

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**MODELAGEM NÃO HOMOGÊNEA E NÃO ESTACIONÁRIA  
DE MÁXIMOS ANUAIS DE VAZÃO**

**CAMILA SANTOS BUENO DA SILVA**

**ORIENTADOR: CARLOS HENRIQUE RIBEIRO LIMA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM TECNOLOGIA AMBIENTAL E  
RECURSOS HÍDRICOS**

**BRASÍLIA/DF: JUNHO – 2015**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**MODELAGEM NÃO HOMOGÊNEA E NÃO ESTACIONÁRIA  
DE MÁXIMOS ANUAIS DE VAZÃO**

**CAMILA SANTOS BUENO DA SILVA**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE  
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU  
DE MESTRE EM TECNOLOGIA AMBIENTAL E RECURSOS  
HÍDRICOS.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Carlos Henrique Ribeiro Lima, PhD (ENC-UnB)  
(Orientador)**

---

**Prof. Dirceu Silveira Reis Junior, PhD (ENC-UnB)  
(Examinador Interno)**

---

**Prof. Eber José de Andrade Pinto, Dr. (CPRM-MG/UFMG)  
(Examinador Externo)**

## FICHA CATALOGRÁFICA

BUENO, CAMILA SANTOS DA SILVA.

### **MODELAGEM NÃO HOMOGÊNEA E NÃO ESTACIONÁRIA DE MÁXIMOS ANUAIS DE VAZÃO.**

xiv, 105p., 210 x 297 mm (PTARH/FT/UnB, Mestre, Tecnologia Ambiental e Recursos Hídricos, 2015).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Homogeneidade

2. Estacionariedade

3. Cópulas

4. Sazonalidade

I. PTARH/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BUENO, C. S.S. (2015). *Modelagem não Homogênea e não Estacionária de Máximos Anuais de Vazão*. Dissertação de Mestrado em Tecnologia Ambiental e Recursos Hídricos, Publicação PTARH.DM-172/2015, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 105p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTORA: Camila Santos Bueno da Silva

TÍTULO: Modelagem não Homogênea e não Estacionária de Máximos Anuais de Vazão.

GRAU: Mestre

ANO: 2015

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Camila Santos Bueno da Silva  
SHCGN 707 Bloco D, Asa Norte  
70740-734 Brasília – DF – Brasil.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, por me proporcionar tudo!

Agradeço também à minha família e amigos, pois me amam e acompanham a cada dia novas conquistas e obstáculos vencidos.

Agradeço ao professor orientador Carlos Lima, pela paciência e pelos ensinamentos, pois ele é uma pessoa fundamental no desenvolvimento desse trabalho.

E um muito obrigado aos professores do Programa de Tecnologia Ambiental e Recursos Hídricos da Universidade de Brasília, por incentivar os estudos e estimular o crescimento acadêmico e profissional.

## RESUMO

As cheias são a principal causa das inundações, por esse motivo, seu comportamento vem sendo estudado durante as últimas décadas. Nesse sentido, destacam-se o estudo e a modelagem de eventos de cheia ou picos de vazão num contexto de mudanças climáticas globais e variabilidade natural do sistema que tem levado a violações nas hipóteses básicas de métodos clássicos de análise de frequência de cheias. Metodologias tradicionais de análise de frequência de cheias vêm sendo complementadas por propostas mais adequadas nos casos em que as suposições de homogeneidade, independência e estacionariedade são violadas. No presente trabalho, é estudada e modelada a dependência existente entre máximos sazonais de vazão provenientes de populações distintas. Particularmente, o estudo foca no máximo advindo de uma população do período de chuvas de inverno e outro máximo decorrente de chuvas de verão, na bacia do rio Paranapanema. Fazendo uso dos avanços já apresentados na área de análise de frequência de cheias e com o intuito de agregar conhecimento na área de previsão de cheias, este trabalho desenvolve um modelo que leva em consideração a não-homogeneidade e a não-estacionariedade das séries com a identificação de picos sazonais e da dependência entre os picos de cheias inserindo essas particularidades na estatística que irá representar a amostra de interesse. É então proposta uma metodologia inovadora para a área de estimação de cheias, por meio da aplicação das chamadas cópulas na modelagem da relação existente entre os picos sazonais. Os resultados obtidos mostram que, para períodos de retorno superiores a 50 anos, o método tradicional leva a superestimação de quantis de cheias quando comparados com as estimativas produzidas pelo método das cópulas, que é uma representação mais adequada num contexto de análise sazonal. A aplicação da metodologia proposta para prever a distribuição do máximo sazonal de inverno, condicional ao máximo observado no período anterior, mostrou-se como uma ferramenta promissora para gerenciamento do risco de cheia nesse período, particularmente por propiciar a implementação de sistemas de aviso de cheias.

**Palavras-chave: análise de frequência de cheias, sazonalidade, estacionariedade, homogeneidade, cópula, distribuição bivariada**

## **ABSTRACT**

Peak river flows are the main cause of floods; therefore, their behavior has been the focus of various studies in the past decades. A global climate change context and natural variability of the system has led to violations of the basic assumptions of classical methods of flood frequency analysis, with this perspective, studies and modeling of peak flows has to be reevaluated in order to incorporate those changes. Traditional methodologies of flood frequency analysis have been complemented by more appropriate proposals where the assumptions of homogeneity, independence and stationarity are no longer valid. In this study, the focus was studying and modeling the dependency between seasonal maximum flow from distinct populations. In particular, we focus on maximum arising from a population of winter rains and another maximum period due to summer rains in the Paranapanema River basin (South of Brazil). Making use of advances already made in the flood frequency analysis, and in order to increase knowledge in the area of flood forecasting, this paper develops a model that takes into account the non-homogeneity and non-stationarity of the series with identifying peaks and seasonal dependency between the flooding of these peaks considering the statistical characteristics that will represent the sample of interest. We propose an innovative methodology for the flood frequency analysis, with the application of copula methodology between seasonal peaks. The results show that, for return periods longer than 50 years, the traditional method leads to overestimation of quantile floods when compared with the estimates produced by the copula, which is also a better representation in the context of seasonal analysis. The application of the proposed methodology to forecast seasonal winter maximum distribution, conditional to the maximum observed in the previous period (summer maximum distribution), proved to be a promising tool for managing flood risk in this period, particularly for providing the implementation of flood warning systems.

**Key-words: flood frequency analysis, seasonal flow analysis, stationarity, homogeneity, copula, bivariate distribution**

## SUMÁRIO

<b>1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2 - OBJETIVOS .....</b>	<b>9</b>
<b>2.1. OBJETIVO GERAL .....</b>	<b>9</b>
<b>2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....</b>	<b>9</b>
<b>3 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>10</b>
<b>3.1. ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS COM DISTRIBUIÇÕES NÃO HOMOGÊNEAS E INDEPENDENTES.....</b>	<b>11</b>
<b>3.2. ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS COM DISTRIBUIÇÕES NÃO HOMOGÊNEAS E DEPENDENTES .....</b>	<b>12</b>
<b>3.2.1. Análise multivariada e o uso de Cópulas.....</b>	<b>14</b>
<b>3.3. CHEIAS E ESTACIONARIEDADE NA BACIA DO RIO PARANAPANEMA</b>	<b>15</b>
<b>4 - TEORIA DAS CÓPULAS .....</b>	<b>17</b>
<b>5 - METODOLOGIA.....</b>	<b>23</b>
<b>5.1. ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS COM DISTRIBUIÇÕES NÃO HOMOGÊNEAS E DEPENDENTES (ANÁLISE VIA CÓPULAS) .....</b>	<b>24</b>
<b>5.1.1. Bootstrap .....</b>	<b>29</b>
<b>5.2. TESTES ESTATÍSTICOS PARA ESTACIONARIEDADE DE SÉRIES TEMPORAIS.....</b>	<b>30</b>
<b>5.2.1. Teste de Mann-Kendall.....</b>	<b>31</b>
<b>5.2.2. Teste de Spearman .....</b>	<b>31</b>
<b>5.3. ANÁLISE NÃO ESTACIONÁRIA DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS COM DISTRIBUIÇÕES NÃO HOMOGÊNEAS E DEPENDENTES (ANÁLISE VIA CÓPULAS).....</b>	<b>32</b>
<b>6 - REGIÃO DE ESTUDO E DADOS HIDROCLIMÁTICOS .....</b>	<b>34</b>
<b>6.1. SAZONALIDADE DOS PICOS DE VAZÃO .....</b>	<b>36</b>
<b>7 - RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>38</b>
<b>7.1. SAZONALIDADE DOS PICOS DE VAZÃO .....</b>	<b>38</b>
<b>7.2. ESTACIONARIEDADE DOS PICOS DE VAZÃO .....</b>	<b>42</b>
<b>7.3. ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS COM DISTRIBUIÇÕES NÃO HOMOGÊNEAS E DEPENDENTES (ANALISE VIA CÓPULA).....</b>	<b>46</b>

<b>7.4. ANÁLISE NÃO ESTACIONÁRIA DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS COM DISTRIBUIÇÕES NÃO HOMOGÊNEAS E DEPENDENTES (ANÁLISE VIA CÓPULA).....</b>	<b>55</b>
<b>8 - CONCLUSÕES.....</b>	<b>58</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>60</b>
<b>APÊNDICES.....</b>	<b>65</b>
<b>A.. ANÁLISE VIA CÓPULA PARA UHE JURUMIRIM .....</b>	<b>66</b>
<b>B.. ANÁLISE VIA CÓPULA PARA UHE CANOAS.....</b>	<b>74</b>
<b>C.. ANÁLISE VIA CÓPULA PARA UHE CAPIVARA .....</b>	<b>82</b>
<b>D.. ANÁLISE VIA CÓPULA PARA UHE TAQUARUÇU .....</b>	<b>90</b>
<b>E.. ANÁLISE VIA CÓPULA PARA UHE ROSANA.....</b>	<b>98</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS, NOMECLATURA E ABREVIACÕES

ANA	Agência Nacional de Águas
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
$\alpha=5\%$	nível de significância
$\alpha$	parâmetro de posição
$\beta$	parâmetro de escala
$\gamma$	parâmetro de forma
$\mu$	média
$\sigma$	desvio padrão
$C(u,v)$	cópula bidimensional
$F(x)$	função distribuição acumulada
$G(y)$	função distribuição acumulada
$\varphi$	função geradora da cópula
<i>GEV</i>	<i>Generalized Extreme Value</i>
$H(x,y)$	função distribuição conjunta
$\mathbb{I}$	números reais $[0,1]$
$N$	número de dados
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
$P$	probabilidade de ocorrência ou superação
$\Pi(u,v)$	cópula produto
$Q$	vazão
$\tau$	coeficiente de correlação de Kendall
$\theta$	parâmetro da função geradora da cópula
UHE	usina hidrelétrica

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Tendência monotônica crescente da série de vazões máximas do posto Jurumirim no rio Paranapanema. (Anjos e Bueno,2011).....	4
Figura 1.2 - Vazão máxima mensal sobre a bacia do rio das Fêmeas (nordeste do país) a esquerda e sobre bacia do rio Paranapanema (sudeste do país) .....	5
Figura 1.3 - Correlação entre os picos de vazão da bacia do rio Paraná (Lima, 2011). Período 1: Setembro - Dezembro, período 2: Janeiro - Abril) - os círculos sólidos indicam correlações estatisticamente significantes ao nível de significância de 5%, enquanto os círculos vazados não apresentam correlação estatisticamente significativa. ....	6
Figura 3.1 - Curva de frequência para o posto do reservatório Furnas para a) períodos 1 (círculo) e período 2 (quadrado) e b) máximo anual. (Adaptado de Lima, 2011) .....	11
Figura 4.1 - Representação gráfica da equação 4.3. (Marchi, 2010).....	18
Figura 4.2 - Gráficos das cópulas M, $\Pi$ e W. (Nelsen, 2006).....	19
Figura 4.3 - Diagramas de contorno das cópulas M, $\Pi$ e W, sendo a) máxima correlação positiva, b) independência e c) máxima correlação negativa. (Nelsen, 2006).....	19
Figura 4.4 - Estrito (a) e não estrito (b) geradores e inversas. (Nelsen, 2006).....	21
Figura 6.1 - Mapa de localização da bacia do rio Paranapanema. ....	34
Figura 6.2 - Precipitação total média mensal sobre a bacia do rio Paranapanema (1939-2005) (Anjos e Bueno, 2011) .....	36
Figura 7.1 - Curva de frequência para o posto UHE Chavantes para a) Períodos 1 e 2 e b) Período Total. ....	39
Figura 7.2: Curva de frequência para o posto fluviométrico Tibagi para os períodos 1 e 2. ...	40
Figura 7.3: Mapa com representação geológica da bacia do rio Paranapanema. A linha preta delimita a bacia do rio Paranapanema, a linha vermelha indica a delimitação da bacia do rio Tibagi (afluente pela margem esquerda do rio Paranapanema). A área em rosa indica litologia Granito Santa Rita, em cinza Itaiococa carbonática, em vermelho Granito Conceição, em cinza Arenito, e em verde escuro Basalto. ....	41
Figura 7.4 - Diagrama de dispersão das vazões de pico do período 1 (novembro-abril) e do período 2 (maio-outubro) para o posto da UHE Chavantes. ....	42
Figura 7.5 - Série de máximos sazonais de vazão observadas para o período 1 (novembro-abril) do posto da UHE Chavantes (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados). ....	44

Figura 7.6 - Série de máximos sazonais de vazão observadas para o período 2 (maio-outubro) do posto da UHE Chavantes (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).....	45
Figura 7.7 - Série (novembro-outubro) de máximos anuais de vazão observadas do posto da UHE Chavantes (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados). .....	45
Figura 7.8 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período 1) a esquerda e (Período 2) a direita. ....	48
Figura 7.9 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período Total) .....	48
Figura 7.10 - Plotagem dos dados da amostra (Período 1) no gráfico de distribuição acumulado de Gumbel.....	49
Figura 7.11 - Plotagem dos dados da amostra (Período 2) no gráfico de distribuição acumulado de Gumbel.....	49
Figura 7.12 - Gráfico de dispersão da cópula para $\theta=0,1$ no extremo esquerdo, $\theta=1,474$ no centro e $\theta=5$ no extremo direito. ....	50
Figura 7.13 - Diagrama de dispersão de 1000 valores aleatórios da cópula de Gumbel com $\tau_{kendal} = 0,321$ e $\theta=1,474$ .....	51
Figura 7.14—Diagrama de Contorno da Cópula de Gumbel com $\tau_{kendal} = 0,321$ e $\theta=1,474$ .	51
Figura 7.15: Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional .	53
Figura 7.16 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional e Bootstrap da cópula.....	55
Figura 7.17- Vazões máximas esperadas para a UHE Chavantes nos anos 1931 – 2008.....	56
Figura A.1 - Curva de frequência para o posto UHE Jurumirim para a) Períodos 1 e 2 e b) Período Total. ....	66
Figura A.2 - Diagrama de dispersão do período 1 e o período 2 dos máximos de vazão para o posto da UHE Jurumirim. $R=0,34$ .....	67
Figura A.3 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 1 do posto da UHE Jurumirim (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados). ....	67
Figura A.4 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 2 do posto da UHE Jurumirim (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados). ....	68

Figura A.5 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período total do posto da UHE Jurumirim (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados). .....	68
Figura A.6 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período 1) a esquerda e (Período 2) a direita para UHE Jurumirim. ....	69
Figura A.7 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período Total) para UHE Jurumirim .....	70
Figura A.8 - Plotagem dos dados da amostra (Período 1 – gráfico a esquerda) e (Período 2 – gráfico a direita) no gráfico de distribuição acumulado de Gumbel UHE Jurumirim .....	70
Figura A.9 - ScatterPlot de 1000 valores aleatórios da Cópula de Gumbel com $\tau_{kendal} = 0,2901$ e $\theta=1,408$ UHE Jurumirim .....	71
Figura A.10 - Diagrama de Contorno da Cópula de Gumbel com $\tau_{kendal} = 0,2901$ e $\theta=1,408$ UHE Jurumirim .....	71
Figura A.11 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Jurumirim .....	72
Figura A.12 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional e Bootstrap da cópula UHE Jurumirim .....	73
Figura A.13 - Vazões esperadas para UHE Jurumirim. (Legenda vide Figura 7.17) ( $KS_{cop} = 0,11$ ; $KS_{trad}=0,59$ ) .....	73
Figura B.1 - Curva de frequência para o posto UHE Canoas para a) Períodos 1 e 2 e b) Período Total. ....	74
Figura B.2 - Diagrama de dispersão do período 1 e o período 2 dos máximos de vazão para o posto da UHE Canoas. $R=0,38$ .....	75
Figura B.3 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 1 do posto da UHE Canoas (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados). ....	75
Figura B.4 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 2 do posto da UHE Canoas (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados). ....	76
Figura B.5 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período total do posto da UHE Canoas (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados). ..	76
Figura B.6 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período 1) a esquerda e (Período 2) a direita para UHE Canoas. ....	77
Figura B.7 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período Total) para UHE Canoas.....	78

Figura B.8 - Plotagem dos dados da amostra (Período 1 – gráfico a esquerda) e (Período 2 – gráfico a direita) no gráfico de distribuição acumulado de Gumbel UHE Canoas .....	78
Figura B.9 - Scatterplot de 1000 valores aleatórios da Cópula de Gumbel com $\tau_{kendal} = 0,3074$ e $\theta=1,444$ UHE Canoas .....	79
Figura B.10 - Diagrama de Contorno da Cópula de Gumbel com $\tau_{kendal} 0,3074$ e $\theta=1,444$ UHE Canoas .....	79
Figura B.11 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Canoas .....	80
Figura B.12 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional e Bootstrap da cópula UHE Canoas .....	81
Figura B.13 - Vazões esperadas para UHE Canoas. (Legenda vide Figura 7.17)( $KS_{cop} = 0,14$ ; $KS_{trad}=0,62$ ) .....	81
Figura C.1 - Curva de frequência para o posto UHE Capivara para a) Períodos 1 e 2 e b) Período Total .....	82
Figura C.2 - Diagrama de dispersão do período 1 e o período 2 dos máximos de vazão para o posto da UHE Capivara. $R=0,36$ .....	83
Figura C.3 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 1 do posto da UHE Capivara (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).....	83
Figura C.4 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 2 do posto da UHE Capivara (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).....	84
Figura C.5 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período total do posto da UHE Capivara (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados). 84	
Figura C.6 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período 1) a esquerda e (Período 2) a direita para UHE Capivara. ....	85
Figura C.7 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período Total) para UHE Capivara .....	86
Figura C.8 - Plotagem dos dados da amostra (Período 1 – gráfico a esquerda) e (Período 2 – gráfico a direita) no gráfico de distribuição acumulado de Gumbel UHE Capivara .....	86
Figura C.9 - Scatterplot de 1000 valores aleatórios da Cópula de Gumbel com $\tau_{kendal} = 0,2404$ e $\theta=1,3165$ UHE Capivara .....	87
Figura C.10 - Diagrama de Contorno da Cópula de Gumbel com $\tau_{kendal} =0,2404$ e $\theta=1,3165$ UHE Capivara .....	87
Figura C.11 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Capivara .....	88

Figura C.12 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional e Bootstrap da cópula UHE Capivara .....	89
Figura C.13 - Vazões esperadas para UHE Capivara. (Legenda vide Figura 7.17)( $KS_{cop} = 0,24; KS_{trad}=0,59$ ).....	89
Figura D.1 -Curva de frequência para o posto UHE Taquaruçu para a) Períodos 1 e 2 e b) Período Total.....	90
Figura D.2 - Diagrama de dispersão do período 1 e o período 2 dos máximos de vazão para o posto da UHE Taquaruçu. $R=0,36$ .....	91
Figura D.3 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 1 do posto da UHE Taquaruçu (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).....	91
Figura D.4 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 2 do posto da UHE Taquaruçu (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).....	92
Figura D.5 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período total do posto da UHE Taquaruçu (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados). .....	92
Figura D.6 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período 1) a esquerda e (Período 2) a direita para UHE Taquaruçu.....	93
Figura D.7 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período Total) para UHE Taquaruçu.....	94
Figura D.8 - Plotagem dos dados da amostra (Período 1 – gráfico a esquerda) e (Período 2 – gráfico a direita) no gráfico de distribuição acumulado de Gumbel UHE Taquaruçu.....	94
Figura D.9 - Scatterplot de 1000 valores aleatórios da Cópula de Gumbel com $\tau_{kendal} = 0,2412$ e $\theta=1,3178$ UHE Taquaruçu.....	95
Figura D.10 - Diagrama de Contorno da Cópula de Gumbel com $\tau_{kendal} = 0,2412$ e $\theta=1,3178$ UHE Taquaruçu.....	95
Figura D.11 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Taquaruçu.....	96
Figura D.12 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional e Bootstrap da cópula UHE Taquaruçu.....	97
Figura D.13 - Vazões esperadas para UHE Taquaruçu. (Legenda vide Figura 7.17).....	97
Figura E.1 - Curva de frequência para o posto UHE Rosana para a) Períodos 1 e 2 e b) Período Total.....	98
Figura E.2 - Diagrama de dispersão do período 1 e o período 2 dos máximos de vazão para o posto da UHE Rosana. $R=0,36$ .....	99

Figura E.3 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 1 do posto da UHE Rosana (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados). .....	99
Figura E.4 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 2 do posto da UHE Rosana (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados). .....	100
Figura E.5 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período total do posto da UHE Rosana (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados). .....	100
Figura E.6 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período 1) a esquerda e (Período 2) a direita para UHE Rosana. ....	101
Figura E.7 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período Total) para UHE Rosana.....	102
Figura E.8 - Plotagem dos dados da amostra (Período 1 – gráfico a esquerda) e (Período 2 – gráfico a direita) no gráfico de distribuição acumulado de Gumbel UHE Rosana .....	102
Figura E.9 - Scatterplot de 1000 valores aleatórios da Cópula de Gumbel com $\tau_{kendal} = 0,2318$ e $\theta=1,3017$ UHE Rosana .....	103
Figura E.10 - Diagrama de Contorno da Cópula de Gumbel com $\tau_{kendal} = 0,2318$ e $\theta=1,3017$ UHE Rosana.....	103
Figura E.11 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Rosana.....	104
Figura E.12 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional e Bootstrap da cópula UHE Rosana.....	105
Figura E.13 - Vazões esperadas para UHE Rosana. (Legenda vide Figura 7.17).....	105

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4-1 - Funções geradoras, Nelsen (2003).....	22
Tabela 6-1 - Características das UHE's onde estão localizados os postos fluviométricos selecionados para esse estudo. ....	35
Tabela 7-1 - Valor-p para os testes de estacionariedade .....	43
Tabela 7-2 - Características das séries UHE Chavantes .....	46
Tabela 7-3 - Parâmetros da distribuição Gumbel das marginais UHE Chavantes.....	47
Tabela 7-4- Valores de vazão em m <sup>3</sup> /s para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional.....	53
Tabela A.1 - Características das séries UHE Jurumirim.....	69
Tabela A.2 - Parâmetros da distribuição Gumbel das marginais UHE Jurumirim .....	69
Tabela A.3 - Valores de vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Jurumirim.....	72
Tabela B.1 - Características das séries UHE Canoas .....	77
Tabela B.2 - Parâmetros da distribuição Gumbel das marginais UHE Canoas .....	77
Tabela B.3 - Valores de vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Canoas.....	80
Tabela C.1 - Características das séries UHE Capivara .....	85
Tabela C.2 - Parâmetros da distribuição Gumbel das marginais UHE Capivara.....	85
Tabela C.3 - Valores de vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Capivara .....	88
Tabela D.1 - Características das séries UHE Taquaruçu .....	93
Tabela D.2 - Parâmetros da distribuição Gumbel das marginais UHE Taquaruçu.....	93
Tabela D.3 - Valores de vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Taquaruçu .....	96
Tabela E.1 - Características das séries UHE Rosana .....	101
Tabela E.2 - Parâmetros da distribuição Gumbel das marginais UHE Rosana.....	101
Tabela E.3 - Valores de vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Rosana.....	104

# 1 - INTRODUÇÃO

As cheias são a principal causa das inundações, por esse motivo, seu comportamento vem sendo estudado durante as últimas décadas. Dentre seus principais estudos, encontram-se os seus aspectos hidrológicos e hidráulicos, assim como projetos de controle estrutural das ondas de cheia. Para a gestão de riscos provocados pelas inundações, é necessário identificar a tipologia das cheias e os riscos a elas associados. Pelo fato do risco de inundação ser um conceito ao qual está inerente alguma incerteza, é simples compreender que para prever a cheia com a sua respectiva incerteza, surge a necessidade de conhecê-la e descrevê-la estatisticamente.

Uma aplicação importante no conhecimento das vazões extremas é o dimensionamento de projetos de engenharia, como barragens, diques, irrigação, drenagem, dentre outros. Essa vazão de dimensionamento, por vezes conhecida como cheia de projeto, é a vazão máxima com certa probabilidade de excedência ou a sequência de vazões extremas que a obra pode suportar sem danos significativos para si e para as populações de suas proximidades.

Nos últimos tempos, foram registrados inúmeros desastres no Brasil e no mundo, dentre eles, destacam-se a enchente que sofreram os estados de Alagoas e Pernambuco em 2010, as fortes chuvas que acarretaram deslizamento de terra na região Serrana do Rio de Janeiro em 2011, as milhares de casas e hectares inundados no norte e centro da Europa após os rios alcançarem níveis históricos, provocados pelas fortes chuvas e as águas do degelo em 2013, as cheias do rio Uruguai no Rio Grande do Sul onde foi decretado estado de calamidade pública em 2014, dentre outros. Além das grandes perdas econômicas, essas tragédias causaram grande impacto na vida das comunidades afetadas, inclusive com perda de vidas humanas. Nesse contexto, é fundamental o aperfeiçoamento da gestão de riscos de desastres naturais, de modo a garantir a devida prevenção, preparação e resposta a esses eventos, podendo minimizar as mortes e impactos socioeconômicos e ambientais. Dentre esses motivos, destaca-se a necessidade da correta estimação da curva de frequência de cheias de modo que se possa avaliar os benefícios advindos de diferentes estratégias de controle de cheias.

Para a determinação da vazão extrema associada a certo risco ou probabilidade de ocorrência, é comum, na literatura, a utilização de métodos estatísticos de análise de frequência de cheias

(e.x.: Holtz, 1976; Eletrobrás, 1985; Lanna, 2007). A maior parte dos estudos de frequência de cheias tem como base métodos estatísticos, em que dados históricos de vazão são utilizados para se obter detalhes da magnitude e frequência de ocorrência de vazões extremas, sendo que, na maioria dos casos, são estimados parâmetros de uma distribuição estatística para extrapolar valores de vazões extremas que ocorrem com baixa frequência, ou seja, vazões poucos usuais onde o período de recorrência, é substancialmente maior do que o número de anos com dados históricos de vazão disponíveis.

Em geral, nessas análises são utilizados dados de vazão máxima anual ou dados de pico de vazão acima de um nível pré-determinado (séries parciais de vazões máximas). Esses métodos de análise de frequência de cheias tem sido aplicados em diversas áreas, como no dimensionamento de estruturas hidráulicas (vertedouro, estruturas de desvio do rio, diques, pontes, etc.), na gestão de riscos de cheias, no mapeamento de área de riscos, na segurança e proteção de regiões alagáveis, na segurança de barragens, dentre outras aplicações. Descrições detalhadas dessa metodologia são apresentadas em diversos livros de hidrologia (Maidment, 1992; Naghettini e Pinto, 2007; Tucci, 2007) e, também, em tutorias padrões utilizados nos Estados Unidos (*U.S. Water Resources Council*, 1981), os quais indicam que, para a aplicação da metodologia geral de análise de frequência de cheias, são necessários que os dados observados satisfaçam as condições de homogeneidade, independência e estacionariedade.

A condição de homogeneidade assegura que todas as observações tenham sido extraídas de uma única população (Naghettini e Pinto, 2007). Essa premissa pode ser violada no caso de locais com mais de um período de cheia anual (por exemplo, máximos anuais que podem ocorrer tanto no inverno como no verão), as quais seriam advindas de diferentes populações, apresentando assim diferentes parâmetros estatísticos, e eventualmente diferentes funções de probabilidade. A aplicação de duas ou mais distribuições de probabilidade para melhor representar a frequência de ocorrência de cheias anuais é uma das alternativas quando a suposição de homogeneidade é violada (por exemplo, veja Waylen e Woo, 1982; Alila e Mtiraoui, 2002; Fill *et al.*, 2008; Balakrishnan e Lai, 2009).

O termo independência significa, essencialmente, que nenhuma observação presente na amostra pode influenciar a ocorrência, ou a não ocorrência, de qualquer outra observação seguinte (Naghettini e Pinto, 2007). No contexto de variabilidade climática, é possível que o pressuposto de independência seja violado e os resultados para análise de frequência de cheias

convencional se torne duvidosa. Sob tais circunstâncias, é importante fazer uso de outras abordagens mais adequadas que atendam a questão apresentada. A suposição de independência é violada quando ocorre uma correlação serial entre os dados, o que é pouco provável em séries de máximos anuais de vazão, mas que pode ser comum em séries parciais de máximos de vazão. Em seus estudos, Khalic *et al.* (2006) apresentam metodologias que removem o efeito da dependência da série para obter observações independentes, e também metodologias que envolvem a estimativa de probabilidade de kernel e wavelet.

A suposição de estacionariedade da série de dados é válida quando, excluídas as flutuações aleatórias, as observações amostrais são invariantes com relação à cronologia de suas ocorrências (Naghetini e Pinto, 2007). Porém, as alterações no uso do solo e na cobertura vegetal de bacias hidrográficas, assim como as mudanças nos padrões climáticos regionais, por exemplo, podem comprometer o estudo de frequência de cheias ao levarem a uma violação da suposição de estacionariedade. Alterações como essas podem influenciar no escoamento das bacias, levando a aumentos ou diminuições graduais ou abruptas nas séries de vazões. A Figura 1.1, por exemplo, mostra um aumento gradual ao longo do tempo numa série de máximos anuais de vazões, com tendência monotônica e ausência de estacionariedade na série (Anjos e Bueno, 2011). A análise de frequência de cheias de uma série temporal não estacionária requer uma abordagem diferente do convencional estacionário, pois os parâmetros da distribuição e a própria distribuição podem mudar com o tempo. Assim fazer as estimativas de probabilidade de excedência e incerteza assumindo estacionariedade em uma série de dados não estacionários pode afetar significativamente a validade dos resultados da análise de frequência. Buscar modelos plausíveis, que abordem a não estacionariedade da série de dados, é muito importante para prever a ocorrência de eventos de cheias por que a utilização de pressupostos inadequados pode levar a catástrofes em caso de subestimação e desperdício de recursos econômicos em caso de superestimação do valor de cálculo de interesse.

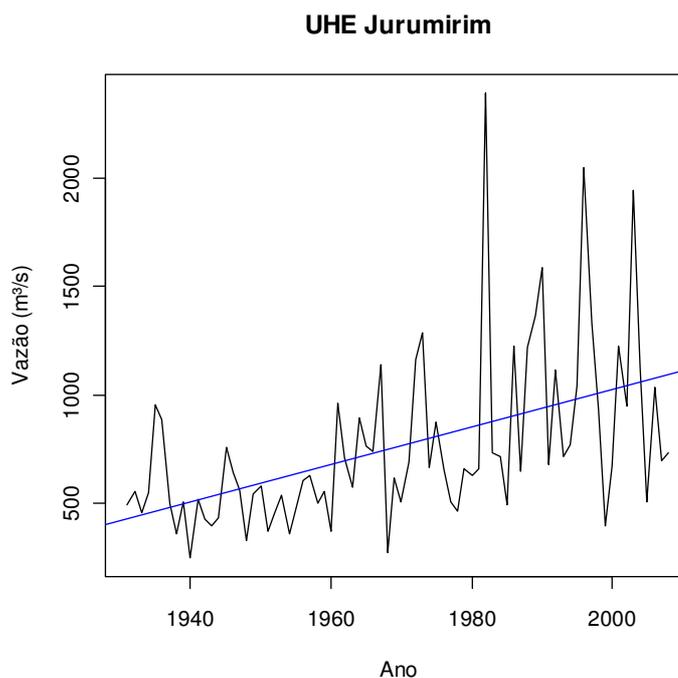


Figura 1.1 - Tendência monotônica crescente da série de vazões máximas do posto Jurumirim no rio Paranapanema. (Anjos e Bueno,2011)

Metodologias tradicionais de análise de frequência de cheias vêm sendo complementadas por novas propostas devido às violações das suposições supracitadas. Em seu trabalho, Lima (2011) identifica na bacia do rio Paraná a violação dessas premissas e conclui que a suposição de independência é violada quando ocorre uma correlação serial entre os dados e que a suposição de dados identicamente distribuídos, ou seja, dados que pertençam a uma mesma distribuição de probabilidades com um mesmo conjunto de parâmetros estacionários no tempo (dados homogêneos), tende a ser violada mais facilmente. Por exemplo, pode ocorrer que, em um determinado local, as cheias sejam provocadas por diferentes mecanismos atmosféricos (convecção local, ocorrência de frentes, etc.) e a série de dados anuais de vazão máxima reflita valores oriundos de diferentes distribuições de probabilidade, possivelmente com diferentes conjuntos de parâmetros estatísticos.

As incertezas associadas à estimação desses novos parâmetros devem ser avaliadas com relação à "intensidade" da violação da premissa de metodologias já consagradas. Além disso, é importante avaliar se a complexidade inserida no processo de estimação desses parâmetros agrega um avanço ou um retrocesso na análise de frequência de cheias. Coles (2007) discute que, como o modelo precisa da descrição do processo de geração dos dados, e não dos dados em si, então é necessário avaliar a intensidade das evidências por uma estrutura mais

complexa. Se a evidência não é particularmente forte, então, de preferência, deve ser escolhido o modelo mais simples.

No presente trabalho busca-se estudar e modelar a dependência existente entre máximos de vazão provenientes de populações distintas, particularmente a relação existente entre a vazão máxima de inverno e a vazão máxima de verão para um mesmo ano hidrológico. A Figura 1.2 ilustra o comportamento dos picos de cheias em duas regiões distintas do Brasil, o rio das Fêmeas (nordeste do país) apresenta um pico de cheia anual, indicando uma única população, já o rio Paranapanema (sul do país) ilustra dois picos de cheias, o que pode indicar mais de uma população a série hidrológica.

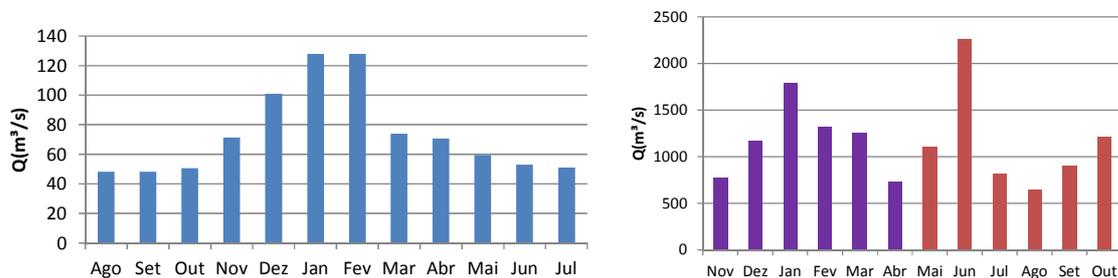


Figura 1.2 - Vazão máxima mensal sobre a bacia do rio das Fêmeas (nordeste do país) a esquerda e sobre bacia do rio Paranapanema (sudeste do país)

Lima (2011), em seu estudo na bacia do rio Paraná, também área de estudo desse trabalho, observou uma correlação significativa entre os picos de diferentes períodos do ano, como mostra a Figura 1.3. Segundo o autor, a causa dessa associação pode ser tanto um processo hidrológico devido à persistência das vazões (acúmulo do escoamento de base do evento anterior), quanto um processo climático (mecanismos geradores dos eventos de cheias), devido à associação entre picos de precipitação. Nesse caso, a constatação dessa dependência entre os períodos viola a suposição de independência sazonal no caso da modelagem de máximos anuais como realizada em Fill *et al.* (2008), o que pode comprometer ou até mesmo inviabilizar a modelagem via metodologia tradicional de análise de frequência de cheias, levando a uma subestimação ou superestimação dos quantis de cheias.

