

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**UM ESTUDO DO PARÂMETRO DE TANAKA COMO
MEDIDA DO ENCRUAMENTO NÃO PROPORCIONAL
NO CONTEXTO DA PLASTICIDADE CÍCLICA**

FELIPE GARCIA PEREIRA

ORIENTADOR: EDGAR NOBUO MAMIYA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

PUBLICAÇÃO: ENM.DM-223A/2014

BRASÍLIA/DF: JULHO – 2014

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UM ESTUDO DO PARÂMETRO DE TANAKA COMO
MEDIDA DO ENCRUAMENTO NÃO PROPORCIONAL
NO CONTEXTO DA PLASTICIDADE CÍCLICA


FELIPE GARCIA PEREIRA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA
FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE
BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS
MECÂNICAS.

APROVADA POR:



Prof. Edgar Nobuo Mamiya, Dr. (ENM – UnB)
(Orientador)



Prof. Lucival Malcher, Dr. (ENM – UnB)
(Examinador Interno)



Prof. Francisco Evangelista Júnior, Ph. D. (ENC – UnB)
(Examinador Externo ao Programa)

BRASÍLIA/DF, 23 DE JULHO DE 2014.

FICHA CATALOGRÁFICA

PEREIRA, FELIPE GARCIA

Um estudo do parâmetro de Tanaka como medida do encruamento não proporcional no contexto da plasticidade cíclica.

[Distrito Federal] 2014.

xxii, 99p., 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2014).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Plasticidade Cíclica

2. Modelos de encruamento cinemático

I. ENM/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Pereira, F. G. (2014). Um estudo do parâmetro de Tanaka como medida do encruamento não proporcional no contexto da plasticidade cíclica. Dissertação de mestrado em Ciências Mecânicas, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 120p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Felipe Garcia Pereira.

TÍTULO: Um estudo do parâmetro de Tanaka como medida do encruamento não proporcional no contexto da plasticidade cíclica.

GRAU: Mestre

ANO: 2014

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósito acadêmico e científico. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor

Felipe Garcia Pereira

Felipe Garcia Pereira

SQSW 303 Bloco I Apto 308, Setor Sudoeste
70.673-309 Brasília/DF/Brasil.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Dr. Edgar Nobuo Mamiya, pelo incentivo, paciência e disponibilidade, bem como pela confiança depositada.

Aos meus pais por todo apoio e por não terem medido esforços para que eu chegasse a esta etapa da minha vida e à minha irmã por todo o estímulo e suporte.

À Luísa Villela pela dedicação dada à organização e revisão do texto.

À CAPES pelo apoio financeiro necessário ao desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo do modelo de Chaboche, avaliando sua capacidade em descrever corretamente o encruamento cinemático sob condições de carregamento multiaxial não proporcional. A partir da conclusão de que este modelo subestima o encruamento sob as condições do estudo, o trabalho apresenta uma proposta de modificação da lei de encruamento cinemático, incorporando o parâmetro de não proporcionalidade da evolução da deformação plástica proposto por Tanaka. O novo modelo é avaliado a partir de um conjunto de simulações numéricas que reproduzem ensaios mecânicos relatados na literatura para quatro materiais metálicos: três ligas de aço e uma liga de alumínio.

Palavras-chave: plasticidade cíclica, encruamento cinemático, modelos do tipo Armstrong-Frederick, carregamento não proporcional, parâmetro de Tanaka.

ABSTRACT

This work presents a study of the Chaboche model, evaluating its ability to accurately describe the kinematic hardening under conditions of nonproportional multiaxial loading. By concluding that this model underestimates the hardening under such condition, this work presents a modification of the kinematic hardening law, incorporating the parameter that measures the nonproportionality of plastic deformation evolution proposed by Tanaka. The new model is evaluated based on a set of numerical simulations which reproduces mechanical tests reported in the literature for four metallic materials: three steel alloys and an aluminum alloy.

Keywords: cyclic plasticity, kinematic hardening, Armstrong-Frederick type models, nonproportional loading, Tanaka parameter.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. PLASTICIDADE INCREMENTAL.....	5
2.1. O MODELO MECÂNICO.....	5
2.2. LEIS DE ENCRUAMENTO CINEMÁTICO.....	7
2.2.1. <i>Lei de encruamento de Armstrong-Frederick.....</i>	<i>7</i>
2.2.2. <i>Lei de encruamento de Chaboche.....</i>	<i>9</i>
2.3. O MODELO CONSTITUTIVO.....	10
3. DISCRETIZAÇÃO E RESULTADOS PRELIMINARES.....	12
3.1. ALGORITMO DE INTEGRAÇÃO.....	12
3.2. CARREGAMENTOS AXIAIS TORCIONAIS.....	14
3.3. IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS.....	16
3.4. RESULTADOS NUMÉRICOS PRELIMINARES.....	17
3.4.1. <i>Simulação de carregamentos uniaxiais.....</i>	<i>17</i>
3.4.2. <i>Simulação de carregamentos multiaxiais.....</i>	<i>18</i>
3.5. DISCUSSÃO.....	26
4. DESCRIÇÃO DA EVOLUÇÃO NÃO PROPORCIONAL DE DEFORMAÇÕES PLÁSTICAS.....	28
4.1. O PARÂMETRO DE TANAKA.....	28

4.2. ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO PARÂMETRO DE TANAKA.....	29
4.3. MODIFICAÇÃO NO MODELO DE CHABOCHE COM A INTRODUÇÃO DO PARÂMETRO DE NÃO PROPORCIONALIDADE.....	33
4.4. INTEGRAÇÃO DO PARÂMETRO DE TANAKA.....	36
5. RESULTADOS NUMÉRICOS.....	37
5.1. ANÁLISE QUALITATIVA DO MODELO PROPOSTO.....	37
5.2. ANÁLISE QUANTITATIVA DO MODELO PROPOSTO.....	41
5.2.1. SAE 1045HR.....	42
5.2.2. Aço S460N.....	47
5.2.3. Liga de alumínio 7075-T651.....	52
5.2.4. Aço 304.....	57
5.3. CURVAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO.....	59
5.4. EVOLUÇÃO DO PARÂMETRO DE TANAKA.....	62
6. DISCUSSÃO.....	64
6.1. ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	64
6.2. OSCILAÇÃO DO PARÂMETRO DE TANAKA.....	66
7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA ESTUDOS FUTUROS.....	70
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	72

APÊNDICES.....	75
-----------------------	-----------

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1. Parâmetros materiais.....	17
Tabela 3.2. Amplitudes de deformação prescritas, amplitudes de tensão medidas experimentalmente e estimadas pelos modelos de Armstrong-Frederick e Chaboche.....	21
Tabela 3.3. Amplitudes de deformação prescritas, amplitudes de tensão medidas experimentalmente e estimadas pelos modelos de Armstrong-Frederick e Chaboche.....	24
Tabela 5.1. Parâmetros materiais utilizados nas simulações.....	38
Tabela 5.2. Parâmetros materiais utilizados nas simulações.....	42
Tabela 5.3. SAE 1045HR - Amplitudes de deformação prescritas, amplitudes de tensão medidas experimentalmente (Fatemi et al., 1989) e estimadas pelos modelos.....	43
Tabela 5.4. Aço S460N - Amplitudes de deformação prescritas, amplitudes de tensão medidas experimentalmente (Jiang et al., 2007) e estimadas pelos modelos.....	48
Tabela 5.5. Liga de Alumínio 7075-T651 - Amplitudes de deformação prescritas, amplitudes de tensão medidas experimentalmente (Zhao e Jiang, 2008) e estimadas pelos modelos.....	54
Tabela 5.6. Liga de aço 304 - Amplitudes de deformação prescritas, amplitudes de tensão medidas experimentalmente (Itoh, 2001) e estimadas pelos modelos.....	58

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Ilustrações de falhas por fadiga com resultados catastróficos. (a) trem de alta velocidade ICE 884 e (b) aeronave Comet.....	1
Figura 3.1. Identificação dos parâmetros relacionados ao modelo de Armstrong-Frederick e Chaboche para o aço S460N.....	16
Figura 3.2. Laços de histerese gerados pelos modelos estudados e curva da relação de Ramberg-Osgood cíclica para o aço 304, com história de deformação tração-compressão completamente alternada e amplitude de 0,25% (interna) e 0,4% (externa).....	18
Figura 3.3. Laços de histerese gerados pelos modelos estudados e curva da relação de Ramberg-Osgood cíclica de cisalhamento puro para o aço 304, com história de deformação completamente alternada e amplitude de 0,25% (interna) e 0,4% (externa).....	19
Figura 3.4. Laços de histerese gerados pelos modelos estudados e pela regra de Masing para o aço 304, com história de deformação tração-compressão completamente alternada e amplitude de 0,4%.....	20
Figura 3.5. Histórias de deformação consideradas nas simulações.....	21
Figura 3.6. Amplitudes de tensão resultantes de simulação de carregamento uniaxial e multiaxial proporcional (A, B e C) e resposta em tensão da simulação de carregamento não proporcional (D), produzidas pelo modelo de Armstrong-Frederick para o aço 304 com amplitudes de deformação $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$	22
Figura 3.7. Amplitudes de tensão resultantes de simulação de carregamento uniaxial e multiaxial proporcional (A, B e C) e resposta em tensão da simulação de carregamento não proporcional (D), produzidas pelo modelo de Chaboche para o aço 304 com amplitudes de deformação $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$	22
Figura 3.8. Amplitudes de tensão resultantes de simulação de carregamento uniaxial e multiaxial proporcional (A, B e C) e resposta em tensão da simulação de carregamento não proporcional (D), produzidas pelo modelo de Armstrong-Frederick para o aço S460N com amplitudes de deformação $\varepsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$	23
Figura 3.9. Amplitudes de tensão resultantes de simulação de carregamento uniaxial e multiaxial proporcional (A, B e C) e resposta em tensão da simulação de carregamento não proporcional (D), produzidas pelo modelo de Chaboche para o aço S460N com amplitudes de deformação $\varepsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$	23

Figura 3.10. Comparação entre amplitudes de tensão obtidas experimentalmente e ciclos estabilizados de tensão produzidos pelo modelo de Armstrong-Frederick e Chaboche para o aço 304 com amplitudes de deformação $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$	25
Figura 3.11. Comparação entre amplitudes de tensão obtidas experimentalmente e ciclos estabilizados de tensão produzidos pelo modelo de Armstrong-Frederick e Chaboche para o aço 1045HR com amplitudes de deformação $\varepsilon_a = 0,13\%$ e $\gamma_a = 0,34\%$	25
Figura 3.12. Comparação entre amplitudes de tensão obtidas experimentalmente e ciclos estabilizados de tensão produzidos pelo modelo de Armstrong-Frederick e Chaboche para o aço S460N com amplitudes de deformação $\varepsilon_a = 0,404\%$ e $\gamma_a = 0,7\%$	26
Figura 4.1. História de deformação plástica prescrita em simulação de carregamento do tipo tração-compressão, seguido de cisalhamento puro.....	31
Figura 4.2. Comportamento de duas componentes da variável interna \mathcal{C} , calculadas analiticamente e numericamente.....	31
Figura 4.3. Comportamento do parâmetro de Tanaka A , calculado analiticamente e numericamente.....	32
Figura 4.4. Trajetória de deformação plástica imposta na simulação de carregamento circular.....	32
Figura 4.5. Comportamento da componente C_{11} calculada analiticamente e numericamente.....	33
Figura 4.6. Comportamento da componente C_{31} calculada analiticamente e numericamente.....	33
Figura 4.7. Comportamento da componente C_{33} calculada analiticamente e numericamente.....	34
Figura 4.8. Comportamento do parâmetro de Tanaka A , calculado analiticamente e numericamente.....	34
Figura 5.1. Histórias de deformação usadas nas simulações.....	37
Figura 5.2. História de tensão resultante de simulação para o material SAE 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,26\%$ e $\gamma_a = 0,51\%$	39

Figura 5.3. História de tensão resultante de simulação para o material SAE 1045HR com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,13\%$ e $\gamma_a = 0,34\%$	39
Figura 5.4. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,7\%$	40
Figura 5.5. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,23\%$ e $\gamma_a = 0,4\%$	40
Figura 5.6. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,144\%$ e $\gamma_a = 0,25\%$	41
Figura 5.7. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,41\%$ e $\gamma_a = 0,213\%$ - Caso N° 1.....	44
Figura 5.8. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,264\%$ e $\gamma_a = 0,565\%$ - Caso N° 7.....	44
Figura 5.9. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,1\%$ e $\gamma_a = 0,213\%$ - Caso N° 10.....	45
Figura 5.10. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,268\%$ e $\gamma_a = 0,574\%$ - Caso N° 11.....	45
Figura 5.11. Diagrama que mostra o erro percentual das amplitudes de tensão normal obtidas nas simulações para a liga de aço 1045HR.....	46
Figura 5.12. Diagrama que mostra o erro percentual das amplitudes de tensão cisalhante obtidas nas simulações para a liga de aço 1045HR.....	46
Figura 5.13. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,404\%$ e $\gamma_a = 0,7\%$ - Caso N° 1.....	47
Figura 5.14. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,231\%$ e $\gamma_a = 0,4\%$ - Caso N° 2.....	49

Figura 5.15. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,104\%$ e $\gamma_a = 0,18\%$ - Caso N° 5.....	49
Figura 5.16. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 7.....	50
Figura 5.17. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 11.....	50
Figura 5.18. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$ - Caso N° 12.....	51
Figura 5.19. Diagrama que mostra o erro percentual das amplitudes de tensão normal obtidas nas simulações para a liga de aço S460N.....	51
Figura 5.20. Diagrama que mostra o erro percentual das amplitudes de tensão cisalhante obtidas nas simulações para a liga de aço S460N.....	52
Figura 5.21. História de tensão - material 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,85\%$ e $\gamma_a = 1,45\%$ - Caso N° 1.....	53
Figura 5.22. História de tensão - material 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,75\%$ e $\gamma_a = 1,3\%$ - Caso N° 2.....	53
Figura 5.23. História de tensão - material 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,28\%$ e $\gamma_a = 0,49\%$ - Caso N° 5.....	55
Figura 5.24. História de tensão - material 7075-T651 com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,49\%$ e $\gamma_a = 0,43\%$ - Caso N° 7.....	55
Figura 5.25. Diagrama que mostra o erro percentual das amplitudes de tensão normal obtidas nas simulações para a liga de alumínio 7075-T651.....	56
Figura 5.26. Diagrama que mostra o erro percentual das amplitudes de tensão cisalhante obtidas nas simulações para a liga de alumínio 7075-T651.....	56

Figura 5.27. História de tensão resultante de simulação para o aço 304 com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$ - Caso N° 1....	57
Figura 5.28. História de tensão resultante de simulação para o aço 304 com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,25\%$ e $\gamma_a = 0,435\%$ - Caso N° 2..	59
Figura 5.29. Curvas tensão-deformação resultantes de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,7\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.4).....	60
Figura 5.30. Curvas tensão-deformação resultantes de simulação para o aço 304 com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.28).....	60
Figura 5.31. Curvas tensão-deformação resultantes de simulação para o aço S460N com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,26\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.17).....	61
Figura 5.32. Curvas tensão-deformação resultantes de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,26\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.16).....	61
Figura 5.33. Evolução do parâmetro de Tanaka correspondente à simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,26\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.4).....	62
Figura 5.34. Evolução do parâmetro de Tanaka correspondente à simulação para o aço 304 com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.28).....	62
Figura 5.35. Evolução do parâmetro de Tanaka correspondente à simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,26\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.16).....	63
Figura 5.36. Evolução do parâmetro de Tanaka correspondente à simulação para o aço S460N com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,26\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.17).....	63
Figura 6.1. História de tensão, resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 7.....	66
Figura 6.2. Histórias de deformação ε_x e ε_{xy} comparadas à oscilação do parâmetro de Tanaka, resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 7.....	67
Figura 6.3. Trajetória de deformação usada na simulação do aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 7.....	68

Figura 6.4. Evolução do parâmetro de Tanaka correspondente à simulação para o aço 304 com história de deformação (ϵ) e amplitudes $\epsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 4.28).....	69
Figura 6.5. História de tensão completa, resultante de simulação do modelo proposto alterado, para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\epsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 7.....	69
Figura B.1. História de tensão resultante de simulação para o material SAE 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\epsilon_a = 0,26\%$ e $\gamma_a = 0,51\%$..	78
Figura B.2. História de tensão resultante de simulação para o material SAE 1045HR com história de deformação (e) e amplitudes $\epsilon_a = 0,13\%$ e $\gamma_a = 0,34\%$...	79
Figura B.3. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\epsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,7\%$	79
Figura B.4. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\epsilon_a = 0,23\%$ e $\gamma_a = 0,4\%$	80
Figura B.5. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\epsilon_a = 0,144\%$ e $\gamma_a = 0,25\%$	80
Figura B.6. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\epsilon_a = 0,41\%$ e $\gamma_a = 0,213\%$ - Caso N° 1.....	81
Figura B.7. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\epsilon_a = 0,212\%$ e $\gamma_a = 0,116\%$ - Caso N° 2.....	81
Figura B.8. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\epsilon_a = 0,371\%$ e $\gamma_a = 0,408\%$ - Caso N° 3.....	82
Figura B.9. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\epsilon_a = 0,192\%$ e $\gamma_a = 0,205\%$ - Caso N° 4.....	82
Figura B.10. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\epsilon_a = 0,192\%$ e $\gamma_a = 0,206\%$ - Caso N° 5.....	83

Figura B.11. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,137\%$ e $\gamma_a = 0,149\%$ - Caso N° 6.....	83
Figura B.12. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,264\%$ e $\gamma_a = 0,565\%$ - Caso N° 7.....	84
Figura B.13. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,147\%$ e $\gamma_a = 0,307\%$ - Caso N° 8.....	84
Figura B.14. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,146\%$ e $\gamma_a = 0,311\%$ - Caso N° 9.....	85
Figura B.15. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,1\%$ e $\gamma_a = 0,213\%$ - Caso N° 10.....	85
Figura B.16. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,268\%$ e $\gamma_a = 0,574\%$ - Caso N° 11.....	86
Figura B.17. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,146\%$ e $\gamma_a = 0,215\%$ - Caso N° 12.....	86
Figura B.18. História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,096\%$ e $\gamma_a = 0,213\%$ - Caso N° 13.....	87
Figura B.19. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,404\%$ e $\gamma_a = 0,7\%$ - Caso N° 1.....	87
Figura B.20. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,231\%$ e $\gamma_a = 0,4\%$ - Caso N°	88

2.....	
Figura B.21. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,144\%$ e $\gamma_a = 0,25\%$ - Caso N°	
3.....	88
Figura B.22. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,115\%$ e $\gamma_a = 0,2\%$ - Caso N°	
4.....	89
Figura B.23. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,104\%$ e $\gamma_a = 0,18\%$ - Caso N°	
5.....	89
Figura B.24. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$ - Caso N°	
6.....	90
Figura B.25. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N°	
7.....	90
Figura B.26. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$ - Caso N°	
8.....	91
Figura B.27. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,2\%$ e $\gamma_a = 0,346\%$ - Caso N°	
9.....	91
Figura B.28. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$ - Caso N°	
10.....	92
Figura B.29. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N°	
11.....	92

Figura B.30. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$ - Caso N° 12.....	93
Figura B.31. História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,144\%$ e $\gamma_a = 0,25\%$ - Caso N° 13.....	93
Figura B.32. História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,85\%$ e $\gamma_a = 1,45\%$ - Caso N° 1.....	94
Figura B.33. História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,75\%$ e $\gamma_a = 1,3\%$ - Caso N° 2.....	94
Figura B.34. História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,51\%$ e $\gamma_a = 0,87\%$ - Caso N° 3.....	95
Figura B.35. História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,38\%$ e $\gamma_a = 0,66\%$ - Caso N° 4.....	95
Figura B.36. História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,28\%$ e $\gamma_a = 0,49\%$ - Caso N° 5.....	96
Figura B.37. História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,27\%$ e $\gamma_a = 0,41\%$ - Caso N° 6.....	96
Figura B.38. História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,49\%$ e $\gamma_a = 0,43\%$ - Caso N° 7.....	97
Figura B.39. História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,28\%$ e $\gamma_a = 0,245\%$ - Caso N° 8.....	97
Figura B.40. História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,2\%$ e $\gamma_a = 0,16\%$ - Caso N° 9.....	98
Figura B.41. História de tensão resultante de simulação para o aço 304 com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$	98

- Caso N° 1.....

Figura B.42. História de tensão resultante de simulação para o aço 304 com história de deformação (ϵ) e amplitudes $\epsilon_a = 0,25\%$ e $\gamma_a = 0,435\%$ - Caso N° 2.....

99

LISTA DE SÍMBOLOS

$\boldsymbol{\varepsilon}$	Tensor de deformações.
$\boldsymbol{\varepsilon}^e$	Tensor de deformações elásticas.
$\boldsymbol{\varepsilon}^p$	Tensor de deformações plásticas.
$\boldsymbol{\sigma}$	Tensor tensão de Cauchy.
λ, μ	Constantes de Lamé.
\mathbf{I}	Tendor identidade.
E	Módulo de elasticidade.
ν	Coefficiente de Poisson.
f	Função de escoamento.
\mathbf{S}	Tensor tensão desviadora.
$\boldsymbol{\beta}$	Tensor de encruamento cinemático.
$\boldsymbol{\sigma}_y$	Tensor de escoamento do material sob cargas de tração.
$\dot{\gamma}$	Multiplificador plástico.
$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$	Evolução da deformação plástica.
\mathbf{N}	Direção de evolução da deformação plástica.
h	Módulo plástico.
a, c	Constantes materiais do modelo de Armstrong-Frederick.
G	Módulo de cisalhamento.
$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$	Evolução da deformação desviadora.
$\dot{\mathbf{S}}$	Evolução da tensão desviadora.
$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial}$	Tensão tentativa.
\mathbf{S}_{n+1}^{trial}	Tensão desviadora tentantiva.
$\boldsymbol{\beta}_n$	Tensor de encruamento cinemático no tempo n .
$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$	Tensor de deformação no tempo $n + 1$.

$\boldsymbol{\varepsilon}_n$	Tensor de deformação no tempo n .
$\Delta\varepsilon$	Passo de deformação.
$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$	Tensor tensão no tempo $n + 1$.
$\boldsymbol{\beta}_{n+1}$	Tensor de encruamento cinemático no tempo $n + 1$.
\mathbf{Y}_n	Direção de evolução do tensor de encruamento cinemático.
ε_a^p	Amplitude de deformação plástica.
σ_a	Amplitude de tensão normal.
H'	Coefficiente de endurecimento cíclico.
n'	Expoente de endurecimento cíclico.
τ_a	Amplitude de tensão cisalhante.
$\dot{\mathbf{C}}$	Evolução do tensor de Tanaka.
C_c	Parâmetro material referente à evolução do tensor de Tanaka.
\mathbf{C}	Tensor de Tanaka.
\dot{P}	Taxa de evolução da deformação plástica.
A	Parâmetro de Tanaka.
k	Parâmetro material referente à sensibilidade ao encruamento não proporcional

1. INTRODUÇÃO

A Fadiga é um modo de falha experimentado por componentes mecânicos submetidos a cargas variáveis, que levam eventualmente à nucleação e propagação de trincas. Este tipo de falha tem sido objeto de estudo das comunidades científica e industrial desde o século XIX e, devido à complexidade do assunto, apresenta até hoje uma série de desafios relacionados à quantificação deste tipo de degradação material. Como consequência, a fadiga ainda é a causa mais frequente da falha de componentes mecânicos, gerando grandes prejuízos, tanto do ponto de vista econômico quanto em relação a vidas humanas. Em 1998, um trem de alta velocidade (ICE 884) descarrilou na Alemanha, conforme ilustra a Fig. 1.1 (a), em decorrência da fratura de uma das rodas, causando a morte de mais de cem pessoas (Esslinger, 2004). A Fig 1.1 (b) ilustra uma aeronave tipo Comet, primeira aeronave a jato a entrar em serviço regular de transporte de passageiros. Esta classe de aeronaves ficou marcada pelos acidentes ocorridos em operação que foram responsáveis pela morte de muitas pessoas. Estes acidentes estavam relacionados a falhas por fadiga na fuselagem associados a ciclos de pressurização e despressurização da cabine (Withey, 1997).



(a)



(b)

Figura 1.1 – Ilustrações de falhas por fadiga com resultados catastróficos. (a) trem de alta velocidade ICE 884 e (b) aeronave Comet.

O grupo de Fadiga, Fratura e Materiais (GFFM) da Universidade de Brasília desenvolve diversos estudos na área de fadiga multiaxial, mais precisamente no contexto de iniciações de trinca e, nos últimos anos, tem proposto modelos de resistência à fadiga e de estimativa de vida à fadiga (Mamiya et al. 2002, 2008, 2010). As diversas abordagens adotadas na descrição do dano à fadiga – vide Socie e Marquis (2000) e artigos referenciados naquela obra – possuem como ingrediente comum alguma medida de amplitude de tensão. No contexto de histórias de carregamentos multiaxiais não proporcionais, a definição de amplitude de tensão em si está longe de gerar consenso dentro da comunidade científica. Independentemente da abordagem adotada, entretanto, o conhecimento detalhado da história de tensões é de extrema importância no projeto de componentes mecânicos submetidos a cargas cíclicas multiaxiais.

A literatura dispõe de um grande número de propostas para a descrição do comportamento elastoplástico sob carregamentos cíclicos. No que se refere ao encruamento cinemático, parcela significativa dos modelos de plasticidade cíclica em metais pode ser dividida em duas categorias: modelos do tipo Mróz e modelos do tipo Armstrong-Frederick. Entre os modelos do tipo Mróz (superfícies múltiplas de escoamento plástico), destacam-se os trabalhos de: Mróz (1967), que propôs um modelo linear por partes; e Garud (1981), que modificou o modelo de Mróz com o objetivo de corrigir inconsistências apresentadas na simulação de carregamentos não proporcionais.

Em relação aos modelos do tipo Armstrong-Frederick, destacam-se os trabalhos de: Armstrong e Frederick (1966), que propuseram uma lei de encruamento cinemático não linear; Bower (1987, 1989), que modificou a lei de Armstrong-Frederick introduzindo mais uma variável de estado; Chaboche et al. (1979,1991), que sugeriram a utilização do somatório de várias leis do tipo Armstrong-Frederick; Ohno e Wang (1991, 1993a, 1993b, 1994), que propuseram modificações ao modelo de Chaboche, introduzindo um termo de recuperação dinâmica; Jiang (1993), que sugeriu alterações ao modelo proposto por Ohno-Wang, com o objetivo de torná-lo mais consistente sob condições de carregamentos não proporcionais; Döring et al. (2003) modificaram o modelo proposto por Jiang introduzindo um parâmetro de não proporcionalidade (Tanaka, 1994) na formulação.

Jiang e Kurath (1996) observaram que modelos do tipo Mróz exibem dificuldades matemáticas e resultados de qualidade inferiores quando submetidos a carregamentos não proporcionais. Neste contexto, esse trabalho se dedica ao estudo de modelos do tipo Armstrong-Frederick para a descrição do comportamento elastoplástico, sob condições de carregamentos multiaxiais não proporcionais. Em particular, o presente trabalho está focado no modelo de Chaboche, amplamente utilizado em ferramentas e aplicativos comerciais de elementos finitos para a previsão de vida à fadiga multiaxial.

Como proposta de contribuição deste trabalho, considera-se a incorporação do parâmetro de Tanaka (1994) – capaz de quantificar o encruamento induzido pela evolução não proporcional da deformação plástica – ao modelo de encruamento cinemático de Chaboche. Observa-se que, embora Döring et al. (2003) já tenham apresentado proposta de incorporação do parâmetro de Tanaka ao modelo de Jiang (1993), a proposta contida no presente estudo se justifica pela possibilidade de se estudar o parâmetro de não proporcionalidade no contexto de um modelo de encruamento cinemático mais simples (no caso, o proposto por Chaboche). Após a apresentação do novo modelo, apresenta-se um conjunto de simulações numéricas, comparando-os com resultados experimentais encontrados na literatura de modo a avaliar o modelo quanto à qualidade da descrição do comportamento elastoplástico sob carregamentos multiaxiais não proporcionais.

A dissertação está organizada da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta inicialmente os ingredientes comuns a muitos dos modelos de plasticidade incremental para metais. Em seguida, introduz o modelo de encruamento cinemático de Armstrong-Frederick, que constitui a base para muitos dos modelos mais consolidados de encruamento cinemático. Finalmente, o capítulo apresenta o modelo de Chaboche. O Capítulo 3 apresenta a discretização temporal das equações de evolução das variáveis de estado consideradas pelo modelo de Chaboche. Em seguida, apresentam-se resultados preliminares ilustrando algumas das características exibidas pelos modelos de Armstrong-Frederick e de Chaboche. Os aspectos negativos apresentados por estes modelos são discutidos, a título de motivação para os desenvolvimentos descritos no capítulo seguinte. O capítulo 4, onde está localizado o principal objeto de estudo deste trabalho, introduz o parâmetro de Tanaka e apresenta algumas simulações numéricas com o objetivo de fornecer uma compreensão de seu comportamento sob condições de carregamentos proporcionais e não proporcionais. Em seguida, propõe-se uma

modificação no modelo de Chaboche por meio da incorporação do parâmetro de Tanaka à equação de evolução do encruamento cinemático. O capítulo 5 apresenta os resultados das simulações relacionados ao modelo de Chaboche e ao modelo proposto, comparando-os com resultados experimentais relatados na literatura. O capítulo 6 discute os resultados fornecidos pelas simulações dos modelos de encruamento cinemático. Finalmente, o capítulo 7 conclui a monografia, apresentando conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

2. PLASTICIDADE INCREMENTAL

Neste capítulo, apresentam-se os elementos básicos da teoria de plasticidade incremental, utilizados na maior parte dos softwares e aplicativos comerciais de elementos finitos que descrevem o comportamento elastoplástico de metais. Esta teoria é apresentada no contexto da cinemática de pequenas deformações, tendo como referência o trabalho de Simo e Hughes (1998).

A teoria incremental da plasticidade considera que um conjunto de variáveis de estado pode descrever a deformação plástica ao longo de uma história de carregamento. Isto se dá num contexto onde as variáveis de estado são determinadas apenas pela sequência de carregamento, sendo irrelevante a sua velocidade. Esta hipótese é capaz de descrever satisfatoriamente uma classe de materiais, dentro de uma certa faixa de temperatura e certos limites de taxas de carregamento. Portanto, o pseudo-tempo t é usado apenas para descrever uma sequência de eventos e não tem uma relação direta com o tempo efetivamente medido pelo ser humano.

2.1 O MODELO MECÂNICO

Admite-se no presente estudo que o comportamento elasto-plástico seja governado pelas seguintes hipóteses e equações:

1. *Decomposição aditiva da deformação*

Dentro do contexto de pequenas deformações, assume-se que a deformação total possa ser decomposta aditivamente por uma parcela plástica e outra parcela elástica e, no caso multiaxial, é representada pela soma dos tensores de deformação elástica $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ e de deformação plástica $\boldsymbol{\varepsilon}^p$:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p. \quad (2.1)$$

2. *Relação tensão-deformação*

Admite-se comportamento elástico isotrópico e, neste contexto, a relação tensão-deformação elástica é descrita como:

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}^e, \quad (2.2)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}$ representa o tensor tensão de Cauchy. Os parâmetros materiais λ e μ são as constantes de Lamé, que estão relacionadas com o módulo de elasticidade à tração E e o coeficiente de Poisson ν por meio das expressões:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (2.3)$$

3. Domínio elástico

A relação tensão-deformação descrita pela Eq. (2.2) é válida para estados de tensão $\boldsymbol{\sigma}$ contidos no denominado domínio elástico que, de acordo com o modelo proposto por Mises (1913), é definido pela desigualdade:

$$f(\mathbf{S}, \boldsymbol{\beta}) = \|\mathbf{S} - \boldsymbol{\beta}\| - \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_y \leq 0, \quad (2.4)$$

onde $\mathbf{S} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}(\text{tr } \boldsymbol{\sigma})\mathbf{I}$ representa o tensor tensão desviadora, $\boldsymbol{\beta}$, denominado *tensor de encruamento cinemático*, representa o centro do domínio elástico no espaço das tensões desviadoras e σ_y é a tensão de escoamento do material sob cargas de tração.

4. Evolução da deformação plástica

Considera-se que a deformação plástica evolua sob a hipótese da lei associativa (ou regra da normalidade), que considera que a direção de evolução da deformação plástica $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ (Lubliner, 1990) seja normal à superfície do domínio elástico, isto é:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \quad (2.5)$$

onde $\dot{\gamma}$ é o multiplicador plástico. Para o caso específico de superfícies de escoamento de Mises, a derivada direcional de f em relação a $\boldsymbol{\sigma}$ é dada por:

$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{N} = \frac{\mathbf{S} - \boldsymbol{\beta}}{\|\mathbf{S} - \boldsymbol{\beta}\|}, \quad (2.6)$$

onde \mathbf{N} representa a direção de evolução da deformação plástica.

5. Condição de complementaridade de Kuhn-Tucker

A condição de complementaridade de Kuhn-Tucker é parte fundamental da modelagem do comportamento elastoplástico e estabelece que a evolução da

deformação plástica pode ocorrer somente quando o estado de tensão estiver definido sobre a superfície de escoamento $f(\mathbf{S}, \boldsymbol{\beta}) = 0$. Formalmente, essa relação é expressa como:

$$\dot{\gamma} \geq 0, \quad f(\mathbf{S}, \boldsymbol{\beta}) \leq 0, \quad \dot{\gamma} f(\mathbf{S}, \boldsymbol{\beta}) = 0. \quad (2.7)$$

Assim, se $f < 0$, correspondendo à situação em que o estado de tensão esteja definido no interior do domínio elástico, então o produto $\dot{\gamma} f = 0$ impõe $\dot{\gamma} = 0$, isto é, não se observa evolução da deformação plástica. Por outro lado, se $\dot{\gamma} > 0$, isto é, se há evolução da deformação plástica, então necessariamente $f = 0$, ou seja, o estado de tensão está definido sobre a superfície de escoamento.

6. Condição de persistência

A condição de persistência, ou de consistência, requer que o tensor tensão \mathbf{S} permaneça na superfície do domínio elástico enquanto a evolução da deformação plástica é observada. A condição de persistência é formalmente expressa por:

$$\text{Se } f = 0, \text{ então } \dot{\gamma} \geq 0, \dot{f} \leq 0, \dot{\gamma} \dot{f} = 0. \quad (2.8)$$

2.2 LEIS DE ENCRUAMENTO CINEMÁTICO

Nesta seção são apresentadas as leis de encruamento cinemático de Armstrong e Frederick (1966) e de Chaboche et al. (1979).

2.2.1 Lei de encruamento de Armstrong-Frederick

Armstrong e Frederick desenvolveram uma lei de evolução para o encruamento cinemático não linear introduzindo um segundo termo à lei de encruamento linear de Prager (1955):

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \frac{2}{3} a \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - c \dot{p} \boldsymbol{\beta} \quad (2.9)$$

onde a e c são constantes materiais e \dot{p} , a deformação plástica equivalente, é definida como:

$$\dot{p} = \left(\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \right)^{1/2} = \left(\frac{2}{3} \dot{\gamma} \mathbf{N} : \mathbf{N} \dot{\gamma} \right)^{1/2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\gamma}. \quad (2.10)$$

O multiplicador plástico $\dot{\gamma}$ pode ser calculado a partir da condição de persistência, Eq. (2.8), como:

$$\dot{\gamma} = \frac{2G}{(2G + h)} (\mathbf{N} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}), \quad (2.11)$$

onde:

$$h = \frac{2}{3}a - \sqrt{\frac{2}{3}}c(\mathbf{N} : \boldsymbol{\beta}). \quad (2.12)$$

A partir das Eqs. (2.5), (2.6) e (2.11), a evolução da tensão desviadora pode ser expressa por:

$$\dot{\mathbf{S}} = 2G(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) = 2G \left[\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{2G}{(2G + h)} (\mathbf{N} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \mathbf{N} \right] \quad (2.13)$$

A evolução do encruamento cinemática, de acordo com o modelo de Armstrong-Frederick, pode ser ilustrada considerando-se o caso de carregamento uniaxial tração-compressão. Neste caso, as Eqs. (2.4), (2.9), (2.10) e (2.12) assumem as formas específicas:

$$\begin{aligned} f &= |\sigma - b| - \sigma_y \leq 0, \text{ onde } b = \frac{3}{2}\beta, \\ \dot{p} &= |\dot{\varepsilon}^p| = \left| \frac{2}{3} \frac{1}{h} \dot{\sigma} \right|, \\ h &= \frac{2}{3} \left[a - c \frac{\sigma - b}{|\sigma - b|} b \right], \\ \dot{b} &= a \dot{\varepsilon}^p - c |\dot{\varepsilon}^p| b. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Integrando-se a equação de \dot{b} em (2.14), como mostrado no Apêndice A, chega-se à relação entre b e ε^p dada por:

$$b = \pm \frac{a}{c} + \left(b_0 \mp \frac{a}{c} \right) e^{\mp c(\varepsilon^p - \varepsilon_0^p)}, \quad (2.15)$$

onde os sinais \pm e \mp devem ser adotados em função de $\Delta\varepsilon^p = \varepsilon^p - \varepsilon_0^p$.

