

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ESTUDO DO CARREGAMENTO DIAGONAL E DA REDUÇÃO
DO CUSTO COMPUTACIONAL NO PROCESSAMENTO
DE ARRANJOS DE ANTENAS**

Filipe de Castro Borges da Silveira

Brasília, novembro de 2018

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

ESTUDO DE CARREGAMENTO DIAGONAL E REDUÇÃO DO
CUSTO COMPUTACIONAL NO PROCESSAMENTO ADAPTATIVO
DE ARRANJO DE ANTENAS

FILIPE DE CASTRO BORGES DA SILVEIRA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

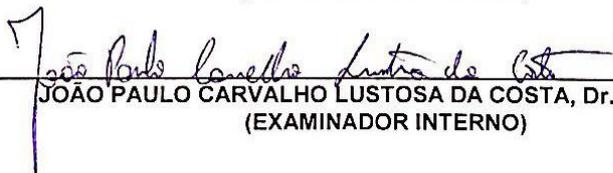
APROVADA POR:



JOÃO YOSHIYUKI ISHIHARA, Dr., ENE/UNB
(PRESIDENTE)



ALEXANDRE PIMENTEL MENDONÇA, Dr., IME
(EXAMINADOR EXTERNO)



JOÃO PAULO CARVALHO LUSTOSA DA COSTA, Dr., ENE/UNB
(EXAMINADOR INTERNO)

Brasília, 16 de novembro de 2018.

FICHA CATALOGRÁFICA

SILVEIRA, FILIPE DE CASTRO BORGES DA

Estudo do Carregamento Diagonal e da Redução do Custo Computacional no
Processamento de Arranjo de Antenas. [Distrito Federal] 2018.

xxiii, 98p., 297 mm (ENE/FT/UnB, Mestre, Engenharia de Sistemas Eletrônicos e
Automação, 2018). Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília.
Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Elétrica.

- | | |
|----------------------------------|---------------------------|
| 1. <i>Beamforming</i> adaptativo | 2. Algoritmos adaptativos |
| 3. LSMI | 4. Erro de recepção |
| I. ENE/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SILVEIRA, F. C. B. (1999). Estudo do Carregamento Diagonal e da Redução do Custo Computacional no Processamento de Arranjo de Antenas. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Sistemas Eletrônicos e Automação, Publicação PPGEA.DM - 709/2018, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 134p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Filipe de Castro Borges da Silveira.

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Estudo do Carregamento Diagonal e da Redução do Custo Computacional no Processamento de Arranjo de Antenas.

GRAU / ANO: Mestre / 2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Filipe de Castro Borges da Silveira
Departamento de Engenharia Elétrica - ENE
Campus Darcy Ribeiro, Faculdade de Tecnologia - FT
70.919-970 Brasília - DF - Brasil.

Se eu vi mais longe, foi por estar sobre ombros de gigantes.

Sir Isaac Newton

Dedicatória

Dedico este trabalho ao meu pai, João Eustáquio da Silveira, cujos ensinamentos, apoio incondicional e motivação me fizeram a pessoa que sou hoje.

Filipe de Castro Borges da Silveira

Agradecimentos

A presente dissertação de mestrado não poderia chegar a bom porto sem o precioso apoio de várias pessoas.

Em primeiro lugar, agradeço à minha orientadora, Professora Doutora Mylène Christine Queiroz de Farias, pela paciência e presteza durante esses dois anos.

Não posso deixar de agradecer ao meu co-orientador, Professor Doutor Ricardo Zelenovsky, por toda a paciência, empenho e sentido prático com que sempre me orientou neste trabalho. Muito obrigado por me ter corrigido quando necessário buscando sempre me motivar e sendo bastante solícito e atencioso durante todo o mestrado.

Agradeço enormemente ao meu pai por sempre ter me apoiado e me encorajado durante todo esse tempo e por ter sido a ótima influência em minha vida, tendo me encorajado a estudar e perseguir aquilo que desejo. Sem ele, eu não teria chegado aqui.

Desejo igualmente agradecer à minha namorada, Isadora Pimenta de Araujo, por todo apoio, compreensão e sugestões que fizeram este trabalho se tornar ainda melhor.

Agradeço aos funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica, que foram sempre prestativos e me auxiliaram com os processos do mestrado.

Agradeço ao meu professor de wushu, Alessandro Neves de Souza, por me ensinar a ter disciplina e perseverança desde os meus 14 anos de idade.

Por último, quero agradecer à minha família e meus amigos pelo apoio que me deram, especialmente Robson, Viviane, Henrique, Luan e Juliana. Sem aqueles momentos de descontração, fazer esse trabalho não teria sido tão prazeroso e gratificante quanto ele foi.

Filipe de Castro Borges da Silveira

RESUMO

ESTUDO DO CARREGAMENTO DIAGONAL E DA REDUÇÃO DO CUSTO COMPUTACIONAL NO PROCESSAMENTO DE ARRANJO DE ANTENAS

Autor: Filipe de Castro Borges da Silveira

Orientadora: Mylène Christine Queiroz de Farias

Programa de Pós-graduação em Engenharia de Sistemas Eletrônicos e Automação

Brasília, novembro de 2018

Diversas aplicações utilizam arranjos de sensores, por exemplo: radares; sonares; comunicações *wireless*; e aplicações de conformação de feixe - também conhecido *beamforming*, em inglês. Isso porque, com eles, é possível se obter diversas vantagens: ganhos de arranjo; rejeições de interferências; eficiência de potência ao maximizar a do sinal-de-interesse e minimizar as dos sinais interferentes; etc. Quando se trata de *beamforming* especificamente, o arranjo a ser utilizado pode conter um número elevado de elementos, o que acaba aumentando a quantidade de dados a serem processados e, conseqüentemente, o custo computacional.

O objetivo principal desse trabalho é desenvolver formas de se reduzir essa complexidade computacional afetando, no mínimo possível, o desempenho do algoritmo. Já os objetivos específicos incluem: propor valores ótimos para determinados parâmetros do algoritmo utilizado no *beamformer* em questão; analisar o erro nos *bits* recebidos de acordo com adaptações intermitentes; e analisar o comportamento de algoritmos que estimam e re-estimam a direção-de-chegada dos sinais a partir de métodos consagrados.

O algoritmo SMI - *sample matrix inversion*¹ - utiliza das amostras colhidas na fase de treinamento para estimar a matriz de autocorrelação do sinal de interesse; já o LSMI - *loaded sample matrix inversion*² - utiliza um fator de carga γ para carregar a diagonal, porém o valor ótimo para esse parâmetro não está bem definido na literatura. Por isso, um estudo sobre o fator de carga γ do algoritmo LSMI é feito. Na literatura, apresentam-se dois valores para esse parâmetro que proveem bom desempenho para o algoritmo. No entanto, verifica-se que, a depender do cenário, ele pode sofrer variações e não corresponder a esse dois valores sugeridos. Dessarte, faz-se um estudo acerca dos melhores valores do fator de carga γ conforme diferentes parâmetros são variados: número de antenas; número de sinais interferentes; potência do ruído ambiente; e incerteza na direção-de-chegada do sinal.

O fator responsável pela maior parcela do custo computacional inerente aos algoritmos que se utilizam de matrizes de auto-correlação amostrais é justamente calcular essa matriz. Muitas das

¹Inversão de matriz amostral, em português.

²Inversão de matriz amostral carregada, em português.

vezes, a diferença entre essas matrizes para adaptações sucessivas é pequena de forma que manter a matriz calculada anteriormente não degrada tão significativamente o desempenho do algoritmo. Por isso, algoritmos que a recalculam essas matrizes apenas quando ela já não estiver provendo desempenho satisfatório são desenvolvidos neste trabalho.

Duas soluções em *beamforming* são interessantes: DS - *delay-and-sum*³ - pela simplicidade; LSMI pela robustez. Então, desenvolve-se um *beamformer* capaz de chavear entre os métodos de forma a reduzir o custo computacional quando o cenário estiver mais favorável e manter o desempenho quando o cenário estiver mais desfavorável. Duas situações são tratadas: quando a direção-de-chegada do sinal é fixa - não há ruído nela - e quando há incerteza na direção-de-chegada e ela é variada aleatoriamente dentro de uma faixa designada - há ruído nela.

Analisa-se também os casos em que a direção-de-chegada do sinal varia conforme o tempo e o *beamformer* tenta re-estimá-la quando o erro atinge determinado patamar. As adaptações são feitas em todas as iterações ou de acordo com o erro de recepção.

O método WL é conhecido por prover ganhos em desempenho de sistemas de *beamforming* e, por isso, ele é testado em algoritmos já consagrados: DS; SMI; e LSMI. Dois cenários em relação à direção-de-chegada são tratados aqui: sem incertezas; e com incertezas. Curvas e dados estatísticos são levantados das simulações para se analisar as consequências nos comportamentos dos algoritmos.

³Atraso-e-soma, em português.

ABSTRACT

ANALYSIS OF DIAGONAL LOADING AND COMPUTATIONAL COST REDUCTION IN ANTENNA ARRAYS PROCESSING

Author: Filipe de Castro Borges da Silveira

Supervisor: Mylène Christine Queiroz de Farias

Programa de Pós-graduação em Engenharia de Sistemas Eletrônicos e Automação

Brasília, november of 2018

Various applications use sensor arrays: radars; sonars; wireless communications; beamforming; etc. With them, it is possible to obtain numerous advantages: signal gain; interference rejection; power efficiency; etc. In the case of beamforming specifically, depending on the size of the used array, it may be formed by a great number of elements, which means the data to be processed increases and, therefore, the computational cost.

The main objective is to develop ways to reduce this computational complexity while affecting the performance of the algorithm as less as possible. Now, the specific objectives include: suggest optimal values for determined parameters of the algorithm; analyze the error in the received bits according to the intermittent adaptations; analyze the way the algorithms that recalculate the direction-of-arrival of the signals using established methods behave.

A study about the loading factor γ of the LSMI algorithm is done. In literature, two values which provide good performance to the algorithm are presented for this parameter. However, it is verified that, depending on the scenario, the parameter can vary and not correspond to these two suggested values. Therefore, a study is done concerning the best values for the loading factor γ as different parameters are varied: number of antennas; number of interfering signals; ambient noise power; and direction-of-arrival uncertainty of the signal. It is noted that various optimal values can be established.

The factor responsible for the biggest share of computational cost inherent to the algorithms that use autocorrelation sample matrices is the calculation of this matrix. Frequently, the difference between two subsequent matrices is so small that keeping the last calculated matrix do not degrade the algorithm performance so significantly. For this reason, algorithms that recalculate the matrix only when it is not providing satisfactory performance are developed in this dissertation. Two criteria for the error - treated as reception error - are set: real; complex.

There are two particular solutions in beamforming: DS for its simplicity; LSMI for its robustness. Then, a beamformer capable of switching between the two methods is developed in order to reduce the computational cost when the scenario is propitious and keep the performance when

the scenario is adverse. Two situations are studied: when the direction-of-arrival of the signal is fixed - there is no noise in it -; and when it changes randomly within a designated interval - there is noise in it.

It is analyzed two cases in which the direction-of-arrival of the signal is varied according to time and the beamformer tries to re-estimate it when the error reached a certain level. The adaptations are done in all iterations or according to the reception error.

The WL method is known to provide gains in the performance of beamforming systems and, therefore, it is tested in well-known algorithms: DS; SMI; and LSMI. Two scenarios treating the direction-of-arrival are analyzed here: with no uncertainties; with uncertainties. Graphics and statistical data are drawn from the simulations in order to analyze the consequences in the behaviors of the algorithms.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	3
1.3	OBJETIVOS DO PROJETO	3
1.4	METODOLOGIA	3
1.5	APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	4
1.6	PUBLICAÇÕES	4
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1	INTRODUÇÃO	7
2.2	EQUACIONAMENTO DE UM ARRANJO LINEAR DE SENSORES	9
2.3	ALGUMAS TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO DA DIREÇÃO-DE-CHEGADA	14
2.3.1	MÉTODO ATRASO-E-SOMA	14
2.3.2	MÉTODO CAPON	16
2.3.3	MÉTODO MUSIC	17
2.4	<i>Beamforming</i>	18
2.5	<i>Beamforming</i> ADAPTATIVO	20
2.5.1	SOLUÇÃO DE WIENER PARA ARRANJO DE SENSORES	21
2.5.2	SOLUÇÃO MVDR	23
2.5.3	SINR ÓTIMA	24
2.5.4	ALGORITMO LMS	25
2.5.5	ALGORITMO RLS	26
2.5.6	ALGORITMO SMI	27
2.6	<i>Beamforming</i> ADAPTATIVO ROBUSTO	28
2.6.1	ALGORITMO LSMI	28
2.6.2	TÉCNICA <i>Widely Linear</i>	29
2.6.3	GERAÇÃO DE DADOS PARA TRATAMENTO ROBUSTO	30
3	ANÁLISE DO FATOR DE CARGA γ	31
3.1	INTRODUÇÃO	31
3.2	ANÁLISE DOS ALGORITMOS DS, SMI E LSMI COM RELAÇÃO AO FATOR DE CARGA γ	31
3.3	RELAÇÃO DO FATOR DE CARGA γ COM DEMAIS PARÂMETROS	34
3.3.1	FATOR DE CARGA γ X NÚMERO DE ANTENAS	36
3.3.2	FATOR DE CARGA γ X NÚMERO DE SINAIS INTERFERENTES	37

3.3.3	FATOR DE CARGA γ X POTÊNCIA DO RUÍDO AMBIENTE	38
3.3.4	FATOR DE CARGA γ X INCERTEZA NA DOA DO SOI	38
3.4	CONCLUSÃO.....	39
4	CONTRIBUIÇÃO PARA REDUÇÃO DA CARGA COMPUTACIONAL	41
4.1	INTRODUÇÃO	41
4.2	ERRO DE RECEPÇÃO.....	41
4.3	ALGORITMOS COM CRITÉRIOS PARA ADAPTAÇÃO.....	43
4.3.1	CRITÉRIO REAL	44
4.3.2	CRITÉRIO COMPLEXO	44
4.4	SOBRE AS SIMULAÇÕES.....	45
4.4.1	SIMULAÇÕES COM CRITÉRIO REAL.....	46
4.4.2	SIMULAÇÕES COM CRITÉRIO COMPLEXO	48
4.5	CONCLUSÃO.....	49
5	MELHORA DE DESEMPENHO POR COMPOSIÇÃO DE ALGORITMOS..	51
5.1	INTRODUÇÃO	51
5.2	<i>Beamformer</i> S-DS-LSMI CHAVEADO.....	51
5.2.1	DOA SEM RUÍDO	53
5.2.2	DOA COM RUÍDO	56
5.3	CONCLUSÃO.....	60
6	BEAMFORMERS POR ERRO DE RECEPÇÃO COM RE-ESTIMAÇÃO DE DOA	61
6.1	INTRODUÇÃO	61
6.2	<i>Beamformers</i> COM RE-ESTIMAÇÃO ITERATIVA DE DOA	61
6.3	LSMI COM ESTIMAÇÃO MUSIC DE DOA	64
6.3.1	ADAPTAÇÃO DA DOA EM TODAS AS ITERAÇÕES.....	65
6.3.2	ADAPTAÇÃO DA DOA DE ACORDO COM O ERRO DE RECEPÇÃO	68
6.4	CONCLUSÃO.....	71
7	BEAMFORMERS COM MÉTODO WIDELY LINEAR	73
7.1	INTRODUÇÃO	73
7.2	ALGORITMOS.....	73
7.3	SIMULAÇÕES	75
7.3.1	SEM INCERTEZAS NA DOA	75
7.3.2	COM INCERTEZAS NA DOA	78
7.4	CONCLUSÃO.....	84
8	CONCLUSÕES	87

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... 90

LISTA DE FIGURAS

2.1	Exemplos de diferentes arranjos de sensores em que cada ponto representa uma sensor.	8
2.2	Esquema de ULA com M antenas (sensores) e sinal incidindo em θ graus.....	10
2.3	Esquema de um ULA com um único sinal incidindo em θ graus.	11
2.4	Esquema de um ULA em que os sinais são captados pelas antenas e ponderados segundo os pesos w_i para se gerar a saída.	19
2.5	Esquema de um <i>beamformer</i> adaptativo.	21
2.6	Esquema de uma transmissão em modulação BPSK.....	30
3.1	Os espectros de DOA para os cinco métodos analisados.	33
3.2	Espectros espaciais superpostos para os cinco casos.....	34
3.3	SINR média após 1.000 amostras.....	35
3.4	SINR média de acordo com a variação do número de antenas.	36
3.5	SINR média de acordo com a variação do número de sinais interferentes.....	37
3.6	SINR média de acordo com a variação da potência do ruído ambiente.	38
3.7	SINR média de acordo com a variação da incerteza na DOA do SOI.	39
4.1	Dois casos hipotéticos de recepção e os erros de recepção (REr).....	43
4.2	Critério para cálculo do REr utilizado a parte real dos sinais recebidos.....	44
4.3	Critério para adaptação utilizado REr.....	45
5.1	Critério para decisão entre os métodos DS e LSMI.	52
5.2	SINR para os <i>beamformers</i> (a) S-DS-LSMI e (b) H-DS-LSMI.	56
5.3	SINR para os <i>beamformers</i> quando a DOA é corrompida por ruído para o (a) S-DS-LSMI e o (b) H-DS-LSMI.....	59
6.1	Exemplo de diagrama de DOA para alguns métodos adaptativos.....	62
6.2	Diagramas de DOA para LSMI com diferentes números de antenas.	63
6.3	Exemplo de desempenho de SINR para algoritmo LSMI em ULA com diferentes números de elementos.	64
7.1	Valores de SINR para os métodos: (a) DS; (b) SMI; (c) LSMI 1; e (d) LSMI 2.	75
7.2	Valores de SINR para os métodos: (a) DS+WL; (b) SMI+WL; (c) LSMI 1+WL; e (d) LSMI 2+WL.	76
7.3	SINR para os métodos: (a) DS; (b) SMI; (c) LSMI 1 - $\gamma = 2\sigma_n^2$; e (d) LSMI 2 - $\gamma = 10\sigma_n^2$	79
7.4	Valores de SINR para os métodos: (a) DS+WL; (b) SMI+WL; (c) LSMI 1+WL; e (d) LSMI 2+WL.	80

7.5	(a)	82
7.6	(b)	82
7.7	Valores de SINR para os métodos: (a) LSMI 2+MUSIC; (b) LSMI 2+MUSIC+WL.	82

LISTA DE TABELAS

4.1	Adaptação REAL para o algoritmo SMI.....	47
4.2	Adaptação REAL para o algoritmo LSMI.....	47
4.3	Adaptação COMPLEXA para o algoritmo SMI.	48
4.4	Adaptação COMPLEXA para o algoritmo LSMI.	49
5.1	Desempenho dos algoritmos S-DS-LSMI e H-DS-LSMI com ULA de 32 elementos, considerando-se a DOA constante e variando-se a potência do interferidor.	54
5.2	Desempenho dos algoritmos S-DS-LSMI e H-DS-LSMI com ULA de 64 antenas, considerando-se a DOA constante e variando-se a potência do interferidor.....	55
5.3	Desempenho dos algoritmos S-DS-LSMI e H-DS-LSMI com um ULA de 32 antenas quando a DOA está corrompida por ruído e variando-se a potência do interferidor.....	57
5.4	Desempenho dos algoritmos S-DS-LSMI e H-DS-LSMI com um ULA de 64 antenas quando a DOA está corrompida por ruído e variando-se a potência do interferidor.....	58
5.5	Porcentagem de ocorrências de SINR acima de 10 dB e SINR média de acordo com as 2.000 amostras dos <i>beamformers</i>	59
6.1	Valores de SINR e porcentagem de erro de <i>bit</i> para o <i>beamformer</i> SEM correção de extremidades.	66
6.2	Valores de SINR e porcentagem de erro de <i>bit</i> para o <i>beamformer</i> COM correção de extremidades para 30°.	67
6.3	Valores de SINR e porcentagem de erro de <i>bit</i> para o <i>beamformer</i> COM correção de extremidades para o último valor de DOA estimado.	67
6.4	Valores de SINR e porcentagem de erro de <i>bit</i> para o <i>beamformer</i> SEM correção de extremidades.	68
6.5	Valores de SINR e porcentagem de erro de <i>bit</i> para o <i>beamformer</i> COM correção de extremidades para 30°.	69
6.6	Valores de SINR e porcentagem de erro de <i>bit</i> para o <i>beamformer</i> COM correção de extremidades para último valor de DOA estimado.	70
7.1	Valores ótimos em dB de SINR para os métodos clássicos e conjugados com o WL.	74
7.2	Médias e desvios-padrão para a SINR de cada método quando não há incertezas na DOA.	77
7.3	Valores de SINR para cada método clássico e com WL conjugado à medida que se varia a variância do interferidor sem incertezas na DOA.....	78

7.4	Médias e desvios-padrão para a SINR de cada método quando há incertezas na DOA.	82
7.5	Valores de SINR para cada método clássico e com WL conjugado à medida que se varia a variância do interferidor com incertezas na DOA.	83
7.6	Valores de SINR para o LSMI com MUSIC e com MUSIC e WL à medida que se varia a variância do interferidor com incertezas na DOA.	84

Lista de Símbolos

Siglas

AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>	Ruído branco gaussiano aditivo
DEP	<i>Power Spectral Density</i>	Densidade Espectral de Potência
DL	<i>Diagonal Loading</i>	Carregamento da diagonal
DOA	<i>Direction-of-arrival</i>	Direção-de-chegada
DOI	<i>Direction-of-interest</i>	Direção-de-interesse
DS	<i>Delay-and-sum</i>	Atraso-e-soma
ESPRIT	<i>Estimation of Parameters via Rotational Invariance Techniques</i>	Estimação de Parâmetros via Técnicas de Invariância Roatacional
H-DS-LSMI	<i>Hypothetical DS-LSMI</i>	DS-LSMI hipotético
LMS	<i>Least-mean squares</i>	Mínimos quadrados
LSMI	<i>Loaded Sample Matrix Inversion</i>	Inversão de Matriz Amostral Carregada
MUSIC	<i>Multiple Users Signals Classification</i>	Classificação de sinais de múltiplos usuários
MSE	<i>Minimum Square Error</i>	Erro Quadrático Médio
MVDR	<i>Minimum Variance Distortionless Response</i>	Resposta de Mínima Variância e Sem-distorção
RLS	<i>Recursive Least Squares</i>	Mínimos quadrados recursivos
S-DS-LSMI	<i>Shifting DS-LSMI</i>	DS-LSMI chaveado
SDM	<i>Steepest-descent Method</i>	Método da Descida mais Acentuada
SINR	<i>Signal-to-interferences-and-noise ratio</i>	Relação Sinal-interferências-ruído
SLC	<i>Sidelobe canceller</i>	Cancelador de lóbulos laterais
SMI	<i>Sample Matrix Inversion</i>	Inversão de Matriz Amostral
SNR	<i>Signal-to-noise ratio</i>	Relação Sinal-ruído
SOI	<i>Signal-of-interest</i>	Sinal-de-interesse
UCA	<i>Uniform Circular Array</i>	Arranjo Circular Uniforme
ULA	<i>Uniform Linear Array</i>	Arranjo Linear Uniforme
UPA	<i>Uniform Planar Array</i>	Arranjo Planar Uniforme
WL	<i>Widely Linear</i>	Amplamente Linear

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta a principal motivação da presente dissertação de mestrado e é dividido em seis seções. Primeiro, uma contextualização do problema é apresentada. Os objetivos e a metodologia são, então, expostos para se satisfazer um conjunto de características prescritas para este trabalho. Por fim, uma visão geral da dissertação e uma lista das publicações feitas são apresentadas.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O processamento de sinais com arranjos de sensores é amplamente utilizado em diversas aplicações: radares; sonares; comunicações *wireless*; etc. Várias delas requerem a estimação da direção-de-chegada (do inglês *Direction-of-arrival* - DOA) dos sinais incidentes [1] e, para tanto, utilizam-se de diversos métodos de estimação. Dentre eles, alguns exemplos são capazes de calcularem: a densidade espacial de potência (do inglês *Power Spectral Density* - DEP) como o Algoritmo de Capon [2]; a DEP baseados em técnicas de sub-espacos como o algoritmo MUSIC [3] (do inglês *MUltiple Signal Classification* ou Classificação de Múltiplos Sinais em português) e o ESPRIT [4] (do inglês *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques* ou Estimação de Parâmetros de Sinais por meio de Técnicas de Invariância Rotacional em português).

O *beamforming* adaptativo é uma técnica versátil que permite detectar e estimar um sinal-de-interesse (do inglês *Signal-of-interest* - SOI) na saída de arranjo de sensores utilizando filtragem adaptativa espacial ou espaço-temporal, além de cancelamento de interferências [5, 6]. Existem diversas aplicações nas quais o *beamforming* adaptativo é utilizado: radares [7, 8]; sonares [9]; processamento de voz [10]; astronomia a rádio [11]; biomedicina [12, 13]; comunicações *wireless* [14, 15]; etc.

A principal diferença entre *beamforming* e filtragem adaptativos é que o último é baseado no processamento temporal do sinal enquanto o primeiro, no processamento espacial. Outra diferença relevante é que o primeiro indica que o sinal é amostrado no espaço, o que significa que o sinal é medido por um arranjo de antenas ou sensores distribuídos. O problema do desenho eletrônico em *beamforming* consiste em computar ganhos individuais (pesos) para cada sensor, os quais são dados em valores complexos, de acordo com as medidas feitas pelo arranjo. Se esses pesos variarem de forma otimizada de acordo com a entrada do arranjo, o *beamforming* realizado

é dito adaptativo. Em contrapartida, os pesos no *beamforming* convencional não dependem dos dados de entrada/saída do arranjo, pois os pesos permanecem fixos durante toda a transmissão.

A abordagem tradicional para o desenho de *beamforming* adaptativo é buscar maximizar a relação sinal-interferência-ruído (SINR¹, em inglês), a qual é uma métrica que compara a potência do sinal-de-interesse com as potências dos sinais interferentes e do ruído ambiente. Geralmente, em casos ideais, considera-se que a componente do SOI não está presente nas amostras de treinamento do *beamforming* [16, 17, 18]. Isso porque o *beamformer* visa a suprimir sinais indesejados e, ao colocar o SOI nas amostras, levará o sistema a uma solução sub-ótima. Embora essa consideração seja possível em algumas aplicações de radares, é mais comum encontrar amostras de treinamento que contenham também o SOI [19, 20]. Nesse caso, o desempenho em SINR pode sofrer severa degradação mesmo na presença de pequenos erros/desvios do módulo - o qual será explicado mais adiante no Capítulo 2. Isso porque as componentes do SOI podem ser erroneamente identificadas como interferentes e, conseqüentemente, serem suprimidas. Os erros no modelamento do arranjo são muito comuns na prática e eles podem ser causados por numerosas razões: erros de apontamento do arranjo; imperfeições de calibração do arranjo; não-linearidades nos amplificadores; conversores A/D; moduladores e outros *hardwares*; formato distorcido das antenas; distorções desconhecidas na frente-de-onda; esvanecimento dos sinais; etc.

Outros problemas que podem degradar o desempenho do *beamformer* adaptativo são observados quando: mesmo se o SOI for precisamente conhecido, o tamanho das amostras no estágio de treinamento for pequeno [20]; há não-estacionariedades no ambiente devido às rápidas variações do canal de propagação e ao rápido deslocamento das fontes interferentes ou do arranjo de antenas [21]. Se isso ocorrer, o ambiente pode se tornar significativamente diferente de quando ocorreu a etapa de treinamento, na qual se calcularam os pesos de adaptação, para a etapa de adaptação, na qual os pesos são utilizados. Assim, o número de amostras de treinamento pode ser estritamente limitado, o que aumenta a frequência de atualização dos pesos do *beamforming*.

Algoritmos mais modernos que utilizam de técnicas que exploram o sub-espço dos sinais, por exemplo, requerem elevado custo computacional e, por isso, é interessante buscar formas de reduzir esse custo. Independentemente do problema que se deseja tratar, o custo computacional está diretamente ligado ao tamanho do arranjo: quanto mais antenas, mais dados a serem processados por segundo. Em algumas aplicações modernas, já se considera viável o emprego de arranjos com mais de 100 elementos [22, 23], pois o poder de processamento dos *beamformers* tem crescido bastante nos últimos anos. O tamanho das matrizes a serem processadas está intimamente relacionado à quantidade desses elementos e à dos sinais incidentes, o que acarreta a necessidade de equipamentos capazes de processamento rápido devido ao alto custo computacional. A técnica amplamente linear (WL²) [22], a qual separa as partes reais e complexas dos sinais para aumentar a eficiência do dispositivo, é um exemplo de técnica que aumenta o desempenho

¹Signal-to-interference-and-noise ratio

²*Widely Linear*, em inglês.

em SINR do *beamformer*, mas aumenta o custo computacional.

1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Esse projeto visa principalmente a reduzir o custo computacional para diferentes métodos de adaptação enquanto se mantém a maior SINR possível. Para tanto, diversas abordagens serão estudadas, as quais incluem:

- estudos do fator de carga γ do algoritmo *Large Sample Matrix Inversion* (LSMI);
- desenvolvimento de algoritmos iterativos;
- casamento de algoritmos de menor e maior complexidade;
- re-estimação de DOA do SOI em ambientes nos quais ela varia.

1.3 OBJETIVOS DO PROJETO

O objetivo principal do projeto é propor formas de se processar os sinais de um arranjo de sensores de forma a:

- reduzir o custo computacional;
- aumentar o valor da SINR;
- estabelecer um valor adequado para o *beamformer* LSMI.

1.4 METODOLOGIA

Primeiramente, faz-se uma pesquisa bibliográfica sobre tópicos relacionados às áreas de estimação de DOA e de erros, *beamformings* tradicional e adaptativo, e demais áreas correlatas para se verificar o que já foi feito e quais abordagens ainda podem ser exploradas ou desenvolvidas. Ademais, um estudo sobre o fator de carga γ do *beamformer* LSMI é feito de forma a propor parâmetros para um valor ótimo. Em seguida, realizam-se testes concernentes à redução de complexidade computacional ao utilizar diferentes métodos para se estabelecer procedimentos de adaptação eficientes que mantenham alto desempenho de SINR.

1.5 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

No Capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica sobre o tema de estudo. Essa revisão tem o intuito de contextualizar o leitor nos principais tópicos relativos à estimação da direção-de-chegada de sinais e de *beamforming*, bem como introduzir os principais algoritmos e técnicas utilizadas.

Em seguida, no Capítulo 3, fazem-se análises acerca do fator de carga do algoritmo LSMI. A influência de diferentes parâmetros do arranjo, como número de antenas, número de sinais interferentes, potência do ruído ambiente e incertezas na direção-de-chegada do sinal de interesse, é testada para se tentar encontrar valores adequados do fator de carga γ em diferentes cenários.

Já no Capítulo 4, define-se o conceito de erro de recepção. Essa grandeza será utilizada para se decidir se o algoritmo deve ser readaptado ou não de forma a reduzir o custo computacional. Dois critérios são elaborados e analisados: real; e complexo. O desempenho dos algoritmos que utilizam esses critérios é medido conforme o número de erros em *bits* na transmissão realizada.

O Capítulo 5 apresenta algumas abordagens que utilizam da composição de algoritmos conhecidos e já estabelecidos na área de *beamforming*. O objetivo é realizar chaveamento entre soluções de menor e de maior complexidade computacional para se reduzir o custo computacional. Esse chaveamento é feito com o conceito de erro de recepção estabelecido anteriormente. Logo, comparam-se esses algoritmos chaveados às soluções clássicas de forma a se verificar o ganho em desempenho e em redução do custo computacional obtidos.

No Capítulo 6, os algoritmos que utilizam o método MUSIC para estimar a DOA do SOI com base no erro de recepção são apresentados. Dois casos são abordados: re-estimação da DOA em todas as iterações; re-estimação da DOA de acordo com o erro de recepção. Para cada uma das abordagens, fazem-se duas análises: sem adaptação de extremidades; e com adaptação de extremidades. Com isso, reduz-se o custo computacional.

No Capítulo 7, testam-se o desempenhos dos algoritmos DS, SMI e LSMI quando casados com o método *widely linear*. Para tanto, eles são testados em dois cenários: sem incerteza na DOA; e com incerteza na DOA. Outros critérios de adaptação da DOA do sistema são utilizados e testados a fim de se verificar algum ganho em desempenho. Ao final, analisa-se a viabilidade de se implementar o método *widely linear*.

No Capítulo 8, por fim, apresentam-se as conclusões do trabalho.

1.6 PUBLICAÇÕES

Este trabalho originou três publicações:

- duas no **Simpósio Brasileiro de Telecomunicações** de 2018 (SBrT2018), intituladas “*Analysis of the Loading Factor Behavior in a LSMI Beamformer*” e “*LSMI Beamformer with Adaptation based on Estimation Error*”;
- e uma na **VIII Conferência Nacional em Comunicações, Redes E Segurança da Informação** de 2018 (ENCOM2018), intitulada “Análise de um *beamformer* chaveado DS-LSMI baseado em Erro de Estimação”.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, faz-se uma revisão dos principais conceitos envolvendo beamforming na literatura: arranjos de sensores e as respectivas geometrias são analisadas; alguns métodos referentes tanto à beamforming convencional quanto à adaptativa são apresentadas como atraso-e-soma, capon e MUSIC. As soluções de problemas de otimização que envolvem beamforming são apresentadas. Algoritmos adaptativos também são detalhados, incluindo-se o caso robusto. A forma como os dados são gerados para se realizar as simulações é exposta.

2.1 INTRODUÇÃO

Sensores são dispositivos aos quais se aplicam estímulos físicos e/ou químicos e eles respondem transformando-os em outras grandezas físicas capazes de serem medidas/monitoradas por um sistema [24]. Diversas áreas - como a da medicina, da indústria, da agricultura ou da robótica - utilizam sensores para aferir e controlar processos físicos, químicos ou biológicos. Isso porque tais dispositivos podem ter alta resolução e rapidez de medição, bem como serem fáceis de se operar, diferentemente do que ocorreria caso as medidas fossem feitas manualmente.