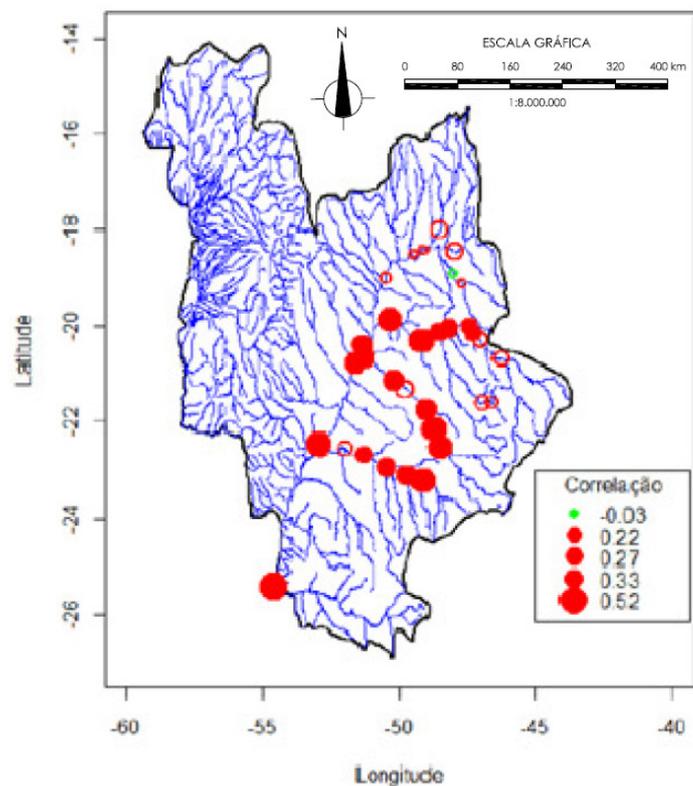


Figura 1.3 - Correlação entre os picos de vazão da bacia do rio Paraná (Lima, 2011). Período 1: Setembro - Dezembro, período 2: Janeiro - Abril) - os círculos sólidos indicam correlações estatisticamente significantes ao nível de significância de 5%, enquanto os círculos vazados não apresentam correlação estatisticamente significativa.

As distribuições de probabilidade que melhor se ajustam ao dados de máximos de vazão dos períodos de inverno e verão são distribuições extremas, e nesses casos, ferramentas comumente utilizadas de análise bivariada, como a distribuição normal bivariada, não são adequadas para modelar a relação entre vazões extremas, sendo necessário recorrer a outros métodos. Nesse contexto, Favre *et al.* (2004) apresentam modelagem multivariada de valores extremos fazendo uso das cópulas, a abordagem utilizada permite modelar a estrutura de dependência independentemente da distribuição marginal ajustada, o que não é possível com métodos clássicos padrões. Os autores aplicaram a metodologia para estudos na bacia do rio Que'bec no Canadá, avaliando a associação dos picos de vazão com o volume. Michele *et al.*(2004) também fazem uso das cópulas em seu trabalho para associar a dependência existente entre o pico de cheia e o volume de inundação, os autores aplicaram a metodologia para a barragem Ceppo Morelli de uma usina hidrelétrica na bacia do rio Toce no norte da Itália.

Apesar da metodologia que faz uso de distribuições mistas de probabilidade que considera a dependência dos picos de cheias ser apresentada nos trabalhos descritos, não são conhecidos na literatura estudos que analisem a modelagem de frequência de ocorrência de eventos extremos de vazão considerando a violação das premissas de homogeneidade, independência e estacionariedade.

Fazendo uso dos avanços já apresentados na área de análise de frequência de cheias, e com o intuito de agregar conhecimento na área de previsão de cheias, esse trabalho visa desenvolver um modelo que leve em consideração a não-homogeneidade e a não-estacionariedade das séries com a identificação de picos sazonais e dependência entre os picos de cheias inserindo essas particularidades na estatística que irá representar a amostra de interesse, de forma a propor uma metodologia inovadora para a área de estimação de cheias.

Objetiva-se então avaliar aqui o uso da modelagem proposta utilizando dados hidrológicos da bacia do rio Paranapanema, onde o máximo anual pode ser proveniente do período do verão ou do inverno, sendo assim oriundos de populações distintas e ainda correlacionados entre si, como indicado nos estudos de Lima (2011). Assumindo a existência de populações distintas é possível ajustar distribuições estatísticas diferentes para cada período de dados, como sugere os estudos de Fill *et al.*(2008) para a mesma bacia em questão, onde são considerados máximos sazonais independentes e são estimados conjuntos de parâmetros estatísticos diferentes para cada série de máximo sazonal. Nesse trabalho busca-se avançar na metodologia de estimação de quantis de cheia para a região a partir da modelagem da dependência existente entre os picos de vazão de verão e inverno com uso das chamadas cópulas, que são funções apropriadas para capturar a dependência entre variáveis aleatórias dos mais diversos tipos (por exemplo, veja os trabalhos de Embrechst *et al.*,2001; Favre *et al.*, 2004; Fermanian *et al.*, 2004; Karmakar e Simonovic, 2007), incluindo distribuições extremas (e.x. GEV), o que não é possível de se obter com as distribuições multivariadas mais comuns, como a distribuição normal bivariada. Num segundo momento, busca-se introduzir uma modelagem não-estacionária, essa análise é relativamente nova, mas o número de estudiosos interessados nessa abordagem vem aumentando continuamente, talvez, devido à vulnerabilidade da sociedade e do ecossistema às mudanças climáticas globais previstas pelos modelos climáticos. A modelagem não estacionária tratada nesse estudo busca a previsão de vazões de inverno, dado a vazão de verão ocorrida na estação corrente e o uso da função

cópula condicional para obter o valor da previsão da próxima estação, levando em consideração a dependência histórica apresentada pelos dados entre os períodos envolvidos.

Na primeira parte do estudo é apresentada uma revisão bibliográfica sobre os métodos que vêm sendo utilizados para aplicação de distribuição conjunta assumindo independência e estacionariedade dos dados, bem como propostas metodológicas recentes de estimação de quantis de cheias considerando a dependência entre os picos sazonais e não estacionariedade das séries, seguida então de um referencial teórico acerca da metodologia de cópulas. Após o referencial teórico, é apresentada a proposta metodológica para estimativa de frequência de máximos anuais de vazão num contexto de violação das premissas básicas. Em sequência, são apresentadas as características da região de estudo e os resultados e discussões obtidos.

## **2 - OBJETIVOS**

### **2.1.OBJETIVO GERAL**

Modelar e estimar quantis de cheias anuais e suas incertezas considerando não-homogeneidade e não-estacionariedade das séries de vazão.

### **2.2.OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Identificar e modelar séries de máximo anual de vazão quando os máximos podem ocorrer em períodos distintos do ano e serem portanto de populações diferentes;
- Desenvolver um modelo estatístico que considere a estrutura de dependência entre os máximos sazonais de vazão;
- Desenvolver um modelo não-estacionário para as cheias que ocorrem no segundo período (ex. inverno) considerando a cheia observada para o primeiro período (ex. verão) e a estrutura de dependência entre os máximos de cada período.

### 3 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As vazões extremas são comumente estimadas por meio do ajuste de uma distribuição estatística à amostra de dados de vazão. Esse ajuste pode estar propenso a erros decorrentes da escolha da distribuição a ser ajustada, ou da consequência de premissas assumidas, que podem não refletir as características da população em estudo. Dentre esses pressupostos assumidos, encontra-se a homogeneidade da amostra.

Há algumas décadas, cientistas vêm estudando os processos físicos que estão envolvidos na escolha da distribuição. Waylen e Woo (1982) propõem um método de estimação de frequência de cheias que incorpora características distintas do processo de geração de vazão. Os autores estudaram uma região em que a vazão é decorrente de diferentes processos hidrológicos (chuvas intensas e derretimento de neve), assim como Hirschboeck (1987), que em seu estudo faz uso de distribuições mistas utilizando, como critério de separação da vazão, subgrupos climáticos com divisões sazonais. Mais recentemente, Villarini (2010) identifica uma “mistura” de picos de cheias anuais devido a processos inverno-primavera de sistemas extratropicais e tempestades das estações quentes, como populações distintas na identificação de distribuição de frequência de cheia na região leste dos Estados Unidos.

No Brasil, Fill *et al.* (2008) fizeram uma avaliação de cheias no sul do País, considerando distribuições sazonais. Eles aplicaram um teste estatístico de Wilcoxon para definição da faixa temporal que pode ser considerada estocasticamente distinta e, portando, proveniente de distribuições de probabilidades distintas. Em outro estudo na região, Lima (2011) identifica variabilidade interanual de vazões de pico na Bacia do Paraná mostrando que os picos de vazão podem ocorrer em qualquer mês do ano. A ocorrência de picos de vazão em diferentes épocas do ano sugere que as cheias são provenientes de diferentes mecanismos atmosféricos de precipitação. A curva empírica de frequências de cheias da vazão sazonal máxima para cada um dos períodos (Figura 3.1) mostra claramente duas curvas distintas, sendo que os valores maiores de picos de vazão tendem a ocorrer no período 2. Apesar da diferença significativa nas curvas para os dois períodos, a variabilidade interanual do sistema climático responsável por tais cheias faz com que o pico possa também ocorrer no período 1 (Lima,2011). A curva empírica de frequência para os dados de vazão máxima anual (Figura 3.1 - b) mostra que para tempos de retorno de até 20 anos ambos os períodos 1 e 2 são responsáveis pelos picos de vazão, com uma maior ocorrência no período 2, como era

esperado em virtude das diferenças encontradas (Figura 3.1 - a). Para tempos de retorno superiores a 20 anos, as cheias ocorrem exclusivamente no período 2.

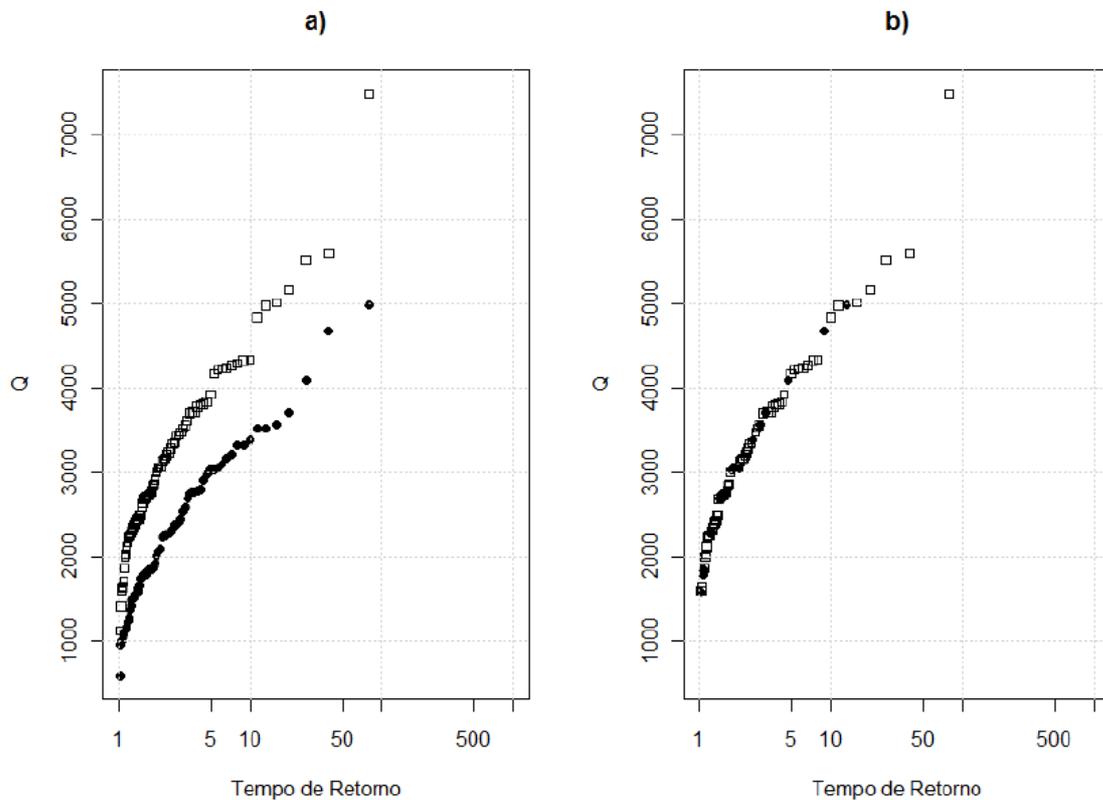


Figura 3.1 - Curva de frequência para o posto do reservatório Furnas para a) períodos 1 (círculo) e período 2 (quadrado) e b) máximo anual. (Adaptado de Lima, 2011)

Segundo Alila e Mtraoui (2002), historicamente os cientistas usaram uma abordagem física para demonstrar que os picos de cheias são gerados por mais de um mecanismo, sem muito apoio dos testes estatísticos de significância. Isto se dá porque esses testes não são robustos o suficiente para detectar homogeneidade significativa na população, quando aplicados a amostras de curto período de tempo. No entanto, segundo os autores, possuindo informações hidrometeorológicas, é possível detectar populações mistas, e, nesses casos, os pressupostos de homogeneidade da população e estacionariedade são violados.

### 3.1. ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS COM DISTRIBUIÇÕES NÃO HOMOGÊNEAS E INDEPENDENTES

Técnicas vêm sendo desenvolvidas para ajuste de distribuições a dados amostrais que apresentem heterogeneidade, ou seja, advindos de diferentes populações. Um exemplo é a

técnica apresentada por Alila e Mtiraoui (2002), que faz uso de uma série de duração anual ou parcial de cheias para cada população gerada por mecanismos distintos (degelo e chuva, por exemplo), ajustada por distribuições homogêneas. A interpretação da metodologia proposta pelos autores leva a afirmar que os dois picos de cheia ocorrem sequencialmente a cada ano. Essa afirmação é passível de questionamento, pois, segundo Gupta *et al.* (1976, apud Alila e Mtiraoui, 2002) inundações causadas por diferentes tipos de tempestade podem coexistir na mesma temporada.

Essa técnica também foi utilizada por Waylen e Woo (1987) e os autores consideram que há dois processos que operam na sua área de estudo e que esses processos são conjuntos e mutuamente exclusivos por condições físicas. Ocorrem vazões extremas mínimas após um período de inverno frio e de evaporação elevada devido à entrada de muita energia com o crescimento das plantas no verão, e esses dois períodos são sempre separados pelo degelo da primavera, evitando ambiguidade na classificação das vazões extremas mínimas.

Uma outra técnica para compor a equação de probabilidade de excedência apresentada nos estudos de Alila e Mtiraoui (2002), não requer uma prévia separação das vazões devido a processos físicos. O método considera que as vazões máximas anuais pertencem a várias populações com distribuições homogêneas distintas. Uma das dificuldades dessa abordagem é a duplicação (no caso de uma mistura de duas distribuições) do número de parâmetros a serem estimados em conjunto a partir da mesma série de vazões, além da diminuição da confiabilidade na estimativa desses quantis.

### **3.2. ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS COM DISTRIBUIÇÕES NÃO HOMOGÊNEAS E DEPENDENTES**

A modelagem conjunta de variáveis aleatórias que seguem modelos extremos, como por exemplo a distribuição de Gumbel ou Pearson 3, requer o uso de distribuições multivariadas ou metodologias específicas, e nesse caso a abordagem via cópulas aparece frequentemente na literatura. Segundo Nelsen (2006), uma cópula equivale a uma função de distribuição multivariada com marginais uniformes em  $[0,1]$ , que contém a estrutura de dependência entre as variáveis aleatórias envolvidas.

Zhang (2005) levantou um histórico, até a última década quando o conceito de cópula começou a surgir na análise hidrológica de frequência multivariada, das abordagens de análise hidrológica multivariada utilizadas na literatura:

- Distribuição conjunta de variáveis correlacionadas se as distribuições marginais são normais;
- Distribuição mista de Gumbel se as marginais seguirem a distribuição Gumbel, sendo essa abordagem limitada a variáveis aleatórias correlacionadas positivamente (Yue *et al.*, 1999);
- Distribuição Log-Normal bivariada, Gama bivariada, e Gumbel bivariada onde as marginais tem o mesmo tipo de distribuição (Yue, 2000);

Nos estudos sobre eventos extremos, como, por exemplo, no estudo do valor de pico de vazões, uma distribuição estatística é ajustada a série amostral, sendo bastante utilizada a distribuição Gumbel (e.x.: Holtz, 1976; Arnold *et al.*, 1998; Yue, 2001). Assim, é útil desenvolver uma distribuição de valor extremo bivariada para representação de uma distribuição bivariada que represente duas variáveis aleatórias de Gumbel correlacionadas, por exemplo.

Yue (2001) trouxe uma abordagem para o uso do modelo logístico de Gumbel (a distribuição de valores extremos bivariada com marginais Gumbel). O autor faz uso do modelo para representar a distribuição de probabilidade conjunta de precipitação com valores de picos positivamente correlacionados. Os resultados encontrados pelo autor mostram que o modelo utilizado foi adequado para representar a distribuição conjunta de picos de chuvas com a precipitação total.

Stewardson and McMahon (2002) trabalharam a distribuição conjunta de variáveis independentes na área da hidráulica, os autores em seu trabalho apresentaram um modelo estocástico que relaciona a profundidade e a velocidade de um canal, o modelo de entrada é restrito à geometria do canal em estudo. Essas variáveis por eles consideradas independentes variam longitudinal ou lateralmente dentro do canal de fluxo. O modelo por eles proposto fornece uma ferramenta útil para explorar as relações entre as variáveis hidráulicas e a geometria do canal.

O método utilizado por Stewardson and McMahon (2002) já trabalhava no conceito da cópula, pois eles utilizavam um método de transformação que correlaciona variáveis aleatórias independentes, o princípio das cópulas.

### **3.2.1. Análise multivariada e o uso de Cópulas**

Zhang (2005) afirma que a cópula de Arquimedes é a mais importante para análises hidrológicas por algumas razões: elas podem ser facilmente construídas, possuem diversas famílias de cópulas que a ela pertencem (apresentam uma variedade de funções geradoras das cópulas o que permite a escolha de qual função geradora apresenta melhor ajuste a sua amostra), além de apresentarem boas propriedades (convexas, simétricas, associativas).

O estudo de cópulas vem sendo discutidos há décadas na literatura (Genest e MacKay, 1986; Muller e Scarsini, 2001). Nos últimos tempos, o conceito de cópula vem recebendo atenção na hidrologia. Michele e Salvadori (2003) indicaram como cópulas bidimensionais podem ser usadas para reproduzir tanto a variabilidade marginal da intensidade média de uma tempestade, quanto a duração dessa tempestade e sua variabilidade conjunta, descrevendo a dependência estatística.

Michel *et al.* (2004) aplicaram o conceito de cópula bivariada em picos de vazão e volume correlacionados positivamente para avaliar a adequabilidade do vertedouro de uma barragem. Eles apresentaram que a distribuição de valores extremos bivariada considerou o conceito de cópula bidimensional para as marginais de valores extremos generalizados, e que esse método funcionou bem para adequação do vertedouro à barragem.

Ainda em 2004, Favre *et al.* (2004) aplicaram o método da cópula na análise de frequência bivariada em diferentes problemas de hidrologia (combinação de vazão e junção de modelo de vazão e volume). Eles concluíram que as cópulas podem levar em consideração a ampla gama de correlação que pode existir em uma análise hidrológica e pode ser utilizada para modelar e estruturar a dependência.

Mais recentemente, Li *et al.* (2013), assim como Favre *et al.* (2004), fazem uma análise de frequência de cheias multivariada. Porém, os autores levantam a questão das inundações consistirem de picos de cheias e volumes de inundação, que são mutuamente correlacionados

e que precisam ser descritos através de métodos de análise multivariada, dos quais as funções de acoplamento são mais desejáveis. Até o trabalho apresentado por Li *et al.* (2013), os métodos de análise de frequência de cheias multivariada não consideravam enchentes históricas ou informações paleológicas. Assim, os autores estimaram os parâmetros da distribuição marginal e conjunta com a incorporação de informações históricas. O modelo por eles apresentado foi aplicado no reservatório de Três Gargantas na China. O método proposto proporciona uma forma alternativa para a análise multivariada de frequência com informação histórica.

Segundo Favre *et al.* (2004), uma grande variedade de técnicas têm sido desenvolvidas e aplicadas em hidrologia para realizar análises univariadas de eventos extremos. No entanto, a análise multivariada de tais variáveis aleatórias raramente é realizada, em parte, devido ao número limitado de modelos multivariados adequados para representar valores extremos. Os autores afirmam haver casos mais complexos de distribuições marginais, tais como misturas finitas de distribuições, que estão sendo utilizados na prática de modelagem para representar fenômenos heterogêneos, onde não é possível o uso de distribuições multivariadas padrão.

O uso de cópulas tem sido implementado para superar essas deficiências citadas na literatura sobre os modelos de distribuições multivariadas. Porém, o passo crucial no processo de modelagem de cópulas (Favre *et al.*, 2004; Michele *et al.*, 2004; Zhang, 2005; Ouyang *et al.*, 2009, Marchi, 2010; Li *et al.*, 2013) é a escolha e a estimação dos parâmetros da função cópula que melhor se ajusta aos dados.

### **3.3.CHEIAS E ESTACIONARIEDADE NA BACIA DO RIO PARANAPANEMA**

A região é de grande interesse para estudos de cheias, pois várias cidades situam-se ao longo das margens dos principais reservatórios, sendo necessária cautela no controle do nível d'água desses reservatórios em períodos e condições favoráveis a cheias. Diversos estudos (citados abaixo) apontam para não estacionariedade das vazões na região.

Por se tratar de um assunto de relevante importância social, alguns estudos têm sido realizados nessa região a respeito da variabilidade climática e o efeito nos padrões de cheia, como o estudo de Araújo e Rocha (2010), que analisam, diretamente, o regime fluvial e concluem que este varia não somente com a precipitação, mas, também, com o uso do solo.

O rio Paranapanema é um contribuinte da bacia da Usina Hidrelétrica de Itaipu, que está localizada no rio Paraná. Müller *et al.* (1998) analisam a estacionariedade da vazão na bacia dessa usina, concluindo que existe uma tendência positiva nessa região, a qual pode ser explicada pela precipitação na região a montante, como também pelo uso do solo. Itaipu Binacional (1995), apud Müller *et al.* (1998), concluiu, em síntese, que o aumento de vazões afluentes a Itaipu é permanente e que esse aumento ocorre devido ao processo de desmatamento ocorrido neste século em grande parte da bacia.

Guetter (2002), ao analisar o comportamento das bacias do Sul e Sudeste brasileiros, identifica um degrau climático (não estacionariedade) em 1970-1971, com isso, faz um estudo para a remoção desse degrau e então retoma a série como uma série estacionária para que possa fazer diagnósticos entre anomalias hidrológicas e teleconexões climáticas. Em outro trabalho, Alexander *et al.* (2006), fazem uma análise global nas mudanças climáticas extremas de temperatura e precipitação e concluem que esses índices apresentam tendências significativas ao longo do século 20. Liebmann *et al.* (2004) relacionam a temperatura do Atlântico Sul com a variação da precipitação da região Sudeste Brasileira, e outros, como Re e Barros (2009), fazem estudos relacionados a variação climática na região Sudeste Brasileira. Esses estudos indicam que a região tem uma potencial não estacionariedade no deflúvio da bacia devido a diversos fatores como a precipitação, a temperatura e a urbanização (uso do solo).

Fill *et al.* (2008), assim como Lima (2011), identificaram em seus estudos nessa região que os máximos anuais são provenientes de diferentes processos de cheias. Fill *et al.* (2008) em seu estudo de caso na bacia do rio Iguaçu demonstraram a existência de uma sazonalidade para vazões máximas, e definiram subperíodos do ano propondo diferentes distribuições para cada período. Lima (2011), em seu estudo na bacia do Paraná, mostra que as vazões de pico tendem a ocorrer em diferentes épocas e que as cheias produzidas em diferentes períodos do ano são correlacionadas, porém, provenientes de diferentes populações. Nesse mesmo estudo Lima (2011) também identificou tendências temporais de aumento dos picos sazonais de vazão na região, que influenciam na tendência dos máximos anuais já observados em estudos anteriores de Müller *et al.* (1998).

## 4 - TEORIA DAS CÓPULAS

Em seu livro, Nelsen (2006) apresenta um estudo sobre cópulas, o qual aqui será descrito para compreensível introdução à metodologia do uso das cópulas.

As cópulas são descritas por Nelsen (2006) por duas visões, a primeira delas como sendo “funções que juntam ou englobam funções de distribuições multivariadas às suas distribuições marginais” e a segunda como “funções de distribuição cujas suas marginais unidimensionais são uniformes”. Porém, nenhuma dessas afirmações é uma definição. Uma cópula equivale a uma função distribuição multivariada com marginais uniformes em  $[0,1]$ , que contém a estrutura de dependência entre as variáveis aleatórias envolvidas.

Considerando um par de variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$ , com funções de distribuição  $F(x) = P[X \leq x]$  e  $G(y) = P[Y \leq y]$ , respectivamente, e a função de distribuição conjunta  $H(x,y) = P[X \leq x, Y \leq y]$ . Para cada par de números reais  $(x,y)$  pode-se associar três números:  $F(x)$ ,  $G(y)$  e  $H(x,y)$ . É possível notar que cada um desses números encontra-se no intervalo  $[0,1]$ . Em outras palavras, cada par  $(x,y)$  de números reais leva a um ponto  $(F(x), G(y))$  da unidade quadrada  $[0,1] \times [0,1]$ , e este par ordenado por sua vez corresponde a um número de  $H(x,y)$  em  $[0,1]$ . Esta correspondência, que atribui o valor da função de distribuição conjunta para cada par ordenado de valores das funções de distribuição individuais, é, de fato, uma função, e tais funções são cópulas.

Uma cópula  $C$  bidimensional cujo domínio é  $\mathbb{I}^2$ , sendo  $\mathbb{I}^2$  o produto  $\mathbb{I} \times \mathbb{I}$ , onde  $\mathbb{I} = [0,1]$ , apresenta as seguintes propriedades, para todo  $u_1, u_2, v_1, v_2$  em  $\mathbb{I}$  tal que  $u_1 < u_2$  e  $v_1 < v_2$  :

$$C(u, 0) = 0 = C(0, v) \quad (4.1)$$

$$C(u, 1) = u \text{ e } C(1, v) = v \quad (4.2)$$

$$C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) \geq 0 \quad (4.3)$$

As propriedades descritas pelas equações (4.1) e (4.2) mostram que a cópula tem distribuições marginais uniformes em  $\mathbb{I}$ . A propriedade da equação (4.3) mostra que a cópula é uma função crescente, e pode ser representada graficamente na Figura 4.1.

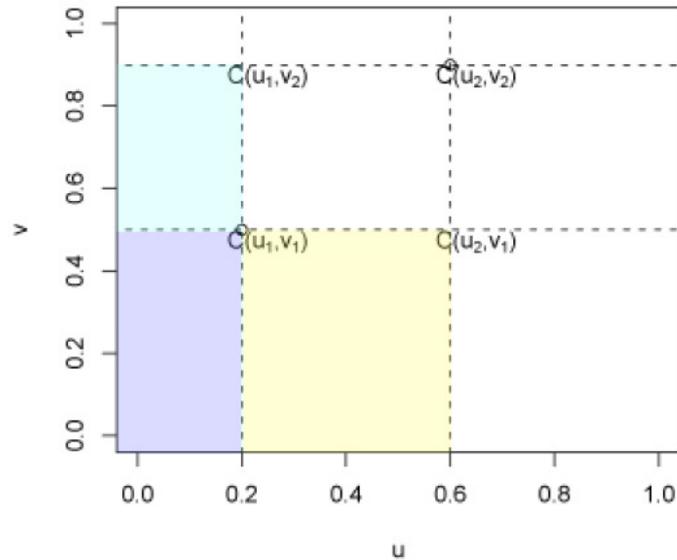


Figura 4.1 - Representação gráfica da equação 4.3. (Marchi, 2010)

Além de propriedades importantes existem teoremas que tratam das cópulas:

- Teorema 1 (Limites de Fréchet): Seja  $C(u,v)$  uma cópula, então para todo  $(u,v) \in \mathbb{I}^2$

$$\max(u + v - 1, 0) \leq C(u, v) \leq \min(u, v) \quad (4.4)$$

Os limites de Fréchet são úteis na comparação das curvas de nível das cópulas. Os limites da equação (4.4) são designados por  $M(u,v) = \min(u,v)$  e  $W(u,v) = \max(u + v - 1, 0)$ , e esses limitantes são a máxima correlação positiva e negativa. Assim para cada cópula  $C$  e todo  $(u,v)$  em  $\mathbb{I}^2$  tem-se:

$$W(u, v) \leq C(u, v) \leq M(u, v) \quad (4.5)$$

A inequação (4.5) é a versão da cópula *Fréchet-Hoeffding*, refere-se  $M$  como *Fréchet-Hoeffding* limite superior e  $W$  como *Fréchet-Hoeffding* limite inferior. Uma terceira cópula importante é a cópula produto  $\Pi(u, v) = uv$ . Na Figura 4.2 são apresentados os gráficos das cópulas  $M$  e  $W$ , assim como o gráfico de  $\Pi$ , uma porção hiperbólica do parabolóide  $z = uv$ .

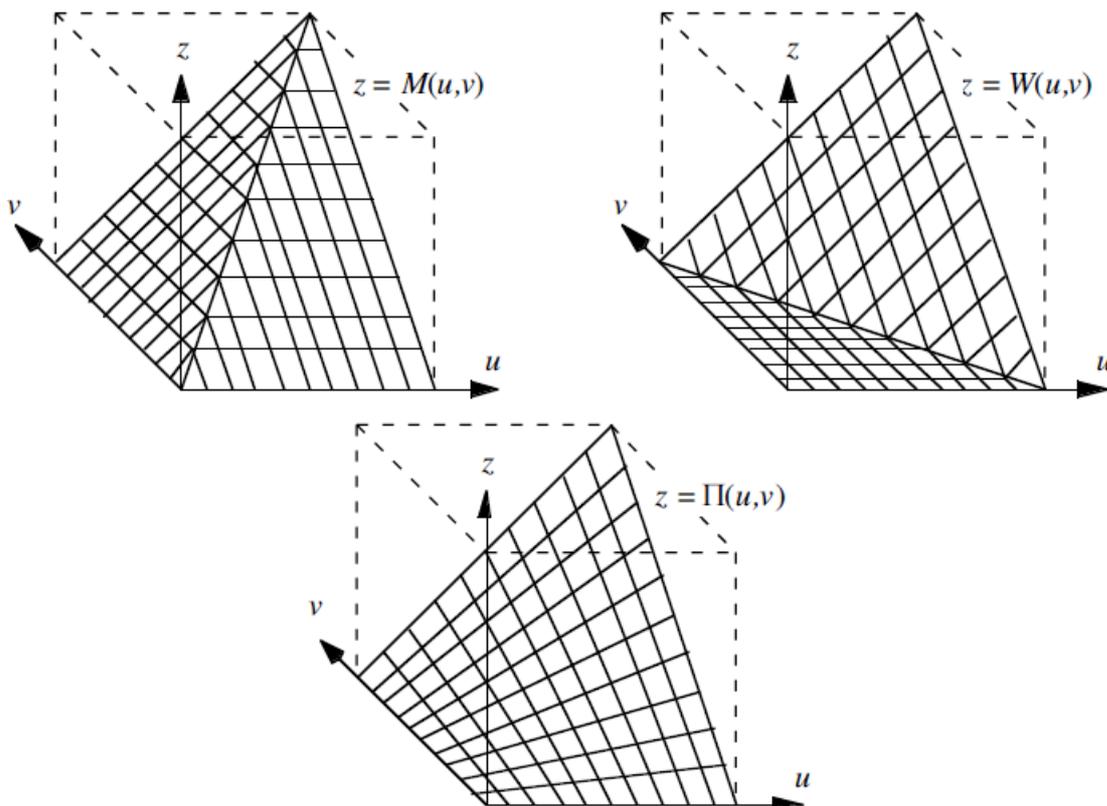


Figura 4.2 - Gráficos das cópulas  $M$ ,  $\Pi$  e  $W$ . (Nelsen, 2006)

Uma maneira simples e útil de apresentar o gráfico de uma cópula é com o diagrama de contorno Conway (1979, *apud* Nelsen, 2006) que são gráficos estilo curva de nível em um conjunto de  $\mathbb{I}^2$  dado por  $C(u,v)$  como uma constante para constantes selecionadas de  $\mathbb{I}$ . A Figura 4.3 apresenta os diagramas de contorno das cópulas  $M$ ,  $\Pi$  e  $W$ .

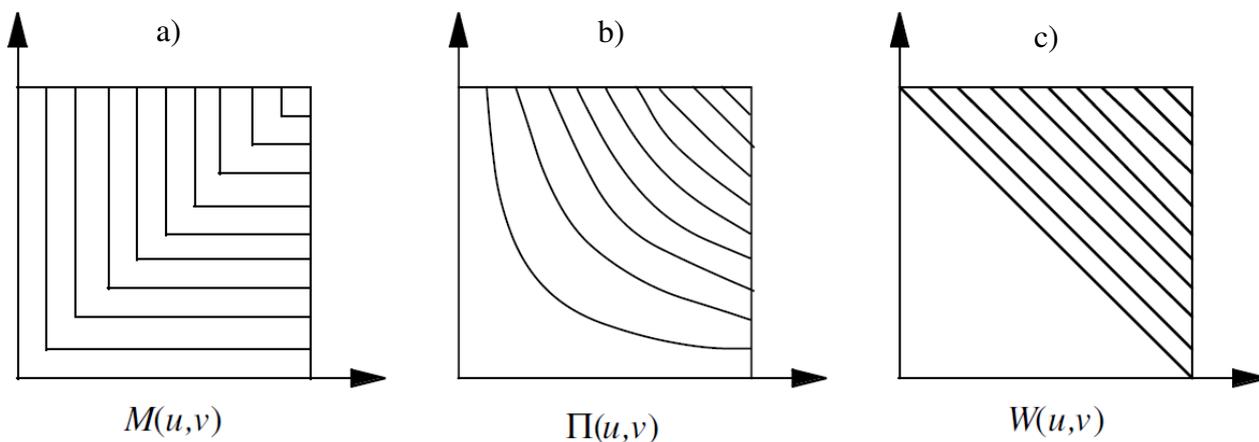


Figura 4.3 - Diagramas de contorno das cópulas  $M$ ,  $\Pi$  e  $W$ , sendo a) máxima correlação positiva, b) independência e c) máxima correlação negativa. (Nelsen, 2006)

- Teorema 2 (Teorema de Sklar): Seja  $H(x,y)$  a função distribuição conjunta de  $X$  e  $Y$ , com função distribuição marginais  $F(x)$  e  $G(y)$ , respectivamente. Então, existe uma cópula  $C(u,v)$  tal que, para todo  $(x,y) \in \mathbb{R}^2$

$$H(x, y) = C(F(x), G(y)) \quad (4.6)$$

Ainda, se  $F(x)$  e  $G(y)$  são contínuas, a cópula  $C(u,v)$  é única.

O Teorema de Sklar mostra que para cada função distribuição conjunta existe uma cópula associada e, como consequência, é possível obter uma cópula associada a esta função distribuição conjunta.

Corolário 1: Seja  $H(x,y)$  a função de distribuição acumulada conjunta de  $X$  e  $Y$  com função de distribuição acumulada  $F(x)$  e  $G(y)$  respectivamente. Então, para qualquer  $(u,v) \in \mathbb{R}^2$

$$C(u, v) = H(F^{-1}(u), G^{-1}(v)) \quad (4.7)$$

Para determinar a cópula a ser utilizada para analisar um conjunto de dados é comum considerar uma cópula com características conhecidas, ou que tenha as funções marginais conhecidas. A cópula de Arquimedes é uma classe importante de cópulas. Essas cópulas encontram uma grande variedade de aplicações, pois, são de fácil construção e muitas das famílias de cópulas pertencem a essa classe.

Sejam  $X$  e  $Y$  variáveis aleatórias contínuas com função de distribuição conjunta  $H$  e funções de distribuição marginais  $F$  e  $G$ , respectivamente. Quando  $X$  e  $Y$  são independentes,  $H(x,y)=F(x)G(y)$  para todo  $x, y$  em  $\mathbb{R}$ , e este é o único caso em que os fatores da função de distribuição conjunta são um produto das funções  $F$  e  $G$ . É possível escrever  $H$  como uma soma de funções das marginais  $F$  e  $G$ , por exemplo

$$\varphi H(x, y) = \varphi(F(x)) + \varphi(G(y)) \quad (4.8)$$

Ou como cópulas

$$\varphi(C(u, v)) = \varphi(u) + \varphi(v) \quad (4.9)$$

O interesse com o uso da função geradora é encontrar expressões que se possam utilizar para construção de cópulas. O que se quer resolver é a equação 4.9 para  $C(u,v)$ , que é definida como a inversa de  $\varphi$  representada por  $\varphi^{[-1]}$ . Assim, é possível obter

$$C(u, v) = \varphi^{[-1]}(\varphi(u) + \varphi(v)) \quad (4.10)$$

- Teorema 3: Sendo  $\varphi$  uma função contínua, estritamente decrescente de  $\mathbb{I}$  em  $[0, \infty]$  tal que  $\varphi(1) = 0$ . A pseudo-inversa de  $\varphi$  é a função  $\varphi^{[-1]}$  com domínio  $\varphi^{[-1]} = [0, \infty]$  e  $\varphi^{[-1]} \in \mathbb{I}$ . Então a função  $C$  de  $\mathbb{I}^2$  para  $\mathbb{I}$  é uma cópula se e somente se  $\varphi$  for convexa.

