



**ANÁLISE NUMÉRICA DA RESPOSTA DINÂMICA DE UM PAVIMENTO DE LAJE
ALIVIADA BIDIRECIONAL COM ESFERAS OCAS**

TIAGO DE AZEVEDO MOTA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE NUMÉRICA DA RESPOSTA DINÂMICA DE UM
PAVIMENTO DE LAJE ALIVIADA BIDIRECIONAL COM
ESFERAS OCAS**

TIAGO DE AZEVEDO MOTA

**ORIENTADORA: GRACIELA NORA DOZ
COORIENTADOR: MARCOS HONORATO OLIVEIRA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO
CIVIL**

**PUBLICAÇÃO: xxxxxxxxx
BRASÍLIA/DF: JULHO – 2023**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

ANÁLISE NUMÉRICA DA RESPOSTA DINÂMICA DE UM PAVIMENTO DE LAJE
ALIVIADA BIDIRECIONAL COM ESFERAS OCAS

TIAGO DE AZEVEDO MOTA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
SUBMETIDO AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA
FACULDADE DE TECNOLOGIA DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE
MESTRE EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL DO PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO POR:

Prof.^a. Graciela Nora Doz, Dr. Ing. (PECC-UnB)
(Orientadora)

Prof. José Luís Vital de Brito, Dr. (PECC-UnB)
(Examinador Interno)

Prof. André Luiz Aquere de Cerqueira e Souza, Dr. (ENC-UnB)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 25 DE JULHO DE 2023

FICHA CATALOGRÁFICA

MOTA, TIAGO DE AZEVEDO

Análise numérica da resposta dinâmica de um pavimento de laje aliviada bidirecional com esferas ocas. [Distrito Federal] 2023.

xvii, 114p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2023).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Dinâmica

2. Vibração em pavimentos

3. Laje aliviada

4. Excitação humana

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MOTA, T. D. A. (2023). Análise numérica da resposta dinâmica de um pavimento de laje aliviada bidirecional com esferas ocas. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação XXXXX, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 115p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Tiago de Azevedo Mota

TÍTULO: Análise numérica da resposta dinâmica de um pavimento de laje aliviada bidirecional com esferas ocas.

GRAU: Mestre

ANO: 2023

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Tiago de Azevedo Mota
CCSW 02, LOTE 05, Sudoeste
70.680-250 Brasília – DF – Brasil.

DEDICATÓRIA

*Dedico esta dissertação ao avanço da
engenharia de estruturas, à comunidade
científica e ao progresso da humanidade.*

AGRADECIMENTOS

A todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para este trabalho, meu sincero agradecimento. Em especial, desejo agradecer à minha orientadora, Graciela Doz, por ter acreditado em mim e no meu trabalho desde o início. Sua paciência, suporte e orientação foram fundamentais para o desenvolvimento deste estudo.

Também quero agradecer ao meu coorientador, Marcos Honorato, pela generosidade de doar seu tempo e pela visão prática e objetiva que trouxe para a abordagem do problema estudado. Sua experiência e contribuição foram essenciais para a qualidade deste trabalho.

Aos amigos do PECC- Carolina Lemos, Fernanda Medeiros, Marcio Oliveira, Rafael Sobral e Tauler Mota -, expresso minha profunda gratidão. Agradeço por tornarem esse período das nossas vidas mais agradável, por compartilharem das mesmas dores e celebrarem cada pequena vitória. Obrigado por terem me proporcionado momentos que ficarão eternizados na memória, como as várias noites seguidas sem dormir fazendo trabalhos e provas juntos, sem vocês, o caminho seria mais difícil de suportar.

À minha melhor amiga, Kézia Guimarães, minha eterna rede de apoio, expresso minha gratidão. Agradeço à vida por ter nos unido e por sempre encontrar uma maneira de cruzar nossos caminhos. Sua presença e apoio constantes foram fundamentais para minha jornada.

Gostaria de expressar um agradecimento especial ao meu namorado e companheiro, Nicolas Santos. Sua presença tem sido fundamental em minha vida, sendo minha rocha, meu modelo e meu apoio nos momentos mais desafiadores. Com você ao meu lado, encontro forças para enfrentar qualquer dificuldade, pois posso contar com sua compreensão e apoio prático. Sou imensamente grato por ter você ao meu lado nessa jornada.

Por fim, gostaria de agradecer ao meu núcleo familiar: minha mãe, Cesvaneude Azevedo, meu pai, Shirlan Mota, e minhas irmãs, Thaís e Tátilla Mota. Essa conquista também é de vocês. A constante presença (mesmo que à distância), amor e incentivo foram essenciais para minha trajetória e sou imensamente grato por ter uma família tão especial.

A todos mencionados acima e a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para este trabalho, vocês foram parte fundamental dessa conquista e sua dedicação e apoio serão sempre valorizados e lembrados.

RESUMO

ANÁLISE NUMÉRICA DA RESPOSTA DINÂMICA DE UM PAVIMENTO RÍGIDO DE LAJE ALIVIADA BIDIRECIONAL

Autor: Tiago de Azevedo Mota

Orientadora: Graciela Nora Doz de Carvalho

Coorientador: Marcos Honorato Oliveira

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, julho de 2023.

Laje aliviada bidirecional com esferas ocas resulta da aplicação de uma tecnologia que remove concreto de regiões em que ele é pouco útil e coloca esferas plásticas vazias no seu interior. Essa característica gera economia de material e redução de peso próprio, sem perder considerável momento de inércia, possibilitando vãos maiores e mais flexíveis, que, conseqüentemente, são suscetíveis a vibrações e acelerações dinâmicas indesejáveis causadas por ações externas, como os movimentos produzidos pela atividade humana. Dessa forma, entender o comportamento dinâmico desta tecnologia e confrontar com limites normativos, ainda na fase de projeto, é fundamental para um bom desempenho no estado limite de serviço, trazendo conforto ao usuário. A presente pesquisa visa estudar o comportamento dinâmico de uma laje bidirecional aliviada submetida às ações humanas de pular, dançar, bater palmas, balançar o corpo e bater palmas balançando o corpo e, posteriormente, comparar os resultados com uma laje maciça com o mesmo momento de inércia. É realizada a modelagem numérica da estrutura e nela são aplicadas as ações dinâmicas. Os resultados numéricos mostram que, para a maioria das ações (bater palmas, balançar o corpo e bater palmas balançando o corpo) serviços limites normativos são atendidos tanto para a laje aliviada quanto para a laje maciça de controle, entretanto, ambas apresentam acelerações excessivas para as ações de pular e dançar, atingindo, respectivamente, 273% e 150% acima do limite estabelecido.

Palavras-chave: análise dinâmica, laje aliviada, ações humanas, vibrações.

ABSTRACT

NUMERICAL ANALYSIS OF THE DYNAMIC PERFORMANCE OF A RIGID BI-AXIAL HOLLOW SLAB

Author: Tiago de Azevedo Mota
Supervisor: Graciela Nora Doz de Carvalho
Co supervisor: Marcos Honorato Oliveira
Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil
Brasília, July of 2023.

The bi-axial hollow slab is the result of applying a technology that removes concrete from the least useful region and replaces it with hollow plastic spheres. This technique leads to material economy and self-weight saving, without considerable inertial loss, enabling larger and more flexible spans. Consequently, these spans are vulnerable to unwanted vibrations and dynamic acceleration caused by external actions, such as movements produced by human activity. This way, understanding the dynamic behavior of this technology and confronting it with normative limits on project phase is essential for a good performance in the serviceability limit state, bringing comfort to the user. This research studies the dynamic behavior of a bi-axial hollow slab submitted to human actions, such as jumping, dancing, clapping, moving the body, and moving and clapping at the same time, and subsequently compare the results with a solid slab of the same inertia. For that, this work made a numerical model of the structure and applied dynamic actions to it. Numerical results show that, for most actions (clap, moving the body, and moving and clapping at the same time), normative service limits are met for both the relieved slab and the solid control slab, however, both show excessive accelerations for the actions of jumping and dancing, reaching, respectively, 273% and 150% above the established limit.

Keywords: *dynamic analysis, hollow slab, human actions, vibrations.*

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	19
1.1. APRESENTAÇÃO E RELEVÂNCIA DO TEMA	19
1.2. OBJETIVOS.....	22
1.2.1. Objetivo geral.....	22
1.2.2. Objetivos específicos.....	22
1.3. RESUMO DA METODOLOGIA.....	22
1.4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	23
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	25
2.2. ESTUDOS NO CAMPO DA ESTÁTICA.....	26
2.2.1. Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002).....	26
2.2.2. Teja et al. (2012)	28
2.3. ESTUDOS NO CAMPO DA DINÂMICA.....	32
2.3.1. Lai (2010).....	32
2.3.2. Liu <i>et al.</i> (2017), (2018), (2019) e (2020).....	33
2.3.3. Varghese e George (2018).....	39
2.3.4. Madih e Mohammed (2021).....	39
3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	44
3.1. VIBRAÇÕES INDUZIDAS PELA ATIVIDADE HUMANA	44
3.2. LIMITES DE CONFORTO	49

3.3.	AMORTECIMENTO.....	53
4.	MODELO NUMÉRICO	55
4.1.	FERRAMENTA COMPUTACIONAL	55
4.2.	AFERIÇÃO DO SOFTWARE E ESCOLHA DO MELHOR MODELO EM MEF 57	
4.3.	DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA E MODELAGEM NUMÉRICA	63
4.4.	APLICAÇÃO DE AÇÕES HUMANAS	71
5.	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	74
5.1.	ANÁLISE MODAL	74
5.2.	ANÁLISE DINÂMICA	82
5.2.1.	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	82
5.2.2.	AÇÃO DE PULAR	85
5.2.3.	AÇÃO DE DANÇAR	90
5.2.4.	AÇÃO DE BATER PALMAS	94
5.2.5.	AÇÃO DE BALANÇAR O CORPO.....	101
5.2.6.	AÇÃO DE BATER PALMAS COM CORPO EM MOVIMENTO.....	108
5.2.7.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	114
6.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	115
6.1.	CONCLUSÕES.....	115
6.2.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	118
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Recomendações para pré-dimensionamento de lajes <i>bubbledeck</i> (BUBBLEDECK BRASIL, 2020).	25
Tabela 2.2. Propriedades dos materiais (TEJA et al., 2012)	30
Tabela 2.3. Comparação de resposta modal em uma laje de escritório (LAI, 2010).	33
Tabela 2.4. Geometria dos modelos de Madih e Mohammed (2021).....	41
Tabela 2.5. Respostas dinâmicas. Madih e Mohammed (2021).....	41
Tabela 2.6. Frequências naturais dos modelos. Madih e Mohammed (2021).....	42
Tabela 2.7. Amplitude dos deslocamentos. Madih e Mohammed (2021).....	42
Tabela 3.1. Tipos representativos para atividade humana e suas aplicações para diferentes atividades e estruturas (CEB, 1991).	45
Tabela 3.2. Coeficientes de Fourier para ações dinâmicas. Bachmann (1995).....	49
Tabela 3.3. Coeficientes Níveis aceitáveis de vibrações para usos variados (BACHMANN e AMMANN, 1987).	51
Tabela 3.4. Indicação da percepção humana para vibrações harmônicas verticais. CEB (1991).	51
Tabela 3.5. Faixas de valores para acelerações verticais Sétra/AFGG (2006).....	52
Tabela 3.6. Amortecimento. Bachmann (1995)	54
Tabela 4.1. Propriedades físicas dos materiais utilizados	57
Tabela 4.2. Frequências naturais do espécime. Madih e Mohammed (2021).....	58
Tabela 4.3. Frequências naturais obtidas experimentalmente e com análise numérica.	62
Tabela 5.1. Modos de vibrações e frequências naturais obtidos.	75

Tabela 5.2. Comparação das características modais entre laje aliviada com esferas ocas e laje maciça.....	82
Tabela 5.3. Respostas dinâmicas de aceleração para carregamento de pular em laje aliviada com esferas ocas.....	85
Tabela 5.4. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de pular em laje aliviada com esferas ocas.....	87
Tabela 5.5. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de pular em laje maciça. ...	88
Tabela 5.6. Comparação das máximas acelerações verticais obtidas para a laje aliviada com esferas ocas e a maciça para ação de pular.....	88
Tabela 5.7. Comparação das acelerações obtidas com limites normativos referente à ação de pular.....	89
Tabela 5.8. Respostas dinâmicas de aceleração para carregamento de dançar	90
Tabela 5.9. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de dançar em laje aliviada com esferas ocas.....	92
Tabela 5.10. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de dançar em laje maciça	92
Tabela 5.11. Comparação das respostas de acelerações entre laje aliviada com esferas ocas e maciça para ação de dançar.....	93
Tabela 5.12. Comparação com limites normativos referente à ação de dançar.	93
Tabela 5.13. Respostas dinâmicas de aceleração para carregamento de bater palmas em laje aliviada com esferas ocas	96
Tabela 5.14. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de bater palmas em laje aliviada com esferas ocas	99
Tabela 5.15. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de bater palmas em laje maciça.....	99
Tabela 5.16. Comparação das máximas respostas de acelerações entre laje aliviada com esferas ocas e maciça para ação de bater palmas.	99

Tabela 5.17. Limites normativos referente à ação de bater palmas.	100
Tabela 5.18. Respostas dinâmicas de aceleração para carregamento de balançar o corpo em laje aliviada com esferas ocas	101
Tabela 5.19. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de balançar o corpo em laje aliviada com esferas ocas	104
Tabela 5.20. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de balançar o corpo em laje maciça.....	104
Tabela 5.21. Comparação das respostas de acelerações entre laje aliviada com esferas ocas e maciça para ação de balançar o corpo.	104
Tabela 5.22. Limites normativos referente à ação de balançar o corpo.	108
Tabela 5.23. Respostas dinâmicas de aceleração para carregamento de bater palmas com corpo em movimento.....	110
Tabela 5.24. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de bater palmas com corpo em movimento em laje aliviada com esferas ocas	112
Tabela 5.25. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de bater palmas com corpo em movimento em laje maciça.....	112
Tabela 5.26. Comparação das respostas de acelerações entre laje aliviada com esferas ocas e maciça para ação de balançar o corpo.	112
Tabela 5.27. Limites normativos referente à ação de bater palmas com corpo em movimento.	113

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Seção transversal típica de uma laje <i>Bubbledeck</i> TM (BUBBLEDECK BRASIL, 2020).....	20
Figura 2.1. Malha de elementos finitos. (SCHNELLENBACH-HELD; PFEFFER, 2002)	27
Figura 2.2. Redução da área de cisalhamento. Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002)	28
Figura 2.3. Modelagem do pavimento (TEJA et al., 2012).....	29
Figura 2.4. Seção transversal genérica (TEJA et al., 2012).....	29
Figura 2.5. Diagrama de tensões (a) laje sólida (b) laje aliviada com esferas ocas. Teja et al. (2012)	31
Figura 2.6. Diagrama de deslocamentos(a) laje sólida (b) laje aliviada com esferas ocas. Teja et al. (2012).....	31
Figura 2.7. Representação 3D (LAI, 2010).....	32
Figura 2.8. (a) Modelo numérico da laje. (b) Elemento metálico de apoio (c) Espécime experimental. Liu et al. (2017).....	34
Figura 2.9. (a) Modelo da laje isolada (b) Modelo com elementos envolventes (c) Modelo com todos os pavimentos. (LIU; BATTINI; PACOSTE, 2017).....	35
Figura 2.10. Padrão de caminhada de um pedestre. Liu et al. (2019).....	37
Figura 2.11. Quatro tipos de carregamentos de um pedestre caminhando em função do tempo. Liu et al. (2019). (a) Frequência de excitação de 2,2 Hz. (b) Frequência de excitação de 2 Hz.	38
Figura 2.12. Acelerações obtidas para cada um dos quatro tipos de carregamentos analisados. Liu et al. (2019).....	38
Figura 2.13. Modelagem da laje aliviada com esferas ocas Madih e Mohammed (2021).....	40

Figura 2.14. (a)Modelo I. (b) Modelo II. (c) Modelo III. Madih e Mohammed (2021)	40
Figura 2.15. Formas modais. Madih e Mohammed (2021).....	42
Figura 3.1. Teste de grupo realizando a atividade de saltar. Faisca et al. (2003).....	47
Figura 4.1 – Elemento linear frame paralelo ao eixo X. (CSI PORTUGAL, 2021)	55
Figura 4.2 – (a) <i>Shell</i> retangular. (b) <i>Shell</i> triangular (CSI PORTUGAL, 2021)	56
Figura 4.3 - Elemento sólido com 8 nós (CSI PORTUGAL, 2021)	56
Figura 4.4. Representação do espécime ensaiado. Madih e Mohammed (2021)	58
Figura 4.5. Modelo 1 - Elemento de barra (<i>Frame</i>).	59
Figura 4.6. Modelo 2 - Elemento <i>Shell Thin</i>	59
Figura 4.7. Modelo 3 – Elemento de área <i>Shell Layered</i>	60
Figura 4.8. Modelo 3 – Elemento <i>Shell Layered</i>	60
Figura 4.9. Modelo 3 – Unidade sólida.	61
Figura 4.10. Três primeiros modos de vibrações. (a) Espécime experimental. Madih e Mohammed (2021). (b) Modelo 3 desenvolvido neste trabalho.	62
Figura 4.11. Localização da estrutura analisada. (Google Maps, 2023)	64
Figura 4.12. Planta esquemática de pilares e divisão de juntas da estrutura analisada.	65
Figura 4.13. Detalhe genérico da espessura da junta A.	66
Figura 4.14. Planta de forma da Junta A.	67
Figura 4.15. Registro fotográfico da execução 01.	68
Figura 4.16. Registro fotográfico da execução 02.	68
Figura 4.17. Planta de forma simplificada da Junta A.	69
Figura 4.18. Seção transversal do elemento finito <i>shell layered</i> , em centímetros.	70

Figura 4.19. Representação tridimensional do modelo do pavimento rígido estudado, utilizando elementos finito tipo <i>Shell Layered</i>	70
Figura 4.20. (a) Função pular. (b) Função dançar. (c) função bater palmas. (d) Função balançar o corpo. (e) Função bater palmas balançando o corpo.	72
Figura 5.1. Localização dos nós analisados neste trabalho.	84

LISTA DE SÍMBOLOS, SIGLAS E ABREVIATURAS

α_i	-Coeficiente de Fourier do i-ésimo harmônico
Φ_i	-Defasagem de fase entre o i-ésimo harmônico em relação ao 1º harmônico
°	-Medida de temperatura em graus celsius
3D	-Três dimensões
A	-Área da seção resistente ao cisalhamento
ABNT	-Associação Brasileira de Normas Técnicas.
ASCE <i>Engineers</i>	-Sociedade Americana de Engenheiros Civis “ <i>American Society of Civil Engineers</i> ”
CEB	- <i>Comité Euro-Internacional du Beton</i>
cm	-Centímetro
D	-Deslocamento
d_k	-Dimensão da esfera que passa pelo perímetro
DIN	-Norma alemã “ <i>Deutsches Institut für Normung</i> ”
EI	-Módulo resistente, produto entre Modulo de Elasticidade e Momento de Inércia
Fck	-Resistência característica do concreto
f_{crit}	-Frequência crítica para vibrações verticais causadas pela ação de pessoas
f_p	-Frequência de excitação da atividade (Hz)
g	-Constante da aceleração da gravidade 9,81 m/s ²
G	-Peso da pessoa (“pedestre fictício” de G = 800 N)
h_m	-Espessura útil da seção
HDPE	-Polietileno de alta densidade “ <i>high-density polyethylene</i> ”
Hz	-Hertz, ciclos por segundo
i	-Número do i-ésimo harmônico

ISO	-Organização Internacional de Normalização
IURD	-Igreja Universal do Reino de Deus
kg	-Quilograma
kN/m ³	-Densidade
l	-Distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno
m	-Metro
m ²	-Metro quadrado
m ³	-Metro cúbico
MEF	-Método dos Elementos Finitos
mm	-Milímetro
N	-Newton, unidade de força
n	-Número total de harmônicos contribuintes
Ø	-Diâmetro da esfera interna da laje aliviada
Pa	-Pascal, unidade de pressão, medido em Newton por metro quadrado.
s	-Segundos, unidade de tempo
Sétra/AFGG	<i>-Technical Guide Footbridges. Assessment of Vibration behaviour of footbridges under pedestrian loading</i>
T	-Período do carregamento
t	-Tempo do carregamento
T_c	-Tempo de contato com a estrutura
u	-Perímetro resistente ao cisalhamento
v	-Velocidade em m/s
ζ	-Relação de amortecimento
ν	-Coeficiente de Piosson

1. INTRODUÇÃO

1.1. APRESENTAÇÃO E RELEVÂNCIA DO TEMA

Com os avanços na área de arquitetura e engenharia da construção, as estruturas em concreto armado estão se tornando cada vez mais esbeltas e com maiores vãos. Como resultado, aumentou a demanda por lajes que vençam grandes vãos. No entanto, em concreto armado, a capacidade de uma laje em vencer vãos maiores está diretamente relacionada ao seu momento de inércia e inversamente à sobrecarga que ela precisa resistir. Infelizmente, aumentar o momento de inércia significa aumentar a sobrecarga permanente de peso próprio, gerando um ciclo vicioso.

Há mais de 100 anos o conceito de laje biaxial aliviada surgiu como uma solução para reduzir a massa sem diminuir consideravelmente seu momento de inércia por meio da inclusão de um elemento vazio no interior de uma laje convencional, permitindo a remoção do concreto que não possui função estrutural eficiente e concentrando a massa nos limites superior e inferior do elemento, afastando-a do centro geométrico da seção. Isso resulta em uma redução de, para o caso da fabricante Bubbledeck™, 35% na sobrecarga de peso-próprio ao passo que seu momento de inércia reduz em apenas 12%, em comparação com uma laje maciça de mesma espessura, justificando o nome "aliviada". Atualmente, há várias fabricantes de lajes aliviadas, como Bubbledeck™, U-Boot™, AirDeck™ e CobiAx™, que adotam o mesmo princípio: a incorporação de um elemento vazio e inerte no centro de uma laje de concreto armado.

A tecnologia Bubbledeck™ foi patenteada em 1980 pelo engenheiro dinamarquês Jorgen Breuning e possui a vantagem de se comportar fisicamente como uma laje maciça em qualquer direção (conforme será explicado pela autora Teja et al. (2012) no capítulo de revisão bibliográfica) e seguir as mesmas normas e regulamentos que as lajes convencionais, de acordo com a fabricante (BUBBLEDECK BRASIL, 2020). Ensaio realizados por Held (1999) mostraram que a rigidez à flexão (capacidade de um elemento estrutural resistir à deformação quando submetido a esforços de flexão) das lajes BubbleDeck™ varia entre 87% e 93% da rigidez à flexão de uma laje maciça com a mesma espessura, sendo recomendado pelos pesquisadores 90% para dimensionamento coerente. A Figura 1.1 ilustra uma seção transversal típica dessa fabricante. Neste trabalho, adota-se a terminologia "laje aliviada com esferas ocas" para se referir às lajes Bubbledeck™, foco deste estudo.

As lajes aliviadas com esferas ocas foram introduzidas no mercado brasileiro em 2009 com a construção do Anexo Edifício Sede Odebrecht, em Salvador, Bahia. O Centro Administrativo do Distrito Federal, construído em 2011, foi o primeiro grande empreendimento com mais de 160.000 m² de laje aliviada com esferas ocas. Outros projetos notáveis incluem o edifício garagem do aeroporto internacional Tom Jobim no Rio de Janeiro em 2015 e a Catedral Brasília – IURD em 2019. Desde a instalação da primeira fábrica da Bubbledeck™ em Brasília no ano de 2020, o uso de lajes aliviadas com esferas ocas vem crescendo rapidamente no Brasil, totalizando atualmente mais de 300.000 m² de construção.

BubbleDeck - BASIC GEOMETRY

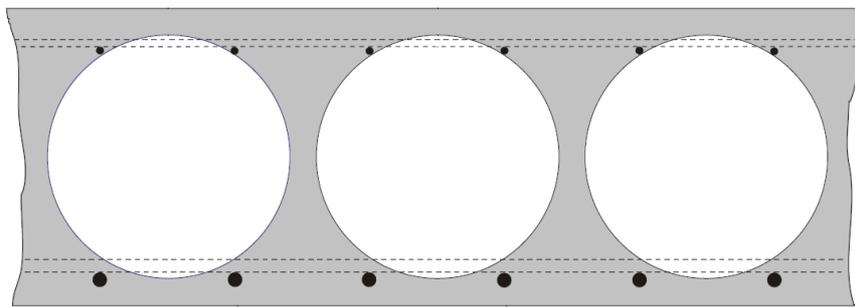


Figura 1.1. Seção transversal típica de uma laje *Bubbledeck*™ (BUBBLEDECK BRASIL, 2020)

No que diz respeito ao contexto da pesquisa científica, foram realizados importantes avanços no sistema de lajes aliviadas com esferas ocas no campo da estática. Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002) correlacionaram o comportamento das lajes aliviadas com esferas ocas com as lajes planas maciças apoiadas diretamente sobre pilares, os autores concluíram que é fundamental controlar rigorosamente o fenômeno da punção e propuseram coeficientes adicionais para empregar em modelos numéricos de lajes aliviadas com esferas ocas, de modo a simular o fenômeno da punção mais próximo da realidade, devido à presença de vazios esféricos como veremos com mais detalhes no próximo capítulo.

Teja et al. (2012) também contribuíram para o campo da estática ao estudar a distribuição do momento fletor em lajes aliviadas com esferas ocas. Os autores compararam os resultados de deslocamentos e tensões com uma laje maciça de mesma espessura. Constatou-se que as lajes maciças apresentam deslocamentos verticais menores (cerca de 5,88% a menos em relação à lajes aliviadas com esferas ocas), enquanto as tensões são maiores (aumento de 6,05% para

momento fletor, 10,29% para cisalhamento e 6,43% para tensões máximas em comparação com as lajes aliviadas com esferas ocas).

No campo de estudos da dinâmica, Lai (2010) comparou as características modais de uma laje aliviada com esferas ocas com uma laje maciça de mesma espessura. Para o estudo de caso desenvolvido, a autora observou que os períodos modais diferiram em apenas milésimos de segundos, e, em ambas as lajes, a frequência natural estava bem acima da frequência que caracteriza a atividade humana de caminhar (em torno de 1,2 a 2,5 Hz), não havendo necessidade de modificar a estrutura para se adequar aos requisitos de conforto.

Pesquisas promissoras foram desenvolvidas por Liu *et al.* (2017), (2018), (2019) e (2020), na qual os autores se dedicaram em aprimorar a modelagem computacional e entender o comportamento dinâmico de laje aliviada unidirecional quando excitadas por ações externas de impacto e pessoas caminhando sobre elas.

Varghese e George (2018) realizaram uma comparação do comportamento dinâmico entre lajes aliviadas com esferas ocas e lajes maciças em ações sísmicas. Usando o software ANSYS 16.0, eles analisaram um modelo de laje aliviada com esferas ocas de 28 cm de espessura em comparação com uma laje maciça de mesma espessura. Foram consideradas cargas sísmicas conforme a norma IS:1893-2002. A análise das tensões mostrou que os vazios esféricos não impactam significativamente a capacidade de carga durante eventos sísmicos.

No estudo das lajes aliviadas com esferas ocas bidirecionais, Madih e Mohammed (2021) investigaram a influência da distribuição das esferas plásticas sob uma carga harmônica. Utilizando uma abordagem numérica e experimental, eles observaram mudanças significativas no comportamento estrutural da laje ao simplesmente modificar a posição das esferas plásticas internas, resultando na redistribuição das rigidezes no elemento.

Durante a vida útil de uma estrutura, ela está sujeita a várias ações, incluindo excitações externas causadas pela atividade humana, como caminhar, correr, pular e dançar. Essas ações são periódicas e de baixa frequência, o que exige atenção especial. Quando a frequência dessas ações coincide com a frequência natural da estrutura, pode ocorrer o fenômeno da ressonância, amplificando as vibrações e aumentando as tensões, o que pode levar a danos significativos e, em casos extremos, à falha estrutural.

Para isso, é necessário avaliar e identificar as frequências naturais críticas da laje e, se necessário, ajustar as características da estrutura para evitar a coincidência com as frequências das cargas dinâmicas externas. Embora a fabricante *Bubbledeck*TM afirme que a base teórica de lajes maciças possa ser aplicada às lajes aliviadas com esferas ocas, não existem normativas nacionais que tratem especificamente da influência dos vazios esféricos no campo da dinâmica, além disso, os estudos existentes neste campo de pesquisa mostram-se incipientes, o que gera insegurança aos projetistas.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo geral

Com base no exposto, esta pesquisa tem como objetivo geral analisar o comportamento dinâmico de uma laje aliviada com esferas ocas sob excitações humanas, como pular, dançar, bater palmas com o corpo parado e em movimento, e balançar o corpo.

1.2.2. Objetivos específicos

- Analisar as características modais da laje aliviada com esferas ocas, sendo elas modos de vibrações e frequências naturais.
- Avaliar as respostas dinâmicas das lajes frente aos carregamentos periódicos de pular, dançar, bater palmas, bater palmas mexendo o corpo e apenas mexendo o corpo.
- Comparar as respostas dinâmicas com os limites preconizados por normativas vigentes e bibliografias consagradas.
- Comparar as respostas dinâmicas com as de uma laje maciça, ambas dimensionadas para as mesmas condições (vão, carregamentos, materiais) e que possuam o mesmo momento de inércia.

1.3. RESUMO DA METODOLOGIA

A investigação numérica da laje aliviada com esferas ocas ocorre em etapas. Primeiramente, é necessário realizar a modelagem da estrutura, o que envolve a comparação de quatro modelos

com diferentes tipos de elementos finitos. O objetivo é determinar qual modelo representa de forma mais precisa o comportamento dinâmico da laje aliviada com esferas ocas. Esses quatro modelos são comparados a um espécime ensaiado experimentalmente por Madih e Mohammed (2021), a fim de escolher aquele que melhor representa fisicamente uma laje aliviada com esferas ocas.

Após a definição do modelo mais adequado, procede-se à modelagem do pavimento do estudo de caso. Com o modelo pronto e as devidas condições de contorno aplicadas, realiza-se a análise modal da estrutura para descobrir seus primeiros modos de vibração e as respectivas frequências naturais. Esses resultados iniciais são consideravelmente importantes para verificar a proximidade das frequências naturais com as frequências de excitação humana.