Algumas soluções vantajosas são elaboradas quando se emprega um conjunto de sensores. Se esse conjunto de dispositivos for utilizado para detectar determinados sinais, surgem os arranjos de sensores. Eles nada mais são do que conjuntos de diversos sensores - sejam iguais, sejam diferentes - dispostos de maneira específica no espaço [25]. Dependendo dessa disposição espacial, as posições são conhecidas independentemente da geometria e o arranjo é capaz de identificar a DOA - em duas ou três dimensões - de um SOI, bem como identificar pontos em que ocorreram atividades sísmicas, vibrações na água, sinais eletromagnéticos, etc. No caso de aplicações em que se identifica a DOA de sinais eletromagnéticos, os sensores utilizados, no arranjo, são antenas e, por isso, serão tratados como arranjos de antenas.

Neste trabalho, concentra-se na estimação dos valores de DOA de sinais incidentes. Por isso, a geometria do arranjo se torna importante para se determinar a capacidade dele. Por exemplo, alguns tipos de arranjos incluem:

- os arranjos lineares uniformes (ULA¹), os quais são capazes de detectar o azimute da DOA,

¹Uniform Linear Array, em inglês.

conforme a Figura 2.1 (a);

- os arranjos circulares uniformes (UCA²), os quais detectam o azimute e a elevação da DOA, conforme a Figura 2.1 (b);
- e os arranjos planares uniformes (UPA³), os quais são similares ao caso do UCA e detectam o azimute e a elevação da DOA, conforme a Figura 2.1 (c).

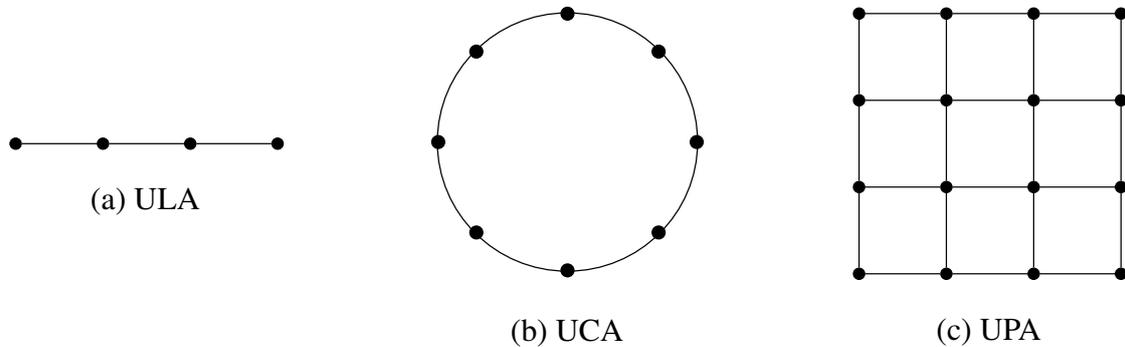


Figura 2.1: Exemplos de diferentes arranjos de sensores em que cada ponto representa uma sensor.

Ao utilizá-los, obtêm-se diversas vantagens, dentre as quais:

- maior ganho de sinal;
- maior rejeição de interferências;
- maior diversidade espacial;
- e maior eficiência de potência.

Quando se está lidando com arranjos de antenas, os sinais incidentes são captados por todas elas ao mesmo tempo. Isso significa que, a todo instante, as antenas estão colhendo amostras de todos os sinais incidentes, gerando uma amostra particular para cada antena. Isso faz a quantidade de dados a serem processados aumentar significativamente com o tamanho do arranjo.

A título de exemplo, para um instante de tempo, se existirem 8 sinais incidindo num ULA de 4 antenas, haverá 4 amostras, uma para cada antena, e cada amostra conterá componentes de todos os sinais incidentes no ULA para um determinado instante de tempo. Isso significa que a amostra colhida pela primeira antena contém componentes superpostas desses 8 sinais. Essas amostras devem ser processadas a cada instante de tempo já que novas amostras serão captadas pelo arranjo a todo instante. Portanto, é fácil ver que, em ambientes onde existem muitos sinais incidentes e grande quantidade de antenas no arranjo, a massa de dados a ser processada se torna grande, elevando o custo computacional. Por essa razão, estratégias e técnicas capazes de reduzi-lo são importantes no processamento.

²Uniform Circular Array, em inglês.

³Uniform Planar Array, em inglês.

2.2 EQUACIONAMENTO DE UM ARRANJO LINEAR DE SENSORES

Deste ponto em diante, os sensores do arranjo escolhido serão tratados como antenas omnidirecionais que recebem sinais eletromagnéticos.

Nos modelos adotados neste trabalho, as distâncias entre as fontes das ondas incidentes e as antenas do ULA serão consideradas grandes o suficiente para que se possam aproximar as frentes de ondas incidentes como frentes planas, o que é chamado de consideração de campo distante⁴. Caso a antena do emissor esteja próxima ao receptor, isso não será válido uma vez que a frente de onda apresentará um perfil mais circular e, por isso, poderá haver um atraso não-uniforme entre diferentes elementos do arranjo.

Em um ULA, conforme a Figura 2.2, as antenas são dispostas de tal forma que a distância entre elas é uniforme - ou seja, possuem o mesmo espaçamento d entre duas antenas vizinhas. Isso significa que um sinal incidente no arranjo segundo um ângulo θ qualquer percorrerá caminhos diferentes para chegar a todas as antenas. Por exemplo, se um sinal incidir na antena $S_i(t)$, em que i representa o número da antena no arranjo, no instante t , ele incidirá na antena $i + 1$ no instante $t + \tau$, em que τ representa o atraso causado pelo deslocamento espacial entre as antenas.

Na Figura 2.2, o esquema de um ULA com apenas um sinal incidente é apresentado. Por ser um arranjo linear uniforme com M sensores representados por $S_0, S_1 \dots S_{M-1}$, as antenas estão dispostas em uma linha reta e espaçadas de maneira uniforme, ou seja, possuem a mesma distância d entre si.

No caso da Figura 2.2, por exemplo, o sinal captado pela antena S_0 também o será pela antena S_1 , mas com algum atraso devido ao deslocamento espacial entre elas. É possível, então, determinar esse atraso por geometria ao calcular quanto tempo depois o sinal atingirá a antena S_1 .

Pelas leis básicas da cinemática, o tempo t que o sinal advindo da fonte emissora em campo distante leva para percorrer uma certa distância s pode ser calculado por meio da Equação (2.1) ao considerar que o sinal se propaga à velocidade v .

$$t = \frac{s}{v} \quad (2.1)$$

Na Figura 2.3, verifica-se que s é a distância percorrida pelo sinal e que pode ser dada por $s = d \sin(\theta)$ pela geometria do problema. Substituindo s na Equação (2.1), obtém-se a Equação (2.2),

$$t_a = \frac{d \sin(\theta)}{v} \quad (2.2)$$

em que t_a representa o valor do atraso entre as duas antenas adjacentes. Esse atraso causará a

⁴*Far-field consideration*, em inglês.

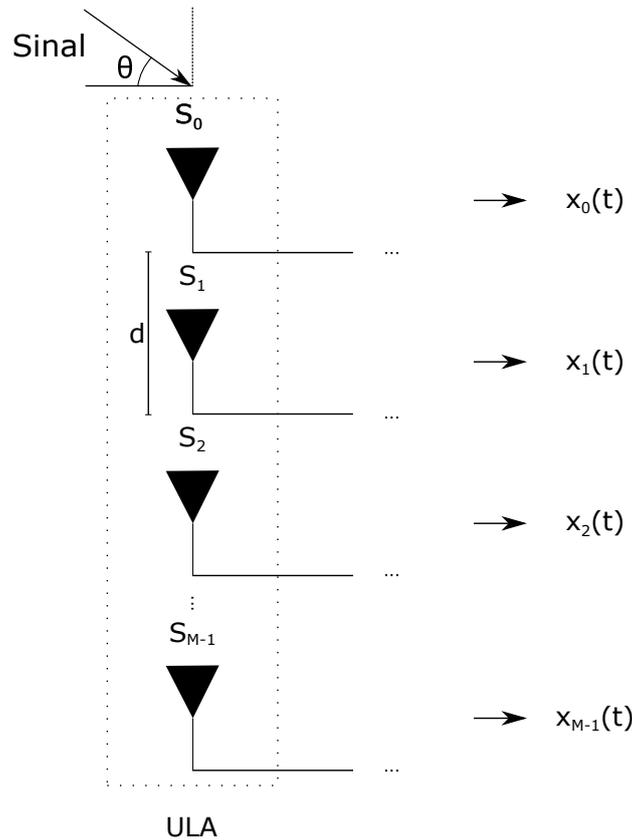


Figura 2.2: Esquema de ULA com M antenas (sensores) e sinal incidindo em θ graus.

defasagem ϕ entre o sinal recebido pela antena S_0 e o mesmo sinal recebido pela antena S_1 e que será o mesmo para quaisquer duas antenas adjacentes.

Define-se a defasagem ϕ em termos da velocidade angular ω e do tempo t pela Equação (2.3).

$$\phi = \omega t \quad (2.3)$$

A frequência angular ω pode ser dada em função da frequência f ou da velocidade v e do comprimento de onda λ consoante a Equação (2.4).

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi v}{\lambda} \quad (2.4)$$

Substituindo as Equações (2.3) e (2.4) na Equação (2.2), chega-se à Equação (2.5).

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin(\theta) \quad (2.5)$$

É possível, portanto, definir a defasagem - ou deslocamento angular - ϕ com base na DOA do sinal de interesse θ .

Devido à característica cíclica das funções trigonométricas e, portanto, para que não haja

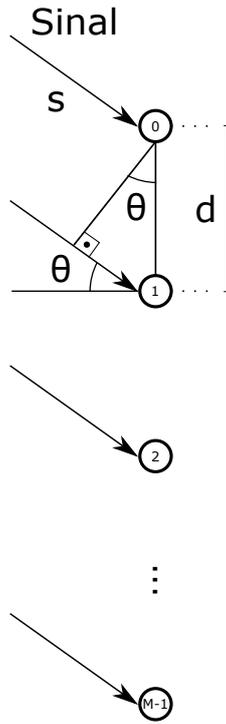


Figura 2.3: Esquema de um ULA com um único sinal incidindo em θ graus.

múltiplas soluções de θ , a defasagem ϕ deve apresentar valor menor que π radianos - ou 180° - conforme a Inequação (2.6).

$$|\phi| \leq \pi \quad (2.6)$$

Ao substituir a Equação (2.5) na Inequação (2.6), obtém-se uma relação entre a distância d , o comprimento de onda λ do sinal e a DOA θ .

$$d \leq \frac{\lambda}{2|\sin \theta|} \quad (2.7)$$

O limite inferior do termo à direita da Inequação (2.7) será dado quando $\sin(\theta) = 1$. Considerando esse caso, a Inequação (2.7) se torna a Inequação (2.8),

$$d \leq \frac{\lambda}{2} \quad (2.8)$$

a qual representa a versão do Teorema de Nyquist-Shannon [26] para o espaço. Se ela não for respeitada, haverá múltiplas soluções para uma mesma DOA.

Os sinais recebidos pelas antenas do arranjo são corrompidos por ruído, o que, no presente trabalho, será modelado como sendo do tipo aditivo gaussiano branco - AWGN⁵. Então, considerando-

⁵Additive White Gaussian Noise, em inglês.

se que os sinais são todos de banda estreita, os sinais captados por cada antena do arranjo podem ser modelados conforme a Equação (2.9).

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}(\theta) s(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2.9)$$

em que:

- $\mathbf{x}(t) = [x_0(t) \ x_1(t) \ \dots \ x_{M-1}(t)]^T$ representa os sinais captados pelas diversas antenas do ULA no instante t e tem tamanho $M \times 1$;
- $\mathbf{a}(\theta) = [1 \ e^{-j\phi} \ \dots \ e^{-j(M-1)\phi}]^T$ representa a resposta espacial do arranjo na direção θ a qual será chamada de vetor-volante do ULA e tem tamanho $M \times 1$;
- $s(t)$ representa o sinal incidente no arranjo de tamanho $1 \times N$;
- $\mathbf{n}(t) = [n_0(t) \ n_1(t) \ \dots \ n_{M-1}(t)]^T$ modela o ruído AWGN intrínseco às M antenas do ULA e tem tamanho $M \times 1$.

Expandindo-se a Equação (2.9), tem-se que $\mathbf{x}(t)$ é dado pela Equação (2.10),

$$\begin{bmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ \vdots \\ x_{M-1}(t) \end{bmatrix}_{M \times 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\phi} \\ \vdots \\ e^{-j(M-1)\phi} \end{bmatrix}_{M \times 1} \cdot s(t) + \begin{bmatrix} n_0(t) \\ n_1(t) \\ \vdots \\ n_{M-1}(t) \end{bmatrix}_{M \times 1} \quad (2.10)$$

Quando se consideram N amostras colhidas ao longo do tempo, a Equação (2.10) pode ser reescrita de forma a considerar todas essas amostras ao mesmo tempo por meio de matrizes, resultando na Equação (2.11).

$$X_{M,N}(t) = A_{M,1}(t) S_{1,N}(t) + N_{M,N}(t) \quad (2.11)$$

Quando se trabalha com K sinais, todos estarão atingindo o ULA a ângulos fixos, porém diferentes entre si. Por isso, aplica-se o Teorema da Superposição [26] para se modelar esse fenômeno sobre o ULA, o que resulta na Equação (2.12).

$$\begin{bmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ \vdots \\ x_{M-1}(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^{K-1} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\phi_i} \\ \vdots \\ e^{-j(M-1)\phi_i} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{s}_i(t) + \begin{bmatrix} n_{0i}(t) \\ n_{1i}(t) \\ \vdots \\ n_{M-1i}(t) \end{bmatrix} \right) \quad (2.12)$$

A Equação (2.12) pode ser reescrita em termos de matrizes como mostrado na Equação (2.13).

$$\begin{bmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ \vdots \\ x_{M-1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j\phi_0} & e^{-j\phi_1} & \dots & e^{-j\phi_{K-1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j(M-1)\phi_0} & e^{-j(M-1)\phi_1} & \dots & e^{-j(M-1)\phi_{K-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_0(t_0) & s_0(t_1) & \dots & s_0(t_{N-1}) \\ s_1(t_0) & s_1(t_1) & \dots & s_1(t_{N-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{K-1}(t_0) & s_{K-1}(t_1) & \dots & s_{K-1}(t_{N-1}) \end{bmatrix} + \mathbf{N}(t) \quad (2.13)$$

Por meio da Equação (2.13), pode-se determinar o modelo para os sinais recebidos por cada antena. Ademais, ela pode ser reescrita de forma compacta segundo a Equação (2.14).

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (2.14)$$

Vê-se que, mediante a Equação (2.14) - e considerando que M representa a quantidade de antenas, K representa a quantidade de sinais incidentes e N o número de amostras colhidas -, têm-se as seguintes representações:

- $\mathbf{X}(t)$ representa o vetor dos sinais captados pelas $M \times N$ antenas do arranjo;
- θ representa o vetor que contém a DOA de cada sinal;
- $\mathbf{A}(\theta)$ representa a matriz dos vetores-volantes, indicados por $\mathbf{a}(\theta)$ e que compõem as colunas da matriz, e com dimensões $M \times K$;
- $\mathbf{S}(t)$ representa a matriz dos sinais incidentes no arranjo com dimensões $K \times N$;
- $\mathbf{N}(t)$ representa a matriz do ruído AWGN inerente às amostras e que tem dimensões $M \times N$.

O vetor-volante $\mathbf{a}(\theta)$ do ULA descreve o deslocamento de fase do sinal em cada antena em relação ao elemento de referência - ou seja, elemento S_0 . Já o conjunto de vetores-volantes que estejam relacionados a todos os valores de θ dos sinais incidentes é chamado de *manifold* do arranjo.

Em geral, os sinais captados pelas antenas - representados por $x_0(t), x_1(t) \dots x_{M-1}(t)$ - são ponderados pelos pesos $w_0, w_1 \dots w_{M-1}$ referentes às antenas do ULA e, ao serem somados, geram a saída do arranjo dada por $y(t)$. Esse fenômeno ocorre na conformação dos lóbulos de sensibilidade do arranjo que não possuem sistemas de adaptação para compensar as mudanças no ambiente.

De forma resumida, os problemas que envolvem arranjos de antenas são solucionados com a determinação dos pesos w_i , onde $i = 1, 2, 3, \dots$, os quais compõem o vetor de pesos \mathbf{w} de forma que a saída $y(t)$ tenha as características desejadas. Em *beamformers* clássicos, a técnica consiste em captar o sinal mediante várias antenas e somá-los de forma coerente. Dessarte, vê-se que a saída pode ser calculada pela Equação (2.15).

$$y(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (2.15)$$

em que $\mathbf{w} = [w_0^*, w_1^*, \dots, w_{M-1}^*]^T$ representa o vetor de pesos do arranjo e $(\cdot)^H$ representa o operador hermitiano - o qual corresponde a uma operação de conjugar os elementos do vetor e transpô-lo.

2.3 ALGUMAS TÉCNICAS DE ESTIMAÇÃO DA DIREÇÃO-DE-CHEGADA

Um dos problemas mais elementares de arranjos de antenas é determinar a DOA de sinais incidentes. Na prática, a quantidade de sinais incidentes no arranjo também é desconhecida e, portanto, precisa ser estimada. Algumas técnicas que estimam a quantidade de sinais já foram desenvolvidas em trabalhos anteriores [27, 28, 28]. Entretanto, neste trabalho, assume-se que a estimação da quantidade de sinais K foi feita corretamente. Assim, o problema é posto da seguinte forma: conhecendo-se a quantidade de sinais e as saídas das antenas, estima-se a direção de um sinal de interesse.

2.3.1 Método Atraso-e-soma

Também chamado de *beamformer* clássico - ou método de Fourier -, o método atraso-e-soma (DS) é uma das técnicas mais simples para estimação da DOA. O sinal, captado e processado pelo arranjo de acordo com essa técnica, será dado por $y(i)$, onde i representa o instante de tempo discreto. Ele é calculado mediante uma soma ponderada das saídas de cada elemento do arranjo $\mathbf{x}(i)$, denominado vetor de entradas, e resultará em uma grandeza escalar. Dessarte, pode-se representar a saída $y(i)$ pelo produto do vetor de ponderação \mathbf{w} e do vetor de entrada $\mathbf{x}(i)$ - ambos de dimensões $M \times 1$ - conforme a Equação (2.16).

$$y(i) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(i) \quad (2.16)$$

Sabe-se ainda que a potência de saída do arranjo é dada esperança do produto da saída do arranjo $y(i)$ pelo seu conjugado complexo como mostrado na Equação (2.17).

$$P = E \{y(i) y^*(i)\} \quad (2.17)$$

Substituindo a Equação (2.16) na (2.17) e realizando algumas manipulações algébricas, chega-se à expressão final para a potência do sinal dada pela Equação (2.18),

$$P = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \quad (2.18)$$

em que $\mathbf{R}_{xx} = E \{ \mathbf{x}(i) \mathbf{x}^H(i) \}$ é a matriz de autocorrelação dos sinais de saída das antenas. Essa equação é fundamental para todos os algoritmos de estimação de DOA convencionais - como atraso-e-soma, Capon e MUSIC.

Ao se considerar a direção θ fixa, busca-se pelo vetor de ponderações \mathbf{w} que maximiza a potência de saída do arranjo. Substituindo-se as Equações (2.9) e 2.16 na Equação (2.17), chega-se à seguinte Equação (2.20),

$$P(\theta) = E \{ |\mathbf{w}^H (\mathbf{a}(\theta) \mathbf{s}(i) + \mathbf{n}(i))| \} \quad (2.19)$$

$$P(\theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) E \{ \mathbf{s}(i) \mathbf{s}^H(i) \} \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{w} + \mathbf{w}^H E \{ \mathbf{n}(i) \mathbf{n}^H(i) \} \mathbf{w} \quad (2.20)$$

Sabe-se então que $\mathbf{R}_{ss} = E \{ \mathbf{s}(i) \mathbf{s}^H(i) \}$ e $\mathbf{R}_{nn} = E \{ \mathbf{n}(i) \mathbf{n}^H(i) \}$ e, substituindo na Equação 2.20, tem-se a Equação 2.21.

$$P(\theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) \mathbf{R}_{ss} \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{w} + \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{nn} \mathbf{w} \quad (2.21)$$

Considerando que o ruído é do tipo AWGN, $\mathbf{a}(\theta)$ é um vetor e $K = 1$, chega-se à Equação

$$P(\theta) = \sigma_s^2 \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{w} + \sigma_n^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w} \quad (2.22)$$

Portanto, para se maximizar a potência na direção θ , basta fazer $\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1 \rightarrow \mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta)$ já que os vetores-volantes $\mathbf{a}(\theta)$ têm módulo unitário. Em outras palavras, o maior valor possível para o produto entre o vetor-de-ponderação e o vetor-volante é igual a um: $\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1$. Logo, segundo a abordagem DS, a melhor estimativa para a potência segundo a direção θ é dada quando $\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta)$. Isso significa que $\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta)$ alinha as fases das componentes do sinal vindo de θ , o que faz elas se somarem de forma construtiva, mantendo-se a potência dos sinais provenientes de θ e atenuando-se aqueles advindos de outras direções. Logo, substituindo o vetor de ponderação \mathbf{w} pelo vetor-volante $\mathbf{a}(\theta)$, o qual aponta a *beamformer* para a DOA do SOI, ter-se-á a maior potência de saída possível do arranjo, a qual é dada pela Equação (2.23).

$$P_{max} = \mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{a}(\theta) \quad (2.23)$$

É fácil ver que se pode estimar a potência de saída do arranjo em função da DOA θ se a matriz de autocorrelação da entrada \mathbf{R}_{xx} e os vetores-volante $\mathbf{a}(\theta)$, para todos os valores de θ de interesse, forem conhecidos. A potência de saída do arranjo em função de θ é normalmente conhecida como espectro espacial.

Assim sendo, o método atraso-e-soma faz uma varredura dos possíveis ângulos de DOA em torno de um valor candidato até que a potência de saída do arranjo, o que significa, então, “apontar o feixe” nessa determinada direção. Logo, todos os graus de liberdade são utilizados para formar um feixe na direção desejada, o que funciona bem quando há apenas um sinal presente. No caso

em que se tem mais de um sinal, a saída do arranjo contém contribuições tanto do sinal desejado quanto dos indesejados.

A vantagem do método atraso-e-soma é a simplicidade de implementação. Isso acaba por torná-lo uma solução de baixo custo computacional, barata e eficiente para casos em que se tem uma única fonte de sinal. Já a desvantagem é o baixo desempenho na presença de sinais interferentes. Isso significa que esse método tem baixa resolução - o que significa que o lóbulo principal do diagrama de irradiação é largo. Essa resolução pode ser aprimorada ao se aumentar a quantidade de elementos do arranjo. Em contrapartida, eleva-se o custo computacional do algoritmo.

2.3.2 Método Capon

O método Capon tenta solucionar o problema de baixa resolução inerente ao DS. Para tanto, essa técnica utiliza alguns dos graus de liberdade do ULA para formar um feixe na direção desejada enquanto os demais graus são utilizados para formar nulos nas direções dos interferentes de forma a suprimir os efeitos deles na saída da antena. Em outras palavras, o método minimiza a contribuição das interferências indesejadas ao minimizar a potência de saída enquanto se mantém constante o ganho na direção de interesse. Isso pode ser formulado como o seguinte problema de otimização dado pela Equação (2.24).

$$\min_{\mathbf{w}} E \{ |y(i)|^2 \} = \min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \quad \text{sujeito a} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1 \quad (2.24)$$

em que θ é a direção segundo a qual se quer estimar a potência do sinal.

O vetor de ponderação obtido ao solucionar o problema de otimização - dado pela Equação (2.24) - é chamado de resposta sem distorção de mínima variância (MVDR)⁶. Ele recebe esse nome, pois a variância do sinal de saída é minimizada enquanto se mantém a resposta sem distorção na direção de interesse θ . Essa equação representa um problema de otimização com restrição e que pode ser solucionado pelo método dos multiplicadores de Lagrange [29] - vide Apêndice B para a solução completa. A partir dele, o problema de otimização com restrição é convertido em um sem restrição, o que requer o uso de técnicas de mínimos quadrados para determinar a solução [17]. O vetor de ponderação que resolve o problema é dado pela Equação (2.25) [30].

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (2.25)$$

A potência de saída do arranjo em função da DOA é dada pelo espectro espacial de Capon descrito pela Equação (2.26).

$$P_{Capon}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (2.26)$$

⁶Minimum variance distortionless response, em inglês.

Embora não seja um estimador de máxima verossimilhança, o método de Capon se confunde com ele: para qualquer escolha de θ , $P_{Capon}(\theta)$ é a estimação de máxima verossimilhança da potência do sinal incidente da direção θ na presença de ruído gaussiano branco e características espaciais arbitrárias [31].

A principal vantagem desse método está na melhora de resolução. Já as desvantagens incluem: falha quando há outros sinais que são correlacionados com o sinal-de-interesse; e a necessidade de se inverter a matriz de auto-correlação \mathbf{R}_{xx} , o que pode ter alto custo computacional se ela tiver grandes dimensões.

2.3.3 Método MUSIC

Schmidt [3], Bienvenu e Kopp [32] foram os primeiros a explorar a estrutura de um modelo dos dados de entrada para arranjos de forma arbitrária dando base para o método MUSIC, cujo acrônimo deriva de *MUltiple Signal Classification*. Esse método foi desenvolvido para explorar a auto-estrutura do espaço formado pelos sinais e pelo ruído. Ele é um método de classificação de sinais de alta resolução baseado na exploração da auto-estrutura da matriz de auto-correlação dos dados, a qual será idêntica à matriz de covariância, pois as médias dos sinais e dos ruídos são tidos como zero. Esse algoritmo é capaz de fornecer informações acerca do número de sinais incidentes, da DOA de cada sinal, e potências e correlações cruzadas entre cada sinal incidente [17]. Apesar de providenciar alta resolução, ele necessita de calibração nos parâmetros do arranjo para funcionar adequadamente [33].

O conceito do algoritmo MUSIC pode ser colocado de forma bem simples, mas, posteriormente, será feita uma abordagem mais detalhada. Os sinais de saída das M antenas estão contidos em um espaço complexo de dimensão M (\mathbb{C}^M) já que os vetores-volante são ortogonais entre si, além de que o ruído ambiente é descorrelacionado em relação a eles. Esse espaço pode ser representado utilizando os auto-vetores da matriz \mathbf{R}_{xx} como base [17]. Quando há K sinais incidentes, sabe-se que existem:

- K autovetores que constroem o sub-espaço do sinal;
- e $M - K$ autovetores que constroem o sub-espaço do ruído.

Ao se descompor a matriz de auto-correlação \mathbf{R}_{xx} em autovalores, os K autovetores associados aos demais K maiores autovalores formam a base para o sub-espaço do sinal e os $M - K$ autovetores formam a base para o sub-espaço do ruído. O algoritmo MUSIC busca pelos D vetores-volante mais próximos de serem ortogonais ao sub-espaço do ruído.

O desenvolvimento do algoritmo MUSIC é baseado em uma visão geométrica do problema de estimação de parâmetros do sinal [17]. Ao manipular a matriz de auto-correlação \mathbf{R}_{xx} dos sinais de entrada, fazem-se as decomposições em autovalores - $\{\lambda_0, \lambda_1 \dots \lambda_{M-1}\}$ -, os quais serão

organizados em ordem crescente e autovetores - $\{\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1 \dots \mathbf{q}_{M-1}\}$. A partir do menor autovalor obtido, determina-se a multiplicidade D dele e, conseqüentemente, uma estimativa do número de sinais \hat{K} da Equação (2.27).

$$\hat{K} = M - D \quad (2.27)$$

Os autovetores \mathbf{q}_i , onde $i = 0, 1, 2 \dots M - 1$, associados aos respectivos autovalores λ_i atendem à Equação (2.28).

$$(\mathbf{R}_{xx} - \lambda_i \mathbf{I}) \mathbf{q}_i = \mathbf{0} \quad (2.28)$$

Conhecendo-se K , assume-se que o sub-espço gerado pelos K autovetores correspondentes aos K maiores autovalores são o sub-espço do sinal uma vez que o sinal e o ruído são decorrelacionados. Os restantes $M - K$ autovetores dos $M - K$ autovalores correspondem, assim, ao sub-espço do ruído.

Isso significa que é possível estimar os vetores-volante associados aos sinais recebidos calculando e verificando quais dos vetores-volante são mais próximos de serem ortogonais aos autovetores associados aos autovalores de R_{xx} . Para se buscar pelo sub-espço do ruído, forma-se uma matriz cujas colunas são compostas pelos autovetores do ruído consoante a Equação (2.29.)

$$\mathbf{V}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_K & \mathbf{q}_{K+1} & \dots & \mathbf{q}_{M-1} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Dado que os vetores-volantes correspondentes às componentes dos sinais são ortogonais aos vetores do sub-espço do ruído, chega-se à expressão do espectro espacial MUSIC, dado pela Equação (2.30).

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (2.30)$$

onde \mathbf{V}_i representa uma base para o sub-espço do ruído, composto pelos $M - K$ autovetores do ruído e dado pela Equação (2.29). Quanto mais $\mathbf{a}(\theta)$ e \mathbf{V}_i forem ortogonais entre si, menor será o denominador. Conseqüentemente, picos no espectro MUSIC aparecerão e os \hat{K} maiores picos no espectro MUSIC corresponderão às DOAs dos sinais incidentes no arranjo.

2.4 BEAMFORMING

O termo *beamforming* está relacionado à função feita por um arranjo no qual a energia irradiada - ou recebida - é focada em uma direção específica do espço. O objetivo está em se receber

ou se transmitir um sinal numa dada direção. Ao alinhar a fonte à direção de visada da antena, a energia originada pela fonte chega à antena de forma sincronizada - em fase -, o que a faz se somar coerentemente. Em contrapartida, fontes de sinais nas outras direções chegam à antena com fases diferentes e, portanto, se somam incoerentemente. Por essa razão, *beamforming* também pode ser tratado como filtragem espacial.

Essa filtragem espacial será feita com um arranjo de antenas. Quando esses arranjos são atingidos por frentes de onda emanadas de fontes a uma distância considerável do arranjo, os sinais são captados pelo arranjo e amostras são geradas nos diversos elementos do arranjo, cada qual com fase própria devido à disposição espacial dos sensores. Essas amostras são, então, compensadas pela defasagem causada pela distribuição espacial das antenas de forma que o sinal vindo de uma determinada direção seja posto em fase em todas as antenas para que ele possa ser somado construtivamente e os demais sinais advindos de outras direções sejam suprimidos. Assim, privilegia-se uma determinada direção. Na Figura 2.4, tem-se o esquema de um *beamformer* clássico.

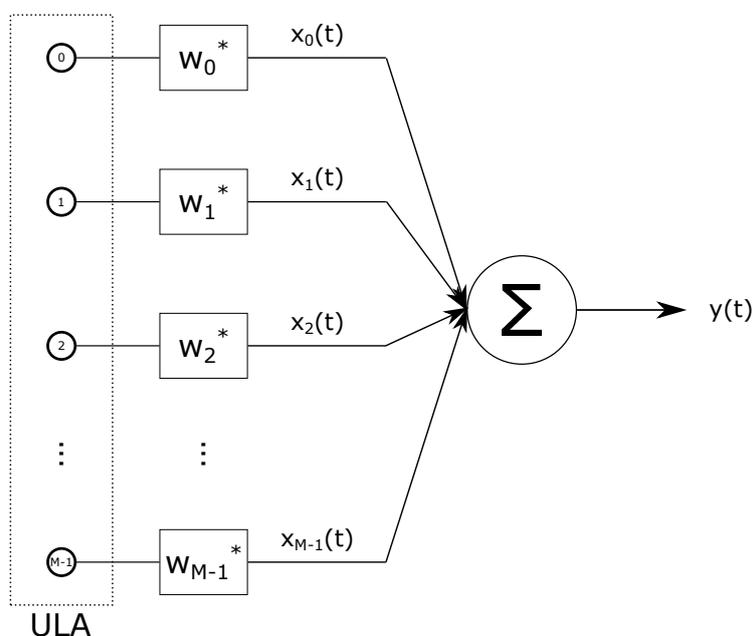


Figura 2.4: Esquema de um ULA em que os sinais são captados pelas antenas e ponderados segundo os pesos w_i para se gerar a saída.

É importante notar que, se o *beamforming* for feito em rádio-frequência, a rede de *beamforming* analógico consistirá de dispositivos capazes de alterar a fase e a potência dos sinais. Essas redes podem ser implementadas com lentes de micro-ondas, guias-de-onda, linhas de transmissão, circuitos de micro-ondas impressos e híbridos.

Existe também o *beamforming* digital [30, 34]. As ideias iniciais que deram forma às fundações de *beamforming* digital foram desenvolvidas em aplicações de sonares e radares [19]. Ele consiste de um casamento entre a tecnologia de antena e a digital. A principal vantagem dessa

técnica está na aplicação de uma miríade de técnicas de processamento digital de sinais bem como a aplicação de vários algoritmos nos dados.

O *beamforming* digital é baseado na conversão do sinal em rádio-frequência de cada elemento de antena em dois *streams* de sinais binários em banda-base. Esses sinais, então, representam as amplitudes e as fases dos sinais recebidos em cada elemento do arranjo. O processo de *beamforming* consiste em ponderar os sinais digitais, o que ajusta tanto as amplitudes quanto as fases. Assim, quando os sinais ponderados são somados, eles juntos formam o feixe desejado.

