

**ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO TURBULENTO EM
MODELOS FLORESTAIS**

LUCIANO GONÇALVES NOLETO

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO TURBULENTO EM MODELOS
FLORESTAIS

LUCIANO GONÇALVES NOLETO

ORIENTADOR:

Prof. Dr. Antonio C. P. Brasil Junior

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

Publicação DM-103/06

Brasília, 24 de Outubro de 2006.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

***ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO TURBULENTO EM
MODELOS FLORESTAIS***

Luciano Gonçalves Noletto

Dissertação de Mestrado submetida ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências Mecânicas.

Aprovada por:

Antonio César Pinho Brasil Junior (UnB)
(Orientador)

Tito Dias Júnior (UnB)
(Examinador Interno)

Mario Benjamim Baptista de Siqueira (Duke University)
(Examinador Externo)

Brasília-DF, 24 de outubro de 2006

FICHA CATALOGRÁFICA

NOLETO, LUCIANO GONÇALVES

ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO TURBULENTO EM MODELOS FLORESTAIS

viii, 96 p., 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2006).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica.

- | | |
|----------------------|---------------------------------|
| 1. Turbulência | 3. Simulação de Grandes Escalas |
| 2. Simulação Híbrida | 4. escoamentos Ambientais |
| I. EnM/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

NOLETO, L. G. (2006). Estudo Numérico do escoamento Turbulento em Modelos Florestais. Dissertação de Mestrado, Publicação DM-103 - A/06, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 96 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Luciano Gonçalves Noletto

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Estudo Numérico do escoamento Turbulento em Modelos Florestais.

GRAU / ANO: Mestre / 2006.

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Luciano Gonçalves Noletto

SQN 316 Bloco I apto. 405, Brasília - DF, Brasil

(61)32720998, (61)96545330, lucianonoleto@gmail.com

“Entre os aforismos na parede do senhor Naoshige havia este: ‘Assuntos de grande importância não devem ser levados tão a sério’. Mestre Ittei comentou: ‘Assuntos de pequena importância devem ser tratados com seriedade’. Entre os afazeres de uma pessoa não deve haver mais do que dois ou três assuntos que possam ser considerados de grande importância. Se esses assuntos forem discutidos no cotidiano, eles podem ser compreendidos. Pensar nas coisas previamente e depois tratá-las com serenidade quando chegar a devida hora é o centro desta questão. Enfrentar um incidente e resolvê-lo com serenidade é difícil se você não decidiu antecipadamente, e sempre existirá a incerteza de ser bem sucedido. Entretanto, se os alicerces forem previamente feitos, você pode pensar no ditado ‘Assuntos de grande importância não devem ser levados tão a sério’ como a base de sua ação.”

(Excerto do *Hagakure*, de Yamamoto Tsunetomo)

*Dedicado a Wanda Cleide Marinho Gramacho,
Serena lutadora com a força de uma montanha
Você travou o bom combate sem se importar com o resultado
Vitoriosa, desfrute de seu merecido descanso eterno.*

Agradecimentos

A Deus

Aos meus pais e irmão Marcos.

Aos amigos Mário Viktor, Luiz Cláudio Pereira, César, Artur, Karina e Bruno Akimoto.

Ao Prof. Antonio C. P. Brasil Junior pela orientação, mesmo em meio ao seu pós-doutorado.

Ao Prof. Aldo João de Sousa e ao Eng. Taygoara Felamingo de Oliveira, pelas discussões que foram de grande ajuda a este trabalho.

Ao grupo Aizen, em especial aos mestres Ichitami Shikanai, Mário Coutinho e José Leonardo Santos. Aos companheiros da espada Ricardo Meira e Nicolas Tissot. Ao grupo de Aikido da Scala, em especial a Tiago Cunico e Diana Brito. Um agradecimento a Cilmo Oliveira, José Maurício, José Nunes, Elson Leal, Edison Nascimento e Aginaldo Andrade, pelos ensinamentos e amizade.

A todos no laboratório de energia e ambiente, em especial ao Prof. Lúcio, Flávio Lula, José Gustavo, Rafael Pereira, Rafael Davidson, Ricardo Ribeiro, Artur Bertoldi, Anna Paula e Manuela Delgado. Uma lembrança a nossa “legião francesa”, Arnaud Peyratout, Jeremie Juillard, Coline Floury e Benjamin Briere.

E a todos que de alguma forma ajudaram neste trabalho

Resumo

ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO TURBULENTO EM MODELOS FLORESTAIS

Autor: Luciano Gonçalves Noletto

Orientador: Antonio C. P. Brasil Junior

Programa de Pós-Graduação em Ciências Mecânicas

Brasília, 24 de Outubro de 2006

O objetivo deste trabalho é o estudo numérico do escoamento turbulento em modelos florestais caracterizados através de modelos. Os modelos em questão são o de um cilindro e de uma matriz de cilindros. Foram utilizadas técnicas híbridas de simulação de escoamentos turbulentos, simulação de grandes escalas e a simulação via decomposição de Reynolds. Os resultados foram obtidos com o código ANSYS CFX.

A primeira etapa consiste no escoamento em torno de um cilindro finito. Foram utilizadas para este caso a decomposição de Reynolds, a simulação de grandes escalas e a simulação híbrida conhecida como DES. Os resultados foram estudados através de visualizações do escoamento e comparação numérico-experimental dos perfis de velocidade e de intensidade de turbulência. Foram mostradas também visualizações dos resultados instantâneos do escoamento e análise de espectro do sinal temporal.

A etapa seguinte consiste no estudo do escoamento em uma matriz de cilindros com a decomposição de Reynolds. Analogamente, os resultados de visualizações e comparação numérico-experimental foram feitos, juntamente com uma análise estatística espacial. Esta análise irá permitir um estudo dos fluxos dispersivos, bem como uma análise que determine posições de sondas para aquisição de grandezas do escoamento.

Abstract

NUMERICAL STUDY OF THE TURBULENT FLOW AT CANOPY MODELS

Author: Luciano Gonçalves Noletto

Advisor: Antonio C. P. Brasil Junior

Graduation Program in Mechanical Sciences

Brasília, October 24, 2006

The objective of this work is the numerical study of the turbulent flow in canopy flows with the use of proper models. The models for this work are the flow around a finite cylinder and a cylinder matrix. Hybrid techniques of numerical simulation, alongside with large eddy simulation and Reynolds Averaged Navier-Stokes were used. The results were obtained by the ANSYS CFX commercial software.

The first step is the study of the flow around a finite cylinder. For this case, Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes, Large Eddy Simulation and a hybrid technique known as Detached Eddy Simulation were used. The results were studied first by visualizations of the flow, and numerical-experimental comparing of the velocity and turbulence intensity profiles. Also, visualizations of the instantaneous results and spectra analysis of the velocity signal were showed.

The second step is the study of the flow over a cylinder matrix with Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes. Like the previous case, the results were studied by flow visualization, and numerical-experimental comparison. Then a spatial statistic analysis were made. This analysis allowed a study of the dispersive fluxes, as well as a threshold of the flow that will determine probing conditions for flow quantities.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Motivação	1
1.2	Objetivos	3
1.3	Descrição do Problema	3
1.3.1	Escoamento em Torno de um Cilindro Finito	4
1.3.2	Escoamento em uma Matriz de Cilindros	6
1.4	Revisão Bibliográfica	7
2	Formulação Matemática	14
2.1	Noções de Turbulência nos Fluidos	14
2.2	Simulação Numérica Direta	18
2.3	Simulação de Grandes Escalas	20
2.3.1	Modelagem Submalha de Smagorinsky	23
2.3.2	Amortecimento de Parede	25
2.4	Decomposição de Reynolds - O Problema de Fechamento	26
2.4.1	Hipótese de Boussinesq	29
2.4.2	Modelo de Turbulência SST (<i>Shear Stress Transport</i>)	32
2.5	Simulação Híbrida	34
2.5.1	Modelo DES-SST	35
3	Metodologia Numérica	38
3.1	Discretização	38
3.1.1	Integração das Equações Governantes	39
3.1.2	Funções de Forma	41

3.1.3	Acoplamento Pressão-Velocidade	43
3.1.4	Termo Transiente	44
3.1.5	Termo Difusivo	45
3.1.6	Termo de Pressão	46
3.1.7	Termo Advectivo	46
3.1.8	Descrição do Sistema de Equações	48
3.1.9	Resolução do Sistema de Equações	49
3.1.10	Métodos <i>Multigrid</i>	51
3.2	Condições de contorno	51
4	Resultados e Discussões	54
4.1	Cilindro Montado em uma Placa Plana	54
4.1.1	Aspectos Computacionais	54
4.1.2	Resultados	56
4.1.3	Análise de Espectro	70
4.2	Matriz de Cilindros	74
4.2.1	Aspectos Computacionais	74
4.2.2	Resultados	75
4.2.3	Formalismo de Média Espacial	81
4.2.4	Resultados - Média Espacial	83
5	Conclusões e Sugestões	88
	Referências bibliográficas	91

LISTA DE FIGURAS

1.1	Cilindro finito imerso em uma camada limite: (a)-vista de topo e (b)-vista de lado	4
1.2	Topologia tridimensional do escoamento em torno de um cilindro finito . .	5
1.3	Descrição da camada limite em uma floresta	6
3.1	Superfície de um Volume Finito	40
3.2	Elemento de Malha	40
3.3	Elemento Tetraédrico	42
4.1	Domínio Computacional - Cilindro Finito	55
4.2	Malha de cálculo - Cilindro Finito	55
4.3	Vetores Velocidade médias- Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	57
4.4	Linhas de Corrente médias- Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	57
4.5	Linhas de corrente projetadas em plano a jusante do cilindro - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	57
4.6	Linhas de cisalhamento médias a jusante do cilindro - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	58
4.7	Linhas de cisalhamento médias à vista oblíqua esquerda do cilindro - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	58
4.8	Linhas de Corrente a Altura de 70 mm e 5 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	61
4.9	Linhas de Corrente a Altura de 50 mm e 5 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	61

4.10	Linhas de Corrente a Altura de 30 mm e 5 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	61
4.11	Linhas de Corrente em vista isométrica a 5 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	62
4.12	Linhas de Corrente a Altura de 70 mm e 30 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	62
4.13	Linhas de Corrente a Altura de 50 mm e 30 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	62
4.14	Linhas de Corrente a Altura de 30 mm e 30 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	63
4.15	Linhas de Corrente em vista isométrica a 30 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	63
4.16	Linhas de Corrente a Altura de 70 mm e 50 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	63
4.17	Linhas de Corrente a Altura de 50 mm e 50 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	64
4.18	Linhas de Corrente a Altura de 30 mm e 50 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	64
4.19	Linhas de Corrente em vista isométrica a 50 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas	64
4.20	Perfil Transversal de Velocidade - X=2D	67
4.21	Perfil Transversal de Velocidade - X=4D	67
4.22	Perfil Transversal de Velocidade - X=6D	67
4.23	Perfil Vertical de Velocidade - X=2D	67
4.24	Perfil Vertical de Velocidade - X=4D	68
4.25	Perfil Vertical de Velocidade - X=6D	68
4.26	Perfil Transversal de Intensidade de Turbulência - X=2D	68
4.27	Perfil Transversal de Intensidade de Turbulência - X=4D	68
4.28	Perfil Transversal de Intensidade de Turbulência - X=6D	69
4.29	Perfil Vertical de Intensidade de Turbulência - X=2D	69
4.30	Perfil Vertical de Intensidade de Turbulência - X=4D	69

4.31	Perfil Vertical de Intensidade de Turbulência - X=6D	69
4.32	Posição das sondas	70
4.33	Espectro de potência para grandes escalas - De baixo para cima - Sondas 1, 2 e 3	72
4.34	Espectro de potência para grandes escalas - De baixo para cima - Sondas 6, 5 e 4	72
4.35	Espectro de potência para DES - De baixo para cima - Sondas 1, 2 e 3 . .	73
4.36	Espectro de potência para DES - De baixo para cima - Sondas 6, 5 e 4 . .	73
4.37	Domínio computacional completo e cilindro base - Matriz de Cilindros . . .	75
4.38	Domínio computacional periódico- Matriz de Cilindros	75
4.39	Malha de cálculo - Matriz de Cilindros	76
4.40	Visualizações Horizontais	77
4.41	Visualizações da Esteira	78
4.42	Visualizações Isométricas	78
4.43	Vetores Velocidade em primeiro e segundo plano - Da direita para esquerda - Metade inicial e final da matriz	79
4.44	Perfil de Velocidade - X=4D	79
4.45	Perfil de Velocidade - X=6D	79
4.46	Perfil de Velocidade - X=8D	80
4.47	Perfil de Intensidade de Turbulência - X=4D	80
4.48	Perfil de Intensidade de Turbulência - X=6D	80
4.49	Perfil de Intensidade de Turbulência - X=8D	80
4.50	Descrição da região Ψ	82
4.51	Planos de simetria e respectivas posições	85
4.52	Percentual dispersivo - Da esquerda para a direita - $z/h = 0.06$ and $z/h =$ 0.13	85
4.53	Percentual dispersivo - Da esquerda para a direita - $z/h = 0.2$ and $z/h = 0.26$	86
4.54	Percentual dispersivo - Da esquerda para a direita - $z/h = 0.33$ and $z/h = 0.4$	86
4.55	Percentual dispersivo - Da esquerda para a direita - $z/h = 0.66$ and $z/h =$ 0.93	87

Lista de Símbolos

St	Número de Strouhal
f	Frequencia característica
D	comprimento característico
u_∞	Velocidade do escoamento não perturbado
Re	Número de Reynolds
Ω	Vorticidade
ϵ	Permutador de Levi-Cevita
u	Velocidade
x	Coordenada Cartesiana
t	Tempo
p	Pressão
ν	Viscosidade Cinemática
N	Número de Graus de Liberdade
η	Escala de Kolmogorov
ρ	Massa específica
l	Comprimento característico
G	Função Filtro
Δ	Tamanho característico do filtro
τ_{ij}	Tensor de Reynolds Submalha
ν_t	Viscosidade Cinemática Turbulenta
k	Energia cinética de Turbulência

δ	Delta de Kronecker
φ	Produção turbulenta
ϵ	Dissipação turbulenta
S_{ij}	Tensor taxa de deformação
c_1	Constante da modelagem submalha
ℓ	Comprimento Característico submalha
C_s	Constante de Smagorinsky
ν_t	Função de amortecimento
l_{mix}	Comprimento de mistura
\tilde{y}	Distância adimensionalizada até a parede
A	Fator de Amortecimento
$\overline{u'_i u'_j}$	Tensor de Reynolds
$\overline{p^*}$	Pressão modificada
P_k	Limitador de Produção
μ_t	Viscosidade dinâmica Turbulenta
ϵ	Dissipação turbulenta
ω	Frequência Turbulenta
F_1, F_2	Funções de mistura
$F_{DES-SST}$	Função de mistura para o modelo DES SST
Δ_1	Espaçamento local da malha
C_{DES}	Constante do modelo DES SST
μ	Viscosidade Dinâmica
M_p	Massa do volume de controle
Δn_j	Distância entre nós
IT	Intensidade de Turbulência
A	Área
dp	Percentual Dispersivo

CAPÍTULO 1

Introdução

1.1 Motivação

O estudo de escoamentos atmosféricos em cidades e florestas (*canopy flow*, do inglês) transcende o campo da turbulência. Seus efeitos nas florestas são objeto de estudo não apenas na engenharia e na física aplicada, mas para a meteorologia, agricultura, queimadas em florestas, dispersão de poluentes, biologia e hidrologia. Os estudos do escoamento turbulento neste caso têm origens empíricas. A difusão de gases e de poluentes neste escoamento ocorre devido às difusões molecular e turbulenta e efeitos de sedimentação. O seu modelamento necessita de termos adicionais nas equações de Navier-Stokes, e cuidados especiais na formulação do problema, devido às peculiaridades do ambiente florestal como material de superfície artificial, fontes antropogênicas de calor e água, e a presença de obstáculos de formatos variados. Os efeitos imediatos na turbulência ocorrem na difusão e na convecção neste regime. O estudo deste pode ser feito através de experimentação *in situ*, experimentação em túnel de vento e simulação numérica. Para este último, são utilizados modelos de turbulência modificados e simulação de grandes escalas.

A turbulência acima e no interior de florestas é diferente do típico escoamento turbulento. Os elementos espaciais geradores de arrasto (Como seixos, folhas e galhos) criam uma camada cisalhante elevada que potencializa uma fonte de energia cinética de turbulência que comumente é ausente no escoamento de superfícies lisas (Patton (1997)). A turbulência nesta região é altamente intermitente, com elevados pulsos de quantidade de movimento sendo levados do topo para o interior da floresta, separadas por pequenos pulsos de quantidade de movimento do interior para o topo da floresta. Esta intermitência

constitui em uma dificuldade adicional no modelamento numérico do escoamento, pois dificulta a tomada de médias. Modelos de fechamento de alta ordem advindos da decomposição de Reynolds são bem sucedidos em estimar os fluxos de momento, mas são extremamente dependentes de parametrização de todas as grandezas turbulentas. Além disto, são incapazes de explorar a natureza transiente e tridimensional da turbulência deste escoamento.

A utilização de cilindros para a aproximação do escoamento mostra-se vagamente análoga aos casos em questão. Entretanto, esta aproximação é boa para uma avaliação inicial. Além disto, o estudo de apenas um cilindro é bem representativo do problema de escoamentos urbanos e de problemas de interação fluido-estrutura. Podem-se encontrar na literatura vários problemas desta natureza (Cala (1996), Seginer et al. (1976)). Para o caso do escoamento em florestas, a aproximação dos elementos florestais mais simples por cilindros objetiva estudar os efeitos de arrasto oriundos da interação ar-floresta. Muitos destes fenômenos ocorrem em decorrência da difusão escalar. Na subseção 1.3.2 é feita uma descrição do fenômeno da turbulência florestal e os seus mecanismos. Outra opção é a modelagem de florestas através de um modelo baseado em meios porosos. A vegetação é modelada como uma estrutura porosa flexível que interage com o escoamento através da troca de quantidade de movimento e energia. O escoamento florestal é resultado da superposição dos meios contínuos representativos do ar e dos elementos sólidos (Brasil-Junior (1994)).

A simulação numérica destes casos utilizando uma formulação híbrida visa obter resultados mais baratos computacionalmente deste tipo de escoamento, se comparados com simulação de grandes escalas. A abordagem híbrida consiste em efetuar a simulação em grandes escalas e URANS (*Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*) simultaneamente. Um exemplo de formulação híbrida é a formulação DES (*Detached Eddy Simulation*). O escoamento recebe diferentes abordagens em regiões diferentes do escoamento. Dentro da camada limite não separada, o escoamento é resolvido através de formulações médias. Fora da camada limite, quando a mesma está separada, a resolução é feita diretamente. O advento das formulações híbridas vem da necessidade de se estender as capacidades da simulação de grandes escalas para a resolução do escoamento turbulento em regiões em camadas cisalhantes para números de Reynolds realistas.

1.2 Objetivos

O presente trabalho visa, como objetivo geral, estudar escoamentos em florestas por intermédio de simulação numérica. Para atingir este objetivo, pretende-se utilizar como modelo florestal uma matriz de cilindros de altura finita. Para o auxílio do estudo deste tipo de escoamento, pretende-se, como objetivo específico, estudar o escoamento em torno de um cilindro finito fixo em uma placa plana. Serão utilizadas para o estudo da turbulência as técnicas mais clássicas e modernas existentes, com destaque para a técnica DES. Os resultados transientes e tridimensionais receberão a aplicação de um operador média espacial e temporal para a verificação dos termos de fechamento. Os resultados serão comparados com dados experimentais, e obtidos pelo código comercial ANSYS CFX.

Logo este trabalho se divide em cinco capítulos, sendo este o primeiro. O segundo capítulo introduzirá o problema da turbulência nos fluidos, suas características principais e o estado da arte no seu tratamento. Este capítulo trará também a formulação matemática das formulações utilizadas pelo presente trabalho.

O terceiro capítulo descreverá a metodologia numérica utilizada. Será descrita a formulação matemática de discretização das equações governantes do escoamento. Além disto, serão descritos o método numérico utilizado para a resolução do sistema linear e as condições de contorno utilizadas.

O quarto capítulo mostrará os resultados obtidos na simulação de um cilindro montado em uma placa plana e da matriz de cilindros. Os resultados do cilindro finito virão na forma de visualizações do escoamento, comparação numérico-experimental e perfis de espectro. Para a matriz, serão mostrados os resultados obtidos através de visualizações do escoamento e comparação numérico-experimental. Será mostrado também neste capítulo o formalismo envolvendo a média espacial e os resultados obtidos pela análise da média no escoamento na matriz. O quinto capítulo trará as conclusões obtidas e sugestões para trabalhos futuros.

1.3 Descrição do Problema

Como mencionado na seção anterior, o estudo do escoamento em florestas será feito através do estudo do escoamento em torno de cilindros. Faz-se necessário conhecer a

topologia deste escoamento. Para tanto, serão apresentados nos itens a seguir a descrição do escoamento para um cilindro finito e para uma matriz de cilindros.

1.3.1 Escoamento em Torno de um Cilindro Finito

O escoamento em torno de um cilindro circular finito é uma das formas representativas mais simples do escoamento em corpos rombudos tridimensionais. A topologia deste escoamento é denotada por um par de vórtices de ponta que interagem com uma esteira de Von Kàrman. Esta topologia é plenamente variante com a razão de aspecto do cilindro (Razão entre a altura e o diâmetro do cilindro). Se o cilindro é montado de forma perpendicular a uma base, podendo ser uma placa plana, o escoamento é altamente influenciado pela camada limite desenvolvida pela superfície da placa plana. As figuras 1.1 e 1.2 denotam a topologia descrita. Estas figuras foram adaptadas de Sumner et al. (2004).

Para cilindros de razão de aspecto pequena, os efeitos de ponta aliados com os vórtices ferradura acabam por inibir a formação de esteiras de Von Kàrman. Neste caso, vórtices em forma de arco são formados. Para cilindros de alta razão de aspecto, as esteiras se formam de forma intensa, sendo necessário o estudo de números adimensionais que relacionem a freqüência de emissão de vórtices com grandezas do escoamento. Usualmente, para estes casos, se utiliza o número de Strouhal em termos do diâmetro do cilindro,

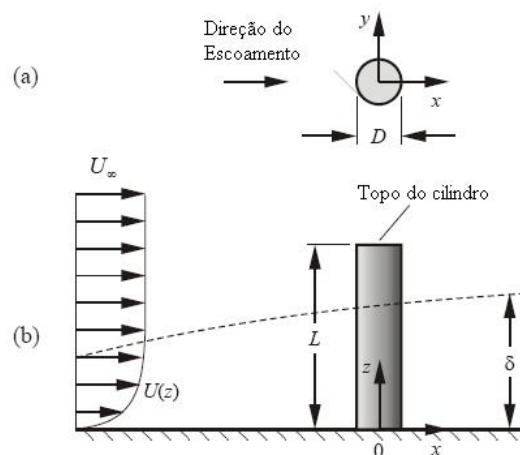


Figura 1.1: Cilindro finito imerso em uma camada limite: (a)-vista de topo e (b)-vista de lado

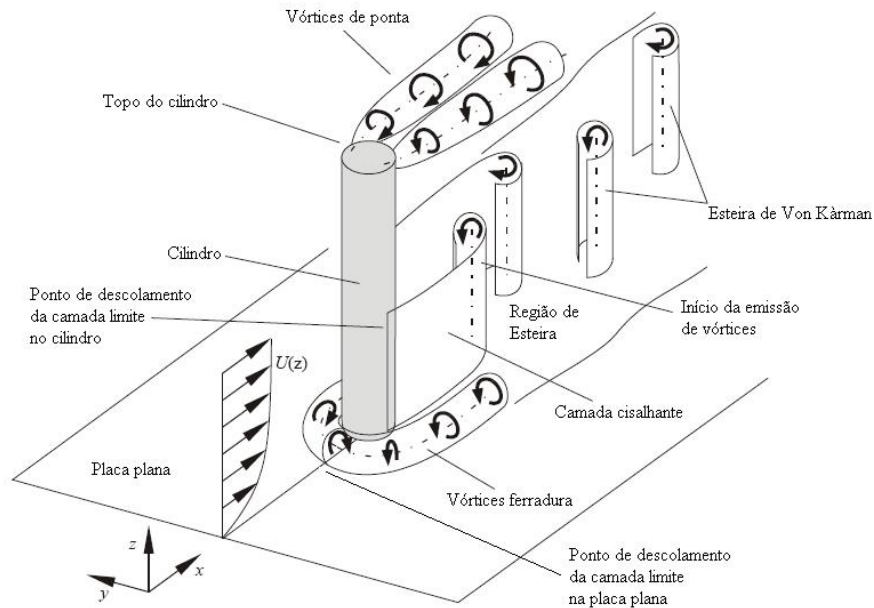


Figura 1.2: Topologia tridimensional do escoamento em torno de um cilindro finito

denotado pela equação 1.1:

$$St = \frac{fD}{u_\infty} \quad (1.1)$$

Neste caso, o número de Strouhal pode variar de forma contínua ou não ao longo da altura do cilindro. Eventualmente pode-se encontrar periodicidade no escoamento no topo dos cilindros, ocorrentes devido aos efeitos de ponta. Tais mudanças na emissão de vórtices são de extrema importância quando se considera a tendência do cilindro de apresentar vibrações induzidas pelo escoamento. O número de Reynolds também é um adimensional que pode ser utilizado para analisar o escoamento. Entretanto, o comportamento da esteira é altamente variante com o número de Reynolds. Pode inclusive ocorrer a emissão de vórtices tipo Von Kármán em regime laminar ($Re = 190$). O número de Reynolds crítico para a transição deste escoamento pode variar de 300 até 3000. No caso, deve-se levar em conta a razão de aspecto do cilindro. O regime turbulento se caracteriza pela baixa geração de arrasto devido a tardia separação da camada limite turbulenta (Kravchenko e Moin (2000)).

1.3.2 Escoamento em uma Matriz de Cilindros

O escoamento em uma matriz de cilindros pode se aproximar para um problema de turbulência atmosférica. Tal problema é, em sua essência, um problema de camada limite. O escoamento em florestas segue esta lógica. O fato do meio onde ocorre ser uma cidade ou uma floresta irá mudar os detalhes na análise do escoamento. Os escoamentos em florestas se denotam por terem freqüente contato com os obstáculos, e também com o fato de que alguns obstáculos influenciam o escoamento ao redor de outros obstáculos ao seu lado. Estes obstáculos possuem distribuição aleatória. Aqui, a camada limite se divide em duas subcamadas (figura 1.3¹)(Cala (1996)):

- Subcamada inercial - Esta região se localiza acima dos obstáculos. A altura efetiva se mostra como a única escala de comprimento, para escoamentos sem troca de calor. Considera-se que o escoamento é estritamente unidimensional.
- Subcamada rugosa - Esta região se confunde com a região dos obstáculos. Considera-se aqui o escoamento como tridimensional devido a influência dos obstáculos, seja no problema hidrodinâmico ou em um eventual problema térmico.



Figura 1.3: Descrição da camada limite em uma floresta

A subcamada rugosa é a região crucial do problema. Nesta ocorrem os efeitos mais significativos do escoamento (Cala (1996)):

- Absorção de quantidade de movimento via arrasto pelos obstáculos;
- Transferência de calor e massa entre o escoamento e a vegetação;
- Geração de esteiras turbulentas oriundas da conversão de energia cinética média em energia cinética de turbulência;

¹figura adaptada do website www.southernwoodcouncil.co.nz/profile.html

A resolução do problema pode ser feita utilizando a coordenada vertical do escoamento. Apesar do escoamento ser tridimensional, se as propriedades do escoamento forem mediadas pela coordenada horizontal, as equações médias resultantes conservarão o significado físico do escoamento.