O passo seguinte consiste em analisar a resposta dinâmica da estrutura, aplicando carregamentos que simulam padrões de comportamentos humanos extraídos da literatura, tais como pular, dançar, bater palmas e mexer o corpo. Feito isso, é possível analisar as respostas de acelerações, velocidades e deslocamentos nos pontos críticos. São consultadas normas nacionais e internacionais para estabelecer limites aceitáveis para tais grandezas. Esses limites serão utilizados para comparar as respostas obtidas do modelo numérico e classificar os valores em relação ao conforto humano. Por fim, é modelada uma laje maciça com o mesmo momento de inércia da laje aliviada com esferas ocas, a fim de comparar as respostas dinâmicas com um pavimento que utiliza o sistema construtivo tradicional.

1.4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho se divide em 6 capítulos, sendo a introdução o primeiro deles, onde é abordada a visão geral do problema e a relevância do tema, bem como seus objetivos gerais e específicos.

No segundo capítulo, é apresentado um panorama geral das pesquisas desenvolvidas no contexto de lajes aliviadas com esferas ocas no campo da estática e dinâmica por meio de uma revisão bibliográfica.

No terceiro capítulo, fundamentos teóricos, são discutidos os problemas de vibrações induzidas em estruturas pelas ações humanas, que podem causar desconforto aos usuários em situações

extremas. Além disso, são descritos limites normativos que relacionam as respostas dinâmicas com o conforto humano.

No modelo numérico, quarto capítulo, apresenta-se a ferramenta computacional adotada e justifica-se sua escolha. Em seguida, descreve-se as características geométricas e físicas da laje analisada nesta pesquisa, bem como sua modelagem numérica. Ainda neste capítulo, apresenta-se a escolha do modelo matemático de carregamento devido a atividades humanas.

No quinto capítulo, apresentação e análise dos resultados, a análise modal da estrutura é apresentada, descrevendo os modos de vibrações e suas frequências naturais. Avançando, as respostas dinâmicas da laje frente às ações humanas são expostas, nos parâmetros de acelerações, velocidades e deslocamentos. As respostas dinâmicas são confrontadas com limites normativos e bibliografias. Ainda neste capítulo, a resposta dinâmica da laje aliviada com esferas ocas será comparada com a resposta dinâmica de uma laje maciça de mesmo momento de inércia.

No sexto e último capítulo deste trabalho, conclusões e sugestões, apresenta-se um resumo e consequências inferidas com base nos resultados obtidos ao longo deste trabalho. Por fim, são apontados os caminhos a serem explorados para aprofundamento deste tema em pesquisas subsequentes.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Como já mencionado anteriormente, o termo "laje aliviada com esferas ocas" neste trabalho refere-se à fabricante Bubbledeck™, entretanto, existem diversas outras patentes com o mesmo princípio de redução de peso próprio por meio de um elemento inerte no seu interior, sendo algumas das mais conhecidas a Cobiax, Airdeck e U-boot, cada uma delas com características específicas, mas todas seguem o mesmo princípio de lajes aliviadas com esferas ocas. Este trabalho irá se limitar apenas à análise de lajes Bubbledeck™.

A fabricante afirma que a laje aliviada com esferas ocas pode ser dimensionada estaticamente seguindo as mesmas formulações da laje maciça biaxial, com algumas modificações nos parâmetros de peso, módulo resistente, EI, e resistência ao cisalhamento. Isso ocorre porque os vazios da laje aliviada com esferas ocas são perfeitamente circulares e possuem natureza tridimensional, permitindo a transferência gradual e suave das forças internas, sem acúmulo de tensões (BUBBLEDECK BRASIL, 2020).

Para padronizar a espessura final das lajes aliviadas com esferas ocas, é levado em consideração o diâmetro das esferas inseridas, variando de 23 cm, utilizando esferas de 18 cm até 45 cm com esferas de 36 cm. Além disso, a fabricante disponibiliza uma tabela para o pré-dimensionamento da espessura da laje, levando em conta os vãos a serem vencidos (ver Tabela 2.1). É importante destacar que este sistema de laje aliviada com esferas ocas não requer o uso de vigas para seu equilíbrio, já que seu comportamento é comparável ao de uma laje plana.

Tabela 2.1. Recomendações para pré-dimensionamento de lajes *bubbledeck* (BUBBLEDECK BRASIL, 2020).

Tipo	Espessura da laje (mm)	Diâmetro das Esferas (mm)	Vãos Internos* (m)	Vãos Externos* (m)	Comprimento máximo em balanço (m)	Massa da laje (kg/m ³)	Consumo de concreto (m ³ /m ²)
BD230	230	Ø180	6 a 9	5 a 6	≤ 2,5	370	0,15
BD285	285	Ø225	7 a 11	6 a 8	≤ 3,0	460	0,19
BD340	340	Ø270	9 a 13	7 a 10	≤ 3,5	550	0,23
BD395	395	Ø315	10 a 15	8 a 11	≤ 4,0	640	0,25
BD450	450	Ø360	11 a 17	9 a 12	≤ 4,5	730	0,31
* Vãos Internos – com continuidade entre vãos (m)							
# Vãos Externos – sem continuidade entre vãos (m)							

2.2. ESTUDOS NO CAMPO DA ESTÁTICA

2.2.1. Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002)

Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002) observou que lajes aliviadas com esferas ocas biaxiais naturalmente se comportam como lajes planas quando apoiadas diretamente sobre pilares, sendo a capacidade de punção uma propriedade fundamental a ser controlada. Seu estudo teve como objetivo analisar como a presença de vazios afeta o comportamento à punção de lajes aliviadas com esferas ocas por meio de testes experimentais e análises numéricas.

Para o estudo, a autora ensaiou três corpos de prova com espessura de 24 cm e três com espessura de 45 cm. A carga foi aplicada por um macaco hidráulico, e a configuração do teste permitiu a observação da trinca e da falha por punção. Instrumentos de medições foram instalados para acompanhar o comportamento do aço e do concreto até que a falha ocorresse.

Inicialmente, ao observar as fissuras, Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002) concluiu que a ruptura por punção em lajes aliviadas com esferas ocas é diferente da rotura em lajes maciças, com o perímetro das fissuras parecendo menor devido às esferas ocas presentes. No entanto, um exame mais detalhado da seção transversal após a serragem no eixo central refutou essa primeira impressão. Verificou-se que os vazios esféricos não influenciaram o padrão de fissuras em comparação com uma laje maciça, com o ângulo entre as trincas ficando entre 30° e 40° como esperado. O valor da resistência à punção foi menor que o de uma laje maciça, e esse valor está intimamente relacionado ao número de bolhas plásticas que atravessam as trincas de perfuração.

Para complementar os testes experimentais, a autora realizou cálculos não lineares utilizando o MEF (Método dos Elementos Finitos) com o software DIANA. Essas simulações numéricas foram conduzidas para verificar os resultados dos testes e investigar o mecanismo de falha sem a necessidade de realizar mais testes caros.

Dada a natureza tridimensional da laje aliviada com esferas ocas, Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002) optou por uma simulação em elementos finitos sólidos para gerar uma malha que representasse os vazios internos, conforme ilustrado na Figura 2.1. Apesar de ter sido considerado um sistema simétrico, o tempo de processamento e a demanda computacional foi significativamente elevado. A tentativa de utilizar uma malha com menos elementos não obteve

resultados satisfatórios. As simulações numéricas foram realizadas com o objetivo de complementar e validar os ensaios experimentais.

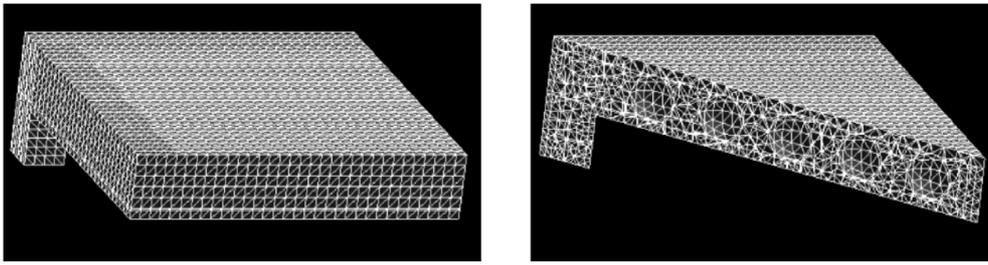


Figura 2.1. Malha de elementos finitos. (SCHNELLENBACH-HELD; PFEFFER, 2002)

Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002) lembrou que em muitos códigos de projeto, a resistência à punção é tratada como uma resistência ao cisalhamento que atua em uma seção, conhecida como perímetro de controle. Embora essa abordagem empírica não tenha significado físico, ela se aproxima bem da resistência obtida por modelos mecânicos de comportamento de punção. No caso de lajes aliviadas com esferas ocas, essa abordagem pode ser usada com uma modificação simples. Se alguma das bolhas estiver dentro do perímetro de controle e próxima à borda do pilar, conforme ilustrado na Figura 2.2, é necessário reduzir a área de cisalhamento pela área de interseção do perímetro de controle com as bolhas, utilizando a (Equação 2.1). Caso contrário, as regras de projeto para lajes sólidas podem ser aplicadas sem modificação.

$$A = u \cdot h_m - \sum \frac{d_k^2 \pi}{4} \quad (2.1)$$

Em que:

A = Área da seção resistente ao cisalhamento

u = Perímetro resistente ao cisalhamento

h_m = Espessura útil da seção

d_k = Dimensão da esfera que passa pelo perímetro

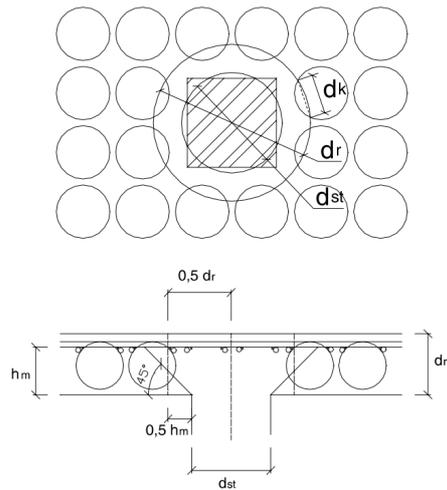


Figura 2.2. Redução da área de cisalhamento. Schnellbach-Held e Pfeffer (2002)

A pesquisadora concluiu que o modo de ruptura de lajes aliviadas com esferas ocas biaxiais é semelhante ao de lajes maciças, além disso, propôs uma modificação das regras de projeto existentes na norma alemã DIN 1045 para lidar com o fenômeno da punção em lajes aliviadas com esferas ocas.

2.2.2. Teja et al. (2012)

Teja *et al.* (2012) estudaram o comportamento estrutural de uma laje aliviada com esferas ocas comparando-a com uma laje maciça de mesma espessura, analisando as distribuições de momentos fletores, deslocamentos e tensões.

Segundo os autores, a porção de concreto sob compressão em lajes é relativamente pequena em relação à espessura total, o que significa que essa região está geralmente entre o extremo da esfera e a superfície da laje. Portanto, não há diferença significativa no comportamento estático de uma laje maciça e de uma laje aliviada com esferas ocas, já que os únicos elementos que desempenham um papel fundamental no equilíbrio são a “capa” de concreto comprimida e o aço tracionado.

Os autores utilizaram o *software* SAP2000, o mesmo que será utilizado nesta pesquisa, para realizar a modelagem numérica dos pavimentos através do método dos elementos finitos. A fim de compreender a resposta estática do sistema, Teja *et al.* (2012) realizaram uma análise comparativa entre lajes aliviadas com esferas ocas e maciças. Para isso, analisaram um pavimento de escritório com dimensões de 8m x 8m e 230 mm de espessura com a presença de

um pilar central. Foi modelado um capitel maciço ao redor dos pilares, com quatro esferas de distância, já que as forças de cisalhamento são maiores nessas áreas. A Figura 2.3 ilustra a modelagem do pavimento e os retângulos em vermelho a região de capitel.

Para facilitar a modelagem da laje aliviada com esferas ocas, os autores empregaram o elemento finito *shell layered*, que permite atribuir várias camadas ao elemento com diferentes espessuras e propriedades. Uma camada retangular de HDPE (high-density polyethylene) foi inserida entre duas camadas finas de concreto armado nas partes superior e inferior para simular o comportamento físico da região com esferas ocas. A Figura 2.4 apresenta uma ilustração simplificada das camadas, enquanto a Tabela 2.2 mostra as propriedades físicas dos materiais usados na análise. A laje maciça foi modelada com o elemento *shell thick* com 230 mm de espessura.

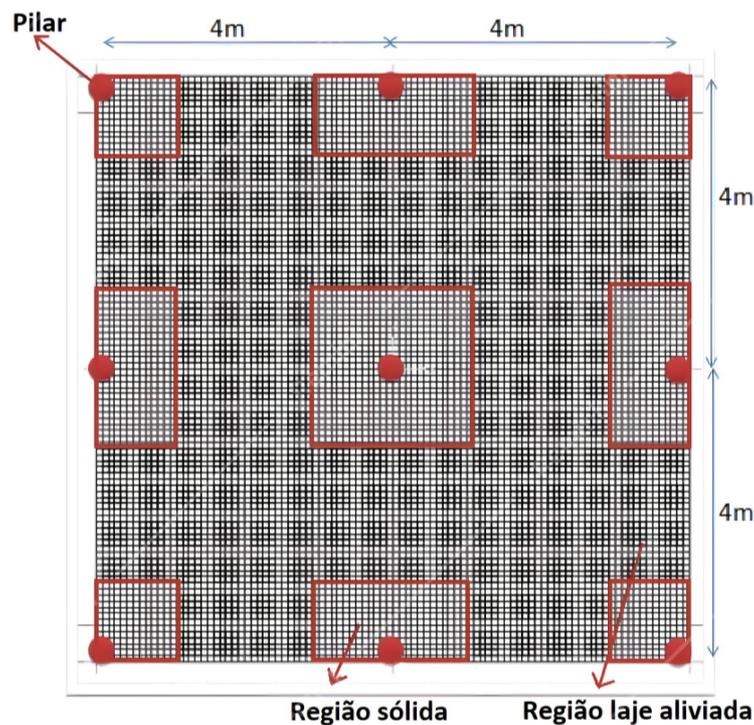


Figura 2.3. Modelagem do pavimento (TEJA et al., 2012)



Figura 2.4. Seção transversal genérica (TEJA et al., 2012)

Tabela 2.2. Propriedades dos materiais (TEJA et al., 2012)

Material	Resistência característica Fck (MPa)	Módulo de elasticidade E (GPa)	Coefficiente de Poisson (ν)	Densidade (kN/m ³)
Concreto	30	24,8	0,16	25
HDPE	20	0,8	0,42	10,01

Os resultados apontaram que a laje maciça apresenta deformações estáticas menores em relação à laje aliviada com esferas ocas, com uma diferença de 5,88%. No entanto, as tensões desenvolvidas na laje maciça são maiores, com aumento de 6,05% para momento fletor, 10,29% para cisalhamento e 6,43% para tensões máximas em comparação com as lajes aliviadas com esferas ocas. A Figura 2.5 e Figura 2.6 apresentam, de forma qualitativa, a comparação entre os diagramas de tensões e deformações para as lajes analisadas. Na Figura 2.5 a escala de cores mais próximas ao azul correspondem aos momentos negativos, enquanto a cor mais próxima à magenta corresponde aos momentos positivos, o amarelo corresponde aos momentos fletores próximos ao nulo. Já na Figura 2.6, a escala de cores mais próximas ao azul correspondem aos deslocamentos nulos (região próxima aos apoios) enquanto a cor mais próxima à magenta corresponde às deformações máximas.

Teja et al. (2012) concluíram que a utilização de lajes aliviadas com esferas ocas biaxiais é mais vantajosa em termos de economia de material e peso próprio, com uma redução de 35%, quando comparadas às lajes maciças. Além disso, a estrutura aliviada apresenta menores tensões em comparação com a estrutura maciça. No entanto, é importante destacar que a redução de rigidez devido à parte vazia da laje aliviada com esferas ocas causa maiores deslocamentos.

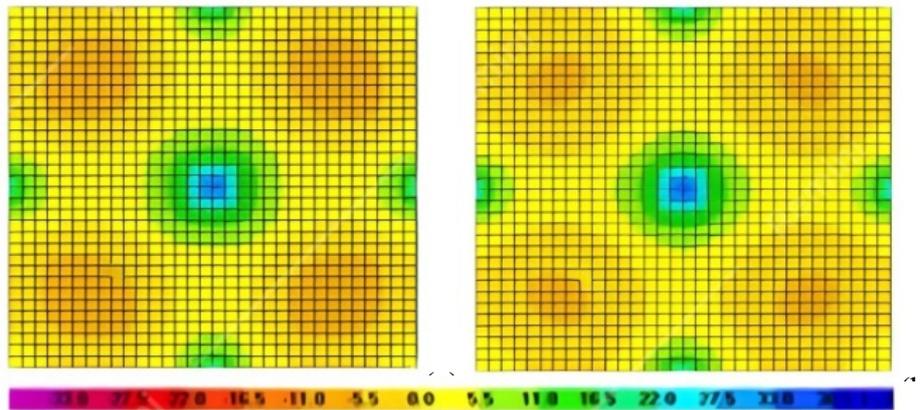


Figura 2.5. Diagrama de tensões (a) laje sólida (b) laje aliviada com esferas ocas. Teja *et al.* (2012)

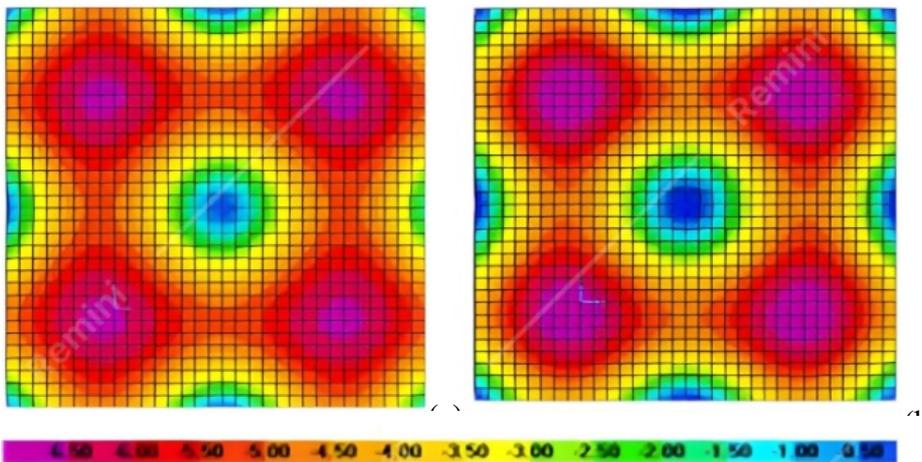


Figura 2.6. Diagrama de deslocamentos(a) laje sólida (b) laje aliviada com esferas ocas. Teja *et al.* (2012)

Ao comentar a respeito de vibrações, Teja *et al.* (2012) lembram que lajes em concreto armado são, em geral, menos susceptíveis a problemas de vibrações quando comparadas com outros sistemas construtivos, tais como: *steel frame* ou *light steel frame*. Entretanto, lajes aliviadas com esferas ocas são leves e estão sujeitas a vibrações indesejadas.

Os pesquisadores afirmam que a observação de grandes deslocamentos verticais na análise estática constitui, geralmente, um indicativo de problemas de vibrações em estados limites de serviço. Em todos os casos, deve-se verificar as respostas dinâmicas da mesma forma que se faz em lajes maciças. De acordo com os autores, a rigidez e o amortecimento são as armas mais eficazes contra vibrações, especialmente as vibrações ressonantes. Ao levar em consideração o amortecimento semelhante ao das lajes maciças e focar na modificação da rigidez, pode-se

observar que uma laje aliviada com esferas ocas pode oferecer maior rigidez com o mesmo consumo de material.

2.3. ESTUDOS NO CAMPO DA DINÂMICA

2.3.1. Lai (2010)

Lai (2010) estudou características estáticas e dinâmicas de lajes aliviadas com esferas ocas bidirecionais em um pavimento de escritório por meio de modelagem numérica em MEF e comparou os resultados com os de uma laje maciça de mesma espessura. A modelagem pode ser observada na Figura 2.7.

Utilizando o software SAP2000, a autora realizou modelagens computacionais tanto para a laje aliviada com esferas ocas quanto para a laje maciça, aplicando um carregamento de $4,80 \text{ kN/m}^2$ além do peso próprio. Os resultados indicaram que os momentos fletores máximos, forças de tensão e cortantes foram reduzidos entre 30% e 40% para a laje aliviada com esferas ocas, devido à diminuição do peso próprio. Em contrapartida, os deslocamentos da laje aliviada com esferas ocas aumentaram em cerca de 10%, uma vez que as esferas reduzem tanto o peso próprio quanto a rigidez EI da laje (produto entre o módulo de elasticidade e o momento de inércia).

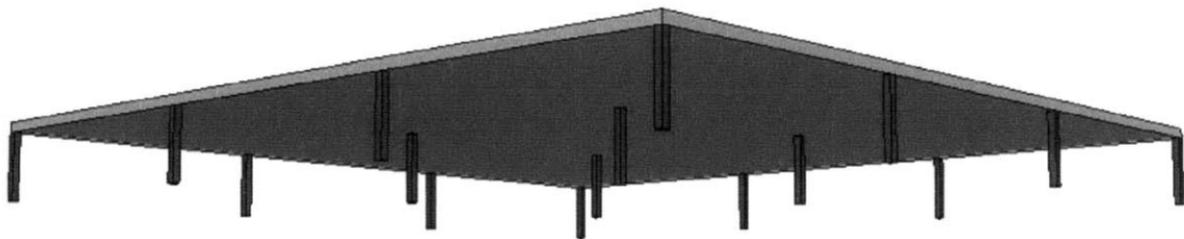


Figura 2.7. Representação 3D (LAI, 2010)

No que diz respeito ao comportamento dinâmico, foi constatado que as frequências naturais estão muito próximas quando se compara laje aliviada com esferas ocas e maciça, diferindo apenas nas casas decimais e, em ambas as lajes, a frequência natural estava bem acima da frequência que caracteriza a atividade humana de caminhar próxima de 2 Hz, que, segundo a autora, não há a necessidade de modificar a estrutura para se adequar aos requisitos de conforto,

conforme é mostrado nos 10 primeiros modos de vibrações e suas respectivas frequências naturais na Tabela 2.3.

Tabela 2.3. Comparação de resposta modal em uma laje de escritório (LAI, 2010).

Modo	Características Modais			
	Laje maciça		Laje aliviada com esferas ocas	
	Frequência (Hz)	Período (s)	Frequência (Hz)	Período (s)
1	4,234	0,236	4,226	0,237
2	4,482	0,223	4,552	0,221
3	4,482	0,223	4,552	0,221
4	4,558	0,219	4,524	0,220
5	4,575	0,219	4,679	0,214
6	5,192	0,193	5,322	0,188
7	5,192	0,193	5,322	0,188
8	5,641	0,177	5,692	0,176
9	6,298	0,159	6,640	0,151
10	8,282	0,121	8,224	0,122
11	8,404	0,119	8,397	0,119
12	8,404	0,119	8,397	0,119

A pesquisa de Lai (2010) concluiu que a laje aliviada com esferas ocas apresenta resposta semelhante ao da laje maciça de mesma espessura em escritórios, tanto em quesitos estáticos quanto dinâmicos. Entretanto, a economia de materiais proporcionada pela laje aliviada com esferas ocas torna sua utilização mais vantajosa nesse contexto, visto que as esferas plásticas reduzem até 35% da massa de concreto.

2.3.2. Liu *et al.* (2017), (2018), (2019) e (2020)

Em sua pesquisa, Liu *et al.* (2020) se dedicaram a entender o comportamento de laje aliviada pré-moldada unidirecional no campo da dinâmica. Os autores realizaram análises numéricas e experimentais, exploraram a resposta da estrutura frente a ações dinâmicas, como pessoas caminhando e impacto de martelos em lajes. Entretanto, a pesquisa se restringiu apenas a lajes unidirecionais.

Liu *et al.* (2017) afirmaram que a combinação de protensão e redução do peso próprio de lajes aliviadas com esferas ocas torna possível a construção de pavimentos com grandes vãos. Entretanto, segundo os autores, maiores vãos implicam em lajes mais sensíveis às vibrações induzidas pela atividade humana.

Os autores conduziram ensaios experimentais e análises numéricas utilizando o MEF para investigar o comportamento dinâmico de lajes aliviadas com esferas ocas unidirecionais. O experimento foi realizado com 6 lajes justapostas apoiadas em vigas de aço, conforme ilustrado na Figura 2.8. Um excitador de vibração e um martelo de força foram utilizados para carregar a estrutura. O modelo numérico baseou-se em elemento finito sólido e teve resultados em concordância com os experimentais, sendo eficiente na determinação de frequências naturais e respostas dinâmicas para cargas harmônicas.

No entanto, Liu *et al.* (2017) afirmam que o modelo demanda muito tempo de processamento e alto poder computacional, tornando-se mais dispendioso à medida que as dimensões do modelo aumentam. Como alternativa, os autores sugerem o uso de elementos planos tipo *shell*, que requerem menor esforço computacional, a validação deste elemento finito será o objeto de estudo do seu próximo artigo.

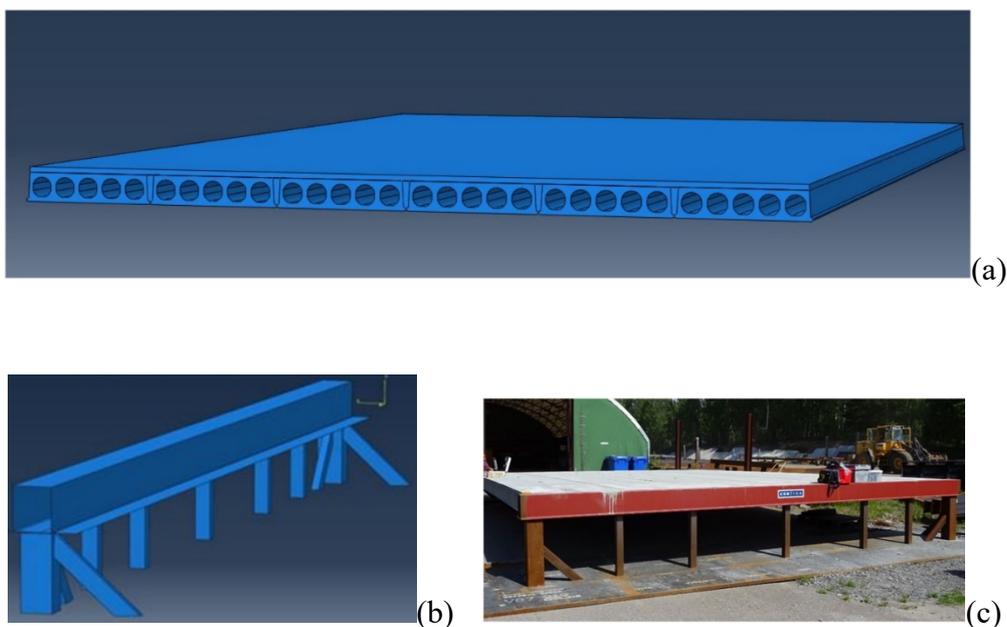


Figura 2.8. (a) Modelo numérico da laje. (b) Elemento metálico de apoio (c) Espécime experimental. Liu *et al.* (2017)

Liu *et al.* (2018) propuseram uma alternativa para a modelagem de lajes aliviadas que requer menor poder computacional em comparação ao elemento sólido, por meio do elemento finito plano *shell* ortotrópico (que possui propriedades físicas diferentes em direções diferentes). Os

autores tiveram como objetivo oferecer orientações práticas para engenheiros estruturais que buscam uma modelagem mais precisa e realista do comportamento dinâmico de lajes aliviadas.

Para atingir este propósito, os autores realizaram seis experimentos *in-situ* para determinar as frequências naturais e os modos e vibrações. Foram implementadas três modelagens em elementos finitos para cada estrutura. O primeiro modelo considerava apenas a laje isolada, o segundo incluía a modelagem da laje e seus elementos estruturais circundantes, como vigas, pilares e, em três casos, as alvenarias de vedação como massa. Já o terceiro modelo incluía, além de todos os elementos estruturais envolventes anteriores, todos os pavimentos da estrutura. A Figura 2.9 ilustra as três abordagens com o elemento *shell* ortotrópico.

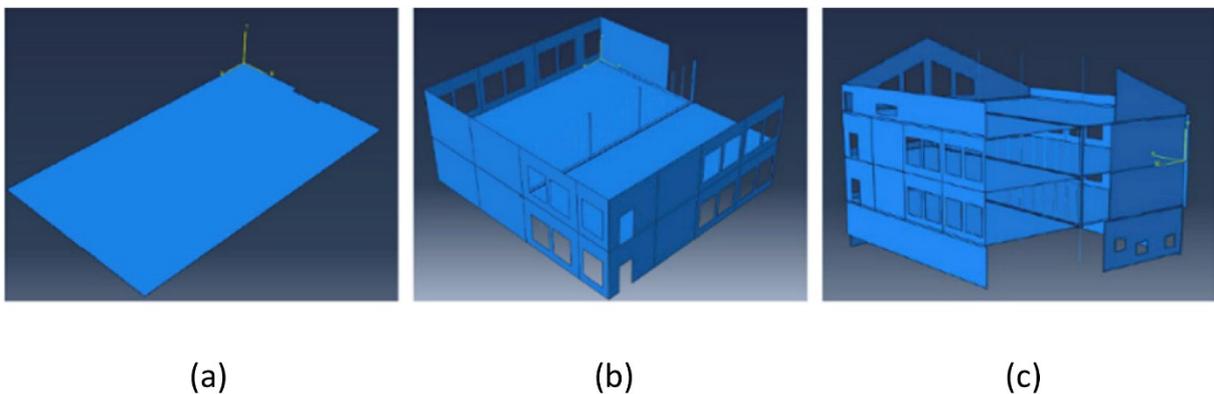


Figura 2.9. (a) Modelo da laje isolada (b) Modelo com elementos envolventes (c) Modelo com todos os pavimentos. (LIU; BATTINI; PACOSTE, 2017)

A pesquisa de Liu *et al.* (2018) mostrou que, como uma alternativa mais econômica (em termos de processamento computacional) ao elemento sólido, resultados confiáveis também foram obtidos com elementos finitos tipo *shell* ortotrópico. Abaixo tem-se algumas das principais recomendações feitas pelos autores com base nos seus estudos apresentados:

- 1) Em todos os casos, resultados precisos foram obtidos com um modelo em elementos finitos que representa fisicamente a laje aliviada com esferas ocas e seus elementos circundantes (modelo com apenas um pavimento), juntamente com elemento *shell* ortotrópico. No entanto, se a laje aliviada com esferas ocas for modelada com um elemento isotrópico (propriedades físicas iguais em todas as direções), os resultados serão menos precisos, devido às características geométricas serem diferentes a depender da direção da laje.