2.5 BEAMFORMING ADAPTATIVO

Beamforming adaptativo foi empregado primeiramente em sistemas de sonares e radares. Howells foi o primeiro a desenvolver um sistema de cancelamento de lóbulos laterais a frequências intermediárias (SLC⁷) em 1959 [35]. O conceito de um arranjo completamente adaptativo foi desenvolvido por Applebaum em 1965 [36], o qual desenvolveu um algoritmo baseado no problema de maximização da SNR na saída do arranjo. Outra técnica independente de *beamforming* adaptativo utiliza o algoritmo de mínimos quadrados (LMS⁸) desenvolvido por Widrow e Hoff [37] e, embora seja simples, ele é capaz de atingir um desempenho bem satisfatório sob determinadas condições. Ainda que o algoritmo de máxima SINR de Applebaum e o algoritmo LMS de Widrow tenham sido desenvolvidos independentemente e derivados a partir de duas abordagens diferentes, eles são bastante similares. Por exemplo, para sinais estacionários, os dois convergem para a solução ótima de Wiener [38] apresentada mais adiante.

O *beamformer* adaptativo é um dispositivo capaz de separar os sinais alocados na mesma banda de frequência, mas que se encontram separados no domínio do espaço. Isso significa que é possível separar sinais desejados dos sinais interferentes. Assim, esse tipo de *beamformer* é capaz de otimizar o padrão do arranjo automaticamente, mesmo mediante variações do canal de transmissão. Ao ajustar os pesos dos elementos do arranjo, consegue-se atender à função objetiva especificada. A forma como é feita a otimização depende de cada algoritmo. Na Figura 2.5, tem-se o diagrama de um *beamformer* adaptativo.

Ressalta-se a diferença crucial entre as Figuras 2.4 e 2.5: a presença do elemento “Processador Adaptativo”.

⁷*Intermediate frequency sidelobe canceler*, em inglês.

⁸*Least Mean Squares*, em inglês.

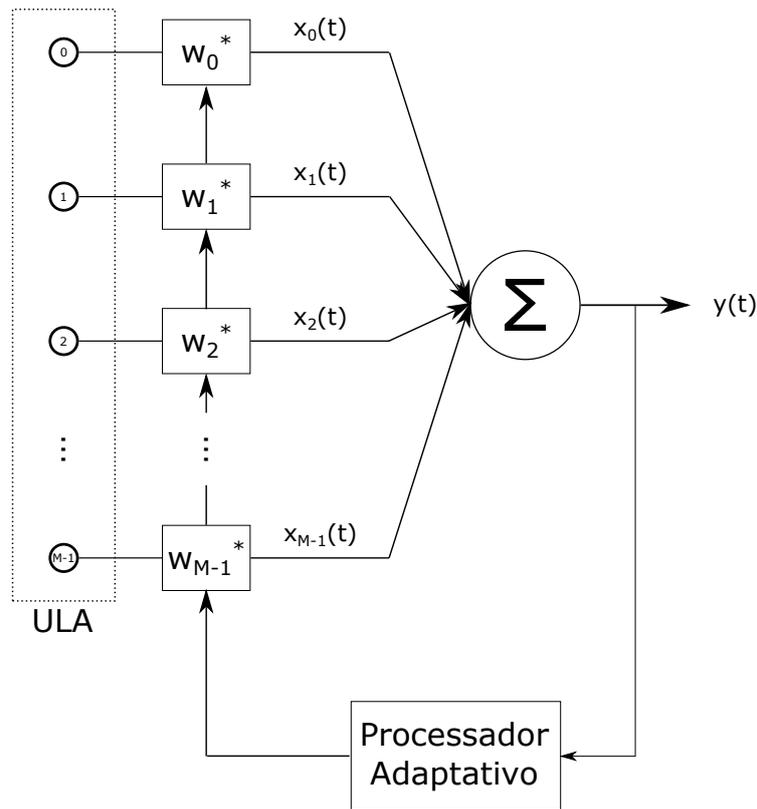


Figura 2.5: Esquema de um *beamformer* adaptativo.

2.5.1 Solução de Wiener para Arranjo de Sensores

Para os algoritmos LMS e Mínimos quadrados recursivos (RLS⁹, em inglês.) explicados nas seções a seguir, considerar-se-á um ULA e um ambiente onde se encontram o sinal desejado $s(i)$ e $K - 1$ sinais interferentes $i_j(i)$, em que $j = 1, 2, 3 \dots K - 1$, totalizando K sinais presentes no ambiente de simulação. O sinal desejado incide no ULA a um ângulo θ_0 em relação à reta perpendicular ao arranjo e os sinais interferentes, a ângulos fixos θ_j porém não-conhecidos.

A ideia por trás dos algoritmos LMS e RLS está em minimizar o erro entre a saída do *beamformer*, dada por (2.16), e o sinal desejado $d(i)$. Em casos práticos, saber qual é o sinal $d(i)$ eliminaria a necessidade de se fazer o *beamforming*; entretanto, pode-se conhecer características suficientes para gerar um sinal de referência $d'(i)$ que representa o sinal desejado $d(i)$ ou, ao menos, esteja correlacionado com ele [5].

Assim como foi feito anteriormente, o sinal $x(i)$ representa a amostra colhida no instante i pelo arranjo. O ganho em SNR devido ao processamento do sinal $x(i)$ recebido no arranjo de antenas é proporcional à $|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)|$ quando a fonte dele é pontual. Pela desigualdade de Cauchy-Schwarz, tem-se a relação dada pela Inequação (2.31),

⁹Recursive Least Squares

$$|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)| \leq \|\mathbf{w}^H\| \|\mathbf{a}(\theta)\| \quad (2.31)$$

em que ambos os lados são iguais quando $\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta)$ - o *beamforming* feito sob essa consideração é chamado de *beamforming* não-adaptativo convencional. Quando há apenas um sinal sendo emitido de uma fonte pontual e ruído gaussiano branco no ambiente, esse tipo de *beamformer* provê o maior ganho de SINR possível [2]. Todavia, é necessário não haver sinais interferentes no ambiente e saber a estimativa precisa do vetor-volante $\mathbf{a}(\theta)$ do SOI para que isso ocorra.

O objetivo de *beamforming* adaptativo é suprimir tanto as interferências quanto o ruído ambiente o máximo possível, além de obter estimações boas o suficiente do SOI. Para tanto, o vetor de ponderação \mathbf{w} do *beamforming* é otimizado com base nos dados de entrada do arranjo segundo um critério de otimização pré-estabelecido. Um dos mais utilizados é o critério do erro quadrático mínimo (MSE¹⁰) [39], o qual é definido pela Equação (2.32),

$$e^2(i) = [d'(i) - \mathbf{w}^H \mathbf{x}(i)]^2 \quad (2.32)$$

em que:

- $e^2(i)$ representa o MSE;
- $d'(i)$ representa a versão do sinal desejado e, geralmente, ela é estimada;
- \mathbf{w} representa o vetor-de-ponderação fornecido pelo algoritmo de adaptação utilizado;
- $\mathbf{x}(i)$ representa a amostra do sinal colhida pelo arranjo no instante t .

Os pesos serão escolhidos de modo a minimizar o MSE entre a saída do *beamformer*, $y(i)$, e o sinal de referência, $d'(i)$ de acordo com a Equação (2.32).

Fazendo manipulações algébricas [17], chega-se à Equação (2.33).

$$E \{e^2(i)\} = E \{d'(i) - 2\mathbf{w}^H E \{d'(i) \mathbf{x}(i)\} + \mathbf{w}^H E \{\mathbf{x}(i) \mathbf{x}^H(i)\} \mathbf{w}\} \quad (2.33)$$

Nela, denominar-se-á $\mathbf{r}_{dx} = E \{d'(i) \mathbf{x}(i)\}$, o qual representa o vetor de correlação entre o vetor \mathbf{x} e o sinal desejado d , e $\mathbf{R}_{xx} = E \{\mathbf{x}(i) \mathbf{x}^H(i)\}$, a qual se refere à matriz de covariância de $\mathbf{x}(i)$. O MSE mínimo será dado ao se igualar o vetor gradiente da Equação (2.33) em respeito ao vetor \mathbf{w} a zero conforme a Equação (2.34).

$$\nabla_{\mathbf{w}} (E \{e^2(i)\}) = -2\mathbf{r}_{dx} + 2\mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} = 0 \quad (2.34)$$

¹⁰Mean-square error, em inglês.

Ao igualar o gradiente a zero e isolar \mathbf{w} , determina-se uma expressão para o vetor de ponderação ótimo, \mathbf{w}_{opt} , conforme a Equação (2.35),

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{dx} \quad (2.35)$$

a qual é chamada de Equação de Wiener-Hopf ou Solução de Wiener.

A principal limitação de *beamformers* baseados nesse método é a necessidade de se conhecer aquela versão $d'(i)$ referente ao instante i que está sendo tratado, o que é impraticável. Por conseguinte, o que se faz é estimar o sinal transmitido - geralmente, com base nos *bits* anteriormente recebidos - para se fazer o cálculo do erro $e(i)$ conforme a Equação 2.32.

2.5.2 Solução MVDR

A solução de resposta de mínima variância e sem distorção (MVDR¹¹) é derivada da maximização da SINR em casos de fontes pontuais. Isso é feito por meio do seguinte problema de otimização dado pela Equação (2.36),

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w} \quad \text{sujeito a} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = \text{constante} \quad (2.36)$$

em que “*constante*” representa qualquer valor real constante - geralmente, escolhido como 1 - e \mathbf{R}_{i+n} é a matriz de auto-correlação dos sinais interferidores somados ao ruído ambiente. O termo “mínima variância” significa que o objetivo do problema de otimização é minimizar a variância do sinal na saída do *beamformer*; já a expressão “sem distorção” se refere à restrição do problema, a qual requer que a resposta do *beamformer*, na direção do vetor volante $\mathbf{a}(\theta)$, seja fixa - ou seja, não varie conforme o tempo - e não-distorcida.

Utilizando-se o método de multiplicadores de Lagrange e realizando algumas operações algébricas, chega-se ao vetor de ponderação para o algoritmo MVDR dado pela Equação (2.37) [17].

$$\mathbf{w}_{MVDR} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta) \quad (2.37)$$

O termo $1/(\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta))$ representa um fator de escala do sinal e não interfere nas propriedades de direção dele. Com isso, reescreve-se a Equação (2.37) como a Equação (2.38),

$$\mathbf{w}_{MVDR} = \alpha \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta) \quad (2.38)$$

em que α representa o fator de escala mencionado anteriormente.

¹¹ *Minimum Variance Distortionless Response*, em inglês

Na prática, determinar a matriz \mathbf{R}_{i+n} é difícil uma vez que o sinal captado pelo arranjo inclui componentes tanto do sinal de interesse quanto dos interferidores e do ruído ambiente embaralhados. O que torna impraticável a utilização de \mathbf{R}_{i+n} é que, para conhecê-la exatamente, é necessário conhecer todas amostras do sinal $\mathbf{x}(t)$. Então, troca-se essa matriz \mathbf{R}_{i+n} por uma matriz estimada \mathbf{R}_{xx} a partir do sinal $\mathbf{x}(t)$, o qual inclui o SOI dentre os interferidores e o ruído ambiente, segundo a Equação (2.39). Ao se incluir o SOI, o desempenho do *beamformer* fica prejudicado, o que faz ele não atingir o valor de SINR ótima.

$$\mathbf{R}_{xx} \triangleq E[\mathbf{x}(i)\mathbf{x}^H(i)] = \sigma_s^2 \mathbf{a}(\theta)\mathbf{a}^H(\theta) + \mathbf{R}_{i+n} \quad (2.39)$$

Desconsiderando-se o fator de escala, substituindo-se \mathbf{R}_{i+n} na Equação (2.37) pela matriz \mathbf{R}_{xx} definida na Equação (2.39) e realizando-se algumas manipulações algébricas, tem-se a seguinte relação entre as matrizes \mathbf{R}_{xx} e \mathbf{R}_{i+n} dada pela Equação (2.40),

$$\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}(\theta) = \alpha \mathbf{R}_{i+n}^{-1}\mathbf{a}(\theta) \quad (2.40)$$

em que α representa uma constante que não interfere na SINR de saída do *beamformer*.

2.5.3 SINR ótima

Considerando-se que o vetor-volante $\mathbf{a}(\theta)$ do SOI é conhecido precisamente, obtém-se o vetor de ponderação ótimo \mathbf{w}_{opt} ao se maximizar a SINR de saída do *beamformer* dada pela Equação (2.41),

$$SINR \triangleq \frac{E[|\mathbf{w}^H \mathbf{s}(i)|^2]}{E[|\mathbf{w}^H(\mathbf{int}(i) + \mathbf{n}(i))|^2]} = \frac{\sigma_s^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}} \quad (2.41)$$

em que $\mathbf{int}(i)$ representa o sinal de todos os interferentes somados no instante i .

Ao se substituir o vetor de *beamforming* MVDR ótimo - dado pela Equação (2.37) - na Equação (2.41), chega à Equação (2.42),

$$SINR_{opt} = \frac{\sigma_s^2 (\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta))^2}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} = \sigma_s^2 \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta) \quad (2.42)$$

a qual representa um limite superior para a SINR do sistema.

No caso em que se têm sinais interferentes descorrelatados e o SOI está bem separado dos demais, a matriz \mathbf{R}_{i+n} pode ser aproximada por uma matriz identidade escalonada com o coeficiente de escalonamento representando a potência agregada das interferências e do ruído - denotada por σ_{i+n}^2 . Assim, pode-se representar o limite superior da SINR pela Equação (2.43),

$$SINR_{opt} \cong \frac{\sigma_s^2}{\sigma_{i+n}^2} \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{a}(\theta) = M \frac{\sigma_s^2}{\sigma_{i+n}^2} \quad (2.43)$$

em que se considerou que a norma ao quadrado do vetor-volante é igual ao número de sensores do arranjo: $\|\mathbf{a}(\theta)\|^2 = M$.

Isso significa que a SINR ótima é limitada pelo produto dos valores de SINR dos sinais de entrada nas antenas e o número total de antenas do arranjo.

2.5.4 Algoritmo LMS

O algoritmo *least-mean squares* (LMS) é o mais comum para adaptação contínua, além de já ter sido bem estudado e analisado [30]. Ele é baseado em um método de otimização bem conhecido: método de descida mais acentuada (SDM¹²) [40]. Esse método trabalha de forma recursiva para atualizar o vetor de ponderação.

De acordo com o SDM, o valor atualizado do vetor de ponderação, no instante $i + 1$, é computado utilizando a relação recursiva dada pela Equação (2.44),

$$\mathbf{w}(i + 1) \approx \mathbf{w}(i) + \frac{1}{2}\mu [-\nabla (E \{[e^2(i)]\})] \quad (2.44)$$

onde:

- $\mathbf{w}(i + 1)$ representa o vetor de ponderação calculado com base nos valores passados;
- $\mathbf{w}(i)$ representa o vetor de ponderação anterior;
- μ representa o fator de convergência e que é escolhido pelo usuário;
- ∇ representa o operador gradiente;
- \mathbf{r}_{dx} e \mathbf{R}_{xx} são aqueles mesmos definidos na solução de Wiener;
- $e(i)$ representa o MSE dado pela Equação (2.32).

Substituindo a Equação (2.34) na Equação (2.44), obtém-se uma relação recursiva para a atualização do vetor \mathbf{w} dada pela Equação (2.45),

$$\mathbf{w}(i + 1) \approx \mathbf{w}(i) + \mu [\mathbf{r}_{dx} - \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}(i)] \quad (2.45)$$

onde μ representa um ganho constante que controla as características de convergência dos vetores $\mathbf{w}(i)$.

¹²*Steepest-descent method*, em inglês.

É importante notar que os pesos estão constantemente sendo atualizados à medida que os dados são colhidos de forma que o vetor $\mathbf{w}(i)$ convirja para a solução ótima. Isso caracteriza uma abordagem de adaptação contínua, a qual funciona apropriadamente quando as estatísticas relacionadas ao ambiente são estacionárias.

As principais vantagens do LMS estão na simplicidade e no bom desempenho em diversas aplicações. Entretanto, ele é extremamente dependente da estrutura do auto-espço de \mathbf{R}_{xx} e isso impacta nas características de convergência dele. Isso quer dizer que, quando os autovalores estão bem “espalhados”, ou seja, não possuem valores próximos entre si, a convergência tende a ser mais lenta, o que aumenta as chances de outros algoritmos adaptativos conseguirem convergir mais rápido para a solução ótima.

2.5.5 Algoritmo RLS

Na prática, os sinais - tanto o desejado quanto os interferentes - não são conhecidos e as características do ambiente estão em constante mudança. Por essas razões, o vetor \mathbf{w} deve ser continuamente atualizado para que ele atenda aos novos requisitos impostos pelas condições em variação do ambiente. Todavia, é necessário saber das matrizes \mathbf{R}_{xx} e \mathbf{r}_{dx} , o que implicaria conhecer todas as amostras do sinal. Isso é inviável uma vez que apenas as amostras já colhidas da transmissão são conhecidas - e não as futuras. Então, surge a necessidade de se obter estimativas de \mathbf{R}_{xx} e \mathbf{r}_{dx} , as quais são designadas por $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ e $\hat{\mathbf{r}}_{dx}$ respectivamente, em um intervalo finito de observações. Para $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$, pode-se utilizar a Equação (2.46) [34],

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx} = \sum_{i=1}^N \mathbf{x}(i) \mathbf{x}^H(i) \quad (2.46)$$

e, para $\hat{\mathbf{r}}_{dx}$, a Equação (2.47).

$$\hat{\mathbf{r}}_{dx} = \sum_{i=1}^N \mathbf{d}'(i) \mathbf{x}^H(i) \quad (2.47)$$

No algoritmo RLS, ao invés de se utilizar estimativas baseadas em média aritmética de \mathbf{R}_{xx} e \mathbf{r}_{dx} como nas Equações (2.46) e (2.47), fazem-se estimativas baseadas em médias ponderadas conforme as Equações (2.48) e (2.49),

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx} = \sum_{i=1}^N \gamma^{i-1} \mathbf{x}(i) \mathbf{x}^H(i) \quad (2.48)$$

$$\hat{\mathbf{r}}_{dx} = \sum_{i=1}^N \gamma^{i-1} \mathbf{d}'(i) \mathbf{x}^H(i) \quad (2.49)$$

onde γ representa um fator de ponderação, o qual pertence ao intervalo $0 < \gamma \leq 1$ e que se relaciona ao grau de “esquecimento” do algoritmo - ou seja, à capacidade do algoritmo de dar maior relevância às amostras mais recentes ao atribuir valores mais próximos de 1 para γ . Isso permite ao processador acompanhar as variações dos dados observáveis e atribuir menor relevância a dados antigos ao designar um valor mais baixo de γ . Depois de algumas manipulações algébricas e substituindo as expressões obtidas, obtém-se a relação de atualização do vetor $\hat{\mathbf{w}}(i)$ dada pela Equação (2.50) [34].

$$\hat{\mathbf{w}}(i) = \hat{\mathbf{w}}(i-1) + \mathbf{g}(i) [d'(i) - \hat{\mathbf{w}}^H(i-1) \mathbf{x}(i)] \quad (2.50)$$

em que $\mathbf{g}(i)$ representa o vetor de ganho.

Assim, o algoritmo RLS apresenta a vantagem de trocar a inversão da matriz de covariância de $\mathbf{x}(i)$ por uma simples divisão escalar a cada iteração. Ademais, a taxa de convergência do algoritmo RLS é mais rápida do que o LMS por uma ordem de magnitude se a SINR for alta [30].

2.5.6 Algoritmo SMI

Em 1974, Reed mostrou ser possível ter rápida adaptabilidade do arranjo ao utilizar a técnica da inversão de matriz amostral (SMI¹³) [41], pois ela permite que se tenham os pesos adaptativos à medida que as amostras são colhidas.

O *beamformer* SMI advém da substituição da matriz \mathbf{R}_{i+n} no *beamformer* MVDR pela matriz de covariância dos dados por estimativa amostral dada pela Equação (2.46). Isso significa que, para se obter a expressão do vetor de ponderação para o SMI, resolve-se o seguinte problema de otimização dado pela Equação (2.51).

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}}_{xx} \mathbf{w} \quad \text{sujeito a} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1 \quad (2.51)$$

Nota-se que a Equação (2.51) é análoga àquela do problema de otimização dado pela Equação (2.24). A principal diferença entre elas está em se utilizar uma estimativa $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ da matriz de covariância.

Dessarte, a Equação (2.52) apresenta a solução desse problema de otimização pelo método de multiplicadores de Lagrange - a qual pode ser encontrada Apêndice B -,

$$\mathbf{w}_{SMI} = \alpha \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta) \quad (2.52)$$

em que, assim como na Equação (2.38), α representa apenas um fator de escala que não interfere na SINR do sistema.

¹³ *Sample-matrix inversion*, em inglês.

Ao considerar que não há componentes do SOI nos dados de treinamento, o número N de amostras necessárias para a fase de treinamento é dada pela Regra Reed-Mallet-Brennan [41]. Por ela, as perdas médias relativas à SINR ótima causadas pela aproximação SMI do vetor \mathbf{w}_{MVDR} não excedem 3 dB se:

$$N \geq 2M \quad (2.53)$$

onde N é o número de *snapshots* de treinamento e M , o número de antenas.

2.6 BEAMFORMING ADAPTATIVO ROBUSTO

A necessidade de se verificar a robustez de um sistema surge de diversas imperfeições: as antenas podem não ser perfeitamente idênticas; o espaçamento entre as antenas pode conter imperfeições; a DOA do sinal pode ter incertezas ou ser inconstante, etc. Dessa forma, surgem os algoritmos robustos, os quais são mais resistentes às variações de tais parâmetros e que tentam manter a SINR mais estável durante o processo de *beamforming*. Assim, para o propósito deste trabalho, tratar-se-á do algoritmo derivado do SMI comum a seguir: o LSMI.

2.6.1 Algoritmo LSMI

Mesmo quando a DOA do SOI é conhecida, assim como no caso visto no método MVDR, a presença do SOI, nos dados captados pelo arranjo, pode reduzir a taxa de convergência dos algoritmos adaptativos de forma radical em relação ao caso em que os dados não contêm o SOI [20]. A degradação pode ser maior caso a quantidade das amostras de treinamento seja pequena comparada à predição dada.

Ao adicionar um termo de regularização γ , o qual é denominado fator de carga, na função objetiva do problema de otimização dado pela Equação (2.24), compensa-se as imperfeições da estimação da matriz de covariância dos dados. Pode-se, então, formular esse problema de otimização pela Equação (2.54) [42, 43].

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}}_{xx} \mathbf{w} + \gamma \|\mathbf{w}\|^2 \quad \text{sujeito a} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1 \quad (2.54)$$

A solução dessa equação é conhecida como SMI carregado na diagonal (LSMI¹⁴) e ela pode ser descrita pela Equação (2.55).

$$\mathbf{w}_{LSMI} = \left(\hat{\mathbf{R}}_{xx} + \gamma \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{a}(\theta) \quad (2.55)$$

¹⁴*Loaded* SMI, em inglês.

Alguns autores sugerem que o fator de carga γ que fornece os melhores resultados é igual ao dobro da potência do ruído ($2\sigma_n^2$) [19]. Isso será discutido mais adiante neste trabalho.

Para valores apropriados do fator de carga, o algoritmo LSMI apresenta bom desempenho mesmo quando o vetor-volante $\mathbf{a}(\theta)$ do sinal desejado possui algum desvio em relação ao valor ideal. Em técnicas iterativas, evita-se realizar inversões matriciais devido ao elevado custo computacional - ver [44] para mais detalhes. Por isso, será proposto um critério que definirá se o cálculo da inversa é ou não é necessário mais adiante neste trabalho.

2.6.2 Técnica *Widely Linear*

Ao explorar a natureza imprópria do sinal, pode-se elevar o desempenho do *beamformer*. Por isso, será aplicada a técnica Amplamente linear (WL¹⁵) [23, 45] a descrita a seguir.

Dado um sinal $\mathbf{x}(i) \in \mathbb{C}$, o desenho de um *beamformer* é feito de forma a se explorar as estatísticas de segunda ordem do vetor que representa esse sinal. Isso pode ser feito por meio da matriz de covariância já mencionada $\mathbf{R}_{xx} = E\{\mathbf{x}(i)\mathbf{x}^H(i)\}$ e a matriz de pseudo-covariância $\tilde{\mathbf{R}}_{xx} = E\{\mathbf{x}(i)\mathbf{x}^T(i)\}$.

Para sinais complexos genéricos, consideram-se os dados estatísticos - como média e desvio-padrão - propostos mais adiante do vetor de sinais de entrada aumentado $\mathbf{x}_a(i)$, dado pela Equação (2.56).

$$\mathbf{x}_a(i) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T(i) & \mathbf{x}^H(i) \end{bmatrix}^T \quad (2.56)$$

Isso significa que uma estimação linear em \mathbb{C} é linear tanto para o valor complexo normal do sinal $\mathbf{x}(i)$ quanto para o valor do conjugado complexo do sinal $\mathbf{x}^*(i)$. Dessarte, um *beamformer* que é projetado para um vetor de sinais de entrada aumentado é chamado de *beamformer* WL.

Algumas das vantagens da estimação WL sobre a tradicional estimação linear [46] incluem:

- ter idêntico desempenho para sinais circulares e aumento de desempenho para sinais não-circulares [47];
- poder lidar com mais fontes do que observações em separação cega de fontes;
- aumentar a capacidade de recuperação de sinais em esquemas de modulação em comunicações como BPSK;
- possuir limites diferentes e mais realísticos para estimação de mínima variância não-enviesada (MVU¹⁶) [48];

¹⁵*Widely Linear*, em inglês.

¹⁶*Minimum Variance Unbiased*, em inglês.

- melhorar a estimação da DOA em processamento de sinais em arranjos ampliados;
- beneficiar a análise de algoritmos de processamento de sinais ampliados a partir de estruturas de matrizes especiais que não existem no processamento padrão de sinais complexos.

2.6.3 Geração de Dados para Tratamento Robusto

Os dados que serão utilizados para tais simulações são gerados considerando uma transmissão BPSK padrão e isso se aplicará a todos os sinais presentes no ambiente de simulação. Ser do tipo BPSK significa que o sinal apresenta apenas dois valores de saída possíveis: -1 e $+1$. Esses valores serão gerados de forma aleatória para que as transmissões se assemelhem às feitas na realidade.

Na Figura 2.6, tem-se um exemplo de transmissão em modulação BPSK em que a fonte emissora é considerada distante o bastante do ULA - representado apenas por uma antena por simplicidade - para que ela seja aproximada por uma fonte puntiforme e a frente de onda seja considerada plana.



Figura 2.6: Esquema de uma transmissão em modulação BPSK.

O ruído de variância σ_n^2 que corromperá as amostras é modelado como sendo do tipo AWGN. A variância dele será, por padrão, unitária - ou seja, $\sigma_n^2 = 1$ -, mas ela poderá ser variada de acordo com o problema a ser tratado. Esse ruído será somado ao sinal recebido pelas antenas do arranjo.

Quando se estiver analisando os casos em que a DOA dos sinais for corrompida por ruído, um ruído do mesmo tipo AWGN será somado à DOA. Dessa forma, imperfeições do arranjo e deslocamentos - ou variações - da fonte de emissão serão modelados de forma a verificar como os algoritmos se comportam sob tais condições.

3 ANÁLISE DO FATOR DE CARGA γ

A relação do fator de carga com os algoritmos, DS, SMI e LSMI é feita. Em seguida, verificam-se quais são as relações de alguns parâmetros do beamformer e do ambiente com o fator de carga e o que isso interfere na relação SINR.

3.1 INTRODUÇÃO

Como foi visto no Capítulo 2, o fator de carga γ da diagonal intrínseco ao algoritmo LSMI propicia, em muitas situações, uma melhora no desempenho da SINR em relação ao algoritmo SMI. O fator de carga provê robustez a *beamformers* adaptativos e é por meio dele que o algoritmo melhora a capacidade de atenuação dos lóbulos laterais ao mesmo tempo que aumenta a SINR fornecida pelo sistema. Porém, escolher o fator de carga apropriado não é uma tarefa fácil, pois ele é afetado por inúmeros parâmetros.

Neste capítulo, é feito um estudo acerca dos valores do fator γ em diversas situações. O objetivo é verificar outros valores de γ que forneçam a solução ótima.

3.2 ANÁLISE DOS ALGORITMOS DS, SMI E LSMI COM RELAÇÃO AO FATOR DE CARGA γ

O algoritmo DS é uma das formas mais simples de estimação de DOA. Ele consiste de uma soma ponderada da saída de cada elemento de sensor de forma a apontar o lóbulo principal para a direção desejada.

O algoritmo SMI é baseado na solução MVDR e ele utiliza das amostras para calcular os pesos dos vetores de ponderação a cada instante que uma nova amostra é colhida. Ele, portanto, aponta o lóbulo principal para a direção desejada e os nulos para as direções de chegada dos interferentes como já foi visto anteriormente. Ao fazê-lo, o SMI cria diversos lóbulos laterais de grande amplitude que distorcem o espectro espacial e permitem que muito ruído ambiente, assim como sinais interferentes, sejam percebidos pelo *beamformer*. O algoritmo LSMI, por sua vez, “carrega” a diagonal principal da matriz de autocorrelação \mathbf{R}_{xx} para, assim, melhorar o desempenho do *beamformer*.

Para se explicar a relação entre os três algoritmos, examina-se a Equação 2.55 - a qual é repetida aqui por facilidade de verificação.

$$\mathbf{w}_{LSMI} = \left(\hat{R}_{xx} + \gamma \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{a}(\theta) \quad (2.55)$$

Sobre ela, é possível fazer as seguintes observações:

- se o fator γ for nulo, tem-se o *beamformer* SMI puro, pois a matriz identidade \mathbf{I} terá as entradas unitárias da diagonal principal zeradas ao ser multiplicada por zero;
- já se ele for muito grande, a diagonal principal da matriz $\hat{\mathbf{R}}$, definida pela Equação 2.46, se torna tão maior do que as demais entradas que ela pode ser comparada a uma matriz identidade \mathbf{I} de mesmas dimensões e, portanto, a solução se aproximará daquela fornecida pelo algoritmo DS - em suma, $\left(\hat{R}_{xx} + \gamma \mathbf{I} \right) \approx \mathbf{I}$ e $\mathbf{w}_{LSMI} = \mathbf{a}(\theta)$.

Nessa última situação, o algoritmo LSMI se assemelha com o algoritmo DS quanto ao funcionamento. Já qualquer valor intermediário balanceará essas duas soluções, equilibrando a habilidade de supressão dos lóbulos laterais com a de rejeitar interferentes. Por essa razão, há de se esperar que haja um valor ideal para γ ou talvez um valor ideal para cada situação particular.

Simulações foram feitas para se verificar a relação entre os algoritmos. Três valores serão considerados para o fator de carga γ :

- $\gamma = 2\sigma_n^2$ e $\gamma = 10\sigma_n^2$, os quais foram sugeridos em trabalhos anteriores [49, 18, 50] e serão identificados por LSMI 1 e LSMI 2 respectivamente;
- $\gamma = 1.000.000\sigma_n^2$, o qual representa um caso extremo e é escolhido de forma arbitrária, identificado por LSMI 3, em que a diagonal principal se torna muito maior que as demais componentes da matriz de auto-correlação.

Com o único intuito de se demonstrar o espectro espacial dos sinais captados pelo arranjo pelo *beamformer*, fazem-se simulações relativas aos métodos que serão utilizados neste capítulo. Os parâmetros escolhidos são análogos aos que serão utilizados nas simulações referentes ao fator de carga γ a não ser pelo número de elementos do ULA. Isso porque um ULA com mais elementos possui maior resolução, o que permite demonstrar melhor os espectros de DOA dos métodos.

Assim, os três casos de fatores de carga - LSMI 1, LSMI 2 e LSMI 3 - e os dois casos em que se utilizam os algoritmos DS e SMI - totalizando cinco casos - são ensaiados em um ambiente cujos parâmetros são os seguintes:

- ULA de 64 antenas onidirecionais com espaçamento de $0,5\lambda$ entre eles;
- um SOI de potência unitária $\sigma_s^2 = 1$ vindo da direção $\theta_s = 30^\circ$;
- um interferente de potência unitária $\sigma_i^2 = 1$ vindo da direção $\theta_i = 70^\circ$;

- ruído ambiente modelado como sendo do tipo AWGN com potência unitária $\sigma_n^2 = 1$.

Ainda é relevante destacar que os valores de DOA do SOI e dos interferentes não se alteram durante toda a simulação.

Na Figura 3.1, mostram-se os espectros de DOA para os métodos DS, SMI, LSMI 1, LSMI 2 e LSMI 3. Para fins de comparação, os espectros DS e LSMI 3 estão postos no mesmo gráfico.

