

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E**  
**AMBIENTAL**

**APLICAÇÃO DO MÉTODO *SMOOTHED PARTICLE***  
***HYDRODYNAMICS* AO ESTUDO DE EROSÃO SUPERFICIAL**  
**DE SOLOS**

**ELIZABETH HERNÁNDEZ ZUBELDIA**

**ORIENTADOR: MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD.**

**TESE DE DOUTORADO EM GEOTECNIA**

**PUBLICAÇÃO: G.TD-282/17**

**BRASÍLIA / DF: MARÇO/2017**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**APLICAÇÃO DO MÉTODO *SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMICS* AO  
ESTUDO DE EROSÃO SUPERFICIAL DE SOLOS**

**ELIZABETH HERNÁNDEZ ZUBELDIA**

**TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E  
AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR.**

**APROVADA POR:**

---

**MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, Ph.D. (ENC/UnB)  
(ORIENTADOR)**

---

**MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, D.Sc. (ENC/UnB)  
(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**JUAN FÉLIX RODRÍGUEZ REBOLLEDO, Ph.D (ENC/UnB)  
(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**ANTÔNIO CÉSAR PINHO BRASIL JÚNIOR, Ph.D (ENM/UnB)  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

---

**MARTA PEREIRA DA LUZ, D.Sc. (PUC Goiás/FURNAS)  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

**DATA: BRASÍLIA/DF, 9 DE MARÇO DE 2017**

## FICHA CATALOGRÁFICA

ZUBELDIA, ELIZABETH HERNÁNDEZ

Aplicação do método *Smoothed Particle Hydrodynamics* ao estudo de erosão superficial de solos.

[Distrito Federal] 2017

xvii, 106p. 210x297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Geotecnia, 2017)

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

1. Erosão superficial

2. Métodos numéricos

3. *Smoothed Particle Hydrodynamics*

4. Critério de erosão

5. Tensão crítica de escoamento

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ZUBELDIA, E.H. (2017). Aplicação do método *Smoothed Particle Hydrodynamics* ao estudo de erosão superficial de solos, Publicação G.TD-282/17, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 106 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Elizabeth Hernández Zubeldia

TÍTULO DA TESE: Aplicação do método *Smoothed Particle Hydrodynamics* ao estudo de erosão superficial de solos.

GRAU / ANO: Doutor/2017

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Elizabeth Hernández Zubeldia

405 Sul, Alameda 05 Bloco 1, Apto 124. Plano Diretor Sul.  
Palmas/TO - Brasil

*A mis grandes amores, Maité y Raydel.*

*“O dinheiro faz homens ricos, o conhecimento faz homens sábios e a humildade faz grandes homens.”*

*Mahatma Gandhi*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, princípio e fim de tudo.

Aos meus pais, por me incentivarem a estudar desde pequena e me ensinarem a fazer sempre meu melhor.

Ao meu querido esposo Raydel, pelo amor, a paciência infinita e a ajuda oportuna nestes anos de trabalho. Você é meu maior incentivador.

A minha irmã Maité, pelas palavras de ânimo nos momentos de escuridão.

A Oisys e Elier, insuperáveis companheiros de caminhada, pela amizade sincera.

A Yanet e Nelson, pela amizade incondicional e por estarem sempre disponíveis para me ajudar quando tenho precisado deles.

Ao professor Manoel Porfírio, pelos conselhos, as palavras de ânimo e, principalmente, pela amizade. Graças a pessoas como você nunca me senti estrangeira no Brasil.

Aos meus colegas cubanos, colombianos e brasileiros do Programa de Pós-graduação em Geotecnia da Universidade de Brasília, especialmente aos que trabalham no INFRALAB, pela solidariedade e disponibilidade para ajudar sempre que necessário. Vocês têm sido ótimos companheiros.

Ao Dr. Benedict Rogers e ao Dr. George Fourtakas, pela colaboração durante minha estância na Universidade de Manchester e nos meses sucessivos até o fim da pesquisa.

Ao meu orientador, professor Márcio Muniz de Farias, pela confiança, o apoio e a disponibilidade.

Ao Conselho Nacional das Fundações Estaduais de Amparo à Pesquisa (CONFAP), ao Fundo Newton do Reino Unido, à Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAPDF) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro.

## RESUMO

Neste trabalho é apresentada uma abordagem multifásica, que combina modelos constitutivos de fluidos com conceitos da hidráulica de canais abertos e critérios de ruptura próprios da Geomecânica, para simular problemas de erosão superficial usando o método numérico *Smoothed Particle Hydrodynamics - SPH*. Pela natureza Lagrangeana e sem malha, o método SPH fornece uma ferramenta numérica ideal para tratar problemas multifásicos, que envolvem superfícies livres e grandes deslocamentos de material, permitindo realizar simulações sob diversas condições de fluxo, em tempos relativamente curtos. Na abordagem proposta neste trabalho, a água e o sedimento são tratados como fluidos newtoniano e pseudo-newtoniano, respectivamente, utilizando uma partícula em cada ponto do espaço físico. Um critério hidráulico, fundamentado no parâmetro de Shields, é utilizado para determinar o início do movimento das partículas, pela ação da água, em um leito de sedimentos. O critério consegue estimar adequadamente a massa de material erodido sob condições de fluxo de baixa velocidade, mas não permite simular a dinâmica do sedimento nas regiões subsuperficiais. O critério hidráulico foi combinado com um critério mecânico, baseado no critério de ruptura de Drucker-Prager, para determinar a viscosidade aparente do sedimento, cuja dinâmica é simulada por meio de um modelo visco plástico tipo Bingham, denominado Herschel-Bulkley-Papanastasiou (BHP). O modelo permite simular comportamentos pseudo-plásticos e dilatantes do material. Os resultados de simulações de ensaios de ruptura de coluna da água (*dam break*) mostram a capacidade do modelo proposto ao reproduzir de forma satisfatória a quantidade de material removido da superfície do leito. Além disso, é possível estimar as interfaces entre os diversos materiais existentes no processo de erosão.

## ABSTRACT

This theses presents a multiphase approach to simulate surface erosion using Smoothed Particles Hydrodynamics - SPH. The model combines constitutive models of fluids, concepts of open channel hydraulics and failure criteria of Geomechanics. Because of its Lagrangean formulation, SPH is an ideal numerical tool for the simulation of multiphase problems involving with free surfaces and large deformation. The numerical simulation allows simulating different flux conditions in relatively short times. The model herein presented simulates the water and the sediment as Newtonian and pseudo Newtonian fluids, respectively, using a single particle to represent the points at the physical space. A hydraulic criterion based on the Shields' parameter is used to determine the onset of sediment motion at the bed surface. The criterion estimates correctly the mass of eroded material under low velocity flux, but it doesn't allow tracking the dynamic of the sediment at the subsurface region. The hydraulic criterion was combined with a mechanical criterion based on Drucker-Prager failure criterion to determine the apparent viscosity of the sediment. The dynamic of the sediment is modelled by the viscoplastic Bingham type Herschel-Bulkley-Papanastasiou (BHP) model. The model is capable to reproduce shear thinning and shear thickening materials. Dam break simulations showed the capability of the model to simulate the amount of material removed from the sediment bed at the end of the experiment. Also, the ideal interfaces developed during the erosion process were satisfactorily estimated.

## ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. MOTIVAÇÃO.....	2
1.2. HIPÓTESE E OBJETIVOS.....	3
1.3. METODOLOGIA PARA O DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	3
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	6
2.1. EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS QUE REGEM A DINÂMICA DE FLUIDOS.....	6
2.2. TENSÕES EM MEIOS CONTÍNUOS .....	7
2.2.1. Tensão estática .....	8
2.2.2. Tensão viscosa.....	8
2.3. TENSOR DE TENSÃO EM UM FLUIDO .....	9
2.4. MODELO CONSTITUTIVO PARA O FLUIDO.....	9
2.4.1. Modelos tipo Bingham .....	11
2.5. FLUXO EM CANAIS ABERTOS .....	15
2.6. MODELAGEM DE PROCESSOS EROSIVOS .....	21
2.6.1. Modelos empíricos. ....	21
2.6.2. Modelos numéricos .....	23
3. O MÉTODO SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMICS.....	26
3.1. FORMULAÇÃO DO MÉTODO .....	26
3.1.1. Representação integral de uma função e sua derivada .....	27
3.1.2. Aproximação por partículas .....	29
3.1.3. Solução das equações de Navier-Stokes por meio do SPH.....	30
3.1.4. Viscosidade artificial.....	33
3.1.5. Fluxograma de cálculo .....	34
3.2. FORMULAÇÕES SPH PARA PROBLEMA DE EROSÃO .....	35
3.2.1. Observação das componentes.....	36
3.2.2. Observação da mistura .....	37
3.2.2.1. Critério de Von Mises e critério de Shields. ....	37
3.2.2.2. Critério de Drucker-Prager .....	39
4. IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE EROSÃO SUPERFICIAL .....	43
4.1. Critério hidráulico.....	43
4.1.1. Aplicação do critério de Shields. Verificações. ....	48
4.1.2. Validação do critério de Shields implementado.....	52

4.2. Ensaio em canal hidráulico.....	53
5. COMBINAÇÃO DO CRITÉRIO DE SHIELDS E DO CRITÉRIO DE DRUCKER-PRAGER.....	58
5.1. Simulação do ensaio de Fraccarollo & Capart (2002). Comparações qualitativas. ..	59
5.2. Simulação do ensaio de Spinewine & Zech (2007). Comparações quantitativas. ....	66
5.2.1. Simulação do movimento da comporta.....	67
5.2.2. Resolução da malha de pontos .....	69
5.2.3. Massa de sedimento erodido .....	71
5.2.4. Identificação das interfaces durante o processo erosivo .....	72
6. CONCLUSÕES .....	84
6.1. SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS .....	86
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	87
ANEXOS .....	91

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Esquema metodológico da tese.....	4
Figura 2.1 – Comportamento de vários tipos de fluidos .....	12
Figura 2.2 – Modelo de Papanastasiou (1989).....	14
Figura 2.3 – Variação das tensões no modelo HBP. a) Influência do parâmetro $m$ . b) Influência do parâmetro $n$ .....	15
Figura 2.4 - Função da tensão cisalhante total nas camadas do fluido num canal aberto (Gyr & Hoyer, 2006).....	17
Figura 2.5 – Equilíbrio entre as forças aceleradoras do fluxo e as forças de atrito no leito de um canal aberto (Gyr & Hoyer, 2006). .....	18
Figura 2.6 Representação gráfica do modelo de Du Boys. ....	22
Figura 3.1 - Domínio de influência da função <i>kernel</i> (modificado de (Liu & Liu, 2003) .....	28
Figura 3.2 – Aproximação por partículas dentro do domínio de influência (modificado de (Liu & Liu, 2003).....	30
Figura 3.3. Fluxograma de cálculo do SPH .....	35
Figura 3.4 - Materiais definidos segundo a abordagem denominada “observação da mistura”. .....	37
Figura 3.5 – Variação local das tensões na superfície da camada de sedimentos.....	42
Figura 4.1 – Esquema do perfil de velocidades adotado. a) Fluxo hidraulicamente suave. b) Fluxo hidraulicamente rugoso. (modificado de van Rijn (1993)).....	46
Figura 4.2 – Processo iterativo para o cálculo da velocidade cisalhante (modificado de Manenti et al.( 2012)).....	46
Figura 4.3 – Configuração do caso inicial em 2D.....	48
Figura 4.4 – Superfície de escoamento para $t=0,3$ s. a) Critério de Shields b) Critério de Drucker-Prager. ....	49
Figura 4.5 – Configuração final da superfície do leito.....	49
Figura 4.6 – Posição da superfície livre. ....	50
Figura 4.7 – Pressão na água no estado final. a) Variação da pressão com a posição. b) Posição da coluna da água.....	50
Figura 4.8 – Partículas transportadas dentro de uma região de controle, utilizando o critério de Shields. a) Região de controle determinado pelas coordenadas $1,1 < X < 1,5$ . b) Região de controle determinado pelas coordenadas $3,1 < X < 3,5$ .....	51
Figura 4.9 – Esquema do experimento de (Manenti et al., 2012) .....	52

Figura 4.10 – Perfis do leito de sedimento no experimento em tanque de água.....	53
Figura 4.11 - Canal hidráulico.....	54
Figura 4.12 – Curva granulométrica do material do leito do canal.....	54
Figura 4.13 – Configuração do caso de canal hidráulico 2D no DualSphysics.....	55
Figura 4.14 – Perfil do leito na proximidade da entrada da água para $t = 18s$ .....	55
Figura 4.15 – Massa de material erodido por metro de largura para $t = 18s$ .....	57
Figura 5.1 – Regiões e superfícies do modelo computacional (modificado de Fourtakas & Rogers (2016)).....	58
Figura 5.2 – Esquema do experimento de Fraccarollo & Capart (2002) .....	60
Figura 5.3 – Fases do experimento de ruptura de coluna da água para $t=0,25s$ . a) Resultado experimental b) Critério de DP c) Critério de Shields d) Critério combinado DP+Shields...	61
Figura 5.4 - Fases do experimento de ruptura de coluna da água para $t=0,50s$ . a) Resultado experimental b) Critério de DP c) Critério de Shields d) Critério combinado DP+Shields...	62
Figura 5.5 – Fases do experimento de ruptura de coluna da água para $t=0,75s$ . a) Resultado experimental b) Critério de DP c) Critério de Shields d) Critério combinado DP+Shields...	62
Figura 5.6 - Fases do experimento de ruptura de coluna da água para $t=1,00s$ . a) Resultado experimental b) Critério de DP c) Critério de Shields d) Critério combinado DP+Shields...	63
Figura 5.7 – Superfície livre e interface água-sedimento obtida experimental e numericamente para $t=0,25s$ .....	64
Figura 5.8 – Superfície livre e interface água-sedimento obtida experimental e numericamente para $t=0,50s$ .....	64
Figura 5.9 – Superfície livre e interface água-sedimento obtida experimental e numericamente para $t=0,75s$ .....	65
Figura 5.10 – Superfície livre e interface água-sedimento obtida experimental e numericamente para $t=1,00s$ .....	65
Figura 5.11 – Configuração inicial dos experimentos de Spinewine & Zech(2007). a) Leito plano b) Leito levantado 5cm a jusante c) Leito levantado 5cm a montante d) Leito levantado 10cm a montante e) Leito levantado 25 cm a montante f) Leito levantado 10 cm a montante com superfície inundada a jusante. ....	66
Figura 5.12 – Imagens da ruptura da coluna da água durante o descenso da comporta. a) Condição inicial ( $t = 0$ ); b) $t = 0,05$ ; c) $t = 0,10$ ; d) $t = 0,15$ .....	68
Figura 5.13 – Efeito da saída da comporta através do leito. ....	68
Figura 5.14 – Massa de sedimento coletada ao final do ensaio com leito de PVC, para diferentes resoluções da malha de pontos. ....	70

Figura 5.15 – Massa de sedimento coletada ao final do ensaio com leito de areia, para diferentes resoluções da malha de pontos. ....	70
Figura 5.16 – Avanço da frente da onda para diferentes resoluções da malha de pontos. a) Leito de PVC, b) Leito de areia. ....	71
Figura 5.17 – Massa de sedimento coletada ao final do ensaio. Resultados numéricos e experimentais. ....	72
Figura 5.18 – Configuração (a) de Spinewine & Zech(2007), leito de PVC. a) Interfaces para $t = 0,25$ s. b) Interfaces para $t = 1,50$ s. ....	73
Figura 5.19 – Configuração (b) de Spinewine & Zech(2007), leito de PVC. a) Interfaces para $t = 0,25$ s. b) Interfaces para $t = 1,50$ s. ....	74
Figura 5.20 – Configuração (d) de Spinewine & Zech(2007), leito de PVC. a) Interfaces para $t = 0,25$ s. b) Interfaces para $t = 1,50$ s. ....	75
Figura 5.21 – Configuração (f) de Spinewine & Zech(2007), leito de PVC. a) Interfaces para $t = 0,25$ s. b) Interfaces para $t = 1,50$ s. ....	76
Figura 5.22 – Configuração (a) de Spinewine & Zech(2007), leito de areia. a) Interfaces para $t = 0,25$ s. b) Interfaces para $t = 1,50$ s. ....	77
Figura 5.23 – Configuração (b) de Spinewine & Zech(2007), leito de areia. a) Interfaces para $t = 0,25$ s. b) Interfaces para $t = 1,50$ s. ....	78
Figura 5.24 – Configuração (d) de Spinewine & Zech(2007), leito de areia. a) Interfaces para $t = 0,25$ s. b) Interfaces para $t = 1,50$ s. ....	79
Figura 5.25 – Configuração (f) de Spinewine & Zech(2007), leito de areia. a) Interfaces para $t = 0,25$ s. b) Interfaces para $t = 1,50$ s. ....	80
Figura 5.26 – Determinação das interfaces no ensaio. a) Mosaico típico. b) Imagem original. c) Imagem diferenciada e) Curva das interfaces definidas. (Spinewine & Zech, 2007).....	81
Figura 5.27 – Viscosidade aparente calculada pelo modelo HBP para $n=2$ e $m=150$ . ....	82

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 4.1 – Parâmetros das simulações. ....	48
Tabela 5.1 - Parâmetros utilizados nas simulações da ruptura de uma coluna da água. ....	60
Tabela 5.2 – Propriedades físicas do material do leito dos experimentos de Spinewine & Zech (2007) .....	67
Tabela 5.3 – Resoluções da malha de pontos testadas. ....	69

## LISTA DE ABREVIACOES, NOMENCLATURA E SÍMBOLOS

$c$	coesão
$c$	velocidade numérica do som
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> (Dinâmica de Fluidos Computacional)
CEL	Método Euleriano-Lagrangeano Acoplado
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
CPU	<i>Central Processing Unit</i> (Unidade de Processamento Central)
$d$	diâmetro de um grão de sedimento
$d_{50}$	diâmetro médio dos grãos de sedimento
$d_j$	vetor deslocamento
$dp$	distância entre partículas
DP	Drucker-Prager
$e$	energia interna
$E_{ijkl}$	tensor do modelo constitutivo do material
EDP	Equação Diferencial Parcial
EDO	Equação Diferencial Ordinária
ENS	equações de Navier-Stokes
$g_k$	vetor da força de gravidade
$g^\alpha$	vetor da força de gravidade (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
GPU	<i>Graphic Processing Unit</i> (Unidade de Processamento Gráfico)
$H$	altura da lâmina de fluido
HBP	Herschel-Bulkley-Papanastasiou
$J_1$	primeiro invariante do tensor de tensões
$J_{2D}$	segundo invariante da parte desviadora do tensor de tensões cisalhantes
$k_s$	rugosidade equivalente ou efetiva do grão
$M$	número de Mach
$m$	parâmetro que controla o crescimento exponencial das tensões em função da taxa de deformação no modelo Herschel-Bulkley-Papanastasiou
$m_n$	massa da partícula $n$ (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
$M_{ijkl}$	tensor do modelo constitutivo do fluido

MCT	Miniatura, Compactado, Tropical
MEF	Método dos Elementos Finitos
$n$	índice que controla o comportamento não newtoniano (pseudo-plástico ou dilatante) do material no modelo Herschel-Bulkley-Papanastasiou
$p$	pressão
$r_{ij}$	distância entre o ponto $i$ e o ponto $j$ (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
Re	número de Reynolds
Re*	número de Reynolds do sedimento
$S$	inclinação do leito do canal
SI	Sistema Internacional de Unidades
SPH	<i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i>
$t$	tempo
$ T_{ij} $	norma de um tensor de segunda ordem
$tr(T_{ij})$	traço de um tensor de segunda ordem
$u$	velocidade
$u_{(z)}$	velocidade da partícula da água mais próxima à partícula de sedimento
$\bar{u}$	velocidade média
$u_*$	velocidade cisalhante
$u_n^\alpha$	vetor velocidade da partícula $n$ (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
$W_{ij}$	função <i>kernel</i> da partícula $i$ avaliada no ponto $j$ (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
$x_i$	vetor posição
$y$	posição de um ponto na água medida a partir do leito de sedimentos até a superfície livre.
$z_o$	parâmetro de rugosidade do fundo

$\varepsilon_{kl}$	tensor de “taxa de deformações”
$\dot{\varepsilon}_{kl}$	derivada temporal do tensor de deformações
$\dot{\varepsilon}_{kk}^v$	parte isotrópica do tensor da derivada temporal da taxa de deformação
$\dot{\varepsilon}_{ij}^d$	parte desviadora do tensor da derivada temporal da taxa de deformação
$\phi$	ângulo de atrito
$\phi$	viscosidade turbulenta do fluido ou viscosidade Eddy
$\eta$	viscosidade volumétrica ou segunda viscosidade do fluido
$\kappa$	constante de von Karman
$\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$	função delta de Dirac
$\delta_v$	espessura da camada viscosa
$\dot{\gamma}_{ij}$	parte desviadora do tensor da derivada temporal da taxa de deformação, em notação de engenharia
$\dot{\gamma}_n^{\alpha\beta}$	parte desviadora do tensor da derivada temporal da taxa de deformação da partícula $n$ , em notação de engenharia (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
$\mu$	viscosidade dinâmica do fluido
$\mu_{ap}$	viscosidade dinâmica aparente do fluido
$\theta$	parâmetro de Shields
$\theta_c$	parâmetro crítico de Shields
$\rho$	densidade do fluido
$\rho_n$	densidade da partícula $n$ (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
$\rho_s$	densidade dos sedimentos
$\rho_o$	densidade de referência
$\sigma_{kl}$	tensor de tensões totais
$\sigma_n^{\alpha\beta}$	tensor de tensões totais da partícula $n$ (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
$\tau$	tensão cisalhante total nas camadas de fluido de um canal aberto
$\tau_b$	tensão cisalhante no leito de um canal aberto

- $\tau_{b,c}$  tensão cisalhante crítica no leito de um canal aberto
- $\tau_t$  tensão cisalhante devido à turbulência nas camadas de fluido de um canal aberto
- $\tau_v$  tensão viscosa nas camadas de fluido de um canal aberto
- $\tau_n^{\alpha\beta}$  parte viscosa do tensor de tensões totais da partícula  $n$  (nomenclatura do método *Smoothed Particles Hydrodynamics*)
- $\tau^y$  tensão de escoamento
- $\nu$  viscosidade cinemática do fluido

## 1. INTRODUÇÃO

A erosão compreende um conjunto de fenômenos que envolvem a formação ou transporte e deposição de materiais detríticos provenientes da decomposição e desagregação das rochas e dos solos. Existem vários critérios para classificar as erosões e os processos erosivos. No entanto, para fins geotécnicos, uma classificação simples e prática é a divisão em dois tipos: erosão superficial e erosão interna (Camapum et al., 2006). Ambos os termos são utilizados neste trabalho para descrever a erosão de solos pela ação da água.

A erosão superficial acontece devido ao escoamento da água que não se infiltra no solo. Ela está associada ao transporte de partículas ou agregados, arrancados pela força cisalhante desenvolvida entre a água e o solo e é responsável pelo assoreamento de rios e reservatórios. Já a erosão interna (ou *piping*) origina canais no interior do solo e avança em sentido oposto ao sentido do fluxo. Por isso é chamada também de erosão regressiva. Esse processo pode evoluir para grandes cavidades no subsolo e é muito comum em barragens de terra e enrocamento.

A erosão superficial é responsável pelo assoreamento de barragens e a lavagem de material à jusante dos vertedouros. O assoreamento acontece pelo carregamento de material do leito fluvial, sob condições de fluxo de baixa velocidade, enquanto à jusante do vertedouro o fenômeno erosivo é devido ao impacto da água no leito e à alta velocidade do fluxo.

O assoreamento diminui a capacidade de armazenamento dos reservatórios, afetando os sistemas de abastecimento da água para irrigação ou para uso doméstico e diminuindo a geração de energia nas usinas hidrelétricas. Além disso, a deposição de material nas proximidades do barramento pode danificar os geradores e comprometer a produção de energia.

Várias técnicas têm sido desenvolvidas para diminuir a taxa de assoreamento de reservatórios (Fan & Morris, 1992; Kondolf et al., 2014; Chamoun et al., 2015) e para minimizar o impacto a jusante do barramento (Juez et al., 2016). Em todos os casos, a previsão da taxa de erosão é uma peça chave para a identificação e o manejo das soluções, assim como para o desenvolvimento de planos de operação ao longo prazo.

Os modelos numéricos são uma ferramenta muito valiosa no estudo dos processos erosivos, permitindo descrever os mecanismos fundamentais que controlam a erosão, bem como interação entre eles. No entanto, devido ao fato ser um processo que depende de muitos

fatores, a modelagem numérica dos fenômenos erosivos é uma tarefa extremamente complexa. O primeiro aspecto que precisa ser resolvido é a modelagem correta da interação solo-água, com o consequente arrasto e deposição das partículas de solo. Trata-se de um problema de grandes deslocamentos relativos difícil de abordar com os métodos numéricos clássicos.

## 1.1. MOTIVAÇÃO

A motivação desta pesquisa está relacionada com os problemas de erosão e assoreamento de reservatórios e cursos da água, característicos de diversos locais do Brasil, o que é de grande interesse para as empresas geradoras de energia hidrelétrica.

O problema de erosão tem sido estudado por várias áreas do conhecimento (Agronomia, Hidrologia, Hidráulica de Canais, Geologia de Engenharia e Geotecnia) e vários modelos de previsão têm sido desenvolvidos. Em geral, os modelos visam a fornecer critérios de avaliação da erodibilidade dos solos, utilizando diferentes parâmetros que dependem da escala de estudo. Na área da Geotecnia, os estudos de erosão visam a determinar critérios que permitam identificar a susceptibilidade dos solos ao processo erosivo. Ensaios laboratoriais como o *Pinhole* (furo de agulha), o Inderbitzen ou a metodologia MCT (Miniatura, Compactado, Tropical) são utilizados para determinar índices ou critérios de erodibilidade. Com base nesses critérios determina-se o potencial de erosão do solo sob um determinado gradiente hidráulico. No entanto, não existem modelos que descrevam o mecanismo fundamental da erosão, que possam ser utilizados na previsão de fenômenos erosivos no contexto geotécnico.

Considera-se, também, a dificuldade dos métodos numéricos clássicos, tais como o Método dos Elementos Finitos (MEF), para simular problemas de grandes deslocamentos, como é o arraste e deposição de partículas. Por esse motivo, propõe-se utilizar o método *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH). Nos últimos anos várias pesquisas têm sido publicadas, mostrando diversas abordagens para a aplicabilidade do método na solução de problemas de erosão (Bui, 2006; Maeda et al., 2006; Manenti et al., 2012; Ulrich & Rung, 2012; Fourtakas, 2014).

Todo isto motivou o estudo do SPH como ferramenta numérica para simular a interação água-solo e o mecanismo básico que gera a erosão: o transporte e deposição das partículas de solo.

## **1.2. HIPÓTESE E OBJETIVOS**

A principal hipótese desta tese é que, utilizando equações universais de conservação de massa, momento linear e energia, e com o apoio de métodos numéricos que discretizem estas equações para o nível de partículas, é possível simular o processo erosivo e ganhar um maior entendimento do fenômeno físico da erosão superficial em nível macroscópico.

Para isso, propõe-se simular o processo de arraste e deposição de partículas no leito de canais abertos utilizando o método numérico *Smoothed Particle Hydrodynamics*.

Para atingir este objetivo geral, propõem-se os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar as principais variáveis envolvidas no processo de erosão superficial em canais abertos e os critérios de erosão utilizados na prática de engenharia.
2. Implementar em um código SPH um critério de erosão superficial que considere os principais fenômenos envolvidos no processo.
3. Validar o modelo implementado por meio de dados experimentais disponíveis na literatura e de ensaios de laboratórios desenvolvidos para esse propósito.

## **1.3. METODOLOGIA PARA O DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA**

Nesta pesquisa adota-se uma abordagem hipotético-dedutiva a partir da hipótese estabelecida na introdução. Tal hipótese deve ser validada por meio de dados disponíveis na literatura e de ensaios em escala reduzida projetados especificamente para esta finalidade. Na Figura 1.1 é apresentado o esquema metodológico que descreve as principais atividades necessárias para desenvolver a pesquisa.

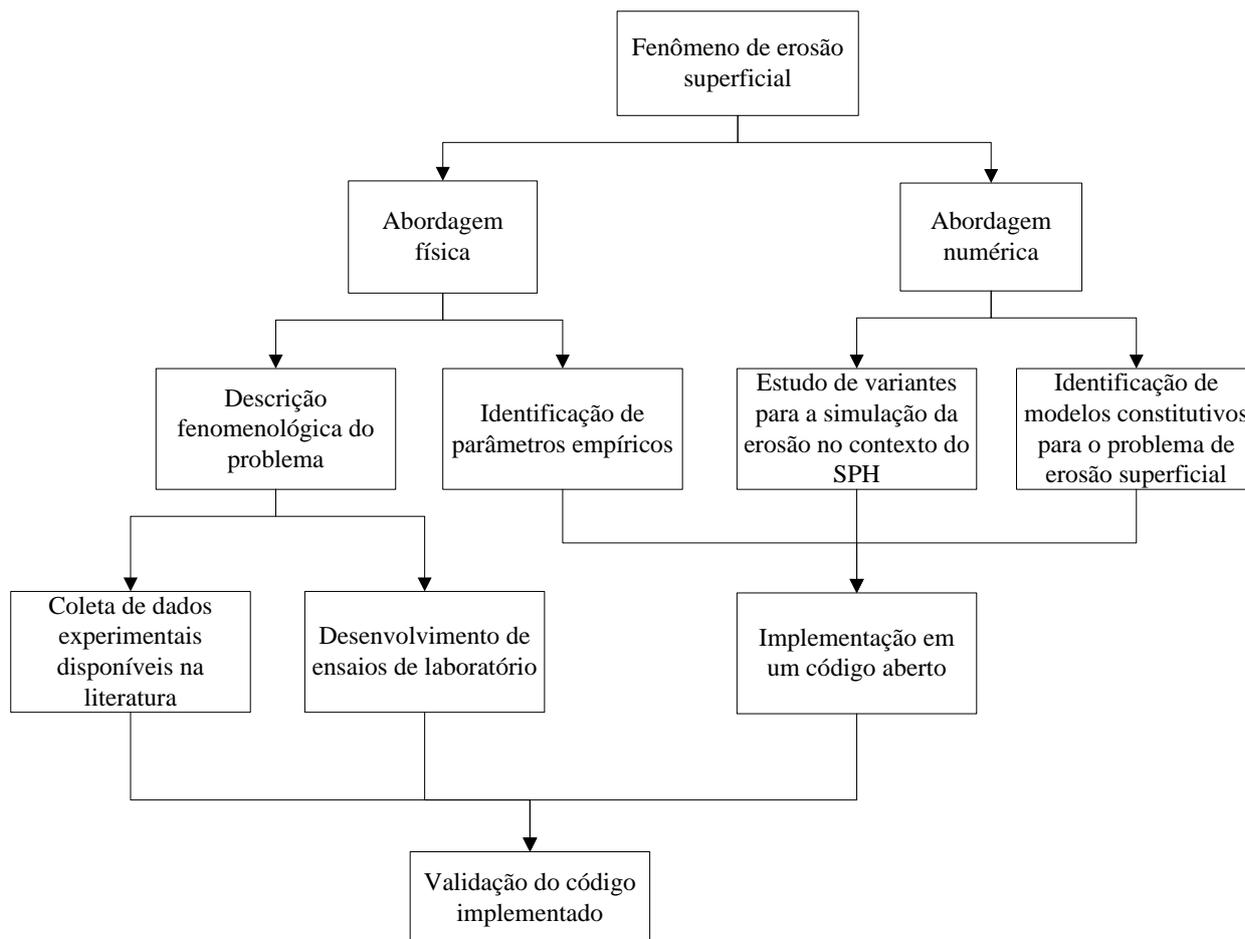


Figura 1.1 – Esquema metodológico da tese.

O trabalho está estruturado em seis capítulos e um anexo. A seguir é apresentada uma descrição resumida de cada um deles.

Capítulo 1 – Apresenta uma introdução ao assunto estudado, mostrando o contexto geral e a motivação do trabalho. São apresentados a hipótese e os objetivos, assim como a metodologia da pesquisa.

Capítulo 2 – É realizada uma revisão bibliográfica sobre as equações fundamentais que regem a dinâmica de fluidos (equações de Navier-Stokes), com ênfase na definição das tensões em meios contínuos e do tensor de tensões em um fluido. Vários modelos Tipo Bingham são descritos, mostrando-se as vantagens e limitações de cada um deles. Conceitos básicos de fluxo de canais abertos são introduzidos para, por fim, descrever duas grandes abordagens na modelagem de processos erosivos: a empírica e a numérica. Uma descrição geral de cada uma destas abordagens é realizada, referenciando trabalhos que, ao longo da história, têm contribuído com seu desenvolvimento.

Capítulo – 3: Este capítulo é dedicado à descrição do método *Smoothed Particles Hydrodynamics*. A formulação geral do método, com foco na discretização das equações de Navier-Stokes, é apresentada. O algoritmo geral do método é resumido em um fluxograma de cálculo. Também são descritas as formulações SPH que permitem simular problemas de erosão. Duas abordagens são apresentadas, referenciando contribuições relevantes e mostrando sua adequação para problemas específicos.

Capítulo – 4: Um critério de erosão, fundamentado na teoria de Shields e em conceitos de hidráulica de canais abertos, é descrito, mostrando as equações e o algoritmo geral para sua implementação em um código computacional. O código computacional utilizado também é descrito. Um caso teórico de ruptura de coluna da água é utilizado para realizar verificações do critério de Shields implementado. São realizadas comparações do critério de Shields com um critério baseado no critério de Drucker-Prager, disponível no código utilizado. É feita uma validação do critério de Shields implementado, utilizando ensaios e resultados numéricos publicados na literatura. Um ensaio em canal hidráulico em laboratório é realizado e simulado computacionalmente. É analisada a influência de um parâmetro empírico (rugosidade equivalente ou efetiva do grão,  $k_s$ ) na quantidade de material erodido ao final do experimento numérico, utilizando como base o resultado do ensaio laboratorial.

Capítulo – 5: Uma abordagem que combina o critério de erosão descrito no Capítulo 4 com o critério de Drucker-Prager é apresentada. São realizadas simulações de ensaios de ruptura de coluna da água publicados na literatura. São mostradas comparações qualitativas, quanto à predição das interfaces desenvolvidas no processo erosivo, utilizando resultados experimentais e resultados numéricos de outros autores. Por fim, são apresentadas comparações quantitativas em relação à predição das interfaces desenvolvidas no processo erosivo e a quantidade de material erodido.

Capítulo – 6: Conclui-se o trabalho, apontando os aspectos mais relevantes observados. Algumas sugestões para pesquisas futuras são apresentadas.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A seguir é apresentada uma revisão dos principais pontos necessários para avançar no estado do conhecimento dos temas que serão utilizados durante o desenvolvimento da pesquisa.

### 2.1. EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS QUE REGEM A DINÂMICA DE FLUIDOS

O movimento dos fluidos é descrito pelas equações de Navier-Stokes (ENS). Estas equações estão fundamentadas nos princípios de conservação de massa, de momento linear e de energia.

A equação de conservação de massa (equação de continuidade), de forma Lagrangeana, é deduzida considerando um volume infinitesimal do fluido que se desloca com o fluxo. Assumindo que um volume infinitesimal tem uma massa fixa (a massa é conservada), mas que seu volume e, portanto, sua densidade, podem mudar no tempo se obtém:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0 \quad (2.1)$$

sendo  $\rho$  a densidade do fluido,  $u$  a velocidade média e  $\frac{D}{Dt}$  a derivada total ou material, definida por:

$$\frac{Df}{Dt} = u \cdot \nabla f + \frac{\partial f}{\partial t} \quad (2.2)$$

onde  $f$  é uma função qualquer.

A conservação de momento linear, sob condições de massa constante, equivale à segunda Lei de Newton. Por tratar-se de uma quantidade vetorial, esta equação é expressa nos três eixos do sistema cartesiano. A descrição Lagrangeana desta equação é:

$$\rho \frac{Du_k}{Dt} = \frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial x_l} + F_k \quad (2.3)$$

sendo  $F_k$  o vetor de forças de corpo ou de massa e  $\sigma_{kl}$  o tensor de tensões.

Considerando apenas a força de gravidade como força de corpo a equação (2.3) pode ser escrita como:

$$\frac{Du_k}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial x_l} + g_k \quad (2.4)$$

sendo  $g_k$  a força de gravidade.

A conservação de energia está fundamentada na primeira Lei da Termodinâmica, que estabelece que a taxa de variação da energia dentro de um volume infinitesimal de fluido é dada pelo fluxo líquido de calor, mais a taxa de variação do trabalho realizado pelas forças externas de massa e de superfície. Desconsiderando o fluxo de calor e as forças de massa, a taxa de variação da energia interna ( $e$ ) é dada pelo trabalho realizado pela pressão isotrópica, mais a dissipação de energia devido às forças cisalhantes viscosas, i.e.:

$$\frac{De}{Dt} = \frac{\sigma_{kl}}{\rho} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \quad (2.5)$$

onde, novamente,  $\sigma_{kl}$  é o tensor de tensões,  $\rho$  a densidade do fluido,  $u_k$  a velocidade média.

As ENS são um conjunto de equações diferenciais parciais não lineares. Consequentemente, não é possível encontrar uma solução analítica geral para elas. Por esse motivo, a simulação dos problemas gerais de fluxo é feita por meio de métodos numéricos, que compõem a denominada Dinâmica de Fluidos Computacional (em inglês, CFD).

As relações (2.1), (2.3) e (2.5) fornecem cinco equações e envolvem um total de onze incógnitas (a densidade  $\rho$ , o vetor de velocidades  $u_k$ , a energia interna  $e$ , seis componentes do tensor simétrico de tensões  $\sigma_{kl}$ ). Portanto, a solução requer novas relações, as quais são obtidas das relações constitutivas que descrevem o comportamento estático e dinâmico do fluido.

## 2.2. TENSÕES EM MEIOS CONTÍNUOS

Em Mecânica dos Meios Contínuos utiliza-se o conceito básico de tensor de tensões como uma medida das forças internas. Embora, do ponto de vista físico, a Mecânica Newtoniana seja uma só, é comum na prática de Engenharia se dividir o estudo dos materiais em Mecânica dos Sólidos e Mecânica dos Fluidos, com suas respectivas contrapartes computacionais. A distinção prática entre Sólidos e Fluidos é um tanto arbitrária, refletindo a intensidade e a natureza das forças internas. Entretanto, existem nuances na utilização do termo tensão em ambos os casos (Farias, 2014).

### 2.2.1. Tensão estática

Em problemas estáticos ligados à Mecânica dos Sólidos o termo “tensão” está ligado à ideia de forças internas restauradoras das condições de equilíbrio. Este tipo de tensão às vezes é chamado de “tensão estática” (ou “elástica”, no caso mais restrito). A tensão estática é uma grandeza tensorial e se relaciona diretamente com a medida de deformação total ( $\varepsilon_{kl}$ ) sofrida pelo corpo, por meio de um tensor de quarta ordem:

$$\sigma_{ij}^e = E_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2.6)$$

O subscrito “e” foi utilizado para denotar a componente estática, que eventualmente pode ser apenas elástica. O tensor de quarta ordem  $E_{ijkl}$  depende do modelo constitutivo adotado para o meio e seus componentes têm grandeza de tensão e unidade de Pa (ou N/m<sup>2</sup>) no SI.

Num dado momento ( $t$ ) cada partícula, ocupando uma dada posição do espaço físico  $x_i=(x_1, x_2, x_3)$ , apresenta um vetor de deslocamento denotado por  $d_j=(d_1, d_2, d_3)$ . Portanto, define-se um tensor “gradiente de deslocamento” ( $\partial d_i/\partial x_j$ ), cuja parte simétrica é, por definição, o tensor de pequenas deformações:

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_k}{\partial x_l} + \frac{\partial d_l}{\partial x_k} \right) \quad (2.7)$$

### 2.2.2. Tensão viscosa

No caso de Fluidos Viscosos, sob escoamento, surgem novas componentes de forças internas devido ao atrito ou difusão de partículas adjacentes que se movem em diferentes velocidades. Estas forças dão origem às chamadas “tensões viscosas”. Enquanto que as tensões estáticas se relacionam diretamente com as deformações ( $\varepsilon_{kl}$ ), as tensões viscosas se relacionam com a “taxa de deformações” ( $\dot{\varepsilon}_{kl}$ ), de modo que a relação constitutiva genérica para um Fluido Viscoso pode ser escrita como:

$$\tau_{ij} = M_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (2.8)$$

onde o tensor de quarta ordem  $M_{ijkl}$  depende do modelo constitutivo adotado para o fluido e seus componentes têm grandeza de tensão vezes tempo e unidade de Pa.s (ou N.s/m<sup>2</sup>) no SI.

O tensor de “taxa de deformações” ( $\dot{\varepsilon}_{kl}$ ) é a derivada temporal do tensor de deformações, definido na equação (2.7), o que corresponde à parte simétrica do tensor gradiente de velocidade de fluxo ( $u_i = \partial d_i / \partial t$ ):

$$\dot{\varepsilon}_{kl} = \frac{\partial \varepsilon_{kl}}{\partial t} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (2.9)$$

### 2.3. TENSOR DE TENSÃO EM UM FLUIDO

Em materiais visco-elásticos ou em visco-elasto-plásticos, que se comportam de forma intermediária entre sólidos e líquidos, o tensor de tensões totais corresponde à soma do tensor estático e da parte viscosa. Porém, no caso de Fluidos Ideais as tensões estáticas se reduzem à pressão hidrostática, uma vez que fluidos em equilíbrio (dito hidrostático) não resistem a tensões de cisalhamento, por definição.

Assim as tensões num fluido viscoso são expressas como a soma de uma parte estática isotrópica e uma parte viscosa (completa, ou seja, parte isotrópica e desviadora):

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (2.10)$$

onde:

$$p = -\frac{1}{3} tr(\sigma_{ij}^e) \quad (2.11)$$

sendo  $tr(\sigma_{ij}^e)$  o traço do tensor de tensões elásticas.

O sinal negativo na parte hidrostática ( $-p$ ) decorre da convenção de sinais usada em Mecânica dos Fluidos onde as componentes de tensão positivas apontam no mesmo sentido dos eixos coordenados e devido ao fato que a pressão (absoluta) em fluidos é tida como positiva em compressão.