1.4 Revisão Bibliográfica

Em relação a escoamentos em torno de cilindros finitos, o trabalho de Kawamura et al. (1984) estudou a fundo tais escoamentos e suas prováveis topologias. O autor mostra como a razão de aspecto do cilindro influencia o escoamento e a ocorrência de estruturas coerentes. Seus resultados mostraram a presença de um par de vórtices em torno do topo do cilindro, através de isolinhas de velocidade na região da esteira. Este par de vórtices² inclusive é identificado como uma versão análoga do vórtice de ponta de asa recorrente na aerodinâmica. O trabalho de Baban et al. (1991) consiste na observação da força de arrasto e o efeito das recirculações na esteira no cilindro finito através de experimentação. Os resultados mostraram o aumento no arrasto devido às altas recirculações turbulentas na esteira, principalmente na camada cisalhante já descolada do cilindro. Utilizando óleo para a visualização do escoamento, juntamente com fumaça e *laser*, Roh e Park (2003) mostraram que o escoamento na superfície do topo do cilindro pode ser caracterizado por uma topologia constituída de dois vórtices espiralizados contrarotativos, configurando o que os autores chamam de “face de coruja”. Esta configuração é uma consequência da ocorrência de estruturas vórticas do tipo tornado, que se espiralizam em vorticidade longitudinal ao longo da esteira. Park e Lee (2000) estudaram experimentalmente os efeitos do topo do cilindro no escoamento. Suas experimentações permitem observar que a frequência da emissão de vórtices e a região de formação de vorticidade variam com a razão de aspecto do cilindro, a exemplo de Kawamura et al. (1984). Perto do topo do cilindro, tanto a emissão de vórtices quanto a região de formação de vórtices desaparecem. Cala et al. (1996) fizeram um estudo experimental de um cilindro finito pendular. Utilizou-se anemometria de fio quente e pequenas massas inseridas no interior do cilindro de modo a variar o seu peso. Foram apresentados perfis de velocidade levantados para

²O termo em inglês para este tipo de estrutura é *trailing side tip vortices*, daí a analogia com o vórtice de ponta de asa, cujo termo em inglês é *wing tip vortex*

um cilindro fixo, cuja massa é alta o suficiente para não apresentar comportamento pendular, e para um cilindro pendular. Depreende-se dos perfis como a hidrodinâmica do escoamento é influenciada pelo movimento pendular e sua respectiva ausência. A energia cinética de turbulência é maior no caso pendular do que no caso fixo. Fröhlich e Rudi (2004) conduziram um estudo numérico do escoamento em torno de um cilindro finito utilizando simulação de grandes escalas. A razão de aspecto escolhida foi 2,5 de modo a se observar emissão de vórtices. Primeiramente, analisou-se a modelagem submalha. Com malhas mais grosseiras, a modelagem dinâmica mostrou desempenho inferior quando comparada com a modelagem de Smagorinsky. Após isto, analisou-se a física dos resultados, mostrando a existência de vorticidades na ponta do cilindro, na forma de estruturas em forma de arco. Pattenden et al. (2005) estudaram o escoamento em torno de um cilindro finito utilizando velocimetria por imagem de partículas. Seus resultados identificaram a presença de três regiões: Uma região próxima à parede onde ocorrem vórtices do tipo ferradura, uma região no topo do cilindro onde ocorrem vorticidades do tipo arco, originadas na face de ataque do cilindro, e a região de esteira, que se mostra completamente desorganizada. Tais regiões foram rapidamente identificadas através de resultados obtidos pelo PIV e por visualização da superfície. Sumner et al. (2004) focaram seu estudo do escoamento em torno de um cilindro finito na esteira. Os resultados mostram a influência dos efeitos de ponta no topo do cilindro, como a esteira se comporta, e os efeitos de parede. Foram calculados o número de Strouhal, devido aos efeitos de emissão de vórtice, e a espessura da camada limite, e como tais grandezas interagem entre si de modo a determinar a estrutura final da esteira. Lübcke et al. (2001) estudaram o escoamento turbulento em torno de dois corpos rombudos distintos: o cilindro circular com dois números de Reynolds distintos e o cilindro de seção quadrada. O objetivo era a visualização do descolamento da camada limite, efeitos de curvatura de linhas de corrente e visualização de esteiras turbulentas. Para tanto, foram utilizadas as formulações RANS com modelagem algébrica das tensões de Reynolds e grandes escalas. Visualizaram-se resultados de emissão de vórtices e de esteiras turbulentas, juntamente com comparação com resultados experimentais. Os autores concluíram que os resultados obtidos via RANS são similares aos resultados obtidos por simulação de grandes escalas, com a vantagem do custo computacional menor. Wang et al. (2006) estudaram experimentalmente os

efeitos da espessura da camada limite no escoamento turbulento em torno de um cilindro de seção quadrada. Três diferentes espessuras de camada limite foram estudadas, assim como o efeito de cada uma na esteira do escoamento. Os autores notaram que, com o aumento da espessura da camada limite, os vórtices da base do cilindro tendem a ganhar força e sobrepujar os efeitos de topo do cilindro. O efeito imediato deste fenômeno é o aumento das tensões de Reynolds. Park e Lee (2002) estudaram, através de anemometria *laser* e de fotos do escoamento, a estrutura do escoamento e da esteira turbulenta quando inserida em vários tipos de camada limite. Notou-se a complexidade deste escoamento, assim como foram notados os efeitos de topo do cilindro. Percebeu-se também a emissão de estruturas coerentes, através da determinação do espectro de potência. Esta emissão é devida aos vórtices contrarotativos visualizados na base do cilindro, presente em uma frequência de 24 Hz.

Tratando de escoamentos florestais, Miguel et al. (2001), estudaram uma abordagem para abordar o escoamento de ar em espaços fechados. Os autores desenvolveram a equação de quantidade de movimento em termos do método de média volumétrica, obtendo uma equação diferencial não linear passível de resolução numérica, e com uma abordagem unidimensional, obteve-se uma boa aproximação com a realidade. Finnigan (2000) fez um estudo detalhado da turbulência em escoamentos em florestas, concluindo que este tipo de escoamento possui uma gama de peculiaridades que inviabilizou o seu estudo por modelos baseados na difusividade da escala turbulenta. Lien et al. (2005) estudaram a formulação matemática de uma modificação do modelo $k - \epsilon$, específica para o caso de escoamentos atmosféricos, concluindo que a tomada de média espacial e temporal das equações do modelo levam a uma parametrização da energia cinética de turbulência. Patton (1997) estudou em sua tese de doutorado uma versão modificada da simulação de grandes escalas para incluir os efeitos aerodinâmicos e termodinâmicos dos elementos geradores de arrasto. Seu objetivo foi investigar a interação destes elementos com a camada limite atmosférica. Seus resultados denotaram um retardamento no redesenvolvimento da turbulência após o obstáculo. Seus resultados de energia cinética de turbulência média, de pressão, na forma média e flutuações mostraram razoável concordância com resultados experimentais. Novak et al. (2000) fizeram medições em túnel de vento de escoamentos em florestas, utilizando modelos em escala reduzida, e compararam com medições em

florestas na Escócia. Seus resultados mostraram estar de acordo com o que se esperava deste escoamento. Lai et al. (2000) criaram um modelo Euleriano-Lagrangeano completo para estudar os efeitos microclimáticos em escoamentos florestais, obtendo bons resultados para fluxos de calor, massa e quantidade de movimento com atenuação de radiação. O trabalho de Fischer-Antze et al. (2001) fez a modelagem numérica do escoamento em torno de uma vegetação aquática com o modelo $k - \epsilon$, onde o arrasto foi computado nas equações de Navier-Stokes como um termo de sorvedouro. Os resultados desta modelagem mostraram que o efeito da vegetação em toda a profundidade da água pode ser computado, ao invés de se computar apenas em alguns locais do escoamento. Ayotte et al. (1999) estudaram modelos de fechamento de segunda ordem para este tipo de escoamento, modificando-o especificamente para este caso. Os resultados se mostraram em acordo com os dados experimentais sem ser necessário utilizar modelos de primeira ordem e calibração de constantes. Um estudo mais específico da camada limite turbulenta neste escoamento foi feita por Belcher et al. (2003), que observou os efeitos de elementos de rugosidade na camada limite. Foi observado o desaceleramento do escoamento devido ao arrasto e ao gradiente de pressão, além de um equilíbrio do transporte de quantidade de movimento devido as tensões turbulentas e ao arrasto. Watanabe (2004) estudou, com simulação de grandes escalas, um escoamento turbulento estratificado para um caso de *canopy flow*, mostrando que os resultados são realistas, inclusive descrevendo estruturas turbulentas do tipo rampa presentes neste tipo de escoamento. Brown et al. (2001) utilizaram a formulação do arrasto de escoamentos em florestas para simular, utilizando grandes escalas, o escoamento em cumes de montanhas. Com isto, os autores foram capazes de observar efeitos de rugosidade do solo, e os resultados mostraram grande concordância com os dados de experimentação. Cala (1996) estudou um modelo florestal baseado em uma matriz de cilindros pendulares através de experimentação em túnel de vento. Os perfis medidos mostraram boa comparação com trabalhos similares.

No que concerne a simulação de grandes escalas, vários trabalhos podem ser encontrados na literatura. Ao longo da década de 90, tal abordagem ganhou impulso devido ao avanço tecnológico computacional. Graças a isto, a simulação de grandes escalas tem se tornado uma ferramenta acessível para utilização industrial. Lesieur e Métais (1996) mostram o formalismo envolvendo a simulação de grandes escalas. Os autores resumizam

todas as possibilidades envolvendo modelagem submalha, inclusive as abordagens mais modernas. São também discutidas a importância dos fenômenos de transporte inverso de energia das pequenas escalas para as grandes escalas³ e alternativas para a utilização da viscosidade turbulenta. Mostra-se também uma série de resultados obtidos pelos autores para escoamentos compressíveis e incompressíveis, com ênfase em emissão de estruturas coerentes. Os autores ressaltam em suas conclusões o avanço da simulação de grandes escalas no estudo da turbulência. Kanda et al. (2004) estudaram numericamente o escoamento em torno de uma matriz de cubos utilizando grandes escalas. Seus resultados foram analisados sob a luz de médias temporal e espacial, onde foram observadas regiões de intensa recirculação no interior da matriz de cubos. Os autores notaram também que todas as propriedades estatísticas do escoamento sofreram intensa influência desta recirculação. Guermond et al. (2004) fizeram uma revisão do arcabouço matemático que envolve a simulação de grandes escalas. Várias técnicas de filtragem foram revistas. Foram revistas também as técnicas espectrais, e transformações no espaço de Fourier. Os autores concluem que é necessário que o formalismo da simulação de grandes escalas deva permitir uma resolução mais facilitada das equações de Navier-Stokes, através de sua transformação para equações diferenciais parciais mais simples. Concluiu-se também que os métodos espectrais que utilizam o conceito de viscosidade turbulenta não produziram bons resultados. Lilly (1992) efetua neste trabalho uma modificação do modelo submalha de Germano et al. (1991). Tal modificação é feita através do método dos mínimos quadrados. O objetivo é reduzir as diferenças existentes entre a hipótese de fechamento da modelagem submalha em questão e as tensões turbulentas resolvidas diretamente. Esta nova modelagem leva em conta também o fenômeno de *backscatter*. Piomelli e Balaras (2002) fizeram uma revisão de todas as formas de abordagens para tratar o escoamento na região de parede para a simulação de grandes escalas. Os autores sumarizam o estado da arte neste tipo de tratamento em três vertentes: Formulações simples, como as baseadas em leis logarítmicas, prevêm com excelentes resultados escoamentos mais simples. Para configurações mais complexas os modelos zonais se mostram os mais adequados. Citam-se como exemplo, os casos do degrau (expansão brusca) e escoamentos ao redor de aerofólios. A terceira vertente fala que não há ainda uma exaustiva análise dos modelos de parede,

³Este fenômeno é conhecido como *backscatter*

o que torna a escolha da formulação de parede dependente do caso analisado.

Mais recentemente, estudos utilizando a formulação híbrida DES⁴ foram feitos em casos clássicos de grandes escalas, para estudar a confiabilidade do modelo para casos de engenharia. Constantinescu e Squires (2003) investigaram o escoamento em torno de uma esfera em regime super-crítico com grandes escalas e DES. A camada limite neste tipo de regime é notadamente laminar em seu ponto de descolamento. A transição à turbulência ocorre a jusante do escoamento na forma de vórtices do tipo Kelvin-Helmholtz. Concluiu-se que o modelo DES previu com boa concordância escoamentos descolados, emissão em larga escalas de vórtices tipo “grampo de cabelo” e a formação de instabilidades de Kelvin-Helmholtz. Squires et al. (2002) fizeram uma análise de vários escoamentos com DES. Foram vistos escoamentos em corpos rombudos, um esferóide, uma asa em formato delta, um modelo estadunidense de caminhão, e as aeronaves C130, F-16, e F-15E. O modelo foi eficiente em prever o arrasto, a sustentação e a pressão em condições supersônicas, com resultados bem próximos dos coletados em condições em pleno vôo. Forsythe et al. (2001) utilizaram o modelo DES para prever o escoamento em torno de uma seção rombuda. Considerou-se como ângulo de ataque de 10 graus, e as simulações foram feitas em regime subcrítico e supercrítico do número de Reynolds. As características de descolamento da camada limite foram estabelecidas pelas condições de contorno utilizadas. Os autores concluíram que o modelo foi bem sucedido em prever os dados experimentais. Morton et al. (2002) estudaram casos de escoamentos turbulentos com DES utilizando malhas não-estruturadas. Os casos estudados foram o escoamento em torno de seções rombudas, de uma asa em formato delta com ângulo de ataque de 27 graus, e da aeronave F-15E com ângulo de ataque de 65 graus. Um estudo de malha foi feito de modo a se analisar a performance de malhas não-estruturadas. Notou-se que este tipo de malha é mais fácil de se refinar em geometrias complexas, e com isso, mais estruturas turbulentas são simuladas. Schimidt e Thiele (2003) simularam com DES o escoamento em um aerofólio da Aerospatiale em sustentação máxima. Nesta situação o ângulo de ataque é de 13,3 graus. Buscou-se quantificar melhor a influência de estruturas transientes no escoamento. O alto número de Reynolds deste escoamento torna a simulação de grandes escalas muito cara computacionalmente. Os autores compararam seus resultados com resultados experimen-

⁴acrônimo de *Detached Eddy Simulation*

tais e com grandes escalas, e o resultado é satisfatório. Vatsa e Singer (2003) utilizaram DES com o modelo de Spalart-Almaras para a simulação de um cilindro onde o fluido entra no domínio em regimes laminar e turbulento. Dando prioridade para altos números de Reynolds, os autores concluíram que, no regime turbulento, a simulação bidimensional mostrou bons resultados. Já para o caso laminar, a simulação tridimensional com DES mostrou concordância com os dados experimentais. Hamed et al. (2003) estudaram com DES o escoamento supersônico em uma cavidade. Considerando o escoamento transiente e tridimensional, os autores mostraram resultados de emissões de vórtices, ondas de choque e o campo acústico originado do escoamento. Estes resultados mostraram concordâncias com os resultados esperados para este tipo de escoamento. Squires (2004) fez uma revisão da formulação DES desde sua origem até a utilização nos dias atuais. O autor sumariza as vantagens do método através de resultados sólidos obtidos pelo mesmo e por outros autores. Ele alerta para as chamadas “zonas cinzas” do escoamento. Estas zonas se constituem em lugares onde a camada limite encontra-se descolada, mas não há vorticidade suficiente para a mudança de abordagem. Estas zonas podem levar a resultados inconsistentes e ao descolamento de camada induzidos pela malha. O autor ressalta que algumas modificações na formulação podem evitar tais problemas, e prevê a extensão da abordagem para uma gama maior de escoamentos.

CAPÍTULO 2

Formulação Matemática

2.1 Noções de Turbulência nos Fluidos

Neste capítulo, pretende-se fazer uma breve introdução da turbulência. Objetiva-se aqui a inserção do trabalho no contexto desta área específica da mecânica dos fluidos. Não se pretende aqui fazer uma descrição detalhada. Descrições mais exaustivas podem ser encontradas em Silveira-Neto (2002a) e Möller e Silvestrini (2004).

Entende-se turbulência atualmente como um comportamento inerente a um determinado sistema. Na física aplicada, define-se que um sistema detém regime turbulento quando o mesmo funciona com um elevado número de graus de liberdade. Um escoamento de um fluido pode perfeitamente ser encaixado nesta categoria.

A maior parte dos escoamentos existentes na natureza são turbulentos. Por isto, há muito interesse em compreender estes escoamentos a fundo. Os escoamentos turbulentos são instáveis e possuem flutuações que variam no espaço e no tempo. A turbulência e o campo correlato de transição advindo de um regime laminar têm sido alvo de intensa pesquisa no último século. A turbulência possui estreita relação com a teoria do caos. Atualmente a turbulência é vista como uma das mais incompreendidas áreas da física moderna.

Não existe atualmente uma definição para a turbulência. O nível de conhecimento acerca da mesma ainda não permite uma definição completa. Por isto, prefere-se identificar a turbulência através de características peculiares quando o fenômeno ocorre em um escoamento. Estas características são: (Silveira-Neto (2002a), Möller e Silvestrini (2004))

- **Irregularidade**

Esta característica leva a acreditar em duas abordagens para estudar um escoamento turbulento: Uma abordagem determinística e uma abordagem randômica. Como a predição determinística é difícil, acreditava-se que a abordagem randômica, através de métodos estatísticos, era a única ferramenta passível de utilização. Após a descoberta da presença de estruturas coerentes (como emissão ordenada de vórtices, tendo a esteira de Von Kàrman como exemplo) em um escoamento turbulento e o advento de computadores com maior capacidade de cálculo, passou-se a acreditar em um meio termo, ou seja, tratar de forma determinística as estruturas coerentes e tratar de forma randômica as estruturas que mantêm uma forma definida por um tempo superior ao tempo característico da mesma. Estas estruturas recebem tal tratamento por que acredita-se que as mesmas possuam coerência estatística. Para aplicações de engenharia, o tratamento estatístico completo do escoamento já é suficiente para a sua análise.

- **Difusividade**

No regime turbulento, a difusão de massa, poluentes, energia e quantidade de movimento são muito mais eficazes no regime turbulento. Isto se deve ao fato de que partículas de alta temperatura ou concentração viajam em altíssima velocidade, entrando em contato com partículas de baixa temperatura ou concentração. A consequência direta disto é a geração de altos gradientes de potenciais associados, acelerando a difusão molecular. Nota-se que a turbulência potencializa o poder de difusão do escoamento.

- **Ocorrência apenas em alto Reynolds**

O número de Reynolds pode ser interpretado como uma razão entre efeitos convectivos e efeitos difusivos de um escoamento. Os efeitos difusivos amortecem as instabilidades inerentes do escoamento através da maximização da difusão das grandezas descritas no item anterior. Já os efeitos convectivos amplificam estas instabilidades. Com isto, percebe-se que a turbulência ocorre apenas em números de Reynolds muito elevados.

- **Rotacionalidade e Tridimensionalidade**

A turbulência só ocorre em escoamentos com algum nível de rotação. Os mecanismos de transição à turbulência têm relação com a geração de vorticidade através das mais diversas instabilidades. Em vários exemplos, como instabilidades de Kelvin-Helmholtz, ou as de “Grampo de Cabelo” (*hairpin*), a transição leva ao estado rotacional.

A vorticidade é denotada por: (Möller e Silvestrini (2004))

$$\nabla \times u = \Omega = \epsilon_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \quad (2.1)$$

Em notação matricial, a vorticidade fica:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

A equação de Helmholtz, ou equação de vorticidade é obtida através da aplicação do operador rotacional na equação de Navier-Stokes (equação 2.5, a ser mostrada):

$$\frac{\partial \Omega_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial \Omega_i}{\partial x_j} = \Omega_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \Omega_i}{\partial x_j^2} \quad (2.3)$$

Nota-se o desaparecimento do termo de pressão, devido ao fato da pressão ser invariante a rotação (irrotacionalidade). No lado esquerdo, nota-se o termo transiente e o termo convectivo da vorticidade. No lado direito, percebe-se que o segundo termo representa a difusão viscosa da propriedade. O primeiro termo é o responsável pela variação da vorticidade, seja esta variação ocorrente via torção ou extensão de uma linha de vórtices. Para escoamentos bidimensionais, pode-se provar que este termo é nulo. Isto leva a concluir que não pode haver geração de vorticidade em escoamentos bidimensionais e que a turbulência é estritamente tridimensional.

- **Dissipativa**

Na turbulência, as tensões cisalhantes são intensificadas e fazem a energia cinética ser transformada em aquecimento via dissipação viscosa. Este efeito dissipativo está relacionado com as flutuações de velocidade, e quanto mais intensas, maior é o efeito dissipativo. Sem a inserção de energia, a turbulência decai rapidamente. Com isto, nota-se

que a turbulência é um fenômeno que atua como um parasita do escoamento, que precisa de energia para se desenvolver. Isto mostra que a turbulência não sobrevive sem o fornecimento contínuo de energia.

- **Fenômeno do Contínuo e de difícil Previsão**

Todas as escalas turbulentas são significativamente maiores do que as escalas de movimento moleculares, excetuando os escoamentos em altíssimos números de Mach (superiores a 15). Logo a hipótese do contínuo se torna válida aqui. As interações não lineares que caracterizam a turbulência e o sistema dinâmico que a define são extremamente dependentes de condições iniciais. E estes fatores tornam os modelos de solução imprecisos, assim como as medidas que fornecem as condições iniciais. A consequência é a imprevisibilidade do fenômeno. Por esta razão, é impossível repetir duas vezes o mesmo experimento com 100% de fidelidade. Portanto, mesmo com pequenas diferenças nas condições iniciais, os fenômenos não lineares inerentes ao escoamento turbulento amplificam estas diferenças.

Dadas estas definições, a turbulência é estudada através de várias frentes, dentre elas:

- Experimentação
- Simulação numérica

A experimentação utiliza uma vasta gama de equipamentos de medida, como anemometria de fio quente e laser, PIV (*Particle Image Velocimetry*), LIF (*Laser Induced Fluorescence*) e LDV (*Laser Doppler Velocimetry*) (Azevedo e Almeida (2002)). Estes recursos, especialmente os três últimos, permitem uma visualização bi e tridimensional do escoamento.

A simulação numérica tem avançado significativamente nos últimos anos. Ela tem acompanhado a evolução tecnológica dos computadores. As abordagens numéricas existentes e sua utilização também acompanham esta evolução. Esta é a frente utilizada neste trabalho. Algumas das abordagens numéricas existentes atualmente para o estudo de escoamentos turbulentos podem ser descritas como (Spalart (2000)):

- Simulação numérica direta (DNS - *Direct Numerical Simulation*);

- Simulação numérica de grandes escalas (LES - *Large Eddy Simulation*);
- Decomposição de Reynolds (RANS - *Reynolds Averaged Navier-Stokes* e URANS - *Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*);
- Simulação por metodologias híbridas (Decomposição de Reynolds e grandes escalas simultaneamente);

Nas seções a seguir, será feita uma descrição resumida das abordagens mencionadas acima. Para o presente trabalho, será considerado em todas as demonstrações que o escoamento é incompressível e isotérmico. Maiores discussões acerca destas abordagens podem ser encontradas em Silvestrini (2003), Silveira-Neto (2002b) e Fontoura-Rodrigues (2003).

2.2 Simulação Numérica Direta

Na simulação numérica direta, todas as escalas do escoamento são resolvidas explicitamente. Aplica-se diretamente as equações da continuidade e de Navier-Stokes. Partindo de Batchelor (1983), tais equações podem ser escritas na seguinte forma:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.5)$$

Tanto as grandes escalas, responsáveis pela produção, quanto as pequenas escalas, responsáveis pela dissipação de energia, são resolvidas sem modelagem. Como mencionado anteriormente, o alto número de graus de liberdade do escoamento é uma das características da turbulência. Este número pode ser calculado através da razão entre a escala de comprimento característica do escoamento (l) e a escala de Kolmogorov (η), que representa as escalas dissipativas (Silvestrini (2003)):

$$N \sim \frac{l}{\eta} \sim \left(\frac{lw}{\nu} \right)^{0,75} \sim Re^{0,75} \quad (2.6)$$

Desenvolvendo a equação 2.6, o número de graus de liberdade N a serem resolvidos pela simulação é dada pela seguinte ordem do número de Reynolds:

$$N^3 \propto Re^{2,25} \quad (2.7)$$

Cada grau de liberdade em um sistema dinâmico corresponde a resolução de uma equação discretizada. Nota-se da equação 2.7 que, como grande parte dos números de Reynolds de interesse da engenharia são superiores a 10^3 , resolver um escoamento com tal número de Reynolds significa resolver cerca de 100 milhões de equações simultâneas. Os computadores atuais são capazes de resolver por volta de 40 milhões de equações, ou mais, se forem utilizados supercomputadores ou processamento paralelo. Entretanto, a ordem de grandeza mencionada é pequena se comparada com os escoamentos presentes na natureza ou em outras aplicações de engenharia.

Além deste fator impeditivo, é necessário atentar que a malha necessária para resolver este escoamento necessita de um número de pontos n nas direções cartesianas do escoamento na ordem de:

$$n_x n_y n_z \propto Re^{2,25} \quad (2.8)$$

Nota-se da equação 2.8 que a malha utilizada exige um número muito grande de memória alocada, o que se torna outro fator restritivo. Além da discretização espacial, o passo de tempo a ser adotado deverá ser tal que permita a resolução das menores estruturas turbulentas. Portanto o tempo de processamento computacional T é denotado como:

$$T \propto Re^3 \quad (2.9)$$

Percebe-se de 2.9 que o tempo computacional necessário para uma completa caracterização do escoamento necessita ser muito maior que o tempo característico da escala integral do escoamento (Oliveira (2002)). E finalmente, além dos fatores acima mencionados, a solução fornecida pela simulação está em estado bruto. A mesma precisará de tratamento estatístico para verificar tendências e nuances do escoamento calculado.

Nota-se que os fatores mencionados restringem drasticamente a utilização da simulação numérica direta. Portanto sua utilização é condicionada a escoamentos em números de Reynolds baixos e moderados. A filtragem das equações de Navier-Stokes

mostra-se como uma alternativa para redução de custos computacionais. Outra alternativa é a utilização da decomposição de Reynolds, através da tomada de média da equação de Navier-Stokes. Estas abordagens serão descritas nos itens a seguir. Cabe ressaltar que as abordagens médias se tornam viáveis se comparadas a simulação direta. Porém, para perder estas restrições, abre-se mão da generalidade da solução obtida. Esta generalidade é perdida devido ao processo de tomada de média. Entretanto, para a maioria das aplicações da atualidade, não é mandatório obter tal generalidade. As abordagens a serem apresentadas serão as abordagens utilizadas neste trabalho.

2.3 Simulação de Grandes Escalas

A simulação de grandes escalas se situa como um ponto de equilíbrio entre a simulação numérica direta e a decomposição de Reynolds. As grandes escalas, que transportam energia e quantidade de movimento, são resolvidas diretamente, e as pequenas escalas são modeladas. Isto se deve ao fato de que se considera que as pequenas escalas são homogêneas e isotrópicas, ou seja, menos sensíveis às condições de contorno. Com isto, acredita-se que a abordagem seja mais independente do tipo do escoamento, ao contrário da decomposição de Reynolds. A semelhança entre a simulação numérica direta e a simulação de grandes escalas reside no fato de que ambas fornecem resultados transientes e tridimensionais das equações de Navier-Stokes. Devido ao processo de filtragem, é possível resolver escoamentos com alto número de Reynolds. Entretanto, ambas exigem malhas refinadas. Apesar disto, a simulação de grandes escalas vem se tornando uma metodologia promissora para o estudo da turbulência.

Para a simulação de grandes escalas, é necessário filtrar a equação de quantidade de movimento (equação 2.5), decompondo as variáveis em uma parte dita de grande escala (resolvida diretamente) e uma parte dita de pequena escala ou de submalha (modelada), através de uma média espacial (Sagaut (1988)). Matematicamente, aplicar uma filtragem espacial nas equações de Navier-Stokes corresponde à convolução de uma variável qualquer do escoamento f pela função filtro G (Lesieur et al. (2005)). Logo, considerando um comprimento característico para o filtro, a parte dita de grande escala, $\langle f \rangle$, pode ser

escrita como:

$$\langle f(x_i, t) \rangle = \int_V G(x_i - x'_i) f(x_i, t) dx'_i \quad (2.10)$$

A parte dita de pequena escala ou o campo inerente a submalha corresponde a parte separada do escoamento em relação à parte de grande escala:

$$f = \langle f \rangle + f' \quad (2.11)$$

Aqui, $G(x_i - x'_i)$ é a função filtro. Se o filtro for o filtro “chapéu” (*tophat*), então esta função pode assumir a seguinte forma:

$$G(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta^3}; & \text{se } |x_i| \leq \frac{\Delta}{2} \\ 0; & \text{se } |x_i| > \frac{\Delta}{2} \end{cases} \quad (2.12)$$

Aqui, Δ é o tamanho característico do filtro. Caso este tamanho seja o tamanho da malha, a filtragem se tornará a filtragem imposta pela discretização do domínio fluido.

Se o filtro for gaussiano, então:

$$G(x_i) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(-2 \frac{x_i^2}{\Delta_c^2}\right) \quad (2.13)$$

Estes dois filtros possuem comportamento similar no que tange a filtragem das menores escalas. Além deste filtro, outros tipos de filtragem podem ser utilizados, como o filtro de corte no espaço de Fourier. Para o presente trabalho, o filtro utilizado será o filtro *tophat*.

Com estas definições as equações da continuidade e Navier-Stokes filtradas tornam-se:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.15)$$

Nota-se que o termo convectivo da equação de quantidade de movimento denota-se como um produto filtrado. Em virtude disto, a resolução do sistema de equações fica impossível. Através da decomposição das escalas (equação 2.11), o termo não linear de transporte na equação filtrada pode ser desenvolvido como:

$$\langle u_i u_j \rangle = \langle (\langle u_i \rangle + u'_i)(\langle u_j \rangle + u'_j) \rangle = \underbrace{\langle \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle \rangle}_1 + \underbrace{\langle \langle u_i \rangle u'_j \rangle}_2 + \underbrace{\langle \langle u_j \rangle u'_i \rangle}_3 + \underbrace{\langle u'_i u'_j \rangle}_4 \quad (2.16)$$

Os termos 2 e 3 não aparecem em uma média temporal. A decomposição ainda não resolve o problema devido ao produto filtrado (termo 4). Por isto, para expressar este termo, utiliza-se um tensor adicional:

$$L_{ij} = \langle \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle \rangle - \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle \quad (2.17)$$

Substituindo em 2.16:

$$\langle u_i u_j \rangle = \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle + \langle \langle u_i \rangle u'_i \rangle + \langle \langle u_j \rangle u'_j \rangle + \langle u'_i u'_j \rangle + L_{ij} \quad (2.18)$$

Com isto, pode-se reescrever as equações de Navier-Stokes filtradas como:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} - (\tau_{ij} + C_{ij} + L_{ij}) \right] \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (2.20)$$

Onde cada termo é:

- $L_{ij} = \langle \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle \rangle - \langle u_i \rangle \langle u_j \rangle$ - Tensor de Leonard
- $C_{ij} = \langle \langle u_i \rangle u'_j \rangle + \langle \langle u_j \rangle u'_i \rangle$ - Termos Cruzados
- $\tau_{ij} = \langle u'_i u'_j \rangle$ - Tensor de Reynolds submalha

Esta decomposição feita para a obtenção de tais tensores é chamada de decomposição tripla ou de Leonard (Sagaut (1988)). O significado físico do tensor de Leonard é que o mesmo representa as interações das grandes escalas do escoamento. Por sua vez, o tensor representativo dos termos cruzados representa as interações entre as grandes e pequenas escalas do escoamento. Finalmente, o tensor de Reynolds submalha representa as interações das pequenas escalas do escoamento. Nota-se que a não linearidade do termo convectivo gerou os termos adicionais denotados anteriormente. Os tensores de Leonard e de Reynolds submalha são constituídos de correlações estatísticas de segunda ordem. É possível gerar equações de transporte para estas correlações. Mas nestas equações estariam correlações de terceira ordem e assim por diante. A exemplo da decomposição de Reynolds, que será discutida na seção seguinte, aparece aqui o problema de fechamento

da turbulência e a hipótese de Boussinesq como alternativa para a resolução do problema, que também serão discutidos a seguir.