A partir da Eq. (2.15) e da relação $|\sigma - b| = \sigma_y$, é possível se calcular a tensão σ em função da deformação plástica ε^p sob condições de carregamento uniaxial como:

$$\sigma = \pm \frac{a}{c} + \left(b_0 \mp \frac{a}{c} \right) e^{\mp c(\varepsilon^p - \varepsilon_0^p)} \pm \sigma_y. \quad (2.16)$$

A relação entre a amplitude de tensão $\Delta\sigma/2$ e a amplitude de deformação plástica $\Delta\varepsilon^p/2$ pode ser obtida considerando-se uma história de carregamento cíclico estabilizado, na qual a deformação plástica varie entre os valores ε_-^p e ε_+^p , onde $\varepsilon_-^p = -\varepsilon_+^p$, enquanto a tensão cinemática varie respectivamente entre valores b_- e b_+ , onde $b_- = -b_+$. Assim, a partir da Eq. (2.15), chega-se a:

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{a}{c} \operatorname{tgh} \left(c \frac{\Delta\varepsilon^p}{2} \right) + \sigma_y. \quad (2.17)$$

2.2.2 Lei de encruamento de Chaboche

Chaboche et al. (1979) propuseram a superposição de vários modelos do tipo Armstrong-Frederick:

$$\boldsymbol{\beta} = \sum_{i=1}^m \boldsymbol{\beta}_i, \quad \dot{\boldsymbol{\beta}}_i = \frac{2}{3} a_i \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - c_i \dot{p} \boldsymbol{\beta}_i, \quad (2.18)$$

onde a_i e c_i , $i = 1, \dots, m$, são constantes materiais. Cada uma das variáveis $\boldsymbol{\beta}_i$ evolui independentemente com o mesmo tipo de lei não linear. Chaboche (1986) recomenda que a lei de evolução para um dos termos, $\boldsymbol{\beta}_m$, seja linear:

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}_m = \frac{2}{3} a_m \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p. \quad (2.19)$$

Neste estudo foram considerados dois termos não lineares da Eq. (2.18) e um termo linear. Assim, a evolução do tensor $\boldsymbol{\beta}$ de encruamento cinemático pode ser representada como:

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \dot{\boldsymbol{\beta}}_1 + \dot{\boldsymbol{\beta}}_2 + \dot{\boldsymbol{\beta}}_3, \quad (2.20)$$

onde

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\beta}}_1 &= \frac{2}{3} a_1 \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - c_1 \dot{p} \boldsymbol{\beta}_1, \\ \dot{\boldsymbol{\beta}}_2 &= \frac{2}{3} a_2 \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - c_2 \dot{p} \boldsymbol{\beta}_2, \\ \dot{\boldsymbol{\beta}}_3 &= \frac{2}{3} a_3 \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p. \end{aligned} \quad (2.21)$$

O multiplicador plástico pode ser obtido a partir da condição de persistência, da mesma forma que no modelo de Armstrong-Frederick, podendo ser calculado pela mesma Eq. (2.11). Entretanto, neste caso o módulo plástico h é expresso como:

$$h = \frac{2}{3}(a_1 + a_2 + a_3) - \sqrt{\frac{2}{3}}[c_1(\mathbf{N}:\boldsymbol{\beta}_1) + c_2(\mathbf{N}:\boldsymbol{\beta}_2)]. \quad (2.22)$$

A expressão para a evolução da tensão desviadora \mathbf{S} também é representada pela Eq. (2.13).

Realizando-se um procedimento idêntico ao mostrado na Seção 2.2.1, pode-se chegar à relação entre b e ε^p . Neste caso, tem-se:

$$\begin{aligned} b &= b_1 + b_2 + b_3 \\ b_1 &= \pm \frac{a_1}{c_1} + \left(b_{0_1} \mp \frac{a_1}{c_1}\right) e^{\mp c_1(\varepsilon^p - \varepsilon_0^p)}, \\ b_2 &= \pm \frac{a_2}{c_2} + \left(b_{0_2} \mp \frac{a_2}{c_2}\right) e^{\mp c_2(\varepsilon^p - \varepsilon_0^p)}, \\ b_3 &= b_{0_3} + a_3(\varepsilon^p - \varepsilon_0^p) \end{aligned} \quad (2.23)$$

onde os sinais \pm e \mp devem ser adotados em função de $\Delta\varepsilon^p = \varepsilon^p - \varepsilon_0^p$.

A partir da Eq. (2.23) e da relação $|\sigma - b| = \sigma_y$, é possível se calcular a tensão σ em função da deformação plástica ε^p sob condições de carregamento uniaxial, como:

$$\sigma = b_1 + b_2 + b_3 \pm \sigma_y. \quad (2.24)$$

A relação entre a amplitude de tensão $\Delta\sigma/2$ e a amplitude de deformação plástica $\Delta\varepsilon^p/2$ pode ser obtida considerando-se uma história de carregamento cíclico estabilizado, na qual a deformação plástica varie entre os valores ε_-^p e ε_+^p , onde $\varepsilon_-^p = -\varepsilon_+^p$, enquanto a tensão cinemática varie respectivamente entre valores b_- e b_+ , onde $b_- = -b_+$. Assim, a partir da Eq. (2.23), chega-se a:

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{a_1}{c_1} \operatorname{tgh}\left(c_1 \frac{\Delta\varepsilon^p}{2}\right) + \frac{a_2}{c_2} \operatorname{tgh}\left(c_2 \frac{\Delta\varepsilon^p}{2}\right) + a_3 \frac{\Delta\varepsilon^p}{2} + \sigma_y. \quad (2.25)$$

2.3 O MODELO CONSTITUTIVO

Em resumo, o modelo para o comportamento elasto-plástico associativo, com superfícies de Mises e encruamento cinemático não linear de Chaboche, pode ser expresso pelas relações:

i. Decomposição aditiva da deformação:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p.$$

ii. Relação tensão-deformação elástica:

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}^e,$$

$$\mathbf{S} = \mu \boldsymbol{\varepsilon}^e.$$

iii. Domínio elástico:

$$f = \|\mathbf{S} - \boldsymbol{\beta}\| - \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_y \leq 0.$$

iv. Lei de escoamento plástico (plasticidade associativa):

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma} \frac{\mathbf{S} - \boldsymbol{\beta}}{\|\mathbf{S} - \boldsymbol{\beta}\|},$$

$$\dot{\gamma} = \frac{2G}{(2G + h)} (\mathbf{N} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}),$$

$$h = \frac{2}{3} (a_1 + a_2 + a_3) - \sqrt{\frac{2}{3}} [c_1 (\mathbf{N} : \boldsymbol{\beta}_1) + c_2 (\mathbf{N} : \boldsymbol{\beta}_2)].$$

v. Evolução da tensão: se há evolução da deformação plástica, então:

$$\dot{\mathbf{S}} = 2G \left[\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{2G}{(2G + h)} (\mathbf{N} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \mathbf{N} \right].$$

vi. Lei de encruamento cinemático de Chaboche:

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \dot{\boldsymbol{\beta}}_1 + \dot{\boldsymbol{\beta}}_2 + \dot{\boldsymbol{\beta}}_3,$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}_1 = \frac{2}{3} a_1 \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - c_1 \dot{\boldsymbol{\beta}}_1,$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}_2 = \frac{2}{3} a_2 \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - c_2 \dot{\boldsymbol{\beta}}_2,$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}_3 = \frac{2}{3} a_3 \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p.$$

vii. Condição de complementaridade de Kuhn-Tucker:

$$\dot{\gamma} \geq 0, \quad f(\mathbf{S}, \boldsymbol{\beta}) \leq 0, \quad \dot{\gamma} f(\mathbf{S}, \boldsymbol{\beta}) = 0.$$

viii. Condição de persistência: Se $f = 0$, então:

$$\dot{\gamma} \geq 0, \quad \dot{f} \leq 0, \quad \dot{\gamma} \dot{f} = 0.$$

3. DISCRETIZAÇÃO E RESULTADOS PRELIMINARES

Neste capítulo, apresentam-se o algoritmo de integração do modelo de Chaboche, o procedimento utilizado para a identificação de parâmetros, resultados preliminares relacionados aos modelos de Armstrong-Frederick e de Chaboche e a discussão acerca desses resultados.

3.1 ALGORITMO DE INTEGRAÇÃO

O modelo de plasticidade com encruamento cinemático de Chaboche é integrado, neste estudo, por meio da regra de Euler explícito.

1. Estado tentativo

Inicialmente, admite-se tentativamente que o passo de integração seja elástico, isto é, sem evolução das variáveis de estado $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ e $\boldsymbol{\beta}$. Nestas condições:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial} &= \mathbb{C}(\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_n^p) \\ &= \mathbb{C}(\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_n + \boldsymbol{\varepsilon}_n - \boldsymbol{\varepsilon}_n^p) \\ &= \mathbb{C}\Delta\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\sigma}_n,\end{aligned}\tag{3.1}$$

$$\boldsymbol{S}_{n+1}^{trial} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial} - \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial}) \boldsymbol{I},\tag{3.2}$$

$$f_{n+1}^{trial} = \|\boldsymbol{S}_{n+1}^{trial} - \boldsymbol{\beta}_n\| - \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_y.\tag{3.3}$$

2. Passo elástico

Se $f_{n+1}^{trial} \leq 0$, então o passo é efetivamente elástico e, portanto:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial},\tag{3.4}$$

$$\boldsymbol{\beta}_{n+1} = \boldsymbol{\beta}_n.\tag{3.5}$$

3. Passo plástico

Caso contrário, o passo é plástico. O incremento de tensão desviadora é dado pela discretização da Eq. (2.13):

$$\Delta\boldsymbol{S} = 2G \left[\Delta\boldsymbol{e} - \frac{2G}{2G + h} (\Delta\boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{N}_n) \boldsymbol{N}_n \right],\tag{3.6}$$

$$h = \frac{2}{3} (a_1 + a_2 + a_3) - \sqrt{\frac{2}{3}} [c_1 (\boldsymbol{N}_n : \boldsymbol{\beta}_1) + c_2 (\boldsymbol{N}_n : \boldsymbol{\beta}_2)],\tag{3.7}$$

$$\mathbf{S}_{n+1} = \mathbf{S}_n + \Delta \mathbf{S}, \quad (3.8)$$

onde

$$\Delta \mathbf{e} = \Delta \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{3} \text{tr}(\Delta \boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I}, \quad \mathbf{N}_n = \frac{\mathbf{S}_n - \boldsymbol{\beta}_n}{\mathbf{S}_n - \boldsymbol{\beta}_n}. \quad (3.9)$$

A atualização da variável de encruamento $\boldsymbol{\beta}$ pode ser obtida considerando-se a versão discretizada da Eq. (2.20):

$$\Delta \boldsymbol{\beta} = \Delta \gamma \left(\frac{2}{3} (a_1 + a_2 + a_3) \mathbf{N}_n - \sqrt{\frac{2}{3}} [c_1 (\mathbf{N}_n : \boldsymbol{\beta}_1) + c_2 (\mathbf{N}_n : \boldsymbol{\beta}_2)] \right), \quad (3.10)$$

onde

$$\Delta \gamma = \frac{2G}{2G + h} (\Delta \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{N}_n). \quad (3.11)$$

Entretanto, o esquema explícito de evolução do tensor de encruamento cinemático descrito na Eq. (3.10) pode não satisfazer de maneira exata a condição de consistência $f_{n+1} = 0$. Um procedimento alternativo impõe tal condição como:

$$\|\mathbf{S}_{n+1} - (\boldsymbol{\beta}_n + \xi \mathbf{Y}_n)\|^2 - \frac{2}{3} \sigma_y^2 = 0, \quad (3.12)$$

onde $\xi > 0$ e

$$\mathbf{Y}_n = \frac{\Delta \boldsymbol{\beta}}{\|\Delta \boldsymbol{\beta}\|} \quad (3.13)$$

é a direção de evolução de $\boldsymbol{\beta}$. O desenvolvimento da Eq. (3.12) fornece:

$$\|\mathbf{S}_{n+1} - \boldsymbol{\beta}_n\|^2 + \|\mathbf{Y}_n\|^2 \xi^2 - 2(\mathbf{S}_{n+1} - \boldsymbol{\beta}_n) : \mathbf{Y}_n \xi - \frac{2}{3} \sigma_y^2 = 0 \quad (3.14)$$

ou

$$\xi^2 - 2b\xi + c = 0, \quad (3.15)$$

onde

$$\begin{aligned} b &= (\mathbf{S}_{n+1} - \boldsymbol{\beta}_n) : \mathbf{Y}_n, \\ c &= \|\mathbf{S}_{n+1} - \boldsymbol{\beta}_n\|^2 - \frac{2}{3} \sigma_y^2. \end{aligned} \quad (3.16)$$

A menor raiz da Eq. (3.15) é calculada como:

$$\xi = b - \sqrt{b^2 - c}. \quad (3.17)$$

3.2 CARREGAMENTOS AXIAIS TORCIONAIS

Em histórias de carregamento axiais-torcionais, as deformações prescritas exigem, além dos componentes $\varepsilon_x(t)$ e $\varepsilon_{xy}(t)$, o conhecimento das histórias de deformação $\varepsilon_y(t) = \varepsilon_z(t)$. Sendo assim, mostra-se a seguir o procedimento necessário para se obter essas histórias para o contexto dos modelos de Armstrong-Frederick e de Chaboche.

1. Taxas de deformação elástica

As taxas de deformação elástica nas direções y e z são dadas por:

$$\dot{\varepsilon}_y^e = \dot{\varepsilon}_z^e = -\nu \dot{\varepsilon}_x^e = -\nu(\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_x^p). \quad (3.18)$$

2. Taxas de deformação plástica

A partir das Eqs. (2.5) e (2.11), tem-se:

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{2G}{2G + h} (\dot{\varepsilon} : \mathbf{N}) \mathbf{N}. \quad (3.19)$$

Para histórias normais-cisalhantes, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} : \mathbf{N} &= \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_x & \dot{\varepsilon}_{xy} & 0 \\ \dot{\varepsilon}_{xy} & \dot{\varepsilon}_y & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\varepsilon}_y \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} N_x & N_{xy} & 0 \\ N_{xy} & -\frac{N_x}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{N_x}{2} \end{pmatrix} \\ &= (\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_y) N_x + 2\dot{\varepsilon}_{xy} N_{xy}, \end{aligned} \quad (3.20)$$

de modo que:

$$\dot{\varepsilon}_x^p = \frac{2G}{2G + h} [(\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_y) N_x + 2\dot{\varepsilon}_{xy} N_{xy}] N_x, \quad (3.21)$$

$$\dot{\varepsilon}_y^p = \dot{\varepsilon}_z^p = -\frac{1}{2} \frac{2G}{2G + h} [(\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_y) N_x + 2\dot{\varepsilon}_{xy} N_{xy}] N_x = -\frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_x^p. \quad (3.22)$$

3. Taxas de deformação total

As taxas de deformação total nas direções y e z podem ser calculadas a partir das Eqs. (3.18), (3.21) e (3.22):

$$\begin{aligned}
 \dot{\varepsilon}_y &= \dot{\varepsilon}_y^e + \dot{\varepsilon}_y^p \\
 &= -\nu(\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_x^p) - \frac{1}{2}\dot{\varepsilon}_x^p \\
 &= -\nu\dot{\varepsilon}_x - \left(\frac{1}{2} - \nu\right)\dot{\varepsilon}_x^p \\
 &= -\nu\dot{\varepsilon}_x - \left(\frac{1}{2} - \nu\right)\frac{2G}{2G + h} [(\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_y)N_x + 2\dot{\varepsilon}_{xy}N_{xy}N_x],
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

ou seja:

$$\dot{\varepsilon}_y = -\theta [(\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_y)N_x + 2\dot{\varepsilon}_{xy}N_{xy}]N_x, \tag{3.24}$$

onde

$$\theta = \left(\nu - \frac{1}{2}\right)\frac{2G}{2G + h}. \tag{3.25}$$

O agrupamento dos termos $\dot{\varepsilon}_y$ na Eq. (3.23) fornece:

$$(1 - \theta N_x^2)\dot{\varepsilon}_y = -(\nu + \theta N_x^2)\dot{\varepsilon}_x - 2\theta N_x N_{xy}\dot{\varepsilon}_{xy}, \tag{3.26}$$

de modo que, sob evolução da deformação plástica, tem-se:

$$\dot{\varepsilon}_y = \dot{\varepsilon}_z = \frac{-\nu + \theta N_x^2}{1 + \theta N_x^2}\dot{\varepsilon}_x + \frac{2\theta N_x N_{xy}}{1 + \theta N_x^2}\dot{\varepsilon}_{xy}. \tag{3.27}$$

3.3 IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

Para obter os parâmetros materiais necessários à simulação dos modelos de Armstrong-Frederick (a , c e σ_y) e de Chaboche (a_1 , a_2 , a_3 , c_1 , c_2 e σ_y), foram realizados ajustes entre as curvas, a partir da função “*nlinfit*” do Matlab, que relacionam a amplitude de tensão e a amplitude de deformação plástica para cada um dos modelos, Eqs. (2.17) e (2.24) respectivamente, e a curva da relação de Ramberg-Osgood (1943), que pode ser expressa por:

$$\varepsilon_a^p = \left(\frac{\sigma_a}{H'}\right)^{\frac{1}{n'}}, \tag{3.28}$$

onde H' e n' são conhecidos como coeficiente e expoente de encruamento cíclico do material. A Fig. 3.1 ilustra as curvas de Ramberg-Osgood e dos modelos com os parâmetros identificados para o aço S460N, considerando-se amplitudes de deformação plástica entre 0,05% e 0,4%, de modo a contemplar as amplitudes consideradas nos experimentos relatados na literatura e nas simulações numéricas realizadas no presente estudo. Nesta figura, a curva de Ramberg-Osgood encontra-se exatamente abaixo da curva relacionada ao modelo de Chaboche.

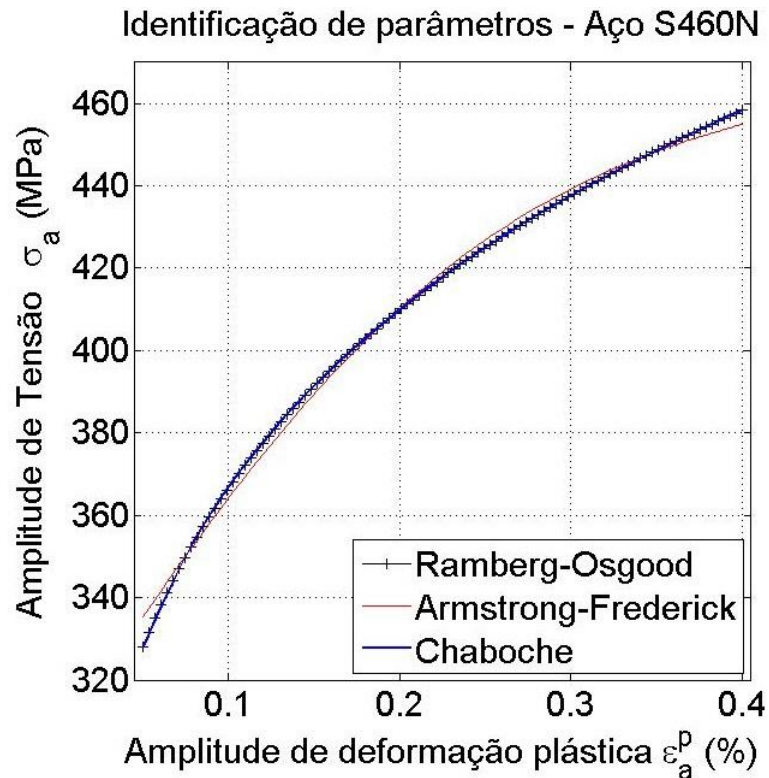


Figura 3.1 – Identificação dos parâmetros relacionados ao modelo de Armstrong-Frederick e Chaboche para o aço S460N.

Os parâmetros dos materiais relatados na literatura, assim como os parâmetros correspondentes aos modelos de Armstrong-Frederick e de Chaboche, são listados na Tabela 3.1. São considerados o aço 304 (Itoh, 2001), o aço S460N (Jiang et al., 2007) e o aço SAE 1045HR (Leese & Morrow, 1985).

Tabela 3.1 - Parâmetros materiais.

	304	S460N	1045HR
H' (MPa)	2443,2	1115	1258

n'	0,334	0,161	0,208
E (GPa)	193	208,5	202
ν	0,29	0,3	0,3
a (MPa)	82636	62837	65300
c	319,5	378,6	362,4
σ_y^{AF} (MPa)	160,2	304,3	234
a_1 (MPa)	89382	38178	87559
a_2 (MPa)	46742	90521	39124
a_3 (MPa)	28087	15903	17917
c_1	1547,4	486	1612,5
c_2	454,2	1637,3	477,2
σ_y^{CH} (MPa)	118,1	264,1	194,6

3.4 RESULTADOS NUMÉRICOS PRELIMINARES

Os resultados apresentados nesta seção têm como objetivo avaliar como os modelos de Armstrong-Frederick e de Chaboche descrevem o encruamento cinemático sob condições de carregamentos proporcionais e não proporcionais.

3.4.1 Simulação de carregamentos uniaxiais

Apresentam-se, inicialmente, os resultados de simulações uniaxiais cíclicas para tração pura e torção pura. As primeiras são comparadas com a curva de Ramberg-Osgood para carregamento cíclico de tração, expressa por:

$$\varepsilon_{x a} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{H'}\right)^{\frac{1}{n'}}. \quad (3.29)$$

Os resultados para torção pura são comparados com a curva da relação de Ramberg-Osgood para torção, que é dada por:

$$\varepsilon_{xy a} = (1 + \nu) \frac{\tau_a}{E} + 1,5 \left(3^{\frac{(1-n')}{2n'}}\right) \left(\frac{\tau_a}{H'}\right)^{\frac{1}{n'}}. \quad (3.30)$$

A Fig. 3.2 ilustra os laços de histerese, ou ciclos estabilizados, gerados pelos modelos de encruamento cinemático estudados para uma história de deformação do tipo tração-compressão alternada e amplitude de deformação prescrita de 0,25% (ciclo interno) e 0,4% (ciclo externo), para o aço 304. A Fig. 3.3 ilustra os mesmos laços de histerese, mas agora para um caso de torção pura completamente alternada com as mesmas amplitudes de deformação prescrita. Em todas as simulações ilustradas neste trabalho, uma discretização bastante refinada de 6400 passos por ciclo foi considerada, de modo a garantir a qualidade dos resultados em todas as situações consideradas. Entretanto, nos casos considerados, discretizações mais grosseiras também foram capazes de fornecer resultados bastante satisfatórios. Neste estudo, as implementações computacionais dos modelos e as simulações foram realizadas no software Matlab.

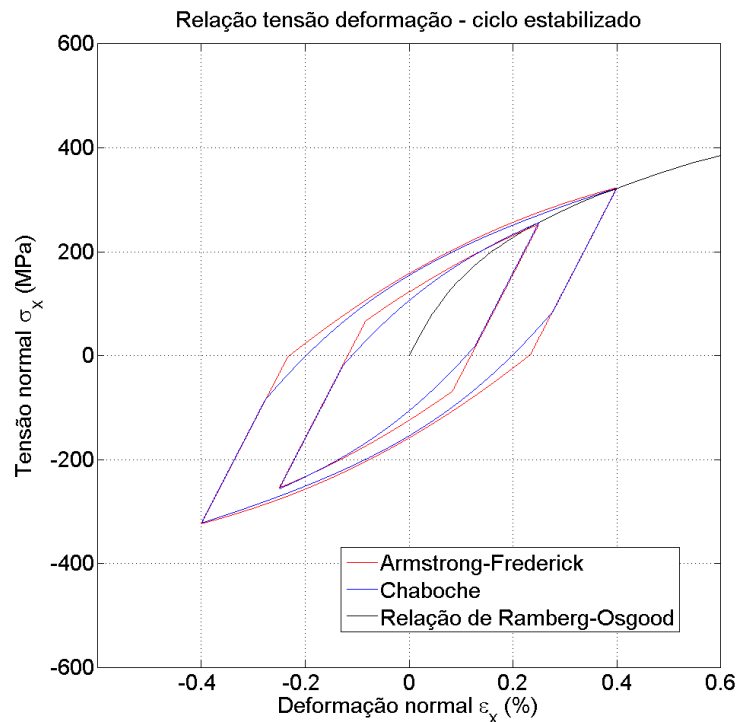


Figura 3.2 – Laços de histerese gerados pelos modelos estudados e curva da relação de Ramberg-Osgood cíclica para o aço 304, com história de deformação tração-compressão completamente alternada e amplitude de 0,25% (interna) e 0,4% (externa).

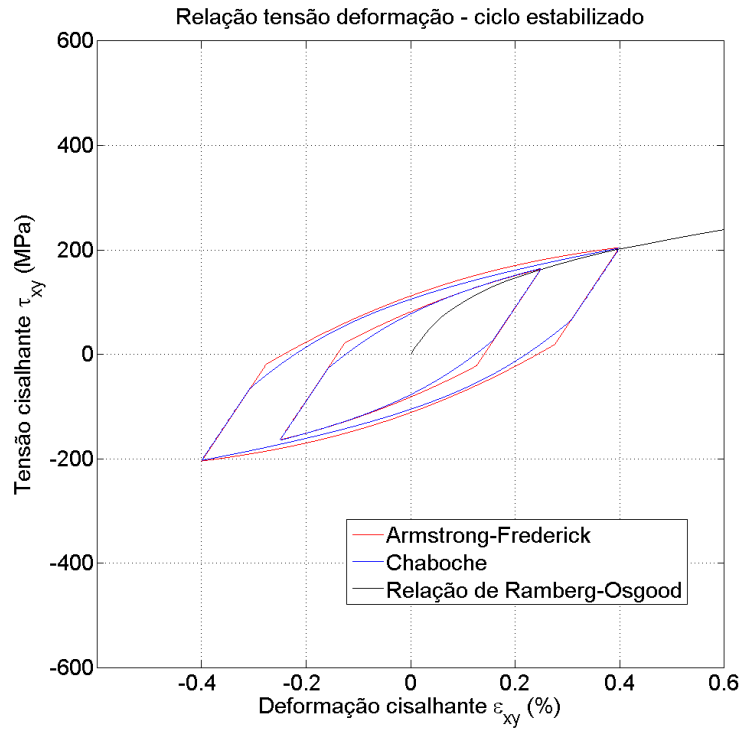


Figura 3.3 – Laços de histerese gerados pelos modelos estudados e curva da relação de Ramberg-Osgood cíclica de cisalhamento puro para o aço 304, com história de deformação ε_{xy} completamente alternada e amplitude de 0,25% (interna) e 0,4% (externa).

Comparam-se também os ciclos estabilizados resultantes da simulação dos modelos estudados ao laço de histerese calculado a partir da regra de Masing (1926), que pode ser expressa por:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2 \left(\frac{\Delta\sigma}{2H'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (3.31)$$

A Fig. 3.4 apresenta os laços de histerese produzidos pelos modelos de encruamento cinemático e pela regra de Masing para uma história de deformação tração-compressão cíclica completamente alternada com amplitude de deformação normal igual a 0,4%.

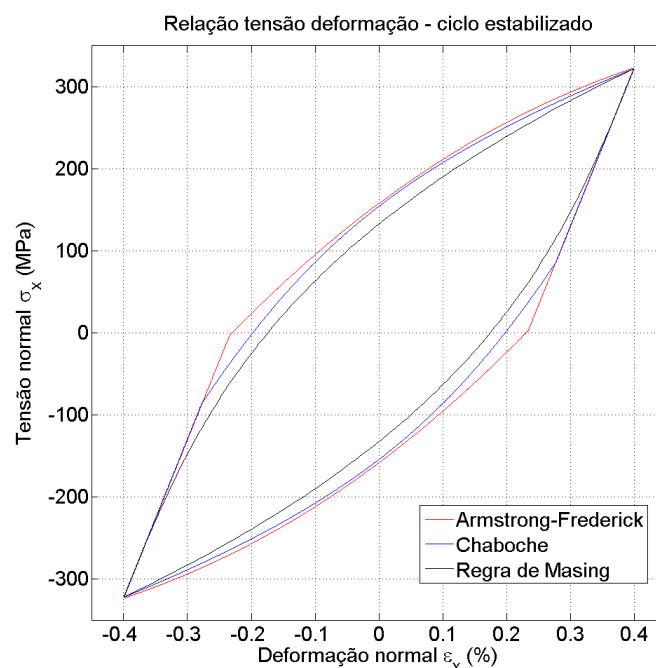


Figura 3.4 – Laços de histerese gerados pelos modelos estudados e pela regra de Masing para o aço 304, com história de deformação tração-compressão completamente alternada e amplitude de 0,4%.

3.4.2 Simulações de carregamentos multiaxiais

Nesta Seção, apresentam-se diversos resultados para carregamentos multiaxiais não proporcionais, com o objetivo de determinar a capacidade dos modelos estudados em descrever o comportamento elastoplástico sob esse tipo de solicitações.

Primeiramente, são mostrados resultados de simulações dos modelos de Armstrong-Frederick e de Chaboche, sob carregamentos uniaxiais e multiaxiais – proporcionais e não proporcionais – com mesmas amplitudes de deformação, como mostrado na Fig. 3.5. Mais especificamente, foram considerados carregamentos uniaxiais do tipo tração-compressão (A), uniaxiais do tipo cisalhamento puro (B) e multiaxiais proporcionais (C), além das trajetórias de tensão geradas a partir de carregamentos multiaxiais não proporcionais com trajetória retangular (D). As trajetórias de tensão resultantes são apresentadas nas Figs. 3.6 a 3.9 para os aços 304 (Itoh, 2001) e S460N (Jiang et al., 2007) e as amplitudes correspondentes são listadas na Tabela 3.2.

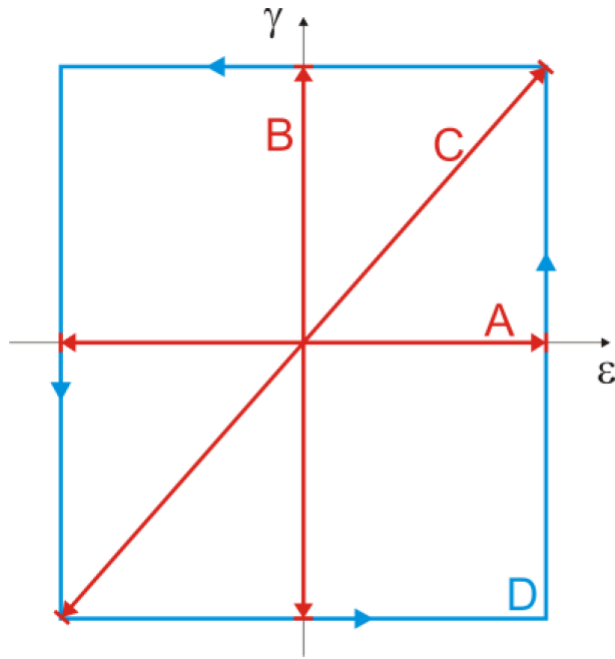


Figura 3.5 – Histórias de deformação consideradas nas simulações.

Tabela 3.2 – Amplitudes de deformação prescritas, de tensão medidas experimentalmente e estimadas pelos modelos de Armstrong-Frederick e Chaboche.

Material	Caso	ϵ_a (%)	γ_a (%)	σ_a^{exp} (MPa)	τ_a^{exp} (MPa)	σ_a^{AF} (MPa)	τ_a^{AF} (MPa)	σ_a^{CH} (MPa)	τ_a^{CH} (MPa)
Aço 304	A	0,4	0	315	0	326,6	0	323,0	0
	B	0	0,695	-	-	0	194,4	0	191,7
	C	0,4	0,695	295	125	264,8	157,5	264,0	158,2
	D	0,4	0,695	530	277,5	366,0	214,0	333,4	196,7
Aço S460N	A	0,173	0	-	-	317,2	0	303,0	0
	B	0	0,3	-	-	0	189,2	0	184,2
	C	0,173	0,3	244,2	147,3	243,1	151,4	243,6	152,1
	D	0,173	0,3	361,8	227,2	325,5	193,6	322,8	192,5

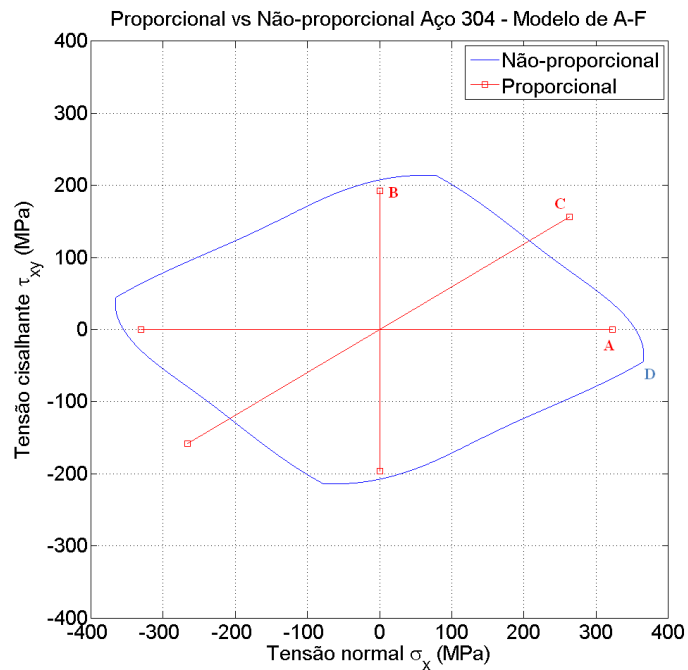


Figura 3.6 – Amplitudes de tensão resultantes de simulação de carregamento uniaxial e multiaxial proporcional (A, B e C) e resposta em tensão da simulação de carregamento não proporcional (D), produzidas pelo modelo de Armstrong-Frederick para o aço 304 com amplitudes de deformação $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$.

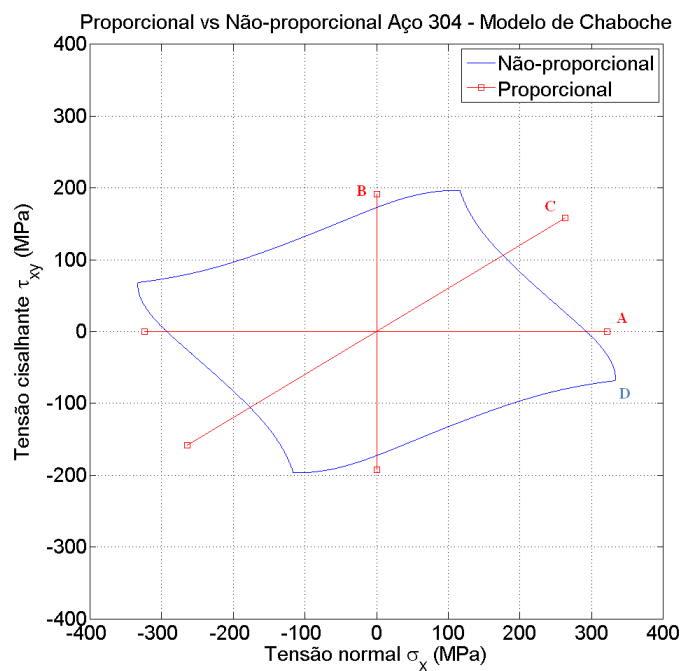


Figura 3.7 – Amplitudes de tensão resultantes de simulação de carregamento uniaxial e multiaxial proporcional (A, B e C) e resposta em tensão da simulação de carregamento não proporcional (D), produzidas pelo modelo de Chaboche para o aço 304 com amplitudes de deformação $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$.

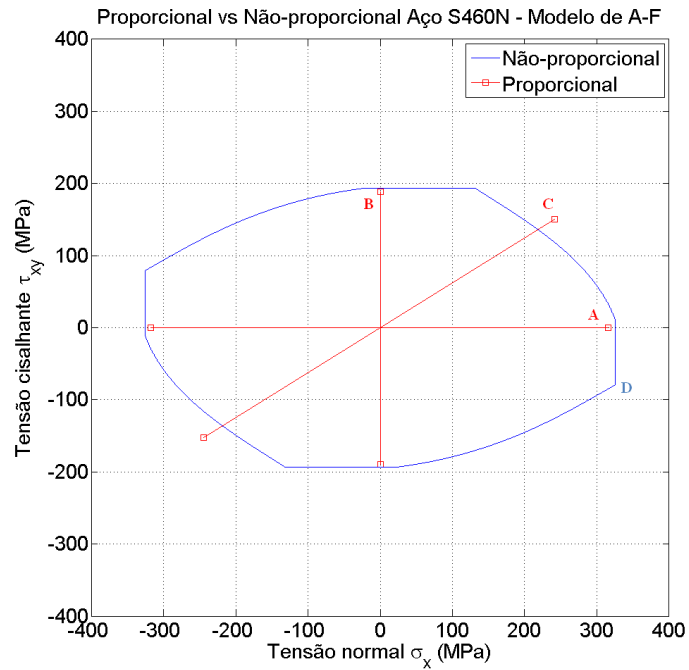


Figura 3.8 – Amplitudes de tensão resultantes de simulação de carregamento uniaxial e multiaxial proporcional (A, B e C) e resposta em tensão da simulação de carregamento não proporcional (D), produzidas pelo modelo de Armstrong-Frederick para o aço S460N com amplitudes de deformação $\epsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$.