A função  $\varphi$  é chamada de gerador da cópula. Se  $\varphi(0) = \infty$ , então  $\varphi$  é um gerador estrito. Nesse caso  $\varphi^{[-1]} = \varphi^{-1}$  e  $C(u,v) = \varphi^{-1}(\varphi(u) + \varphi(v))$  é chamada de cópula de Arquimedes estrita, a Figura 4.4 ilustra geradores e suas inversas nos casos estritos e não estritos. Para ser mais preciso, a função  $\varphi$  é um aditivo gerador de  $C$ .

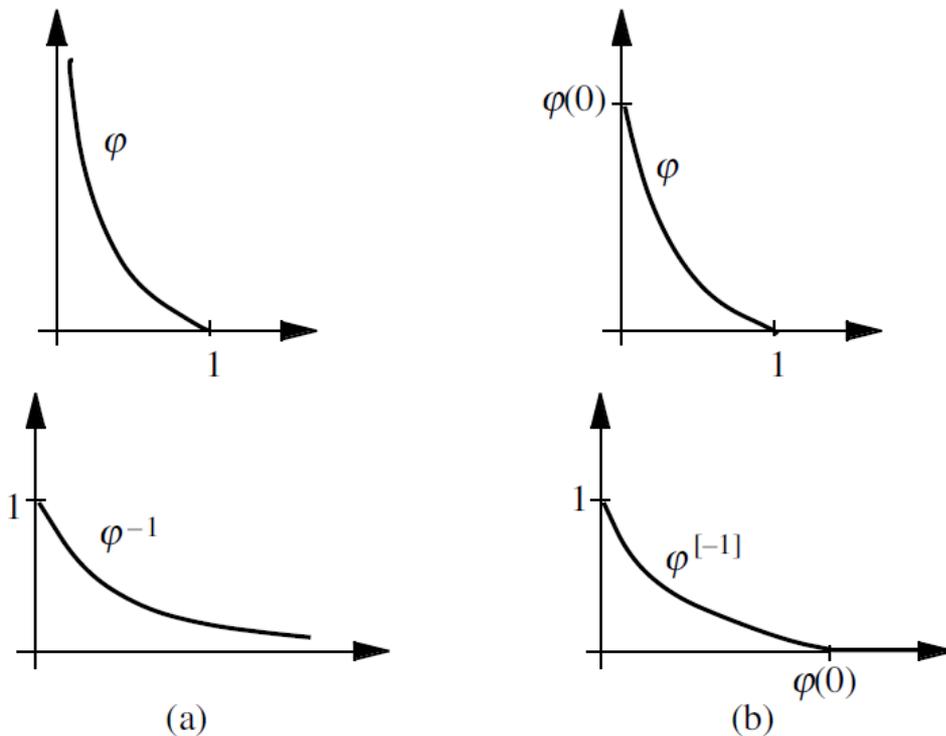


Figura 4.4 - Estrito (a) e não estrito (b) geradores e inversas. (Nelsen, 2006)

A Tabela 4-1 apresenta algumas famílias importantes de cópulas de Arquimedes, junto com seus geradores, e o intervalo dos parâmetros. Como supracitado, uma das razões para a utilidade de cópulas de Arquimedes em modelagem estatística é a variedade de estruturas de dependência presentes.

Tabela 4-1 - Funções geradoras, Nelsen (2003)

Função Geradora	$\theta \in$	Cópula
$\varphi(t) = (t^{-\theta} - 1)/\theta$	$[-1, \infty)$	Clayton
$\varphi(t) = \ln \left[ \frac{1 - \theta(1 - t)}{t} \right]$	$[-1, 1)$	Ali-Mikhail-Haq
$\varphi(t) = (-\ln t)^\theta$	$[1, \infty)$	Gumbel-Hougaard
$\varphi(t) = -\ln \left[ \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1} \right]$	$[-\infty, \infty)$	Frank

A cópula capta as propriedades da distribuição conjunta que são invariantes quando submetidas a transformações estritamente crescentes. Propriedades de dependência e medidas de associação estão inter-relacionadas. O tipo de dependência mais comumente encontrada é, na verdade, uma “falta de dependência”, a independência.

Se X e Y são variáveis aleatórias contínuas com função de distribuição conjunta H, assim, a independência de X e Y é uma propriedade da função de distribuição conjunta H, ou seja, o produto dos fatores das marginais. Assim, X e Y são precisamente independentes quando H pertence a um determinado subconjunto do conjunto de todas as funções de distribuição conjunta, o subconjunto caracterizado pela cópula  $\Pi$ . Uma variável aleatória é uma função monótona da outra sempre que a função de distribuição conjunta é igual a um dos limites de Fréchet-Hoeffding, ou seja, a cópula M ou W. Uma "propriedade de dependência" de pares de variáveis aleatórias pode ser pensada como um subconjunto de todas as funções de distribuição conjuntas. Existem algumas propriedades de dependência: “positivo” e “negativo”. Propriedade de dependência positiva expressa a noção de que valores “grandes” (ou “pequenos”) das variáveis aleatórias tendem a ocorrer juntos, e a propriedade de dependência negativa expressa a noção de que valores “grandes” de uma variável tendem a ocorrer com os valores “pequenos” da outra variável.

## 5 - METODOLOGIA

Devido ao número limitado de modelos multivariados adequados para melhor representar valores extremos, a função cópula vem sendo desenvolvida para suprir essa lacuna. A teoria das cópulas se torna bastante atrativa devido à abrangência de um grande leque de estruturas de dependência e a possibilidade de modelar completamente a estrutura de dependência dos dados.

A modelagem tradicional univariada é amplamente utilizada por sua simplicidade analítica e consagração no meio acadêmico. A modelagem multivariada vem ganhando espaço na área de hidrologia, porém algumas de suas características (dependência dos dados, função de distribuição pré-determinada) ainda apresentam algumas restrições para sua utilização na análise de frequência de cheias. O método das cópulas é útil para hidrologia, pois, leva em consideração a ampla gama de correlação que pode existir em uma análise hidrológica, independente da distribuição marginal (o que não é possível com métodos clássicos padrão), e pode ser utilizada para modelar e estruturar a dependência, aplicando distribuições de probabilidade que proporcionem o melhor ajuste para cada período de dados desejado (ex.: verão e inverno).

A contribuição com esse trabalho visa fornecer ferramentas para ir um passo além: criar um modelo para análise de frequência de cheias considerando a não homogeneidade da amostra, ou seja, a existência de mais de uma população, fazendo uso da teoria das cópulas. A escolha desse método para a análise de frequência de cheias dar-se pela flexibilidade que o modelo possui em representar mais de uma variável aleatória e a distribuição de probabilidade conjunta em comparação às funções de distribuição acumulada marginais associadas à tais variáveis aleatórias.

A função de distribuição acumulada conjunta pode ser obtida através de suas funções de distribuição acumulada e da cópula. Por exemplo, ajustar  $F(x)$  como distribuição marginal de probabilidade acumulada para a amostra  $X$  e  $G(y)$  como distribuição marginal de probabilidade acumulada para a amostra  $Y$ , e fazendo uso dessas distribuições realizar uma análise conjunta na qual a cópula  $C(F(x),G(y))$  apresenta como uma das suas vantagens a captação da dependência existente entre as amostras.

Vale observar que a cópula é uma função de  $(U_1, \dots, U_n)$  onde  $U_i = F(X_i)$ ,  $i=1, \dots, n$ . Isto significa, por exemplo, quando se tem valores observados de duas variáveis aleatórias X e Y, a cópula modela a ordem de valores observados das variáveis aleatórias X e Y pois considera a função de distribuição acumulada de cada variável aleatória, sendo que a ordem da amostra é algo inerente à esta função. Nesse caso, assume-se que tais valores observados transmitem a informação de dependência através, por exemplo, de um gráfico de dispersão.

O conceito de cópulas é relativamente fácil de ser usado para construir distribuições multivariadas oriundas, em sua maioria, na escolha de quaisquer marginais e qualquer tipo de estrutura de dependência. Uma outra motivação para se considerar o uso de cópulas para modelagem é que frequentemente a única medida de dependência usada para explicar a associação entre as variáveis é o coeficiente de correlação, o qual com a utilização do conceito de cópulas, permite conhecer após uma modelagem adequada, como é a estrutura de dependência entre estes dados multivariados.

É utilizado nesse trabalho para implementação da rotina da modelagem o software R. R é uma linguagem e um ambiente de desenvolvimento integrado, para cálculos estatísticos e gráficos, o qual possui rotinas devidamente implementadas e testadas que permitem a estimação dos parâmetros desejados no modelo. Dentre os pacotes utilizados estão os pacotes ismev, MASS, vcd, Kendall, copula, dentre outros já inclusos no software.

A bacia hidrográfica em que será aplicada a metodologia aqui proposta é a bacia do rio Paranapanema, localizada na bacia do rio Paraná, que será brevemente descrita no item 6 -. Para aplicação do método das cópulas se faz necessário a prévia separação da amostra, de acordo com as características das populações que a compõem, baseada na metodologia utilizada em (Fill *et al.*, 2008) aplicada para mesma região e descrita no item 6.1.

### **5.1. ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS COM DISTRIBUIÇÕES NÃO HOMOGÊNEAS E DEPENDENTES (ANÁLISE VIA CÓPULAS)**

A cópula é uma distribuição bivariada de um vetor aleatório composto por distribuições marginais univariadas  $U(0,1)$ . Para tal distribuição bivariada C, onde  $F(x)$  e  $G(y)$  são as

funções de distribuição marginais univariadas, a cópula associada a  $C$  é uma função de distribuição  $C:[0,1]^m \rightarrow [0,1]$ , sendo  $m$  o fator dimensional da cópula.

A função cópula  $C(u,v)$  contém todas as informações da distribuição de probabilidade que independem das distribuições marginais. Dessa forma, pode-se dizer que as cópulas codificam a dependência entre as variáveis. Com essa construção temos que a distribuição conjunta de variáveis aleatórias podem ser decompostas em distribuições marginais de cada uma das variáveis, que contém todas as informações sobre cada uma das variáveis correspondentes, cópula, que contém toda a informação de como as variáveis dependem uma das outras.

Para determinar a cópula a ser utilizada na análise de um conjunto de dados é comum considerar uma cópula com características conhecidas, ou que tenha as funções marginais conhecidas, (Nelsen, 2006). Nos estudos de Salvadori *et al.* (2007) os autores afirmam que sendo as funções de distribuições marginais contínuas da distribuição conjunta, então, como consequência, elas fazem parte da família GEV. Partindo desse pressuposto, assume-se, para esses estudos, a utilização da distribuição Gumbel para as marginais da cópula. O próximo passo é determinar os parâmetros das distribuições marginais  $F(x)$  e  $G(y)$ .

Obtém-se as estimativas para os parâmetros de posição e escala para todas as séries de máximos anuais de vazão (período 1, período 2, e período total) pelo Método de Máxima Verossimilhança. A distribuição de probabilidade cumulativa da Gumbel é dada por:

$$F(x) = e^{-e^{-\left(\frac{x-\beta}{\alpha}\right)}}, \text{ com } \alpha > 0, \quad (5.1)$$

$$\mu = \beta + 0,5772\alpha \quad (5.2)$$

$$\sigma = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{6}} \quad (5.3)$$

sendo  $\mu$  a média,  $\sigma$  o desvio padrão,  $\alpha$  o parâmetro de escala e  $\beta$  o parâmetro de posição. Para verificação do ajuste do modelo de distribuição será utilizado o gráfico quantil-quantil (QQ-plot) e o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov. O teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) que tem a estatística do teste baseada na diferença máxima entre as funções de probabilidades acumuladas, empírica e teórica, de variáveis aleatórias contínuas. A estatística do teste KS é dada por:

$$D_N = \text{máx}(|F(X > x_i) - P(X > x_i)|) \quad (5.4)$$

Em que  $F(X > x_i)$  é a frequência de superação de  $x_i$  empírica e  $P(X > x_i)$  é a probabilidade de superação de  $x_i$  teórica dada pela distribuição testada.  $D_N$  corresponde, então, à maior diferença entre as probabilidades empírica e teórica. A hipótese da distribuição se ajustar aos valores observados é aceita caso o valor de  $D_N$  seja menor que os valores críticos do teste, que dependem da função e do nível de significância.

O intervalo de confiança de cada parâmetro pode ser obtido para o nível de confiança de 95% por meio da estimação da incerteza pela distribuição de t-Student, com a equação abaixo:

$$\left[ \bar{X} - A \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{X} + A \frac{S}{\sqrt{n}} \right] \quad (5.5)$$

Em que  $\bar{X}$  é o parâmetro estimado,  $A$  é o quantil de t-Student para o nível de confiança  $\gamma$  com  $n-1$  graus de liberdade,  $S$  é o desvio padrão da amostra com  $n$  valores (Coles, 2007). Por meio dessa metodologia, podem ser obtidos os parâmetros e intervalos de confiança almejados.

Seja então  $X_1, \dots, X_n$  os máximos sazonais observados no período 1 (verão, por exemplo),  $Y_1, \dots, Y_n$ , os máximo sazonais observados no períodos 2 (inverno, por exemplo), e  $Z_1, \dots, Z_n$  os valores de máximos anuais. Define-se as distribuições acumuladas marginais como sendo  $F(x)$  a distribuição de probabilidade ajustada aos dados do Período 1,  $G(y)$  a distribuição de probabilidade ajustada aos dados do Período 2, e ainda  $W(z)$  a distribuição ajustada aos máximos anuais, onde  $Z = \max(X, Y)$ , tal que o evento  $\{Z > z\}$  pode ser representado como a união dos eventos  $\{(X > z) \cup (Y > z)\}$ . Para os eventos  $A = \{X > z\}$  e  $B = \{Y > z\}$ , tem-se que  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ . No caso dos eventos  $A$  e  $B$  serem independentes, o termo  $P(A \cap B)$  é dado por  $P(A) \cdot P(B)$ , e a probabilidade de excedência (ou cumulativa) do máximo anual  $Z$  para um valor arbitrário  $z$  é dada por:

$$P(Z > z) = P(X > z) + P(Y > z) - P(X > z) \cdot P(Y > z) \quad (5.6a)$$

$$1 - W(z) = 1 - F(z) + 1 - G(z) - ((1 - F(z)) \cdot (1 - G(z))) \quad (5.6b)$$

$$W(z) = F(z) - 1 + G(z) + (1 - F(z) - G(z) + F(z) \cdot G(z)) \quad (5.6c)$$

$$W(z) = F(z).G(z) \quad (5.6d)$$

Entretanto, se for considerada a dependência entre os períodos, o termo  $P(A \cap B)$  deve ser reescrito como  $P(A).P(B|A)$  ou como  $P(B).P(A|B)$ . Assim, a distribuição conjunta (ou condicional) dos períodos deve ser modelada e considerada. Particularmente, a probabilidade de um certo evento no período de inverno deve levar em consideração a vazão máxima observada no período anterior (verão nesse caso).

Dessa forma, sendo identificada a dependência entre os períodos, a análise requer uma metodologia que leve em consideração essa dependência existente, fazendo-se necessário o uso da cópula.

Tomando-se como  $F(x)$  a distribuição de probabilidade marginal acumulada ajustada aos dados do período 1 (novembro-abril) e  $G(y)$  a distribuição de probabilidade marginal acumulada ajustada aos dados do período 2 (maio-outubro), associa-se as distribuições acumuladas marginais  $F(x) = u$  e  $G(y) = v$ , a distribuição conjunta  $H$  podendo ser escrita como

$$\varphi(H(x, y)) = \varphi(F(x) + \varphi G(y)) \quad (5.7)$$

Ou por cópulas

$$\varphi(C(u, v)) = \varphi(u) + \varphi(v) \quad (5.8a)$$

$$C(u, v) = \varphi^{[-1]}(\varphi(u) + \varphi(v)) \quad (5.8b)$$

Onde  $\varphi$  é a função geradora da cópula, uma função contínua, estritamente decrescente de domínio em  $[0, \infty]$  e  $\varphi^{[-1]}$  é a sua função inversa, a qual para a família Gumbel-Hougaard como apresentada na Tabela 4-1 é definida pela seguinte equação:

$$\varphi(t) = (-\ln t)^\theta \quad (5.9)$$

E  $\theta$ , o parâmetro da função geradora, sendo definido como:

$$\tau = 1 - \theta^{-1} \quad (5.10)$$

em que  $\tau$  é o coeficiente de correlação de Kendall entre as amostras X e Y. O coeficiente de correlação de Kendall é definido como:

$$\tau = \frac{S}{\frac{1}{2}n(n-1)} \quad (5.11)$$

Sendo S obtido conforme a equação:

$$S = \sum \text{signal}[(x_i - x_j) \cdot (y_i - y_j)] \quad i < j \quad (5.12)$$

onde n é o número de elementos aos quais se atribuíram postos em X e Y.

É importante analisar o gráfico de dispersão entre as variáveis aleatórias estudadas, para avaliar o enquadramento da amostra na família de cópula previamente escolhida, pois, a indicação de uma dependência crescente é uma característica necessária para o uso da família Gumbel-Hougaard da classe Arquimedes.

Estimados todos os parâmetros necessários, fazendo uso das equações (5.9), (5.10) e (5.11), é possível criar a cópula desejada (Cópula de Gumbel-Hougaard da classe Arquimedes). Fazendo uso da equação (5.13) é possível estimar os valores de vazão para diferentes tempos de retorno.

$$C_\theta(u, v) = C_\theta(F(x), G(y)) = \exp\left(-\left((-\log(u))^\theta + (-\log(v))^\theta\right)^{\frac{1}{\theta}}\right) \quad (5.13)$$

Para determinar o intervalo de confiança dos quantis estimados via cópulas faz-se necessário uso da técnica de reamostragem *Bootstrap*, pois, não há solução analítica para essa metodologia quando se faz uso da cópula de Gumbel-Hougaard da classe Arquimedes devido à complexidade do seu equacionamento. O método *Bootstrap* é uma classe de método de Monte Carlo não-paramétrico que estimam a distribuição da população por reamostragem.

### 5.1.1. Bootstrap

*Bootstrapping* (ou simplesmente *bootstrap*) é um método de reamostragem proposto por Efron (1979). Usa-se frequentemente para aproximar o viés ou a variância de um conjunto de dados estatísticos, assim como para construir intervalos de confiança ou realizar contrastes de hipóteses sobre parâmetros de interesse.

A técnica de reamostragem *Bootstrap* é muito útil por não necessitar de muitas suposições para estimação de parâmetros das distribuições de interesse. A reamostragem consiste em sortear com reposição dados pertencentes a uma amostra retirada anteriormente, de modo a formar uma nova amostra. Técnicas de reamostragem são úteis em especial quando o cálculo de estimadores por métodos analíticos for complicado. Reamostrar permite diferentes alternativas para se encontrar desvios padrões e intervalos de confiança através da análise de um conjunto de dados.

Muitas vezes a distribuição de probabilidade da estatística de interesse é desconhecida. Nesse caso o *Bootstrap* é muito útil, pois é uma técnica que não exige diferentes fórmulas para cada problema e pode ser utilizada em casos gerais, não dependendo da distribuição original da estatística do parâmetro estudado.

Segundo Davison e Hinkley (1997), repetir um procedimento de análise original com muitas réplicas de dados pode ser denominado método intensivo computadorizado. Para realizar uma estimação através da utilização de *Bootstrap* é necessária a realização de um número muito grande de reamostragens e o cálculo de diversas estatísticas para cada uma destas reamostragens. Isto exige o auxílio de programas computacionais para realizar as reamostras e os cálculos de forma mais rápida e eficaz.

A reamostragem baseada nos dados da amostra mestre é utilizada pela técnica de *Bootstrap* denominada não paramétrica uma vez que a distribuição de probabilidades da estatística do parâmetro a ser estimado é desconhecida. Através desta técnica é possível obter a distribuição amostral de um parâmetro a partir da amostra original. A forma não paramétrica é a mais utilizada. Entretanto, quando a distribuição de probabilidades das estimativas dos parâmetros de interesse da população da qual a amostra mestre foi extraída for conhecida, outra forma de *Bootstrap* pode ser aplicada. Esta forma denominada paramétrica consiste em gerar

reamostras baseadas na distribuição de probabilidades conhecida utilizando como parâmetros desta distribuição a estimativa dos mesmos obtida através da amostra mestre.

- [1] Gera-se 1000 reamostras para cada período de dados (verão-inverno) totalizando 2000 novos vetores de amostras que contenham os mesmos dados da amostra original apresentados em ordem aleatória;
- [2] Para cada vetor de reamostra criado, calculam-se média, desvio padrão, coeficientes da distribuição estatística escolhida, coeficiente de Kendall entre os períodos, e o parâmetro  $\theta$  da cópula para cada combinação de reamostra;
- [3] Ajusta-se a distribuição estatística escolhida para cada vetor e cria vetores com valores variando de 1 a 10000 para a distribuição acumulada de probabilidade.
- [4] Criadas as distribuições acumuladas marginais de probabilidade para cada período no passo 3, criam-se vetores com valores de 1 a 10000 para ajuste da cópula das amostras;
- [5] Para cada vetor da cópula criado, estima-se o quantil com probabilidade de ocorrência de 5% e 95% para plotar em um gráfico juntamente com a cópula criada da amostra original e obter o intervalo de confiança para o quantil estimado via cópula com 5% de confiança.

## **5.2. TESTES ESTATÍSTICOS PARA ESTACIONARIEDADE DE SÉRIES TEMPORAIS**

Uma análise não estacionária de frequência de cheias requer, primeiro, a avaliação da série temporal de eventos de cheias quanto à presença de tendências temporais. Definidos os períodos, parte-se para a análise da correlação existente entre eles e para a avaliação da não estacionariedade da série de vazões máximas para cada período.

Para análise da correlação, plota-se um gráfico de dispersão entre os dados dos períodos selecionados e, a partir do coeficiente de correlação, é possível avaliar se os dados apresentam correlação estatisticamente significativa ao nível de significância de 5%, usual em estudos hidrológicos.

Para avaliar a tendência temporal nos dados de vazão máxima anual (período 1, período 2, e período total) aplicam-se os testes de estacionariedade da regressão linear vazão vs. tempo, de Mann-Kendall e de Spearman.

### 5.2.1. Teste de Mann-Kendall

De acordo com Kahya e Kalayci (2004), o teste não-paramétrico de Mann-Kendall é o teste de tendência mais usado em hidrologia. A estatística do teste é calculada por:

$$S = \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{j=k+1}^n \text{sgn}(x_j - x_k) \quad (5.14)$$

Com

$$\text{sgn}(x_j - x_k) = \begin{cases} +1, & \text{se } x_j > x_k \\ 0, & \text{se } x_j = x_k \\ -1, & \text{se } x_j < x_k \end{cases} \quad (5.15)$$

e tem variância dada por

$$\text{Var}(S) = \frac{n(n-1)(2n+5) - \sum_{p=1}^q t_p(t_p-1)(2t_p+5)}{18} \quad (5.16)$$

onde  $n$  é o tamanho da série (número de pontos),  $t_p$  o número de repetições para o  $p$ -ésimo valor e  $q$  o número de valores repetidos.

A estatística  $S$  é assintoticamente Normal e caso o número de dados da série seja maior que 10, a variável normal padronizada  $z$  é dada pela seguinte equação:

$$z = \begin{cases} \frac{S-1}{\sqrt{\text{Var}(S)}}, & \text{se } S > 0 \\ 0, & \text{se } S = 0 \\ \frac{S+1}{\sqrt{\text{Var}(S)}}, & \text{se } S < 0 \end{cases} \quad (5.17)$$

Se  $|z| \leq z_{\alpha/2}$ , a série pode ser considerada estacionária para o nível de significância  $\alpha$  (normalmente tem-se  $\alpha = 5\%$  e  $Z_{\alpha/2} = 1,96$ ). O valor positivo de  $S$  indica uma tendência ascendente enquanto o valor negativo de  $S$  indica uma tendência descendente.

### 5.2.2. Teste de Spearman

Naghetini e Pinto (2007) utilizam o teste não-paramétrico de Spearman para detectar a tendência temporal de uma série hidrológica ao longo do tempo. A base desse teste é o coeficiente de correlação entre as ordens de classificação  $m_t$ , da sequência  $X_t$ , e os índices de tempo  $T_t$ , esses variando de 1 a  $N$ . A estatística do teste de Spearman tem, como base, o seguinte coeficiente:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum (m_t - T_t)^2}{N^3 - N} \quad (5.18)$$

Para  $N > 10$ , a variância da distribuição de  $r_s$  é dada por

$$\text{Var}(r_s) = \frac{1}{N-1} \quad (5.19)$$

e a estatística do teste não-paramétrico de Spearman pode ser formulada como

$$T = \frac{r_s}{\sqrt{\text{Var}(r_s)}} \quad (5.20)$$

Então, se  $|T| \leq z_{1-\alpha/2}$ , a série pode ser considerada estacionária para o nível de significância  $\alpha$ .

O valor-p obtido para cada um dos testes deve ser analisado onde assume-se a hipótese nula de nenhuma tendência temporal monotônica. Assumindo o nível de significância  $\alpha = 5\%$ , é possível avaliar se os testes realizados para cada período resultaram em valores-p menores do que o nível de significância, o que leva à rejeição da hipótese nula e, conseqüentemente, sugere fortes tendências monotônicas (não estacionariedade) nas séries de vazões máximas da bacia em questão. Caso contrário, se os valores-p obtidos para os testes forem superiores ao nível de significância, aceita-se a hipótese nula, e então as séries de vazões máximas não apresentam tendências significativas, logo, são estacionárias.

Em posse dessas informações, é possível seguir para o próximo item, que trata da aplicação da metodologia das cópulas em análise multivariada para combinar as vazões das diferentes populações.

### **5.3. ANÁLISE NÃO ESTACIONÁRIA DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS COM DISTRIBUIÇÕES NÃO HOMOGÊNEAS E DEPENDENTES (ANÁLISE VIA CÓPULAS)**

A metodologia padrão empregada em estudos de análise de frequência de cheias num contexto não estacionário consiste em assumir que os parâmetros da distribuição empregada na análise de vazões de cheias variam com o tempo ou com outra variável aleatória (vazão observado na estação anterior, por exemplo), enquanto a distribuição é invariante. Visando a previsão da vazão de inverno tendo como informação o pico ocorrido no verão é utilizada a metodologia da cópula condicional.

Sendo  $Y$  a variável aleatória que representa o máximo sazonal que ocorre no período do inverno (maio-outubro) e  $X$  a variável aleatória que representa o máximo sazonal que ocorre no período anterior (verão, novembro-abril). Sejam então,  $F(x)$  a função cumulativa de probabilidade do período de verão, e  $G(y)$  a função cumulativa do período de inverno, então a distribuição condicional pode ser definida usando cópulas.

Sendo  $F(x) = u$  e  $G(y) = v$ ,  $C_1(u,v)$  a derivada de  $C(u,v)$  com relação ao primeiro argumento, quando a distribuição conjunta de  $X$  e  $Y$  é dada por  $H(x,y) = C(F(x),G(y))$ , a distribuição condicional de  $Y|X=x$  é dada por :

$$H_{Y|X=x}(y) = C_1(u, v) \quad (5.21)$$

Porém, se a cópula  $C_1$  não é simples o suficiente para inverter algebricamente (como é o caso da cópula de Gumbel utilizada nesse estudo), então a simulação de probabilidade conjunta não pode ser calculada analiticamente e é então apresentada como:

$$P(Y \leq y|X = x) = C_{1|2}(F(x), G(y)) = \frac{\partial C(F(x), G(y))}{\partial G(y)} | F(x) \quad (5.22)$$

sendo

$$\frac{\partial C(u,v)}{\partial v} = \exp \left\{ - \left[ (-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta \right]^{1/\theta} \right\} x \left[ (-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta \right]^{-\frac{\theta-1}{\theta}} \frac{(-\ln u)^{\theta-1}}{u} \quad (5.23)$$

Aplicando as Equações 5.21 e 5.22, tendo como dado de entrada a cópula ajustada e o dado de vazão do período anterior (verão), são obtidas matrizes de valores em que a distribuição condicional de probabilidades da vazão de pico do período seguinte (inverno) é estimada.

## 6 - REGIÃO DE ESTUDO E DADOS HIDROCLIMÁTICOS

A bacia do rio Paranapanema, bacia escolhida para aplicação da metodologia estudada no presente trabalho, apresentada na Figura 6.1, drena uma área de cerca de 100.800 km<sup>2</sup>, sendo 45.270 km<sup>2</sup> pertencentes à região Sudeste do Estado de São Paulo e 55.530 km<sup>2</sup> à região Norte do Estado do Paraná, situando-se aproximadamente, entre as latitudes 22° 10' e 25° 40' Sul e longitudes 47° 20' e 35° 00' Oeste.

Neste estudo será utilizado o banco de dados de vazão diária *natural* do operador nacional do sistema (ONS). O setor elétrico tem adotado o termo vazão natural para identificar a vazão que ocorreria em uma seção do rio, se não houvesse ações antrópicas na sua bacia contribuinte, tais como regularização de vazões realizadas por reservatórios à montante, desvios de água, evaporações em reservatórios e usos consuntivos (irrigação, criação animal e abastecimentos urbano, rural e industrial). A vazão natural é obtida por meio de um processo de reconstituição, que considera a vazão observada no local e as informações relativas às ações antrópicas na bacia (ONS, 2011).

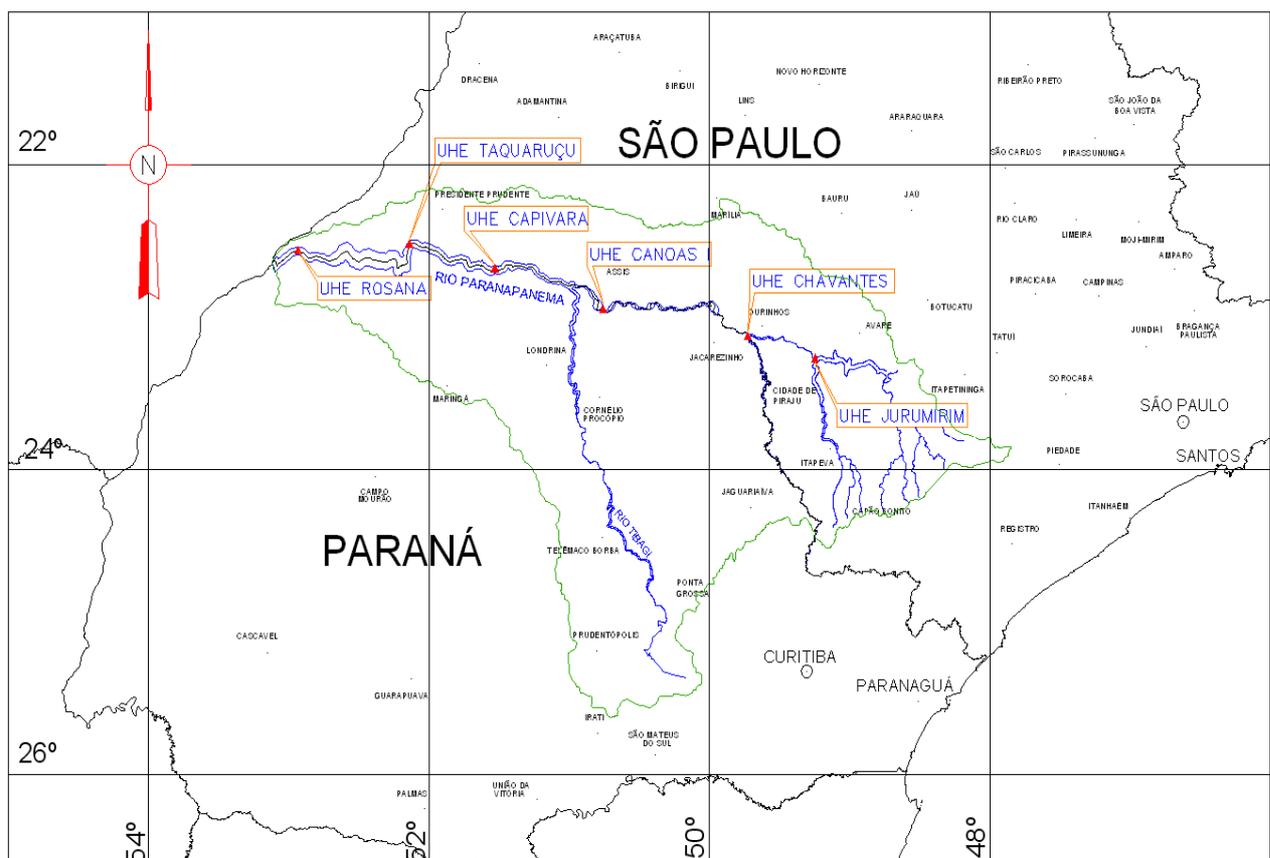


Figura 6.1 - Mapa de localização da bacia do rio Paranapanema.

Os dados de vazão da ONS são consistidos, logo, foram utilizados sem necessidade de uma prévia análise de consistência dos dados, a qual normalmente é realizada para esse tipo de estudo no caso de dados brutos. Os postos fluviométricos a serem utilizados neste estudo estão localizados em seis usinas hidroelétricas instaladas no rio Paranapanema. Algumas das características dessas usinas encontram-se na

Tabela 6-1.

Tabela 6-1 - Características das UHE's onde estão localizados os postos fluviométricos selecionados para esse estudo.

<b>Código (ONS)</b>	<b>Nome</b>	<b>Potência (MW)</b>	<b>Latitude (S)</b>	<b>Longitude (W)</b>	<b>Área de drenagem (km<sup>2</sup>)</b>	<b>Área do reservatório (km<sup>2</sup>)</b>
<b>47</b>	Jurumirim	98	23° 12'	49° 08'	17.891	458
<b>49</b>	Chavantes	414	23° 08'	49° 44'	27.769	416
<b>52</b>	Canoas I	83	22° 56'	50° 31'	40.920	31
<b>61</b>	Capivara	640	22° 40'	51° 20'	84.715	550
<b>62</b>	Taquaruçu	554	22° 32'	52° 00'	88.707	80
<b>63</b>	Rosana	372	22° 36'	52° 52'	100.799	220

De acordo com ANEEL (2001), o regime climático predominante na bacia do rio Paranapanema é o da região Sudeste, caracterizado por uma sazonalidade marcante no regime de chuvas, com um período de estiagem, que se inicia no mês de abril e estende-se até o mês de setembro. O mês de agosto é o que apresenta as menores precipitações registradas no histórico, enquanto que os meses de dezembro a março são os mais chuvosos. A Figura 6.2 representa essa sazonalidade sobre a bacia do rio Paranapanema.

## Varição de Precipitação

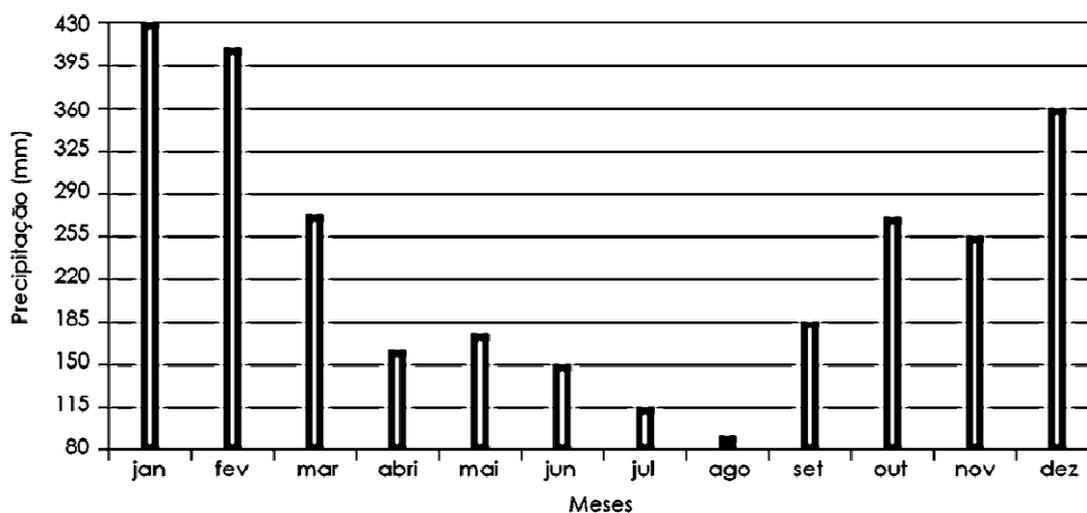


Figura 6.2 - Precipitação total média mensal sobre a bacia do rio Paranapanema (1939-2005)  
(Anjos e Bueno, 2011)

### 6.1.SAZONALIDADE DOS PICOS DE VAZÃO

Nas partes média e baixa da Bacia do Paraná é identificada um estação chuvosa bimodal (Fill *et al.*, 2008), com picos no verão (associados ao clima de monção) e no outono (associados aos climas de latitude média, em particular devido a ciclones extratropicais e penetração de frentes frias).