O tensor de cisalhamento submalha (também chamado de tensor generalizado de Germano) é a soma dos três tensores provenientes da filtragem (Tensor de Leonard, Tensor de Reynolds submalha e os termos cruzados). Existe também a possibilidade de se modelar diretamente este tensor de cisalhamento sem a necessidade de utilizar os tensores que o compõem. (Lesieur e Métais (1996), Lesieur et al. (2005)). Este tensor é similar ao tensor de Reynolds ocorrente na decomposição de Reynolds, mas o significado físico do tensor submalha é diferente. A energia cinética de turbulência é bem mais significativa na decomposição de Reynolds, o que faz o modelamento da turbulência ser crucial na decomposição.

Para a parte dita de pequena escala, é necessária uma modelagem submalha (Silveira-Neto (2002b), Silvestrini (2003)). As modelagens submalha podem ser subdivididas em modelagens dependentes da viscosidade turbulenta e modelagens independentes da viscosidade turbulenta. O código ANSYS CFX utiliza a modelagem submalha de Smagorinsky juntamente com uma função de amortecimento para a viscosidade turbulenta submalha, que serão descritas a seguir.

2.3.1 Modelagem Submalha de Smagorinsky

A modelagem de Smagorinsky é baseada na hipótese de equilíbrio local para as pequenas escalas (produção de turbulência igual a dissipação). O tensor de Reynolds submalha é proposto através da hipótese de Boussinesq:

$$\tau_{ij} = \nu_t \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2.21)$$

A produção pode ser denotada como função do tensor taxa de deformação do campo filtrado e a dissipação ε pode ser denotada como função da velocidade e do comprimento característico submalha:

$$\wp = 2\nu_t S_{ij} S_{ij} \quad (2.22)$$

$$\varepsilon = \frac{-c_1 (\langle u'_i u'_j \rangle)^{1,5}}{\ell} \quad (2.23)$$

A escala de velocidade é relacionada com os gradientes da velocidade filtrada, através de uma analogia com o modelo de comprimento de mistura de Prandtl. O conceito do comprimento de mistura admite que a viscosidade turbulenta ocorrente na formulação RANS é proporcional a um comprimento característico de mistura multiplicado por uma velocidade característica. Para a modelagem submalha, o mesmo conceito foi utilizado, ou seja, a viscosidade turbulenta submalha é proporcional ao comprimento característico do filtro e a uma velocidade característica submalha. Tal relação pode ser mostrada através de análise de escala, conduzindo a:

$$\nu_t \sim \ell(\langle u'_i u'_j \rangle)^{0,5} \quad (2.24)$$

Com estas equações, a viscosidade turbulenta pode ser expressa em função do tensor taxa de deformação e da escala de comprimento:

$$\nu_t = (C_s \ell)^2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (2.25)$$

O comprimento característico ℓ é dependente da malha de cálculo utilizada. Já a constante de Smagorinsky foi primeiramente determinada analiticamente como $C_s = 0,18$ por Lilly (1992). Este cálculo se baseia na hipótese de turbulência isotrópica, com uma constante de Kolmogorov igual a 1.4. A demonstração do valor desta constante pode ser encontrado em Lesieur et al. (2005). Posteriormente, este valor foi alterado segundo o tipo do escoamento e pelo método numérico. Utilizar $C_s = 0,1$ tem resultado na redução da viscosidade turbulenta, levando a resultados razoáveis em determinadas situações. O código ANSYS CFX utiliza este valor como padrão. Baseado em Oliveira (2002), o valor utilizado no presente trabalho será de $C_s = 0,2$. Atualmente, existem trabalhos onde se altera convenientemente o valor da constante de modo a se obter o melhor resultado (Oliveira (2002)). Hoje se têm avanços consideráveis na modelagem submalha. Ao invés de se utilizar constantes, se utilizam funções que são avaliadas dinamicamente durante a simulação. Têm-se como exemplos a modelagem função estrutura de velocidade e a modelagem dinâmica (Germano et al. (1991)). Apesar disto a modelagem de Smagorinsky ainda é muito utilizada na engenharia, graças ao trabalho de Deardoff (ver Silveira-Neto (2002b), Silvestrini (2003) e Lesieur e Métais (1996) para detalhes).

2.3.2 Amortecimento de Parede

Para evitar que a viscosidade turbulenta atinja valores muito altos e consequentemente, leve à não convergência do problema, o código ANSYS CFX adota um amortecimento de parede. Este amortecimento é feito através de uma combinação da função mínima do comprimento de mistura e uma função de amortecimento para a viscosidade f_ν :

$$\nu_t = \min(l_{mix}, f_\nu C_s \Delta)^2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (2.26)$$

O comprimento de mistura é dado por:

$$l_{mix} = Ky_{wall} \quad (2.27)$$

A constante de Smagorinsky C_s e a constante K podem ser impostas no ANSYS CFX. Como padrão, seus valores no amortecimento são de 0,1 e 0,4 respectivamente. A função de amortecimento tem a unidade como valor padrão. Além deste valor, a função de amortecimento pode ser determinada pelo usuário de acordo com o caso. Esta determinação deve ser feita de acordo com a topologia do escoamento. No ANSYS CFX, esta função pode ser calculada de acordo com os casos de Van Driest (Grifoll e Giralt (2000)) e de Piomelli (Rudman e Blackburn (1999)). Para o caso de Van Driest, a função de amortecimento assume a seguinte forma:

$$f_\nu = 1 - \exp\left(\frac{-\tilde{y}}{A}\right) \quad (2.28)$$

Para o caso de Piomelli:

$$f_\nu = \sqrt{1 - \exp\left[\left(\frac{-\tilde{y}}{A}\right)^3\right]} \quad (2.29)$$

A distância até a parede normalizada é dada por:

$$\tilde{y} = \frac{y\tilde{u}}{\nu} \quad (2.30)$$

Esta distância é definida como função da distância calculada até a parede, a viscosidade cinemática do fluido e a escala local de velocidade. O valor do fator de

amortecimento é padronizado para ambas as funções com $A = 25$. Baseado no trabalho de Grifoll e Giralt (2000), o presente trabalho optou pelo amortecimento de Van Driest.

2.4 Decomposição de Reynolds - O Problema de Fechamento

Um escoamento turbulento tem como peculiaridade a multiplicidade de escalas. Isto significa que cada instabilidade dentro do escoamento é composta de outras instabilidades cujo comprimento de onda é menor do que as primeiras. É possível visualizar esta peculiaridade nos escoamentos. Esta multiplicidade também é uma forma de representação do número de graus de liberdade do escoamento (equação 2.6). Como mostrada na seção 2.2, a resolução explícita de todos os graus de liberdade de um escoamento turbulento comum de problemas de engenharia ainda não é possível. Portanto, além da metodologia de grandes escalas, utiliza-se a tomada de média.

Reynolds propôs um processo de decomposição das equações de Navier-Stokes através de uma média temporal (Fontoura-Rodrigues (2003), Silveira-Neto (2002a)). Isto é conhecido como RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) e consiste em fazer uma média temporal e modelar os termos inerentes ao tensor de Reynolds originários da não linearidade das equações. Esta formulação analisa o comportamento médio do escoamento e modela as suas flutuações.

A tomada de média temporal é feita da seguinte forma, para uma grandeza qualquer g :

$$\bar{g} = \int_{-t}^t g(t) dt \quad (2.31)$$

Portanto, para esta grandeza qualquer, faz-se a separação da mesma em uma média e uma flutuação:

$$g = \bar{g} + g' \quad (2.32)$$

Têm-se ainda as seguintes propriedades (Admitindo que a média é um valor constante):

- A média da flutuação é zero;
- A média do produto entre uma média e uma flutuação é zero;

- A média do produto é o produto das médias;

Portanto para a equação da continuidade, tomando a média e utilizando a comutatividade das derivadas parciais, tem-se que:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.33)$$

Subtraindo 2.4 de 2.33, tem-se a equação da continuidade para a flutuação da velocidade:

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.34)$$

Para a equação de quantidade de movimento (2.5), tem-se que, aplicando a média e utilizando a comutatividade novamente:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\nu \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \right) \quad (2.35)$$

Aplicando a decomposição de escalas para a velocidade (equação 2.32) no termo convectivo de 2.35 e utilizando das propriedades mencionadas, tem-se:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\nu \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \right) \quad (2.36)$$

Agupando o termo $\overline{u'_i u'_j}$ junto com o termo difusivo, tem-se finalmente:

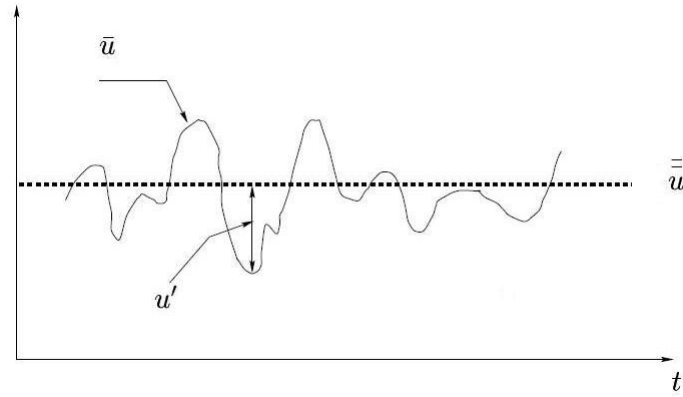
$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (2.37)$$

A formulação RANS despreza o termo transiente da equação 2.37 (primeiro termo a esquerda). Já a formulação URANS (*Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*) fornece um resultado transiente mediado pelo tempo, como mostrado no gráfico abaixo:

Neste caso, a velocidade passa a ser uma soma de uma média temporal da solução final, uma flutuação da média temporal final e a flutuação da primeira tomada de média:

$$u = \underbrace{\bar{u}}_1 + \underbrace{\bar{\bar{u}}}_2 + \underbrace{u'}_{II} \quad (2.38)$$

Esta formulação calcula algumas baixas frequências, além do campo médio. Esta média temporal final é uma média condicional que se associa a uma classe de eventos no



escoamento. Como esta média é feita em um período de tempo, pode-se afirmar que esta média é uma média de fase (Sagaut (1988)). O termo 2 é denotado como a contribuição das estruturas coerentes no escoamento, enquanto o termo II denota-se como a parte flutuante, ou randômica da turbulência. Logo I é a parte descrita no modelo matemático e II , por sua vez, é descrita pelo modelo de fechamento da turbulência. Por ser uma abordagem transiente, esta fornecerá mais informação do que a abordagem RANS. Ambas as abordagens necessitam do tratamento do tensor de Reynolds. O termo $\overline{u'_i u'_j}$ o denota. Este tensor é simétrico.

Não é possível resolver o sistema de equações nesta forma, devido ao fato de que há mais incógnitas (10, sendo elas, as três componentes da velocidade, as seis tensões de Reynolds e a pressão) do que equações (4, sendo estas, a equação da continuidade e as três componentes da equação de Navier-Stokes). Isto acontece graças as incógnitas introduzidas pelo tensor de Reynolds. Por isto é necessário modelar este tensor.

Estas modelagens podem ser constitutivas, ou seja, utilizando o que já se conhece em experimentação e utilizando na forma de constantes nos modelos de turbulência, ou evolutivas, utilizando formas analíticas aplicadas nas equações de Navier-Stokes.

O tensor de Reynolds é uma incógnita suplementar do problema. É possível gerar uma equação de transporte para o tensor. Aparentemente isto é mais simples, mas na geração desta equação surgem outros termos de ordem mais alta, responsáveis pelos processos adicionais de transporte devido à turbulência, que foram eliminados pelo processo de tomada da média. Logo, o problema resume-se a saber a partir de que ordem estes termos serão modelados. Este é o problema de fechamento da turbulência, já mencionado na seção 2.3.

O sucesso desta abordagem depende principalmente da configuração do escoamento e da ordem estatística desejada para o resultado. O fechamento de primeira ordem consiste em modelar o termo $\overline{u'_i u'_j}$, e os modelos de turbulência advindos desta abordagem deverão ser vistos como aplicações para engenharia, e por isso, é necessário a calibração de constantes para cada caso específico. O fechamento de segunda ordem e ordens superiores consistem em modelar os termos advindos das equações de transporte geradas para o tensor de Reynolds, e os modelos de turbulência deste tipo de fechamento são utilizados para aplicações científicas.

2.4.1 Hipótese de Boussinesq

A primeira hipótese para o problema de fechamento foi teorizada por Joseph Boussinesq (Fontoura-Rodrigues (2003), Silveira-Neto (2002a)). Esta hipótese foi a geratriz da maioria dos modelos de turbulência, e é até hoje muito utilizada como início para os modelos de turbulência de fechamento de primeira ordem. Esta hipótese consiste em propor que, na transição de um escoamento laminar para turbulento, ocorre um aumento nos coeficientes de atrito do fluido, fato este observado experimentalmente. O próprio regime turbulento origina um novo coeficiente de atrito chamado de atrito interno, sendo este uma grandeza escalar cuja dependência é linear com os gradientes de velocidade média do escoamento e é independente da pressão e da temperatura. Portanto, o campo de tensões gerado por este atrito interno é função de uma variável denominada viscosidade turbulenta ν_t , e dos gradientes de velocidade média do escoamento turbulento. A hipótese de Boussinesq portanto, assume a seguinte forma:

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{u'_i u'_i} \quad (2.39)$$

Substituindo a equação 2.39 na equação 2.37, obtém-se:

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\nu \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{u'_i u'_i} \right] \quad (2.40)$$

O termo envolvendo o delta de Kronecker também envolve a energia cinética de turbulência. A energia cinética de turbulência apenas não está explicitada nas equações 2.39 e 2.40. O divergente deste termo resulta no gradiente da energia cinética turbulenta

e permite que o resultado desta operação seja incorporado ao termo de pressão. Isto gera um termo de pressão modificada.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.41)$$

Onde a pressão modificada é denotada por:

$$\bar{p}^* = \bar{p} + \frac{2}{3} \rho k \quad (2.42)$$

Nota-se que este sistema de equações agora está fechado, pois, à exceção da viscosidade turbulenta, o número de equações e de incógnitas está equalizado. A forma que a viscosidade turbulenta é calculada é o que define os modelos de turbulência baseados neste conceito.

Cabe ressaltar que a hipótese de Boussinesq possui deficiências conceituais (Fontoura-Rodrigues (2003)):

- A viscosidade turbulenta foi teorizada por Boussinesq através de uma analogia com a teoria cinética dos gases, e graças a esta analogia a viscosidade foi formulada como propriedade termodinâmica, quando na realidade a viscosidade é uma variável que é função do escoamento, diferente do que foi teorizado;
- A grandeza da viscosidade é escalar, quando deveria ser tensorial. Em determinadas situações, aproximar a viscosidade turbulenta para uma grandeza escalar pode ser comprometedor para o resultado final;
- Na diagonal principal do tensor de Reynolds, a hipótese prevê valores nulos para a energia cinética de turbulência, ou seja, a hipótese prevê que a viscosidade turbulenta é uma quantidade isotrópica, e isso não necessariamente será sempre verdadeiro;

A razão da utilização da hipótese de Boussinesq atualmente se deve ao fato de que os modelos baseados na mesma fornecem resultados consistentes em alguns casos com baixo custo computacional, mas em casos onde o escoamento médio é predominantemente anisotrópico, as inconsistências são justamente a causa dos resultados falhos que os modelos apresentam. A modelagem da viscosidade turbulenta muda de acordo com o modelo.

Os modelos de fechamento de primeira ordem, ou seja, a uma e duas equações, propõem modelagens diferentes para a viscosidade. Atualmente, os modelos de turbulência se dividem em:

- Modelos dependentes da viscosidade turbulenta (primeira ordem)
 - Modelos a zero equação - Baseados na hipótese do comprimento de mistura de Prandtl
 - Modelos a uma equação - Utilizam uma equação de transporte
 - Modelos a duas equações - Utilizam duas equações de transporte
- Modelos independentes da viscosidade turbulenta (segunda ordem)
 - Modelos onde as tensões turbulentas se relacionam de forma algébrica com as componentes médias da velocidade
 - Modelos onde as componentes do tensor de Reynolds são modeladas através de equações de transporte

O comprimento de mistura de Prandtl modela a viscosidade turbulenta através de uma aproximação de escala com o comprimento e a velocidade característicos. Os modelos a uma e duas equações utilizam equações de transporte para propriedades do escoamento. Os modelos a duas equações têm sido os responsáveis por várias pesquisas nos últimos tempos. Da década de 90 até atualmente, estes modelos são muito utilizados na indústria, mais notadamente o modelo $k - \epsilon$. Estes modelos consistem em uma equação de transporte para a energia cinética de turbulência (k) e uma equação de transporte para o comprimento característico do escoamento, representado ou pela dissipação turbulenta ou pela frequência turbulenta. Aparentemente, estes modelos são suficientes para calcular o escoamento sem conhecê-lo. Entretanto tais modelos necessitam de calibração de constantes que, via de regra, são fortemente dependentes do tipo de escoamento.

Esta limitação dos modelos tem levado a estudos que originaram outra tendência. Esta tendência é representada pelo surgimento de modelos zonais, que aliam as vantagens de um modelo em determinada região com outro modelo que seja eficiente em outra região distinta. O presente trabalho utilizará um modelo desta tendência. Este modelo é descrito a seguir.

2.4.2 Modelo de Turbulência SST (*Shear Stress Transport*)

O modelo SST foi criado por Menter (Menter e Kuntz (2003)). Longe da região de parede é utilizada a formulação do modelo $k - \varepsilon$ e perto da parede, se utiliza a formulação do modelo $k - \omega$. A lógica deste modelo é dada pelo seguinte: O modelo $k - \omega$ é o modelo desejado para descrever o interior da camada limite. Ao contrário de outros modelos a duas equações, este modelo dispensa leis de parede ou funções de amortecimento. Isto possibilita a especificação de condições de contorno de Dirichlet. Além disto, o modelo é conhecido por sua estabilidade numérica. Sabe-se que o comportamento do modelo $k - \omega$ é muito superior ao modelo $k - \varepsilon$ no interior da região logarítmica em escoamentos com gradientes adverso de pressão e em escoamentos compressíveis. Na região de esteira, o modelo é substituído pelo modelo $k - \varepsilon$. O modelo $k - \omega$ tem forte sensibilidade às condições de corrente livre. Além disto, este modelo não é muito preciso ao analisar escoamentos cisalhantes livres, como jatos, camadas de mistura e desenvolvimento de esteiras turbulentas. Para que esta lógica de troca de modelos funcione, o modelo $k - \varepsilon$ é multiplicado por uma função de mistura e adicionado ao modelo $k - \omega$ também multiplicado por esta função de mistura. Daí, impõe-se que a função tenha valor unitário na região logarítmica (interior da camada limite) e, gradativamente, torne-se nula fora da mesma.

As equações de transporte do modelo são:

$$\rho \left(\frac{\partial k}{\partial t} + u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) = P_k - \beta' k \omega \rho + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \quad (2.43)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) = \alpha \rho S^2 + \beta \rho \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1 - F_1) \rho \sigma_\omega + \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (2.44)$$

Onde ε é a dissipação turbulenta e ω é a frequência turbulenta. A definição da viscosidade turbulenta é feita de modo a contabilizar o transporte das tensões cisalhantes principais turbulentas:

$$\nu_t = \frac{\alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega, (S_{ij} S_{ij})^{\frac{1}{2}} F_2)} \quad (2.45)$$

O termo $(S_{ij} S_{ij})^{\frac{1}{2}}$ é uma medida invariante do tensor taxa de deformação $S(u)$ e F_2 é uma de duas funções de mistura do modelo. A formulação das funções de mistura F_1 e F_2 é baseada na distância até a parede e nas variáveis do escoamento.

As funções de mistura têm como característica a delimitação das zonas onde cada modelo irá atuar. Através dos valores encontrados para as funções, o modelo irá mudar a formulação nas equações de transporte. A primeira função de mistura (F_1) é responsável pela troca de modelos na segunda equação de dissipação do modelo. Esta função de mistura também é a responsável pela determinação das constantes do modelo. A segunda função (F_2) é responsável pela troca de modelos na formulação da viscosidade turbulenta. Portanto, as funções de mistura são denotadas por:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (2.46)$$

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \quad (2.47)$$

$$CD_{k\omega} = \max(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \nabla \omega, 1, 0.10^{-10}) \quad (2.48)$$

Aqui, y é a distância até a parede. F_1 é igual a zero na região afastada da parede (modelo $k - \varepsilon$) e muda para 1 no interior da camada limite, na região perto da parede (modelo $k - \omega$). F_2 é denotada por:

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (2.49)$$

$$\arg_2 = \max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \quad (2.50)$$

Um limitador de produção é utilizado para evitar o crescimento de turbulência em regiões de estagnação:

$$P_k = \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.51)$$

$$\widetilde{P}_k = \max(P_k, 10 \cdot \rho \beta^* k \omega) \quad (2.52)$$

Se α_1 representa qualquer constante do modelo $k - \omega$ e α_2 representa qualquer constante do modelo $k - \varepsilon$, então α , que é a constante correspondente no modelo SST é computada como uma síntese dos dois primeiros modelos através da seguinte função:

$$\alpha = \alpha_1 F_1 + \alpha_2 (1 - F_1) + \dots \quad (2.53)$$

As constantes são $\beta'=0.09$, $\alpha_1=5/9$, $\beta_1=3/40$, $\sigma_{k1}=0.5$, $\sigma_{\omega 1}=0.5$, $\alpha_2=0.44$, $\beta_2=0.0828$, $\sigma_{k2}=1$, $\sigma_{\omega 2}=0.856$. As expressões analíticas para ω fornecidas por suas equações de transporte permitem uma formulação próxima à parede. Esta muda gradualmente de leis de parede para formulações de baixo número de Reynolds próximo a parede.

2.5 Simulação Híbrida

A formulação híbrida tem como conceito a mistura de metodologias de simulação, ou seja, a combinação de qualidades dos modelos de turbulência com elementos de simulação de grandes escalas. A maior motivação para a hibridização entre RANS e simulação de grandes escalas reside na redução do custo inerente a última, causada por dois fatores (Sagaut (1988)):

- A necessidade de se resolver diretamente todas as escalas responsáveis pela produção de turbulência
- A limitação de boa parte das modelagens submalha em contabilizar corretamente efeitos de anisotropia.

Tais fatores passam pelo uso de malhas extremamente refinadas. Isto pode se constituir em um problema severo se a escala de comprimento característica for uma função decrescente do número de Reynolds. Portanto, a utilização combinada de simulação de grandes escalas e equações médias de Reynolds visa obter resultados semelhantes a da simulação de grandes escalas a um custo menor. Sagaut (1988) classifica as técnicas híbridas de simulação numérica da turbulência da seguinte forma:

- Formulação Zonal - O domínio computacional é dividido em subdomínios que recebem diferentes abordagens.
- Equações de Perturbação não-lineares - Este método consiste em computar a parte de baixa frequência da solução utilizando equações médias, e o campo flutuante é calculado utilizando grandes escalas.

- Modelagem Universal - Substitui a modelagem submalha por um modelo de turbulência resultante de uma combinação entre um modelo RANS e um modelo submalha.

A transição de abordagens pode ser feita de forma abrupta, onde se desconsidera uma região de transição entre a interface das abordagens RANS e grandes escalas. Outra opção é uma transição mais gradual, onde se considera uma região de transição que será dependente do caso estudado. A formulação utilizada no presente trabalho é zonal e utiliza uma transição gradual, onde as escalas características ocorrentes na abordagem RANS são substituídas por escalas correspondentes à filtragem da simulação de grandes escalas. Com isto, a viscosidade turbulenta e as tensões turbulentas exibem comportamento contínuo, levando a uma transição gradual de formulações.

2.5.1 Modelo DES-SST

A proposta de Spalart (2000) para a simulação híbrida é denominado de DES (*Detached Eddy Simulation*), que pode ser traduzido como simulação de escala descolada. A formulação DES procura fugir dos comportamentos deficitários de cada abordagem se valendo das qualidades de cada. A formulação procura manter o escoamento médio na camada limite não descolada e, simultaneamente, oferece a capacidade de capturar esteiras turbulentas ou zonas de recirculação. Na prática, o modelo DES utiliza um modelo de turbulência que funciona como uma modelagem submalha para a formulação.

Existem dois problemas a serem resolvidos nesta formulação:

- Quão rapidamente as estruturas turbulentas transientes se desenvolvem após a troca de formulação de equações médias para grandes escalas?
- Como o mecanismo de troca de formulação deve ser modelado, de modo que o modelo não induza ao cálculo prematuro do descolamento da camada limite?

As respostas destes dois problemas podem ser obtidas através das funções de mistura definidas no modelo SST. Estas funções irão “blindar” a camada limite, reduzindo o problema de descolamento induzido pela malha. Como o modelo SST é baseado em uma formulação zonal, diferenciando a região da camada limite do resto do escoamento, as

funções de mistura do modelo podem ser utilizadas para evitar o descolamento induzido pela malha. A formulação irá mudar quando a escala de comprimento turbulenta obtida pela parte de equações médias do modelo for maior que o espaçamento da malha local. Neste instante, esta escala é substituída pelo espaçamento da malha local (Δ_1) para o cômputo da taxa de dissipação na equação da energia cinética de turbulência. Para tanto, o modelo DES-SST utiliza a formulação do modelo SST descrita anteriormente, juntamente com o modelamento matemático responsável pela troca, que é denotado por:

$$\varepsilon = k\beta'\omega = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L_t} \Rightarrow \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_{DES}\Delta_1} \quad (2.54)$$

Para $C_{DES}\Delta_1 < L_t$:

$$\Delta_1 = \max(\Delta_i); L_t = \frac{\sqrt{k}}{\beta'\omega} \quad (2.55)$$

Aqui, a troca do modelo SST para uma formulação de grandes escalas é feita somente onde a escala de comprimento turbulenta, L_t , é maior do que o espaçamento local da malha. Longe da parede, a escala de comprimento é redefinida, elevando a magnitude do termo de destruição na equação de energia cinética de turbulência. A constante C_{DES} é calibrada de forma a exibir um comportamento similar ao da modelagem de Smagorinsky para turbulência isotrópica (seção 2.3.1).

A escala de comprimento utilizada no cômputo da taxa de dissipação na equação da energia cinética de turbulência é substituída por Δ_1 . A razão desta escolha é que o modelo deverá retornar para o modelo SST na região onde a camada limite estiver colada. Logo, esta medida é a forma mais segura de se garantir esta condição. Strelets (2001) propôs a seguinte modificação no modelo, formulado como um multiplicador do termo de destruição na equação da energia cinética de turbulência:

$$\varepsilon = k\beta'\omega \Rightarrow k\beta'\omega F_{DES}; F_{DES} = \max\left(\frac{L_t}{C_{DES}\Delta_1}, 1\right) \quad (2.56)$$

Aqui, $C_{DES} = 0,61$ é o limitador que deverá estar ativo na região de equações médias, especificamente na região do modelo $k - \varepsilon$ inerente ao modelo SST. A formulação numérica também muda de um esquema *upwind* na região de equações médias para um esquema de diferenças centrais na região de grandes escalas. A descrição destes esquemas

será feita no capítulo seguinte. Logo, a terceira função de mistura é modelada no ANSYS CFX nesta forma:

$$F_{DES-SST} = \max\left(\frac{L_t}{C_{DES}\Delta_1}(1 - F_{SST}), 1\right) \quad (2.57)$$

F_{SST} pode ser nulo ou assumir os valores das funções de mistura do modelo SST. Colocar $F_{SST} = 0$ recupera a formulação original do modelo (Strelets (2001)). Menter et al. (2003) utilizaram $F_{SST} = F_2$ na simulação de um aerofólio 2D. No resultado, notou-se que a camada limite não descolou prematuramente, mantendo o resultado esperado. Logo, as funções de mistura oferecem a possibilidade de proteger a camada limite da influência da malha. Entretanto, F_2 não cobre totalmente a camada limite. Isto mostra que as funções de mistura do modelo SST não resolvem o problema da alta sensibilidade do modelo a malha. Elas apenas reduzem seu limite crítico em uma ordem de grandeza.

CAPÍTULO 3

Metodologia Numérica

3.1 Discretização

A função de um método numérico qualquer consiste em resolver equações diferenciais através da substituição das derivadas por expressões algébricas que contenham a incógnita do problema. No momento em que opta-se pela solução numérica, opta-se pela solução para um número discreto de pontos, com um dado erro. Espera-se que, quanto maior o número de pontos, menor será o erro, ao custo de processamento computacional (Maliska (2003)). A substituição das derivadas por funções algébricas tem em seu processo a integração das equações. Esta substituição consiste em calcular um sistema de N equações algébricas lineares com N incógnitas, uma para cada nó. Como fazê-lo é o que diferencia os métodos numéricos.

O método dos volumes finitos é definido como qualquer método que, para obter as equações aproximadas, satisfaz a conservação de uma dada propriedade a nível de volumes elementares. Esta conservação pode ser obtida através do balanço da propriedade nos volumes ou realizar uma integração espacial e temporal das equações em sua forma conservativa no volume elementar. Nota-se que os dois processos são equivalentes. O resultado é um sistema de equações que conservam a propriedade no volume. Resolver as equações diferenciais parciais analiticamente significa respeitar a conservação de uma propriedade a nível pontual. Resolver as equações diferenciais numericamente significa respeitar a conservação de uma dada propriedade a nível discreto. O presente trabalho utiliza o método dos volumes finitos, com elementos tetraédricos. Este método é a base do código ANSYS CFX.

A discretização de um domínio é feita através da subdivisão do mesmo em um conjunto de triângulos não superpostos, onde nenhum vértice de um triângulo superponha outro. Esta subdivisão gera uma malha de elementos tetraédricos. Esta definição é advinda do método dos elementos finitos, sendo aplicável a outras formas de discretização do domínio como volumes ou diferenças finitas. Esta triangularização pode ser feita através do método de *Delaunay*. Esta metodologia garante a malha compatibilidade topológica, assim como propriedades geométricas adicionais para o domínio. A triangularização de *Delaunay* consiste em decompor o domínio em elementos tetraédricos que preenchem todos os requisitos exigidos pelo método dos elementos finitos. O algoritmo deste método de triangularização gera uma malha tetraédrica a partir de um conjunto de pontos nodais, sempre respeitando o critério de não superpor vértices. Qualquer elemento que contrarie este critério é substituído. A triangularização de *Delaunay* é disponibilizada no código ANSYS CFX e foi utilizada no presente trabalho.