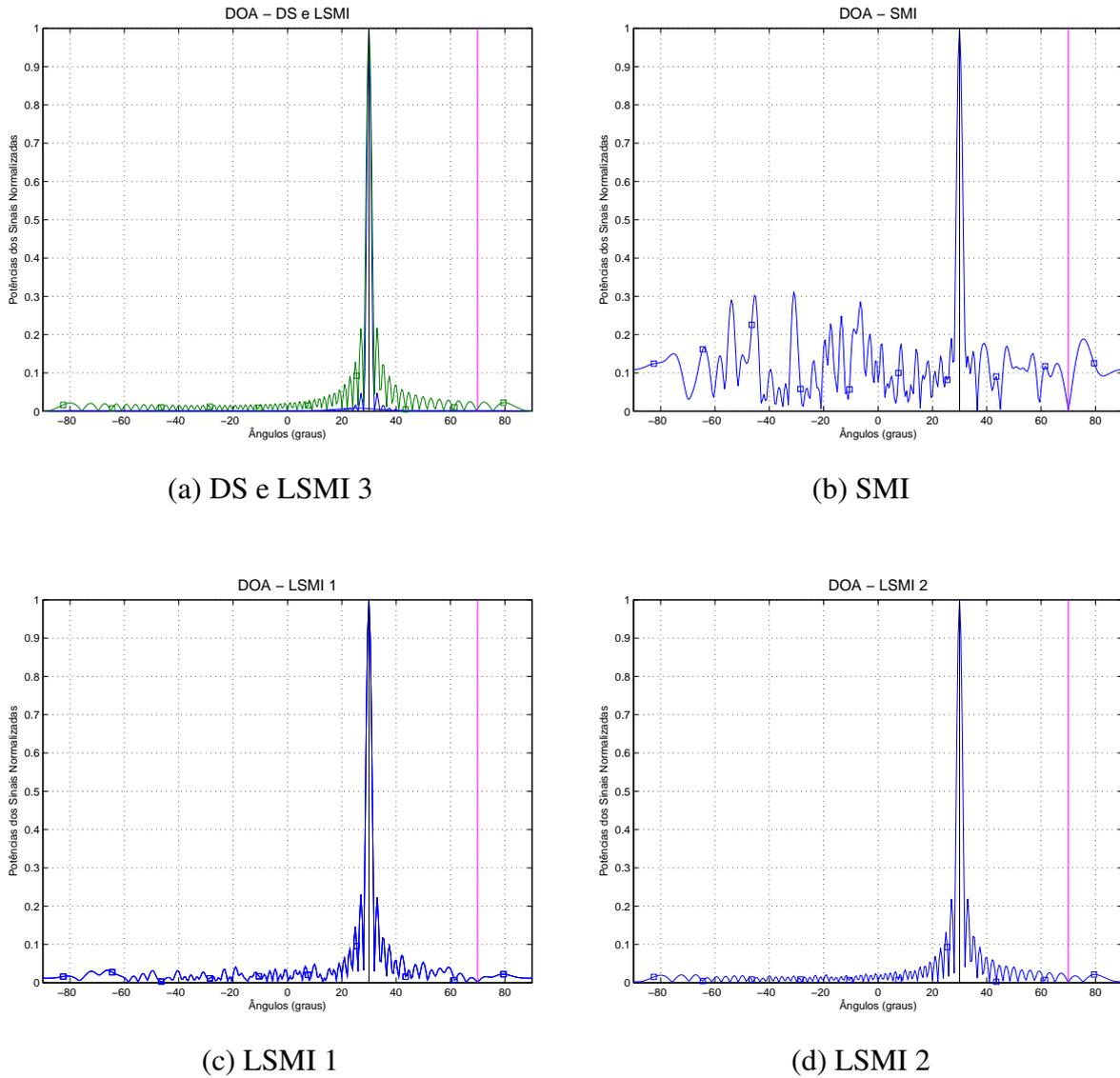


Figura 3.1: Os espectros de DOA para os cinco métodos analisados.

Na Figura 3.2, colocaram-se todos os espectros superpostos para melhor compará-los.

Pode-se ver que o espectro do algoritmo LSMI passa a se assemelhar mais com o do DS à medida que o fator de carga γ aumenta; quando ele se torna extremamente grande, como no caso LSMI 3, os espectros espaciais dos métodos DS e LSMI se tornam praticamente idênticos. É imperioso ressaltar que o SMI, conforme o esperado, apresentou o pico na direção desejada

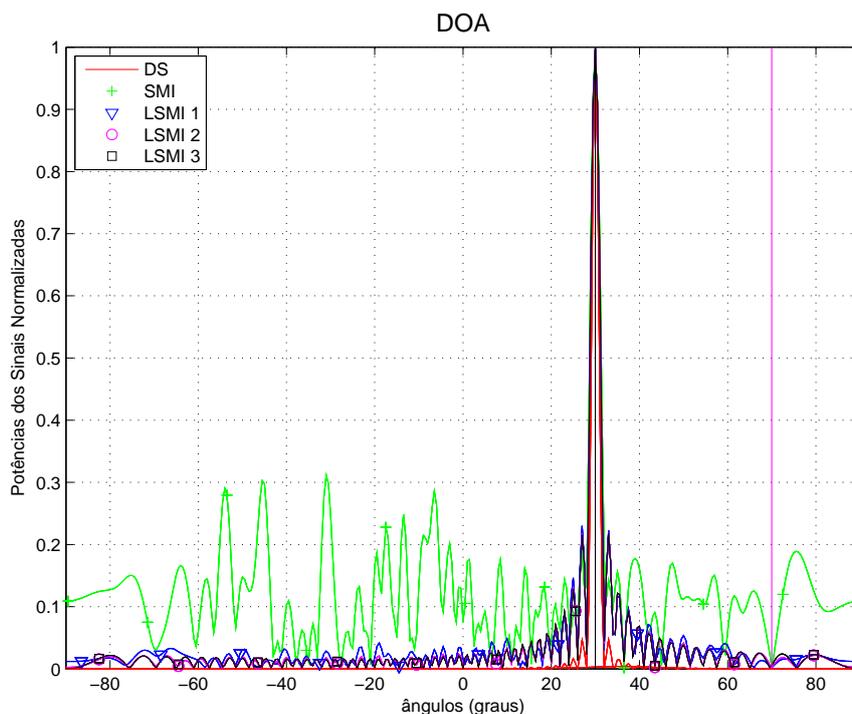


Figura 3.2: Espectros espaciais superpostos para os cinco casos.

de 30° e o nulo na direção do interferente de 70° . Entretanto, ao colocar este nulo em 70° , os lóbulos laterais foram ampliados, o que permite que ruído ambiente e interferências degradem o desempenho SINR do *beamformer*.

Pela Figura 3.3, nota-se que o método DS apresenta, de forma geral, o melhor desempenho de SINR para esse caso em que a DOA se mantém constante, ou seja, não há incertezas no valor dela. Também algumas simulações mostram que o método DS é superado pelos casos LSMI 1 e LSMI 2 em algumas iterações. O aspecto mais interessante do gráfico apresentado está no caso LSMI 3, em que o desempenho da SINR é idêntico ao do método DS, pois ele apresenta a diagonal principal da matriz $\hat{\mathbf{R}}$ altamente carregada e isso a torna semelhante à matriz identidade.

3.3 RELAÇÃO DO FATOR DE CARGA γ COM DEMAIS PARÂMETROS

O fator de carga γ a ser escolhido sofre influência de diversas variáveis inerentes ao *beamformer* LSMI, quais sejam: número de antenas; número de interferentes; potência do ruído ambiente; incerteza na DOA; etc. Por exemplo, ao se utilizar uma maior quantidade de antenas, foi visto que valores de SINR maiores podem ser atingidos utilizando-se o mesmo *beamformer* e o mesmo algoritmo de adaptação. Por isso, torna-se relevante estudar quais variáveis afetam o desempenho do sistema de forma crítica ou não.

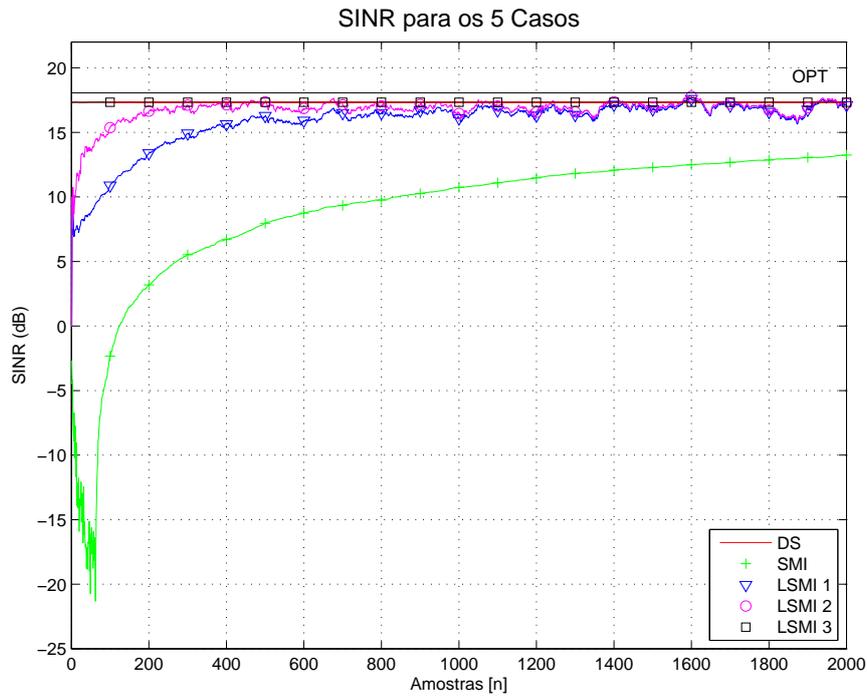


Figura 3.3: SINR média após 1.000 amostras.

Para se verificar o comportamento do fator de carga γ frente à variação de alguns parâmetros, desenvolvem-se simulações para se analisar quatro deles:

1. número de antenas (M);
2. número de sinais interferentes;
3. potência do ruído ambiente (σ_n^2);
4. incerteza na DOA do SOI (σ_{SOI}^2).

Em cada caso, diferentes valores de γ serão testados para cada valor do parâmetro selecionado de forma a se verificar como a SINR se comporta naquele cenário. Ademais, ela será calculada se utilizando as 1.000 amostras finais de um total de 2.000.

Logo, o ambiente de simulação, diferentemente da simulação anterior, apresentará as seguintes características:

- ULA de 16 antenas onidirecionais espaçadas a $0,5\lambda$;
- total de $N = 2.000$ amostras colhidas;
- um único SOI cuja potência é unitária $\sigma_s^2 = 1$ e cuja DOA é de 30° ;
- um único interferente cuja potência é unitária $\sigma_i^2 = 1$ e cuja DOA é de 70° ;

- ruído ambiente modelado como sendo do tipo AWGN cuja potência é unitária $\sigma_n^2 = 1$.

Ainda é relevante destacar que as DOAs do SOI e dos interferentes não se alteram durante toda a simulação exceto no caso 4 em que a DOA é corrompida por ruído do tipo AWGN.

3.3.1 Fator de Carga γ x Número de Antenas

A Figura 3.4 apresenta o desempenho em SINR do LSMI à medida que se varia o fator de carga γ . Isso é feito para quando o ULA é composto de 8, 16, 32, 64 ou 128 antenas.

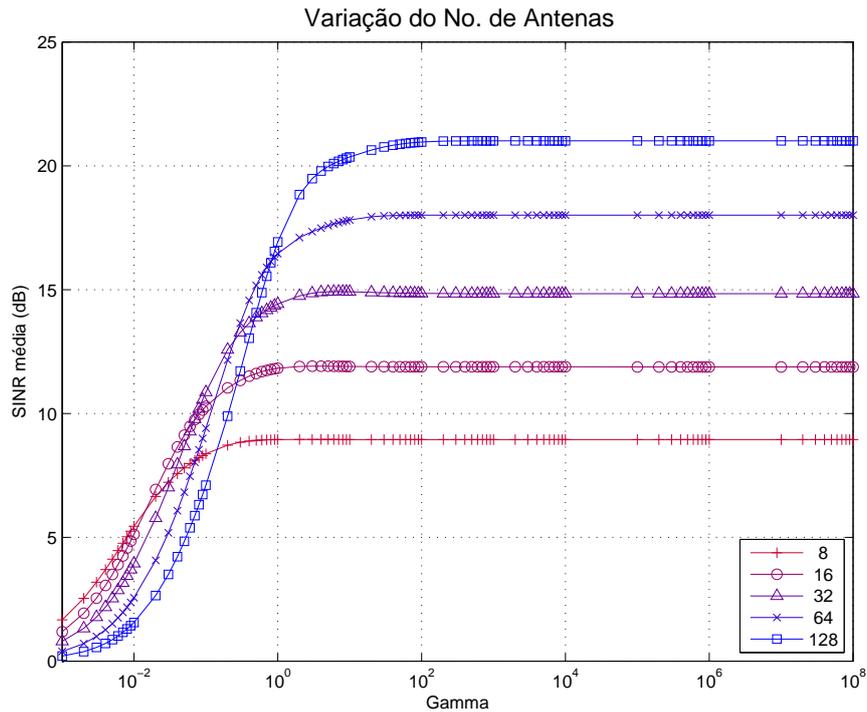


Figura 3.4: SINR média de acordo com a variação do número de antenas.

Assim como era esperado, a SINR se mostrou diretamente proporcional ao número de antenas. Pela Figura 3.4, pode-se ver que:

- para ULA's de 8 antenas, uma boa escolha para o fator de carga seria $\gamma \approx 1$;
- para ULA's de 128 antenas, esse valor deve ser aumentado para $\gamma \approx 100$ para que se atinja a SINR ótima.

Há que se notar que, em cada caso, existe um valor mínimo de γ e que não existe penalidade para valores maiores de γ , o que significa que a SINR não melhorará ainda mais depois de um certo valor para o fator de carga. Logo, a sugestão empírica é fazer $\gamma \geq M\sigma_n^2$. Portanto, conclui-se que a solução sugerida nas bibliografias [49, 18, 50] - $\gamma = 2\sigma_n^2$ e $\gamma = 10\sigma_n^2$ - não resulta no melhor desempenho de SINR.

3.3.2 Fator de Carga γ x Número de Sinais Interferentes

A Figura 3.5 mostra o desempenho em SINR do LSMI quando não há interferentes no ambiente, bem como quando se têm i interferentes de potência unitária $\sigma_i^2 = 1$ em que $i = \{1, 2, 3, 5\}$ representa a quantidade de interferentes.

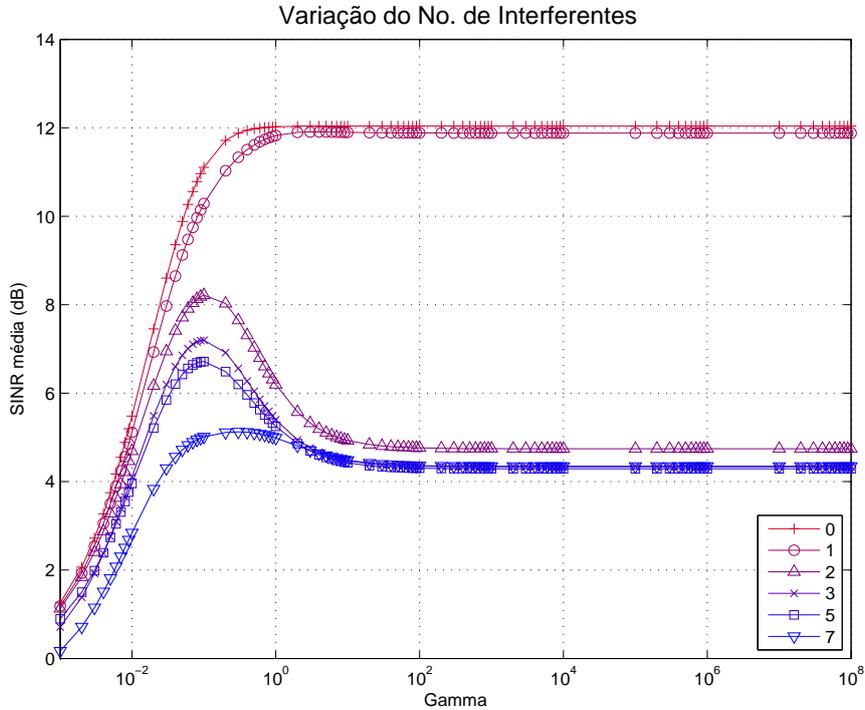


Figura 3.5: SINR média de acordo com a variação do número de sinais interferentes.

No caso sem interferentes, a SINR aumenta conforme o fator de carga γ e permanece constante - em torno de 12 dB - para valores maiores do que 1. No caso em que há apenas um interferente, o comportamento ainda é similar. É importante ressaltar que a SINR sofre degradações muito pequenas para valores de γ maiores do que 10^8 - ou seja, $\gamma > 10^8$ -, porém esse fenômeno não é visível pela Figura 3.5, tendo sido constatado pelos dados da simulação. Finalmente, quando há dois ou mais interferentes, um valor para o fator de carga ótimo pode ser claramente definido: neste caso, o valor apropriado deve estar em torno de $\gamma \approx 0,1\sigma_n^2$.

É claro que esse valor precisa ser alterado quando há variações na potência do ruído e no número de antenas. Pela Figura 3.5, conclui-se que, nesse caso, γ deve ser decidido da seguinte forma:

$$\gamma \approx \begin{cases} 1\sigma_n^2, & \text{se } n_{int} = 0; 1 \\ 0,1\sigma_n^2, & \text{se } n_{int} \geq 2 \end{cases} \quad (3.1)$$

3.3.3 Fator de Carga γ x Potência do Ruído Ambiente

A Figura 3.6 mostra o desempenho da SINR do LSMI para diferentes valores de potência do ruído ambiente σ_n^2 : 0,1; 0,5; 1; 2; 3; 4; 5; e 10.

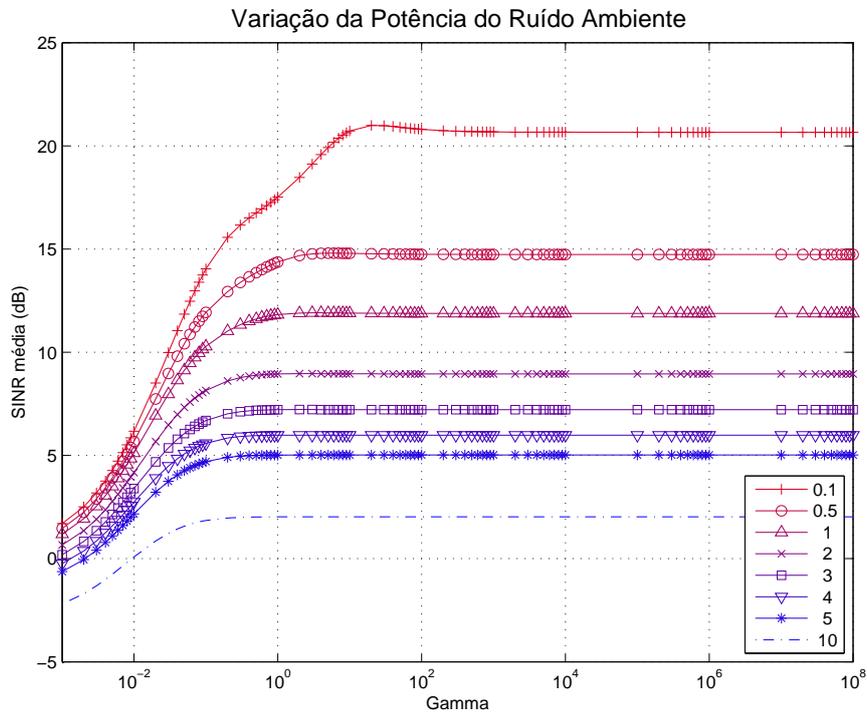


Figura 3.6: SINR média de acordo com a variação da potência do ruído ambiente.

Para esse teste, os resultados foram intuitivos: consoante o aumento na potência do ruído ambiente, a SINR média diminuiu, indicando que essas grandezas são inversamente proporcionais. Também pode se ver que as diferenças entre as SINR's, em cenários de ruído ambiente com alta potência, são relativamente pequenas quando comparadas às situações em que a potência do ruído ambiente é baixa. Ademais, é relevante notar que, após um valor específico de γ , a SINR atinge o valor máximo e não o ultrapassa similarmente ao que ocorreu na Figura 3.4 com a variação do número de antenas do ULA. Aqui, a sugestão mais simples para o fator de carga é $\gamma = 1\sigma_n^2$.

3.3.4 Fator de Carga γ x Incerteza na DOA do SOI

Este é um caso peculiar: como o algoritmo LSMI é conhecido pelo bom desempenho quando existem incertezas na DOA, desenvolveu-se uma simulação em que a DOA do SOI é corrompida por ruído. O intuito é simular uma situação em que há incerteza quanto à DOA do SOI. Quanto maior for a variância do ruído somado à direção de chegada, maior será o desvio em relação à direção de chegada nominal. Assim, cada *snapshot* colhido terá a direção de chegada desviada da direção nominal, a qual, neste caso, é 30° .

A Figura 3.7 mostra os resultados do *beamformer*. Com pequena incerteza na direção de

chegada ($\sigma_{DOA}^2 = 0,1$), um boa escolha para γ que manterá a SINR elevada é $\gamma > 1\sigma_n^2$; já com grande incerteza na direção de chegada ($\sigma_{DOA}^2 = 10$), seria melhor escolher $\gamma = 0,1\sigma_n^2$. Na verdade, há um valor ótimo específico para cada caso.

Ademais, ao se comparar as Figuras 3.5 e 3.7, verifica-se comportamento similar do algoritmo LSMI para os mesmos fatores de carga γ .

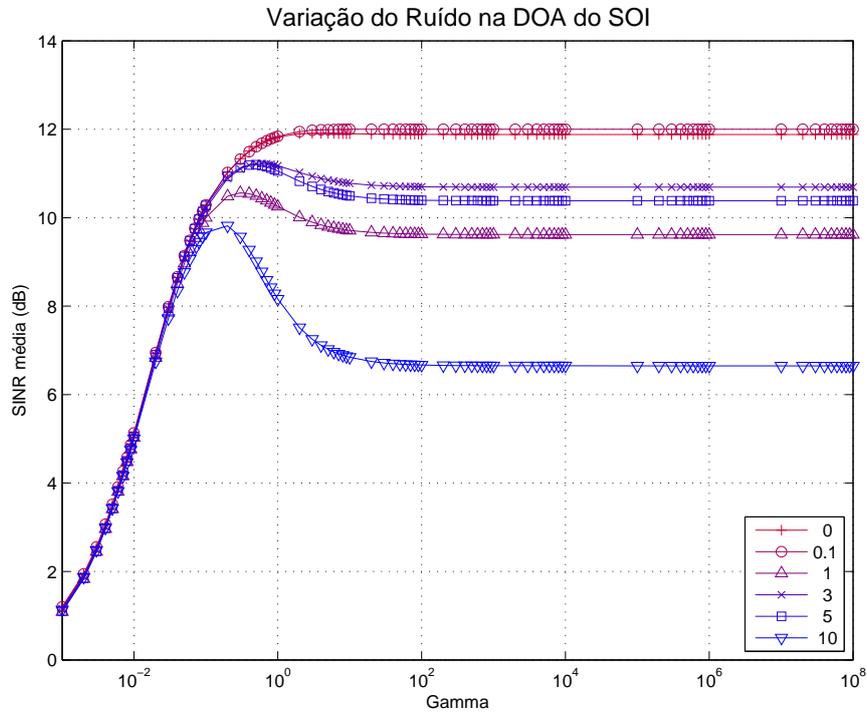


Figura 3.7: SINR média de acordo com a variação da incerteza na DOA do SOI.

Pela Figura 3.7, conclui-se que, nesse caso, γ deve ser decidido da seguinte forma:

$$\gamma \approx \begin{cases} 1\sigma_n^2, & \text{se } \sigma_{DOA} < 0,1 \\ 0,1\sigma_n^2, & \text{se } \sigma_{DOA} \geq 0,1 \end{cases} \quad (3.2)$$

3.4 CONCLUSÃO

Analisou-se a influência do fator de carga γ no desempenho do algoritmo LSMI. Para tanto, quatro diferentes parâmetros foram variados e, então, avaliados:

1. número de antenas no ULA;
2. número de interferentes;
3. potência do ruído ambiente;

4. incerteza na DOA do sinal de interesse.

Os casos 1 e 3 indicaram que existe um valor mínimo para o fator de carga γ e não há penalidade significativa no desempenho de SINR para valores maiores; já os casos 2 e 4 mostram que o fator de carga γ deve ser escolhido com cuidado já que há valores para os quais o algoritmo LSMI apresenta maiores valores de SINR. Nestes dois casos, escolher $\gamma = 2\sigma_n^2$ ou $\gamma = 10\sigma_n^2$, assim como sugerido em trabalhos anteriores, pode não ser a solução ideal para se atingir os melhores valores de SINR.

4 CONTRIBUIÇÃO PARA REDUÇÃO DA CARGA COMPUTACIONAL

Esse capítulo faz uma análise dos algoritmos SMI e LSMI utilizando uma grandeza denominada erro de recepção. Com isso, esperam-se menos adaptações e, assim, reduzir-se a carga computacional.

4.1 INTRODUÇÃO

Os algoritmos estudados nesta dissertação trabalham com matrizes e, muitas das vezes, precisa-se calcular o inverso delas, o que leva a um considerável aumento do custo computacional. Além disso, quanto mais elementos o arranjo têm, maior será o custo computacional já que as matrizes de auto-correlação dos dados são quadradas e cujas dimensões são dadas pelo número de elementos desse arranjo. Por isso, reduzir a quantidade de adaptações se mostra uma alternativa interessante para que o custo computacional seja reduzido.

A proposta é que, muitas vezes, adaptações sejam feitas para se conseguir ganhos marginais em SINR. Então, fica a seguinte pergunta: como descobrir quando a adaptação realmente se faz necessária?

4.2 ERRO DE RECEPÇÃO

Neste trabalho, será definido o erro de recepção (REr) o qual é dado como a diferença entre o sinal recebido e o desejado. Em forma matemática, pode-se definir o REr, no caso complexo, conforme a Equação 4.1,

$$REr(i) = |y(i) - d(i)| \quad (4.1)$$

e, no caso em que se toma apenas as partes reais dos sinais, conforme a Equação 4.2,

$$REr(i) = \Re\{y(i)\} - \Re\{d(i)\} \quad (4.2)$$

sendo que $\Re\{\cdot\}$ descreve o operador que toma apenas a parte real dos sinais e os termos são dados por:

- i que indica o instante em tempo discreto;

- $REr(i)$ que é o valor do erro de recepção;
- $y(i)$ que é o valor da saída do *beamformer*;
- $d(i)$ que é o valor desejado.

O termo $y(i)$ representa o sinal de saída do *beamformer* e pode apresentar o módulo e a fase diferentes do sinal original, pois o ruído e os sinais interferentes o corrompem. Já o termo $d(i)$ representa o valor estimado pelo detector digital para o sinal recebido. Essa estimação é feita com base nas distâncias entre o sinal recebido corrompido pelo ruído e os possíveis valores transmitidos.

O cálculo do erro de recepção pode ser feito com base em diferentes critérios, sendo dois os adotados neste trabalho: complexo, em que a distância euclidiana entre os pontos do plano complexo é calculada; e real, em que apenas a parte real das amostras do sinal é considerada para o cálculo da distância. Essas abordagens podem ser aplicadas para diversas modulações desde que feitos os devidos ajustes de acordo com as particularidades de cada uma delas. Para o caso de sinais em modulação *binary phase-shift keying* (BPSK), as saídas podem assumir valores -1 ou $+1$ e a decisão é feita da seguinte forma:

- se a distância de $y(i)$ para -1 for menor, escolhe-se -1 ;
- já se a distância for menor para $+1$ for menor, escolhe-se $+1$.

Por exemplo, o sinal recebido tiver o valor $1,34+j0,78$ em um determinado instante i' , as distâncias entre ele e os pontos -1 e $+1$ serão calculadas; o ponto que estiver a menor distância da amostra do sinal será tomado como sinal desejado $d(i')$. Calculando-se ambas as distâncias pela normas euclidianas entre o sinal e os pontos prováveis, os valores são:

- para -1 , a distância tem o valor de $d_{(-1)} = 2,47$ aproximadamente;
- para $+1$, a distância tem o valor de $d_{(+1)} = 1,55$ aproximadamente.

Nesse caso, como a distância para $+1$ é menor do que aquela para -1 , escolhe-se o sinal de saída provável como $d(i') = +1$.

Na Figura 4.1, representam-se as duas possibilidades de REr para sinais BPSK.

O REr é representado no plano complexo dado que amostras de sinais são representadas por números complexos. Quando se utiliza modulação digital - como BPSK ou *quadratic phase-shift keying* (QPSK) -, usa-se o REr para se avaliar a qualidade da recepção de dados pelo canal uma vez que valores maiores de REr implicam canais com mais ruídos e sinais interferentes. No caso

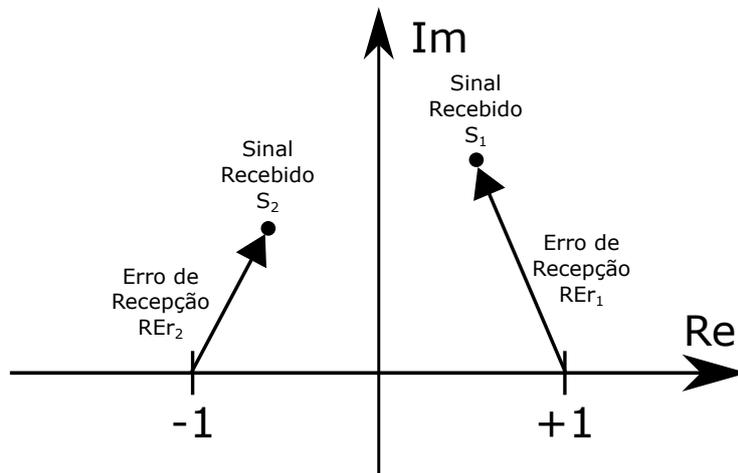


Figura 4.1: Dois casos hipotéticos de recepção e os erros de recepção (REr).

deste trabalho, uma piora no REr indica que o *beamformer* não está funcionando adequadamente e, portanto, precisa fazer uma adaptação.

Como visto, algoritmos adaptativos convencionais recalculam o vetor de ponderação, denotado por w , a cada vez que se recebe uma nova leitura do arranjo. Pelo cálculo de w envolver operações com matrizes inversas nos algoritmos SMI e LSMI, pode-se ter alto custo computacional já que o receptor fará os cálculos ainda que a diferença entre o vetor antigo e o novo seja mínima. Ademais, o ganho em SINR pode ser mínimo de forma a não justificar fazer tal operação a cada nova amostra colhida. Logo, o algoritmo desenvolvido propõe reduzir o número de vezes em que a adaptação ocorre ao se basear na qualidade do sinal.

O algoritmo pode ser descrito da seguinte forma:

- se a REr estiver dentro de um certo limite, nenhuma adaptação é necessária;
- caso contrário, adapta-se o vetor de ponderação w .

4.3 ALGORITMOS COM CRITÉRIOS PARA ADAPTAÇÃO

Para os testes realizados, os sinais serão modulados em BPSK devido à simplicidade de tal modulação. Assim, as amostras recebidas possuirão valores complexos de módulo e fase aleatórios, e o algoritmo decidirá dentre os dois possíveis valores: -1 ; e $+1$. Isso é feito baseando-se nas normas Euclidianas entre o sinal de saída $y(i)$ e esses possíveis valores. A diferença entre os algoritmos está no critério a ser utilizado: complexo; ou real. Esses critérios objetivam verificar quando a matriz de auto-correlação do sinal $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ precisa ser atualizada, pois os valores das entradas da matriz já não correspondem mais ao ambiente em que os sinais estão sendo transmitidos e não conseguem conferir o melhor vetor de ponderação w que maximiza a SINR do sistema. Os

critérios serão explicados a seguir.

Ademais, para se auferir o desempenho de cada algoritmo, estabelece-se uma grandeza denominada porcentagem de erros de transmissão (PET). Ela será calculada pela razão entre a quantidade de bits errados n_e e a quantidade total de bits transmitidos N consoante à Equação 4.3.

$$PET = \frac{n_e}{N} \cdot 100\% \quad (4.3)$$

4.3.1 Critério real

Na adaptação segundo o critério real, um detector BPSK utiliza a parte real dos bits do sinal recebidos para decidir qual o valor transmitido: -1 ; ou $+1$. O REr será dado pela distância entre a parte real do bit do sinal recebido e os prováveis bits transmitidos, -1 ou $+1$, respectivamente. Na Figura 4.2, indica-se o limitante R usado para atestar a necessidade de adaptação e ele deverá ter módulo que atenda ao critério $|R| < 1$.

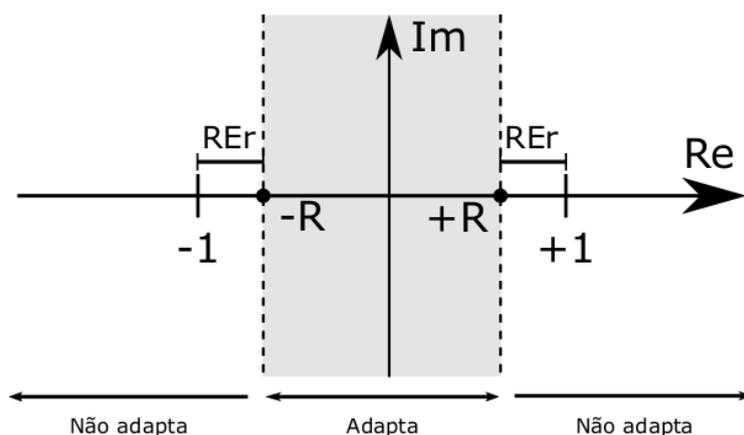


Figura 4.2: Critério para cálculo do REr utilizado a parte real dos sinais recebidos.

Ressalta-se que a área cinza define a região onde, se um sinal for recebido e detectado nela, o vetor w será adaptado na próxima iteração do algoritmo.

4.3.2 Critério Complexo

Para a adaptação complexa, um detector BPSK utilizará a norma euclideana para decidir qual foi o valor transmitido: -1 ; ou $+1$. O REr será dado pela distância entre a amostra do sinal recebido e a saída do detector. Conforme a Figura 4.3, os valores de REr que não acarretam em adaptação são aqueles delimitados pelos círculos de raio R , sendo que cada um deles está centrado em um possível valor transmitido.