### 2.4. MODELO CONSTITUTIVO PARA O FLUIDO

Por razões de simplicidade matemática é comum assumir os meios, sólidos ou fluidos, como materiais além de contínuos, lineares e isotrópicos. A hipótese de linearidade resulta basicamente no requerimento de que os tensores constitutivos de quarta ordem sejam constantes (independentes do estado de tensão ou da velocidade, por exemplo). Já a hipótese de isotropia implica que os tensores constitutivos de quarta ordem ficam totalmente

determinados por apenas três constantes independentes. Se o tensor sob transformação for simétrico, duas das constantes podem ser combinadas em uma só, restando apenas duas constantes independentes.

Para um fluido ideal, linear e isotrópico, demonstra-se que a relação entre tensão e taxa de deformação é determinada por:

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{kk} + 2\mu \dot{\epsilon}_{ij} \quad (2.12)$$

onde  $\mu$  é a chamada viscosidade dinâmica, sob condições de cisalhamento puro.

Tomando uma constante de viscosidade que se relacione somente à taxa de deformação sob condições puramente isotrópicas, e denotando esta constante como  $\lambda = \eta - 2\mu/3$  é possível separar os efeitos das taxas de deformação isotrópica ( $\dot{\epsilon}_{kk}^v$ ) e desviadora ( $\dot{\epsilon}_{ij}^d$ ), da seguinte forma:

$$\tau_{ij} = \eta \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{kk}^v + 2\mu \dot{\epsilon}_{ij}^d \quad (2.13)$$

As constantes  $\eta$  e  $\mu$  de um fluido viscoso respondem, respectivamente, pelas taxas de deformações volumétricas e distorsivas. A constante  $\eta$  é também conhecida como viscosidade volumétrica (*bulk viscosity*) ou segunda viscosidade. Entretanto, da própria definição de fluido como um material que escoar sob tensão de cisalhamento, esta constante é geralmente desprezada em Mecânica dos Fluidos, restando apenas uma constante (a viscosidade dinâmica,  $\mu$ ). Desta forma a equação (2.13) simplifica para:

$$\tau_{ij} = 2\mu \dot{\epsilon}_{ij}^d \quad (2.14)$$

ou usando notação de engenharia ( $\dot{\gamma}_{ij} = 2\dot{\epsilon}_{ij}^d$ ) para a parte desviadora das deformações:

$$\tau_{ij} = \mu \dot{\gamma}_{ij} \quad (2.15)$$

onde

$$\dot{\gamma}_{ij} = 2\dot{\epsilon}_{ij}^d = 2 \left( \dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3} tr(\dot{\epsilon}_{ij}) \right) \quad (2.16)$$

Substituindo a definição de taxa de deformação, dada pela equação (2.9), na equação (2.16), obtém-se:

$$\dot{\gamma}_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (2.17)$$

Finalmente, substituindo as equações (2.14) na equação (2.10), o tensor de tensões para um fluido viscoso pode ser definido como:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu\dot{\gamma}_{ij} \quad (2.18)$$

Na equação (2.18) apenas a parte viscosa do tensor de tensões totais foi relacionado à taxa de deformação. A parte isotrópica das tensões estáticas também poderia ser relacionada com a medição de deformação (por exemplo, com a deformação volumétrica) utilizando um modelo constitutivo como o descrito, de forma geral, na equação (2.6). Entretanto, é mais comum fazer uso direto das equações de estado, uma vez que em condições de equilíbrio hidrostático há uma relação única entre a pressão e outras variáveis, como densidade ou volume.

#### 2.4.1. Modelos tipo Bingham

De forma geral, os fluidos são classificados em duas categorias: “newtonianos”, quando a viscosidade dinâmica independe da taxa de deformação, e “não newtonianos” quando a viscosidade dinâmica é expressa como uma função da taxa de deformação. Desta forma, a relação entre a taxa de deformação e a tensão cisalhante em fluidos newtonianos é dada por uma reta passando pela origem, enquanto em fluidos não newtonianos é dada por uma curva. Se a viscosidade dinâmica aumenta com a taxa de deformação, o fluido é denominado dilatante. No caso contrário, quando a viscosidade dinâmica diminui, enquanto a taxa de deformação aumenta, o fluido é dito pseudo-plástico.

Quando submetidos a grandes deslocamentos, o comportamento dos geomateriais pode ser modelado utilizando modelos de fluidos não newtonianos (Moriguchi et al., 2005; Jeong, 2013). Os modelos tipo Bingham são os mais usados, já que introduzem o conceito de “tensão de escoamento”, que é definida como a tensão acima da qual começa a existir movimento do material. Para o caso unidimensional, o modelo de Bingham (1916) é escrito como:

$$\begin{aligned} \tau &= \tau^y + \mu\dot{\gamma} & \text{para } \tau \geq \tau^y \\ \dot{\gamma} &= 0 & \text{para } \tau < \tau^y \end{aligned} \quad (2.19)$$

onde  $\tau^y$  é a tensão de escoamento,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica e  $\dot{\gamma}$  é a taxa de deformação desviadora.

A equação (2.19) é similar à (2.15) e implica que, uma vez atingida a tensão de escoamento ( $\tau^y$ ), o material se comporta como um fluido newtoniano. A tensão de escoamento pode ser definida em função de propriedades físicas ou mecânicas do material e do estado tensional (Moriguchi et al., 2005; Jeong, 2013; Fourtakas, 2014). A tensão de escoamento é uma variável muito útil na modelagem de fenômenos que envolvem grandes deslocamentos após o estado tensional de ruptura ser atingido, como acontece, por exemplo, em escorregamentos superficiais de solos em encostas ou em processos erosivos.

O modelo de Bingham original permite simular apenas fluidos newtonianos. Com base nele, outros modelos têm sido desenvolvidos para simular fluidos não newtonianos. De forma geral, esses modelos são denominados “tipo Bingham”, por incluírem o conceito de tensão de escoamento na formulação.

Dentre os mais utilizados está o modelo proposto por Herschel & Bulkley (1926):

$$\begin{aligned} \tau &= \tau^y + \mu(\dot{\gamma})^n && \text{para } \tau \geq \tau^y \\ \dot{\gamma} &= 0 && \text{para } \tau < \tau^y \end{aligned} \quad (2.20)$$

onde o parâmetro  $n$  é introduzido para simular uma relação não linear entre a taxa de deformação e a tensão cisalhante. Se  $\tau^y = 0$  e  $n=1$ , a equação (2.15) é recuperada. Se  $\tau^y \neq 0$  e  $n=1$ , o modelo clássico de Bingham é simulado. Valores de  $n < 1$  representam materiais pseudo-plásticos (*shear thinning*), enquanto valores de  $n > 1$  simulam comportamentos dilatantes (*shear thickening*). As curvas de comportamento típicas podem ser observadas na Figura 2.1.

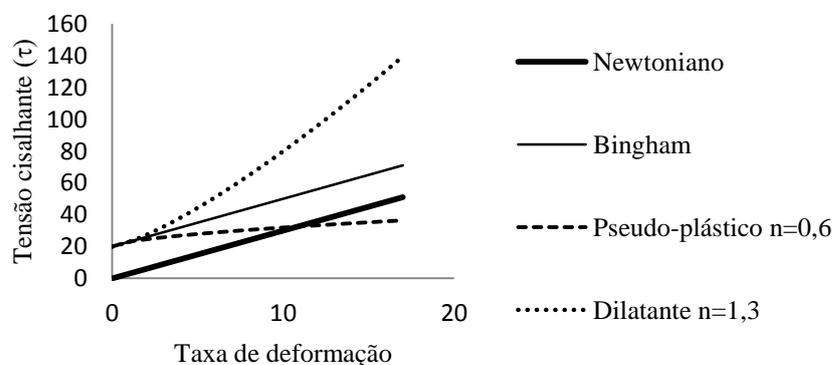


Figura 2.1 – Comportamento de vários tipos de fluidos

No caso 3D, as equações (2.19) e (2.20) podem ser escritas como (Mitsoulis, 2007):

Modelo de Bingham:

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \left( \mu + \frac{\tau^y}{|\dot{\gamma}_{ij}|} \right) \dot{\gamma}_{ij} & \text{para } |\tau_{ij}| \geq \tau^y \\ \dot{\gamma}_{ij} &= 0 & \text{para } |\tau_{ij}| < \tau^y \end{aligned} \quad (2.21)$$

Modelo Herschel-Bulkley:

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \left( \mu |\dot{\gamma}_{ij}|^{n-1} + \frac{\tau^y}{|\dot{\gamma}_{ij}|} \right) \dot{\gamma}_{ij} & \text{para } |\tau_{ij}| \geq \tau^y \\ \dot{\gamma}_{ij} &= 0 & \text{para } |\tau_{ij}| < \tau^y \end{aligned} \quad (2.22)$$

onde  $\tau^y$  é a tensão de escoamento,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica,  $\dot{\gamma}_{ij}$  é o tensor de taxa de deformação desviadora ( $\dot{\gamma}_{ij} = 2\dot{\epsilon}_{ij}^d$ ). O símbolo  $|T_{ij}|$  representa a norma de um tensor de segunda ordem, definida como:

$$|T_{ij}| = \left[ \frac{1}{2} T_{ij} \cdot T_{ij} \right]^{1/2} \quad (2.23)$$

Em aplicações de fluidos não newtonianos é comum modelar o problema usando uma equação de fluido newtoniano por meio de uma viscosidade aparente  $\mu_{ap}$ , i.e.:

$$\tau_{ij} = \mu_{ap} \dot{\gamma}_{ij} \quad (2.24)$$

Desta forma, da equação de Herschel-Bulkley (2.22) é possível definir uma viscosidade aparente  $\mu_{ap}$  como:

$$\begin{aligned} \mu_{ap} &= \mu |\dot{\gamma}_{ij}|^{n-1} + \frac{\tau^y}{|\dot{\gamma}_{ij}|} & \text{para } |\tau_{ij}| \geq \tau^y \\ \mu_{ap} &= \infty & \text{para } |\tau_{ij}| < \tau^y \end{aligned} \quad (2.25)$$

A equação (2.25) permite relacionar a viscosidade aparente dos fluidos não newtonianos com a taxa de deformação. Porém, uma indefinição aparece quando a taxa de deformação é igual a zero. Por esse motivo, é comum estabelecer um limite máximo para a viscosidade aparente (Moriguchi et al., 2005; Manenti et al., 2012). Papanastasiou (1987)

solucionou esse problema modificando o termo da tensão de escoamento no modelo de Bingham original, escrito na equação (2.21), para:

$$\tau_{ij} = \left( \mu + \frac{\tau^y}{|\dot{\gamma}_{ij}|} \left( 1 - e^{-m |\dot{\gamma}_{ij}|} \right) \right) \dot{\gamma}_{ij} \quad (2.26)$$

Desta forma, o termo que provoca a indefinição se anula quando a taxa de deformação é zero. Note que apesar da tensão de escoamento ( $\tau^y$ ) fazer parte da equação (2.26), ela não define o início do movimento. O parâmetro  $m$  controla o crescimento exponencial das tensões em função da taxa de deformação, suavizando a curva, como mostrado na Figura 2.2. Para  $m=0$ , o modelo Newtoniano clássico é recuperado. No entanto, o modelo não permite simular o comportamento de fluidos pseudo-plásticos ou dilatantes.

Da união do modelo Herschel & Bulkley (1926) e Papanastasiou (1987) surgiu o modelo Herschel-Bulkley-Papanastasiou (HBP), que aproveita as vantagens de ambas as equações que o originaram. O modelo HBP é escrito como (Mitsoulis, 2007):

$$\tau_{ij} = \left( \mu |\dot{\gamma}_{ij}|^{n-1} + \frac{\tau^y}{|\dot{\gamma}_{ij}|} \left( 1 - e^{-m |\dot{\gamma}_{ij}|} \right) \right) \dot{\gamma}_{ij} \quad (2.27)$$

O parâmetro  $m$  controla o crescimento exponencial das tensões em função da taxa de deformação, enquanto  $n$  é o índice que controla o comportamento não newtoniano (pseudo-plástico ou dilatante) do material. Nos gráficos da Figura 2.3 mostra-se a influência destes parâmetros.

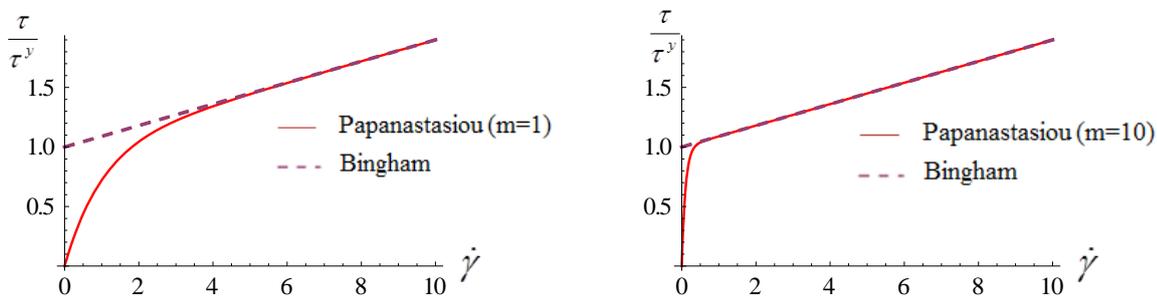


Figura 2.2 – Modelo de Papanastasiou (1989)

A equação (2.27) pode ser escrita, em termos de viscosidade aparente como:

$$\mu_{ap} = \mu |\dot{\gamma}_{ij}|^{n-1} + \frac{\tau^y}{|\dot{\gamma}_{ij}|} \left(1 - e^{-m |\dot{\gamma}_{ij}|}\right) \quad (2.28)$$

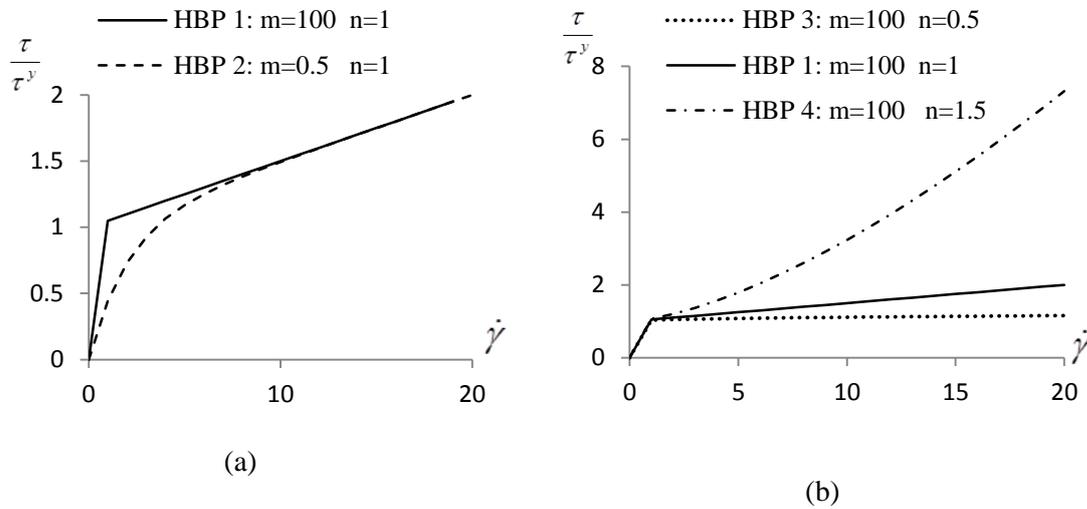


Figura 2.3 – Variação das tensões no modelo HBP. a) Influência do parâmetro  $m$ . b) Influência do parâmetro  $n$

## 2.5. FLUXO EM CANAIS ABERTOS

Fluxo em canal aberto é definido como aquele cuja superfície se encontra sob pressão atmosférica. Este tipo de fluxo aparece em rios e canais naturais e artificiais, em cujo leito pode acontecer erosão superficial. As características do fluxo da água e sua interação com o leito de sedimentos têm sido estudados e descritos por meio de modelos empíricos, dentro de uma área da engenharia denominada “hidráulica de canais”. Entretanto, os conceitos desenvolvidos são de grande utilidade para o estudo de assoreamento de rios e cursos da água.

O transporte das partículas pelo fluxo ocorre segundo três mecanismos, quais sejam:

*Transporte por arraste:* o movimento acontece por deslizamento, rolamento ou saltação. Nos dois primeiros casos, os grãos se deslocam ou rolam pela superfície do leito até serem detidos, seja por causa de algum obstáculo ou pela diminuição da velocidade do fluxo. A saltação acontece quando os grãos são elevados e transportados como partículas suspensas por um curto tempo até serem depositados novamente no leito. Em qualquer caso, as partículas são separadas do leito por curtos intervalos de tempo.

*Suspensão:* o material é arrastado sem tocar novamente o fundo ou tocando nele por curtos intervalos de tempo.

*Fluidificação*: o material do leito se comporta como um fluido. Este fenômeno acontece principalmente quando as partículas de sedimento são extremamente finas, na casa dos micrômetros, de forma que elas são movimentadas pela agitação randômica das moléculas da água.

Na abordagem clássica, a massa de fluido é considerada como sendo composta por camadas paralelas. A tensão cisalhante no interior da massa de fluido, que aparece devido ao deslocamento relativo entre essas camadas, é considerada como sendo uma função linear que cresce, partindo do valor nulo na superfície livre, até atingir o máximo valor no fundo (Gyr & Hoyer, 2006), como mostrado na Figura 2.4c. O parâmetro  $k_s$ , indicado com uma linha pontilhada na Figura 2.4c, representa a rugosidade do grão equivalente, cujo valor é de 1 a 10 vezes o diâmetro médio das partículas do leito de sedimentos.

Nos canais abertos, o fluxo geralmente é turbulento. Porém, a rugosidade do fundo faz com que a velocidade da massa de fluido diminua e seja estabelecido um regime laminar nas proximidades do leito. A espessura da camada laminar ( $\delta_v$ ) depende da rugosidade dos grãos e da forma do leito (Ackers & White, 1973; van Rijn, 1993). Assim, a tensão total pode ser expressa como:

$$\tau = \tau_t + \tau_v \quad (2.29)$$

sendo  $\tau$  a tensão cisalhante total,  $\tau_t$  a tensão devido à turbulência e  $\tau_v$  a tensão viscosa.

Os termos da equação (2.29) são ilustrados na Figura 2.4. Na função representada na Figura 2.4a, pode se observar que a tensão turbulenta ( $\tau_t$ ) atinge seu valor máximo no limiar em que a rugosidade do fundo começa a ter um efeito amortecedor no fluxo, na posição que define a espessura da camada laminar ( $\delta_v$ ), conforme mostrado na Figura 2.4b. A partir deste ponto a parcela de tensão turbulenta diminui, enquanto a parcela viscosa aumenta. No entanto, considera-se que a tensão cisalhante total ( $\tau$ ) continua aumentando linearmente até atingir o valor máximo na superfície do leito (Figura 2.4c). Esse valor máximo é denominado de tensão cisalhante no leito ( $\tau_b$ ) e é o responsável pela movimentação das partículas do leito.

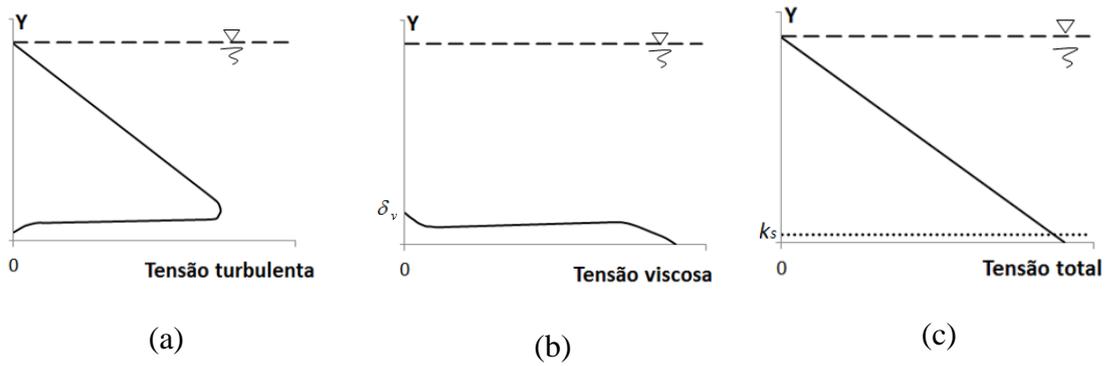


Figura 2.4 - Função da tensão cisalhante total nas camadas do fluido num canal aberto (Gyr & Hoyer, 2006).

Em um canal aberto, a tensão normal no leito é dada pelo equilíbrio entre a força de atrito e a força aceleradora do fluido. Em condições de fluxo estacionário e uniforme (descarga normal), o fluxo é acelerado pela força gravitacional. Num canal com inclinação  $S$ , a aceleração é gerada pela componente de peso na direção do fluxo, segundo mostrado na Figura 2.5. Considerando que a inclinação do leito seja muito pequena, de modo que  $\text{sen} \alpha \cong \tan \alpha$ , a tensão cisalhante no leito pode ser expressa como:

$$\tau_b = mg \tan \alpha = H \rho g S \quad (2.30)$$

sendo  $m$  a massa,  $g$  a aceleração da gravidade,  $H$  a altura da lâmina de fluido,  $\rho$  a densidade do fluido e  $S$  a inclinação do leito, como mostrado na Figura 2.5.

Para leitos horizontais, a tensão cisalhante no leito também pode ser expressa, de forma adimensional, pelo parâmetro de Shields (Shields, 1936):

$$\theta = \frac{\tau_b}{(\rho_s - \rho)gd} \quad (2.31)$$

onde  $\tau_b$  é a tensão cisalhante no leito,  $d$  é o diâmetro das partículas,  $\rho_s$  é a densidade do grão e  $\rho$  é a densidade do fluido. O parâmetro de Shields representa a relação entre a força exercida sobre a partícula e o peso desta.

A tensão cisalhante no leito é responsável pela remoção das partículas nas camadas superiores da massa de solo. No entanto, a depender da densidade e do diâmetro dos grãos, cada partícula precisará de uma tensão cisalhante diferente para ser movimentada. O valor de

tensão que inicia o movimento é denominado de tensão crítica ( $\tau_{b,c}$ ). Substituindo o valor da tensão crítica na equação (2.31) é possível obter o parâmetro crítico de Shields ( $\theta_c$ ).

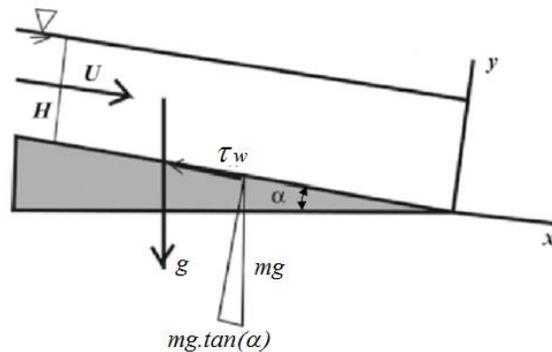


Figura 2.5 – Equilíbrio entre as forças aceleradoras do fluxo e as forças de atrito no leito de um canal aberto (Gyr & Hoyer, 2006).

O fato do parâmetro de Shields relacionar o diâmetro da partícula e a tensão cisalhante permite inferir que o início do movimento, para grãos com diferente diâmetro, acontece sob tensão cisalhante diferente.

Em problemas de hidráulica de canais e de transporte de sedimentos em canais abertos é necessário relacionar a tensão cisalhante com a velocidade em cada ponto do fluxo. Observações experimentais têm permitido definir a forma geral do perfil de velocidades no interior do fluido em um canal aberto como sendo uma curva cujo valor máximo coincide com a superfície livre e o mínimo ocorre perto do fundo, a depender da rugosidade deste, podendo ser zero no caso de um leito completamente liso (Engelund & Hansen, 1967).

A equação geral que relaciona a tensão cisalhante com a velocidade é escrita como:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} + \phi \frac{du}{dy} \quad (2.32)$$

O primeiro termo da equação (2.32) representa a tensão viscosa gerada pelo cisalhamento entre as camadas de fluxo paralelas, enquanto o segundo representa a tensão turbulenta gerada através das camadas de fluxo. O parâmetro  $\phi$  é denominado viscosidade turbulenta ou viscosidade Eddy. O termo Eddy é usado em mecânica dos fluidos para se referir aos vórtices ou turbilhões que aparecem dentro dos fluxos turbulentos. Em fluxos turbulentos a viscosidade Eddy é muito maior que a viscosidade dinâmica ( $\mu$ ), enquanto que em fluxos laminares acontece o contrário. Em canais abertos com leito rugoso (por exemplo,

leito de sedimentos) o fluxo é turbulento em todo o perfil, exceto na proximidade do leito, onde a rugosidade do fundo começa a ter um efeito amortecedor (ver Figura 2.4). No entanto, a equação (2.32) não pode ser resolvida explicitamente, pois a viscosidade Eddy ( $\phi$ ) não é uma propriedade do fluido, mas do escoamento (o valor da viscosidade turbulenta num ponto depende da posição dentro da camada de fluxo). Por esse motivo, equações empíricas, baseadas em observações experimentais, têm sido desenvolvidas para definir o perfil de velocidades do fluxo em canais abertos.

Chezy (1775) (apud Hickin, 1995) apresentou uma equação empírica que permite relacionar a tensão cisalhante nas camadas de fluxo com a velocidade:

$$\tau = a\rho(\bar{u})^2 \quad (2.33)$$

sendo  $\rho$  a densidade do fluido,  $\bar{u}$  a velocidade média e  $a$  um parâmetro adimensional de ajuste.

A equação (2.33) tem sido utilizada para definir uma grandeza denominada “velocidade cisalhante” (em inglês, *shear velocity* ou *frictional velocity*):

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \quad (2.34)$$

Na equação (2.34), o parâmetro de ajuste ( $a$ ) está embutido na variável  $u_*$ . Embora apresente unidades de velocidade, a grandeza  $u_*$  não representa uma velocidade física. Trata-se de uma entidade que permite relacionar a tensão entre camadas do fluido com uma grandeza que tem unidades de velocidade.

Em aplicações de transporte de sedimentos no leito de canais abertos, a equação (2.34) é expressa em termos de tensão cisalhante no leito, i.e.:

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}} \quad (2.35)$$

O regime laminar ou turbulento é definido em função do número de Reynolds (Re), que relaciona as forças inerciais e as viscosas. Quando as forças viscosas predominam sobre as inerciais o fluxo é laminar, o que é expresso por valores de Re relativamente baixos. Caso contrário, o fluxo é turbulento e é expresso com valores de Re altos. O número de Reynolds, para canais abertos, pode ser expresso como:

$$\text{Re} = \frac{\bar{u}H}{\nu} \quad (2.36)$$

sendo  $\bar{u}$  a velocidade média do fluxo,  $H$  a altura da lâmina da água e  $\nu = \mu/\rho$  a viscosidade cinemática do fluido. Assim, o fluxo em canais abertos é considerado turbulento para  $\text{Re} > 500$ .

Uma grandeza similar pode ser definida para as partículas que compõem o sedimento (Southard, 2006):

$$\text{Re}_* = \frac{u_* d_{50}}{\nu} \quad (2.37)$$

sendo  $\text{Re}_*$  o número de Reynolds do sedimento,  $u_*$  a velocidade cisalhante,  $d_{50}$  o diâmetro médio das partículas e  $\nu = \mu/\rho$  a viscosidade cinemática do fluido.

Desta forma, as equações empíricas para relacionar a velocidade do fluxo e a tensão cisalhante em canais com leito de sedimentos são definidas utilizando parâmetros físicos que podem ser medidos experimentalmente. De forma geral, essas equações são descritas como:

$$u = f(\tau, \rho, \mu, d, H, y) \quad (2.38)$$

sendo  $\tau$  a tensão cisalhante;  $\rho$  e  $\mu$  a densidade e a viscosidade dinâmica do fluido, respectivamente;  $d$  o diâmetro do sedimento;  $H$  a altura da lâmina de fluido;  $y$  a posição medida a partir do leito até a superfície livre.

A forma adimensional da equação (2.38) é dada por:

$$\frac{u}{u_*} = f\left(\frac{u_* d}{\nu}, \frac{H}{d}, \frac{y}{H}\right) \quad (2.39)$$

A equação (2.39) indica que qualquer conjunto de dados experimentais pode ser ajustado para expressar a velocidade, de forma adimensional, como uma função do número de Reynolds das partículas e da rugosidade relativa ( $H/d$ ) para uma dada posição adimensional ( $y/H$ ).

Diversas variantes da equação (2.39) têm sido desenvolvidas, introduzindo hipóteses simplificadoras e parâmetros de diversas naturezas. Em geral a forma da equação depende da rugosidade dinâmica do fluxo. Essa condição é dada pela relação entre a espessura da camada

de fluxo laminar ( $\delta_v$ ) que existe nas proximidades do leito (ver Figura 2.4), e o tamanho das partículas que compõem o leito. Se a espessura da camada laminar é muito maior que o diâmetro das partículas do leito, o fluxo é dito “dinamicamente suave”. Se a espessura da camada laminar é muito menor que o diâmetro das partículas do leito, o fluxo é considerado “dinamicamente rugoso”.

Os limites entre o fluxo suave e rugoso são especificados, matematicamente, pelo número de Reynolds das partículas do leito ( $Re_*$ ) como:

$$\begin{array}{ll} Re_* < 5 & \text{fluxo suave} \\ Re_* > 70 & \text{fluxo rugoso} \\ 5 < Re_* < 70 & \text{fluxo transicionalmente rugoso} \end{array} \quad (2.40)$$

## 2.6. MODELAGEM DE PROCESSOS EROSIVOS

Apesar das complexidades do processo e das equações envolvidas, tem-se alcançado formulações matemáticas para a análise de fenômenos erosivos. Os modelos matemáticos existentes podem ser divididos em dois grandes grupos: os modelos empíricos e os numéricos. A seguir, são apresentadas as principais características de ambas as abordagens.

### 2.6.1. Modelos empíricos.

Em geral, os modelos empíricos para o cálculo de transportes de sedimentos utilizados na prática de engenharia são equações fenomenológicas ou macroscópicas, que visam calcular a taxa de transporte de sedimento por unidade de largura de um canal,  $q_s$  [kg/s/m] e têm sido desenvolvidos sob as seguintes hipóteses (Gyr & Hoyer, 2006):

- Consideram apenas materiais sem coesão, de modo que os parâmetros fundamentais para o transporte do material do leito são a densidade das partículas, a distribuição granulométrica e o índice de vazios.
- Consideram condições de fluxo estacionário e uniforme, i.e. a vazão é constante no tempo e a altura da lâmina de água não muda ao longo do canal, o que implica que a seção transversal do canal não muda.

A primeira hipótese permite desconsiderar as forças eletrostáticas e eletromagnéticas, presentes nas argilas. Portanto, as únicas forças externas atuando nas partículas do leito são a

força de atrito entre partículas e a força devido à velocidade do fluxo. Assim, uma partícula entra em movimento quando a tensão devido à componente de velocidade do fluxo paralela ao leito (tensão cisalhante no leito,  $\tau_b$ ) supera uma tensão limite que depende do atrito do leito. A tensão que dá início ao movimento é denominada tensão cisalhante crítica ( $\tau_{b,c}$ ).

A segunda hipótese simplifica consideravelmente a descrição dinâmica do fluido e permite expressar as equações em função da velocidade média do fluxo. No entanto, a superfície do leito constitui uma condição de contorno que altera o estado do fluxo, de modo que a tensão cisalhante no leito depende da velocidade do fluido e da rugosidade do leito, que geralmente é introduzida por meio de parâmetros empíricos.

Com base nestes conceitos, vários modelos empíricos têm sido desenvolvidos. O primeiro modelo matemático de transporte de sedimentos foi formulado por Du Boys (1879) (apud Gyr & Hoyer, 2006). A equação de Du Boys pode ser escrita como:

$$q_s = K(\tau_b - \tau_{b,c}) \quad (2.41)$$

onde  $K$  é a erodibilidade do solo,  $\tau_b$  e  $\tau_{b,c}$  são a tensão cisalhante no leito e a tensão cisalhante crítica, respectivamente. Na Figura 2.6 é mostrada a representação gráfica desta equação.

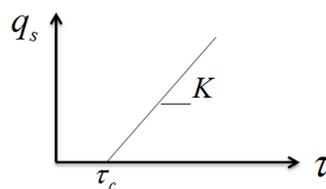


Figura 2.6 Representação gráfica do modelo de Du Boys.

As tensões cisalhantes da Equação (2.41) são calculadas a partir da velocidade média, que por sua vez é calculada a partir de relações do tipo mostrado nas equações (2.38) e (2.39).

O modelo de Du Boys funciona bem para sedimentos com granulometria uniforme, mais a previsão se afasta dos resultados medidos na medida em que diminui a uniformidade do material do leito. O fator  $K$  envolve as variáveis relativas aos sedimentos (densidade, granulometria, índice de vazios) e deve ser determinado empiricamente. No entanto, o modelo deu uma grande contribuição ao introduzir a tensão cisalhante no leito como um parâmetro essencial no cálculo da taxa de transporte de sedimentos.

Depois do trabalho de Du Boys, muitos modelos têm sido propostos e ajustados a conjuntos de dados experimentais. Segundo Scheer et al. (2002), a maior parte dos modelos de transporte de sedimentos pode ser expressa como:

$$q_s = K(a\tau - \tau_c)^b \quad (2.42)$$

sendo  $a$  e  $b$  parâmetros obtidos empiricamente.

Scheer et al. (2002) apresentam um amplo estudo sobre o comportamento e a validade das fórmulas empíricas de transporte de sedimentos disponíveis na literatura. Os autores mostraram que, embora estes modelos resultem em equações simples e de fácil implementação, eles estão limitados às condições para as quais os modelos foram calibrados. Por esse motivo, não são aplicáveis em casos gerais. Entretanto, os métodos numéricos oferecem a possibilidade de reproduzir o mecanismo da erosão de forma mais criteriosa, por meio da solução numérica das equações que descrevem o fenômeno.

### 2.6.2. Modelos numéricos

A Dinâmica de Fluidos Computacional (em inglês, CFD) abrange os métodos numéricos, fundamentados na Hipótese do Contínuo, que são utilizados para a simulação de processos físicos que apresentam escoamento.

Existem basicamente duas abordagens para as simulações numéricas: a material (Lagrangeana) e a espacial (Euleriana). A abordagem Lagrangeana descreve o movimento de cada partícula, acompanhando-a em sua trajetória, como se o sistema de referência se deslocasse simultaneamente com a partícula. As propriedades das partículas individuais são observadas como uma função do tempo. Já na descrição Euleriana se escolhe uma seção ou um volume de controle no espaço e se consideram todas as partículas que passem por esse local, num intervalo de tempo. Em outras palavras, o sistema de referência permanece fixo enquanto as partículas se movimentam.

A descrição Euleriana é comumente utilizada pelos métodos com malha, como o Método dos Elementos Finitos (MEF) (Zienkiewicz, 1977) ou o Método dos Volumes Finitos (MVF) (Versteeg & Malalasekera, 2007). No entanto, quando se pretende simular problemas que envolvem grandes deformações, a acurácia destes métodos é severamente afetada, devido às distorções nos elementos da malha, o que obriga a refazer a malha (*remeshing*) em intervalos de tempo determinados. O processo de rediscretização (*remeshing*) implica em

perdas de informações que, em última análise, levam a instabilidade numéricas (Durand & Farias, 2014).

Algumas alternativas têm sido desenvolvidas para mitigar este problema. Uma delas é a combinação de métodos Eulerianos e Lagrangeanos, por exemplo, o Método Euleriano-Lagrangeano Acoplado (CEL) (Hans, 1999), o Método Lagrangeano-Euleriano Arbitrário (ALE) (Benson, 1992), o Método do Ponto Material (MPM) (Sulsky et al., 1994) ou o Método de Elementos Finitos com Partículas (PFEM) (Oñate et al., 2004). Também têm sido desenvolvidos métodos sem malha, dentre os quais podem ser mencionados o Método de Galerkin sem Elementos (EFG) (Belytschko et al., 1994), o Método de Petrov-Galerkin Localizado (MLPG) (Atluri & Zhu, 1998) e o Método de Hidrodinâmica de Partícula Suavizada (SPH) (Gingold & Monaghan, 1977; Lucy, 1977). Todas as siglas apresentadas correspondem aos nomes em inglês dos métodos.

Em Liu & Liu (2003) pode-se encontrar uma descrição detalhada dos métodos sem malha. Dentre eles, o SPH é apontado como o método sem malha que apresenta maiores vantagens na simulação de problemas de dinâmica de fluidos e de superfície livre, pelo fato de ter uma formulação completamente lagrangeana.

A implementação dos métodos numéricos para a simulação da erosão superficial é complexa porque implica em tratamento de superfícies livres, de contornos móveis no leito e de fluxos turbulentos na camada de água. Além disso, exige o acoplamento entre as equações que descrevem a dinâmica do sedimento e a da água.

A solução numérica do problema de erosão superficial tem várias abordagens. Alguns autores (García-Martínez et al., 2006; Soares-Frazao & Zech, 2011) têm proposto um esquema desacoplado no qual as ENS, ou formas simplificadas destas, são utilizadas para a água e são combinadas com equações que relacionam a taxa de elevação do leito de sedimento com a taxa de transporte de sedimentos. O sistema é fechado utilizando equações empíricas para o cálculo da taxa de transporte de sedimentos.

Uma abordagem similar tem sido desenvolvida por Oñate et al. (2006, 2008, 2011), utilizando o PFEM, que combina partículas e malha. Os autores estabelecem um critério para determinar o início do movimento. Seguindo um conceito similar ao dos modelos empíricos desenvolvidos no contexto da hidráulica de canais abertos, um valor limite é estabelecido para definir o movimento incipiente. O parâmetro utilizado é o trabalho realizado pela força

cisalhante desenvolvida entre a água e o sedimento, em cada um dos nós da malha, de modo que não há movimento até um determinado valor seja atingido. Acima deste valor, a partícula que se encontra no nó é transportada segundo a velocidade do fluido. Uma vez movimentada a partícula, a malha é modificada fazendo coincidir os nós com a nova posição das partículas.

Fourtakas (2014) utilizou o método SPH para simular problemas de erosão superficial pelo escoamento de fluidos com alta velocidade. O sedimento foi simulado por meio de partículas às quais foram impostas velocidade e aceleração nulas, até as tensões atuantes na interface água-solo atingissem um determinado limite, dado pelo critério de Drucker-Prager. A partir deste ponto, as partículas de sedimento são movimentadas utilizando um modelo viscoplástico tipo Bingham, denominado Herschel-Bulkley-Papanastasiou, descrito pela equação (2.27).

O problema de misturas água-solo pode ser abordado considerando que cada ponto do espaço domínio é simultaneamente ocupado por cada um dos materiais constituintes. A quantidade de material em cada ponto é quantificada por meio de um parâmetro que representa a concentração de material de uma fase na outra. Esse parâmetro é incluído nas equações de campo que são aplicadas à mistura. Desta forma, cada ponto do material carrega deformação, tensão efetiva e poropressão (Soga et al., 1998).

Outra abordagem considera separadamente o fluido e o sólido, de forma que as equações de movimento são formuladas para cada material de forma independente, acoplando o sistema de modo que o efeito da interação seja simulado adequadamente. Assim, o esqueleto sólido carrega deformação e tensões efetivas, enquanto a água carrega a poropressão (Soga et al., 1998).

### 3. O MÉTODO SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMICS

O método *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) é um método de partículas, sem malha, Lagrangeano, que foi desenvolvido inicialmente para resolver problemas de astrofísica (Gingold & Monaghan, 1977; Lucy, 1977). O método tem sido amplamente utilizado no estudo de fluxo dinâmico de fluidos, daí o termo “hidrodinâmico”, sua principal área de utilização. Atualmente ele é usado em muitas áreas de pesquisa, incluindo a resposta dinâmica de materiais com resistência (sólidos) (Liu & Liu, 2010; Bui et al., 2011) e problemas multifásicos (Monaghan & Kocharyan, 1995; Hu & Adams, 2007)

No método SPH, as partículas são usadas para representar tanto a geometria do problema como os materiais usados. Cada partícula carrega propriedades de campo (velocidade, densidade, etc.) e é usada como um nó para efeitos de cálculo, ou seja, a discretização das equações de campo é realizada a partir destas partículas. Além disso, o valor das variáveis de campo em cada partícula é aproximado por uma função contínua, que depende do valor das partículas dentro de um determinado domínio no espaço, daí o termo “*smoothed particles*” ou “partículas suavizadas”.

As equações apresentadas neste capítulo e ao longo deste trabalho estão escritas conforme a nomenclatura comumente utilizada em SPH. Os subscritos, em letras latinas, se referem à partícula SPH, enquanto os sobrescritos, em letras gregas, denotam a direção das coordenadas. A convenção da soma de Einstein é aplicada somente para os sobrescritos.

#### 3.1. FORMULAÇÃO DO MÉTODO

A formulação do método pode ser resumida nos passos a seguir (Liu & Liu, 2003):

- 1- Discretização do meio: representar o domínio por uma série de pontos, distribuídos arbitrariamente ou de forma aleatória, sem que haja conexão entre eles. Isso determina a natureza “sem malha” do método.
- 2- Aproximação fundamental (*kernel approximation*): aproximar as funções de campo utilizando um método de representação integral.
- 3- Aproximação secundária (*particle approximation*): discretizar as funções obtidas no item 2, substituindo a integral das funções de campo e suas derivadas por somatórios dos valores correspondentes a todas as partículas dentro de um domínio local, denominado domínio de influência da partícula. A operação é realizada em cada passo de tempo, partindo da posição das partículas ao final de cada intervalo ( $\Delta t$ ), o que faz

com que o método seja adaptativo. A discretização é realizada em todos os termos das funções de campo que aparecem na equação diferencial parcial (EDP) que rege o problema, para gerar um conjunto de equações diferenciais ordinárias (EDOs) discretizadas com relação ao tempo.

- 4- Resolução: as EDOs são resolvidas utilizando um algoritmo de integração explícito para passos de tempo discretos ( $\Delta t$ ).

### 3.1.1. Representação integral de uma função e sua derivada.

A representação integral de uma função, no contexto do SPH, está fundamentada na seguinte identidade:

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (3.1)$$

onde  $f$  é uma função do vetor posição  $x_i$ ,  $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$  corresponde à função delta de Dirac e  $\Omega$  representa o volume que contém  $x_i$ . Ou seja, a função delta de Dirac pode ser entendida como um operador que recebe como entrada uma função e fornece como resultado, após a integração, o valor da função avaliada em um ponto discreto.

A equação (3.1) indica que uma função pode ser representada de forma integral usando o delta de Dirac, desde que tal função seja contínua em  $\Omega$ . Na formulação do SPH a função delta de Dirac é substituída por uma função suave (*smoothing function*), denominada função *kernel*, denotada por  $W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h)$ , sendo  $h$  o comprimento característico da função *kernel*. O valor de  $h$  define o raio do domínio de influência em torno do ponto  $\mathbf{x}$ .