- 2) Para algumas estruturas, foram obtidas experimentalmente várias frequências naturais próximas associadas a uma mesma forma modal, isso se deve à influência dos andares abaixo e acima do instrumentado. A representação numérica deste fenômeno só é possível com um modelo em elementos finitos mais complexo, incluindo vários pavimentos e a estrutura circundante.
- 3) Ainda que seja menos preciso, é possível também usar o modelo mais simples, com a laje aliviada com esferas ocas isolada. Para isso, valores aceitáveis só foram obtidos com condições de contorno em que todas as bordas se encontram simplesmente apoiadas.
- 4) Nos estudos em que alvenarias de vedação foram incorporadas como massa, resultados precisos foram obtidos para, pelo menos, o primeiro modo de vibração. Como este modo costuma ser o mais importante para a avaliação dinâmica em lajes, pôde-se concluir que as alvenarias de vedação podem ser modeladas apenas como massas adicionais ou simplesmente ignoradas.

Após a definição de um modelo numérico confiável, Liu *et al.* (2019) estudaram, experimental e numericamente, as respostas dinâmicas de uma laje aliviada com esferas ocas devido à ação de um único pedestre de 85 kg caminhando. Para isso, foram considerados três percursos pedonais diferentes e quatro modelos numéricos retirados da literatura para cada carga pedonal única. Os padrões dos percursos podem ser observados na Figura 2.10.

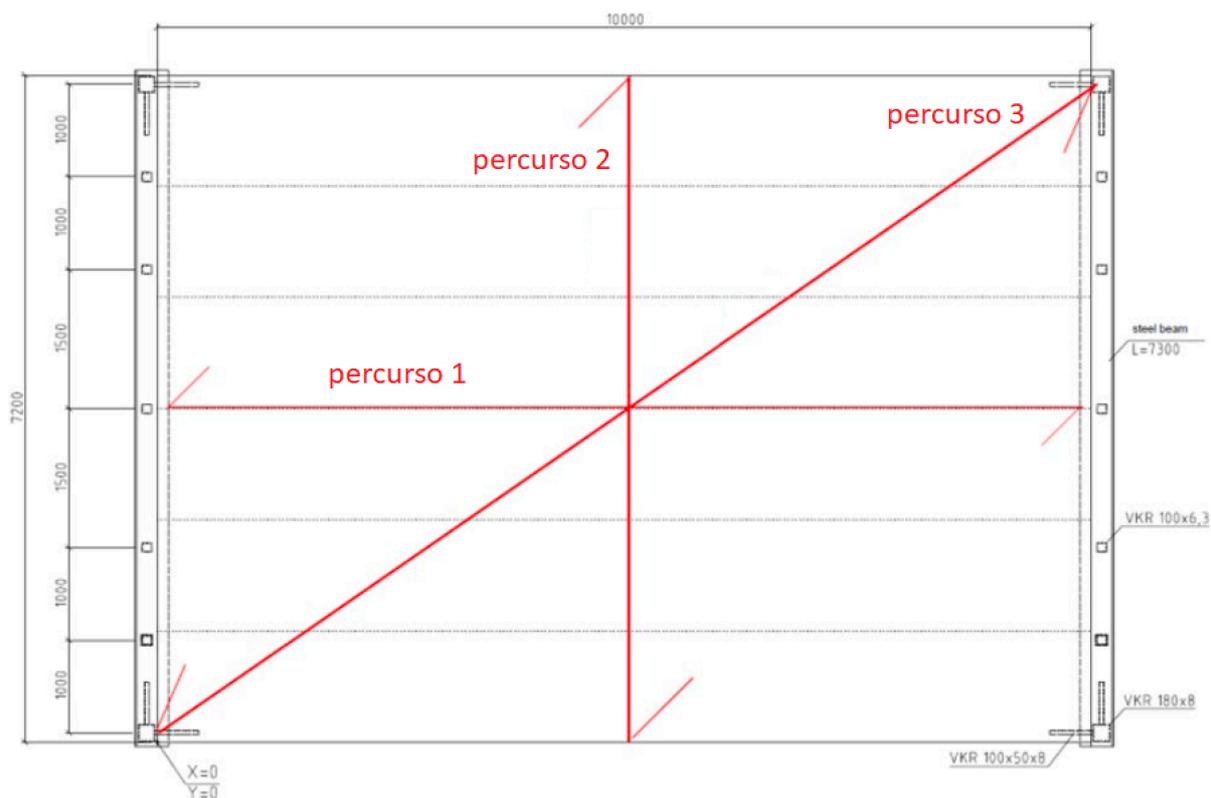


Figura 2.10. Padrão de caminhada de um pedestre. Liu *et al.* (2019)

Os autores analisaram duas fases de aplicação das ações com frequências de excitação de 2,2 Hz e 2 Hz, que coincidem com as menores frequências naturais da laje analisada. Os quatro modelos numéricos que foram utilizados para simular o pedestre caminhando foram: EU Project (2006), Sétra (2006), Chen et al. (2014) e Pan et al. (2008). Na Figura 2.11 é mostrado os gráficos dos carregamentos periódicos de caminhar, respectivamente para cada modelo numérico utilizado pelo autor.

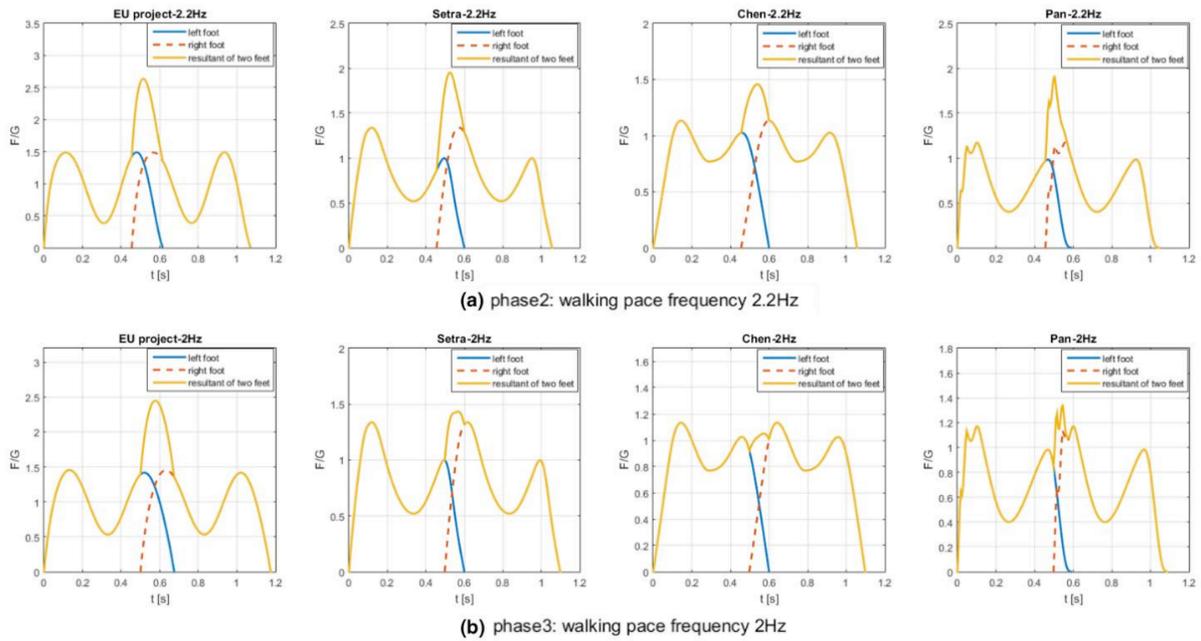


Figura 2.11. Quatro tipos de carregamentos de um pedestre caminhando em função do tempo. Liu *et al.* (2019). (a) Frequência de excitação de 2,2 Hz. (b) Frequência de excitação de 2 Hz.

Os autores observaram que todos os quatro modelos de carregamento excitam os dois primeiros modos de vibração da laje, entretanto, encontrou-se uma grande diferença entre eles em relação às amplitudes das acelerações.

Os resultados, em termos de acelerações, são apresentados na Figura 2.12, nas cores azul, vermelho, amarelo, roxo e verde, respectivamente para os resultados de Pan et al. (2008), Chen et al. (2014), Sétra (2006), EU Project (2006) e resultados experimentais obtidos pelo autor.

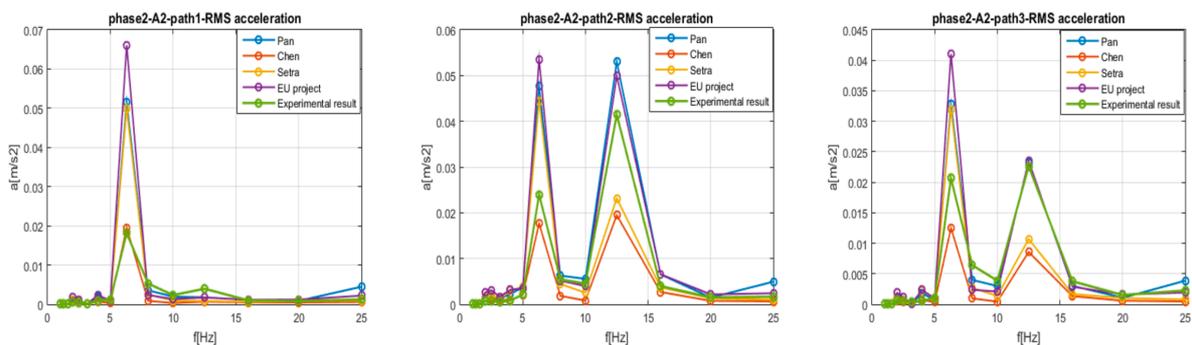


Figura 2.12. Acelerações obtidas para cada um dos quatro tipos de carregamentos analisados. Liu *et al.* (2019).

Os resultados obtidos revelaram diferenças significativas nos valores de aceleração para os quatro tipos de carregamentos avaliados, atribuídas à variação nos modelos matemáticos utilizados para descrever a ação externa de caminhar, conforme mostrado na Figura 2.12. Além disso, a modelagem do caminhar de um pedestre é uma tarefa complexa, devido à grande variabilidade nas respostas obtidas. Foi observado também que as respostas dinâmicas são altamente sensíveis às frequências naturais, podendo pequenas alterações resultar em grandes variações nas amplitudes das vibrações.

2.3.3. Varghese e George (2018)

Varghese e George (2018) realizaram uma comparação do comportamento dinâmico de lajes aliviadas com esferas ocas e lajes maciças frente a ações sísmicas, utilizando o software ANSYS 16.0. O modelo de uma laje aliviada com esferas ocas com 28 cm de espessura foi comparado com uma laje maciça de mesma espessura, considerando cargas variáveis de 2kN/m² e 1kN/m² para revestimento, além de uma carga sísmica calculada de acordo com a normativa IS:1893-2002. Os resultados foram avaliados por meio de tensões e deformações.

A partir da análise das tensões geradas, tanto para análise estática quanto para o espectro de resposta às ações sísmicas, concluíram que os vazios esféricos não afetam significativamente a capacidade de carga quando se registram tais eventos geológicos, ao passo que a utilização de uma laje aliviada com esferas ocas reduz consideravelmente a quantidade de materiais utilizados. Isso reforça a similaridade do comportamento físico entre lajes aliviadas com esferas ocas e maciças

2.3.4. Madih e Mohammed (2021)

Madih e Mohammed (2021) estudaram, experimental e numericamente, o comportamento estrutural de lajes aliviadas com esferas ocas sob o efeito de cargas harmônicas. Os autores avaliaram a influência da distribuição interna das esferas no interior de uma laje aliviada com esferas ocas para respostas dinâmicas, para isso utilizou-se o software de elementos finitos ABACUS/CAE 6.14.1/2019 com três elementos distintos para modelagem numérica da laje aliviada com esferas ocas: elemento tetraédrico para a região maciça, elemento de cabo para a armadura interna e elemento sólido para o elemento de apoio em aço. A Figura 2.13 mostra uma representação 3D da modelagem:

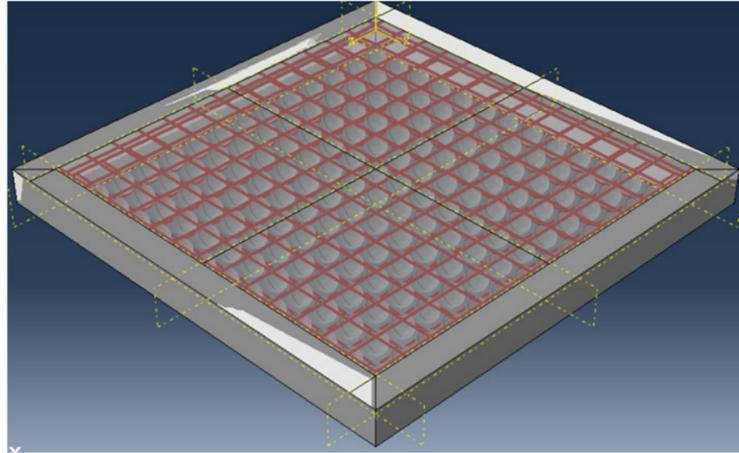


Figura 2.13. Modelagem da laje aliviada com esferas ocas Madih e Mohammed (2021)

Para avaliar como a distribuição interna das esferas afeta o comportamento estrutural, Madih e Mohammed (2021) criaram três modelos numéricos distintos. O modelo I apresentou uma distribuição uniforme de esferas e foi o único testado experimentalmente em uma laje. Os modelos II e III foram projetados com arranjos diferentes de esferas ocas de mesmo diâmetro, sem nenhuma esfera alocada na região central, onde ocorrem os momentos máximos. Desta forma, a região central dos modelos II e III foi modelada considerando as características de uma laje maciça. A região maciça central do modelo II possui 1,14m de lado. Para o modelo III, mede 0,48 m conforme ilustrado na Figura 2.14 (b) e (c), respectivamente.

Com o objetivo de utilizar praticamente o mesmo volume de concreto em todos os três modelos, os autores variaram o espaçamento entre os eixos das esferas, que foi de 16 cm, 14 cm e 15 cm, respectivamente, para os modelos I, II e III, conforme apresentado na Tabela 2.4.

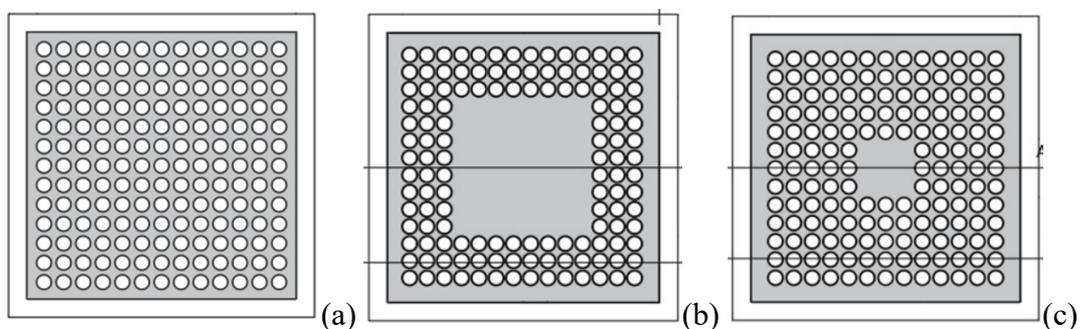


Figura 2.14. (a) Modelo I. (b) Modelo II. (c) Modelo III. Madih e Mohammed (2021)

Tabela 2.4. Geometria dos modelos de Madih e Mohammed (2021)

Modelos	Diâmetro das esferas (cm)	Espaçamento entre esferas (cm)	Número de esferas	Redução de volume (%)
Modelo I	12	16	169	15,6
Modelo II		14	160	15
Modelo III		15		

Para validar o modelo numérico, os autores compararam os resultados experimentais e numéricos apenas para o espécime do modelo I. Nele, uma carga harmônica com frequências distintas foi aplicada e os resultados foram coletados com um indicador de laser e um dispositivo piezo ultra-sônico, medindo a amplitude das vibrações verticais e o carregamento harmônico aplicado para diferentes frequências. Observou-se uma concordância satisfatória entre as amplitudes de vibração do modelo numérico e do espécime experimental, sendo que a variação máxima foi de 8,3%, conforme mostrado na Tabela 2.5.

Tabela 2.5. Respostas dinâmicas. Madih e Mohammed (2021)

Frequência (Hz)	Amplitude da carga (kN)	Amplitude de deslocamento (mm)		Erro (%)
		Experimental	Numérico	
5	13,90	1,1	1,05	4,5
6	20,02	1,2	1,12	6,67
7	27,24	1,3	1,2	7,68
8	35,58	1,2	1,1	8,3
9	45,04	0,85	0,8	5,9
10	55,60	0,8	0,78	2,5
15	125,10	0,6	0,57	5
20	222,40	0,45	0,43	4,4
25	347,50	0,35	0,33	5,7

De acordo com a análise numérica realizada, obteve-se as frequências naturais e investigou-se o impacto da carga harmônica na laje aliviada com esferas ocas, levando em consideração o arranjo de bolhas adotado entre os três modelos. A pesquisa teve como objetivo examinar a resposta dinâmica em relação às frequências naturais e o deslocamento ao longo do tempo de aplicação da carga. Os resultados obtidos revelaram uma melhoria na modificação das frequências naturais alcançadas. O modelo II, que apresentou uma distribuição ótima de bolhas,

obtendo um aumento de 19,6%, 24,4% e 23,8% para as três primeiras frequências naturais consideradas, conforme Tabela 2.6. Essa modificação está relacionada ao aprimoramento das características dinâmicas, como rigidez e massa, alcançadas por meio da redistribuição das bolhas. A Figura 2.15 ilustra a forma dos três primeiros modos analisados.

Com relação aos deslocamentos, os resultados indicaram que a distribuição das esferas do modelo II teve uma melhor resposta sob carga harmônica, apresentando um máximo deslocamento de até 0,5mm, conforme Tabela 2.7. Por outro lado, o espécime com distribuição uniforme do modelo I atingiu 1,0mm de deslocamento nos primeiros 0,2s de carregamento.

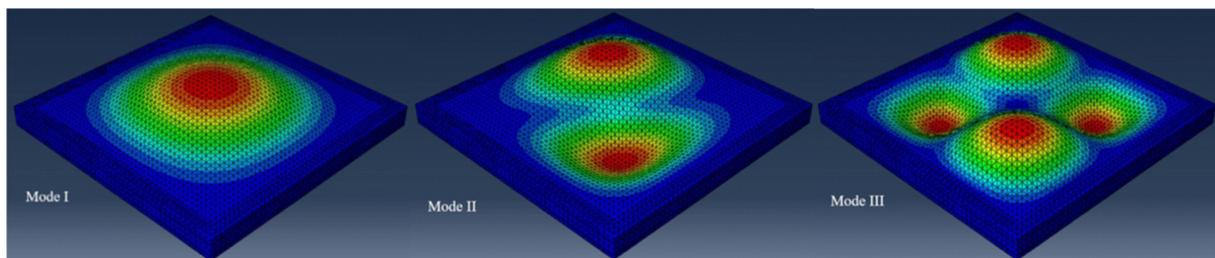


Figura 2.15. Formas modais. Madih e Mohammed (2021)

Tabela 2.6. Frequências naturais dos modelos. Madih e Mohammed (2021)

Modos	Frequências naturais (Hz)			Variação (%)	
	Modelo I	Modelo II	Modelo III	Modelo II	Modelo III
Modo 1	6,7	8,01	7,9	19,6	17,9
Modo 2	12,6	15,68	15,1	24,4	19,8
Modo 3	18,38	22,76	21,8	23,8	18,6

Tabela 2.7. Amplitude dos deslocamentos. Madih e Mohammed (2021)

Modelos	Amplitude de vibração (mm)						
	1º ciclo	2º ciclo	3º ciclo	4º ciclo	5º ciclo	6º ciclo	7º ciclo
Modelo I	0,91	1,16	1,23	1,29	1,38	1,46	1,56
Modelo II	0,5	0,25	0,42	0,24	0,39	0,28	0,35
Modelo III	0,69	0,79	0,91	1,02	1,15	1,26	1,36

Madih e Mohammed (2021) observaram que o modelo numérico I, utilizado para calibrar a modelagem, obteve concordância satisfatória com o espécime experimental. Além disso, foi constatado que a disposição das esferas no modelo II teve um impacto significativo na resposta dinâmica de uma laje aliviada com esferas ocas sujeita a cargas harmônicas, sendo considerado o modelo com melhor distribuição de esferas pelos critérios de frequências naturais e deslocamentos experienciados sob carregamento harmônico.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1. VIBRAÇÕES INDUZIDAS PELA ATIVIDADE HUMANA

Ao longo dos anos, pesquisas têm sido realizadas sobre as vibrações induzidas em lajes de edifícios pela atividade humana. Sabe-se que lajes com frequências naturais baixas e próximas às frequências das ações humanas podem resultar em vibrações excessivas.

Ao se movimentarem, as pessoas geram ações que variam no tempo e no espaço, tanto na direção vertical quanto na horizontal (lateral e longitudinal). Movimentos corporais que seguem um ritmo de 20 segundos ou mais são considerados forças dinâmicas praticamente periódicas. Geralmente, tais atividades são acompanhadas por músicas rítmicas e, se várias pessoas estiverem envolvidas, há uma tendência de sincronização de seus movimentos. Nesses casos, considerando o efeito da sincronia, as forças dinâmicas aumentam linearmente à medida que mais participantes se envolvem, como mencionado por Bachmann (1995), causando deslocamentos que também variam com o tempo. No entanto, no contexto de pavimentos com alta rigidez em seu plano, objeto de estudo deste trabalho, a variação vertical dos deslocamentos é a mais relevante, enquanto as outras podem ser consideradas desprezíveis ou de pouca importância.

Segundo Bachmann e Ammann (1987), existem outros parâmetros que também exercem influência na força dinâmica produzida por uma pessoa. Esses parâmetros são: particularidades do passo, peso, sexo do indivíduo, tipo de calçado e condições da superfície do piso. Embora se saiba que caminhar e correr sejam as principais cargas dinâmicas exercidas pelas pessoas em edifícios comerciais, este estudo se concentrará em ações mais intensas, como um grupo de pessoas saltando, dançando, batendo palmas e se movimentando sincronizadamente. O objetivo é analisar como um pavimento em laje aliviada com esferas ocas é afetado quando seu uso é modificado para uma situação extrema ao longo do tempo.

Em 1991, o Comitê Euro-Internacional do Beton (CEB, 1991) publicou um boletim contendo recomendações para levar em conta as cargas dinâmicas causadas pelas pessoas em diferentes tipos de estruturas, como prédios de escritórios, salas de ginásticas e de concertos musicais. A Tabela 3.1 apresenta uma relação entre as atividades realizadas e as faixas de frequência harmônica fundamental associadas a elas.

Tabela 3.1. Tipos representativos para atividade humana e suas aplicações para diferentes atividades e estruturas (CEB, 1991).

Tipos representativos de atividades			Faixa de aplicação		
Designação	Definição	Taxa de projeto da atividade (Hz)	Atividade real	Taxa da Atividade (Hz)	Tipo de Estrutura
Caminhar	Caminhar, contato contínuo com o piso	1,6 – 2,4	Caminhada lenta	~1,7	-Estruturas para pedestres (passarelas, escadas etc.). -Prédios de escritórios etc.
			Caminhada normal	~2,0	
			Caminhada rápida	~2,3	
Correr	Correr, contato descontínuo com o piso	2,0 – 3,5	Corrida lenta	~1,7	-Passarela para pedestres em pistas de corrida etc.
			Corrida normal	~2,0	
			Corrida rápida	>2,3	
Pular	Ritmo normal acelerado. Pular no mesmo lugar com contato simultâneo de ambos os pés no chão	1,8 – 3,4	Aulas de ginásticas com pulos, saltos e música rítmica	~1,5 – 3,4	- Ginásios, salas de esportes -Salas de ginástica
			Treinos de dança de jazz	~ 1,8 – 3,5	
Dançar	Equivale aproximadamente ao caminhar rápido	1,5 – 3,0	Eventos sociais com danças clássicas e modernas	~ 1,5 – 3,0	-Salas de dança -Sala de show e outras salas sem assentos fixos
Bater palmas de pé com o corpo balançando	Aplausos rítmicos na altura o peito ou sobre a cabeça, enquanto balança verticalmente devido ao movimento dos joelhos, de cerca de 50mm, para frente e para trás	1,5 – 3,0	Shows de música pop, com plateia entusiasmada	~ 1,5 – 3,0	-Ambientes para shows e galeria de expectadores com ou sem assentos fixos e show pop “hard”
Bater Palmas	Bater palmas ritmicamente com as mãos em frente ao peito	1,5 – 3,0	Shows de música clássica ou “soft” pop	~ 1,5 – 3,0	-Ambientes para shows com assentos fixos (sem shows pop agitados)

Oscilação lateral do corpo	Oscilação rítmica lateral do corpo estando sentado ou de pé	0,4 – 0,7	Shows, eventos sociais	-	Galeria de expectadores
----------------------------	---	-----------	------------------------	---	-------------------------

Faísca et al. (2003) estudou a dinâmica de atividades humanas que envolvem um tempo sem contato com a estrutura, como saltos, por exemplo. Sabendo que as forças causadas por movimentos humanos são influenciadas pela interação com a estrutura, a autora utilizou uma plataforma elevada para realizar ensaios experimentais, ilustrada na Figura 3.1. Faísca et al. (2003) observou que as ações variavam quando realizadas por diferentes grupos e em dias diferentes, destacando a importância de se considerar médias e desvios-padrão para descrever matematicamente as ações humanas.

Além disso, Faísca et al. (2003) analisou o comportamento de multidões em grandes estruturas, como ginásios e estádios, e observou que as pessoas têm dificuldade em manter seus movimentos sincronizados nessas situações. Para aprofundar essa questão, ela conduziu um estudo sobre atividades que exigem sincronismo, como pular, e observou que os participantes apresentaram variações no ritmo e não conseguiram manter seus movimentos sincronizados, possivelmente devido à proximidade da frequência da atividade com a frequência natural da estrutura.

No estudo realizado por Faísca et al. (2003), foi observado que os testes de multidão revelaram características notavelmente diferentes em relação à atividade em execução. Essas diferenças foram identificadas tanto na forma quanto na intensidade do sinal de excitação, sendo a defasagem entre os membros do grupo apontada como a principal causa. O estudo concluiu que mesmo pequenas defasagens entre os indivíduos podem resultar na redução da carga aplicada à estrutura.



Figura 3.1. Teste de grupo realizando a atividade de saltar. Faísca et al. (2003)

Com base nos resultados obtidos, e observando que as atividades estudadas apresentavam a mesma forma de sinal, foi possível gerar um modelo de um sinal característico. Dessa forma, foi possível descrevê-las por meio de uma função semi-senoidal, apresentada na Equação 3.1.

$$F(t) = \sin(\pi f_p t), \text{ para } t \leq T_c \quad (3.1)$$

$$F(t) = 0, \text{ para } T_c < t \leq T$$

Em que:

f_p = Frequência de excitação da atividade

t = Tempo do carregamento

T_c = Tempo de contato com a estrutura

T = Período do carregamento

No estudo de Bachmann (1995), as ações humanas foram caracterizadas como periódicas, e modelos matemáticos foram apresentados para diferentes tipos de carregamentos, tais como pular, dançar e mexer o corpo. O autor afirmou que é possível atribuir uma força dinâmica padronizada para cada atividade representativa e descrever matematicamente a função resultante dos movimentos rítmicos do corpo por meio de uma série de Fourier (Equação 3.2):

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n G \cdot \alpha_i \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot i f_p \cdot t - \Phi_i) \quad (3.2)$$

Em que:

G	=	Peso da pessoa (“pedestre fictício” de $G = 800 \text{ N}$)
α_i	=	Coefficiente de Fourier do i -ésimo harmônico
$G \cdot \alpha_i$	=	Amplitude da força do i -ésimo harmônico
f_p	=	Frequência da atividade (Hz)
Φ_i	=	Defasagem de fase entre o i -ésimo harmônico em relação ao 1º harmônico
i	=	Número do i -ésimo harmônico
n	=	Número total de harmônicos contribuintes

Os coeficientes de Fourier α_i e, parcialmente, os ângulos de fase Φ_i foram determinados em um estudo experimental para as atividades humanas. Na Tabela 3.2 é possível observar os valores para os coeficientes atribuídos aos tipos representativos de atividades. Além disso, nesta mesma tabela, é fornecida uma indicação da densidade de pessoas comumente relacionada à atividade Bachmann (1995).

Tabela 3.2. Coeficientes de Fourier para ações dinâmicas. Bachmann (1995).

Tipo de atividade	Frequência da atividade (Hz)	Coeficientes de Fourier e Ângulo					Densidade de projeto (Pessoas/m ²)
		α_1	α_2	Φ_2	α_3	Φ_3	
Pular	Normal	2	1,8	1,3	*	0,7	Treinos físicos ~ 0,25 (em casos extremos até 0,5) *) $\phi_2=\phi_3=\pi(1-f_p \cdot t_p)$
		3	1,7	1,1	*	0,5	
	Alto	2	1,9	1,6	*	1,1	
		3	1,8	1,3	*	0,8	
Dançar	2 a 3	0,5	0,15		0,1	~ 4 (em casos extremos até 6)	
Bater palmas enquanto salta em pé		1,6	0,17	0,1		0,04	Sem assentos fixos ~ 4 (em casos extremos até 6)
		2,4	0,38	0,12		0,02	com assentos fixos ~ 2 a 3
Bater Palmas	Normal	1,6	0,024	0,01		0,009	~ 2 a 3
		2,4	0,047	0,024		0,015	
	Intensivo	2	0,017	0,047		0,037	
Balançar o corpo lateralmente	Sentado	0,6	$\alpha_1/2=0,4$	-		-	~ 3 a 4
	Em pé	0,6	$\alpha_1/2=0,5$	-		-	

3.2. LIMITES DE CONFORTO

De acordo com Zivanovic *et al* (2005), os seres humanos são capazes de perceber vibrações tão pequenas quanto 0,001 mm. Essa percepção, geralmente, causa problemas de conforto antes que as vibrações sejam suficientemente altas para danificar a estrutura. No entanto, a reação à vibração depende muito das circunstâncias. Por exemplo, a tolerância às vibrações sentidas por uma pessoa é maior ao dirigir um carro do que ao estar sentada em sua estação de trabalho.

Dentre os parâmetros que afetam a sensibilidade humana, o boletim CEB (1991) destaca:

- Posição (Em pé, sentado ou deitado)
- Direção da vibração em relação à coluna vertebral.
- Atividade pessoal (Descansando, caminhando ou correndo)
- Partilhar a experiência com outras pessoas.
- Idade e sexo.
- Frequência da atividade e hora do dia.

- Caráter de decaimento da vibração

Enquanto à intensidade da percepção dependerá dos seguintes fatores:

- Amplitudes de deslocamento, velocidade e aceleração.
- Duração da exposição.
- Frequência da vibração.

