções pagas pela firma pela variável Receita Bruta Total
Percentual de Receita Provinda da Atividade Principal	PROAP	Heterogeneidade	Divisão da receita de produtos e serviços industriais pela variável Receita Bruta Total
Número de Firmas	<i>NF</i>	Heterogeneidade	Número de firmas presente em cada setor
<i>Obs.: As variáveis em negrito são aquelas efetivamente utilizadas nas estimações finais. As demais foram mencionadas no texto, mas não incorporadas nas regressões definitivas</i>			

Tabela 5: Apresentação e descrição das variáveis consideradas.

BIBLIOGRAFIA

- AFRIAT, S. F. Efficiency Estimation of Production Functions. **International Economic Review**, v.13, n.3, p.568-598, 1972
- AIGNER D. J.; CHU, S. F. On Estimating the Industry Production Function. **American Economic Review**, v.58, n.4, p.826-839, 1968
- AIGNER, D. J.; AMEMIYA, T.; POIRIER, On the Estimation of Production Frontiers: Maximum Likelihood Estimation of the Parameters of a Discontinuous Density Function. **International Economic Review**, v.17, n.2, p.377-396, 1976
- AIGNER, D. J.; LOVELL C. A. K.; SCHMIDT P. Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models. **Journal of Econometrics**, v.6, n.1, p.21-37, 1977
- ALBUQUERQUE, E. M. Análise da Performance Produtiva e Tecnológica dos Clusters Industriais na Economia Brasileira. Relatório Final, pesquisa integrante do Projeto BRA 97/103, Contrato nº 1999/005596, Brasília, 2000
- BAIN, J. Relation of Profit Rate to Concentration: American Manufacturing, 1936-1940. **Quarterly Journal of Economics**, v.36, n.3, p.293-324, 1951
- BATTESE, G. E., COELLI, T. J. A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data. **Empirical Economics**, v.20, p.325-332, 1995
- BATTESE, G. E., COELLI, T. J. Frontier Production Functions Technical Efficiency and Panel Data: With Application to Paddy Farmers in India. **Journal of Productivity Analysis**, v.3, n.1/2, p.153-169, 1992
- BATTESE, G.E.; RAO, D. S. P.; O'Donnell, C. J. A Metafrontier Production Function for Estimation of Technical Efficiencies and Technology Gaps for Firms Operating Under Different Technologies. **Journal of Productivity Analysis**, v.21, p.91-103, 2004
- BRAGA, H.; ROSSI, J. W. Mensuração da Eficiência Técnica na Indústria Brasileira: 1980. **Revista Brasileira de Economia**, v.40, n.1, p.89-116, 1986
- COELLI, T. J. A Guide to DEAP Version 2.1: a data envelopment analysis (Computer Program). Armindale: University of New England (CEPA Working Papers; n.8), 1996

CONRWELL, C. P.; SCHIMIDT, C. P.; SICKLES, R. C. Production Frontiers with Cross-Section and Time-Series Variation in Efficiency Levels. **Journal of Econometrics**, v.46, n.1/2, p.185-200, 1990

DEBREU, G. The Coefficient of Resource Utilization. **Econometrica**, v.19, n.3, p.273-292, 1951

DEMZETZ, H. Industry Structure, Market Rivalry and Public Policy. **Journal of Law and Economics**, v.16, n.1, p.1-9, 1973

DUARTE, J. Especializações Industriais na Economia Brasileira: uma Análise de Desempenho Setorial. Ipea. Texto de Discussão n. 961, 2003

DUARTE, J.; MACEDO, P. Fronteira Tecnológica e Eficiência Técnica na Indústria Brasileira: Desempenho e Tendências no Período 1986-1995. **Encontro Nacional de Economia**, v.29, 2001

FARE, R.; LOVELL, C. A. K. Measuring the Technical Efficiency of Production. **Journal of Economic Theory**, v.19, p.150-162, 1978

FARREL, M. J. The Measurement of Productive Efficiency. **Journal of the Royal Statistical Society**, Series A, General, 120, Part 3, p.253-281, 1957