Assim, a equação (3.1) pode ser reescrita como:

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}' \quad (3.2)$$

A equação (3.2) é denominada aproximação fundamental (*kernel approximation*) e o símbolo  $\langle \cdot \rangle$  é usado para indicar que se trata de uma representação integral aproximada da função integral  $f(\mathbf{x})$ .

Um ponto chave nesta abordagem é a definição da função *kernel*. Várias funções têm sido propostas para serem utilizadas no SPH. Em Liu et al. (2003) é apresentado um

procedimento geral para a construção de funções kernel. De forma geral elas têm que apresentar as seguintes propriedades:

- i. Condição de normalidade: a integral da função sobre o domínio deve gerar o valor unitário:

$$\int_{\Omega} W(x - x', h) dx' = 1 \quad (3.3)$$

- ii. Domínio compacto: fora de uma dimensão preestabelecida ( $kh$ ), a função *kernel* deve ter valor nulo, ou seja:

$$W(x - x') = 0, \text{ para } |x - x'| > kh \quad (3.4)$$

onde  $h$  é um parâmetro característico da função *kernel* e  $k$  é uma constante que define a área efetiva não nula desta. Usualmente o valor  $k = 2$  é adotado (Liu & Liu, 2003). Essa área efetiva é denominada domínio de influência da função *kernel* para o ponto  $x_i$  e pode ser representado, em duas dimensões (2D), conforme o gráfico da Figura 3.1. Devido a isso, a integração sobre o domínio do problema se reduz à integração sobre o domínio de influência. Assim, o valor das variáveis de campo em cada ponto  $i$  é aproximado segundo os valores das variáveis em todos os pontos  $j$  dentro do domínio de influência de  $i$ . Na Figura 3.1 é apresentada uma função *kernel* genérica. Note que os pontos mais próximos do ponto  $i$  exercem uma influência maior que os mais distantes.

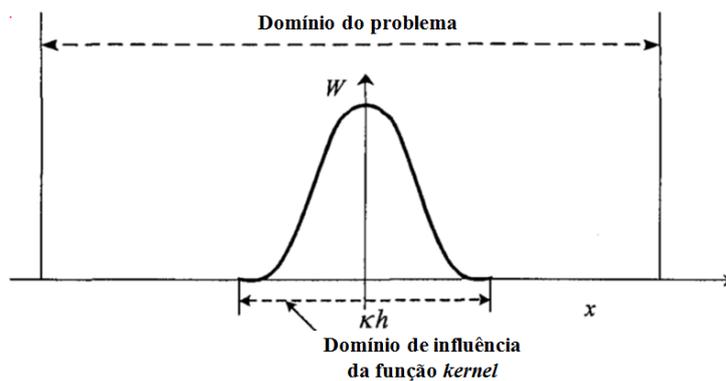


Figura 3.1 - Domínio de influência da função *kernel* (modificado de (Liu & Liu, 2003))

A aproximação da derivada espacial é obtida substituindo  $f(x)$  por  $\nabla f(x)$  na equação (3.2), i.e.:

$$\langle \nabla f(x) \rangle = \int_{\Omega} [\nabla f(x)] W(x - x', h) dx' \quad (3.5)$$

O operador diferencial da equação (3.5) pode ser transferido à função kernel considerando que

$$\nabla[f(\mathbf{x}')W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h)] = [\nabla f(\mathbf{x})] W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h) + f(\mathbf{x}')\nabla W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h) \quad (3.6)$$

Das equações (3.5) e (3.6) se obtém:

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} \nabla[f(\mathbf{x}')W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h)] d\mathbf{x}' - f(\mathbf{x}')\nabla W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h)d\mathbf{x}' \quad (3.7)$$

A primeira integral no lado direito da equação (3.7) pode ser transformada, usando o teorema da divergência, em uma integral sobre a superfície  $S$  do domínio de integração  $\Omega$ . Ou seja:

$$\int_{\Omega} \nabla[f(\mathbf{x}')W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h)] d\mathbf{x}' = \int_S f(\mathbf{x}')W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h) \vec{n} dS \quad (3.8)$$

sendo  $\vec{n}$  o vetor unitário normal à superfície  $S$ .

A função *kernel* deve ter um domínio compacto, conforme a equação (3.4). Portanto, a integral na superfície do domínio é zero. Desta forma, a equação (3.7) pode ser escrita como:

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle = - \int_{\Omega} f(\mathbf{x}')\nabla W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h)d\mathbf{x}' \quad (3.9)$$

Note que neste caso o diferencial é aplicado na função *kernel*, o que significa que o gradiente das funções de campo é calculado a partir da própria função e do gradiente da função *kernel*, em vez de ser obtido das derivadas espaciais da função.

### 3.1.2. Aproximação por partículas

A representação integral da EDP, expressa na equação (3.2), é discretizada por meio do somatório dentro do domínio de influência de cada partícula, substituindo o volume infinitesimal  $d\mathbf{x}'$  pela relação entre a massa ( $m$ ) e a densidade ( $\rho$ ) das partículas dentro do domínio de influência i.e.:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_i} f(x_j)W_{ij} \quad (3.10)$$

onde  $N$  indica o número de pontos dentro do domínio de influência da partícula na posição  $x_i$  e  $W_{ij} = W(x_i - x_j, h)$  é a função *kernel* da partícula  $i$  avaliada no ponto  $j$ .

Analogamente, a derivada espacial da função, expressa na equação (3.9), pode ser discretizada como:

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_i} f(x_j) \nabla_i W_{ij} \quad (3.11)$$

sendo  $\nabla_i W_{ij}$  a derivada direcional:

$$\nabla_i W_{ij} = \frac{x_i - x_j}{r_{ij}} \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} \quad (3.12)$$

onde  $r_{ij}$  é a distância entre o ponto  $i$  e o ponto  $j$ , como mostrado na Figura 3.2.

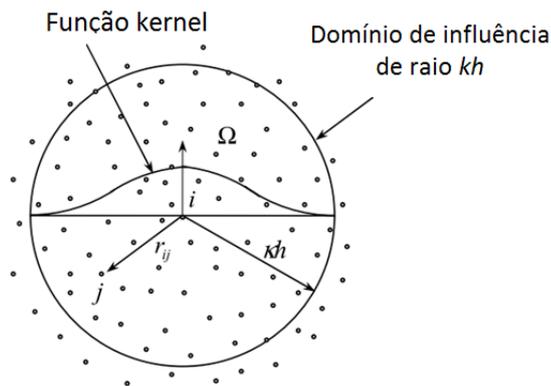


Figura 3.2 – Aproximação por partículas dentro do domínio de influência (modificado de (Liu & Liu, 2003))

### 3.1.3. Solução das equações de Navier-Stokes por meio do SPH

As ENS podem ser discretizadas com a formulação SPH, por meio das equações (3.10) e (3.11). No entanto, diversas transformações e operações algébricas podem levar a diferentes discretizações. Em Liu & Liu (2003) aparece uma compilação das discretizações mais usadas na literatura, bem como as vantagens e desvantagens de cada uma.

A equação (3.11) pode ser utilizada para discretizar o termo do divergente da velocidade na equação de conservação de massa (2.1), i.e.:

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = -\rho_i \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} u_j^\alpha \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\alpha} \quad (3.13)$$

Entretanto, considerando a identidade:

$$-\rho \frac{\partial u^\beta}{\partial x^\beta} = -\left( \frac{\partial(\rho u^\beta)}{\partial x^\beta} - u^\beta \frac{\partial \rho}{\partial x^\beta} \right) \quad (3.14)$$

e aplicando a discretização dada pela equação (3.11) se obtém:

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j (u_{ij}^\alpha) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\alpha} \quad (3.15)$$

onde o termo  $u_{ij}^\alpha = u_i - u_j$  introduz a velocidade relativa das partículas. A equação (3.15) é a forma mais usada da equação de continuidade discretizada.

De forma similar, a equação de conservação de momento linear (2.4) é discretizada utilizando diretamente a aproximação dada pela equação (3.11), resultando em:

$$\frac{Du^\alpha}{Dt} = \frac{1}{\rho_i} \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \sigma_j^{\alpha\beta} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\beta} + g^\alpha \quad (3.16)$$

Esta equação envolve apenas uma partícula em cada termo do somatório e, na prática, melhores resultados têm sido obtidos quando se leva em conta a interação de pares de partículas. O procedimento para modificar a equação (3.16) foi apresentado por Monaghan (1992) e considera a identidade:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} = \frac{\partial}{\partial x^\beta} \left( \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\rho} \right) + \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial x^\beta} \quad (3.17)$$

Substituindo a equação (3.17) na equação (2.4) e aplicando diretamente a aproximação por partículas, conforme a equação (3.11) se obtém:

$$\frac{Du^\alpha}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{(\rho_i)^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{(\rho_j)^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\beta} + g^\alpha \quad (3.18)$$

Uma aproximação diferente pode ser obtida multiplicando o termo  $(\sigma_i^{\alpha\beta}/\rho_i)$  pela identidade:

$$\frac{\partial 1}{\partial x^\beta} = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\beta} = 0 \quad (3.19)$$

obtendo-se:

$$\frac{\partial 1}{\partial x^\beta} = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\beta} = 0 \quad (3.20)$$

Somando a equação (3.20) à equação (3.16) se obtém:

$$\frac{Du^\alpha}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j \frac{\sigma_i^{\alpha\beta} + \sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_i \rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x^\beta} + g^\alpha \quad (3.21)$$

As equações (3.18) e (3.21) têm sido amplamente utilizadas em diversas aplicações de SPH (Liu & Liu, 2003, 2010; Monaghan, 2012).

O termo  $\sigma_n^{\alpha\beta}$  nas equações (3.16), (3.18) e (3.21) corresponde ao tensor de tensões totais da partícula  $n$ . Para fechar o sistema é necessário incluir as equações constitutivas do material.

No caso de um fluido, o tensor de tensões é dado pela equação (2.10) e é a soma de uma parte estática isotrópica e uma parte viscosa. Na parcela correspondente às tensões viscosas, dada pela equação (2.15), é necessário discretizar o tensor de taxa de deformação. Para isso, os gradientes de velocidades da equação (2.17) são aproximados usando a equação (3.11). Da mesma forma que na equação de balanço de massa, a velocidade é considerada como sendo a velocidade relativa entre cada par de partículas. Finalmente, o tensor de taxa de deformação é discretizado como (Liu & Liu, 2003):

$$\dot{\gamma}_i^{\alpha\beta} = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} u_{ji}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} + \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} u_{ji}^\alpha \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} - \frac{2}{3} \left( \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} u_{ji}^{kk} \cdot \nabla_i W_{ij} \right) \delta^{\alpha\beta} \quad (3.22)$$

Para calcular a parcela correspondente à parte estática isotrópica do tensor de tensões totais é necessário conhecer o valor da pressão ( $p$ ). Na formulação clássica do SPH, desenvolvida para fluidos compressíveis (gases), a pressão é calculada a partir da densidade local de partículas, por meio de uma equação de estado. Para fluidos incompressíveis, como é o caso da água, é necessário usar uma equação de estado que limite a variação da densidade a uma faixa muito pequena de valores. Esta abordagem é conhecida como “SPH levemente compressível” (WCSPH, em inglês *Weakly Compressible SPH*).

Monaghan (1994) propôs utilizar a equação de estado de Batchelor (1967), também conhecida como equação de Tait:

$$p = B \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (3.23)$$

onde  $\rho_o$  é uma densidade de referência,  $B$  é um parâmetro que estabelece os limites para a variação da densidade e  $\gamma$  é uma constante. Geralmente, é assumido o valor de  $\gamma = 7$ , para garantir uma alta sensibilidade da pressão para pequenas variações da densidade.

O parâmetro  $B$  é relacionado com a velocidade numérica do som como:

$$c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{\gamma B}{\rho_o} \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)^{\gamma-1} \quad (3.24)$$

e seu valor é calculado na densidade de referência, i.e.:

$$B = \frac{c^2 \rho_o}{\gamma} \quad (3.25)$$

Valores reais de velocidade do som não podem ser utilizados nos cálculos, já que o passo de tempo imposto pela condição Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) seria muito pequeno. Desta forma, o valor de  $c$  deve ser imposto. Monaghan (1994) sugere que as variações de densidade são da ordem de  $M^2$ , sendo  $M$  o número de Mach, que relaciona a velocidade média do fluido ( $\bar{u}$ ) com a velocidade do som:

$$M = \frac{\bar{u}}{c} \quad (3.26)$$

Desta forma, para garantir variações da densidade de aproximadamente 1% é necessário garantir que  $M \sim 0,1$ . Portanto, o valor de  $c$  prescrito deve ser aproximadamente dez vezes maior que a velocidade média do fluido. Finalmente o valor do parâmetro  $B$  pode ser calculado como:

$$B = \frac{100(\bar{u})^2 \rho_o}{\gamma} \quad (3.27)$$

Outras equações de estado podem ser consultadas em Liu & Liu (2003).

### 3.1.4. Viscosidade artificial

Na modelagem de problemas hidrodinâmicos é frequente a ocorrência de instabilidades na solução. Para eliminar este problema são utilizados métodos que forneçam estabilidade à solução. Monaghan & Gingold (1983) propuseram adicionar um termo viscoso

na equação de conservação de momento linear para tratar as estabilidades numéricas. Este termo é definido como:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha_{\Pi} c_{ij} \phi_{ij} + \beta_{\Pi} \phi^2}{\rho_{ij}} & v_{ij} \cdot x_{ij} < 0 \\ 0 & v_{ij} \cdot x_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

sendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{ij} = \frac{h_{ij} u_{ij} \cdot x_{ij}}{|x_{ij}|^2 + 0.01 h_{ij}^2} \\ c_{ij} = \frac{1}{2} (c_i + c_j) \\ \rho_{ij} = \frac{1}{2} (\rho_i + \rho_j) \\ h_{ij} = \frac{1}{2} (h_i + h_j) \\ x_{ij} = x_i - x_j \\ u_{ij} = u_i - u_j \end{array} \right. \quad (3.29)$$

Nestas equações,  $c$  é a velocidade do som, que está na faixa de 450-600m/s para o solo (Bui, 2006);  $u$  e  $x$  são a velocidade e a posição da partícula;  $\alpha_{\Pi}$  e  $\beta_{\Pi}$  são constantes, que se selecionam para cada aplicação, mas geralmente são utilizados valores em torno de 1, conforme sugerido por Monaghan & Gingold (1983).

### 3.1.5. Fluxograma de cálculo

Substituindo o valor da densidade, obtida por meio da equação (3.15), na equação (3.23) é possível calcular a pressão e, desta forma, calcular a parcela estática isotrópica do tensor de tensões totais. A parcela viscosa é calculada substituindo a equação (3.22) na equação (2.15). A seguir, o tensor de tensões totais é substituído na equação de momento (3.18) ou (3.21), permitindo calcular a aceleração de cada partícula e atualizar a velocidade e a posição das partículas ao final do passo de tempo. Na Figura 3.3 é apresentado o fluxograma de cálculo.

Devido à natureza Lagrangeana do SPH, as variáveis são calculadas em cada partícula, sem a necessidade de uma malha. Uma vez calculada a velocidade das partículas é possível atualizar a posição por meio da equação:

$$\frac{dx_i^\alpha}{dt} = u_i^\alpha \quad (3.30)$$

onde  $x_i^\alpha$  e  $u_i^\alpha$  são a posição e a velocidade da partícula  $i$  na direção  $\alpha$ , respectivamente.

Para integrar estas equações no tempo, podem ser utilizados esquemas de integração explícitos de tipo predição-correção. O passo de tempo da integração deve estar sujeito à condição de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL).

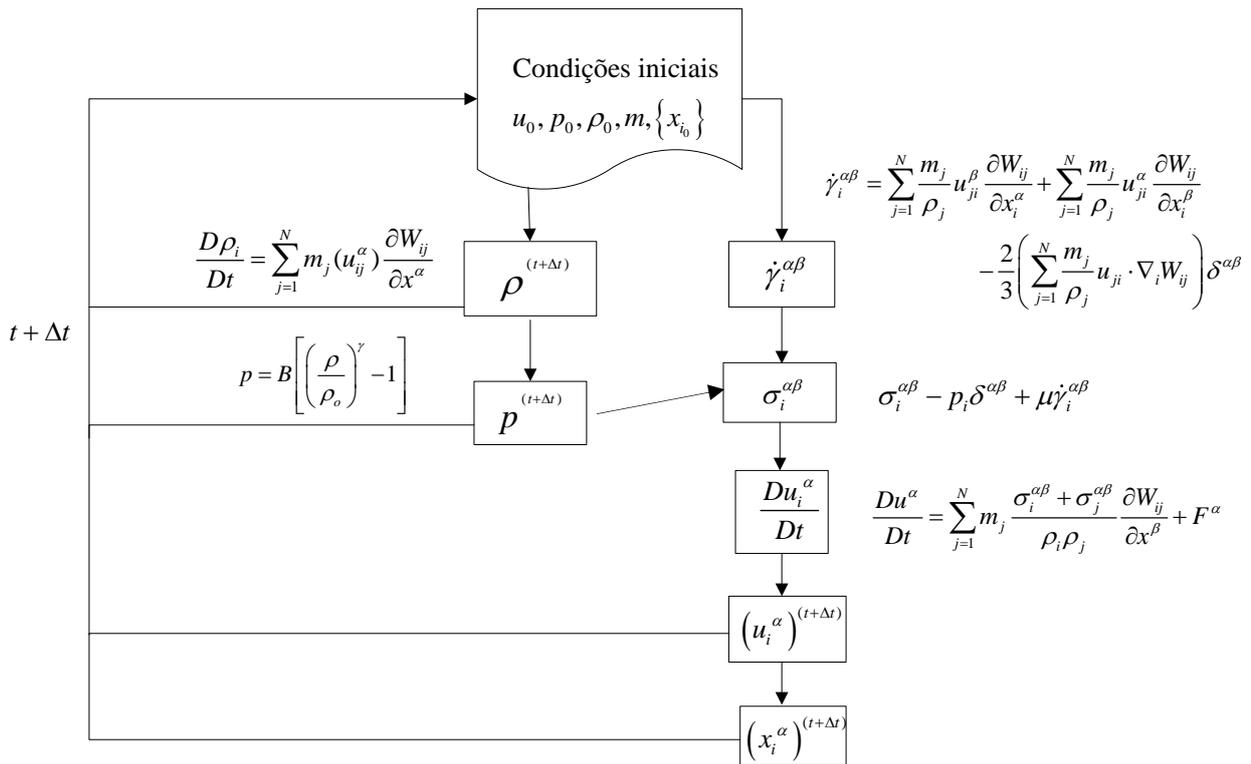


Figura 3.3. Fluxograma de cálculo do SPH

### 3.2. FORMULAÇÕES SPH PARA PROBLEMA DE EROSÃO

O método SPH tem sido amplamente utilizado em problemas de dinâmica de fluidos e, mais recentemente, de materiais com resistência (Liu & Liu, 2010; Bui et al., 2011). Também tem sido empregado para simular problemas multifásicos (Monaghan & Kocharyan, 1995; Hu & Adams, 2007) e de interação da água com sólidos indeformáveis (Antoci et al., 2007). No campo da Geomecânica o método começou a ser utilizado para simular problemas de infiltração de água no subsolo (Bui, 2006; Maeda et al., 2006), para estudar a ruptura de geomateriais considerando grandes deformações (Bui et al., 2008; Pastor et al., 2009; Reyes et al., 2012; Chen & Qiu, 2014) e para simular transporte de partículas por arrasto e suspensão

(Ulrich & Rung, 2010, 2012; Fourtakas et al., 2014). Estes trabalhos demonstraram a conveniência de usar o método SPH para simular problemas de interação água-solo com grandes deslocamentos das partículas sólidas.

Segundo descrito no item 2.6.2, o problema de interação água-solo pode ser abordado considerando que cada ponto do espaço físico é simultaneamente ocupado pelos materiais constituintes ou considerando separadamente o fluido e o sedimento. Ambas as abordagens têm sido desenvolvidas no contexto do SPH, fornecendo o arcabouço matemático para a simulação numérica da interação água-solo que pode ser aplicada a problemas de erosão superficial e de erosão interna.

### **3.2.1. Observação das componentes**

A abordagem que considera separadamente o fluido e o sedimento é denominada de “observação das componentes” e implica que cada partícula SPH pertence a um material diferente e, por tanto, pode ser definido um modelo constitutivo diferente para cada fase. Desta forma, o domínio é decomposto em duas camadas de partículas que representam cada uma das fases do material, sendo que o mesmo ponto do domínio pode estar ocupado por várias partículas ao mesmo tempo.

Essa abordagem foi desenvolvida por Bui (2006) e Maeda et al. (2006), que utilizaram duas camadas de partículas diferentes (água e solo) dentro do mesmo espaço físico. As equações de conservação de massa e momento linear são definidas para cada camada separadamente. A tensão e a densidade são formuladas em termos de grandezas aparentes, sendo ponderadas pelas frações de volume ocupadas por cada fase da mistura. O acoplamento entre as fases é feito por meio da força de percolação, que é introduzida como mais um termo na equação de momento linear.

Nas equações obtidas por Bui (2006) e Maeda et al. (2006) as tensões efetivas no esqueleto sólido são definidas como a diferença entre a tensão total e a pressão nas partículas da água. Desta forma, é possível utilizar modelos constitutivos apropriados para solo.

Esse enfoque resulta muito útil para a modelagem de problemas de infiltração e erosão interna. No entanto, o fato de o SPH considerar o fluido como sendo semi compressível, usando a equação de estado (3.23) para atualizar a densidade, implica em um campo de pressões cujos valores variam consideravelmente entre pontos vizinhos. Isso afeta diretamente o termo de tensão na equação de conservação de momento linear e gera um

campo de acelerações pouco realista. Esse fenômeno foi observado em uma implementação inicial realizada como parte desta pesquisa.

### 3.2.2. Observação da mistura

A abordagem que considera a concomitância de materiais no mesmo ponto do domínio é denominada de “observação da mistura”. Esse enfoque foi desenvolvido por Manenti et al. (2012), Ulrich et al. (2013) e Fourtakas & Rogers (2016), que propuseram utilizar apenas uma partícula (solo saturado ou água) em cada ponto físico do domínio. Desta forma, o problema de erosão superficial do solo pela ação da água, pode ser simulado considerando a interação de dois sub-domínios formados por partículas que representam dois materiais diferentes, água e solo saturado, como mostrado na Figura 3.4. No caso do solo saturado, o comportamento do material é simulado por meio de modelos constitutivos de fluidos, usando as propriedades da mistura.



Figura 3.4 - Materiais definidos segundo a abordagem denominada “observação da mistura”.

#### 3.2.2.1. Critério de Von Mises e critério de Shields.

Na abordagem de Manenti et al. (2012) e Ulrich et al. (2013), a água é modelada como um fluido newtoniano e as partículas de solo saturado permanecem estáticas até certo critério ser atingido. A partir desse momento, considera-se que o material (sedimento) escoar, e as partículas começam a ser transportadas, seja por arraste ou por suspensão, utilizando modelos constitutivos de fluidos viscosos. De forma geral, os autores simulam o material em escoamento como um fluido pseudo-newtoniano, ou seja, a parte viscosa do tensor de tensões é calculada usando uma viscosidade aparente, conforme a equação (2.24). Entretanto, diversos critérios têm sido utilizados para definir a superfície de escoamento dentro da massa de solo.

Manenti et al. (2012) compararam um critério de ruptura tipo Von Mises, utilizando a equação de Mohr-Coulomb, com um critério hidráulico, fundamentado no parâmetro de Shields (equação (2.31)), e observaram que o critério hidráulico conseguiu reproduzir melhor os resultados experimentais. Os cálculos para a aplicação dos critérios de escoamento são realizados apenas em uma camada fina de partículas, situadas na interface água-sedimento. As

partículas de sedimento localizadas fora dessa camada são tratadas como parte do contorno fixo.

Quando o critério de Shields é aplicado, o material erodido é simulado como um fluido newtoniano usando uma viscosidade dinâmica constante  $\mu=1000Pa.s$ . Quando o critério de Von Misses é aplicado, o material em escoamento é simulado como um fluido pseudo-newtoniano, usando uma tensão aparente calculada como a relação entre a tensão de escoamento e a taxa de deformação, i.e.:

$$\mu_{ap} = \frac{\tau^y}{|\dot{\gamma}_{ij}|} \quad (3.31)$$

A equação (3.31) é similar à (2.25), mas desconsidera o termo da viscosidade dinâmica do material. Nesse caso, a tensão de escoamento é dada pela resistência ao cisalhamento do solo (função da pressão, da coesão e do ângulo de atrito). Ambas as equações geram valores de viscosidade aparente muito altos para taxas de deformação pequenas, chegando em uma singularidade para taxas de deformação nulas. Portanto, para usá-las é necessário estabelecer um limite máximo para a viscosidade aparente. Manenti et al. (2012) fixaram o valor máximo para a viscosidade aparente em 1 GPa.s.

Ulrich et al. (2013) também adotaram um critério de ruptura tipo Von Mises, utilizando a equação de Mohr-Coulomb para definir a tensão de escoamento, e a equação (3.31) para calcular a viscosidade aparente do sedimento em escoamento, sugerindo utilizar uma viscosidade aparente máxima entre 1 e 5 kPa.s.

A diferença entre os valores recomendados por Manenti et al. (2012) e Ulrich et al., (2013) para a viscosidade aparente máxima sugere que o parâmetro depende fortemente do tipo de aplicação e da forma em que as equações são implementadas. Manenti et al. (2012) aplica as equações na camada da interface água-sedimento, visando reproduzir a lavagem de sedimento no fundo dos reservatórios com comportas submersas (processo conhecido como “fushing”). Já Ulrich et al. (2013) calculam as tensões de escoamento (resistência ao cisalhamento do solo, segundo o critério de Mohr-Coulomb) em todas as partículas de sedimento, permitindo produzir erosão em níveis mais profundos, como acontece no entorno de fundações de estruturas off-shore. No entanto, no trabalho de Ulrich et al., (2013) a tensão de escoamento é calculada apenas para determinar se o critério de ruptura foi atingido, caso

não seja, a posição das partículas não é atualizada, ou seja, as partículas que não são erodidas são fixadas no leito.

Além disso, Ulrich et al. (2013) adicionaram um camada fictícia ao longo da interface sedimento-água para simular a transição entre a viscosidade aparente do sedimento, calculada pela equação (3.31) e a viscosidade dinâmica da água, para aplicações em águas rasas.

Leonardi & Rung (2013) incluíram um critério hidráulico, fundamentado no critério de Shields (equação (2.31)), para identificar o início do movimento por suspensão das partículas dentro da camada fictícia de Ulrich et al. (2013). Comparações qualitativas com experimentos de ruptura de coluna da água (dam-break) mostram que o uso do critério de Shields gera padrões mais próximos dos resultados experimentais, que os obtidos pela abordagem inicial de Ulrich et al. (2013).

### 3.2.2.2. Critério de Drucker-Prager

No trabalho de Fourtakas & Rogers (2016) o critério de Drucker-Prager é utilizado para definir a tensão de escoamento ( $\tau^y$ ), e o comportamento do sedimento é modelado por meio do modelo HBP, descrito na equação (2.27).

A superfície de escoamento ( $f$ ), segundo o critério de Drucker-Prager é definida como (Desai, 1984):

$$f = \sqrt{J_{2D}} - \alpha J_1 - \kappa = 0 \quad (3.32)$$

onde  $J_1$  é o primeiro invariante (traço) do tensor de tensões, que no caso dos fluidos é igual à pressão, e  $J_{2D}$  é o segundo invariante da parte desviadora do tensor de tensões cisalhantes, definido como:

$$J_{2D} = \frac{1}{2} \tau^{\alpha\beta} \tau^{\alpha\beta} \quad (3.33)$$

Os parâmetros  $\alpha$  e  $\kappa$  podem ser relacionados com as propriedades mecânicas do solo como:

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (3.34)$$

$$\kappa = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}$$

sendo  $c$  e  $\phi$  a coesão e o ângulo de atrito do solo.

Desta forma, a tensão de escoamento, que define um valor de tensão acima do qual começa a existir movimento do material, pode ser calculada a partir do critério de ruptura como:

$$\tau^y = \sqrt{J_{2D}} = \alpha J_1 + \kappa \quad (3.35)$$

A equação (3.35) indica que a tensão de escoamento aumenta com o aumento da pressão, ou seja, partículas próximas da superfície terão menor tensão de escoamento que as partículas localizadas em camadas inferiores, onde a pressão é maior.

Fourtakas & Rogers (2016) propuseram utilizar o modelo HBP para simular o comportamento do sedimento, calculando a viscosidade aparente conforme a equação (2.28). Desta forma, o fato de a tensão de escoamento ser calculada pela equação (3.35), garante que a viscosidade aparente aumente, com o aumento da profundidade da partícula no domínio de sedimentos. Além disso, o termo que provoca a indefinição se anula quando a taxa de deformação é zero, eliminando a necessidade de estabelecer um valor de viscosidade aparente máxima. Assim, é possível calcular o tensor de tensões em todos os pontos do sedimento e, em seguida, atualizar a posição e a velocidade sem que haja necessidade de fixar a posição das partículas.

O modelo HBP permite simular diferentes comportamentos do fluido (dilatante e pseudo-plástico) em função do parâmetro  $n$ , com uma curva inicial suavizada pelo parâmetro  $m$  (ver Figura 2.3). Isto o torna muito flexível e aplicável a diversos materiais em problemas de engenharia.

Para simular o transporte do material em suspensão, Fourtakas & Rogers (2016) acrescentaram um tratamento especial em função da concentração de partículas de sedimento na água. O parâmetro de concentração ( $c_v$ ) é calculado como a relação de volume partículas de sedimento e o volume total dentro do domínio de influência de cada partícula, i.e :

$$c_{v,i} = \frac{\sum_{j_{solo} \in 2h}^N \frac{m_j}{\rho_j}}{\sum_{j \in 2h}^N \frac{m_j}{\rho_j}} \quad (3.36)$$

Quando  $c_{v,i} \leq 0,3$ , assume-se que o material está sendo transportado por suspensão e se comporta como um fluido Newtoniano. A viscosidade da mistura de material suspenso é calculada, segundo a equação de Vand (1948), como:

$$\mu_{susp} = \mu e^{\frac{0,5c_v}{1-\frac{39}{64}c_v}} \quad c_v \leq 0,3 \quad (3.37)$$

Validações satisfatórias da combinação do critério de Drucker-Prager com o modelo HBP para o sedimento, e da interação água solo por meio de ensaios de rompimento de colunas da água (*dam-break*) foram apresentadas em Fourtakas & Rogers (2016). No entanto, a aplicabilidade para problemas de fluxo de baixa velocidade, sem impactos, nem interações violentas entre a água e o solo, não tem sido mostrada.

Da equação (3.35), espera-se que as partículas de sedimento próximas à superfície do leito apresentem tensões de escoamento baixas, cujo valor é decorrente da parcela de coesão do material. Para materiais sem coesão, a tensão de escoamento na superfície deveria ser nula, pois a pressão no sedimento nesse ponto é zero. Porém, esse comportamento não é verificado em todas as partículas ao longo da superfície, quando a abordagem de Fourtakas & Rogers (2016) é utilizada. O que se observa são valores de pressão que variam drasticamente em pontos adjacentes, principalmente nos locais de alta velocidade, por exemplo, na frente da onda.

Na Figura 3.5 mostra-se o colapso de uma coluna da água (*dam break*) sobre um leito de sedimentos no tempo  $t = 0,2$  s. A escala de cores representa a pressão em cada partícula do domínio. Um *zoom* é realizado na zona da frente da onda, plotando-se apenas as partículas de sedimento. Nessa área, é possível observar uma grande variabilidade na pressão das partículas localizadas nas camadas superficiais. O problema é decorrente da abordagem numérica definida como SPH levemente compressível (em inglês, *Weakly Compressible SPH*), dada pelo uso da equação de estado (3.23), que gera resultados satisfatórios em condições de equilíbrio hidrostático, mas produz grandes flutuações no campo de pressão em problemas hidrodinâmicos. Por esse motivo, a abordagem de Fourtakas & Rogers (2016), embora consiga modelar o efeito do impacto da água em camadas profundas do leito de sedimento, apresenta problemas para reproduzir os efeitos de arraste na interface água-sedimento.

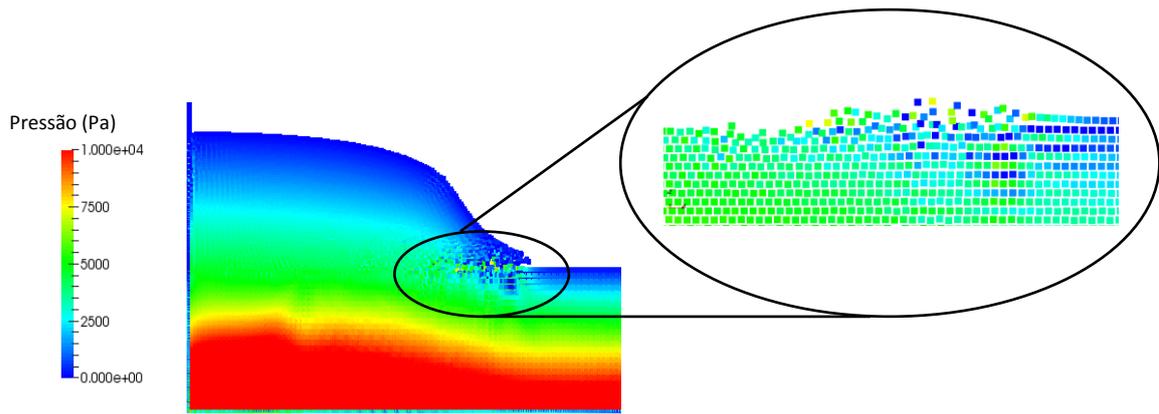


Figura 3.5 – Variação local das tensões na superfície da camada de sedimentos.

## 4. IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE EROÇÃO SUPERFICIAL

No presente trabalho, a abordagem proposta por Fourtakas & Rogers (2016) é combinada com o critério de Shields para partículas na superfície do leito, de forma a eliminar os problemas numéricos associados ao uso da equação de estado nessa região e produzir padrões de erosão mais realistas. Critérios hidráulicos, fundamentados no parâmetro de Shields, têm se mostrado adequados para determinar o início do movimento de partículas de sedimento em outras implementações de SPH (Manenti et al., 2012; Leonardi & Rung, 2013). Neste capítulo será abordada a implementação do critério de Shields, analisando-se o comportamento dos parâmetros envolvidas no modelo.

A implementação das equações foi realizada no código aberto DualSphysics (Crespo et al., 2011), desenvolvido numa plataforma colaborativa entre a Universidade de Vigo (Espanha) e a Universidade de Manchester (Reino Unido). O código está escrito em C++ e C++CUDA, o que permite que possa ser rodado na CPU (*Central Processing Unit*) com OpenMP ou numa placa de vídeo que suporte CUDA. Na versão para GPU (*Graphic Processing Unit*), que roda nos processadores de placas de vídeo, é possível aumentar a velocidade de cálculo em 56 vezes, em média, a depender do hardware, em comparação com uma CPU de um único núcleo (Valdez-Balderas et al., 2013). A possibilidade de se ter grandes velocidades de processamento faz com que o DualSphysics seja uma ferramenta muito atrativa para realizar a implementação de problemas multifásicos, já que estes geram um alto custo computacional.

O presente trabalho é realizado a partir da implementação feita por Fourtakas (2014) para simular fluxo multifásico em aplicações nucleares no DualSphysics. O código disponível possui apenas a versão para GPU, e precisa ser rodado numa placa de vídeo com suporte para CUDA.

A seguir, são apresentadas as equações e o algoritmo do critério hidráulico implementado nesta pesquisa, assim como verificações e validações. Em seguida, um ensaio de laboratório é reproduzido, para verificar a aplicabilidade do critério para casos reais.

### 4.1. Critério hidráulico

O critério hidráulico implementado neste trabalho está fundamentado na teoria de Shields (1936) e em conceitos de hidráulica de canais abertos. A relação analítica sugerida por Van Rijn (1993) é adotada para calcular o parâmetro crítico de Shields:

$$\begin{aligned}\theta_c &= 0,010595 \ln(\text{Re}_*) + \frac{0,110476}{\text{Re}_*} + 0,0027197 & \text{para } \text{Re}_* \leq 500 \\ \theta_c &= 0,068 & \text{para } \text{Re}_* > 500\end{aligned}\quad (4.1)$$

onde  $\theta_c$  é o parâmetro crítico de Shields e  $\text{Re}_*$  é o do número de Reynolds do sedimento.

O valor de  $\theta_c$  pode ser relacionado com a tensão crítica por meio de uma expressão similar à equação (2.31), substituindo a tensão no leito ( $\tau_b$ ) pela tensão crítica ( $\tau_{b,c}$ ), i.e.:

$$\theta_c = \frac{\tau_{b,c}}{(\rho_s - \rho_a)gd_{50}} \quad (4.2)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade;  $\rho_s$  e  $\rho_a$  são a densidade do sólido e do fluido, respectivamente; e  $d_{50}$  é o diâmetro médio das partículas. Portanto, o parâmetro crítico de Shields representa a forma adimensional da tensão que dá início ao movimento das partículas.

O parâmetro crítico de Shields, calculado pela equação (4.1), depende do número de Reynolds do sedimento, que por sua vez, depende da velocidade cisalhante ( $u_*$ ), como mostrado na equação (2.37). A velocidade cisalhante depende da velocidade real do fluido e pode ser calculada por meio de uma expressão do tipo mostrado na equação (2.39), utilizando modelos de turbulência apropriados (Rodi, 1993). No entanto, para aplicações de transporte de sedimentos, Manenti et al.(2012) propuseram utilizar perfis de velocidade média, assumindo que os efeitos turbulentos acontecem em uma escala menor que a discretização do SPH.

Em canais abertos com fundo rugoso, como é o caso de um leito de sedimentos, uma camada laminar é desenvolvida entre o leito e a camada de fluxo turbulento (ver Figura 2.4). Neste trabalho, a velocidade é calculada por meio de uma função por partes, como sugerido por Manenti et al.(2012). Na camada laminar, a velocidade é calculada como uma função linear, enquanto uma função logarítmica é utilizada na camada turbulenta, i.e.:

$$\begin{aligned}u_{(z)} &= \frac{u_*^2}{\nu} z & \text{para } z \leq \delta_v \\ \frac{u_{(z)}}{u_*} &= \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_o}\right) & \text{para } z > \delta_v\end{aligned}\quad (4.3)$$

sendo  $z$  a posição, medida a partir do leito até a superfície livre;  $\nu$  a viscosidade cinemática;  $\kappa = 0,41$  a constante de von Karman;  $z_o$  o parâmetro de rugosidade do fundo,  $u_*$  a velocidade cisalhante e  $u_{(z)}$  a velocidade da partícula da água mais próxima à partícula de sedimento cuja condição dinâmica (em repouso ou em movimento) está sendo avaliada. A espessura da camada laminar ( $\delta_v$ ) é calculada como:

$$\delta_v = 11,6 \frac{\nu}{u_*} \quad (4.4)$$

O valor de  $z_o$  depende da condição dinâmica do fluido (suave ou rugoso) e pode ser calculado como:

$$z_o = \begin{cases} 0,11 \frac{\nu}{u_*} & \text{para } \frac{k_s u_*}{\nu} < 5 \quad (\text{fluxo suave}) \\ 0,033 k_s & \text{para } \frac{k_s u_*}{\nu} > 70 \quad (\text{fluxo rugoso}) \\ 0,11 \frac{\nu}{u_*} + 0,033 k_s & \text{para } 5 < \frac{k_s u_*}{\nu} < 70 \quad (\text{fluxo transicional}) \end{cases} \quad (4.5)$$

onde  $k_s$  é a rugosidade equivalente ou efetiva do grão, também conhecida com rugosidade de Nikuradse (Nikuradse, 1933. Apud van Rijn, 1993), cujo valor é de 1 a 10 vezes o diâmetro médio das partículas (Manenti et al., 2012).

Na Figura 4.1 é apresentado um esquema que descreve perfil de velocidades adotado. Nos fluxos hidraulicamente suaves, a rugosidade dos grãos é muito menor que a espessura da camada viscosa ( $\delta_v$ ) e não afeta a distribuição de velocidade (Figura 4.1a). Nos fluxos hidraulicamente rugosos a camada viscosa não existe e a distribuição de velocidade não depende da viscosidade do fluido (Figura 4.1b). Nos fluxos hidraulicamente transicionais a distribuição de velocidade é afetada pela viscosidade do fluido e pela rugosidade do leito (van Rijn, 1993).

O perfil logarítmico de velocidade é comumente adotado nos modelos de transporte de sedimentos em canais abertos (Einstein, 1950; Van Rijn, 1984). No entanto, o fato de  $z_o$  depender de  $u_*$  faz com que a equação (4.3) precise de um processo iterativo para ser

resolvida. O processo iterativo foi implementado no DualSPHysics como mostrado na Figura 4.2.

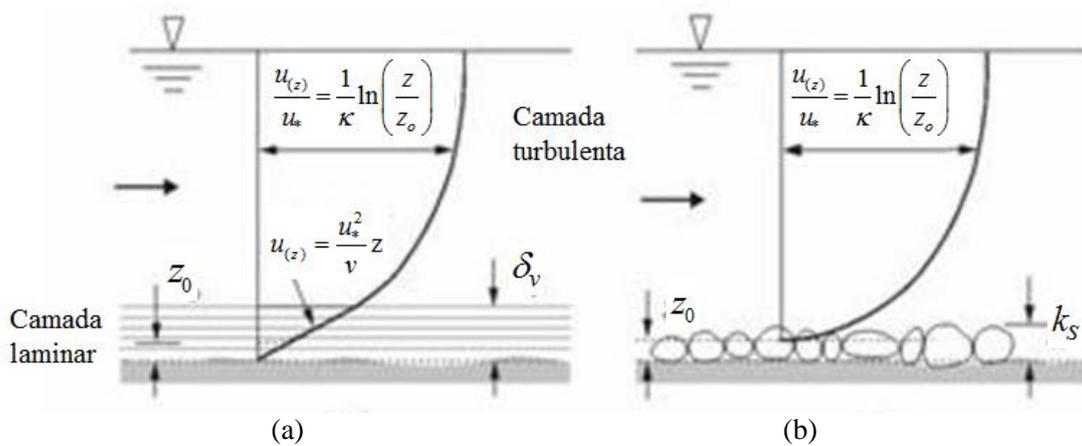


Figura 4.1 – Esquema do perfil de velocidades adotado. a) Fluxo hidraulicamente suave. b) Fluxo hidraulicamente rugoso. (modificado de van Rijn (1993)).