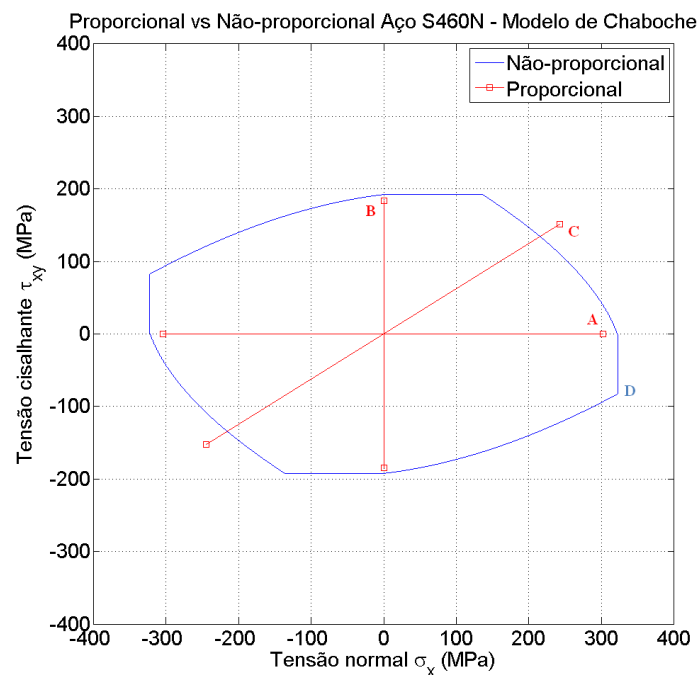


Figura 3.9 – Amplitudes de tensão resultantes de simulação de carregamento uniaxial e multiaxial proporcional (A, B e C) e resposta em tensão da simulação de carregamento não proporcional (D), produzidas pelo modelo de Chaboche para o aço S460N com amplitudes de deformação $\epsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$.

A Tabela 3.3 lista as amplitudes de deformação prescritas nas simulações com trajetórias não proporcionais retangulares e elíptica, as amplitudes de tensão obtidas experimentalmente e as amplitudes de tensão resultantes das simulações do modelos de encruamento cinemático. As Figs. 3.10 a 3.12 ilustram as trajetórias dos ciclos estabilizados para cada uma dessas simulações, além de indicar as amplitudes de tensão experimentais.

A simulação da Fig. 3.11 foi realizada em função das amplitude de deformação obtidas a partir de uma figura no trabalho de Fatemi (1998), e não das amplitudes mencionadas por ele, pois observou-se uma diferença considerável entre elas.

Tabela 3.3 – Amplitudes de deformação prescritas, amplitudes de tensão medidas experimentalmente e estimadas pelos modelos de Armstrong-Frederick e Chaboche.

Material		304	1045HR	S460N
Referência		Itoh,2001	Fatemi, 1988	Jiang et al., 2007
Trajetória		Retangular	Retangular	Elíptica
Deformação	ε_a (%)	0,4	0,13	0,404
	γ_a (%)	0,695	0,34	0,7
Experimental	σ_a (MPa)	530	286,8	480,9
	τ_a (MPa)	277,5	196,0	269,3
Armstrong-Frederick	σ_a (MPa)	366,0	250,6	408,4
	τ_a (MPa)	214,0	170,2	240,3
Chaboche	σ_a (MPa)	333,4	246,1	381,8
	τ_a (MPa)	196,7	169,5	225,2

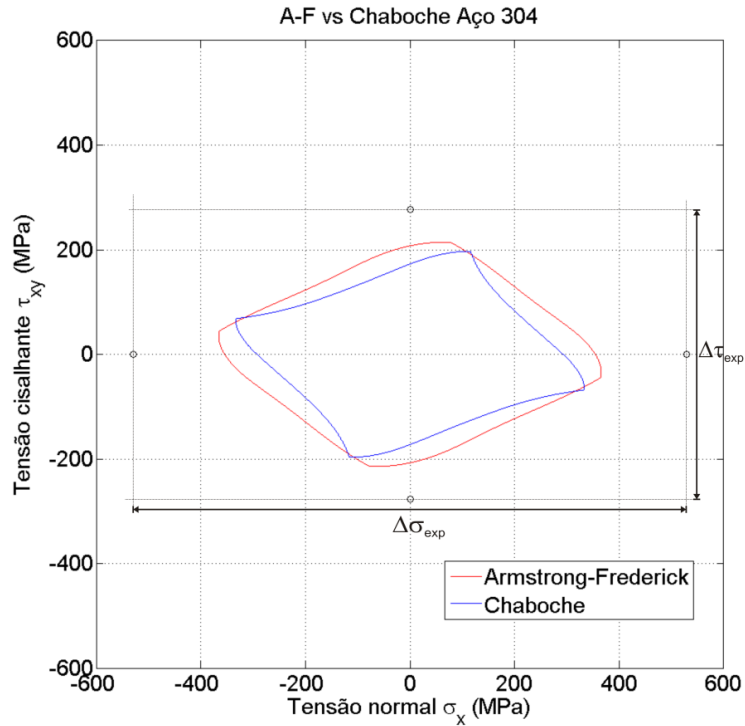


Figura 3.10 – Comparação entre amplitudes de tensão obtidas experimentalmente e ciclos estabilizados de tensão produzidos pelo modelo de Armstrong-Frederick e Chaboche para o aço 304 com amplitudes de deformação $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$.

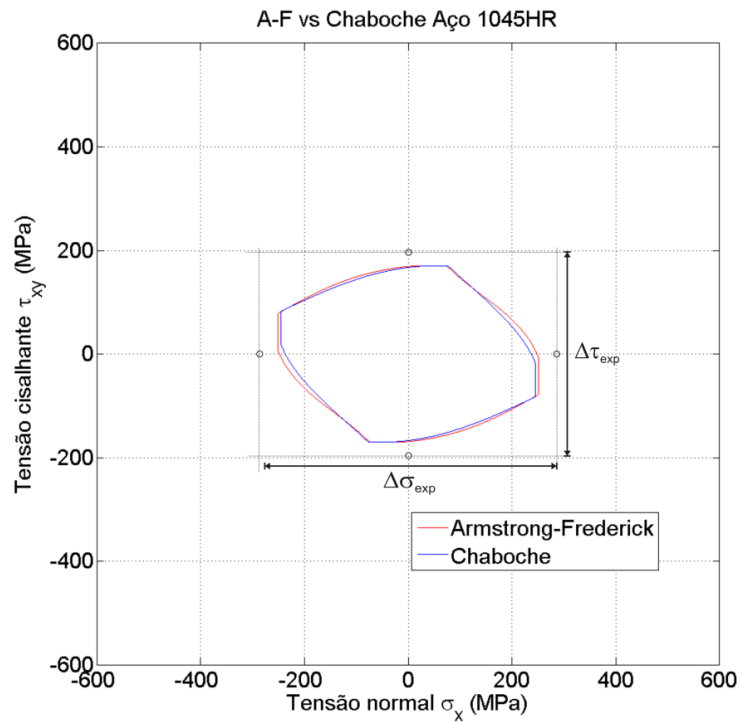


Figura 3.11 – Comparação entre amplitudes de tensão obtidas experimentalmente e ciclos estabilizados de tensão produzidos pelo modelo de Armstrong-Frederick e Chaboche para o aço 1045HR com amplitudes de deformação $\varepsilon_a = 0,13\%$ e $\gamma_a = 0,34\%$.

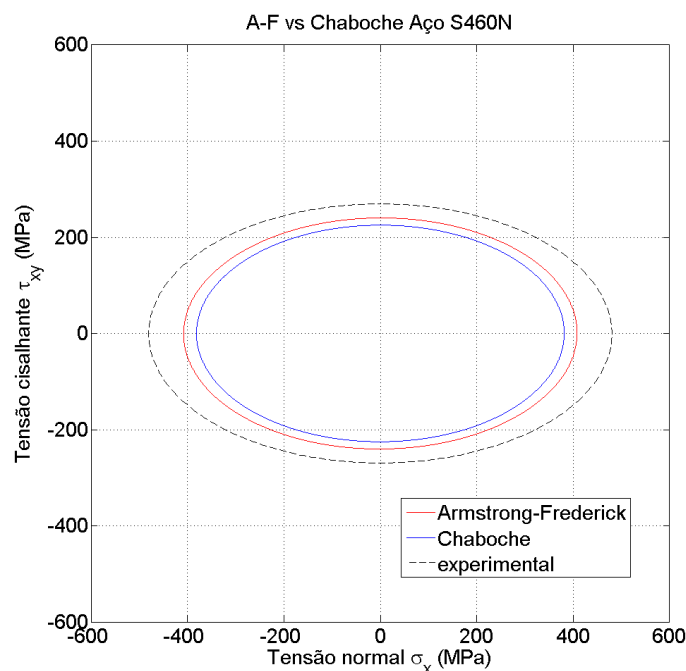


Figura 3.12 – Comparação entre amplitudes de tensão obtidas experimentalmente e ciclos estabilizados de tensão produzidos pelo modelo de Armstrong-Frederick e Chaboche para o aço S460N com amplitudes de deformação $\varepsilon_a = 0,404\%$ e $\gamma_a = 0,7\%$.

3.5 DISCUSSÃO

Esta Seção discute a capacidade dos modelos de Armstrong-Frederick e Chaboche de descreverem o comportamento elasto-plástico cíclico, sob solicitações uniaxiais, multiaxiais proporcionais e multiaxiais não proporcionais, a partir dos resultados apresentados na Seção anterior.

Na Subseção 3.3.1, onde as simulações de carregamentos uniaxiais são apresentadas, observa-se, nas Figs. 3.2 e 3.3, que as amplitudes de tensão resultantes dos modelos coincidem com a curva de Ramberg-Osgood, o que já era esperado, uma vez que a identificação dos parâmetros materiais foi realizada a partir dessa mesma curva. Na Fig. 3.4, observa-se que, apesar das amplitudes de tensão coincidirem em todos os casos, as trajetórias resultantes dos modelos de Armstrong-Frederick e Chaboche diferem daquela calculada pela regra de Masing.

Na Subseção 3.3.2, onde são apresentados os resultados das simulações de carregamento multiaxiais, nota-se que as amplitudes de tensão resultantes dos modelos de encruamento cinemático estudados, para carregamentos multiaxiais proporcionais, estão próximas das amplitudes observadas experimentalmente, o que não se observa em

diversas situações envolvendo carregamentos não proporcionais. Comparando-se as amplitudes de tensão das trajetórias C e D da Tabela 3.2, observa-se uma diferença significativa entre elas. Observa-se o mesmo comportamento para as trajetórias proporcional e retangular desta mesma tabela. Portanto, conclui-se que esses modelos exibem sensibilidade ao encruamento não proporcional, porém insuficiente para descrever os resultados observados experimentalmente (vide Fig. 3.10, por exemplo). Nas Figs. 3.10 a 3.12 e na Tabela 3.3, notam-se diferenças consideráveis entre as amplitudes de tensão resultantes das simulações e aquelas observadas experimentalmente, o que também indica a falta de sensibilidade destes modelos ao encruamento não proporcional.

Tendo como motivação estas observações, o Capítulo 4 apresenta o estudo de um parâmetro capaz de caracterizar a não proporcionalidade de uma história de carregamento elasto-plástico, visando introduzir no modelo de Chaboche uma sensibilidade ao encruamento não proporcional.

4. DESCRIÇÃO DA EVOLUÇÃO NÃO PROPORCIONAL DE DEFORMAÇÕES PLÁSTICAS

Neste capítulo, apresenta-se o parâmetro introduzido por Tanaka (1994) para a descrição da não proporcionalidade das deformações plásticas. Em seguida, propõe-se a introdução deste parâmetro no modelo de encruamento cinemático de Chaboche.

4.1. O PARÂMETRO DE TANAKA

Considera-se a representação do tensor tensão desviadora \mathbf{S} em um espaço vetorial de cinco dimensões:

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{3}{2}s_{11}, & S_2 &= \sqrt{3}\left(\frac{s_{11}}{2} + s_{22}\right), \\ S_3 &= \sqrt{3}s_{12}, & S_4 &= \sqrt{3}s_{23}, & S_5 &= \sqrt{3}s_{31}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Tanaka (1994) introduziu um tensor \mathbf{C} capaz de descrever a não proporcionalidade das deformações plásticas. A evolução de \mathbf{C} é expressa por:

$$\dot{\mathbf{C}} = C_c(n \otimes n - \mathbf{C})\dot{P}, \quad (4.2)$$

onde C_c é um parâmetro material caracterizando a sensibilidade do material ao carregamento não proporcional. Neste estudo utilizou-se o valor $C_c = 200$, sugerido por Tanaka. E n é a representação vetorial da direção de evolução da deformação plástica:

$$n = \frac{S - \beta}{\|S - \beta\|}, \quad (4.3)$$

onde S e β são, respectivamente, as representações vetoriais do tensor tensão desviadora e do tensor de encruamento cinemático no espaço vetorial desviador de dimensão cinco. Finalmente, \dot{P} representa a taxa de evolução da deformação plástica, e é expresso por:

$$\dot{P} = \|\dot{\epsilon}^p\|. \quad (4.4)$$

Usando-se a variável interna \mathbf{C} e a direção de evolução da deformação plástica n , pode-se definir o parâmetro de não proporcionalidade como:

$$A = \sqrt{1 - \frac{(\mathbf{C}n) : (\mathbf{C}n)}{\|\mathbf{C}\|^2}}. \quad (4.5)$$

Com o objetivo de examinar a evolução da variável interna, definida na Eq. (4.2), observa-se o comportamento de \mathbf{C} sob carregamentos típicos. Primeiramente, considera-se um carregamento do tipo tração-compressão, onde $n = n_1 = 1$. Integrando-se a Eq. (4.2) nesta situação, tem-se:

$$\begin{cases} C_{11} = 1 - e^{-C_c P}, \\ C_{ij} = 0 \text{ (para os demais termos)}. \end{cases} \quad (4.6)$$

Considera-se também o caso em que ciclos de cisalhamento, onde $n = n_3 = \pm 1$, são impostos após ciclos de tração-compressão. Neste caso, a integração da Eq. 4.2 resulta em:

$$\begin{cases} C_{11} = (e^{C_c P_0} - 1)e^{-C_c P}, \\ C_{33} = 1 - e^{-C_c(P-P_0)}, \\ C_{ij} = 0 \text{ (para os demais termos)}, \end{cases} \quad (4.7)$$

onde P_0 é o valor de P ao final dos ciclos de tração-compressão.

Por fim, carregamentos circulares são considerados. Neste caso, os vetores P e n são dados por:

$$P = \left(\frac{\Delta P}{2}\right) (\cos \theta n_1 + \sin \theta n_3), \quad (4.8)$$

$$n = -\sin \theta n_1 + \cos \theta n_3, \quad (4.9)$$

onde $\theta = P/(\Delta P/2)$. A solução para o ciclo estabilizado é expressa por:

$$\begin{cases} C_{11} = \frac{D^2 \sin^2 \theta - D \sin 2\theta + 2}{4 + D^2} \\ C_{33} = \frac{D^2 \cos^2 \theta + D \sin 2\theta + 2}{4 + D^2} \\ C_{13} = C_{31} = \frac{D \cos 2\theta - (D^2/2) \sin 2\theta}{4 + D^2} \\ C_{ij} = 0 \text{ (para os demais termos)} \end{cases}, \quad (4.10)$$

4.2. ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO PARÂMETRO DE TANAKA

Com o objetivo de estudar os comportamentos da variável interna \mathbf{C} e do parâmetro de não proporcionalidade A , foram simulados carregamentos a deformação

plástica prescrita de: (i) tração-compressão seguido de cisalhamento puro e (ii) carregamentos circulares, comparando-se os resultados com as soluções analíticas representadas pelas Eqs. 4.6, 4.7 e 4.10.

A Fig. 4.1 ilustra a história de deformação plástica imposta na primeira simulação (dois ciclos tração-compressão seguidos de dois ciclos de cisalhamento puro), enquanto a Fig. 4.2 apresenta a evolução da variável de estado \mathbf{C} ao longo deste carregamento. Os comportamentos de $C_{11analit}$ e $C_{33analit}$ são calculados a partir da Eq. 4.6 até uma deformação plástica acumulada de 0,5. Em seguida, estas variáveis são calculadas a partir da Eq. 4.7, enquanto C_{11num} e C_{33num} são calculados por meio da Eq. 4.2. A Fig. 4.3 ilustra o comportamento do parâmetro de Tanaka A ao longo do carregamento. Ambos os parâmetros A_{num} , resultante da simulação, e A_{analit} , associado à solução analítica, são calculados empregando-se a Eq. 4.5. Na primeira parte da simulação, ao longo dos ciclos de tração-compressão, observa-se que a componente C_{11} da variável de estado \mathbf{C} evolui de zero ao valor assintótico unitário. Enquanto C_{11} evolui – as demais componentes permanecendo iguais a zero – o parâmetro de não proporcionalidade A mantém-se igual a zero, indicando carregamento proporcional. Quando ocorre a transição dos ciclos de tração-compressão para ciclos de cisalhamento puro, nota-se que a componente C_{11} decai do valor unitário para zero, enquanto a componente C_{33} evolui de zero para um. Neste momento, em que essas componentes evoluem em sentidos opostos, o parâmetro de Tanaka A apresenta um salto de zero para um, caracterizando a não proporcionalidade do carregamento. Em seguida, o parâmetro A decai rapidamente para o valor zero, de maneira consistente com o fato de que o carregamento da segunda etapa é proporcional.

As Figs. 4.4 a 4.8 ilustram o mesmo tipo de análise realizada acima, mas, nesse caso, para carregamento circular. A Fig. 4.4 apresenta a trajetória de deformação plástica imposta na simulação. As Figs. 4.5 a 4.7 ilustram o comportamento das componentes de \mathbf{C} referentes a esta trajetória, comparando a trajetória obtida numericamente com a solução analítica estabilizada representada pela Eq. 4.10. A Fig. 4.8 apresenta a evolução do parâmetro de Tanaka A , obtida a partir das soluções numérica e analítica. Neste exemplo, o parâmetro de Tanaka evolui como consequência do carregamento não proporcional, tendendo a um valor constante à medida que as componentes da variável de estado \mathbf{C} se estabilizam. Isso indica que o parâmetro de não

proporcionalidade é sensível à mudança na direção da trajetória. Isto é, no caso circular, em que a variação da trajetória é constante, o parâmetro tende a um número específico.

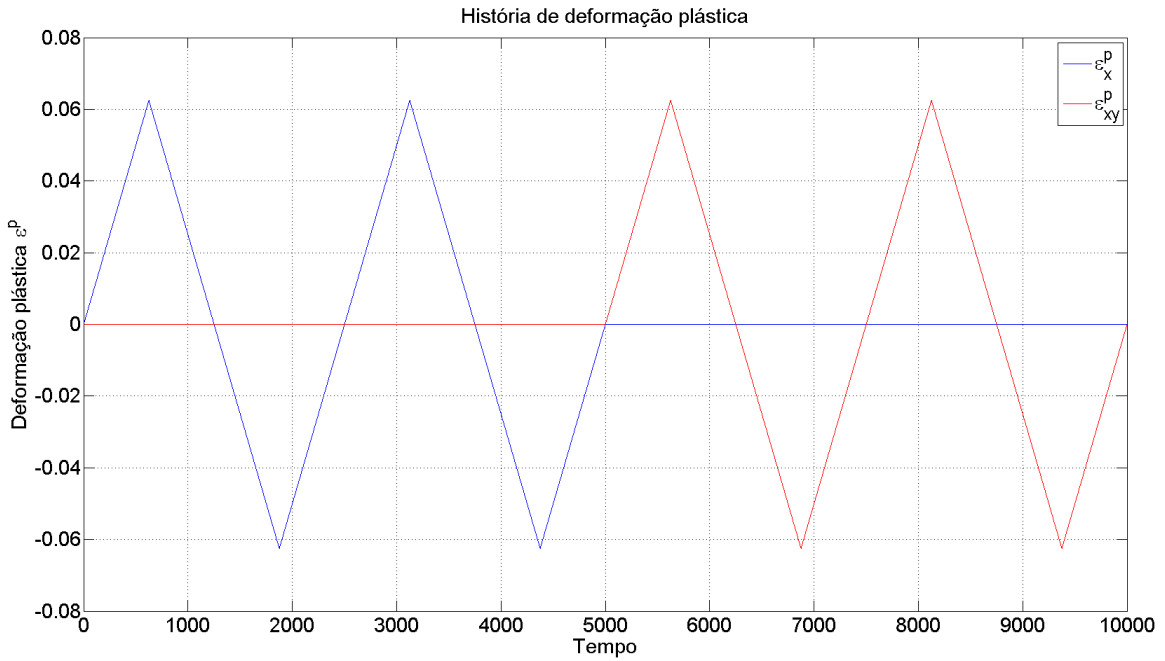


Figura 4.1 - História de deformação plástica prescrita em simulação de carregamento do tipo tração-compressão, seguido de cisalhamento puro.

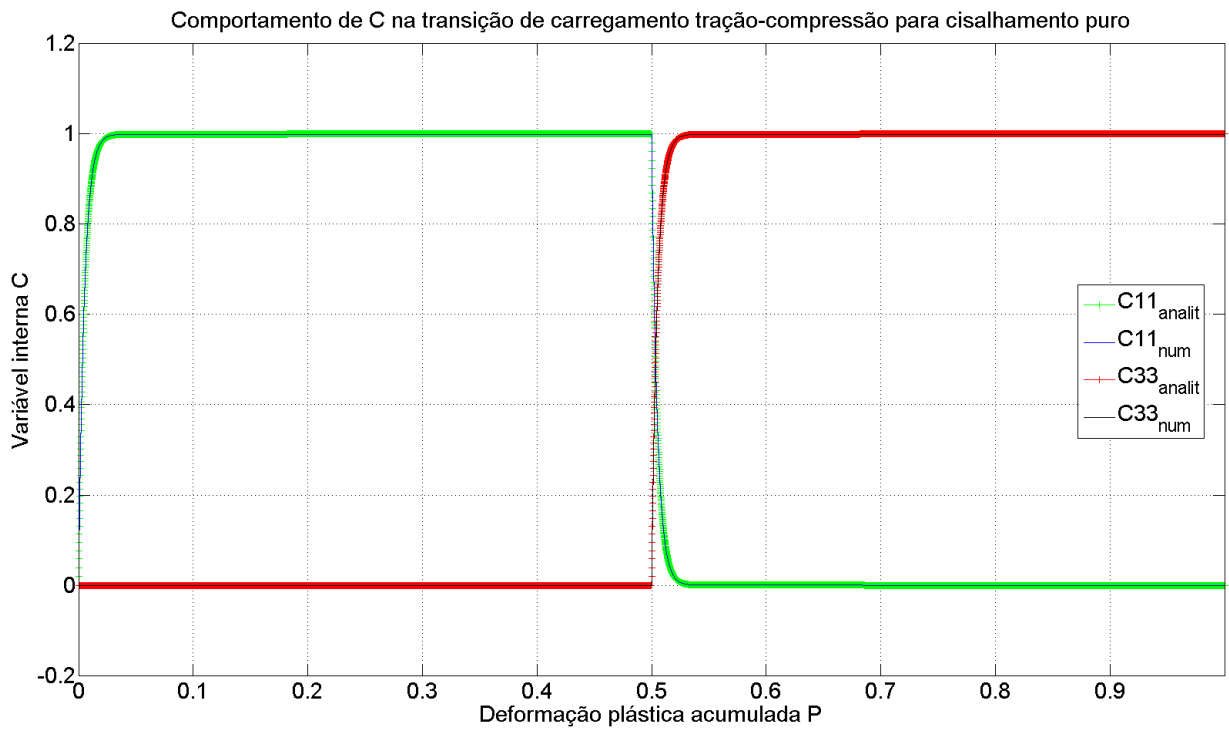


Figura 4.2 – Comportamento de duas componentes da variável interna C , calculadas analiticamente e numericamente.

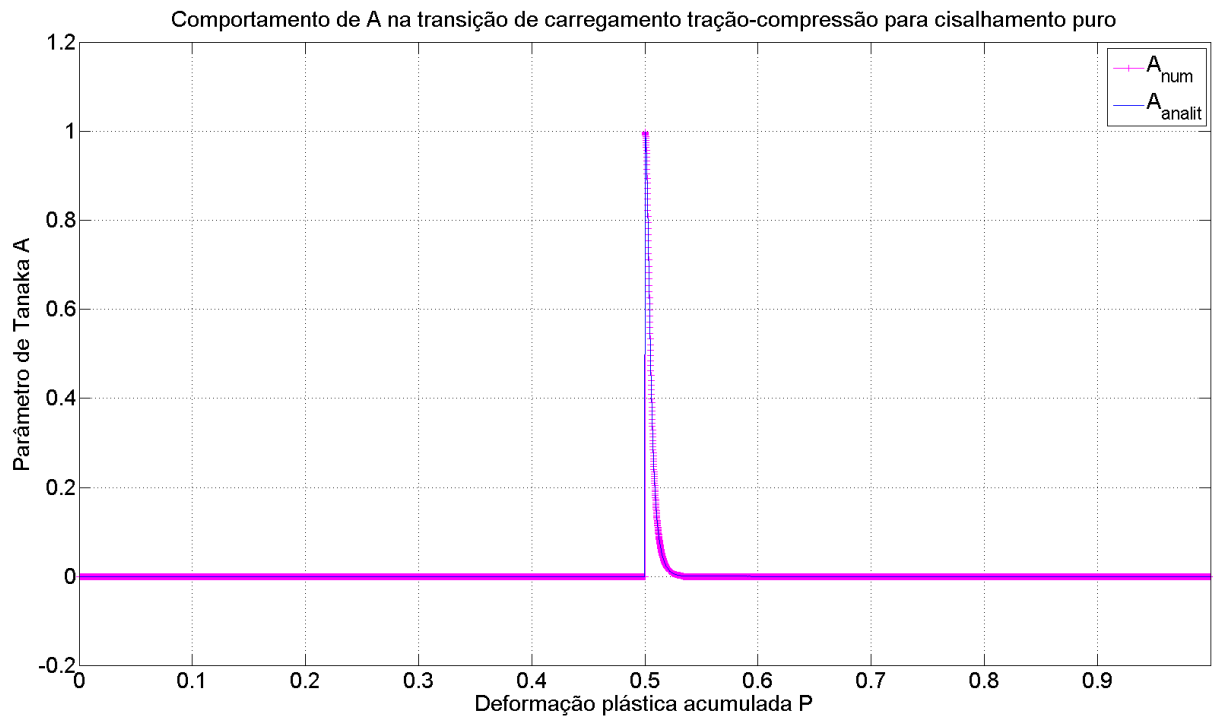


Figura 4.3 – Comportamento do parâmetro de Tanaka A, calculado analiticamente e numericamente.

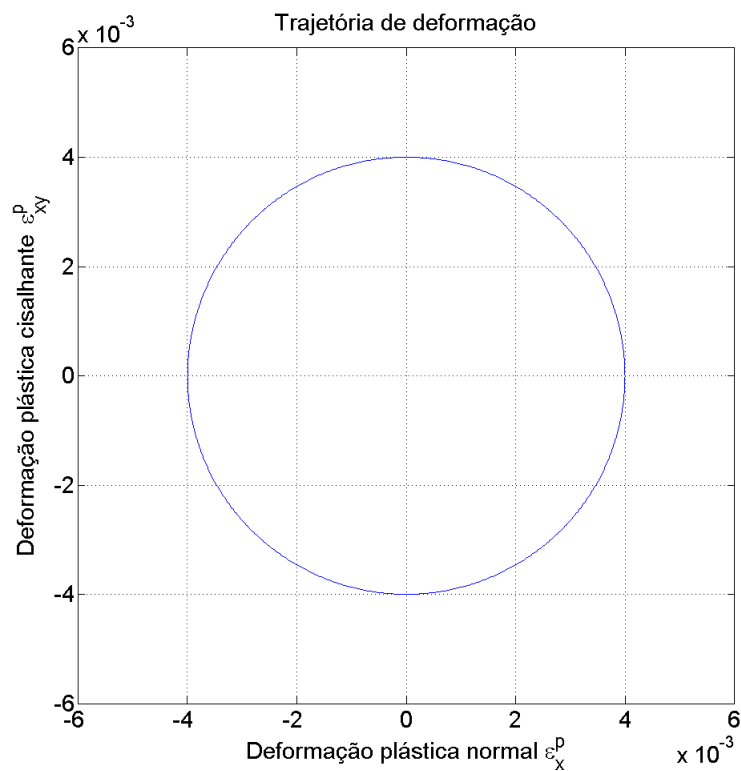


Figura 4.4 – Trajetória de deformação plástica imposta na simulação de carregamento circular.

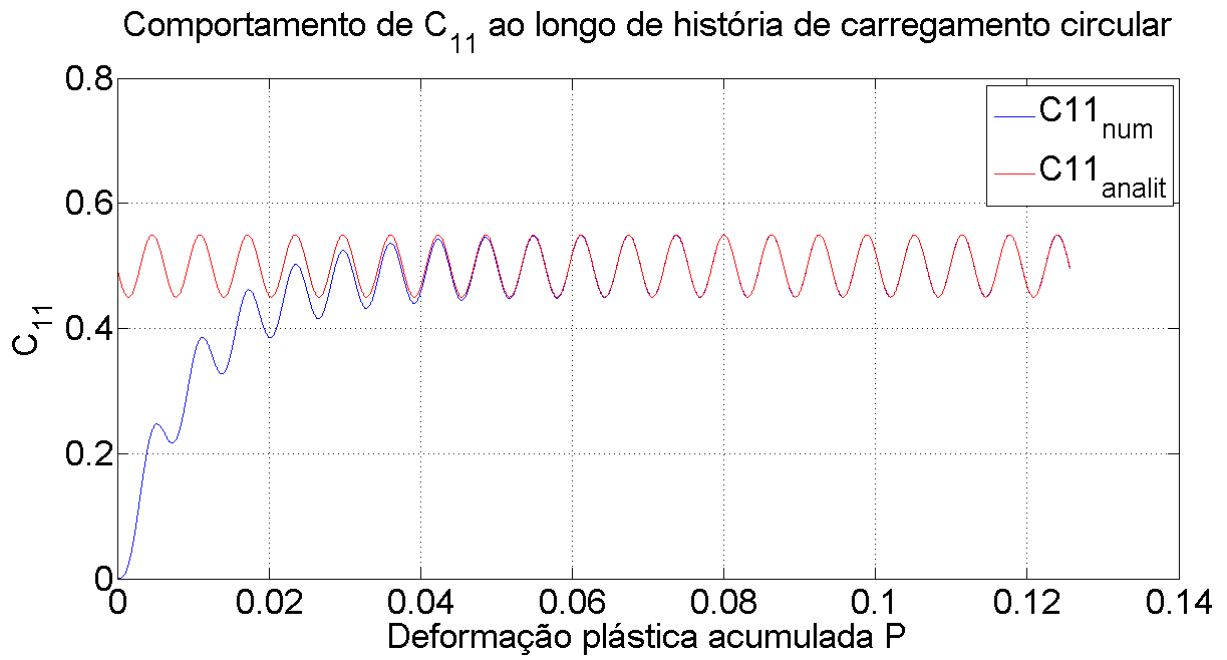


Figura 4.5 – Comportamento da componente C_{11} calculada analiticamente e numericamente.

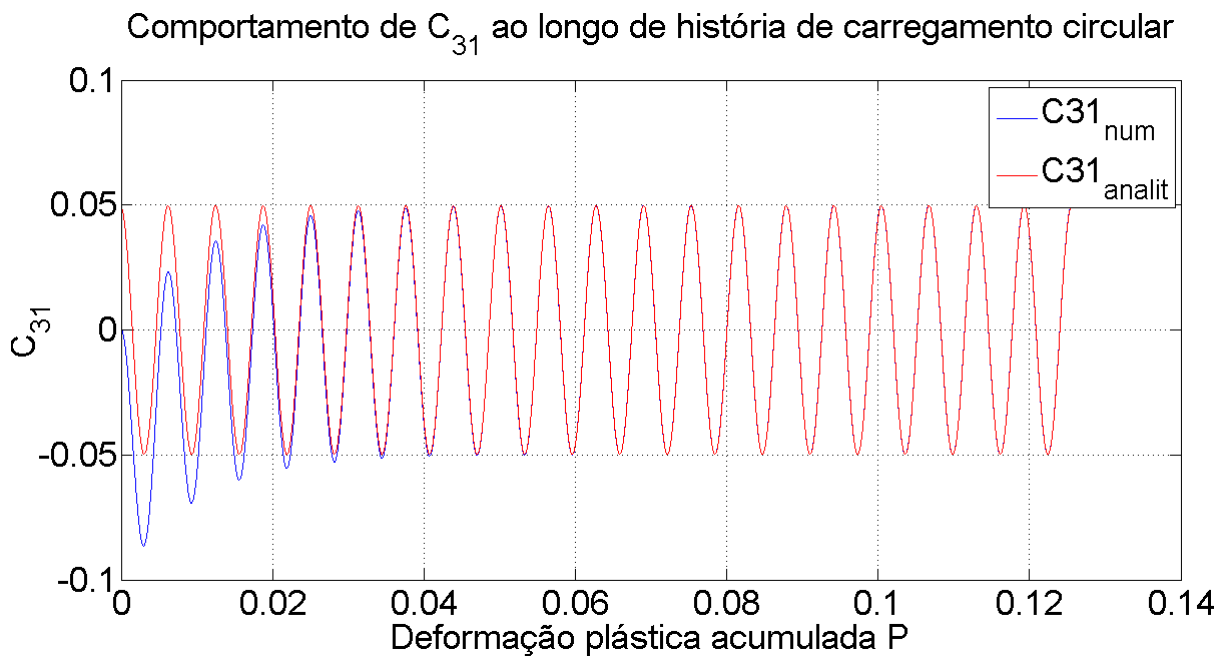


Figura 4.6 – Comportamento da componente C_{31} calculada analiticamente e numericamente.

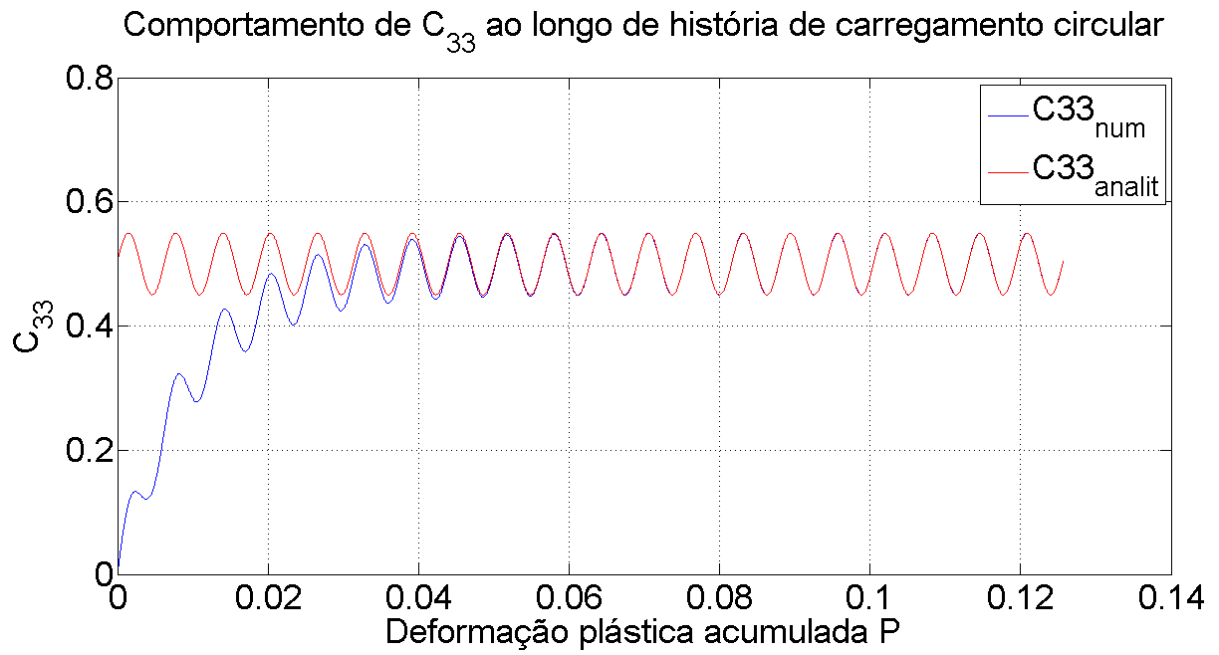


Figura 4.7 – Comportamento da componente C_{33} calculada analiticamente e numericamente.

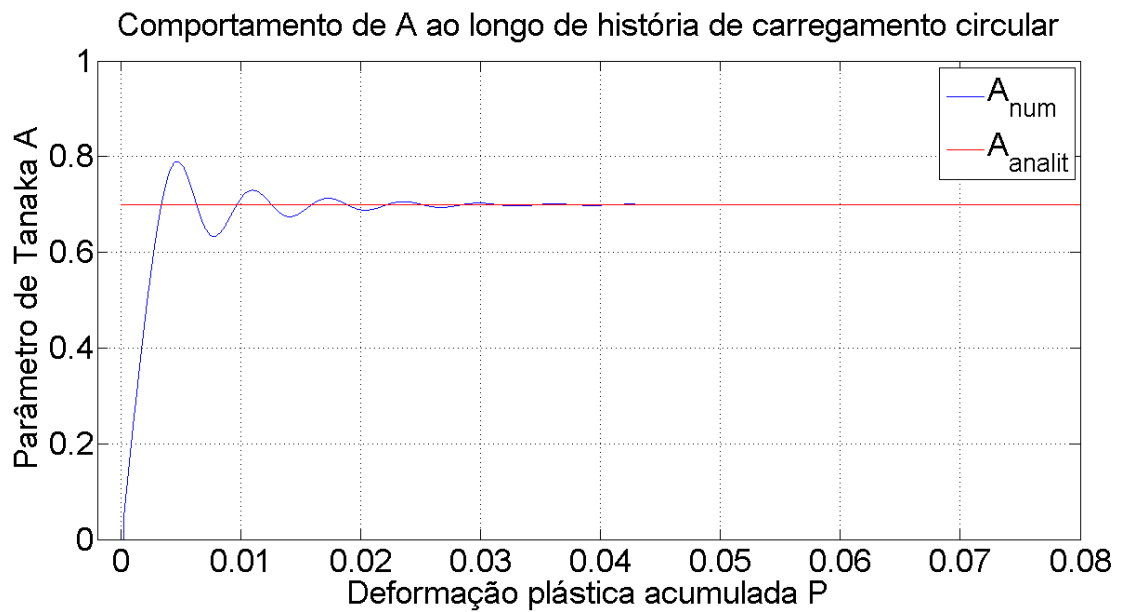


Figura 4.8 – Comportamento do parâmetro de Tanaka A , calculado analiticamente e numericamente.