FARSI, M.; FILIPPINI, M. An Analysis of Cost Efficiency in Swiss Multi-Utilities. **Energy Economics**, v.31, p.306-315, 2009

FARSI, M.; FILIPPINI, M.; GREENE, W. H. Efficiency Measurement in Network Industries: Application to the Swiss Railway Companies. **Journal of Regulatory Economics**, v.28, n.1, p.65-86, 2005

FARSI, M.; FILIPPINI, M.; KUENZLE, M. Cost Efficiency in Regional Bus Companies: An Application of New Stochastic Frontier Models. **Journal of Transport Economics and Policy**, v.40, n.1, p. 95-1188, 2006b

FARSI, M.; FILIPPINI, M.; KUENZLE, M. Cost Efficiency in the Swiss Gas Distribution Sector. **Energy Economics**, v.29, p. 64-78, 2007

FERREIRA, D. P. Eficiência da Indústria Brasileira: Uma Abordagem de Fronteira Estocástica de Produção em Dados de Painel. Trabalho de Conclusão de Curso, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006

FERREIRA, P. C.; MALLIAGROS, T. G. Impactos Produtivos da Infra-Estrutura no Brasil: 1950-1995. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v.2 p.315-338, 1998

- GREENE, W. H. Alternative Panel Data Estimators for Stochastic Frontier Models. www.stern.nyu.edu/~wgreene/panelfrontiers.doc, 2002b
- GREENE, W. H. Distinguishing Between Heterogeneity and Inefficiency: Stochastic Frontier Analysis of the World Health Organization's Panel Data on National Care System. **Health Economics**, v.13, p.959-980, 2004a
- GREENE, W. H. Interpreting Estimated Parameters and Measuring Individual Heterogeneity in Random Coefficients Models. Working Paper, Department of Economics, Stern School of Business, New York University, 2004b
- GREENE, W. H. Fixed and Random Effects in Stochastic Frontier Models. **Journal of Productivity Analysis**, v.23, n.1, p.7-32, 2005b
- GREENE, W. H. Maximum Likelihood Estimation of Econometric Frontier Functions. **Journal of Econometrics**, v.13, n.1, p.27-56, 1980a
- GREENE, W. H. On the Estimation of a Flexible Frontier Production Model. **Journal of Econometrics**, v.13, n.1, p.101-105, 1980b
- GREENE, W. H. Reconsidering Heterogeneity and Inefficiency: Alternative Estimators for Stochastic Models. **Journal of Econometrics**, 2004
- GREENE, W. H. Reconsidering Heterogeneity in Panel Data of the Stochastic Frontier Model. **Journal of Econometrics**, v.126, n.2, p.269-303, 2005a
- GREENE, W. H. The Behavior of the Fixed Effects Estimator in Nonlinear Models. Working Paper, Department of Economics, Stern School of Business, New York University, 2002a
- GUAN, Z.; KUMBHAKAR, S. C.; MYERS, R. J.; LANSINK, A. O. Measuring Excess Capital Capacity in Agricultural Production. **American Journal of Agricultural Economics**, v.91, n.3, p.765-776, 2009
- HASAN, I.; KOETTER, M.; WEDOW, M. Regional Growth and Finance: Is There a Quality Effect of Bank Efficiency? **Journal of Banking and Finance**, v.33, p.1446-1453, 2009
- HECKMAN, J.; MACCURDY, T. A Life Cycle Model of Female Labor Supply. **Review of Economic Studies**, v. 47, p. 247-283, 1981
- HICKS, J. R. The Theory of Monopoly: A Survey. **Econometrica**, v.3, n.1, p.1-20, 1955
- HUANG, C. J.; LIU, J. T. Estimation of a Non-Neutral Stochastic Frontier Production Function. **Journal of Productivity Analysis**, v.5, n.2, p.171-180, 1994

HULTEN, C. Total Factor Productivity: a Short Biography. NBER, Working Paper n. 7471, 2000

HYNNINEN, S-M. Matching in Local Labor Markets: A Stochastic Frontier Approach. **Journal of Productivity Analysis**, v.31, p.15-26, 2009

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Pesquisa Industrial 2004, Vol.23**. Rio de Janeiro, 2004