Geralmente, o controle das vibrações em lajes é abordado por meio de duas metodologias diferentes. A primeira delas é realizada por meio da análise das frequências naturais das estruturas diante dos carregamentos dinâmicos aos quais elas serão submetidas, essencialmente o que a NBR 6118 (2014) faz atualmente. Já a segunda metodologia consiste na análise das respostas dinâmicas da estrutura quando submetida a um carregamento dinâmico, com o objetivo de avaliar sua resposta em relação a limites aceitáveis de deslocamentos, velocidades e acelerações. Essa abordagem é comumente utilizada em normas internacionais.

Quando se trata de definir os limites de conforto associados a lajes sob cargas humanas, destacam-se a ISO 2631, a CEB (1991) e a norma americana ASCE 7 (2022). Esses normativos estabelecem limites para a amplitude (deslocamento), velocidade e aceleração que a estrutura pode suportar, visando garantir a segurança e o conforto dos usuários.

Bachmann (1987) fez uma revisão geral das normas internacionais de conforto vibracional e recomendou níveis aceitáveis de vibrações para estruturas de lajes, de acordo com as normas ISO 2631 e 2631-1, DIN 4150 e BS 6472. Essas normas estabelecem limites de conforto para vibrações em frequências específicas, levando em consideração a atividade humana na estrutura. Na Tabela 3.3 são resumidos os níveis aceitáveis de vibrações para diferentes tipos de uso, em que “g” representa a aceleração da gravidade.

Tabela 3.3. Coeficientes Níveis aceitáveis de vibrações para usos variados (BACHMANN e AMMANN, 1987).

Estrutura	Níveis aceitáveis	Comentários
Estruturas para pedestres	$a \leq 5$ a 10% de g	Valores inferiores normalmente não produzem desconforto
Edifícios comerciais	$a \leq 2\%$ de g	DIN 4150 e BS 6472 apresentam valores diferentes destes
Academias e esporte	$a \leq 5$ a 10% de g	O valor mais alto apenas se: efeito Acústico menor; somente participantes sobre ou próximo ao piso sob vibração
Salas de danças e concertos	$a \leq 5$ a 10% de g	O mesmo para academia
Pavimentos industriais	$v \leq \pm 10$ mm/s	Para indústrias convencionais; indústrias de alta intensidade necessita limites mais restritos

O boletim CEB (1991) realizou uma compilação de estudos conduzidos por diversos autores acerca da intensidade da percepção, cujos resultados, de modo geral, corroboram com os dados apresentados na Tabela 3.4. De forma abrangente, constatou-se que, na faixa de frequência compreendida entre 1 e 10 Hz, a capacidade de percepção é diretamente proporcional à aceleração, ao passo que, na faixa de 10 a 100 Hz, a percepção está correlacionada com a velocidade.

Tabela 3.4. Indicação da percepção humana para vibrações harmônicas verticais. CEB (1991).

Descrição	Faixa de frequência 1-10 Hz	Faixa de frequência 10-100 Hz
	Pico de aceleração (m/s ²)	Pico de velocidade (m/s)
Pouco perceptível	0,034	0,0005
Claramente perceptível	0,01	0,0013
Perturbador/desagradável	0,55	0,0068
Intolerável	1,80	0,0138

Além da amplitude, velocidade e aceleração, a frequência das vibrações também é um fator importante a ser avaliado. Ademais, as frequências naturais da laje devem ser identificadas, de modo a evitar que as frequências de excitações se aproximem para minimizar o risco de ressonância.

O guia francês Sétra/AFGG (2006) – Guia Técnico. Passarelas. Avaliação do comportamento vibratório de passarelas sob carregamento de pedestres, avalia o nível de conforto alcançado com referência à aceleração sofrida em passarelas, que, dada a natureza subjetiva do conceito de conforto, foi julgado preferível sua definição em termos de faixas, ao invés de limites.

A Tabela 3.5 define 4 faixas de valores, sendo elas 1, 2, 3 e 4, para acelerações verticais. Em ordem crescente, os 3 primeiros correspondem aos níveis de conforto máximo, médio e mínimo. A 4ª faixa corresponde a níveis de aceleração desconfortáveis e inaceitáveis.

Tabela 3.5. Faixas de valores para acelerações verticais Sétra/AFGG (2006).

Níveis de aceleração	0(m/s ²)	0,5 (m/s ²)	1 (m/s ²)	2,5 (m/s ²)
Nível 1	Máximo			
Nível 2		Médio		
Nível 3			Mínimo	
Nível 4				Inaceitável

Embora não se trate de uma norma para pisos e sim para passarelas, considerando que as ações externas usuais em passarelas são as mesmas de pisos, os limites recomendados podem ser utilizados como uma referência.

A ABNT NBR 6118 (2014) recomenda que, para assegurar um comportamento satisfatório de estruturas sujeitas a vibrações, deve-se distanciar o máximo possível as frequências naturais da estrutura (f) da frequência crítica (f_{crit}). A norma impõe que a condição da Equação 3.3 deva ser satisfeita:

$$f > 1,2 f_{crit} \quad (3.3)$$

Em que:

f = Frequência natural da estrutura

f_{crit} = Frequência crítica para vibrações verticais causadas pela ação de pessoas

Em relação aos deslocamentos, a ABNT NBR 6118 (2014) na sua tabela 13.3, dá valores-limites de deslocamentos que visam proporcionar um adequado comportamento da estrutura em serviço. Ela determina que o limite de deslocamento vertical para vibrações sentidas no piso, devido à sobrecarga acidental, deve satisfazer a condição da Equação 3.4.

$$D \leq \frac{l}{350} \quad (3.4)$$

Em que:

D = Deslocamento

l = Distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno

Em suma, os limites de conforto para estruturas de lajes submetidas a cargas dinâmicas são importantes para garantir o conforto e a segurança dos ocupantes, e são estabelecidos e seguidos de acordo com normativas técnicas e padrões estabelecidos.

3.3. AMORTECIMENTO

As propriedades de amortecimento governam a dissipação de energia em uma estrutura sob efeito de uma excitação dinâmica e dependem do material, estado de tensão e, conseqüentemente, nível de fissuração do elemento analisado. Esta propriedade é definida pela relação de amortecimento (ζ). Na Tabela 3.6, observa-se que uma peça estrutural com baixa intensidade de tensão (estado não fissurado), o coeficiente de amortecimento é pequeno e tende a crescer à medida que a peça entra em fissuração. Quando o elemento em concreto armado se encontra totalmente fissurado e com alto nível de tensão, o coeficiente de amortecimento diminui drasticamente e se estabiliza com o menor valor da configuração não fissurada.

Tabela 3.6. Amortecimento. Bachmann (1995)

MATERIAL	ζ
Concreto armado não fissurado com baixo nível de tensão	0,007 a 0,010
Concreto armado completamente fissurado, com médio nível de tensão	0,010 a 0,040
Concreto armado completamente fissurado, com alto nível de tensão, porém sem escoamento do aço.	0,005 a 0,008
Concreto protendido não fissurado	0,004 a 0,007
Concreto com protensão limitada, levemente fissurado	0,008 a 0,012
Materiais compósitos	0,002 a 0,003
Aço	0,001 a 0,002

4. MODELO NUMÉRICO

4.1. FERRAMENTA COMPUTACIONAL

Para desenvolvimento desta pesquisa, optou-se pelo *software* SAP2000 versão 23 por sua confiabilidade e versatilidade, adequado para fins acadêmicos e profissionais, podendo modelar e analisar diversas estruturas, como pontes, edifícios, estádios, barragens, estruturas industriais e marinhas. É especialmente útil para modelar pavimentos em concreto armado, devido à sua interface 3D

O *software* utiliza o MEF e possui ferramentas que permitem análises das respostas estáticas e dinâmicas, o que o torna adequado para a presente pesquisa. Ele também oferece uma ampla variedade de elementos para modelagem, como elementos de barra (*frame*), planos (*shell*) e sólidos (*solid*), além de uma vasta gama de opções para aplicação de carregamentos estáticos e dinâmicos. (CSI PORTUGAL, 2021).

O elemento de barra, chamado de *frame* pelo *software*, é usado para modelar barras planas ou tridimensionais, treliças, vigas e cabos. Esse elemento é representado por uma linha reta que conecta dois nós e cada nó possui seis graus de liberdade, sendo três de deslocamentos e três de rotações, conforme ilustrado na Figura 4.1. Ao criar um *frame*, é possível definir uma seção transversal personalizada ou escolher uma seção padrão do *software*. O elemento de barra permite a aplicação de ações concentradas ou distribuídas ao longo do seu comprimento.

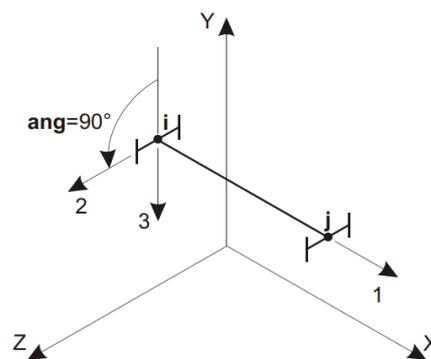


Figura 4.1 – Elemento linear frame paralelo ao eixo X. (CSI PORTUGAL, 2021)

O elemento de placa, intitulado *shell*, é um elemento de três (triangular) ou quatro (retangular) nós, que também possui seis graus de liberdade por nó, usado para modelar placas, chapas e

casca em estruturas (ver Figura 4.2). O elemento combina comportamentos de membrana e placa e permite a aplicação de carregamentos uniformemente distribuídos ou interpolados. Possui um sistema local de coordenadas próprio e pode ser utilizado puramente como membrana, como placa ou das duas maneiras. O *software* também oferece uma variação bastante interessante do elemento *Shell*, conhecida como *Shell Layered*. Com ela, é possível adicionar várias camadas de diferentes propriedades em um único elemento, permitindo a modelagem de camadas de materiais com variações nas suas propriedades físicas e espessuras.

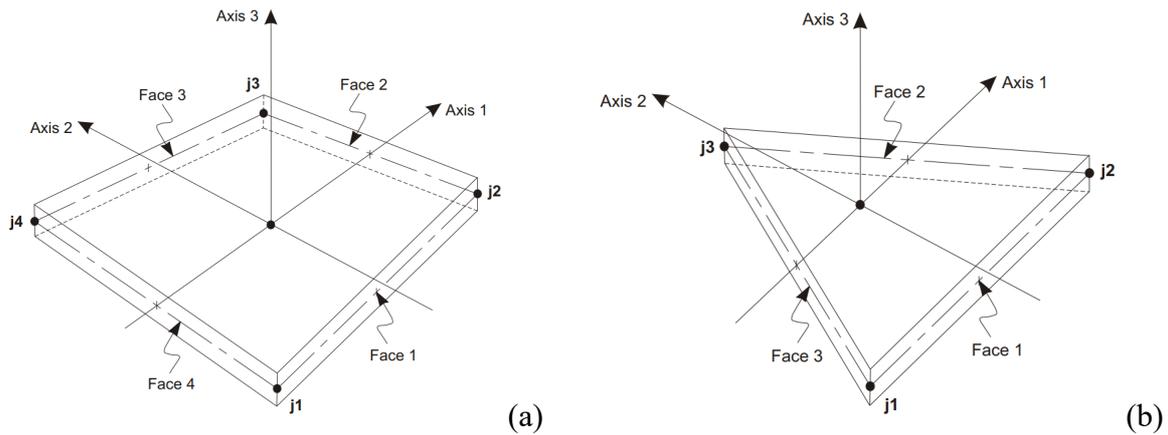


Figura 4.2 – (a) *Shell* retangular. (b) *Shell* triangular (CSI PORTUGAL, 2021)

O elemento sólido, *solid*, consiste em um elemento com oito nós, cada nó possuindo seis graus de liberdade, sendo três de translação e três de rotação, podendo ser restringidos de acordo com as necessidades do usuário, como pode ser observado na Figura 4.3.

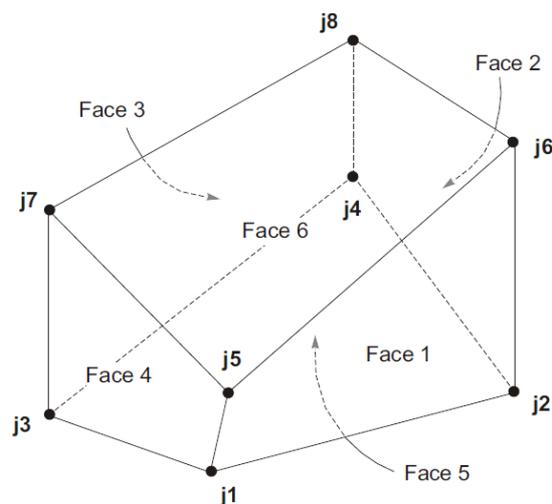


Figura 4.3 - Elemento sólido com 8 nós (CSI PORTUGAL, 2021)

Ao que tange à utilização do elemento sólido, o manual do *software* recomenda que:

- Os ângulos em cada lado devem ser inferiores a 180°. Melhores resultados serão obtidos quando este ângulo for próximo de 90°. Ou no intervalo de 45° a 135°.
- A razão entre a maior dimensão do elemento com a sua menor dimensão de um elemento sólido no SAP2000 não deve ser muito grande, de modo que os melhores resultados são obtidos para razões próximas de um, ou pelo menos inferiores a quatro. Essa relação não deve ser maior do que dez, para resultados precisos.

4.2. AFERIÇÃO DO SOFTWARE E ESCOLHA DO MELHOR MODELO EM MEF

Foi desenvolvido um estudo para criar uma modelagem numérica precisa que descreva o comportamento modal de uma laje com vazios e que seja consistente no comportamento físico relacionado à dinâmica estrutural utilizando o *software* SAP2000 V23. Foram criados quatro modelos, distinguindo entre si pelo elemento finito utilizado, do mais simples ao mais complexo, a fim de avaliar qual seria a abordagem mais adequada.

Para desenvolver o modelo numérico, utilizou-se um espécime experimental de uma laje de 250 cm x 250 cm x 20 cm, previamente ensaiado por Madih e Mohammed (2021). Esferas de plástico com diâmetro de 12 cm foram dispostas com um espaçamento de 16 cm entre elas, como apresentado na Figura 4.4. Em relação às condições de contorno, observa-se que o espécime é engastado em todos os lados, por meio de uma estrutura metálica acoplada, conforme mostrado no corte da Figura 4.4. As características do material da laje, concreto armado, estão descritas na Tabela 4.1. A escolha da modelagem adequada foi baseada na comparação com os resultados experimentais em relação a modos de vibrações e frequências naturais de Madih e Mohammed (2021).

Tabela 4.1. Propriedades físicas dos materiais utilizados

Propriedades físicas	Concreto	HDPE
Resistência à compressão (MPa)	30	20
Módulo de elasticidade (GPa)	24	0,827
Densidade (kN/m ³)	24	11,67

Tabela 4.2. Frequências naturais do espécime. Madih e Mohammed (2021)

Modos de vibração (flexão vertical)	Frequências naturais (Hz)
1	6,7
2	12,6
3	18,38

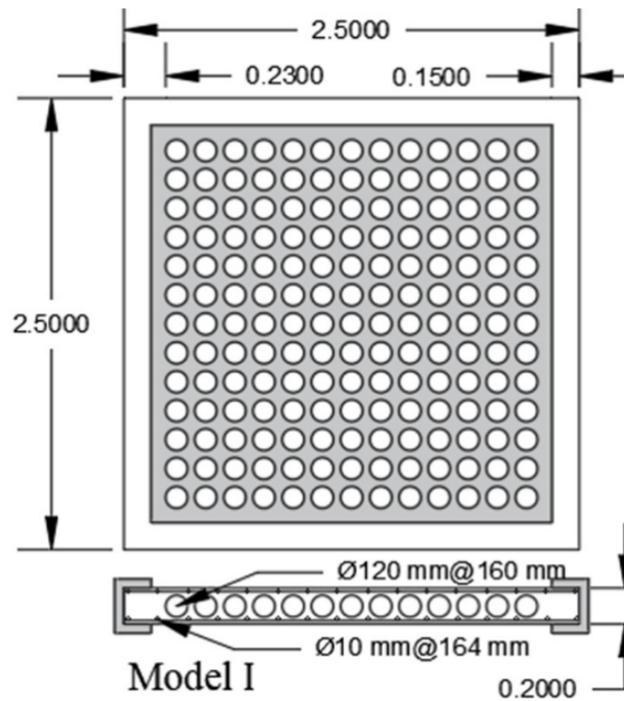


Figura 4.4. Representação do espécime ensaiado. Madih e Mohammed (2021)

O modelo 1 foi construído com elemento linear de barra (frame), de modo a criar uma grelha, composta por vigas para simular o comportamento do espécime. Os elementos foram construídos com dimensões de 20cm de altura e 16cm de largura, conforme espaçamento das esferas do espécime comparado, a representação tridimensional do modelo pode ser observada na Figura 4.5.

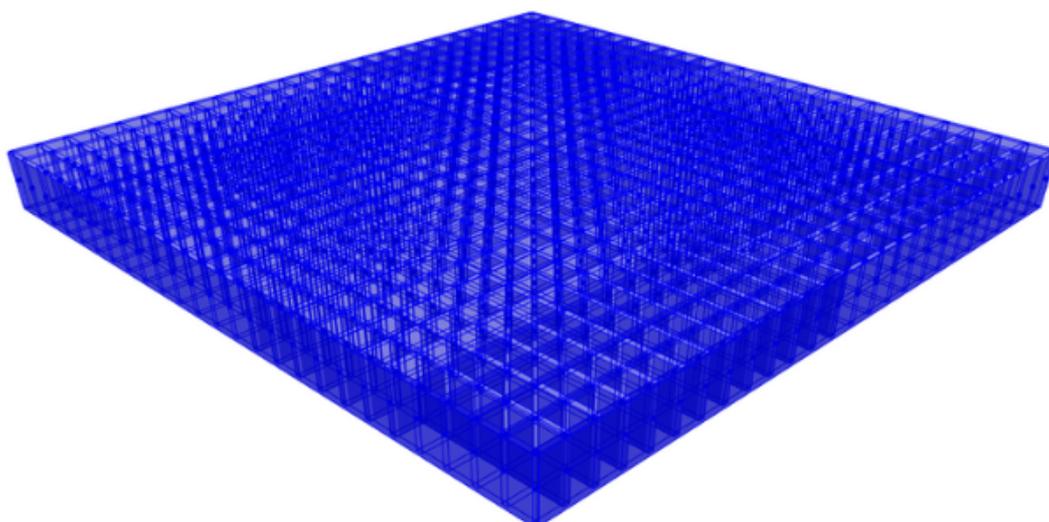


Figura 4.5. Modelo 1 - Elemento de barra (*Frame*).

Já para o modelo 2, utilizou-se elemento finito de área com 4 nós, chamado de *Shell Thin* pelo *software* utilizado, de modo a simular uma laje maciça e homogênea, conforme ilustra a Figura 4.6. Neste modelo, utilizou-se o artifício de reduzir o momento de inércia da laje em 10%, conforme proposto por Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002), de modo a causar o mesmo efeito da redução da rigidez devido à presença de vazios esféricos no interior de uma laje aliviada com esferas ocas. É importante mencionar que o carregamento devido ao peso próprio foi inserido manualmente.

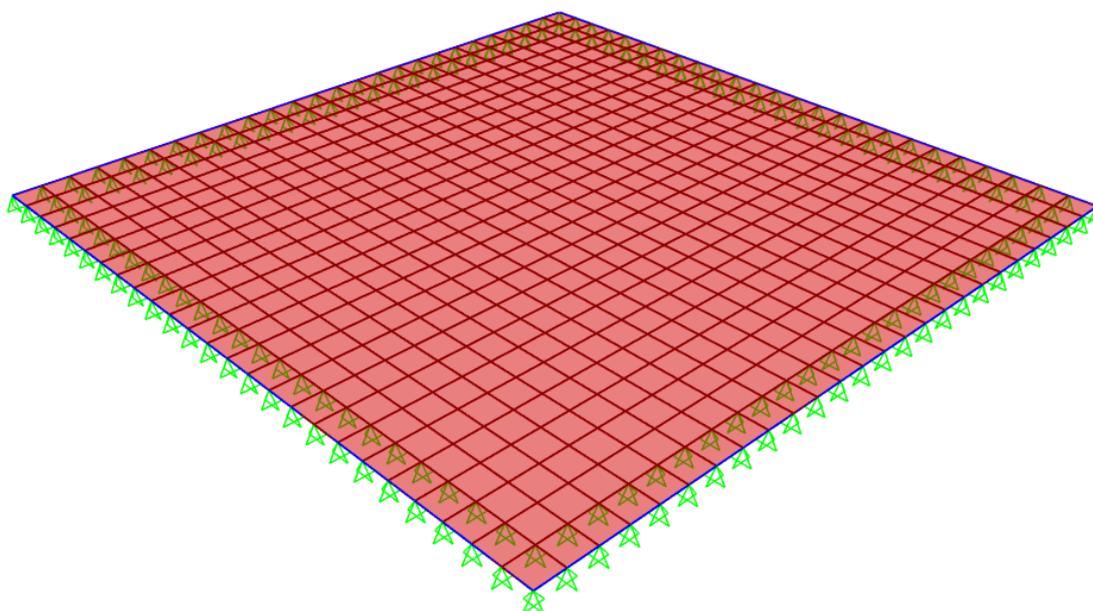


Figura 4.6. Modelo 2 - Elemento *Shell Thin*.

Para o modelo 3, foi utilizada uma variante do elemento de área *Shell* denominada *Shell Layers*, que permite separar uma seção plana em camadas com propriedades individuais. Essa abordagem foi adotada por Lai (2010) e Teja *et al.* (2012), conforme mencionado no segundo capítulo deste trabalho. A ideia foi representar as propriedades da seção transversal utilizando uma camada superior e inferior de concreto envolvendo uma camada de HDPE (*high-density polyethylene*), que é o material utilizado para fabricação das esferas internas com 12 cm de diâmetro. Cada camada de concreto possui 4 cm de espessura e a camada de HDPE é representada pela cor roxa na Figura 4.7, enquanto a camada de concreto armado é representada pela cor azul. As características físicas do HDPE estão descritas na Tabela 4.1. O modelo 3 volumétrico é ilustrado na Figura 4.8.

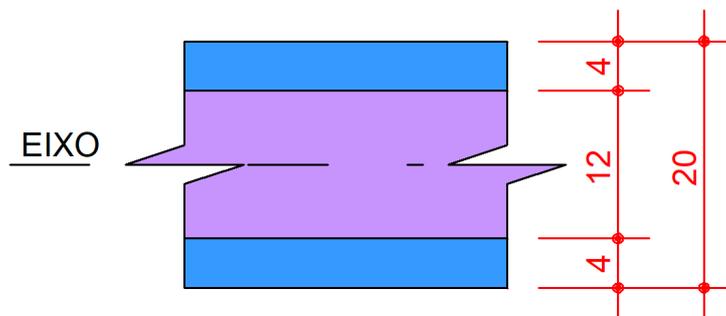


Figura 4.7. Modelo 3 – Elemento de área *Shell Layered*.

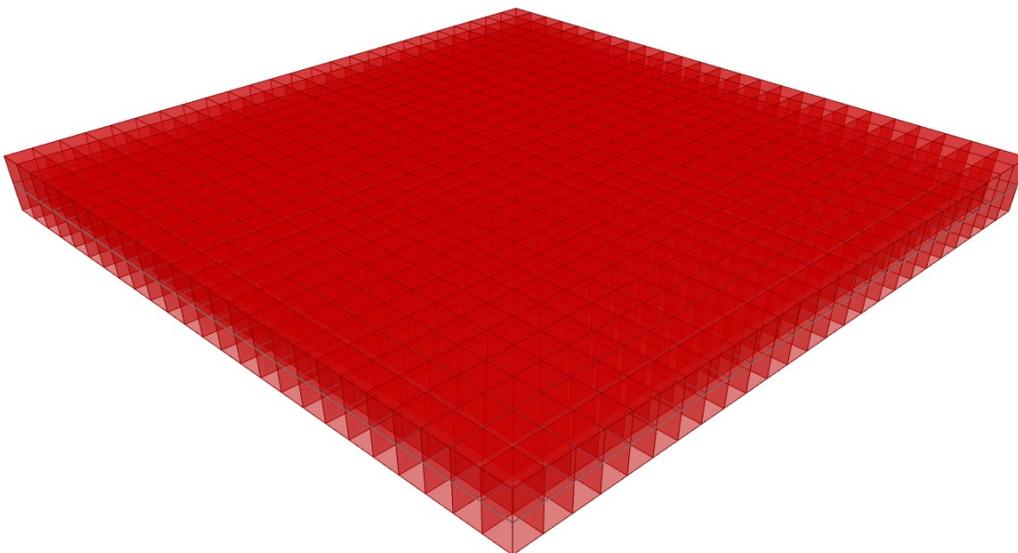


Figura 4.8. Modelo 3 – Elemento *Shell Layered*.

O modelo 4 foi desenvolvido utilizando um elemento finito sólido cúbico com 8 vértices, cada um com seis graus de liberdade, ou seja, três de translação e três de rotação. Para representar o vazio da laje aliviada com esferas ocas, foram utilizadas unidades sólidas cúbicas com arestas de 1 cm, permitindo que a região oca da esfera fosse formada pela ausência dessas unidades sólidas, como mostrado na Figura 4.9. Após a construção de um módulo, o arranjo foi duplicado repetidamente em todas as direções para obter as mesmas dimensões do espécime ensaiado.

A primeira observação que se pode fazer é que a construção de um único módulo com o vazio das esferas requer o empilhamento de 5.380 unidades sólidas de 1cm de aresta. Levando em conta que centenas de esferas são necessárias para modelar uma única laje, pode-se concluir que a capacidade de processamento computacional é um fator limitante, visto que, para a modelagem de um pequeno espécime de 250 cm x 250 cm x 20 cm, são necessários aproximadamente 775 mil elementos. Ao extrapolar esta abordagem para lajes de grandes vãos, objeto de estudo dessa pesquisa, um único processamento poderia levar dias para ser concluído.

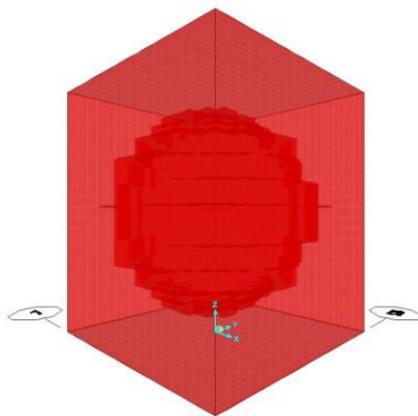


Figura 4.9. Modelo 3 – Unidade sólida.

Os resultados das comparações de frequências naturais obtidas numericamente com o espécime experimental de referência são apresentados na Tabela 4.3 com valores absolutos e relativos. Com exceção do modelo 1, todos os modelos matemáticos obtiveram resultados próximos, entretanto, o modelo 3 obteve melhores resultados comparados ao espécime.

Tabela 4.3. Frequências naturais obtidas experimentalmente e com análise numérica.

Modos	Resultado experimental (Hz)	Modelo 1 - Barra (Hz)	Variação (%)	Modelo 2 - <i>Shell</i> (Hz)	Variação (%)	Modelo 3 - <i>Shell Layered</i> (Hz)	Variação (%)	Modelo 4 - Sólido (Hz)	Variação (%)
1	6,7	9,58	43	6,79	1,34	6,74	0,6	6,83	1,94
2	12,6	21,16	68	13,86	10	13,55	7,54	14,05	11,50
3	18,38	31,43	71	20,39	10,96	19,60	6,63	19,98	8,70

Todos os modelos numéricos simulados neste estudo apresentaram formas de modos de vibração semelhantes, como pode ser visto na Figura 4.10, que mostra os três primeiros modos de vibração vertical obtidos numericamente para o modelo 3 e compara com os modos de vibração do espécime. É possível observar que a semelhança entre os formatos dos três primeiros modos é significativa.

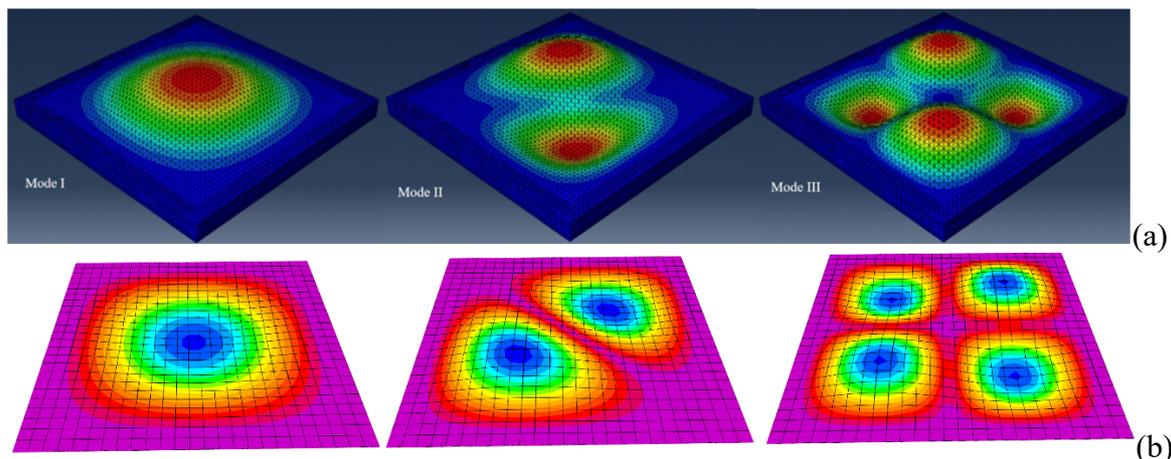


Figura 4.10. Três primeiros modos de vibrações. (a) Espécime experimental. Madih e Mohammed (2021). (b) Modelo 3 desenvolvido neste trabalho.

Os resultados mostraram que o modelo 1 não se aproxima de forma satisfatória, desviando 43% da frequência natural referente ao primeiro modo de vibração. O que pode explicar o erro significativo obtido neste modelo é o fato de ser composto por elementos de barra simulando vigas, que possuem um grau de rigidez expressivamente maior que o real na laje, tornando a grelha modelada pouco deformável e menos flexível, levando aos valores de frequências naturais elevadas.

Os modelos 2 e 3 são de fácil construção e as características modais se aproximaram satisfatoriamente do espécime ensaiado experimentalmente, variando em 1,34% e 0,60%, respectivamente, em relação à frequência natural do primeiro modo de vibração, sendo o modelo 3, construído com o elemento *shell layered*, o que obteve melhor resultado.