4.3. MODIFICAÇÃO NO MODELO DE CHABOCHE COM A INTRODUÇÃO DO PARÂMETRO DE NÃO PROPORCIONALIDADE

Os modelos de Armstrong-Frederick e de Chaboche geram, para carregamentos não proporcionais, trajetórias de tensão com amplitudes consistentemente inferiores àquelas observadas experimentalmente em diversos materiais. Além disso, observações experimentais (vide Itoh (2001), por exemplo) mostram que materiais distintos exibem níveis distintos de encruamento sob carregamento não proporcional. Neste contexto, propõe-se uma modificação no modelo de Chaboche, em que a natureza não proporcional da deformação plástica implique em um aumento do nível de encruamento e, conseqüentemente, dos níveis de tensão calculados pelo modelo. Para tanto, multiplica-se o termo $\frac{2}{3}a_i \dot{\epsilon}^p$ da Eq. (2.18) pelo fator $(1 + kA)$, onde o parâmetro material k denota a sensibilidade do material ao encruamento não proporcional. Com isso, o tensor de encruamento cinemático evolui a uma taxa maior na presença de evolução não proporcional da deformação plástica. A modificação proposta possibilita calibrar o modelo com o uso de apenas um experimento de carregamento multiaxial não proporcional. Assim, o novo modelo de encruamento cinemático é representado pela seguinte expressão:

$$\boldsymbol{\beta} = \sum_{i=1}^m \boldsymbol{\beta}_i, \quad \dot{\boldsymbol{\beta}}_i = \frac{2}{3}a_i(1 + kA)\dot{\epsilon}^p - c_i\dot{\boldsymbol{\beta}}_i, \quad (4.11)$$

onde a_i e c_i são constantes materiais, identificadas a partir de ensaio uniaxial. Neste caso, também foi considerado o uso de dois termos não lineares e um termo linear. Assim, a evolução do tensor $\boldsymbol{\beta}$ de encruamento cinemático pode ser representada como:

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \dot{\boldsymbol{\beta}}_1 + \dot{\boldsymbol{\beta}}_2 + \dot{\boldsymbol{\beta}}_3, \quad (4.12)$$

onde

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\beta}}_1 &= \frac{2}{3}a_1(1 + kA)\dot{\epsilon}^p - c_1\dot{\boldsymbol{\beta}}_1, \\ \dot{\boldsymbol{\beta}}_2 &= \frac{2}{3}a_2(1 + kA)\dot{\epsilon}^p - c_2\dot{\boldsymbol{\beta}}_2, \\ \dot{\boldsymbol{\beta}}_3 &= \frac{2}{3}a_3(1 + kA)\dot{\epsilon}^p. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Neste caso, o módulo plástico é expresso por:

$$h = \frac{2}{3}(1 + kA)(a_1 + a_2 + a_3) - \sqrt{\frac{2}{3}}[c_1(\mathbf{N}:\boldsymbol{\beta}_1) + c_2(\mathbf{N}:\boldsymbol{\beta}_2)]. \quad (4.14)$$

4.4. INTEGRAÇÃO DO PARÂMETRO DE TANAKA

Da mesma forma que as equações de evolução da deformação plástica e do tensor de encruamento cinemático, a integração da Eq. (4.2) de evolução do tensor de Tanaka \mathbf{C} é obtida a partir do método de Euler explícito:

$$\Delta\mathbf{C} = C_c(n_{n+1}^T n_{n+1} - \mathbf{C}_n)\Delta\gamma, \quad (4.15)$$

$$\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{C}_n + \Delta\mathbf{C}, \quad (4.16)$$

onde:

$$n_{n+1} = \frac{S_{n+1} - \beta_{n+1}}{\|S_{n+1} - \beta_{n+1}\|}. \quad (4.17)$$

Pode-se, então, calcular a evolução da variável de estado \mathbf{C} como:

O parâmetro de Tanaka A_{n+1} pode ser calculado, a partir de \mathbf{C}_{n+1} e n_{n+1} , como:

$$A_{n+1} = \sqrt{1 - \frac{(\mathbf{C}_{n+1}n_{n+1}):(\mathbf{C}_{n+1}n_{n+1})}{\|\mathbf{C}_{n+1}\|^2}}. \quad (4.18)$$

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

Este capítulo apresenta resultados numéricos produzidos com o objetivo de testar a robustez da modificação no modelo de Chaboche. Para isto, resultados de ensaios multiaxiais não proporcionais disponíveis na literatura foram comparados aos resultados gerados a partir do modelo original e do modelo modificado. Neste contexto, foram consideradas quatro tipos de trajetórias de deformação, mostradas na Fig 5.1.

Primeiramente, estas comparações são realizadas sob um ponto de vista qualitativo, no qual são comparadas as trajetórias de tensão numéricas e experimentais. Posteriormente, a qualidade dos modelos é testada com um ponto de vista quantitativo, em que as amplitudes de tensão são comparadas.

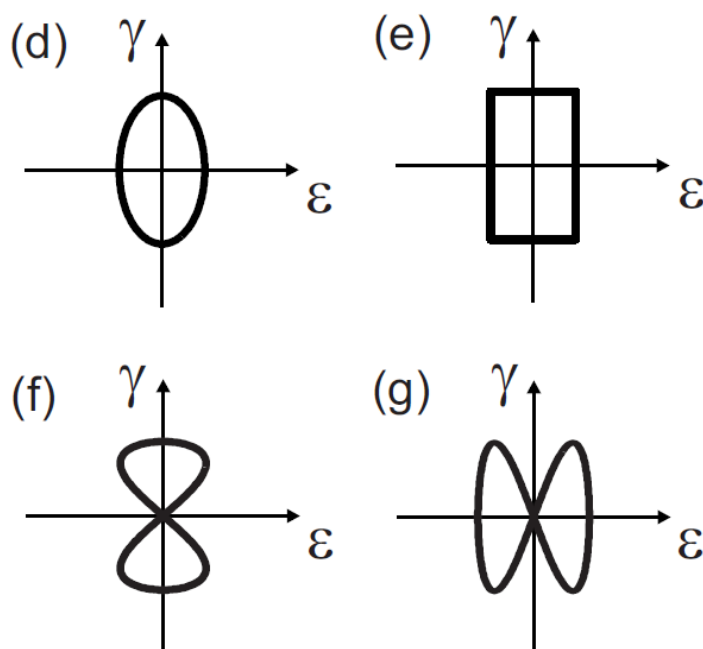


Figura 5.1 Histórias de deformação usadas nas simulações.

5.1 ANÁLISE QUALITATIVA DO MODELO PROPOSTO

Primeiramente, foram comparadas algumas trajetórias de histórias de tensão obtidas experimentalmente e encontradas na literatura com as trajetórias obtidas após as simulações para os materiais SAE 1045HR (Fatemi, 1998) e o aço S460N (Döring et al., 2003). A simulação da Fig. 5.3 foi realizada em função das amplitude de deformação obtidas a partir de uma figura no trabalho de Fatemi (1998), e não das amplitudes mencionadas por ele, pois observou-se uma diferença considerável entre elas.

Os parâmetros materiais a_i e c_i do modelo de Chaboche e a tensão de escoamento σ_y foram obtidos a partir de ajustes realizados entre as curvas de amplitude de tensão em função da amplitude de deformação plástica de Ramberg-Osgood, Eq. (3.29), e da solução analítica apresentada por Chaboche, Eq. (2.25). Para todos os materiais, o ajuste foi realizado considerando amplitudes de deformação plástica entre 0,05% e 0,4%. O parâmetro de não proporcionalidade k foi obtido, para cada material, a partir da minimização do erro em amplitude de tensão para um único caso de ensaio não proporcional com trajetória elíptica. Para a identificação deste parâmetro, foram utilizados os exemplos que apresentam as maiores amplitudes de deformação. A Tabela 5.1 mostra, para cada material, os parâmetros materiais utilizados e calculados.

Tabela 5.1 Parâmetros materiais utilizados nas simulações.

	1045HR	S460N
H'	1258 MPa	1197 MPa
n'	0,208	0,164
E	202 GPa	208,5 GPa
ν	0,3	0,3
a_1	87559	40824
a_2	39124	96439
a_3	17917	17107
c_1	1612,5	485,4
c_2	477,2	1635,7,3
σ_y	194,6 MPa	276 MPa
k	1,0	1,0

As tensões de escoamento σ_y calculadas podem parecer extremamente baixas quando comparadas as tensões de escoamento monotônicas disponíveis na literatura para estes materiais. Porém, segundo Jiang et al. (2007), é sabido que as curvas tensão-deformação cíclicas podem diferir substancialmente das monotônicas, fazendo com que a tensão de escoamento seja para menos da metade em alguns casos.

A calibração do parâmetro k foi feita a partir das simulações ilustradas na Figura 5.2, para o material SAE 1045HR, e na Figura 5.4, para o aço S460N.

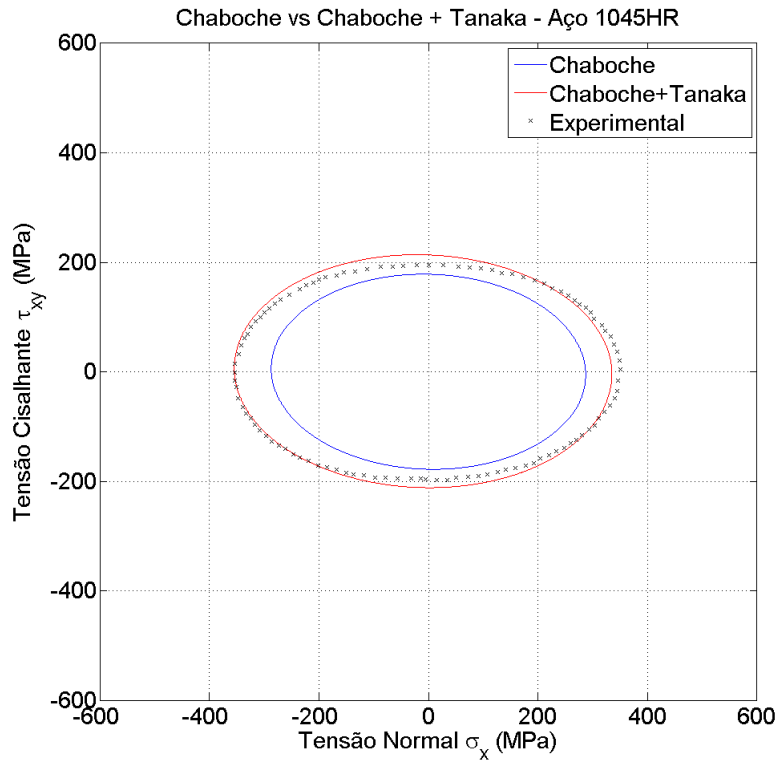


Figura 5.2 – História de tensão resultante de simulação para o material SAE 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,26\%$ e $\gamma_a = 0,51\%$.

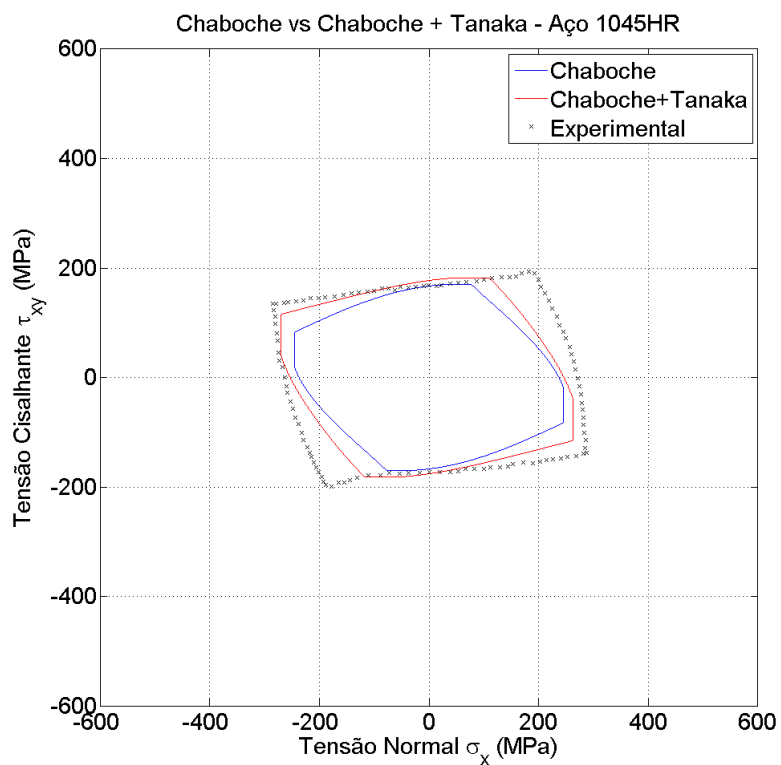


Figura 5.3 – História de tensão resultante de simulação para o material SAE 1045HR com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,13\%$ e $\gamma_a = 0,34\%$.

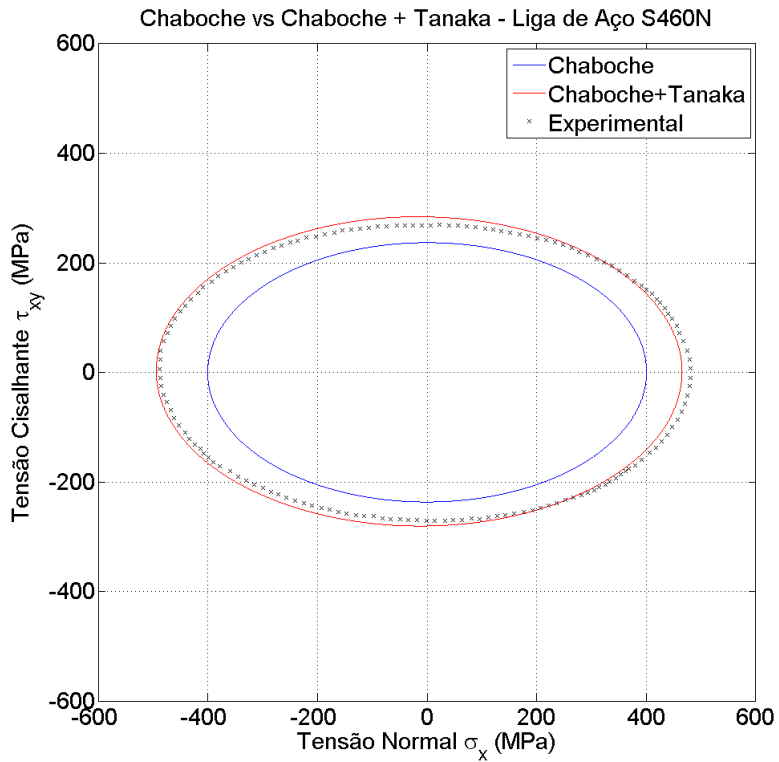


Figura 5.4 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,7\%$.

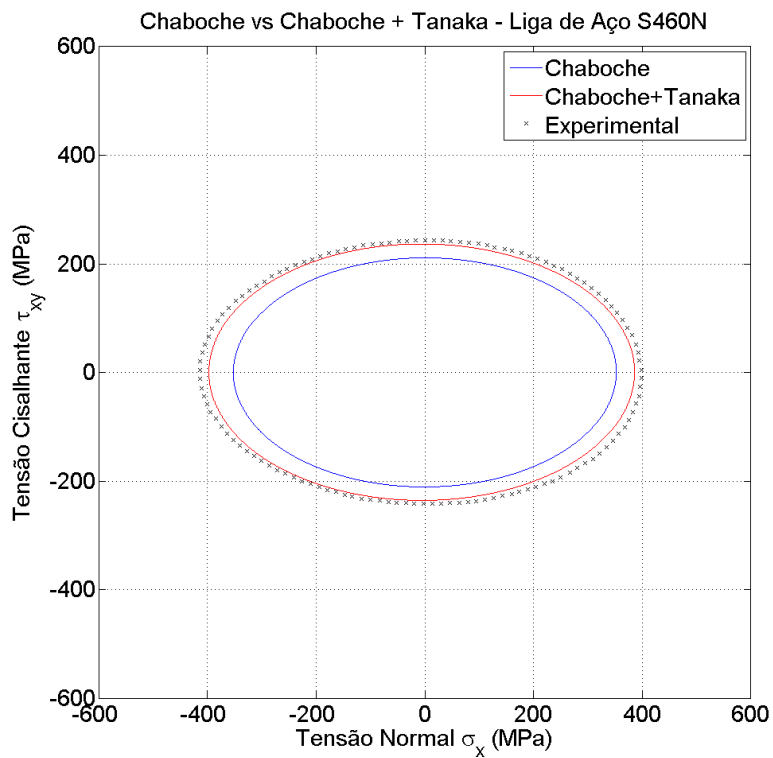


Figura 5.5 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,23\%$ e $\gamma_a = 0,4\%$.

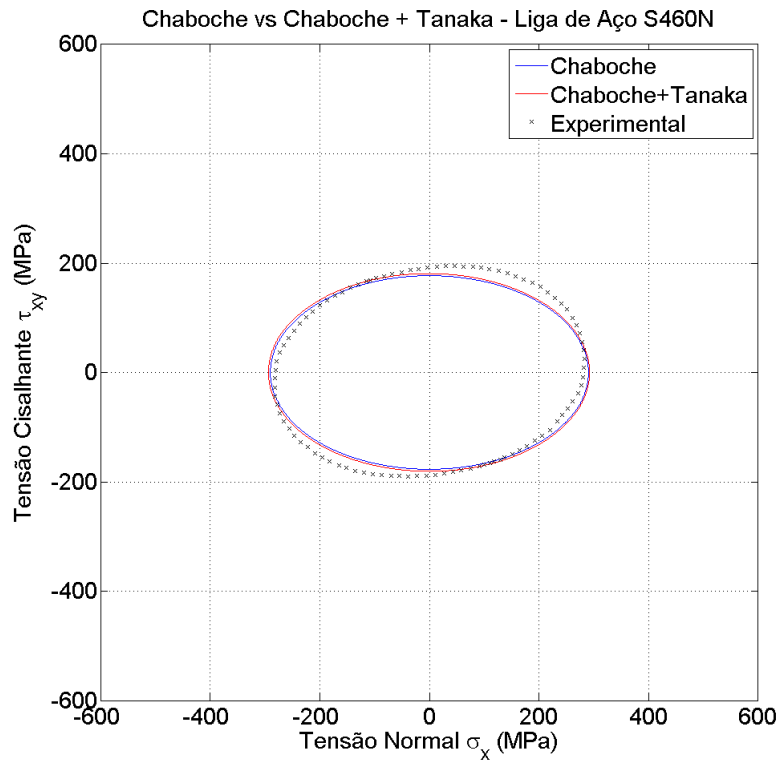


Figura 5.6 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,144\%$ e $\gamma_a = 0,25\%$.

5.2 ANÁLISE QUANTITATIVA DO MODELO PROPOSTO

Nesta seção são mostradas diversas simulações realizadas para cada um dos materiais descritos anteriormente (ligas de aço 1045HR, S460N e 304, e liga de alumínio 7075-T651). As amplitudes de tensão resultantes foram recuperadas com o objetivo de compará-las às amplitudes de tensão experimentais encontradas na literatura.

Nas figuras a seguir em que a resposta em tensão experimental está em linhas pontilhadas, a trajetória é simplesmente uma elipse desenhada a partir das amplitudes de tensão obtidas na literatura, e não correspondem exatamente às trajetórias de tensão obtidas experimentalmente.

Foram omitidas nesta seção algumas das respostas em tensão de simulações em que não se apresentam deformações plásticas significativas, devido ao fato de as curvas do modelo de Chaboche e do modelo proposto serem idênticas. Todas as figuras de resposta das simulações são mostradas no anexo.

Os parâmetros materiais foram calculados a partir de ajustes, como comentado na seção anterior. Para todos os materiais, o ajuste foi realizado considerando amplitudes

de deformação plástica entre 0,05% e 0,4%. O parâmetro de não proporcionalidade k foi obtido, para cada material, a partir da minimização do erro em amplitude de tensão para um único caso de ensaio não proporcional com trajetória elíptica. Para a identificação deste parâmetro, foram utilizadas as amplitudes dos experimentos com maiores amplitudes de deformação e trajetórias elípticas (com exceção da liga de aço 304, que foi calibrada a partir de uma das trajetórias retangulares). A Tabela 5.2 mostra, para cada material, os parâmetros materiais utilizados e calculados.

Tabela 5.2 Parâmetros materiais utilizados nas simulações.

	1045HR	S460N	304	7075-T651
Ref.	Fatemi & Stephens (1989)	Jiang et al. (2007)	Itoh (2001)	Zhao & Jiang (2008)
H'	1340,2 MPa	1115 MPa	2443,2	871,8 MPa
n'	0,223	0,161	0,334	0,085
E	202 GPa	208,5 GPa	193 GPa	71,7 GPa
ν	0,3	0,3	0,29	0,306
a_1	87763	38178	89382	27788
a_2	39938	90521	46742	72234
a_3	18856	15903	28087	9995,8
c_1	1604,7	486	1547,4	500,3
c_2	474,5	1637,3	454,2	1677,8
σ_y	181,2 MPa	264,1 MPa	118,1 MPa	407,5 MPa
k	0,8	1,3	2,5	1,0

5.2.1 SAE 1045HR

Para a liga de aço 1045HR, foram simulados exemplos com trajetórias de deformação elípticas e retangulares. A Tabela 5.3 mostra as amplitudes de deformação impostas na simulação, assim como as amplitudes de tensão obtidas experimentalmente, calculadas pelo modelo de Chaboche e calculadas pelo modelo proposto. Neste caso, foi utilizado o exemplo número 1 para a calibração do parâmetro k (Figura 4.7).

Tabela 5.3 – SAE 1045HR - Amplitudes de deformação prescritas, amplitudes de tensão medidas experimentalmente (Fatemi et al., 1989) e estimadas pelos modelos.

Trajetória	Nº	Deformação		Experimental		Chaboche		Chaboche + Tanaka		Erro percentual Chaboche		Erro percentual Caboche + Tanaka	
		ε_a (%)	γ_a (%)	σ_a	τ_a	σ_a	τ_a	σ_a	τ_a	σ_a (%)	τ_a (%)	σ_a (%)	τ_a (%)
(d)	1	0,41	0,213	364	149	335	128,3	366	137,2	-7,97	-13,89	0,55	-7,92
	2	0,212	0,116	281	94	266,8	101,9	281,6	100,7	-5,05	8,40	0,21	7,13
	3	0,371	0,408	377	191	313,3	159,1	362,4	188,4	-16,90	-16,70	-3,87	-1,36
	4	0,192	0,205	289	148	254	126,5	274,1	133,8	-12,11	-14,53	-5,16	-9,59
	5	0,192	0,206	285	145	254	126,8	274,2	134,2	-10,88	-12,55	-3,79	-7,45
	6	0,137	0,149	232	107	219,2	110,2	226,8	111,4	-5,52	2,99	-2,24	4,11
	7	0,264	0,565	345	204	277,2	177,6	328,2	207,6	-19,65	-12,94	-4,87	1,76
	8	0,147	0,307	250	167	226,7	147,7	243,3	161,3	-9,32	-11,56	-2,68	-3,41
	9	0,146	0,311	272	166	226	148,4	242,5	162,1	-16,91	-10,60	-10,85	-2,35
	10	0,1	0,213	190	131	191	127,2	193,6	132	0,53	-2,90	1,89	0,76
(e)	11	0,268	0,574	380	220	319,5	197,8	376,3	223	-15,92	-10,09	-0,97	1,36
	12	0,146	0,215	274	177	243,3	136,9	256,3	145	-11,20	-22,66	-6,46	-18,08
	13	0,096	0,213	207	148	193,9	132,2	198,4	135,9	-6,33	-10,68	-4,15	-8,18

A seguir, são mostradas as respostas em tensão das simulações.

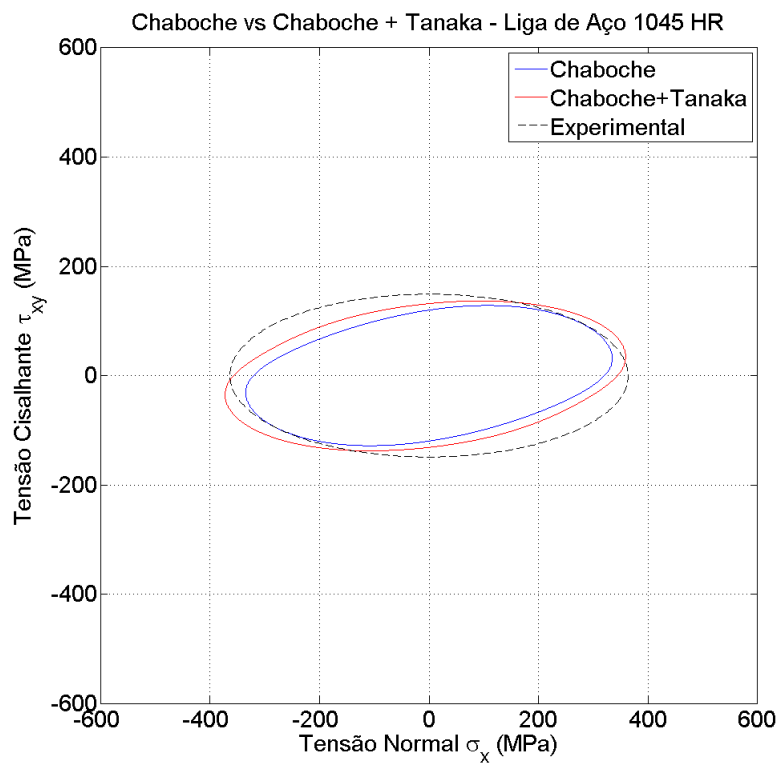


Figura 5.7 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,41\%$ e $\gamma_a = 0,213\%$ - Caso N° 1.

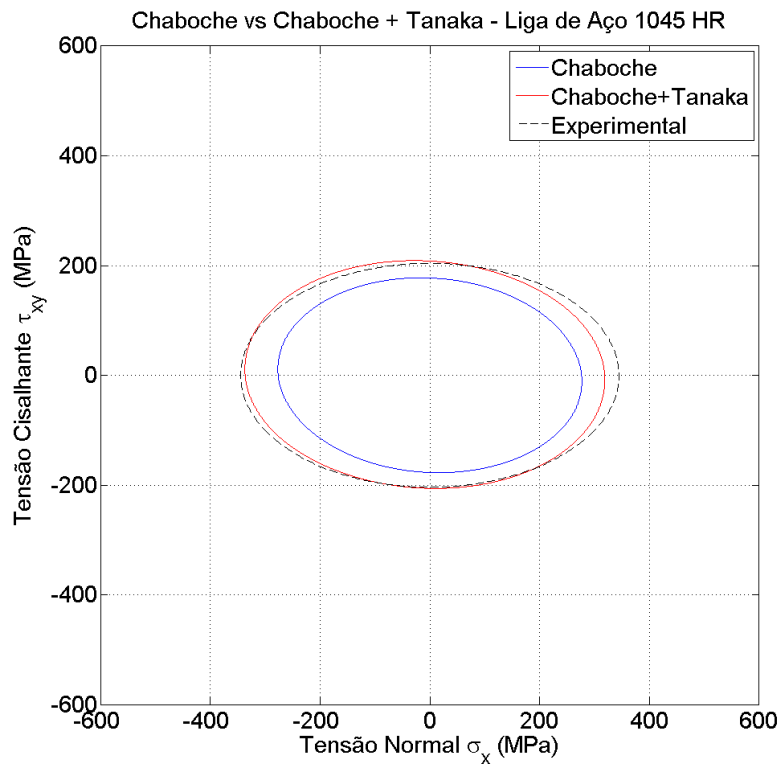


Figura 5.8 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,264\%$ e $\gamma_a = 0,565\%$ - Caso N° 7.

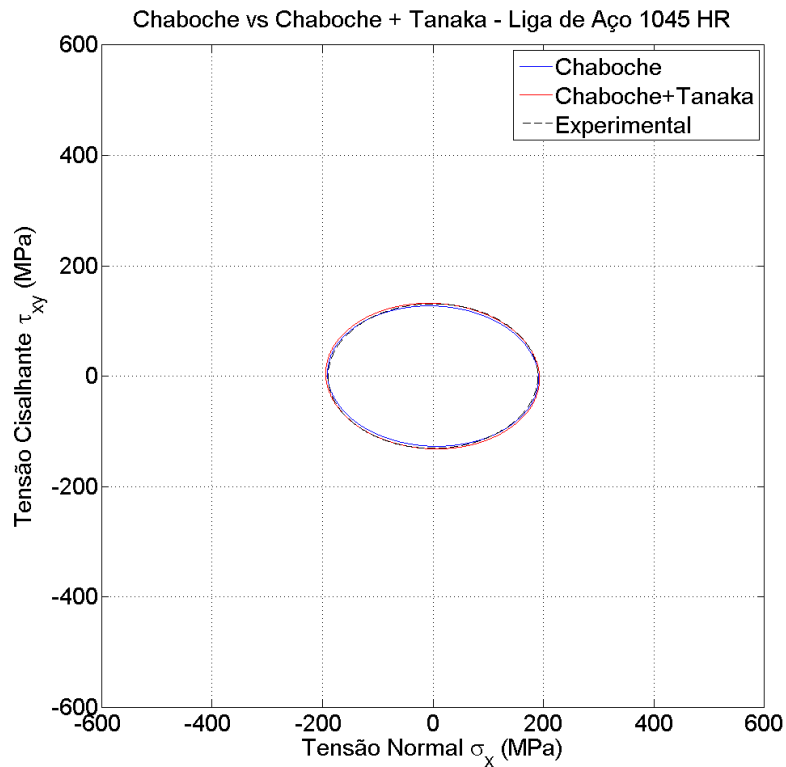


Figura 5.9 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,1\%$ e $\gamma_a = 0,213\%$ - Caso N° 10.

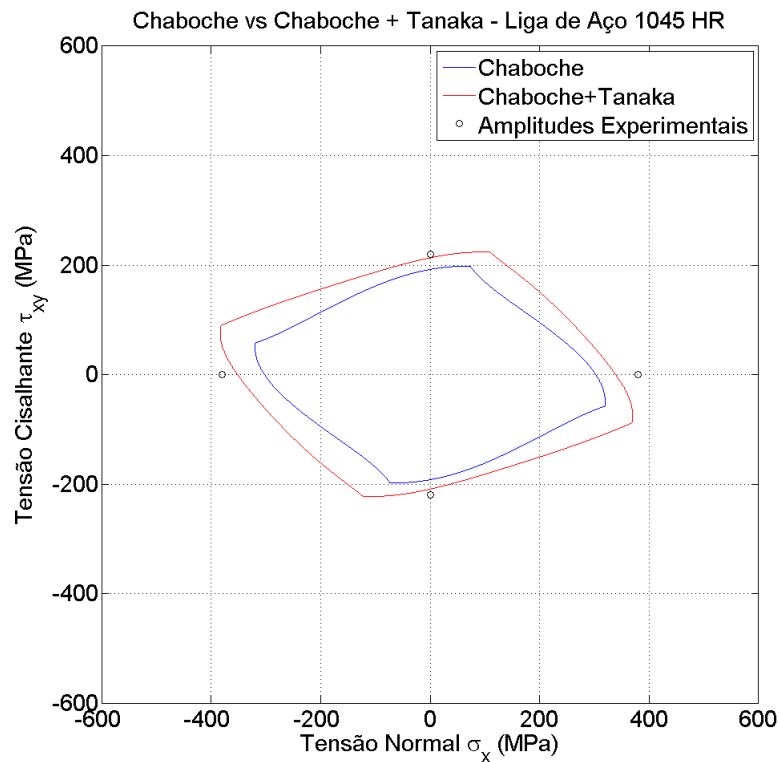


Figura 5.10 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,268\%$ e $\gamma_a = 0,574\%$ - Caso N° 11.

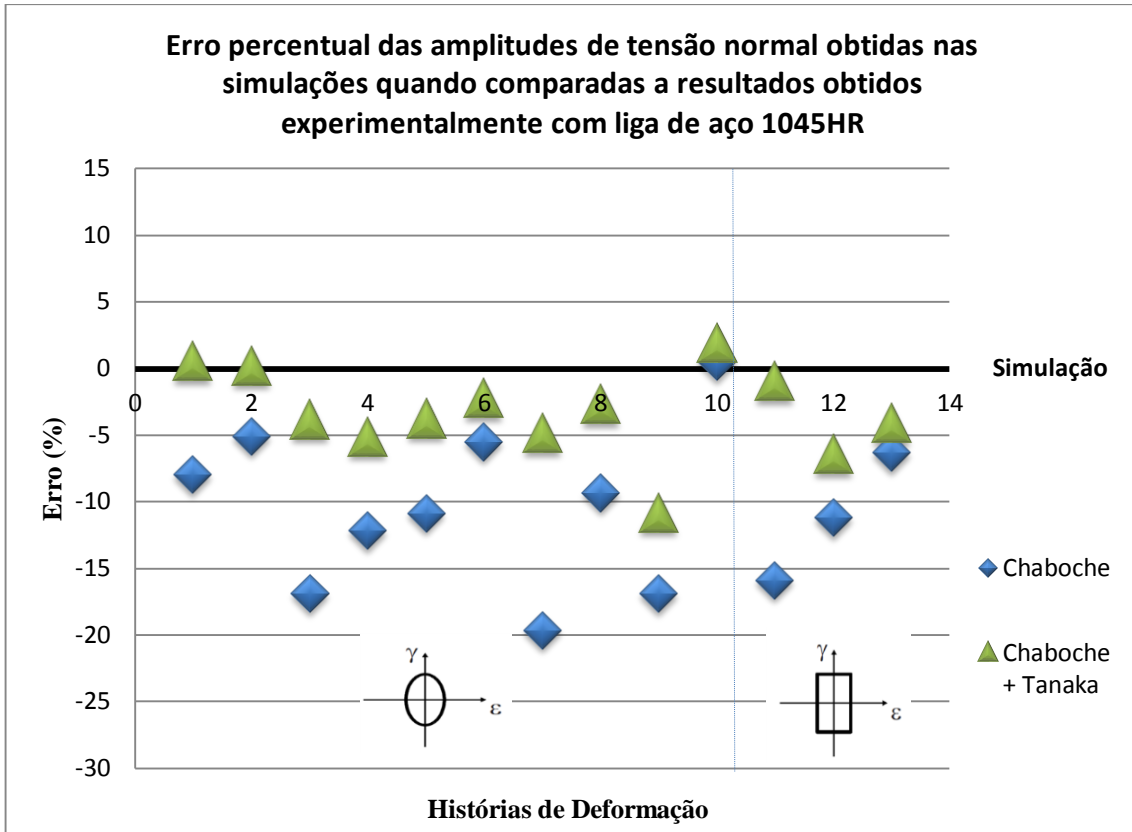


Figura 5.11 – Diagrama que mostra o erro percentual das amplitudes de tensão normal obtidas nas simulações para a liga de aço 1045HR

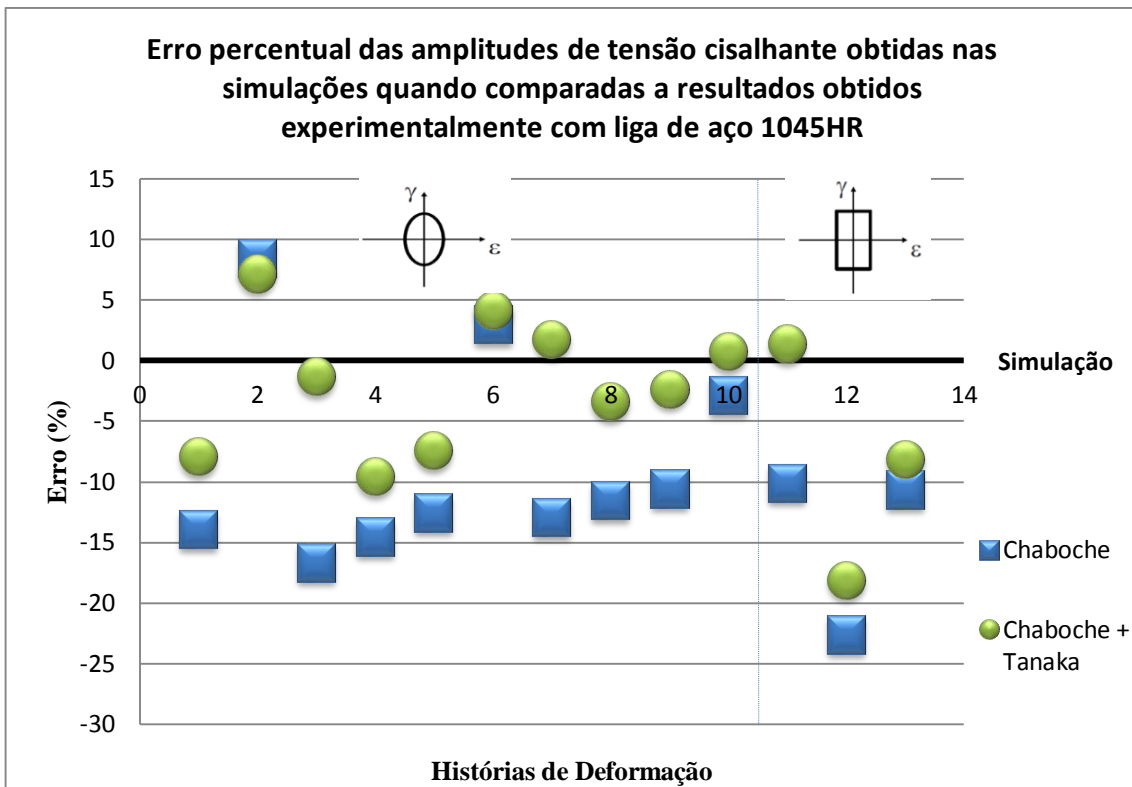


Figura 5.12 – Diagrama que mostra o erro percentual das amplitudes de tensão cisalhante obtidas nas simulações para a liga de aço 1045HR

5.2.2 Aço S460N

Para a liga de aço S460N, foram simulados exemplos com os quatro tipos de trajetórias de deformação mostrados na Figura 5.1. A Tabela 5.4 mostra as amplitudes de deformação impostas na simulação, assim como as amplitudes de tensão obtidas experimentalmente, calculadas pelo modelo de Chaboche e calculadas pelo modelo proposto. Neste caso utilizou-se o exemplo número 1 para a calibração do parâmetro k (Figura 4.13).