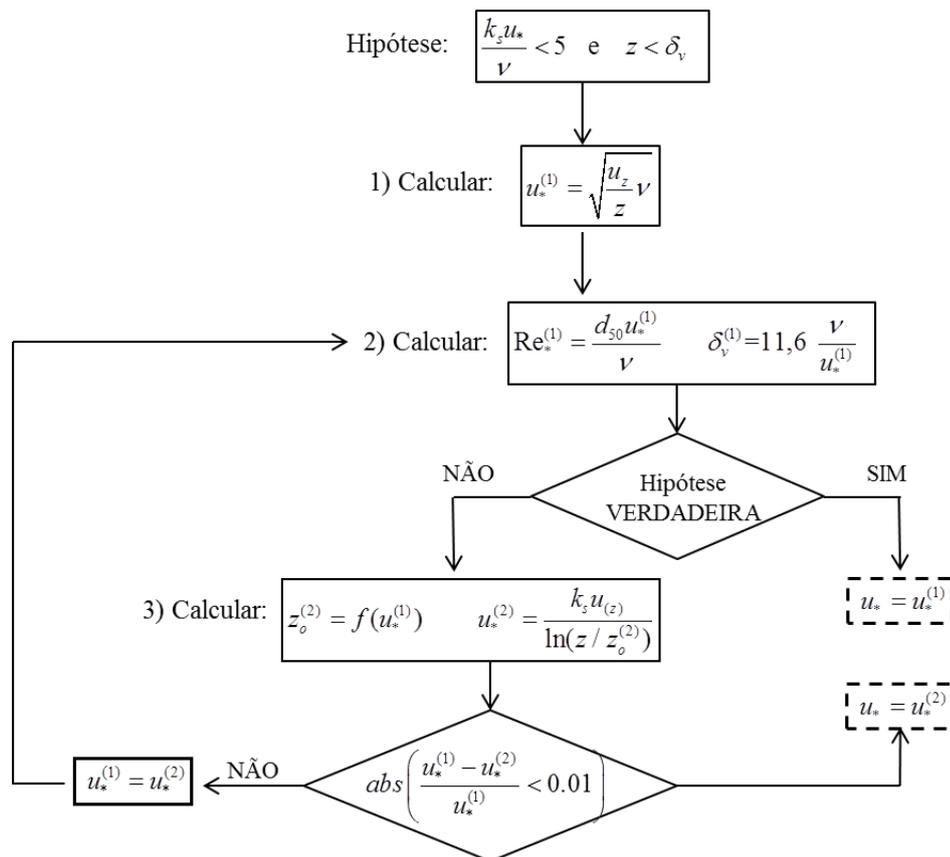


Figura 4.2 – Processo iterativo para o cálculo da velocidade cisalhante (modificado de Manenti et al. (2012))

Uma vez obtida a velocidade cisalhante ( $u_*$ ), o valor do parâmetro crítico de Shields ( $\theta_c$ ) pode ser calculado por meio da equação (4.1). Em seguida, a tensão de cisalhamento crítica ( $\tau_{b,c}$ ) é obtida pela equação (4.2).

A partícula de sedimento será movimentada quando a tensão atuante no leito ( $\tau_b$ ), calculada segundo a equação (2.35) for maior que a tensão cisalhante crítica ( $\tau_{b,c}$ ), calculada segundo a equação (4.2). Se o valor de tensão cisalhante crítica for atingido, a partícula será movimentada, segundo o modelo HBP disponível no código, mas a tensão de escoamento ( $\tau^y$ ), que precisa ser introduzida na equação (2.28), é substituída pela tensão cisalhante crítica ( $\tau_{b,c}$ ).

Na implementação realizada no DualSPHysics, a partícula da água mais próxima da partícula de sedimento é identificada, em cada passo de tempo, durante a busca de partículas da vizinhança, e a distância vertical ( $z$ ) entre ambas as partículas é armazenada. Porém, o cálculo do parâmetro crítico de Shields ( $\theta_c$ ) e da tensão de cisalhamento crítica ( $\tau_{b,c}$ ) é realizado apenas na camada de partículas localizadas na superfície do leito de sedimentos.

Dois critérios são utilizados para determinar se uma partícula de sedimento está localizada na proximidade da superfície: (i) ao menos uma partícula da água deve estar dentro do domínio de influência da partícula de sedimento e (ii) a massa do sedimento interpolada segundo a aproximação secundária do SPH, deve ser menor que 40% da massa da partícula de sedimento, ou seja:

$$m_i = \sum_{k=1}^N \frac{m_k}{\rho_k} m_k W_{ik} < 0.4m_0 \quad (4.6)$$

onde os subscritos  $i$  e  $k$  denotam a partícula de sedimento interpolada (partícula pivô) e a partícula de sedimento da vizinhança, respectivamente, e  $m_0$  é a massa real da partícula. Note que apenas as partículas de sedimento localizadas dentro da vizinhança são consideradas no somatório. Uma equação similar à (4.6) foi utilizada por Gómez-Gesteira et al.(2005) para identificar posição da superfície livre em um código de SPH.

Para uma partícula de sedimento estar localizada na superfície do leito, as condições (i) e (ii) devem ser satisfeitas simultaneamente.

#### 4.1.1. Aplicação do critério de Shields. Verificações.

O critério de Shields, conforme apresentado no item 4.1, foi implementado no DualSPHysics. Inicialmente, analisou-se um caso teórico para realizar comprovações e verificações. O caso simula a ruptura, em 2D, de uma coluna de água sobre um leito de sedimentos, gerando um impacto inicial da ruptura da coluna da água, seguido por um frente de onda que avança de forma desacelerada. A geometria inicial é mostrada na Figura 4.3.

O caso foi rodado duas vezes, primeiro utilizando o critério de Drucker-Prager implementado por Fourtakas (2014) e depois utilizando o critério de Shields implementado nesta pesquisa. O critério de Shields foi aplicado nas partículas próximas à superfície e no resto do material as partículas foram fixadas ao leito. Na Tabela 4.1 são apresentados os parâmetros de entrada das simulações.

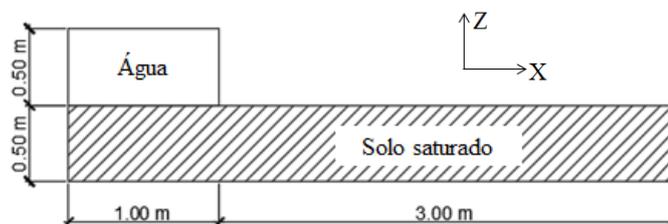


Figura 4.3 – Configuração do caso inicial em 2D.

Tabela 4.1 – Parâmetros das simulações.

Critério de DP		Critério de Shields	
Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Quantidade de partículas	27352	Quantidade de partículas	27352
Densidade do sedimento [kg/m <sup>3</sup> ]	2500	Densidade do sedimento [kg/m <sup>3</sup> ]	2500
Coesão [Pa]	1	Diâmetro médio (d <sub>50</sub> )	0,4 mm
Ângulo de atrito [graus]	35°	Rugosidade equivalente dos grãos (ks)	1,2 mm

Na Figura 4.4, mostra-se a superfície de escoamento definida pela viscosidade aparente, calculada utilizando ambos os critérios. Observe que a superfície de baixa viscosidade gerada pelo critério de Drucker-Prager é mais profunda que a produzida pelo critério de Shields.

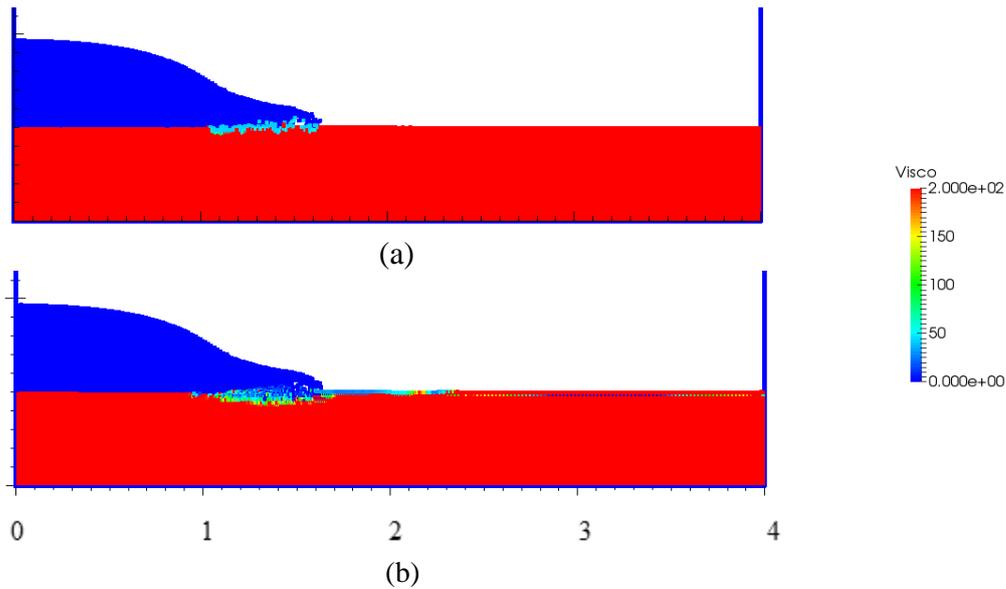


Figura 4.4 – Superfície de escoamento para  $t=0,3$  s. a) Critério de Shields b) Critério de Drucker-Prager.

Na Figura 4.5 é apresentada a configuração final da superfície do leito para ambos os casos. Note que o critério de Shields gerou uma maior movimentação de material, tanto na zona erodida, no início do canal, quanto na zona de deposição, no final do canal. Isto mostra que, apesar do critério de Drucker-Prager gerar uma superfície de escoamento mais profunda no leito, o critério hidráulico gerou uma maior movimentação de material.

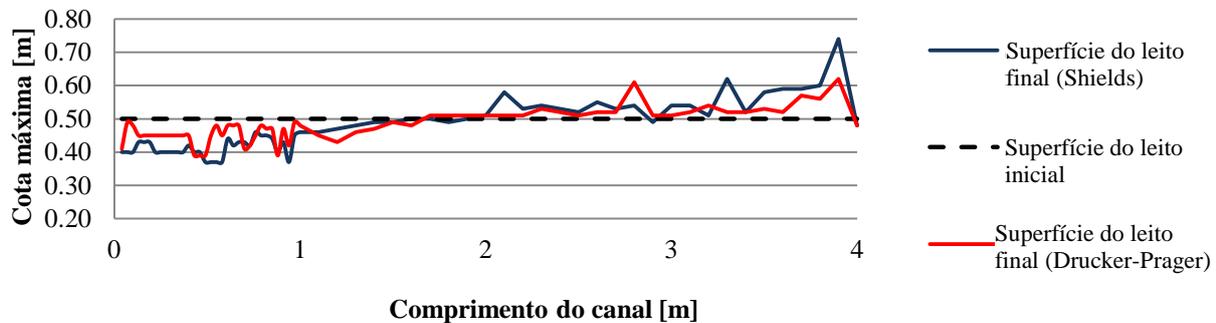


Figura 4.5 – Configuração final da superfície do leito.

Na Figura 4.6 mostra-se a superfície livre da água no estado inicial ( $t = 0$  s) e final ( $t = 10$  s) para ambos os modelos. Com isto, foi comprovado que no estado final, a superfície livre da água apresenta uma posição horizontal, paralela à superfície inicial do leito. Além disso, considerando uma largura de  $1,0$  m, no modelo mostrado na Figura 4.3 (i.e.  $Y=1,0$  m), o volume inicial ocupado pela da água é igual ao volume final ( $V=0,5$  m<sup>3</sup>). Esse resultado era esperado, já que a água é simulada como um material quase-incompressível.

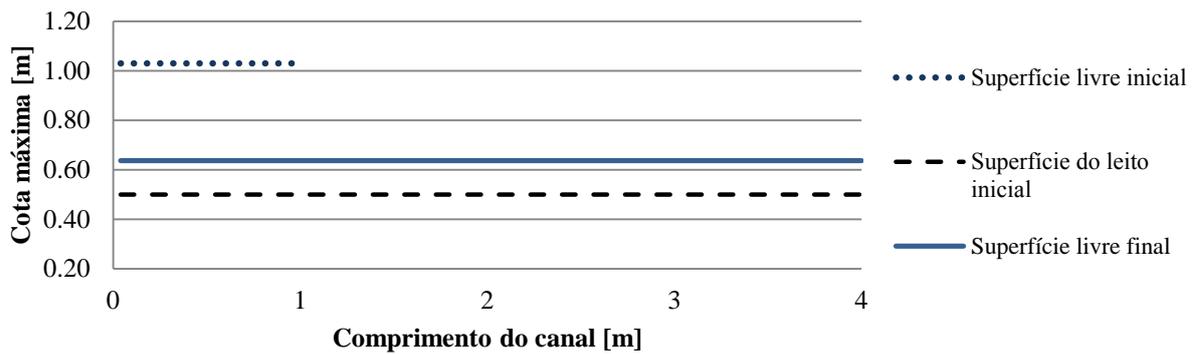


Figura 4.6 – Posição da superfície livre.

Na Figura 4.7a é mostrado o gráfico de pressão da água na coluna de partículas na posição identificada com uma linha vertical tracejada na Figura 4.7b. Observa-se que a curva mostra uma tendência à linearidade, sendo que o valor da pressão aumenta de forma proporcional à profundidade. O fato de o valor da pressão no ponto que representa a superfície livre ser diferente de zero deve-se à discretização do SPH, em que um ponto representa um volume no qual as variáveis de campo são aproximadas segundo uma função de peso (*função kernel*). Além disso, na proximidade da interface água-sedimento, a pressão na água é afetada pela pressão nas partículas de sedimento que se encontram dentro do limite de influência. Por isso, a curva se afasta do valor esperado nessa região.

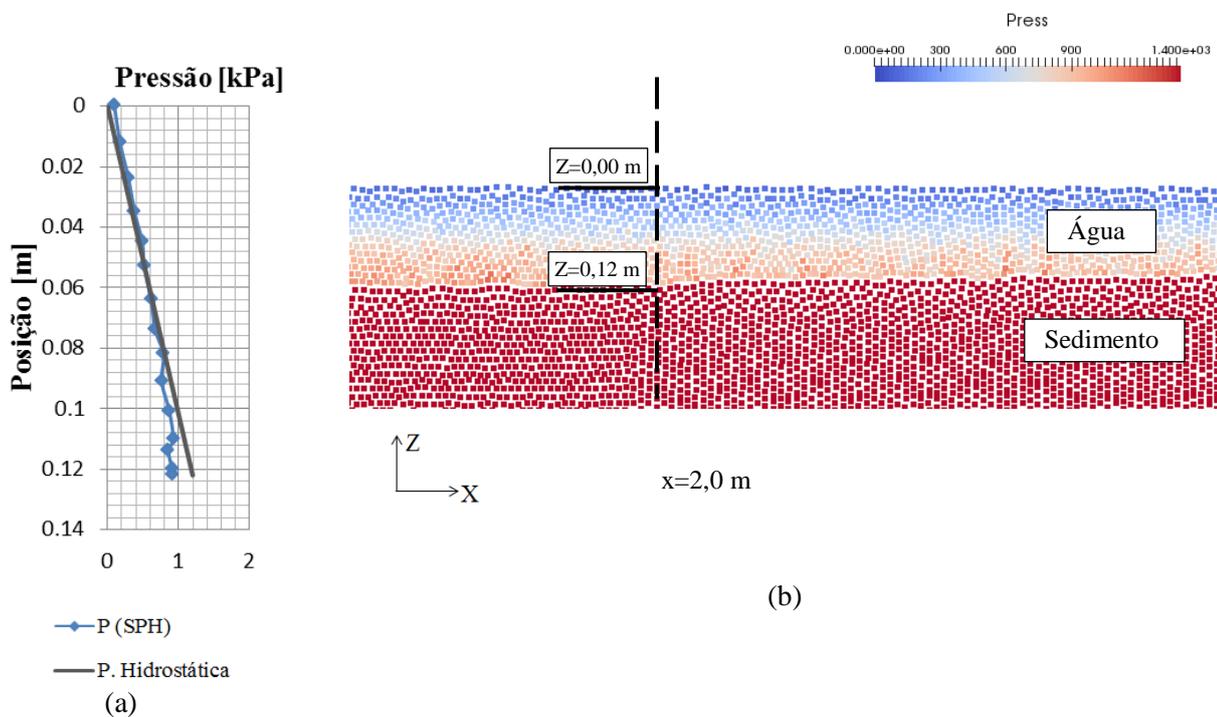
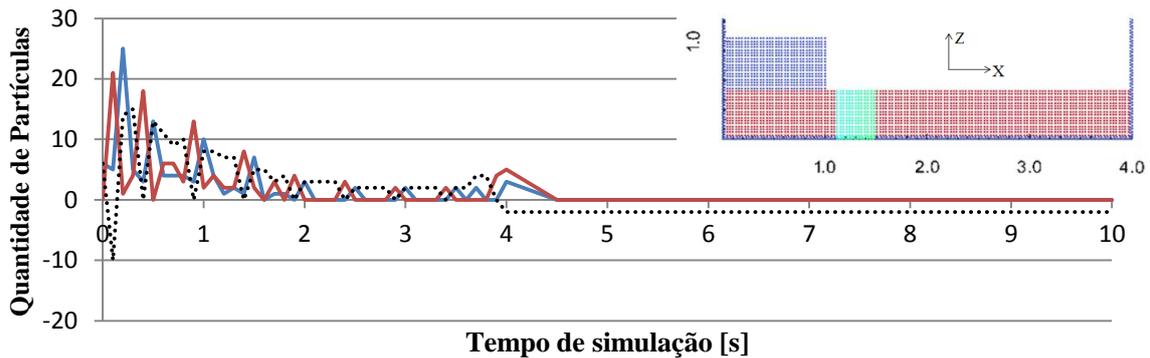
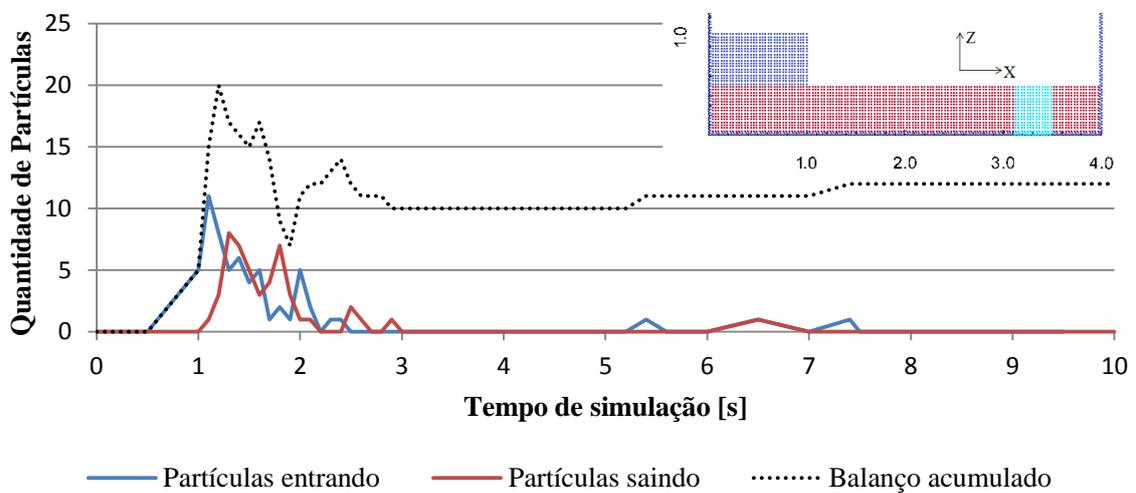


Figura 4.7 – Pressão na água no estado final. a) Variação da pressão com a posição. b) Posição da coluna da água.

Os gráficos da Figura 4.8 mostram a movimentação de partículas de sedimento dentro de dois volumes de controle, colocados no início e no final do canal. A linha pontilhada representa o balanço da quantidade partículas entrando e saindo da região de controle. O balanço negativo no gráfico da Figura 4.8a indica que a região foi erodida, enquanto balanço positivo no gráfico da Figura 4.8b indica que existe deposição de partículas na região.



(a)



(b)

Figura 4.8 – Partículas transportadas dentro de uma região de controle, utilizando o critério de Shields.  
a) Região de controle determinado pelas coordenadas  $1,1 < X < 1,5$ . b) Região de controle determinado pelas coordenadas  $3,1 < X < 3,5$

#### 4.1.2. Validação do critério de Shields implementado.

Para validar a implementação do critério hidráulico foi utilizado o experimento realizado por Manenti et al.(2009). O experimento consiste no escoamento da água por cima de um talude de sedimento. O talude se encontra no fundo de um reservatório da água, próximo à saída do mesmo, conforme mostrado na Figura 4.9. O experimento é iniciado ao liberar a saída da água com uma vazão controlada  $Q = 0,0079 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Os parâmetros da simulação foram fixados conforme os valores usados por Manenti et al.(2012). Foi utilizada uma distância entre partículas  $dp = 0.01\text{m}$ , de modo que foram geradas 17028 partículas para a água e 1943 partículas para o leito. A densidade do material do leito foi de  $1750 \text{ kg/m}^3$ . Para o modelo HBP foram introduzidos os parâmetros  $m=0$  e  $n=1$ , que implicam em um comportamento newtoniano do sedimento erodido.

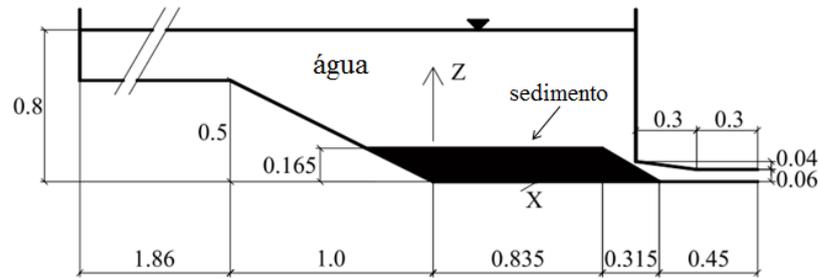


Figura 4.9 – Esquema do experimento de (Manenti et al., 2012)

Para garantir a vazão estabelecida no experimento, no modelo computacional foi fixada uma velocidade na saída  $u_x = 0,658 \text{ m/s}$ . No entanto, para evitar o colapso da camada de sedimentos, as partículas que não atingiram o critério de erosão (i.e.  $\tau_b < \tau_{b,c}$ ) foram fixadas por meio de velocidades e aceleração prescritas igual a zero.

Na Figura 4.10 mostram-se os perfis experimentais nos tempos  $t=0\text{s}$  e  $t=48\text{s}$ . O perfil obtido pela simulação no DualSPHysics também é plotado, junto com o resultado obtido por Manenti et al.(2012). Observa-se que o perfil final obtido pelo critério de Shields implementado no DualSPHysics gerou resultados muito próximos do experimental na parte superior do talude, embora uma pequena divergência seja observada na base. Considera-se o resultado satisfatório.

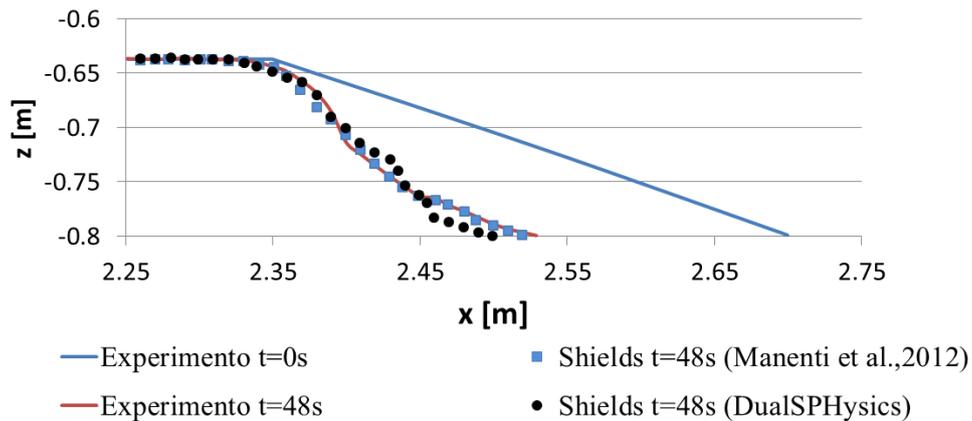


Figura 4.10 – Perfis do leito de sedimento no experimento em tanque de água.

#### 4.2. Ensaio em canal hidráulico.

Com o intuito de verificar capacidade do critério de Shields implementado nesta pesquisa, para reproduzir a erosão de um leito não coesivo sob condições de fluxo unidirecional sem impacto da água na superfície, foi realizado um ensaio em canal hidráulico em laboratório. O ensaio foi realizado no laboratório da Universidade Luterana de Brasil, campus Palmas. Foi utilizado um canal modelo HM 160, de 2,5 m de comprimento e 0,86 m de largura, produzido pela GUNT Hamburg. O canal foi adaptado para incluir um leito de areia de 5,5 cm de espessura e um coletor de sedimento a jusante. Na Figura 4.11 é mostrado uma foto e o esquema do equipamento.

O material usado para leito foi uma areia com densidade de  $2710 \text{ kg/m}^3$  e diâmetro médio de 0,4 mm, conforme mostrado na curva granulométrica da Figura 4.12. O leito foi construído usando a técnica de chuva de areia sobre a base do canal na posição horizontal. O ensaio foi realizado com uma vazão controlada de  $2 \text{ m}^3/\text{h}$  e repetido três vezes para verificar a repetitividade.

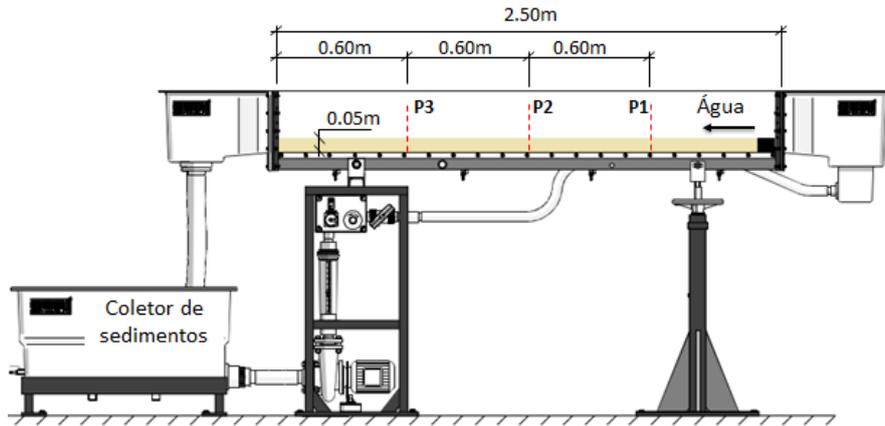
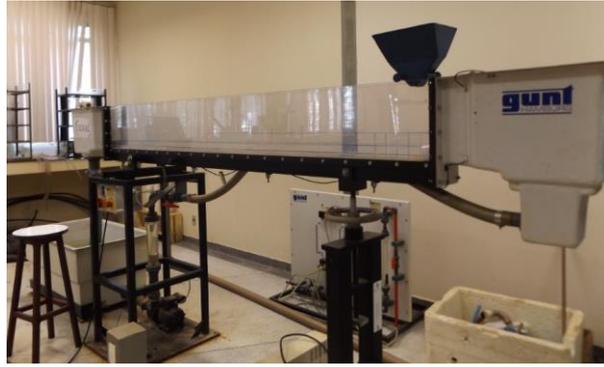


Figura 4.11 - Canal hidráulico.

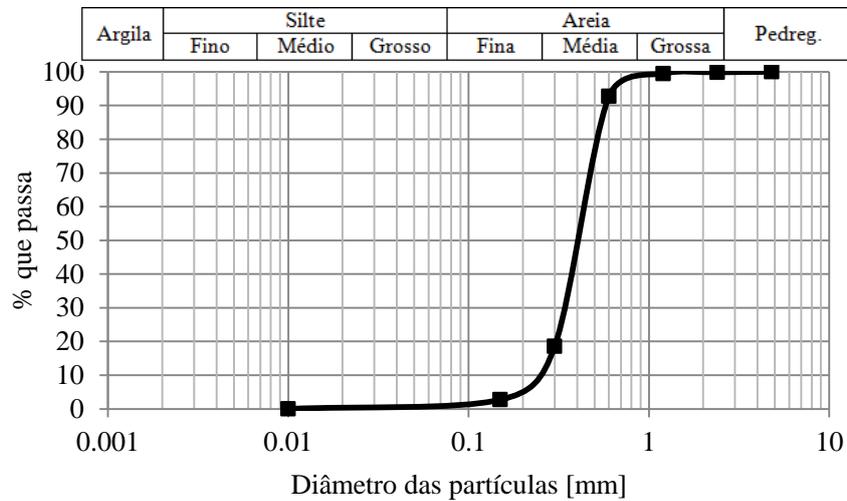


Figura 4.12 – Curva granulométrica do material do leito do canal.

O caso 2D foi configurado no DualSphysics usando uma distância entre partículas  $dp=0,004$  m, gerando 24909 partículas de água e 7188 partículas de sedimento. Da mesma forma que no ensaio de laboratório, no modelo numérico foi incluído um coletor a jusante do canal, para aferir a massa de material erodido. A configuração geométrica é mostrada na Figura 4.13.

A vazão constante foi garantida prescrevendo a velocidade das partículas na entrada do canal  $u_x = 0,22$  m/s. Esse valor foi calculado a partir da altura média da lâmina da água medida nos pontos identificados como P1, P2 e P3 na Figura 4.11. Os parâmetros do modelo HBP foram  $n=1$  e  $m=0$ , o que representa um comportamento tipo Bingham Newtoniano do material erodido.

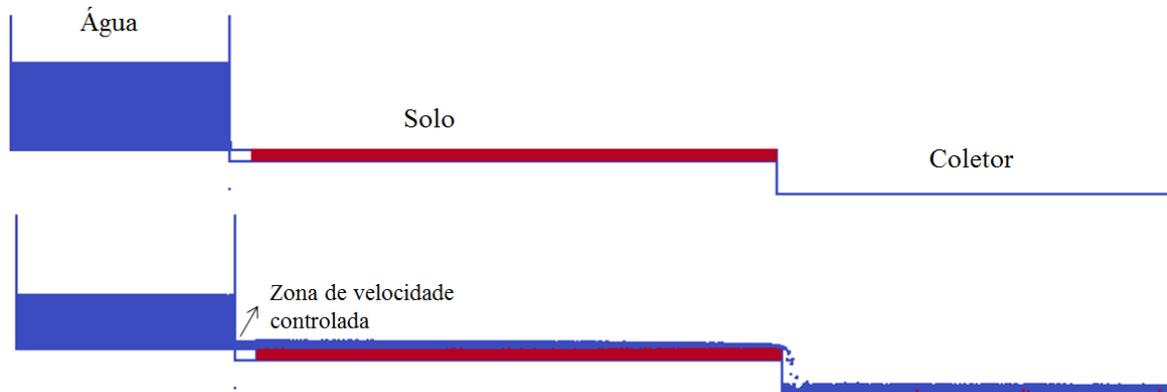


Figura 4.13 – Configuração do caso de canal hidráulico 2D no DualSphysics.

Para conter o sedimento no leito do canal no laboratório, foi colocada uma peça de isopor na entrada da água. A peça foi simulada como um contorno rígido no modelo computacional. O perfil do leito obtido experimental e numericamente, para o tempo  $t=18$  s, é mostrado na Figura 4.14.

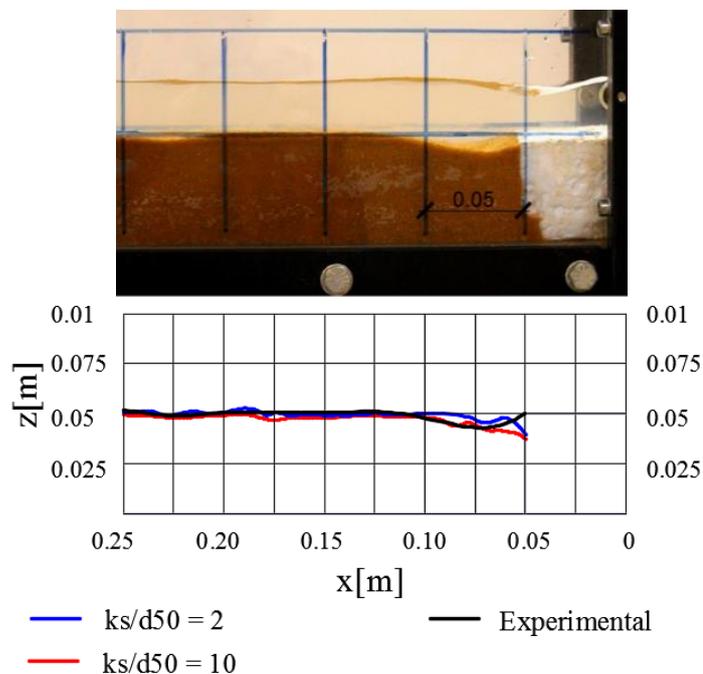


Figura 4.14 – Perfil do leito na proximidade da entrada da água para  $t=18$  s.

Nota-se que os perfis obtidos numericamente não reproduzem a forma côncava do leito. Isto é devido a problemas nas condições de contorno do código. No entanto, observa-se que as simulações numéricas conseguem captar o fenômeno de erosão localizada no entorno da peça rígida.

Com o intuito de verificar a influência do parâmetro de rugosidade equivalente ou efetiva do grão ( $k_s$ ) no resultado, foram rodados seis casos diferentes considerando relações  $k_s/d_{50}=1, 2, 3, 5, 7$  e  $10$ . Essa análise é necessária, já que o parâmetro  $k_s$  foi definido de forma empírica por Nikuradse (1933) e não pode ser medido por meio de ensaios.

Para cada caso, a quantidade de partículas sólidas ( $Np$ ) coletadas após 18s de simulação foi quantificada e a massa de sedimento erodida foi calculada como:

$$m_e = dp \cdot dp \cdot \rho_s \cdot Np \quad (4.7)$$

sendo  $dp$  a distância entre partículas,  $\rho_s$  a densidade do sedimento e  $Np$  a quantidade de partículas de sedimento coletadas. A massa calculada segundo a equação (4.7), corresponde ao estado plano de deformação e está em concordância com a forma que o código calcula os casos 2D.

A massa de material erodido, coletado nos três ensaios de laboratório realizados em condições idênticas, 18s após a entrada da água no canal, é representada nas três primeiras barras do gráfico da Figura 4.15. O valor medido nos ensaios foi normalizado pela largura do canal. No gráfico também é mostrada a massa de partículas de sedimento transportadas para o coletor nos experimentos numéricos, para  $t = 18$  s. A diferença percentual entre o valor numérico e a média dos valores experimentais é indicada acima de cada resultado experimental.

Observa-se que a massa de material transportado aumenta com o aumento do parâmetro  $k_s$  até  $k_s/d_{50}=7$ , acima do qual não parece haver mais influência do parâmetro. O resultado indica um comportamento de fluxo hidraulicamente rugoso para relações acima de  $k_s/d_{50}=7$ , de forma que os grãos se encontram diretamente na camada turbulenta (ver Figura 4.1b). Para relações  $k_s/d_{50} < 7$  o regime hidráulico varia entre transicional e suave, o que se reflete na diminuição da massa de material transportado com a diminuição de  $k_s$ . Este comportamento também é coerente com resultados obtidos por Manenti et al.(2012). A

relação  $k_s/d_{50} = 3$  foi a que melhor representou a média da massa de sedimentos coletada nos ensaios.

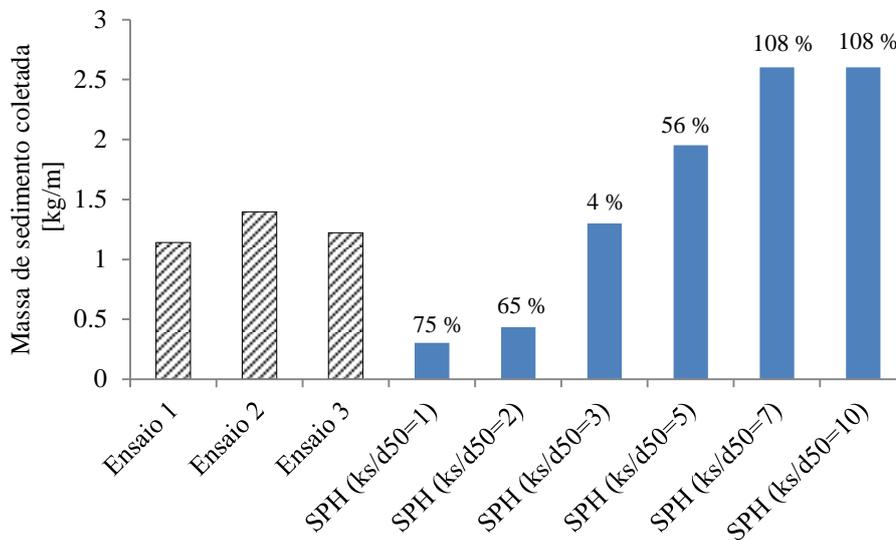


Figura 4.15 – Massa de material erodido por metro de largura para  $t = 18s$

Vale ressaltar que, nesta abordagem, as partículas que não atingirem o critério de Shields precisam ser fixadas no leito (i.e. a velocidade é nula), para evitar deformações excessivas e pouco realistas do domínio de sedimentos (Manenti et al., 2012; Ulrich et al., 2013). Por esse motivo, esta implementação é apropriada para problemas de fluxos que afetem apenas a camada superficial do leito, como é o caso, por exemplo, dos canais fluviais.

No entanto, existem problemas em que o impacto da água no leito produz, além de erosão superficial, uma movimentação de material nas camadas mais profundas do leito. Esse fenômeno é característico dos vertedouros de barragens. Nesses casos, a dinâmica das partículas que não são afetadas pelo critério de Shields, deve ser reproduzida utilizando um modelo apropriado. Esse problema será abordado no Capítulo 5.

## 5. COMBINAÇÃO DO CRITÉRIO DE SHIELDS E DO CRITÉRIO DE DRUCKER-PRAGER

Com o intuito de aproveitar as vantagens dos critérios de Shields e de Drucker-Prager, quando utilizados para definir o início do movimento do material em problemas de erosão de sedimentos, foi implementado, no DualSphysics, um algoritmo que combina ambos os critérios.

O critério de Drucker-Prager, descrito no item 3.2.2.2, é utilizado para calcular a tensão de escoamento em todo o domínio do sedimento. Desta forma, a viscosidade aparente pode ser calculada, utilizando o modelo HBP (equação (2.28)), em todas as partículas do sedimento, a partir da tensão de escoamento. Na camada superficial, a viscosidade aparente é calculada a partir do critério de Shields, eliminando o ruído numérico produzido pelas flutuações da pressão nessa região (ver Figura 3.5).

Assim, o domínio do problema multifásico é dividido cinco regiões, conforme mostrado na Figura 5.1. A região (1) representa o sedimento que não é erodido e, portanto, permanece estático no leito; a região (2) representa o sedimento cuja viscosidade é calculada pelo modelo HBP, utilizando a tensão de escoamento dada pelo critério de Drucker-Prager; a região (3) representa o sedimento cuja viscosidade é calculada pelo modelo HBP, utilizando a tensão de escoamento dada pelo critério de Shields; a região (4) é formada pelas partículas de sedimento em suspensão, cuja viscosidade é calculada pela equação de Vand (1948), em função da concentração de partículas; a região (5) é formada pelas partículas da água.

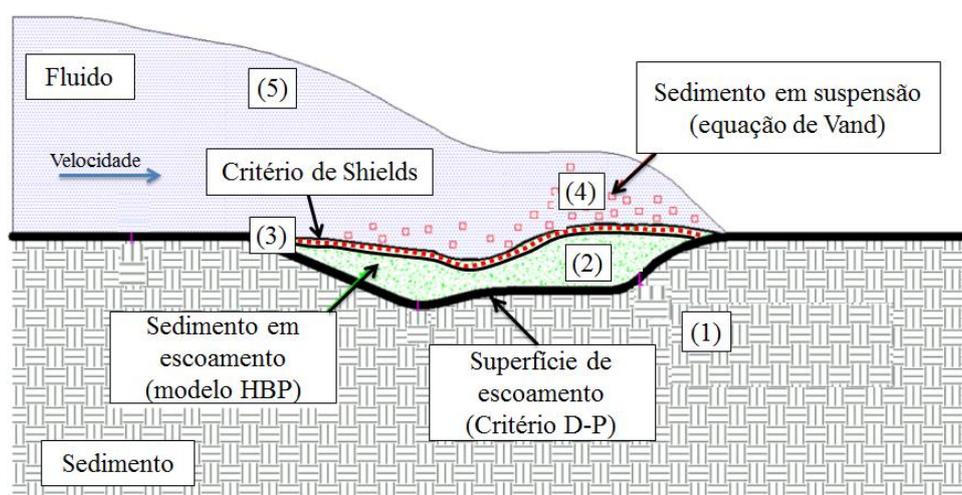


Figura 5.1 – Regiões e superfícies do modelo computacional (modificado de Fourtakas & Rogers (2016)).

A superfície de escoamento que divide as regiões (1) e (2) não é definida explicitamente no código, mas aparece naturalmente, por causa do aumento da tensão de escoamento com a profundidade (equação (3.35)). De modo que as partículas que têm maior tensão de escoamento apresentam valores de viscosidade aparente tão altos que permanecem estáticas.

A superfície que divide as regiões (2) e (3) é delimitada arbitrariamente no código, por meio do procedimento para identificar as partículas na superfície do leito, descrito no item 4.1. No entanto, o comportamento das partículas localizadas na região (3) depende de se atingir ou não o critério de Shields para o início do movimento.

Para uma partícula localizada na superfície do leito, se o valor de tensão atuante no leito for maior ou igual que a tensão cisalhante crítica ( $\tau_b \geq \tau_{b,c}$ ) a partícula é movimentada utilizando a viscosidade aparente calculada segundo o modelo HBP. A tensão de escoamento ( $\tau^y$ ), que precisa ser introduzida na equação (2.28), é substituída pela tensão cisalhante crítica ( $\tau_{b,c}$ ) calculada segundo a equação (4.2). Entretanto, se o valor de tensão atuante no leito for menor que a tensão cisalhante crítica ( $\tau_b < \tau_{b,c}$ ), a tensão de escoamento ( $\tau^y$ ) a ser introduzida na equação (2.28), é calculada conforme o critério de Drucker-Prager, disponível no código (equação (3.35)).