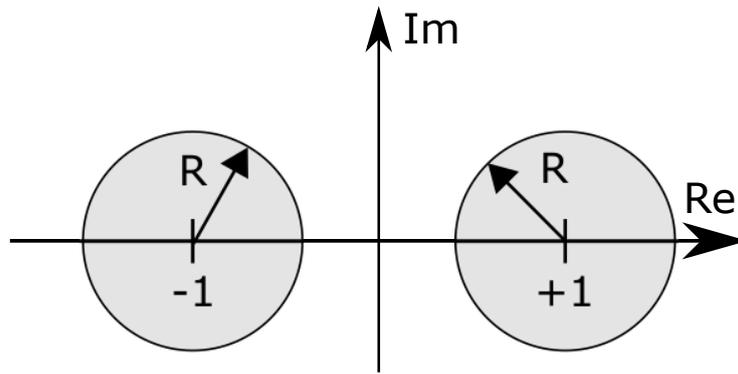


Figura 4.3: Critério para adaptação utilizado REr.

4.4 SOBRE AS SIMULAÇÕES

A ideia é que o algoritmo faça a adaptação da matriz $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ quando o REr for maior do que o valor R - o qual define os limitantes apresentados -, evitando-se a adaptação toda vez que uma nova amostra é captada e, conseqüentemente, reduzindo-se o custo computacional. Esse valor R não é crítico e, portanto, ele deve ser escolhido com base no custo computacional e no desempenho de SINR: quanto menor for o valor de R , maior será o custo computacional.

De forma a se analisar como os algoritmos com adaptações complexa e real se comportarão frente a ambientes com diferentes potências de ruído gaussiano branco, as simulações foram feitas conforme os seguintes parâmetros:

- ULA com 16 antenas onidirecionais com espaçamento de $0,5\lambda$;
- $n = 2$ usuários, sendo SOI e interferente vindos de 30° e 70° respectivamente, ambos com potência unitária $\sigma_s^2 = \sigma_{int}^2 = 1$ e modulados em BPSK;
- $N = 2000$ amostras;
- $\gamma = 10\sigma_n^2$ para os algoritmos LSMI utilizados;
- ruído ambiente modelado pelo ruído branco gaussiano (AWGN¹) em que a potência será variada.

Ademais, o número de iterações em que se faz o cálculo da matriz de auto-correlação amostral $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ também será contado de forma a verificar a necessidade de se recalculá-la em cenários com diferentes potências de ruído. Por isso, o vetor dos sinais, dado por $\mathbf{x}(i)$, sempre é captado, mas a matriz $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ só é calculada:

- se o módulo do sinal de saída do arranjo for maior do que um limite pré-estabelecido dado por $|REr| \geq R$;

¹Additive White Gaussian noise, em inglês.

- se não, mantém-se a matriz $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ anterior.

Pode-se resumir o algoritmo da seguinte forma:

1. calcula-se a saída $y = \mathbf{w}^H \mathbf{x}$ do receptor;
2. estima-se o REr para os dois valores prováveis;
3. faz-se a decisão do bit recebido com base no menor REr, denotado por REr_{min} , e em seguida:

se $|REr_{min}| \geq R$ adapta-se o vetor \mathbf{w} ;

se não, o vetor \mathbf{w} é mantido.

O valor de R definido acima é estipulado pelo usuário: quanto menor for o valor escolhido, mais adaptações são realizadas pelo *beamformer*.

Na simulação realizada, a adaptação foi feita conforme a seguinte regra: $|R| \geq 0,9$. O valor 0,9 não é crítico e, portanto, ele deve ser escolhido com base no custo computacional e no desempenho da SINR: quanto mais o valor de $|R|$ se aproxima de um, maior será o custo computacional, já que qualquer desvio referente ao valor transmitido que o faça cruzar o limite fará o *beamformer* ser adaptado.

Para fins de comparação, as seguintes nomenclaturas são utilizadas:

- *it*: número de iterações em que houve adaptação do vetor \mathbf{w} ;
- *EPET*: valor de *PET* para o algoritmo que adapta o vetor \mathbf{w} segundo o erro de recepção;
- *TPET*: valor de *PET* para o algoritmo que adapta o vetor \mathbf{w} em todas as iterações.

4.4.1 Simulações com Critério Real

4.4.1.1 SMI

Na Tabela 4.1, os dados acerca da quantidade *%it* de adaptações do algoritmo SMI e da *PET* à medida que se varia a potência σ_n^2 do ruído ambiente em uma transmissão BPSK aleatória são mostrados.

Verificou-se que, quando o ruído ambiente é pequeno ($\sigma_n^2 = 1$), o algoritmo SMI realiza adaptações em 15,95% das 2.000 iterações para uma *PET* relativamente pequena de 0,40% ao se adaptar de acordo com o REr - *EPET* -, sendo que o caso em que o SMI é adaptado em todas as iterações do algoritmo - *TPET* - apresentou uma *PET* ligeiramente menor de 0,35%. Esse perfil em que a diferença entre o *TPET* e o *EPET* é pequena ou, até mesmo, igual ocorre para

Tabela 4.1: Adaptação REAL para o algoritmo SMI.

σ_n^2	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
% <i>it</i>	15,95	55,10	72,85	70,80	69,05	59,65	50,10	45,30	41,20	38,30
% <i>EPET</i>	0,35	0,45	0,6	1,00	1,55	5,10	10,80	15,40	18,85	21,10
% <i>TPET</i>	0,40	0,40	0,6	0,95	1,50	5,05	11,00	15,50	18,65	21,05

vários valores de variância do ruído σ_n^2 . É importante frisar que, para $\sigma_n^2 = 3$, o algoritmo realizou, obtendo-se o mesmo erro para o *EPET* e o *TPET*, a maior porcentagem de adaptações: 72,85% das vezes. Ademais, mesmo com o dobro da potência do ruído, a *PET* aumentou pouco - de 0,35% para 0,45% - para o *EPET* e permaneceu a mesma - 0,4% - para o *TPET*, mas o algoritmo teve de fazer 55,10% de iterações de adaptação, o que significa 39,15% mais iterações do que no caso de ruído com potência unitária, que totalizou 15,95%. Já no caso extremo em que $\sigma_n^2 = 50$, a porcentagem de adaptações diminuiu bastante, passando a 38,30%, bem como a *PET* aumenta significativamente para 21,10% e 21,05% para o *EPET* e o *TPET* respectivamente. Com isso, percebe-se que o algoritmo passa a cometer mais erros e, devido ao ruído estar com a potência muito elevada, o algoritmo tem dificuldade em se adaptar de forma a minimizá-los.

4.4.1.2 LSMI

Na Tabela 4.2, os dados acerca da quantidade %*it* de adaptações do algoritmo LSMI e da *PET* à medida que se varia a potência σ_n^2 do ruído ambiente em uma transmissão BPSK aleatória são mostrados.

Tabela 4.2: Adaptação REAL para o algoritmo LSMI.

σ_n^2	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
% <i>it</i>	1,55	1,65	1,95	3,30	5,00	25,65	64,65	83,25	92,00	96,25
<i>EPET</i> (%)	0	0	0,05	0,15	0,35	3,05	10,15	14,20	16,95	19,60
<i>TPET</i> (%)	0	0	0,05	0,15	0,40	3,10	10,15	14,20	16,95	19,60

Para os casos em que $\sigma_n^2 = 1$ e $\sigma_n^2 = 2$, o algoritmo LSMI não apresentou erros de bit - ou seja, *PET* = 0 - e o número de iterações foi incrementado em 0,10% - de 1,55% para 1,65%. Ademais, quando o ruído ambiente está em valores extremos ($\sigma_n^2 = 50$), a *PET* do sistema aumenta significativamente para 19,60%, a qual é inferior à *PET* do SMI; entretanto o número de adaptações necessárias para que o algoritmo chegue a essa *PET* é significativamente maior: de 38,30% do SMI para 96,25% do LSMI. O fato de a porcentagem de iterações sempre aumentar indica que o algoritmo LSMI não está sendo capaz de diminuir o erro com as adaptações. Outro ponto notável se refere à natureza diretamente proporcional do *EPET* e do *TPET* em relação à porcentagem de adaptações do algoritmo e à potência do ruído ambiente: quanto maior(es) for(em) o número de adaptações e/ou a potência do ruído ambiente, maiores serão os valores de

PET do $EPET$ e do $TPET$.

4.4.2 Simulações com Critério Complexo

4.4.2.1 SMI

Na Tabela 4.3, os dados acerca da porcentagem $\%it$ de adaptações do algoritmo SMI e da PET à medida que se varia a potência σ_n^2 do ruído ambiente em uma transmissão BPSK aleatória são mostrados.

Tabela 4.3: Adaptação COMPLEXA para o algoritmo SMI.

σ_n^2	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
$\%it$	30,90	81,40	80,00	80,10	79,25	77,30	74,00	70,70	68,50	67,25
$EPET(\%)$	0,35	0,40	0,60	0,95	1,55	5,10	11,00	15,45	18,85	21,15
$TPET(\%)$	0,40	0,40	0,60	0,95	1,50	5,05	11,00	15,50	18,65	21,05

Foi possível verificar que, quando a potência do ruído ambiente é pequena ($\sigma_n^2 = 1$), o algoritmo SMI realiza um total de 30,90% das adaptações a valores de PET de, para o $EPET$, 0,35% e de, para o $TPET$, 0,40%. Comparando-se $EPET$ e $TPET$, vê-se que ambos tiveram desempenhos similares atingindo valores de PET parecidos em quase todos os casos, entretanto há situações em que isso não ocorre e tanto o $EPET$ quanto o $TPET$ se sobressaem um sobre o outro. O contrário ocorre, por exemplo, quando se tem $\sigma_n^2 = 5$: o $EPET$ apresenta adaptações em 1,55% das vezes; e o $TPET$, em 1,50%. Isso significa que fazer adaptação em todas as iterações nem sempre leva a uma melhor PET . No caso crítico em que $\sigma_n^2 = 50$, nota-se que o algoritmo precisou realizar mais do que o dobro de iterações para manter os valores de PET para o $EPET$ e $TPET$.

Ressalta-se que o algoritmo $EPET$ apresenta o valor de PET similar - ou, até mesmo, igual - ao $TPET$ na maioria dos casos analisados com um número menor de adaptações:

- $\%it=30,90\%$ na melhor situação, na qual o ruído possui a menor potência $\sigma_n^2 = 1$;
- $\%it=81,40\%$ na pior situação, na qual $\sigma_n^2 = 2$.

Isso indica que não há a necessidade se realizarem adaptações em todas as iterações para se manter a PET do sistema, o que reduz consideravelmente o custo computacional.

Ao se comparar o caso de adaptação complexa com o de adaptação real, vê-se que o primeiro necessita de mais iterações do algoritmo para se manter a PET níveis menores - 15,95% de iterações com adaptação para 0,35% e 0,40% do $EPET$ e $TPET$ respectivamente. No pior caso em que $\sigma_n^2 = 50$, o cenário permanece praticamente o mesmo com o $EPET$ e o $TPET$ valendo

21,15% e 21,05% respectivamente. Ressalta-se que, assim como no caso com adaptação real, há um pico de iterações em que ocorre adaptação quando a potência do ruído é $\sigma_n^2 = 2$.

4.4.2.2 LSMI

Na Tabela 4.4, os dados são mostrados sobre a quantidade %*it* de adaptações do método LSMI e da *PET* enquanto se varia a potência do ruído ambiente σ_n^2 em uma transmissão BPSK cujos sinais são aleatórios.

Tabela 4.4: Adaptação COMPLEXA para o algoritmo LSMI.

σ_n^2	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50
<i>it</i>	1,55	1,55	1,70	2,20	3,35	12,35	31,55	48,1	59,15	68,25
<i>EPET</i>	0	0	0,05	0,15	0,35	3,00	10,15	14,20	16,95	19,60
<i>TPET</i>	0	0	0,05	0,15	0,40	3,10	10,15	14,20	16,95	19,60

Para o caso mais simples em que $\sigma_n^2 = 1$, o algoritmo LSMI não apresentou erros em bits - ou seja, *PET* = 0 -; e, até quando a $\sigma_n^2 = 2$ - ou seja, o dobro da potência do SOI - a *PET* se manteve nula. Quando a potência do ruído foi posta em $\sigma_n^2 = 3$, notou-se que os algoritmos começaram a apresentar tanto a *EPET* quanto a *TPET* não-nulas - passando a ambas valerem 0,05%. Também é importante notar que, quando o ruído ambiente foi posto em valores extremos ($\sigma_n^2 = 50$), a *PET* dos algoritmos aumentou significativamente para 19,60%. Todavia, esse valor ainda foi menor do que aquele para o algoritmo SMI - 21,15% e 21,05% para o *EPET* e o *TPET* respectivamente -, o que indica a maior robustez do algoritmo LSMI. Um ponto a se evidenciar é que tanto porcentagem de iterações com adaptações dos algoritmos quanto os valores de *PET* para o *EPET* e o *TPET* demonstraram comportamento sempre crescente.

Ao se comparar os algoritmos com adaptações real e complexa, nota-se que este precisou de uma porcentagem semelhante de iterações com adaptação para valores pequenos de potência do ruído - por exemplo, 1,55% para os ambos os casos quando a potência do ruído é unitária; entretanto, ao se elevá-la, percebe-se que o algoritmo com adaptação complexa apresenta menor porcentagem de iterações com adaptação - 68,25% - do que o com adaptação real - 96,25% -, o que indica que ele tem maior capacidade de se adaptar frente a ambientes com ruídos de alta potência, embora os valores de *PET* sejam praticamente semelhantes.

4.5 CONCLUSÃO

Os vetores de ponderação dos algoritmos SMI e LSMI foram adaptados de forma não-contínua baseados em dois critérios: complexo, em que o erro de recepção é baseado na distância entre o bit recebido e o provável bit transmitido; real, em que o erro de recepção é baseado na diferença

entre a parte real do bit recebido e o provável bit transmitido.

No caso complexo, constatou-se que o algoritmo LSMI apresenta PET menor em relação ao SMI para qualquer potência de ruído ambiente analisada; isso se repete no caso real. Inclusive é importante destacar que, para baixas potências de ruído ambiente - $\sigma_n^2 = 1$ e $\sigma_n^2 = 2$ -, o algoritmo LSMI apresentou 100% de acerto dos bits transmitidos para os dois tipos de adaptação; já para níveis extremos de ruído ambiente, ele ainda apresentou PET menor do que o algoritmo SMI: 21,15% do SMI contra 19,60% do LSMI com adaptação $EPET$; e 21,05% do SMI contra 19,60% do LSMI com adaptação $TPET$. É importante notar que os valores são parecidos quando se fazem adaptação complexa e adaptação real, o que indica que não há perda em se utilizar um ou outro tipo de adaptação; todavia, há uma perda de aproximadamente 1,5% ao se utilizar ou SMI ou LSMI em ambos os tipos de adaptação. Ademais, percebe-se que o algoritmo SMI nas duas abordagens apresenta um pico de adaptações para valores intermediários de potência do ruído - $\sigma_n^2 = 3$ na real e $\sigma_n^2 = 2$ na complexa - e isso pode indicar que, a partir de uma certa potência de ruído, as adaptações têm menor capacidade de reduzir a PET quando a adaptação é feita seguindo o critério complexo; o LSMI, por sua vez, apresenta uma tendência crescente de adaptações consoante o aumento da potência do ruído ambiente independentemente do tipo de adaptação escolhida.

Assim, conseguiu-se reduzir a quantidade de adaptações mantendo-se a PET do sistema aproximadamente igual. Com isso, os algoritmos reduzem o custo computacional inerente ao problema.

5 MELHORA DE DESEMPENHO POR COMPOSIÇÃO DE ALGORITMOS

Neste capítulo, algoritmos capazes de chavear entre métodos de beamforming serão analisados. Esse estudo visa a verificar a redução da carga computacional ao se utilizar métodos mais simples em cenários favoráveis e mais complexos em cenários adversos.

5.1 INTRODUÇÃO

O *beamformer* DS provê bom desempenho de SINR a um baixo custo computacional quando a direção-de-chegada do SOI não se altera ao passar do tempo; em contrapartida, o *beamformer* LSMI - o qual é uma abordagem robusta a problemas de *beamforming* - é capaz de alcançar maiores valores de SINR ao se elevar o custo computacional do processo. Sendo assim, ambos os métodos apresentam vantagens e desvantagens a depender das condições em que o processo de *beamforming* é realizado.

Portanto, um *beamformer* que chaveia entre os métodos DS e LSMI - chamado doravante de S-DS-LSMI¹ - é proposto para que se aproveite a simplicidade do método DS e o melhor desempenho de SINR do método LSMI, sendo cada método escolhido em função da qualidade do sinal recebido.

5.2 BEAMFORMER S-DS-LSMI CHAVEADO

O *beamformer* S-DS-LSMI utiliza de duas regiões de decisão para escolher o melhor dos métodos dentre DS e LSMI tentando, assim, reduzir o custo computacional do algoritmo. O fator de carga γ do algoritmo LSMI será escolhido com base em valores pré-estabelecidos de trabalhos anteriores: $\gamma = 2\sigma_n^2$ e $\gamma = 10\sigma_n^2$ [49, 18, 50]. O critério utilizado para a seleção dos algoritmos é baseado no erro de recepção definido anteriormente. As regiões que definem qual método será escolhido para a adaptação estão explicitadas na Figura 5.1:

- se o sinal recebido estiver dentro do intervalo $[-R; +R]$, o *beamformer* decide por utilizar o algoritmo LSMI;
- se ele estiver fora da região - no intervalo $[-\infty; -R] \cup [+R; +\infty]$ -, o *beamformer* utiliza

¹*Switching DS-LSMI*, em inglês.

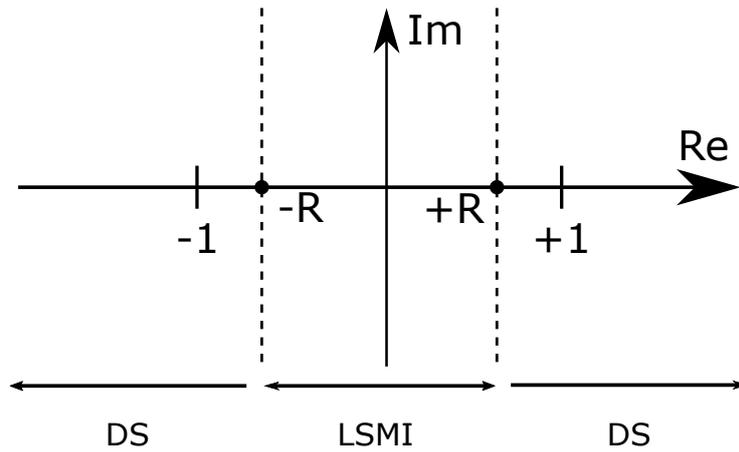


Figura 5.1: Critério para decisão entre os métodos DS e LSMI.

o algoritmo DS.

Logo, pode-se resumir o algoritmo da seguinte forma:

- calcula-se a saída $y = \mathbf{w}^H \mathbf{x}$ utilizando-se o vetor de ponderação $\mathbf{w} = \mathbf{w}_{DS}$;
- o REr é estimado:
 - se $|\Re \{REr\}| < R$, o vetor de ponderação é trocado por $\mathbf{w} = \mathbf{w}_{LSMI}$;
 - se não, mantém-se o vetor de ponderação como $\mathbf{w} = \mathbf{w}_{DS}$;
- a saída $y = \mathbf{w}^H \mathbf{x}$ é calculada com o vetor de ponderação previamente definido;
- a detecção de *bit* é feita com base no vetor de ponderação \mathbf{w} , sendo \mathbf{w}_{DS} ou \mathbf{w}_{LSMI} , calculada utilizando a saída y .

Em suma, calcula-se sempre a solução DS e, se ela apresentar o REr fora da faixa especificada - ou seja, o desempenho do algoritmo está ruim -, utiliza-se, então, a solução LSMI, a qual é mais robusta.

Com o interesse exclusivo de se comparar os resultados da simulação a ser realizada, criou-se a chamada solução hipotética - denominada H-DS-LSMI². Ela é capaz de calcular a SINR tanto para o vetor de ponderação \mathbf{w}_{DS} - o qual representa a solução mais simples - quanto para o \mathbf{w}_{LSMI} e escolher aquele forneça a maior delas.

Para se validar o modelo de *beamformer* S-DS-LSMI proposto, realizam-se simulações em que dois sinais - um SOI e outro interferente - transmitidos em um ambiente cujo ruído é do tipo AWGN. Nelas, o desempenho de SINR é medido enquanto se varia a potência de um interferidor de 1 até 10 a passos unitários.

²*Hypothetical DS-LSMI*, em inglês.

As configurações do sistema e o comportamento do ambiente seguem os mesmos padrões em ambas as situações:

- *beamformer* com ULA de 32 ou 64 antenas espaçadas a $0,5\lambda$ entre elas;
- um único SOI cuja DOA é de 30° e possui potência unitária;
- um único interferidor cuja potência será variada a passos unitários de 1 a 10 e direção de 70° ;
- ruído ambiente de variância unitária ($\sigma_n^2 = 1$);
- $N = 2.000$ amostras colhidas durante toda a simulação;
- fatores de carga escolhidos como: $\gamma = 2\sigma_n^2$, para o LSMI 1; e $\gamma = 10\sigma_n^2$, para o LSMI 2;
- $R = 0,8$ é o limite para se escolher entre o DS e o LSMI.

Nas tabelas a seguir, as colunas relativas aos métodos DS e LSMI contêm a porcentagem de utilização do respectivo método e os valores de SINR foram calculados em dB.

5.2.1 DOA sem Ruído

Nesta simulação, considerou-se que a DOA do SOI se manteve constante em 30° ; ou seja, não existem incertezas nela.

5.2.1.1 ULA com 32 antenas

Os resultados, para este caso, estão dispostos na Tabela 5.1.

Quando a variância do interferente é unitária ($\sigma_{int}^2 = 1$), é notável que o S-DS-LSMI atinge uma SINR de 15,0387 dB, o que é quase a mesma SINR do caso hipotético H-DS-LSMI de 15,0476 dB. Ademais, esses valores foram obtidos com quase a mesma frequência de utilização dos métodos DS e LSMI: 94,80% e 5,20% para o primeiro caso; e 92,40% e 7,60% para o segundo caso. Todavia, à medida que se aumenta a potência do interferente, a frequência com que o método LSMI é utilizado aumenta para ambos os casos de forma a manter o nível de SINR o mais alto possível. No S-DS-LSMI, a utilização do LSMI não aumenta muito, mas isso não representa um problema já que a SINR sofre apenas uma pequena degradação em relação ao H-DS-LSMI de 0,15 dB aproximadamente.

No caso extremo em que $\sigma_{int}^2 = 10$, o número de vezes em que o método LSMI foi utilizado cresce significativamente para o H-DS-LSMI, mas não para o S-DS-LSMI. Ao se comparar as porcentagens de uso do LSMI, têm-se as seguintes correspondências:

Tabela 5.1: Desempenho dos algoritmos S-DS-LSMI e H-DS-LSMI com ULA de 32 elementos, considerando-se a DOA constante e variando-se a potência do interferidor.

σ_{int}^2	S-DS-LSMI			H-DS-LSMI		
	%DS	%LSMI 2	SINR	%DS	%LSMI 2	SINR
1	94,80	5,20	15,0387	92,40	7,60	15,0476
2	94,80	5,20	15,0127	91,35	8,65	15,0360
3	94,85	5,15	14,9807	90,40	9,60	15,0170
4	94,70	5,30	14,9412	88,55	11,45	14,9911
5	94,65	5,35	14,8976	85,75	14,25	14,9591
6	94,25	5,75	14,8511	83,25	16,75	14,9216
7	93,80	6,20	14,7936	80,25	19,75	14,8794
8	93,75	6,25	14,7352	76,80	23,20	14,8331
9	93,40	6,60	14,6664	73,75	26,25	14,7836
10	92,95	7,05	14,5902	69,30	30,70	14,7320

- S-DS-LSMI: 7,05% das vezes para uma SINR de 14,5902 dB;
- H-DS-LSMI: 30,70% das vezes para uma SINR de 14,7320 dB.

Isso representa uma diferença de 23,65% das vezes em que se utilizou o LSMI em detrimento ao DS para se conseguir um ganho adicional de 0,1418 dB. Esse ganho adicional é considerado pequeno frente ao aumento do custo computacional inerente à utilização mais frequente do LSMI. Em situações que o custo computacional é um fator crítico, utilizar o S-DS-LSMI pode ser a melhor alternativa visto que o número de iterações em que se utiliza o método DS é relativamente grande.

Logo, o custo computacional é reduzido, pois o método DS é utilizado mais frequentemente e ele é mais simples comparado ao LSMI.

5.2.1.2 ULA com 64 antenas

Os resultados, para este caso, estão dispostos na Tabela 5.2.

Um comportamento similar ao caso em que se utiliza um ULA de 32 antenas é verificado:

- quando o interferente tem variância unitária, os desempenhos de SINR são praticamente os mesmos do que aqueles do caso de 32 antenas;
- já quando a variância do interferente aumenta, o número de iterações em que se utiliza o LSMI necessárias para se obter a melhor SINR aumenta em quase o dobro do que quando a potência do ruído ambiente era unitária.

Tabela 5.2: Desempenho dos algoritmos S-DS-LSMI e H-DS-LSMI com ULA de 64 antenas, considerando-se a DOA constante e variando-se a potência do interferidor.

σ_{int}^2	S-DS-LSMI			H-DS-LSMI		
	%DS	%LSMI 2	SINR	%DS	%LSMI 2	SINR
1	99,10	0,90	18,0498	99,15	0,85	18,0538
2	99,20	0,80	18,0247	95,70	4,30	18,0303
3	99,15	0,85	17,9827	90,60	9,40	17,9929
4	99,20	0,80	17,9281	85,40	14,60	17,9443
5	99,10	0,90	17,8537	81,75	18,25	17,8855
6	99,05	0,95	17,7697	74,10	25,90	17,8201
7	98,80	1,20	17,6710	69,80	30,20	17,7504
8	98,65	1,35	17,5620	65,35	34,65	17,6761
9	98,55	1,45	17,4441	58,70	41,30	17,6015
10	98,25	1,75	17,3148	55,95	44,05	17,5264

É importante notar que, no S-DS-LSMI, isso não ocorre, pois o número de iterações em que se utiliza o LSMI aumenta mais lentamente.

Ao se comparar ambos os *beamformers* e ao se considerar o caso em que se tem $\sigma_{int}^2 = 10$, o número de iterações nas quais o LSMI é utilizado cresce significativamente para o H-DS-LSMI e sutilmente para o S-DS-LSMI. Ao se comparar as porcentagens de uso do LSMI, têm-se as seguintes correspondências:

- S-DS-LSMI: 1,75% das vezes para uma SINR de 17,3148 dB;
- H-DS-LSMI: 44,05% das vezes para uma SINR de 17,5264 dB.

Ao se analisar esses dados, vê-se que o LSMI foi utilizado 42,30% mais vezes no caso H-DS-LSMI do que no S-DS-LSMI para um ganho de SINR de apenas 0,2116 dB. Esse pequeno ganho pode não justificar o aumento da complexidade computacional devido à maior utilização do LSMI. Ademais, é importante notar que o método S-DS-LSMI consegue atingir desempenho de SINR similar ao caso H-DS-LSMI, mas com menos custo computacional, pois o método DS é utilizado mais vezes.

5.2.1.3 Adaptação S-DS-LSMI x Solução H-DS-LSMI

Para se avaliar o desempenho do algoritmo S-DS-LSMI, a SINR foi calculada à medida que os *snapshots* foram recebidos pelo *beamformer*. Essa análise é feita apenas com um ULA de 64 antenas e o H-DS-LSMI tendo sido traçado para que possa se fazer uma comparação entre os desempenhos de ambos.

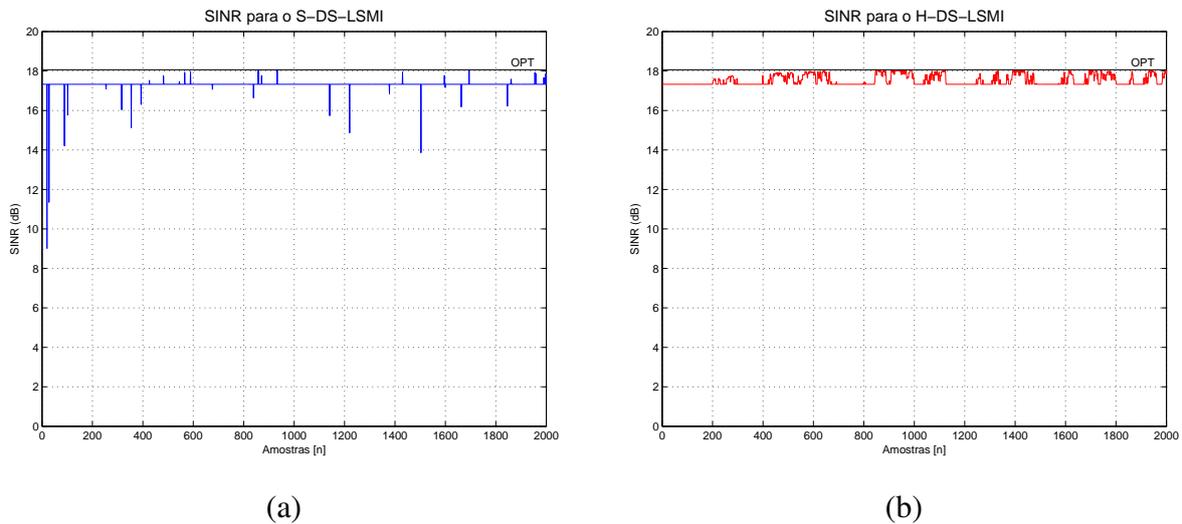


Figura 5.2: SINR para os *beamformers* (a) S-DS-LSMI e (b) H-DS-LSMI.

Na Figura 5.2, casos (a) e (b), veem-se os desempenhos dos *beamformers* H-DS-LSMI e S-DS-LSMI respectivamente. Pelo caso da Figura 5.2 (a), é possível ver que, na melhor das hipóteses, haverá um limite inferior para a SINR e ele será estabelecido de acordo com o desempenho do método DS. Em alguns momentos, a SINR pode chegar a valores maiores do que esse patamar utilizando o método LSMI. Isso era esperado já que o algoritmo escolhe a solução que apresentar o melhor desempenho. Pelo caso da Figura 5.2 (b), percebem-se a linha horizontal que determina o desempenho de SINR ao se utilizar o método DS e os picos relativos às vezes em que o método LSMI foi utilizado. É notável que o LSMI apresentou resultados de maior valor de SINR que o DS, mas também ocorreram situações em que o desempenho SINR sofreu degradações significativas.

Calculando-se o valor médio da SINR com as 2.000 amostras coletadas, os valores de 17,5264 dB e 17,3148 dB são encontrados para os casos H-DS-LSMI e S-DS-LSMI respectivamente. Logo, nota-se que o desempenho da SINR degrada ligeiramente ao se utilizar o *beamformer* S-DS-LSMI. Entretanto, essa degradação é relativamente pequena quando comparada ao ganho computacional que se tem ao se utilizar o método DS mais frequentemente do que o LSMI.

5.2.2 DOA com Ruído

Neste caso, considera-se que há incerteza na DOA do SOI. Esse efeito foi introduzido ao se corrompê-la com um ruído do tipo AWGN que pode provocar a variação dentro da faixa de -1 a $+1$ grau.

5.2.2.1 ULA com 32 antenas

Os resultados, para este caso, estão dispostos na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Desempenho dos algoritmos S-DS-LSMI e H-DS-LSMI com um ULA de 32 antenas quando a DOA está corrompida por ruído e variando-se a potência do interferidor.

σ_{int}^2	S-DS-LSMI			H-DS-LSMI				
	%DS	%LSMI 2	SINR	%DS	%SMI	%LSMI 1	%LSMI 2	SINR
1	51,60	48,40	14,0211	83,25	0,10	1,05	15,60	14,1545
2	51,20	48,80	13,7887	83,55	0,15	1,40	14,90	14,0828
3	51,00	49,00	13,5389	81,40	0,15	2,65	15,80	13,9790
4	50,95	49,05	13,3081	78,25	0,15	4,05	17,55	13,8548
5	50,65	49,35	13,0995	74,10	0,15	5,70	20,05	13,7203
6	50,45	49,55	12,8968	69,20	0,15	7,25	23,40	13,5849
7	49,80	50,20	12,7093	65,15	0,15	9,35	25,35	13,4539
8	49,50	50,50	12,5261	60,60	0,15	11,65	27,60	13,3310
9	49,15	50,85	12,3477	57,85	0,15	12,75	29,25	13,2169
10	48,50	51,50	12,1842	54,40	0,25	14,10	31,25	13,1119

A primeira diferença notável é a presença dos métodos de *beamforming* SMI e LSMI 1, os quais não ocorreram no caso de DOA sem ruído, embora eles ocorram a frequências mais baixas do que os métodos DS e LSMI 2. À medida que se aumenta a potência do ruído ambiente, a frequência de utilização do LSMI 1 aumenta razoavelmente de 1,05% para 14,10%, o que não ocorre com o SMI que passa de 0,10% para 0,25%. Todavia, o caso hipotético não sofre de grande perda da SINR - de 14,1545 dB para 13,1119 dB -, pois ele passa a utilizar de mais métodos que mantêm a SINR elevada.

Quando se tem a variância unitária do interferente ($\sigma_{int}^2 = 1$), o S-DS-LSMI utiliza os dois algoritmos - DS e LSMI 2 - praticamente nas mesmas proporções para se atingir uma SINR próxima - 14,0211 dB - da melhor possível - 14,1545 dB. No entanto, o caso H-DS-LSMI, nesse cenário, utiliza o DS mais vezes do que os demais métodos e ele obteve melhor SINR.

No caso extremo em que $\sigma_{int}^2 = 10$ para o S-DS-LSMI, as proporções de utilização dos métodos não se alteraram de forma significativa: o DS em 48,50% das vezes; e o LSMI 2 em 51,50%. Entretanto, quando se comparam esses dados com aqueles referentes ao H-DS-LSMI, vê-se que a porcentagem de utilização do DS permaneceu quase a mesma - 54,40% -, mas a porcentagem do LSMI 2 decresceu de 51,50% para 31,25%, sendo que o LSMI 1 é o terceiro método mais utilizado.