A ocorrência de picos de vazão em diferentes épocas do ano sugere que os máximos anuais de cheia são provenientes de diferentes mecanismos atmosféricos de precipitação. Assim, os dados de vazão máxima para cada período, provavelmente, são provenientes de diferentes populações, o que viola a suposição de homogeneidade na análise tradicional de máximos anuais de cheia.

Fill *et al.* (2008) em seu trabalho realizado na mesma bacia de interesse do presente estudo apresenta metodologia utilizada para determinação dos períodos, que representam distribuições distintas. Os autores se basearam essencialmente na ideia descrita por Waylen e Woo (1982) verificando o número de distribuições sazonais significativamente distintas, quais os períodos em que se aplicam e considerando famílias de distribuições de vazões máximas distintas da Gumbel.

Em seu trabalho, Fill *et al.* (2008) aplicaram o teste estatístico de Wilcoxon e concluíram como ano hidrológico o período de maio a abril do ano seguinte (esse período permitiu que na grande maioria dos anos as cheias se situassem inteiramente em um mesmo ano hidrológico evitando-se que uma mesma enchente passasse de um ano para outro). A divisão semestral também foi realizada por Fill *et al.* (2008) aplicando o teste de Wilcoxon por ser considerado por eles um teste bastante apropriado para o caso, pois, constitui-se em um teste não paramétrico independente da distribuição subjacente das variáveis aleatórias analisadas. Os resultados apresentados indicaram como período 1 (novembro-abril) denominado verão e período 2 (maio-outubro) denominado inverno.

## **7 - RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Para o uso do método das cópulas se faz necessária a aplicação de testes e análise dos resultados desses testes previamente a aplicação da metodologia fim, cópulas. A UHE Chavantes foi escolhida para ilustrar o ajuste dos modelos de distribuição estacionários e não estacionários, os resultados das demais UHE's encontram-se no apêndice do presente trabalho.

### **7.1.SAZONALIDADE DOS PICOS DE VAZÃO**

No estudo realizado por Fill *et al.* (2008), os autores cogitam os período de dados, Período 1 (Novembro-Abril) e Período 2 (Maio-Outubro) como populações distintas. Lima (2011), em estudo realizado na mesma bacia, levanta a possibilidade de que os picos de vazão decorrentes do período de verão são produzidos por mecanismos diferentes daqueles que ocorrem no período de inverno, apoiando também nos períodos aqui selecionados.

O resultado da plotagem das curvas empíricas de frequências de cheias da vazão sazonal máxima para os períodos definidos (Período 1: Novembro – Abril e Período 2: Maio – Outubro) com posição de plotagem definida pela formulação de Weibull são apresentados na Figura 7.1, para o mesmo posto em questão (UHE Chavantes).

A Figura 7.1 mostra duas curvas distintas que são provavelmente provenientes de diferentes populações, sendo que valores maiores de pico de vazão tendem a ocorrer no período 1. Apesar da diferença ilustrada nas curvas para os dois períodos, a variabilidade interanual do sistema climático responsável por tais cheias faz com que o pico possa também ocorrer no período 2. A curva empírica de frequência para os dados de vazão máxima anual (Figura 7.1 b) mostra que, para tempos de retorno de até 10 anos, ambos os períodos 1 e 2 são responsáveis pelos picos de vazão. Para tempos de retorno superiores a 10 anos as cheias ocorrem preferencialmente no período 1.

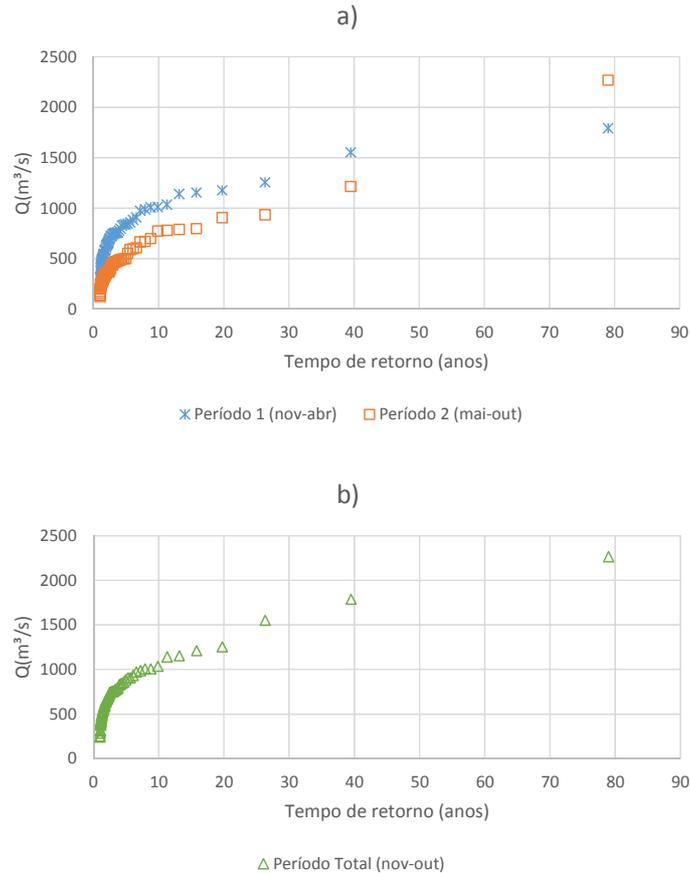


Figura 7.1 - Curva de frequência para o posto UHE Chavantes para a) Períodos 1 e 2 e b) Período Total.

Para análise da existência de mais de uma população dos dados, foi realizado o teste de Wilcoxon (Hollander e Wole, 1973), assumiu-se como hipótese nula que o parâmetro média de cada período é proveniente de uma mesma população, ou seja, as médias são iguais, como é possível avaliar na equação 7.1 onde são estabelecidas as hipóteses.

$$\begin{cases} H_0: \Delta = 0 \\ H_1: \Delta \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} H_0: \Delta = 0 \\ H_1: \Delta > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} H_0: \Delta = 0 \\ H_1: \Delta < 0 \end{cases} \quad (7.1)$$

O valor-p obtido foi de  $1,4 \times 10^{-10}$ , sugerindo que os valores médios de pico de vazão do Período 1 são estatisticamente diferentes dos valores médios do Período 2 para um nível de significância de 5%.

Como supracitado, para um mesmo período de retorno, o valor da cheia que ocorre no Período 2 é na maioria das ocorrências inferior ao correspondente à sua ocorrência no Período 1. Pode-se inferir que as cheias estimadas pela combinação das distribuições sazonais serão

geralmente inferiores do que as obtidas pela aplicação da metodologia clássica nas séries de máximos anuais para um mesmo período de retorno. Os resultados confirmam o que já era conhecido na literatura, por exemplo (Fill et. al 2008), as grandes cheias de inverno são em geral superiores as cheias de verão. Assim, a consideração das cheias sazonais na metodologia de análise de frequência de vazões extremas, agrega os dados de condicional, a dependência de um período da cheia com relação ao período anterior como explicitado no desenvolvimento da formulação da equação (5.6), podendo ser essa dependência devido à persistência da vazão (acumulo da vazão de base) ou algum outro fator climático inerente ao escoamento. Dessa maneira, levando em consideração a relação de dependência existente entre os períodos selecionados, é necessária a incorporação da sazonalidade da série na análise de frequência de cheias.

Ao analisar a curva de frequência dos demais postos da bacia do rio Paranapanema (Apêndice) é possível observar um comportamento diferente para os tempos de retorno acima de 20 anos para os postos localizados mais a jusante da bacia (UHE Capivara, UHE Taquaruçu e UHE Rosana), mais próximos a foz do rio Paranapanema, após a entrada do seu afluente Tibagi. As curvas de frequência do período 2 tende a ficar menos acentuada que a do período 1 e por vezes as vazões do período 2 se apresentam menores do que as observadas no período 1. Esse comportamento para as usinas a jusante reflete o comportamento do rio Tibagi que influencia no regime do rio Paranapanema a jusante da sua foz, como é possível observar na Figura 7.2 avaliado para o posto fluviométrico 64465000 localizado no rio Tibagi, afluente pela margem esquerda do rio Paranapanema.

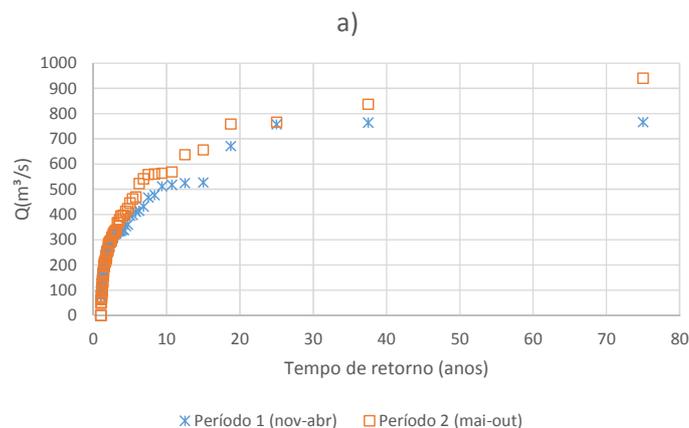


Figura 7.2: Curva de frequência para o posto fluviométrico Tibagi para os períodos 1 e 2.

A bacia do rio Tibagi apresenta formação geológica diferente da existente na região a montante da UHE Capivara no rio Paranapanema, como é possível visualizar na Figura 7.3. Pode-se encontrar justificativa para essa diferença do comportamento das vazões para esses postos fluviométricos possivelmente nas unidades geológicas que compõe as bacias, ou na distribuição espacial e temporal da precipitação. Porém, esse assunto fica como sugestão para trabalhos futuros, e não será aqui aprofundado.

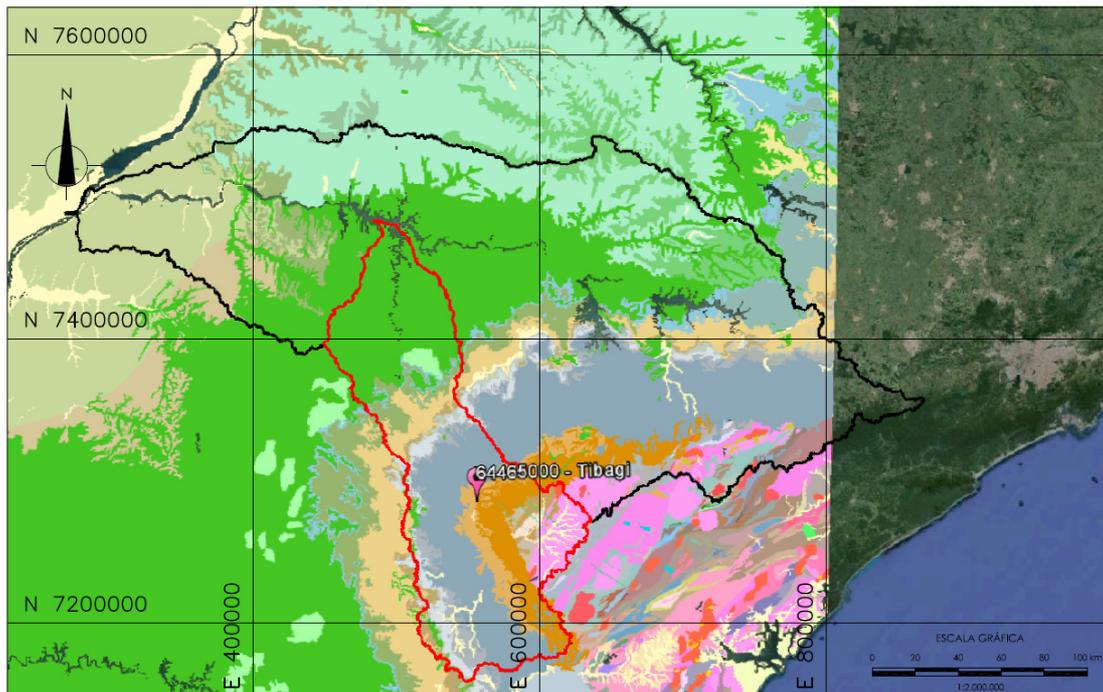


Figura 7.3: Mapa com representação geológica da bacia do rio Paranapanema. A linha preta delimita a bacia do rio Paranapanema, a linha vermelha indica a delimitação da bacia do rio Tibagi (afluente pela margem esquerda do rio Paranapanema). A área em rosa indica litologia Granito Santa Rita, em cinza Itaiococa carbonática, em vermelho Granito Conceição, em cinza Arenito, e em verde escuro Basalto.

A Figura 7.4 apresenta o gráfico de dispersão do posto UHE Chavantes, o qual indicou valor de correlação  $R=0,36$  entre o período 1 e o período 2. O posto fluviométrico da UHE Canoas foi o que apresentou maior correlação entre os períodos ( $R=0,38$ ), porém todos os postos da bacia em questão apresentam coeficiente de correlação semelhante entre os períodos, como é possível visualizar nos resultados dos demais postos apresentados nos Apêndices do presente trabalho. Para 78 valores de vazão, o fator de correlação  $R$  é estatisticamente significativo quando superior a 0,23. Todos os fatores de correlação encontrados para os postos da bacia

em questão são superiores a esse valor, logo, podem ser considerados estatisticamente significantes.

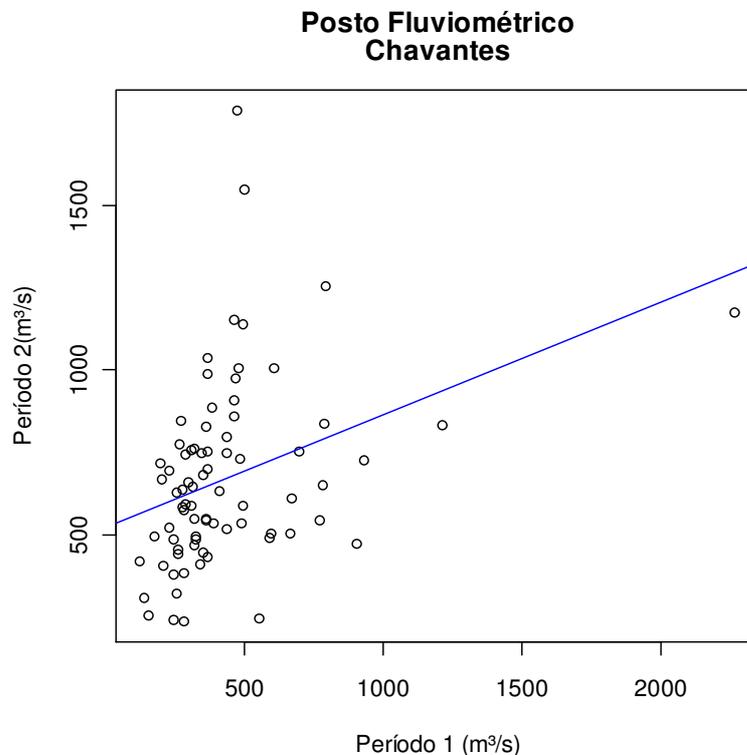


Figura 7.4 - Diagrama de dispersão das vazões de pico do período 1 (novembro-abril) e do período 2 (maio-outubro) para o posto da UHE Chavantes.

## 7.2. ESTACIONARIEDADE DOS PICOS DE VAZÃO

Para avaliar a tendência temporal nos dados de vazão foram aplicados os testes de estacionariedade da regressão linear vazão vs. tempo, de Mann-Kendall e de Spearman (a análise do coeficiente angular da regressão das máximas anuais com o tempo também fornece parâmetros para a avaliação da estacionariedade das séries em questão). O valor-p para cada um dos testes do posto da UHE Chavantes utilizados é apresentado na Tabela 7-1, onde assume-se a hipótese nula de nenhuma tendência temporal monotônica. Assumindo o nível de significância  $\alpha = 5\%$ , observa-se que todos os testes para todos os postos resultarem em valores-p menores do que o nível de significância, o que leva à rejeição da hipótese nula e, conseqüentemente, sugere fortes tendências monotônicas (não estacionariedade) nas séries de vazões máximas da bacia em questão.

Tabela 7-1 - Valor-p para os testes de estacionariedade

<b>Máximas anuais – UHE Chavantes</b>			
<b>Valores <math>p</math></b>	<b>Regressão linear</b>	<b>Mann-Kendall</b>	<b>Spearman</b>
<b>Período 1</b>	1,771E-04	5,061E-04	2,42E-04
<b>Período 2</b>	2,26E-02	2,44E-04	7,90E-05
<b>Máximo Anual</b>	1,173E-03	1,090E-03	4,63E-04

A avaliação da estacionariedade das séries apresentada na Tabela 7-1, é complementada com a análise visual nos gráficos das vazões máximas anuais do posto Chavantes para os períodos 1, 2 e total, Figura 7.5, Figura 7.6, e Figura 7.7, mostram clara tendência temporal monotônica de aumento de vazão. Para os outros postos estudados apresentados no apêndice, a tendência é similar.

Sendo identificada como séries não estacionárias, a princípio não seria plausível fazer uso da metodologia de análise de frequência de cheias que tem como premissa a estacionariedade da série. Porém, nesse estudo, inicialmente as séries serão assumidas como estacionárias para aplicação da metodologia e posteriormente, nas próximas análises, será inserida a consideração da não estacionariedade da série e um ajuste na metodologia para avaliação de qual modelo melhor representa a amostra para os resultados esperados.

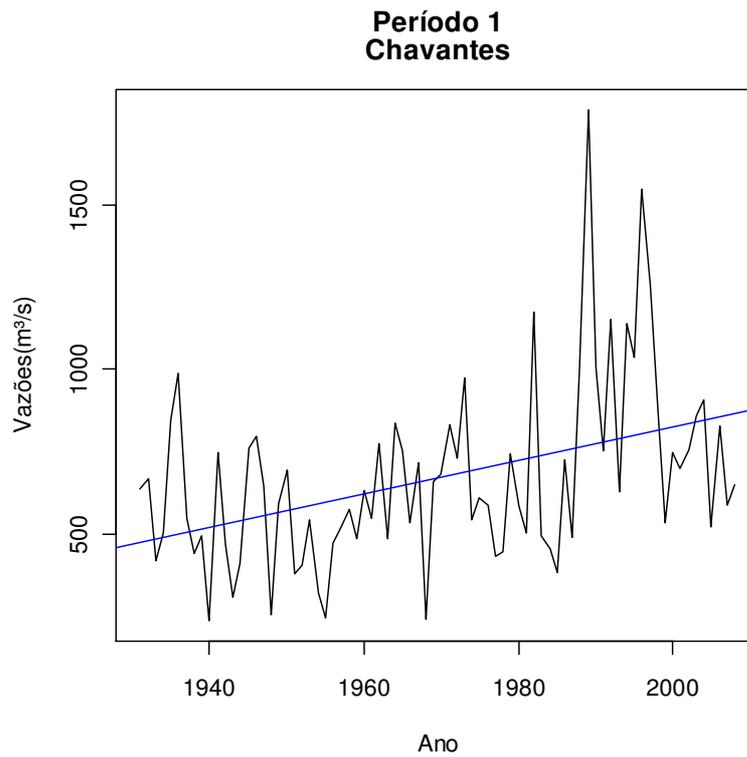


Figura 7.5 - Série de máximos sazonais de vazão observadas para o período 1 (novembro-abril) do posto da UHE Chavantes (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

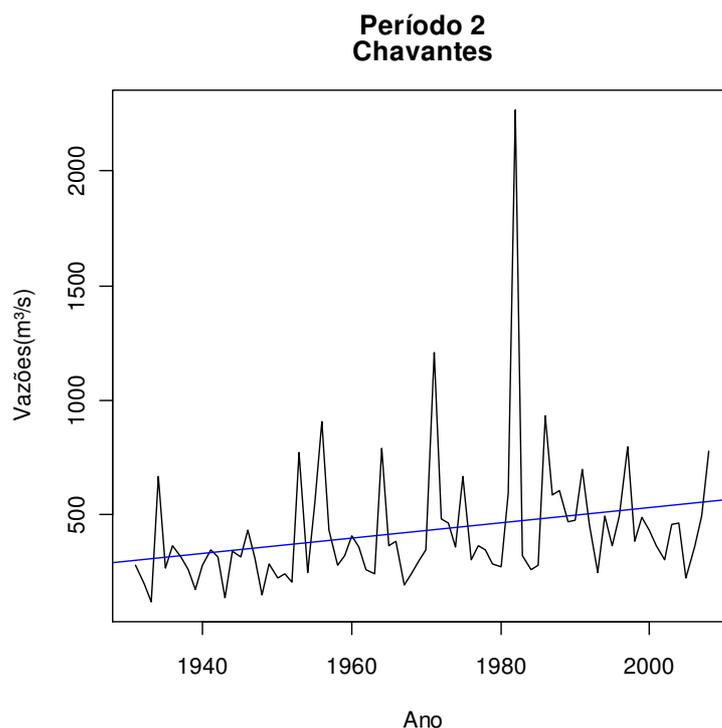


Figura 7.6 - Série de máximos sazonais de vazão observadas para o período 2 (maio-outubro) do posto da UHE Chavantes (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

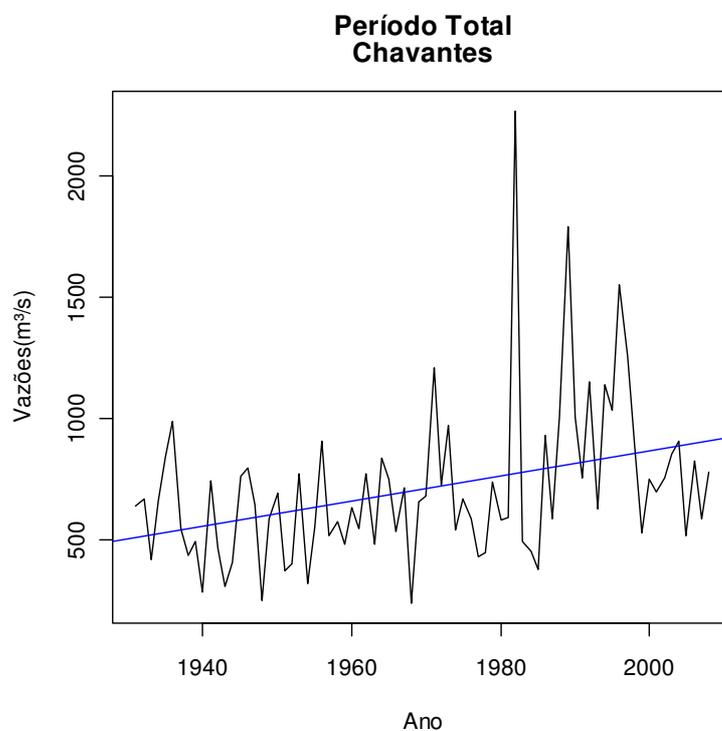


Figura 7.7 - Série (novembro-outubro) de máximos anuais de vazão observadas do posto da UHE Chavantes (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

Assim, os resultados obtidos aqui, em conjunto com os apresentados na literatura (como Lima, 2011), são indicativos de que há uma tendência temporal de aumento nos picos de vazão na bacia do rio Paranapanema.

### **7.3. ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS COM DISTRIBUIÇÕES NÃO HOMOGÊNEAS E DEPENDENTES (ANÁLISE VIA CÓPULA)**

Com o objetivo de analisar a série de vazões extremas levando em consideração as particularidades identificadas nos dados em estudo (heterogeneidade e dependência entre os períodos), foram analisadas as características das séries (média, mínimo, máximo, desvio) apresentadas na Tabela 7-2.

A distribuição Gumbel foi utilizada para ajuste aos dados da amostra, devido a sua vasta aplicação na área de eventos extremos, e trabalhos anteriores realizados na bacia do rio Paranapanema que apresentaram resposta satisfatória ao uso dessa distribuição (Anjos e Bueno, 2011), a Tabela 7-3 apresenta os parâmetros da distribuição Gumbel das marginais para a UHE Chavantes juntamente com os seus respectivos intervalos de confiança.

Vários métodos de ajuste de distribuições de probabilidades a um conjunto de dados são propostos na literatura, sendo os mais importantes o método da máxima verossimilhança, o método dos momentos e o método dos momentos lineares. Adotou-se aqui, como supracitado no item 5.1, o método da máxima verossimilhança.

Tabela 7-2 - Características das séries UHE Chavantes

Estação	Chavantes		
	1	2	Total
<b>Média (m<sup>3</sup>/s)</b>	670	432	711
<b>Mínimo (m<sup>3</sup>/s)</b>	237	124	242
<b>Máximo (m<sup>3</sup>/s)</b>	179 0	2266	2266
<b>Desvio (m<sup>3</sup>/s)</b>	280	289	327

Tabela 7-3 - Parâmetros da distribuição Gumbel das marginais UHE Chavantes

Estação		Chavantes		
Parâmetro/Período		1	2	Total
Posição	Superior (95%)	248,0	180,4	263,1
	Estimado	211,0	151,9	223,4
	Inferior (5%)	174,0	123,5	183,7
Escala	Superior (95%)	597,5	366,9	630,1
	Estimado	547,4	331,3	577,3
	Inferior (5%)	497,4	295,7	524,5

Para cada posto foi aplicada a distribuição de Gumbel para os dados do período 1, do período 2 e do período total, as características das séries, assim como os parâmetros das distribuições para os demais postos da bacia do rio Paranapanema, encontram-se no Apêndice desse trabalho.

Para verificação do ajuste dos dados à distribuição escolhida é realizado o teste de Kolmogorov Sminorv o qual apresentou valor  $p$  de 0,986 para o ajuste da distribuição Gumbel aos dados do período 1, 0,134 para o ajuste da distribuição Gumbel aos dados do período 2 e 0,917 para o ajuste da distribuição Gumbel aos dados do período total. Como os valores  $p$  encontrados foram superiores a 0,05, aceita-se a hipótese nula de que a distribuição se ajusta aos dados observados.

Para avaliação visual do ajuste da distribuição é utilizado o gráfico quantil-quantil (QQ-plot) ilustrado na Figura 7.8 e Figura 7.9. Os dados de frequência para modelagem do período 1 apresentam menor distância da reta teórica quando comparada com o ajuste realizado para a modelagem do período 2, o qual apresenta um desvio na extremidade da distribuição, sugerindo que a distribuição Gumbel se ajustou melhor aos dados do período 1. Porém, a distribuição Gumbel será utilizada para a análise de frequência de ambos os períodos.

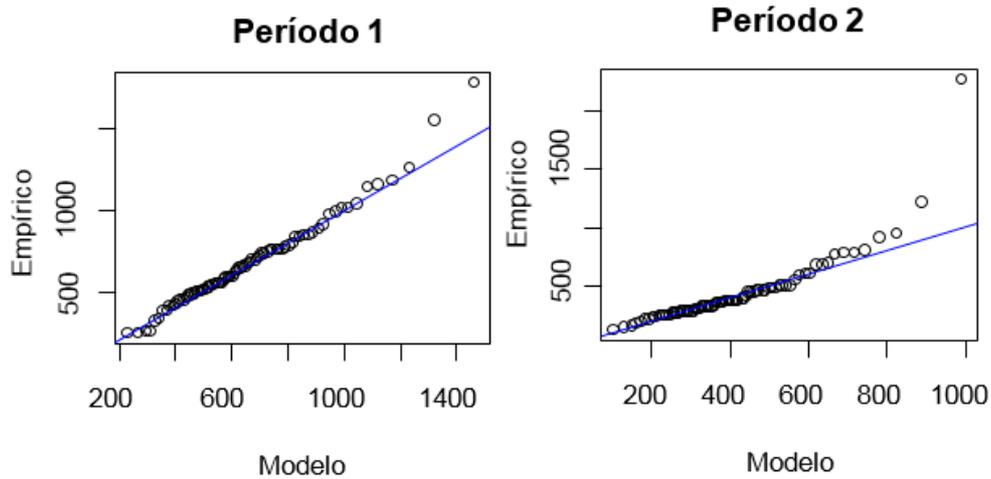


Figura 7.8 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período 1) a esquerda e (Período 2) a direita.

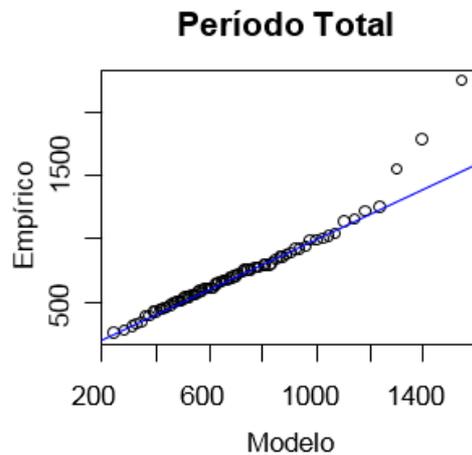


Figura 7.9 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período Total)

Em outro tipo de análise, também visual, é possível verificar o ajuste da amostra a distribuição Gumbel em seu gráfico de distribuição acumulada na Figura 7.10 e na Figura 7.11. Resultados semelhantes a esses, para o ajuste da distribuição Gumbel aos dados da amostra, foram obtidos para os demais postos da bacia em estudo.

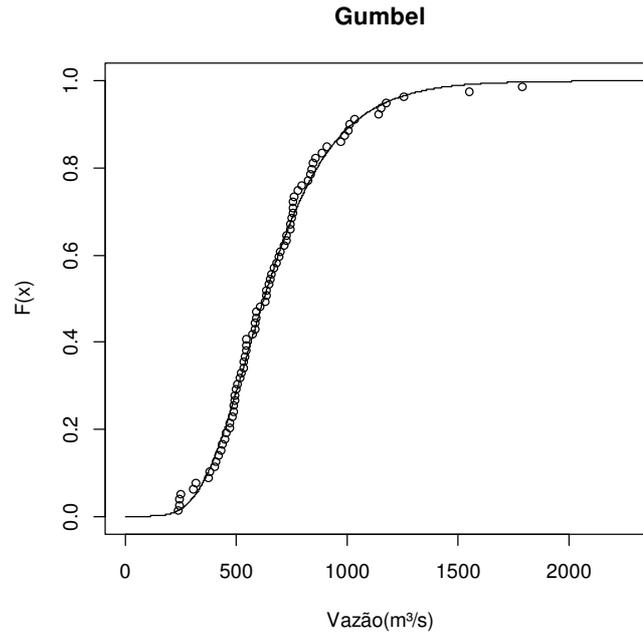


Figura 7.10 - Plotagem dos dados da amostra (Período 1) no gráfico de distribuição acumulado de Gumbel

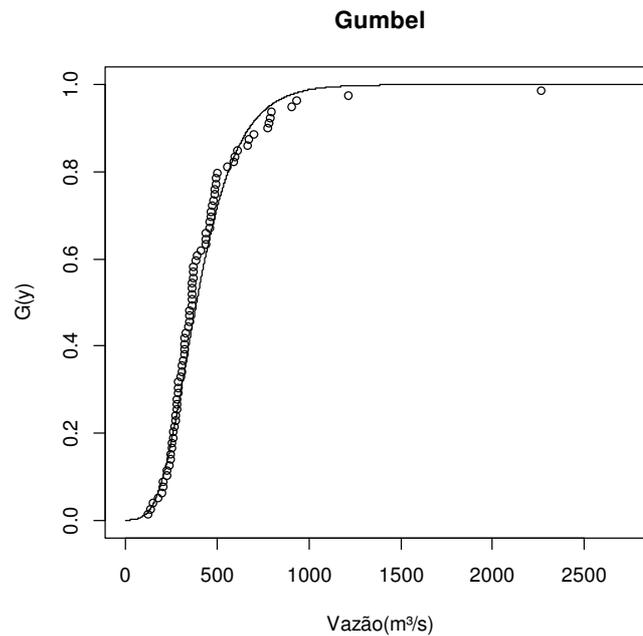


Figura 7.11 - Plotagem dos dados da amostra (Período 2) no gráfico de distribuição acumulado de Gumbel

Como citado no item 5.1 e ilustrado na Figura 7.4 a indicação de uma dependência crescente é uma característica a uso da família Gumbel-Hougaard. A cópula Gumbel-Hougaard é conhecida como uma cópula extrema e é adequada para modelar a dependência na cauda

superior. No entanto, o grau de dependência entre as marginais depende do valor do parâmetro da cópula. A partir do valor estimado do parâmetro da cópula de Gumbel, uma dependência positiva é esperada entre os dados. Para obter mais conhecimento na estrutura de dependência dada por esta cópula é necessário avaliar o gráfico de dispersão da amostra aleatória simulada a partir da cópula (Figura 7.13), assim como o gráfico de contorno (Figura 7.14).

Quanto maior a correlação existente entre os períodos, melhor é o ajuste da cópula. A xxx ilustra o gráfico de dispersão da cópula para diferentes valores de  $\theta$ , é possível visualizar que o gráfico de dispersão com  $\theta=5$ , os pontos plotados apresentam-se mais próximos, indicando melhor representatividade do modelo.

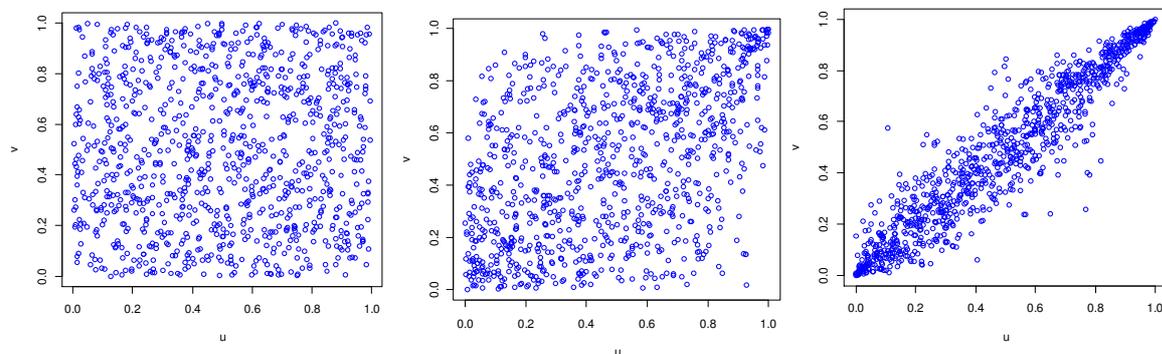


Figura 7.12 - Gráfico de dispersão da cópula para  $\theta=0,1$  no extremo esquerdo,  $\theta=1,474$  no centro e  $\theta=5$  no extremo direito.

A Figura 7.13 mostra o gráfico de dispersão de 1000 valores aleatórios da cópula de Gumbel-Hougaard ajustada para os dados da amostra de interesse. O aumento da densidade dos pontos próximos a (1,1) e (0,0) sugere claramente uma tendência a ser associada aos níveis mais extremos. Essa associação não simétrica não pode ser capturadas por uma cópula simétrica como por exemplo a cópula de Frank. Além disso, a dispersão razoavelmente uniforme em outras posições sugere que as variáveis são quase independentes para valores não extremos.

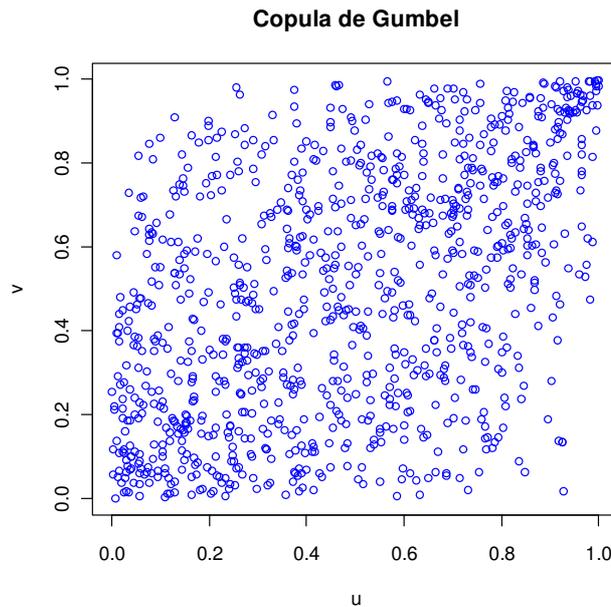


Figura 7.13 - Diagrama de dispersão de 1000 valores aleatórios da cópula de Gumbel com  $\tau_{\text{kendal}} = 0,321$  e  $\theta=1,474$

O mesmo resultado pode ser concluído a partir do gráfico de contorno, porém esse gráfico tem que ser comparado com os gráficos padrões (dependência positiva perfeita, independência, dependência negativa perfeita) como já ilustrada na Figura 4.3. Comparando o gráfico de contorno da cópula estimada com os gráficos padrões correspondentes, pode ser visto que o traçado de contorno da cópula de Gumbel para os dados em estudo (Figura 7.14) apresenta semelhança entre aquele que mostra dependência positiva e independência.