As figuras mostradas a seguir ilustram as respostas em tensão das simulações.

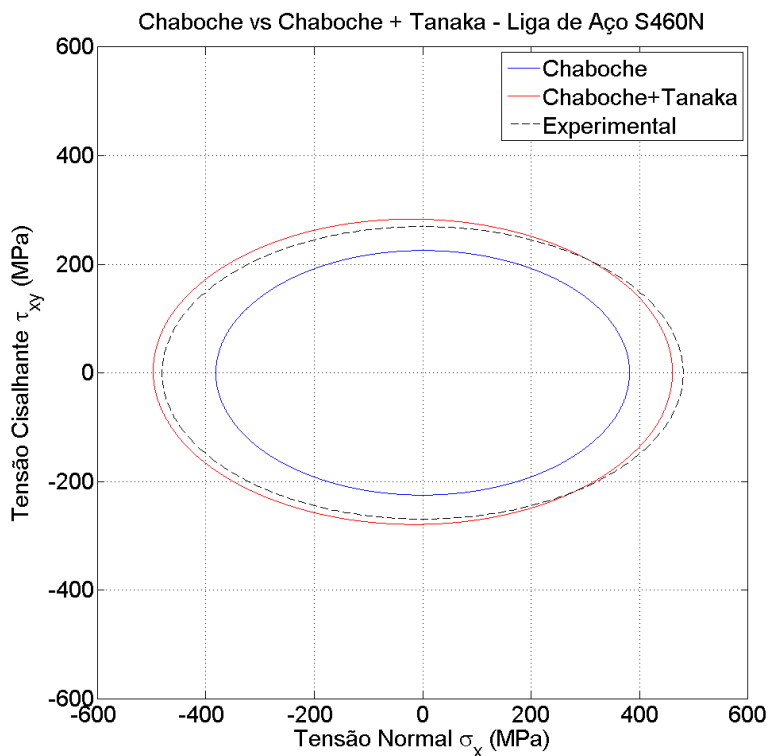


Figura 5.13 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,404\%$ e $\gamma_a = 0,7\%$ - Caso N° 1.

Tabela 5.4 – Aço S460N - Amplitudes de deformação prescritas, amplitudes de tensão medidas experimentalmente (Jiang et al., 2007) e estimadas pelos modelos.

Trajetória	N°	Deformação		Experimental		Chaboche		Chaboche + Tanaka		Erro percentual Chaboche		Erro percentual Caboche + Tanaka	
		ε_a (%)	γ_a (%)	σ_a	τ_a	σ_a	τ_a	σ_a	τ_a	σ_a (%)	τ_a (%)	σ_a (%)	τ_a (%)
(d)	1	0,404	0,7	480,9	269,3	381,7	225,2	479,2	281,2	-20,63	-16,38	-0,35	4,42
	2	0,231	0,4	391,5	230,9	338,9	202,2	385,6	231,8	-13,44	-12,43	-1,51	0,39
	3	0,144	0,25	291,5	190,6	283,1	172,1	288,2	177,9	-2,88	-9,71	-1,13	-6,66
	4	0,115	0,2	228,6	161,6	244,5	155,4	244	155,9	6,96	-3,84	6,74	-3,53
	5	0,104	0,18	215	149,2	216,8	144,3	216,8	144,3	0,84	-3,28	0,84	-3,28
	6	0,173	0,3	321,9	191,9	307,1	185,2	324,4	198,7	-4,60	-3,49	0,78	3,54
(f)	7	0,3	0,52	436	277	346,9	214,6	405,5	247,4	-20,44	-22,53	-7,00	-10,69
	8	0,173	0,3	308,5	204	277,1	188,7	301,9	201,3	-10,18	-7,50	-2,14	-1,32
	9	0,2	0,346	341,1	225,5	297,1	196,9	331	216,5	-12,90	-12,68	-2,96	-3,99
(g)	10	0,173	0,3	292,1	195,6	313,7	170,5	327,4	188,1	7,39	-12,83	12,08	-3,83
	11	0,3	0,52	440,2	273,4	362,6	206	405,8	240,4	-17,63	-24,65	-7,81	-12,07
(e)	12	0,173	0,3	338	218,3	322,7	192,5	344,4	205,8	-4,53	-11,82	1,89	-5,73
	13	0,144	0,25	289,8	190,8	288,8	174,8	297,1	180,8	-0,35	-8,39	2,52	-5,24

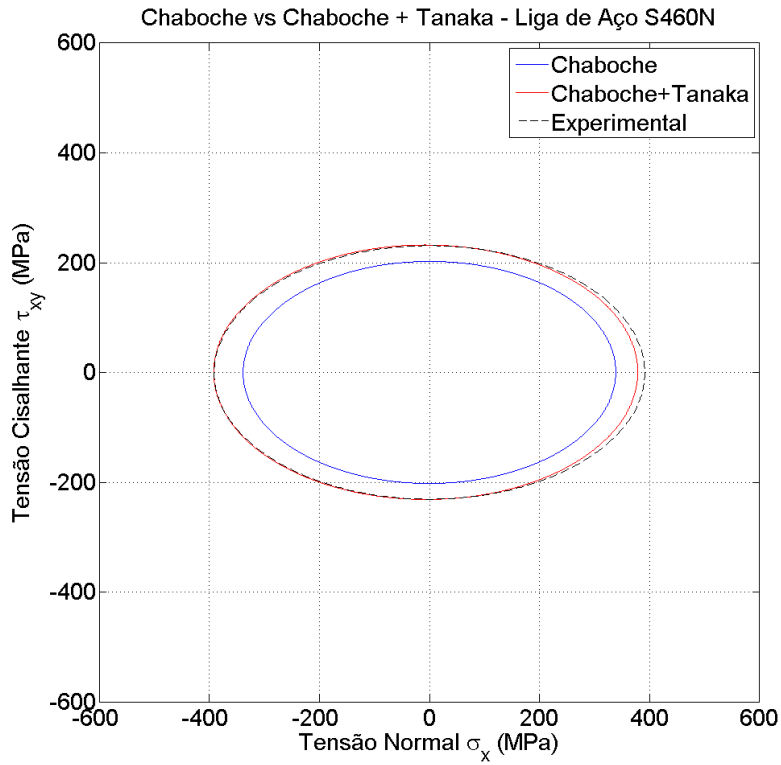


Figura 5.14 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,231\%$ e $\gamma_a = 0,4\%$ - Caso N° 2.

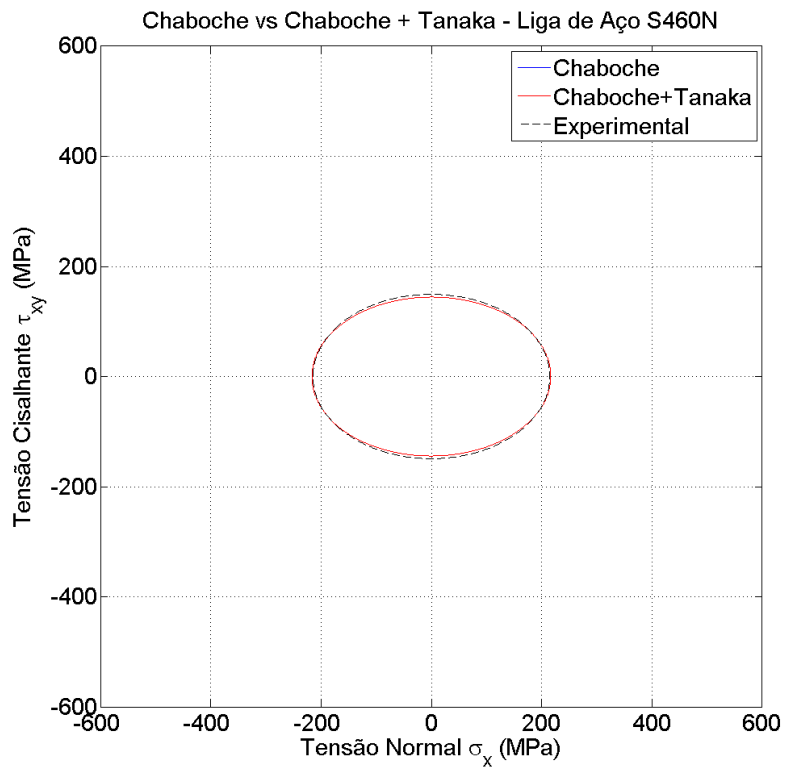


Figura 5.15 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,104\%$ e $\gamma_a = 0,18\%$ - Caso N° 5.

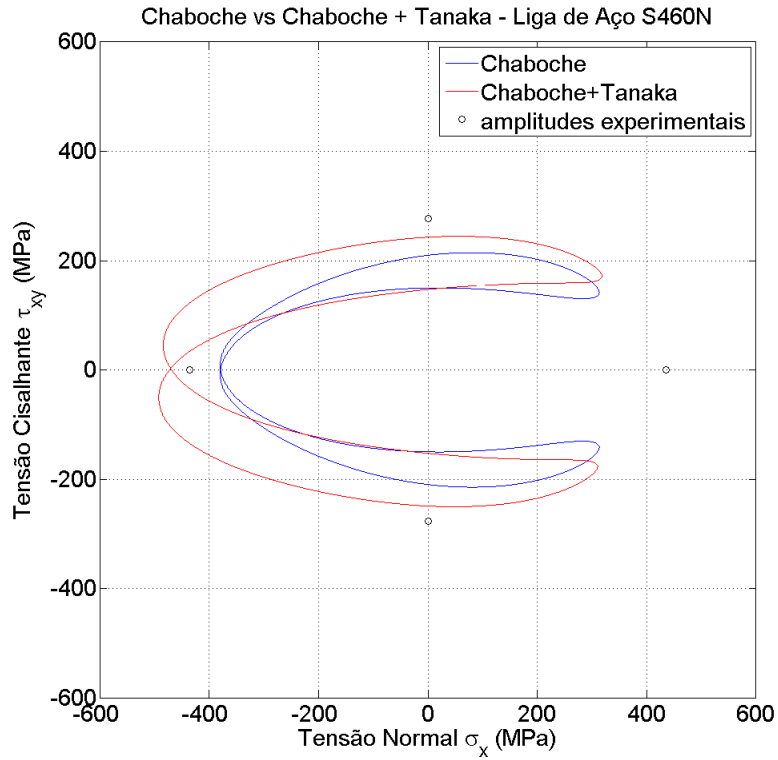


Figura 5.16– História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 7.

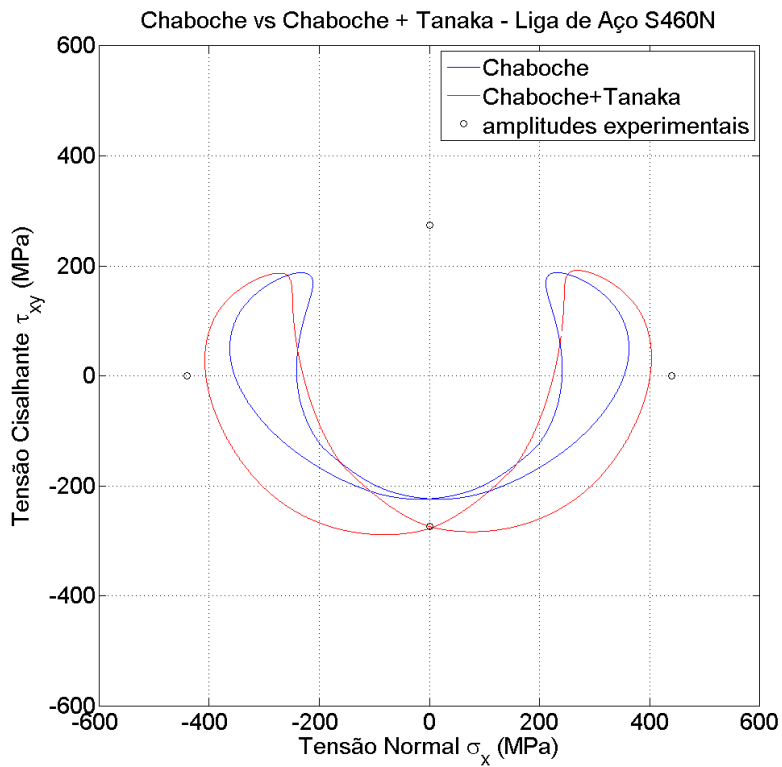


Figura 5.17 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 11.

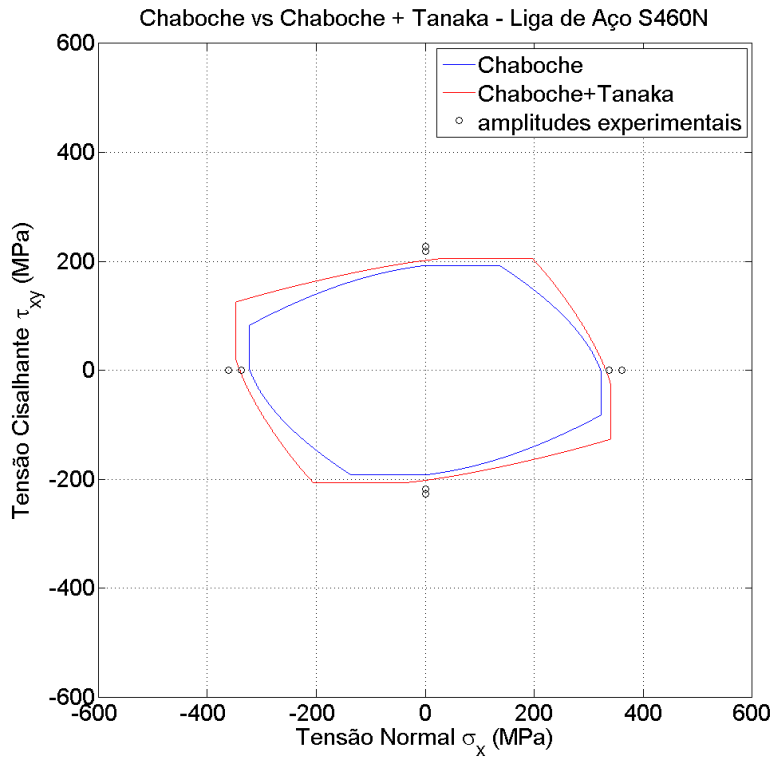


Figura 5.18 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$ - Caso N° 12.

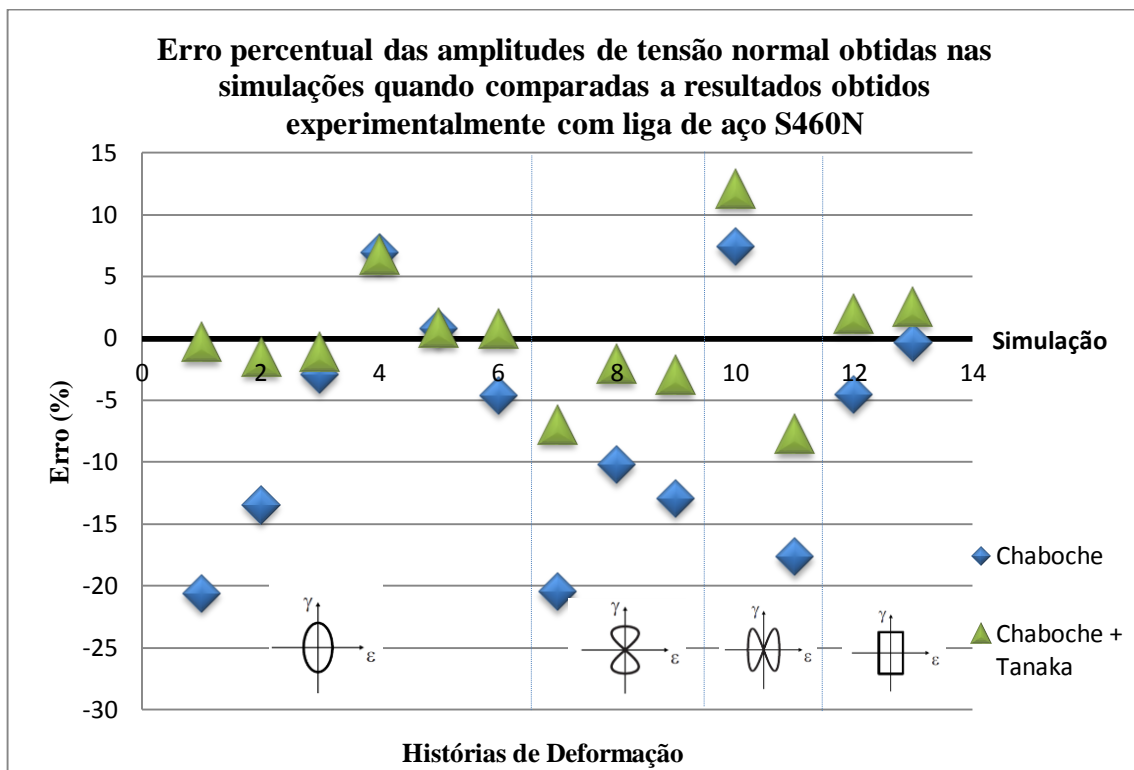


Figura 5.19 – Diagrama que mostra o erro percentual das amplitudes de tensão normal obtidas nas simulações para a liga de aço S460N.

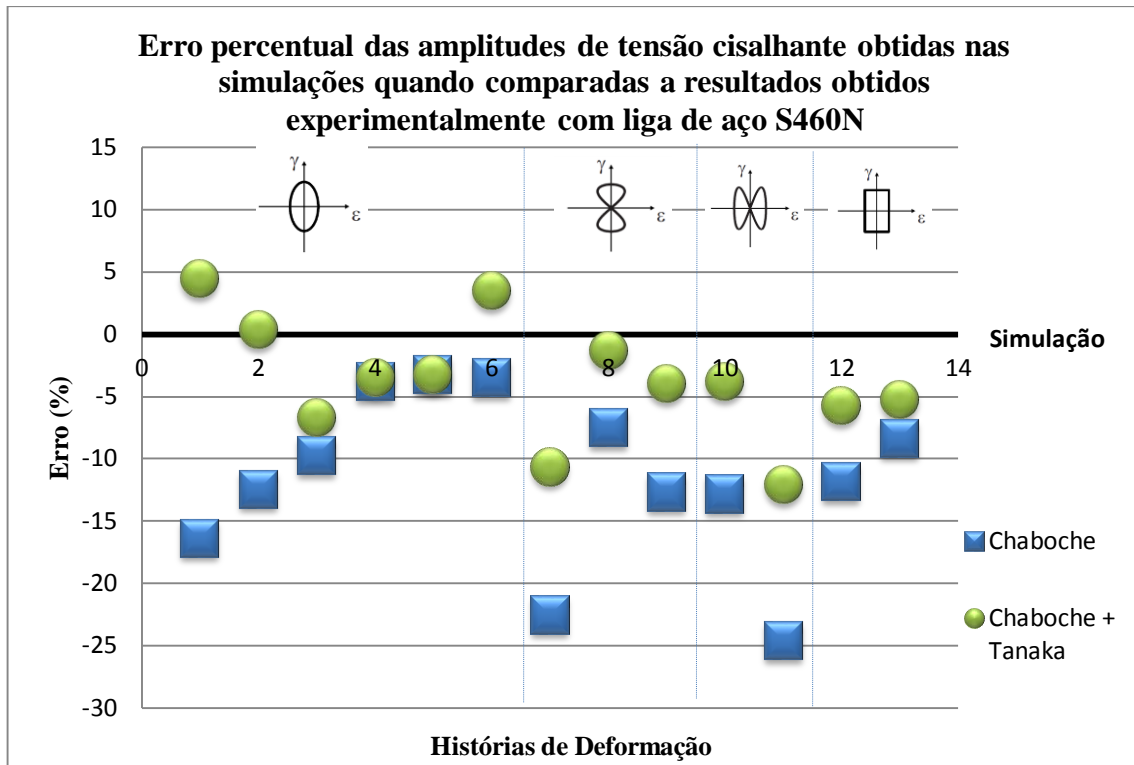


Figura 5.20 – Diagrama que mostra o erro percentual das amplitudes de tensão cisalhante obtidas nas simulações para a liga de aço S460N.

5.2.3 Liga de alumínio 7075-T651

Para a liga de alumínio 7075-T651, foram simulados exemplos com trajetórias de deformação (d) e (g). A Tabela 5.5 mostra as amplitudes de deformação impostas na simulação, assim como as amplitudes de tensão obtidas experimentalmente, calculadas pelo modelo de Chaboche e calculadas pelo modelo proposto. Neste caso, utilizou-se o exemplo número 1 para a calibração do parâmetro k (Figura 4.21).

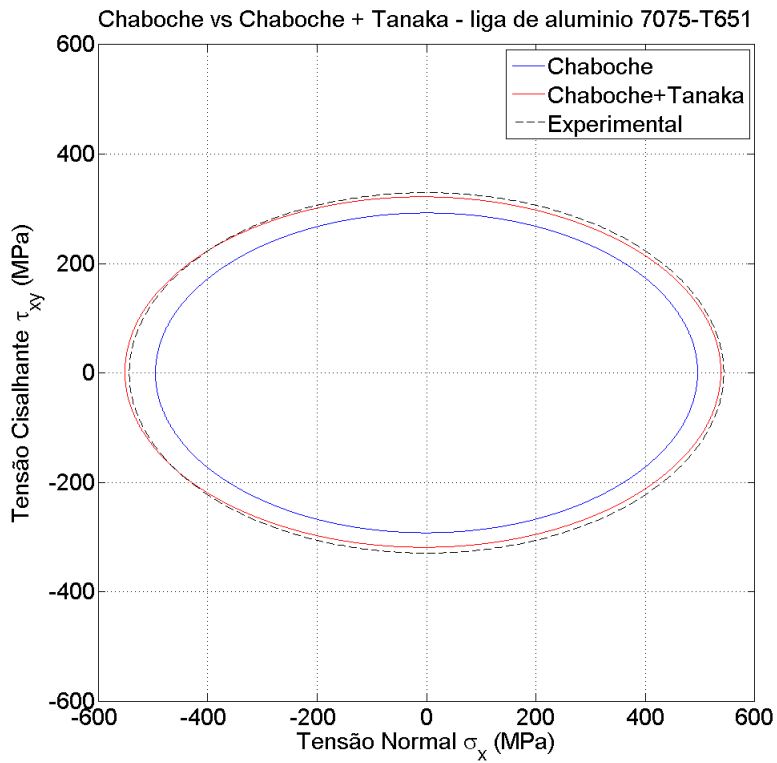


Figura 5.21 – História de tensão - material 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,85\%$ e $\gamma_a = 1,45\%$ - Caso N° 1.

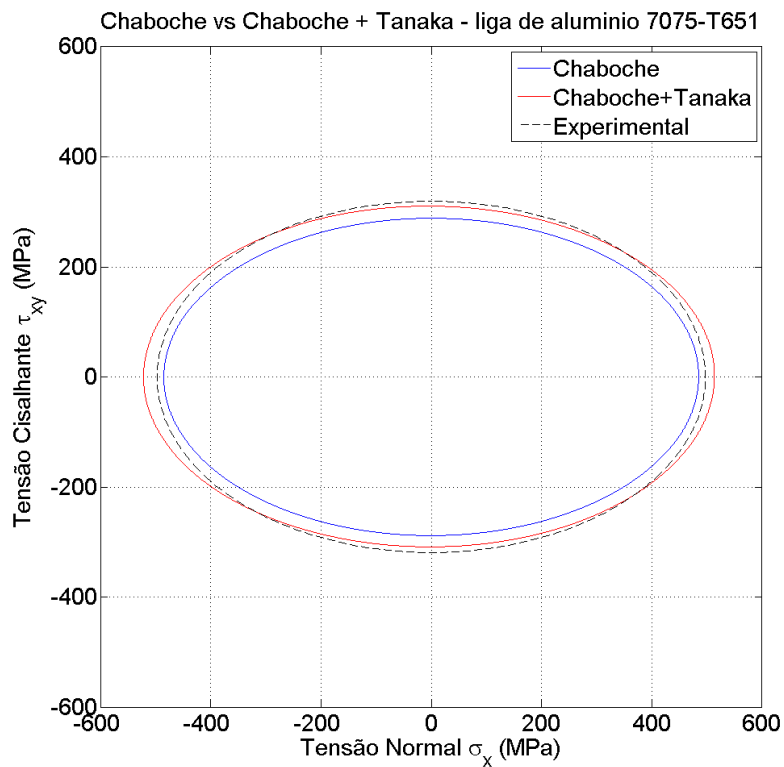


Figura 5.22 – História de tensão - material 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,75\%$ e $\gamma_a = 1,3\%$ - Caso N° 2.

Tabela 5.5 – Liga de Alumínio 7075-T651 - Amplitudes de deformação prescritas, amplitudes de tensão medidas experimentalmente (Zhao e Jiang, 2008) e estimadas pelos modelos.

Trajetória	Nº	Deformação		Experimental		Chaboche		Chaboche + Tanaka		Erro percentual Chaboche		Erro percentual Caboche + Tanaka	
		ϵ_a (%)	γ_a (%)	σ_a	τ_a	σ_a	τ_a	σ_a	τ_a	σ_a (%)	τ_a (%)	σ_a (%)	τ_a (%)
(d)	1	0,85	1,45	543,7	329,4	495,7	292,3	545	320,4	-8,83	-11,26	0,24	-2,73
	2	0,75	1,3	497,7	319,1	485,5	288,3	518,4	309,6	-2,45	-9,65	4,16	-2,98
	3	0,51	0,87	377,6	241,8	366,4	237,3	366,4	237,4	-2,97	-1,86	-2,97	-1,82
	4	0,38	0,66	280,4	181,8	272,5	181,2	272,5	181,2	-2,82	-0,33	-2,82	-0,33
	5	0,28	0,49	200,9	131,6	200,8	134,5	200,8	134,5	-0,05	2,20	-0,05	2,20
	6	0,27	0,41	200,6	115,8	193,6	112,5	193,6	112,5	-3,49	-2,85	-3,49	-2,85
(g)	7	0,49	0,43	352	232	356,8	220,9	354,4	225,3	1,36	-4,78	0,68	-2,89
	8	0,28	0,245	205,8	137,5	200,8	134,5	200,8	134,5	-2,43	-2,18	-2,43	-2,18
	9	0,2	0,16	147,5	86,9	143,4	87,8	143,4	87,8	-2,78	1,04	-2,78	1,04

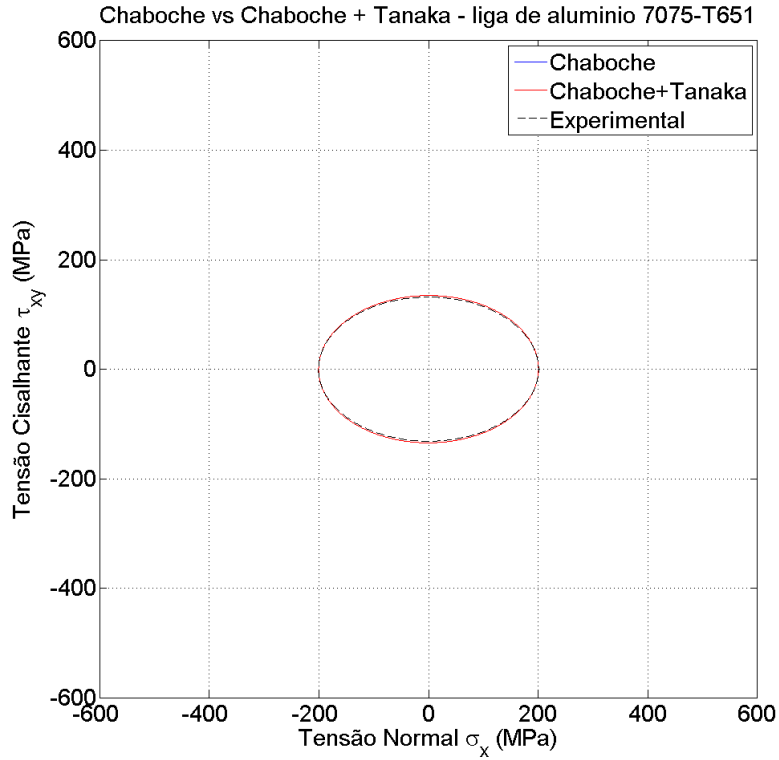


Figura 5.23 – História de tensão - material 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,28\%$ e $\gamma_a = 0,49\%$ - Caso N° 5.

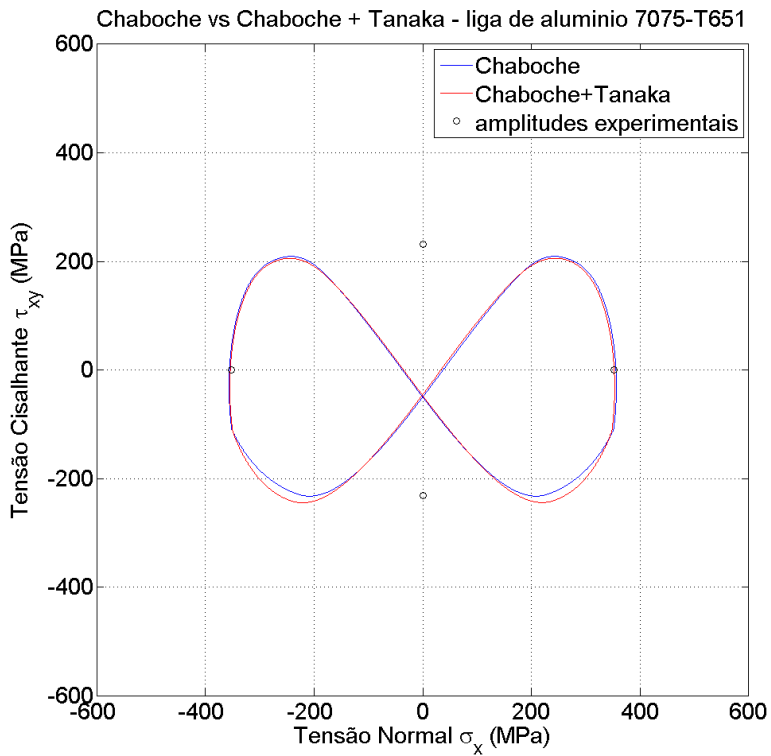


Figura 5.24 – História de tensão - material 7075-T651 com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,49\%$ e $\gamma_a = 0,43\%$ - Caso N° 7.

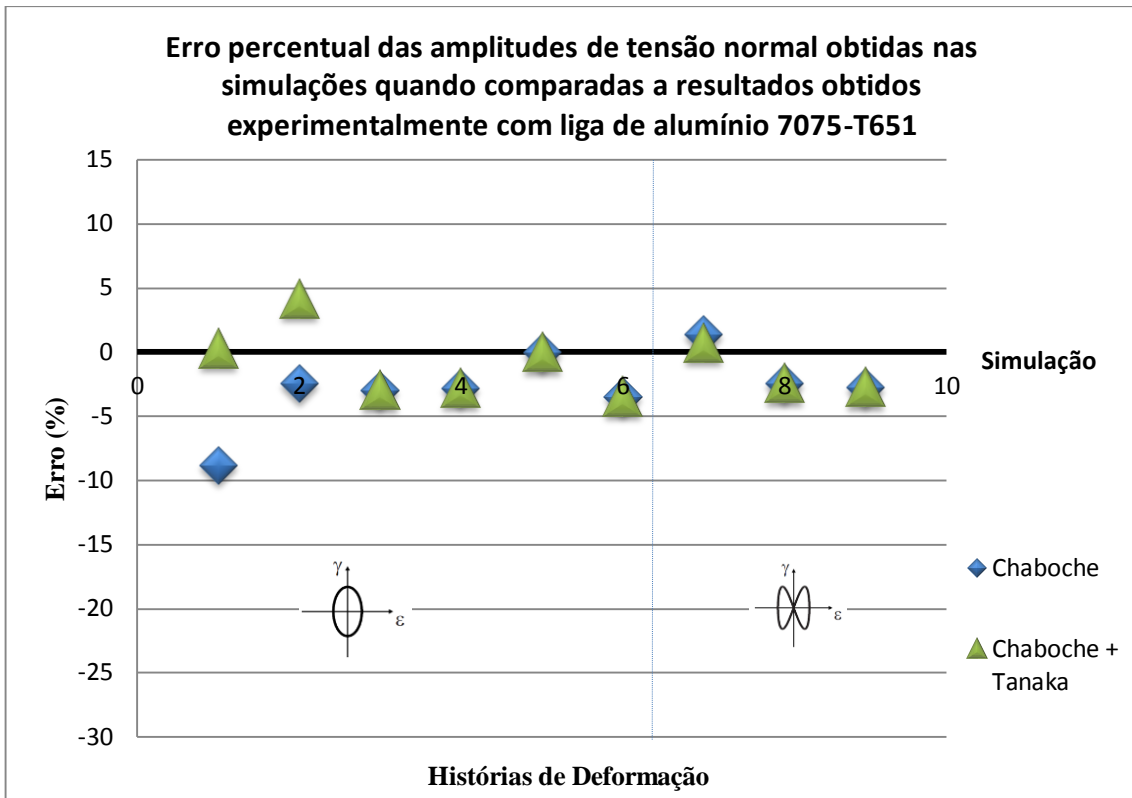


Figura 5.25 – Diagrama que mostra o erro percentual das amplitudes de tensão normal obtidas nas simulações para a liga de alumínio 7075-T651.

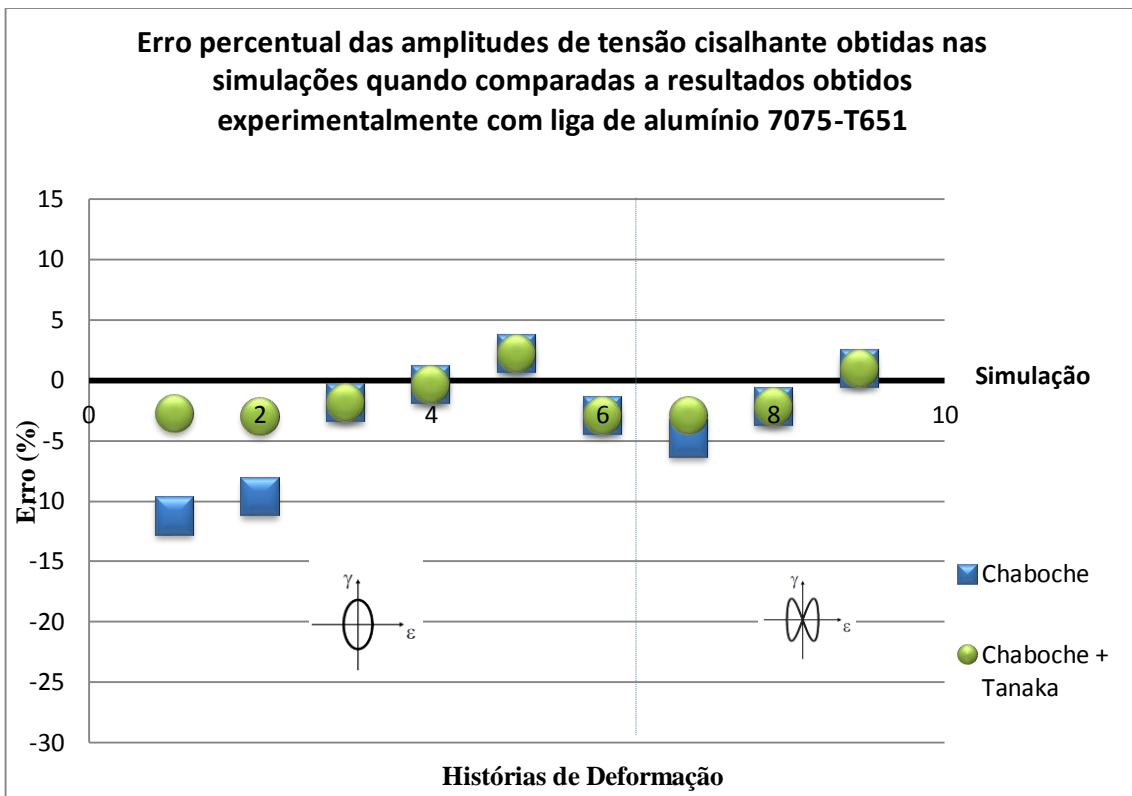


Figura 5.26 – Diagrama que mostra o erro percentual das amplitudes de tensão cisalhante obtidas nas simulações para a liga de alumínio 7075-T651.