O modelo 4, embora tenha se desviado apenas 1,94% da frequência natural do primeiro modo, demanda de grande poder de processamento computacional, o que, na prática, é um fator limitante. É válido lembrar que autores citados anteriormente neste trabalho, como Schnellenbach-Held e Pfeffer (2002) e Liu *et al.* (2017), também encontraram limitações quanto ao uso do elemento sólido nas suas pesquisas, devido à alta demanda de processamento computacional requerida.

Dessa forma, dentre as aproximações numéricas testadas, o modelo 3, construído com elementos finitos tipo *Shell Layered*, foi o que melhor se aproximou dos resultados experimentais, além de não demandar um poder de processamento alto. Sendo assim, este trabalho utilizará o elemento finito *Shell Layered* para modelagem do estudo de caso.

4.3. DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA E MODELAGEM NUMÉRICA

A estrutura analisada nesta dissertação é um edifício de uso múltiplo, localizado no bairro Sudoeste na cidade de Brasília, sinalizado com um retângulo vermelho na Figura 4.11. Devido à grande dimensão em planta, a estrutura foi dividida em três juntas, A, B e C, de acordo com a Figura 4.12, na qual ilustra o esquema remissivo da divisão das juntas estruturais. Este projeto se concentra exclusivamente na avaliação da junta A, que apresenta amplas aberturas e grandes vãos entre pilares.

É relevante destacar que a estrutura foi concebida e dimensionada de acordo com as diretrizes estáticas da ABNT NBR 6118 (2014). Dessa forma, este trabalho se restringe à análise dinâmica, que é o objeto de investigação principal deste estudo.



Figura 4.11. Localização da estrutura analisada. (Google Maps, 2023)

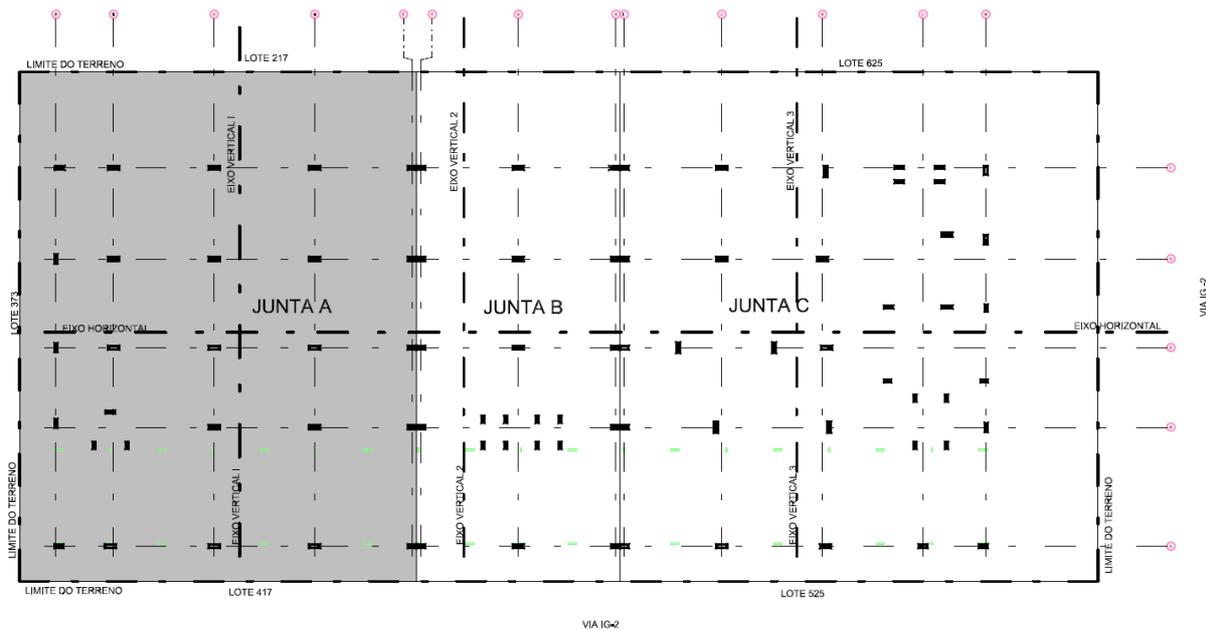


Figura 4.12. Planta esquemática de pilares e divisão de juntas da estrutura analisada.

A escolha da espessura da laje seguiu a recomendação do fabricante de acordo com a Tabela 2.1. Recomendações para pré-dimensionamento de lajes *bubbledeck*. Para o vão externo de 12 metros, optou-se por utilizar a laje de 45 cm de altura total, que contém esferas de 36 cm de diâmetro, conforme ilustrado no detalhe em um corte genérico na Figura 4.13.

A planta de forma estrutural e cortes do pavimento são apresentados na Figura 4.14, na qual é possível observar, em detalhe, a posição das esferas ocas, em azul claro. Também é possível notar a presença de furos internos na laje em questão, indicados pelos símbolos "X". Esses furos foram criados para atender necessidades arquitetônicas específicas.

Os retângulos em preto correspondem aos pilares, os quais apresentam dimensões de 30 x 100 cm. Na sua maioria, esses elementos sustentam diretamente as lajes, evitando a necessidade de vigas. No ponto de conexão entre a laje e o pilar, foram utilizados capitéis maciços, eliminando as esferas ocas para posterior concretagem monolítica. Essa medida foi adotada em virtude de as forças de cisalhamento serem mais intensas nessa região, conforme comprovado pelas imagens registradas durante a construção, presentes nas Figura 4.15 e Figura 4.16. A Figura 4.17 ilustra a planta de forma simplificada para melhor entendimento da geometria deste estudo de caso. É importante ressaltar que as lajes L1, L2, L3 e L4 na Figura 4.17 são do tipo aliviadas *Bubbledeck*TM.

DETALHE GENERICO ESFERAS PADRAO BUBBLEDECK - h=45

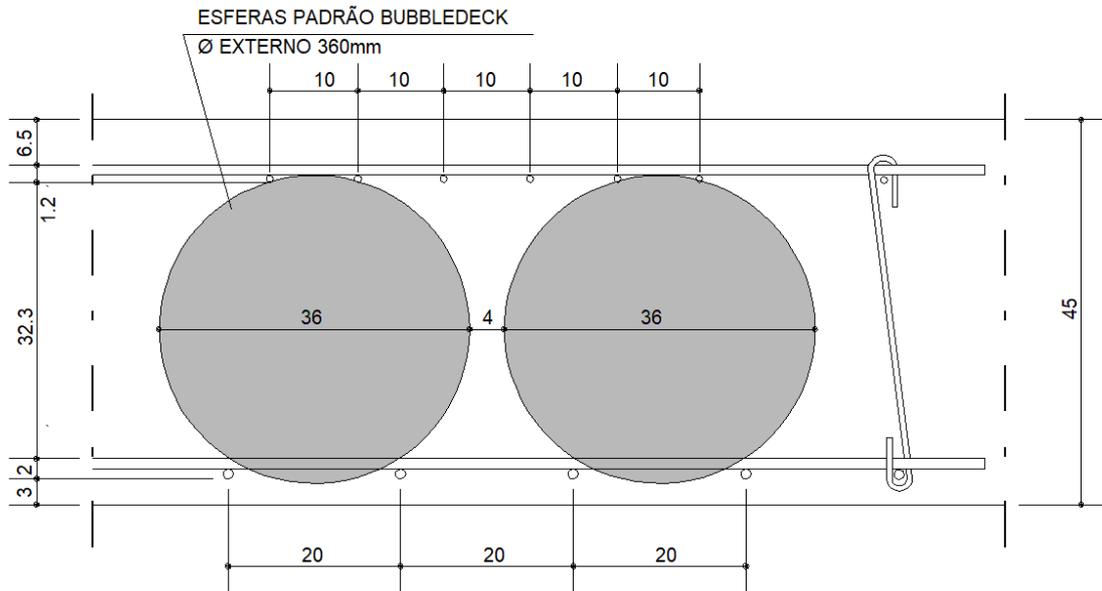


Figura 4.13. Detalhe genérico da espessura da junta A.

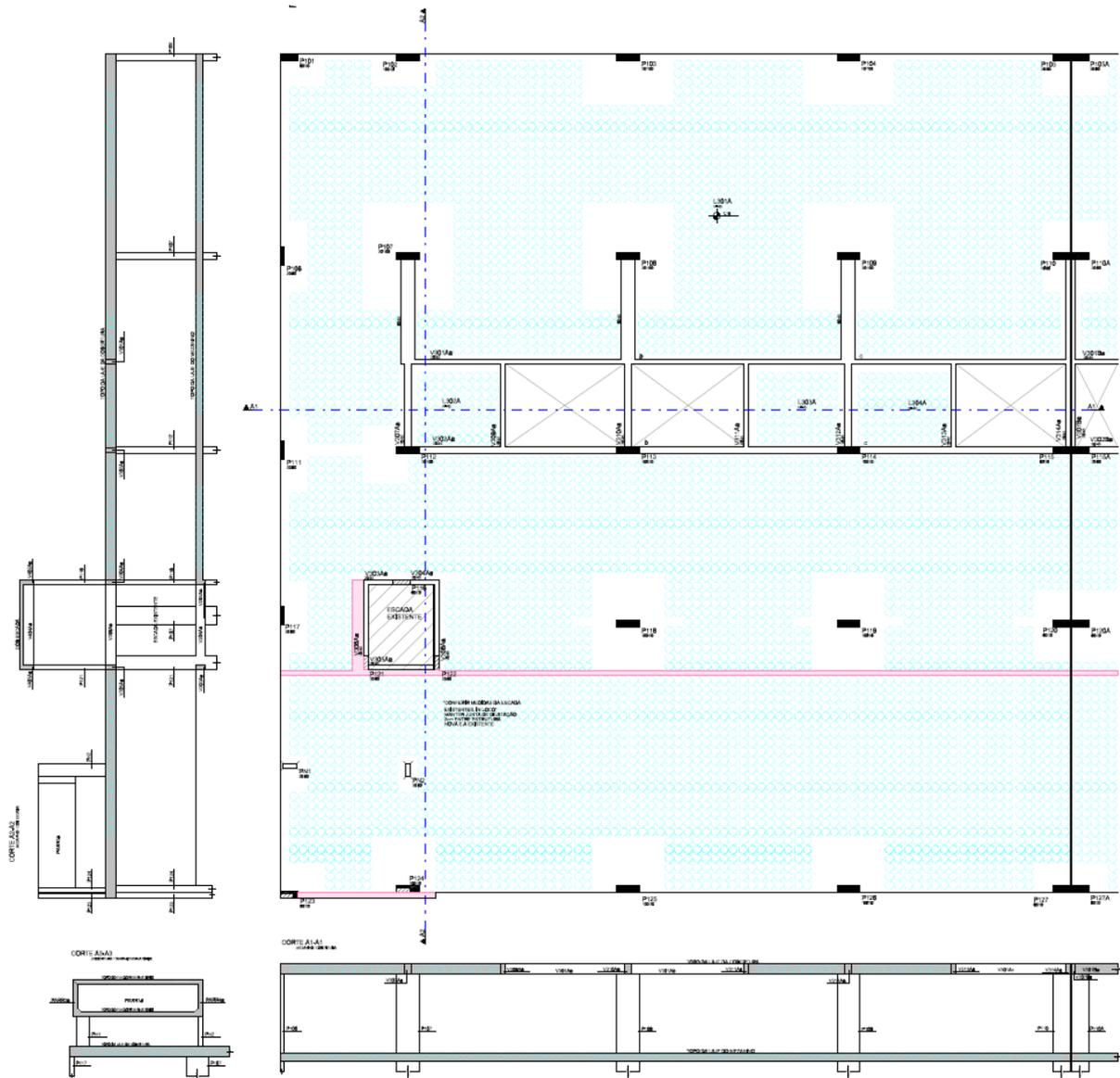


Figura 4.14. Planta de forma da Junta A.



Figura 4.15. Registro fotográfico da execução 01.



Figura 4.16. Registro fotográfico da execução 02.

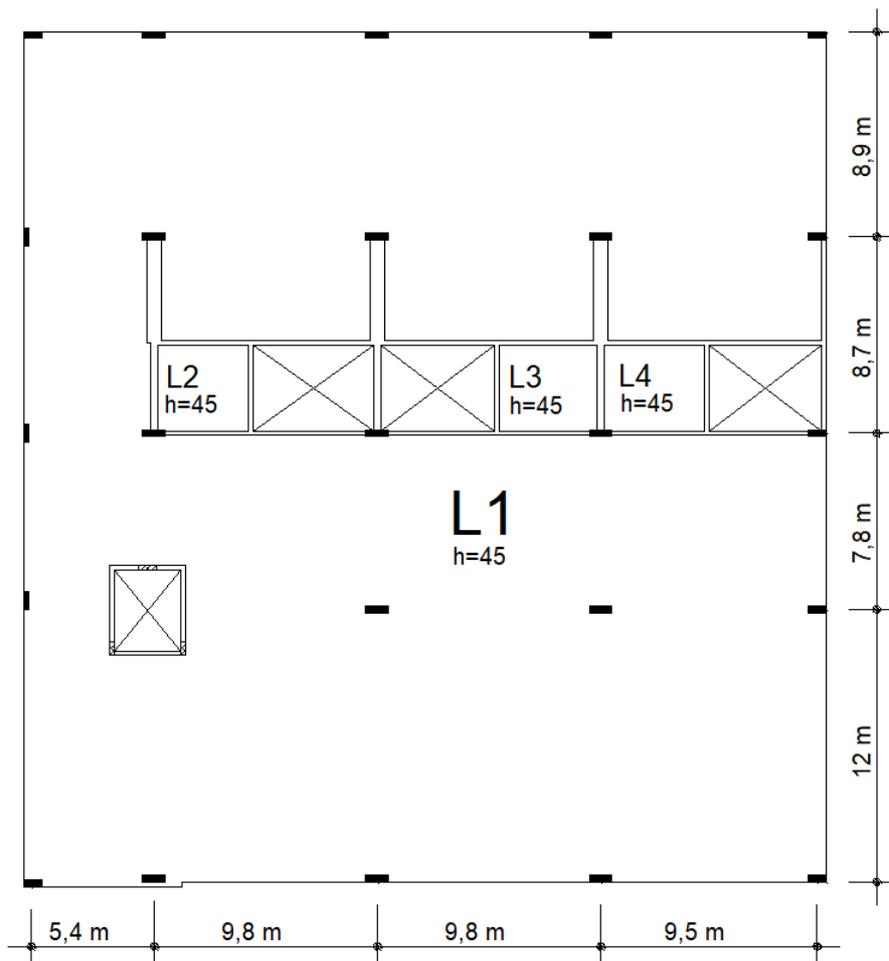


Figura 4.17. Planta de forma simplificada da Junta A.

Dessa forma, dentre as aproximações numéricas propostas no capítulo anterior, o modelo 3, construído com elementos finitos do tipo *shell layered*, foi o que melhor se aproximou dos resultados experimentais de controle, além de não demandar um poder de processamento alto. Nesse modelo é possível separar uma seção plana em camadas e atribuir propriedades individuais a cada uma delas, de modo que a camada que represente a parte do material das esferas ocas, chamado de HDPE (*high-density polyethylene*), seja envolta por duas camadas de concreto. A Figura 4.18 representa a seção transversal do elemento *Shell Layered* que será utilizado nesta análise. A camada em azul representa o concreto armado, a camada roxa representa o HDPE, que tem suas características físicas descritas na Tabela 4.1. Na Figura 4.19 é possível observar a modelagem completa do pavimento rígido, utilizando elementos finitos tipo *Shell Layered*.

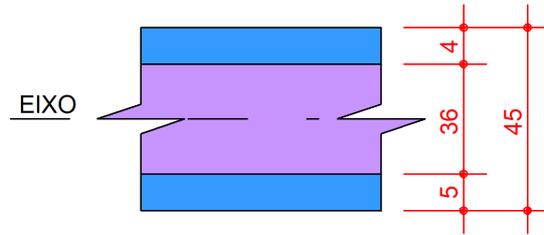


Figura 4.18. Seção transversal do elemento finito *shell layered*, em centímetros.

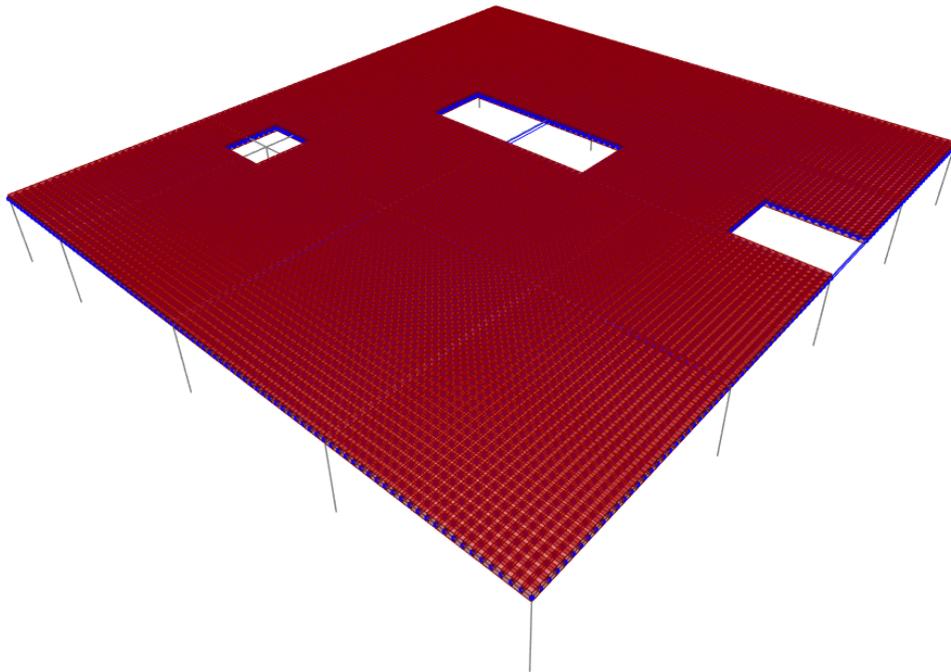


Figura 4.19. Representação tridimensional do modelo do pavimento rígido estudado, utilizando elementos finito tipo *Shell Layered*.

No que diz respeito ao coeficiente de amortecimento, considerou-se o material como concreto armado completamente fissurado com médio nível de tensão, devido aos esforços internos observados na laje e adotou-se o coeficiente de amortecimento (ζ) de 0,025 que corresponde à média do intervalo entre 0,010 e 0,040, de acordo com o que foi formulado por Bachmann (1995) e exposto na Tabela 3.6 deste trabalho.

4.4. APLICAÇÃO DE AÇÕES HUMANAS

Neste estudo, para simular as excitações humanas e aplicá-las sobre a laje, foram utilizadas as funções de carga propostas por Bachmann (1995) de acordo com a Equação 2. As cargas foram aplicadas por um período de 5 segundos, dividido em intervalos de tempo (ou passos de tempo) de 0,001 segundos, totalizando 5.000 incrementos de aplicação de carga. A análise da laje foi realizada durante 8 segundos, sendo os últimos 3 segundos sem excitações.

Seguindo as recomendações do autor, foram adotadas densidades de pessoas por metro quadrado distintas para cada situação simulada neste estudo. Para os casos de pular, dançar, bater palmas, balançar o corpo e bater palmas enquanto balança o corpo, utilizou-se, respectivamente, densidades de 0,25; 4; 3; 2 e 3 pessoas por metro quadrado, conforme indicado na Tabela 3.1 deste trabalho. As cargas foram distribuídas por toda a superfície da laje, considerando um peso individual de 800 N. Adicionalmente, supôs-se que todos os indivíduos se movimentam em sincronia, o que representa uma situação desfavorável, a fim de obter o pior cenário possível. Os gráficos de amplificação da carga de 800 N no domínio do tempo, para as ações consideradas pode ser observado na Figura 4.20.

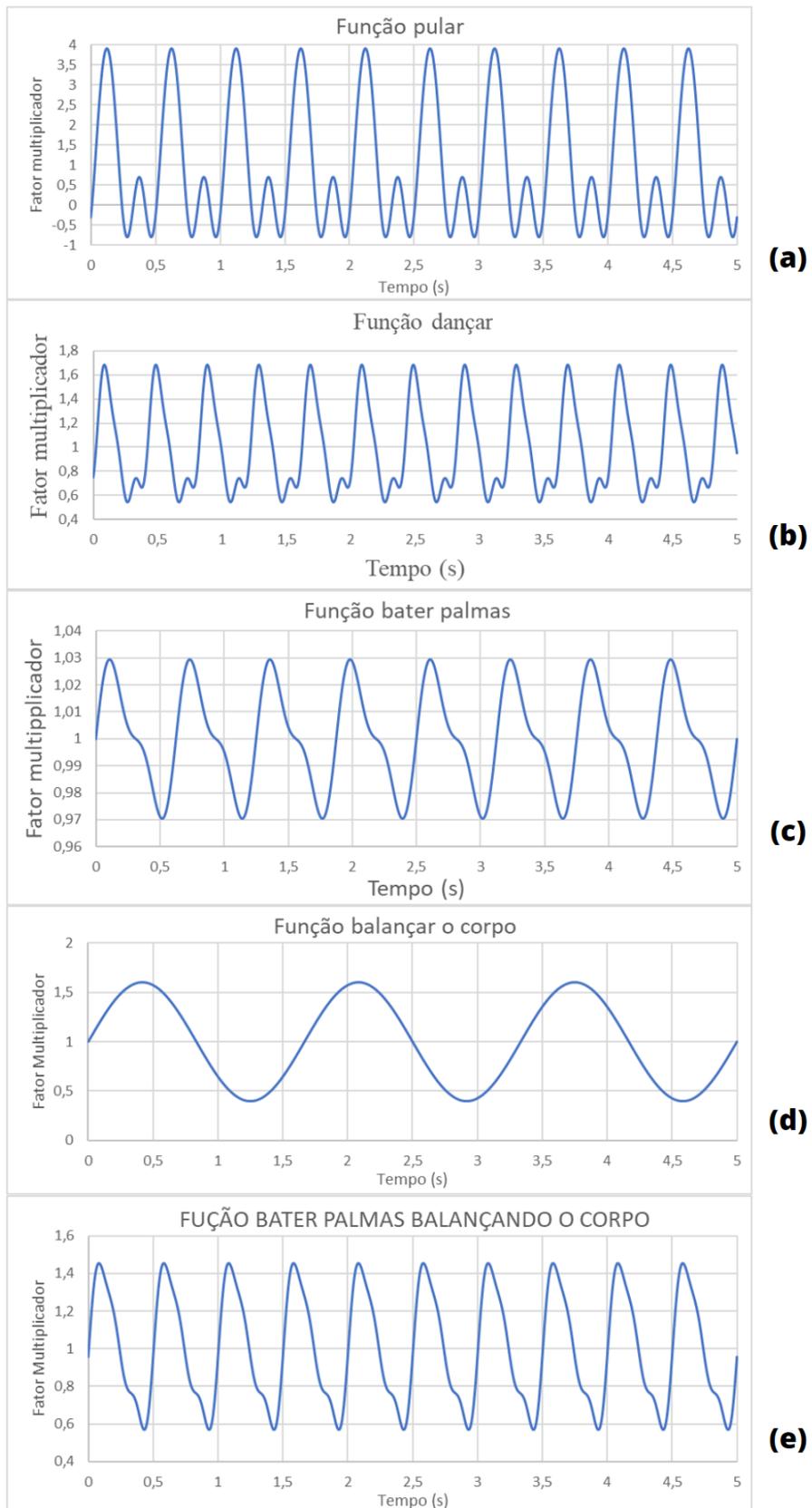


Figura 4.20. (a) Função pular. (b) Função dançar. (c) função bater palmas. (d) Função balançar o corpo. (e) Função bater palmas balançando o corpo.

No próximo capítulo deste trabalho, serão apresentados os resultados da análise da resposta dinâmica da laje submetida às excitações humanas descritas. Nesses resultados, serão identificados os nós que apresentarem as condições mais críticas de deslocamento, velocidade e aceleração vertical, bem como aqueles que apresentarem as condições menos críticas.

5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para obter informações sobre a resposta dinâmica da laje aliviada com esferas ocas selecionada, procedeu-se à sua modelagem numérica, conforme descrito no capítulo 4 deste trabalho. A análise dos resultados desse estudo permite identificar possíveis problemas ou limitações na resposta dinâmica da laje aliviada com esferas ocas e avaliar sua resposta a diferentes condições de excitação humana. Para fins comparativos, uma laje maciça de mesmo momento de inércia foi modelada e ensaiada numericamente, seguindo os mesmos parâmetros de condições de contorno e excitações dinâmicas externas. Os resultados serão apresentados e analisados a seguir.

5.1. ANÁLISE MODAL

A análise modal é uma técnica empregada para determinar as características dinâmicas de uma estrutura, sendo elas as frequências naturais e as formas dos modos de vibração correspondentes. Essa análise pode ser considerada como um ponto de partida para outras análises mais detalhadas, como a análise dinâmica transiente, que podem fornecer informações mais precisas sobre o comportamento da estrutura sob diferentes condições de carregamento dinâmico.

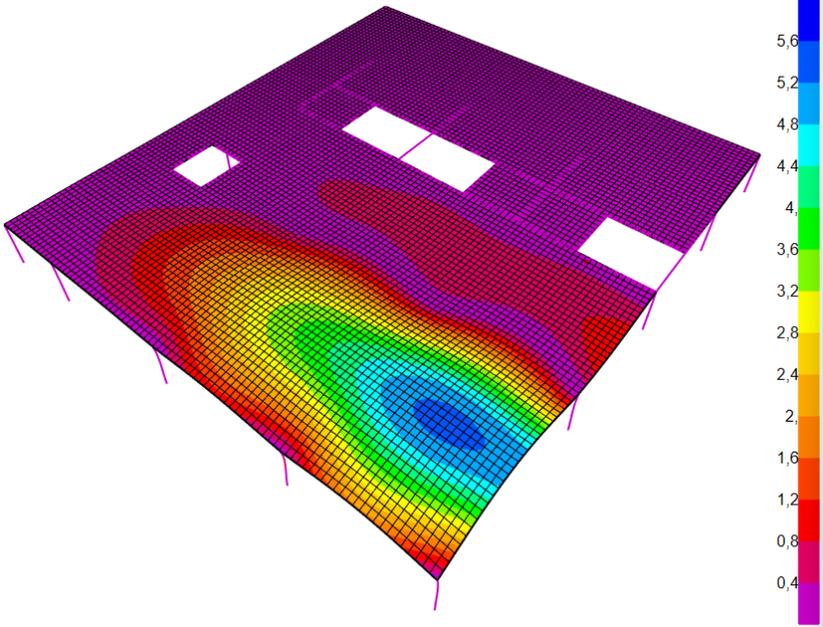
Ao determinar as frequências naturais e formas modais, a análise modal permite identificar as frequências críticas da estrutura, que podem levar a efeitos indesejáveis, como vibrações excessivas ou até mesmo o colapso da estrutura. Portanto, essa técnica é amplamente utilizada na engenharia para garantir uma resposta dinâmica adequada de estruturas sujeitas a carregamentos dinâmicos, como em lajes aliviadas com esferas ocas, objeto de estudo desta pesquisa. É válido ressaltar que a NBR 6118 (2014) utiliza este parâmetro para controle de vibrações indesejadas, conforme exposto no capítulo de Fundamentos Teóricos desta dissertação.