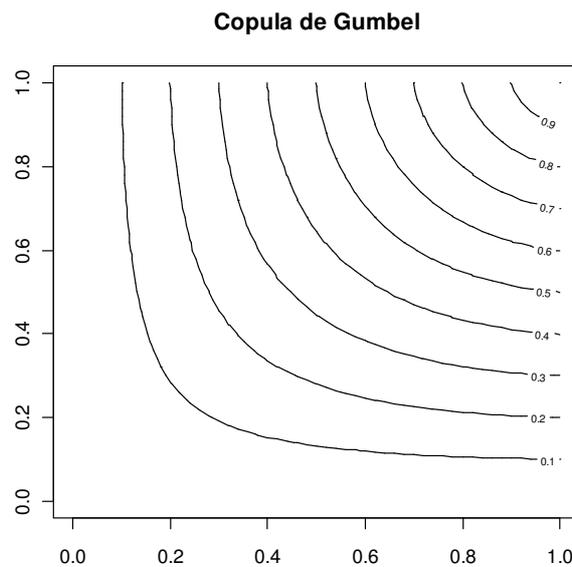


Figura 7.14—Diagrama de Contorno da Cópula de Gumbel com  $\tau_{\text{kendal}} = 0,321$  e  $\theta=1,474$

A interpretação desses gráficos leva a crer que a dependência inerente entre as marginais não representa uma cópula com forte dependência como seria, caso o valor do  $\tau$  de Kendall fosse maior o que proporcionaria valores de teta mais elevados e uma cópula mais representativa da dependência das amostras em questão. Para vários casos do presente estudo os parâmetros  $\tau$  de Kendall e  $\theta$  se apresentaram dessa maneira.

Ajustada a cópula à amostra desejada e tendo o seu ajuste verificado pelo teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, faz-se o uso da Equação 5.13 e é possível estimar os valores de vazão para diferentes tempos de retorno. A Tabela 7-4 assim como a Figura 7.15 mostram os resultados indicando ainda a diferença percentual entre o resultado do método clássico (máximos anuais) e o modelo proposto. Observa-se que para um mesmo tempo de retorno o valor da cheia ocorrendo no período 2 é sempre inferior ao correspondente à sua ocorrência no período 1. Esse efeito é mais forte sobre cheias maiores.

Também é possível observar que as cheias estimadas pela combinação das distribuições sazonais, via cópulas, são geralmente menores do que as obtidas pela aplicação do método clássico da série de máximos anuais para um mesmo tempo de retorno. Verifica-se que esse efeito também é mais acentuado para as cheias mais raras. Para tempos de retorno de até 50 anos, aproximadamente, as diferenças são pequenas de modo que o método das séries anuais é bastante razoável. Entretanto para cheias com tempo de retorno de 100 anos ou mais as diferenças são um pouco mais significativas. Pode-se notar ainda que o tempo de retorno de 500 anos e 1.000 anos a cheia anual obtida pelo método das cópulas é praticamente igual a cheia do período 1.

A Figura 7.15 e a Tabela 7-4 apresentam um comparativo da estimação realizada pela cópula e pela metodologia tradicional com os máximos de vazão anual. Na seleção dos valores do tempo de retorno considerou-se valores correspondentes a enchentes pequenas (TR = 2 e 10 anos), outro para cheias médias (TR = 50 anos) e outros para cheias grandes (TR = 100, 500 e 1.000 anos).

Tabela 7-4- Valores de vazão em m<sup>3</sup>/s para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional

Estação	Chavantes				
	Tradicional			Cópulas	Diferença (%)
Metodologia	Período 1	Período 2	Período Total		
TR					
2	624	387	659	637	3,3
10	1022	673	1079	1027	4,8
50	1370	924	1448	1372	5,2
100	1518	1030	1604	1519	5,3
500	1858	1275	1965	1859	5,3
1.000	2005	1380	2120	2005	5,4

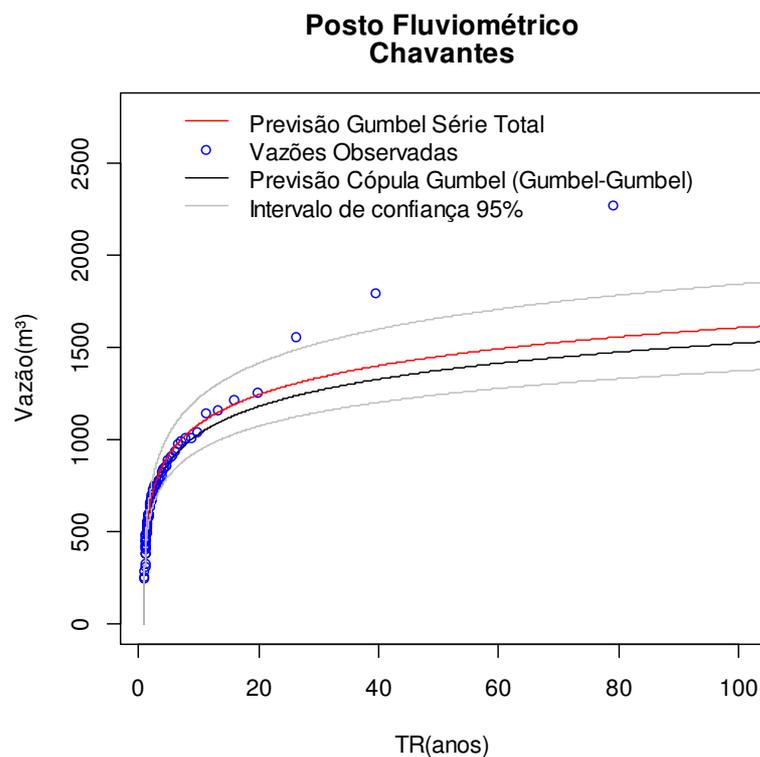


Figura 7.15: Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional

Em busca de conhecer o intervalo de confiança existente para a metodologia proposta é utilizada a técnica *bootstrap* descrita no item 5.1.1. Parte-se da amostra mestre de tamanho 78 para realizar mil reamostragens de mesmo tamanho, reamostrar permite diferentes alternativas para se encontrar desvios padrões e intervalos de confiança através da análise de um conjunto

de dados. Uma vantagem em utilizar a técnica de reamostragem *bootstrap* é a generalidade com que pode ser aplicada, pois requer que menos suposições sejam feitas.

Na análise descritiva para a amostra mestre, verificou-se a existência de alguns possíveis *outliers* que foram mantidos na amostra. Cada reamostra foi gerada realizando a amostragem com reposição. Realizadas as 1000 reamostragens com reposição é possível verificar que a distribuição da estatística das reamostras *Bootstrap* se aproxima da distribuição desta mesma estatística da população. Nestas condições foram calculados os intervalos de confiança para os parâmetros da distribuição dos períodos que por sua vez, por iteração foi aplicada ao modelo da cópula desejada.

Através da técnica Bootstrap, foram obtidos intervalos de confiança dos quantis de 95% e esses resultados foram comparados com o intervalo de confiança da metodologia tradicional. A análise visual da Figura 7.16 mostra que os intervalos de confiança obtidos para a metodologia das cópulas por meio do bootstrap possui uma probabilidade de cobertura sempre superior à probabilidade de cobertura dos intervalos de confiança obtidos para a estimação pela metodologia clássica de análise de frequência de cheias (univariada) pela técnica de t-Student utilizada. A metodologia que apresenta um intervalo de confiança menor é mais confiável que a que resulta em um intervalo de confiança maior. Porém, pode-se levar em consideração que quando a amostragem é repetida inúmeras vezes (caso bootstrap) e o intervalo de confiança é recalculado para cada reamostra de acordo com o mesmo método, uma proporção dos intervalos de confiança busca conter o parâmetro estatístico em questão (vazão estimada).

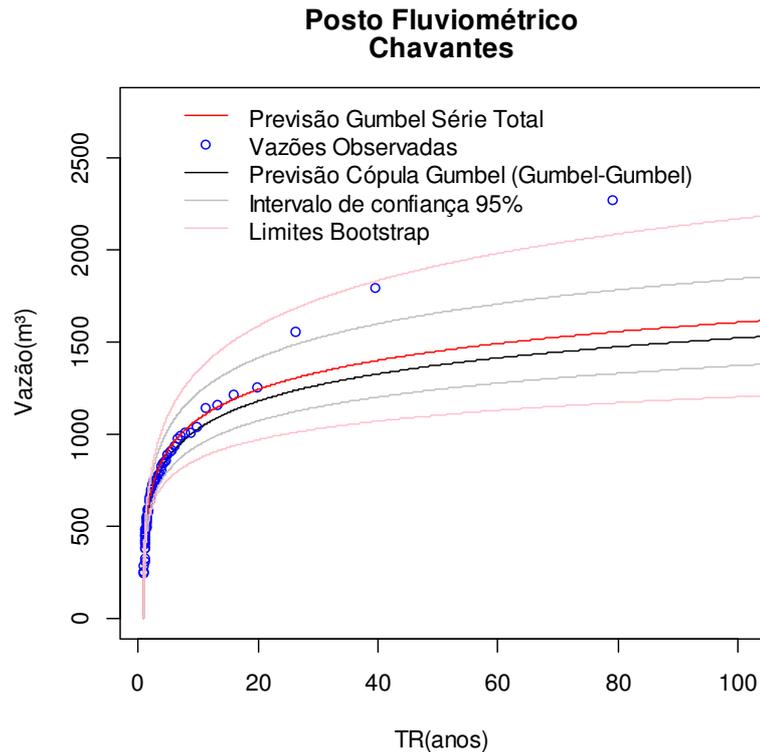


Figura 7.16 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional e Bootstrap da cópula

#### 7.4. ANÁLISE NÃO ESTACIONÁRIA DE FREQUÊNCIA DE CHEIAS COM DISTRIBUIÇÕES NÃO HOMOGÊNEAS E DEPENDENTES (ANÁLISE VIA CÓPULA)

Com objetivo de avaliar a eficácia dos modelos propostos para os máximos anuais de vazão em reproduzir as séries observadas, assim como fazer uso da vazão de verão obtida no ano corrente para prever a vazão de inverno do mesmo ano, é utilizada a validação cruzada tipo *leave-one-out*, onde o restante dos dados observados é utilizada para estimativa dos parâmetros enquanto é retirado um dado da amostra para verificar a previsão ou capacidade dos modelos em reproduzir os dados observados.

Esse modelo estocástico de geração de vazão pode ser utilizado para sintetizar um grande número de sequência de vazões com diferentes graus de período de cheias e abastecer, os órgãos responsáveis pela gestão de recursos hídricos com informações relevantes visando a redução da vulnerabilidade das populações à enchentes e como consequência a desastres. Essa

metodologia busca otimizar a estimação da cheia seguinte fazendo uso de informações presentes para alimentar o sistema e obter respostas mais precisas sobre o próximo evento de cheia. Dois novos elementos são aqui incorporados quando comparados com a metodologia usualmente utilizada para estimação de vazões univariada: o uso de cópulas para modelar dependências temporais de vazão na escala de tempo mensal, e a análise da vulnerabilidade do sistema para mudanças com características de persistência hidrológica.

A Figura 7.17 apresenta o resultado dessa análise, comparando a previsão obtida para o inverno condicional aos valores observados no verão.

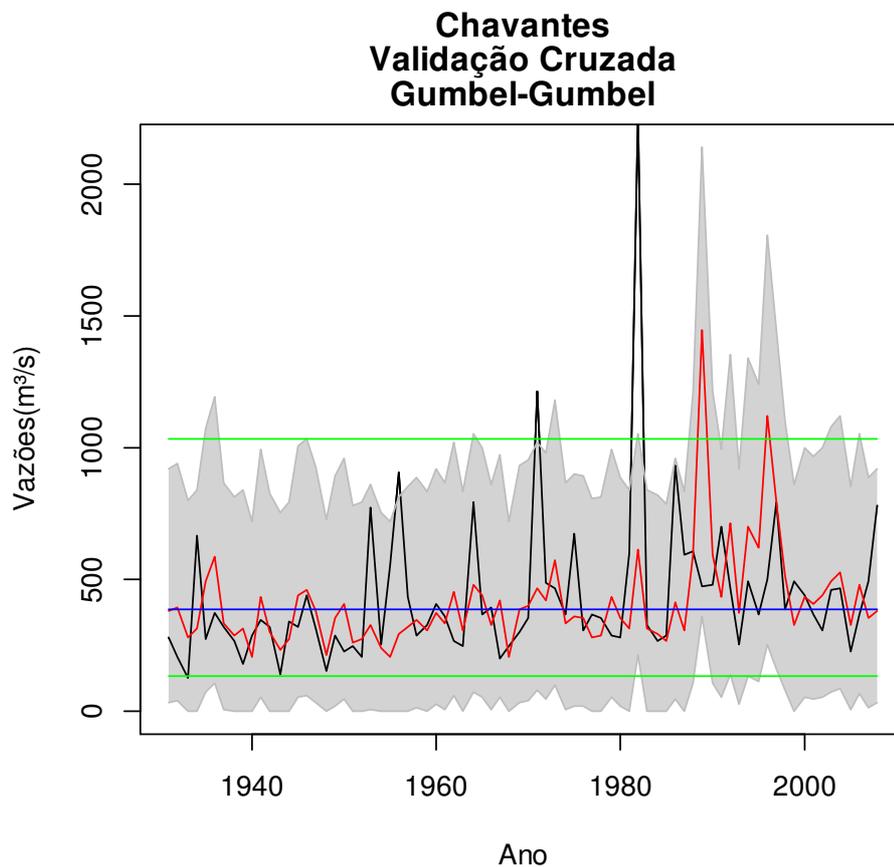


Figura 7.17- Vazões máximas esperadas para a UHE Chavantes nos anos 1931 – 2008

A linha preta corresponde às vazões observadas de inverno, a linha vermelha à previsão da Cópula Gumbel, a linha azul à previsão estimada pelo método clássico estacionário com uso do ajuste da distribuição Gumbel aos máximos anuais, a linha verde é referente ao intervalo

de confiança de 95% da metodologia clássica estacionária, e a área cinza hachurada representa o intervalo de confiança da metodologia de previsão via cópula.

Os valores do teste de Kolmogorov-Smirnov encontrados para o ajuste foi de ( $KS_{cop} = 0,1538$ ;  $KS_{trad} = 0,6026$ ), sendo  $KS_{cop}$  o valor encontrado para o ajuste da cópula e  $KS_{trad}$  o valor calculado para a metodologia tradicional. Pode-se observar na Figura 7.17 que as vazões previstas com a cópula ajustada aos dados, excluído o dado do ano a ser estimado, juntamente com a informação da cheia que ocorreu no verão imediatamente anterior seguem a distribuição  $F(x)$  com a magnitude da cheia do período 2. Ocorrem variações em torno do valor observado e esse comportamento pode ser devido a cheias do período 2, as quais podem ter ocorrido sem referência ao mesmo fator climático relacionado ao período 1, apresenta respostas diferentes de deflúvio para os diferentes períodos, e acarreta em magnitudes distintas de vazão o qual não foi assim representado pela dependência captada pela cópula ajustada.

Se analisado o coeficiente de correlação entre as linhas vermelha e preta (previsão obtida pela metodologia das cópulas e dados observados) obtém-se o valor de 0,25 para o coeficiente de correlação e de 0,02 para o valor  $p$ , sendo o valor  $p$  inferior a 0,05 indicando uma correlação estatisticamente significativa. Aplicando o teste de ajuste de Kolmogorov-Smirnov, para a avaliação de qual o melhor ajuste na previsão de vazão de cheias, o valor  $p$  para o teste KS obtido para a metodologia clássica estacionária univariada se apresentou como  $1,004 \times 10^{-12}$ , inferior portanto a 0,05 e indicando que a hipótese nula de que o modelo se ajusta bem aos dados observados deve ser rejeitada. Já o valor  $p$  obtido pelo teste para a metodologia das cópulas é de 0,3145, maior portanto do que 0,05 e indicando a aceitação da hipótese nula. O mesmo é possível avaliar pela estatística do teste, em que o KS obtido para a metodologia clássica é inferior ao obtido pela metodologia das cópulas. Sendo assim, pode-se inferir que o modelo das cópulas não estacionária é representativa da amostra.

Esses resultados demonstram que a abordagem utilizada tem a capacidade de modelar a estrutura de dependência histórica de dados de vazões mensais. As mudanças na variabilidade inter-estação e função de autocorrelação são esperadas já que o parâmetro da cópula governa a estrutura temporal de dependência da série histórica. Assim é possível prever a magnitude da variação da cheia que está por vir, tendo como base a vazão obtida na estação anterior com o uso da metodologia da cópula.

## 8 - CONCLUSÕES

No contexto da análise de frequência de vazões extremas, caso as premissas de homogeneidade e estacionariedade não sejam válidas, novos métodos e teorias devem ser utilizados em lugar dos métodos tradicionais, tendo em vista que a violação dessas hipóteses pode levar a sub ou superestimação dos quantis de cheia. Com isso, foram estabelecidas as bases teóricas para o estudo e desenvolvimento de modelos de análise de frequência de cheias para os postos da região da bacia do rio Paranapanema em que não fosse necessário satisfazer as suposições básicas dos modelos clássicos, como homogeneidade e estacionariedade dos dados. Nesse contexto, esse trabalho abordou a análise não homogênea e não estacionária de frequência de cheias, por meio do método das cópulas para captar a dependência entre os diferentes períodos.

Neste trabalho é utilizada uma abordagem baseada no conceito das cópulas aplicado à análise bivariada de frequência de cheias. Essa metodologia vem sendo bastante utilizada no meio financeiro e na biomedicina, porém é pouco abordada na hidrologia. O método foi aplicado, num primeiro momento, assumindo a estacionariedade da série, o qual apresentou resultados semelhantes à metodologia tradicional, e em um segundo momento foi realizado uma adaptação do modelo para consideração da não estacionariedade em um dos períodos. A consideração da não estacionariedade acrescenta à metodologia a possibilidade de prever a vazão da próxima estação com o conhecimento prévio da vazão máxima observada no período anterior. O que se mostra uma ferramenta promissora para o gerenciamento do risco de cheias especialmente por possibilitar a implementação de sistemas de aviso de cheias.

Observou-se que a identificação de períodos distintos de uma mesma série de dados que se originaram de diferentes distribuições de probabilidades em virtude, por exemplo, da existência de diferentes mecanismos atmosféricos, pode ser uma alternativa para a determinação de cheias máximas anuais associadas a um dado risco. A estimativa da vazão associada a um risco pode ser feita com base na combinação de distribuições de probabilidade sazonais. Já a previsão do período do inverno baseado nos dados observados no período do verão se mostrou melhor do que a metodologia tradicional no que diz respeito à previsão para ação emergencial, porém essa metodologia pode ser comparada, em trabalhos futuros, com outros modelos empíricos, para a avaliação do ganho de informação devido ao intervalo de

confiança apresentado para a metodologia aqui exposta ter se apresentado significativo quando cogitada a sua utilização em um sistema de alerta de cheias. Porém, essa melhora nos resultados é importante tendo em vista a necessidade de uma boa estimativa da magnitude da cheia do próximo período para preparação da população e dos órgãos responsáveis. Além disso, se observou que se a correlação apresentada nos dados utilizados fosse maior, os resultados da previsão seriam ainda mais satisfatórios.

A análise via cópula, a qual leva em consideração a dependência entre as marginais envolvidas, pode ser um grande avanço para área de gestão de recursos hídricos. A presente abordagem utilizando essa metodologia se mostrou bastante promissora, uma vez que permite a consideração de uma variedade de correlações frequentemente observadas em hidrologia. Além disso, outras covariáveis diferentes da adotada nesse trabalho também podem ser utilizadas em trabalhos futuros como temperatura, pressão, ou até mesmo a vazão de escoamento de base, desde que possuam correlação com os outros dados envolvidos. A aplicação dessas diferentes covariáveis enriquece o conhecimento para análise de frequência de eventos extremos auxiliando na previsão de vazão. As características desse método são importantes quando comparados com os modelos multivariados clássicos em que não é possível reproduzir a dependência entre as variáveis, e a escolha das distribuições marginais é bastante restrita.

O tema investigado neste trabalho, embora já tendo sido abordado em partes por outros autores (Lima, 2011; Fill *et al.*, 2008, Zhang, 2005), ainda pode ser aprofundado e aperfeiçoado na prática. O método foi aplicado na bacia do rio Paranapanema, mas pode ser igualmente aplicado para análise não estacionária de frequência de eventos extremos em outras bacias. No caso de rios brasileiros situados em regiões com características climáticas diferenciadas, devem-se ainda esclarecer aspectos particulares (ano hidrológico, estações do ano, modelo estatístico) em cada uma dessas regiões e analisar a aplicabilidade do método proposto em comparação com outros modelos tradicionais ou empíricos de séries de máximos anuais. Assim, recomenda-se uma análise da sazonalidade das cheias em outras bacias hidrográficas e a verificação da existência de distribuições de probabilidade distintas por estações do ano. Visa-se assim a obtenção de modelos mais robustos e confiáveis que são essenciais para um melhor gerenciamento do risco de cheias.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alexander, L., V. *et al.* (2006) “Global observed changes in daily climate extremes of temperature and precipitation.” *Journal of Geophysical Research*. v. 111, p. 1-22.
- Alila, Y.; Mtiraoui, A. (2002). “Implications of heterogeneous flood-frequency distributions on traditional stream-discharge prediction techniques”. *Hydrological Processes*, 16, 1065-1084.
- Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL (2001). *Inventário Hidrelétrico Simplificado de um trecho de 4,5 km do Rio Paranapanema*. São Paulo: Companhia Brasileira de Alumínio, Brasil.
- Araújo, A. P.; Rocha, P. C. (2010) *Regime de fluxo e alterações hidrológicas no rio Tibagi-bacia do rio Paranapanema/alto Paraná*. volume especial, p. 96-109, 2010.
- Arnold, B. C.; Castillo, E.; Sarabia, J. M. (1998) “Some Alternative Bivariate Gumbel Models”. *Environmetrics*. v. 9, p. 599-616.
- Anjos, S. L.; Bueno, C. S. S. (2011). *Estudos de Tendências Temporais e Modelagem Não Estacionária de Frequência de Eventos de Cheias*, Monografia de Projeto Final, Graduação em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 96p.
- Balakrishnan, N.; Lai, C. D. (2009) *Continuous Bivariate Distributions*. Second Edition. New York: Springer Science Business Media. 667p.
- Coles, S. (2007) *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Bristol: Springer, 2007. 208 p.
- Cundelink, J. M.; Burn, D. H. (2003). Non-stationary pooled flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*, v. 276, p. 210-223.
- Davison, A. C.; Hinkley, D. V. (1997) *Bootstrap methods and their application*. Cambridge: Cambridge University Press. 594p.
- Efron, B. (1979) Bootstrap methods: Another Look at Jackknife. *The Annals of Statistics*, v. 7, n. 1, p. 1-26.
- Eletrobrás – Centrais Elétricas Brasileiras S.A. (1985) *Metodologia para regionalização de vazões*. Rio de Janeiro. v. 1.
- Ebrechst, P.; Lindskog, F.; McNeil, A. (2001) *Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management*. *Department of Mathematics ETZH*

- Favre, A. C.; Adlouni, S. E.; Perreault, L.; Thiémonge, N.; Bobée, B. (2004). "Multivariate Hydrological Frequency Analysis Using Copulas." *Water Resources Research*, v. 40.
- Fermanian, J.; Radulovic, D.; Wegkamp, M. (2004). Weak convergence of empirical copula processes. *Bernoulli Society for Mathematical Statistics and Probability* v. 10, n. 5, p. 847-860.
- Fill, H. D.; Oliveira, F. B.; Santos, P. (2008). "Avaliação de Cheias Considerando Distribuições Sazonais". *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v.13, nº.2, pp. 5-13.
- Genest, C.; Mackay, J. (1986) "The Joy of Copulas: Bivariate Distributions with Uniform Marginals" *The American Statistician*, 40(4), pp. 280-283.
- Guetter, A. K. (2002) "Degrau climático nas séries de vazões das bacias brasileiras". *Congresso Brasileiro de Meteorologia*, Foz do Iguaçu, Brasil.
- Hall, P. (1988) "Theoretical comparison of bootstrap confidence intervals". *Annals of Statistics*, v. 16, n. 3, p. 927-953.
- Hesterberg, T.; Moore, D.S.; Monaghan, S.; Clipson, A.; Epstein, R. Bootstrap methods and permutation tests. *The practice of business statistics: using data for decisions*. New York: W.H. Freeman, 2003. cap. 18.
- Hirschboeck, K.K. (1987). "Hydroclimatically-defined mixed distributions in partial duration flood series". *Hydrologic Frequency Modeling*, pp. 199-212.
- Hollander, M., Wolfe, D. A. (1973) *Nonparametric Statistical Method*. New York: John Wiley & Sons.
- Holtz, A. C. T. (1976) Vazões de Enchentes. In: Pinto, N. L. S. *Hidrologia básica*. São Paulo: Edgard Blücher p. 121-166.
- Kahya, E.; Kalayc, S. (2004) Trend analysis of streamflow in Turkey. *Journal of Hydrology*, v. 289, p. 128-144.
- Karmakar, S.; Simonovic, S. P. (2007) Flood frequency analysis using copula with mixed marginal distributions. *Water Resources Research Report*.
- Khaliq, M. N.; Ouarda, T. B. M. J.; Ondo, J. C.; Gachon, P.; Bobée, B. (2006) "Frequency analysis of a sequence of dependent and/or non-stacionary hydrometeorological observations: A review." *Journal of Hidrologic Engineering*. v.18 v. 329, pp. 534-552.
- Lanna, A. E. (2007) Elementos de estatística e probabilidade. In: Tucci, C.E.M. *Hidrologia: ciência e aplicação*. 4. Ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS/ABRH p. 79-176.
- Leclerc, M.; Ouarda, T. B. M. J. (2007) Non-stationarity regional flood frequency analysis at ungauged sites. *Journal of Hydrology*, v. 343, p. 254-265.

- Li, T.; Guo, S.; Chen, L.; Guo, J. (2013). “Bivariate Flood Frequency Analysis with Historical Information Based on Copula”. *Journal of Hydrologic Engineering*, v.18 pp. 1018-1030.
- Liebmann, B. *et al.* (2004) “An Observed Trend in Central South American Precipitation”. *American Meteorological Society*, v.17, p. 4357-4367.
- Lima, C. H. R.; Lall, U.; Filho, F. A. S. (2007). “Variabilidade e teleconexões climáticas associadas às afluições naturais ao sistema hidroelétrico brasileiro” *XVII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, São Paulo.
- Lima, C. H. R. (2011). “Análise Estatística de Sazonalidade e Tendências Temporais em Eventos de Cheia na Bacia do Paraná.” *XIX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, Alagoas.
- Maidment, D. R (1992). “Handbook of Hydrology”. Mc-GraHill.
- Marchi, V. A. A. (2010). *Uma nova abordagem para análise de dependência bivariada*, Dissertação de Mestrado, Departamento de Estatística, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 108p.
- Michele, C. D.; Salvadori, G. (2003) “A Generalized Pareto Intensity-Duration Model of Storm Rainfall Exploiting 2-Copulas.” *Journal of Geophysical Research*, 108(0).
- Michele, C. D.; Salvadori, G.; Canossi, M.; Petaccia, A.; Rosso, R. (2004). “Bivariate Statistical Approach to Check Adequacy of Dam Spillway.” *ASCE Journal of Hydrological Engineering*, HE/03/22620.
- Montgomery, D. C.; Peck, E. A.; Vining, G. G. (2001) Introduction to linear regression analysis. 3rd ed. New York: Wiley.
- Müller, I. I.; Krüger, C. M.; Kavisky, E. (1998) “Análise de estacionariedade de series hidrológicas na bacia incremental de Itaipu”. *RBRH – Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 3, n. 4, p. 51-71.
- Müller, A.; Scarsini, M. (2001). “Stochastic Comparison of Radom Vectors with a Common Copula” *Mathematics of Operations Research*, 26(4), pp. 723-740.
- Naghetini, M.; Pinto, E. J. A. (2007) *Hidrologia Estatística*. Belo Horizonte: CPRM, 2007. 552p.
- Nelsen, R.B. (2006). *An Introduction to Copulas*. Springer, New York, Second edition.
- Nelsen, R.B. (2003) Properties and application of copulas: a brief survey. *Proceeding of the First Brazilian Conference on Statistical Modeling in Insurance and Finance*, Universite Press USP: São Paulo, 10-28.

- NOAA (National Oceanic & Atmospheric Administration) ESRL : PSD : Physical Sciences Division. Disponível em: <<http://www.esrl.noaa.gov/psd/>> acesso em 28 de maio de 2011.
- ONS (Operador Nacional do Sistema) (2011). Avaliação de Curto Prazo da Operação - Séries Históricas de Vazões. Disponível em:<[http://www.ons.org.br/operacao/vazoes\\_naturais.aspx](http://www.ons.org.br/operacao/vazoes_naturais.aspx)> acesso em 14 de abril de 2011.
- Ouyang, Z.; Liao, H.; Yang, X. (2009). “Modeling dependence based on mixture copulas and its application in risk management” *Appl. Math J. Chinese Univ.* 24(4), pp 393-401.
- Reboita, M.S.; Gan, M. A.; Rocha, R. P.; Ambrizzi, E. T. (2010). “Regimes de precipitação na América do Sul: Uma Revisão Bibliográfica”. *Revista Brasileira de Meteorologia*, v.25, n.2, pp.185-204.
- Re, M.; Barros, V. P. (2009) Extreme rainfalls in SE South America. Springer Science, v.136, p.96-119.
- Salvadori, G.; Michele, C.; Kottegoda, N. T.; Rosso, R. (2007). Extremes in Nature An Approach Using Copulas. Texas: Spinger. 284p.
- Stewardson, M. J.; McMahon, T.A. (2002). “A Stochastic Model of Hydraulic Variations within Stream Channels”. *Water Resources Research*, v.38(1).
- Tucci, C. E. M. (2007) Hidrologia: ciência e aplicação. 4. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS/ ABRH, 2007. 943p.
- U.S. Water Resources Council (USWRC) (1981). *Guidelines for determining flow frequency*, Bulletin, Washington, DC.
- Villarini, G.; Smith, J. A. (2010). “Flood peak distributions for the eastern United States”. *Water Resources Research*, v.46, nº.4m pp. 1283-1286.
- Villarini, G.; Smith, J. A.; Serinaldi, F.; Bales, J.; Bates, P. D.; Krajewski, W. F. (2009). Flood frequency analysis for nonstationary annual peak records in an urban drainage basin. *Advances in Water Resources*, v. 32, p. 1255-1266.
- Waylen, P.; Woo, M-K. (1982). “Prediction of Annual Floods Generated by Mixed Processes”. *Water Resources Research*, v.18, nº.4m pp. 1283-1286.
- Waylen, P.; Woo, M-K. (1984). “Areal Prediction of Annual Floods Generated by Two Distinct Processes”. *Hydrologic Sciences Journal*, 29(1): 75-87.
- Waylen, P.; Woo, M-K. (1987). “Annual Low Flows Generated by Mixed Processes”. *Hydrologic Sciences Journal*, 32(3): 371-383.

- Yue, S.; Ouarda, T.B.M.J.; Bobée, P.; Legendre, P.; Bruneau, P. (1999). “The Gumbel Mixed Model for Flood Frequency Analyses”. *Journal of Hydrology*, v.228 pp.88-100.
- Yue, S. (2000). “The Bivariate Lognormal Distribution to Model a Multivariate Flood Episode.” *Hydrological Processes*, v.14 pp.2575-2588.
- Yue, S. (2001). “The Gumbel Logistic Model for Representing a Multivariate storm event”. *Advances in WaterResources*, v.24 pp.179-185.
- Zang, L. (2005). *Multivariate Hidrological Frequency Analysis and Risk Mapping*, Dissertação de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Louisiana, Estados Unidos, 408p.

## **APÊNDICES**

## A. ANALISE VIA CÓPULA PARA UHE JURUMIRIM

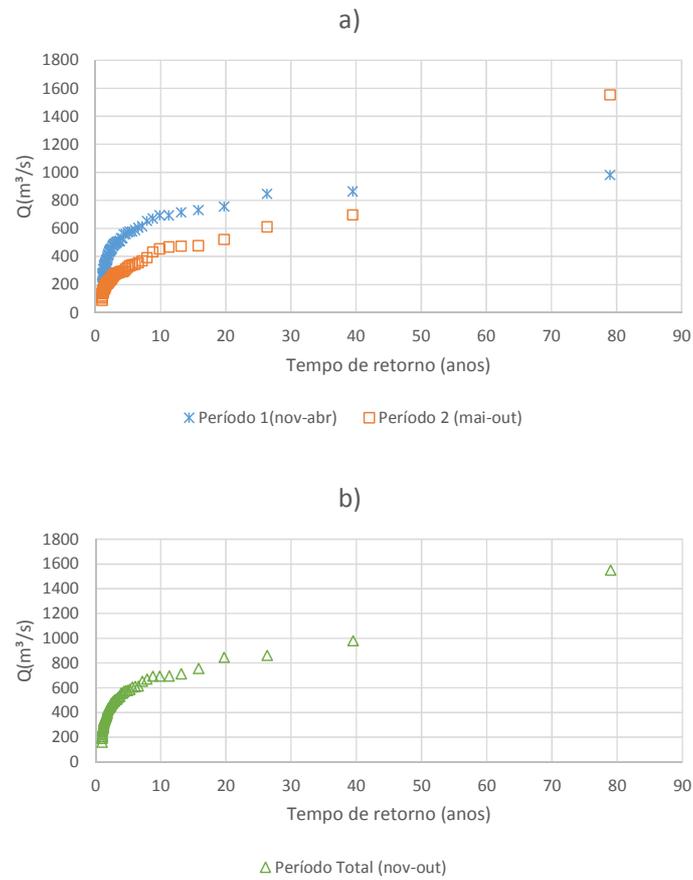


Figura A.1 - Curva de frequência para o posto UHE Jurumirim para a) Períodos 1 e 2 e b) Período Total.