5.2.4 Liga de aço 304

Para a liga de aço 304, foram simulados apenas exemplos com trajetórias retangulares (e). A Tabela 5.6 mostra as amplitudes de deformação impostas na simulação, assim como as amplitudes de tensão obtidas experimentalmente, calculadas pelo modelo de Chaboche e calculadas pelo modelo proposto. Neste caso, utilizou-se o exemplo número 1 para a calibração do parâmetro k .

As figuras mostradas a seguir ilustram as respostas em tensão das simulações.

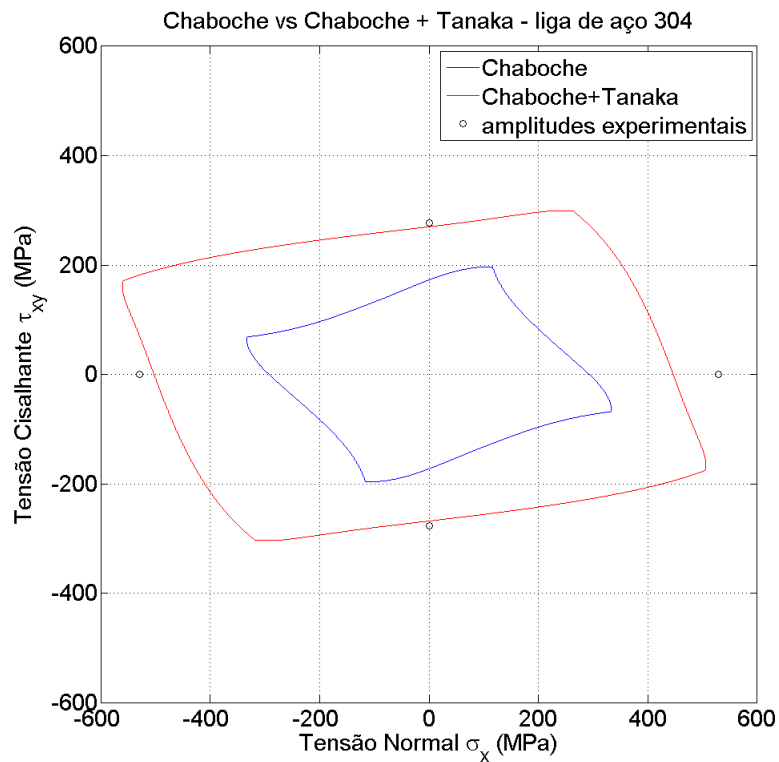


Figura 5.27 – História de tensão resultante de simulação para o aço 304 com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$ - Caso Nº 1.

Tabela 5.6 – Liga de aço 304 - Amplitudes de deformação prescritas, amplitudes de tensão medidas experimentalmente (Itoh, 2001) e estimadas pelos modelos.

Trajetória	Nº	Deformação		Experimental		Chaboche		Chaboche + Tanaka		Erro percentual Chaboche		Erro percentual Caboche + Tanaka	
		ε_a (%)	γ_a (%)	σ_a	τ_a	σ_a	τ_a	σ_a	τ_a	σ_a (%)	τ_a (%)	σ_a (%)	τ_a (%)
(e)	1	0,4	0,695	530	277,5	333,4	196,7	533,4	301,7	-37,11	-29,12	0,64	2,09
	2	0,25	0,435	382,5	200	274,9	163,4	402,2	232,1	-28,13	-18,30	5,15	16,04

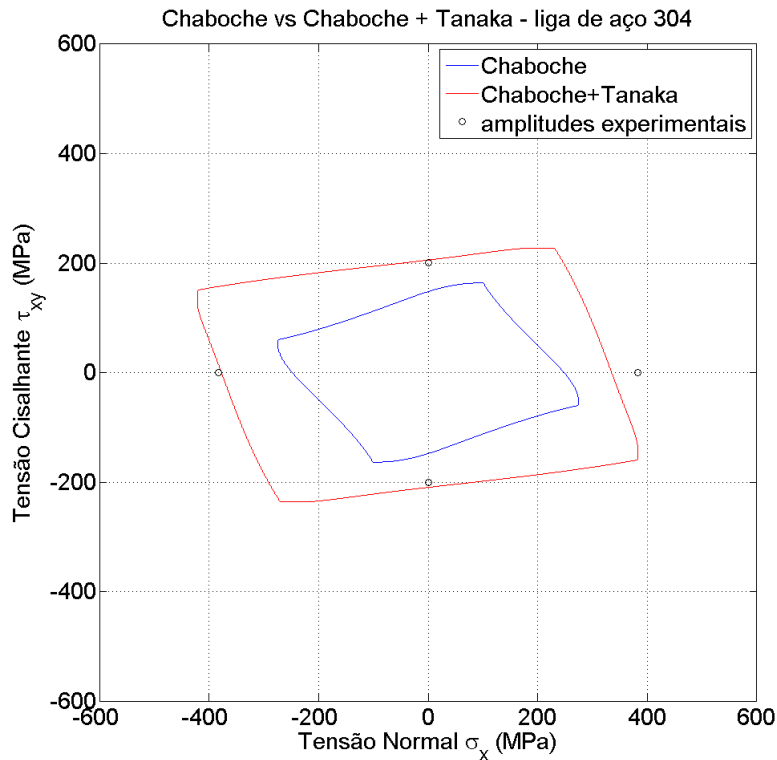


Figura 5.28 – História de tensão resultante de simulação para o aço 304 com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,25\%$ e $\gamma_a = 0,435\%$ - Caso N° 2.

5.3 CURVAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO

A seguir, são mostrados alguns gráficos que comparam as curvas tensão-deformação geradas pelo modelo de Chaboche e pelo modelo modificado. Todos os casos apresentados correspondem a simulações já comentadas anteriormente, como a trajetória elíptica (d), simulada com os parâmetros do aço S460N mostrada na Fig. 5.4 (Fig. 5.29); a trajetória retangular (e) da liga de aço 304 ilustrada na Fig. 5.28 (Fig. 5.30); a trajetória (f), simulada com os parâmetros materiais do aço S460N mostrada na Fig. 5.16 (Fig. 5.31) e a trajetória (g) do aço S460N, ilustrada na Fig. 5.17 (Fig. 32).

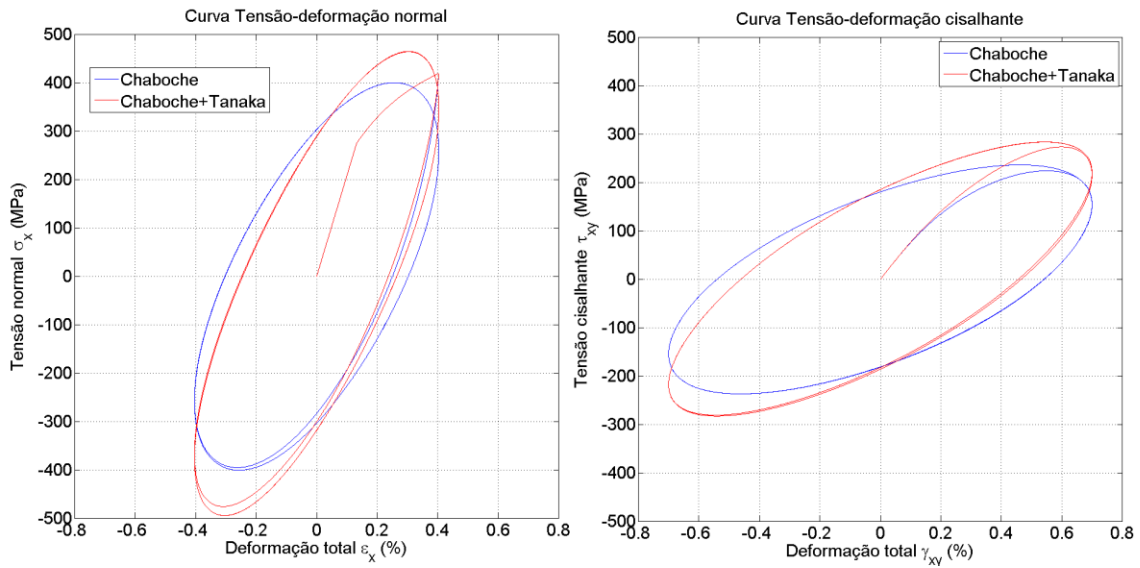


Figura 5.29 – Curvas tensão-deformação resultantes de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,7\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.4).

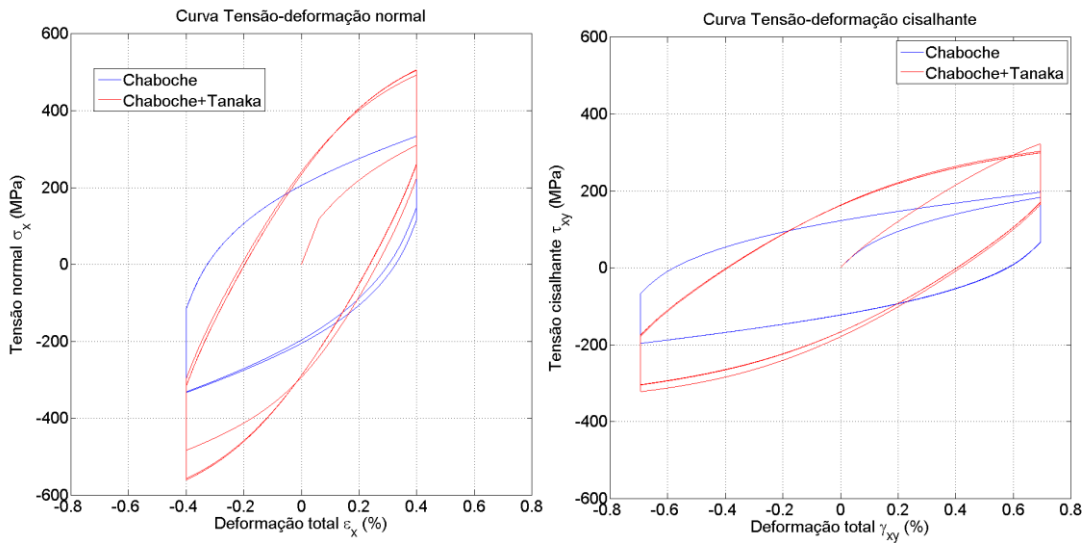


Figura 5.30 – Curvas tensão-deformação resultantes de simulação para o aço 304 com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.28).

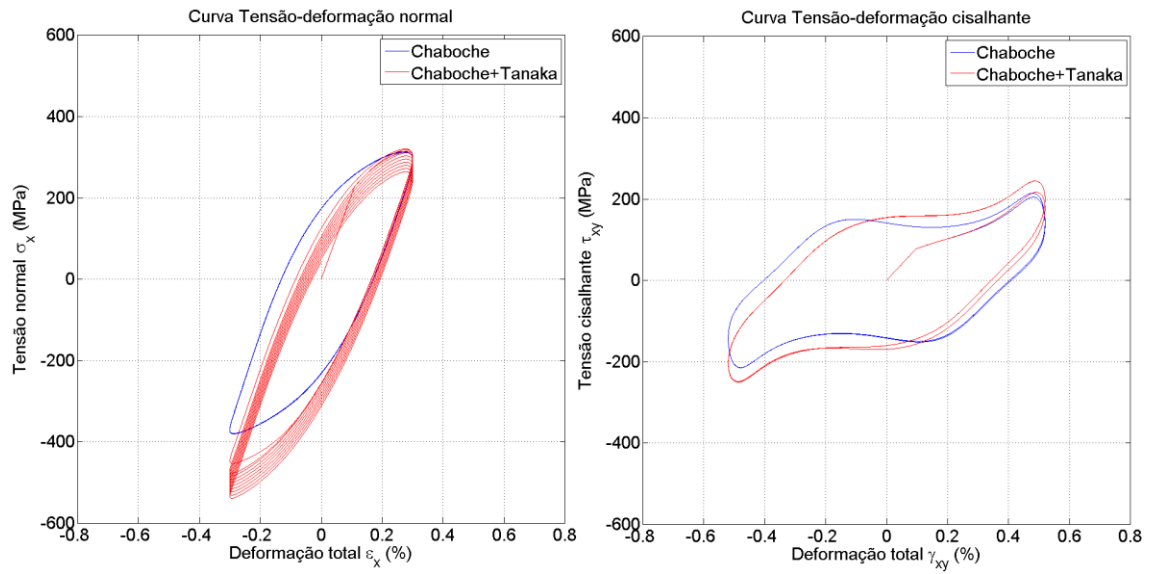


Figura 5.31 – Curvas tensão-deformação resultantes de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,26\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.16).

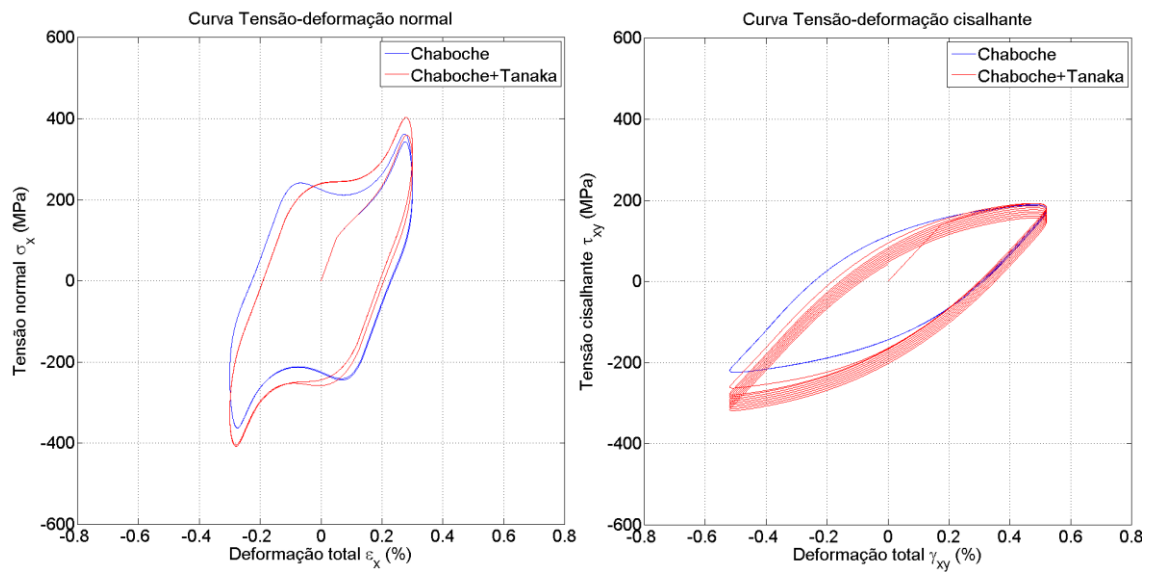


Figura 5.32 – Curvas tensão-deformação resultantes de simulação para o aço S460N com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,26\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.17).

5.4 EVOLUÇÃO DO PARÂMETRO DE TANAKA

Finalmente, esta seção apresenta gráficos que correspondem à evolução do parâmetro de Tanaka ao longo do carregamento, para cada tipo de trajetória de deformação.

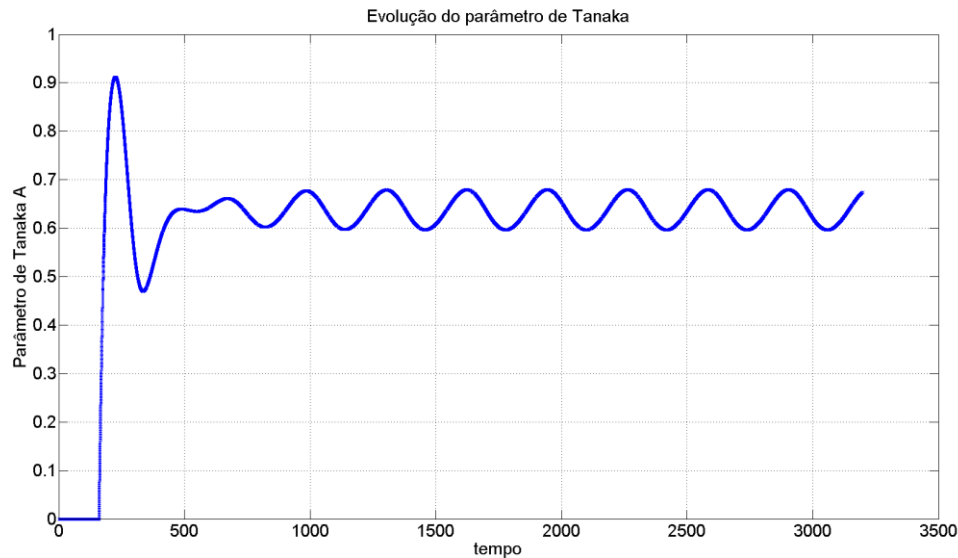


Figura 5.33 – Evolução do parâmetro de Tanaka correspondente à simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,26\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.4).

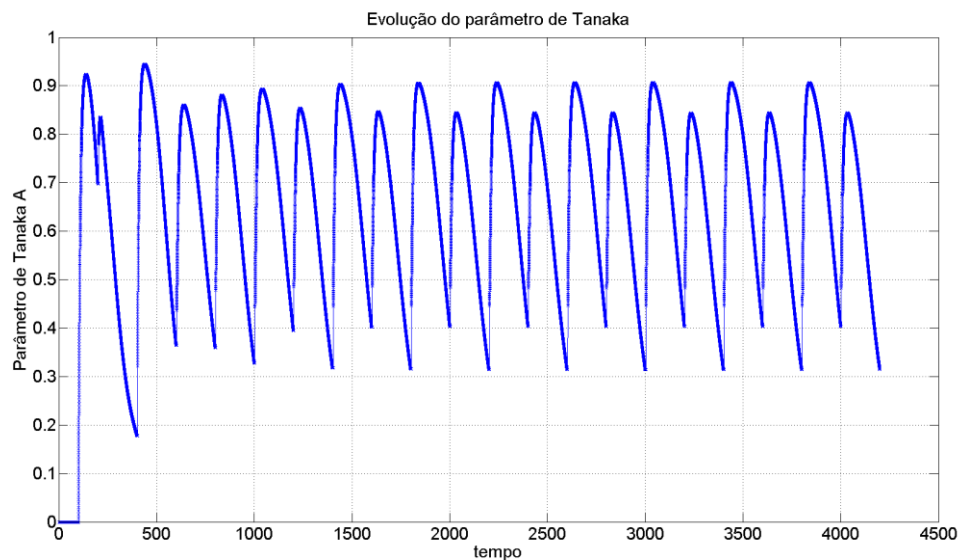


Figura 5.34 – Evolução do parâmetro de Tanaka correspondente à simulação para o aço 304 com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.28).

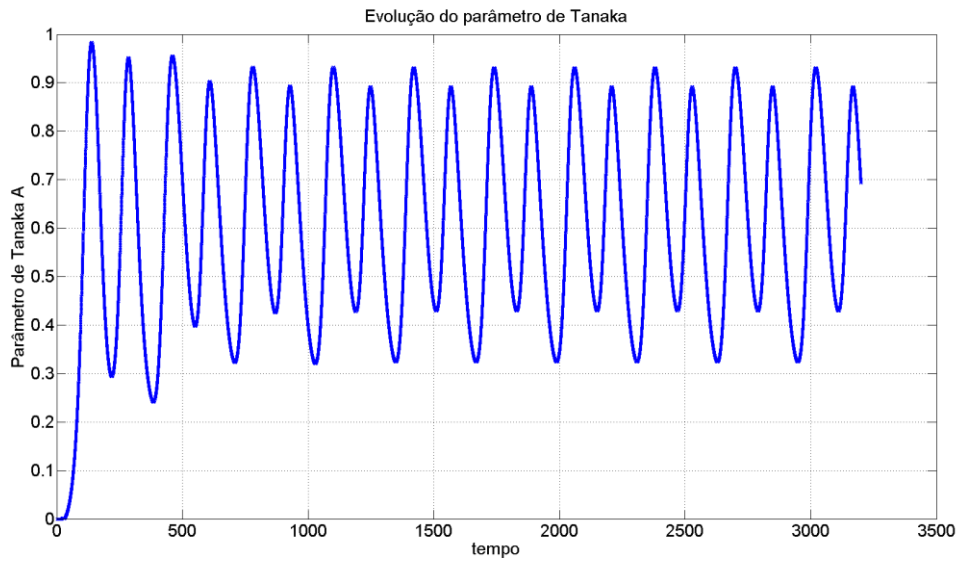


Figura 5.35 – Evolução do parâmetro de Tanaka correspondente à simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,26\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.16).

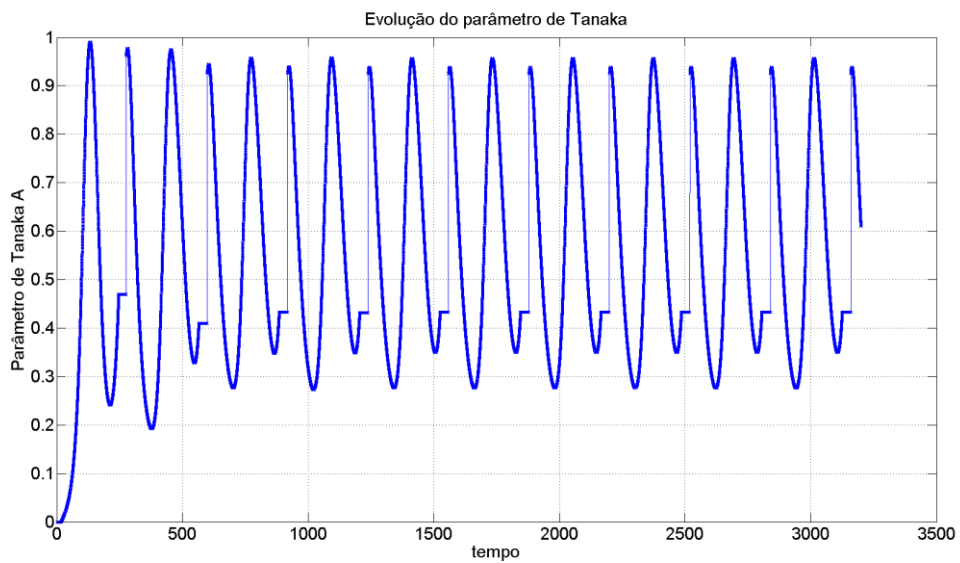


Figura 5.36 – Evolução do parâmetro de Tanaka correspondente à simulação para o aço S460N com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,26\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 5.17).

6. DISCUSSÃO

Este capítulo discute os resultados obtidos nas simulações, assim como a capacidade do modelo de Chaboche e do modelo proposto descreverem o comportamento elasto-plástico de materiais submetidos a carregamentos cíclicos não proporcionais.

6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Na análise qualitativa dos modelos estudados, mostrada na Seção 5.1, é possível observar que, quando se trata de trajetórias elípticas, Fig. 5.1(d), o novo modelo proposto gera trajetórias de tensão com razões de aspecto muito próximas às das trajetórias geradas pelo modelo de Chaboche, embora, por vezes, com diferenças significativas em relação às observadas experimentalmente, conforme se discute em maior detalhe adiante. Quando há níveis maiores de deformações plásticas – e, portanto, níveis maiores de encruamento – as trajetórias geradas com a adição do parâmetro de Tanaka apresentam maior concordância com as trajetórias obtidas experimentalmente, como mostram as Figs. 5.2, 5.4 e 5.5. Sob condição de baixos níveis de deformações plásticas, Fig. 5.6, ambos os modelos geram trajetórias de tensão muito próximas daquela observada experimentalmente. Sob histórias retangulares de deformação, Fig. 5.1(e), nota-se que o modelo modificado com o parâmetro de Tanaka gera trajetória com formato consideravelmente diferente daquela resultante do modelo de Chaboche e, neste caso, mais próximo do formato da trajetória obtida experimentalmente. Além disso, as amplitudes de tensão geradas pelo modelo modificado são mais próximas das observadas experimentalmente.

Na análise dos resultados para o material SAE 1045HR, pôde-se notar que este material apresenta alto grau de encruamento não proporcional, o que leva o modelo de Chaboche a gerar erros nas amplitudes que podem, em alguns casos, superar os 20% e, na maioria dos casos, apresenta erros superiores a 10%. As Figs. 5.11 e 5.12 também evidenciam que o modelo modificado gera, em quase todos os casos, amplitudes de tensão mais próximas das observadas experimentalmente, produzindo erros menores que 5% na maior parte dos casos. Nesta análise, pode-se notar também que, nas histórias de carregamento não proporcionais, os níveis de encruamento produzidos sob deformações normais podem diferir daqueles sob deformações cisalhantes. Isto é, quando se trata de tensões normais, o modelo de Chaboche tende a gerar amplitudes de

tensão menores do que as observadas experimentalmente, o mesmo acontecendo com o modelo proposto. Quando se analisam as tensões cisalhantes, ambos os modelos subestimam as amplitudes de tensão na maioria dos casos, embora se observem exceções, como nos ensaios 2 e 6.

Como verifica-se um alto grau de encruamento não proporcional na liga de aço S460N (Figs. 5.19 e 5.20), o modelo de Chaboche gerou amplitudes de tensão com erros superiores a 20% em alguns casos. Novamente, a inclusão do parâmetro de Tanaka gerou resultados mais próximos dos resultados observados experimentalmente, mantendo a maioria dos resultados em uma faixa de até 5% de erro. Entretanto, quando se trata da diferença entre os resultados gerados para tensões normais e cisalhantes, esse material teve um comportamento oposto ao observado para o aço 1045HR. Desta vez, os modelos tenderam a subestimar as amplitudes de tensão cisalhante. Além disso, ao se observar as Figuras 5.16 e 5.17, nota-se que a trajetória de tensão gerada pelo modelo proposto está deslocada para a esquerda (tensões normais negativas), no primeiro caso, e para baixo (tensões cisalhantes negativas), no segundo caso.

Infelizmente, foram encontrados poucos dados na literatura referentes a ensaios experimentais para a liga de alumínio 7075-T651 com amplitudes de deformação capazes de gerar deformações plásticas significativas. Assim, como na maioria dos casos mostrados na Seção 5.2.3 (casos nº 3 a 6, 8 e 9) as trajetórias de carregamento envolvem baixos níveis de evolução da deformação plástica, as amplitudes geradas pelo modelo de Chaboche e pelo modelo proposto são iguais. Nos demais casos, percebe-se que o modelo de Chaboche gera erros de até 10%. Para o modelo proposto, observam-se erros dentro da faixa dos 5%.

A liga de aço 304 é o material que apresenta o maior nível de encruamento não proporcional. No exemplo da Fig. 5.27, o modelo de Chaboche gera erro de mais de 37% na amplitude de tensão normal e de 29% na amplitude de tensão cisalhante, ambas subestimando as amplitudes de tensão deste ensaio. No exemplo da Fig. 5.28, o erro gerado pelo modelo de Chaboche foi de 28% na amplitude de tensão normal e de 18% na amplitude de tensão cisalhante, novamente subestimando os valores das amplitudes do ensaio. Como não foram encontrados resultados experimentais de ensaios com trajetórias elípticas para este material, a calibração do parâmetro k foi feita a partir da trajetória retangular com maiores amplitudes de deformação (Fig. 5.27). Os erros verificados para o exemplo da Fig. 5.28 a partir do modelo proposto foram de 5% para amplitude de tensão normal e de 16% para amplitude de tensão cisalhante, ambos

superestimando os valores das amplitudes de tensão. Nota-se que o modelo prevendo a influência do parâmetro de Tanaka calculou uma amplitude de tensão normal muito mais próxima da observada experimentalmente. Porém, em relação à amplitude de tensão cisalhante, o novo modelo gerou resultado com erro da mesma ordem daquele observado pelo modelo de Chaboche, mas nesse caso superestimando a amplitude de tensão cisalhante.

6.2 OSCILAÇÃO DO PARÂMETRO DE TANAKA

As curvas tensão-deformação apresentadas na Seção 5.3 mostram que, de maneira geral, o modelo proposto demanda um número de ciclos maior para a estabilização das trajetórias cíclicas de tensão em relação ao que se observa nas simulações produzidas considerando-se o modelo de Chaboche. Nos casos com trajetórias de deformação (f) e (g), Figs. 5.31 e 5.32, as trajetórias sequer chegam a estabilizar. A Fig. 6.1 ilustra a trajetória de tensão correspondente à simulação da Fig. 5.31, onde mesmo depois de vários ciclos, a trajetória não se estabiliza.

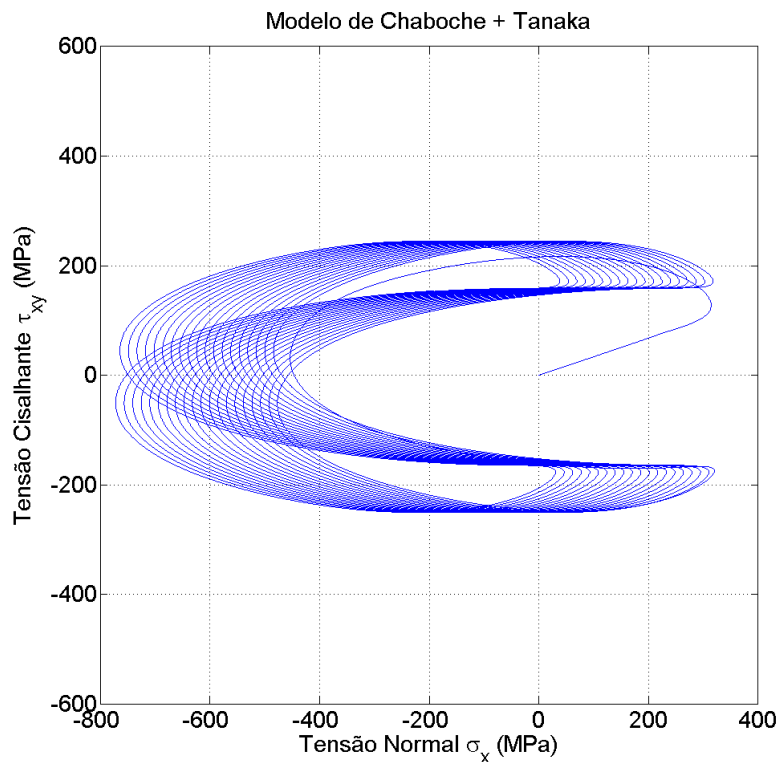


Figura 6.1 – História de tensão, resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 7.

Com base nessas observações, argumenta-se que o retardo na estabilização dos ciclos é uma característica espúria introduzida pelo parâmetro. Para o caso específico da trajetória ilustrada na Fig. 6.1, a não estabilização pode ser explicada por meio da análise do comportamento do parâmetro de Tanaka ao longo da história de deformação. A Fig. 6.2 apresenta as histórias estabilizadas do parâmetro de Tanaka A e das deformações ε_x e ε_{xy} . Os números 0 a 10 nessa figura estão associados às posições na trajetória ilustrada na Fig. 6.3. Observa-se que, nas regiões onde a evolução da deformação normal ε_x é negativa (entre 2 e 4 ou entre 7 e 9), o parâmetro de Tanaka alcança seu valor máximo, enquanto que, nas regiões onde a evolução da deformação normal é positiva (entre 4 e 7), o parâmetro de Tanaka alcança picos de menor amplitude. A integral de A ao longo do trecho 2-4 é maior do que a integral no trecho 4-7, o mesmo sendo observado quando se analisam os trechos 7-9 e 9-2. Como consequência, nos trechos de evolução negativa da deformação normal, o modelo prevê encruamento maior do que aqueles associados a evoluções positivas deste componente de deformação, impedindo assim o fechamento da trajetória de tensão.

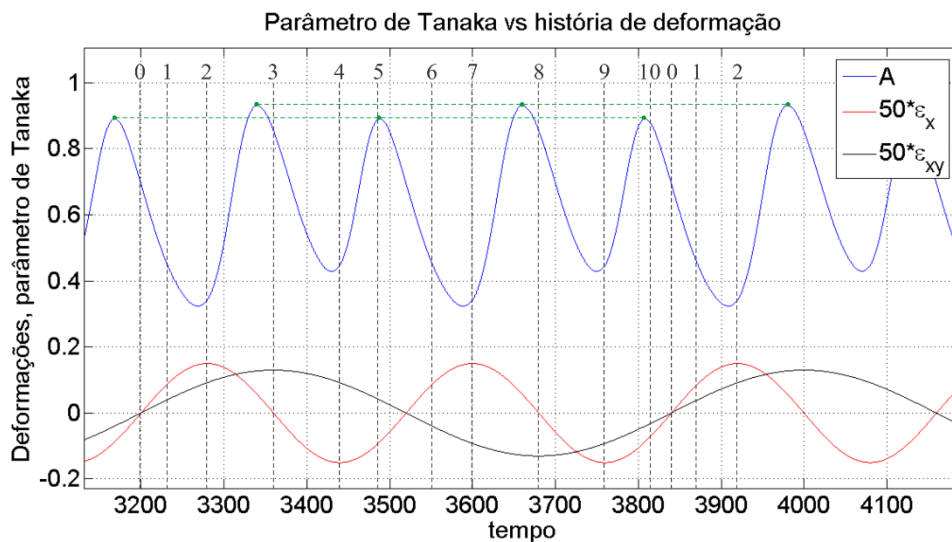


Figura 6.2 – Histórias de deformação ε_x e ε_{xy} comparadas à oscilação do parâmetro de Tanaka, resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 7.

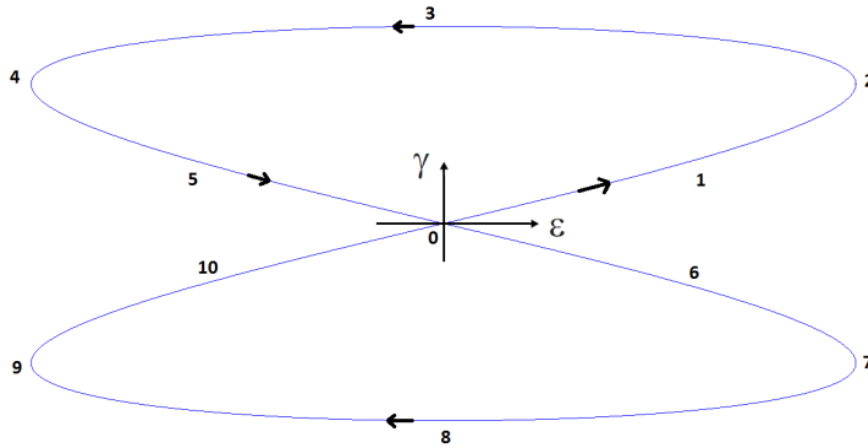


Figura 6.3 – Trajetória de deformação usada na simulação do aço S460N com história de deformação (ϵ) e amplitudes $\epsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 7.

Uma possível maneira de corrigir esse comportamento espúrio seria a consideração de alguma média histórica do parâmetro A , com o objetivo de produzir alguma regularização na quantidade responsável pelo encruamento não proporcional. Essa média poderia ser calculada a partir da seguinte expressão:

$$\bar{A} = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t A(t) dt, \quad (6.1)$$

onde T representaria um intervalo de tempo característico do material. A Fig. 6.4 ilustra um exemplo dessa abordagem, para a mesma simulação exemplificada na Fig. 6.1, onde a quantidade T foi adotada tentativamente igual a um ciclo. A Fig. 6.5 ilustra a história de tensão quando o parâmetro de Tanaka é substituído pelo parâmetro regularizado \bar{A} no modelo de encruamento. Nota-se que desta maneira a trajetória de tensão estabiliza rapidamente.

Entretanto, deve-se ressaltar que esta abordagem ainda exige estudos adicionais envolvendo trajetórias de carregamentos diversas daquelas consideradas no presente trabalho.

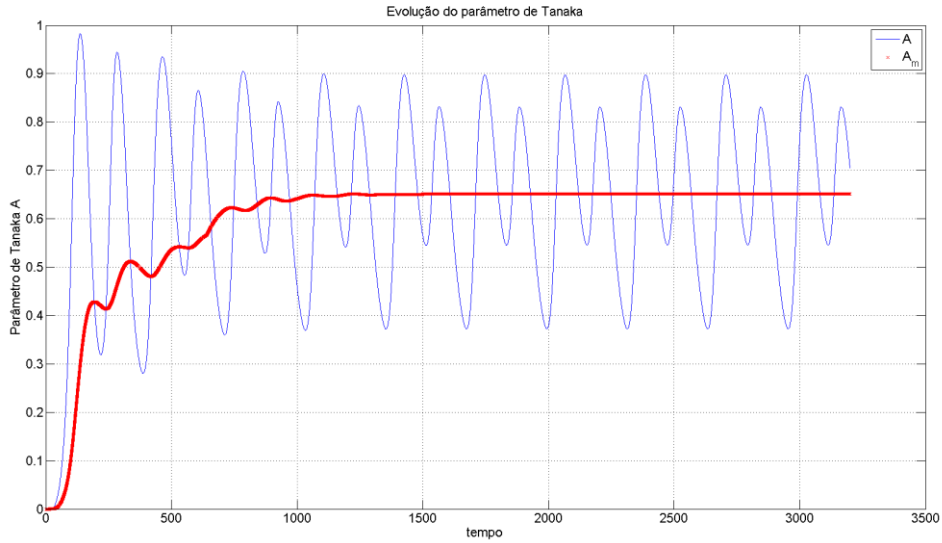


Figura 6.4 – Evolução do parâmetro de Tanaka correspondente à simulação para o aço 304 com história de deformação (e) e amplitudes $\epsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$ (corresponde à mesma simulação da Figura 4.28).