3.1.1 Integração das Equações Governantes

A discretização das equações governantes envolve a discretização do domínio fluido através de uma malha de cálculo. Cada uma das equações de Navier-Stokes são integradas em cada volume de controle da malha. Cada quantidade relevante para o escoamento, tais como massa, velocidade e temperatura são conservadas a nível discreto em cada volume de controle. A superfície de um volume finito é representado pela área hachurada da figura 3.1.

Para o método dos volumes finitos a forma geométrica do volume de controle não é importante. Basta que o ponto de integração esteja definido no elemento (figura 3.2). As equações de Navier-Stokes (equações 2.4 e 2.5) podem ser reescritas de modo a manter implícitas as influências exercidas pela pressão e pela velocidade. Tornar tais influências implícitas tem como consequência uma maior facilidade para tratar do acoplamento pressão-velocidade. Portanto:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) + S \quad (3.2)$$

O termo S representa os termos de fonte. Em comparação com a equação 2.5, uma parcela do tensor de tensões fica implícita. Deseja-se obter equações aproximadas para cada volume de controle.

Para tanto, é necessário integrar as equações no volume de controle em questão e no tempo. O resultado de tal integração gera produtos escalares que podem ser avaliados de duas formas (Maliska (2003)): Considerando o sistema de coordenadas disponível ou o sistema cartesiano. A segunda opção permite obter expressões gerais aplicáveis a qualquer elemento de malha, seja ele triangular ou quadrangular e dispostos de forma estruturada ou não. Com isto, as equações discretizadas se denotam como:

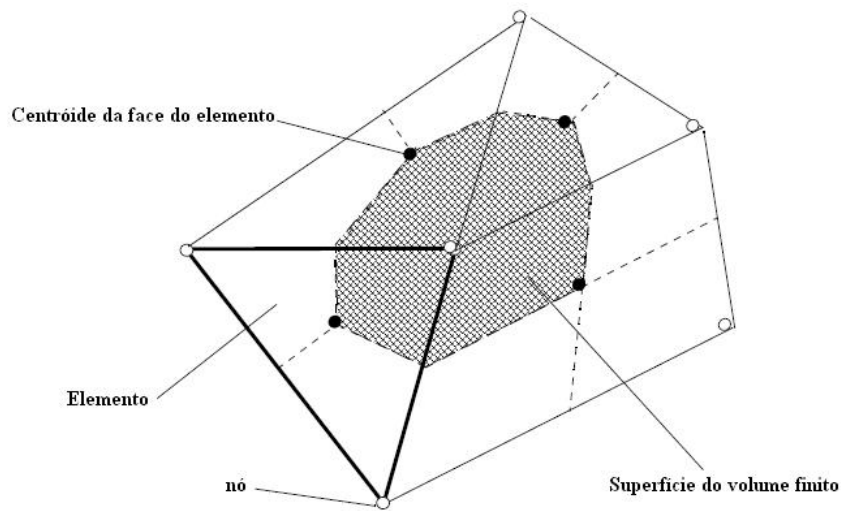


Figura 3.1: Superfície de um Volume Finito

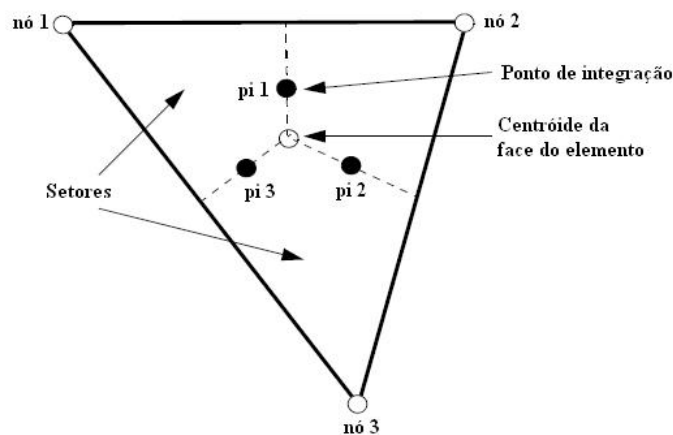


Figura 3.2: Elemento de Malha

$$\left(\frac{M_P - M_P^o}{\Delta t}\right) + \sum_{pi} (\rho u_j \Delta n_j)_{pi} = 0 \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{M_P(u_i)_P - M_P^o(u_i)_P^o}{\Delta t}\right) + \sum_{pi} (\rho u_i \Delta n_j)_{pi}^o(u_i)_{pi} = \\ & \sum_{pi} (P \Delta n_i)_{pi} + \sum_{pi} \left(\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \Delta n_j\right)_{pi} + (S_P^{u_i}(u_i)_P + S_C^{u_i}) \Delta V \end{aligned} \quad (3.4)$$

As vazões mássicas sobre a superfície de cada volume finito podem ser denotadas por:

$$\dot{M}_{pi} = (\rho u_j \Delta n_j)_{pi}^o \quad (3.5)$$

Nota-se das equações que todos os fluxos se referem aos pontos de integração, e para que a equação tome forma, é necessário relacionar estes pontos às variáveis nos pontos nodais de cada elemento. Não é possível utilizar funções de forma nos termos advectivos. Isto se deve a importância da velocidade no transporte de quantidade de movimento no escoamento. Utilizar as funções de forma para a interpolação geraria uma aproximação linear, que é inapropriada para a modelagem de tais termos (Maliska (2003)). Para os termos difusivos, acontece o contrário. As funções de forma podem ser utilizadas devido a sua natureza elíptica.

3.1.2 Funções de Forma

Vários termos nas equações discretizadas requisitam soluções ou gradientes de soluções que precisam ser avaliadas nos pontos de integração. Entretanto os campos representativos da solução do problema ficam armazenados nos nós da malha. Para que se calcule a variação dos campos representativos da solução no interior do elemento, funções de forma originárias do método dos elementos finitos são empregadas. As funções de forma presentes no código ANSYS CFX são lineares em termos de coordenadas paramétricas. A forma geométrica do elemento define a forma assumida pelas funções.

Considera-se uma variável ϕ , e a variação desta é denotada por:

$$\phi = \sum_{i=1}^{n_{no}} N_i \phi_i \quad (3.6)$$

Onde N_i e ϕ_i é a função de forma e o valor da variável no nó i respectivamente. O somatório é feito em todos os nós do elemento. As propriedades importantes das funções de forma incluem:

$$\sum_{i=1}^{n_{no}} N_i = 1 \quad (3.7)$$

$$\text{Para o nó } j, N_i = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (3.8)$$

As funções de forma são também utilizadas para calcular várias quantidades geométricas, como as posições dos pontos de integração e vetores de área de superfície. Isto se deve porque a variável ϕ da equação 3.6 também pode assumir as coordenadas geométricas dos nós da malha:

$$y = \sum_{i=1}^{n_{no}} N_i y_i \quad (3.9)$$

Como malhas tetraédricas (figura 3.3) são o tipo de malha utilizada no presente trabalho, as funções de forma trilineares assumem a seguinte forma:

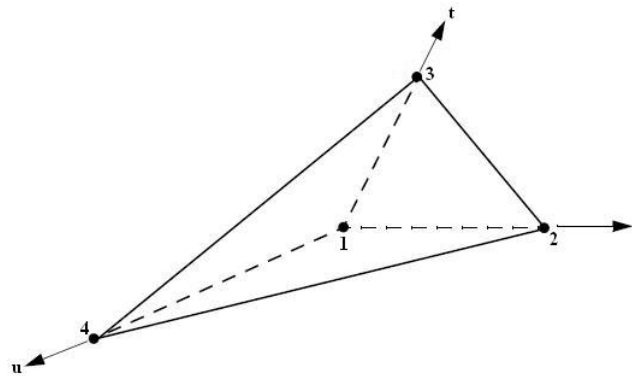


Figura 3.3: Elemento Tetraédrico

$$N_1(s, t, u) = 1 - s - t - u \quad (3.10)$$

$$N_2(s, t, u) = s \quad (3.11)$$

$$N_3(s, t, u) = t \quad (3.12)$$

$$N_4(s, t, u) = u \quad (3.13)$$

3.1.3 Acoplamento Pressão-Velocidade

Uma prática usual no método dos volumes finitos é escrever todas as equações conservativas de modo que apenas uma variável seja tratada de forma implícita. Logo o sistema de equações é resolvido de forma segregada, onde as não-linearidades e o acoplamento são tratados através de iterações (Maliska (2003)). Na forma segregada, cada sistema de equações inerente a cada variável do escoamento é resolvido um a um. Ao se resolver o sistema desta forma, surge o problema de acoplamento entre variáveis. Na mecânica dos fluidos, um dos possíveis problemas é o acoplamento entre pressão e velocidade ou entre temperatura e velocidade. Este problema ocorre em escoamentos incompressíveis ou onde a massa específica não é fortemente influenciada pela pressão. Uma das formas de tratar tal problema consiste no acoplamento inicial destas variáveis, através da criação de um único sistema linear. Este sistema conterà todos os coeficientes e as incógnitas serão resolvidas simultaneamente. O código ANSYS CFX resolve os sistemas lineares provenientes do problema em questão de forma acoplada.

Atualmente existem vários métodos para tratar deste acoplamento. Todos eles, basicamente, criam uma equação para a pressão. Isto permite o avanço do processo iterativo. Entretanto, por trás deste problema existe um arcabouço físico que deve ser explicado. No transporte de quantidade de movimento em um problema fluido, o campo de pressão deve gerar velocidades que não violem a equação da continuidade. Por isto, o algoritmo que se proponha a resolver o problema de acoplamento deve levar isto em conta.

No código ANSYS CFX a representação unidimensional da equação da continuidade é denotada por:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i + \frac{\Delta x^3 B}{4\dot{M}} \left(\frac{\partial^4 p}{\partial x^4}\right)_i = 0 \quad (3.14)$$

onde:

$$\dot{M} = (\rho u_j \Delta n_j)_{pi}^o \quad (3.15)$$

Neste processo a equação da continuidade é modificada por uma derivada de quarta ordem da pressão que age para distribuir a influência da mesma. Uma primeira aproximação de diferenças centrais de segunda ordem é mudada para a derivada de

primeira ordem da velocidade. Isto elimina os problemas de oscilações apresentados no acoplamento. Durante o processo de refinamento da malha, a ordem de grandeza do segundo termo na equação 3.14 se anula a uma taxa relativa de Δx^3 relativa a derivada da velocidade. Este processo ocorre até que a forma diferencial desejada da equação da continuidade seja rapidamente recuperada. Este termo é, em síntese, um termo de estabilização para a pressão. Maiores detalhes a respeito do problema de acoplamento e as formas de solução para escoamentos poderão ser encontrados em Maliska (2003). A discretização de cada termo das equações governantes pode ser alterada no ANSYS CFX de acordo com a necessidade do usuário. Tais escolhas irão permitir uma melhor convergência do problema. A seguir será feita uma descrição das opções de discretização de cada termo das equações de transporte.

3.1.4 Termo Transiente

Considera-se o termo transiente de uma variável qualquer ϕ na forma integral:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV \quad (3.16)$$

Para o termo transiente, o ANSYS CFX oferece o método numérico de resolução de equações diferenciais denominado Euler regressivo¹. Este é um método implícito. Para este esquema, duas opções são disponíveis:

- Método Euler regressivo de primeira ordem

Neste método, a derivada temporal da variável ϕ é aproximada através da seguinte expressão:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi - \phi^0}{\Delta t} \quad (3.17)$$

O que leva o termo transiente a assumir:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV = M \left(\frac{\phi - \phi^0}{\Delta t} \right) \quad (3.18)$$

Esta opção se caracteriza por sua robustez e por ser conservativo no tempo. Isto implica que o mesmo não cria uma limitação no passo de tempo. Como o nome diz,

¹Do inglês *Backward Euler*

possui uma precisão de primeira ordem no tempo. Entretanto, esta opção pode induzir o problema de difusão numérica no tempo, similar ao problema de difusão numérica presente no termo difusivo (Maliska (2003)).

- Método Euler regressivo de segunda ordem

Neste método, a derivada temporal da variável ϕ é aproximada através da seguinte expressão:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{3}{2}\phi - 2\phi^0 + \frac{1}{2}\phi^{00} \right) \quad (3.19)$$

Assim como a opção anterior, esta se caracteriza por sua robustez e por ser conservativo no tempo. Seu diferencial se dá no fato de que sua precisão é de segunda ordem no tempo. Entretanto, esta opção pode trazer problemas na solução. Estes problemas são consequência do problema de oscilação numérica. Maiores detalhes sobre este problema e o problema de difusão numérica poderão ser encontrados em Maliska (2003). Nas simulações transientes do presente trabalho, o esquema de primeira ordem é utilizado.

3.1.5 Termo Difusivo

Como comentado anteriormente, as funções de forma não podem ser utilizadas no termo advectivo. Entretanto no termo difusivo, a natureza elíptica do mesmo permite a utilização das mesmas. Na abordagem padrão de elementos finitos, as funções de forma avaliam as derivadas dos termos difusivos. Dada uma derivada na direção x em um ponto de integração pi qualquer, tem-se:

$$\left. \frac{\partial\phi}{\partial x} \right|_{pi} = \sum_n \left. \frac{\partial N_n}{\partial x} \right|_{pi} \phi_n \quad (3.20)$$

A soma é efetuada em todas as funções de forma do elemento. As derivadas em relação as coordenadas cartesianas das funções de forma são dadas em termos das derivadas locais através de uma matriz de transformação. Esta transformação é expressada através do operador matemático Jacobiano:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial s} \\ \frac{\partial N}{\partial t} \\ \frac{\partial N}{\partial u} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Os gradientes de cada função de forma são calculados na localização atual de cada ponto de integração. Este tipo de cálculo é chamado de interpolação trilinear. Outra possibilidade é calcular para a localização de intersecção entre a superfície do ponto de integração e a aresta do elemento em questão. Esta possibilidade é denominada de interpolação linear.

3.1.6 Termo de Pressão

No termo de pressão, a integral de superfície do gradiente de pressão na equação de quantidade de movimento envolve a seguinte expressão:

$$(P\Delta n_{pi})_p \hat{i} \quad (3.22)$$

O valor de P_{pi} é interpolado através das funções de forma:

$$P_{pi} = \sum_n N_n(s_{pi}, t_{pi}, u_{pi}) P_n \quad (3.23)$$

A exemplo do termo difusivo, as funções de forma podem ser avaliadas através de interpolação trilinear ou através de interpolação linear.

3.1.7 Termo Advectivo

O cálculo dos fluxos advectivo e difusivo nas equações governantes do fenômeno em questão (seja o fenômeno hidrodinâmico, térmico ou de transferência de massa) deve ser realizado em função dos valores das funções de interpolação nos pontos nodais. Isto significa que a função de interpolação conecta os pontos nodais, onde se armazena a variável transportada. Portanto, deve-se utilizar uma função de interpolação que tenha erro mínimo e que não envolva muitos pontos nodais (Maliska (2003)). A situação ideal é aquela que tem uma função de interpolação que conecte os pontos nodais com a própria solução do problema, recorrente em problemas bem simples.

Para que o termo advectivo tenha discretização, é necessário relacionar a variável transportada no ponto de integração com os demais valores nodais da mesma variável. Logo, os esquemas de advecção presentes no ANSYS CFX partem da seguinte base:

$$\phi_{pi} = \phi_{no} + \beta \nabla \phi \cdot \Delta W \quad (3.24)$$

ϕ_{no} é o valor da propriedade em um nó qualquer e W é o vetor que une este nó ao ponto de integração. A escolha de β é o que diferencia os esquemas de advecção de primeira ordem. Os esquemas disponibilizados no ANSYS CFX são denotados como:

- Esquema *upwind* de primeira ordem (*First Order Upwind Differencing Scheme*)

O esquema *upwind* busca evitar o aparecimento de coeficientes negativos ocorrentes no esquema de diferenças centrais. Aqui, para que este esquema seja usado, impõe-se $\beta = 0$. Este esquema faz com que o valor da função na região em questão seja igual ao valor da função na região a montante desta. Este esquema, assim como muitos outros utilizados na mecânica dos fluidos computacional se baseiam em expansão em série de Taylor. Quanto mais termos, melhor será a solução, ao custo de processamento computacional. A ordem deste esquema se refere a ordem do maior termo na parte truncada da expansão em série. Este esquema se caracteriza por sua robustez, mas é muito suscetível ao problema de difusão numérica.

- Esquema de correção de advecção numérica (*Numerical Advection Correction Scheme*)

Este esquema permite ao usuário impor o valor de β . Este valor obrigatoriamente deverá estar entre 0 e 1. O segundo termo a direita da equação 3.24, chamado de termo de correção numérica advectiva, pode ser visto como um fluxo anti-difusivo que é adicionado ao esquema *upwind*. Quando se impõe $\beta = 1$, impõe-se um esquema de segunda ordem. Entretanto, é menos robusto que o esquema *upwind* e pode apresentar problemas de oscilação numérica.

- Esquema de Alta Resolução (*High Resolution Scheme*)

Este esquema coloca β com o valor o mais próximo possível de 1. Com isto, descontinuidades são reduzidas na região de corrente livre. Para quantidades vetoriais, β é calculado de forma independente para cada componente do vetor em questão. Tem como desvantagens as mesmas do esquema de correção de advecção numérica.

- Esquema de Diferenças Centrais (*Central Difference Scheme*)

O esquema de diferenças centrais utiliza uma interpolação linear. Considera-se que as faces do volume de controle estejam entre os pontos nodais, localizados no meio. O valor de ϕ aqui é calculado utilizando uma função trilinear:

$$\phi_{pi} = \sum_n N_n(s_{ip}u_{ip}t_{ip})\phi_n \quad (3.25)$$

Este esquema se caracteriza por envolver apenas dois pontos nodais no cálculo dos fluxos. Este esquema é de segunda ordem e é recomendado especificamente para simulação de grandes escalas. Maliska (2003) mostra que a utilização de diferenças centrais quase sempre cria coeficientes negativos, o que acaba por dificultar a convergência do problema. Isto acaba gerando oscilações numéricas em regiões de altos gradientes. Além disto, se o método iterativo de solução não for robusto, a divergência acabará por ocorrer. Nas simulações em URANS do presente trabalho, utilizou-se o esquema de alta resolução. Para a simulação de grandes escalas, utilizou-se o esquema de diferenças centrais. Para a simulação em DES, utilizou-se os esquemas *upwind* e de diferenças centrais

3.1.8 Descrição do Sistema de Equações

Feitas as descrições acerca da integração das equações governantes, e a apresentação das metodologias de discretização, agora serão feitas considerações sobre a resolução do sistema de equações. Na mecânica dos fluidos computacional, a resolução do sistema de equações ocupa a maior parte do tempo total de solução. Em geral, métodos iterativos são mais utilizados em mecânica dos fluidos computacional.

O conjunto de equações decorrente da aplicação do método de volumes finitos são equações discretizadas na forma conservativa. O sistema de equações pode ser escrito em forma compacta através de:

$$\sum_{v_i} a_i^v \varphi_i^v = b_i \quad (3.26)$$

onde φ é a solução do do sistema, b representa os termos independentes, a representa os coeficientes da equação, i o índice que identifica o elemento ou nó em questão, e v significa “vizinho”, que também é um coeficiente multiplicador da solução na i -ésima localização. Como o nó pode assumir qualquer número vizinho, portanto este método

pode ser aplicado para malhas estruturadas ou não-estruturadas. Para um sistema de equações acoplado tridimensional, tem-se:

$$a_i^{nb} = \begin{bmatrix} a_{uu} & a_{uv} & a_{uw} & a_{up} \\ a_{vu} & a_{vv} & a_{vw} & a_{vp} \\ a_{wu} & a_{wv} & a_{ww} & a_{wp} \\ a_{pu} & a_{pv} & a_{pw} & a_{pp} \end{bmatrix}_{i}^{np} \quad (3.27)$$

$$\phi_i = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \end{bmatrix}_i \quad (3.28)$$

$$b_i = \begin{bmatrix} b_u \\ b_v \\ b_w \\ b_p \end{bmatrix}_i \quad (3.29)$$

Nenhum ponto da matriz isso é tratado diferentemente, ou seja, não são usados algoritmos de soluções diferentes para quantidade de movimento ou massa. As vantagens do tratamento acoplado sobre uma solução segregada são a robustez, eficiência e generalidade. Todas essas vantagens combinadas fazem da resolução acoplada uma ferramenta extremamente poderosa de qualquer código CFD. A principal desvantagem é o alto custo computacional decorrente do armazenamento de todos os coeficientes.

3.1.9 Resolução do Sistema de Equações

O código ANSYS CFX utiliza como técnica numérica a fatorização LU incompleta com um método *multigrid* para a resolução do sistema linear de equações.

A forma linearizada das equações discretizadas pode ser denotada através de uma equação matricial:

$$[A][\varphi] = [b] \quad (3.30)$$

$[A]$ é a matriz de coeficientes, $[\varphi]$ é o vetor solução do problema e $[b]$ representa o lado direito da equação. A equação 3.30 pode ser resolvida iterativamente. Isto se dá

começando com uma solução aproximada φ^n que é melhorada com uma correção φ' para uma solução mais precisa φ^{n+1} :

$$\varphi^{n+1} = \varphi^n + \varphi' \quad (3.31)$$

φ' será a solução de:

$$A\varphi' = r^n \quad (3.32)$$

r^n é o erro residual, obtido de:

$$r^n = b - A\varphi^n \quad (3.33)$$

Este erro é calculado como o desbalanço do sistema linear. Estes resíduos são normalizados para monitoramento da solução e para obter um critério de convergência. O resíduo normalizado é dado por:

$$[r_\varphi] = \frac{[r_\varphi]}{a_p \Delta\varphi} \quad (3.34)$$

Aqui, $[r_\varphi]$ é o resíduo, a_p representa o coeficiente do volume de controle e $\Delta\varphi$ representa o alcance da variável φ no domínio. a_p e $\Delta\varphi$ podem ser calculados diretamente, porém este cálculo não é trivial. Os resíduos têm algumas características importantes:

- São independentes de qualquer escolha de passo de tempo;
- São independentes de valores iniciais quaisquer;

Este algoritmo é aplicado sucessivamente até a obtenção de uma solução cuja precisão é determinada pelo usuário. Cabe ressaltar que o aumento do número de elementos da malha tende a reduzir consideravelmente a performance computacional. Elementos de malha com altas razões de aspecto também tendem a reduzir a performance computacional. A utilização dos métodos *multigrid* tem como finalidade a melhora na performance computacional.

3.1.10 Métodos *Multigrid*

Os métodos iterativos de ponto a ponto possuem baixas taxas de convergência quando se utiliza malhas muito refinadas. Isto ocorre devido aos erros de baixa frequência. Os mesmos não são dissipados rapidamente pelo algoritmo de solução. Este comportamento é ocorrente independente de dimensão, ou seja, o mesmo ocorre em problemas 1D, 2D e 3D. Os métodos *multigrid* tem como objetivo acelerar a convergência do problema. Isto acontece quando se utiliza no domínio em questão malhas bem refinadas e bem grosseiras. O procedimento consiste em identificar na malha fina as direções onde os coeficientes são dominantes, e nesta direção, engrossar a malha o máximo possível, de modo a filtrar as frequências advindas de qualquer difusão numérica. Os métodos *multigrid* se dividem em duas classes:

- Geométricos - Aglomeração de volumes feita baseada na malha;
- Algébricos - Aglomeração de volumes feita com base na anisotropia dos coeficientes;

O código ANSYS CFX utiliza um método *multigrid* algébrico denominado *Additive Correction*. Seu princípio básico consiste em em manter os princípios de conservação nos blocos de malhas criados na malha fina. A malha grossa é criada através da união dos volumes originais até se obter volumes maiores. A demonstração do princípio *Additive Correction* pode ser encontrado em Maliska (2003). O tempo de computação varia de forma linear com o número de malhas utilizadas, o que acaba por contribuir enormemente com o tempo computacional total.

3.2 Condições de contorno

Feitas todas as considerações a respeito da discretização, será feita aqui a descrição das condições de contorno utilizadas no presente trabalho. Para todas as simulações, as condições de contorno utilizadas foram:

- Entrada (*Inlet*)

Em condições de entrada ou afluxo, sobre a superfície que representa a condição de contorno, são impostas condições de contorno de Dirichlet para a velocidade e para as

grandezas turbulentas. Ou seja, os valores de velocidade, energia cinética de turbulência e de dissipação turbulenta foram impostos. Em todos os casos simulados no presente trabalho, o perfil de velocidade levantado por Cala et al. (1996) foi utilizado. Este perfil foi aproximado por uma função de potência de expoente 1/6 e é denotado por:

$$\frac{u}{u_0} = 1,089 \left(\frac{z}{H} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (3.35)$$

Onde u_0 é a velocidade do escoamento não perturbado, z é o eixo de coordenada alinhada com a altura do cilindro e H é a altura do cilindro. As outras quantidades turbulentas são calculadas no ANSYS CFX através da velocidade.

- Saída (*Opening*)

Em condições de saída ou efluxo, sobre a superfície que representa a condição de contorno, são impostas condições de Neumann homogêneas sobre as componentes do campo de velocidade e sobre as grandezas turbulentas. É considerada uma pressão de referência na saída através de uma condição de Dirichlet. Em todos os casos simulados foi utilizada a condição *Opening*, que permite que o fluido cruze a superfície da condição de contorno em qualquer direção. No ANSYS CFX, especifica-se a pressão relativa na saída e na altura livre do domínio. Isto significa impor a pressão relativa total na entrada e a pressão estática relativa na saída.

- Parede (*Wall*)

Em condições de parede ou de superfície sólida, impõe-se velocidade nula do fluido na parede. Esta é a condição de não escorregamento do fluido. Para casos onde a parede sólida se movimenta, impõe-se a velocidade da parede. Esta opção é utilizada no ANSYS CFX quando se têm domínios rotativos. Como o presente trabalho não utiliza fronteiras móveis, foi imposta a condição de não escorregamento.

- Par periódico (*Periodic pair*)

A condição de par periódico se situa como uma condição de interface de domínio. Esta parte do princípio que uma parte do escoamento se repita em outras regiões do domínio. Isto mostra que o escoamento possui periodicidade. Esta periodicidade pode ser

rotacional ou translacional. Em determinadas situações, modelar uma parte do domínio e impor tal condição para se obter o restante do domínio pode se traduzir em um ganho considerável em termo de tempo computacional.

No presente trabalho foi utilizado a periodicidade translacional para a simulação da matriz de cilindros. Foram selecionadas duas regiões paralelas no domínio e impôs-se nas mesmas a condição de periodicidade. Com isto, apenas a sexta parte do domínio foi simulada.

CAPÍTULO 4

Resultados e Discussões

4.1 Cilindro Montado em uma Placa Plana

4.1.1 Aspectos Computacionais

O cilindro montado em uma placa plana estudado pelo presente trabalho é o mesmo caso que Cala (1996) estudou com experimentação. O domínio computacional busca reproduzir fielmente as condições experimentais. Para tanto, a geometria é constituída de um cilindro de 75 mm de altura e 19 mm de diâmetro. Este cilindro está inserido em um domínio que visa reproduzir a seção de testes do túnel de vento onde a experimentação ocorreu. Logo este domínio possui 650 mm de altura, 650 mm de largura e 3600 mm de comprimento. O número de Reynolds deste caso é de 21000. A figura 4.1 denota as geometrias do cilindro e do domínio computacional.

As condições de contorno utilizadas foram as condições de entrada, saída e parede descritas na seção 3.2. Já as malhas utilizadas são denotadas nas figuras. Utilizou-se um refinamento localizado na esteira e na imediata montante do cilindro. As estatísticas da malha deste caso são 97813 nós e 538989 elementos (figura 4.2). Este caso foi simulado utilizando simulação de grandes escalas, a formulação DES e a formulação URANS. Todas as simulações foram feitas de forma transiente, com um passo de tempo de 10^{-4} segundos, com um tempo total de 100 segundos, o que totaliza um milhão de iterações. O tempo de processamento levado para este caso é de 103 dias. As simulações deste caso foram conduzidas em um computador de processador AMD ATHLON de 64 bits, com 1 GB de memória RAM, e sistema operacional Linux.