O sedimento em suspensão é identificado por meio da equação (3.36) e a viscosidade das partículas de sedimento localizadas na região (4) é calculada pela equação de Vand (equação (3.37)).

A seguir, são apresentadas comparações qualitativas e quantitativas, entre o modelo proposto e ensaios de ruptura de coluna da água (*dam break*) sobre leitos granulares publicados na literatura. Resultados numéricos obtidos por outros autores também são mostrados.

### **5.1. Simulação do ensaio de Fraccarollo & Capart (2002). Comparações qualitativas.**

Para verificar a aplicabilidade da combinação dos critérios de Shields e de Drucker-Prager para simular o transporte de partículas e o efeito do impacto da água na camada de sedimentos, foi reproduzido o ensaio de colapso de coluna da água realizado por Fraccarollo & Capart (2002). O caso já foi simulado por Ulrich et al. (2013) e Fourtakas & Rogers (2016).

Desta forma, o resultado obtido pela implementação realizada nesta pesquisa pode ser comparado com o resultado experimental e com outros resultados numéricos.

O ensaio consiste na ruptura de uma coluna da água sobre um leito construído com peças cilíndricas de PVC de diâmetro de 3,5 mm e densidade de  $1540 \text{ kg/m}^3$ . O esquema do experimento é mostrado na Figura 5.2.

Para facilitar a comparação, a geometria em duas dimensões (2D) foi configurada no DualSphysics usando como base a configuração (i.e. resolução da malha de pontos, parâmetros numéricos e parâmetros físicos não fornecidos pelos autores do ensaio) utilizada por Fourtakas & Rogers (2016). Foi utilizada uma distância entre partículas  $dp=0,002 \text{ m}$ , gerando 25.500 partículas da água e 49.450 partículas de solo. Os parâmetros da simulação são resumidos na Tabela 5.1.

Foram rodados dois casos, no primeiro se utilizou o critério de Drucker-Prager (DP) e no segundo a combinação dos critérios de Drucker-Prager e Shields (DP-Shields).

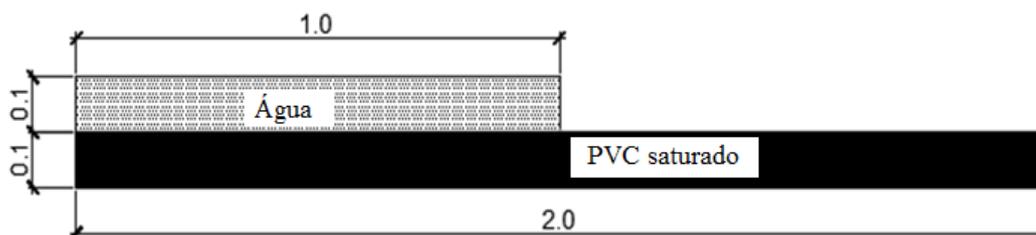


Figura 5.2 – Esquema do experimento de Fraccarollo & Capart (2002)

Tabela 5.1 - Parâmetros utilizados nas simulações da ruptura de uma coluna da água.

Parâmetro	Valor
Viscosidade da água [Pa.s]	$10^{-3}$
Viscosidade do sedimento [Pa.s]	$5 \cdot 10^{-4}$
Rugosidade equivalente do grão[m]	0,0035 ( $k_s/d_{50}=1$ )
Ângulo de atrito [graus]	31
Coesão [Pa]	100
$n$ [-]	1,2
$m$ [-]	100

Nas Figura 5.3 à Figura 5.6 são apresentadas as fases (água, sedimento e material erodido) produzidas pelo avanço da água sobre leito de sedimentos. A imagem (a) de cada figura foi obtida por Fraccarollo & Capart (2002) e mostra a interface água-sedimento estimada a partir de processamento de imagens captadas durante o experimento. As áreas pontilhadas e tracejadas indicam as zonas onde existem partículas do leito sendo transportadas pela água. As imagens (b), (c) e (d) de cada figura correspondem aos casos computacionais. As partículas azuis representam a água e as vermelhas o sedimento. Cores verde-amarelas representam as partículas que estão sendo erodidas nesse instante de tempo.

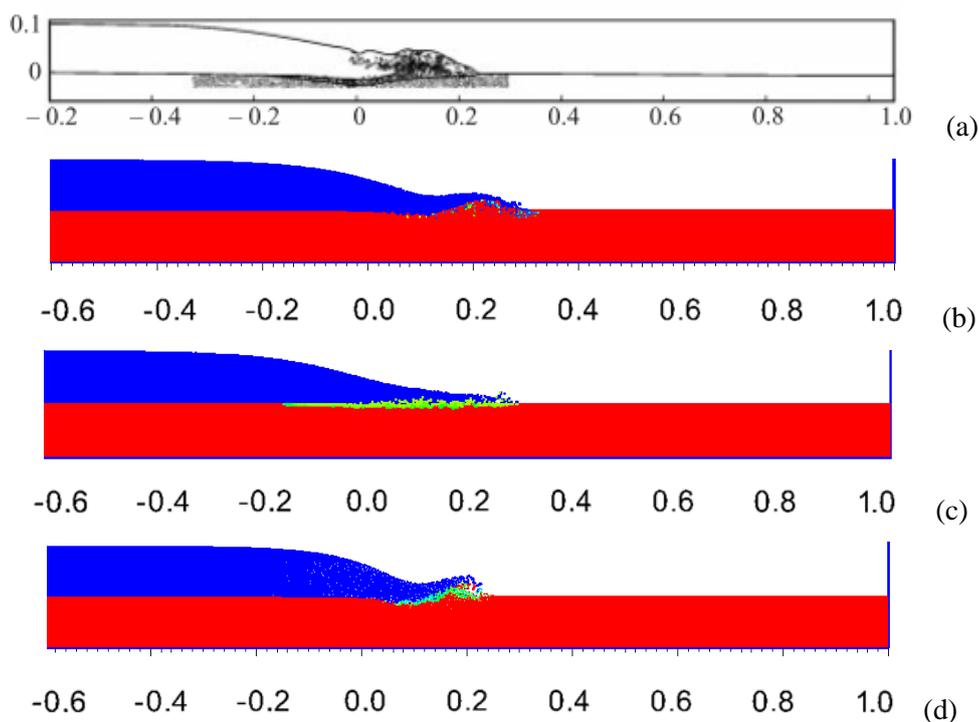


Figura 5.3 – Fases do experimento de ruptura de coluna da água para  $t=0,25s$ . a) Resultado experimental b) Critério de DP c) Critério de Shields d) Critério combinado DP+Shields.

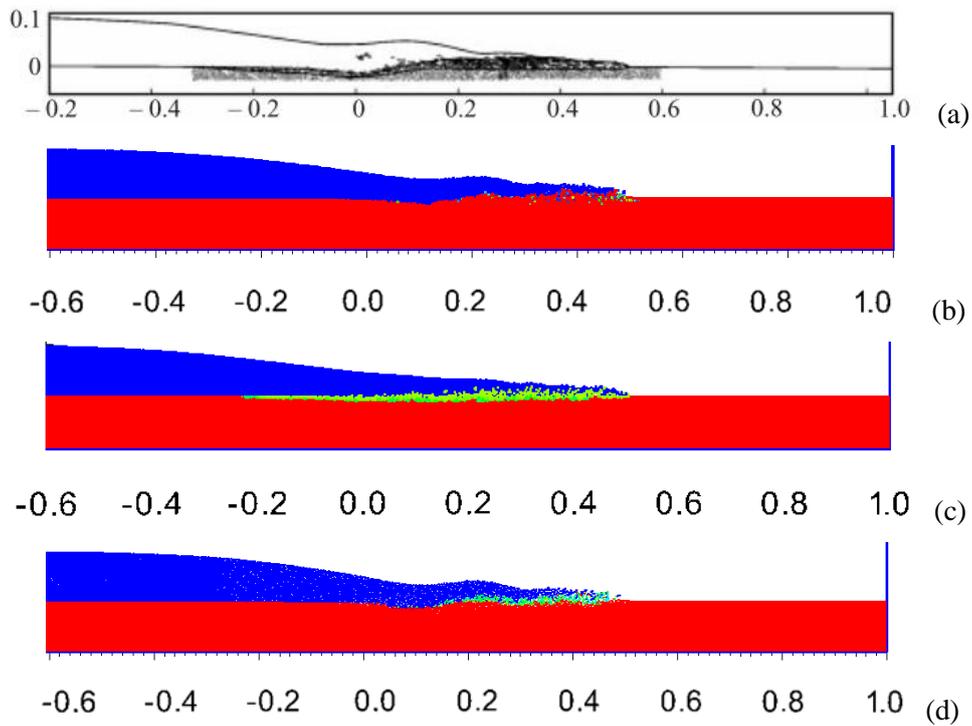


Figura 5.4 - Fases do experimento de ruptura de coluna da água para  $t=0,50s$ . a) Resultado experimental b) Critério de DP c) Critério de Shields d) Critério combinado DP+Shields.

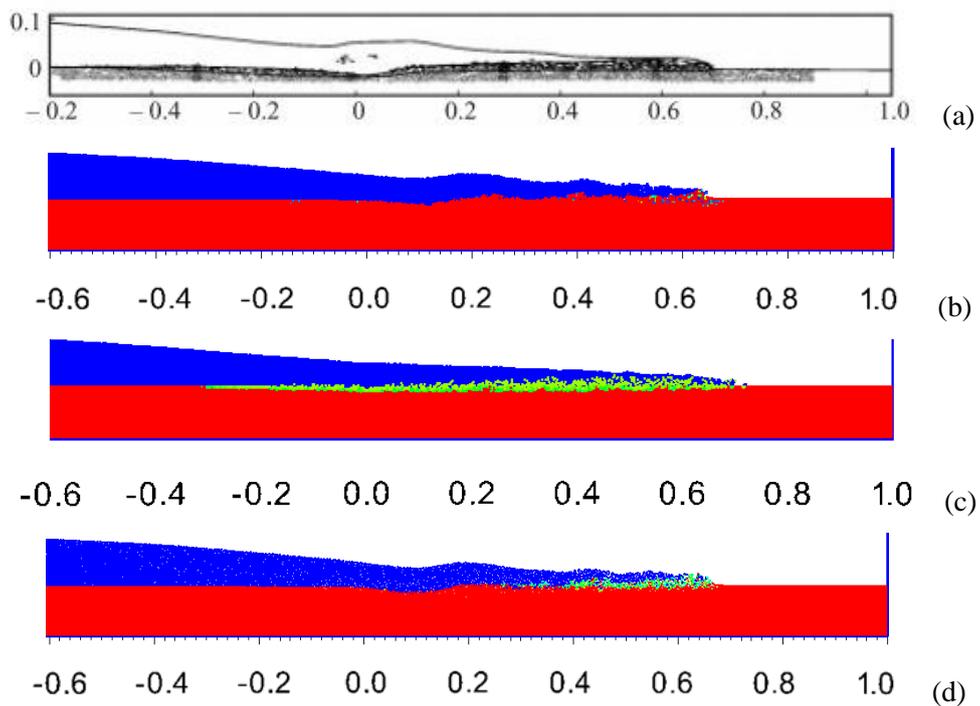


Figura 5.5 – Fases do experimento de ruptura de coluna da água para  $t=0,75s$ . a) Resultado experimental b) Critério de DP c) Critério de Shields d) Critério combinado DP+Shields.

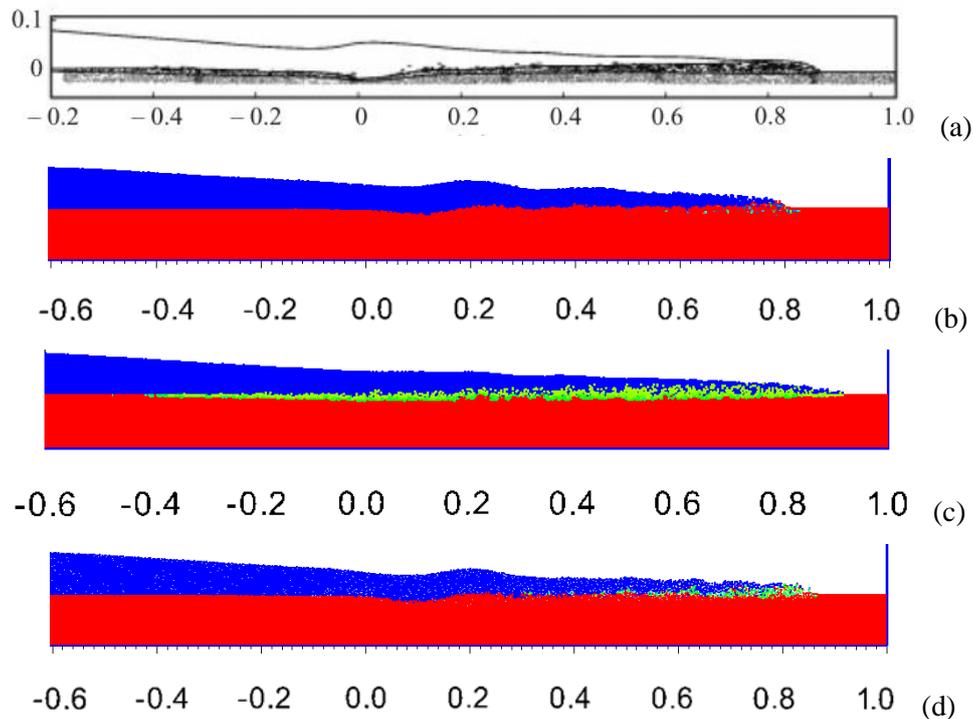


Figura 5.6 - Fases do experimento de ruptura de coluna da água para  $t=1,00s$ . a) Resultado experimental b) Critério de DP c) Critério de Shields d) Critério combinado DP+Shields.

O critério de Drucker-Prager, representado na imagem (b) da Figura 5.3 à Figura 5.6, gerou uma superfície ondulada, similar à observada experimentalmente; enquanto o critério de Shields, representado nas imagens (c) conseguiu mobilizar o material de uma forma mais parecida com a obtida experimentalmente. Esse resultado pode estar relacionado com o fato de que na implementação computacional do critério de Shields é necessário fixar a posição das partículas que não estão sendo erodidas. Isto impede o rearranjo do leito devido às tensões geradas pelo impacto da ruptura da coluna da água, o que acontece naturalmente quando o critério de Drucker-Prager é utilizado. A combinação dos critérios de Shields e Drucker-Prager, representado na imagen (d) de cada figura, gerou um comportamento mais próximo do observado no experimento, combinando as vantagens de ambos os critérios.

Na Figura 5.7 à Figura 5.10 são representadas a superfície livre e a interface água-sedimento obtidas pelo processamento de imagens de Fraccarollo & Capart (2002) e pelos modelos computacionais de Ulrich et al. (2013), Fourtakas & Rogers (2016) e o implementado nesta pesquisa, identificado nos gráficos como “DP + Shields”.

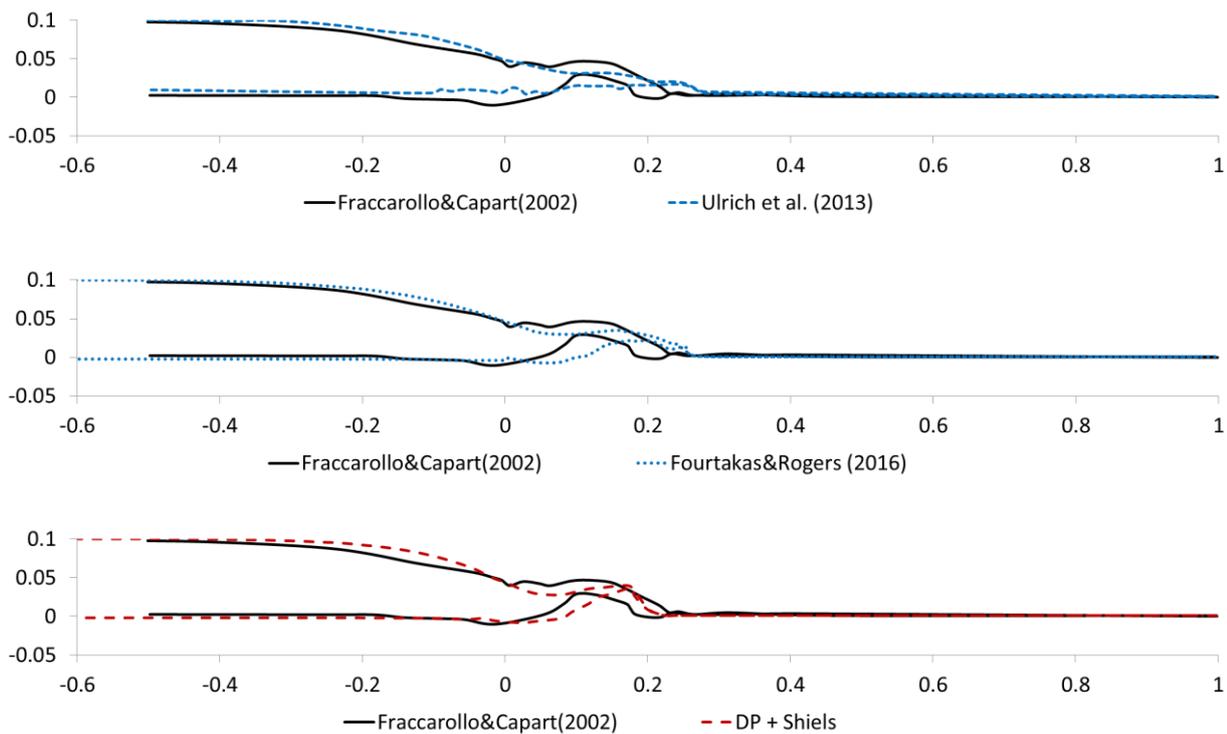


Figura 5.7 – Superfície livre e interface água-sedimento obtida experimental e numericamente para  $t=0,25s$

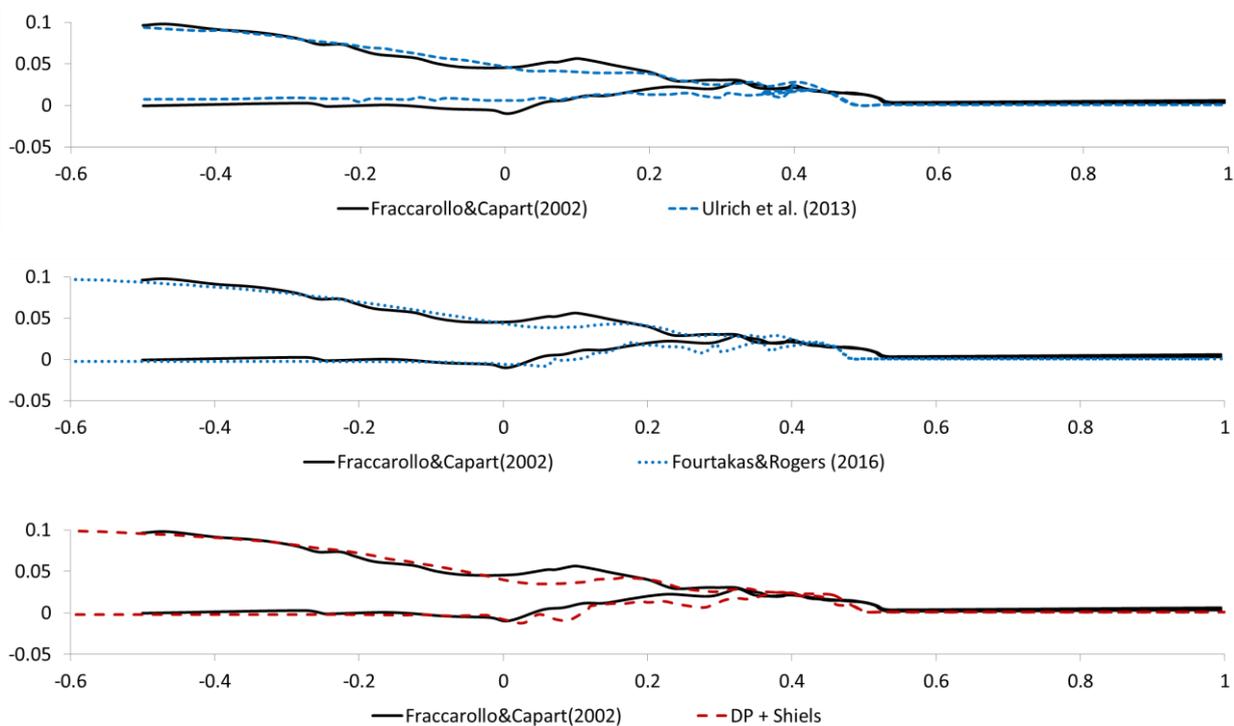


Figura 5.8 – Superfície livre e interface água-sedimento obtida experimental e numericamente para  $t=0,50s$

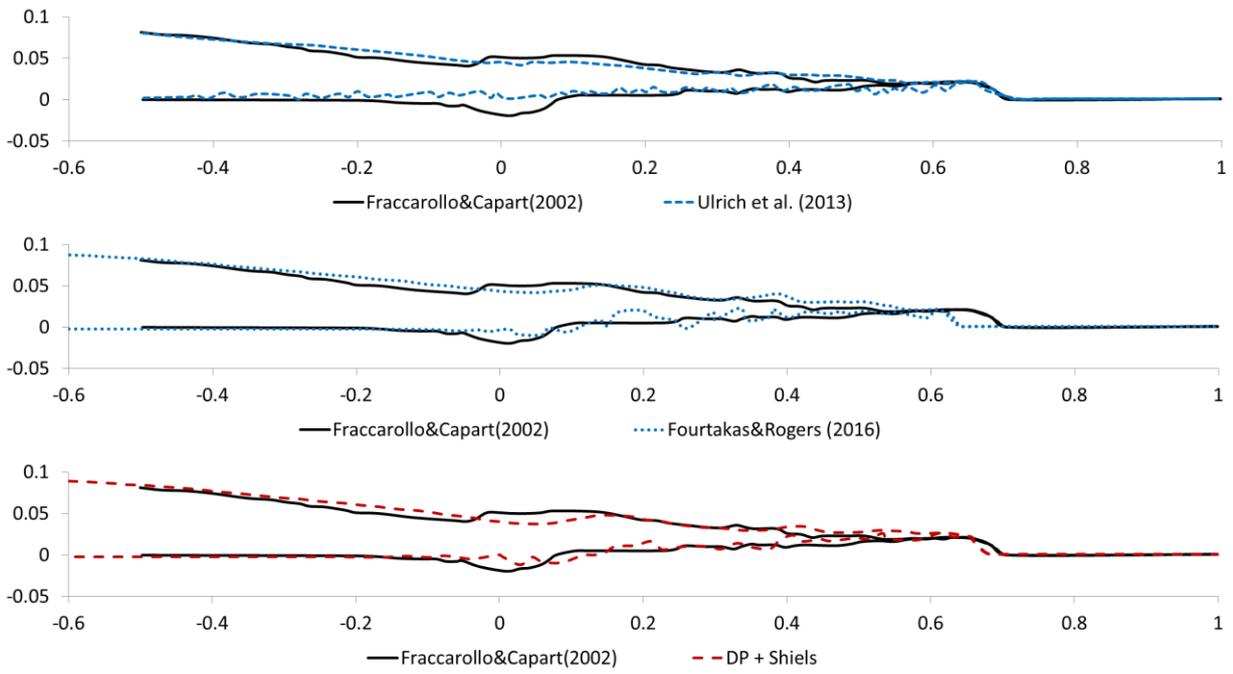


Figura 5.9 – Superfície livre e interface água-sedimento obtida experimental e numericamente para  $t=0,75s$

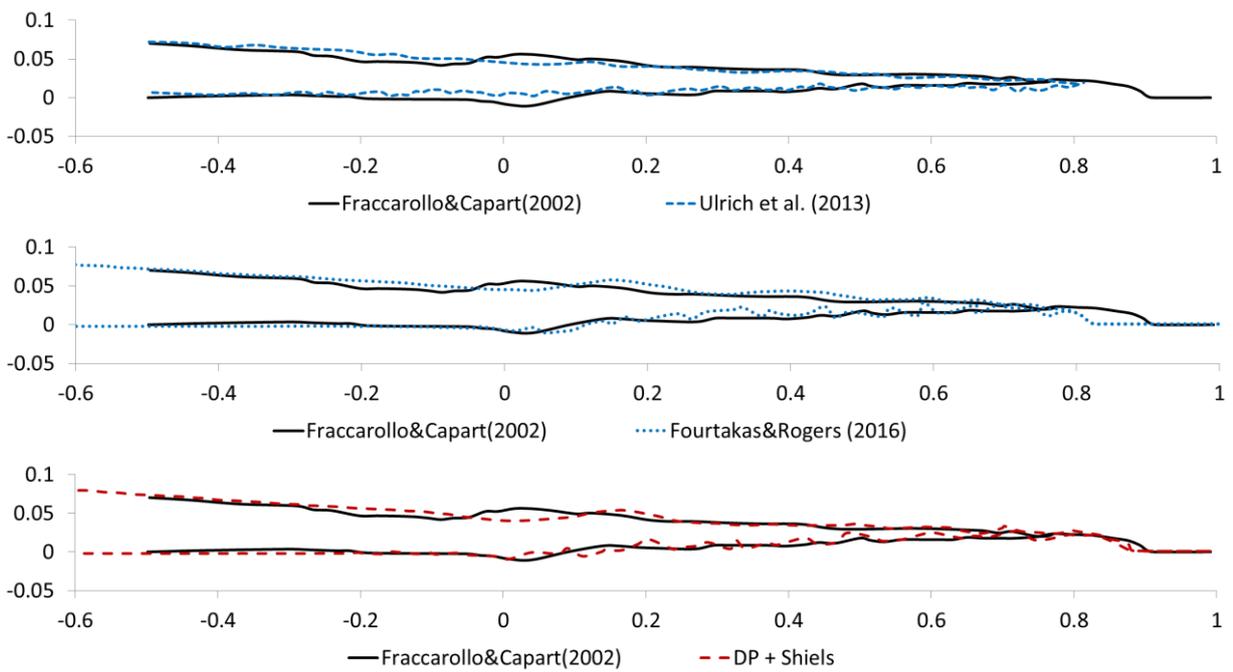


Figura 5.10 – Superfície livre e interface água-sedimento obtida experimental e numericamente para  $t=1,00s$

Observa-se que os três modelos numéricos conseguem resultados próximos do experimental. No entanto, a combinação do critério de ruptura e do critério hidráulico (DP+Shields) consegue reproduzir muito bem o avanço da frente de onda. Vale ressaltar que se trata de comparações qualitativas. No próximo item, comparações quantitativas serão apresentadas.

## 5.2. Simulação do ensaio de Spinewine & Zech (2007). Comparações quantitativas.

Neste item, são simulados os ensaios de ruptura de coluna de água sobre leito de sedimentos realizados por Spinewine & Zech (2007). Os ensaios foram feitos em um canal de seis metros de comprimento, equipado com uma comporta de movimento descendente. O experimento foi acompanhado por um sistema de captação de imagens de alta velocidade. Os dados obtidos do processamento de imagens foram fornecidos pelos autores em um suplemento eletrônico, o que facilita a realização de comparações qualitativas e validações. As características físicas e propriedades mecânicas do material do leito, fornecidas pelos autores do experimento, são resumidas na Tabela 5.2.

Os ensaios de Spinewine & Zech (2007) foram realizados utilizando seis configurações iniciais diferentes, como mostrado na Figura 5.11. Foram selecionados, para realizar as validações, os casos (a), (b), (d) e (f). Os casos (c) e (e) foram eliminados por não possuírem características relevantes para o fenômeno de interesse.

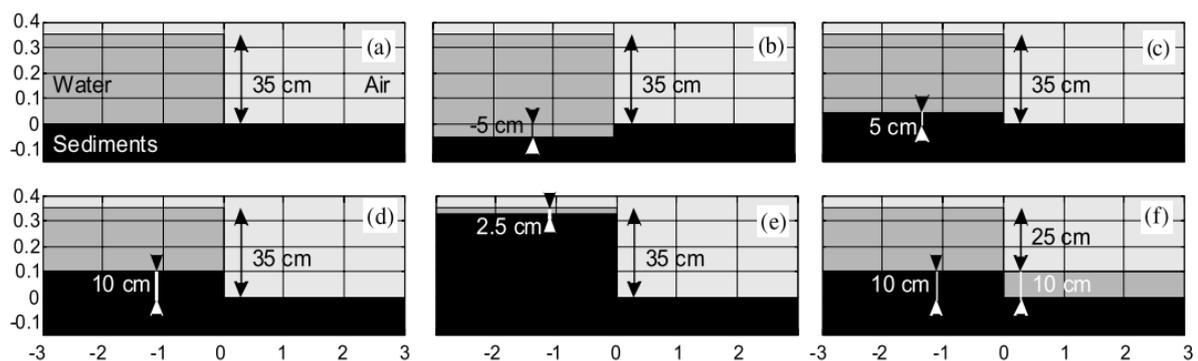


Figura 5.11 – Configuração inicial dos experimentos de Spinewine & Zech(2007). a) Leito plano b) Leito levantado 5cm a jusante c) Leito levantado 5cm a montante d) Leito levantado 10cm a montante e) Leito levantado 25 cm a montante f) Leito levantado 10 cm a montante com superfície inundada a jusante.

Tabela 5.2 – Propriedades físicas do material do leito dos experimentos de Spinewine & Zech (2007)

Propriedade	PVC	Areia
$d_{50}$ [mm]	3,90	1,82
Densidade [kg/m <sup>3</sup> ]	1580	2683
Ângulo de atrito [graus]	38	30
Coesão [kPa]	0	0

O ensaio foi reproduzido no DualSphysics por meio de casos 2D. Os parâmetros físicos foram introduzidos conforme a Tabela 5.2. Os parâmetros do modelo HBP foram  $n=2$  e  $m=150$ . O valor  $n=2$  foi selecionado para simular um comportamento dilatante do material, em concordância com as observações de (Jeong, 2013) para areias finas. O valor de  $m=150$  evita taxas de deformação excessivas para tensões baixas e é similar ao utilizado por Fourtakas & Rogers (2016) para simular um ensaio tridimensional de ruptura de coluna da água. No entanto os parâmetros  $n$  e  $m$  podem ser obtidos para diversos materiais do leito por meio de ensaios em reômetro.

### 5.2.1. Simulação do movimento da comporta

Para melhor reproduzir o ensaio foi implementado, no DualSphysics, um algoritmo para simular o movimento descendente da comporta. Segundo Spinewine & Zech (2007), a comporta é retirada em 0,15s. Para simular isso, a componente horizontal da velocidade, na linha de pontos situada na posição da comporta, foi explicitamente zerada no tempo  $t=0$ . A restrição de velocidade é eliminada de cima para baixo, em passos de tempo sucessivos, na mesma velocidade da porta descendente no experimento físico. Vale ressaltar que a saída descendente da comporta, muda drasticamente a forma do colapso da coluna da água, quando comparada com ensaios de *dam break* tradicionais, nos quais a porta é removida num movimento ascendente. Nesses casos, a água mostra uma forma de cogumelo nos estágios iniciais de tempo (Stansby et al., 1998), enquanto com a porta descendente, a coluna da água adota uma forma côncava nos estágios iniciais e impacta o leito com maior força.

Na Figura 5.12(a)-(d) são mostradas, para diferentes tempos, as imagens do colapso da coluna da água obtidas no ensaio (à esquerda de cada figura) e no modelo numérico (à direita

de cada figura). Observa-se que o modelo computacional reproduz corretamente a forma geométrica da coluna da água. No entanto, é necessário ressaltar que a saída da porta altera o estado do material do leito no local onde a peça é posicionada inicialmente. Os círculos vermelhos na Figura 5.13 mostram áreas de visível afofamento do material. Esse comportamento não é reproduzido pelo modelo computacional, já que não há um elemento físico atravessando a camada de sedimentos.

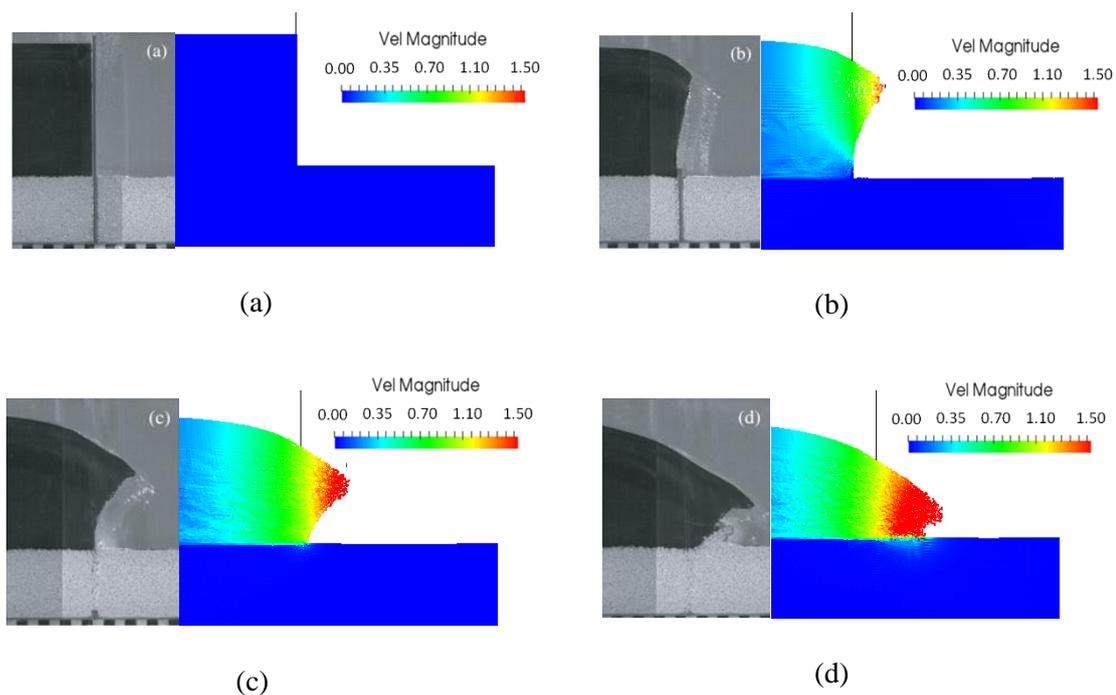


Figura 5.12 – Imagens da ruptura da coluna da água durante o descenso da comporta. a) Condição inicial ( $t = 0$ ); b)  $t = 0,05$ ; c)  $t = 0,10$ ; d)  $t = 0,15$

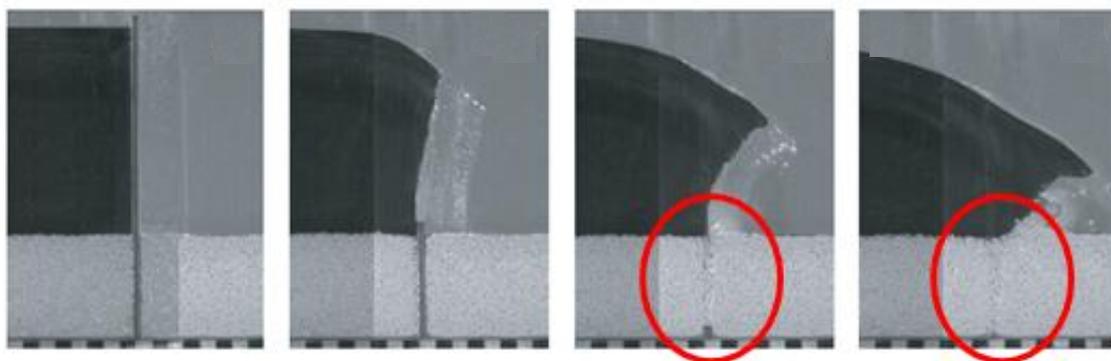


Figura 5.13 – Efeito da saída da comporta através do leito.

### 5.2.2. Resolução da malha de pontos

A resolução da malha de pontos a ser utilizada, dada pela distância entre partículas ( $dp$ ), foi determinada considerando dois critérios: (i) a massa de material erodido por metro de largura do canal [kg/m] ao final do experimento e (ii) a velocidade de avanço da frente de onda.

Inicialmente, foi avaliada a condição (i), utilizando a configuração inicial (a) com diferentes valores de  $dp$ , conforme mostrado na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Resoluções da malha de pontos testadas.

$dp$ [m]	Quantidade de partículas geradas
0,016	14254
0,008	55152
0,004	219052
0,002	868602

Na geometria definida no DualSphysics foi acrescentado, a jusante do canal, um reservatório para armazenar as partículas erodidas após a passagem da onda da água. A quantidade de partículas sólidas ( $Np$ ) coletadas após 10s de simulação foi quantificada e a massa de sedimento erodida foi calculada conforme a equação (4.7). Esse valor é comparado com a massa coletada no experimento físico, normalizada pela largura do canal experimental. O resultado, para diferentes rugosidades equivalentes do grão ( $k_s$ ) é apresentado nos gráficos da Figura 5.14 e Figura 5.15.

Nota-se que é possível reproduzir o resultado experimental utilizando diferentes combinações de rugosidade equivalente do grão ( $k_s$ ) e resolução da malha de pontos ( $dp$ ). Para uma mesma resolução, maiores valores de  $k_s$  resultam em maior massa de sedimento erodido. Esse resultado é coerente com o comportamento observado nas simulações do canal hidráulico (item 4.2) e com resultados reportados por Manenti et al.(2012).

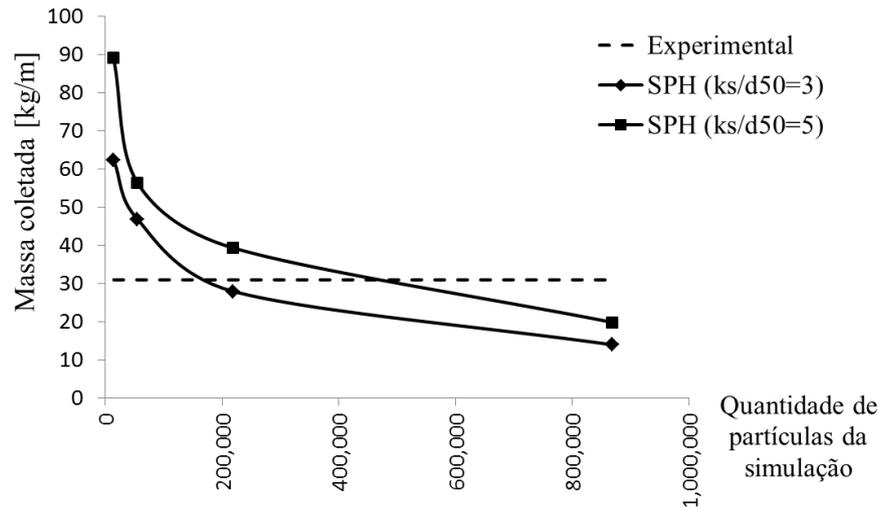


Figura 5.14 – Massa de sedimento coletada ao final do ensaio com leito de PVC, para diferentes resoluções da malha de pontos.

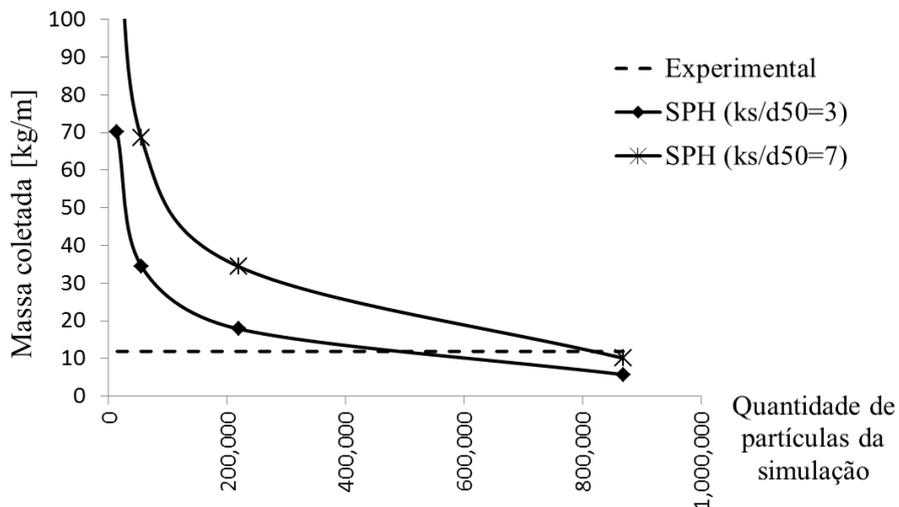


Figura 5.15 – Massa de sedimento coletada ao final do ensaio com leito de areia, para diferentes resoluções da malha de pontos.

A observação da velocidade de avanço da frente de onda (condição (ii)) permite eliminar a ambiguidade gerada pela condição (i). Nas simulações realizadas, para diferentes resoluções da malha de pontos, observou-se que a velocidade de avanço da frente de onda muda com a resolução utilizada. Quanto menor a distância entre partículas ( $dp$ ), maior a velocidade do avanço da onda, conforme mostrado na Figura 5.16.

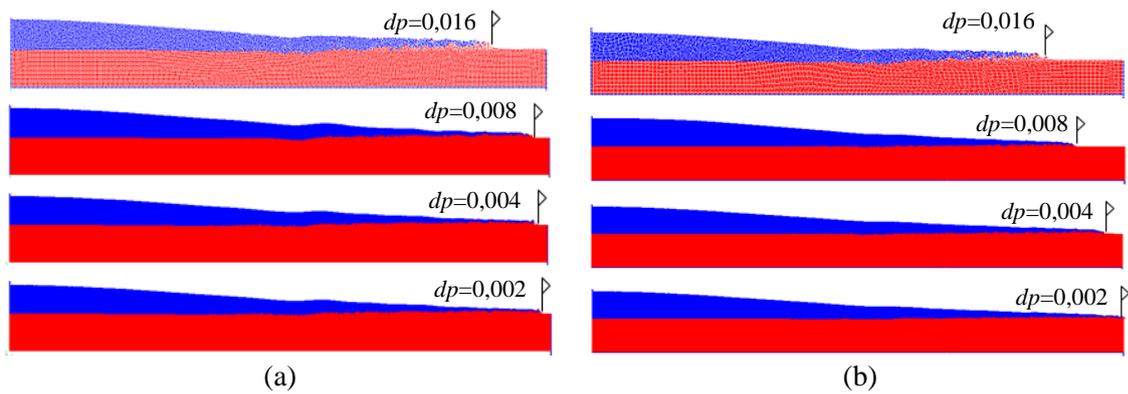


Figura 5.16 – Avanço da frente da onda para diferentes resoluções da malha de pontos. a) Leito de PVC, b) Leito de areia.