5.2.2.2 ULA com 64 antenas

Os resultados, para este caso, estão dispostos na Tabela 5.4.

Quando se tem a variância unitária do interferente ($\sigma_{int}^2 = 1$), o S-DS-LSMI utiliza os dois

Tabela 5.4: Desempenho dos algoritmos S-DS-LSMI e H-DS-LSMI com um ULA de 64 antenas quando a DOA está corrompida por ruído e variando-se a potência do interferidor.

σ_{int}^2	S-DS-LSMI			H-DS-LSMI				
	%DS	%LSMI 2	SINR	%DS	%SMI	%LSMI 1	%LSMI 2	SINR
1	28,50	71,50	13,0986	89,25	5,60	1,65	3,50	14,6331
2	28,65	71,35	12,7477	84,70	5,70	1,60	8,00	14,5104
3	28,40	71,60	12,5032	78,30	5,85	1,80	14,05	14,3485
4	28,30	71,70	12,3176	72,30	6,15	2,10	19,45	14,1736
5	28,25	71,75	12,1611	66,55	6,15	2,50	24,80	13,9935
6	27,95	72,05	12,0243	60,95	6,20	2,85	30,00	13,8292
7	27,75	72,25	11,9015	55,60	6,25	3,15	35,00	13,6814
8	27,35	72,65	11,7849	50,20	6,35	3,90	39,55	13,5548
9	27,25	72,75	11,6759	45,35	6,55	4,25	43,85	13,4450
10	27,30	72,70	11,5681	41,15	6,70	4,35	47,80	13,3520

algoritmos - DS e LSMI 2 - para se atingir uma SINR próxima - 13,0986 dB - da melhor possível - 14,6631 dB. No entanto, o S-DS-LSMI utilizou o método LSMI 2 em grande parte das vezes - 71,50%, o que indica alto custo computacional. Ademais, verifica-se que o H-DS-LSMI utilizou mais vezes o método DS - 89,25% - do que o S-DS-LSMI - 28,50% - além de outros métodos não abordados por este - SMI e LSMI 1 -, o que quer dizer que o S-DS-LSMI não escolhe o DS na maioria das vezes quando a DOA está corrompida por ruído e prefere optar pela abordagem mais robusta do LSMI 2.

Quando a variância do interferente é consideravelmente maior do que a do SOI ($\sigma_{int}^2 = 10$), verifica-se que o S-DS-LSMI continua a utilizar mais o LSMI 2 - 27,30% para o DS e 72,70% para o LSMI 2 - para tentar manter a SINR elevada a 11,5681 dB - o que significa uma degradação de aproximadamente 1,5 dB ao caso de variância unitária. Já o H-DS-LSMI passa a utilizar bem mais o LSMI 2 - 47,80% - e ainda inclui os algoritmos SMI - 6,70% - e o LSMI 1 - 4,35% - para obter uma SINR de 13,3520 dB, a qual é ligeiramente maior do que aquela obtida pelo S-DS-LSMI.

Portanto, a SINR sofre significativa degradação quando o S-DS-LSMI é utilizado em ambientes cuja DOA é corrompida por ruído. Pelos dados dispostos na Tabela 5.4, vê-se que as taxas de utilização de ambos os métodos, para o S-DS-LSMI, permanecem praticamente inalteradas à medida que se aumenta a potência do ruído. Isso já não ocorre ao se utilizar o H-DS-LSMI, o qual aumenta as taxas do SMI, do LSMI 1 e do LSMI 2 e diminui a do DS à medida que se aumenta a potência do interferidor.

5.2.2.3 Adaptação S-DS-LSMI x Solução H-DS-LSMI

Novamente, calcula-se a SINR do S-DS-LSMI conforme o recebimento dos *snapshots* para se avaliar o desempenho dele com um ULA de 64 antenas.

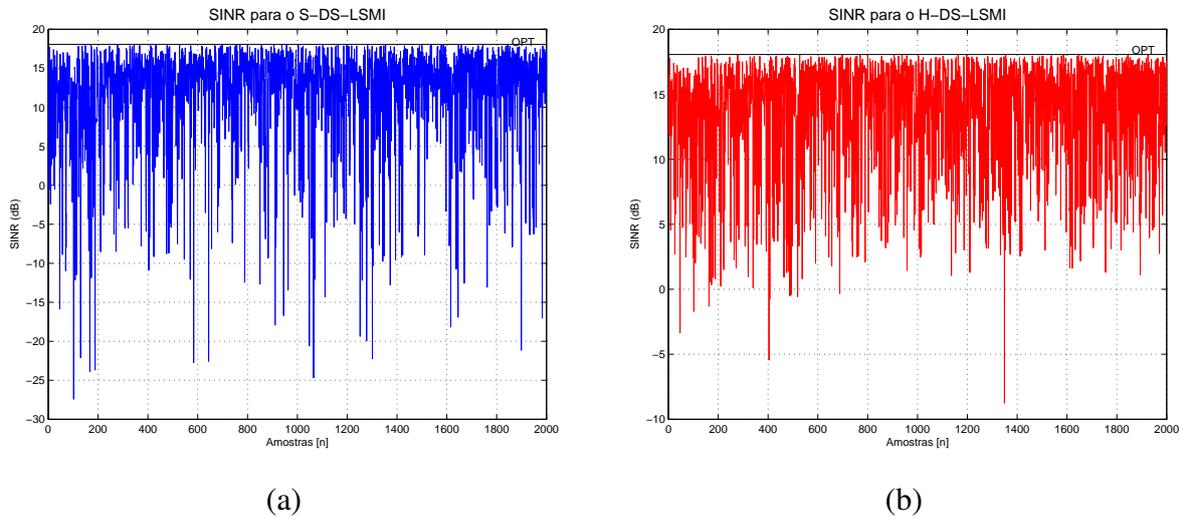


Figura 5.3: SINR para os *beamformers* quando a DOA é corrompida por ruído para o (a) S-DS-LSMI e o (b) H-DS-LSMI.

Na Figura 5.3, dispõem-se os desempenhos dos *beamformers* H-DS-LSMI e S-DS-LSMI. Um primeiro fato notável é o grande número de oscilações em ambos os casos: pode-se chegar tanto a valores de SINR próximos do limite ótimo quanto a valores negativos, os quais indicam que o sistema errou completamente. Outro fato interessante é que não existe aquele patamar mínimo do caso em que a DOA não está corrompida por ruído, pois, nesse caso, o vetor-volante do método DS sempre estava direcionado para 30° e, como a DOA do sinal está sempre constante, ele conseguia um valor de SINR satisfatório ao manter o arranjo direcionado para essa direção. Agora, isso não acontece mais, pois a DOA dos sinais varia constantemente ao ser corrompido pelo ruído.

Na Tabela 5.5, constata-se o número de iterações em que a SINR se manteve acima de 10 dB - representada por “% > 10 dB” - e a SINR média considerando-se as 2.000 amostras.

Tabela 5.5: Porcentagem de ocorrências de SINR acima de 10 dB e SINR média de acordo com as 2.000 amostras dos *beamformers*.

Variável	H-DS-LSMI	S-DS-LSMI
% > 10 dB	79,80%	76,15%
SINR média	13,3520 dB	11,5681 dB

Apesar da grande amplitude das oscilações constatáveis pelos gráficos, os valores de SINR se mantiveram acima de 10 dB, a qual representa um valor satisfatório para essa grandeza, na maior

parte das iterações, sendo que o S-DS-LSMI apresentou a porcentagem similar à do H-DS-LSMI. Ademais, é relevante destacar que o S-DS-LSMI sofreu pequena degradação na SINR média - em torno de 1,7839 dB - quando comparado ao H-DS-LSMI.

5.3 CONCLUSÃO

Nesta capítulo, um algoritmo que chaveia os métodos DS e LSMI - este com fator de carga $\gamma = 10\sigma_n^2$ - foi desenvolvido para que se pudesse diminuir a carga computacional uma vez que o primeiro é mais simples do que o segundo. Para se avaliar o desempenho desse algoritmo, transmissões BPSK sob diferentes condições de ruído na DOA do SOI e número de antenas do ULA são analisadas.

No cenário em que não há ruído na DOA do SOI e o ULA tem 32 antenas, percebe-se que o algoritmo utiliza o método DS mais vezes quando há um interferidor de baixa potência e ambas as soluções apresentam resultados similares; já quando o interferidor tem alta potência, o S-DS-LSMI ainda utiliza bastante o método DS e isso leva a uma degradação da SINR, enquanto o H-DS-LSMI passa a utilizar bem mais vezes o LSMI 2 para manter a SINR elevada. Todavia, a diferença de SINR entre ambos é pequena comparada à redução da carga computacional obtida pelo S-DS-LSMI.

Já no cenário em que não há ruído na DOA do SOI e o ULA tem 64 antenas, vê-se que os *beamformers* mantêm a SINR elevada mesmo quando a variância do interferidor é elevada. A diferença está na porcentagem de vezes que o método DS é utilizado: para o S-DS-LSMI, a porcentagem é elevada em todos os casos, indicando a redução da carga computacional; já para o H-DS-LSMI, no caso extremo em que $\sigma_{int}^2 = 10$, o LSMI 2 passa a ser utilizado em quase metade das vezes para um ganho marginal de 0,2 dB aproximadamente. Portanto, vê-se que o S-DS-LSMI provê bom desempenho de SINR a um custo computacional bem menor do que o caso ideal do H-DS-LSMI.

No cenário em que há ruído na DOA do SOI e o ULA tem 32 antenas, vê-se que o S-DS-LSMI utiliza os dois métodos quase que igualmente. À medida que se aumenta a potência do interferidor, o método DS passa a ser mais utilizado do que o LSMI 2. O fenômeno interessante ocorre para o H-DS-LSMI: métodos não antes utilizados aparecem. Mesmo assim, o DS e o LSMI 2 ainda permanecem sendo os mais escolhidos pelo algoritmo. Por fim, nota-se que há uma maior diferença de desempenho em SINR entre o S-DS-LSMI e o H-DS-LSMI no pior caso.

6 BEAMFORMERS POR ERRO DE RECEPÇÃO COM RE-ESTIMAÇÃO DE DOA

Este capítulo apresenta alguns beamformers que, em ambientes nos quais a DOA é incerta, utilizam de métodos de estimação de DOA para readaptar os vetores-volante. Uma análise comparativa é, então, feita para se auferir essa melhora.

6.1 INTRODUÇÃO

Algoritmos de *beamforming* apresentam bom desempenho de SINR quando a DOA do SOI permanece fixa - ou seja, a fonte emissora do SOI não se desloca e, portanto, a DOA não se altera. Entretanto, em cenários em que a DOA do SOI se altera durante o processo de *beamforming* e, conseqüentemente, varia o valor a cada iteração do algoritmo, o *beamformer* pode encontrar dificuldades em maximizar a SINR do sistema. Isso porque, na maior parte das abordagens tradicionais - DS, Capon e MUSIC -, os vetores-volante de tais dispositivos são construídos considerando-se a DOA fixa, o que significa que, se houver qualquer desvio no valor dela, o *beamformer* não apontará para a direção que maximiza a DOA. Em contrapartida, métodos como *Recursive Least Squares*¹ (RLS) e *Least Mean Squares*² fazem o rastreamento da DOA à medida que ela varia [34, 44]. Como existem métodos de estimação de DOA, uma alternativa é re-estimá-la para se calcular um novo vetor-volante de forma que se possa captar o sinal de forma mais apropriada a cada iteração do algoritmo.

6.2 BEAMFORMERS COM RE-ESTIMAÇÃO ITERATIVA DE DOA

Os *beamformers* são capazes de captar um sinal vindo de determinada DOA em variadas condições. Quando essa DOA se mantém constante ao longo do tempo, o desempenho do dispositivo é satisfatório até mesmo com métodos mais simples como o DS; quando ela varia, esse método apresenta baixo desempenho uma vez que possuem baixa robustez, o que torna necessário o uso de métodos mais robustos como o LSMI. Por exemplo, se o vetor-volante $a(\theta)$ tiver sido calculado conforme uma DOA de 30° , o *beamformer* não conseguirá captar o sinal de forma apropriada. Isso reduz o tanto de potência recebida caso o valor de DOA seja minimamente alterado,

¹Mínimos quadrados recursivos, em português,

²Média quadrática mínima, em português.

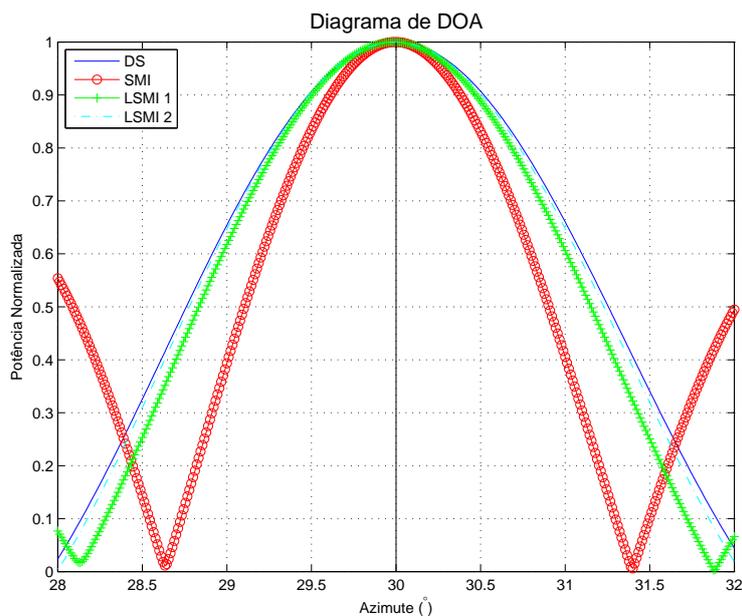


Figura 6.1: Exemplo de diagrama de DOA para alguns métodos adaptativos.

o que ocorre quando há incerteza na DOA.

Por exemplo, na Figura 6.1, apresenta-se o diagrama de DOA para quatro *beamformers* hipotéticos que utilizam os métodos DS, SMI e LSMI, sendo que este utiliza dois fatores de carga γ diferentes: $\gamma = 2\sigma_n^2$ para o LSMI 1; $\gamma = 10\sigma_n^2$ para o LSMI 2. Encarando-se o diagrama como se fosse uma “janela” pela qual a potência - representada pela linha preta vertical - “passará”, vê-se que se capta mais potência na posição de 30° , pois é lá que os métodos DS, SMI e LSMI apresentam o maior valor de potência normalizada. Isso quer dizer que, se o sinal vier de qualquer DOA diferente de 30° , ele não conseguirá passar na totalidade pela “janela” já que a altura dele será menor - ou seja, a potência normalizada será menor do que um. Por isso, é preciso que se re-estime a DOA utilizando algum método para que essa “janela” se ajuste de forma a permitir que uma maior parcela do sinal seja captada pelo dispositivo. Dessarte, nota-se que o método LSMI puro - tratado doravante apenas por LSMI - tem o desempenho prejudicado quando há incertezas na DOA. Em uma simulação simples cujo número de antenas do *beamformer* é alterado, analisa-se como esse parâmetro afeta a SINR do sistema.

Um dado importante para o sistema é o número de antenas do ULA, pois ele está intimamente correlacionado à largura dos lóbulos do diagrama de DOA de acordo com a Figura 6.2. Quando há poucas antenas no arranjo - $M = 16$, por exemplo -, o lóbulo principal apresenta perfil mais largo, o que significa que o *beamformer* será capaz de captar o SOI mesmo na presença de incerteza na DOA dele, mas de forma parcial - ou seja, nem toda a potência dele será recebida. A contrassenso, mais ruído também será percebido pelo sistema. Já quando há várias antenas - $M = 64$ -, o perfil do lóbulo principal se estreita. Isso aumenta a resolução do sistema, o que permite que ele identifique a DOA de forma mais precisa, e os lóbulos laterais serão mais atenuados de tal forma

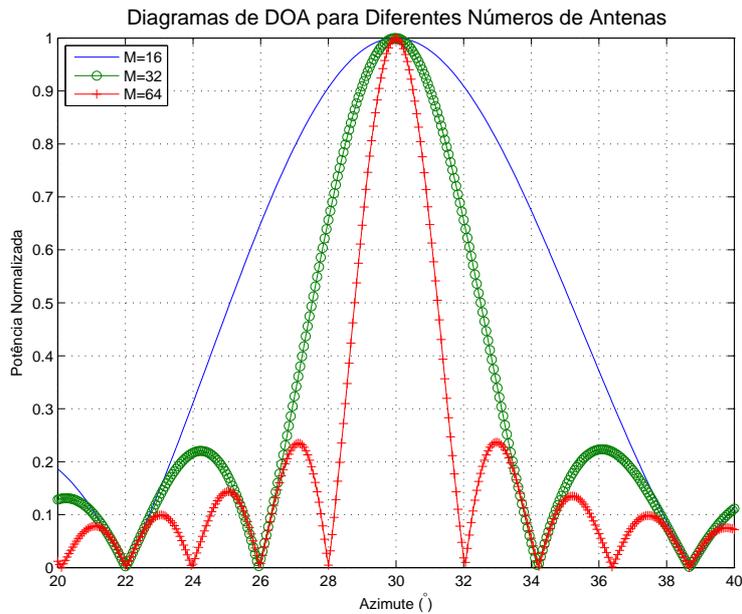


Figura 6.2: Diagramas de DOA para LSMI com diferentes números de antenas.

que menos ruído será captado pelo arranjo, o que aumenta a SINR do sistema.

Ao se utilizar ULAs de diferentes números de antenas, verifica-se que o sistema apresenta uma elevação da SINR máxima possível conforme a Figura 6.3. Nela, o caso em que há 64 antenas apresenta, em média, 7 dB a mais na SINR do que o caso de 16 antenas. Isso porque haverá mais antenas captando o mesmo sinal, o que fará melhorar a SINR do sistema.

Então, propõem-se *beamformers* capazes de re-estimar a DOA do sinal por meio do método MUSIC, o qual foi escolhido pela grande precisão e capacidade de atenuação dos lóbulos laterais apresentadas. O princípio de funcionamento do algoritmo é simples:

- se $|REr| < R$ em que R representa um limitante definido pelo usuário, adapta-se o vetor-volante $a(\theta)$ conforme o algoritmo MUSIC;
- se não, mantém-se o valor previamente estimado ou atribui-se o valor padrão definido pelo usuário.

A estimação MUSIC será feita dentro de um intervalo de possíveis valores. Por essa razão, é possível que a DOA estimada esteja fora dessa faixa de valores e, portanto, ele estimaria pelas extremidades. Nesses casos, pode-se definir a DOA de duas formas: mantendo-se ela como o próprio valor da extremidade; ou reconfigurando-se o valor padrão de DOA esperado pelo usuário.

Em ambas as abordagens - com adaptação da DOA em todas as iterações e de acordo com o REr -, o ambiente será configurado da seguinte forma:

- *beamformer* com ULA de 64 antenas espaçadas a $0,5\lambda$ entre elas;

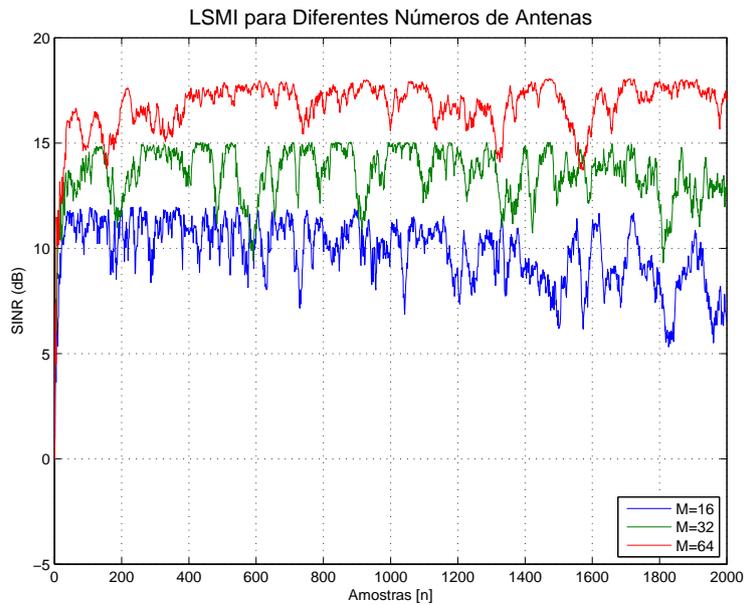


Figura 6.3: Exemplo de desempenho de SINR para algoritmo LSMI em ULA com diferentes números de elementos.

- um único SOI cuja DOA é de 30° , mas ela é corrompida por ruído AWGN que varia em -1 ou $+1$ grau, e possui potência unitária;
- um único interferidor cuja potência será variada a passos unitários de 1 a 10 e direção de 70° ;
- ruído ambiente de potência unitária ($\sigma_n^2 = 1$);
- $N = 2.000$ amostras colhidas durante toda a simulação;
- fator de carga $\gamma = 10\sigma_n^2$ para o algoritmo LSMI.

O método escolhido para se re-estimar a DOA é o MUSIC.

6.3 LSMI COM ESTIMAÇÃO MUSIC DE DOA

Nas simulações a seguir, estipularam-se os seguintes algoritmos:

- LSMI: este se trata do LSMI com a DOA fixa, o qual corresponde a abordagem clássica;
- LSMI+M: este se trata do LSMI que utiliza o vetor-volante com a DOA estimada pelo método MUSIC;

- LSMIR: este se trata do LSMI de referência, que utiliza o valor exato da DOA corrompida por ruído - gerada em cada etapa da simulação - e que corresponde ao caso ideal;

É importante frisar que o LSMIR utiliza o vetor-volante referente à DOA com ruído do SOI - ou seja, ele não comete erros na estimação da DOA e sempre utiliza do valor exato dela, assim como o vetor-volante respectivo. Por exemplo, se a DOA for de $30,4561^\circ$, este será o valor utilizado para se calcular o vetor-volante que será fornecido ao *beamformer*. Para o LSMI, a DOA utilizada é fixa e corresponde àquele valor esperado do SOI - ou seja, 30° .

O algoritmo estimará a DOA em todas as iterações dentro de uma faixa de $29^\circ \leq \theta \leq 31^\circ$. O importante aqui é notar que o algoritmo poderá estimar a DOA pelos valores extremos e, nesse caso, haverá dois tipos de abordagens:

- mantém-se o valor de DOA estimado, o qual corresponderá a algum dos extremos;
- reconfigura-se o valor para 30° , o qual corresponde à DOA do SOI.

Os valores do LSMI e do LSMIR são os mesmos para todos os casos, mas eles são repetidos em todas as tabelas pela facilidade de comparação com os algoritmos que utilizam os métodos propostos.

Ressalta-se que o valor de SINR ótima do algoritmo é de 18,0600 dB, calculado mediante a Equação 2.42.

6.3.1 Adaptação da DOA em todas as iterações

Neste caso, a DOA do SOI será re-estimada a cada iteração do algoritmo de forma a se obter a melhor SINR possível.

6.3.1.1 Sem correção das extremidades

Na Tabela 6.1, têm-se os resultados referentes às simulações em que se utiliza o MUSIC para estimar a DOA em todas as iterações e não há adaptação de valores nas extremidades.

É possível ver que, no caso de referência LSMIR, a SINR do SOI permaneceu relativamente alta atingindo valores próximos do valor ótimo: na melhor hipótese em que a variância do interferente é igual a $\sigma_{int}^2 = 1$, a diferença entre a SINR obtida e a ótima foi de apenas 0,3002 dB; já no pior caso em que a variância do interferente é igual a $\sigma_{int}^2 = 10$, houve pequena degradação do valor, o qual passou a valer 17,6448 dB - o que representa um decremento de 0,1150 dB em relação ao valor do interferente com potência unitária. Também é importante evidenciar que a porcentagem de erro é baixa e aumentou apenas 0,11% quando se elevou a variância do interferidor para $\sigma_{int}^2 = 10$.

Tabela 6.1: Valores de SINR e porcentagem de erro de *bit* para o *beamformer* SEM correção de extremidades.

σ_{int}^2	LSMI (dB)	%PET	LSMI+M(dB)	%PET	LSMIR (dB)
1	3,9970	0,79	17,4167	0,23	17,7598
2	4,0003	0,79	17,3291	0,23	17,6882
3	3,9748	0,79	17,2896	0,24	17,6663
4	3,9213	0,79	17,2574	0,25	17,6571
5	3,9824	0,79	17,2285	0,27	17,6524
6	3,9930	0,79	17,1859	0,28	17,6495
7	3,9963	0,79	17,1344	0,30	17,6477
8	3,9901	0,79	17,0924	0,31	17,6464
9	3,9495	0,79	17,0295	0,33	17,6455
10	3,9608	0,79	16,9702	0,34	17,6448

No caso do LSMI+M, é notável que o desempenho é similar ao LSMIR: quando o interferente tem potência unitária $\sigma_{int}^2 = 1$, a diferença de SINR entre os dois é de apenas 0,3431 dB; quando o interferente tem a variância de $\sigma_{int}^2 = 10$, a diferença entre os dois aumenta para 0,6746 dB - ou seja, ela praticamente dobrou. Porém, vê-se que, ainda assim, o desempenho de SINR é alto. Ao se comparar com o LSMI clássico, nota-se um ganho de aproximadamente 13 dB, o que justifica a utilização do LSMI+M quando há incerteza na DOA.

6.3.1.2 Com correção das extremidades para 30°

Na Tabela 6.2, têm-se os resultados referentes às simulações em que se utiliza o MUSIC para estimar a DOA em todas as iterações e há adaptação de valores nas extremidades para o valor central.

É notável que, ao se realizar esta adaptação, a SINR do algoritmo LSMI+M sofreu uma degradação significativa de aproximadamente 3,5 dB em todas as situações de potência do interferidor. Isso porque, ao se estimar a DOA pelos valores extremos 29° e 31°, o algoritmo considerava que o valor real estava próximo deles, porém sem definir se ele havia extrapolado esses limites ou não. Assim, ao redefini-lo como 30°, o algoritmo colocou a DOA do SOI em um valor mais distante ainda da DOA verdadeira, causando a degradação de SINR.

Ademais, o comportamento tanto do erro quanto da SINR do algoritmo foram similares ao caso anterior: ambos aumentaram conforme a variância do interferidor foi elevada. Todavia, a degradação da SINR do algoritmo LSMI+M foi pequena do melhor para o pior caso, apresentado uma diminuição de 0,4374 dB.

Logo, não há ganho em se tentar corrigir os valores de DOA estimados pelas extremidades

Tabela 6.2: Valores de SINR e porcentagem de erro de *bit* para o *beamformer* COM correção de extremidades para 30°.

σ_{int}^2	LSMI (dB)	%PET	LSMI+M(dB)	%PET	LSMIR (dB)
1	3,9970	0,79	13,9478	0,56	17,7598
2	4,0003	0,79	13,8594	0,56	17,6882
3	3,9748	0,79	13,8225	0,57	17,6663
4	3,9213	0,79	13,7845	0,58	17,6571
5	3,9824	0,79	13,7615	0,59	17,6524
6	3,9930	0,79	13,7272	0,61	17,6495
7	3,9963	0,79	13,6647	0,62	17,6477
8	3,9901	0,79	13,6219	0,64	17,6464
9	3,9495	0,79	13,5656	0,65	17,6455
10	3,9608	0,79	13,5104	0,67	17,6448

neste caso.

6.3.1.3 Com correção das extremidades para último valor de DOA estimado

Na Tabela 6.3, têm-se os resultados referentes às simulações em que se utiliza o MUSIC para estimar a DOA em todas as iterações e há adaptação de valores nas extremidades para o último valor de DOA estimado.

Tabela 6.3: Valores de SINR e porcentagem de erro de *bit* para o *beamformer* COM correção de extremidades para o último valor de DOA estimado.

σ_{int}^2	LSMI (dB)	%PET	LSMI+M(dB)	%PET	LSMIR (dB)
1	3,9970	0,79	14,0471	0,56	17,7598
2	4,0003	0,79	13,9865	0,56	17,6882
3	3,9748	0,79	13,9421	0,57	17,6663
4	3,9213	0,79	13,7842	0,58	17,6571
5	3,9824	0,79	13,7091	0,59	17,6524
6	3,9930	0,79	13,5959	0,61	17,6495
7	3,9963	0,79	13,5979	0,63	17,6477
8	3,9901	0,79	13,5433	0,64	17,6464
9	3,9495	0,79	13,5147	0,66	17,6455
10	3,9608	0,79	13,5334	0,67	17,6448

Percebe-se, de pronto, que os resultados obtidos são similares ao caso anterior: a SINR sofre degradação de aproximadamente 3,5 dB em relação ao LSMI; contudo, vê-se que houve uma pequena melhora de 0,0993 dB comparado ao caso em que a adaptação é feita para 30°. Ademais,

o comportamento é similar também à medida que se aumenta a potência do interferidor: a SINR degrada mais quanto maior ele for; e a porcentagem de erro também.

Logo, não há ganho em se tentar corrigir os valores de DOA estimados pelas extremidades neste caso.

6.3.2 Adaptação da DOA de acordo com o erro de recepção

A DOA será re-estimada se o erro calculado de acordo com a definição de erro de recepção, a qual se encontra no Capítulo 4. O algoritmo, portanto, segue a seguinte regra:

- se $|REr(i)| < R$, mantém-se a DOA anteriormente calculada;
- se não, recalcula-se a DOA pelo método MUSIC.

Portanto, medir-se-á quantas vezes o algoritmo realiza correções de forma a perceber qual o ganho computacional obtido utilizando-se esse critério para se adaptar a DOA do SOI. Esse valor será dado em porcentagem nas tabelas e representado por “%NA”, em que a sigla “NA” representa “Número de Adaptações”.

6.3.2.1 Sem correção das extremidades

Na Tabela 6.4, têm-se os resultados referentes às simulações em que se utiliza o MUSIC para estimar a DOA segundo o REr e não há adaptação de valores nas extremidades.

Tabela 6.4: Valores de SINR e porcentagem de erro de *bit* para o *beamformer* SEM correção de extremidades.

σ_{int}^2	LSMI (dB)	%PET	LSMI+M(dB)	%PET	%NA	LSMIR
1	3,9970	0,79	15,4923	0,47	58,15	17,5675
2	4,0003	0,79	15,4379	0,47	58,25	17,5082
3	3,9748	0,79	15,4345	0,47	58,40	17,4910
4	3,9213	0,79	15,3718	0,48	58,75	17,4838
5	3,9824	0,79	15,4163	0,48	59,50	17,4801
6	3,9930	0,79	15,4394	0,48	60,25	17,4779
7	3,9963	0,79	15,4214	0,49	61,15	17,4765
8	3,9901	0,79	15,4127	0,49	62,50	17,4755
9	3,9495	0,79	15,3878	0,50	63,45	17,4748
10	3,9608	0,79	15,4435	0,50	64,70	17,4743

Nota-se que a SINR do algoritmo é relativamente alta e próxima do caso ótimo, porém mais baixa do que no caso em que se faz a adaptação em todas as iterações. No entanto, este algoritmo

recalculou a DOA pelo método MUSIC e os vetores-volantes em apenas 58,15% das vezes para o caso de variância do interferente unitária e em 64,70% das vezes para o caso mais crítico de variância do interferente igual a $\sigma_{int}^2 = 10$. Também é importante ver que a SINR não degradou tanto quanto nos casos anteriores - apenas 0,0488 dB - à medida que se variou a potência do interferidor, o que indica que este método tem maior capacidade de manter o desempenho em SINR do sistema. Ademais, o erro também variou menos do que nos casos anteriores, passando de 0,47% para 0,50% - uma variação de apenas 0,03%.

6.3.2.2 Com correção das extremidades para 30°

Na Tabela 6.5, têm-se os resultados referentes às simulações em que se utiliza o MUSIC para estimar a DOA segundo o RER e há adaptação de valores nas extremidades para a DOA esperada de 30°.

Tabela 6.5: Valores de SINR e porcentagem de erro de *bit* para o *beamformer* COM correção de extremidades para 30°.

σ_{int}^2	LSMI (dB)	%PET	LSMI+M(dB)	%PET	%NA	LSMIR (dB)
1	3,9970	0,79	13,5166	0,64	63,50	17,5675
2	4,0003	0,79	13,4349	0,64	63,90	17,5082
3	3,9748	0,79	13,4028	0,65	64,10	17,4910
4	3,9213	0,79	13,3739	0,66	64,30	17,4838
5	3,9824	0,79	13,3677	0,66	65,05	17,4801
6	3,9930	0,79	13,3407	0,67	65,80	17,4779
7	3,9963	0,79	13,3041	0,68	67,05	17,4765
8	3,9901	0,79	13,2827	0,69	68,45	17,4755
9	3,9495	0,79	13,2461	0,70	69,60	17,4748
10	3,9608	0,79	13,2176	0,70	71,10	17,4743

Comparado ao caso anterior, este algoritmo apresenta um desempenho de SINR menor em todos os casos de variância do interferidor permanecendo em torno de 2 dB abaixo e a porcentagem de erro foi ligeiramente menor - em volta de 0,2%. Para isso, o algoritmo teve de realizar mais correções da DOA - por volta de 100 - utilizando o método MUSIC, o que acaba por elevar o custo computacional desta solução.

No mais, é notável o comportamento decrescente das grandezas SINR e porcentagem de erro quando se aumenta a variância do interferidor. A SINR do algoritmo também degradou em 0,5 dB aproximadamente quando comparamos o pior caso com o melhor, indicando que a capacidade de manter o desempenho em SINR se manteve de uma solução para a outra.

Logo, não há ganho em se tentar corrigir os valores de DOA estimados pelas extremidades neste caso.