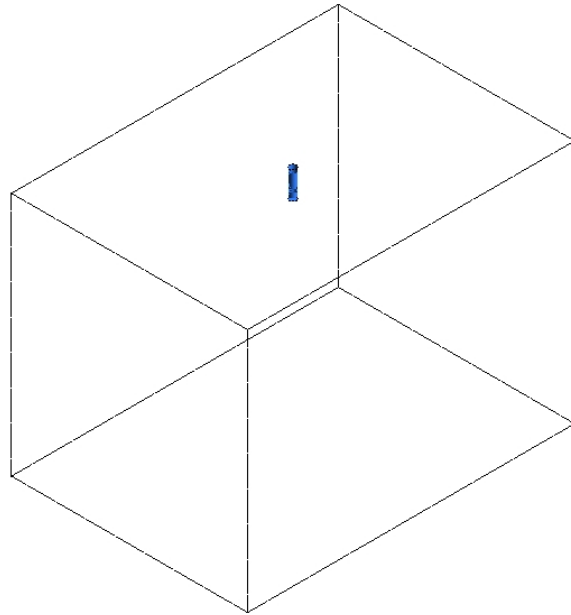


Figura 4.1: Domínio Computacional - Cilindro Finito

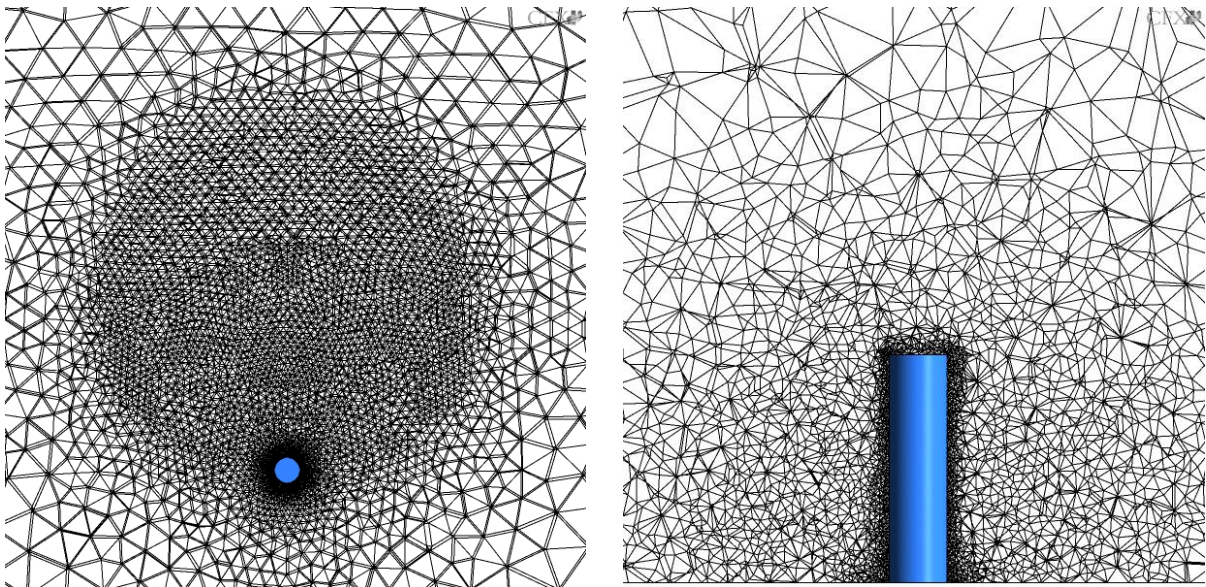


Figura 4.2: Malha de cálculo - Cilindro Finito

4.1.2 Resultados

Como mencionado na subseção 1.1, o escoamento em torno de um cilindro finito possui uma esteira dependente da razão de aspecto. Muito de seu interesse reside nos efeitos decorrentes da combinação entre emissão de vórtices, instabilidades de Kelvin-Helmholtz e os efeitos de ponta. Graças a isto, muitas questões abertas residem na literatura no que concerne a este assunto. Os vetores velocidade e as linhas de corrente do escoamento médio (figuras 4.3 e 4.4) mostram a complexidade inerente a este escoamento. Nota-se que os vórtices de ponta se direcionam para baixo, cujas estruturas se localizam imediatamente atrás do cilindro. Estes vórtices se direcionam até a base do domínio. Combinado com os vórtices ferradura, visualizados na figura 4.5, nota-se a completa inibição de qualquer emissão de vórtices no escoamento médio. Este tipo de vorticidade se mantém à jusante do cilindro, embora seus efeitos se limitem à região perto da parede. A força das estruturas tipo ferradura e dos efeitos de ponta acabam por inibir a formação de estruturas coerentes. Este efeito onde a topologia da esteira impede o desenvolvimento de emissão de vórtices é prevista por Kawamura et al. (1984) para cilindros de baixa razão de aspecto. Pode-se supor que o cilindro em análise no presente trabalho possui razão de aspecto em seu limite para a emissão. Caso a razão de aspecto fosse sutilmente aumentada, a emissão poderia ocorrer. A camada limite em torno do cilindro finito se denota muito mais complexa do que no caso bidimensional, onde se considera o cilindro infinito. Neste caso, é tácita a ocorrência da emissão de vórtices a uma frequência característica, com escala de comprimento variando proporcionalmente. O movimento descendente das linhas de corrente provenientes dos efeitos de ponta é seguido de forte movimento ascendente das linhas de corrente provenientes dos vórtices ferradura. A velocidade do escoamento perto da parede onde o cilindro encontra-se engastado tende a diminuir perto dos pontos de estagnação ao longo da junção entre cilindro e parede. Este efeito resulta na estratificação da velocidade na junção. Observa-se também o descolamento do escoamento no topo do cilindro, o que concorda com o trabalho de Roh e Park (2003). No topo, também se nota que o escoamento apresenta-se como tridimensional e desorganizado. Dos vórtices ferradura, o escoamento apresenta movimento ascendente, até a uma altura perto do topo do cilindro. Nesta altura o escoamento se descola do cilindro. Observa-se ainda a descida da camada cisalhante e seus subseqüentes efeitos no escoamento, como mostrado por Park

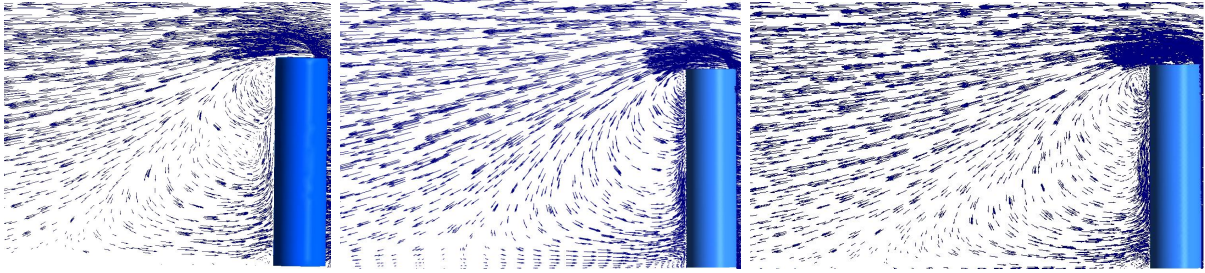


Figura 4.3: Vetores Velocidade médias- Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

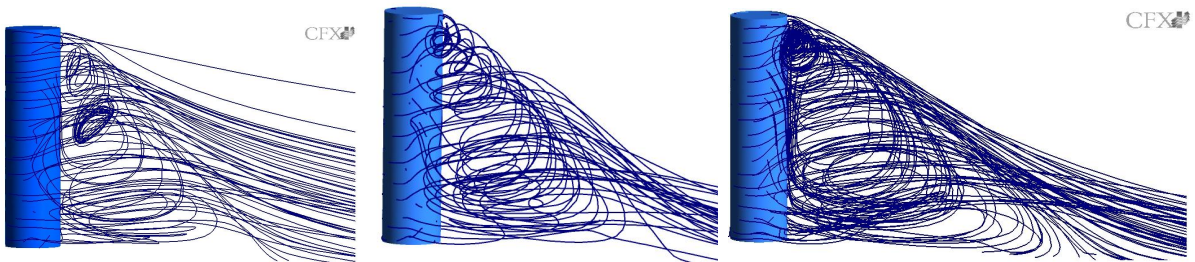


Figura 4.4: Linhas de Corrente médias- Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

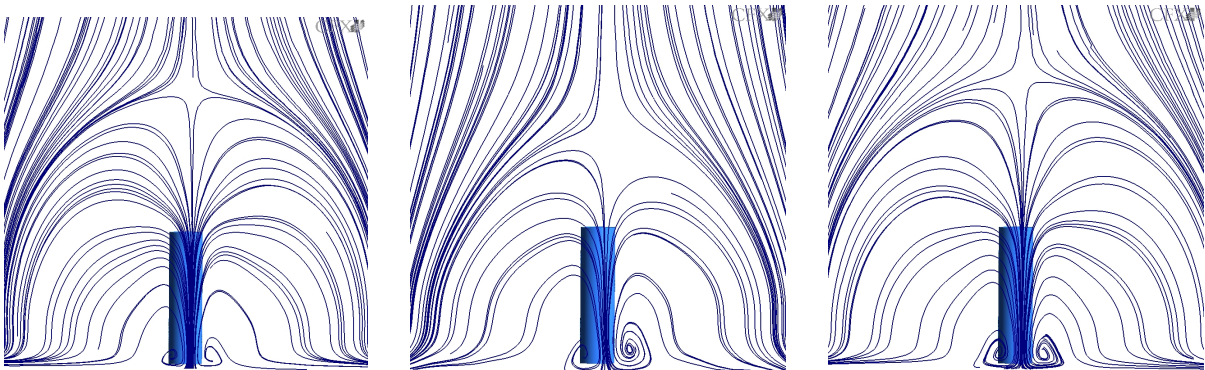


Figura 4.5: Linhas de corrente projetadas em plano a jusante do cilindro - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

e Lee (2000).

As figuras 4.6 e 4.7 mostram as linhas de cisalhamento plotadas na superfície do cilindro. A intenção destas visualizações é mostrar evidências de vórtices originados dos efeitos de ponta que descolam e influenciam a esteira. Nota-se nos três casos simulados linhas de estagnação na parte de trás (parte oposta à parte do cilindro que ataca o escoamento) e na vista oblíqua esquerda do cilindro. Perto da base do cilindro, na linha de



Figura 4.6: Linhas de cisalhamento médias a jusante do cilindro - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas



Figura 4.7: Linhas de cisalhamento médias à vista oblíqua esquerda do cilindro - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

estagnação, nota-se a ocorrência de um “ponto de sela” (*saddle point*). Isto é o indicativo da chegada da camada limite. Perto do topo, nota-se um ponto onde várias linhas de corrente se originam. Dos resultados simulados, o resultado obtido por URANS mostra uma zona de recirculação pequena quando comparada com as demais formulações. Já a zona obtida pela simulação de grandes escalas mostra uma zona de recirculação maior, e o modelo DES mostra uma zona de recirculação intermediária. Um efeito decorrente dos vórtices de ponta são as estruturas em forma de fita, visualizados por Fröhlich e Rudi (2004). Este tipo de estrutura se origina no topo do cilindro e sofre um efeito de *stretching* ao longo da esteira, apresentando movimento espiralizado. Nos três resultados simulados, nota-se este tipo de estrutura no centro da vorticidade dominante na esteira do cilindro. Os vórtices ferradura (figura 4.5) obtidos em DES se mostram menores e assimétricos, diferente dos resultados obtidos em URANS e grandes escalas. No resultado simulado em URANS, a estrutura em forma de fita se mostra mais vinculada ao cilindro, indo até a metade do mesmo. No resultado simulado em grandes escalas, as estruturas em fita se mostram mais presas ao topo do cilindro, onde o movimento espiral se mostra muito mais intenso neste caso. As linhas de cisalhamento nos casos simulados apresentam um ponto onde várias linhas de corrente se encontram. Os resultados simulados em grandes escalas e DES mostram este ponto no mesmo lugar, e o resultado simulado em URANS mostra este ponto perto da metade da altura do cilindro. Ao longo da linha de estagnação se percebe um movimento ascendente das linhas de corrente. Este movimento é mais evidente nos resultados simulados em URANS. Os resultados simulados em grandes escalas e DES mostram este movimento ascendente, mas de forma mais homogênea.

O escoamento instantâneo é mostrado nas figuras 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17, 4.18 e 4.19 em linhas de corrente isométricas e linhas de corrente projetadas em diferentes planos. Estas figuras denotam a dinâmica da separação da camada cisalhante e o movimento descendente do escoamento, saindo do topo em direção à base do cilindro. Nota-se a formação de um vórtice na base do cilindro nos tempos de 5 segundos e 30 segundos. A partir de 50 segundos, este vórtice começa a se reduzir. Pode-se assumir que a redução deste vórtice está associada com os efeitos dissipativos dos vórtices ferradura. Estes vórtices retiram energia do vórtice da base, reduzindo o seu tamanho e, aliado com os efeitos de ponta, o extinguindo. Isto é um indicativo de

que a camada limite onde o cilindro está inserido não é espessa o suficiente para dar força a este vórtice (Wang et al. (2006)). Esta dissipação é um sinal do transiente deste escoamento. Em 80 segundos, o escoamento já mostra a topologia do escoamento médio, mostrado nas figuras anteriores. Pode-se assumir que o transiente deste escoamento dura por volta de 70 segundos. Logo é plausível admitir que o tempo total de simulação deste escoamento é suficiente para seu completo decorrelacionamento do tempo. As linhas de corrente projetadas mostram a formação de vórtices tipo arco em 5 segundos, para as alturas de 50 mm e 30 mm. Em 30 segundos já é visível a emissão de vórtices para estas alturas, conforme mostrado por Wang et al. (2006) e visto na forma de estruturas assimétricas. Em 70 mm, para 5 e 30 segundos, o escoamento não apresenta a formação de estruturas. Estes resultados permitem admitir que, até 30 segundos, a maior parte dos efeitos importantes deste escoamento ocorrem na região correspondente à metade de baixo do cilindro. Em 50 segundos, nota-se que a emissão começa a perder intensidade. Pode-se admitir que neste instante os vórtices ferradura e os efeitos de ponta começam a exercer seu efeito no escoamento, inibindo a emissão. Dos resultados simulados, todos mostram o vórtice ocorrente na base do cilindro. Os resultados obtidos em URANS mostram a formação deste vórtice já em 5 segundos, enquanto os resultados simulados em grandes escalas e DES só apresentam este vórtice em 30 segundos. Em contrapartida, os resultados simulados em URANS mostram que este vórtice é mais rapidamente dissipado, sendo que em 50 segundos seu comprimento é menor que os resultados simulados em grandes escalas e DES. Os resultados simulados em grandes escalas e DES mostram vórtices tipo arco mais prolongadas do que os simulados em URANS. De fato, os resultados simulados em grandes escalas mostram vórtices mais assimétricos e alongados que os de DES.

Os perfis verticais e transversais de velocidade e de intensidade de turbulência (figuras 4.20 a 4.31) foram tomados nas simulações, a distância de 2, 4 e 6 diâmetros do cilindro, na direção axial do escoamento. Os perfis transversais foram tomados a uma altura de 0,65 mm do cilindro. Pretende-se com isto comparar os resultados simulados com resultados experimentais. A intensidade de turbulência foi calculada utilizando a velocidade do escoamento não perturbado u_0 , de acordo com a equação 4.1:

$$IT = \frac{\overline{u'^2}}{u_0} = \sqrt{\frac{2}{3}k} \quad (4.1)$$

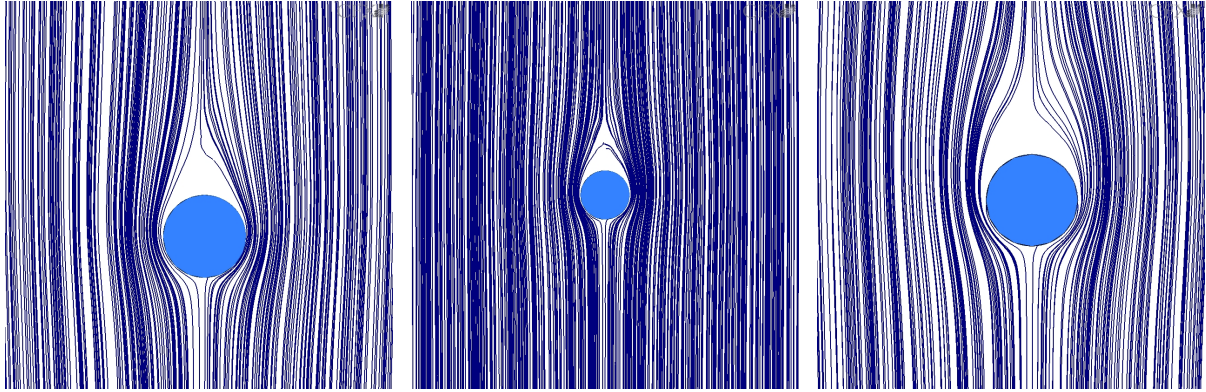


Figura 4.8: Linhas de Corrente a Altura de 70 mm e 5 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

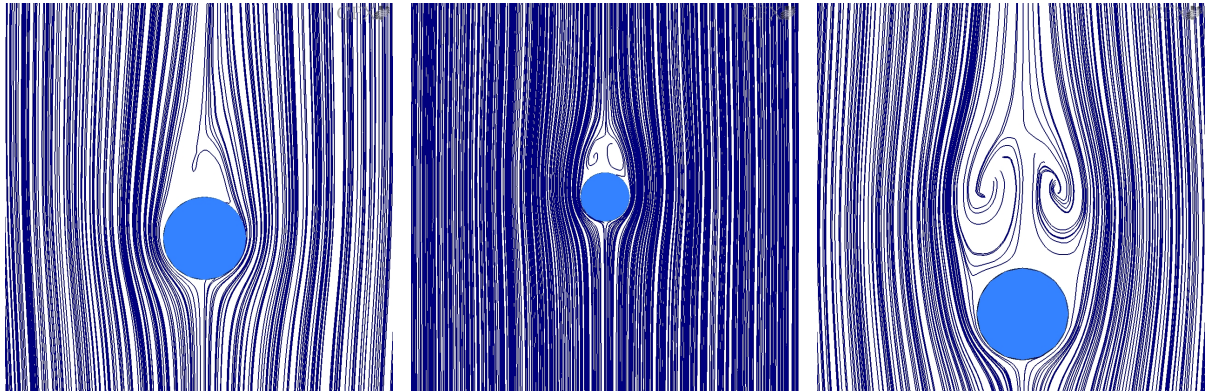


Figura 4.9: Linhas de Corrente a Altura de 50 mm e 5 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

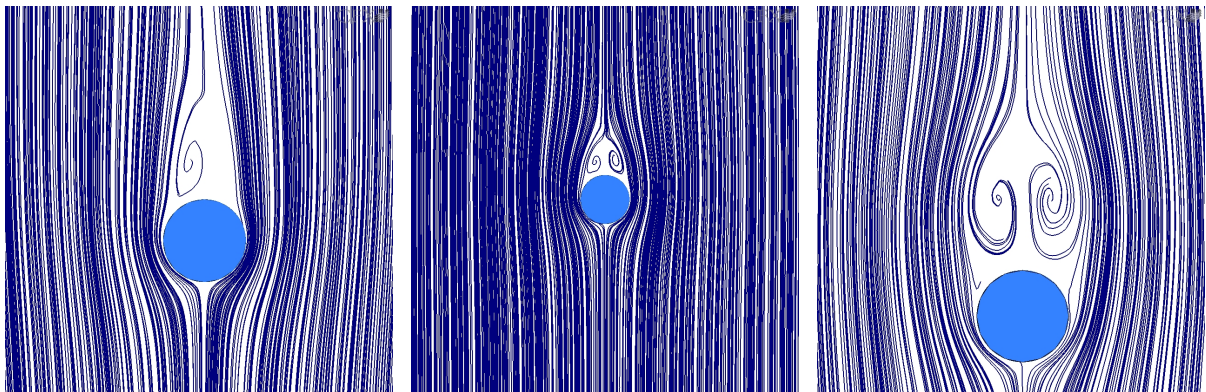


Figura 4.10: Linhas de Corrente a Altura de 30 mm e 5 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

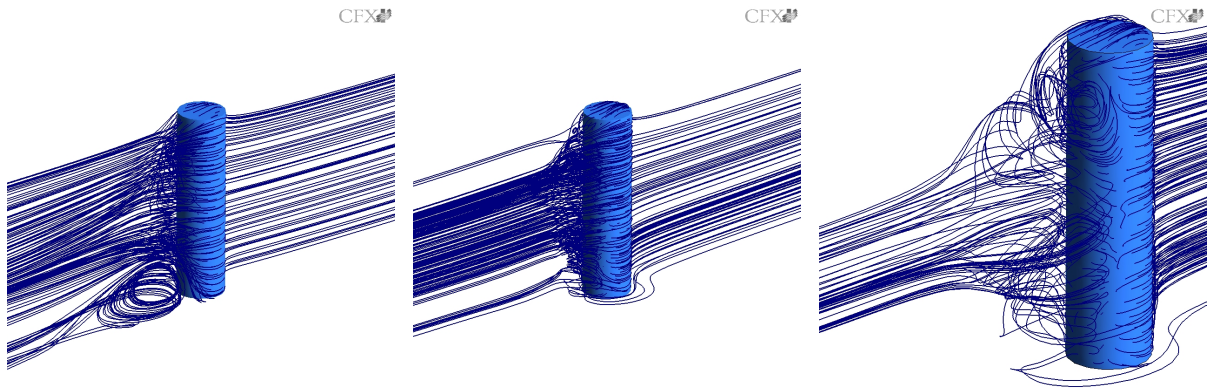


Figura 4.11: Linhas de Corrente em vista isométrica a 5 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

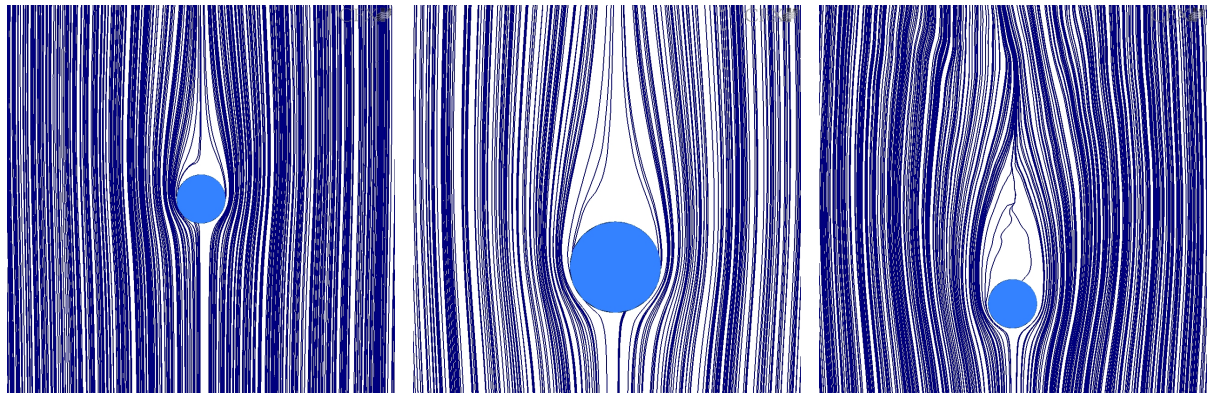


Figura 4.12: Linhas de Corrente a Altura de 70 mm e 30 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

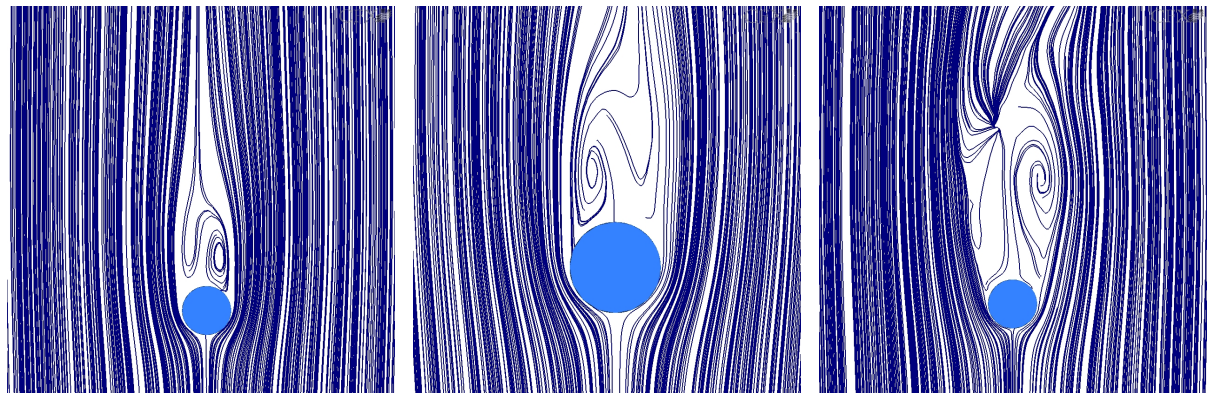


Figura 4.13: Linhas de Corrente a Altura de 50 mm e 30 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

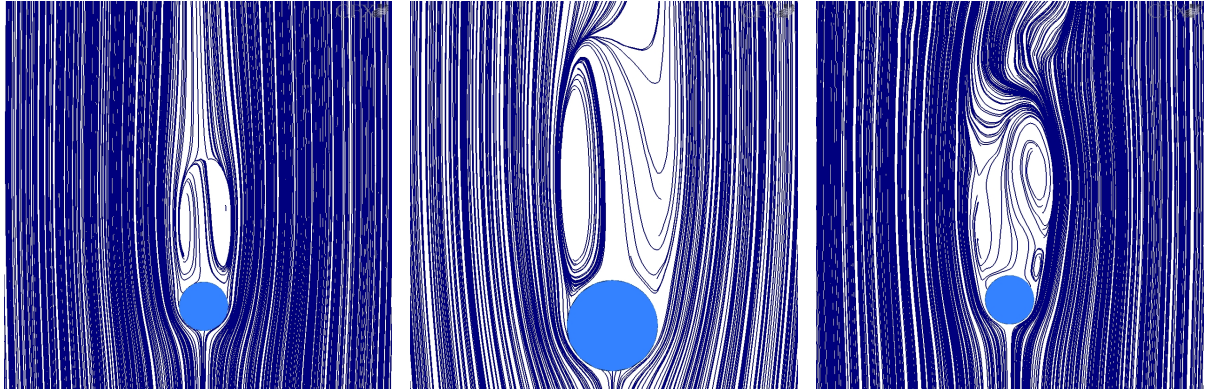


Figura 4.14: Linhas de Corrente a Altura de 30 mm e 30 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

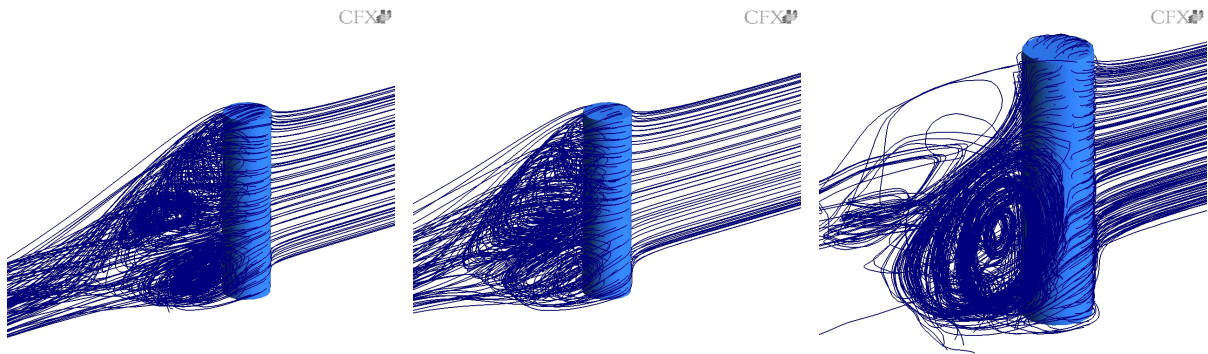


Figura 4.15: Linhas de Corrente em vista isométrica a 30 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

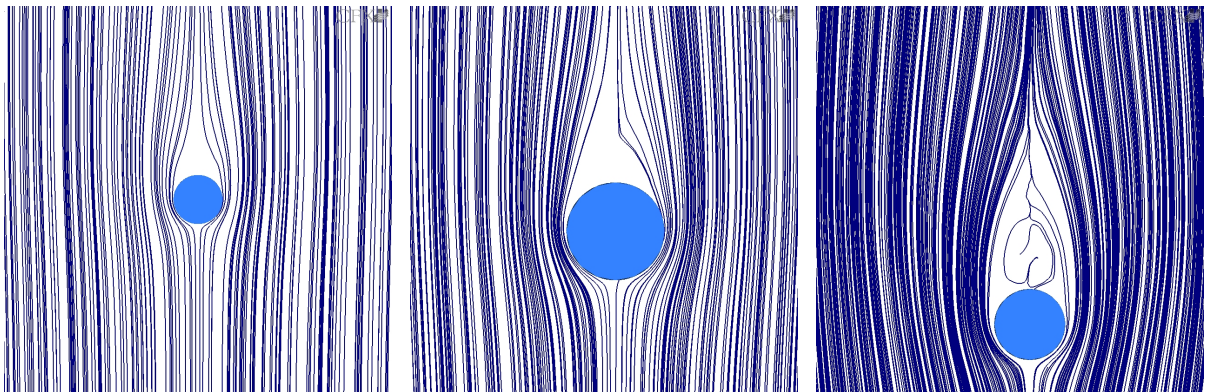


Figura 4.16: Linhas de Corrente a Altura de 70 mm e 50 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

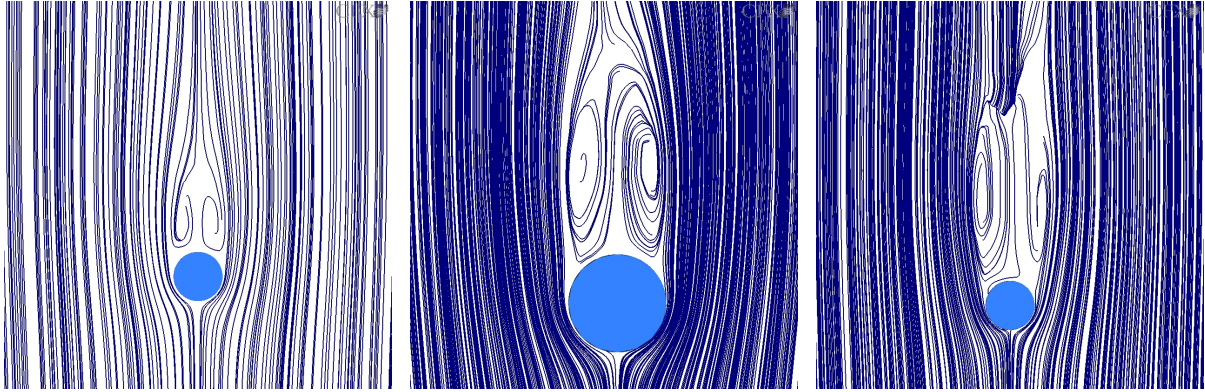


Figura 4.17: Linhas de Corrente a Altura de 50 mm e 50 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

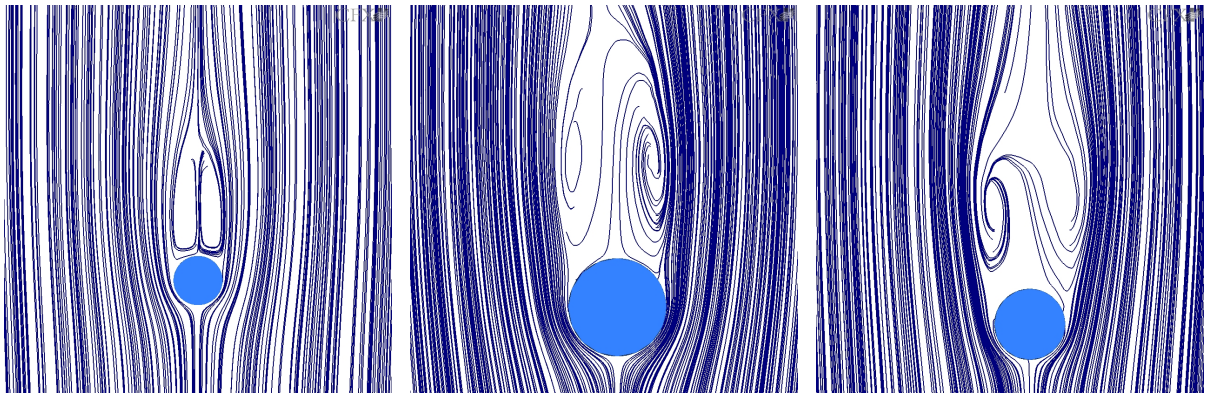


Figura 4.18: Linhas de Corrente a Altura de 30 mm e 50 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