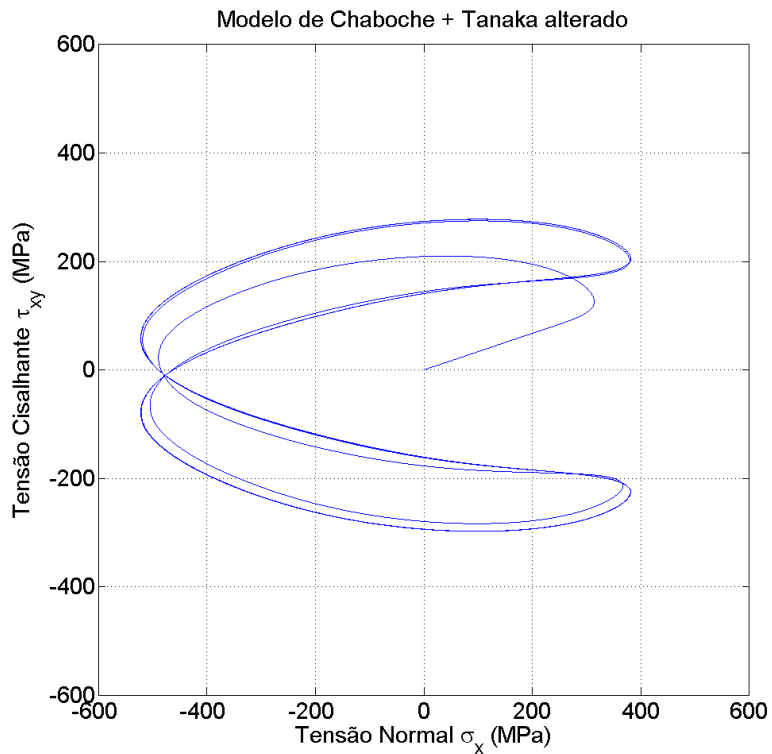


Figura 6.5 – História de tensão completa, resultante de simulação do modelo proposto alterado, para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\epsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 7.

7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA ESTUDOS FUTUROS

Neste trabalho, apresentou-se um estudo do modelo de encruamento cinemático de Chaboche, amplamente utilizado em aplicativos comerciais de elementos finitos para a descrição do comportamento elastoplástico de materiais metálicos sob carregamentos cíclicos. Concluiu-se que, sob carregamentos uniaxiais (tração-compressão ou cisalhamento puro) ou multiaxiais proporcionais, o modelo de Chaboche gera resultados satisfatórios para as amplitudes de tensão, quando comparados a resultados experimentais. Entretanto, quando se tratam de carregamentos multiaxiais não proporcionais, esses modelos podem gerar amplitudes de tensão bastante distintas daquelas efetivamente observadas. Como consequência, vidas à fadiga estimadas com base nestes resultados podem ser consideravelmente subestimadas. Portanto, deve-se ter cautela na utilização desse modelo para a simulação do comportamento elastoplástico de determinados materiais, como por exemplo o aço 304, sob condições de carregamentos multiaxiais não proporcionais.

Neste contexto, propôs-se uma modificação no modelo de Chaboche, introduzindo-se o parâmetro de Tanaka, de modo que este novo modelo fosse capaz de descrever níveis de encruamento mais próximos daqueles experimentalmente observados, sob condições de carregamento não proporcional. As simulações numéricas mostraram boa concordância do novo modelo com os resultados experimentais relatados na literatura.

Sob histórias de carregamento mais complexas, não se observou estabilização das trajetórias de tensão resultantes, mesmo após um número elevado de ciclos, como consequência da introdução do parâmetro de Tanaka no modelo de Chaboche. Com o objetivo de eliminar este comportamento espúrio, propôs-se uma regularização temporal do parâmetro de Tanaka. Apesar das simulações com o parâmetro regularizado produzirem resultados bastante satisfatórios para os casos considerados, deve-se ressaltar que esta abordagem ainda exige estudos adicionais envolvendo outras trajetórias de carregamentos.

Como recomendações para trabalhos futuros, os seguintes pontos são então sugeridos como evolução do estudo da descrição do comportamento elastoplástico sob carregamentos multiaxiais não proporcionais.

- 1) Sugere-se um estudo mais abrangente do uso do parâmetro de Tanaka regularizado, sob solicitações de carregamentos mais complexos;
- 2) Deve-se estudar detalhadamente o modelo mais recente de Zhang e Jiang (2008), que considera o parâmetro de Tanaka para a descrição do encruamento não proporcional;
- 3) Todas as simulações consideradas no presente estudo foram conduzidas sob condições de deformações prescritas e, neste contexto, os estudos subsequentes poderiam considerar também carregamentos a tensões prescritas, quando situações de ciclos não estabilizados (“ratchetting”) podem ser observados;
- 4) Sugere-se ainda a implementação do modelo de Chaboche modificado com o parâmetro de Tanaka em um aplicativo baseado no Método dos Elementos Finitos, para estudo de situações mais gerais de carregamento, em regiões em que níveis significativos de gradiente de tensões sejam observados;
- 5) O presente estudo considerou o modelo de Mises para a descrição do domínio elástico. Neste contexto, sugere-se considerar outros modelos de superfície de escoamento, incluindo o de Hosford (1972), Bai (2008), Gao et al. (2011), entre outros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Armstrong, P. J., Frederick, C. O. (1966). A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. Report RD/B/N731, CEGB, Central Electricity Generating Board, Berkeley, UK.
- Bai, Y., Wierzbicki, T. (2008). A New Model of Metal Plasticity and Fracture with Pressure and Lode Dependence. *International Journal of Plasticity*, 24:1071-1096.
- Bower. A. F. (1987). Some Aspects of Plastic Flow, Residual Stress and Fatigue due to Rolling and Sliding Contact. Ph.D. Dissertation, University of Cambridge, Cambridge.
- Bower. A. F. (1989). Cyclic Hardening Properties of Hard-Drawn Copper and Rail Steel. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 37, 455.
- Chaboche, J. L., Dang-Van, K., Cordier, G. (1979). Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless steel. In: *Structural Mechanics in Reactor Technology*, Trans. 5th SMIRT, Berlin, L11/3
- Chaboche, J. L. (1986). Time-independent Constitutive Theories for Cyclic Plasticity. *International Journal of Plasticity*, 2, 149-188.
- Chaboche, J. L. (1991). On Some Modifications of Kinematic Hardening to Improve the Description of Ratchetting Effects. *International Journal of Plasticity*, 7, 661.
- Döring, R. Hoffmeyer, J., Seeger, T., Vormwald, M. (2003). A plasticity model for calculating stress-strain sequences under multiaxial nonproportional cyclic loading. *Computational Materials Science*, 28:587-596.
- Esslinger, V., Kieselbach, R., Koller, R., Weisse, B., 2004, The railway accident of Eschede – technical background, *Engineering failure analysis* 11, 4, 515-535.
- Fatemi, A., Socie, D. F. (1988). A Critical Plane Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including Out-of-Phase Loading. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 11, No. 3, pp. 149-165.
- Gao, X., Zhang, T., Zhou, J., Graham, S. M., Hayden, M., Roe, C. (2011). On Stress-State Dependent Plasticity Modeling: Significance of the Hydrostatic Stress, the Third Invariant of Stress Deviator and the Non-Associated Flow Rule. *International Journal of Plasticity*, 27:217-231.
- Garud, Y. S. (1981). A new approach to the evaluation of fatigue under multiaxial loadings. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 103:118-125.
- Hosford, W. F. (1972). A Generalized Isotropic Yield Criterion. *Journal of Applied Mechanics*, 39:607-609.

- Itoh, T. (2001). Multiaxial Low Cycle Fatigue Life Prediction Under Nonproportional Loading. *Memoirs of the Faculty of Engineering, Fukui University*, 49:37-44.
- Jiang, Y. (1993). *Cyclic Plasticity with Emphasis on Ratchetting*. Ph.D. Dissertation, Mechanical Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana.
- Jiang, Y., Sehitoglu, H. (1995a). Modeling of Cyclic Ratchetting Plasticity: Part I – Development of Constitutive Equations. *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 63, pp. 720-725.
- Jiang, Y., Kurath, P. (1996). Characteristics of the Armstrong-Frederick type plasticity models. *International Journal of Plasticity*, Vol. 12, No. 3, pp. 387-415.
- Jiang, Y., Hertel, O., Vormwald, M. (2007). An experimental evaluation of three critical plane multiaxial fatigue criteria. *International Journal of Fatigue*, 29, 1490–1502.
- Leese, G. E., Morrow, J. (1985). Low Cycle Fatigue Properties of a 1045 Steel in Torsion. *Multiaxial Fatigue*. ASTM STP 853, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, pp. 482-496.
- Lubliner, J. (1990). *Plasticity Theory*, Macmillan Publishing Company, New York.
- Mamiya E. N., Araújo J. A. (2002). Fatigue limit under multiaxial loadings: on the definition of the equivalent shear stress. *Mechanics Research Communications*, 29:141–51.
- Mamiya, E. N., Araújo, J. A., Castro, F. C.(2008). Prismatic hull: A new measure of shear stress amplitude in multiaxial high cycle fatigue. *International Journal of Fatigue*, v. 31, p. 1144-1153.
- Mamiya, E. N., Castro, F. C., Algarte, R. D., Araújo, J. A. (2010). Multiaxial fatigue life estimation based on a piecewise ruled S-N surface. *International Journal of Fatigue*, v. 33, p. 529-540.
- Mamiya, E. N., Castro, F. C., Araújo, J. A. (2014). Recent developments on multiaxial fatigue: The contribution of the University of Brasília. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.tafmec.2014.06.007>.
- Masing, G., 1926, “Eigenspannungen un verfestigung beim messing”, in: *Second International Congress for Applied Mechanics*, Zurich, pp. 332–335 (in German).
- Mróz, Z. (1967). On the description of anisotropic workhardening, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 15:163-175
- Ohno, N., Wang, J. D. (1991a). Transformation of a nonlinear kinematic hardening rule to a multisurface form under isothermal and nonisothermal conditions, *International Journal of Plasticity*, Vol. 7, pp. 879-891.

- Ohno, N., Wang, J. D. (1993a). Kinematic Hardening Rules with Critical State of Dynamic Recovery: Part I Formulation and Basic Features for Ratchetting Behavior. *International Journal of Plasticity*, 9, 375.
- Ohno, N., Wang, J. D. (1993b). Kinematic Hardening Rules with Critical State of Dynamic Recovery: Part II Application to Experiments of Ratchetting Behavior. *International Journal of Plasticity*, 9, 391.
- Ohno, N., Wang, J. D. (1994). Kinematic Hardening Rules for Simulation of Ratchetting Behavior. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 13, 519.
- Prager, W. (1955). The theory of plasticity: a survey of recent achievements. *Proceedings, Institution of Mechanical Engineers*, 169:41-57.
- Ramberg, W., Osgood, W. R. (1943). Description of stress-strain curves by three parameters. Technical Note No. 902, National Advisory Committee For Aeronautics, Washington DC.
- Socie, D. F., Marquis, G. B. (2000). *Multiaxial fatigue*, SAE, Warrendale, PA.
- Simo, J. C., Hughes, T. J. R. (1998). *Computational Inelasticity. Interdisciplinary Applied Mechanics, Vol. 7.*, Springer-Verlag, New York.
- Tanaka, E. (1994). A Nonproportionality Parameter and a Cyclic Viscoplastic Constitutive Model Taking into Account Amplitude Dependences and Memory Effects of Isotropic Hardening. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, No. 2, pp. 155-173.
- Von Mises, R. (1913). *Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand*. Göttingen. *Nachr. Journal of Mathematical Physics*, vol. 1, pp. 582–592.
- Withey, P. A., 1997, Fatigue failure of the Havilland comet I, *Engineering failure analysis* 4, 2 147-154.
- Zhang J., Jiang, Y. (2008). Constitutive Modeling of Cyclic Plasticity Deformation of a Pure Polycrystalline Copper. *International Journal of Plasticity*, 24, 1890–1915.

APÊNDICES

Apêndice A

O objetivo aqui é mostrar a integração utilizada para se chegar na relação entre σ e ε^p , a partir da Eq. (2.14).

$$db + c|d\varepsilon^p|b = a d\varepsilon^p. \quad (\text{A.1})$$

Duas situações devem ser consideradas: se $d\varepsilon^p > 0$, pode-se escrever a Eq. (A.1) como:

$$db + c d\varepsilon^p b = a d\varepsilon^p, \quad (\text{A.2})$$

ou

$$\frac{db}{d\varepsilon^p} + c b = a. \quad (\text{A.3})$$

A Eq. (A.3) exige um fator de integração $F(\varepsilon^p)$, tal que:

$$F \frac{db}{d\varepsilon^p} + Fc b = Fa \quad (\text{A.4})$$

torne a mesma exata, e seguinte igualdade seja verdadeira:

$$\frac{d}{d\varepsilon^p}(Fb) = F \frac{db}{d\varepsilon^p} + b \frac{dF}{d\varepsilon^p}. \quad (\text{A.5})$$

Logo:

$$b \frac{dF}{d\varepsilon^p} = Fcb, \quad (\text{A.6})$$

ou

$$\frac{dF}{d\varepsilon^p} = Fc. \quad (\text{A.7})$$

Integrando-se a Eq. (A.7):

$$\int \frac{F}{dF} = c \int d\varepsilon^p \rightarrow \ln F = c \varepsilon^p \quad (\text{A.8})$$

de modo que:

$$F(\varepsilon^p) = e^{c \varepsilon^p} \quad (\text{A.9})$$

é o fator de integração. Voltando à Eq. (A.4), tem-se:

$$e^{c \varepsilon^p} \frac{db}{d\varepsilon^p} + e^{c \varepsilon^p} c b = e^{c \varepsilon^p} a, \quad (\text{A.10})$$

ou

$$\frac{d}{d\varepsilon^p}(b e^{c \varepsilon^p}) = e^{c \varepsilon^p} a. \quad (\text{A.11})$$

Integrando-se a Eq. (A.11) nos intervalos (b_0, b) e $(\varepsilon_0^p, \varepsilon^p)$:

$$\begin{aligned} \int_{b_0, \varepsilon_0^p}^{b, \varepsilon^p} d(b e^{c \varepsilon^p}) &= \int_{\varepsilon_0^p}^{\varepsilon^p} a e^{c \varepsilon^p} d\varepsilon^p \\ b e^{c \varepsilon^p} - b_0 e^{c \varepsilon_0^p} &= \frac{a}{c} (e^{c \varepsilon^p} - e^{c \varepsilon_0^p}) \\ b e^{c \varepsilon^p} &= b_0 e^{c \varepsilon_0^p} + \frac{a}{c} (e^{c \varepsilon^p} - e^{c \varepsilon_0^p}) \\ b &= b_0 e^{c(\varepsilon_0^p - \varepsilon^p)} + \frac{a}{c} (1 - e^{c(\varepsilon_0^p - \varepsilon^p)}) \\ b &= \frac{a}{c} + \left(b_0 - \frac{a}{c}\right) e^{-c(\varepsilon^p - \varepsilon_0^p)}. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Se $d\varepsilon^p < 0$, a equação diferencial será reescrita como:

$$db - c d\varepsilon^p b = a d\varepsilon^p, \quad (\text{A.13})$$

ou

$$\frac{db}{d\varepsilon^p} - c b = a. \quad (\text{A.14})$$

Procedimentos análogos fornecem a solução:

$$b = -\frac{a}{c} + \left(b_0 + \frac{a}{c}\right) e^{c(\varepsilon^p - \varepsilon_0^p)}. \quad (\text{A.15})$$

Portanto:

$$b = \pm \frac{a}{c} + \left(b_0 \mp \frac{a}{c}\right) e^{\mp c(\varepsilon^p - \varepsilon_0^p)}, \quad (\text{A.16})$$

A relação $|\sigma - b| = \sigma_y$ permite escrever:

$$\sigma = \pm \frac{a}{c} + \left(b_0 \mp \frac{a}{c}\right) e^{\mp c(\varepsilon^p - \varepsilon_0^p)} \pm \sigma_y. \quad (\text{A.17})$$

Apêndice B

Este apêndice traz todos os resultados de simulações gerados a partir do modelo de Chaboche e do modelo de Chaboche modificado, mostrados no Capítulo 5.

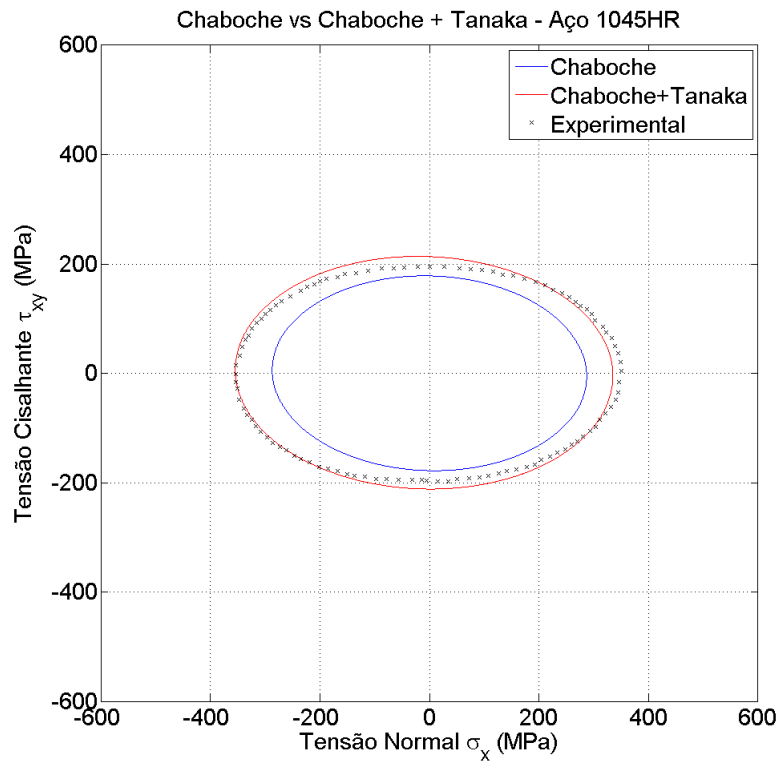


Figura B.1 – História de tensão resultante de simulação para o material SAE 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,26\%$ e $\gamma_a = 0,51\%$.

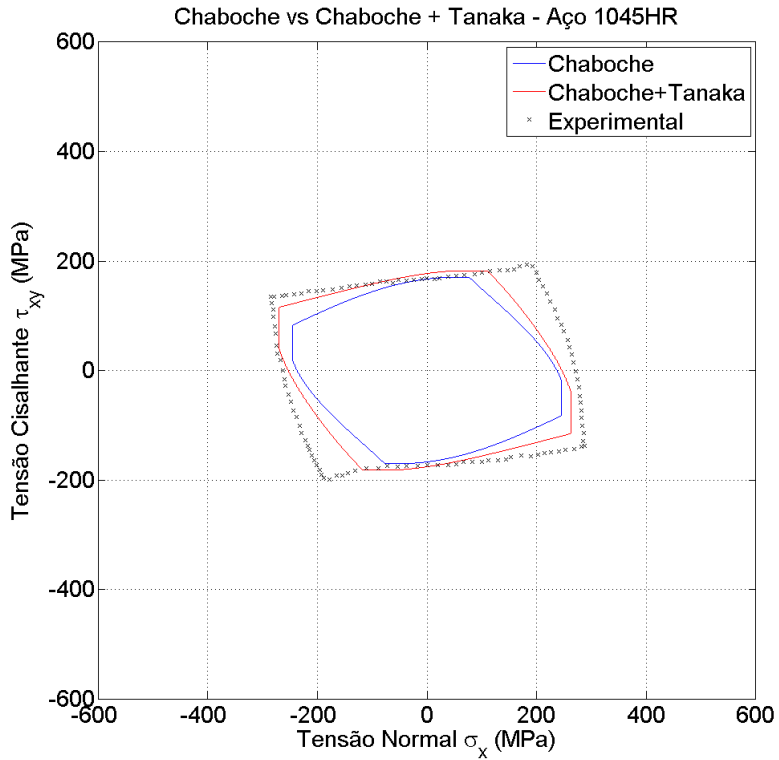


Figura B.2 – História de tensão resultante de simulação para o material SAE 1045HR com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,13\%$ e $\gamma_a = 0,34\%$.

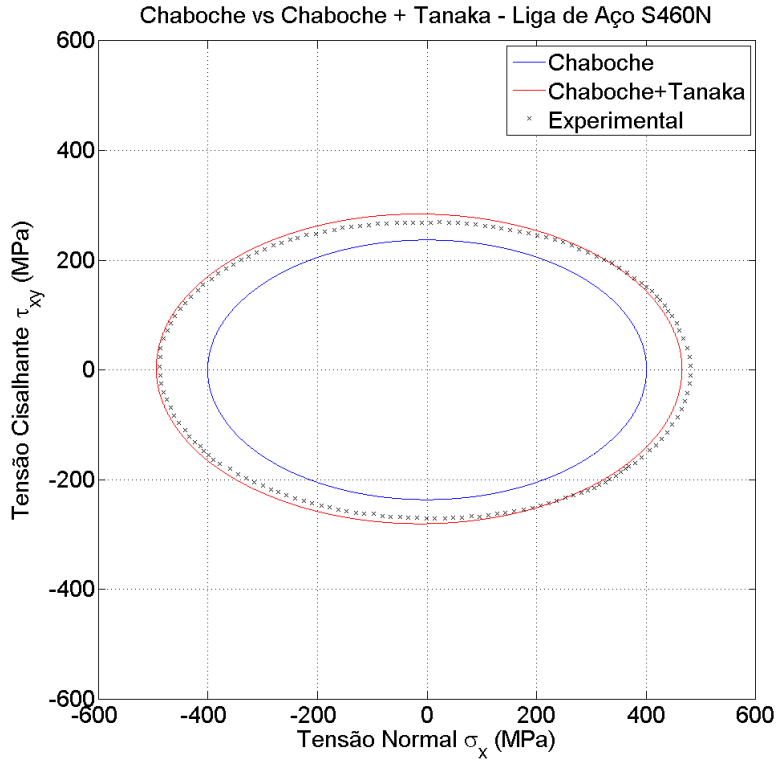


Figura B.3 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,7\%$.

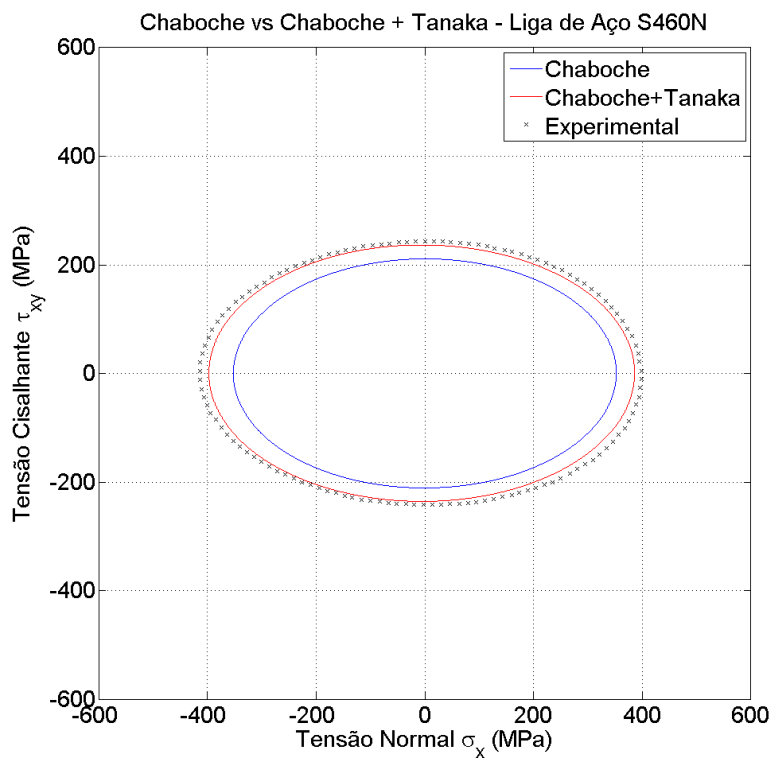


Figura B.4 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,23\%$ e $\gamma_a = 0,4\%$.

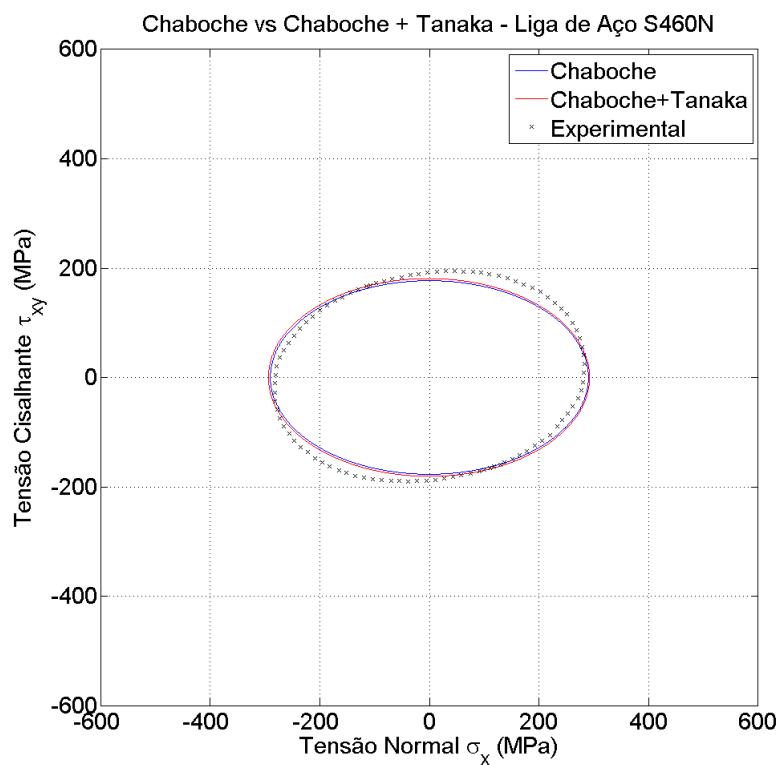


Figura B.5 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,144\%$ e $\gamma_a = 0,25\%$.

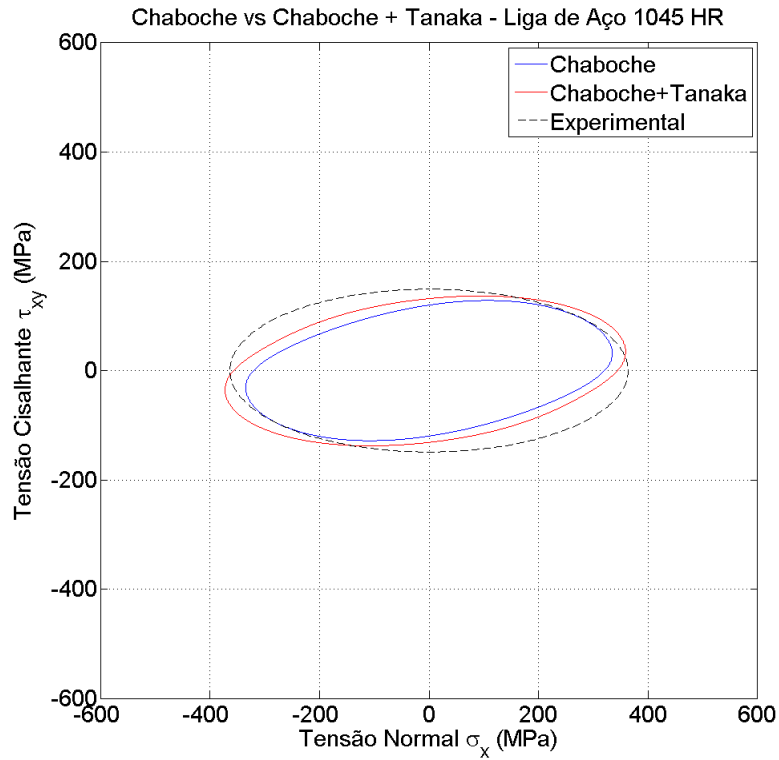


Figura B.6 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,41\%$ e $\gamma_a = 0,213\%$ - Caso N° 1.

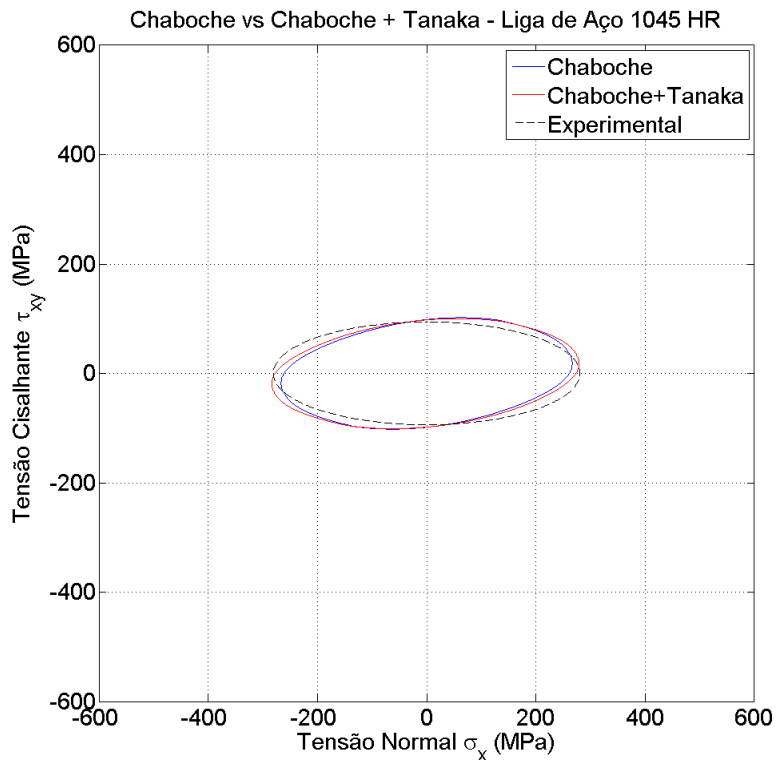


Figura B.7 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,212\%$ e $\gamma_a = 0,116\%$ - Caso N° 2.

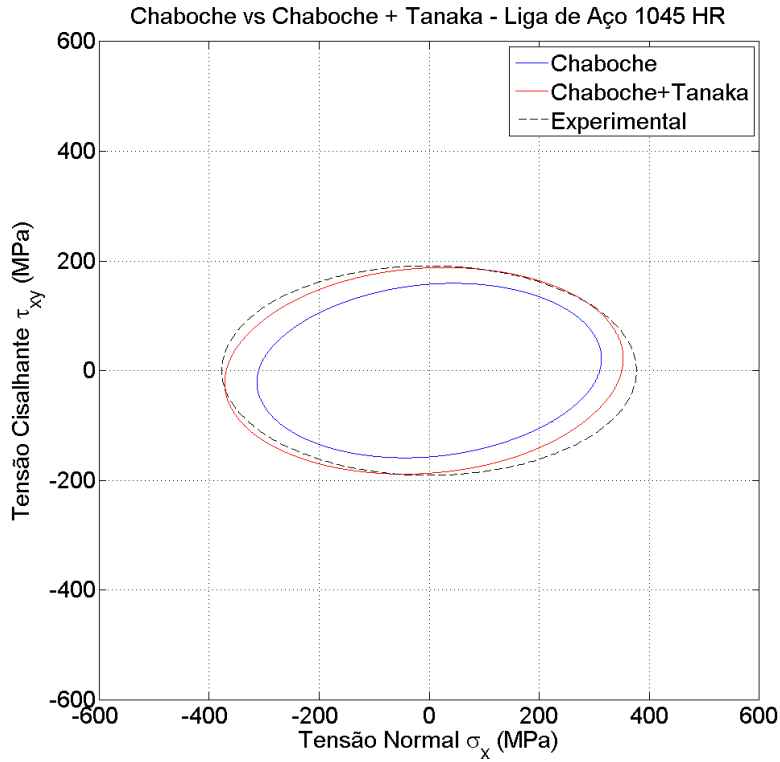


Figura B.8 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\epsilon_a = 0,371\%$ e $\gamma_a = 0,408\%$ - Caso N° 3.

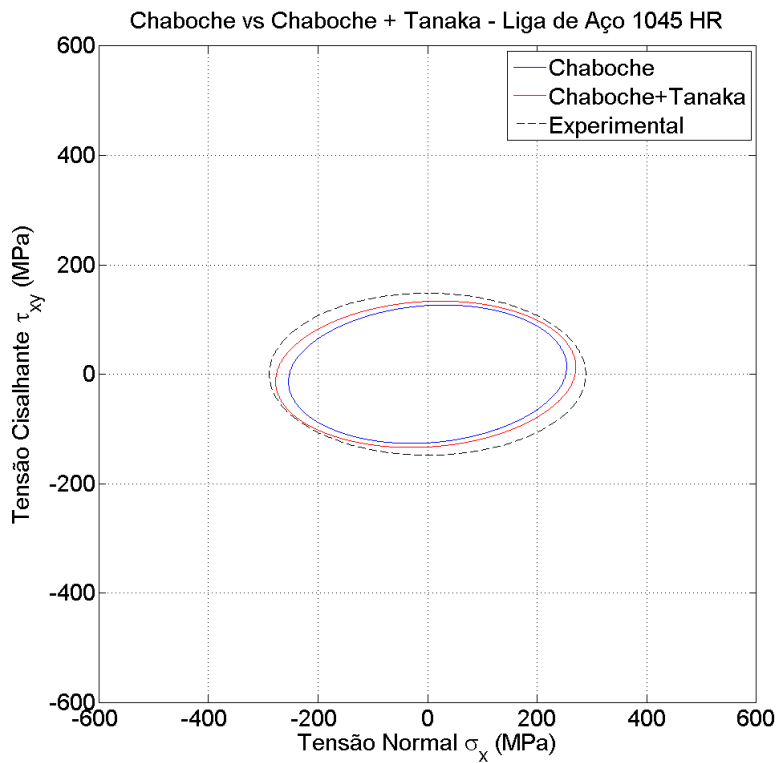


Figura B.9 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\epsilon_a = 0,192\%$ e $\gamma_a = 0,205\%$ - Caso N° 4.

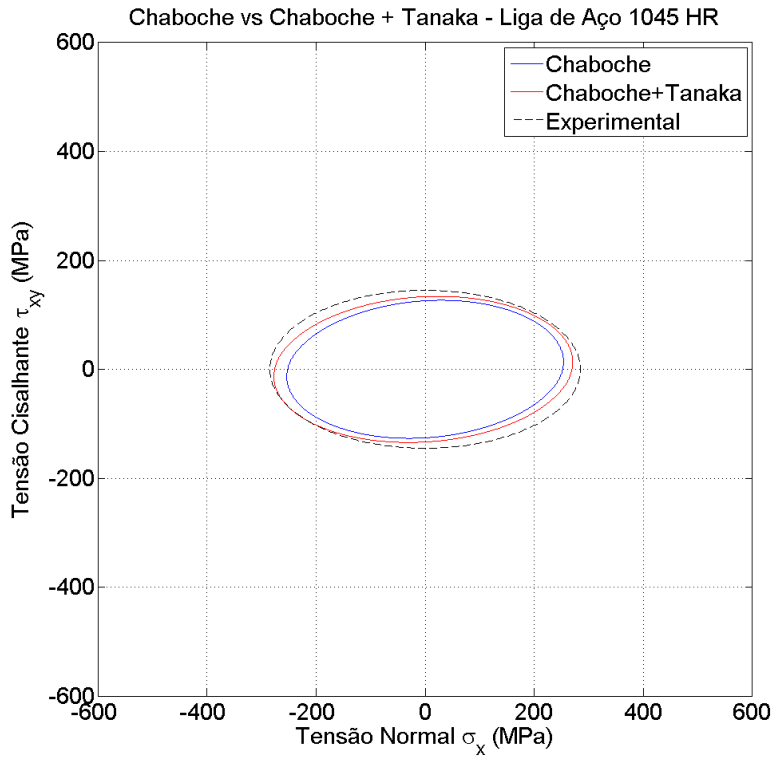


Figura B.10 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,192\%$ e $\gamma_a = 0,206\%$ - Caso N° 5.