6.3.2.3 Com correção das extremidades para último valor de DOA estimado

Na Tabela 6.6, têm-se os resultados referentes às simulações em que se utiliza o MUSIC para estimar a DOA segundo o erro de recepção e há adaptação de valores nas extremidades para a última DOA calculada.

Tabela 6.6: Valores de SINR e porcentagem de erro de *bit* para o *beamformer* COM correção de extremidades para último valor de DOA estimado.

σ_{int}^2	LSMI (dB)	%PET	LSMI+M(dB)	%PET	%NA	LSMIR (dB)
1	3,9970	0,79	13,5773	0,64	63,35	17,5675
2	4,0003	0,79	13,4965	0,64	63,70	17,5082
3	3,9748	0,79	13,4522	0,65	63,90	17,4910
4	3,9213	0,79	13,3739	0,66	64,15	17,4838
5	3,9824	0,79	13,3893	0,66	64,85	17,4801
6	3,9930	0,79	13,3444	0,67	65,60	17,4779
7	3,9963	0,79	13,3688	0,68	66,80	17,4765
8	3,9901	0,79	13,3212	0,69	68,25	17,4755
9	3,9495	0,79	13,2618	0,70	69,35	17,4748
10	3,9608	0,79	13,2337	0,71	70,65	17,4743

Este caso é similar ao anterior: em relação ao algoritmo em que as extremidades não são adaptadas, há degradação de aproximadamente 2 dB; e tanto a porcentagem de erros quanto a SINR do sistema degradam lentamente à medida que se varia a variância do interferidor, passando de 13,5773 dB para 13,2337 dB e de 0,64% para 0,71%. Já o número de adaptações necessárias sofreu quase nenhuma modificação uma vez que apenas o critério de adaptação das extremidades mudou.

A pequena degradação de SINR indica novamente que, apesar da mudança de critério para adaptação das extremidades, o algoritmo é resiliente o suficiente para manter a SINR quase inalterada mesmo quando a variância do interferente aumenta. O mesmo vale para a porcentagem de erros que, ao sofrer um incremento de 0,07% do melhor para o pior caso, mostrou que o algoritmo possui esta robustez.

Quando se comparam os valores para o caso em que a DOA é re-estimada segundo o erro com o caso em que a DOA é re-estimada em todas as iterações, vê-se que há degradação de 0,4698 dB na SINR e 0,11% na porcentagem de erro quando a variância do interferidor é baixa e de 0,2997 dB e 0,04% quando a variância dele é alta. No entanto, o segundo algoritmo realiza apenas 1.267 iterações no pior caso e 1.413 no melhor caso re-estimações do MUSIC. Dessarte, vê-se que pode haver redução do custo computacional sem prejudicar demasiadamente a SINR do sistema e a porcentagem de erros.

Logo, não há ganho em se tentar corrigir os valores de DOA estimados pelas extremidades

neste caso.

6.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo, utilizou-se o algoritmo LSMI conjugado com o método MUSIC de estimação de DOA para se melhorar o desempenho SINR do sistema. Assim, testaram-se duas abordagens: “adaptação da DOA em todas as iterações”; e “adaptação da DOA de acordo com o erro de recepção”.

Na primeira, viu-se que o *beamformer* atingiu ótimos valores de SINR. Quando não se adaptaram as extremidades, o algoritmo obteve o melhor desempenho apresentando valores de SINR que variam de 16,9702 a 17,4167 dB, o que se aproximou bastante do LSMIR; quando as extremidades foram adaptadas - tanto para 30° quanto para a última DOA calculada -, observou-se que o desempenho em SINR foi praticamente similar, diferindo apenas em 0,1 dB entre eles, e a porcentagem de erro também foi parecida.

Já na segunda, os valores de SINR sofreram uma degradação de aproximadamente 2 dB, mas, em compensação, o algoritmo readapta o valor de DOA utilizado para se calcular o vetor-volante de 58% a 65% do total de iterações. Isso indica que, apesar da degradação, houve uma redução da carga computacional por ter se realizado menos adaptações da DOA. Novamente, quando as extremidades foram adaptadas - tanto para 30° quanto para a última DOA calculada -, observou-se que o desempenho em SINR foi praticamente similar, diferindo apenas em 0,1 dB entre eles, e a porcentagem de erro também foi parecida.

Por fim, conclui-se também que adaptar as extremidades - ou seja, os valores limites para a estimativa de DOA do MUSIC - não acarreta ganho em ambos as abordagens tratadas; inclusive, fazer essas correções degrada ainda mais. Isso pode ser explicado pelo fato de que, se o algoritmo erro a DOA pelas extremidades, o valor real deve estar além delas. Portanto, tanto redefinir a DOA do algoritmo como sendo a padrão ou a última calculada significa utilizar um valor de DOA ainda mais distante do real. Por isso, em casos em que há muitas estimações de DOA pelas extremidades, deve-se redefinir os limites superior e inferior do algoritmo ou manter a estimativa pelas extremidades, pois, assim, o algoritmo utilizará a DOA que está mais próxima do valor real.

7 BEAMFORMERS COM MÉTODO WIDELY LINEAR

O método widely linear é aplicado a três beamformers e o desempenho em SINR é medido. Os dados são comparados e verificados. Aqueles com os melhores desempenhos são apresentados.

7.1 INTRODUÇÃO

O algoritmo DS fornece bom desempenho em SINR quando a DOA permanece fixa e o ambiente não é demasiadamente ruidoso; já quando se necessita de maior robustez, o algoritmo LSMI é utilizado, pois ele é mais robusto e, dessarte, provê melhor desempenho em SINR do que o DS. Existem diversas abordagens - como filtragem por vetor auxiliar (AVF¹) [51, 52] e WL [22, 46] - para se tentar aumentar ainda mais o desempenho em SINR dos algoritmos comumente utilizados. A primeira técnica consiste em se atualizar os valores das entradas do vetor de ponderação de forma iterativa e ela é utilizada em ambientes cuja DOA varia com o tempo de forma aleatória; já a segunda procura explorar a linearidade intrínseca aos sinais complexos - tanto na forma normal quanto na forma complexa conjugada.

Neste capítulo, estudam-se aplicações do método WL em diferentes algoritmos: DS; LSMI; e LSMI com re-estimação MUSIC de DOA (LSMI+M). Para se avaliar os desempenhos deles, a SINR e alguns valores estatísticos - como média e desvio-padrão - serão apresentados e avaliados.

7.2 ALGORITMOS

Para se testar a melhora fornecida pelo método WL, alguns algoritmos de *beamforming* são testados e analisados. Para tanto, algumas análises que utilizam o método WL do Capítulo 2, Seção 2.6.2 são realizadas e incluem:

- curvas de SINR relativas aos métodos DS, SMI, LSMI 2 e LSMI 2+MUSIC e a esses algoritmos conjugados com o método WL são traçadas para se comparar o ganho no desempenho;
- análises de cenários em que não há incertezas na DOA - ou seja, a DOA é a mesma para

¹*Auxiliary Vector Filtering*, em inglês.

todas as amostras - e de cenários em que há incertezas na DOA - ou seja, ela varia ligeiramente em torno da direção desejada;

- análise do caso LSMI 2+MUSIC, o qual é testado sem e com o método WL em ambientes em que há incertezas na DOA.

Para que se saiba qual valor de SINR pode ser alcançado em situações ideais, determina-se o valor ótimo de SINR tanto para o caso comum quanto para o caso em que se utiliza o método WL mediante as Equações 2.42 e 2.43 do Capítulo 2. Quando apenas o método de *beamforming* for utilizado, apenas o respectivo nome será apresentado; já quando ele for conjugado com o método WL, a sigla “WL” é posta junto ao nome do método de *beamforming* utilizado. Por exemplo, se o método DS for conjugado com o método WL, dá-se o nome de “DS+WL” à essa conjugação. Os valores em dB estão dispostos na Tabela 7.1, na qual “Clássico” corresponde ao método que não utiliza WL.

Tabela 7.1: Valores ótimos em dB de SINR para os métodos clássicos e conjugados com o WL.

Tipo	SINR
Clássico	18,0698
Método+WL	21,0848

Os parâmetros das simulações para se verificar o comportamento dos *beamformers* com diferentes algoritmos e quando se utiliza o método WL conjugado com eles são os seguintes:

- *beamformer* com ULA de 64 antenas espaçadas a $0,5\lambda$ entre elas;
- um único SOI cuja DOA é de 30° e possui potência unitária;
- um único interferidor cuja potência será variada a passos unitários de 1 a 10 e direção de 70° ;
- ruído ambiente de variância unitária ($\sigma_n^2 = 1$);
- $N = 2.000$ amostras colhidas durante toda a simulação;
- fatores de carga $\gamma = 2\sigma_n^2$ e $\gamma = 10\sigma_n^2$ para o LSMI 1 e o LSMI 2 respectivamente².

²Aqui, a nomenclatura seguiu àquela do Capítulo 5 para se manter a notação adotada.

7.3 SIMULAÇÕES

7.3.1 Sem incertezas na DOA

As Figuras 7.1 (a), 7.1 (b), 7.1 (c) e 7.1 (d) representam os algoritmos DS, SMI, LSMI 1 e LSMI 2 respectivamente para quando não há incerteza na DOA do SOI.

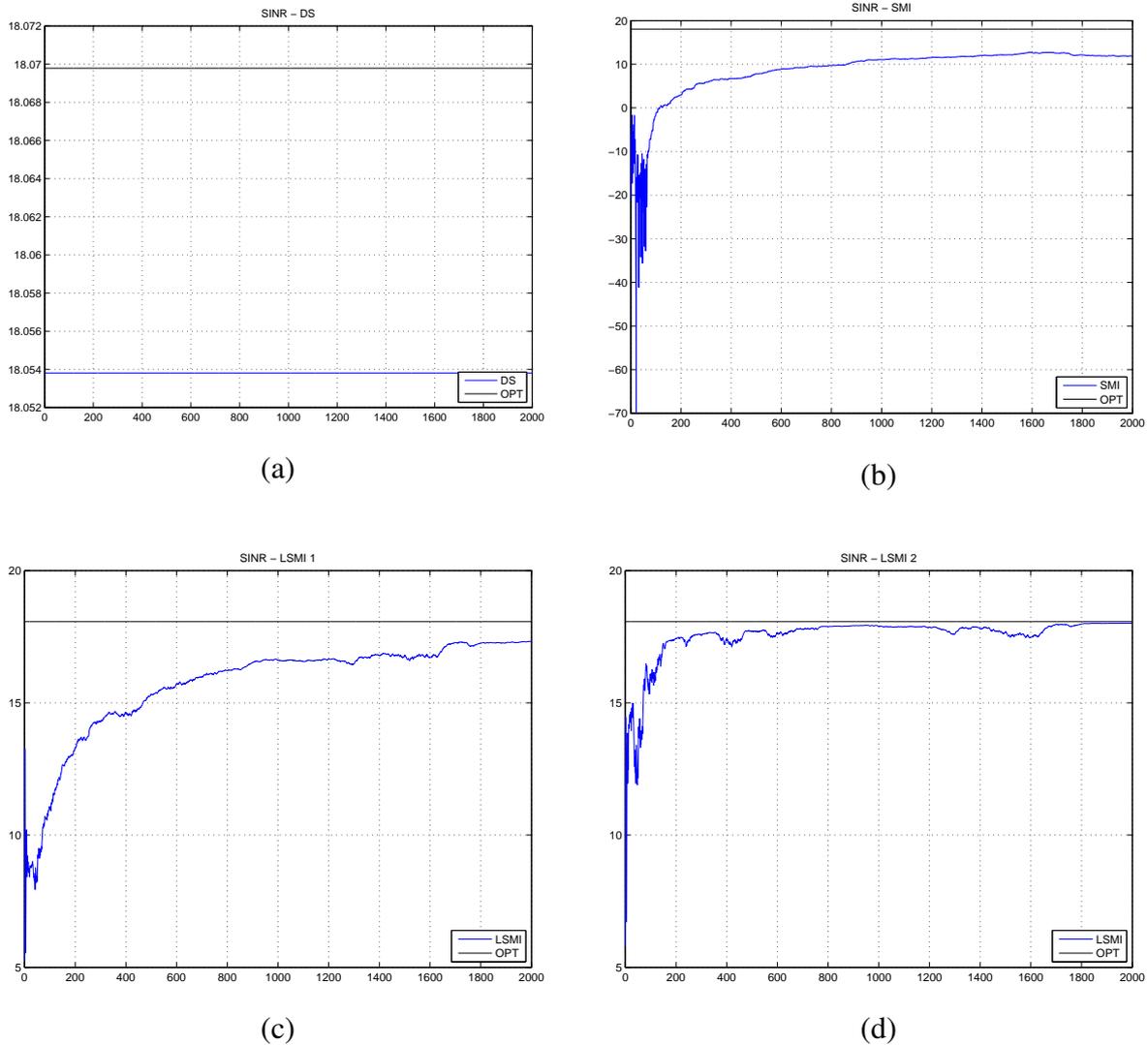


Figura 7.1: Valores de SINR para os métodos: (a) DS; (b) SMI; (c) LSMI 1; e (d) LSMI 2.

É notável pela Figura 7.1 (a) que a ausência de ruído na DOA acarreta o bom desempenho do algoritmo DS uma vez que ele sempre está captando o sinal que incide da direção de 30° apropriadamente. Com isso, o valor de SINR média para o sistema de +18,0538 dB fica muito próximo do valor ótimo possível de +18,0698 dB calculado por meio da Equação 2.42.

De acordo com a Figura 7.1 (b), vê-se que o algoritmo SMI tende a aumentar o seu desempenho em SINR lentamente à medida que novas amostras são colhidas, pois a matriz de auto-correlação amostral $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ é atualizada consoante novas amostras são colhidas. Neste caso, esse

método não provê bom desempenho em SINR para as primeiras amostras já que o método DS fornece um valor bem maior durante toda a simulação.

Nas Figuras 7.1 (c) e 7.1 (d), vê-se que os algoritmos LSMI testados são capazes de atingirem maiores valores de SINR mais rapidamente do que o SMI, sendo que o LSMI 2 é o mais rápido dentre eles. Apesar da maior velocidade com que os algoritmos LSMI atingem os valores próximos da SINR ótima, eles ainda demonstram um desempenho mais baixo em relação ao DS.

As Figuras 7.2 (a), 7.2 (b), 7.2 (c) e 7.2 (d) representam os algoritmos DS+WL, SMI+WL, LSMI 1+WL e LSMI 2+WL respectivamente.

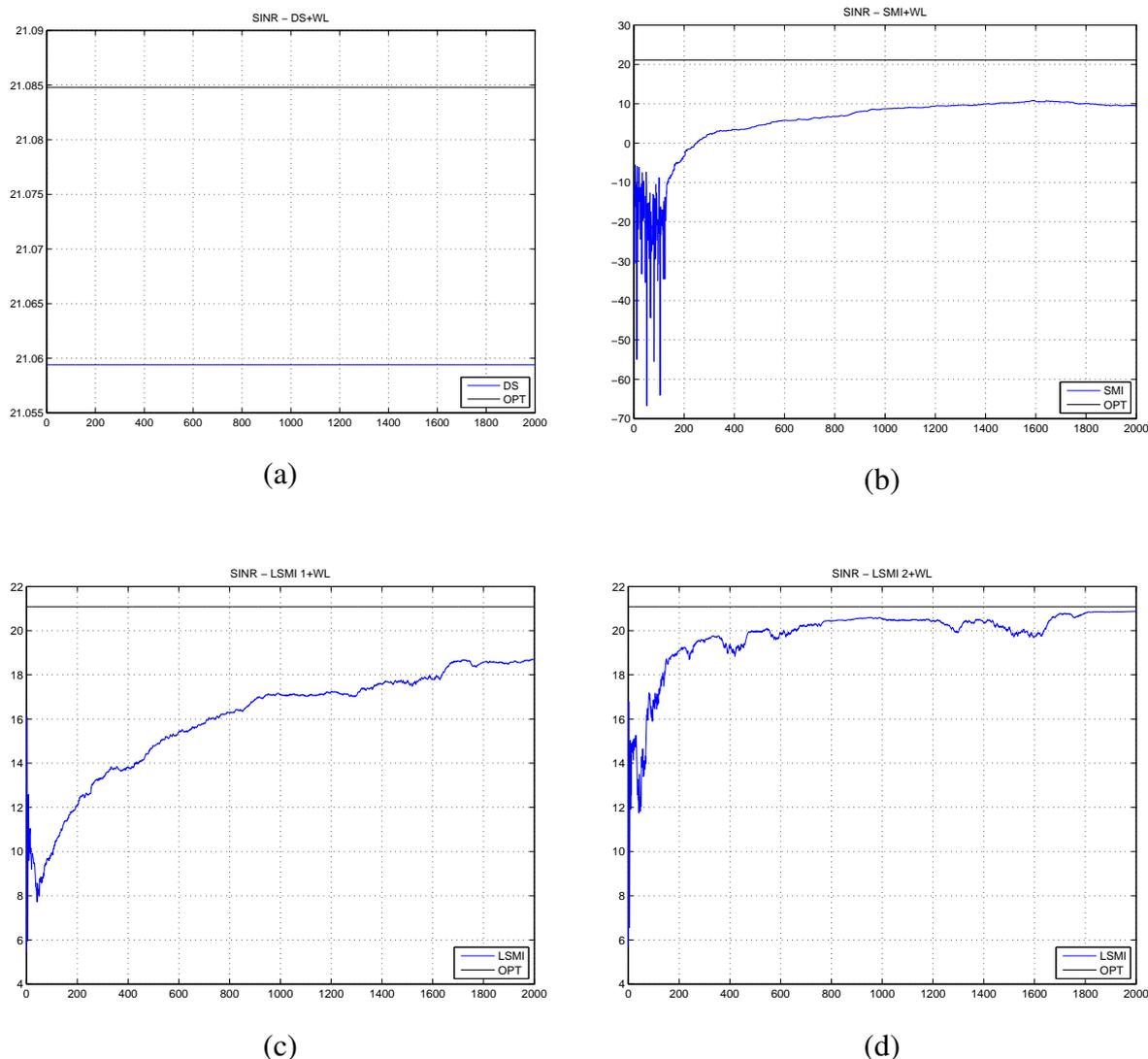


Figura 7.2: Valores de SINR para os métodos: (a) DS+WL; (b) SMI+WL; (c) LSMI 1+WL; e (d) LSMI 2+WL.

Comparando-se as Figuras 7.1 (a) e 7.2 (a), nota-se que o desempenho obtido pelo algoritmo com o método WL é em torno de +3 dB maior do que aquele sem o método WL. Isso era algo esperado uma vez que, ao incluir o complexo conjugado nos dados disponíveis para o sinal $x(i)$,

faz-se que o sistema tenha o dobro de informações acerca do sinal. Com isso, dobra-se o desempenho do algoritmo, o que justifica o aumento da SINR.

Na Figura 7.2 (b), percebe-se que houve uma degradação da SINR do sistema ao se utilizar o método WL conjuntamente. Como o método SMI utiliza a matriz de auto-correlação amostral $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ para estimar o vetor de ponderação \mathbf{w}_{SMI} , é preciso que haja um número razoável de amostras do sinal captado $\mathbf{x}(i)$ para que ela se aproxime o máximo possível do matriz real \mathbf{R}_{xx} . Utilizando-se um arranjo de $M = 64$ antenas conforme especificado e o método WL, o qual dobra o número de amostras relativas ao vetor $\mathbf{x}(i)$, o número de amostras para a fase de treinamento que leva a um valor adequado do vetor de ponderação \mathbf{w} é 128 amostras. Por essa razão, nos estágios iniciais de adaptação em que o número de amostras é menor do que esse valor, o algoritmo SMI apresenta as oscilações e isso leva a um baixo valor de SINR média.

Pelas Figuras 7.2 (c) e 7.2 (d), vê-se que as ascensões dos valores de SINR ocorrem de forma similar. Porém, o sistema atinge maiores valores de SINR ao se utilizar o método WL com os algoritmos, o que fica evidente ao se constatar que os LSMI 1+WL e LSMI 2+WL atingem valores de SINR maiores do que o valor ótimo de +18,0698 dB calculados para os algoritmos LSMI 1 e LSMI 2, os quais não utilizam o método WL.

Na Tabela 7.2, expõem-se os valores das médias e dos desvios-padrão para cada caso.

Tabela 7.2: Médias e desvios-padrão para a SINR de cada método quando não há incertezas na DOA.

Método	Média	Desvio-padrão
DS	18.0538	0
DS+WL	21.0594	0
SMI	8.9355	6.5848
SMI+WL	5.8129	8.4299
LSMI 2	17.2597	1.1306
LSMI 2+WL	19.3899	1.7192

Na Tabela 7.3, mostram-se os valores de SINR para os casos DS, SMI e LSMI 2, além deles conjugados com o método WL. Os valores em negrito abaixo das legendas do topo se referem aos valores ótimos de SINR para o respectivo método especificados na Tabela 7.1 e que foram postos ali para facilitar a comparação.

É possível ver que o método DS provê bom desempenho se aproximando bastante do limite teórico - vide Tabela 7.3 - estando apenas 0,0160 dB abaixo dele. Já no DS+WL, o desempenho em SINR aumenta um pouco mais de 3 dB assim como o limite teórico. Também é relevante destacar que, à medida que se aumenta a potência do interferidor, o método DS+WL sofre uma degradação ligeiramente maior - em torno de 0,3 dB - do que o método DS.

Quanto ao método SMI, ele sofreu uma degradação significativa no valor de SINR ao utilizar o

Tabela 7.3: Valores de SINR para cada método clássico e com WL conjugado à medida que se varia a variância do interferidor sem incertezas na DOA.

σ_{int}^2	SINR					
	DS	DS+WL	SMI	SMI+WL	LSMI 2	LSMI 2+WL
-	18,0698	21,0848	18,0698	21,0848	18,0698	21,0848
1	18.0538	21.0594	8.3427	4.9144	17.5950	19.8597
2	18.0299	21.0216	8.2255	4.8838	17.4196	19.7057
3	17.9904	20.9592	8.3292	4.8562	17.1840	19.3284
4	17.9358	20.8734	8.7954	5.4512	17.2278	19.3629
5	17.8664	20.7656	8.8898	5.1359	17.5591	19.8960
6	17.7832	20.6372	8.2741	5.1227	17.4521	19.6807
7	17.6868	20.4903	8.4884	5.0705	17.3266	19.4745
8	17.5782	20.3268	8.1163	4.5619	17.5307	19.8423
9	17.4583	20.1486	8.2227	4.5513	17.5337	19.8036
10	17.3281	19.9577	8.4482	5.2183	17.2739	19.5672

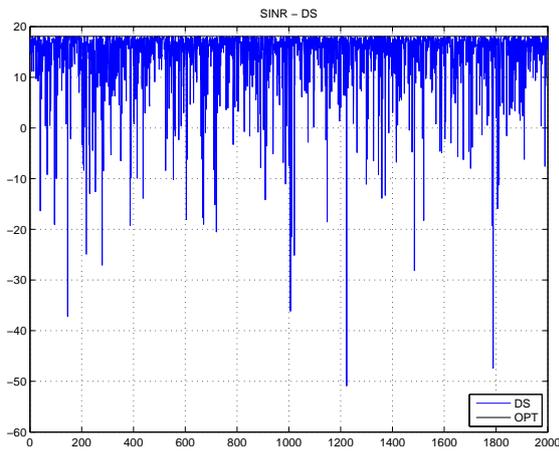
método WL. Comparando-se as Figuras 7.1 (b) e 7.2 (b), percebe-se que, na segunda, o algoritmo leva mais tempo para se estabilizar e elevar a SINR do sistema. Isso porque, ao se utilizar o método WL, dobra-se a quantidade de dados no vetor de entrada $x(i)$ e, por isso, é necessário que a etapa de treinamento seja maior, pois o algoritmo SMI - dentre aqueles testados - é o que leva mais iterações para se estabilizar e convergir.

Já as curvas de SINR relativas aos métodos LSMI 1 e LSMI 2 apresentam formatos bem similares às relativas aos LSMI 1+WL e LSMI 2+WL. Um ponto de destaque entre elas está nos limites de SINR que podem ser alcançados calculados mediante a Equação 2.42: +18,0698 dB para os primeiros; +21,0848 dB para os últimos. Também é possível destacar que a SINR se eleva mais rapidamente no caso LSMI 2+WL já que, no ponto de 600 amostras, o algoritmo LSMI 2+WL apresenta aproximadamente +20 dB enquanto o LSMI 2, +17 dB. O LSMI 1+WL em comparação ao LSMI 1 não apresenta diferença significativa na velocidade de convergência e ambos acabam atingindo a SINR de +10 dB ao final das 2.000 amostras. Isso indica que o método WL tem maior eficácia quando o fator de carga γ utilizado pelo LSMI é maior.

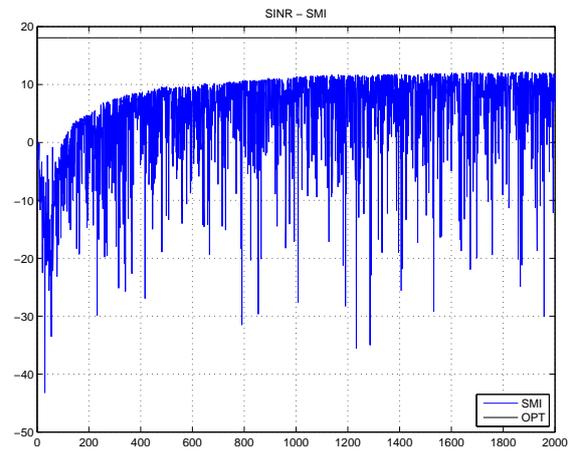
7.3.2 Com incertezas na DOA

As Figuras 7.3 (a), 7.3 (b), 7.3 (c) e 7.3 (d) representam os algoritmos DS, SMI, LSMI 1 e LSMI 2 respectivamente para quando há incerteza na DOA do SOI. Ressalta-se que as escalas dos eixos verticais dos gráficos são diferentes entre si.

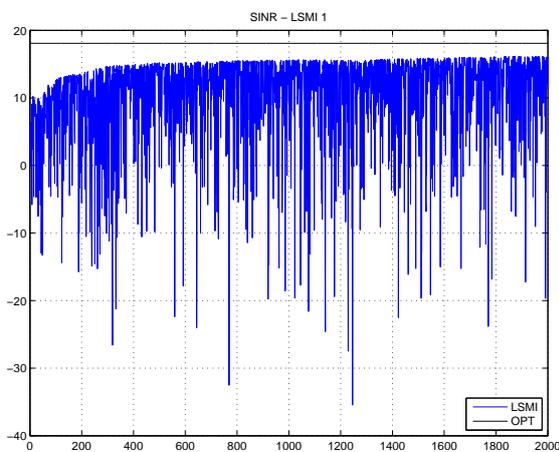
Pela Figura 7.3 (a), verifica-se que a SINR do sistema apresenta grandes oscilações nos valores quando há incertezas na DOA, podendo ela estar próxima do valor ótimo de +18,0698 dB quanto



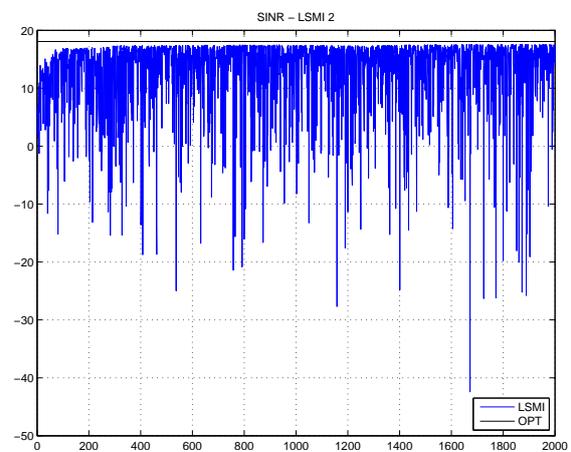
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 7.3: SINR para os métodos: (a) DS; (b) SMI; (c) LSMI 1 - $\gamma = 2\sigma_n^2$; e (d) LSMI 2 - $\gamma = 10\sigma_n^2$.

de valores extremamente ruins como -40 ou -50 dB. Essa alta variação do valor de SINR indica que o SOI não está sendo captado de forma apropriada, o que o torna inviável na prática neste caso.

O mesmo fenômeno de alta variação dos valores de SINR é verificado quando se utiliza o método SMI pela Figura 7.3 (b). Apesar de a SINR tender ao formato da curva obtido no caso sem incerteza na DOA, verifica-se que há grandes variações nos valores devido ao ruído na DOA, o que acaba por degradar ainda mais o desempenho do algoritmo SMI. Ao calcular a média e o desvio-padrão do sistema, percebe-se que o SMI provê desempenho inferior ao método DS.

Os algoritmos LSMI 1 e LSMI 2, apresentados nas Figuras 7.3 (c) e 7.3 (d) mostram um desempenho superior aos métodos DS e SMI. Isso porque eles conseguem alcançar valores de SINR mais próximos do valor ótimo. Entretanto, as grandes variações observadas provocadas pela incerteza na DOA se mantêm aqui, indicando que a SINR do sistema pode variar de -30 a

aproximadamente +16 dB para o LSMI 1 e de -40 a +18 dB aproximadamente para o LSMI 2.

As Figuras 7.4 (a), 7.4 (b), 7.4 (c) e 7.4 (d) representam os algoritmos DS+WL, SMI+WL, LSMI 1+WL e LSMI 2+WL respectivamente para quando há incerteza na DOA do SOI.

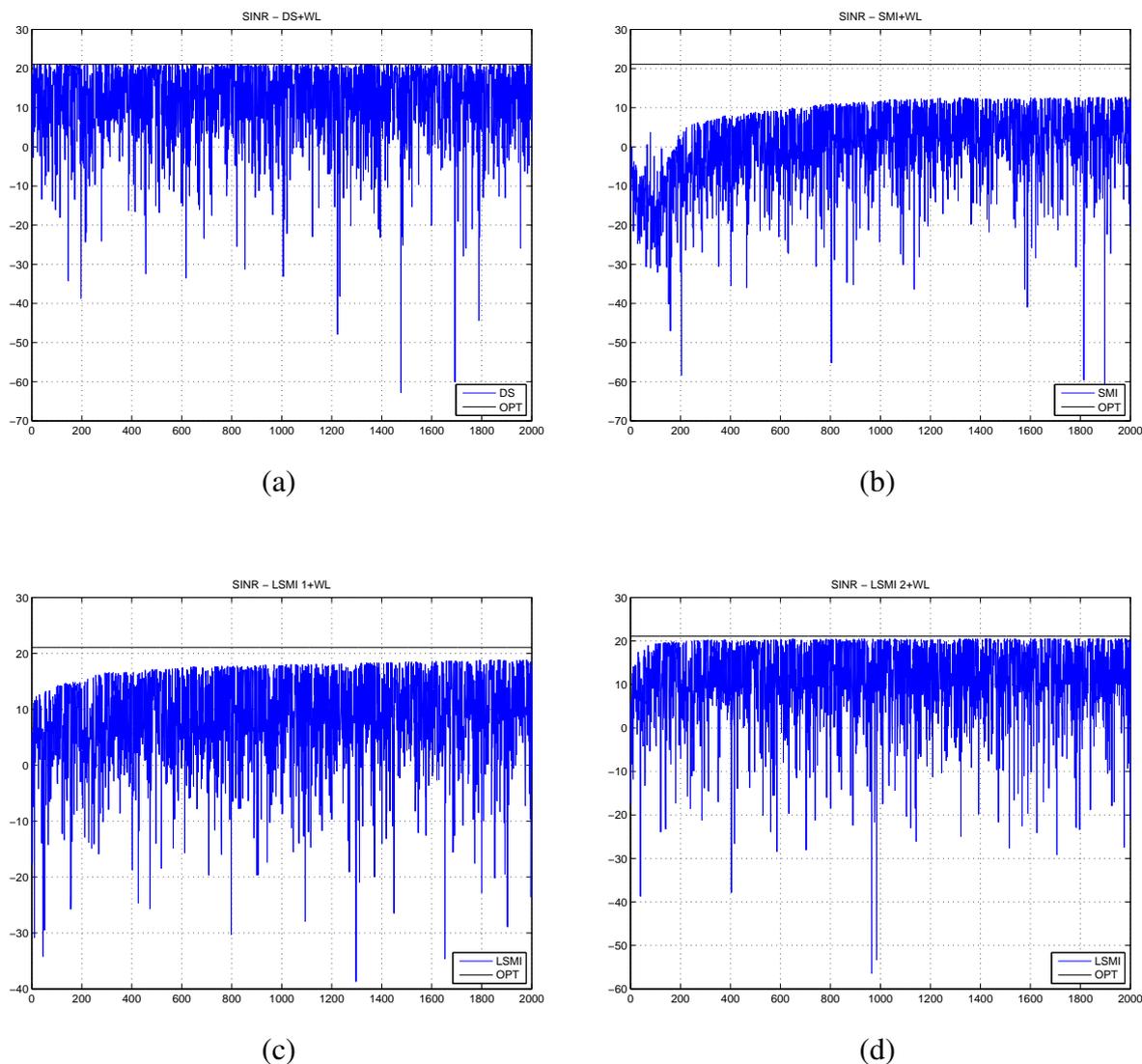


Figura 7.4: Valores de SINR para os métodos: (a) DS+WL; (b) SMI+WL; (c) LSMI 1+WL; e (d) LSMI 2+WL.

Comparando-se as Figuras 7.3 (a) e 7.4 (a), percebe-se que, ao utilizar o método WL com o algoritmo DS, o sistema apresenta comportamento similar. Para se verificar se houve algum ganho, calcularam-se a média e o desvio-padrão em cada caso. A média do caso DS de +13,8206 dB é significativamente maior do que a do caso DS+WL de +10,8337 dB e o desvio-padrão do primeiro de 6,8594 dB é significativamente menor do que o do segundo de 10,3233 dB. A média ser maior indica que o DS consegue se manter com a SINR mais elevada do que o DS+WL por mais iterações; já o desvio-padrão menor indica que o DS apresenta menor variação dos valores de SINR do que o método DS+WL. Isso significa que, além de não prover maior SINR na média,

utilizar o método WL com o algoritmo DS em ambientes com incerteza na DOA eleva a variação de SINR do sinal em quase duas vezes.