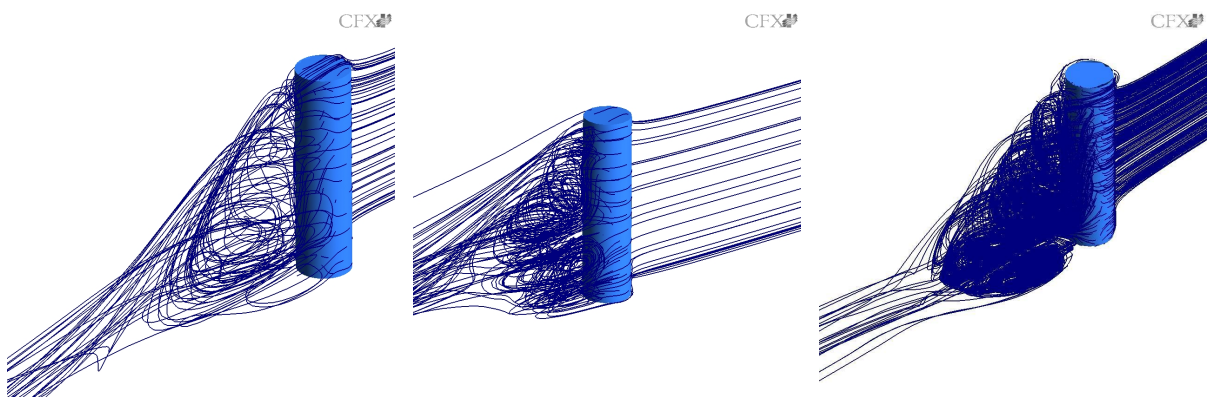


Figura 4.19: Linhas de Corrente em vista isométrica a 50 segundos - Da esquerda para a direita - URANS, DES e grandes escalas

Para os resultados simulados em URANS a intensidade de turbulência foi calculada através da energia cinética de turbulência. Para os resultados simulados em grandes escalas e DES a intensidade foi calculada diretamente da flutuação da velocidade. A análise gráfica mostra que os perfis possuem comportamento similar, à exceção dos perfis tomados mais perto do cilindro. Os perfis verticais e transversais tanto de velocidade quanto de intensidade de turbulência localizados em 2D denotam esta diferença. A estrutura tridimensional do escoamento induz um crescimento da velocidade perto da linha de simetria do mesmo. Este comportamento é também notado nas medidas experimentais coletados por Cala (1996), que os interpretou como a recuperação da velocidade atrás da zona de recirculação. Os perfis numéricos transversais em 4D mostram inflexões em pontos diferentes do previsto pela experimentação. Este resultado indica que os perfis numéricos subestimaram os efeitos transversais do escoamento. Em 6D, apenas o resultado em grandes escalas não demonstrou inflexão do perfil. Isto pode denotar uma maior precisão da simulação de grandes escalas em filtrar o domínio, quando comparado com a formulação DES. Em 2D, todos os resultados simulados previram os picos da velocidade em posições muito próximas dos resultados experimentais. Cala (1996) explica que o significado físico de tais picos é que nestes pontos, reside o limite onde a estrutura vórtica produz energia cinética de turbulência a taxas consideráveis. Os perfis simulados em grandes escalas e DES previram perfis parecidos com o perfil experimental, e o perfil simulado em URANS previu um perfil mais estreito, porém com pouca diferença em relação à experimentação. Os perfis verticais denotam os efeitos da esteira, que apresenta a recuperação da energia cinética de turbulência ao longo da jusante do cilindro onde, gradativamente, o nível de intensidade de turbulência diminui. Todos os resultados simulados mostraram-se limitados ao prever os perfis verticais. Nos resultados simulados em grandes escalas, pode-se creditar tal limitação à modelagem de Smagorinsky. Esta modelagem é muito dissipativa perto de superfícies sólidas, o que induz a geração de camadas limites mais espessas. Com isto, velocidades mais altas são induzidas. Este efeito é denotado nos perfis simulados em grandes escalas em 4D e 6D, onde os mesmos superestimam a velocidade em vários pontos do perfil. Os perfis simulados em DES mostram-se mais precisos nas mesmas localidades. Em 2D, os perfis simulados subestimam o pico de velocidade perto da parede da placa plana. Para os perfis de intensidade de turbulência,

notou-se que o mesmo padrão ocorrente nos perfis de velocidade se repetiu. Ou seja, os perfis verticais foram preditos com limitações. Os resultados simulados em URANS superestimaram alguns valores de intensidade de turbulência em todos os perfis verticais. Pode-se assumir que a modelagem da energia cinética de turbulência é a responsável por este fato. Isto pode justificar o fato de que o vórtice na base do cilindro notado no escoamento instantâneo é gerado mais rapidamente. Este resultado permite admitir que a produção de turbulência nesta região é mais intensa. Como o vórtice em questão se dissipa antes quando comparado com os resultados em grandes escalas e DES, pode-se admitir que a dissipação também será mais intensa. Já os perfis simulados em grandes escalas e DES se mostraram mais parecidos com a experimentação. Os perfis verticais denotaram alguns valores sutilmente altos quando comparados com a experimentação. Para os perfis transversais, os perfis simulados demonstraram comportamento semelhante, sem grandes diferenças entre si. Os perfis simulados também mostraram mais proximidade com os dados experimentais, com destaque para o perfil posicionado em 6D.

Os resultados obtidos até então permitem inferir que as três formulações (DES, URANS e grandes escalas) foram capazes de prever com relativo sucesso o escoamento em questão. Como mencionado na seção 2.2, utilizar médias para o estudo numérico da turbulência proporciona um custo menor quando comparado com a simulação numérica direta, apesar da perda de generalidade da solução. Dependendo do caso em análise, os objetivos desejados podem ser perfeitamente atingidos sem a utilização de resolução direta ou parcialmente direta das equações de Navier-Stokes. Tomando esta assertiva como base, e, observando os resultados obtidos, pode-se afirmar que a generalidade perdida denotada na solução simulada em URANS não foi tão significativa. De fato, os resultados simulados em DES e grandes escalas foram, em alguns pontos da análise, superiores aos resultados simulados em URANS. Mas deve-se ressaltar que o custo dos resultados simulados em grandes escalas e DES é superior, devido ao fato de que o método de resolução é parcialmente direto. Tendo em vista este fato, e os recursos computacionais disponíveis, optou-se pela formulação URANS para a simulação da matriz de cilindros.

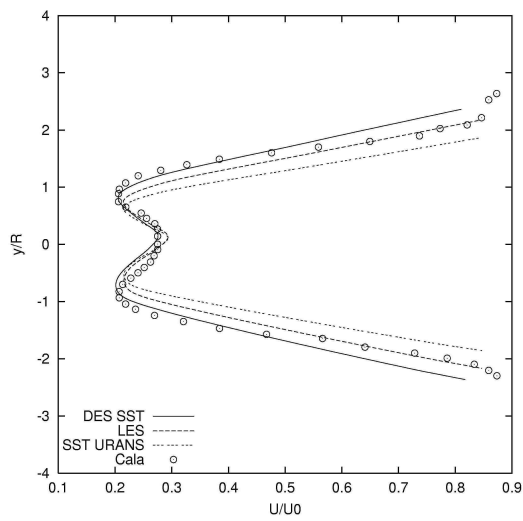


Figura 4.20: Perfil Transversal de Velocidade - $X=2D$

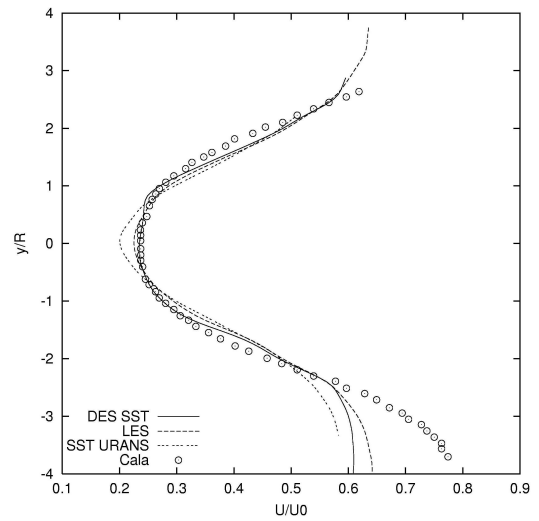


Figura 4.21: Perfil Transversal de Velocidade - $X=4D$

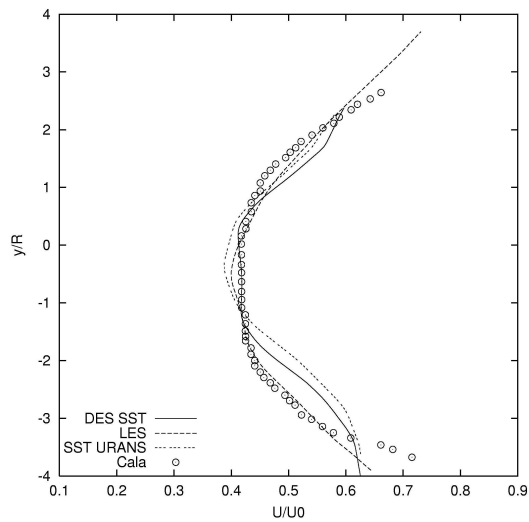


Figura 4.22: Perfil Transversal de Velocidade - $X=6D$

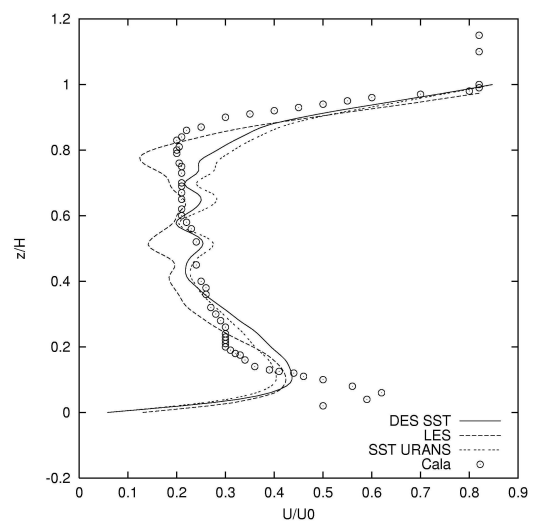


Figura 4.23: Perfil Vertical de Velocidade - $X=2D$

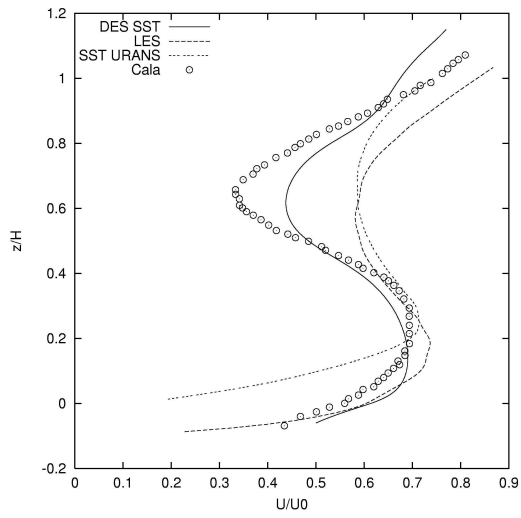


Figura 4.24: Perfil Vertical de Velocidade - X=4D

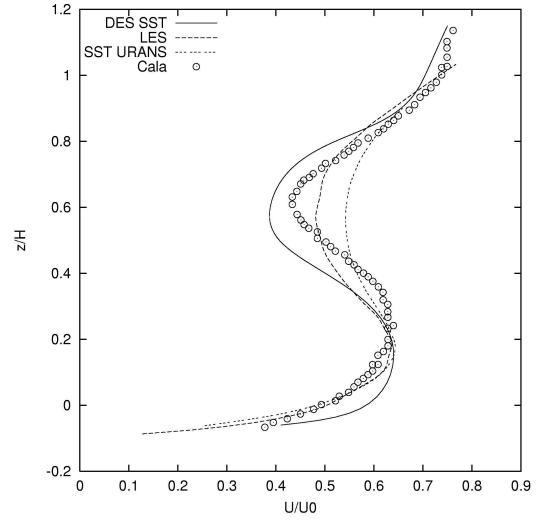


Figura 4.25: Perfil Vertical de Velocidade - X=6D

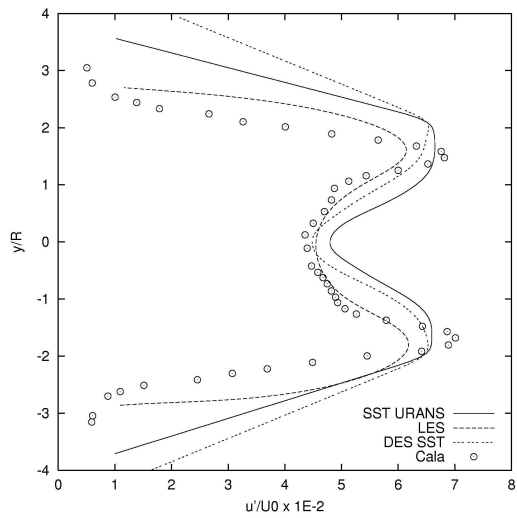


Figura 4.26: Perfil Transversal de Intensidade de Turbulência - X=2D

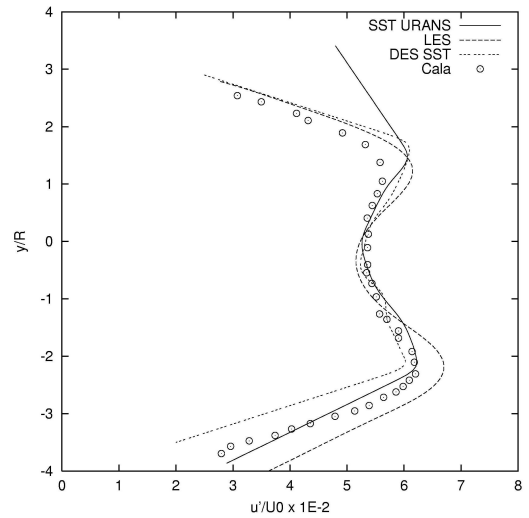


Figura 4.27: Perfil Transversal de Intensidade de Turbulência - X=4D

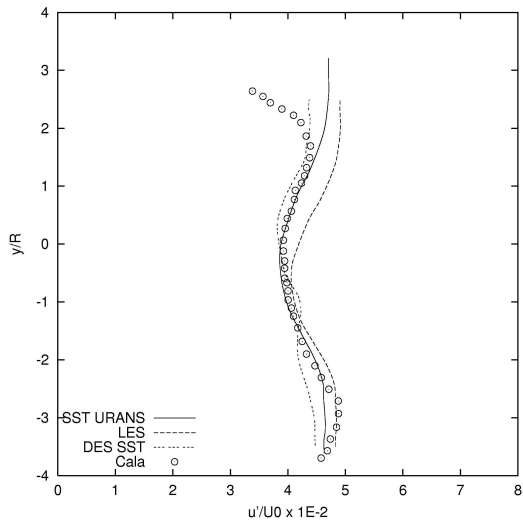


Figura 4.28: Perfil Transversal de Intensidade de Turbulência - X=6D

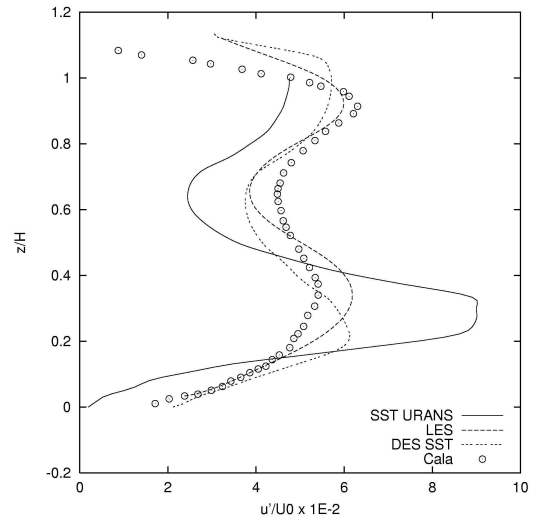


Figura 4.29: Perfil Vertical de Intensidade de Turbulência - X=2D

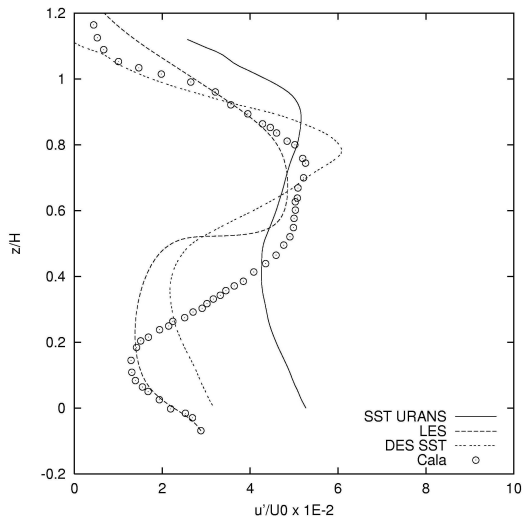


Figura 4.30: Perfil Vertical de Intensidade de Turbulência - X=4D

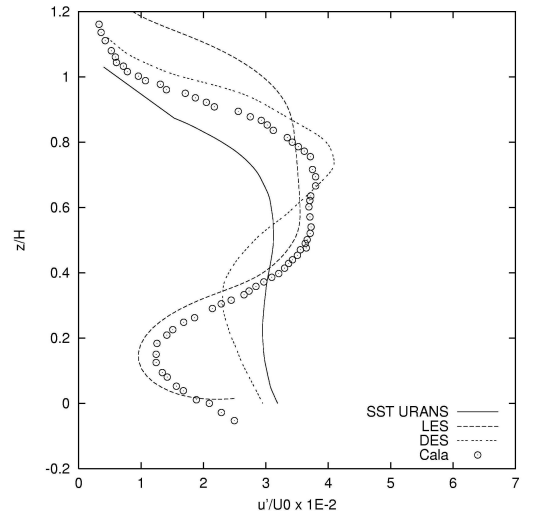


Figura 4.31: Perfil Vertical de Intensidade de Turbulência - X=6D

4.1.3 Análise de Espectro

O espectro de um sinal turbulento é interpretado como a distribuição da energia cinética de turbulência em todas as frequências existentes no escoamento. O espectro pode ser calculado como:

$$E(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |A(\omega)|^2 \quad (4.2)$$

A é a transformada de Fourier do sinal temporal, denotada por:

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{i\omega t} dt \quad (4.3)$$

Para o cálculo do espectro, seis sondas numéricas mediram o sinal temporal durante a simulação. A figura 4.32 denota a posição de cada uma das sondas. Foram medidos sinais temporais por 3 segundos apenas dos resultados simulados em grandes escalas e DES. Esta escolha foi tomada devido ao fato de que as escalas nas regiões de coleta de sinal são calculadas diretamente. Por isto, o seu valor estará próximo de um valor adquirido via experimentação.

A posição no domínio de cada sonda é: 1: 0,3H, 2: 0,57H, 3: 0,83H, 4: 4D, 5: 5,26D e 6: 7,9D. As figuras 4.33, 4.34, 4.35 e 4.36 denotam os espectros de potência. Observa-se que no espectro referente à sonda 1, existe um pico próximo a 10^{-1} . Este pico ocorre nos resultados de grandes escalas e de DES. Isto indica que nesta região existe uma frequência característica de emissão de vórtices. Nos resultados instantâneos à altura de

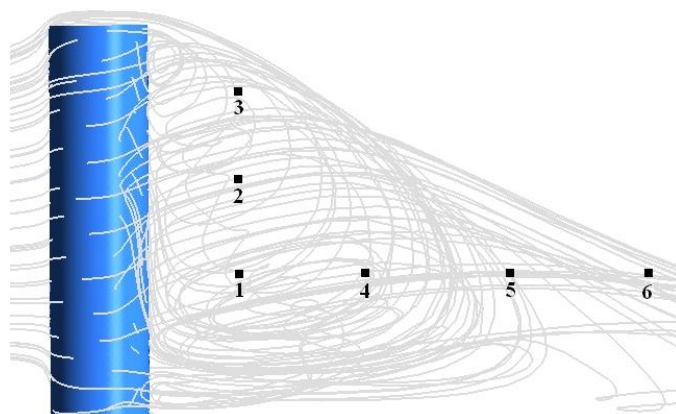


Figura 4.32: Posição das sondas

30 mm, notou-se assimetria de vórtices, com configuração próxima a de uma emissão. Analisando este resultado de espectro com as visualizações e com os perfis de intensidade de turbulência, pode-se admitir que os altos valores de intensidade de turbulência inerentes a $0,4H$ (figura 4.29, 4.30 e 4.31), a exemplo de Cala (1996), são causados pela emissão de estruturas coerentes. A presença destes picos também é um indicativo da predominância de grandes escalas na banda de frequência aonde os mesmos aparecem. A consequência disto é a pouca geração de energia cinética de turbulência. Este efeito também foi observado por Oliveira (2002). Para a sonda 2, nota-se que o pico diminui, sendo que para a sonda 3 o pico desaparece completamente. Estes resultados mostram que, tomando-se o sentido descendente ao longo do eixo do cilindro, um regime de emissão de estruturas coerentes se denota. Isto caracteriza o comportamento tridimensional e irregular da esteira turbulenta. O resultado deste pico também é observado por Cala (1996) e Park e Lee (2002). Para as sondas 3, 4, 5 e 6, percebe-se que o comportamento do espectro é semelhante ao de decaimento de expoente $-5/3$ em seu final. Esta região final é a região inercial do espectro. Nesta região o decaimento da energia cinética de turbulência segue esta lei de decaimento. As altas frequências calculadas no escoamento se referem às escalas que estão próximas das pequenas escalas determinadas pelo filtro de cada formulação. Baseado nesta assertiva, pode-se afirmar que este comportamento do espectro é esperado, já que a modelagem submalha (para o caso da simulação de grandes escalas) e o modelo de turbulência (para o caso da formulação DES) pressupõem esta forma de decaimento. Os espectros calculados nas sondas 5 e 6 denotam comportamento muito próximo ao de turbulência homogênea. No trabalho de Oliveira (2002) para a expansão brusca, um comportamento muito parecido com os resultados obtidos é observado em regiões afastadas do degrau. Neste ponto, a turbulência deste caso não é tão intensa como nas vizinhanças do degrau. Os resultados experimentais de Cala (1996) mostram em seu espectro a presença de picos em $0,13H$ e $0,27H$. Logo os resultados numéricos da sonda 1 concordam com os resultados experimentais.

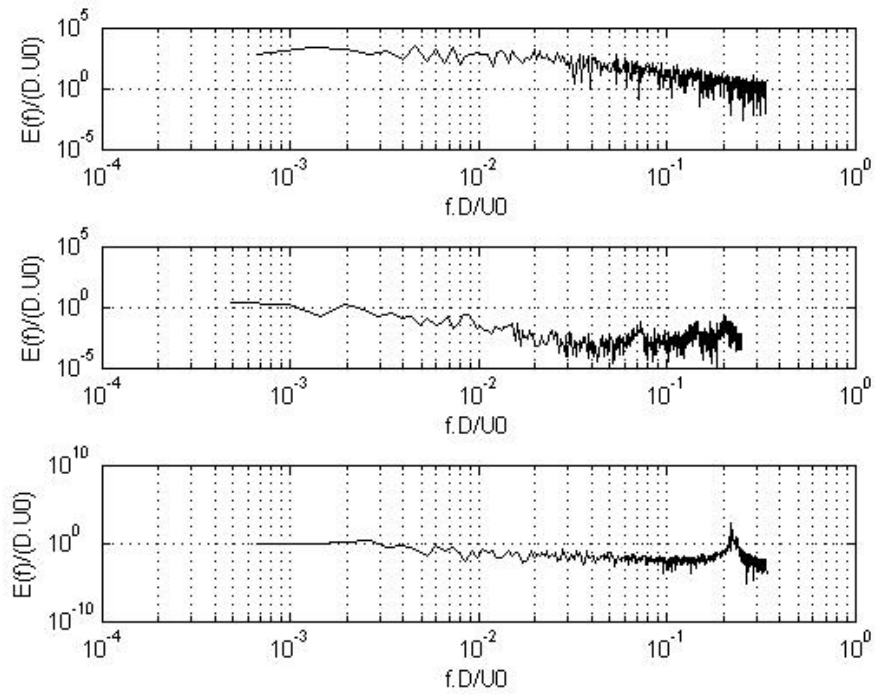


Figura 4.33: Espectro de potência para grandes escalas - De baixo para cima - Sondas 1, 2 e 3

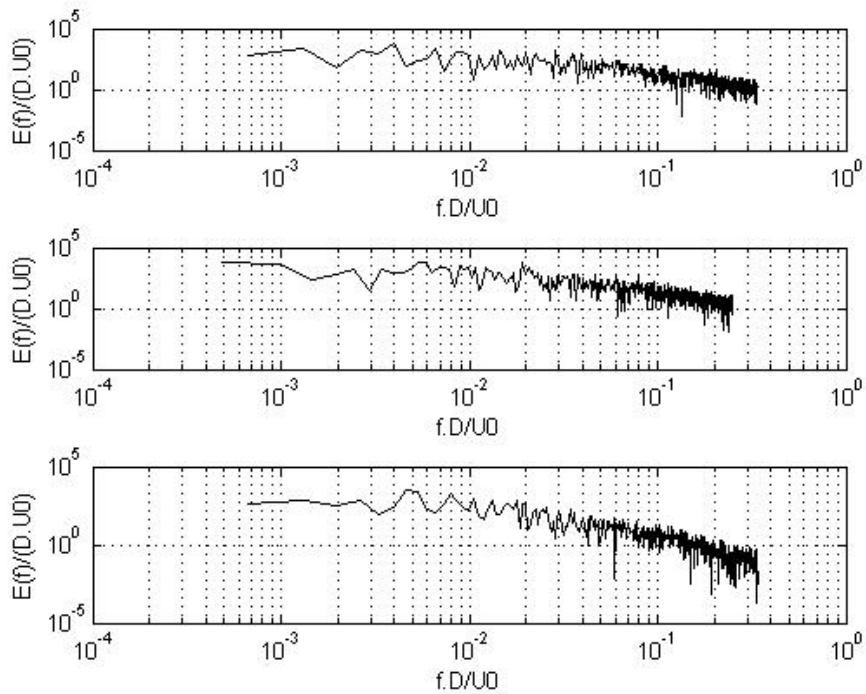


Figura 4.34: Espectro de potência para grandes escalas - De baixo para cima - Sondas 6, 5 e 4

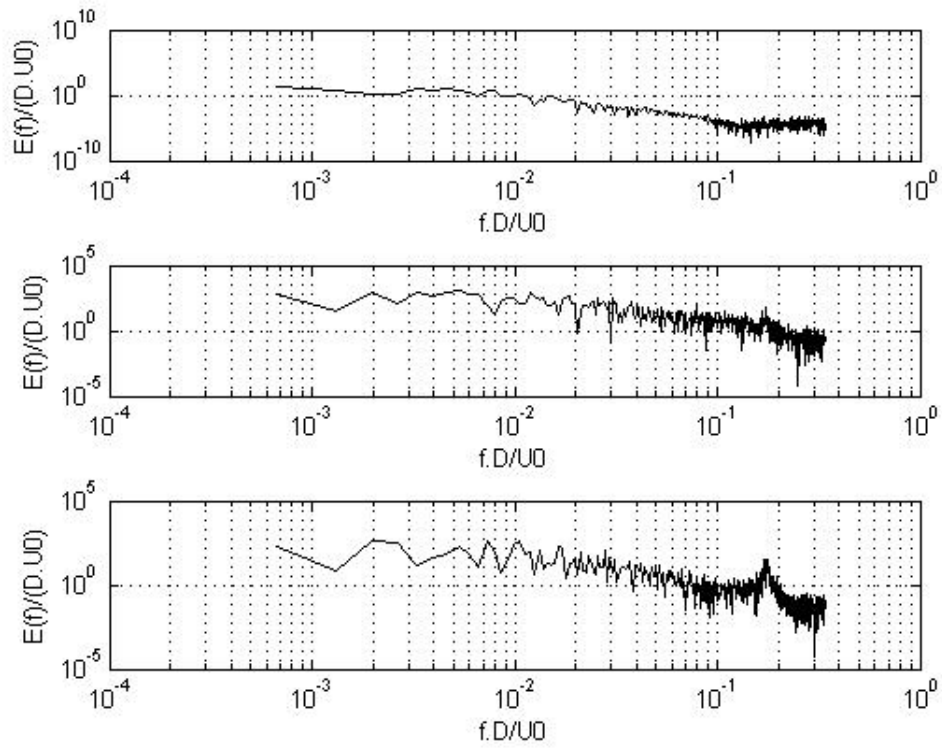


Figura 4.35: Espectro de potência para DES - De baixo para cima - Sondas 1, 2 e 3

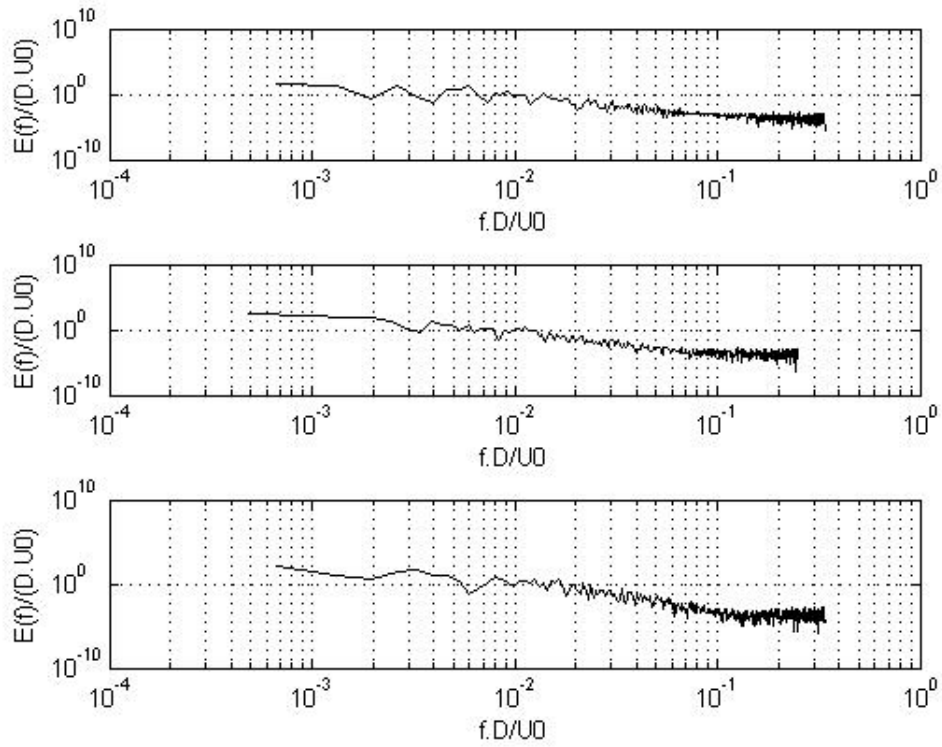


Figura 4.36: Espectro de potência para DES - De baixo para cima - Sondas 6, 5 e 4

4.2 Matriz de Cilindros

4.2.1 Aspectos Computacionais

A matriz de cilindros estudada pelo presente trabalho é o mesmo caso que Cala (1996) estudou com experimentação. A exemplo do cilindro montado em uma placa plana, o domínio computacional é constituído de 88 cilindros de 75 mm de altura e 19 mm de diâmetro, dispostos em arranjo defasado e espaçados em 75 mm. Este cilindro está inserido em um domínio de 650 mm de altura e 3600 mm de comprimento. O número de Reynolds deste caso é de 21000. Para a utilização da condição de par periódico translacional, utilizou-se a sexta parte da largura do domínio. As figuras 4.37 e 4.38 denotam os domínios computacionais da matriz e o cilindro base para a tomada dos perfis de velocidade e intensidade de turbulência.