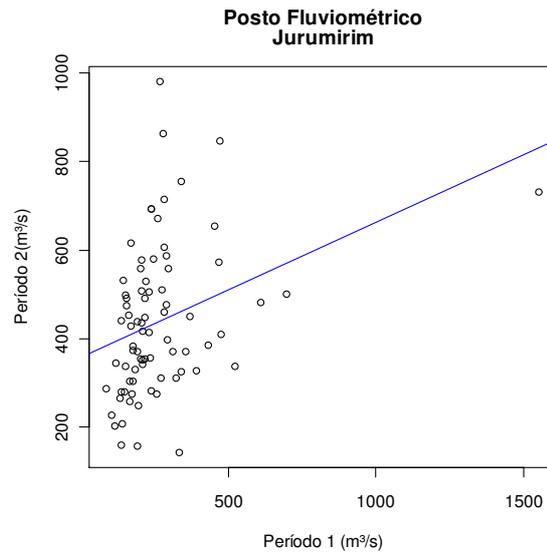


Figura A.2 - Diagrama de dispersão do período 1 e o período 2 dos máximos de vazão para o posto da UHE Jurumirim.  $R=0,34$

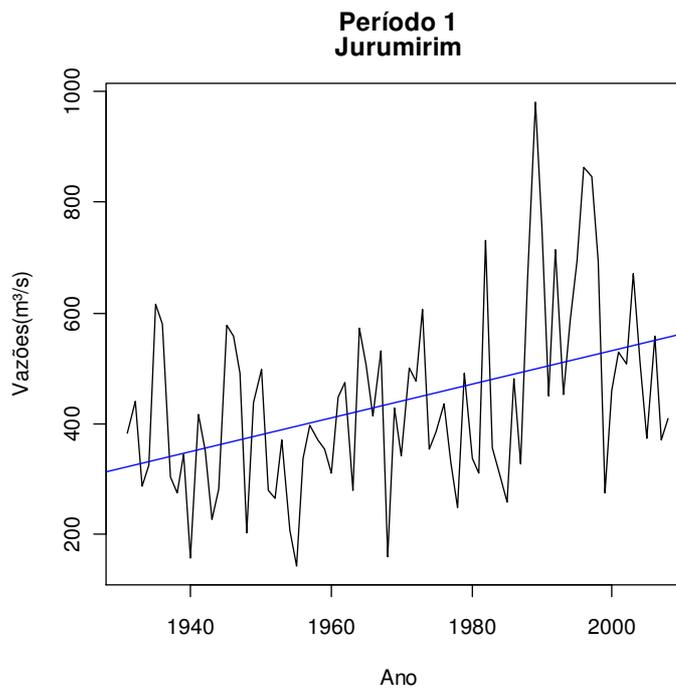


Figura A.3 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 1 do posto da UHE Jurumirim (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

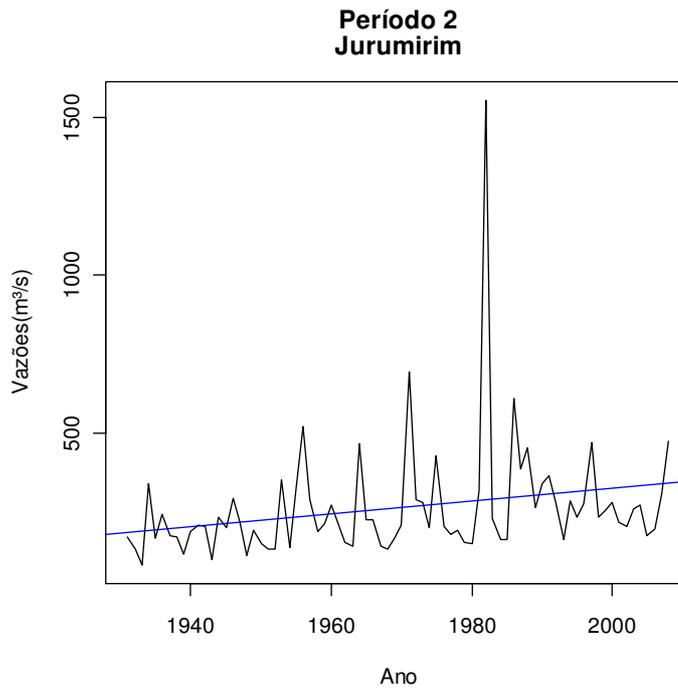


Figura A.4 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 2 do posto da UHE Jurumirim (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

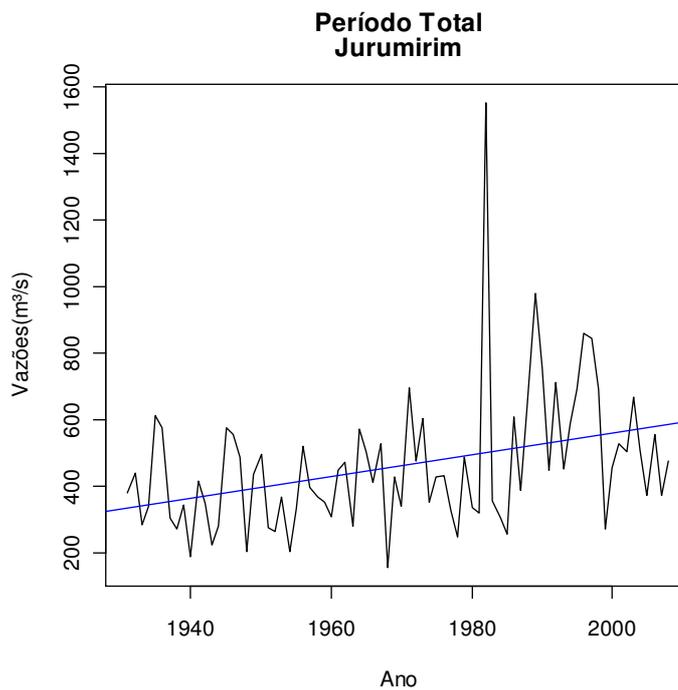


Figura A.5 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período total do posto da UHE Jurumirim (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

Tabela A.1 - Características das séries UHE Jurumirim

Estação	Jurumirim		
Período	1	2	Total
Média	439	266	461
Mínimo	144	87	159
Máximo	980	1552	1552
Desvio	169	187	206

Tabela A.2 - Parâmetros da distribuição Gumbel das marginais UHE Jurumirim

Estação		Jurumirim		
Parâmetro/Período		1	2	Total
Posição	160,2	106,0	166,2	263,1
	136,5	89,1	141,0	223,4
	112,7	72,3	115,8	183,7
Escala	393,9	226,6	410,0	630,1
	361,5	205,7	376,7	577,3
	Inferior	497,4	295,7	524,5

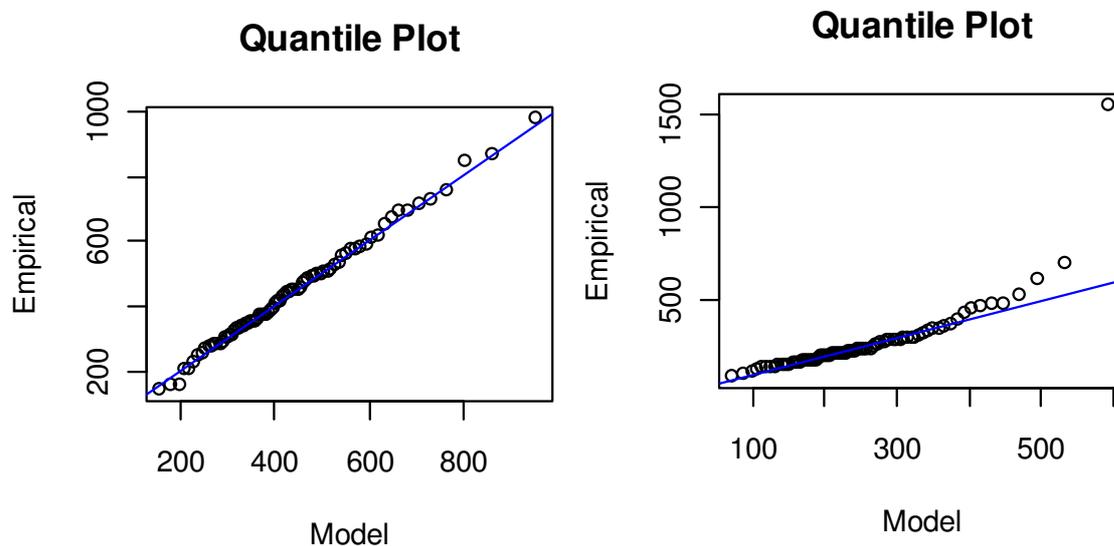


Figura A.6 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período 1) a esquerda e (Período 2) a direita para UHE Jurumirim.

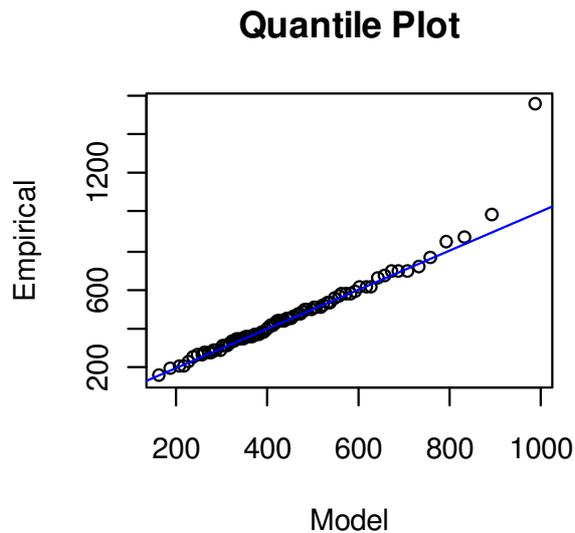


Figura A.7 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período Total) para UHE Jurumirim

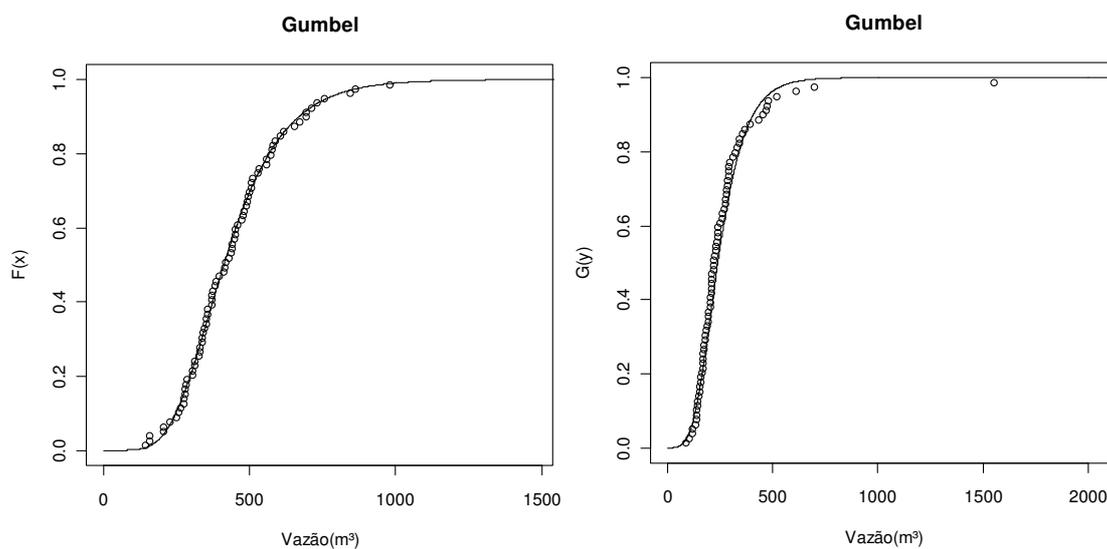


Figura A.8 - Plotagem dos dados da amostra (Período 1 – gráfico a esquerda) e (Período 2 – gráfico a direita) no gráfico de distribuição acumulada de Gumbel UHE Jurumirim

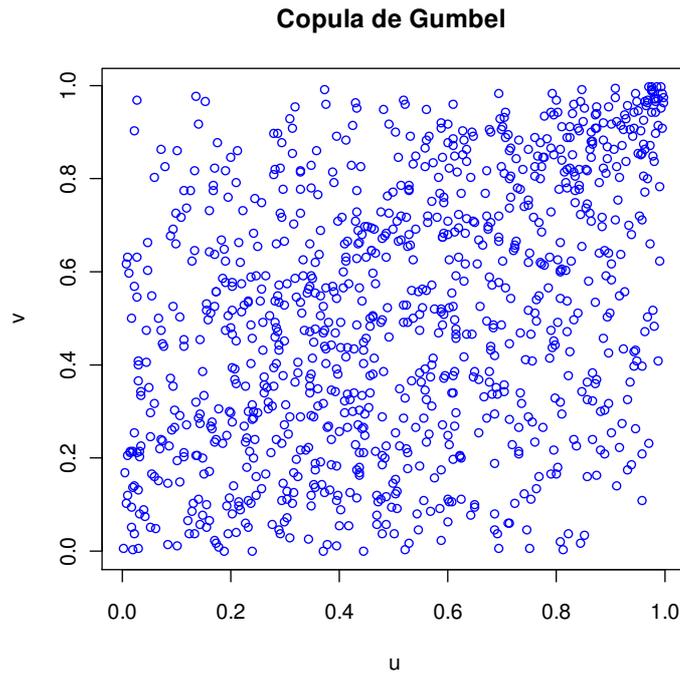


Figura A.9 - ScatterPlot de 1000 valores aleatórios da Cópula de Gumbel com  $\tau_{kendal} = 0,2901$  e  $\theta=1,408$  UHE Jurumirim

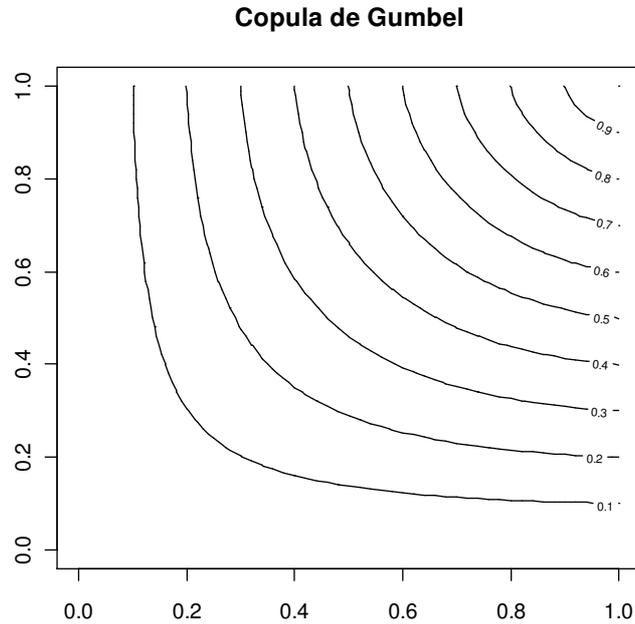


Figura A.10 - Diagrama de Contorno da Cópula de Gumbel com  $\tau_{kendal} = 0,2901$  e  $\theta=1,408$  UHE Jurumirim

Tabela A.3 - Valores de vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Jurumirim

Estação	Jurumirim				
	Tradicional			Cópulas	Diferença (%)
TR	1	2	Total	1	2
2	411	238	428	411	238
10	668	406	694	668	406
50	893	553	926	893	553
100	989	615	1025	989	615
500	1209	759	1252	1209	759
1.000	1304	821	1350	1304	821

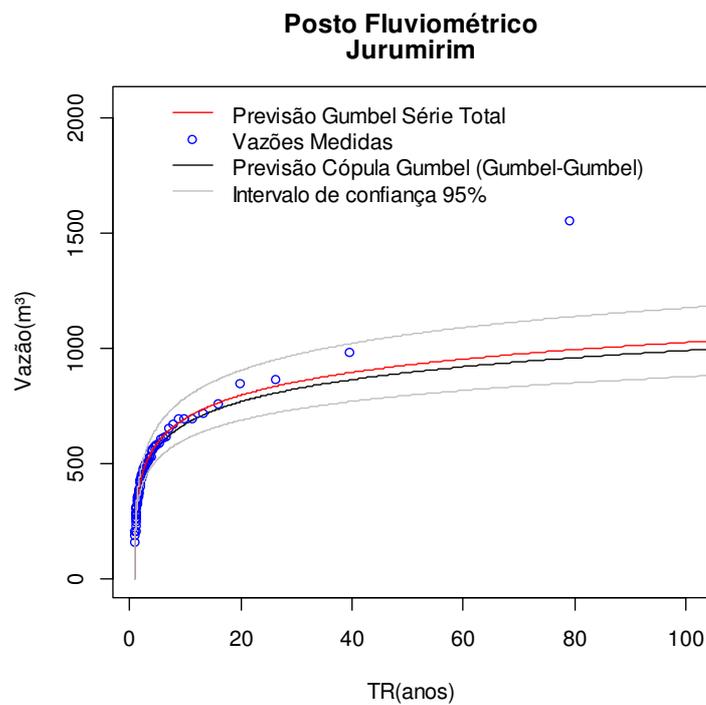


Figura A.11 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Jurumirim

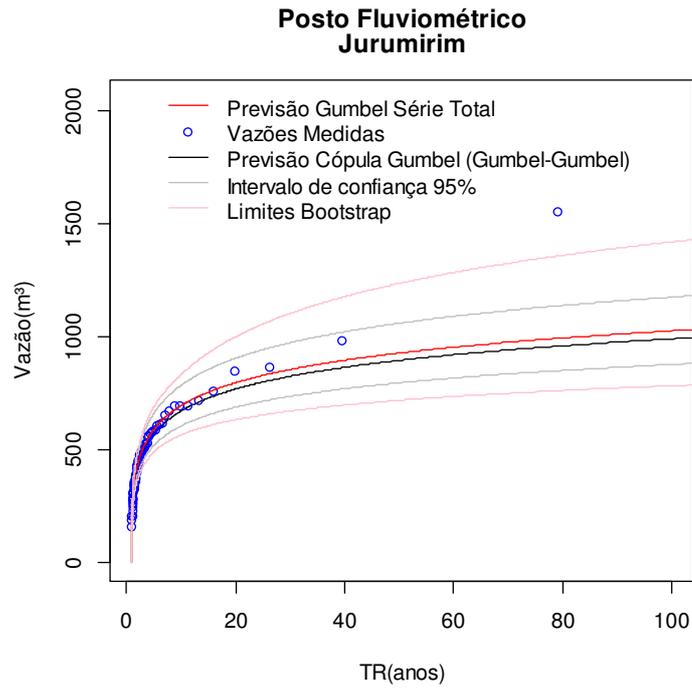


Figura A.12 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional e Bootstrap da cópula UHE Jurumirim

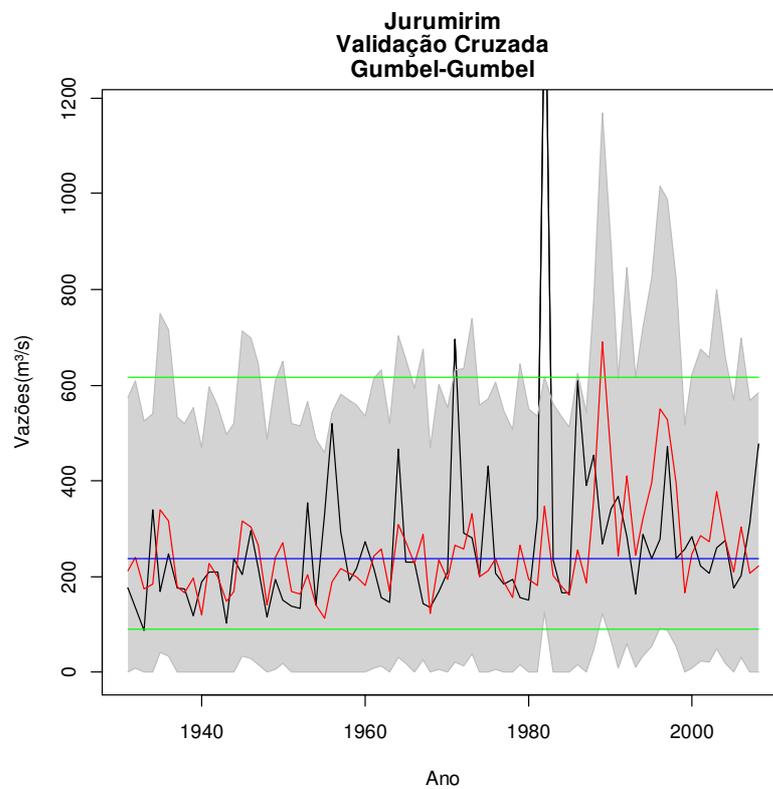


Figura A.13 - Vazões esperadas para UHE Jurumirim. (Legenda vide Figura 7.17) ( $KS_{cop} = 0,11; KS_{trad}=0,59$ )

## B. ANALISE VIA CÓPULA PARA UHE CANOAS

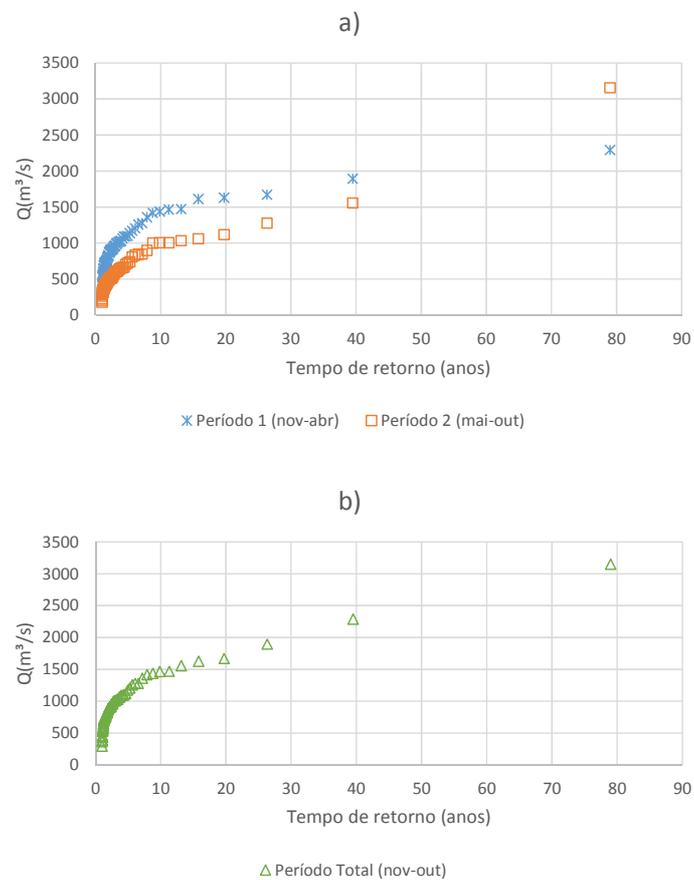


Figura B.1 - Curva de frequência para o posto UHE Canoas para a) Períodos 1 e 2 e b) Período Total.

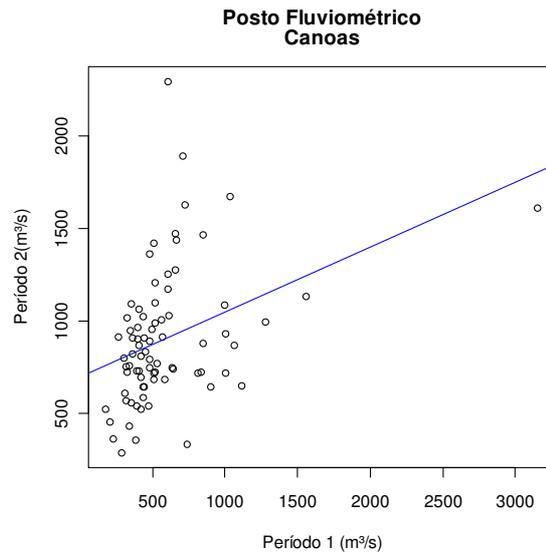


Figura B.2 - Diagrama de dispersão do período 1 e o período 2 dos máximos de vazão para o posto da UHE Canoas.  $R=0,38$

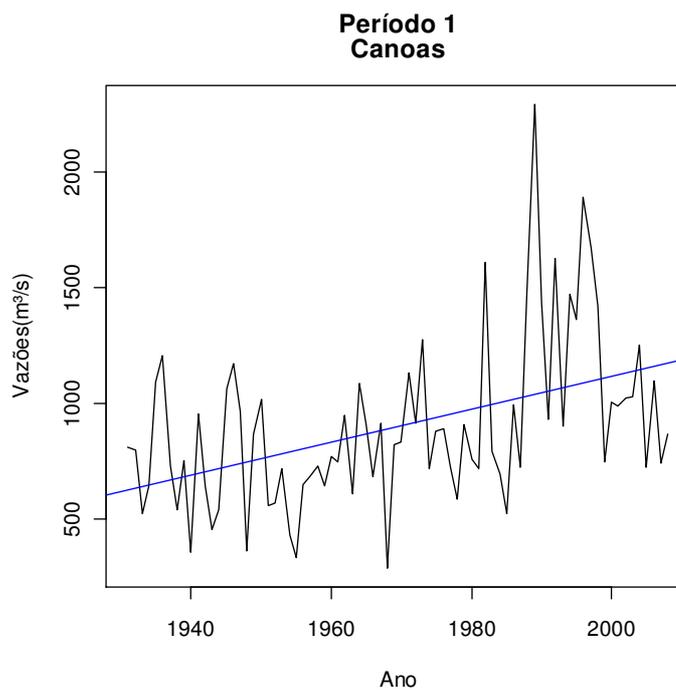


Figura B.3 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 1 do posto da UHE Canoas (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

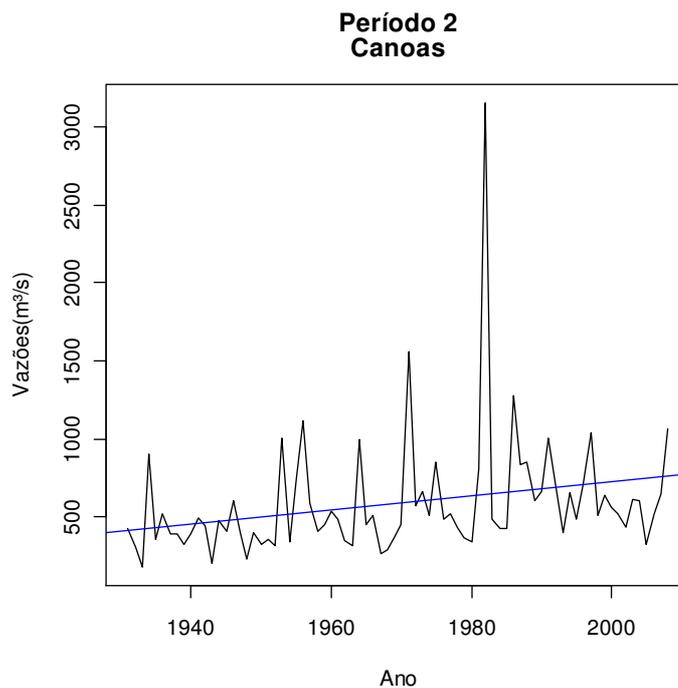


Figura B.4 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 2 do posto da UHE Canoas (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

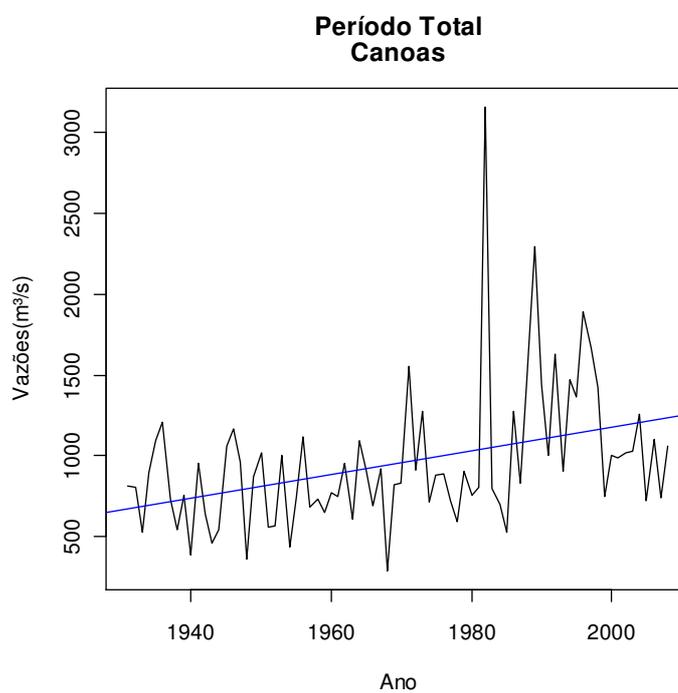


Figura B.5 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período total do posto da UHE Canoas (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

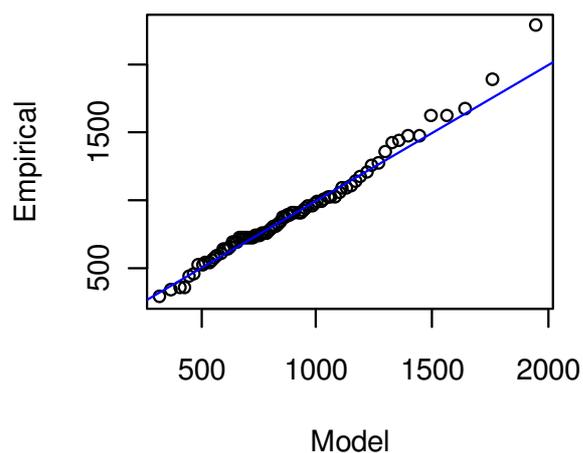
Tabela B.1 - Características das séries UHE Canoas

Estação	Jurumirim		
Período	1	2	Total
Média	902	586	954
Mínimo	292	180	292
Máximo	2291	3153	3153
Desvio	362	390	434

Tabela B.2 - Parâmetros da distribuição Gumbel das marginais UHE Canoas

Estação		Jurumirim		
Parâmetro/Período		1	2	Total
Posição	Superior	325,7	235,1	346,5
	Estimado	277,3	197,9	294,5
	Inferior	228,9	160,6	242,4
Escala	Superior	807,3	500,3	848,3
	Estimado	741,5	453,9	778,7
	Inferior	675,7	407,6	709,1

Quantile Plot



Quantile Plot

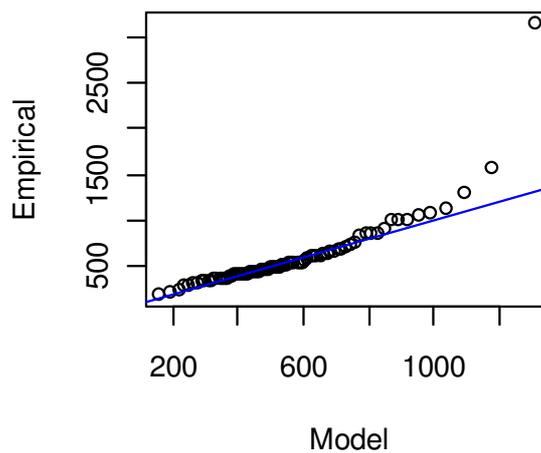


Figura B.6 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período 1) a esquerda e (Período 2) a direita para UHE Canoas.

### Quantile Plot

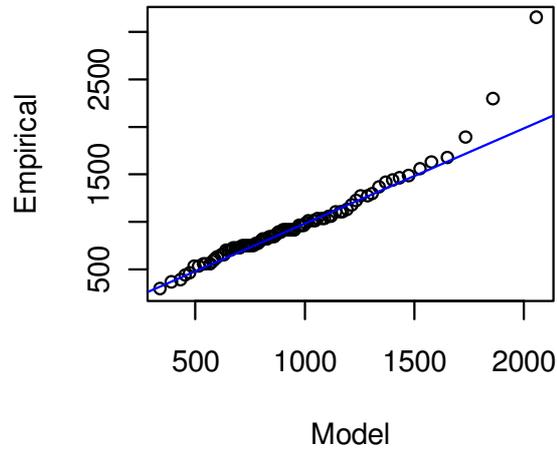


Figura B.7 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período Total) para UHE Canoas

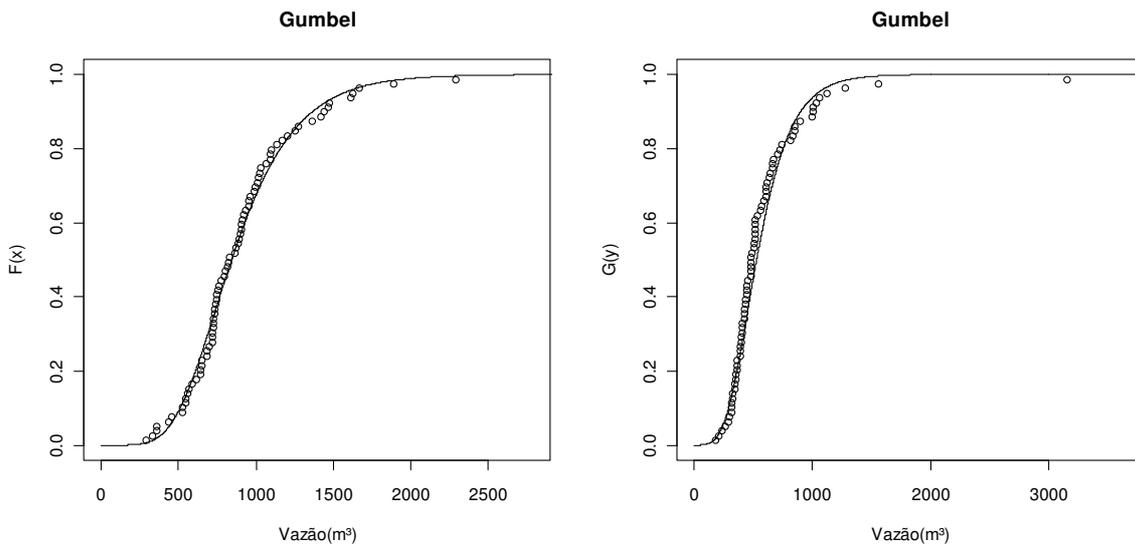


Figura B.8 - Plotagem dos dados da amostra (Período 1 – gráfico a esquerda) e (Período 2 – gráfico a direita) no gráfico de distribuição acumulado de Gumbel UHE Canoas

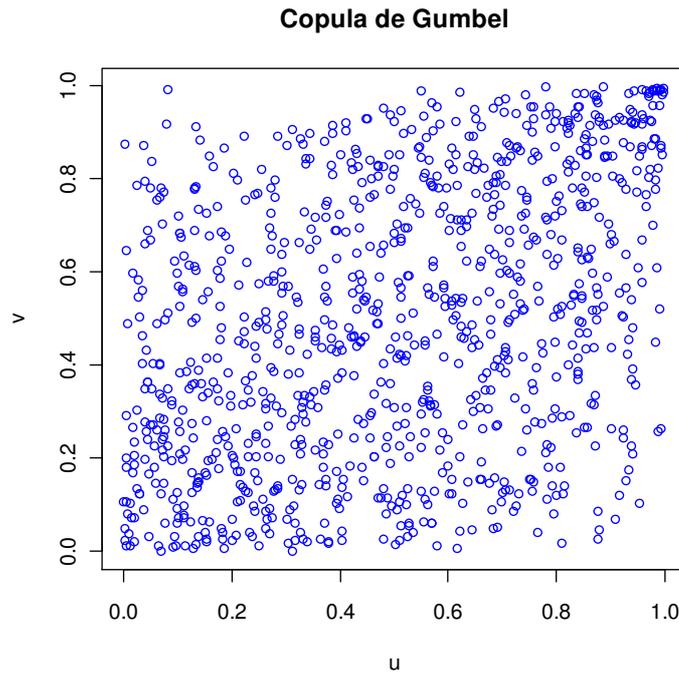


Figura B.9 - Scatterplot de 1000 valores aleatórios da Cópula de Gumbel com  $\tau_{kendal} = 0,3074$  e  $\theta=1,444$  UHE Canoas

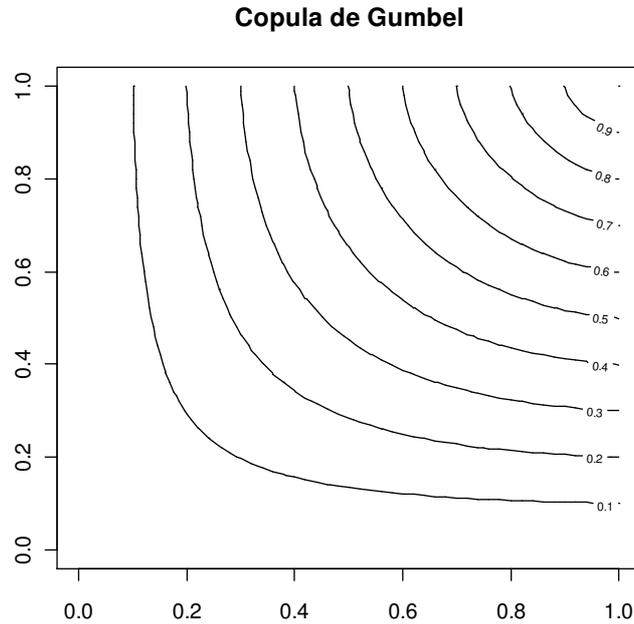


Figura B.10 - Diagrama de Contorno da Cópula de Gumbel com  $\tau_{kendal} 0,3074$  e  $\theta=1,444$  UHE Canoas

Tabela B.3 - Valores de vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Canoas

Estação	Jurumirim				
	Tradicional			Cópulas	Diferença (%)
TR	1	2	Total	1	2
2	843	526	886	860	2,9
10	1365	899	1441	1371	4,8
50	1823	1226	1927	1826	5,2
100	2017	1364	2133	2018	5,3
500	2464	1683	2608	2465	5,5
1.000	2657	1820	2812	2657	5,5