Desta forma, foi utilizada uma distância entre partículas  $dp = 0,004$  m e uma rugosidade equivalente do grão  $k_s/d_{50} = 3$  para modelar os casos com leito de PVC. Para o leito de areia foi usada uma distância entre partículas  $dp = 0,002$  m e uma rugosidade equivalente do grão  $k_s/d_{50} = 7$ . Assim, no leito de PVC foram geradas 219052 partículas para as configurações (a), (b) e (d), e 237802 partículas para o caso (f). Já no leito de areia, foram utilizadas 868602 partículas para as configurações (a), (b) e (d), e 943602 partículas para o caso (f).

### 5.2.3. Massa de sedimento erodido

No suplemento eletrônico de Spinewine & Zech (2007) é disponibilizada a massa de material coletado para as configurações (a), (b) e (d). O resultado para o caso (f) não é disponibilizado. O gráfico da Figura 5.17 mostra a massa por metro de largura do canal coletada ao final de cada ensaio, junto com o resultado numérico e a diferença percentual entre os valores. Os casos computacionais foram rodados por 10s e o valor da massa coletada foi calculada conforme a equação (4.7).

Os valores de massa coletada nos experimentos numéricos ficaram próximos dos valores experimentais em todos os casos. Apesar da análise da resolução da malha de pontos ter sido feita apenas para o caso (a), nota-se que os casos (b) e (d) apresentam a mesma tendência, em ambos os materiais. Os valores calculados foram em média 19,6% inferiores em relação aos observados no caso de leito de PVC e 15,9% inferiores no caso do leito de areia.

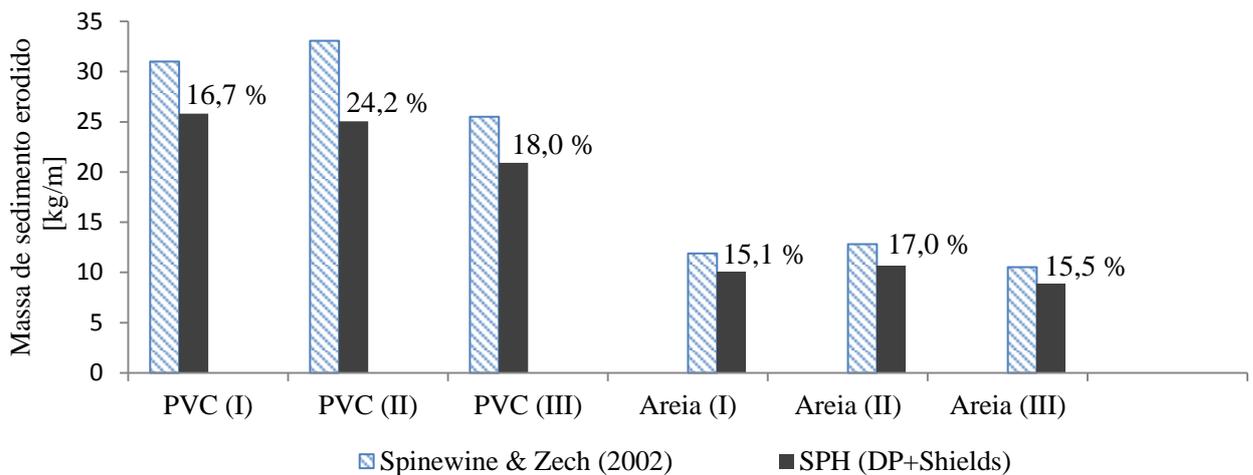


Figura 5.17 – Massa de sedimento coletada ao final do ensaio. Resultados numéricos e experimentais.

#### 5.2.4. Identificação das interfaces durante o processo erosivo

O processamento das imagens obtidas durante o ensaio permitiu a Spinewine & Zech (2007) identificar três regiões: o sedimento fixo, o sedimento em movimento e a água limpa. Os contornos de cada zona foram definidos por uma curva, utilizando técnicas específicas para processamento de imagens subsequentes.

As interfaces também podem ser definidas nos experimentos numéricos, por meio do processamento dos arquivos de saída do DualSphysics. Na Figura 5.18 à Figura 5.21 são apresentados os resultados obtidos para o leito de PVC, para as quatro configurações estudadas. Na Figura 5.22 à Figura 5.25 são mostrados os resultados para o leito de areia.

Em cada figura aparece representada a superfície livre ( $Z_w$ , linha superior), a interface água-sedimento ( $Z_s$ , linha intermediária) e a interface entre o leito fixo e o sedimento em movimento ( $Z_b$ , linha inferior). Linhas pontilhadas representam as superfícies obtidas por Spinewine & Zech (2007) a partir do processamento das imagens do ensaio. Linhas contínuas representam as superfícies obtidas pelo modelo numérico, identificado como “DP + Shields”. São mostrados os gráficos para o tempo  $t = 0,25$  e  $t = 1,50$  s. Passos de tempo intermediários são apresentados nos Anexos I ao IV.

Cada superfície experimental foi obtida a partir das coordenadas  $(x, z)$  de 391 pontos, fornecidas no suplemento eletrônico de Spinewine & Zech (2007). As superfícies numéricas

foram geradas isolando as fases água, sedimento em movimento e sedimentos fixos, no software Paraview (Ahrens et al., 2005), e determinando a cota dos pontos de maior altura de cada uma das fases, por meio de uma rotina no Matlab. Nesta rotina, se faz coincidir a posição ( $x$ ) dos pontos plotados, com a posição dos pontos fornecidos por Spinewine & Zech (2007). Desta forma, é possível calcular o Erro Quadrático Médio de cada superfície, também mostrado nas figuras.

Assim, nos gráficos da Figura 5.18 à Figura 5.25 e nos Anexos I ao IV, as siglas  $E(Z_w)$ ,  $E(Z_s)$  e  $E(Z_b)$  se referem ao Erro Quadrático Médio da superfícies livre, da interface água-sedimento e da interface entre o leito fixo e o sedimento em movimento, respectivamente. Para facilitar a visualização, nestes gráficos, a escala vertical é magnificada cinco vezes.

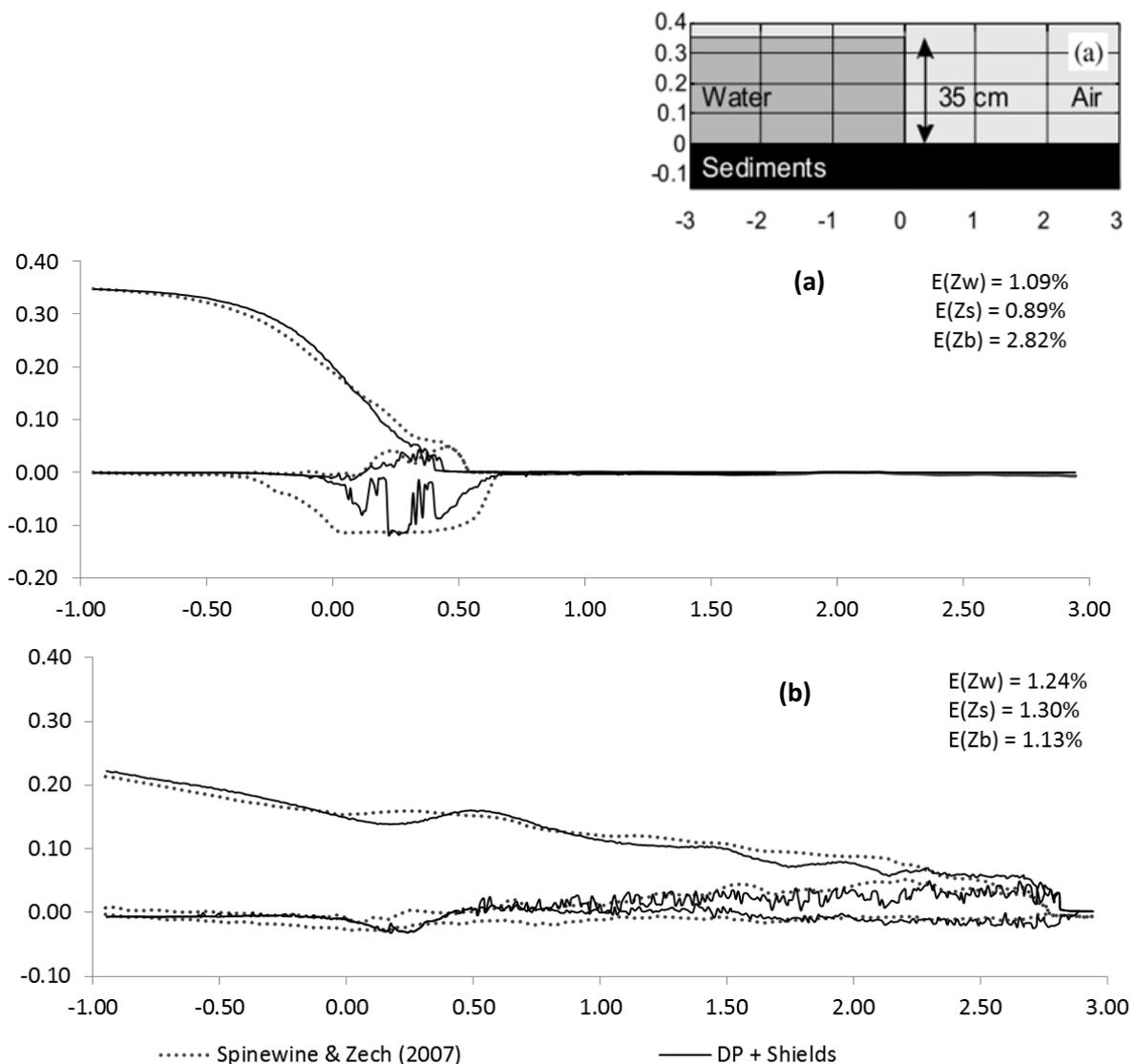


Figura 5.18 – Configuração (a) de Spinewine & Zech(2007), leito de PVC. a) Interfaces para  $t = 0,25$  s. b) Interfaces para  $t = 1,50$  s.

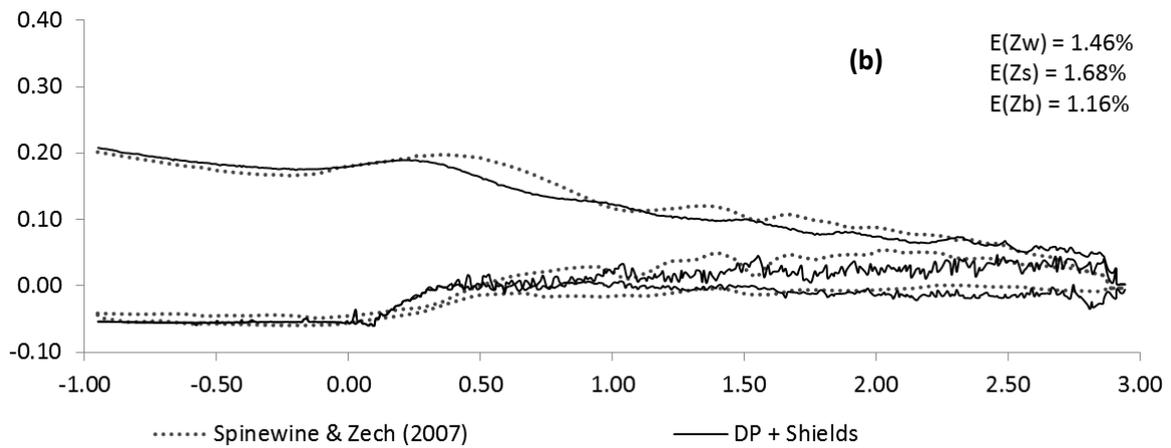
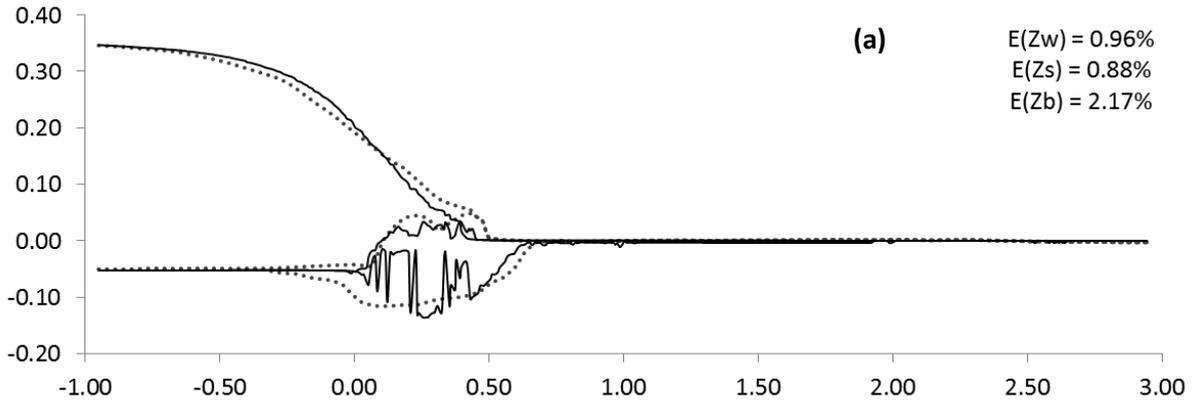
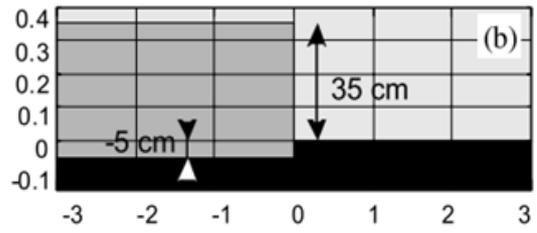


Figura 5.19 – Configuração (b) de Spinewine & Zech(2007), leito de PVC. a) Interfaces para  $t = 0,25$  s. b) Interfaces para  $t = 1,50$  s.

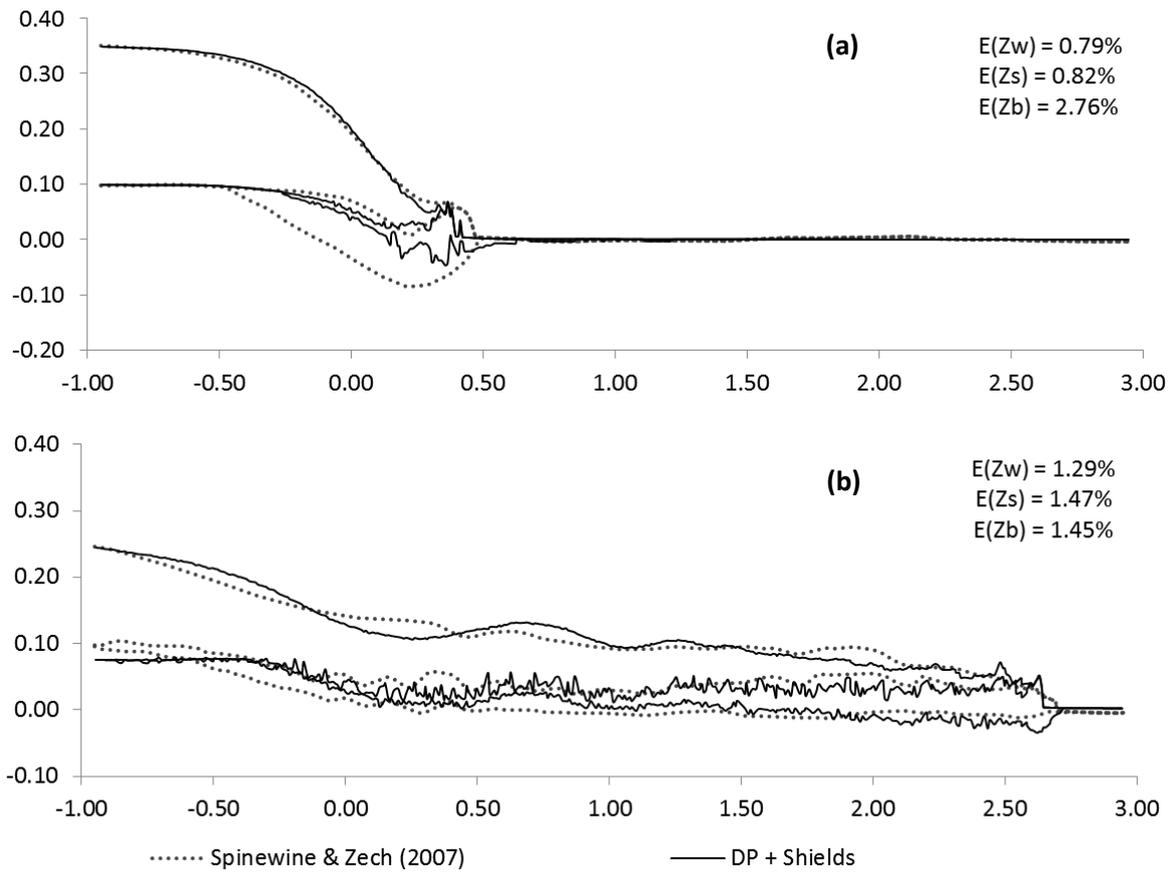
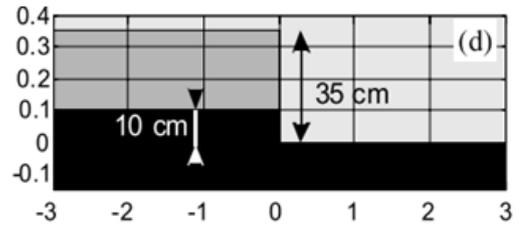


Figura 5.20 – Configuração (d) de Spinewine & Zech(2007), leito de PVC. a) Interfaces para  $t = 0,25$  s. b) Interfaces para  $t = 1,50$  s.

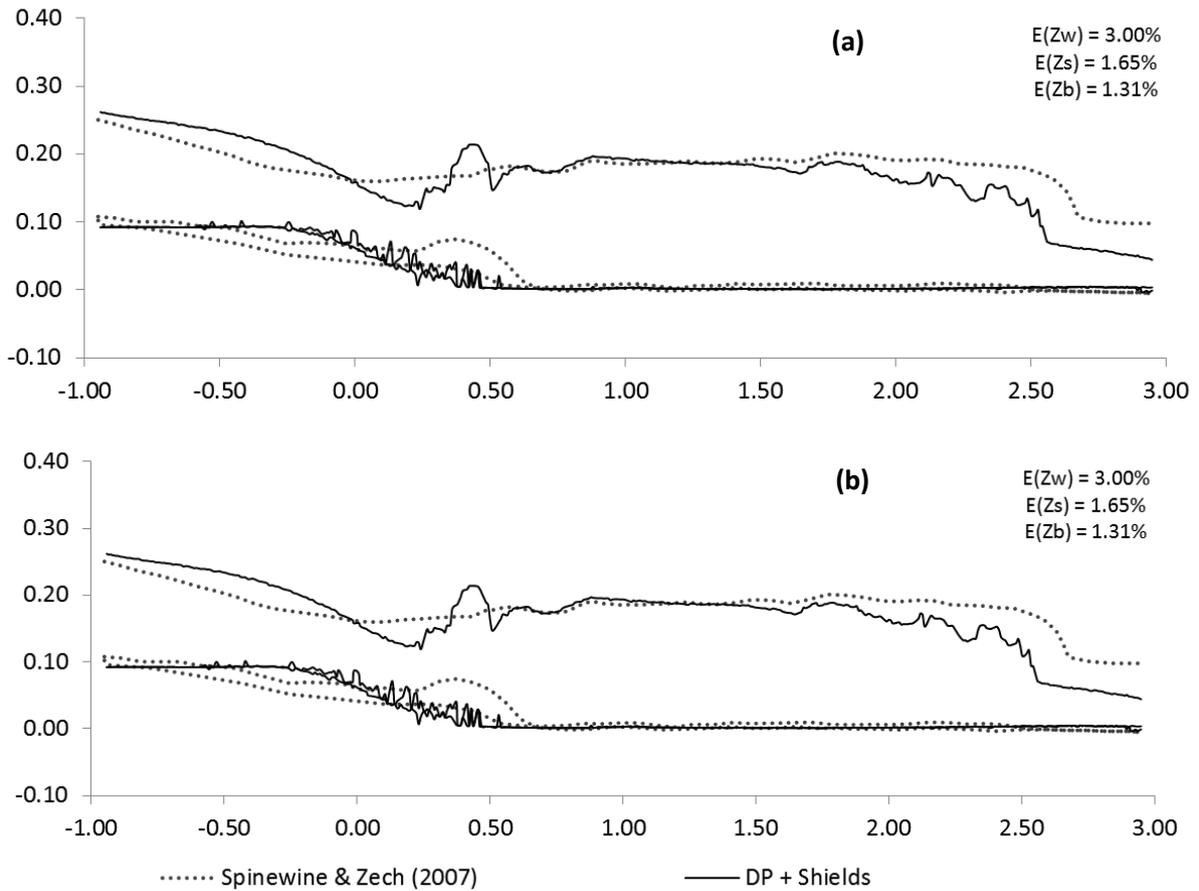
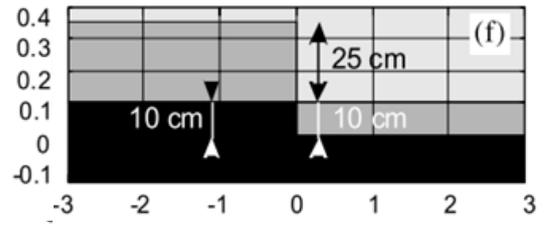


Figura 5.21 – Configuração (f) de Spinewine & Zech(2007), leito de PVC. a) Interfaces para  $t = 0,25$  s. b) Interfaces para  $t = 1,50$  s.

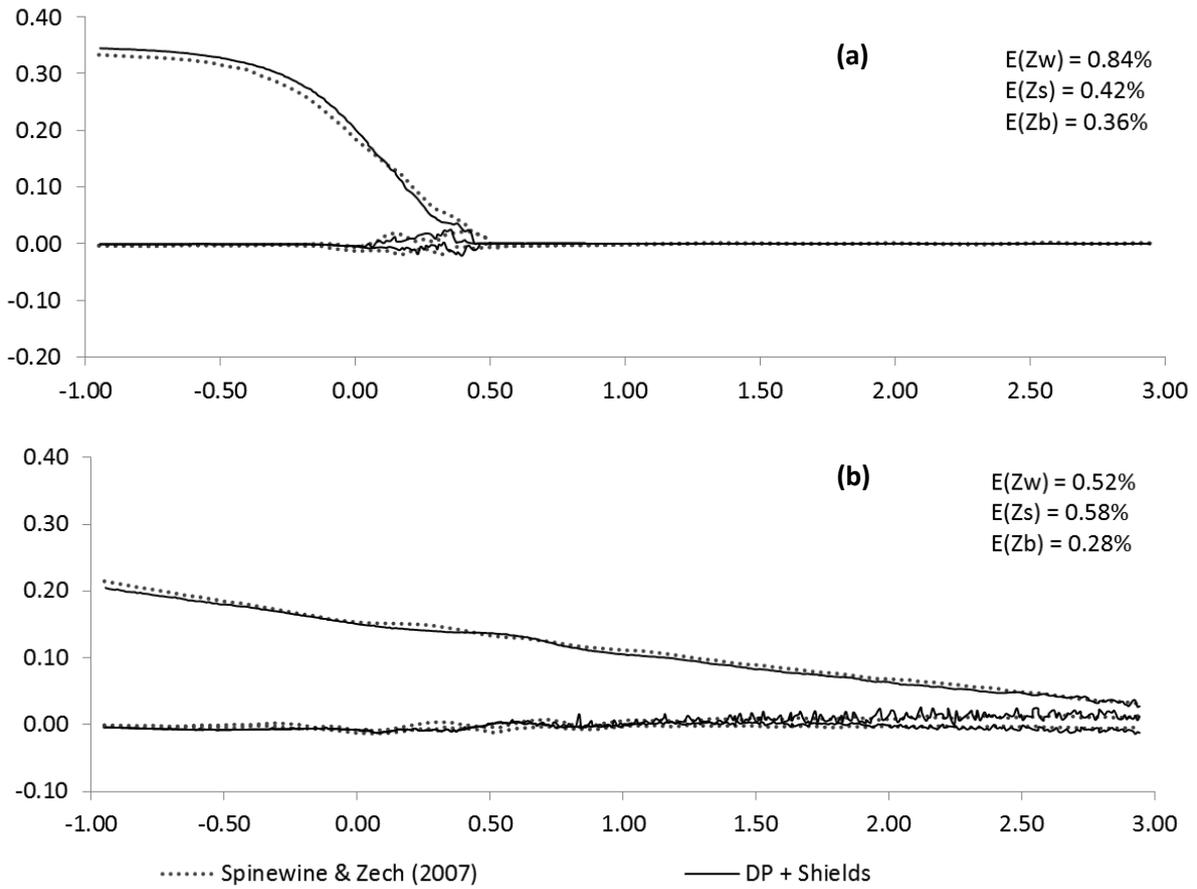
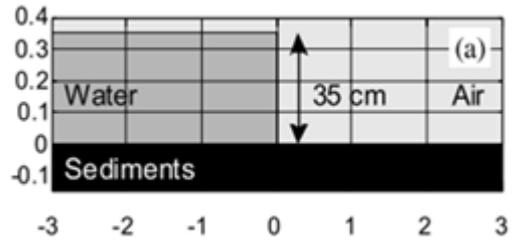


Figura 5.22 – Configuração (a) de Spinewine & Zech(2007), leito de areia. a) Interfaces para  $t = 0,25$  s. b) Interfaces para  $t = 1,50$  s.

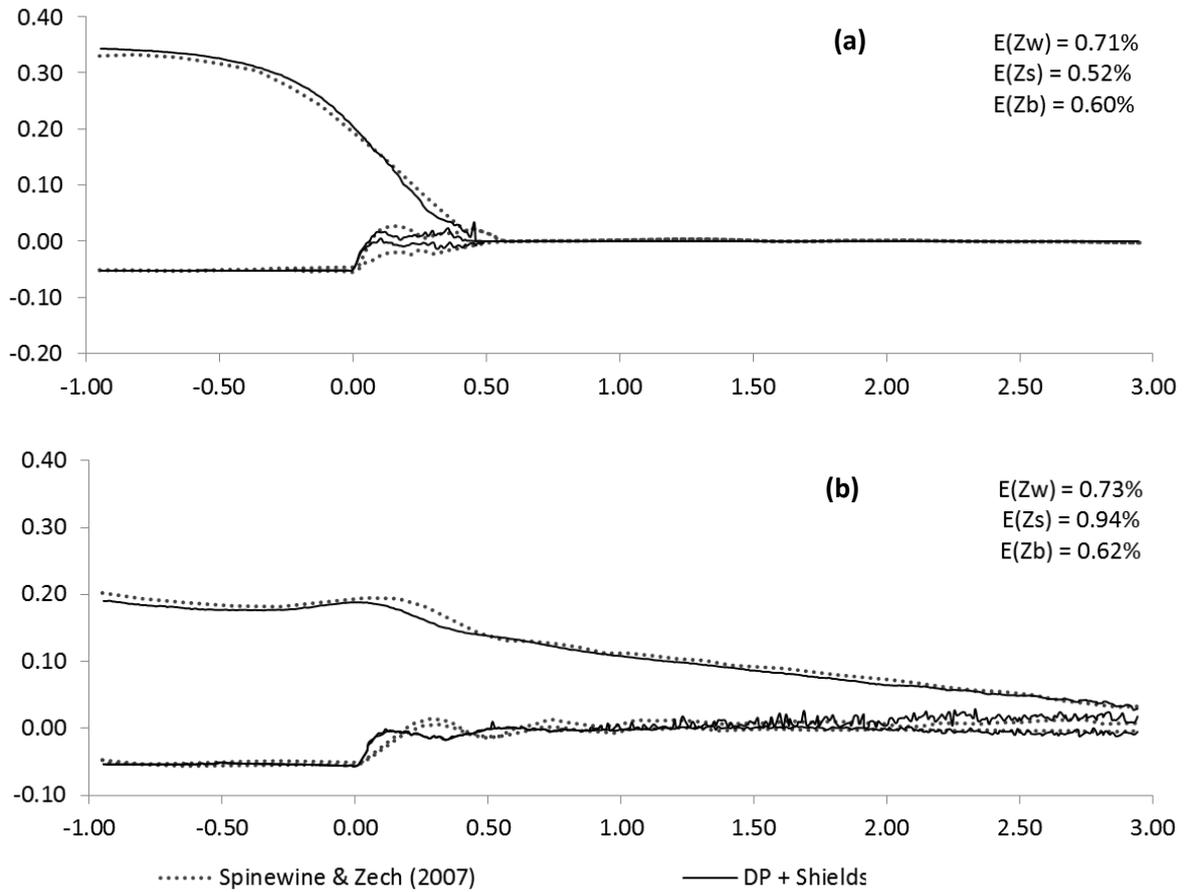
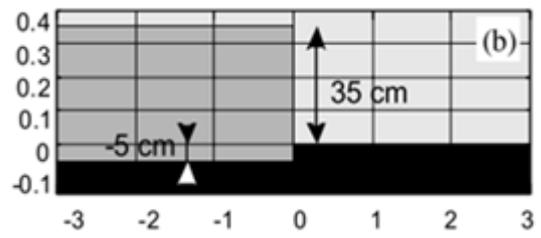


Figura 5.23 – Configuração (b) de Spinewine & Zech(2007), leito de areia. a) Interfaces para  $t = 0,25$  s. b) Interfaces para  $t = 1,50$  s.

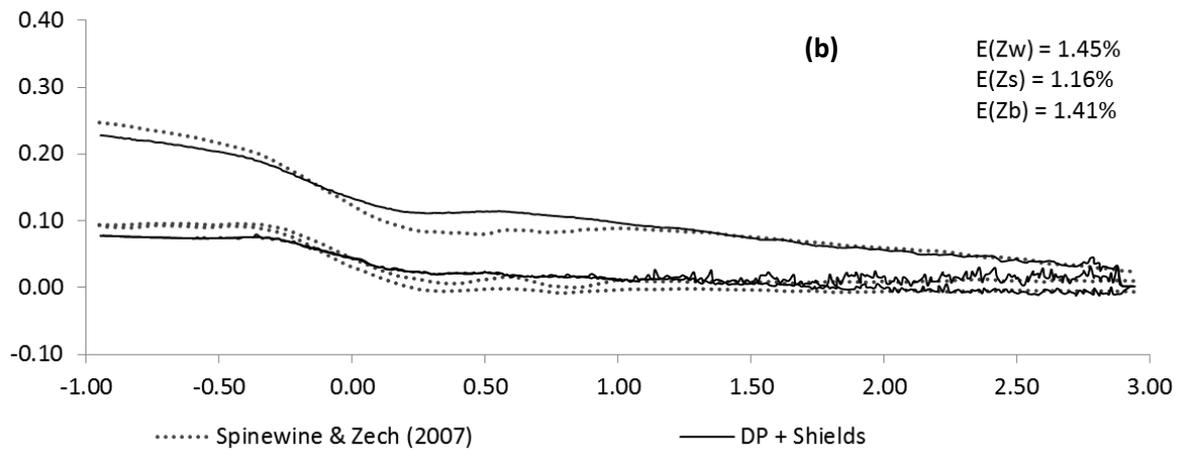
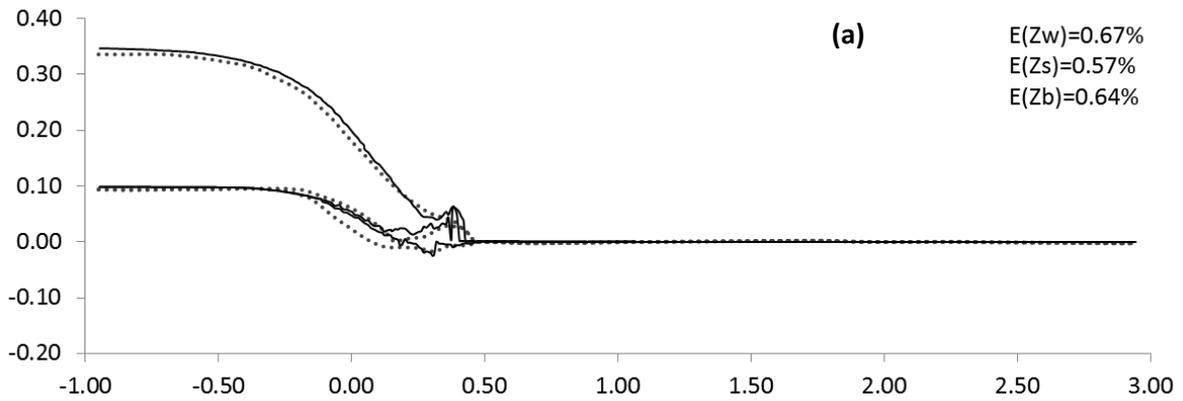
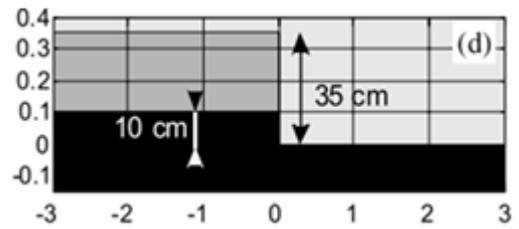


Figura 5.24 – Configuração (d) de Spinewine & Zech(2007), leito de areia. a) Interfaces para  $t = 0,25$  s. b) Interfaces para  $t = 1,50$  s.

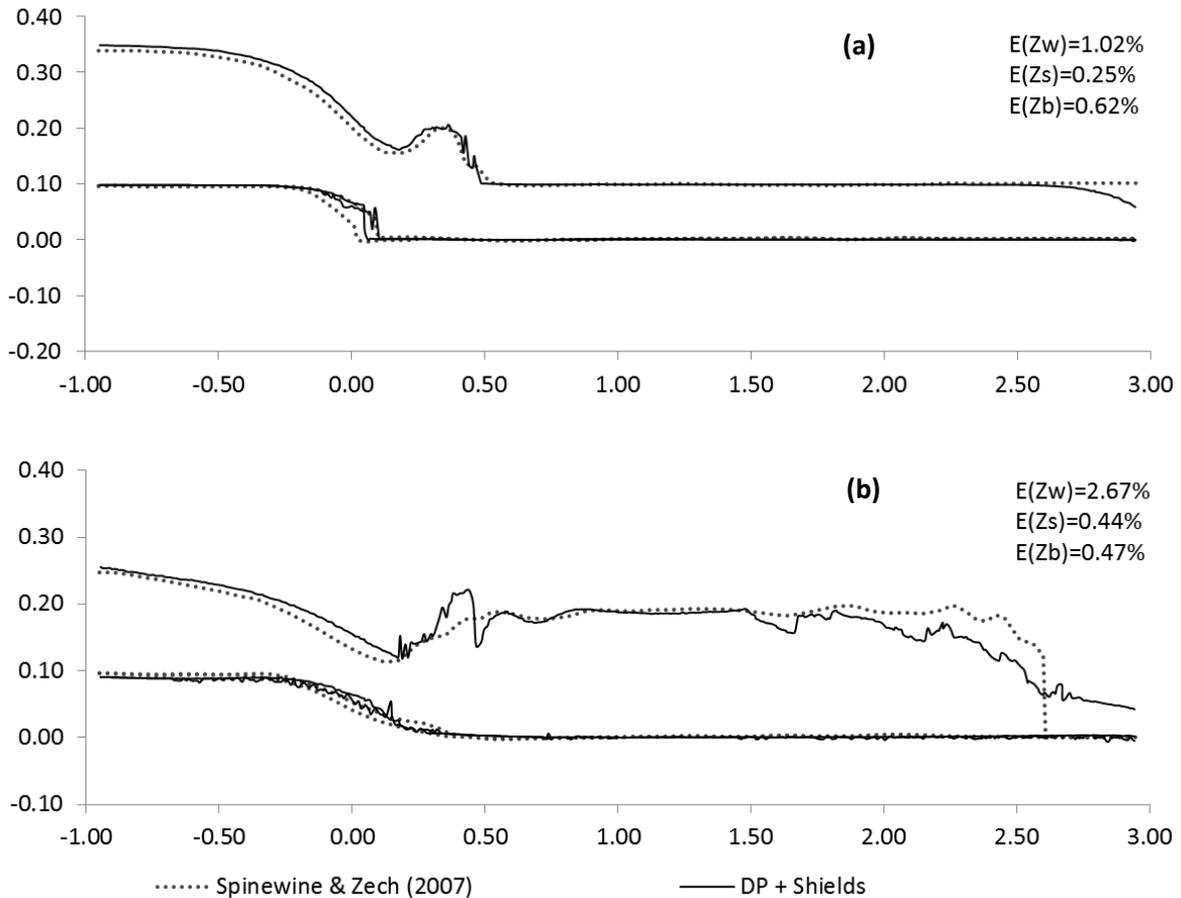
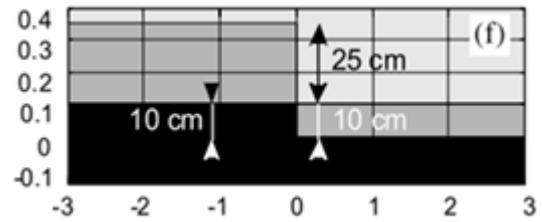


Figura 5.25 – Configuração (f) de Spinewine & Zech(2007), leito de areia. a) Interfaces para  $t = 0,25$  s. b) Interfaces para  $t = 1,50$  s.

De forma geral, observa-se que o modelo numérico consegue reproduzir satisfatoriamente a evolução da superfície livre ( $Z_w$ ) e da interface água-sedimento ( $Z_s$ ). As maiores diferenças com o resultado experimental são observadas na interface entre o leito fixo e o sedimento que está sendo erodido ( $Z_b$ ), nos passos de tempo iniciais. Uma possível explicação é que o modelo numérico não tentou reproduzir a perturbação do material na zona da comporta (ver Figura 5.13). No entanto, nos passos de tempo finais, o resultado numérico se aproxima melhor do experimental.

Vale ressaltar, que o critério usado para definir as interfaces numéricas é diferente do utilizado para definir as interfaces experimentais. No processamento das imagens do ensaio, as interfaces  $Z_w$  e  $Z_s$  foram definidas por contraste, ou seja, o alto contraste entre as superfícies permitiu traçar a curva que define as interfaces, como mostrado na Figura 5.26b. No entanto, a técnica não consegue captar partículas isoladas do leito que se encontrem em suspensão na água. Já a interface  $Z_b$  foi definida criando uma imagem diferenciada por meio da subtração de imagens subsequentes. Com isso, os pixels do leito fixo exibem um valor de zero, e aparecem pretos na imagem (ver Figura 5.26c).

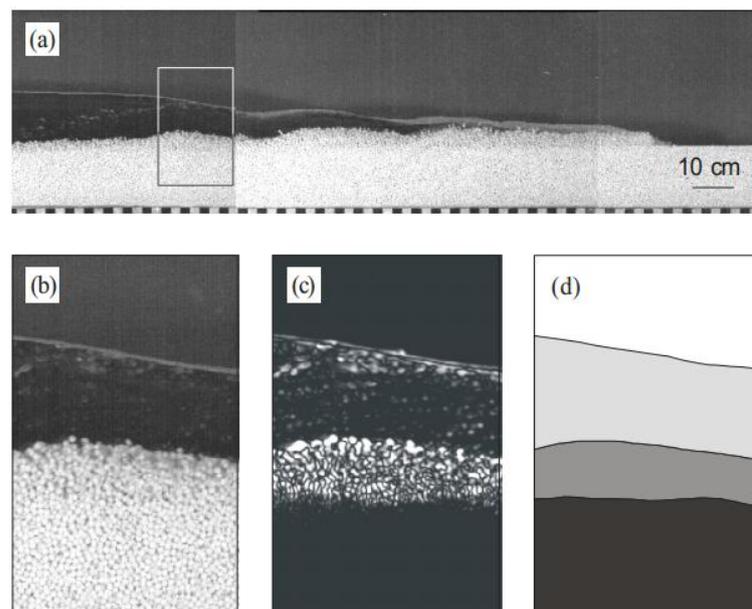


Figura 5.26 – Determinação das interfaces no ensaio. a) Mosaico típico. b) Imagem original. c) Imagem diferenciada e) Curva das interfaces definidas. (Spinewine & Zech, 2007)

As interfaces numéricas foram obtidas por meio de filtros aplicados no software Paraview para isolar os pontos pertencentes a cada uma das regiões. Em seguida, as coordenadas  $(x; z)$  de todos os pontos da região isolada são exportadas para o Matlab, onde são identificados os pontos de máxima cota ( $z_{max}$ ) para posições  $(x)$  que coincidem com a coordenada  $(x)$  experimental.

A interface  $Z_w$  é obtida sem necessidade de aplicação de filtros, exportando diretamente as coordenadas de todos os pontos, pois a superfície livre se encontra sempre na máxima cota. A interface  $Z_s$  é obtida aplicando um filtro no Paraview para eliminar as partículas da água, de forma que a cota máxima das partículas isoladas é usada para definir a curva da interface água-solo. Consequentemente, se existirem partículas de solo suspensas na

água, serão consideradas na interface  $Z_s$ , gerando os picos observados nas curvas da Figura 5.18 à Figura 5.25. A interface  $Z_b$  é obtida aplicando um segundo filtro, após o aplicado para eliminar a água na determinação da superfície  $Z_s$ . O segundo filtro considera a viscosidade do sedimento, que é calculada pelo modelo HBP por meio da equação (2.28). Para serem movimentadas pela água, as partículas de sedimento precisam ter uma viscosidade suficientemente baixa. Neste caso, o limite de viscosidade aparente utilizado foi de 25 Pa.s, que corresponde a uma taxa de deformação de  $0,15\text{s}^{-1}$ , para os parâmetros  $m$  e  $n$  utilizados na simulação, conforme mostrados no gráfico da Figura 5.27.

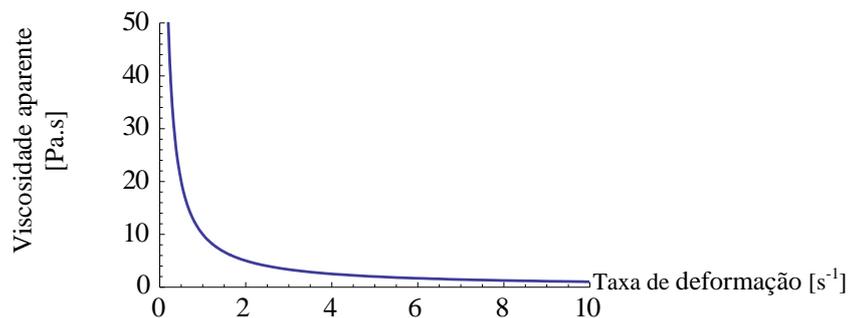


Figura 5.27 – Viscosidade aparente calculada pelo modelo HBP para  $n=2$  e  $m=150$ .