As condições de contorno utilizadas foram as condições de entrada, saída, parede e par periódico descritas na seção 3.2. Já as malhas utilizadas são denotadas nas figura 4.39. As estatísticas da malha deste caso são de 185420 nós e 1034325 elementos. Este caso foi simulado utilizando a formulação URANS. A simulação foi feita de forma transiente, com um passo de tempo de 10^{-3} segundos, com um tempo total de 10 segundos, o que totaliza 10000 iterações. O tempo de processamento deste caso é de 15 dias. Esta simulação foi conduzida em um computador de processador AMD ATHLON de 64 bits, com 1 GB de memória RAM, e sistema operacional Linux.

4.2.2 Resultados

A figura 4.40 denota os resultados simulados para a matriz de cilindros em uma vista de lado. As isosuperfícies de velocidade e as linhas de corrente tridimensionais mostram as semelhanças deste escoamento com a camada rugosa. As isosuperfícies mostram que os setores de baixa velocidade se localizam em todas as extensões da matriz. Os setores de velocidades mais altas se localizam apenas mais a montante da matriz. Na terceira e quarta fileira da matriz, as isosuperfícies apresentam movimento ascendente, configurando a típica visualização de uma camada limite em uma placa plana. Este acréscimo de velocidade denota não apenas o padrão da camada limite, mas também a

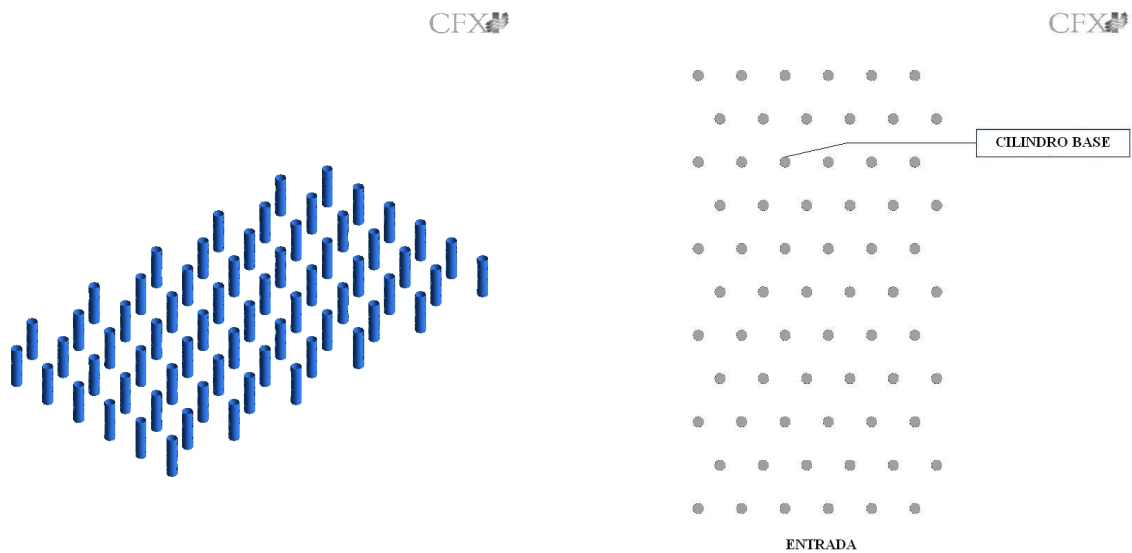


Figura 4.37: Domínio computacional completo e cilindro base - Matriz de Cilindros

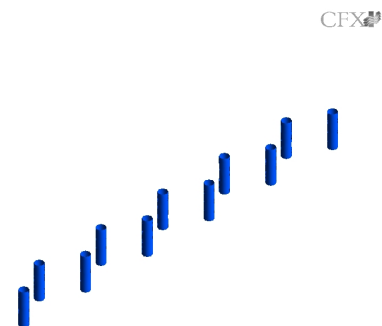


Figura 4.38: Domínio computacional periódico- Matriz de Cilindros

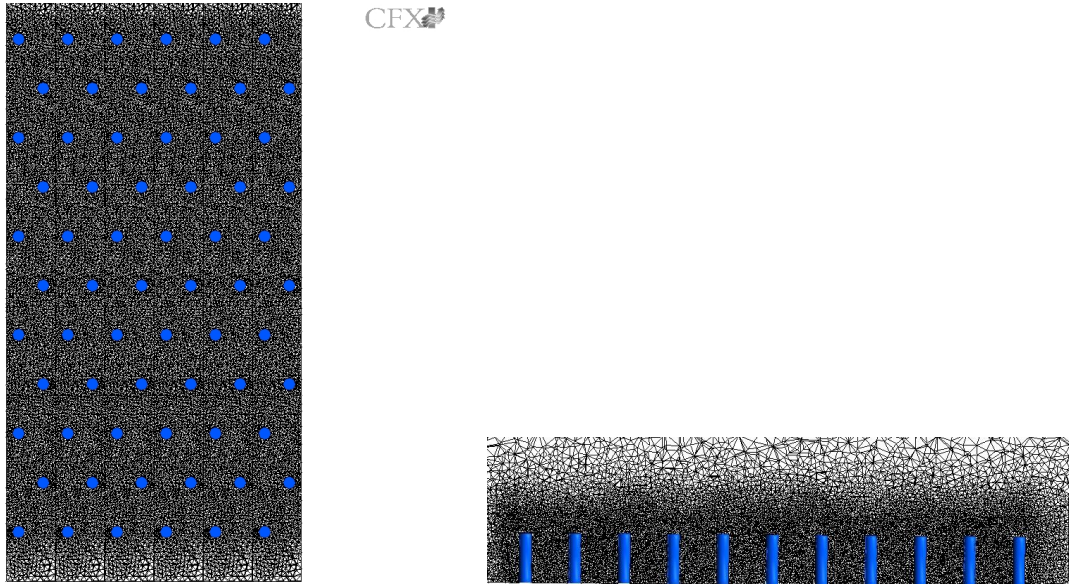


Figura 4.39: Malha de cálculo - Matriz de Cilindros

interação entre a mesma e o escoamento não perturbado. As linhas de corrente tridimensionais evidenciam a tridimensionalidade do escoamento. Observa-se a influência dos cilindros nas vizinhanças da esteira dos cilindros à frente. É nesta região que fenômenos como arrasto, transporte de quantidade de movimento, e, quando for o caso, transporte de calor e massa são maximizados. A figura 4.41 e 4.42 mostram uma vista de topo e isométrica da matriz. Os contornos de velocidade plotados em um plano paralelo e próximo a parede do chão, juntamente com as isosuperfícies de velocidade, mostram a esteira turbulenta gerada pela matriz. Nota-se a formação e emissão de estruturas coerentes, de forma mais evidente do que os resultados para um cilindro. No caso de apenas um cilindro, a emissão no escoamento médio era inibida pelos efeitos de ponta somados com os vórtices ferradura formados no chão. Pode-se admitir que a presença de outros cilindros inibe os efeitos de topo na esteira dos cilindros, o que permite a formação de estruturas coerentes. Uma prova desta suposição reside no fato de que a esteira se torna mais evidente nos cilindros localizados na segunda e terceira fileiras da matriz. Outra evidência deste fato está nas linhas de cisalhamento (figura 4.42). Observa-se que os dois primeiros cilindros a montante apresentam linhas que denotam circulação no seu topo. Este efeito desaparece nos demais cilindros. Nota-se que as esteiras formadas nas fileiras a montante influenciam significativamente as esteiras dos cilindros a jusante (figura 4.43). Percebe-se que, na sexta fileira a esteira se aproxima da simetria entre vórtices, mas ao

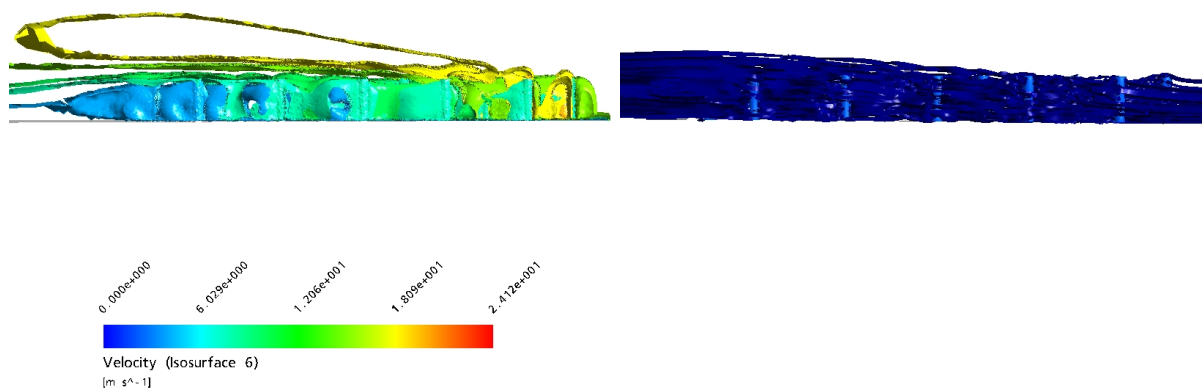


Figura 4.40: Visualizações Horizontais

continuar à jusante, a emissão de estruturas coerentes volta a acontecer. Pode-se afirmar que esta esteira próxima ao solo da matriz é responsável pela conversão de energia cinética média em energia cinética de turbulência, a uma escala característica dos elementos da matriz. As linhas de corrente de superfície mostram a configuração dos vórtices assimétricos na esteira. Nota-se que, mesmo na sexta fileira, onde não há uma emissão vórtica, a esteira desta fileira apresenta assimetria.

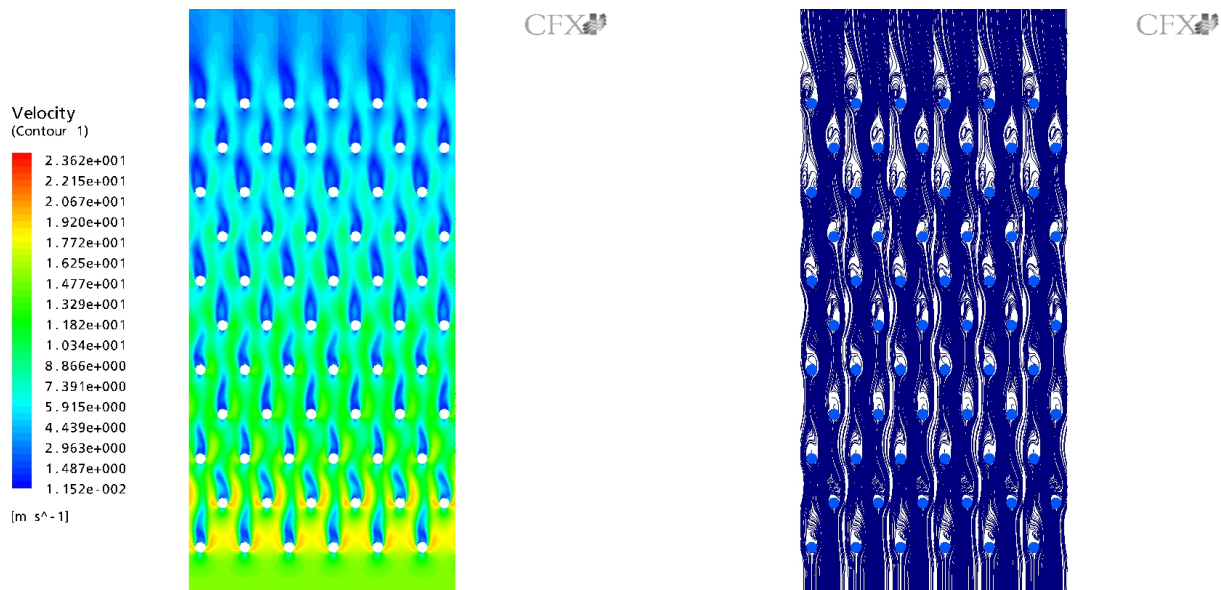


Figura 4.41: Visualizações da Esteira

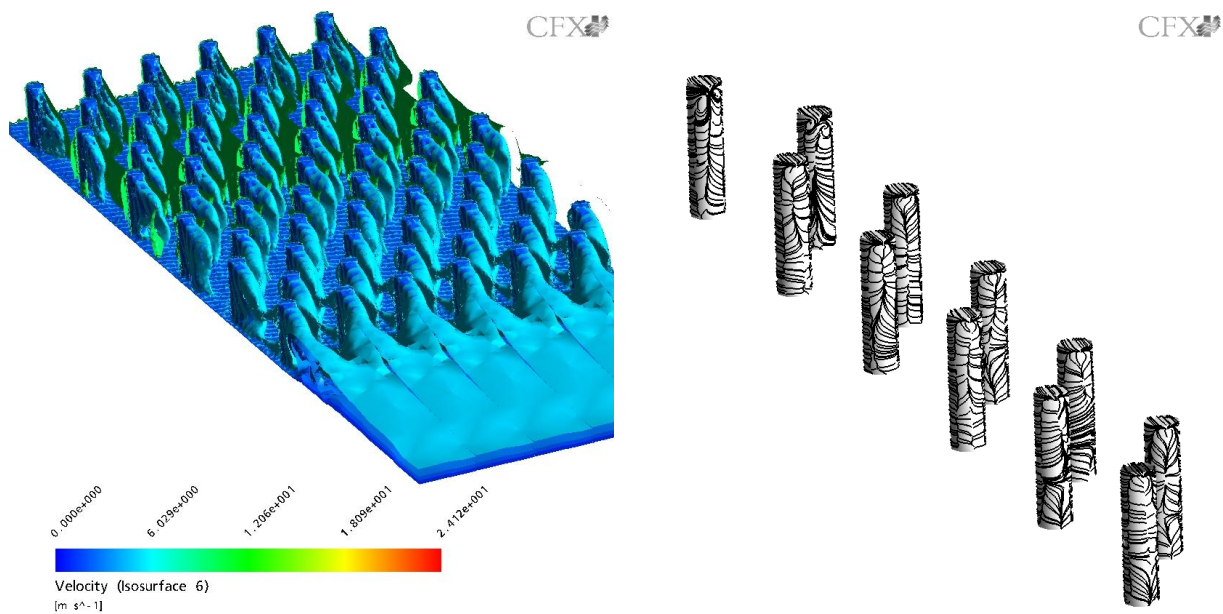


Figura 4.42: Visualizações Isométricas

Os perfis simulados de velocidade e intensidade de turbulência na matriz são mostrados nas figuras 4.44, 4.45, 4.46, 4.47, 4.48 e 4.49, juntamente com os resultados experimentais de Cala (1996). A intensidade de turbulência foi calculada segundo a equação 4.1. Os perfis de velocidade foram tomados a partir de um cilindro base localizado à ju-

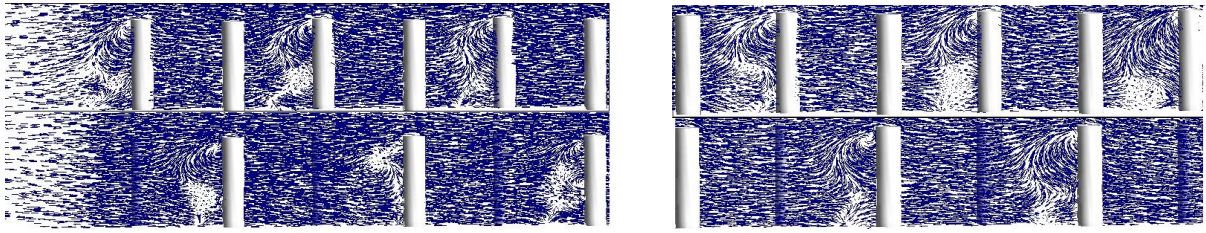


Figura 4.43: Vetores Velocidade em primeiro e segundo plano - Da direita para esquerda - Metade inicial e final da matriz

sante da matriz, nas posições de 4, 6 e 8 diâmetros na direção axial do escoamento (figura 4.37). Para a faixa do número de Reynolds do caso em questão, um leve decréscimo da velocidade é observado. Isto se deve a alta velocidade decorrente do alto Reynolds. Portanto, para superar os efeitos de arrasto, é necessária uma alta quantidade de energia cinética média. Esta alta velocidade pode inibir qualquer escoamento ascendente. Os resultados não mostram diferenças muito significativas entre os perfis. A velocidade se mostra constante e de menor valor quando comparada com a velocidade do escoamento livre. Isto ocorre devido ao decréscimo da velocidade no interior da matriz. Na altura de $2/3$ da altura da matriz, a velocidade começa a aumentar. Os efeitos de topo a jusante da matriz acabam por afetar o escoamento, conforme visto em Seginer et al. (1976). Notam-se que os perfis tanto numéricos quanto experimentais guardam semelhança com os perfis medidos em florestas por Katul et al. (2004). Neste trabalho, os autores mostraram perfis

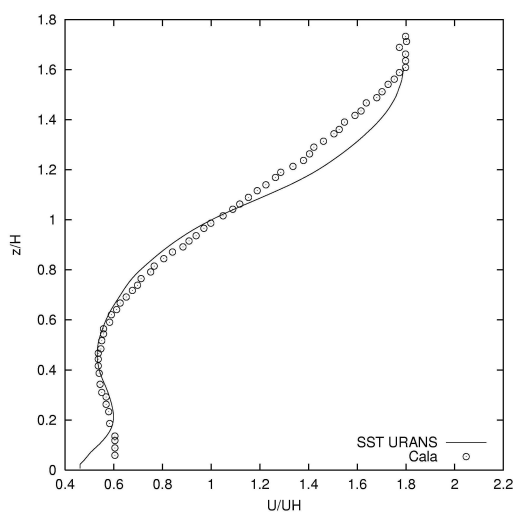


Figura 4.44: Perfil de Velocidade - $X=4D$

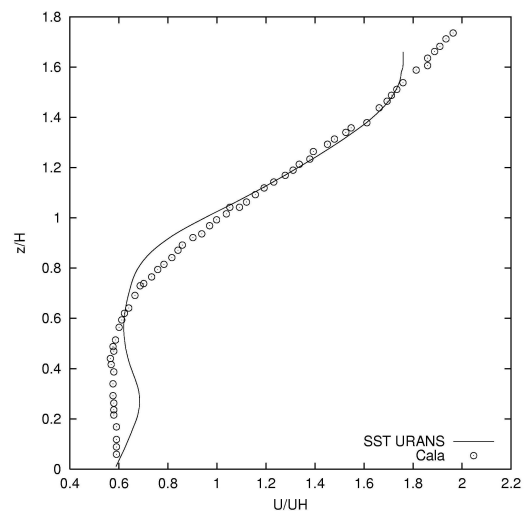


Figura 4.45: Perfil de Velocidade - $X=6D$

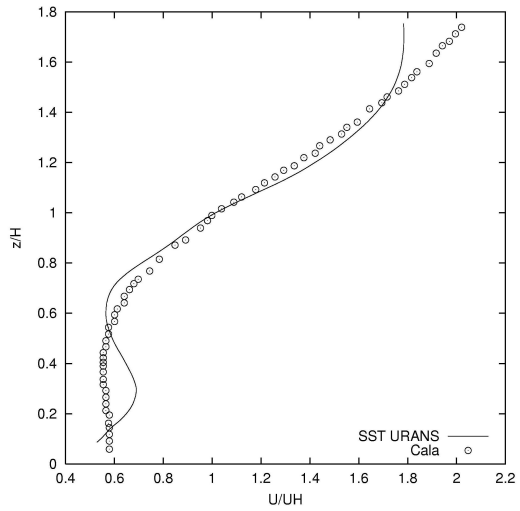


Figura 4.46: Perfil de Velocidade - X=8D

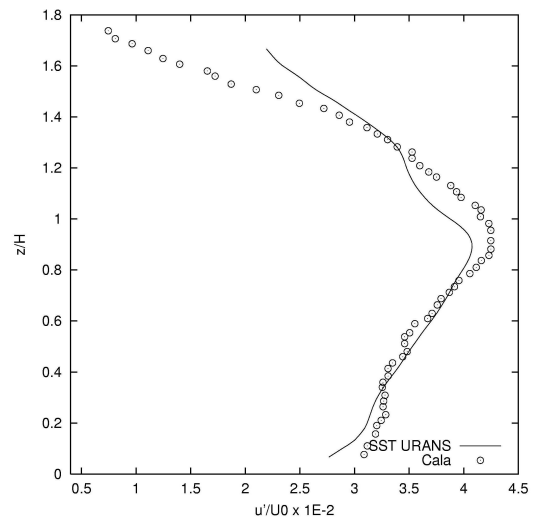


Figura 4.47: Perfil de Intensidade de Turbulência - X=4D

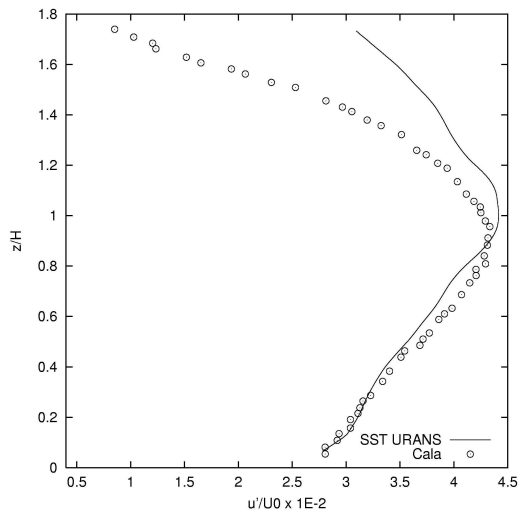


Figura 4.48: Perfil de Intensidade de Turbulência - X=6D

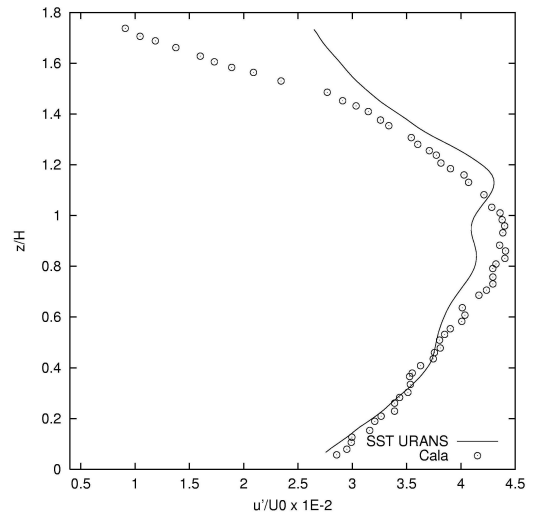


Figura 4.49: Perfil de Intensidade de Turbulência - X=8D

numéricos e experimentais de vários tipos de florestas. Notam-se que os perfis de velocidade relativos a 4D mostram-se semelhantes aos perfis medidos para plantações de arroz e milho, apresentando inclusive a inflexão para o topo da matriz. Os perfis de velocidade relativos a 6D mostram-se parecidos com os perfis medidos para uma floresta de pinhos. Todos os perfis mostraram semelhanças para os perfis medidos em florestas boreais. Os perfis de intensidade de turbulência mostraram semelhanças com os perfis de energia cinética de turbulência medidos para plantações de arroz e milho. Os perfis numéricos mostram boa concordância com a experimentação. Nota-se que todos os perfis numéricos mostraram inflexão, e nos resultados experimentais, apenas o perfil localizado em 4D. Isto significa que a simulação subestimou, com pouca diferença, os efeitos de camada limite. Conseqüentemente, como os perfis foram adimensionalizados pela velocidade no topo da matriz, pode-se afirmar que os resultados simulados mostram uma camada limite estreita quando comparada com a camada limite medida experimentalmente. Os perfis de intensidade de turbulência denotam um pico na região de saída da matriz. Tal efeito é uma evidência da perturbação causada ao escoamento pelos efeitos de ponta dos cilindros. Este efeito é observado por Cala (1996) e Seginer et al. (1976). Cabe ressaltar que a matriz utilizada pelo presente trabalho possui menor densidade, quando comparada com Seginer et al. (1976). De fato, os perfis tanto experimentais quanto numéricos mostram menor desaceleração. Portanto, os perfis de intensidade de turbulência são ligeiramente menores. Os resultados simulados se mostram similares aos resultados experimentais. Observa-se que os perfis simulados obtêm intensidades de turbulência maiores que os perfis experimentais para o topo da matriz.

4.2.3 Formalismo de Média Espacial

O escoamento na matriz de cilindros é por natureza tridimensional. O papel desta média é permitir o estudo de escoamentos tridimensionais através de uma abordagem unidimensional. Logo, efeitos advindos da tridimensionalidade do escoamento (Arrasto de forma e viscoso, efeitos de emissão ou absorção ou esteiras turbulentas) poderão ser analisados através da média. Será utilizado aqui o conceito do operador média horizontal, mostrado em Raupach e Shaw (1982) para escoamentos em florestas. Logo, para um campo escalar do escoamento inserido no mesmo, sem considerar os pontos inseridos em

superfícies sólidas, a definição formal de média horizontal é denotada por:

$$\langle u \rangle = \frac{1}{A} \int \int_{\Psi} u(x) dx dy \quad (4.4)$$

Esta média é tomada em toda a área representada pela região Ψ . Esta região é multiplamente conectada devido à interseção da mesma com os elementos da matriz. Este operador satisfaz todas as propriedades típicas de um operador de média de escoamentos turbulentos, à exceção da propriedade comutativa em determinadas situações. Considera-se a região Ψ e seu contorno C , conforme a figura 4.50. Este contorno não encontra interseção com nenhum elemento da matriz. No interior da região, considera-se ainda contornos internos C_i , nas interfaces do escoamento com os elementos de vegetação. Se u for constante nestas interfaces, então a média horizontal e eventuais derivadas espaciais poderão comutar, de forma que (Para $i = 1, 2$):

$$\left\langle \frac{\partial u}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x_i} \quad (4.5)$$

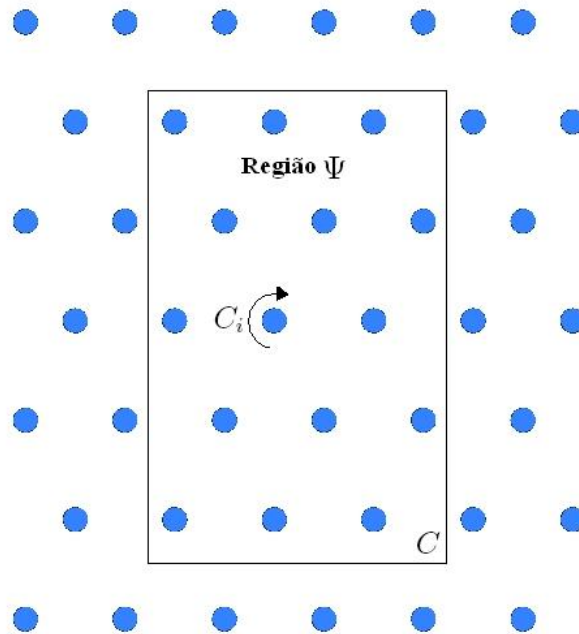


Figura 4.50: Descrição da região Ψ

Do contrário, não haverá comutatividade. Uma forma de se demonstrar esta não comutatividade baseia-se no operador Laplaciano do campo de velocidade. Tomando-se

um elemento na forma de uma placa plana vertical paralela ao escoamento médio, sabe-se que:

$$\left\langle \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right\rangle \neq \frac{\partial}{\partial x_i} \left\langle \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right\rangle \quad (4.6)$$

Isto ocorre porque a derivada $\partial u / \partial y$ não é constante na interface do elemento. Logo o laplaciano e o operador média espacial não comutam para a velocidade. Maiores detalhes sobre esta não comutatividade podem ser encontrados em Raupach e Shaw (1982).