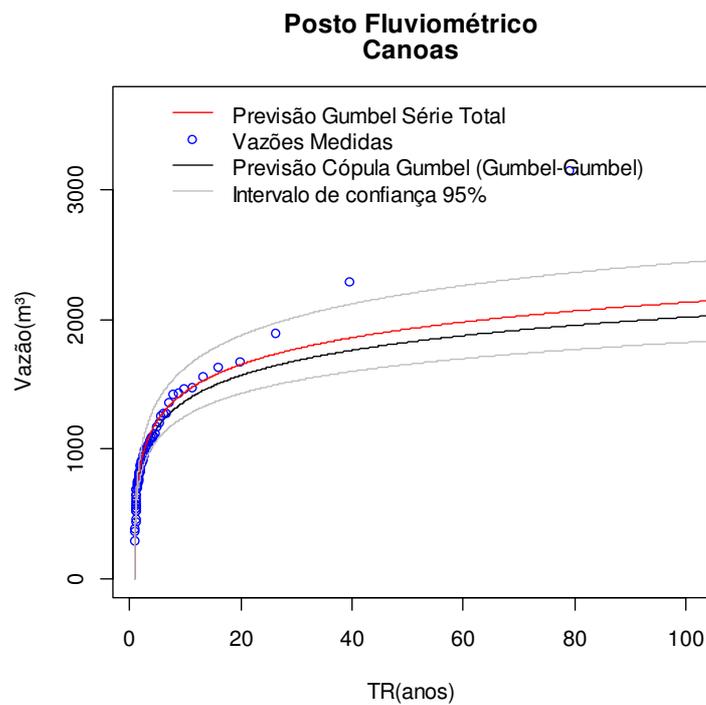


Figura B.11 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Canoas

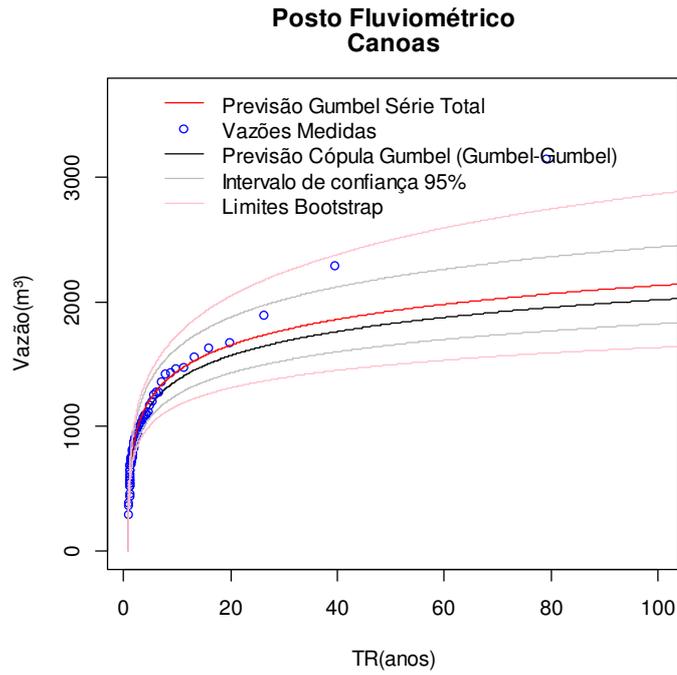


Figura B.12 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional e Bootstrap da cópula UHE Canoas

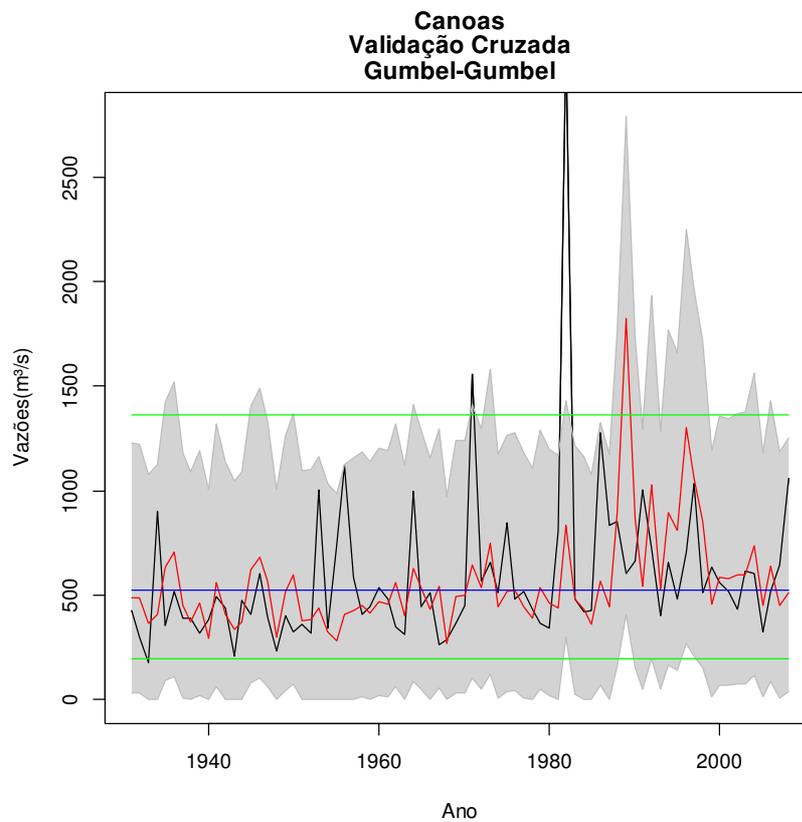


Figura B.13 - Vazões esperadas para UHE Canoas. (Legenda vide Figura 7.17)( $KS_{cop} = 0,14; KS_{trad}=0,62$ )

## C. ANÁLISE VIA CÓPULA PARA UHE CAPIVARA

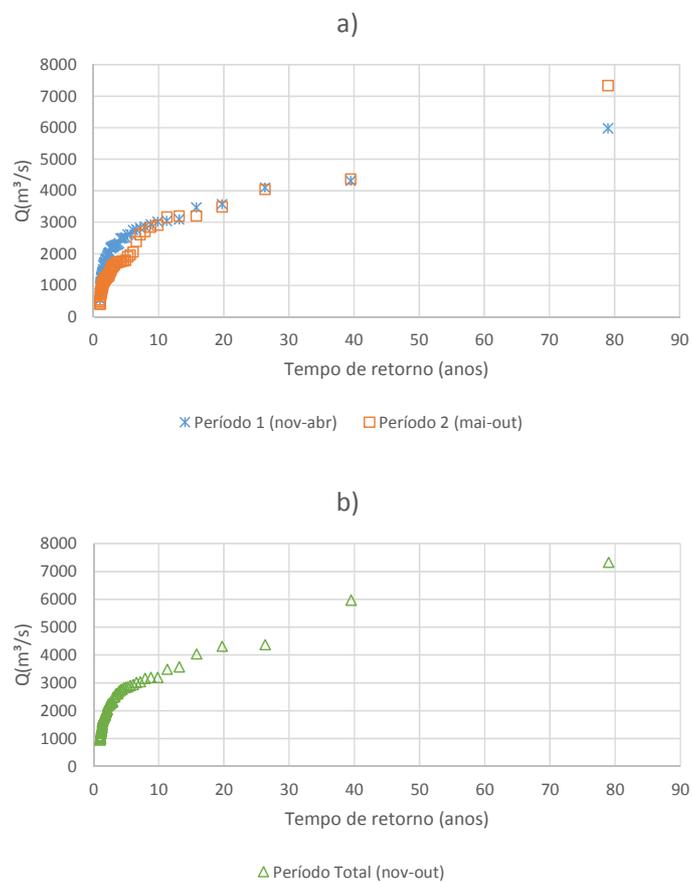


Figura C.1 - Curva de frequência para o posto UHE Capivara para a) Períodos 1 e 2 e b) Período Total.

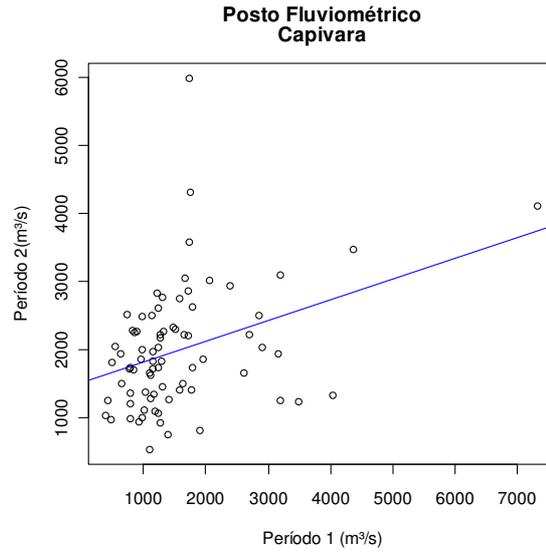


Figura C.2 - Diagrama de dispersão do período 1 e o período 2 dos máximos de vazão para o posto da UHE Capivara.  $R=0,36$

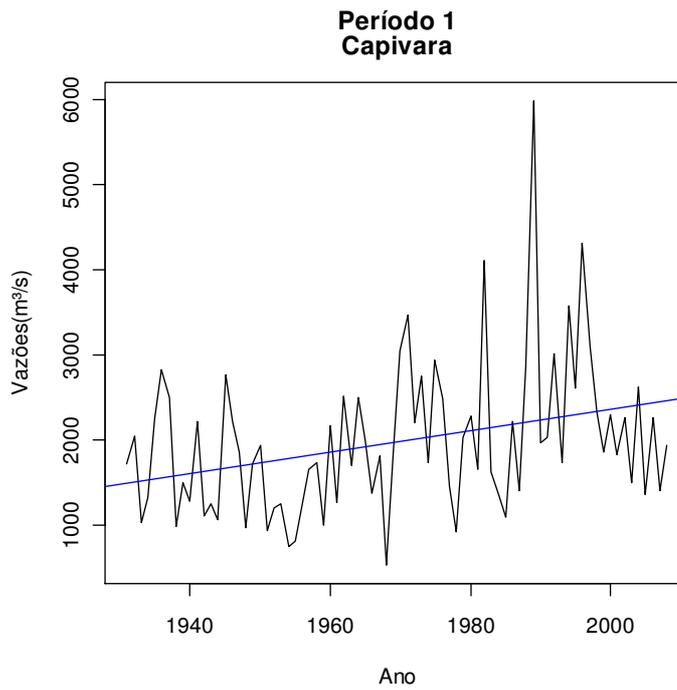


Figura C.3 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 1 do posto da UHE Capivara (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

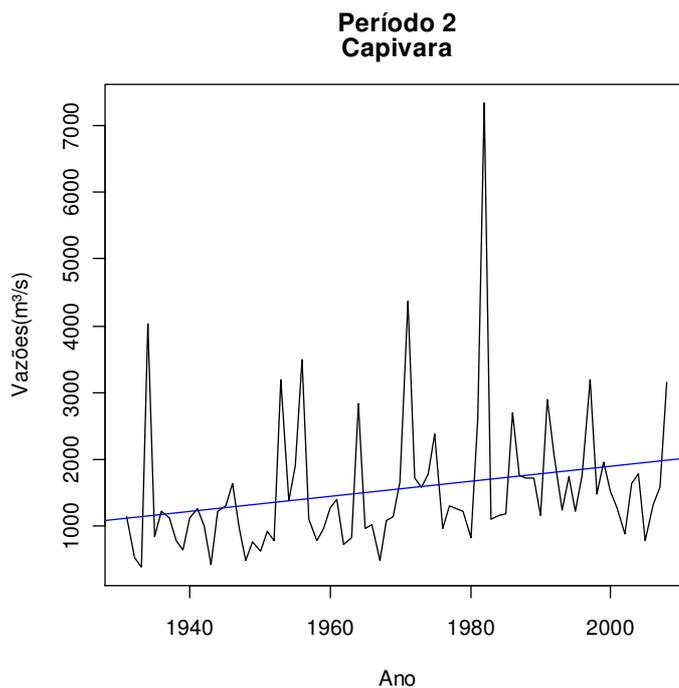


Figura C.4 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 2 do posto da UHE Capivara (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

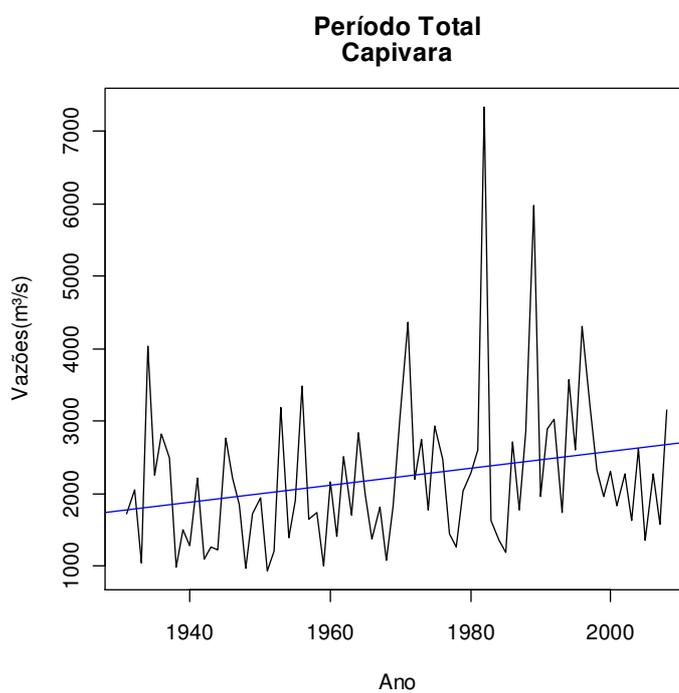


Figura C.5 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período total do posto da UHE Capivara (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

Tabela C.1 - Características das séries UHE Capivara

Estação	Jurumirim		
	1	2	Total
Período	1	2	Total
Média	1982	1552	2224
Mínimo	542	395	941
Máximo	5977	7334	7334
Desvio	888	1052	1072

Tabela C.2 - Parâmetros da distribuição Gumbel das marginais UHE Capivara

Estação		Jurumirim		
Parâmetro/Período		1	2	Total
Posição	Superior	769,8	711,0	831,3
	Estimado	653,7	598,7	702,7
	Inferior	537,6	486,4	574,1
Escala	Superior	1753,0	1299,1	1955,2
	Estimado	1598,0	1158,7	1789,3
	Inferior	1443,1	1018,3	1623,5

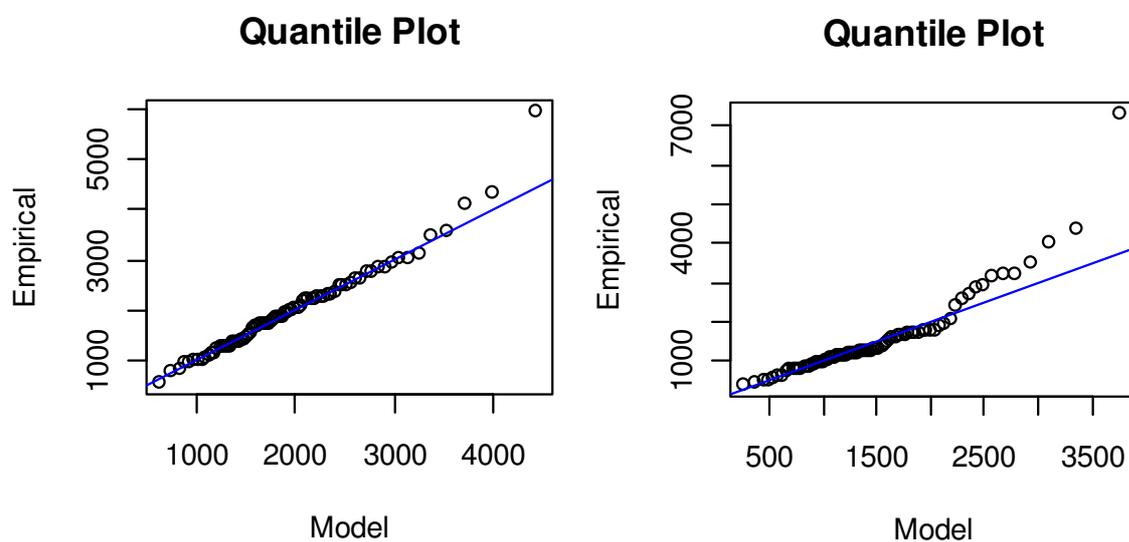


Figura C.6 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período 1) a esquerda e (Período 2) a direita para UHE Capivara.

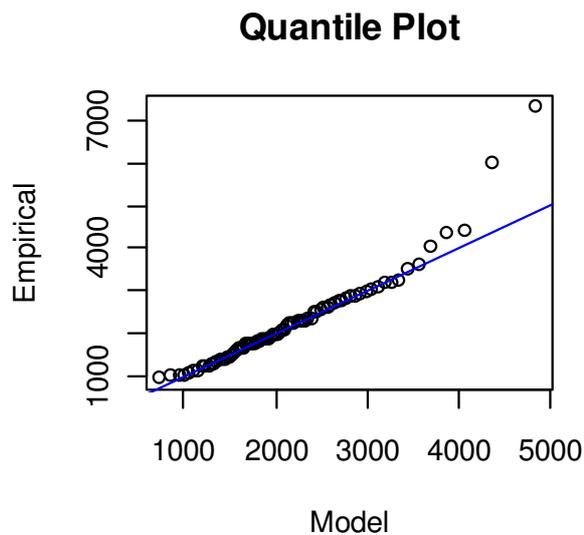


Figura C.7 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período Total) para UHE Capivara

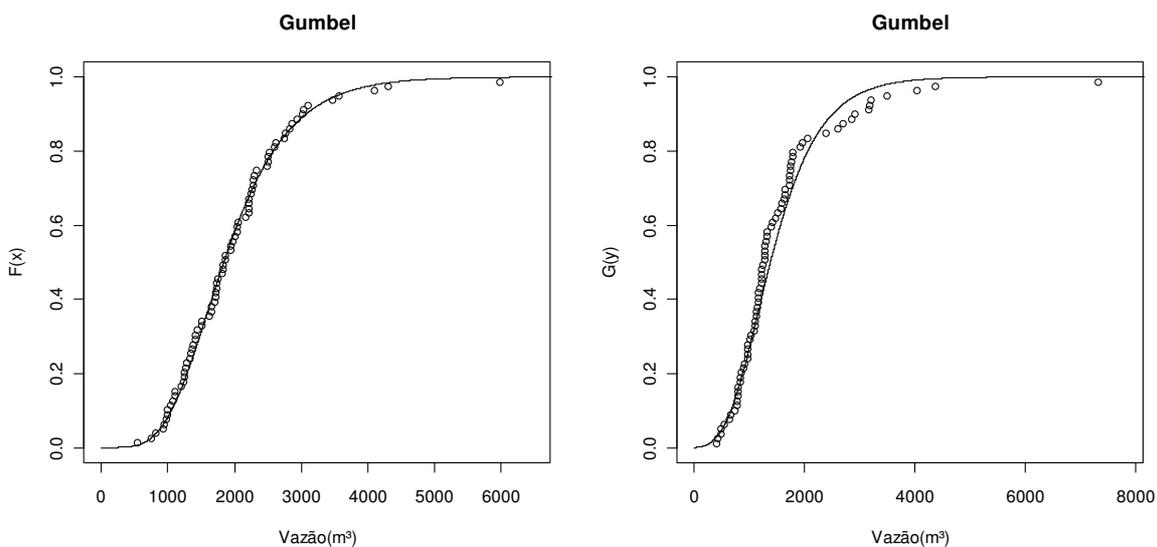


Figura C.8 - Plotagem dos dados da amostra (Período 1 – gráfico a esquerda) e (Período 2 – gráfico a direita) no gráfico de distribuição acumulada de Gumbel UHE Capivara

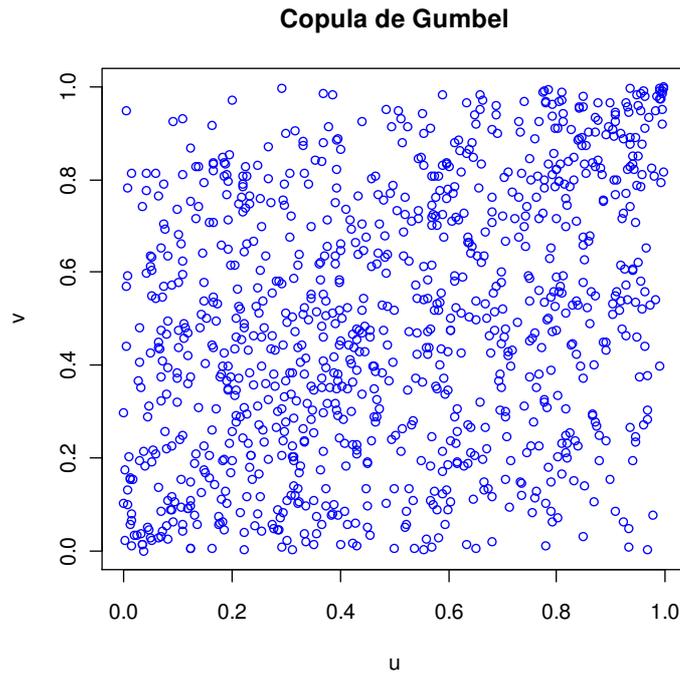


Figura C.9 - Scatterplot de 1000 valores aleatórios da Cópula de Gumbel com  $\tau_{\text{kendal}} = 0,2404$  e  $\theta=1,3165$  UHE Capivara

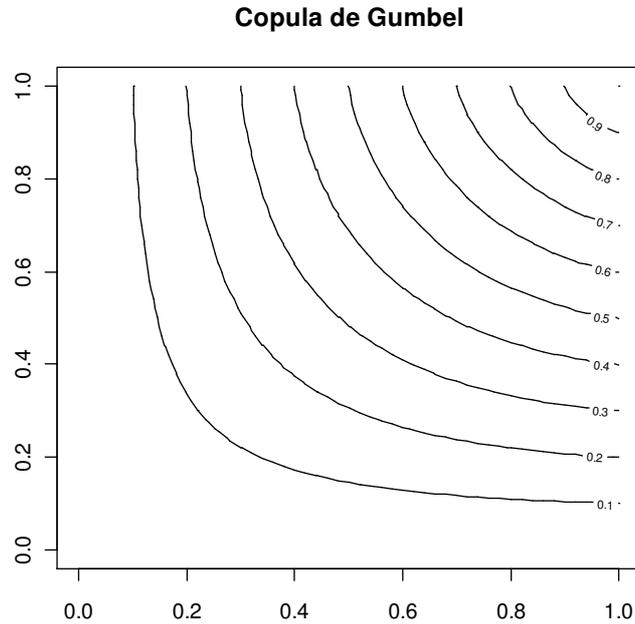


Figura C.10 - Diagrama de Contorno da Cópula de Gumbel com  $\tau_{\text{kendal}} = 0,2404$  e  $\theta=1,3165$  UHE Capivara

Tabela C.3 - Valores de vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Capivara

Estação	Jurumirim				
	Tradicional			Cópulas	Diferença (%)
TR	1	2	Total	1	2
2	1837	1378	2046	1988	2,8
10	3069	2505	3370	3192	5,3
50	4148	3494	4531	4252	6,2
100	4605	3912	5022	4701	6,4
500	5660	4878	6155	5740	6,7
1.000	6113	5293	6643	6188	6,8

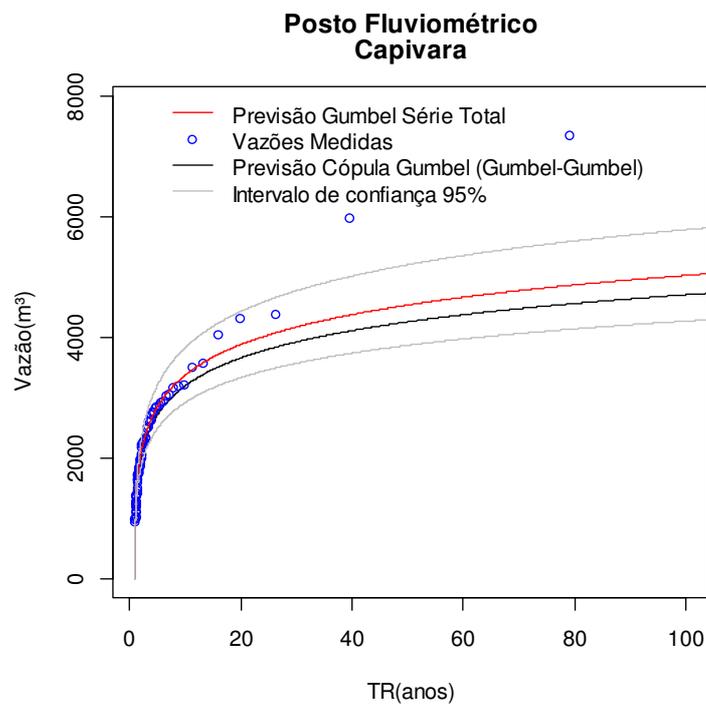


Figura C.11 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Capivara

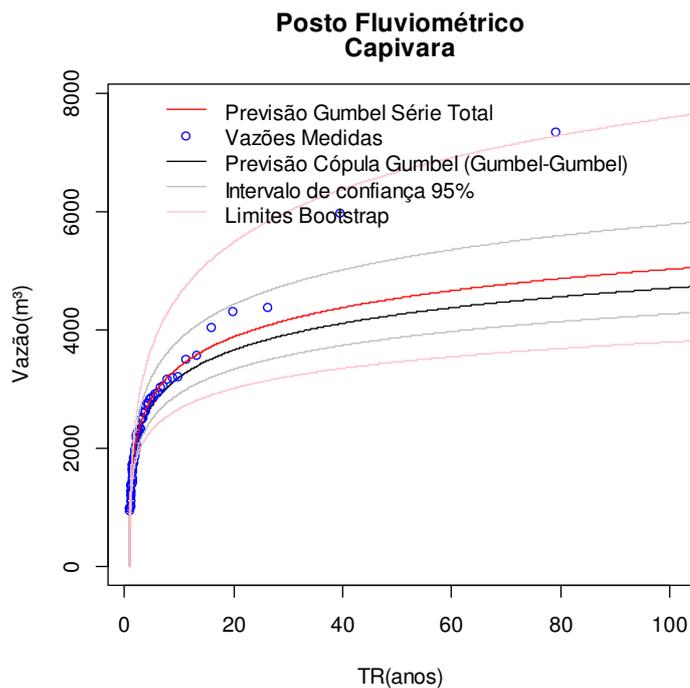


Figura C.12 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional e Bootstrap da cópula UHE Capivara

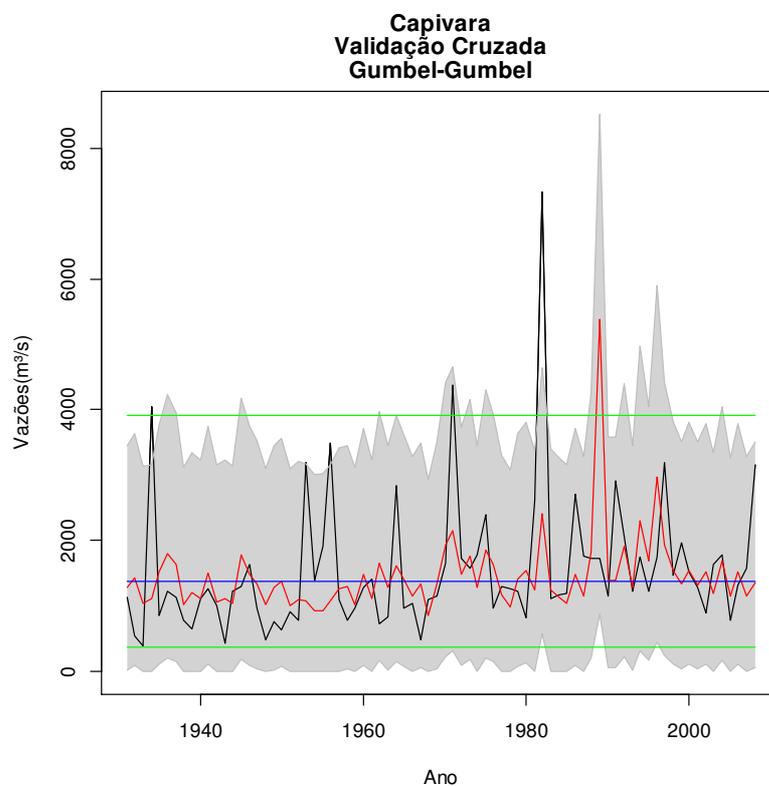


Figura C.13 - Vazões esperadas para UHE Capivara. (Legenda vide Figura 7.17)( $KS_{cop} = 0,24; KS_{trad}=0,59$ )

## D. ANALISE VIA CÓPULA PARA UHE TAQUARUÇU

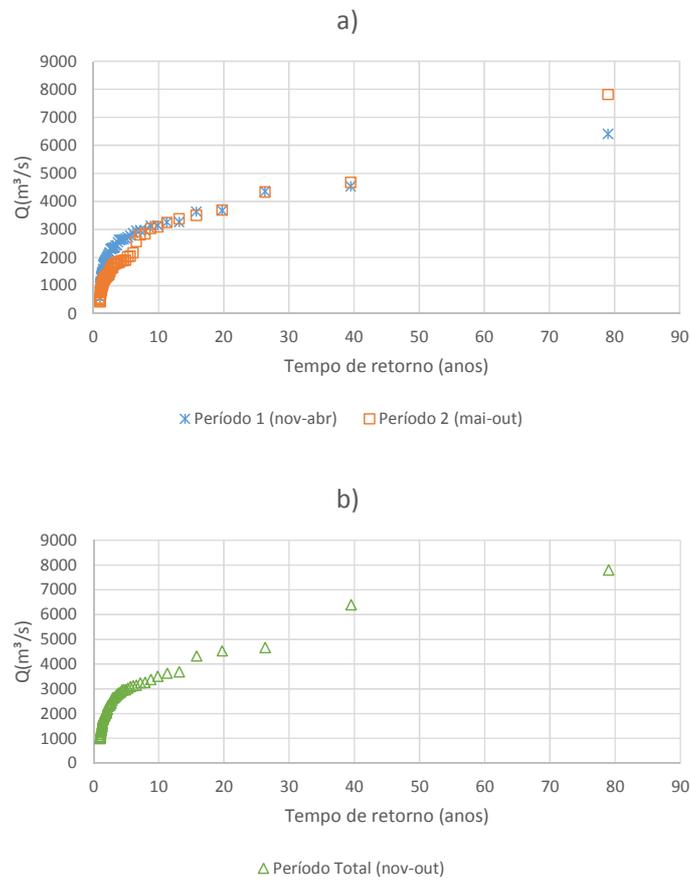


Figura D.1 -Curva de frequência para o posto UHE Taquaruçu para a) Períodos 1 e 2 e b) Período Total.

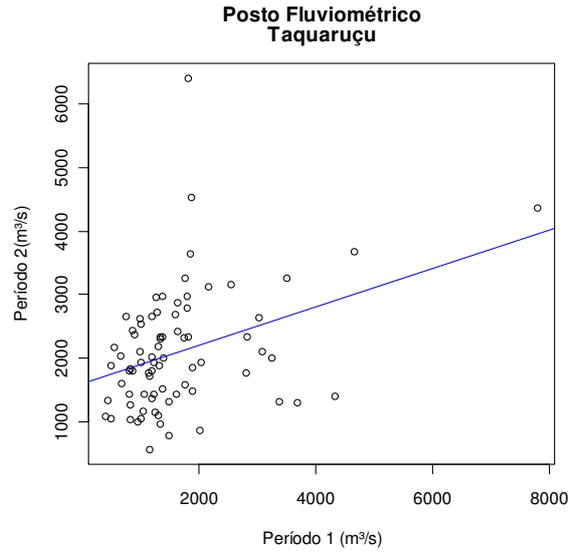


Figura D.2 - Diagrama de dispersão do período 1 e o período 2 dos máximos de vazão para o posto da UHE Taquaruçu.  $R=0,36$

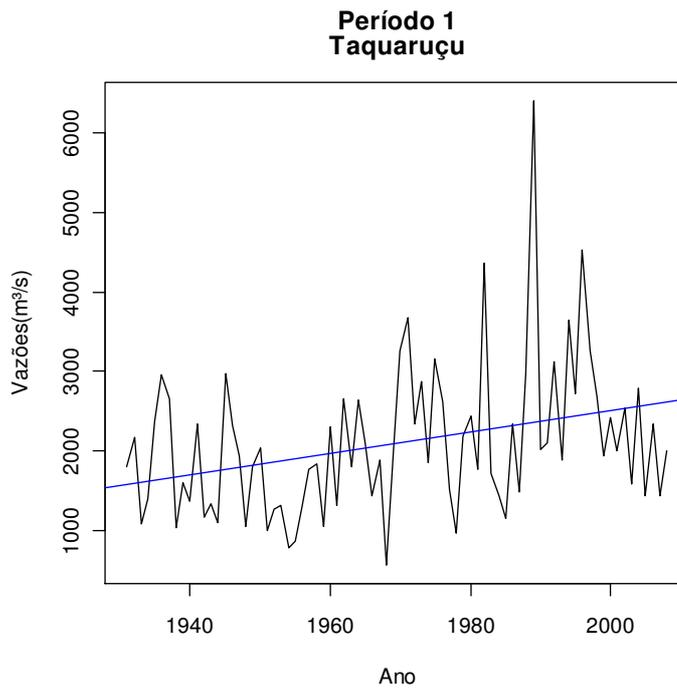


Figura D.3 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 1 do posto da UHE Taquaruçu (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

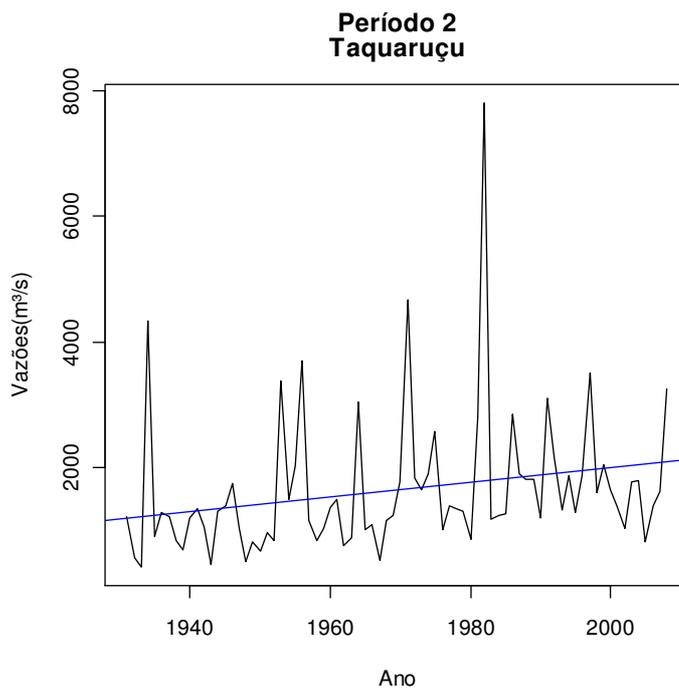


Figura D.4 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 2 do posto da UHE Taquaruçu (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

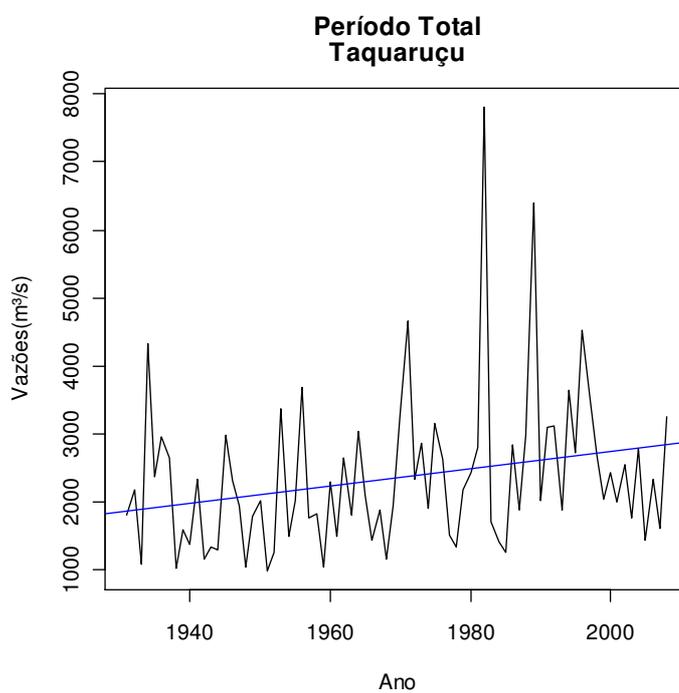


Figura D.5 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período total do posto da UHE Taquaruçu (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

Tabela D.1 - Características das séries UHE Taquaruçu

Estação	Jurumirim		
	1	2	Total
Período	1	2	Total
Média	2090	1644	2354
Mínimo	565	417	992
Máximo	6403	7808	7808
Desvio	946	1123	1143

Tabela D.2 - Parâmetros da distribuição Gumbel das marginais UHE Taquaruçu

Estação		Taquaruçu		
Parâmetro/Período		1	2	Total
Posição	818,8	758,3	885,1	818,8
	695,3	638,6	748,2	695,3
	571,7	518,8	611,3	571,7
Escala	1845,8	1375,2	2067,6	1845,8
	1681,0	1225,5	1891,1	1681,0
	1516,2	1075,8	1714,6	1516,2

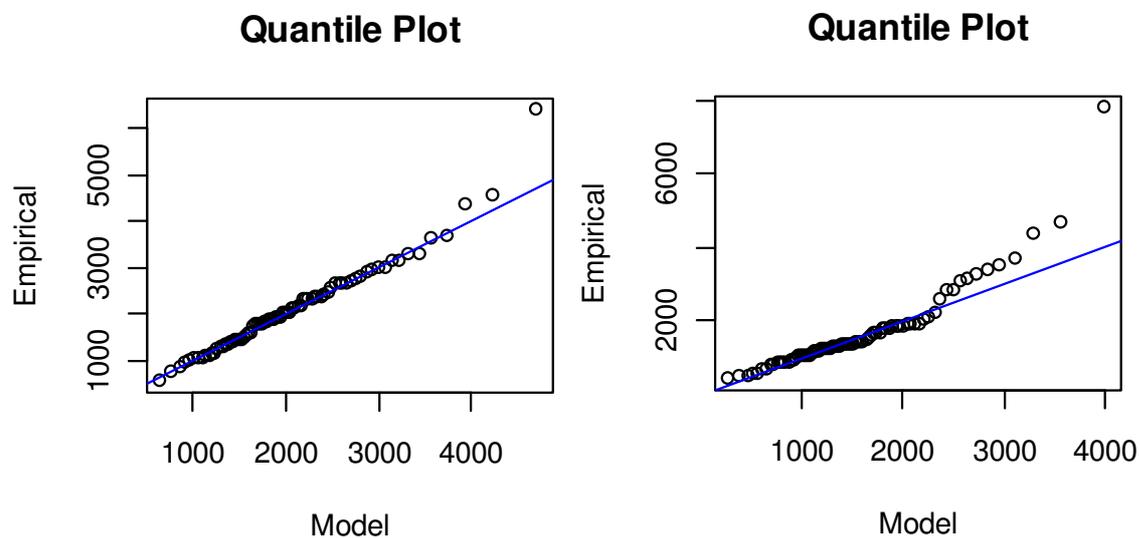


Figura D.6 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período 1) a esquerda e (Período 2) a direita para UHE Taquaruçu.