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Pesquisa Industrial Anual – Empresa, Vol.26**. Séries de Relatórios Metodológicos. Rio de Janeiro, 2004

JOHNES, G.; JOHNES, J. Higher Education Institutions' Costs and Efficiency: Taking the Decomposition a Further Step. **Journal of Education Review**, v.28, p.107-113, 2009

JONDROW, J. C.; LOVELL. A. C.; MATEROV, I. S.; SCHMIDT P. On the Estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model. **Journal of Econometrics**, v.19, n.2/3, p233-238, 1982

KALIJARAN, K. P. An Econometrics Analysis of Yield Variability in Paddy Production. **Canadian Journal of Agricultural Economics**, v.29, p.233-238, 1981

KALIJARAN, K. P.; OBWANA, M. B. A Measurement of Firm- And Input- Specific Technical and Allocative Efficiencies. **Applied Economic**, v.26, p.393-398, 1994b

KOOP, R. J.; DIEWERT, W. E. The Decomposition of Frontier Cost Function Deviations into Measures of Technical and Allocative Efficiency. **Journal of Econometrics**, v.19, n.2/3, p.319-331, 1982

KOOPMANS, T. C. An Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities. **Activity Analysis of Production and Allocation**, Cowles Commission for Research in Economics, Monografia n.13, 1951

KOPSAKANGAS-SAVOLAINEN, M.; SVENTO, R. Estimation of Cost-Effectiveness of the Finish Electricity Distribution Utilities. **Energy Economics**, v.30, p.212-229, 2007

KUMBHAKAR, J.; HJALMARSSON, L. Technical Efficiency and Technical Progress in Swedish Dairy Farms. Em H. O. Fried, C. A. K. Lovell e S. S. Schmidt, eds. *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*. New York: Oxford University Press, 1993

KUMBHAKAR, S. C. Production Frontiers, Panel Data, and Time-Varying Technical Inefficiency. **Journal of Econometrics**, v.46, n.1/2, p.201-212, 1990

KUMBHAKAR, S. C.; HJALMARSSON, L. Estimation of Technical Inefficiency in Panel Data Models with Firm- And Time- Specific Effects. **Journal of Applied Econometrics**, v.10, p.33-47, 1995

KUMBHAKAR, S. C; GOSH, S.; MCGUCKIN, J. T. A Generalized Production Frontier Approach for Estimating Determinants of Inefficiency in US Dairy Farms: An Application of Rotating Panel Data: 1976-1988. **Journal of Business and Economic Statistics**, v.9, n.3, p.279-286, 1991

KUMBHAKAR, Subal C.; LOVELL, C. A. Knox. **Stochastic Frontier Analysis**. Cambridge: Cambridge University Press, 2000

LEE, L. F. A Test for Distributional Assumptions for the Stochastic Frontier Functions. **Journal of Econometrics**, v.22, n.3, p.245-267, 1983

LEE, Y. H.; SCHMIDT, P. A Production Frontier Model with Flexible Temporal Variation in Technical Inefficiency. Em H. O. Fried, C. A. K. Lovell, e S. S. Schmidt, eds. *The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications*. New York: Oxford University Press, 1993

LIMA, M. A.; MENDONÇA, E. Estrutura de Mercado e Desempenho na Indústria de Transformação Brasileira: Uma Análise Utilizando Medidas Diretas de Eficiência. <http://www.ie.ufrj.br/datacenterie/pdfs/seminarios/pesquisa/texto2804.pdf>, 2009

MAUDOS, J. Market Structure and Performance in European Banking. **Applied Economics**, v.8, p.191-200, 1998

MELLO, E. P. G. Produtividade Total dos Fatores, Mudança Técnica, Eficiência Técnica e Eficiência de Escala na Indústria Brasileira, 1996-2000. Dissertação de Mestrado, Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional, Faculdade de Ciência Econômica, Universidade Federal de Minas Gerais, 2007