Nos casos dos algoritmos SMI e SMI+WL, há uma degradação ainda mais elevada em torno de 4 dB. Essa maior degradação provavelmente foi causada pela ampliação do vetor-volante $a(\theta)$, pois se nota que a curva de SINR começa a se estabilizar e a crescer apenas depois de 128 amostras - ou seja, depois da etapa de treinamento. Pelas Figuras 7.3 (b) e 7.4 (b), nota-se que os formatos das curvas são similares e se assemelham aos casos em que se utiliza o SMI em um cenário sem incerteza na DOA. O aumento da velocidade de convergência proporcionada pelo método WL também é visível uma vez que, por volta da amostra de número 800, os algoritmos SMI e SMI+WL apresentam praticamente o mesmo valor de SINR de +10 dB. Ademais, a SINR se mantém um pouco acima de +10 dB nos picos das oscilações e as variações de SINR ocorrem entre +10 e -20 dB. Ao se tirar as médias, vê-se que o algoritmo SMI sofre uma degradação em média ainda maior quando se conjuga o método WL passando de +4,5353 para -0,0077 dB; quanto aos valores de desvio-padrão, houve um aumento de aproximadamente 2,5 dB do método SMI para o SMI+WL - passando de 7,0160 para 9,8244 dB -, o que indica novamente que o WL aumenta a variação de SINR do sistema em métodos menos robustos.

Quando se aplicou o método WL aos algoritmos LSMI 1 e LSMI 2, observou-se que os formatos das curvas permaneceram similares aos das Figuras 7.3 (c) e 7.3 (d); porém, ressalta-se que as amplitudes das variações sofreram um aumento considerável - o que pode ser percebido ao olhar a escala vertical dos gráficos - devido à utilização do método WL. Ao se analisar as médias, nota-se que houve uma degradação da SINR, passando de +12,2161 para +9,9403 dB; já ao se analisar o desvio-padrão, o valor se alterou de 7,0160 para 9,8244 dB. Essa diminuição do valor da média indica que o sistema apresenta um desempenho em SINR inferior quando se utiliza o método WL; já o maior valor do desvio-padrão indica que a SINR sofre maiores variações durante o processo.

Na tentativa de se aumentar o desempenho do sistema, o algoritmo fará a re-estimação da DOA a cada iteração utilizando o método MUSIC. Essa abordagem será aplicada aos algoritmos LSMI 2 e LSMI 2+WL e cujos resultados estão dispostos nas Figuras 7.7 (a) e 7.7 (b).

O primeiro ponto notável nas Figuras 7.7 (a) e 7.7 (b) é a diminuição das amplitudes das oscilações, sendo que, no primeiro caso, elas são menores do que no segundo. Isso fica evidente ao se calcular as médias e os desvios-padrão. Para as médias, o método LSMI+MUSIC apresentou +17,2559 dB enquanto o LSMI+MUSIC+WL, +20,0641 dB; isso representa um ganho de 2,8 dB aproximadamente, o que é um ganho considerável mesmo não sendo os quase 3 dB de ganho teoricamente possível providos pelo WL. Para os desvios-padrão, o método LSMI+MUSIC apresentou 0,5718 dB enquanto o LSMI+MUSIC+WL, 0,9069 dB. Apesar das oscilações de maior amplitude, este algoritmo apresenta o desempenho em SINR superior àquele. Ademais, verifica-se que, mesmo com a re-estimação da DOA, a SINR do sistema sofre uma degradação tanto na média quanto no desvio-padrão devido à utilização do WL, o que coaduna com o que foi obser-

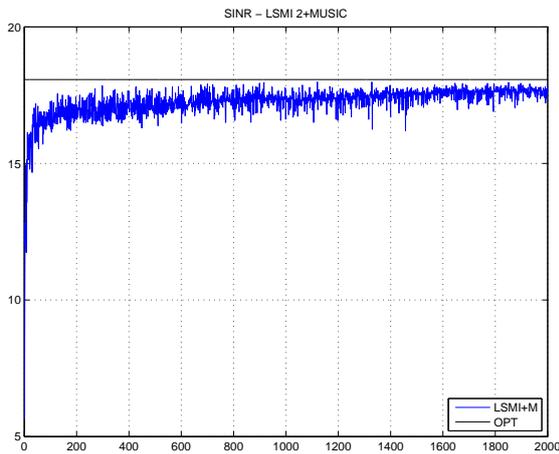


Figura 7.5: (a)

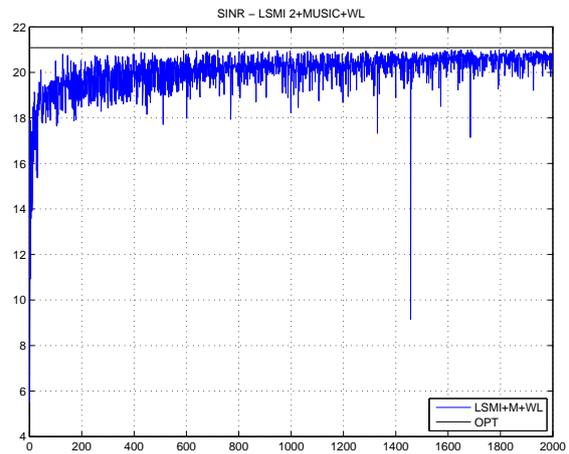


Figura 7.6: (b)

Figura 7.7: Valores de SINR para os métodos: (a) LSMI 2+MUSIC; (b) LSMI 2+MUSIC+WL.

vado anteriormente.

Na Tabela 7.4, expõem-se os valores das médias e dos desvios-padrão para cada caso.

Tabela 7.4: Médias e desvios-padrão para a SINR de cada método quando há incertezas na DOA.

Método	Média	Desvio-padrão
DS	13,8206	6,8594
DS+WL	10,8337	10,3233
SMI	4,5353	7,9815
SMI+WL	-0,0077	10,5657
LSMI 2	12,2161	7,0160
LSMI 2+WL	9,9403	9,8244
LSMI 2+MUSIC	17,2559	0,5718
LSMI 2+MUSIC+WL	20,0641	0,9069

Na Tabela 7.5, mostram-se os valores de SINR para os casos DS, SMI e LSMI 2 e deles conjugados com o método WL; já na Tabela 7.6, os valores de SINR para o LSMI 2+MUSIC e ele conjugado com o método WL são apresentados.

Os resultados dispostos na Tabela 7.5 se assemelham àqueles da Tabela 7.3.

Para os métodos DS e DS+WL, os valores de SINR do sistema sofrem uma degradação de 3 dB entre eles aproximadamente. Esse fenômeno é contrário ao observado na Tabela 7.3, pois lá a SINR aumentou quando o método DS+WL foi utilizado. Essa degradação pode ser explicada pelo fato de que o WL dobra o número de elementos do vetor-volante $a(\theta)$, os quais estão corrompidos por ruído na DOA; ou seja, ao ampliar o vetor-volante, o vetor de dados de entrada $x(i)$ também é ampliado, o que faz o desempenho em SINR se degradar ainda mais.

Tabela 7.5: Valores de SINR para cada método clássico e com WL conjugado à medida que se varia a variância do interferidor com incertezas na DOA.

σ_{int}^2	SINR					
	DS	DS+WL	SMI	SMI+WL	LSMI 2	LSMI 2+WL
-	18,0698	21,0848	18,0698	21,0848	18,0698	21,0848
1	13.9531	11.1868	4.1061	-0.2397	12.3184	10.4821
2	13.8234	10.7395	4.3019	0.0007	11.7864	9.8402
3	13.8171	10.9753	4.1245	-0.8866	12.0454	9.9211
4	13.7189	10.6184	3.7017	-0.4055	12.0517	10.0227
5	13.6300	10.7593	3.9322	-0.5500	12.0120	10.2476
6	13.4085	10.4357	4.6582	0.1200	12.1339	9.8674
7	13.4422	10.3042	4.0938	-0.5217	11.9225	9.8557
8	13.2880	10.1659	4.2963	-0.5619	11.9203	10.0472
9	13.1814	9.9364	3.8343	-0.5971	11.7711	9.6457
10	13.0013	9.9284	4.0168	-0.5721	11.7274	10.0065

No caso do algoritmo SMI, vê-se que a curva da SINR apresenta tendência crescente. Na fase de treinamento, a presença de oscilações já era esperada; todavia, na fase de adaptação, esse ruído afetou o desempenho em SINR fazendo-o oscilar. O fato de a matriz de auto-correlação amostral $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ ser calculada com base nas amostras passadas também auxilia para isso: como ela é calculada com base em uma quantidade de amostras passadas cujos valores de DOA são diferentes entre si, utilizar o vetor-volante $\mathbf{a}(\theta)$ calculado para a amostra que é tratada naquele instante degrada ainda mais o sinal. Portanto, quanto mais amostras cuja DOA é relativamente mais próxima do valor real da DOA do SOI forem utilizadas no cálculo de $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$, maior é a SINR do sistema. Por essa razão, vê-se, na Tabela 7.5, que existem valores de SINR maiores e menores entre si alternadamente uma vez que o número de amostras cuja DOA está correta no cálculo da matriz de auto-correlação $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ pode se alterar conforme os acertos da estimação MUSIC.

Nos métodos LSMI 2 e LSMI 2+WL, ocorrem fenômenos similares aos do caso anterior: os valores de SINR se alternam entre maiores e menores; eles sofrem degradações à medida que a variância do interferidor é aumentada; a utilização do método WL leva a degradações do desempenho em SINR em torno de 2 a 3 dB. As razões para esses acontecimentos estão diretamente ligadas às mesmas do algoritmo SMI uma vez que o LSMI 2 é apenas uma variação mais robusta do SMI. O fato de os algoritmos LSMI 2 e LSMI 2+WL proverem desempenhos em SINR maiores do que os SMI e SMI+WL está justamente ligado à maior robustez dos primeiros, pois, ao se carregar a diagonal principal da matriz $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ com o fator de carga γ , aumenta-se a auto-correlação dos sinais captados no vetor de entrada $\mathbf{x}(i)$; em contrapartida, eleva-se também a auto-correlação dos interferidores.

Por fim, nos casos LSMI 2+MUSIC e LSMI 2+MUSIC+WL, nota-se que o sistema apresentou

Tabela 7.6: Valores de SINR para o LSMI com MUSIC e com MUSIC e WL à medida que se varia a variância do interferidor com incertezas na DOA.

σ_{int}^2	SINR	
	LSMI 2+M	LSMI 2+M+WL
-	18,0698	21,0848
1	17.2315	20.0675
2	17.0630	19.8792
3	17.1697	19.9378
4	17.1187	19.8432
5	17.0766	19.6772
6	17.0784	19.6349
7	16.9597	19.4263
8	16.9124	19.1081
9	16.8153	18.8993
10	16.6176	18.4727

bons desempenhos de SINR. Isso porque, ao se re-estimar a DOA, o sistema utiliza vetores de ponderação mais próximos dos reais e, com isso, o sistema consegue captar maiores parcelas da potência emanada pelo SOI. Ao utilizar o método WL com vetores mais próximos dos reais, vê-se que o desempenho em SINR do sistema é elevado em torno de 3 dB conforme se espera. Ademais, esses dois sistemas apresentam os melhores valores de SINR dentre aqueles apresentados na Tabela 7.5.

7.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo, verificou-se o ganho em desempenho em SINR fornecido pelo método WL com os algoritmos DS, SMI, LSMI com fatores de carga iguais a $\gamma = 2\sigma_n^2$ e $\gamma = 10\sigma_n^2$. Eles foram testados em dois cenários distintos: “sem incertezas na DOA”; e “com incertezas na DOA”.

Para o caso sem incertezas na DOA, o DS+WL, LSMI 1+WL e LSMI 2+WL apresentaram melhoras de aproximadamente 3 dB em relação ao DS, LSMI 1 e LSMI 2 conforme já havia sido verificado em trabalhos anteriores [16]. Isso porque, ao expandir o vetor de entrada com os valores complexos conjugados dele mesmo, é como se o sistema enxergasse que o arranjo de antenas possuísse o “dobro de elementos” e, assim, provendo o dobro de desempenho em SINR - o que corresponde a 3 dB. A maior diferença esteve no SMI que diminuiu a SINR em 3,4 dB aproximadamente. Esse resultado ocorreu porque o SMI convergiu lentamente para o valor ótimo de SINR. Quando se aplicou o método WL ao SMI, viu-se que houve maior rapidez de convergência após a etapa de oscilação da SINR, a qual foi maior para o SMI+WL - 128 amostras

- do que a do SMI - 64 amostras.

Já para o caso com incertezas na DOA, tanto o método DS quanto os métodos SMI e LSMI 2 apresentaram melhor desempenho em SINR do que as respectivas abordagens com o método WL. Isso porque o método WL dobra a quantidade de dados no vetor de entrada com base nele mesmo utilizando-se o complexo conjugado dele - ou seja, se ele estiver sendo calculado com a DOA equivocada ou ligeiramente destoante, o vetor-volante aumentado conterà duas vezes o dado equivocado. No mais, os valores de SINR: decaíram conforme a variância do interferidor aumentou para o DS; e se alternaram entre maiores e menores para o SMI, SMI+WL, LSMI 2 e LSMI 2+WL, pois eles utilizam matrizes de auto-correlação calculadas com base em amostras advindas de diferentes valores de DOA à cada iteração.

Para o mesmo caso com incertezas na DOA, utilizou-se o método LSMI 2 com estimação MUSIC de DOA para corrigir o vetor-volante sem ou com o método WL. Viu-se que o desempenho em SINR do sistema aumentou consideravelmente passando de +12 para +17 dB aproximadamente no caso LSMI 2+MUSIC e de +10 para +20 dB aproximadamente no caso LSMI 2+MUSIC+WL. Portanto, apontar o feixe do arranjo de forma mais precisa para o real valor da DOA provê ganhos significativos em SINR. Ademais, percebeu-se que o método WL melhora a SINR do sistema quando a DOA utilizada é mais próxima da real; caso ela seja muito diferente, pode-se até mesmo degradar ainda mais o desempenho em SINR do sistema.

Por fim, é importante ressaltar que, em todos os casos testados e em que havia incerteza na DOA, utilizar o método WL com os algoritmos DS, SMI, LSMI 2 e LSMI 2+M elevou o valor do desvio-padrão do sistema, indicando que o sistema apresenta maiores variações do valor de SINR. No caso dos valores médios de SINR, verificaram-se tanto degradações quanto elevações, o que pode estar relacionado ao valor de DOA utilizado.

8 CONCLUSÕES

Esta dissertação apresentou algumas análises sobre algoritmos de *beamforming* mais utilizados atualmente. Aspectos que envolvem aumento do desempenho em SINR e redução do custo computacional foram abordados e analisados durante todo o trabalho.

No Capítulo 1, fez-se uma breve introdução sobre o tema visando a motivar o leitor. O problema foi contextualizado e definido. A metodologia e a apresentação do trabalho foram expostas.

No Capítulo 2, uma revisão bibliográfica acerca dos principais tópicos foi feita para auxiliar o leitor. Princípios de funcionamento dos arranjos de antenas e dos métodos de estimação da DOA foram realizados. Depois, alguns algoritmos de *beamforming* foram expostos e os principais aspectos foram tratados. Ademais, estabeleceu-se como os dados que serão utilizados no tratamento robusto serão gerados para se simular os *beamformers*.

No Capítulo 3, fez-se um estudo sobre o fator de carga γ do algoritmo LSMI e as possíveis influências de quatro parâmetros: número de antenas; número de sinais interferentes; potência do ruído ambiente; e incerteza na DOA do SOI. Constatou-se que o algoritmo LSMI converge para o algoritmo DS quando o γ tende a ser muito maior do que as demais entradas da matriz de auto-correlação. Viu-se que o fator de carga não possui um valor ótimo fixo nem que os valores sugeridos, na literatura, de $\gamma = 2\sigma_n^2$ e $\gamma = 10\sigma_n^2$ são as melhores escolhas. Para cada caso analisado, estabeleceram-se valores de γ que levam a uma solução ótima para o LSMI.

No Capítulo 4, definiram-se uma grandeza chamada erro de recepção - a qual foi utilizada para se realizar adaptações nos vetores de ponderação - e outra denominada porcentagem de erros de transmissão - a qual foi utilizada para medir o desempenho dos algoritmos. Dois critérios foram estabelecidos: real; e complexo. Viu-se que, principalmente, não há grandes diferenças em se utilizar um ou outro critério. É importante notar que o SMI apresenta picos de porcentagens de erros de transmissão para valores intermediários de potência do interferidor; já o LSMI apresenta tendência sempre crescente da porcentagem de erros de transmissão. A carga computacional do algoritmo LSMI também foi claramente reduzida em ambos os casos, sendo o caso SMI real o melhor deles, pois foi nele que houve o menor número de iterações com adaptação.

No Capítulo 5, buscou-se reduzir a complexidade computacional casando-se dois métodos de *beamforming*: o menos robusto e mais simples DS; e o mais robusto e mais complexo LSMI. O chaveamento entre os métodos é feito de acordo com o valor do erro de recepção. Viu-se que, para o cenário em que a DOA do SOI não está contaminada por ruído, é possível atingir valores altos de SINR com esta solução com relativo baixo custo computacional. Isso pode ser melhorado ainda mais ao se utilizar arranjos com maiores números de antenas. Já quando a ruído na DOA do SOI, o desempenho é prejudicado e é preciso utilizar mais vezes o LSMI para se manter a SINR

elevada.

No Capítulo 6, analisou-se um *beamformer* LSMI que utiliza o método MUSIC para estimar a DOA do SOI. Uma solução referencial que sempre utiliza a DOA exata do SOI é feita para fins de comparação e duas abordagens foram testadas: adaptação na DOA em todas as iterações; e adaptação na DOA de acordo com o erro. Na primeira, viu-se que o algoritmo que não adapta as extremidades atinge um desempenho em SINR similar à solução referencial e os casos em que há adaptação das extremidades possuem baixo desempenho, o que diminui a SINR do sistema. Na segunda, comportamentos similares foram constatados: quando não há adaptação das extremidades, o algoritmo apresenta valores de SINR mais próximos da solução referencial, embora eles sejam mais baixos do que no caso em que sempre se adapta a DOA; quando há adaptação das extremidades, os valores de SINR fica aproximadamente 2 dB abaixo do algoritmo sem adaptação para todos os valores de potência do interferidor, o que indica mais uma vez que adaptar as extremidades não acarreta ganho algum ao algoritmo.

No Capítulo 7, analisaram-se os métodos DS, SMI, LSMI e LSMI com estimação MUSIC de DOA conjugados com o método WL. No casos em que não incertezas na DOA, os algoritmos apresentam melhoras nos desempenhos em SINR quando são utilizados em conjunto com o método WL e essa melhora é próxima de 3 dB. Já quando há incertezas na DOA, os métodos DS, SMI e LSMI apresentam degradações nos desempenhos em SINR dos sistemas. Isso pode ser explicado pelo fato de a DOA estar constantemente se alterando, mesmo que em valores muito pequenos, fazendo a matriz de auto-correlação não corresponder à verdadeira. Para tanto, aplicou-se o método MUSIC para re-estimar a DOA do sistema à cada iteração e, com isso, conseguiram-se ganhos significativos nos desempenhos em SINR do LSMI conjugado com MUSIC. Ademais, quando se aplicou o método WL, o desempenho em SINR foi ainda mais elevado conforme o esperado. Isso significa que, mesmo possibilitando maiores valores de SINR e aumentando o limite do valor de SINR ótima do sistema, o WL aumenta a variação da SINR do sistema e nem sempre a melhora.

Assim, este trabalho apresentou algumas soluções para redução do custo computacional - seja realizando adaptações somente quando necessárias, seja chaveando métodos, seja corrigindo imperfeições na DOA utilizada pelos *beamformers*. Dados estatísticos foram mostrados e comparados afim de se validar as hipóteses formuladas.

Para trabalhos futuros, busca-se: testar outros algoritmos com outros critérios de adaptação; melhorar a sugestão do fator de carga γ do algoritmo LSMI variando-se outros parâmetros do *beamformer*; fazer comparações do estudo da carga da diagonal com outras técnicas que também utilizam esse tipo de carregamento; estudar como os *beamformers* baseados na grandeza erro de recepção reagem quando diferentes modulações, configurações de arranjo, algoritmos adaptativos são utilizados; testar o algoritmo LSMI utilizando o método ESPRIT para se re-estimar a DOA do SOI vendo se há ganho computacional em relação à abordagem MUSIC tratada neste trabalho; fazer comparações com técnicas iterativas que já rastreiam a DOA - como o LMS e o RLS.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] KRIM, H.; VIBERG, M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach. *IEEE signal processing magazine*, IEEE, v. 13, n. 4, p. 67–94, 1996.
- [2] TREES, H. L. V. *Optimum array processing: Part IV of detection, estimation, and modulation theory*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004.
- [3] SCHMIDT, R. Multiple emitter location and signal parameter estimation. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, v. 34, n. 3, p. 276–280, mar. 1986.
- [4] ROY, R.; KAILATH, T. Esprit-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing*, IEEE, v. 37, n. 7, p. 984–995, 1989.
- [5] WIDROW, B. et al. Adaptive antenna systems. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 55, n. 12, p. 2143–2159, 1967.
- [6] MONZINGO, R.; MILLER, T. *Introduction to Adaptive Arrays*. [S.l.]: Scitech, 2004. (The SciTech radar and defense series). ISBN 9781891121241.
- [7] HAYKIN, S. et al. Some aspects of array signal processing. In: IET. *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*. [S.l.], 1992. v. 139, n. 1, p. 1–26.
- [8] VIBERG, M. Introduction to array processing. In: *Academic Press Library in Signal Processing*. [S.l.]: Elsevier, 2014. v. 3, p. 463–502.
- [9] VACCARO, R. J. The past, present, and the future of underwater acoustic signal processing. *IEEE Signal Processing Magazine*, IEEE, v. 15, n. 4, p. 21–51, 1998.
- [10] KANEDA, Y.; OHGA, J. Adaptive microphone-array system for noise reduction. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, IEEE, v. 34, n. 6, p. 1391–1400, 1986.
- [11] ELLINGSON, S. W.; HAMPSON, G. A. A subspace-tracking approach to interference nulling for phased array-based radio telescopes. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 50, n. 1, p. 25–30, 2002.
- [12] SEKIHARA, K. et al. Performance of an meg adaptive-beamformer source reconstruction technique in the presence of additive low-rank interference. *IEEE transactions on biomedical engineering*, IEEE, v. 51, n. 1, p. 90–99, 2004.

- [13] CHEN, K.-M. et al. An x-band microwave life-detection system. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, IEEE, n. 7, p. 697–701, 1986.
- [14] RAPPAPORT, T. S. *Smart Antennas: Adaptive Arrays, Algorithms, & Wireless Position Location*. [S.l.]: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 1998.
- [15] GERSHMAN, A.; SIDIROPOULOS, N. *Space-time processing for MIMO communications*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2005.
- [16] LAMARE, R. C. de; WANG, L.; FA, R. Adaptive reduced-rank lcmv beamforming algorithms based on joint iterative optimization of filters: Design and analysis. *Signal Processing*, Elsevier, v. 90, n. 2, p. 640–652, 2010.
- [17] LIBERTI, J. C.; RAPPAPORT, T. S. *Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 1999. ISBN 0137192878.
- [18] VOROBYOV, S. A.; GERSHMAN, A. B.; LUO, Z.-Q. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: A solution to the signal mismatch problem. *IEEE transactions on signal processing*, IEEE, v. 51, n. 2, p. 313–324, 2003.
- [19] COX, H.; ZESKIND, R.; OWEN, M. Robust adaptive beamforming. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, IEEE, v. 35, n. 10, p. 1365–1376, 1987.
- [20] FELDMAN, D. D.; GRIFFITHS, L. J. A projection approach for robust adaptive beamforming. *IEEE Transactions on signal processing*, IEEE, v. 42, n. 4, p. 867–876, 1994.
- [21] GUERCI, J. R. Theory and application of covariance matrix tapers for robust adaptive beamforming. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 47, n. 4, p. 977–985, 1999.
- [22] SONG, N. et al. Adaptive widely linear reduced-rank beamforming based on joint iterative optimization. *IEEE Signal Processing Letters*, IEEE, v. 21, n. 3, p. 265–269, 2014.
- [23] SONG, N. et al. Adaptive widely linear reduced-rank interference suppression based on the multistage wiener filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 60, n. 8, p. 4003–4016, 2012.
- [24] KALANTAR-ZADEH, K. *Sensors: an introductory course*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013.
- [25] FRADEN, J. *Handbook of modern sensors*. [S.l.]: Springer, 2013.
- [26] LATHI, B. P. *Modern Digital and Analog Communication Systems 3e Osece*. [S.l.]: Oxford university press, 1998.

- [27] COSTA, J. P. C. L. da. *Parameter Estimation Techniques for Multi-Dimensional Array Signal Processing*. [S.l.]: Shaker Verlag, 2010.
- [28] COSTA, J. P. C. L. da et al. Multi-dimensional model order selection. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Springer, v. 2011, n. 1, p. 26, 2011.
- [29] THOMAS, G.; WEIR, M.; HASS, J. *Thomas' Calculus, Books a la Carte Edition*. [S.l.]: Pearson Education Canada, 2010. ISBN 9780321730671.
- [30] HAYKIN, S. *Adaptive Filter Theory (3rd Ed.)*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1996. ISBN 0-13-322760-X.
- [31] CAPON, J. Maximum-likelihood spectral estimation. In: *Nonlinear methods of spectral analysis*. [S.l.]: Springer, 1979. p. 155–179.
- [32] BEIGHTLER, C.; PHILLIPS, D.; WILDE, D. *Foundations of Optimization*. [S.l.]: Prentice-Hall, 1979. (International Industrial and Systems Engineering Series). ISBN 9780133303322.
- [33] HIROTA, A. et al. Modified calibration method for music method with an array antenna. *Electronics and Communications in Japan (Part I: Communications)*, v. 90, p. 1 – 13, 10 2007.
- [34] DINIZ, P. S. *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation*. 2. ed. Norwell, MA, USA: Kluwer Academic Publishers, 2002. ISBN 1402071256.
- [35] HOWELLS, P. W. *Intermediate frequency side-lobe canceller*. [S.l.]: Google Patents, ago. 24 1965. US Patent 3,202,990.
- [36] APPLEBAUM, S. Adaptive arrays. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 24, n. 5, p. 585–598, 1976.
- [37] WIDROW, B.; HOFF, M. Adaptive switch circuits, ire wescom. *Conv. Rec., Part*, v. 4, 1960.
- [38] BROOKS, L.; REED, I. Equivalence of the likelihood ratio processor, the maximum signal-to-noise ratio filter, and the wiener filter. *IEEE Transactions on Aerospace and electronic Systems*, v. 5, n. AES-8, p. 690–692, 1972.
- [39] LEHMANN, E. L.; CASELLA, G. *Theory of point estimation*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006.
- [40] MURRAY, W. A. *Numerical methods for unconstrained optimization*. New York, Academic Press, 1972.
- [41] REED, I. S.; MALLETT, J. D.; BRENNAN, L. E. Rapid convergence rate in adaptive arrays. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, IEEE, n. 6, p. 853–863, 1974.

- [42] ABRAMOVICH, Y. I. A controlled method for adaptive optimization of filters using the criterion of maximum signal-to-noise ratio. *Radio Eng. Elect. Phys*, v. 26, n. 3, p. 87–95, 1981.
- [43] CARLSON, B. D. Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, IEEE, v. 24, n. 4, p. 397–401, 1988.
- [44] MIRANDA, R. K. *Beamforming Techniques for Next Generation Communications Systems*. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília and Ilmenau University of Technology, 2017.
- [45] WANG, L. et al. An iterative widely linear interference suppression algorithm based on auxiliary vector filtering. In: IEEE. *Signals, Systems and Computers (ASILOMAR), 2010 Conference Record of the Forty Fourth Asilomar Conference on*. [S.l.], 2010. p. 446–450.
- [46] MANDIC, D. P.; GOH, V. S. L. *Complex valued nonlinear adaptive filters: noncircularity, widely linear and neural models*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009.
- [47] PICINBONO, B. On circularity. *IEEE Transactions on signal processing*, IEEE, v. 42, n. 12, p. 3473–3482, 1994.
- [48] BUEHLER, R. J. Minimum variance unbiased estimation. *Encyclopedia of Statistical Sciences*, Wiley Online Library, 2004.
- [49] ELNASHAR, A.; ELNOUBI, S. M.; EL-MIKATI, H. A. Further study on robust adaptive beamforming with optimum diagonal loading. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 54, n. 12, p. 3647–3658, 2006.
- [50] LI, J.; STOICA, P.; WANG, Z. On robust capon beamforming and diagonal loading. *IEEE transactions on signal processing*, IEEE, v. 51, n. 7, p. 1702–1715, 2003.
- [51] PADOS, D. A.; BATALAMA, S. N. Joint space-time auxiliary-vector filtering for ds/cdma systems with antenna arrays. *IEEE Transactions on Communications*, IEEE, v. 47, n. 9, p. 1406–1415, 1999.
- [52] WANG, L.; LAMARE, R. C. de. Adaptive constrained constant modulus algorithm based on auxiliary vector filtering for beamforming. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 58, n. 10, p. 5408–5413, 2010.

Apêndices

A - Efeito das incertezas na DOA no ângulo de defasagem

Os detalhes matemáticos sobre a inserção de ruído nas DOA's serão analisados. Dessarte, o comportamento do beamformer será analisado à medida que o ângulo é corrompido por ruído AWGN.

DESENVOLVIMENTO

A diferença de fase ϕ entre duas antenas adjacentes do ULA pode ser calculada utilizando a Equação (8.1),

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta) \quad (8.1)$$

na qual cada variável é representada por:

- λ : comprimento de onda do sinal;
- d : distância entre duas antenas adjacentes do ULA;
- θ : ângulo de incidência dos sinais que chegam ao ULA.

Suponha que haja um certo ruído sendo adicionado à medição da DOA. Isso significa que o argumento da função seno, na Equação (8.1), deverá conter um termo a mais para contabilizar pela defasagem provocada pelo ruído. Essa defasagem será denotada por $\tilde{\phi}$, em que o sub-índice n indica que a defasagem está corrompida por ruído, e o ruído da DOA por ρ . Considerando que a fase será dada por $\theta + \rho$ no valor de $\tilde{\phi}$, a Equação (8.1) se torna a Equação (8.2).

$$\tilde{\phi} = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta + \rho) \quad (8.2)$$

Aplica-se a identidade trigonométrica $\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \sin(b) \cos(a)$ à equação (8.2) acima, o que resulta na equação (8.3) abaixo.

$$\tilde{\phi} = \frac{2\pi}{\lambda} d [\sin(\theta) \cos(\rho) + \sin(\rho) \cos(\theta)] \quad (8.3)$$

Expandindo-se a Equação (8.3), a diferença de fase ruidosa $\tilde{\phi}$ é expressada pela Equação (8.4).

$$\tilde{\phi} = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta) \cos(\rho) + \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\rho) \cos(\theta) \quad (8.4)$$

Se o ruído na DOA for pequeno - em torno de 5° -, pode-se considerar que $\sin(\rho) \approx \rho \approx 0$ - o que faz todo o termo $\frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\rho) \cos(\theta)$ da Equação (8.4) ser igual a zero - e $\cos(\rho) \leq 1$ - o que faz ele agir como um fator atenuante da potência do sinal. Dessarte, aproxima-se $\tilde{\phi}$ pela Equação (8.5).

$$\tilde{\phi} = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta) \cos(\rho) \quad (8.5)$$

B - Otimização da potência de chegada pelo método de multiplicadores de Lagrange

Os detalhes matemáticos sobre a resolução do problema de otimização para beamformers que seguem a abordagem MVDR é desenvolvida utilizando o método de multiplicadores de Lagrange.

OTIMIZAÇÃO

Neste apêndice, o problema de otimização da SINR expresso na Equação 2.24 será resolvido pelo método de multiplicadores de Lagrange, o qual pode ser encontrado no livro de George B. Thomas sobre cálculo [29].

Em aplicações práticas de *beamforming*, maximizar a SINR do dispositivo é desejado. Para tanto, deve-se resolver o problema de otimização da Equação 2.24,

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w} \quad \text{sujeito a} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = \text{constante}$$

a qual está repetida aqui para facilitar a compreensão do problema. Nela, a “constante” pode representar qualquer valor real e será escolhida, aqui, como sendo igual a 1.

Calculando-se o lagrangeano do problema de otimização é dado pela Equação 8.6,

$$L(\mathbf{w}, \lambda) = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w} + \lambda (1 - \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)) \quad (8.6)$$

na qual λ representa o multiplicador de Lagrange.

Calculando o gradiente da Equação 8.6 e igualando-o a zero, chega-se à Equação

$$\nabla_{\mathbf{w}} L(\mathbf{w}, \lambda) = \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w} - \lambda \mathbf{a}(\theta) = 0 \quad (8.7)$$

Isolando-se o vetor de ponderação \mathbf{w} , obtém-se a Equação 8.8.

$$\mathbf{w}_{opt} = \lambda \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta) \quad (8.8)$$

Essa Equação é a versão espacial da Equação de Wiener-Hopf. Por meio dela, é possível encontrar o multiplicador de Lagrange λ em função dos demais termos ao se substituir a Equação 8.8 na restrição do problema de otimização original, resultando na Equação

$$\lambda = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (8.9)$$

Ao se substituir a Equação 8.9 na Equação 8.8, chega-se à expressão que determina o vetor de ponderação para o caso MVDR representada pela Equação 2.37.