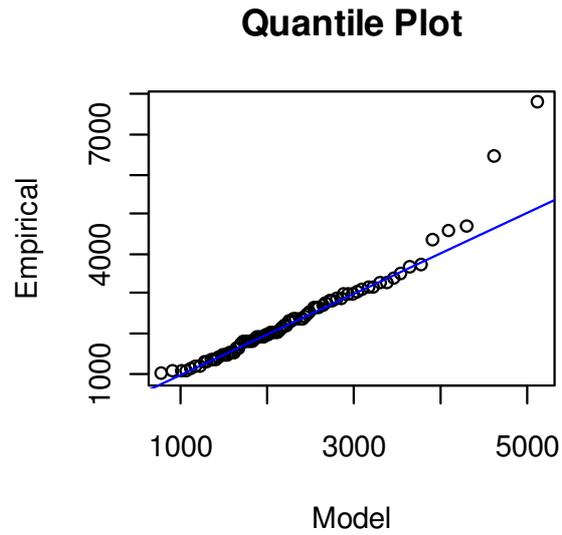


Figura D.7 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período Total) para UHE Taquaruçu

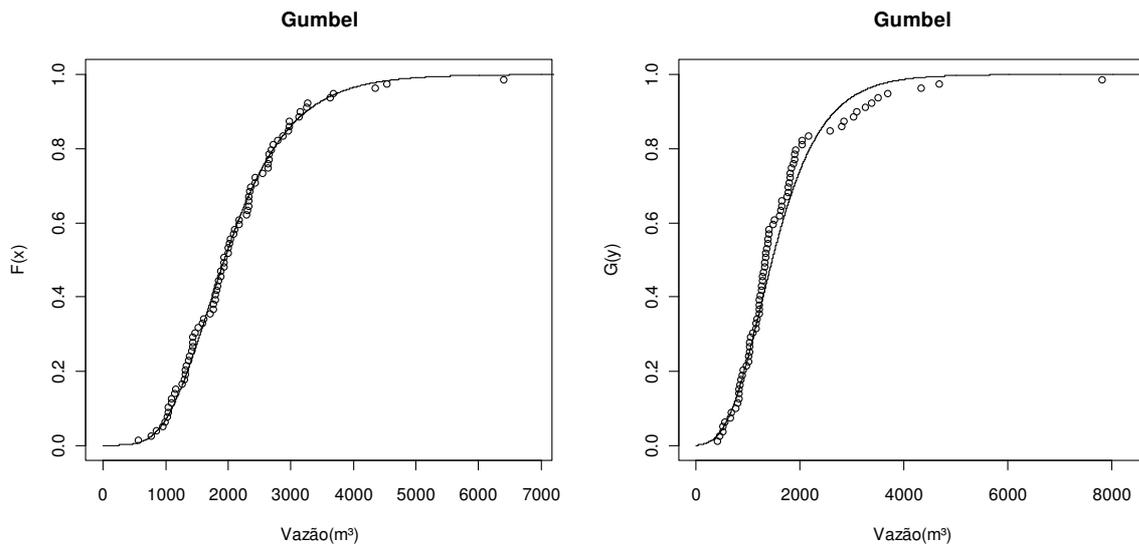


Figura D.8 - Plotagem dos dados da amostra (Período 1 – gráfico a esquerda) e (Período 2 – gráfico a direita) no gráfico de distribuição acumulada de Gumbel UHE Taquaruçu

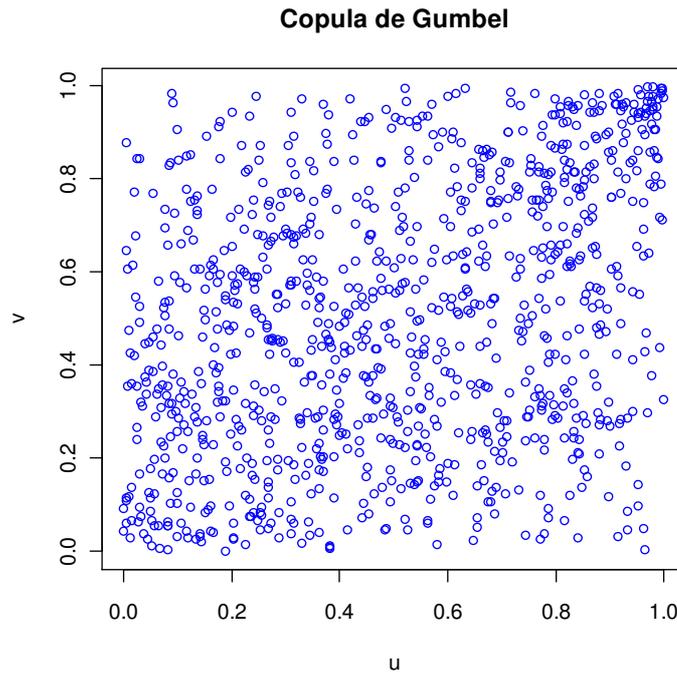


Figura D.9 - Scatterplot de 1000 valores aleatórios da Cópula de Gumbel com  $\tau_{kendal} = 0,2412$  e  $\theta=1,3178$  UHE Taquaruçu

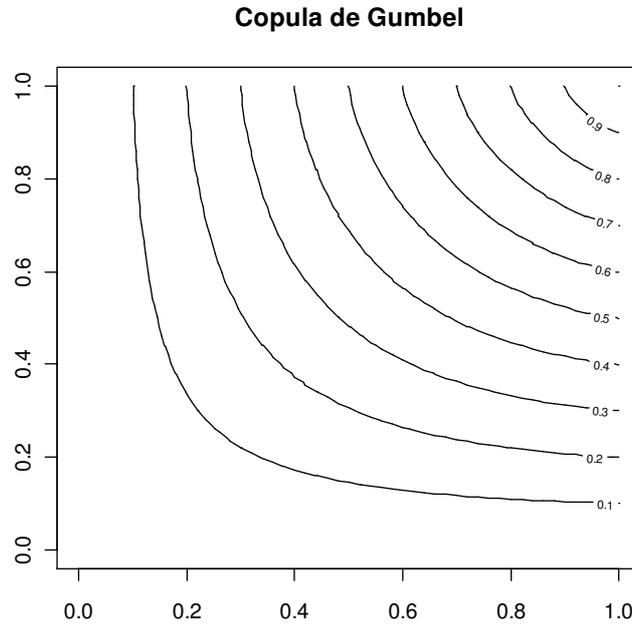


Figura D.10 - Diagrama de Contorno da Cópula de Gumbel com  $\tau_{kendal} = 0,2412$  e  $\theta=1,3178$  UHE Taquaruçu

Tabela D.3 - Valores de vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Taquaruçu

Estação	Taquaruçu				
	Tradicional			Cópulas	Diferença (%)
TR	1	2	Total	1	2
2	1935	1459	2165	2099	3,0
10	3245	2662	3574	3381	5,4
50	4393	3717	4810	4508	6,3
100	4879	4163	5332	4985	6,5
500	6001	5193	6540	6091	6,9
1.000	6483	5636	7059	6567	7,0

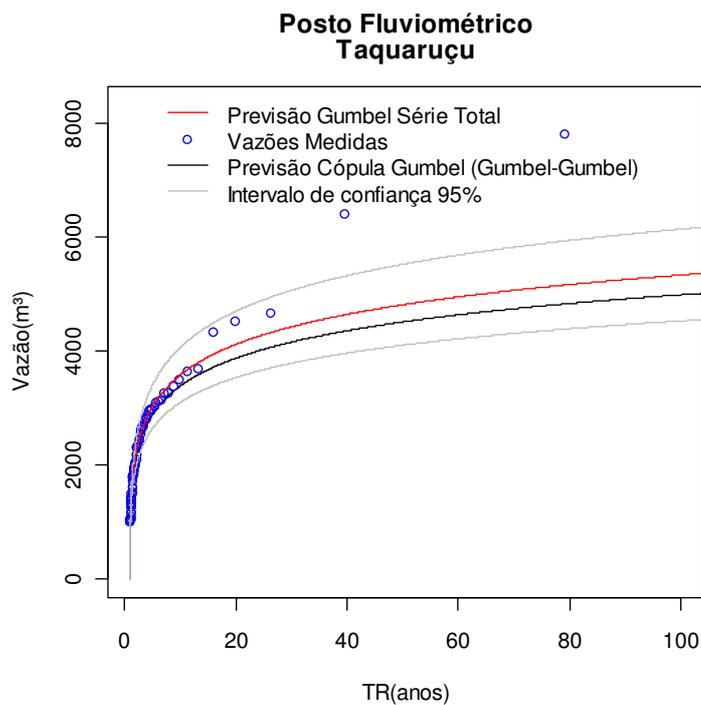


Figura D.11 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Taquaruçu

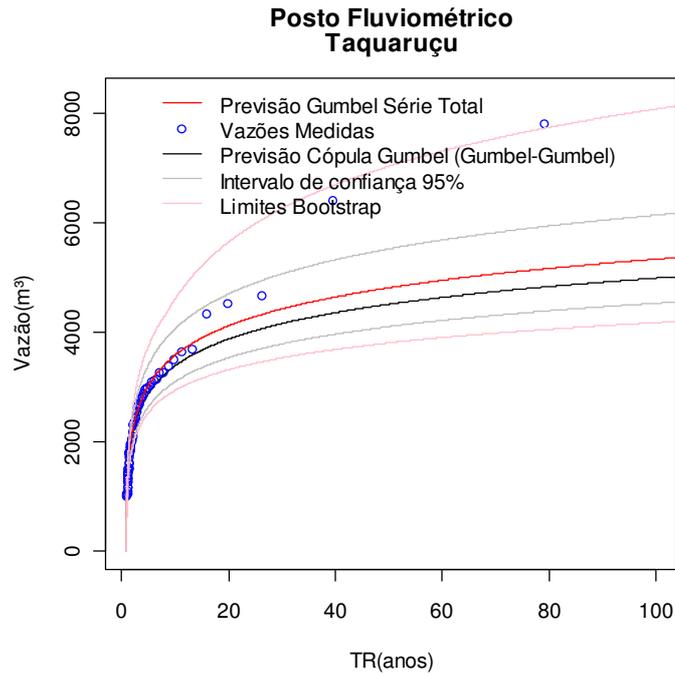


Figura D.12 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional e Bootstrap da cópula UHE Taquaruçu

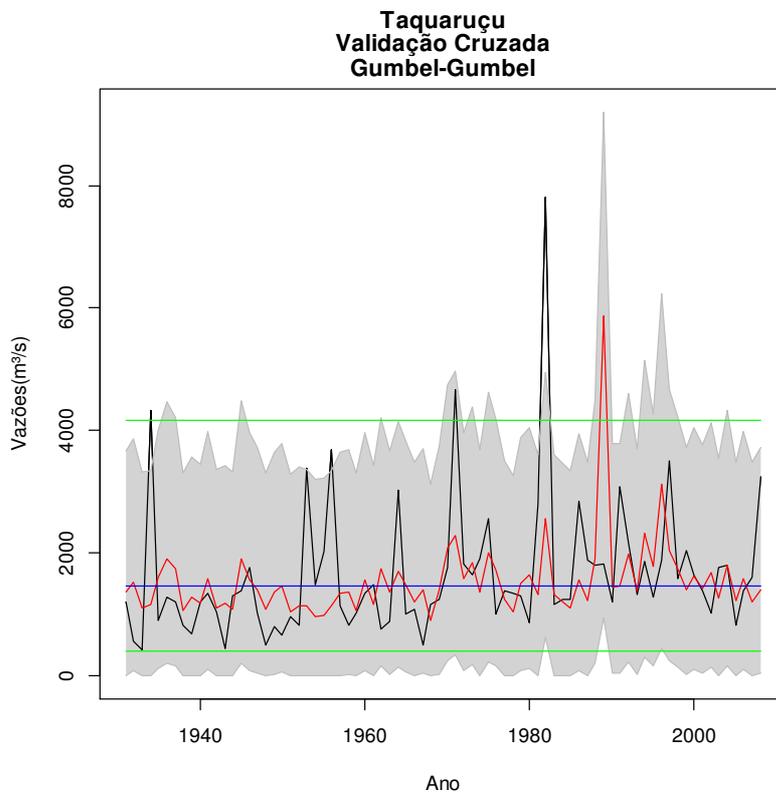


Figura D.13 - Vazões esperadas para UHE Taquaruçu. (Legenda vide Figura 7.17)

$$(KS_{cop} = 0,24; KS_{trad} = 0,59)$$

## E. ANALISE VIA CÓPULA PARA UHE ROSANA

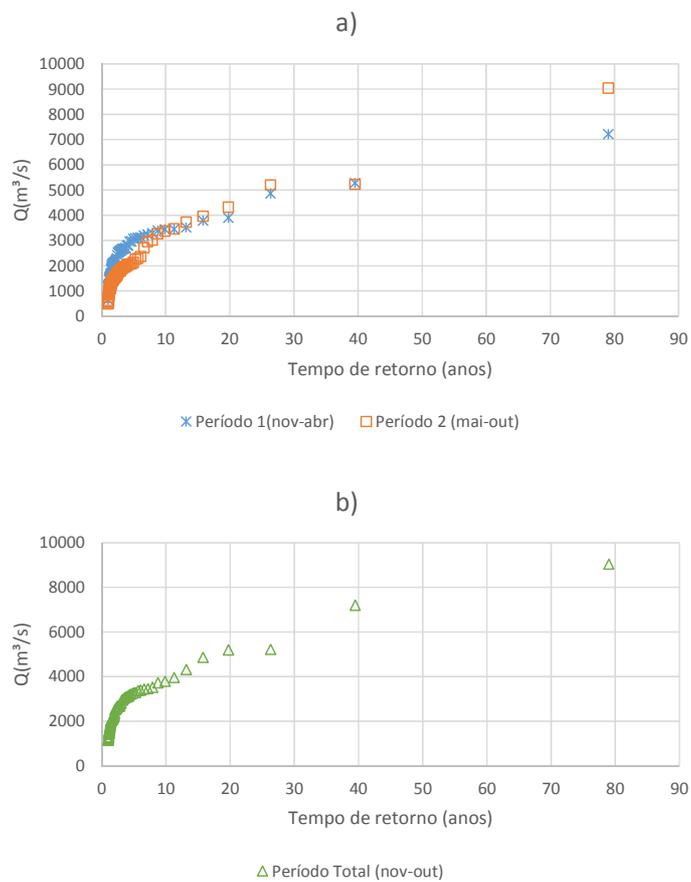


Figura E.1 - Curva de frequência para o posto UHE Rosana para a) Períodos 1 e 2 e b) Período Total.

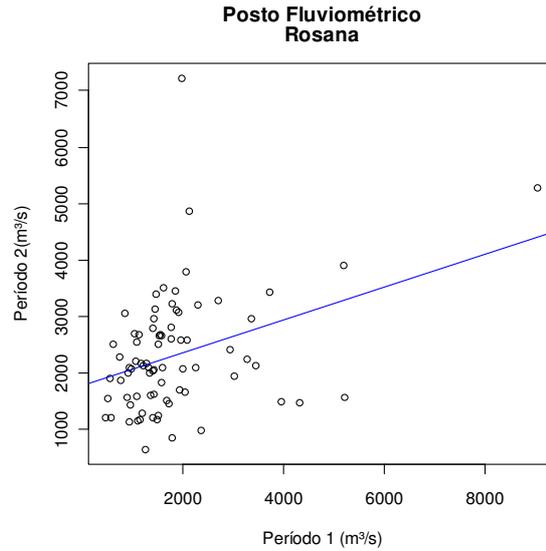


Figura E.2 - Diagrama de dispersão do período 1 e o período 2 dos máximos de vazão para o posto da UHE Rosana.  $R=0,36$

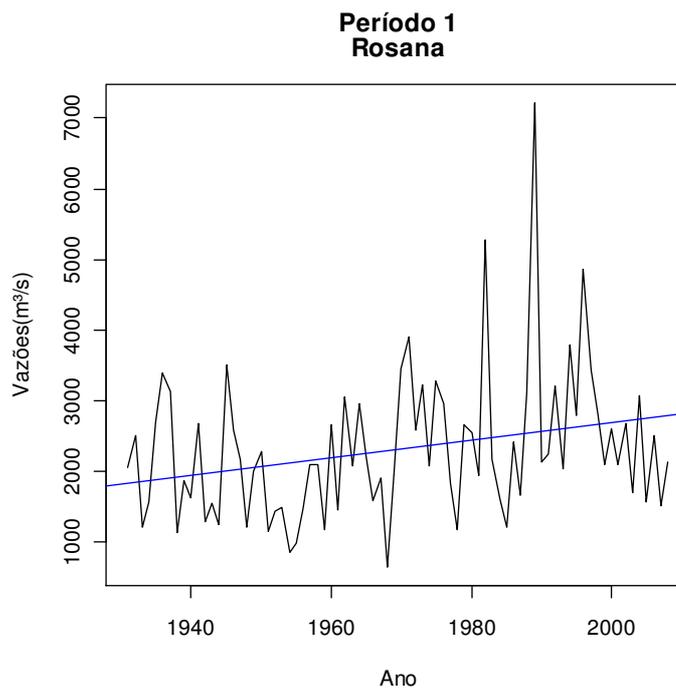


Figura E.3 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 1 do posto da UHE Rosana (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

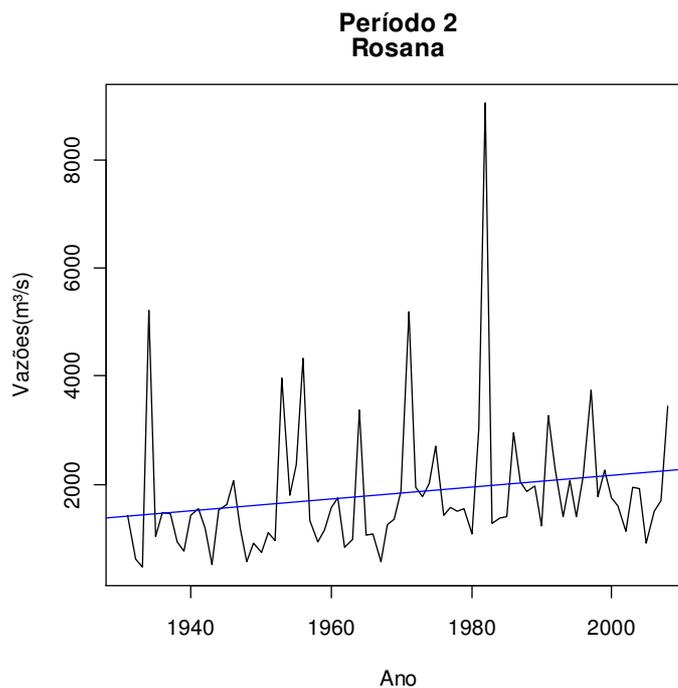


Figura E.4 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período 2 do posto da UHE Rosana (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

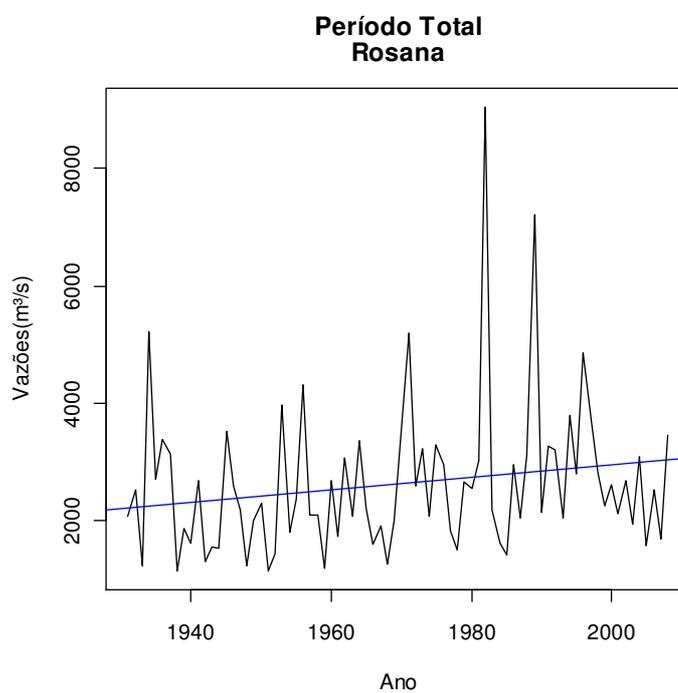


Figura E.5 - Série de máximos anuais de vazão observadas para o período total do posto da UHE Rosana (a linha azul mostra o ajuste de uma regressão linear aos dados observados).

Tabela E.1 - Características das séries UHE Rosana

Estação	Jurumirim		
	1	2	Total
Período	1	2	Total
Média	2319	1842	2622
Mínimo	658	479	1149
Máximo	7210	9044	9044
Desvio	1039	1275	1287

Tabela E.2 - Parâmetros da distribuição Gumbel das marginais UHE Rosana

Estação		Jurumirim		
Parâmetro/Período		1	2	Total
Posição	Superior	885,4	836,4	962,5
	Estimado	752,0	704,7	813,6
	Inferior	618,7	572,9	664,7
Escala	Superior	2055,3	1543,1	2305,6
	Estimado	1877,1	1378,0	2113,8
	Inferior	1698,9	1213,0	1922,1

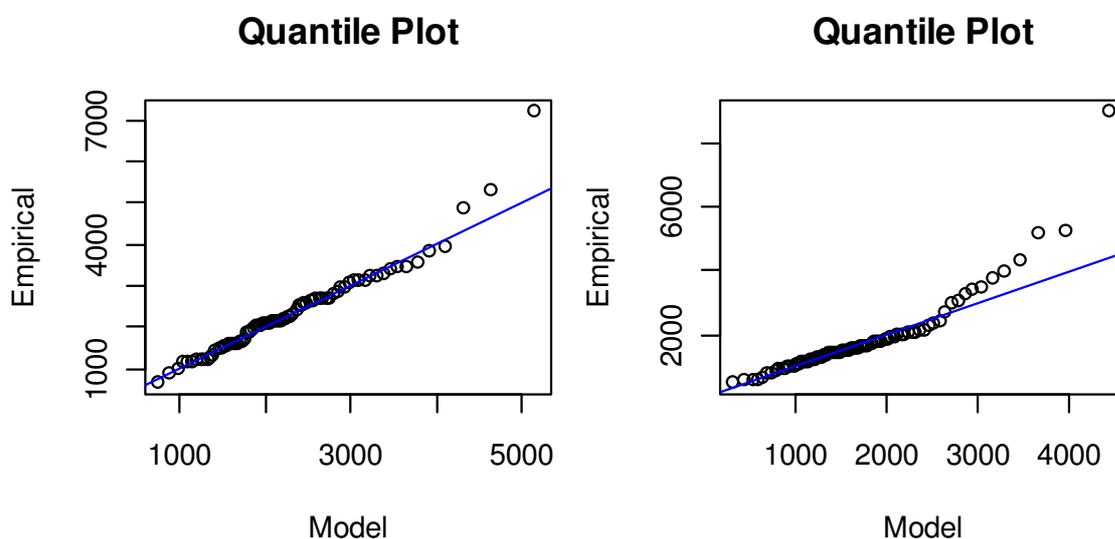


Figura E.6 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período 1) a esquerda e (Período 2) a direita para UHE Rosana.

### Quantile Plot

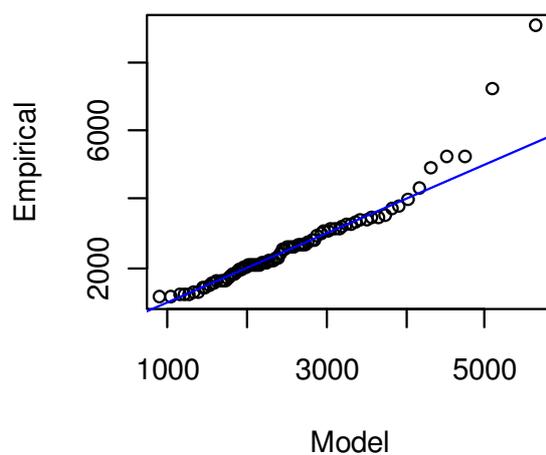


Figura E.7 - Gráfico quantil-quantil (Q-Q plot) aplicado para a distribuição estacionária de Gumbel (Período Total) para UHE Rosana

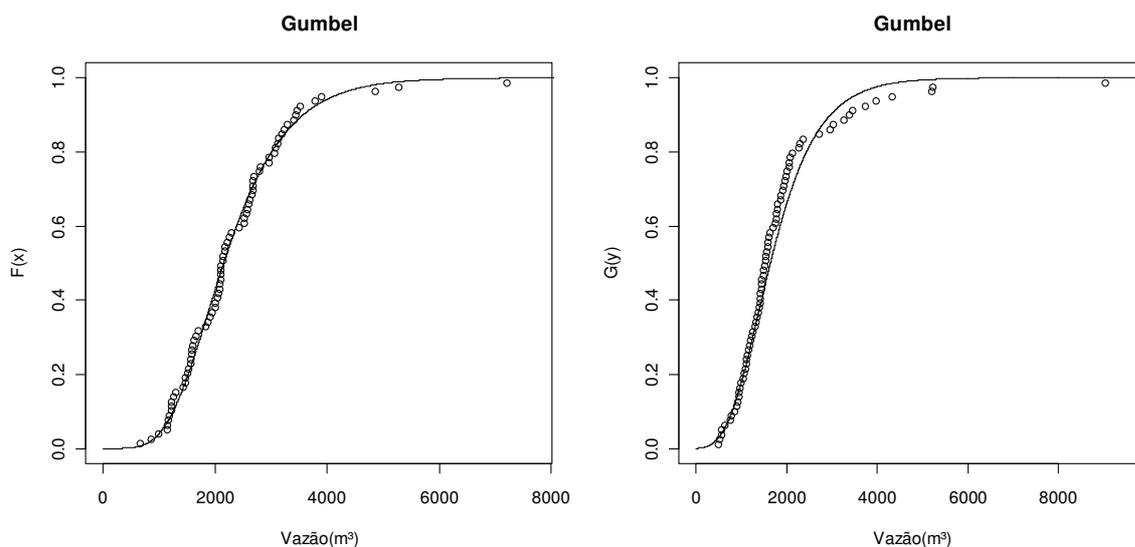


Figura E.8 - Plotagem dos dados da amostra (Período 1 – gráfico a esquerda) e (Período 2 – gráfico a direita) no gráfico de distribuição acumulada de Gumbel UHE Rosana

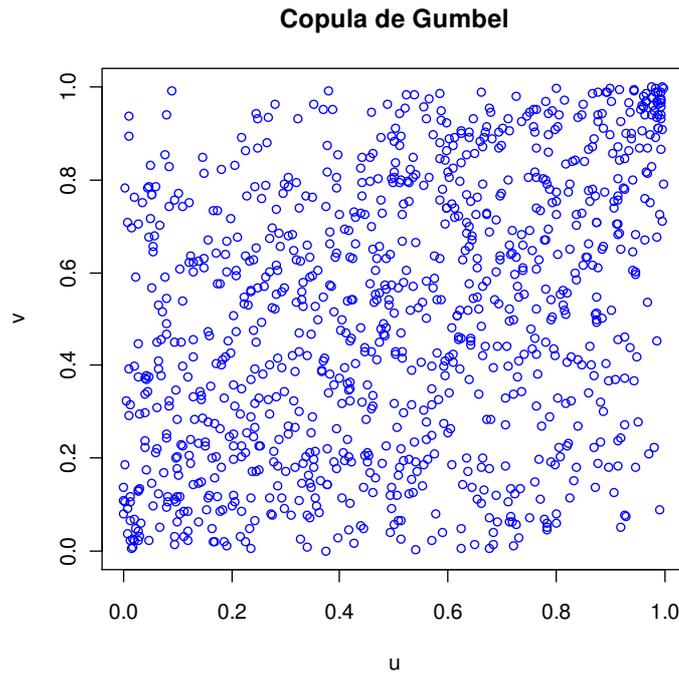


Figura E.9 - Scatterplot de 1000 valores aleatórios da Cópula de Gumbel com  $\tau_{kendal} = 0,2318$  e  $\theta=1,3017$  UHE Rosana

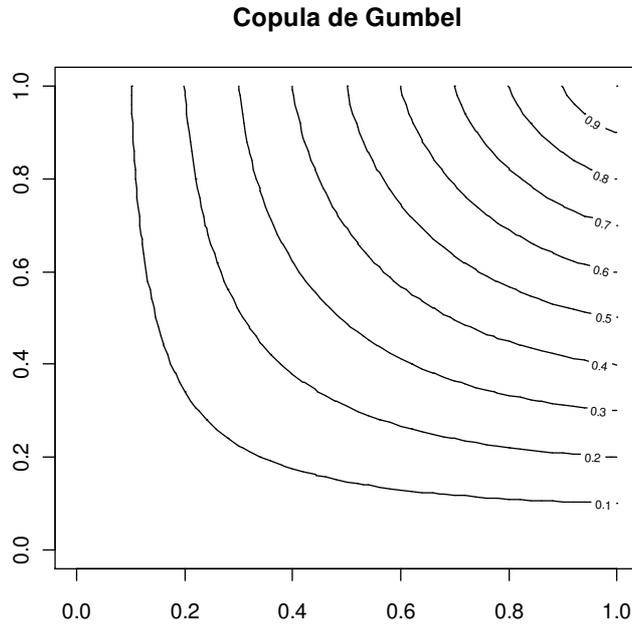


Figura E.10 - Diagrama de Contorno da Cópula de Gumbel com  $\tau_{kendal} = 0,2318$  e  $\theta=1,3017$  UHE Rosana

Tabela E.3 - Valores de vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Rosana

Estação	Rosana				
	Tradicional			Cópulas	Diferença (%)
TR	1	2	Total	1	2
2	2152	1636	2412	2337	3,1
10	3569	2963	3944	3730	5,4
50	4811	4127	5288	4953	6,3
100	5336	4619	5856	5470	6,6
500	6549	5756	7169	6668	7,0
1.000	7071	6245	7733	7183	7,1

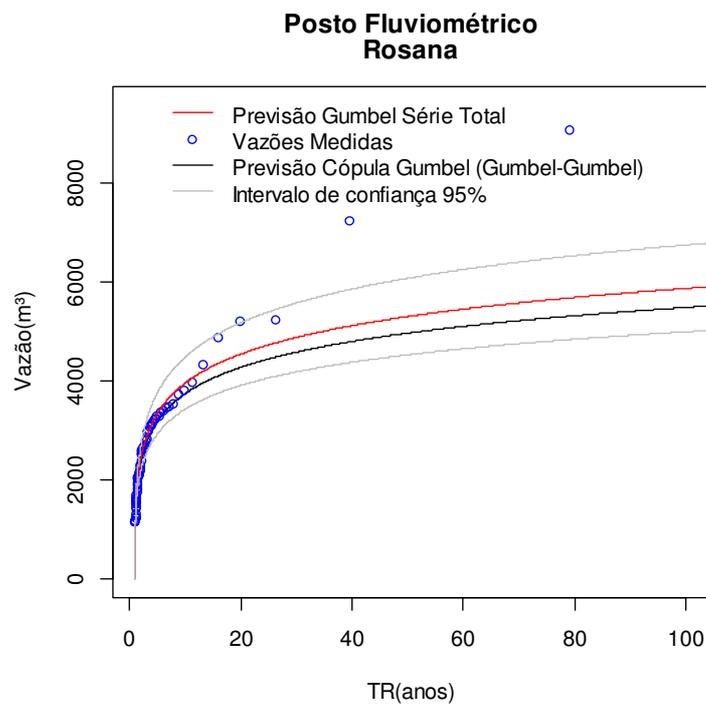


Figura E.11 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional UHE Rosana

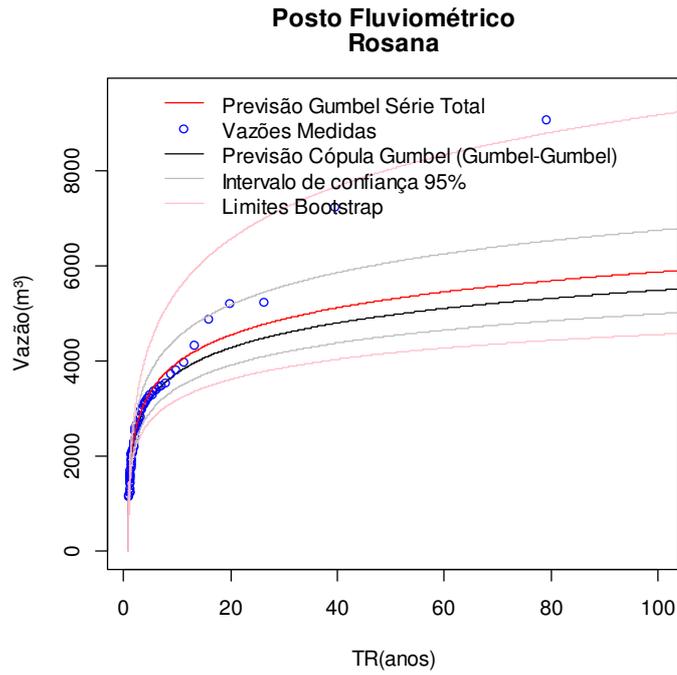


Figura E.12 - Vazão para diferentes tempos de retorno via cópula e metodologia tradicional e Bootstrap da cópula UHE Rosana

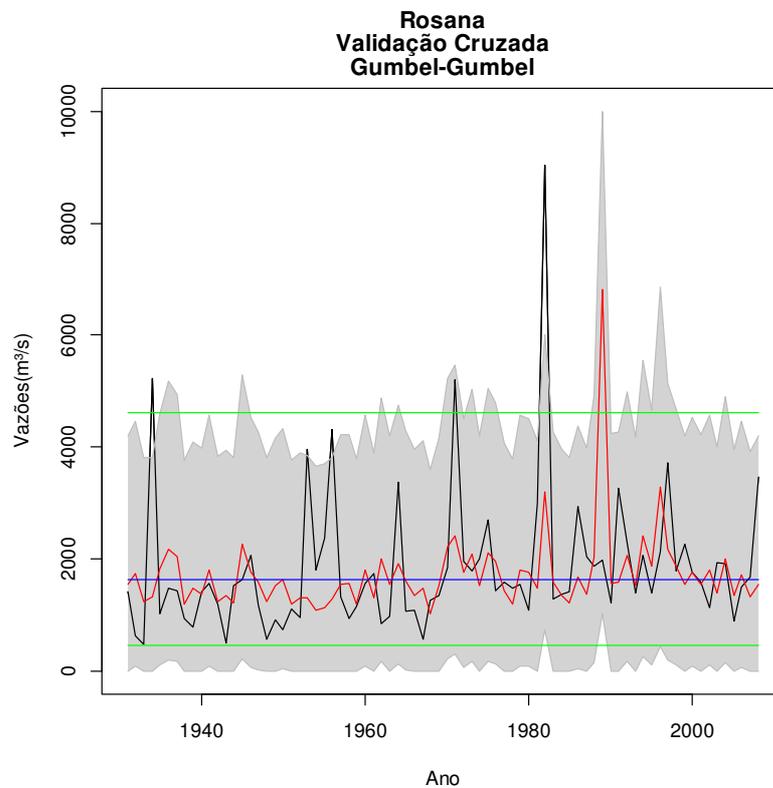


Figura E.13 - Vazões esperadas para UHE Rosana. (Legenda vide Figura 7.17)

$$(KS_{cop} = 0,26; KS_{trad} = 0,59)$$