Os resultados mostram que a combinação dos critérios de Shields e de Critério de Drucker-Prager com o modelo HBP é adequada para simular problemas de erosão superficial que envolvem impacto da água na camada de sedimentos. Apesar das divergências entre o modelo numérico e o experimental na zona da saída da comporta, pode-se afirmar que as quatro configurações estudadas são reproduzidas satisfatoriamente. Em geral, as interfaces numéricas se aproximam muito bem das experimentais, principalmente na zona da frente da onda.

A configuração (f) é a mais complexa, pois apresenta um degrau de sedimentos de 10 cm a montante da comporta, seguido por uma lâmina de água de 10 cm sobre o leito de sedimentos, a jusante da comporta. A presença da lâmina da água afeta diretamente o avanço da onda e provoca as maiores divergências entre o modelo numérico e o experimental, sendo o erro quadrático médio da superfície livre  $E(Z_w)$  de 3% e de 2,67% para o leito de PVC e para o leito de areia, respectivamente. No entanto, para o leito da areia, as interfaces  $Z_b$  e  $Z_s$  obtidas numericamente são bem próximas das experimentais, com um erro quadrático médio de 0,44% e de 0,47 % respectivamente.

Para as quatro configurações estudadas, as simulações com leito de areia produziram melhores resultados que as do leito de PVC, o que é refletido nos valores de erro quadrático médio. Isto pode estar relacionado com a discretização da malha de pontos utilizada, pois, conforme mostrado na Figura 5.14, o mesmo resultado pode ser obtido utilizando diferentes combinações de rugosidade equivalente do grão ( $k_s$ ) e resolução da malha de pontos ( $dp$ ).

## 6. CONCLUSÕES

O estudo dos fenômenos erosivos é de extrema importância no contexto da Geotecnia, da Hidráulica de Canais e da Agricultura. O problema da erosão superficial tem sido tradicionalmente estudado por meio de ensaios de laboratório e de modelos empíricos que visam estimar a taxa de transporte de sedimentos sob condições de fluxo estacionário e uniforme. Entretanto, a modelagem numérica abre um leque de opções para simular diversas condições de fluxo e materiais do leito em tempos relativamente curtos, além de fornecer informações (*insight*) sobre a dinâmica e evolução do problema.

Os problemas de erosão superficial do solo pela ação da água exigem o tratamento de superfícies livres, interação entre as fases e grandes deslocamentos relativos entre pontos do domínio. O método *Smoothed Particles Hydrodynamics* (SPH) fornece uma ferramenta numérica apropriada para isto, pois é um método sem malha e Lagrangeano, que permite lidar naturalmente com os problemas de carregamento e arraste de partículas.

Neste trabalho, o problema da erosão superficial foi abordado como sendo um problema multifásico, considerando uma partícula em cada ponto do espaço físico, numa abordagem denominada de “observação da mistura”. A água foi simulada como um fluido newtoniano, enquanto para o sedimento foi utilizada uma abordagem pseudo-newtoniana, por meio do modelo HBP.

O código DualSphysic foi utilizado para implementar um critério de erosão superficial, fundamentado no parâmetro de Shields e em conceitos da hidráulica de canais abertos. O critério implementado considera as principais variáveis envolvidas no processo de erosão superficial em canais abertos com leito areias, i.e. peso específico da água e do sedimento, diâmetro das partículas do leito e tensão cisalhante no leito.

O critério de Shields foi aplicado na camada superficial do leito, fixando as partículas que não foram erodidas. O estudo da rugosidade equivalente do grão nessas condições permitiu entender a influência deste parâmetro empírico na quantidade de material erodido. O aumento da rugosidade equivalente do grão gerou maiores valores de massa erodida. No entanto, acima de um determinado valor, o parâmetro deixa de influenciar a resposta. Esse comportamento está estreitamente ligado ao regime hidráulico e deve ser estudado para cada caso específico.

Além disso, demonstrou-se que várias combinações de resolução da malha de pontos e valores de rugosidade equivalente do grão podem gerar o mesmo resultado em termos de massa de material erodido. Portanto, a resolução da malha de pontos a ser utilizada deve ser definida utilizando outros critérios. Neste trabalho, o avanço da frente de onda foi utilizado como critério complementar.

O critério de Shields para identificar o início do movimento foi combinado com o critério de Drucker-Prager, para calcular a viscosidade aparente por meio do modelo HBP e simular a dinâmica do sedimento com uma abordagem pseudo-newtoniana. Essa abordagem permite aproveitar as vantagens de ambos os critérios. O critério de Shields considera as variáveis envolvidas no processo de erosão superficial tradicionalmente estudadas na hidráulica de canais abertos e elimina os problemas inerentes à abordagem levemente compressível do método SPH, que provoca flutuações no campo de pressão e afeta diretamente a simulação da erosão na camada superficial. Entretanto, o critério de Drucker-Prager, que considera os parâmetros mecânicos do material, permite simular a dinâmica do sedimento em camadas inferiores à superfície, que são movimentadas quando existe impacto da água no leito de sedimentos.

A abordagem proposta permite simular características fundamentais do processo erosivo: o início do movimento, o deslocamento intensivo de partículas na camada superficial do leito, a deposição das partículas e o efeito do impacto da água nas camadas subsuperficiais do leito de sedimento. Desta forma, é possível modelar não apenas as condições que dão início ao movimento dos sedimentos, mas a dinâmica do fenômeno da erosão superficial com uma abordagem sistêmica, aplicável a condições de fluxo de baixa velocidade e de impacto da água no leito de sedimento.

## 6.1. SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Dentre os aspectos não abordados nesta pesquisa, alguns são sugeridos para pesquisas futuras:

- Implementar, no código numérico, o cálculo das tensões efetivas. Para isto, é necessário desenvolver algoritmos para identificar a posição da superfície livre e da superfície do leito.
- Estender as simulações para casos 3D. Isto permitiria realizar comparativos mais realistas com resultados experimentais. Além disso, casos de fluxo multidirecional poderiam ser simulados.
- Estudar a erosão superficial no entorno de obstáculos, como acontece, por exemplo, nos casos de pilares de pontes. Para isso é necessário utilizar condições de contorno mais apropriadas que as disponíveis atualmente no DualSphysics.
- Incluir diferentes valores críticos do parâmetro de Shields em função dos diâmetros das partículas e simular a erosão de leito com partículas heterogêneas de diferentes diâmetros e densidades.
- Incluir uma variável que considere o grau de saturação, o que permitiria simular o fenômeno da infiltração.
- Implementar e testar outras equações de estado para o sedimento.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ackers, P. & White, W. (1973). Sediment transport: new approach and analysis. *J. Hydraul. Divition*, 99(11): 2041–2060.
- Ahrens, J., Geveci, B. & Law, C. (2005). *ParaView: An End-User Tool for Large Data Visualization*. Elsevier.
- Antoci, C., Gallati, M. & Sibilla, S. (2007). Numerical simulation of fluid–structure interaction by sph.pdf. *Comput. Struct.*, 85: 879–890.
- Atluri, S.N. & Zhu, T. (1998). A new meshless local petrov-galerkin (mlpg) approach in computational mechanics. *Comput. Mech.*, 22(2): 117–127.
- Batchelor, G.K. (1967). *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press.
- Belytschko, T., Lu, Y.Y. & Gu, L. (1994). Element-free galerkin methods. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 37(2): 229–256.
- Benson, D. (1992). Computational methods in lagrangian and eulerian hydrocodes. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 99: 235–234.
- Bingham, E.C. (1916). An investigation of the laws of plastic flow. *Bull. Bur. Stand.*, 13(2): 309.
- Du Boys, D. (1879). *Le rhone et les rivieres a lit affouable*. Annales des Ponts et Chaussées, 54p.
- Bui, H.H. (2006). Lagrangian Mesh-free Particle Method (SPH) for Large Deformation and Post-failure of Geomaterial using Elasto-plastic Constitutive Models. Ritsumeikan University.
- Bui, H.H., Fukagawa, R., Sako, K. & Wells, J.C. (2011). Slope stability analysis and discontinuous slope failure simulation by elasto-plastic smoothed particle hydrodynamics (sph). *Géotechnique*, 61(7): 565–574.
- Bui, H.H., Sako, K., Fukagawa, R. & Wells, J.C. (2008). Sph-based numerical simulations for large deformation of geomaterial considering soil-structure interaction. 12th IACMAG, Goa, India, 1–6.
- Camapum, J.C., Sales, M., Souza, N. & Melo, M. (2006). *Processos Erosivos no Centro-Oeste Brasileiro*. FINATEC, Brasilia.
- Chamoun, S., De Cesare, G. & Schleiss, A.J. (2015). Managing reservoir sedimentation by venting turbidity currents: a review. *Int. J. Sediment Res.*, 31(3): 195–204.
- Chen, W. & Qiu, T. (2014). Simulation of earthquake-induced slope deformation using sph method. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 38(3): 297–330.
- Crespo, A.C., Dominguez, J.M., Barreiro, A., Gómez-Gesteira, M. & Rogers, B.D. (2011). Gpus, a new tool of acceleration in cfd: efficiency and reliability on smoothed particle hydrodynamics methods. *PLoS One*, 6(6).
- Desai, C. (1984). *Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geologic materials*. New Jersey.
- Durand, R.D. & Farias, M.M. (2014). A local extrapolation method for finite elements. *Adv. Eng. Softw.*, 67: 1–9.
- Einstein, H.A. (1950). The bed-load function for sediment transportation in open channel flows. United States Department of Agriculture. Technical Bulletin 1026, 71p.

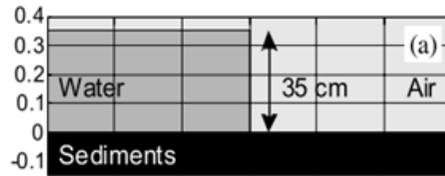
- Engelund, F. & Hansen, E. (1967). A monograph on sediment transport in alluvial streams.
- Fan, J. & Morris, G.L. (1992). Reservoir sedimentation. ii: reservoir desiltation and long-term storage capacity. *J. Hydraul. Eng.*, 118(3): 370–384.
- Farias, M.M. (2014). Tensões em meios contínuos. Notas de aula.
- Fourtakas, G. (2014). Modelling multi-phase flows in Nuclear Decommissioning using SPH. University of Manchester, Manchester, U.K.
- Fourtakas, G. & Rogers, B.D. (2016). Modelling multi-phase liquid-sediment scour and resuspension induced by rapid flows using smoothed particle hydrodynamics (sph) accelerated with a graphics processing unit (gpu). *Adv. Water Resour.*,.
- Fourtakas, G., Rogers, B.D. & Laurence, D. (2014). 3-d sph modelling of sediment scouring induced by rapid flows. Proceedings of the 9th SPHERIC International Workshop, 9–16.
- Fraccarollo, L. & Capart, H. (2002). Riemann wave description of erosional dam-break flows. *J. Fluid Mech.*, 461: 183–228.
- García-Martínez, R., Espinoza, R., Valera, E. & González, M. (2006). An explicit two-dimensional finite element model to simulate short- and long-term bed evolution in alluvial rivers. *J. Hydraul. Res.*, 44(6): 755–766.
- Gingold, R.A. & Monaghan, J.J. (1977). Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 181: 375–389.
- Gómez-Gesteira, M., Cerqueiro, D., Crespo, C. & Dalrymple, R.A. (2005). Green water overtopping analyzed with a sph model. *Ocean Eng.*, 32(2): 223–238.
- Gyr, A. & Hoyer, K. (2006). Sediment transport. A geophysical phenomenon. Springer, Dordrecht, Holanda.
- Hans, M. (1999). Review: hydrocodes for structure response to underwater explosions. *Shock Vib.*, 6(4): 169–181.
- Herschel, W. & Bulkley, R. (1926). Konsistenzmessungen von gummi-benzollösungen. *Kolloid-Zeitschrift*, 39(4): 291–300.
- Hickin, E. (1995). *River Hydraulics and Channel Form*.
- Hu, X.Y. & Adams, N. a. (2007). An incompressible multi-phase sph method. *J. Comput. Phys.*, 227(1): 264–278.
- Jeong, S. (2013). Determining the viscosity and yield surface of marine sediments using modified bingham models. *Geosci. J.*, 17(3): 241–247.
- Juez, C., Battisacco, E., Schleiss, A.J. & Franca, M.J. (2016). Assessment of the performance of numerical modeling in reproducing a replenishment of sediments in a water-worked channel. *Adv. Water Resour.*, 92: 10–22.
- Kondolf, G.M., Gao, Y., Annandale, G.W., Morris, G. regory L., Jiang, E., Zhang, J., Yongtao, C., Carling, P., Fu, K., Guo, Q., Hotchkiss, R., Peteuil, C., Sumi, T., Wang, H.-W., Wang, Z., Wei, Z., Wu, B., Wu, C. & Yang, C.T. (2014). Sustainable sediment management in reservoirs and regulated rivers: experiences from five continents. *Earth's Futur.*, 2: 256–280.
- Leonardi, M. & Rung, T. (2013). Sph modelling of bed erosion for water/soil-interaction. 8th International SPHERIC SPH Workshop, Trondheim, Norway.
- Liu, G.R. & Liu, M.B. (2003). Smoothed Particle Hydrodynamics: a mesh free particle

- method. World Scientific Publishing Co., Singapur.
- Liu, M.B. & Liu, G.R. (2010). Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH): an Overview and Recent Developments. *Arch. Comput. Methods Eng.*, 17.
- Liu, M.B., Liu, G.R. & Lam, K.Y. (2003). Constructing smoothing functions in smoothed particle hydrodynamics with applications. *J. Comput. Appl. Math.*, 155(2): 263–284.
- Lucy, L.B. (1977). Numerical approach to testing the fission hypothesis. *Astron. J.*, 82: 1013–1024.
- Maeda, K., Sakai, H. & Sakai, M. (2006). Development of seepage failure analysis method of ground with smoothed particle hydrodynamics. *Struct. Eng. Eng.*, 23(2): 307–319.
- Manenti, S., Sibilla, S., Gallati, M., Agate, G. & Guandalini, R. (2009). Sph modeling of rapid sediment scour induced by water flow. *Proc.*, 33rd IAHR Congress, International Association of Hydraulic Engineer- ing & Research, Madri, Espanha, 215–222.
- Manenti, S., Sibilla, S., Gallati, M., Agate, G. & Guandalini, R. (2012). Sph simulation of sediment flushing induced by a rapid water flow. *J. Hydraul. Eng.*, 138(3): 272–284.
- Mitsoulis, E. (2007). Flows of viscoplastic materials : models and computations. *Rheol. Rev.*.
- Monaghan, J.J. (1992). Smoothed particle hydrodynamics. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 30: 543–574.
- Monaghan, J.J. (1994). Simulating free surface flow with sph. *J. Comput. Phisycs*, 110: 399–406.
- Monaghan, J.J. (2012). Smoothed particle hydrodynamics and its diverse applications. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 44(1): 323–346.
- Monaghan, J.J. & Gingold, R.A. (1983). Shock simulation by the particle method sph. *J. Comput. Phys.*, 52: 374–389.
- Monaghan, J.J. & Kocharyan, A. (1995). Sph simulation of multi-phase flow. *Comput. Phys. Commun.*, 87(1–2): 225–235.
- Moriguchi, S., Yashima, A., Kazuhide, S., Uzuoka, R. & Ito, M. (2005). Numerical simulation of flow failure of geomaterials based on fluid dynamics. *Soils Found.*, 45(2): 155–165.
- Nikuradse, J. (1933). Strömungsgesetze in rauhen rohren. *Forsch. Arb. Ing. Wes.*, 361.
- Oñate, E., Celigueta, M.A., Idelsohn, S.R., Salazar, F. & Suárez, B. (2011). Possibilities of the particle finite element method for fluid-soil-structure interaction problems. *Comput. Mech.*, 48: 307–318.
- Oñate, E., Celigueta, M. a. & Idelsohn, S.R. (2006). Modeling bed erosion in free surface flows by the particle finite element method. *Acta Geotech.*, 1: 237–252.
- Oñate, E., Idelsohn, S.R., Celigueta, M. a. & Rossi, R. (2008). Advances in the particle finite element method for the analysis of fluid-multibody interaction and bed erosion in free surface flows. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 197: 1777–1800.
- Oñate, E., Idelsohn, S.R., Del Pin, F. & Aubry, R. (2004). The particle finite element method — an overview. *Int. J. Comput. Methods*, 1(2): 267–307.
- Papanastasiou, T.C. (1987). Flows of materials with yield. *J. Rheol. (N. Y. N. Y.)*, 31(5).
- Pastor, M., Haddad, B., Sorbino, G., Cuomo, S. & Drempetic, V. (2009). A depth-integrated, coupled sph model for flow-like landslides and related phenomena. *Int. J. Numer. Anal.*

- Methods Geomech., 33(2): 143–172.
- Reyes, Y., Roose, D. & Recarey Morfa, C. (2012). Dynamic refinement for sph simulations of post-failure flow of non-cohesive soil. Proceedings of the 7th International SPHERIC Workshop, .
- van Rijn, L.C. (1993). Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas. Aqua Publications, Amsterdam.
- Van Rijn, L.C. (1984). Sediment transport, part i: bed load transport. J. Hydraul. Eng., 110(10): 1431–1456.
- Rodi, W. (1993). Turbulence Models and Their Application in Hydraulics. CRC Press.
- van der Scheer, P., Ribberink, J.S. & Blom, A. (2002). Transport formulas for graded sediment. Behaviour of transport formulas and verification with data.
- Shields, A. (1936). Aplicação dos princípios de similaridade e turbulência ao movimento por arraste de partículas. 26p. (em alemão).
- Soarez-Frazao, S. & Zech, Y. (2011). Hllc scheme with novel wave-speed estimators appropriate for two-dimensional shallow-water flow on erodible bed. Int. J. Numer. Methods Fluids, 66(1): 1019–1036.
- Soga, K.Ã., Alonso, E., Yerro, A., Kumar, K.Ã. & Bandara, S.Ã. (1998). Trends in large-deformation analysis of landslide mass movements with particular emphasis on the material point method.
- Southard, J. (2006). Flow in channels. Special Topics: An Introduction to Fluid Motions, Sediment Transport, and Current-generated Sedimentary Structures (Lecture Notes), pp. 83–156.
- Spinewine, B. & Zech, Y. (2007). Small-scale laboratory dam-break waves on movable beds. J. Hydraul. Res., 45(Sup1): 73–86.
- Stansby, P.K., Chegini, a. & Barnes, T.C.D. (1998). The initial stages of dam-break flow. J. Fluid Mech., 374: 407–424.
- Sulsky, D., Chen, Z. & Schreyer, H.L. (1994). A particle method for history-dependent materials. Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 118(1–2): 179–196.
- Ulrich, C., Leonardi, M. & Rung, T. (2013). Multi-physics sph simulation of complex marine-engineering hydrodynamic problems. Ocean Eng., 64(0): 109–121.
- Ulrich, C. & Rung, T. (2010). Sph modelling of water/soil-suspension flows. Proceedings of the 5th International SPHERIC Workshop, .
- Ulrich, C. & Rung, T. (2012). A simple sph model of water-soil interaction in porous media. Proceedings of the 7th International SPHERIC Workshop, Prato, Italy, 43–50.
- Valdez-Balderas, D., Domínguez, J.M., Rogers, B.D. & Crespo, A.J.C. (2013). Towards accelerating smoothed particle hydrodynamics simulations for free-surface flows on multi-gpu clusters. J. Parallel Distrib. Comput., 73(11): 1483–1493.
- Vand, V. (1948). Viscosity of solutions and suspensions. i. theory. J. Phys. Colloid Chem., 52(2): 277–299.
- Versteeg, H. & Malalasekera, W. (2007). An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Prentice Hall.
- Zienkiewicz, O.. (1977). The finite element method. London : McGraw-Hill, Londres.

## ANEXOS

### ANEXO A. Configuração (a) de Spinewine & Zech(2007).



Zw: superfície livre.

Zs: interface água-solo.

Zb: superfície do leito que não é erodido.

### Leito de PVC (Partículas utilizadas na simulação: 219052)

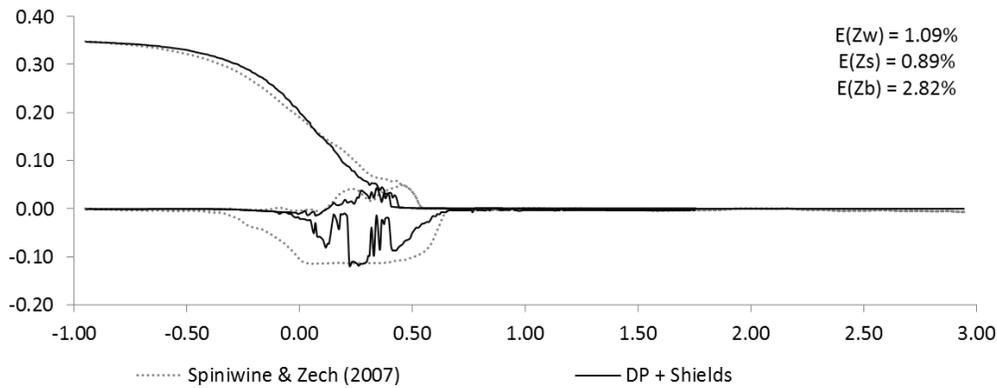


Figura 0.1 – Interfaces para  $t = 0,25$  s.

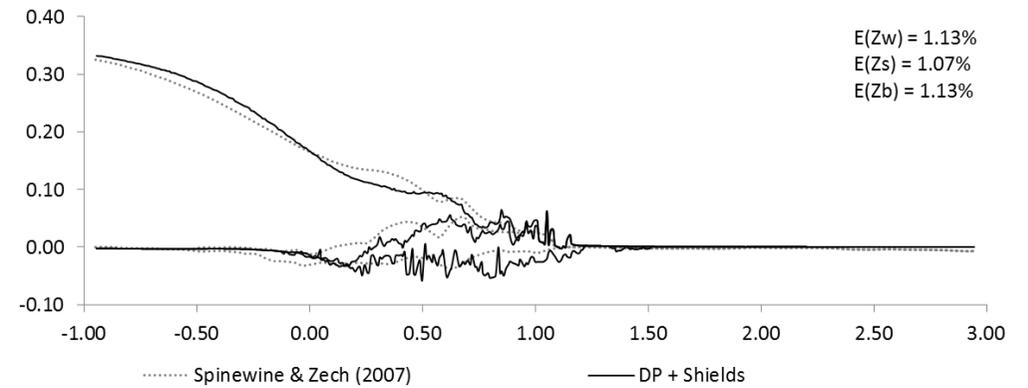


Figura 0.2 – Interfaces para  $t = 0,50$  s.

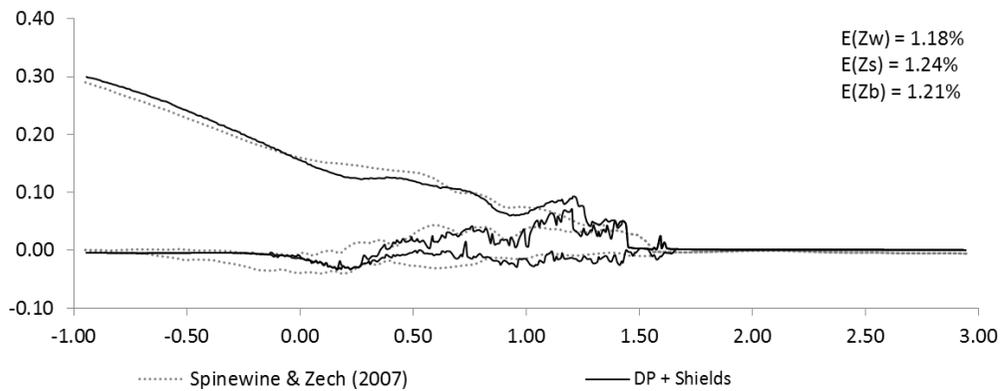


Figura 0.3 – Interfaces para  $t = 0,75$  s.

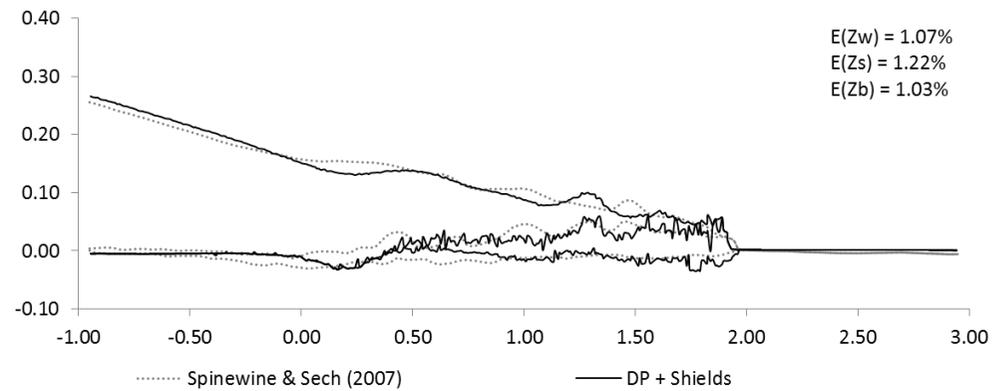


Figura 0.4 – Interfaces para  $t = 1,00$  s.

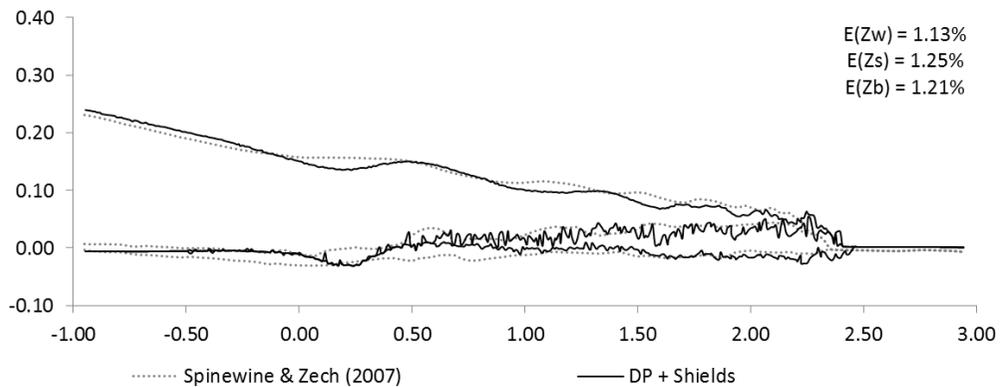


Figura 0.5 – Interfaces para  $t = 1,25$  s.

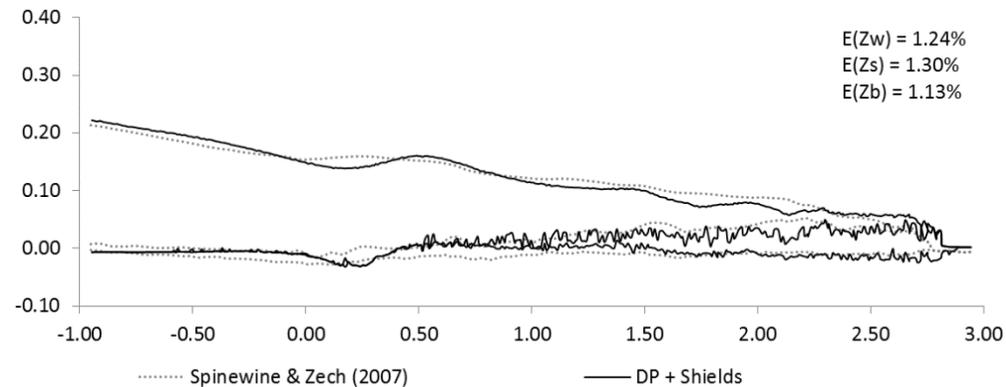


Figura 0.6 – Interfaces para  $t = 1,50$  s.

**Leito de areia (Partículas utilizadas na simulação: 868602)**

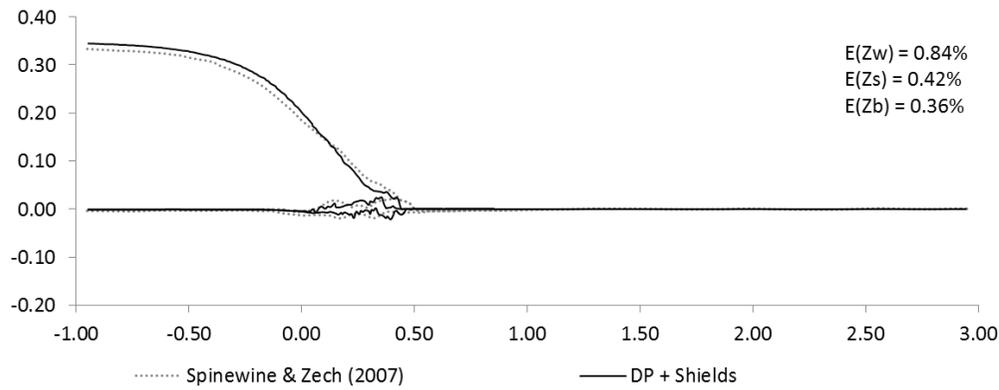


Figura 0.7 – Interfaces para  $t = 0,25$  s.

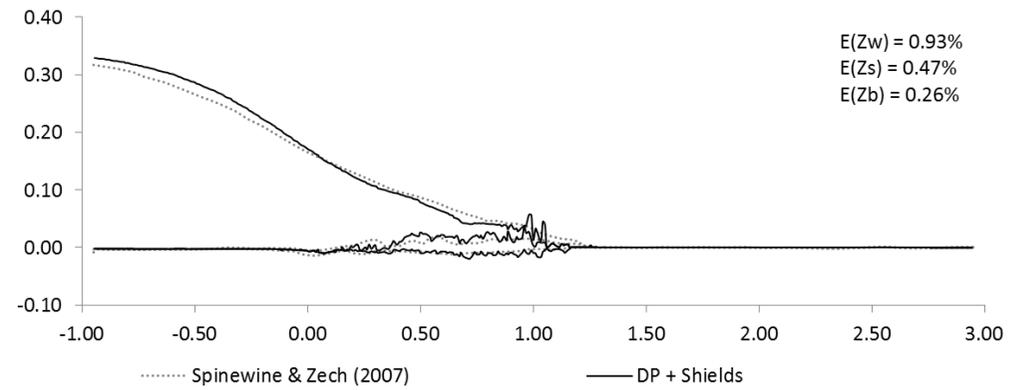


Figura 0.8 – Interfaces para  $t = 0,50$  s.

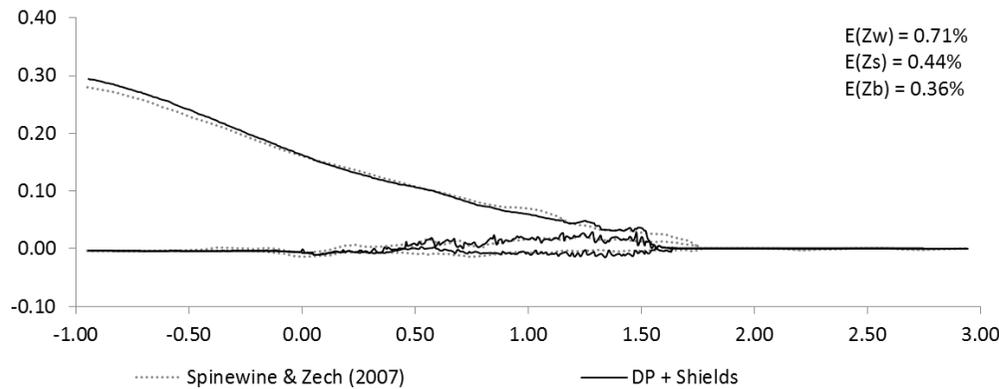


Figura 0.9 – Interfaces para  $t = 0,75$  s.

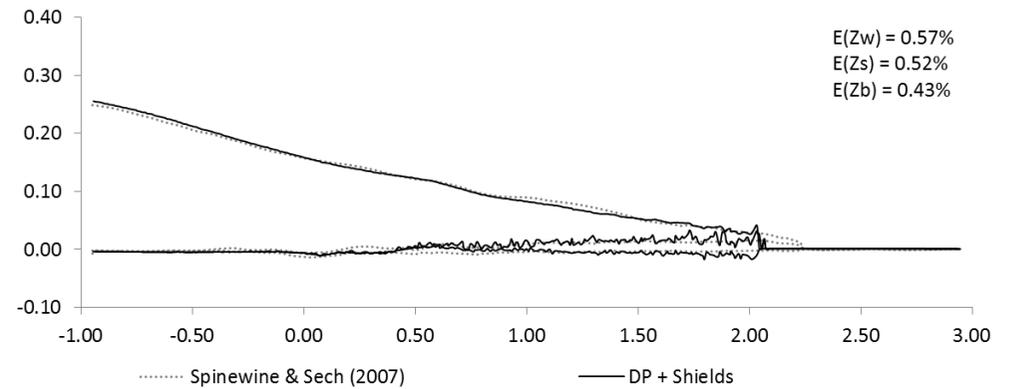


Figura 0.10 – Interfaces para  $t = 1,00$  s.

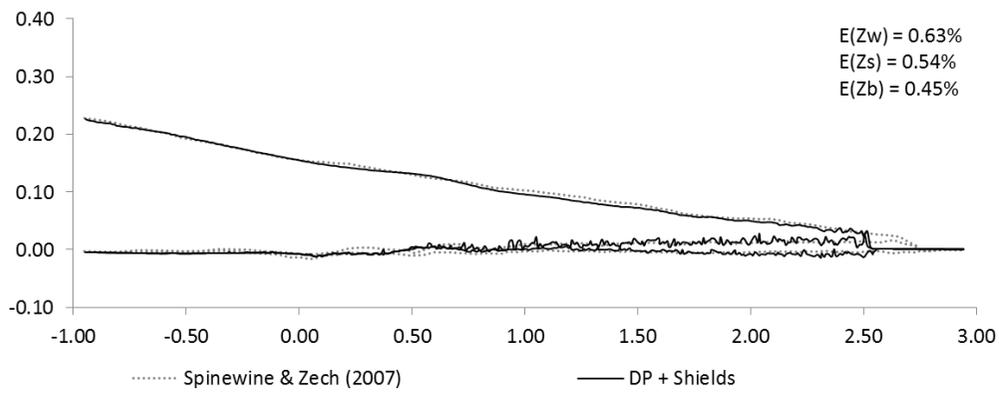


Figura 0.11 – Interfaces para  $t = 1,25$  s.

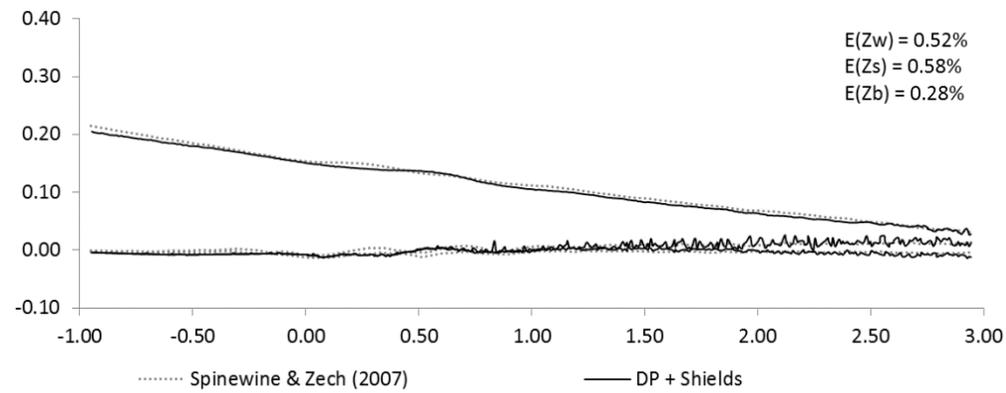
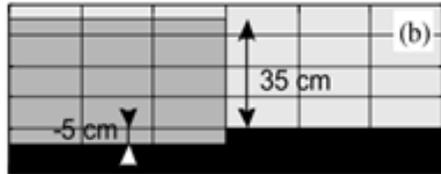


Figura 0.12 – Interfaces para  $t = 1,50$  s

**ANEXO B. Configuração (b) de Spinewine & Zech(2007).**



Zw: superfície livre.

Zs: interface água-solo.

Zb: superfície do leito que não é erodido.

**Leito de PVC (Partículas utilizadas na simulação: 219052)**

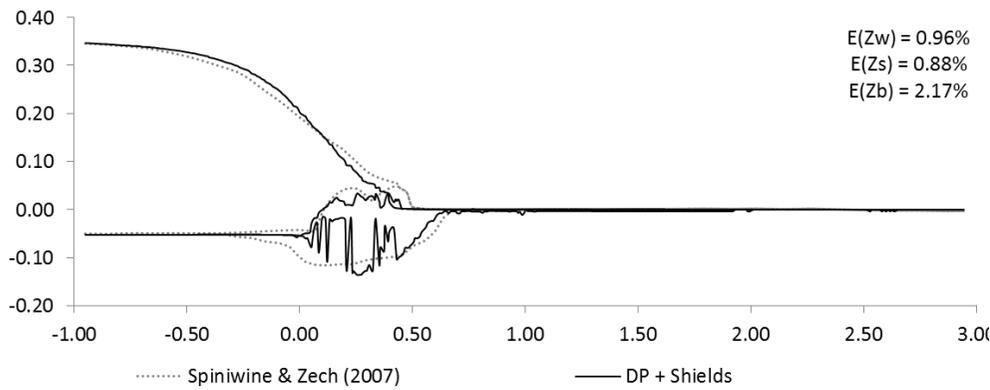


Figura 0.13 – Interfaces para  $t = 0,25$  s.

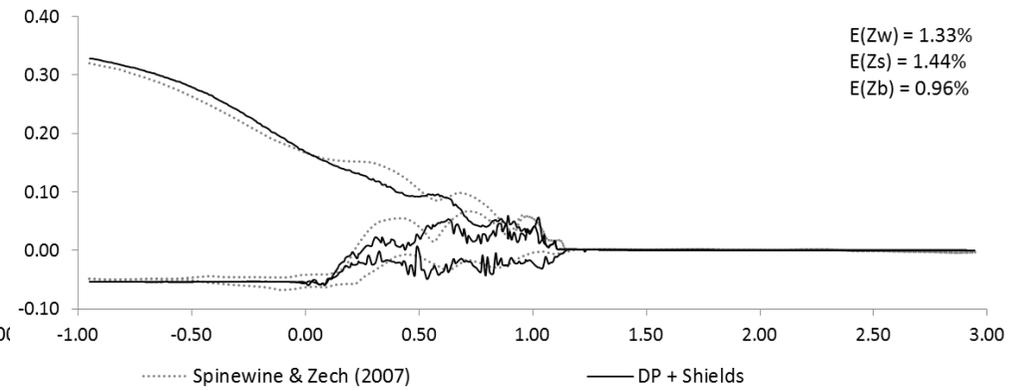


Figura 0.14 – Interfaces para  $t = 0,50$  s.

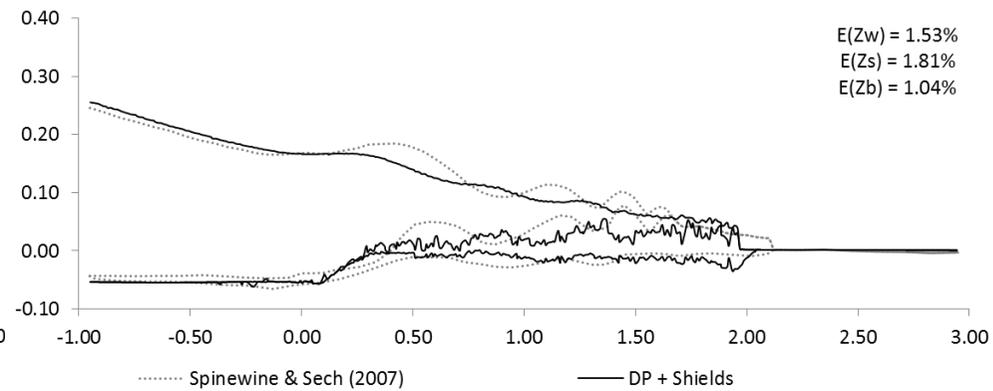
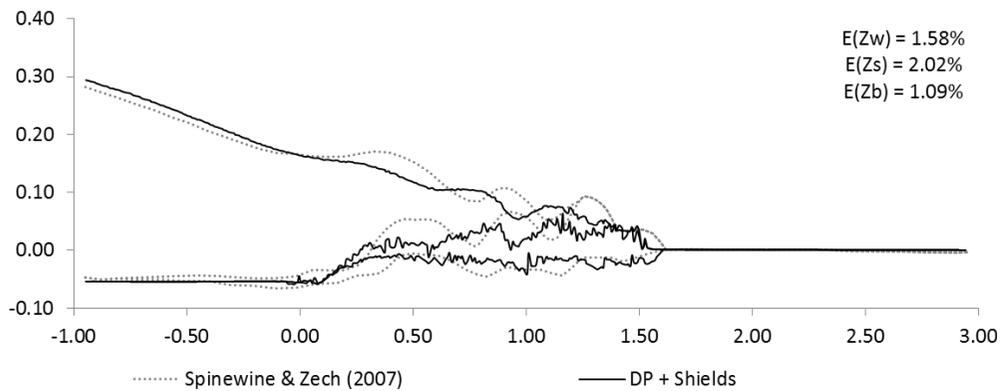


Figura 0.15 – Interfaces para  $t = 0,75$  s.

Figura 0.16 – Interfaces para  $t = 1,00$  s.