A flutuação da média horizontal é obtida através da equação 4.7:

$$u' = u - \langle u \rangle \quad (4.7)$$

Com a média e a flutuação, um percentual dispersivo pode ser calculado. Este percentual é dado pela equação 4.8:

$$dp(u) = \frac{|\langle u \rangle - u'|}{\langle u \rangle} \quad (4.8)$$

4.2.4 Resultados - Média Espacial

Utilizando dos conceitos desenvolvidos anteriormente, a média horizontal foi tomada em 8 planos paralelos à base da matriz, em alturas diferentes (figura 4.51). Estes planos são planos de simetria translacional tomados à jusante da matriz. Neste lugar, o escoamento já se encontra periodicamente desenvolvido. A média horizontal da velocidade foi calculada para cada plano, e posteriormente a flutuação e o percentual dispersivo. As figuras mostram este percentual plotado em cada plano. O percentual dispersivo é um indicativo de quanto as flutuações espaciais se distanciam do escoamento médio no senso espacial. Logo, isto pode indicar posições adequadas para sondas que mensuram grandezas do escoamento. Em $z/h = 0.06$, notam-se ocorrências de zonas vermelhas (percentual entre 0,5 e 1) na esteira dos cilindros. O cilindro localizado no meio concentra a maior zona vermelha. Isto indica que a esteira de cada cilindro contém a maior parte da turbulência na matriz. Esta posição vertical, devido a sua proximidade com a parede, se mostra de extrema dificuldade de medição. Pois perto desta região ocorrem vários fenômenos turbulentos, como a emissão de estruturas coerentes (figura 4.41). As zonas esverdeadas e

azuladas (percentual entre 0 e 0,5) se mostram presentes na montante e no meio do plano de simetria. Deve-se atentar que a esteira de um cilindro afeta o escoamento a sua jusante e, conseqüentemente, afeta a esteira dos cilindros a sua jusante. As zonas azuis observadas são uma conseqüência disto. Para os planos localizados em $z/h = 0.13$, $z/h = 0.2$, $z/h = 0.26$, $z/h = 0.33$, $z/h = 0.4$, $z/h = 0.66$, as zonas vermelhas também ocorrem nas esteiras dos cilindros. Porém estas zonas denotam-se menores à medida que se avança na altura dos cilindros. Este é um indicativo de que o comportamento do escoamento no interior da matriz é similar ao caso da camada limite em uma placa plana. Logo, grandezas do escoamento variam rapidamente para pequenas alturas. Este padrão também denota que a turbulência deste escoamento concentra-se em grande parte na parede de base da matriz. Nota-se também o crescimento das regiões esverdeadas e azuladas à medida em que se avança na altura dos cilindros. Em $z/h = 0.93$, as zonas vermelhas desaparecem, com predomínio de regiões esverdeadas e levemente azuladas. Este é um sinal dos efeitos de ponta do escoamento. De $z/h = 0.66$ até $z/h = 0.93$, o percentual dispersivo plotado denota grande diferença. Isto é causado pelos efeitos de ponta do cilindro. Tais efeitos caracterizam-se por estruturas turbulentas que aumentam de tamanho à medida que descem ao longo do cilindro. Nota-se que em $z/h = 0.93$, as regiões de esteira dos cilindros se mostram azuladas. Isto indica que os de efeitos de ponta acabam se dirigindo para baixo, sem se propagar diretamente para a esteira dos cilindros. Um possível efeito de engenharia da análise do percentual está na transferência de calor em trocadores de calor. Pode-se afirmar que a transferência de calor terá seu ápice na base dos cilindros, onde o percentual atinge seus maiores valores. Nesta região, como o percentual mostra, a turbulência é intensa, devido ao fato de que a flutuação está bem afastada da média. Podem ocorrer efeitos de convecção mista ou forçada e natural separadamente. Para saber o quanto a transferência de calor é influenciada pela turbulência é necessário um estudo próprio da convecção turbulenta. Baseado nos resultados obtidos, pode-se afirmar que, após uma cuidadosa análise, as melhores posições para se colocar sondas de medição do escoamento seriam em zonas afastadas de esteiras ou de intensa flutuação. Logo, as zonas azuladas se constituem em zonas onde as medições não serão mascaradas nem influenciadas por efeitos de flutuações turbulentas. Já as zonas de esteira poderão ser bem identificadas através de técnicas de experimentação mais sofisticadas, como PIV

ou LIF. Pode-se também estudar o efeito do percentual dispersivo em planos de simetria localizados acima da matriz de cilindros.



Figura 4.51: Planos de simetria e respectivas posições

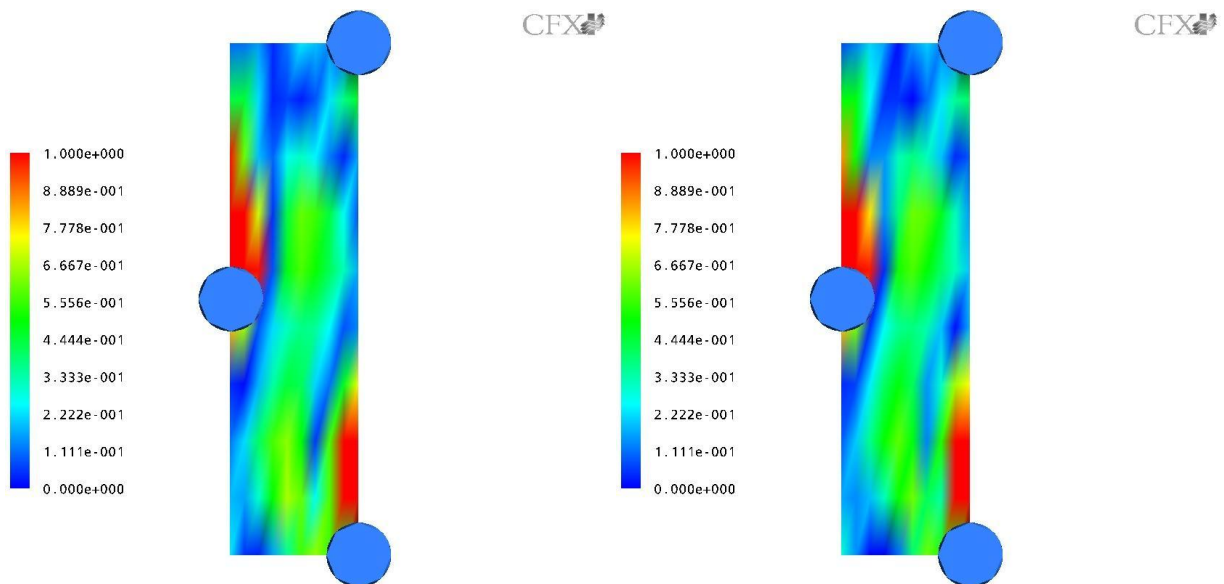


Figura 4.52: Percentual dispersivo - Da esquerda para a direita - $z/h = 0.06$ and $z/h = 0.13$

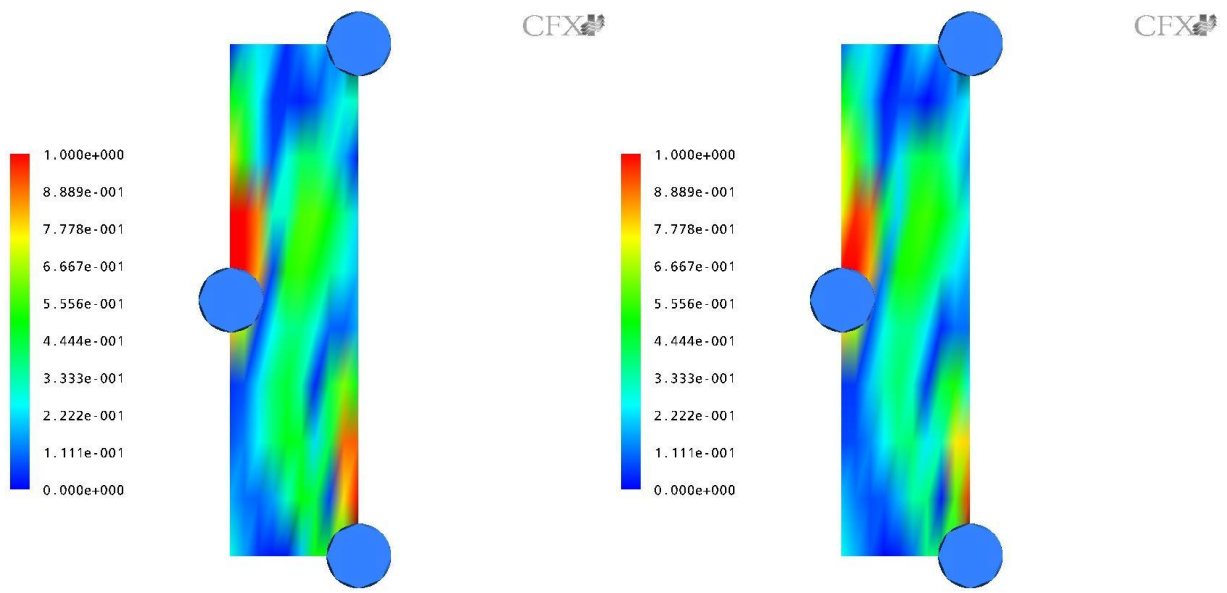


Figura 4.53: Percentual dispersivo - Da esquerda para a direita - $z/h = 0.2$ and $z/h = 0.26$

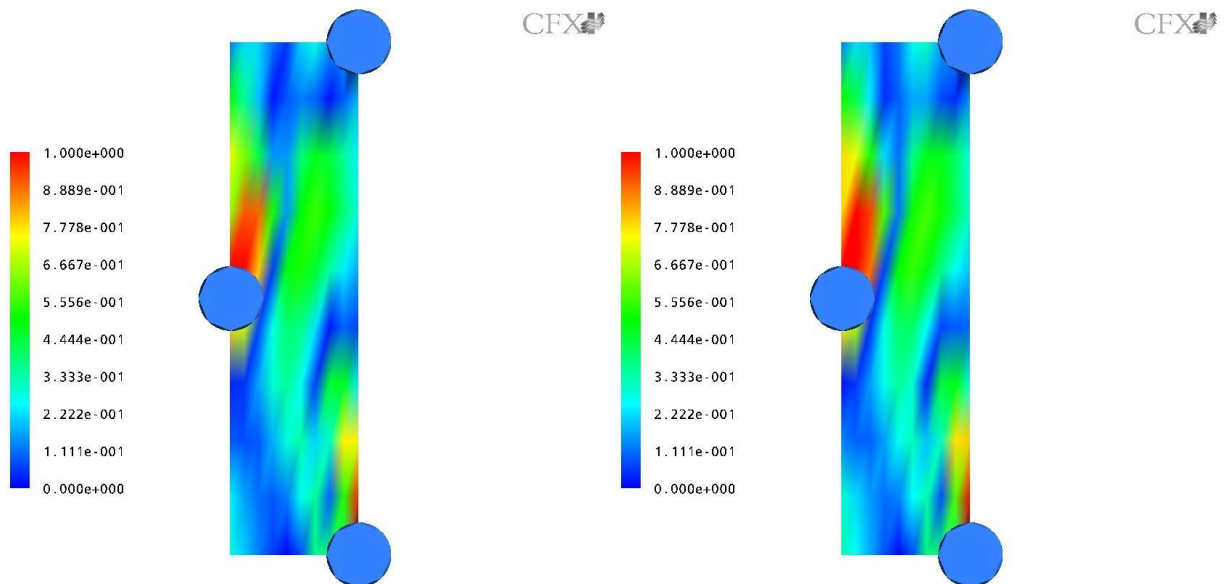


Figura 4.54: Percentual dispersivo - Da esquerda para a direita - $z/h = 0.33$ and $z/h = 0.4$

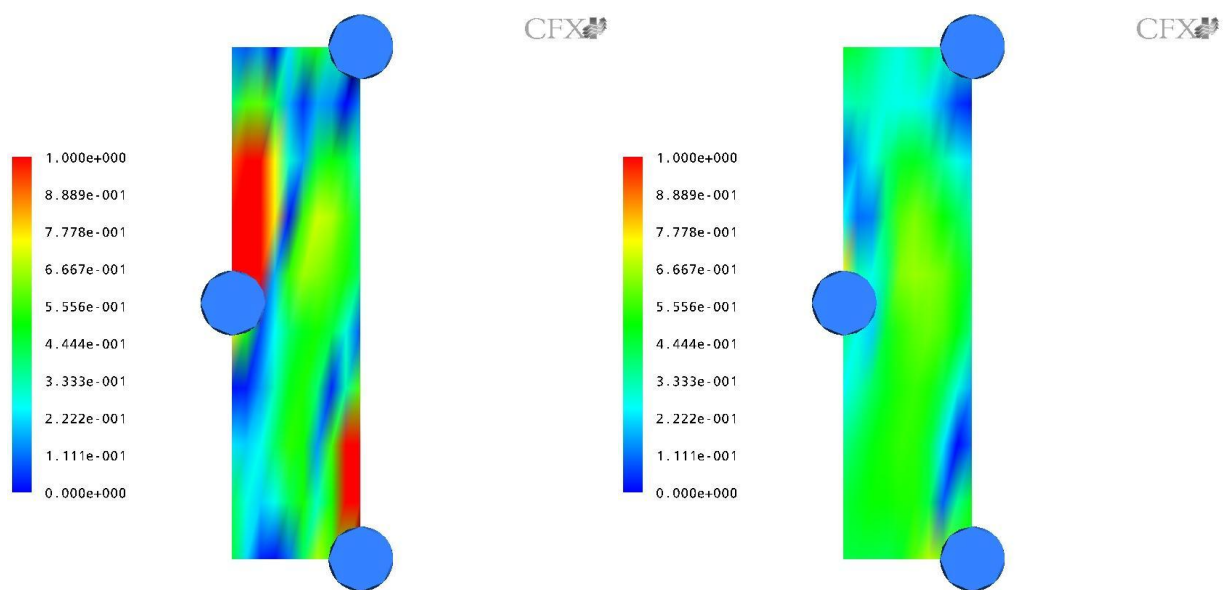


Figura 4.55: Percentual dispersivo - Da esquerda para a direita - $z/h = 0.66$ and $z/h = 0.93$

CAPÍTULO 5

Conclusões e Sugestões

Foram apresentados neste trabalho os resultados da simulação numérica do escoamento em torno de um cilindro e de uma matriz de cilindros. O escoamento em torno de um cilindro finito montado em uma placa plana foi simulado através da simulação de grandes escalas e das formulações URANS e DES. Na simulação de grandes escalas a modelagem submalha de Smagorinsky foi utilizada para a modelagem das pequenas escalas. Para a formulação DES, o modelo de turbulência SST foi utilizado, assim como para a formulação URANS. O escoamento na matriz de cilindros foi simulado com a formulação URANS. A discretização do domínio para ambos os casos foi feita segundo o método dos volumes finitos, através de malhas não-estruturadas. Para ambos os casos os resultados foram mostrados em visualizações do escoamento, comparação dos perfis numéricos de velocidade e de intensidade de turbulência com perfis experimentais obtidos por Cala (1996). Para o cilindro finito, foi feita ainda a análise de espectro do sinal temporal para os resultados obtidos em grandes escalas e DES. Finalmente, para a matriz de cilindros, foi efetuado um estudo de média espacial de modo a se observar o quanto as flutuações se afastam da média em um plano de simetria tomado à jusante da matriz de cilindros.

De uma forma geral os resultados numéricos apresentam em boa concordância com os resultados experimentais aos quais foram comparados. Para o caso do cilindro finito, as visualizações do escoamento médio mostraram a complexidade do escoamento em um cilindro finito. Os resultados instantâneos denotaram os efeitos transientes que influenciam enormemente a esteira turbulenta. Notou-se que o escoamento apresentou uma emissão de estruturas coerentes perto da base do cilindro. Esta emissão foi inibida pelos efeitos devido aos vórtices ferradura e aos efeitos de topo do cilindro. A emissão

denotou um transiente de cerca de 70 segundos, onde neste instante, o escoamento já mostra a topologia do escoamento médio. Os perfis numéricos transversais de velocidade denotaram proximidade com os dados experimentais, ao passo que os perfis verticais se mostraram em leve dissonância com os perfis experimentais. Creditou-se este efeito à modelagem submalha no caso da simulação de grandes escalas. Os perfis verticais da formulação DES se mostraram levemente mais eficientes. Os perfis de intensidade de turbulência seguiram o padrão dos perfis de velocidade. Os perfis transversais se mostraram mais próximos dos dados experimentais, ao passo que os perfis verticais se mostraram mais dissonantes. Os perfis simulados em URANS mostraram a maior diferença com os dados experimentais. Os perfis simulados em DES e grandes escalas se mostraram mais próximos. Admite-se que esta diferença dos perfis simulados em URANS se deve à modelagem da energia cinética de turbulência. Os espectros de potência confirmaram a emissão de estruturas coerentes observadas nas visualizações instantâneas através de picos nas curvas de espectro. Observou-se também que, à medida que se afasta da esteira, seja para cima ou para a jusante, os picos desapareceram.

Para o caso da matriz de cilindros, as visualizações mostraram o típico perfil de camada limite existente neste tipo de escoamento. As visualizações em isosuperfícies de velocidade e linhas de corrente denotam que a partir da terceira e quarta fileiras, o escoamento apresenta movimento ascendente, analogamente ao problema de camada limite em uma placa plana. No interior da matriz o escoamento denota-se como tridimensional. Esta região é onde o transporte de várias quantidades do escoamento se potencializa. As visualizações de contorno de velocidade e de linhas de corrente plotadas em um plano denotam a emissão de estruturas. Contrariamente ao cilindro finito, estas estruturas não são inibidas devido ao efeito da presença dos demais cilindros. Percebe-se também que os cilindros a jusante influenciam a esteira, chegando até a inibi-la em alguns lugares da matriz. Os perfis simulados denotaram boa concordância com os resultados experimentais. Notou-se nos perfis de velocidade numéricos uma inflexão para pontos no topo da matriz para todas as posições. Os perfis experimentais de Cala (1996) mostram esta inflexão apenas no perfil localizado em 4D. Pode-se assumir que a camada limite simulada foi subestimada pela simulação quando comparada com os resultados experimentais. Os perfis de intensidade de turbulência numéricos mostraram valores maiores do que os valores

experimentais no topo do cilindro. O estudo de média espacial mostrou que na base da matriz, o escoamento se denota bem afastado da média horizontal nas regiões de esteira do cilindro. Este efeito diminui à medida em que se observa planos de simetria afastados da base. No topo dos cilindros, notou-se que o escoamento fica muito próximo do escoamento médio. Isto leva a concluir que as melhores posições para a medição de velocidade via anemometria são onde o escoamento não se afasta muito da média horizontal.

Sugerem-se como opções para trabalhos futuros os seguintes tópicos:

- Simulação da matriz de cilindros em grandes escalas e formulação DES - O grande limitante deste trabalho foi o alto custo destas formulações. Para a malha obtida na matriz, o custo de se simular a matriz em grandes escalas e DES com os recursos disponibilizados é proibitivo. Para tanto, deverão ser utilizados supercomputadores ou processamento paralelo;
- Estudo de malha para o cilindro - A exemplo do item anterior, devido ao custo das técnicas numéricas utilizadas, a malha de cálculo utilizada no cilindro finito foi obrigada a equilibrar tempo computacional e precisão de resultado. Com máquinas paralelas ou supercomputadores, um estudo de malha poderá ser feito de modo a se obter resultados mais precisos;
- Análise estatística dos resultados simulados - Uma análise estatística, a exemplo da análise feita por Oliveira (2002) para a expansão brusca, poderá fornecer informações valiosas sobre o escoamento. O cálculo da função autocorrelação poderá mostrar o tempo de decorrelacionamento do escoamento. Já o cálculo das médias temporal e de probabilidade poderão fornecer informações sobre nuances e tendências do escoamento simulado;
- Estudo experimental do escoamento do cilindro e da matriz de cilindros através de técnicas de experimentação sofisticadas, como PIV ou LIF. Desta forma, as visualizações numéricas poderão ser comparadas com visualizações experimentais, a exemplo dos perfis de velocidade e de intensidade de turbulência;

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ayotte, K. W., Finnigan, J., e Raupach, M. R. (1999). A Second Order Closure for Neutrally Stratified Vegetative Canopy Flows. *Boundary Layer Metereology* 90, 189–216.
- Azevedo, L. F. A. e Almeida, J. A. (2002). Velocimetria por Imagem de Partículas. In C. J. Deschamps and J. R. Barbosa (Eds.), *Turbulência*, Volume 3, pp. 191–215. ABCM.
- Baban, F., So, R., e Otugen, M. (1991). Aspect Ratio Effect on Flow-Induced Forces on Circular Cylinders in a Cross-flow. *Experiments in Fluids* 10, 313–321.
- Batchelor, G. K. (1983). *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press.
- Belcher, S. E., Jerram, N., e Hunt, J. C. R. (2003). Adjustment of Turbulent Boundary Layer to a Canopy of Roughness Elements. *Journal of Fluid Mechanics* 488, 369–398.
- Brasil-Junior, A. C. P. (1994). Modeling Turbulent Flow Inside Tropical Forest. In *Anais do V ENCIT - Encontro Nacional de Engenharia e Ciências Térmicas*.
- Brown, A. R., Hobson, J. M., e Wood, N. (2001). Large-Eddy Simulation of Neutral Turbulent Flow over Rough Sinusoidal Ridges. *Boundary Layer Metereology* 98, 411–441.
- Cala, C., Brasil-Junior, A. C. P., e Sousa, A. J. (1996). escoamento Turbulento em Torno de um Cilindro Pendular. In *Anais do VI ENCIT - Encontro Nacional de Engenharia e Ciências Térmicas*.
- Cala, C. E. C. (1996). Estudo do escoamento Turbulento Dentro e Sobre uma Matriz de Cilindros Pendulares. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, DM-018.

- Constantinescu, G. S. e Squires, K. D. (2003). LES and DES Investigations of Turbulent Flow over a Sphere at $Re=10,000$. *Flow, Turbulence and Combustion Vol. 70*, pp. 267–298.
- Finnigan, J. (2000). Turbulence in Plant Canopies. *Annual Review in Fluid Mechanics 32*, 519–571.
- Fischer-Antze, T., Stoesser, T., Bates, P., e Olsen, N. R. B. (2001). 3-D Numerical Modelling of Open Channel Flow with Submerged Vegetation. *Journal of Hydraulic Research 39(3)*, 303–310.
- Fontoura-Rodrigues, J. L. A. (2003). Escoamentos Turbulentos Parietais. In A. Silveira-Neto and S. S. Mansur (Eds.), *Turbulência*, Volume 2, pp. 151–199. ABCM.
- Forsythe, J. R., Squires, K. D., e Spalart, P. R. (2001). Detached Eddy Simulation of the Separated Flow over a Forebody Cross Section. In R. F. B. J. Geurtz and O. Metais (Eds.), *Direct and Large Eddy Simulation IV*, Volume 8 of *ERCRAFTAC Series*, pp. 481–500.
- Fröhlich, J. e Rudi, W. (2004). LES of the flow around a Circular Cylinder of Finite height. *International Journal of Heat and Fluid Flow 25*, 537–548.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., e Cabot, W. H. (1991). A Dynamic Subgrid Scale Eddy Viscosity Model. *Physics of Fluids 3*.
- Grifoll, J. e Giralt, F. (2000). The near Wall Mixing Length Formulation Revisited. *International Journal of Heat and Mass Transfer 43*, 3743–3746.
- Guermond, J., Oden, J. T., e Prudhomme, S. (2004). Mathematical Perspectives on Large Eddy Simulation Models for Turbulent Flows. *Journal of Mathematical Fluid Mechanics 6*, 194–248.
- Hamed, A., Basu, D., e Das, K. (2003). Detached Eddy Simulations Of Supersonic Flow Over Cavity. *AIAA 2003-0549*.
- Kanda, M., Moriwaki, R., e Kasamatsu, F. (2004). Large Eddy Simulation of Turbulent Organized Structures Within and Above Explicitly Resolved Cube Arrays. *Boundary-Layer Meteorology 112*, 343–368.

- Katul, G. G., Mahrt, L., Poggi, D., e Sanz, C. (2004). One And Two-Equation Models For Canopy Turbulence. *Boundary Layer Metereology* 113, 81–119.
- Kawamura, T., Hiwada, M., Hibino, T., Mabuchi, I., e Kumada, M. (1984). Flow around a finite circular cylinder on a flat plate. *Bull JSME* 27:2142-2151.
- Kravchenko, A. G. e Moin, P. (2000). Numerical studies of flow over a circular cylinder at $Re=3900$. *Physics of Fluids* 12.
- Lai, C. T., Katul, G., Ellsworth, D., e Oren, R. (2000). Modelling Vegetation-Atmosphere CO₂ Exchange by a Coupled Eulerian-Lagrangian Approach. *Boundary Layer Metereology* 95, 91–122.
- Lübcke, H., Schmidt, S., Rung, T., e Thiele, F. (2001). Comparison of LES and RANS in bluff-body flows. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 89, 1471–1485.
- Lesieur, M. e Métais, O. (1996). New Trends in Large Eddy Simulation of Turbulence. *Annual Reviews of Fluid Mechanics* 28, 45–82.
- Lesieur, M., Métais, O., e Comte, P. (2005). *Large Eddy Simulation of Turbulence* (1 ed.). Cambridge.
- Lien, F., Yee, E., e Wilson, J. D. (2005). Numerical Modelling Of The Turbulent Flow Developing Within And Over A 3-D Building Array, Part II: A Mathematical Foundation For A Distributed Drag Force Approach. *Boundary Layer Metereology* 114, 245–285.
- Lilly, D. K. (1992). A Proposed Modification of the Germano Subgrid Scale Method. *Physics of Fluids* 4, 633–635.
- Maliska, C. R. (2003). *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, Volume 2. Editora LTC.
- Menter, F. R. e Kuntz, M. (2003). Development and application of a zonal DES turbulence model for CFX 5. Ansys cfx validation report.
- Menter, F. R., Kuntz, M., e Langtry, R. (2003). Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. *Turbulence, heat and Mass transfer* 4.

- Miguel, A., van de Braak, N., Silva, A., e Bot, G. (2001). Wind-induced air flow through permeable materials Part I: the motion equation. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 89, 45–57.
- Möller, S. V. e Silvestrini, J. H. (2004). Turbulência: Fundamentos. In S. V. Möller and J. H. Silvestrini (Eds.), *Turbulência*, Volume 4, pp. 1–31. ABCM.
- Morton, S., Forsythe, J., Squires, K., e Wurtzler, K. (2002). Assessment of unstructured grids for Detached-Eddy Simulation of high Reynolds number separated flows. In *Proceedings of the Eighth International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations*.
- Novak, M. D., Warland, J. S., Orchansky, A. L., Ketler, R., e Green, S. (2000). Wind Tunnel and Field Measurements of Turbulent Flow in Forests Part I: Uniformly Thinned Stands. *Boundary Layer Meteorology* 95, 457–495.
- Oliveira, T. F. (2002). Tratamento Estatístico e Simulações Numéricas de Grandes Escalas de Escoamentos Turbulentos. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, DM-059.
- Park, C. e Lee, S. (2000). Free end effects on the near wake flow structure behind a finite circular cylinder. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 88, 231–246.
- Park, C. e Lee, S. (2002). Flow structure around a finite circular cylinder embedded in various atmospheric boundary layers. *Fluid Dynamics Research* 30, 197–215.
- Pattenden, R. J., Turnock, S. R., e Zhang, X. (2005). Measurements of the flow over a low-aspect-ratio cylinder mounted on a ground plane. *Experiments in fluids* 39, 10–21.
- Patton, E. G. (1997). *Large Eddy Simulation of Turbulent Flow Above and Within a Plant Canopy*. Ph. D. thesis, University of California.
- Piomelli, U. e Balaras, E. (2002). Wall-Layer Models For Large-Eddy Simulations. *Annual Review of Fluid Mechanics* 34, 349–374.
- Raupach, M. R. e Shaw, R. (1982). Averaging Procedures for Flow Within Vegetation Canopies. *Boundary-Layer Meteorology* 2, 427–459.

- Roh, S. e Park, S. (2003). Vortical flow over the free end surface of a finite circular cylinder mounted on a flat plate. *Experiments in Fluids* 34, 63–67.
- Rudman, M. e Blackburn, H. M. (1999). Large Eddy Simulation of Turbulent Pipe Flow. In *Second International Conference on CFD in Minerals and Process Industries*.
- Sagaut, P. (1988). *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows - A Introduction* (2 ed.). Springer-Verlag.
- Schimidt, S. e Thiele, F. (2003). Detached Eddy Simulation of Flow around A-Airfoil. *Flow, Turbulence and Combustion* 71, 261–278.
- Seginer, I., Mulhearn, P. J., Bradley, E. F., e Finnigan, J. J. (1976). Turbulent flow in a model plant canopy. *Boundary Layer Metereology* 10, 423 – 453.
- Silveira-Neto, A. (2002a). Fundamentos da Turbulência nos Fluidos. In A. P. S. Freire, P. Menut, and J. Su (Eds.), *Turbulência*, Volume 1, pp. 3–48. ABCM.
- Silveira-Neto, A. (2002b). Simulação de Grandes Escalas de escoamentos Turbulentos. In A. P. S. Freire, P. Menut, and J. Su (Eds.), *Turbulência*, Volume 1, pp. 157–188. ABCM.
- Silvestrini, J. H. (2003). Simulação Numérica Direta e de Grandes Escalas de escoamentos Transicionais e Turbulentos. In A. Silveira-Neto and S. S. Mansur (Eds.), *Turbulência*, Volume 2, pp. 1–72. ABCM.
- Spalart, P. R. (2000). Strategies for Turbulence Modelling and Simulation. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 21, 252–263.
- Squires, K. D. (2004). Detached Eddy Simulation: Current Status and Perspectives. In *Direct and Large Eddy Simulation V*, ERCOFTAC Series.
- Squires, K. D., Forsythe, J. R., Morton, S. A., Strang, W. Z., Wurtzler, K. E., Tomaro, R. F., Grismer, M. J., e Spalart, P. R. (2002). Progress of Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows. *AIAA 2002-1021*.
- Strelets, M. (2001). Detached Eddy Simulation of massively Separated Flows. *AIAA 2001-0879*.
- Sumner, D., Heseltine, J., e Dansereau, O. (2004). Wake structure of a finite circular cylinder of small aspect ratio. *Experiments in fluids* 37, 720–730.

- Vatsa, V. N. e Singer, B. A. (2003). Evaluation of a Second-Order Accurate Navier-Stokes Code for Detached Eddy Simulation Past a Circular Cylinder. In *21st AIAA Applied Aerodynamics Conference*.
- Wang, H. F., Zhou, Y., Chan, C. K., e Lam, K. S. (2006). Effect of initial conditions on interaction between a boundary layer and a wall-mounted finite length cylinder wake. *Physics of Fluids* 18(065106).
- Watanabe, T. (2004). Large-Eddy Simulation of Coherent Turbulence Structures Associated with Scalar Ramps over Plant Canopies. *Boundary Layer Metereology* 112, 307–341.