MENDONÇA, E.; OLIVEIRA, A.; POITRE, A.; MENDONÇA, R. Os Contratos de Licenciamento e a Eficiência Técnica dos Setores Industriais Brasileiros: Uma Análise à Luz do Método de Fronteira Estocástica e da Análise Envoltória (DEA). **Revista Economia**, v.7, n.3, p.531-560, 2006

MEUSSEN, W.; VAN DEN BROECK, J. Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Errors. **International Economic Review**, v.18, n.2, p.435-444, 1977

MUNDLAK, Y. On the Pooling of Time Series and Cross Section Data. **Econometrica**, v.64, n.1, p.69-85, 1978

- OREA L.; KUMBHAKAR, S. Efficiency Measurement Using a Latent Class Stochastic Frontier Model. <http://econ.binghamton.edu/wp03/WP0312.pdf>, 2002
- PELTZMAN, S. The Gains and Losses from Economic Concentration. **Journal of Law and Economics**, University Of Chicago Press, v.20, n.2, p. 229-263, 1977
- PINHEIRO, A. C, Technical Efficiency in Brazilian Manufacturing Establishments: Results for 1970 and 1980. Ipea. Texto para Discussão Interna n. 190, 1990
- PITT, M.; LEE, L. F. The Measurement and Sources of Technical Inefficiency in the Indonesian Weaving Industry. **Journal of Development Economics**, v.9, p.43-64, 1981
- POLACHEK, S.; YOON B. Estimating a Two-Tiered Earnings Function. Working Paper, Department of Economics, State University of New York, Binghamton, 1994
- POLACHEK, S.; YOON B. Panel Estimates of a Two-Tiered Earnings Frontier. **Journal of Applied Econometrics**, v.11, p. 169-178, 1996
- REIFSCHNEIDER, S.; STEVENSON, R. Systematic Departures from the Frontier: A Framework for the Analysis of Firm Inefficiency. **International Economic Review**, v.32, n.3, p.715-723, 1991
- RICHMOND, J. Estimating the Efficiency of Production. **International Economic Review**, v.15, n.2, p.515-521, 1974
- SALES, O. A. V. Indústria de Transformação Brasileira: Análise do Progresso Tecnológico e dos Determinantes de sua Disseminação. Dissertação de Mestrado, Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 2007
- SCHMIDT, C. P.; LOVELL, C. A. K. Estimating Technical and Allocative Inefficiency Relative to Stochastic Production and Cost Frontiers. **Journal of Econometrics**, v.9, p.343-366, 1979
- SCHMIDT, C. P.; SICKLES, R. C. Production Function and Panel Data. **Journal of Business and Economic Statistics**, v.2, n.4, p.367-374, 1984
- SCHMIDT, A. M.; MOREIRA, A. R. B.; HELFAND, S. M.; FONSECA, T. C. O. Spatial Stochastic Frontier Models: Accounting for Unobserved Local Determinants of Inefficiency. **Journal of Productivity Analysis**, v.31, p.101-112, 2009
- SCHMIDT, P. On the Statistical Estimation of Parametric Frontier Production Functions. **The Review of Economics and Statistics**, v.58, n.2, p.238-239, 1976
- STEVENSON, R. E. Likelihood Functions for Generalized Stochastic Frontier Estimation. **Journal of Econometrics**, v.13, n.1, p.57-66, 1980

TIMMER, C. P. Using a Probabilistic Frontier Function to Measure Technical Efficiency. **Journal of Political Economy**, v.79, n.4, p.776-794, 1971

TSIONAS, M. Stochastic Frontier Models with Random Coefficients. **Journal of Applied Econometrics**, v.17, p.127-147, 2002

TYLER, W. G. Technical Efficiency and Ownership Characteristics of Manufacturing Firms in a Development Country: a Brazilian Case of Study. *Weltwirtschaftliches Archiv*, 114, 1978

TYLER, W. G. Technical Efficiency in Production in a Development Country: an Empirical Examination of the Brazilian Plastic and Steel Industries. *Oxford Economic Papers*, v.31, n.3, p.477-495, 1979

YOUNG, A. The Tyranny of Numbers: Confronting the Statistical Realities of the East Asian Growth Experience. **Quarterly Journal of Economics**, v.110, n.3, p.641-680, 1995