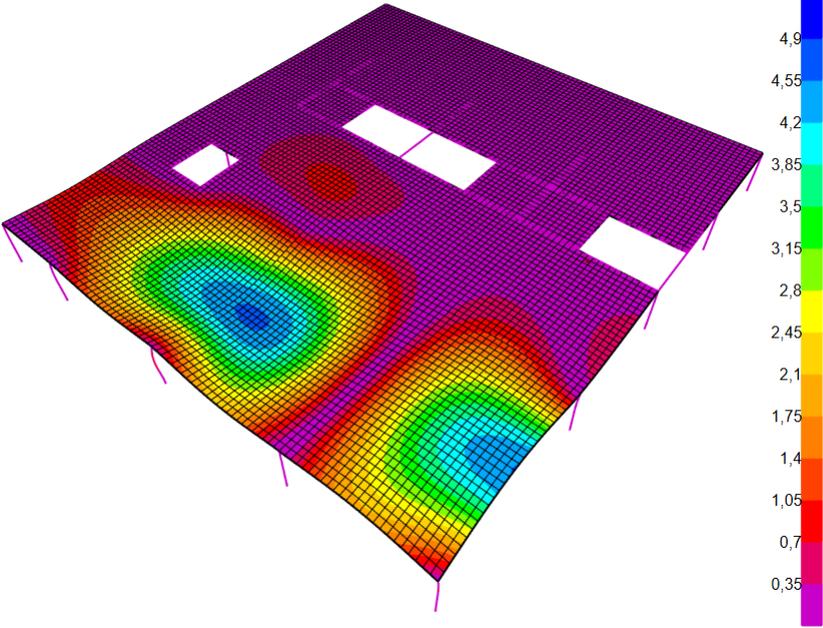
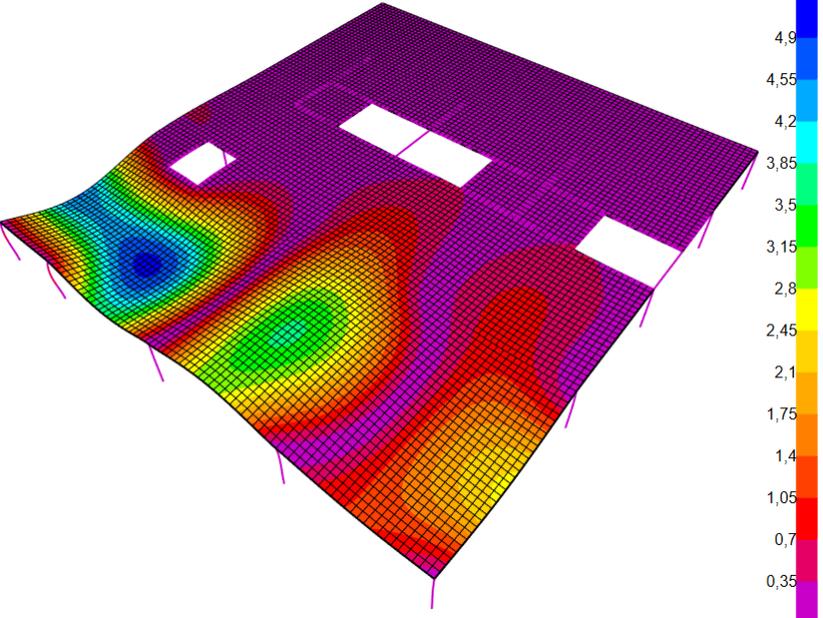
O modelo da laje aliviada com esferas ocas estudada é composto por um grande número de nós (mais precisamente 8.437 nós), o que resulta em um alto número de modos de vibração. Para tornar a análise mais simples, nesta pesquisa foram calculados apenas os 12 primeiros modos de vibração, que correspondem às menores frequências naturais, portanto, de maior interesse,

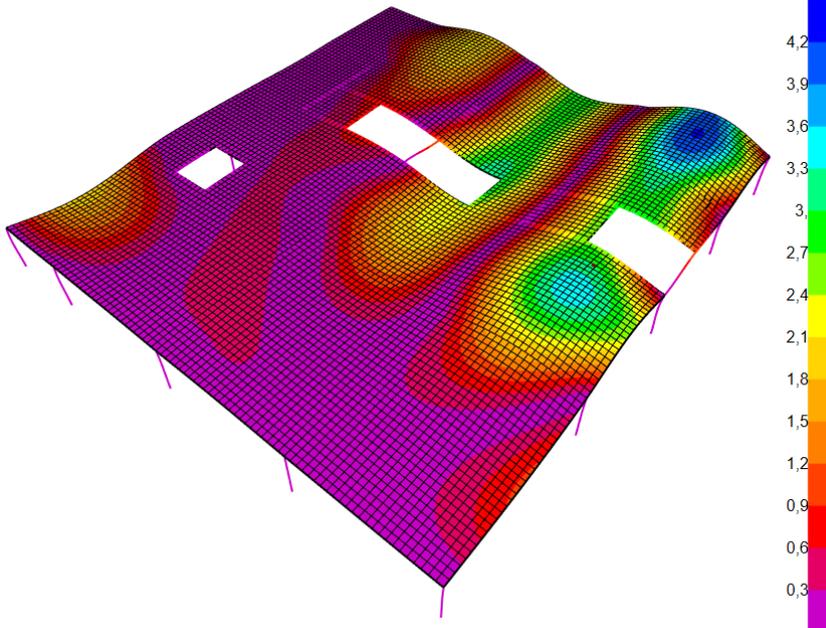
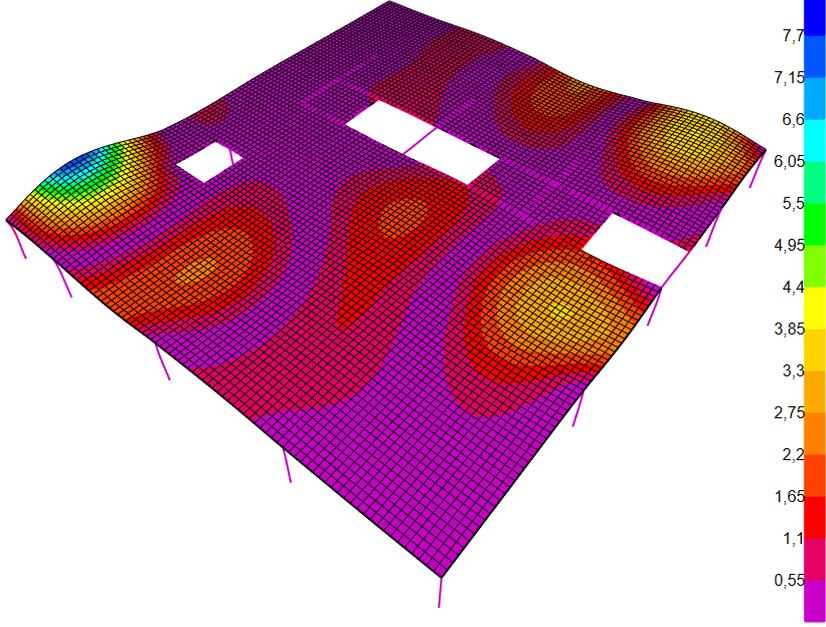
já que estão mais próximas às frequências de excitação externas causadas pela atividade humana.

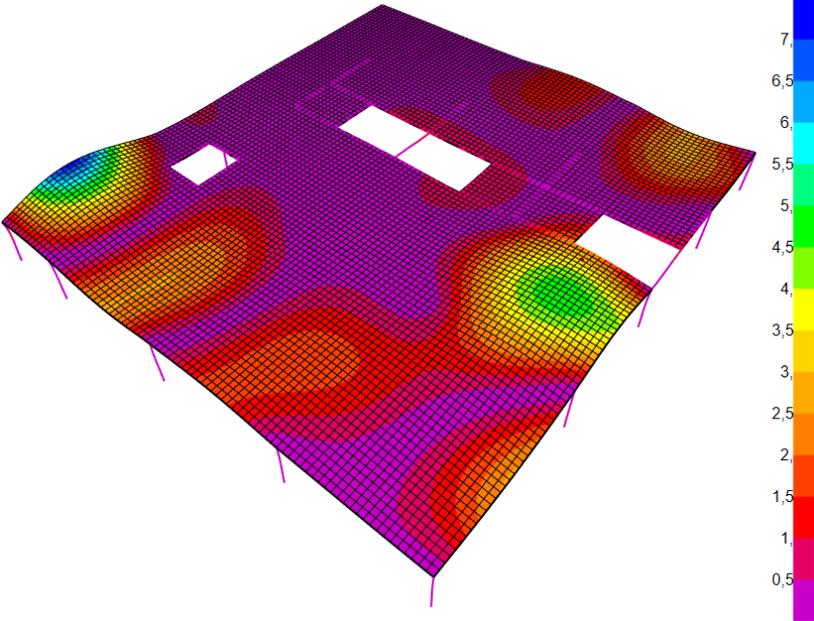
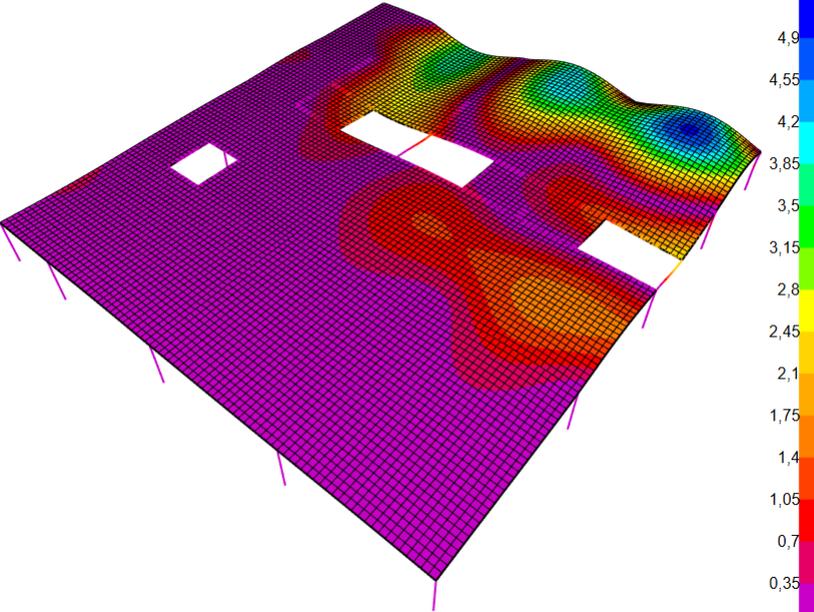
A Tabela 5.1 apresenta os 12 primeiros modos de vibração e suas respectivas frequências naturais. A escala de cores utilizada varia do magenta ao azul, passando pelo vermelho, amarelo, verde e ciano. Isso permite uma fácil compreensão dos resultados e destaca as regiões com maior (azul) e menor (magenta) amplitude de vibração em cada modo.

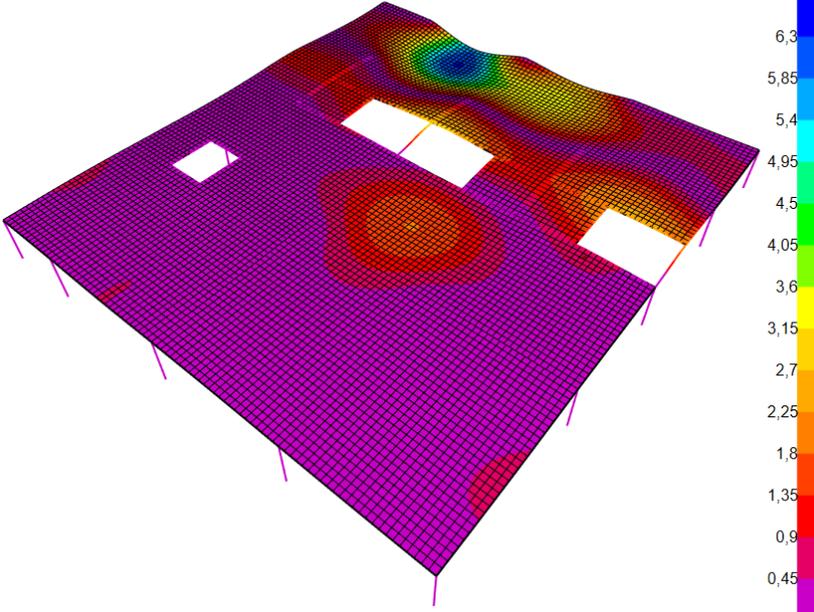
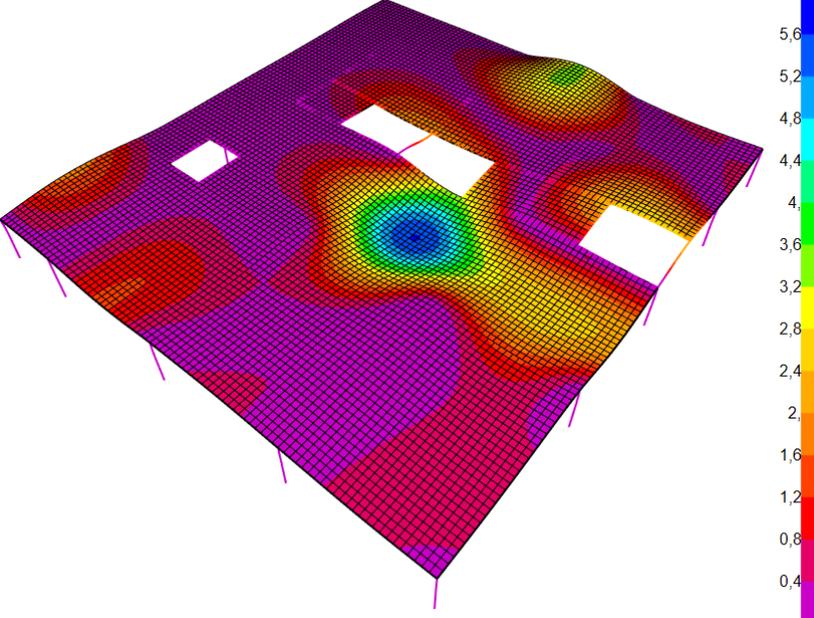
Tabela 5.1. Modos de vibrações e frequências naturais obtidos.

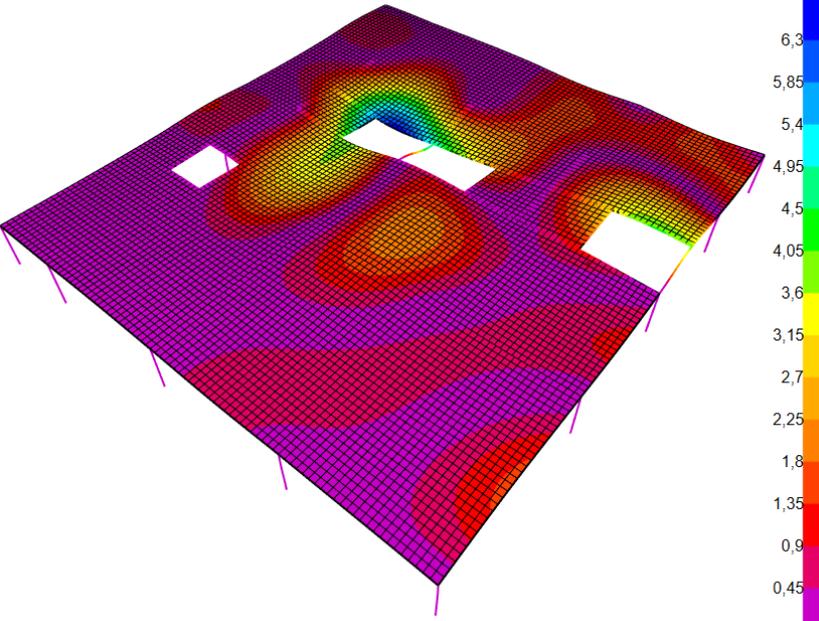
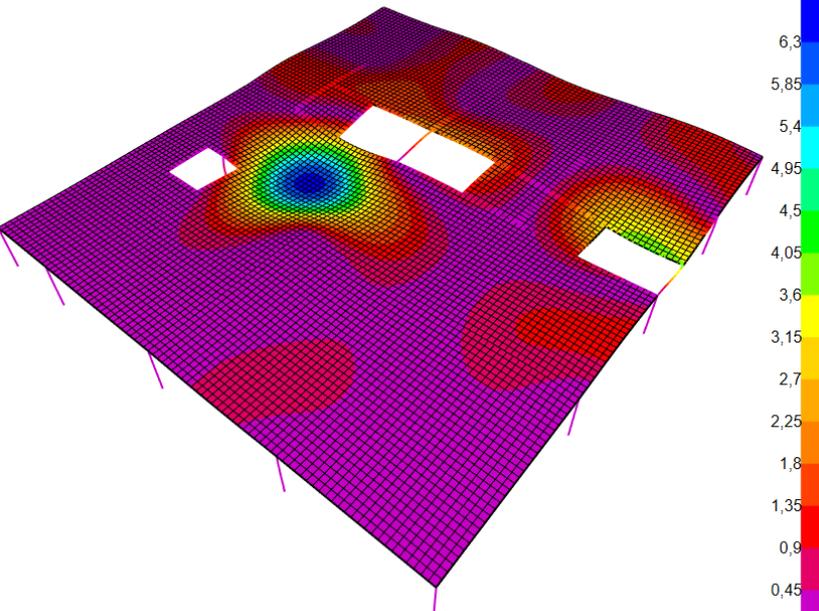
Modos	Frequência	Forma de vibração associada ao modo
Modo 1	2,44 Hz	

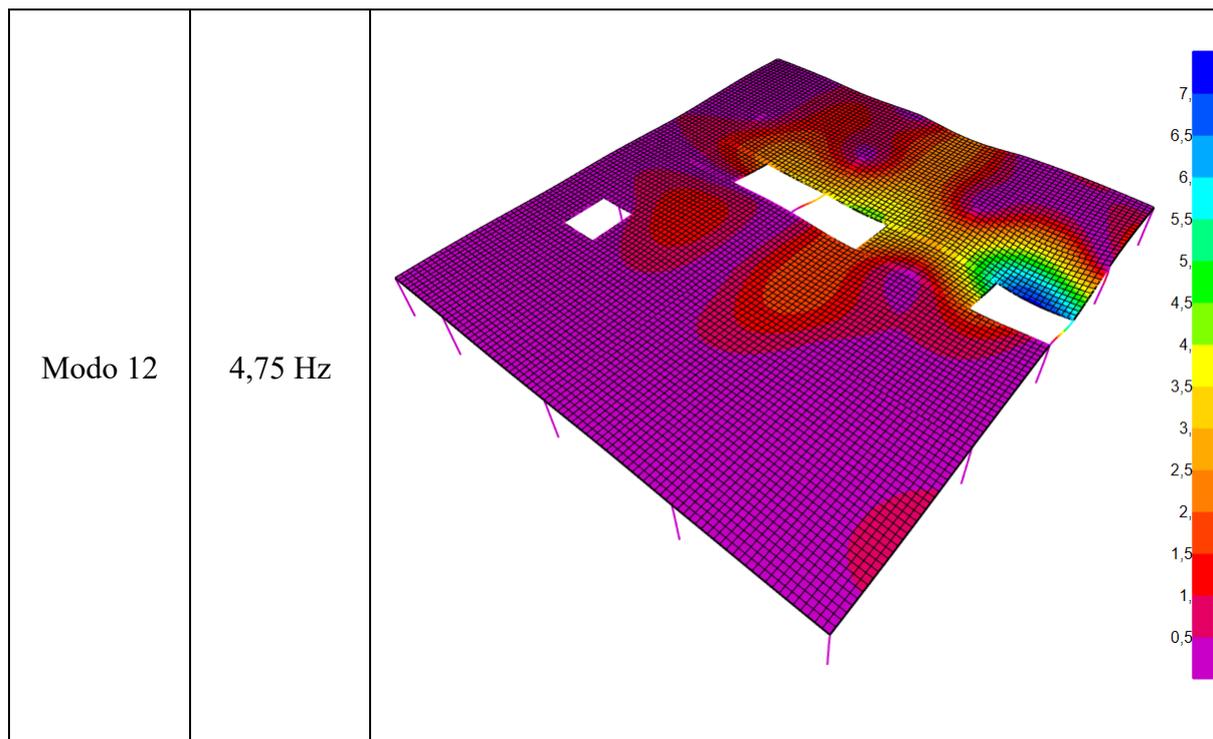
Modo 2	2,85 Hz	
Modo 3	3,39 Hz	

<p>Modo 4</p>	<p>3,84 Hz</p>	
<p>Modo 5</p>	<p>3,99 Hz</p>	

<p>Modo 6</p>	<p>4,05 Hz</p>	
<p>Modo 7</p>	<p>4,15 Hz</p>	

<p>Modo 8</p>	<p>4,22 Hz</p>	
<p>Modo 9</p>	<p>4,31 Hz</p>	

<p>Modo 10</p>	<p>4,60 Hz</p>	
<p>Modo 11</p>	<p>4,63 Hz</p>	



É possível observar que todas as doze primeiras frequências naturais da laje aliviada com esferas ocas têm caráter de flexão e estão abaixo de 5 Hz. Isso indica que a estrutura possui um alto grau de flexibilidade e encontra-se suscetível a vibrações indesejadas, já que as frequências naturais estão próximas das frequências de excitação causadas pela atividade humana, que variam entre 1,5 Hz e 3 Hz como descrito na Tabela 3.1. Este fato aumenta a possibilidade de amplificação das vibrações e, em casos mais críticos, pode levar ao fenômeno de ressonância.

Ao realizar a análise das respostas modais, utilizando o critério definido pela NBR 6118, nota-se que ele não é cumprido para os três primeiros modos de vibração. De acordo com essa norma, para assegurar um comportamento satisfatório das estruturas sujeitas a vibrações, deve-se afastar o máximo possível a frequência própria da estrutura da frequência de excitação. A normativa brasileira complementa em limitar que a frequência natural deve ser maior que 1,2 da frequência de excitação.

A Tabela 5.2 compara as frequências naturais obtidas numericamente com uma laje maciça de mesmo momento de inércia, vale ressaltar que os modos de vibração são muito semelhantes entre lajes aliviadas com esferas ocas e maciças, possuindo sutis diferenças apenas nos últimos modos. Entretanto, as frequências naturais variam significativamente, chegando a alcançar uma

diferença de 45% para a frequência natural relativa ao primeiro modo de vibração, sendo que a laje aliviada com esferas ocas obtém valores de frequência naturais mais baixos.

Tabela 5.2. Comparação das características modais entre laje aliviada com esferas ocas e laje maciça.

Modo de vibração	Frequência Naturais		
	Laje aliviada com esferas ocas (Hz)	Laje maciça (Hz)	Variação Relativa (%)
1	2,44	3,54	45
2	2,85	3,80	33
3	3,39	3,91	15
4	3,84	3,99	4
5	3,99	4,19	5
6	4,05	4,26	5
7	4,15	4,37	5
8	4,22	4,63	10
9	4,31	5,46	27
10	4,60	5,63	22
11	4,63	5,65	22
12	4,75	5,88	24

Uma frequência natural baixa e próxima da faixa de frequência de excitações humanas significa que a laje é mais flexível e terá uma tendência maior a vibrar quando submetida por essas excitações. Isso pode levar a vibrações indesejadas e desconforto para os usuários ou mesmo, à ressonância.

5.2. ANÁLISE DINÂMICA

5.2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Considerando as ações externas produzidas por pessoas e traduzidas em termos de uma série de Fourier (Equação 3.2), conforme sugerido por Bachmann (1995), aplicou-se o carregamento

em toda a superfície da laje aliviada com esferas ocas de modo a analisar o comportamento dinâmico do pavimento. Foram escolhidos quatro nós representativos, denominados nós 1, 2, 3 e 4, esses nós foram localizados em pontos estratégicos que correspondem aos locais de maiores deslocamentos do primeiro modo de vibração.

Na Figura 5.1, é possível visualizar a posição dos nós analisados neste estudo. Escolheu-se deliberadamente a região de maior vão entre pilares, como já demonstrado na Figura 4.17, pois esta é a região mais propensa a vibrações indesejadas.

Como mencionado anteriormente, o guia do Comitê Euro-Internacional do Beton – CEB (1991) destaca que na faixa de frequência das excitações externas entre 1 e 10 Hz, a percepção humana é proporcional à aceleração, enquanto na faixa de 10 a 100 Hz, a percepção é proporcional à velocidade. Considerando que todas as excitações humanas simuladas neste estudo estão numa faixa de frequência crítica abaixo de 10 Hz, o parâmetro da aceleração foi considerado de maior importância.

As respostas dinâmicas foram avaliadas em um intervalo de 8 segundos e seus resultados foram apresentados em gráficos para cada tipo de excitação estudada. As respostas de deslocamento e velocidade também foram coletadas e serão apresentadas em forma de tabelas. Além disso, serão expostas as respostas dinâmicas de uma laje maciça com o mesmo momento de inércia, a fim de possibilitar comparações.

Pesquisas realizadas por Bachmann (1987) indicam que a máxima aceleração tolerável para pisos nos quais incidem atividades de dança e atividades físicas está entre 5% e 10% da aceleração da gravidade “g”. O autor afirma que a aceleração máxima admissível deve ser limitada a 5% de g. Dessa forma, considerando “g” como $9,81 \text{ m/s}^2$, a máxima aceleração não deve ultrapassar $0,49 \text{ m/s}^2$, este será o limite de controle para caracterização do nível de conforto da estrutura.

Além disso, o guia Sétra/AFGG (2006) será utilizado para a caracterização do nível de conforto, conforme a Tabela 3.5 deste estudo, que varia do máximo conforto ao intolerável, em função da aceleração sofrida pela estrutura e não se trata diretamente da aceleração percebida pelos usuários.

Adicionalmente, os resultados obtidos serão comparados com os limites do boletim CEB (1991), apresentados na Tabela 3.4 deste estudo. O boletim reúne informações de autores que

conduziram pesquisas sobre a intensidade da percepção humana, contemplando desde uma vibração pouco perceptível até uma vibração intolerável em termos de aceleração.

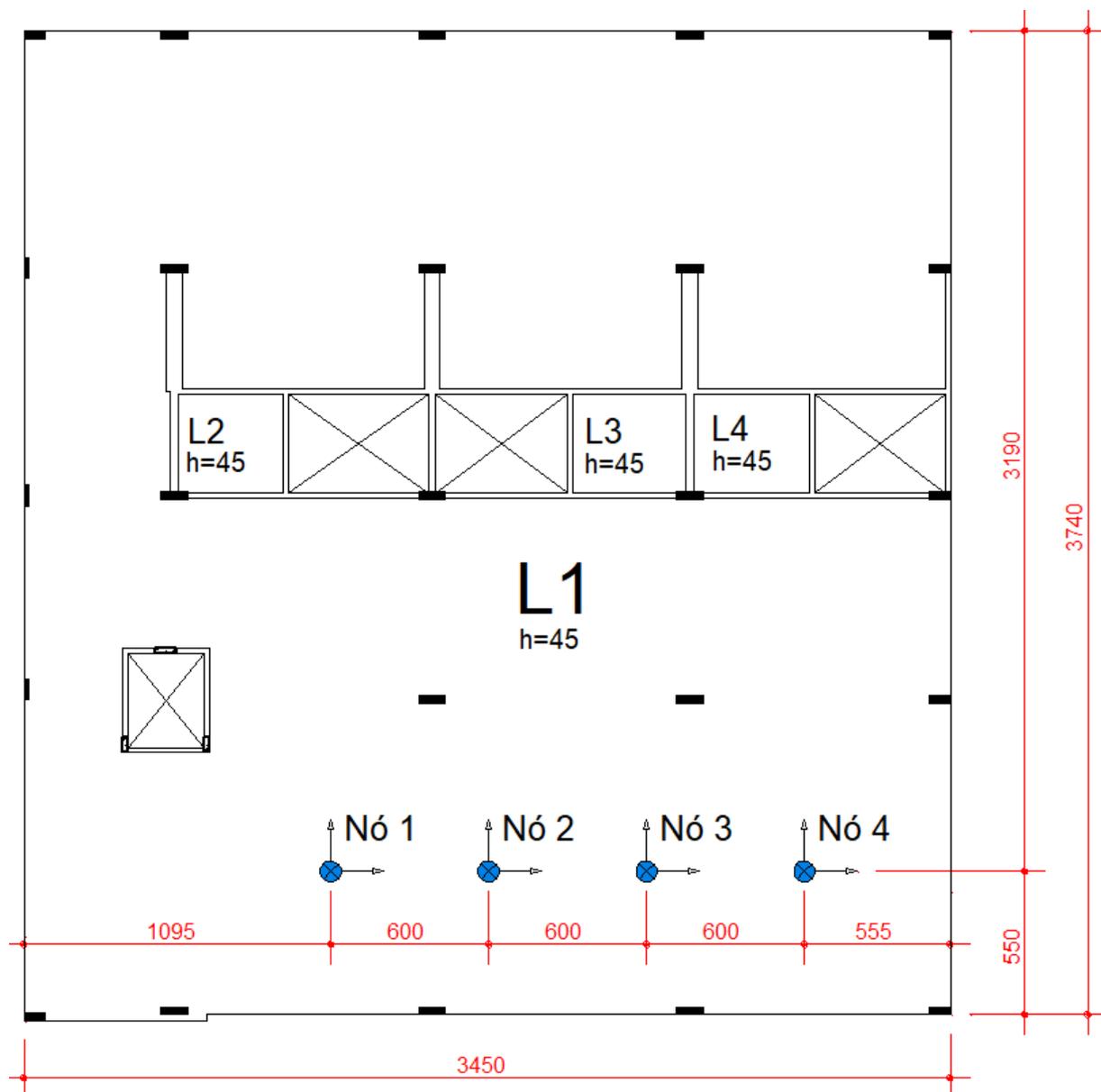


Figura 5.1. Localização dos nós analisados neste trabalho.

A seguir, serão apresentados os resultados específicos referente às acelerações, velocidades e deslocamentos para cada excitação humana em cada um dos quatro nós da Figura 5.1.

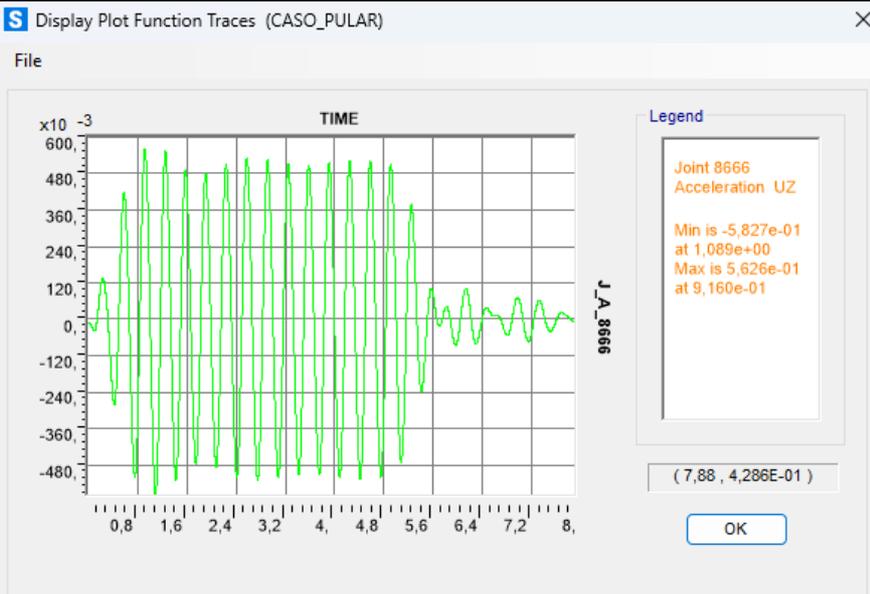
Para as atividades de pular, dançar, bater palmas, balançar o corpo e bater palmas enquanto balança o corpo, as densidades utilizadas foram, respectivamente, 0,25; 4; 3; 2 e 3 pessoas por

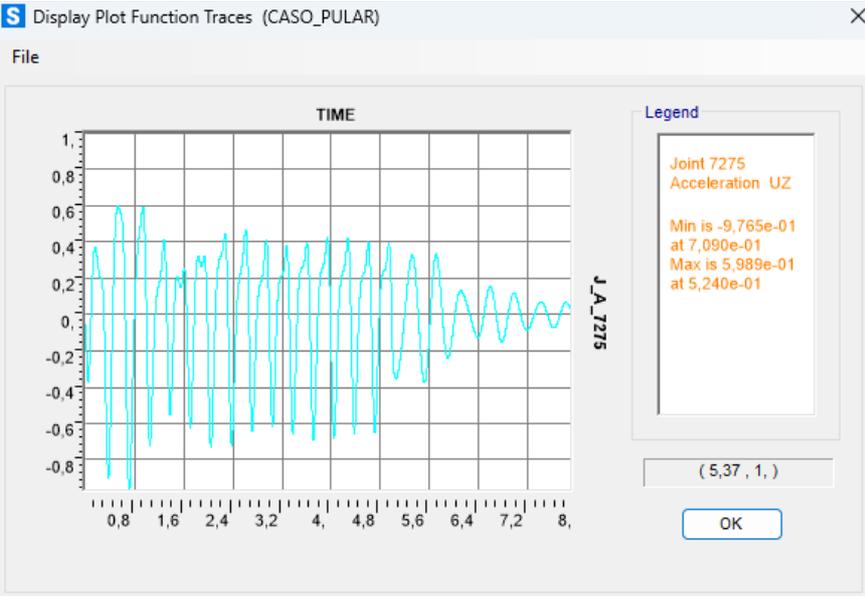
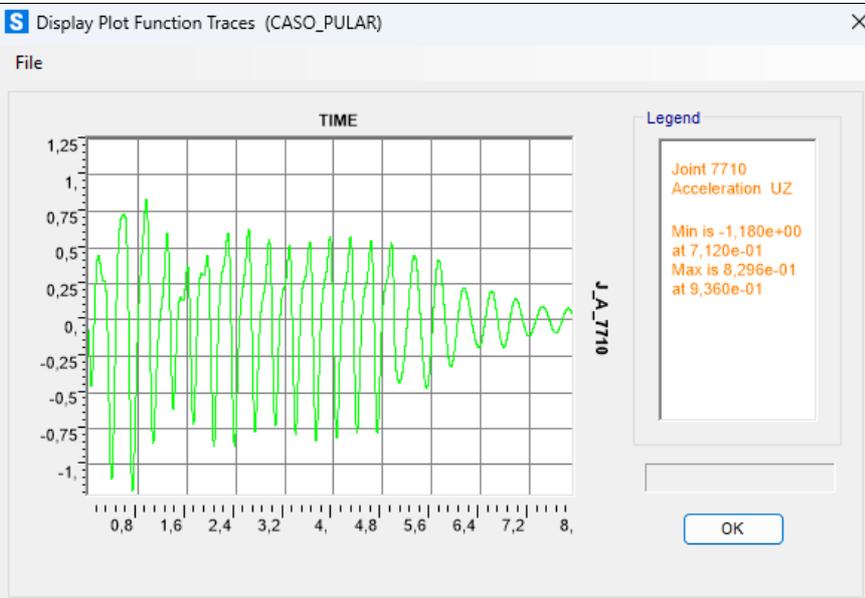
metro quadrado, conforme proposto por Bachmann (1995). Cada pessoa foi considerada com um peso individual de 800N e as cargas foram distribuídas por toda a superfície da laje. Além disso, foi assumido que todos os indivíduos se movimentam em sincronia, o que representa uma situação desfavorável para obter o pior cenário possível e representar um caso extremo.