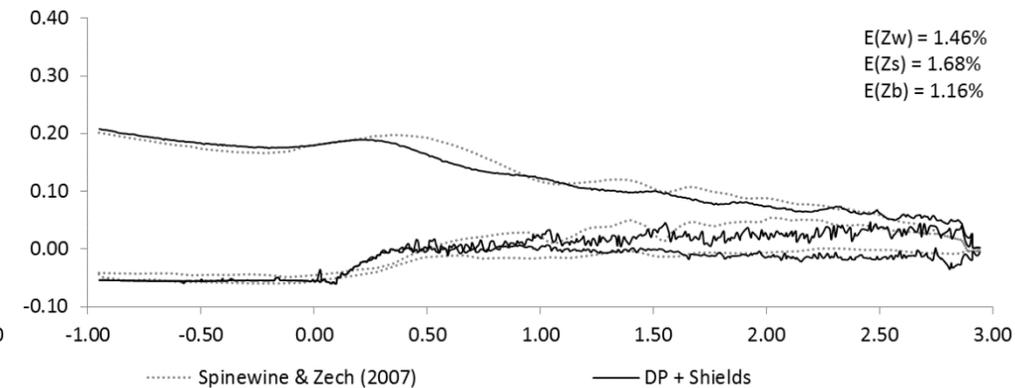
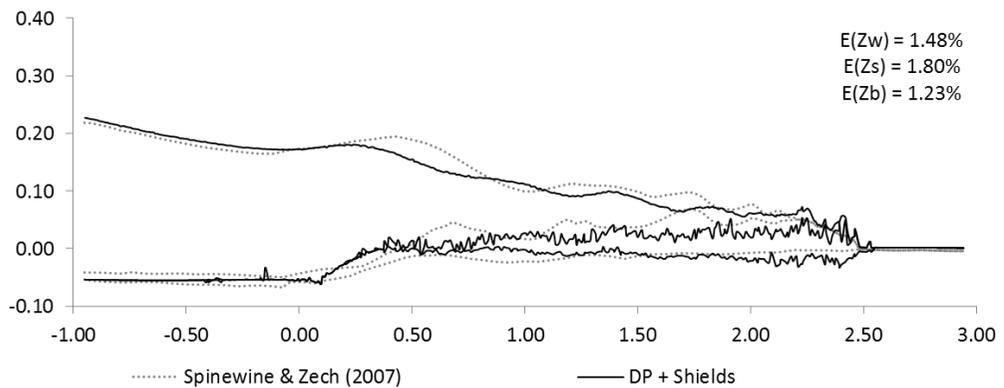


Figura 0.17 – Interfaces para  $t = 1,25$  s.

Figura 0.18 – Interfaces para  $t = 1,50$  s.

**Leito de areia (Partículas utilizadas na simulação: 868602)**

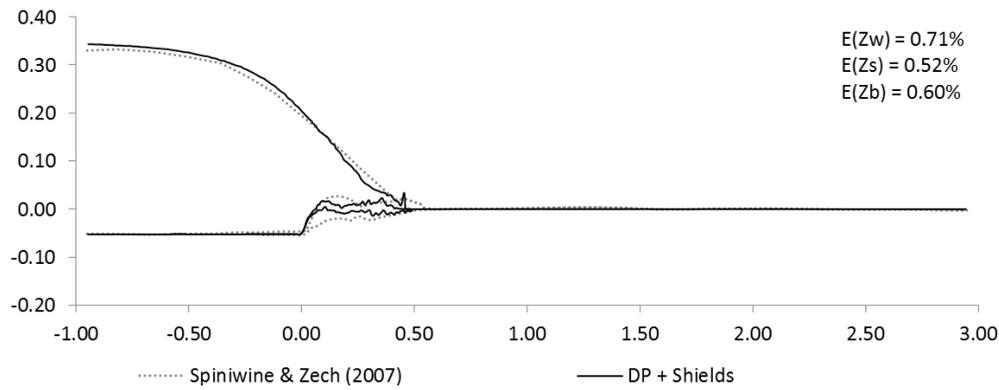


Figura 0.19 – Interfaces para  $t = 0,25$  s.

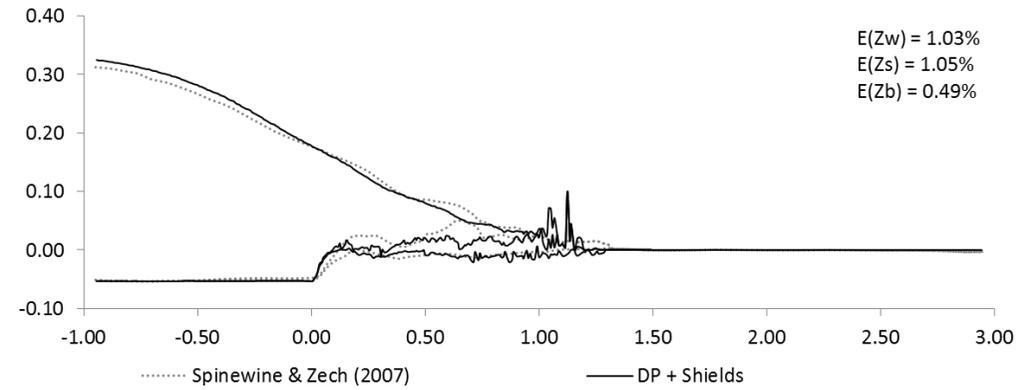


Figura 0.20 – Interfaces para  $t = 0,50$  s.

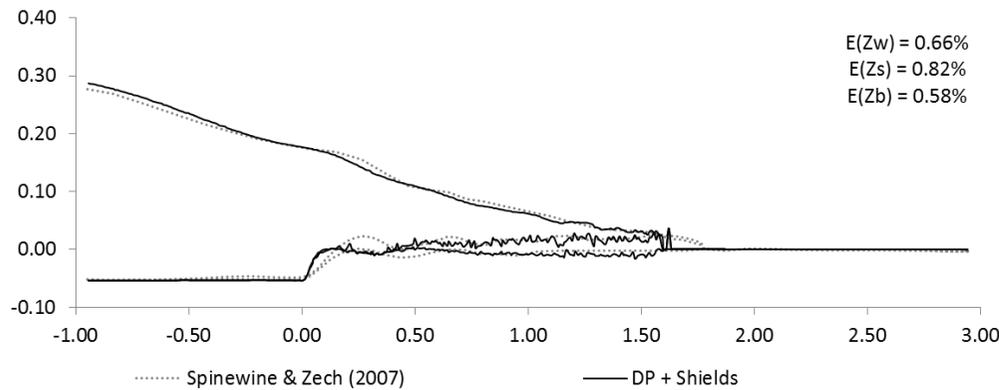


Figura 0.21 – Interfaces para  $t = 0,75$  s.

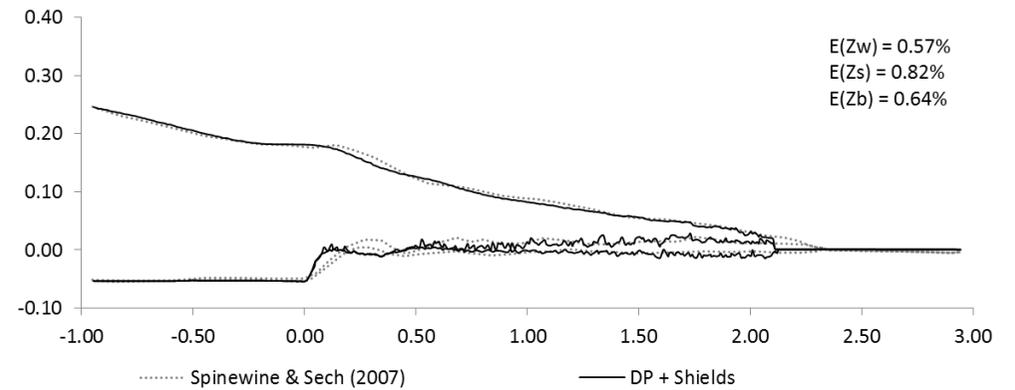


Figura 0.22 – Interfaces para  $t = 1,00$  s.

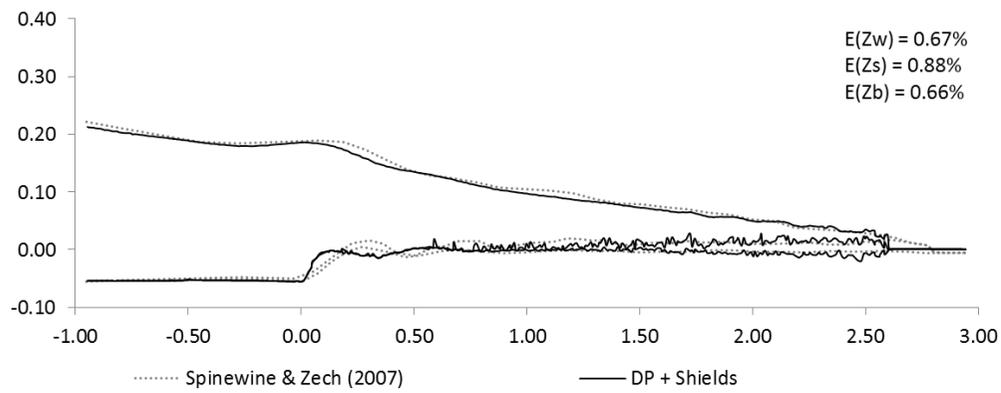


Figura 0.23 – Interfaces para  $t = 1,25$  s.

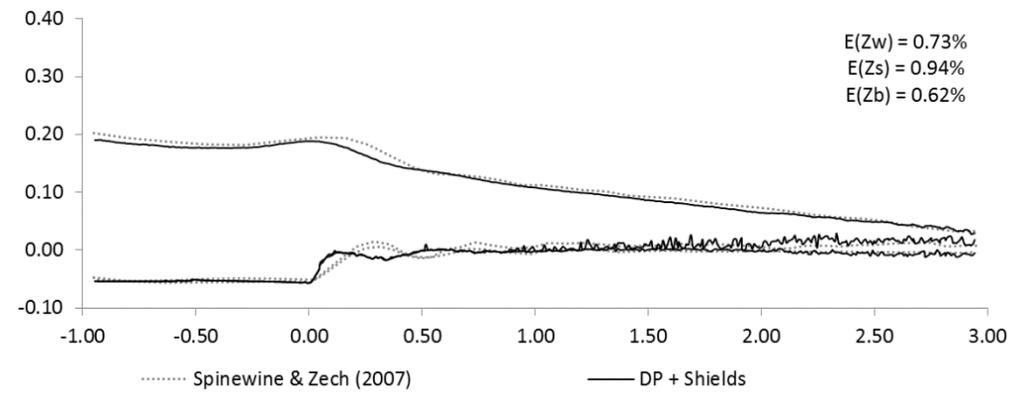
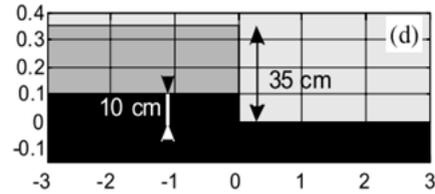


Figura 0.24 – Interfaces para  $t = 1,50$  s

**ANEXO C. Configuração (d) de Spinewine & Zech(2007).**



Zw: superfície livre.

Zs: interface água-solo.

Zb: superfície do leito que não é erodido.

**Leito de PVC (Partículas utilizadas na simulação: 219052)**

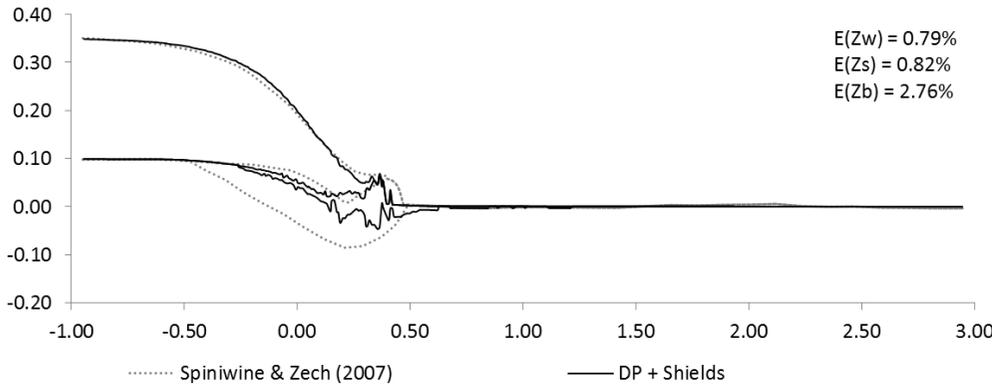


Figura 0.25 – Interfaces para  $t = 0,25$  s.

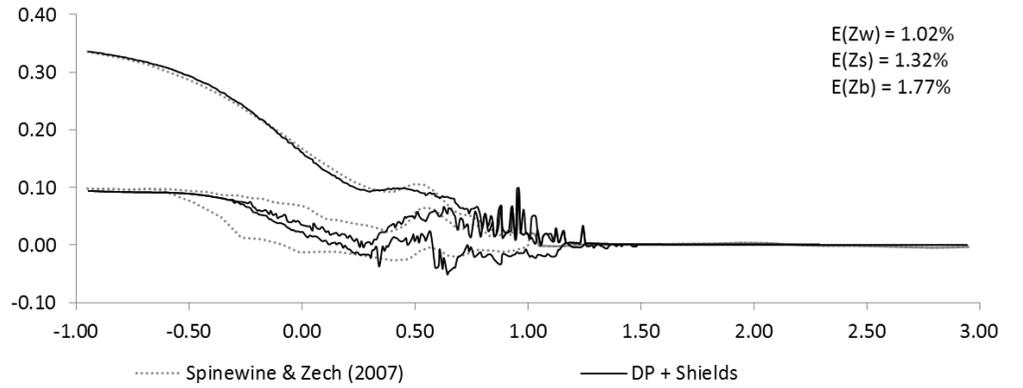


Figura 0.26 – Interfaces para  $t = 0,50$  s.

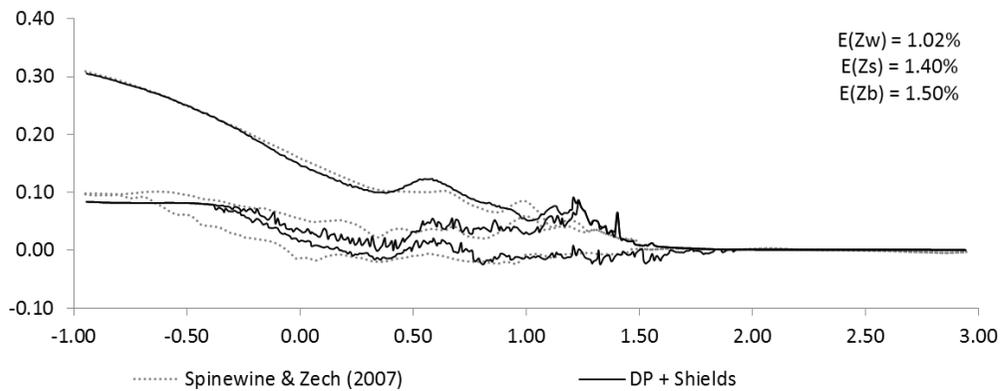


Figura 0.27 – Interfaces para  $t = 0,75$  s.

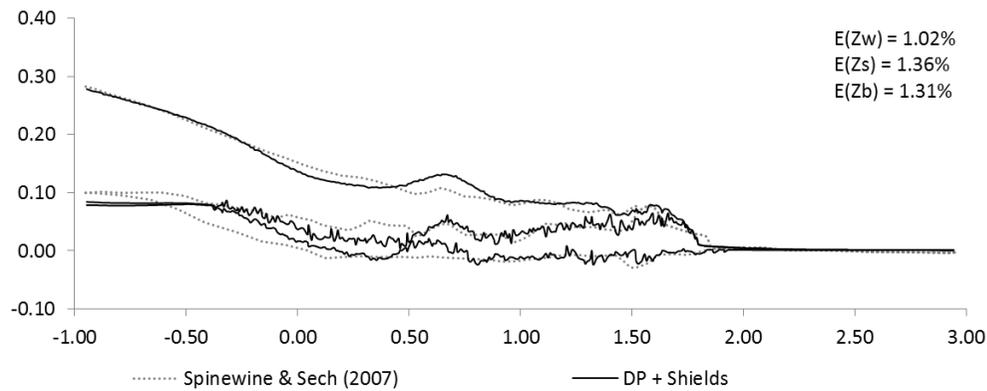


Figura 0.28 – Interfaces para  $t = 1,00$  s.

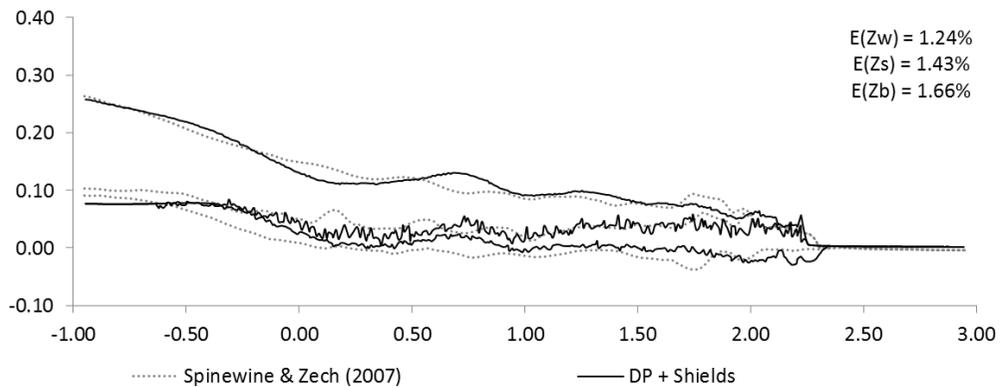


Figura 0.29 – Interfaces para  $t = 1,25$  s.

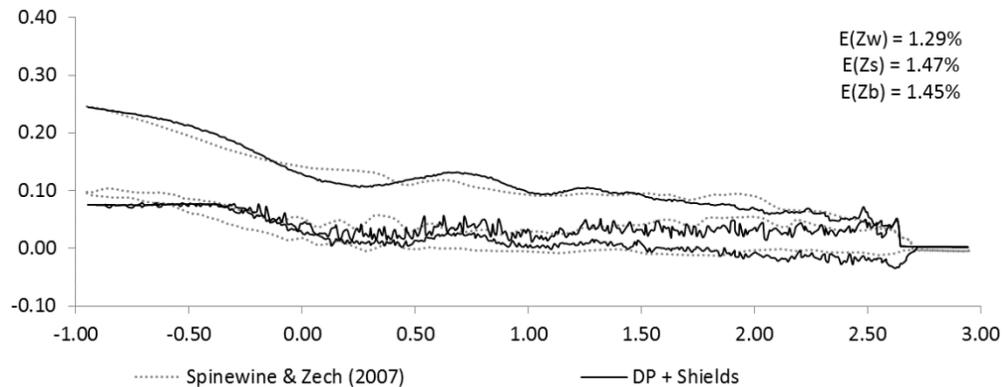


Figura 0.30 – Interfaces para  $t = 1,50$  s

**Leito de areia (Partículas utilizadas na simulação: 868602)**

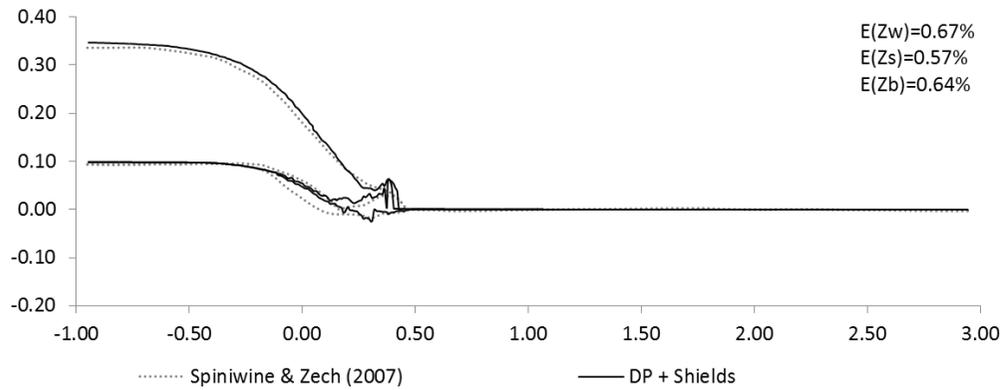


Figura 0.31 – Interfaces para  $t = 0,25$  s.

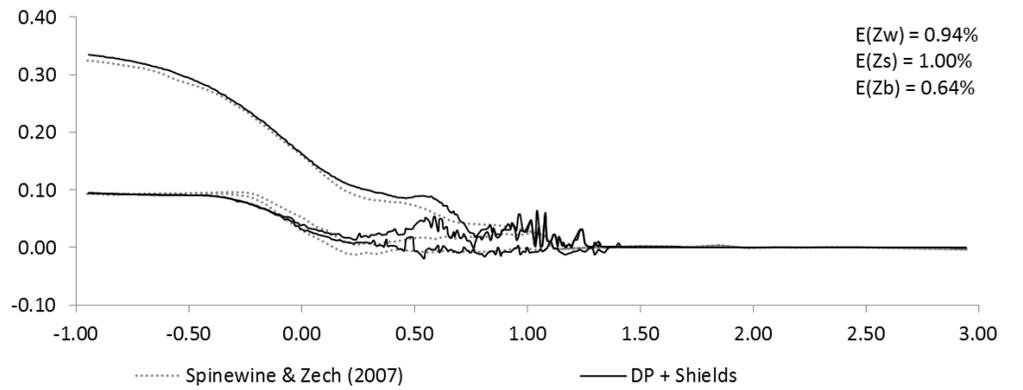


Figura 0.32 – Interfaces para  $t = 0,50$  s.

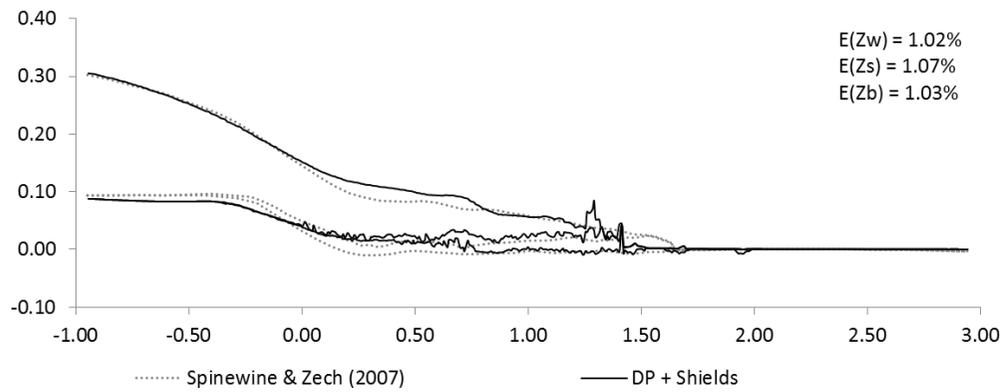


Figura 0.33 – Interfaces para  $t = 0,75$  s.

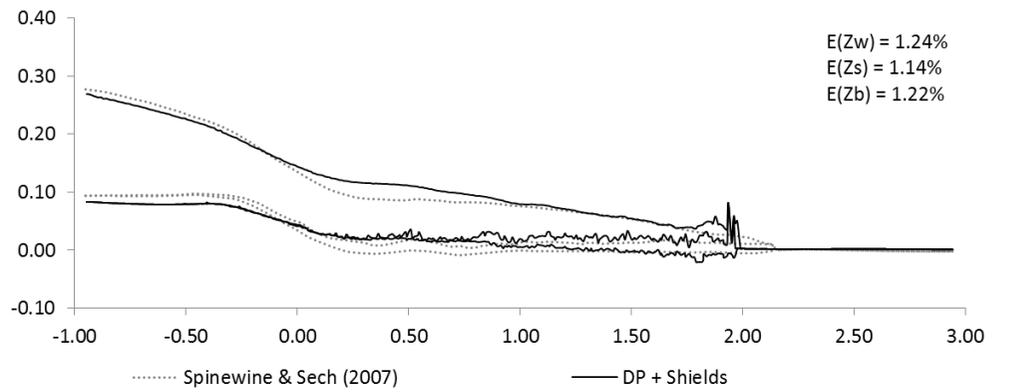


Figura 0.34 – Interfaces para  $t = 1,00$  s.

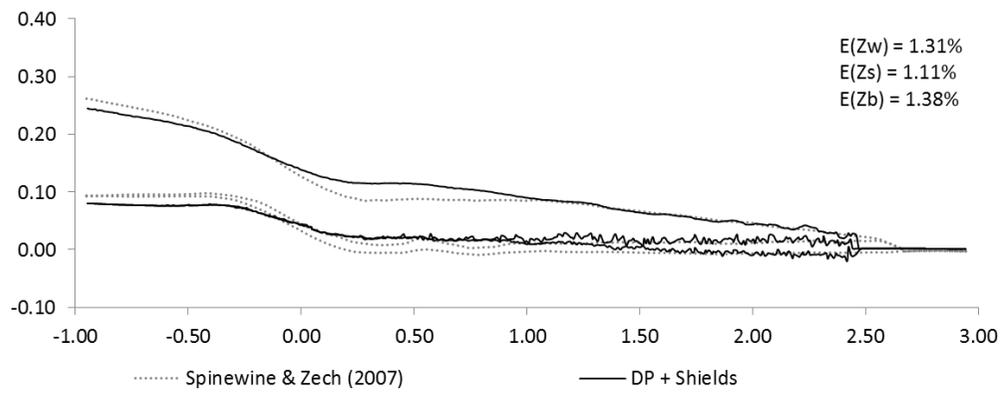


Figura 0.35 – Interfaces para  $t = 1,25$  s.

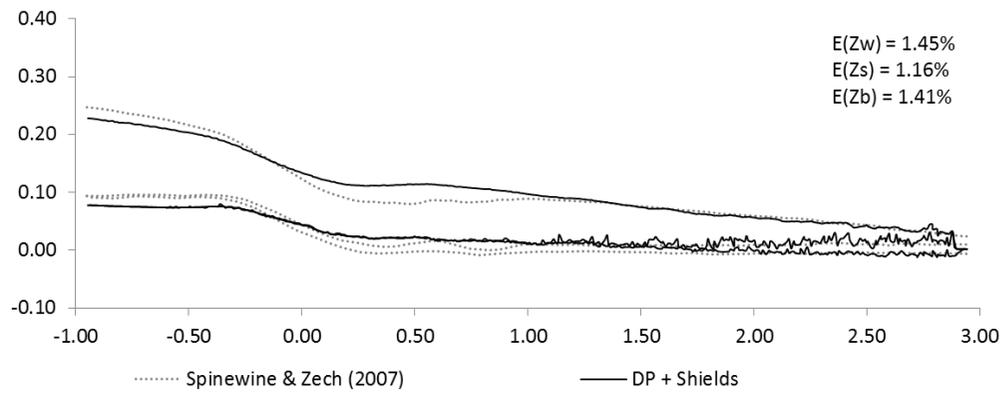
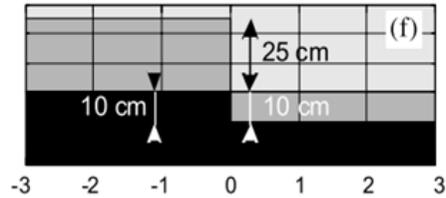


Figura 0.36 – Interfaces para  $t = 1,50$  s

**ANEXO D. Configuração (f) de Spinewine & Zech(2007).**



Zw: superfície livre.

Zs: interface água-solo.

Zb: superfície do leito que não é erodido.

**Leito de PVC (Partículas utilizadas na simulação: 237802)**

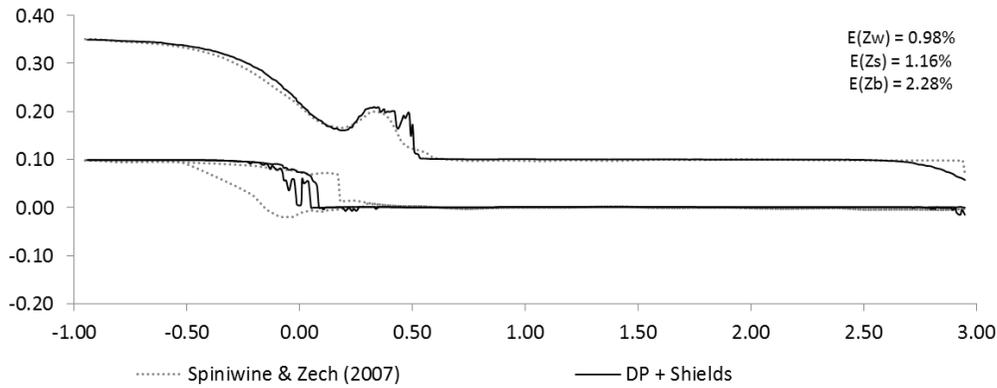


Figura 0.37 – Interfaces para t = 0,25 s.

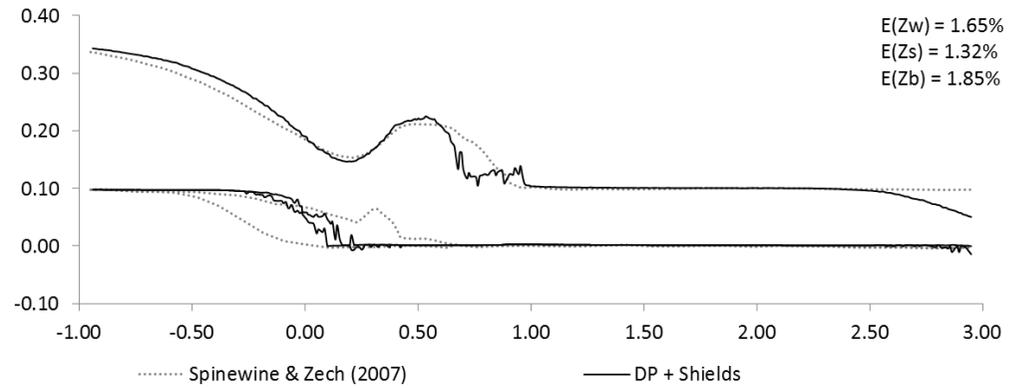


Figura 0.38 – Interfaces para t = 0,50 s.

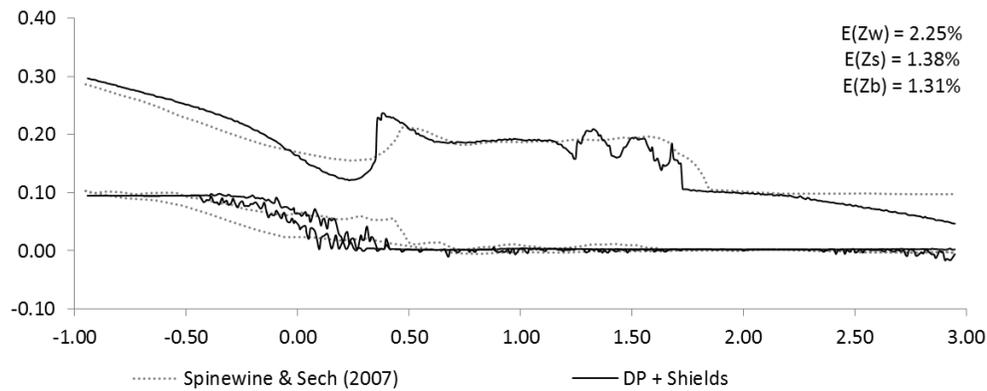
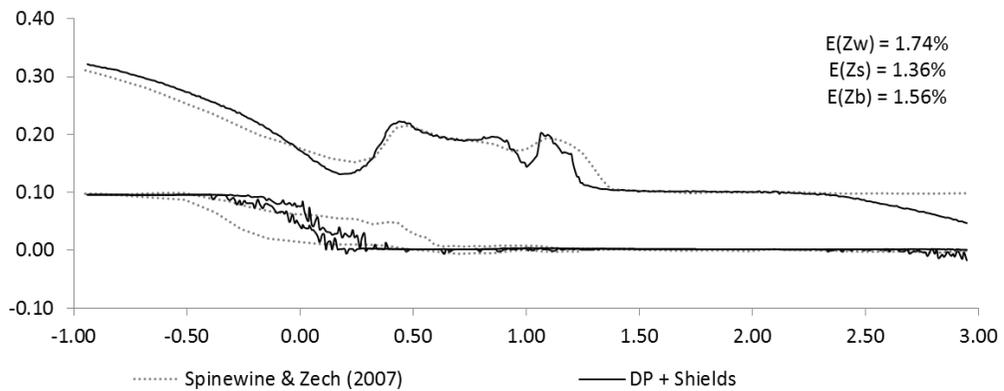


Figura 0.39 – Interfaces para  $t = 0,75$  s.

Figura 0.40 – Interfaces para  $t = 1,00$  s.

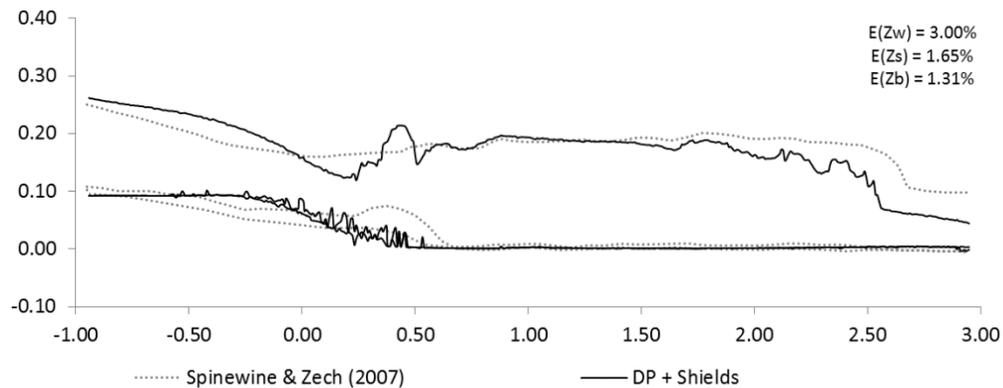
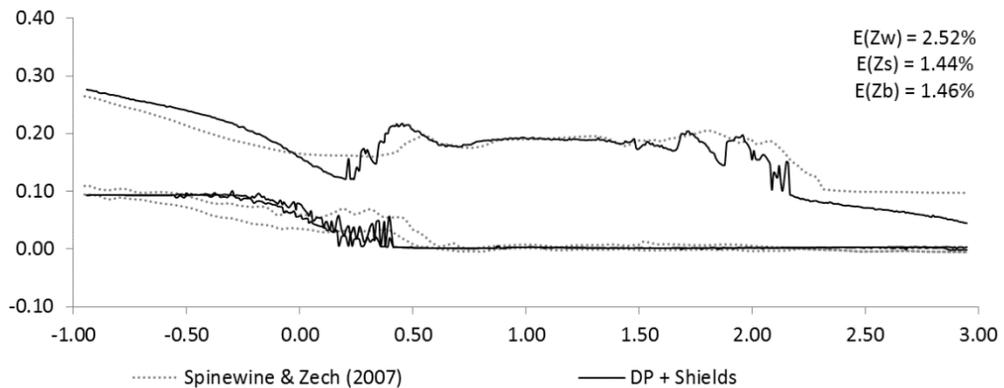


Figura 0.41 – Interfaces para  $t = 1,25$  s.

Figura 0.42 – Interfaces para  $t = 1,50$  s.

**Leito de areia (Partículas utilizadas na simulação: 943602)**

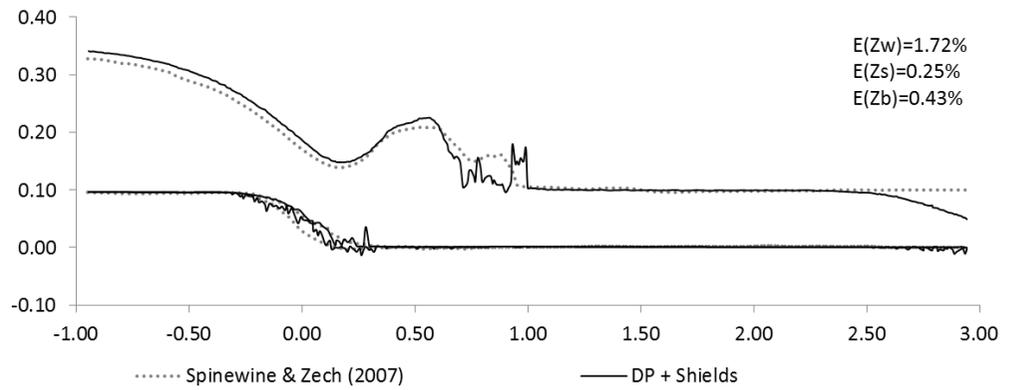
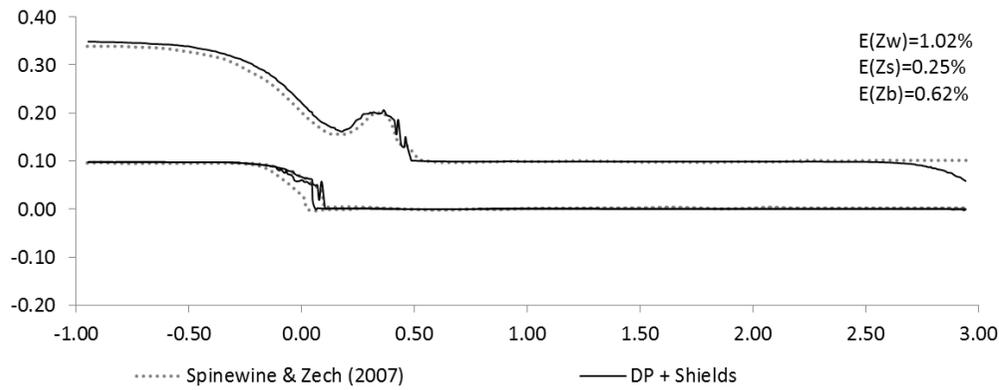


Figura 0.43 – Interfaces para  $t = 0,25$  s.

Figura 0.44 – Interfaces para  $t = 0,50$  s.

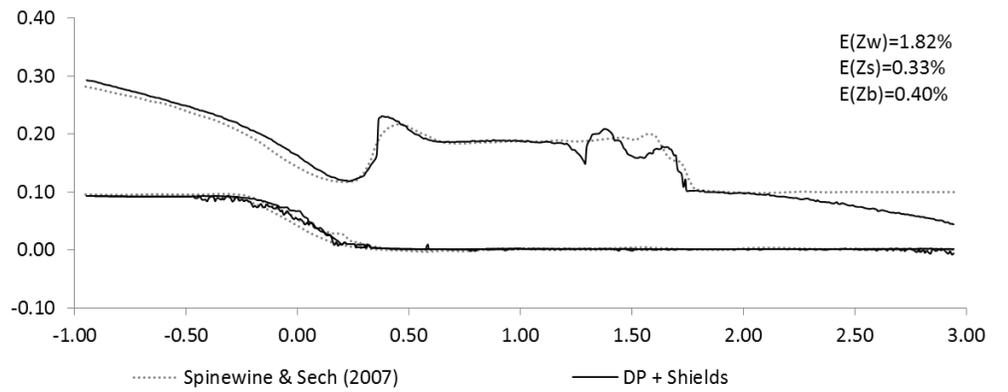
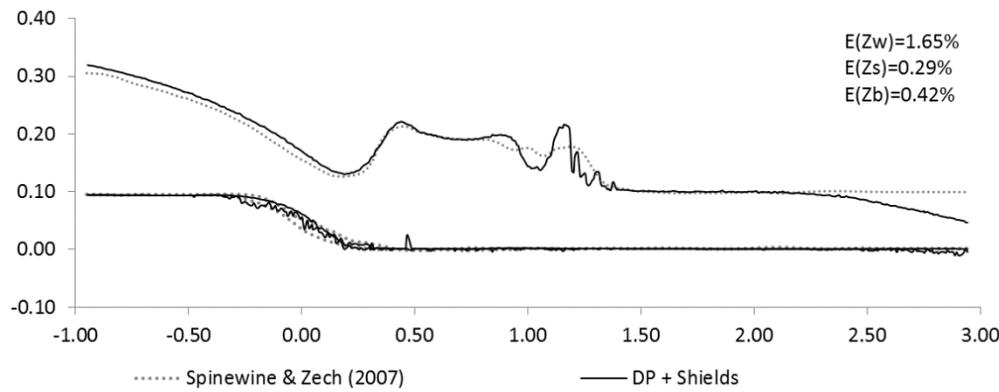


Figura 0.45 – Interfaces para  $t = 0,75$  s.

Figura 0.46 – Interfaces para  $t = 1,00$  s.

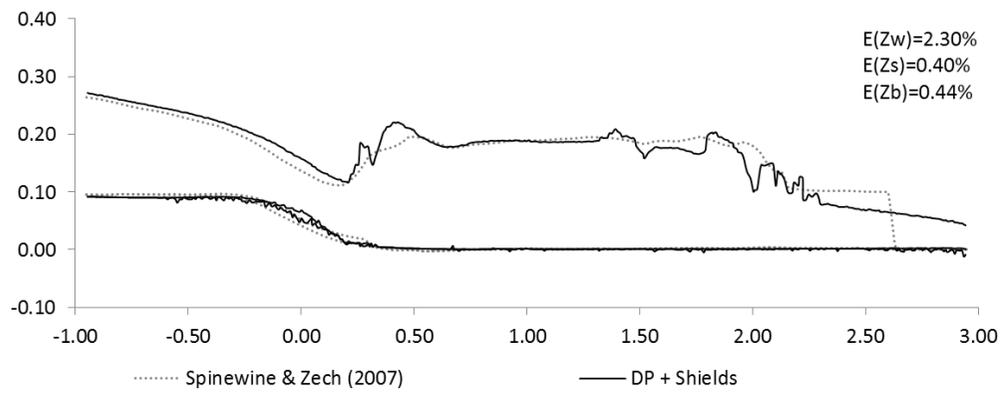


Figura 0.47 – Interfaces para  $t = 1,25$  s.

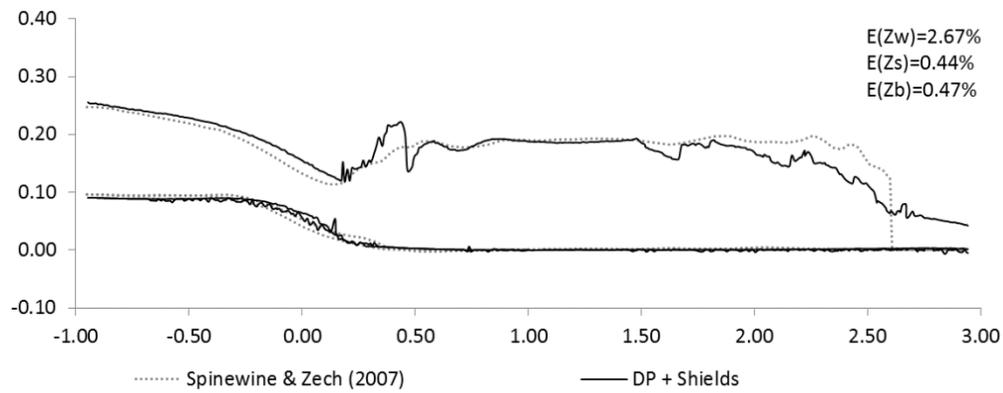


Figura 0.48 – Interfaces para  $t = 1,50$  s.