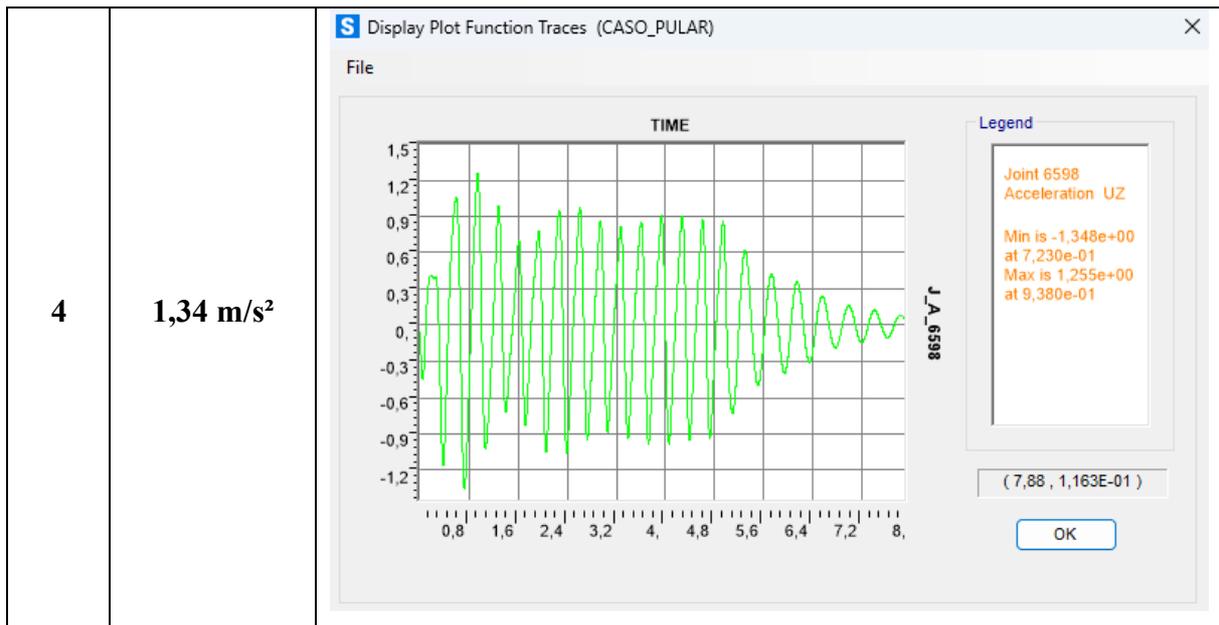
5.2.2. AÇÃO DE PULAR

De acordo com a Tabela 3.1, o boletim CEB (1991) relacionou as atividades de pular para simular um ambiente de ginásio, salas de esportes e salas de ginásticas, na qual o ato de pular ocorre no mesmo lugar, com contato simultâneo de ambos os pés no chão. Como exemplo prático, pode-se citar uma aula de ginástica com pulos, saltos e músicas rítmicas, ou ainda, treinos de dança de jazz. A Tabela 5.3 apresenta as respostas dinâmicas de acelerações verticais nos quatro nós analisados neste trabalho.

Tabela 5.3. Respostas dinâmicas de aceleração para carregamento de pular em laje aliviada com esferas ocas.

Acelerações verticais para ação de pular		
Nó	Valor máximo	Variação das acelerações verticais em função do tempo
1	0,58 m/s ²	

<p>2</p>	<p>0,98 m/s²</p>	
<p>3</p>	<p>1,18 m/s²</p>	



Os resultados obtidos nos quatro nós analisados no contexto do carregamento de pular para laje aliviada com esferas ocas foram resumidos na Tabela 5.4, apresentando os históricos de deslocamentos, velocidades e acelerações. Já a Tabela 5.5 traz os mesmos resultados, mas para uma laje maciça com o mesmo momento de inércia. A Tabela 5.6 compara, de forma absoluta e relativa, a resposta dinâmica de ambos os sistemas estruturais relacionados com as respostas de acelerações. Por fim, na Tabela 5.7, os resultados foram classificados de acordo com limites normativos, levando em consideração o conforto humano.

Tabela 5.4. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de pular em laje aliviada com esferas ocas.

Laje aliviada com esferas ocas - Ação de pular			
Nó	Deslocamentos verticais (m)	Velocidades (m/s)	Acelerações verticais (m/s ²)
1	0,00177	0,0305	0,58
2	0,00306	0,0456	0,98
3	0,00380	0,0598	1,18
4	0,00456	0,0764	1,34

Tabela 5.5. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de pular em laje maciça.

Laje maciça - Ação de pular			
Nó	Deslocamentos verticais (m)	Velocidades (m/s)	Acelerações verticais (m/s ²)
1	0,00150	0,0511	1,56
2	0,00444	0,130	3,95
3	0,00583	0,175	5,64
4	0,00720	0,223	6,62

Tabela 5.6. Comparação das máximas acelerações verticais obtidas para a laje aliviada com esferas ocas e a maciça para ação de pular.

Nó	Acelerações laje aliviada com esferas ocas (m/s ²)	Acelerações laje maciça (m/s ²)	Variação absoluta	Variação relativa
1	0,58	1,56	-0,98	-169%
2	0,98	3,95	-2,97	-303%
3	1,18	5,64	-4,46	-378%
4	1,34	6,62	-5,28	-394%

Para o carregamento de pular, a laje aliviada com esferas ocas obteve resposta dinâmica expressivamente superior, chegando a ter uma variação absoluta de 5,28 m/s², o que representa em uma variação relativa de 394% em relação à laje maciça, conforme pôde ser observado na Tabela 5.6, o que pode ser explicado pela proximidade da frequência natural de 3,54 Hz relativa ao primeiro modo de vibração da laje maciça estar muito próxima da frequência característica da ação de pular: 3 Hz.

Tabela 5.7. Comparação das acelerações obtidas com limites normativos referente à ação de pular.

Ação de Pular – Limites normativos para laje aliviada com esferas ocas				
Nó	Acelerações (m/s ²)	Bachmann (1987)	Sétra/AFGG (2006)	CEB (1991)
1	0,58	Não aceitável	Entre mínimo e inaceitável	Perturbador/desagradável
2	0,98	Não aceitável	Entre mínimo e inaceitável	Perturbador/desagradável
3	1,18	Não aceitável	Entre mínimo e inaceitável	Perturbador/desagradável
4	1,34	Não aceitável	Entre mínimo e inaceitável	Perturbador/desagradável
Ação de Pular – Limites normativos para laje maciça				
1	1,56	Não aceitável	Entre mínimo e inaceitável	Intolerável
2	3,95	Não aceitável	Conforto Inaceitável	Intolerável
3	5,64	Não aceitável	Conforto Inaceitável	Intolerável
4	6,62	Não aceitável	Conforto Inaceitável	Intolerável

De acordo com os resultados obtidos para o carregamento de pular, constata-se que o principal problema reside nos valores de acelerações obtidos. Todos os nós analisados na laje aliviada com esferas ocas apresentam acelerações superiores a 0,49 m/s², que excedem os 5% da aceleração da gravidade estabelecidos por Bachmann (1987). A classificação pelo guia Sétra/AFGG (2006) indica que o nível de conforto em todos os nós varia entre o mínimo e o inaceitável. Adicionalmente, o boletim CEB (1991) classifica todos os casos como perturbador e/ou desagradável, indicando que as acelerações geradas pelo carregamento de pular não atendem aos critérios de respostas dinâmicas para o conforto do usuário, sendo claramente percebidas e causando grande desconforto.

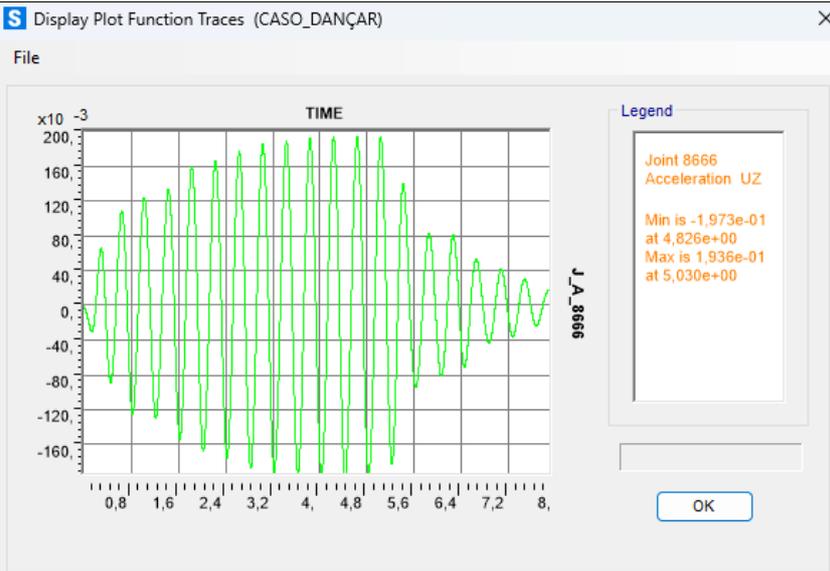
A resposta dinâmica de aceleração para laje maciça é mais crítica ainda, sendo classificada como intolerável em todos os casos. Importante mencionar que este estudo considera uma distribuição uniforme de pessoas pulando em toda a extensão da laje analisada. Além disso, o

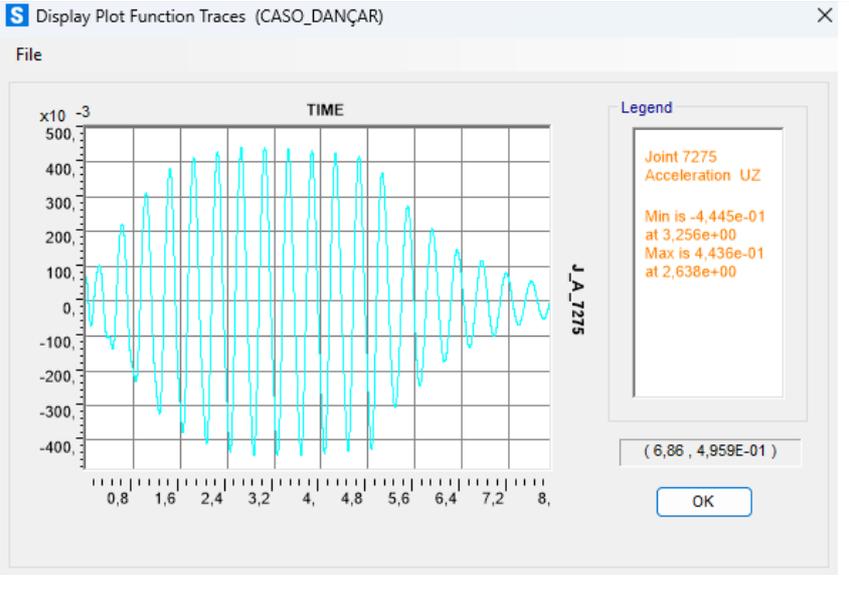
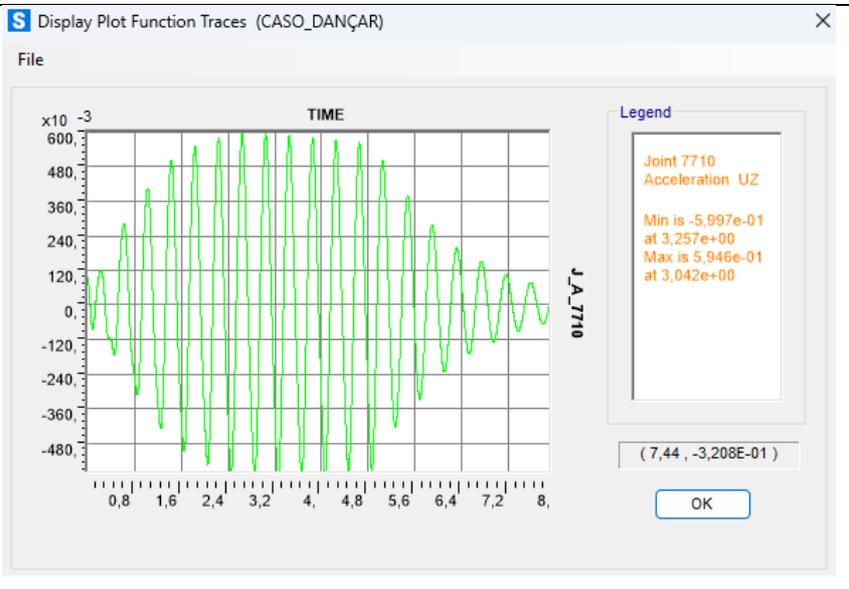
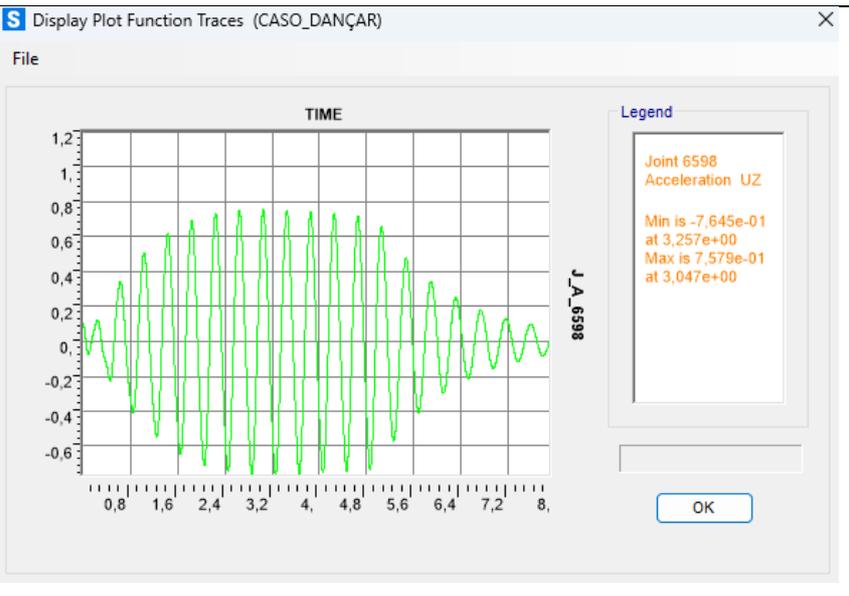
fato de a excitação estar em sincronia amplifica o carregamento, representando um cenário de pior caso possível.

5.2.3. AÇÃO DE DANÇAR

De acordo com a Tabela 3.1, o boletim CEB (1991) relacionou as atividades de dançar para simular um ambiente de salas de danças e shows sem assentos fixos. Como exemplo prático, pode-se citar eventos sociais com danças clássicas e modernas. A Tabela 5.8 apresenta as acelerações verticais nos quatro nós analisados neste trabalho.

Tabela 5.8. Respostas dinâmicas de aceleração para carregamento de dançar

Acelerações verticais para ação de dançar		
Nó	Valor máximo	Variação das acelerações verticais em função do tempo
1	0,19 m/s ²	

<p>2</p> <p>0,44 m/s²</p>	
<p>3</p> <p>0,59 m/s²</p>	
<p>4</p> <p>0,76 m/s²</p>	

A Tabela 5.9 contém um resumo das respostas dinâmicas de deslocamentos, velocidades e acelerações obtidos nos quatro nós analisados sob o carregamento de dançar na laje aliviada com esferas ocas. Na Tabela 5.10, encontram-se as mesmas respostas, mas para uma laje maciça com o mesmo momento de inércia. A Tabela 5.11 traz um comparativo entre resposta dinâmica relacionada à aceleração entre ambos os sistemas estruturais. Para concluir, na Tabela 5.12 as respostas dinâmicas são classificadas de acordo com os limites normativos que caracterizam o conforto humano.

Tabela 5.9. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de dançar em laje aliviada com esferas ocas

Ação de dançar			
Nó	Deslocamentos verticais (m)	Velocidades (m/s)	Acelerações verticais (m/s ²)
1	0,00080	0,011	0,19
2	0,00238	0,027	0,44
3	0,00311	0,036	0,59
4	0,00387	0,0465	0,75

Tabela 5.10. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de dançar em laje maciça

Laje maciça - Ação de dançar			
Nó	Deslocamentos verticais (m)	Velocidades (m/s)	Acelerações verticais (m/s ²)
1	0,00022	0,0058	0,20
2	0,00092	0,0125	0,42
3	0,00012	0,0157	0,51
4	0,00126	0,0193	0,59

Tabela 5.11. Comparação das respostas de acelerações entre laje aliviada com esferas ocas e maciça para ação de dançar.

Nó	Aceleração laje aliviada com esferas ocas (m/s ²)	Aceleração laje maciça (m/s ²)	Variação absoluta	Variação relativa
1	0,19	0,2	-0,01	-5%
2	0,44	0,42	0,02	5%
3	0,59	0,51	0,08	14%
4	0,75	0,59	0,16	21%

Ao comparar a resposta dinâmica da laje maciça com a laje aliviada com esferas ocas, notou-se que ambas têm uma semelhança significativa, conforme exposto na Tabela 5.11, no caso de maior diferença, houve uma variação absoluta de apenas de 0,16 m/s², o que representa uma variação relativa máxima de 21% e mínima de 5%, entre os sistemas estruturais de laje maciça e aliviada.

Tabela 5.12. Comparação com limites normativos referente à ação de dançar.

Laje aliviada com esferas ocas				
	Acelerações verticais (m/s ²)	Bachmann (1987)	Sétra/AFGG (2006)	CEB (1991)
Nó 1	0,19	Aceitável	Entre máximo e médio	Claramente perceptível
Nó 2	0,44	Aceitável	Entre máximo e médio	Claramente perceptível
Nó 3	0,59	Não aceitável	Entre médio e mínimo	Perturbador/desagradável
Nó 4	0,75	Não aceitável	Entre médio e mínimo	Perturbador/desagradável
Laje maciça com o mesmo momento de inércia				
Nó 1	0,20	Aceitável	Entre máximo e médio	Claramente perceptível
Nó 2	0,42	Aceitável	Entre máximo e médio	Claramente perceptível
Nó 3	0,51	Não aceitável	Entre médio e mínimo	Perturbador/desagradável
Nó 4	0,59	Não aceitável	Entre médio e mínimo	Perturbador/desagradável

Os resultados da análise do carregamento de dançar demonstram que, em relação ao critério de aceleração, os dois primeiros nós (nó 1 e nó 2) atendem ao requisito estabelecido por Bachmann (1987), indicando que a estrutura apresenta aceleração abaixo de 5% da aceleração da gravidade ($0,49 \text{ m/s}^2$). Além disso, a classificação do guia Sétra/AFGG (2006) indica que as acelerações desses nós estão dentro dos níveis máximos e médios de conforto. Em conformidade com o boletim CEB (1991), a aceleração é claramente perceptível, mas não causa desconforto aos usuários.

No entanto, os últimos dois nós analisados (nó 3 e nó 4) não alcançaram o mesmo nível de conforto. Ambos ultrapassam o limite de 5% da aceleração da gravidade proposto por Bachmann (1987), atingindo uma aceleração de até $0,75 \text{ m/s}^2$ no nó com maior aceleração. De acordo com o critério do guia Sétra/AFGG (2006), ambos os nós são considerados em um nível médio de conforto mínimo. O boletim CEB (1991) enfatiza o desconforto sentido pelo usuário, classificando a experiência de aceleração como perturbadora e/ou desagradável.

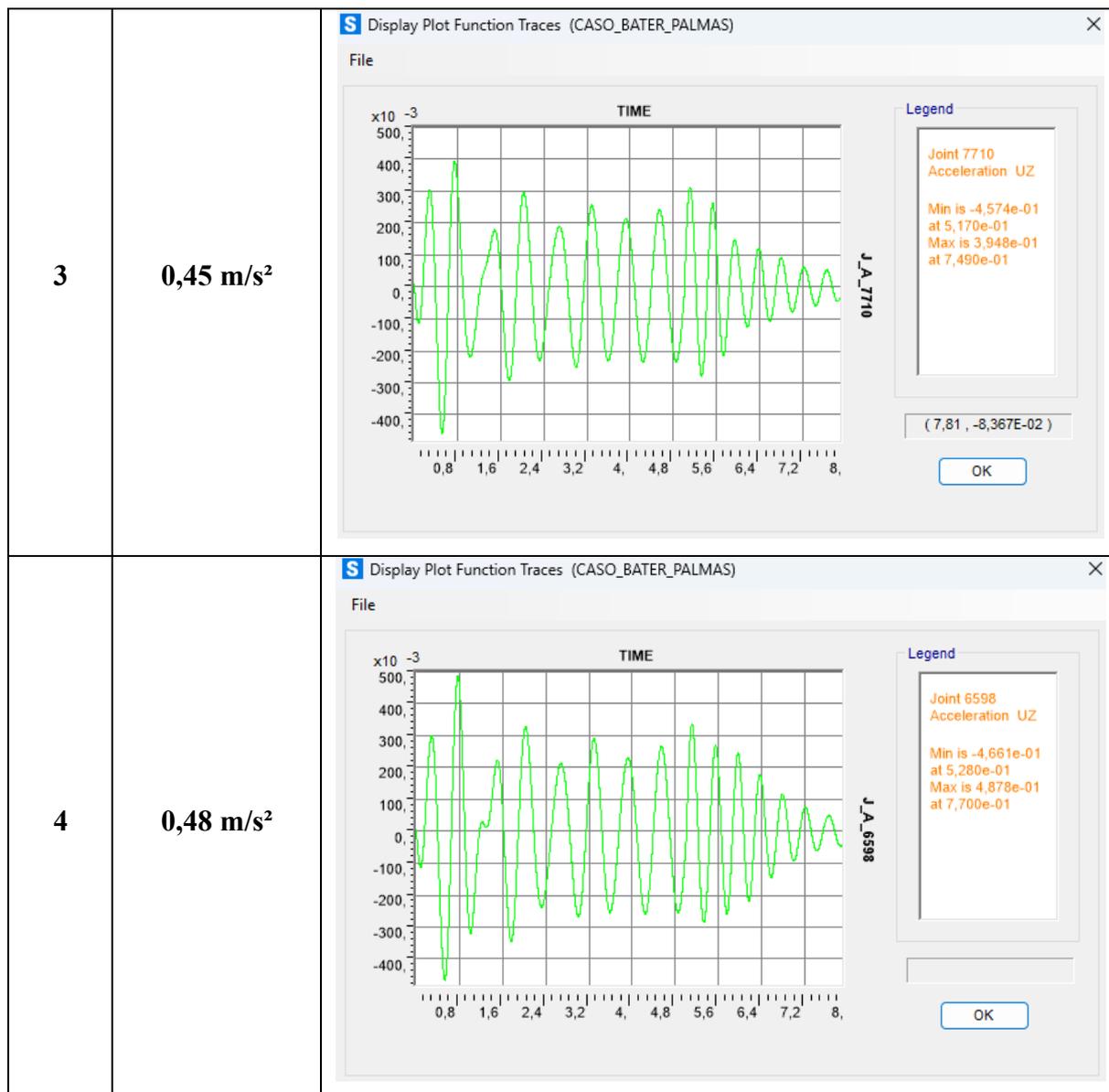
5.2.4. AÇÃO DE BATER PALMAS

De acordo com a Tabela 3.1, o boletim CEB (1991) relacionou as atividades de bater para simular um ambiente para shows e apresentações com assentos fixos. Como exemplo prático, pode-se citar show de música clássica ou *soft* pop. A

Tabela 5.13 apresenta as respostas dinâmicas de aceleração nos quatro nós analisados neste trabalho.

Tabela 5.13. Respostas dinâmicas de aceleração para carregamento de bater palmas em laje aliviada com esferas ocas

Acelerações verticais para ação de bater palmas		
Nó	Valor máximo	Variação das acelerações verticais em função do tempo
1	0,24 m/s ²	
2	0,43 m/s ²	



Os dados resumidos de deslocamento, velocidade e aceleração dos quatro nós analisados sob o carregamento de bater palmas em uma laje aliviada com esferas ocas estão apresentados na

Tabela 5.14. Já na Tabela 5.15, encontram-se os mesmos resultados, porém para uma laje maciça com mesmo momento de inércia. A Tabela 5.16 compara a resposta dinâmica de aceleração entre ambos os sistemas estruturais. Na Tabela 5.17, os resultados foram classificados de acordo com os limites normativos de conforto humano.

Tabela 5.14. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de bater palmas em laje aliviada com esferas ocas

Ação de bater palmas			
Nó	Deslocamentos verticais (m)	Velocidades (m/s)	Acelerações verticais (m/s ²)
1	0,00026	0,0025	0,24
2	0,00125	0,0088	0,43
3	0,00159	0,0110	0,45
4	0,00176	0,0120	0,48

Tabela 5.15. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de bater palmas em laje maciça

Laje maciça - Ação de bater palmas			
Nó	Deslocamentos verticais (m)	Velocidades (m/s)	Acelerações verticais (m/s ²)
1	0,00072	0,00132	0,143
2	0,00107	0,00250	0,359
3	0,00202	0,00395	0,413
4	0,00243	0,00524	0,427

Tabela 5.16. Comparação das máximas respostas de acelerações entre laje aliviada com esferas ocas e maciça para ação de bater palmas.

Nó	Aceleração laje aliviada com esferas ocas (m/s ²)	Aceleração laje maciça (m/s ²)	Varição absoluta (m/s ²)	Varição relativa
1	0,24	0,143	0,097	40%
2	0,43	0,359	0,071	17%
3	0,45	0,413	0,037	8%
4	0,48	0,427	0,053	11%

Para o carregamento de bater palmas, observa-se que a laje maciça obtém melhor resposta dinâmica quando comparada com a laje aliviada com esferas ocas, conforme exposto na Tabela 5.16. A variação relativa entre as acelerações obtidas situa-se entre 8% e 40%. Adicionalmente, embora a laje maciça tenha obtido resposta dinâmica superior com relação às acelerações, todos os nós examinados de ambos os sistemas estruturais analisados alcançaram um nível de conforto adequado, conforme pode ser observado na Tabela 5.17.

Tabela 5.17. Limites normativos referente à ação de bater palmas.

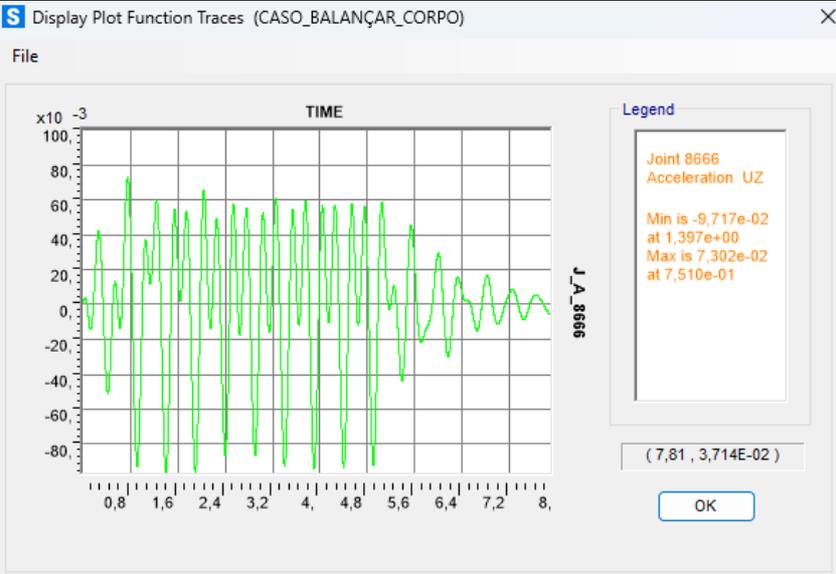
Laje aliviada com esferas ocas				
	Acelerações verticais (m/s ²)	Bachmann (1987)	Sétra/AFGG (2006)	CEB (1991)
Nó 1	0,24	Aceitável	Entre máximo e médio	Claramente perceptível
Nó 2	0,43	Aceitável	Entre máximo e médio	Claramente perceptível
Nó 3	0,45	Aceitável	Entre máximo e médio	Claramente perceptível
Nó 4	0,48	Aceitável	Entre máximo e médio	Claramente perceptível
Laje maciça com o mesmo momento de inércia				
Nó 1	0,143	Aceitável	Entre máximo e médio	Claramente perceptível
Nó 2	0,359	Aceitável	Entre máximo e médio	Claramente perceptível
Nó 3	0,413	Aceitável	Entre máximo e médio	Claramente perceptível
Nó 4	0,427	Aceitável	Entre máximo e médio	Claramente perceptível

Os resultados da análise da excitação externa de bater palmas estão registrados na Tabela 5.17, os quais evidenciam que os quatro nós examinados estão em conformidade com o critério de aceleração estabelecido por Bachmann (1987), mostrando que a estrutura apresenta aceleração abaixo de 5% da aceleração da gravidade (0,49 m/s²). Além disso, de acordo com a classificação do guia Sétra/AFGG (2006), as acelerações dos nós estão dentro dos níveis de conforto médio e máximo. Seguindo as diretrizes do boletim CEB (1991), a aceleração é perceptível, mas não causa desconforto para os usuários.

5.2.5. AÇÃO DE BALANÇAR O CORPO

Conforme a Tabela 3.1, o boletim CEB (1991) categorizou as atividades de balançar o corpo para representar uma situação típica de galeria de espectadores, seja sentado ou em pé. Essa definição pode ser aplicada a eventos sociais e shows, por exemplo. A Tabela 5.18 apresenta as respostas dinâmicas de aceleração nos quatro nós analisados neste trabalho.

Tabela 5.18. Respostas dinâmicas de aceleração para carregamento de balançar o corpo em laje aliviada com esferas ocas

Acelerações verticais para ação de balançar o corpo		
Nó	Valor máximo	Variação das acelerações verticais em função do tempo
1	0,09 m/s ²	

<p>2</p> <p>$0,26 \text{ m/s}^2$</p>	<p>0,</p>	
<p>3</p> <p>$0,34 \text{ m/s}^2$</p>		
<p>4</p> <p>$0,35 \text{ m/s}^2$</p>		

A Tabela 5.19 apresenta os resultados de deslocamentos, velocidades e acelerações, de forma resumida, para os quatro nós analisados no contexto do carregamento de balançar o corpo para laje aliviada com esferas ocas. A Tabela 5.20 apresenta os mesmos resultados, porém, para uma laje maciça com o mesmo momento de inércia. A comparação da resposta dinâmica entre os sistemas estruturais para a resposta de aceleração é mostrada na Tabela 5.21. Na

Tabela 5.22 os resultados classificados de acordo com limites normativos, em termos de conforto humano.

Tabela 5.19. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de balançar o corpo em laje aliviada com esferas ocas

Ação de balançar o corpo			
Nó	Deslocamentos verticais (m)	Velocidades (m/s)	Acelerações verticais (m/s ²)
1	0,0850	0,025	0,09
2	0,0111	0,028	0,26
3	0,0116	0,030	0,34
4	0,0125	0,037	0,35

Tabela 5.20. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de balançar o corpo em laje maciça

Laje maciça - Ação de balançar o corpo			
Nó	Deslocamentos verticais (m)	Velocidades (m/s)	Acelerações verticais (m/s ²)
1	0,00029	0,0068	0,03
2	0,00113	0,0193	0,15
3	0,00144	0,0255	0,27
4	0,00167	0,0318	0,29

Tabela 5.21. Comparação das respostas de acelerações entre laje aliviada com esferas ocas e maciça para ação de balançar o corpo.

Nó	Aceleração laje aliviada com	Aceleração laje maciça (m/s ²)	Varição absoluta (m/s ²)	Varição relativa
----	------------------------------	--	--------------------------------------	------------------

	esferas ocas (m/s ²)			
1	0,09	0,03	0,06	67%
2	0,26	0,15	0,11	42%
3	0,34	0,27	0,07	21%
4	0,35	0,29	0,06	17%

Ao avaliar as respostas ao carregamento gerado pelo balanço do corpo, constata-se que ambas as lajes apresentaram acelerações dentro do limite aceitável para o conforto humano. No entanto, a laje maciça mostrou uma resposta dinâmica superior em comparação à laje aliviada com esferas ocas, conforme indicado na Tabela 5.21. A diferença relativa entre as acelerações obtidas variou entre 17% e 67% a mais para a laje aliviada com esferas ocas. Dessa forma, a laje maciça obteve uma melhor resposta dinâmica em termos de acelerações. É importante ressaltar que todos os nós examinados em ambos os sistemas estruturais analisados alcançaram um nível de conforto adequado, como evidenciado na

Tabela 5.22.

A

Tabela 5.22 apresenta resultados da análise do carregamento de balançar o corpo, mostrando que os quatro nós analisados atendem ao requisito estabelecido por Bachmann (1987) em relação à aceleração, indicando que a estrutura apresenta uma aceleração abaixo de 0,49 m/s² (5% da aceleração da gravidade). Além disso, a classificação do guia Sétra/AFGG (2006) mostra que esses nós estão dentro dos níveis de conforto máximo e médio. De acordo com o boletim CEB (1991), a aceleração é perceptível, mas não causa desconforto aos usuários.

Tabela 5.22. Limites normativos referente à ação de balançar o corpo.

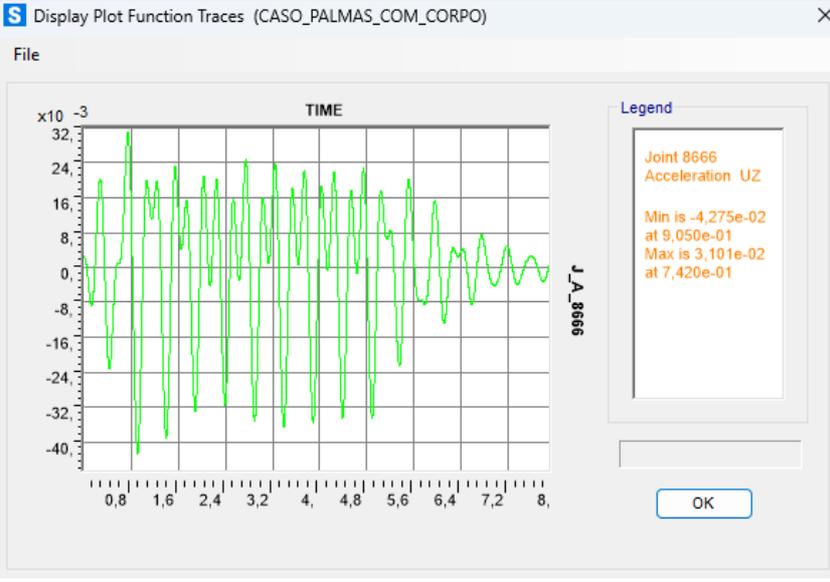
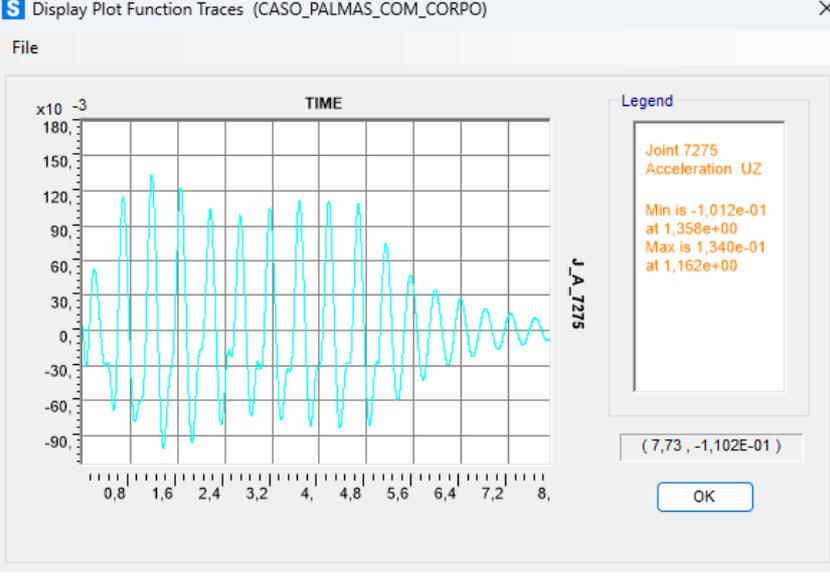
Laje aliviada com esferas ocas				
Nó	Acerações verticais (m/s ²)	Bachmann (1987)	Sétra/AFGG (2006)	CEB (1991)
1	0,09	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
2	0,26	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
3	0,34	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
4	0,35	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
Laje maciça com o mesmo momento de inércia				
1	0,03	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
2	0,15	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
3	0,27	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
4	0,29	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível

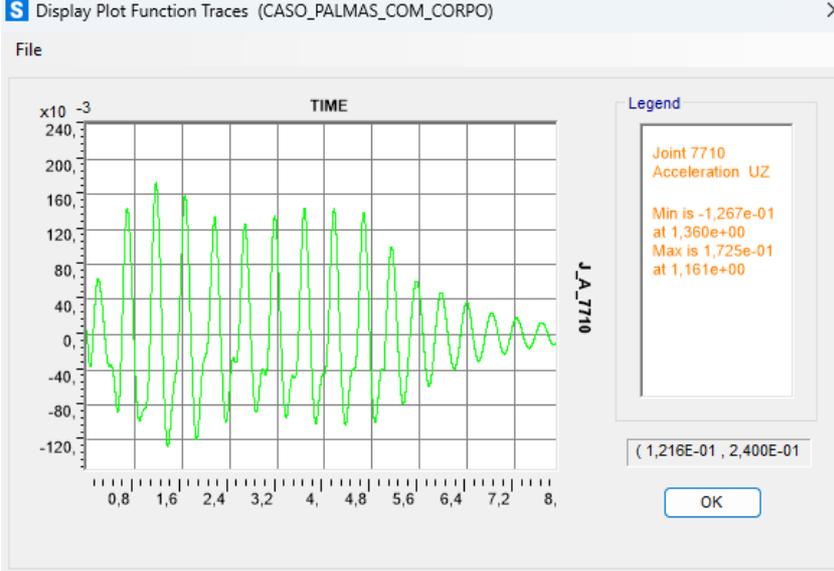
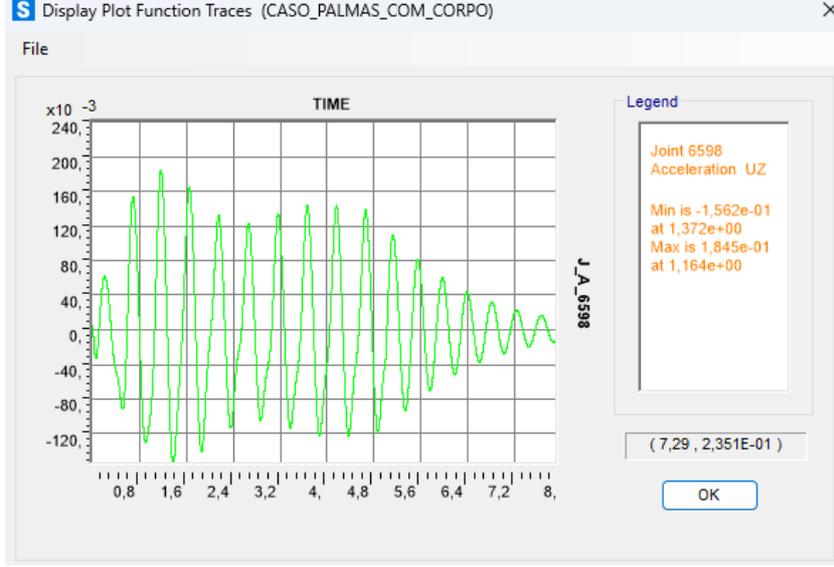
5.2.6. AÇÃO DE BATER PALMAS COM CORPO EM MOVIMENTO

O boletim CEB (1991), relacionou as atividades de bater palmas com o corpo em movimento para simular um ambiente de shows e galeria de expectadores com ou sem assentos fixos desenvolvendo atividades de aplausos rítmicos na altura do peito ou sobre a cabeça, enquanto balança verticalmente devido ao movimento dos joelhos, para frente e para trás, conforme exposto na Tabela 3.1. Como exemplo prático, pode-se citar shows de música pop ou *hard* pop com plateia entusiasmada. A

Tabela 5.23 apresenta as respostas dinâmicas de aceleração nos quatro nós analisados neste trabalho.

Tabela 5.23. Respostas dinâmicas de aceleração para carregamento de bater palmas com corpo em movimento

Aceleração para ação de bater palmas com corpo em movimento		
Nó	Valor máximo	Variação das acelerações verticais em função do tempo
1	0,04 m/s ²	
2	0,134 m/s ²	

3	0,17 m/s ²	
4	0,18 m/s ²	

A Tabela 5.24 apresenta os resultados de deslocamentos, velocidades e acelerações, de forma resumida, para os quatro nós analisados no contexto do carregamento de bater palmas com o corpo em movimento para laje aliviada com esferas ocas. A Tabela 5.25 apresenta os mesmos resultados, porém, para uma laje maciça com o mesmo momento de inércia. Para a ação de bater palmas com corpo em movimento, a laje aliviada com esferas ocas obteve uma resposta dinâmica superior, quando comparada à laje maciça, variando entre -34% a -66% em relação à aceleração para os nós analisados, conforme exposto na Tabela 5.26. Na Tabela 5.27, os resultados classificados de acordo com limites normativos, em termos de conforto humano.

Tabela 5.24. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de bater palmas com corpo em movimento em laje aliviada com esferas ocas

Ação de bater palmas com corpo em movimento			
Nó	Deslocamentos verticais (m)	Velocidades (m/s)	Acelerações verticais (m/s ²)
1	0,00026	0,0025	0,040
2	0,00125	0,0088	0,134
3	0,00159	0,0110	0,172
4	0,00176	0,0120	0,185

Tabela 5.25. Resumo das máximas respostas dinâmicas para ação de bater palmas com corpo em movimento em laje maciça

Laje maciça - Ação de bater palmas com corpo em movimento			
Nó	Deslocamentos verticais (m)	Velocidades (m/s)	Acelerações verticais (m/s ²)
1	0,000138	0,0017	0,065
2	0,000652	0,0055	0,180
3	0,000815	0,0070	0,232
4	0,000909	0,0085	0,287

Tabela 5.26. Comparação das respostas de acelerações entre laje aliviada com esferas ocas e maciça para ação de balançar o corpo.

Nó	Aceleração laje aliviada com esferas ocas (m/s ²)	Aceleração laje maciça (m/s ²)	Varição absoluta (m/s ²)	Varição relativa
1	0,04	0,065	-0,025	-63%
2	0,134	0,18	-0,046	-34%
3	0,172	0,232	-0,06	-35%
4	0,185	0,287	-0,102	-55%

Ao comparar a resposta dinâmica da laje maciça com a laje aliviada com esferas ocas, notou-se que, embora ambas atendam aos critérios de conforto, a Tabela 5.26 mostra que a laje aliviada com esferas ocas obtém vantagem por possuir acelerações ligeiramente inferiores, o que traz um nível maior de conforto. De igual modo, todos os nós da laje maciça analisados alcançaram um nível de conforto adequado, conforme pode ser observado na Tabela 5.27.

Tabela 5.27. Limites normativos referente à ação de bater palmas com corpo em movimento.

Laje aliviada com esferas ocas				
	Acelerações verticais (m/s ²)	Bachmann (1987)	Sétra/AFGG (2006)	CEB (1991)
Nó 1	0,040	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
Nó 2	0,134	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
Nó 3	0,172	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
Nó 4	0,185	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
Laje maciça com o mesmo momento de inércia				
Nó 1	0,065	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
Nó 2	0,180	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
Nó 3	0,232	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível
Nó 4	0,287	Aceitável	Conforto Máximo	Claramente perceptível

Os resultados da análise do carregamento de bater palmas com corpo em movimento contidos na Tabela 5.27 mostram que, em relação ao critério de aceleração, os quatro nós analisados atendem ao requisito estabelecido por Bachmann (1987), indicando que a estrutura apresenta aceleração abaixo de 5% da aceleração da gravidade (0,49 m/s²). Além disso, a classificação do guia Sétra/AFGG (2006) indica que esses nós estão dentro dos níveis máximos e médios de conforto. Em conformidade com o boletim CEB (1991), a aceleração é claramente perceptível, mas não causa desconforto aos usuários.

5.2.7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o estudo, verificou-se que apenas as atividades de pular e dançar geram acelerações perceptíveis pelos seres humanos, causando desconforto. De forma particular, a ação de pular foi classificada como perturbadora e/ou desagradável em todos os nós analisados, de acordo com o boletim CEB (1991).

Quanto à ação de dançar, ela foi classificada, em geral, como claramente perceptível e perturbadora nos nós de 1 a 4, de acordo com o mesmo boletim. Seguindo os parâmetros do guia Sétra/AFGG (2006), as acelerações causadas por essa atividade foram classificadas como estando em um nível entre médio e mínimo de conforto, o que reforça o desconforto para o usuário.

Outros carregamentos, como bater palmas, balançar o corpo e bater palmas com o corpo em movimento, não originaram acelerações que ultrapassam o limite de conforto estabelecido por nenhuma das referências, estando sempre abaixo de 5% da aceleração da gravidade, conforme proposto por Bachmann (1987).

Quanto aos deslocamentos verticais gerados por todas as excitações analisadas, nenhum ultrapassou os limites admissíveis recomendados pela NBR 6118 (2014), que limita o deslocamento em $l/350$, onde l é o vão. Seguindo esse parâmetro, para um vão de 12 metros, o limite seria de 3,42 cm, o que não foi atingido por nenhuma das atividades humanas analisadas.

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi realizada uma análise numérica de caráter dinâmico em uma laje aliviada com esferas ocas de grandes vãos localizada na cidade de Brasília. O *software* utilizado para a análise foi o SAP2000. Previamente à análise, foi conduzida uma pesquisa bibliográfica a fim de examinar os estudos em curso acerca das lajes aliviadas com esferas ocas bidirecionais. Verificou-se que esse campo de pesquisa é pouco explorado, e os estudos mais promissores se limitam apenas às lajes aliviadas unidirecionais, e, quando retratados no contexto de lajes bidirecionais no contexto da dinâmica, são pouco desenvolvidos, tornando necessária a presente pesquisa nesse campo do conhecimento.

Como é sabido, um dos motivos que contribuem para que as vibrações nas estruturas geradas por excitações humanas sejam significativas é que muitas estruturas têm frequências naturais baixas, às vezes próximas às faixas de frequência características de atividades humanas. Na análise modal da laje aliviada com esferas ocas do estudo de caso, confirmou-se que os doze primeiros modos de vibração têm frequências naturais abaixo de 5Hz, estando dentro da faixa de frequências características de atividades humanas.

Realizou-se um estudo sobre os movimentos humanos de pular, dançar, bater palmas, mexer o corpo e bater palmas com o corpo em movimento, bem como sobre os efeitos desses movimentos em estruturas, no contexto de carregamento dinâmico. Esse estudo permitiu conhecer os parâmetros que caracterizam esse carregamento, sua formulação matemática e, conseqüentemente, sua implementação computacional de modo a representar a realidade o mais fielmente possível.

Desenvolveu-se um modelo numérico preciso, de modo a representar uma laje aliviada com esferas ocas bidirecional. Para validação do modelo, utilizou-se os resultados experimentais obtidos por Madih e Mohammed (2021) para comparação das respostas modais. Os resultados numéricos e experimentais obtiveram uma diferença de apenas 0,60% em relação à frequência natural do primeiro modo de vibração, sendo este modelo construído com o elemento *shell layered*. Com a construção de uma modelagem precisa, deu-se início a etapa de análise

dinâmica do estudo de caso, a qual dividiu-se em análise modal e análise das respostas dinâmicas da laje aliviada com esferas ocas.

Na primeira etapa, realizou-se a análise modal da laje aliviada com esferas ocas, permitindo conhecer os doze primeiros modos de vibração e suas respectivas frequências naturais. Constatou-se que todos os modos de vibração da laje aliviada com esferas ocas são de flexão. O primeiro modo de vibração possui frequência natural associada a 2,44 Hz, o que a torna bastante suscetível a vibrações humanas, já que os carregamentos dinâmicos aplicados têm frequências características próximas a esse valor.

É importante mencionar que o primeiro modo de vibração da estrutura causa um deslocamento vertical da laje na região de maior vão (12 metros entre apoios), resultando em um modo de flexão vertical. As ações humanas foram aplicadas uniformemente nesta laje provocando uma excitação significativa na laje aliviada com esferas ocas, especialmente para as atividades de pular e dançar.

Na segunda etapa, análise das respostas dinâmicas às ações externas humanas, aplicou-se à laje aliviada com esferas ocas cinco modalidades de excitações, sendo elas: pular, dançar, bater palmas, mexer o corpo e bater palmas com corpo em movimento. Escolheu-se quatro nós para análise, sendo eles do menor ao mais crítico na região da laje analisada.

Para a atividade de pular, os nós avaliados na laje aliviada com esferas ocas excederam os 5% da aceleração gravitacional ($0,49 \text{ m/s}^2$), estabelecidos por Bachmann (1987), com resultados de aceleração que variam de $0,58 \text{ m/s}^2$ a $1,34 \text{ m/s}^2$, para os nós 1 a 4, respectivamente. A classificação de conforto segundo o guia Sétra/AFGG (2006) varia entre mínimo e inaceitável em todos os nós. O boletim CEB (1991) classifica todos os casos como perturbador e/ou desagradável, indicando que a atividade de pular não atende aos critérios de resposta dinâmica para o conforto do usuário, sendo claramente percebida e causando grande desconforto, superando, no pior caso, em 273% o limite aceitável estabelecido por Bachmann (1987).

Ao aplicar o carregamento de pular em uma laje maciça com o mesmo momento de inércia, para fins comparativos, observou que a aceleração obteve um incremento expressivo, chegando a $6,62 \text{ m/s}^2$ no pior caso, o que pode ser explicado pela proximidade da frequência natural de 3,54 Hz relativa ao primeiro modo estar muito próxima da frequência característica da ação de pular: 3 Hz. Outro fator que pode ter contribuído é a condição de carregamento que considera

o pior caso possível, com todas as pessoas em sincronia e distribuídas ao longo de toda a área da laje analisada.

Para a excitação causada pelo carregamento de dançar, as acelerações nos nós 1 e 2 atendem ao critério de aceleração de Bachmann (1987) e estão dentro dos níveis máximos e médios de conforto segundo o guia Sétra/AFGG (2006), além de não haver desconforto aos usuários de acordo com o boletim CEB (1991).

Entretanto, nos nós 3 e 4 obtiveram-se acelerações que ultrapassam o limite de Bachmann e estão em nível médio de conforto mínimo. O boletim CEB (1991) classifica a experiência da aceleração experienciada como perturbadora e/ou desagradável. Dessa forma, embora a atividade de dançar seja menos problemática em termos de conforto dos usuários, em determinados locais da laje aliviada com esferas ocas existe a possibilidade de os critérios de conforto não serem atendidos.

Ao aplicar a excitação de dançar na laje maciça de referência, observou um padrão de comportamento muito similar, em que os resultados correspondentes ao nó 1 e 2 atendem aos critérios normativos adotados, enquanto os dos nós 3 e 4 excedem aos mesmos limites definidos.

Os resultados da análise da excitação externa de bater palmas, mexer o corpo e bater palmas com o corpo em movimento indicam que os quatro nós examinados apresentam acelerações em conformidade com o critério de aceleração estabelecido por Bachmann (1987), abaixo de 5% de g ($0,49 \text{ m/s}^2$). De acordo com a classificação do guia Sétra/AFGG (2006), as acelerações geradas estão entre dos níveis de conforto médio e máximo. Seguindo as diretrizes do boletim CEB (1991), a aceleração é perceptível, mas não causa desconforto aos usuários.

Ao ser aplicado os carregamentos de bater palmas, mexer o corpo e bater palmas com o corpo em movimento na laje maciça de referência, observa-se que os critérios de limites normativos adotados neste trabalho também são atendidos.

Em conclusão, os resultados da análise da excitação de pular e dançar evidenciaram que a estrutura não atendeu aos critérios de conforto estabelecidos pelos guias e normas utilizados, limitando sua utilização em determinadas situações. Entretanto, é importante destacar que a estrutura em laje aliviada com esferas ocas, embora também não tenha atendido aos critérios normativos, apresentou uma resposta dinâmica em serviço superior (valores de acelerações

menores) quando comparada à estrutura em laje maciça com o mesmo momento de inércia especificamente para a ação de pular, sendo classificada como perturbador/desagradável para laje aliviada, enquanto a laje maciça foi classificada como intolerável, de acordo com os limites do boletim CEB (1991).

Além disso, os demais resultados, tais como bater palmas, mexer o corpo e bater palmas com o corpo em movimento, mostraram que a laje aliviada com esferas ocas, bem como a laje maciça comparativa, atende aos limites normativos em relação ao conforto humano de referência desta pesquisa. Portanto, do ponto de vista da dinâmica estrutural, a estrutura em laje aliviada com esferas ocas pode ser uma alternativa viável para a construção civil. No entanto, é importante ressaltar que, na fase de projeto, é necessário controlar as características dinâmicas para prever os possíveis comportamentos futuros, como por exemplo, aumentar a rigidez da laje, de modo a elevar os valores das frequências naturais, modificar as características físicas ou geométricas e, conseqüentemente, reduzir a tendência a vibrações indesejadas.

Os resultados deste trabalho indicam que ainda há muito espaço para o desenvolvimento de pesquisas sobre a análise dinâmica em lajes aliviadas com esferas ocas para que, na melhor das hipóteses, sejam estabelecidos parâmetros de controle específicos deste sistema construtivo com força de normativa técnica.

6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A seguir são apresentadas algumas sugestões para possíveis continuação deste estudo:

- Diversificação dos carregamentos dinâmicos aplicados, considerando deslocamentos espaciais, como caminhar e correr. Sugere-se também avaliação do comportamento dinâmico da laje aliviada com esferas ocas em carregamentos de impacto.
- Realizar a aplicação do carregamento dinâmico com pessoas não sincronizadas, pois, embora essa representação não retrate a situação mais desfavorável, será útil para entender como uma laje aliviada com esferas ocas se comporta em condições de carregamentos mais prováveis de ocorrer.
- Aprofundar o estudo sobre a modelagem do carregamento dinâmico, a fim de compreender melhor os parâmetros envolvidos, especialmente o "tempo de contato" e

o "coeficiente de impacto", e como são influenciados pela rigidez da estrutura e pela quantidade de pessoas envolvidas na atividade.

- Medir in loco os parâmetros modais e as respostas dinâmicas da laje em estudo e compará-los com resultados numéricos.
- Realizar análises comparativas do sistema construtivo em laje aliviada com esferas ocas em outros edifícios com outros vãos, concepções estruturais e condições de contorno distintas, de modo a ampliar seu entendimento no campo da dinâmica estrutural.
- Avaliar a resposta dinâmica desta estrutura com relação a outras normas não abordadas neste trabalho.
- Avaliar uma laje aliviada com esferas ocas em concreto protendido, uma vez que a aplicação da protensão altera o parâmetro de amortecimento, devido à redução, ou mesmo inibição, da fissuração do concreto, ao passo que também reduz a espessura da laje, tornando-a mais suscetível ainda ao fenômeno de vibrações indesejadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT NBR 6118. **Projeto de estruturas de concreto armado- Procedimento**. [S.l.]: Norma Brasileira, 2014.

ASCE - AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures**. Structural Engineering Institute. Reston, Virginia, p. 975. 2022. (978-0-7844-1578-9).

BACHMANN, H. **VIBRATION PROBLEMS IN STRUCTURES - PRACTICAL GUIDELINES**. BASEL, BOSTON, BERLIN, BIRKHAUSER: Hugo Bachmann, 1995.

BACHMANN, H.; AMMANN, W. **VIBRATIONS IN STRUCTURES INDUCED BY MAN AND MACHINES**. ZURICH: IABSE, 1987.

BUBBLEDECK BRASIL. Informações Técnicas: Bubbledeck. **Site da Bubbledeck Brasil**, 2020. Disponível em: <<https://www.bubbledeck.com.br/informacoes-tecnicas/>>. Acesso em: 4 Abril 2021.

CEB. **Vibration Problems in Structures. Practical Guidelines. Bulletin D'Information N° 209**. Comité European du Béton. Zurich. 1991.

CHEN, J.; XU, R.; ZHANG, M. Acceleration response spectrum for predicting floor vibration due to occupant walking. **Journal of Sound and Vibration**, n. 333, p. 3564–3579, 2014.

CSI PORTUGAL. CSI Portugal, 2021. Disponível em: <<https://www.csiportugal.com/software-features/2/sap2000#:~:text=O%20SAP2000%20inclui%20modelos%20param%C3%A9tricos,estruturas%20de%20barragens%20e%20tubos.>>. Acesso em: 11 Abril 2021.

FAISCA, R. G.; ROITMAN, N.; MAGLUTA, G. Comparação Numérica-Experimental da Resposta de uma Estrutura Submetida a Carregamento de Multidão. **In: Anais da XXX Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural**, Brasília - DF, n. Nov., nOV. 2003.

SCHNELLENCABH-HELD, M. PFEFFER, K. BubbleDeck. Design of Biaxial Hollow Slabs. **Annual Journal on Concrete and Concrete Structures**, v. 14, 1999.

LAI, T. Structural Behavior of BubbleDeck*Slabs And Their Application to Lightweight Bridge Decks. **Massachusetts Institute of Technology**, Cambridge, p. 1-42, Junho 2010.

LIU, F.; BATTINI, J.-M.; PACOSTE, C. Experimental and Numerical Dynamic Analyses of Hollow Core Concrete Floors. **Structures**, p. 12, 2017.

LIU, F.; BATTINI, J.-M.; PACOSTE, C. Finite-shell-element models for the dynamic analysis of hollow-core concrete floor. **Magazine of Concrete Research**, p. 519-532, 2018.

LIU, F.; BATTINI, J.-M.; PACOSTE, C. Experimental and numerical analyses of single pedestrian walking on a hollow core concrete floor. **International Journal of Civil Engineering**, p. 1201-1209, 2019.

LIU, F.; BATTINI, J.-M.; PACOSTE, C. Experimental and Numerical Analyses of the Dynamic Behaviour of Hollow-Core Concrete Floors. **KTH Royal Institute of Technology**, p. 83, 2020.

MAHDI, A. S.; MOHAMMED, S. D. Experimental and Numerical Analysis of Bubbles Distribution Influence in BubbleDeck Slab under Harmonic Load Effect. **Engineering, Technology & Applied Science Research**, 11, n. 1, 2021. 6645-6649.

PAN, T.; ASCE, M.; YOU, X.; LIM, LC. Evaluation of floor vibration in a biotechnology laboratory caused by human walking. **ASCE J Perform Constr Facil**, v. 22, 2008. ISSN [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0887-3828\(2008\)22:3\(122\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0887-3828(2008)22:3(122)).

SÉTRA. **Technical guide - Footbridges - Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading**. France: [s.n.], 2006.

SCHNELLENBACH-HELD, M.; PFEFFER, K. Punching behavior of biaxial hollow slabs. **Cement & Concrete Composites**, Institute for Concrete Structures and Materials, Darmstadt, Germany, 2002.

TEJA, P. PRABHU; KUMAR, P. VIJAY; ANUSHA, S.; MOUNIKA, CH.; SAHA, PURNACHANDRA. Structural Behavior of Bubble Deck Slab. **IEEE-International Conference On Advances In Engineering, Science And Management (ICAESM-2012., Nagapattinam, Tamil Nadu, India., Mar 2012. 383-388.**

VARGHESE., P. J.; GEORGE, M. Parametric Investigation on the Seismic Response of Voided and Solid Flat Slab Systems. **IJSET - International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology**, 3 March 2018. Vol 5.

ZIVANOVIC, S.; PAVIC, A.; REYNOLDS, P. Vibration Serviceability of Footbridges Under Human-Induced Excitation: A Literature Review. **Journal of Sound and Vibration**, 2005. 1-74.