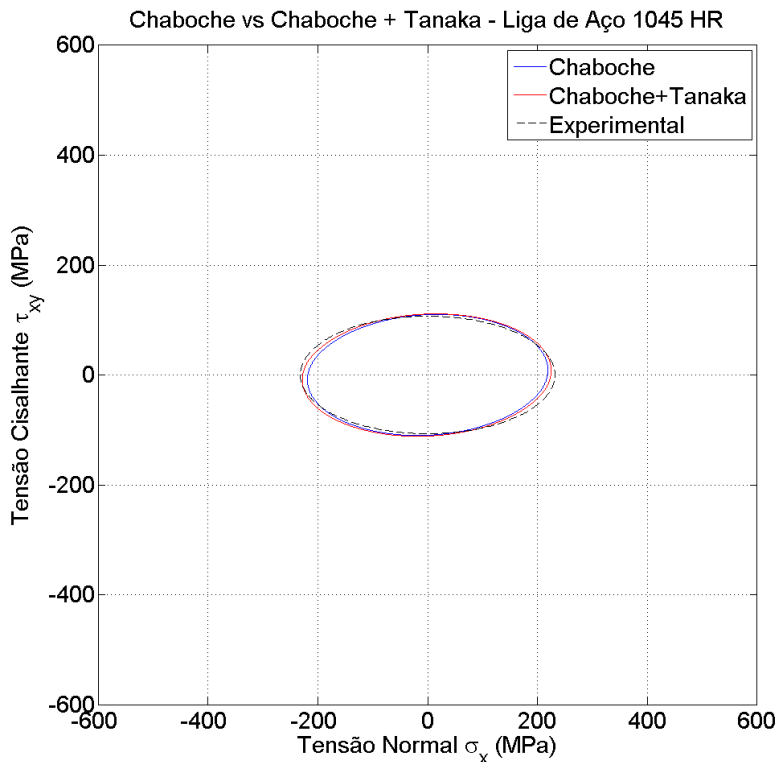


Figura B.11 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,137\%$ e $\gamma_a = 0,149\%$ - Caso N° 6.

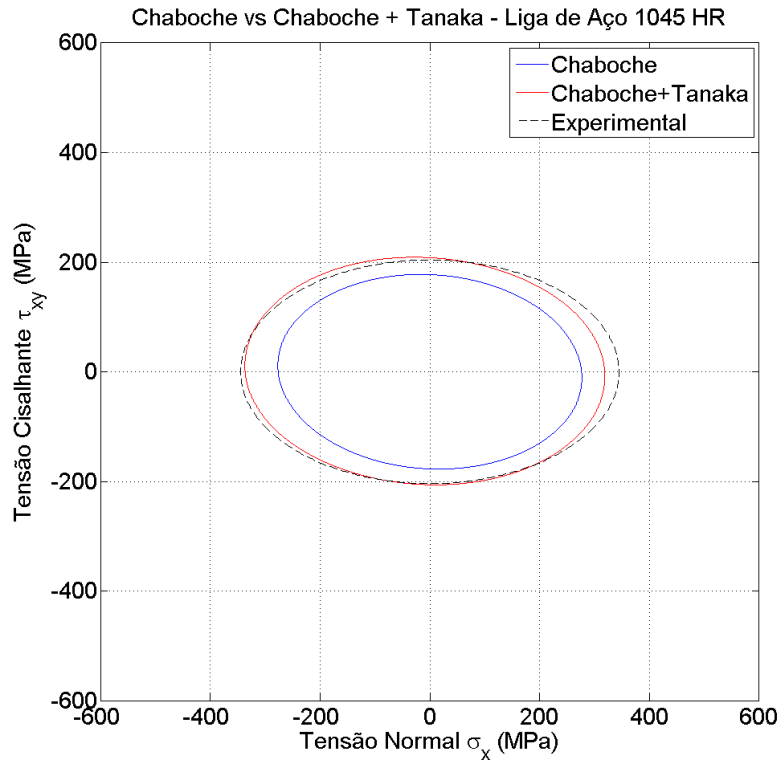


Figura B.12 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\epsilon_a = 0,264\%$ e $\gamma_a = 0,565\%$ - Caso N° 7.

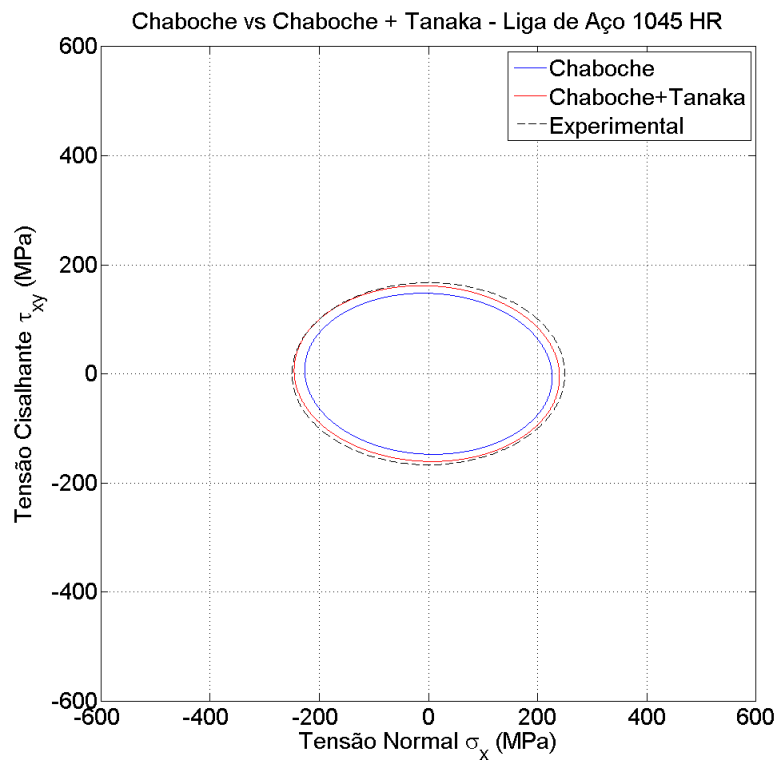


Figura B.13 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\epsilon_a = 0,147\%$ e $\gamma_a = 0,307\%$ - Caso N° 8.



Figura B.14 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,146\%$ e $\gamma_a = 0,311\%$ - Caso N° 9.

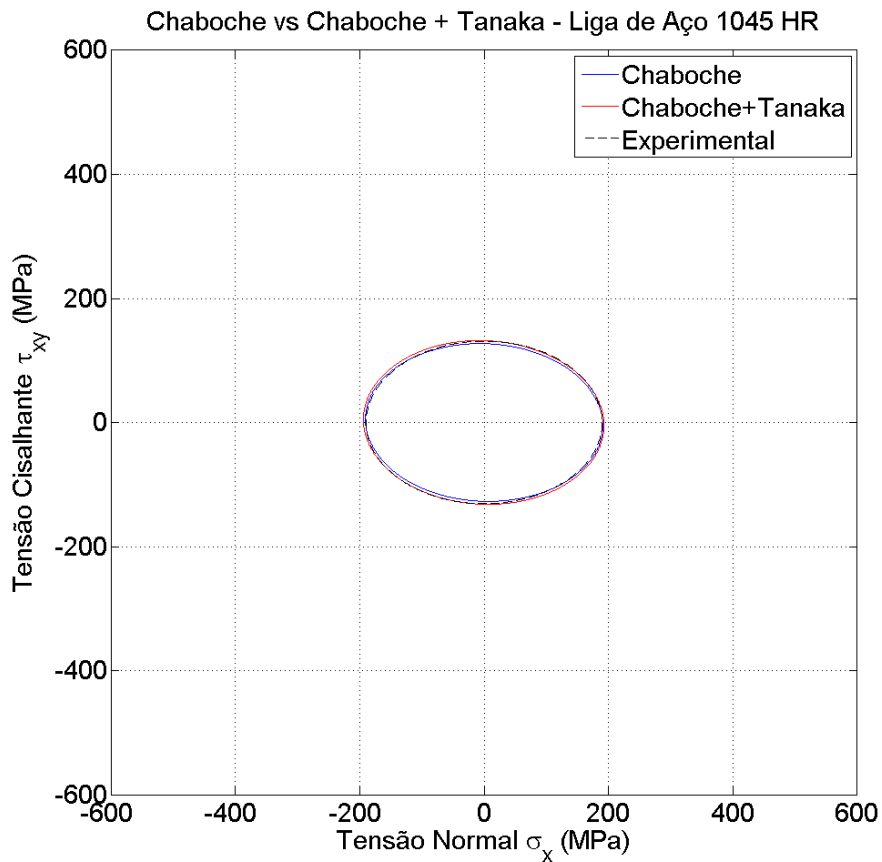


Figura B.15 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,1\%$ e $\gamma_a = 0,213\%$ - Caso N° 10.

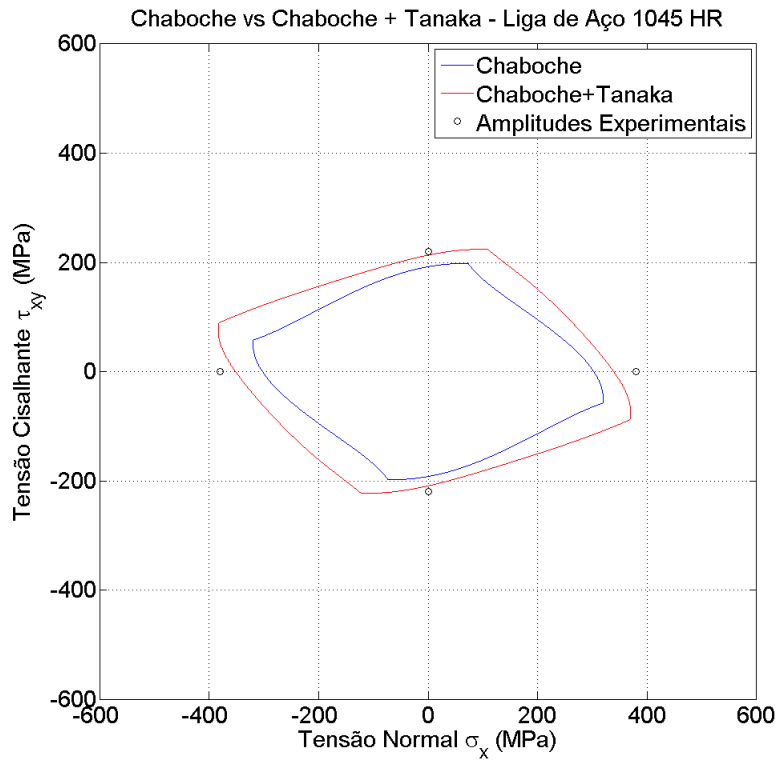


Figura B.16 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,268\%$ e $\gamma_a = 0,574\%$ - Caso N° 11.

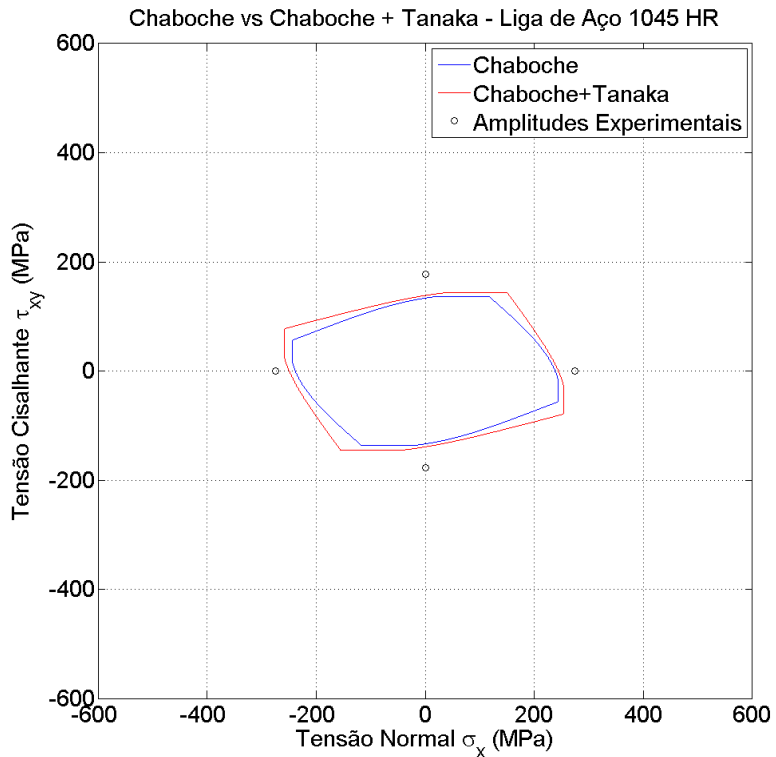


Figura B.17 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,146\%$ e $\gamma_a = 0,215\%$ - Caso N° 12.

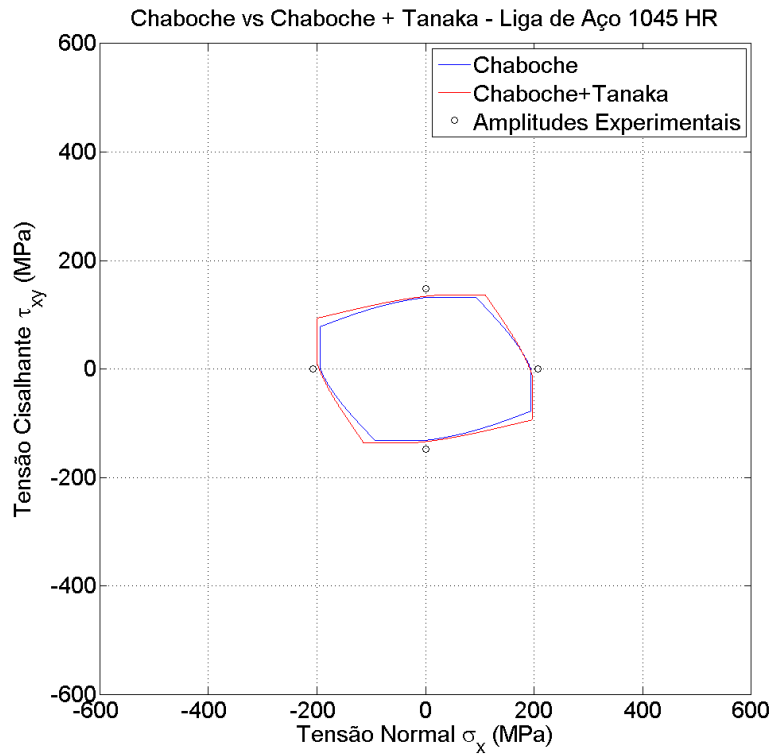


Figura B.18 – História de tensão resultante de simulação para o aço 1045HR com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,096\%$ e $\gamma_a = 0,213\%$ - Caso N° 13.

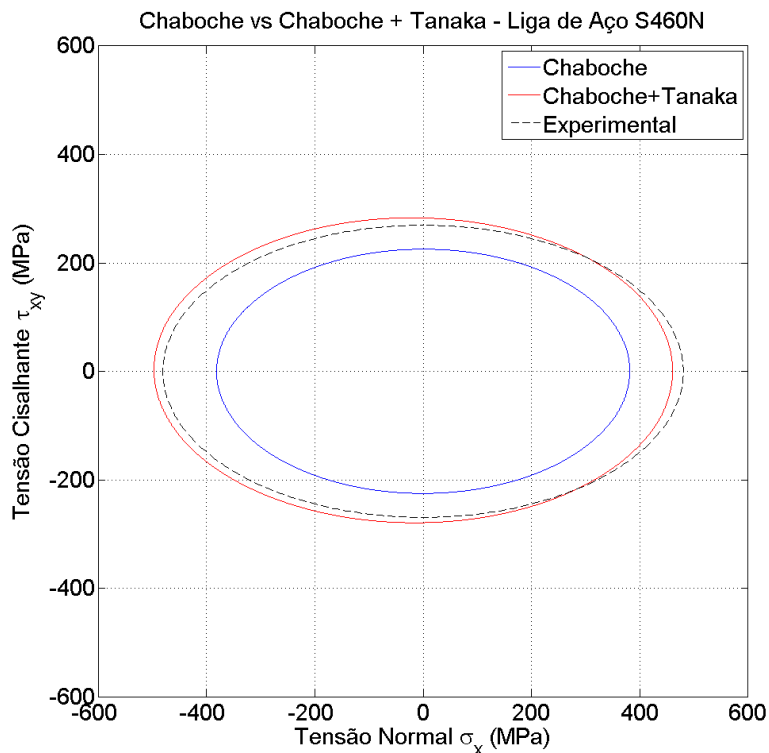


Figura B.19 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,404\%$ e $\gamma_a = 0,7\%$ - Caso N° 1.

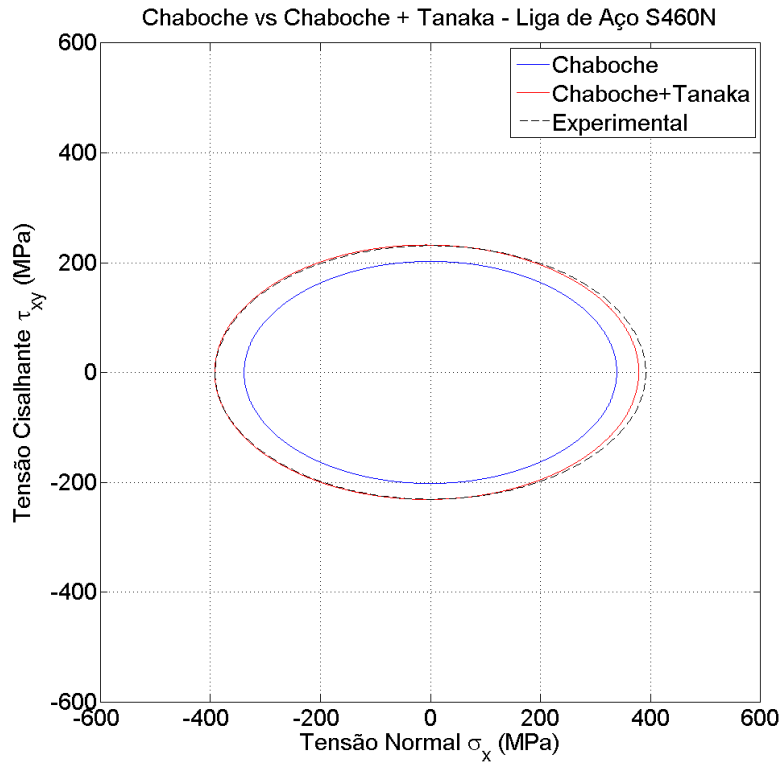


Figura B.20 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,231\%$ e $\gamma_a = 0,4\%$ - Caso N° 2.

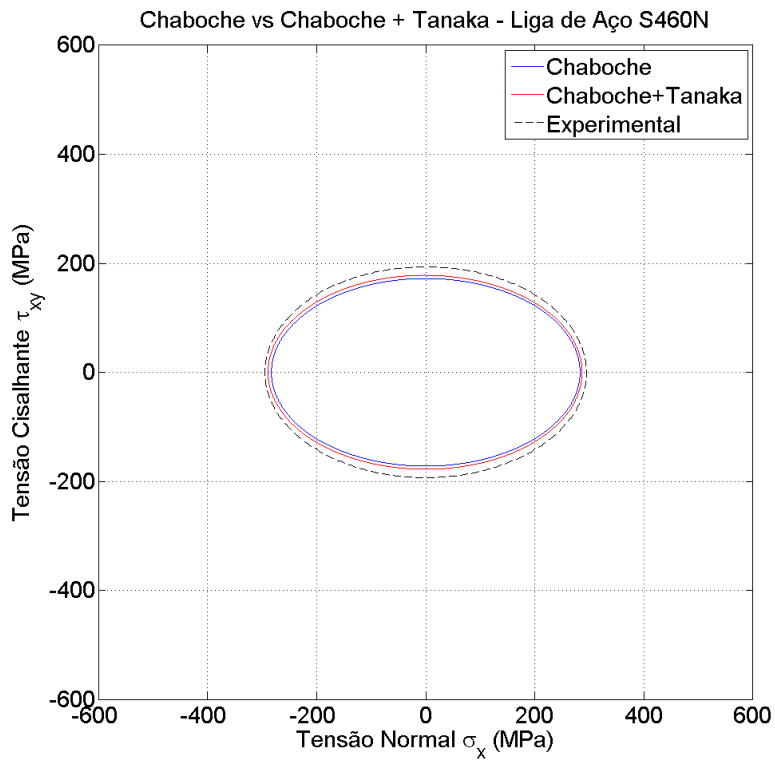


Figura B.21 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,144\%$ e $\gamma_a = 0,25\%$ - Caso N° 3.

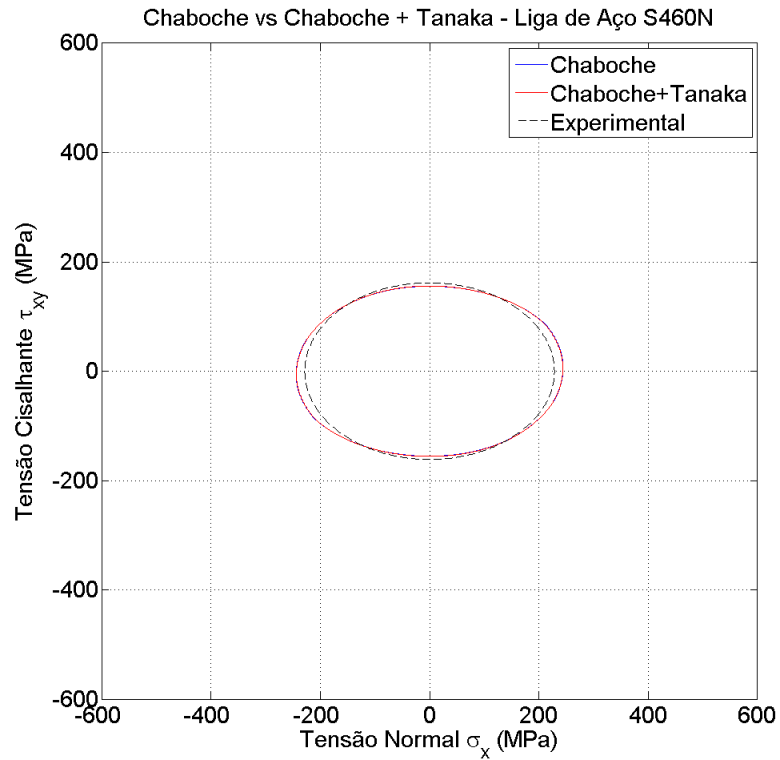


Figura B.22 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,115\%$ e $\gamma_a = 0,2\%$ - Caso N° 4.

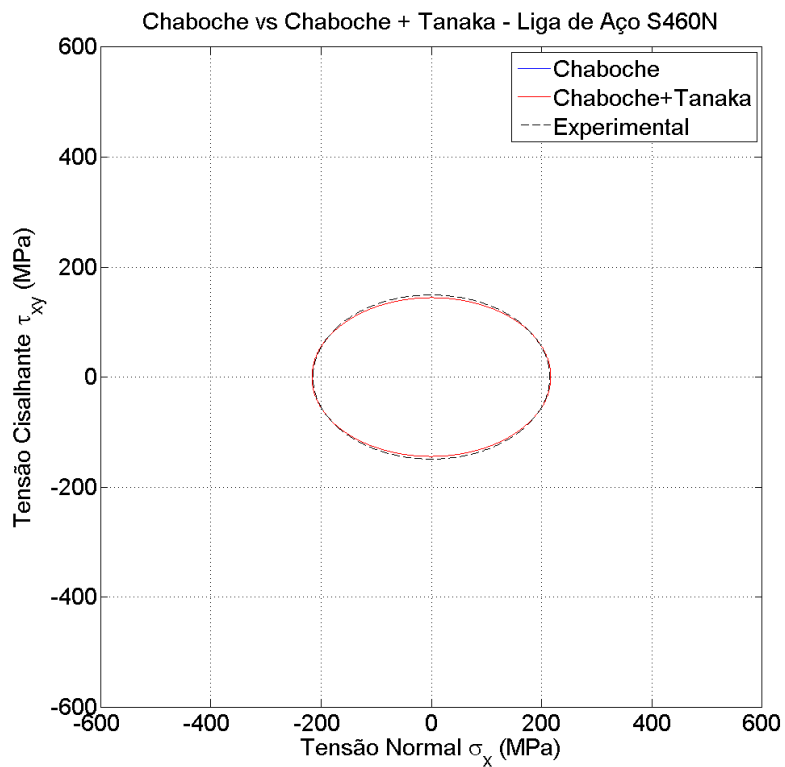


Figura B.23 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,104\%$ e $\gamma_a = 0,18\%$ - Caso N° 5.

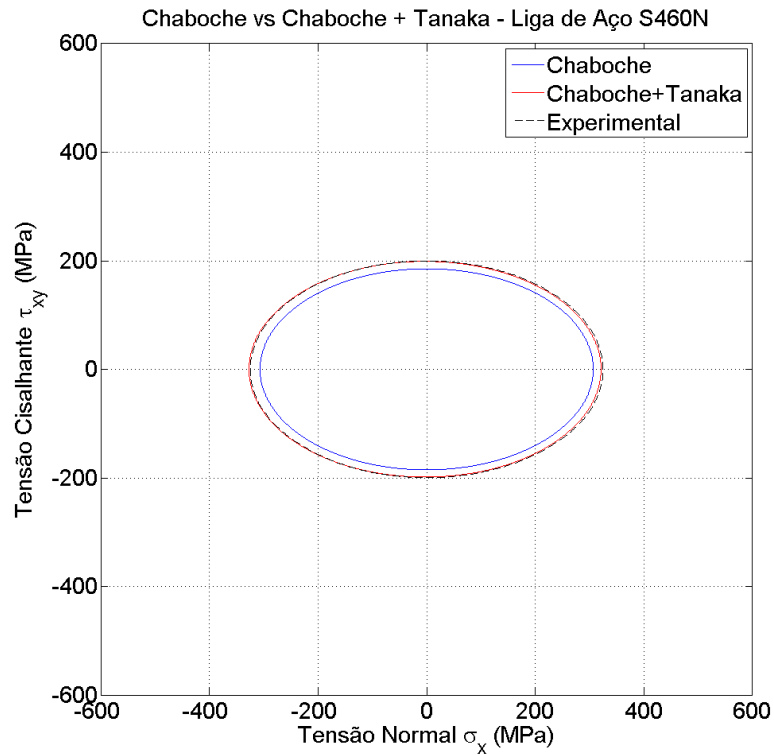


Figura B.24 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$ - Caso N° 6.

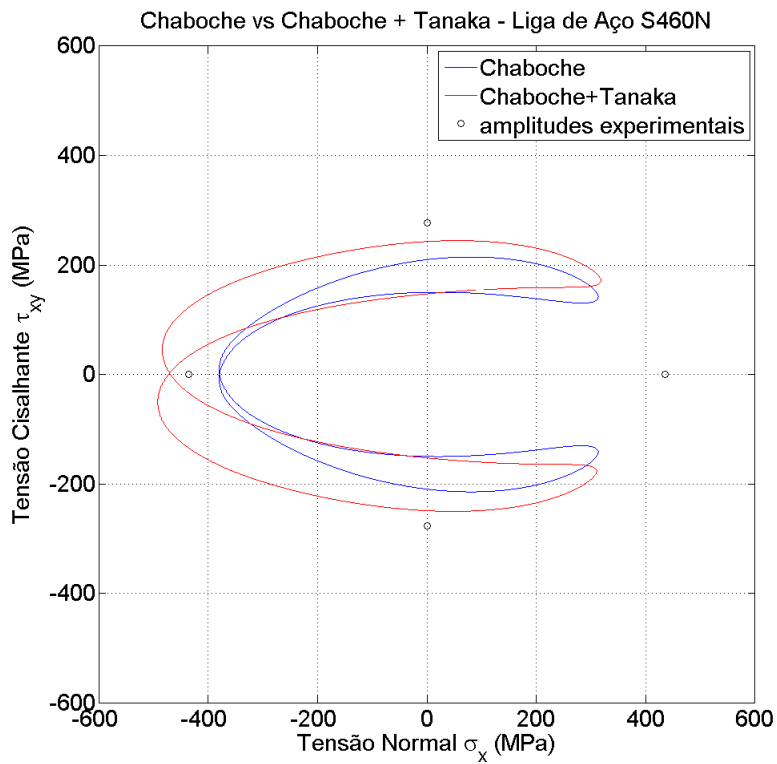


Figura B.25 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 7.

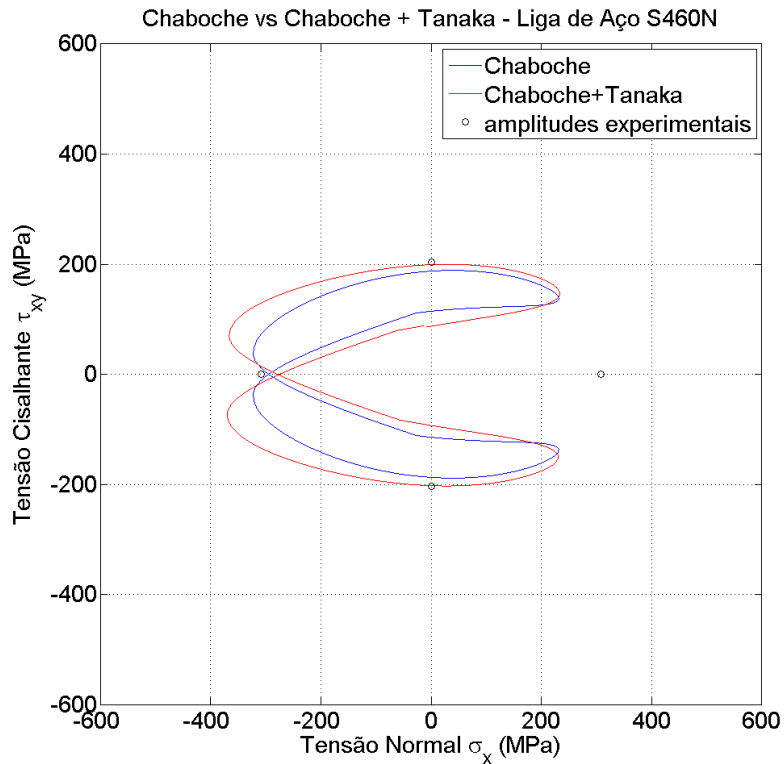


Figura B.26 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$ - Caso N° 8.

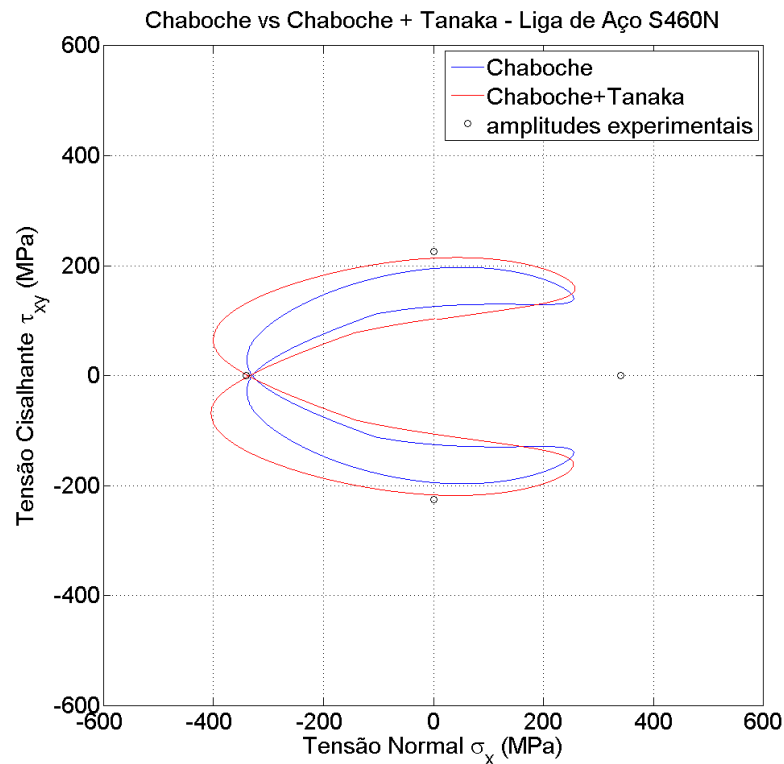


Figura B.27 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (f) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,2\%$ e $\gamma_a = 0,346\%$ - Caso N° 9.

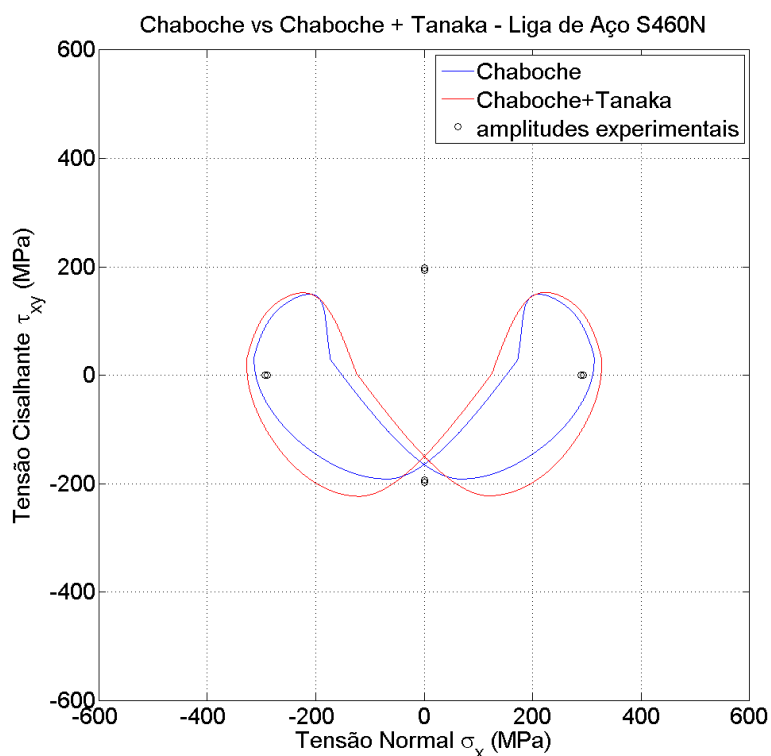


Figura B.28 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$ - Caso N° 10.

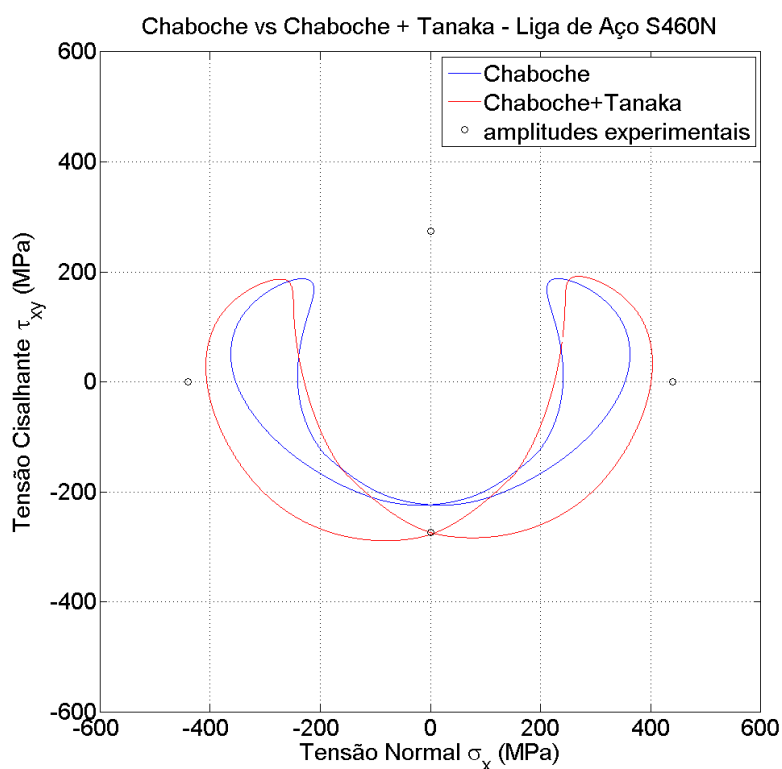


Figura B.29 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,3\%$ e $\gamma_a = 0,52\%$ - Caso N° 11.

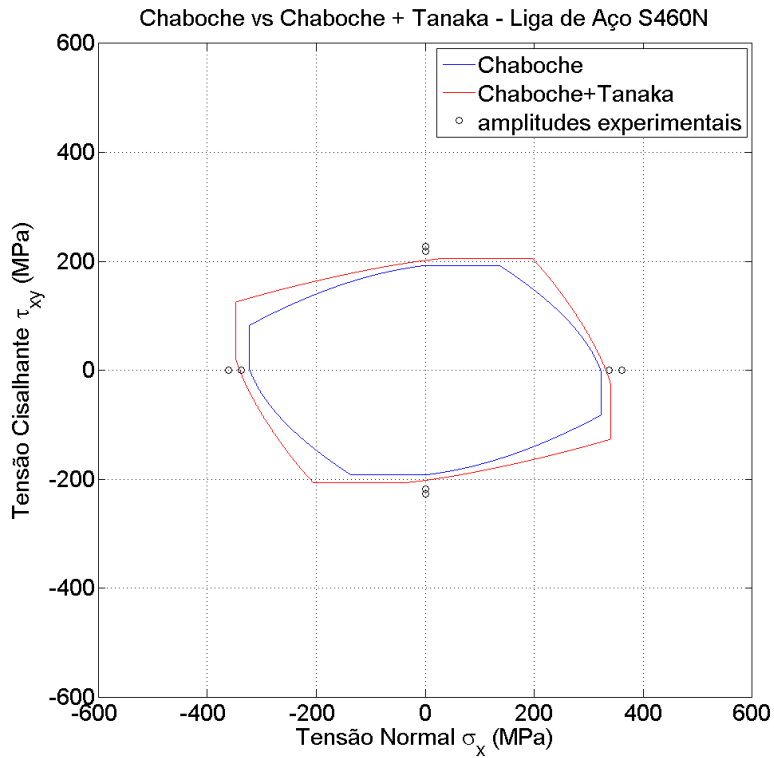


Figura B.30 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,173\%$ e $\gamma_a = 0,3\%$ - Caso Nº 12.

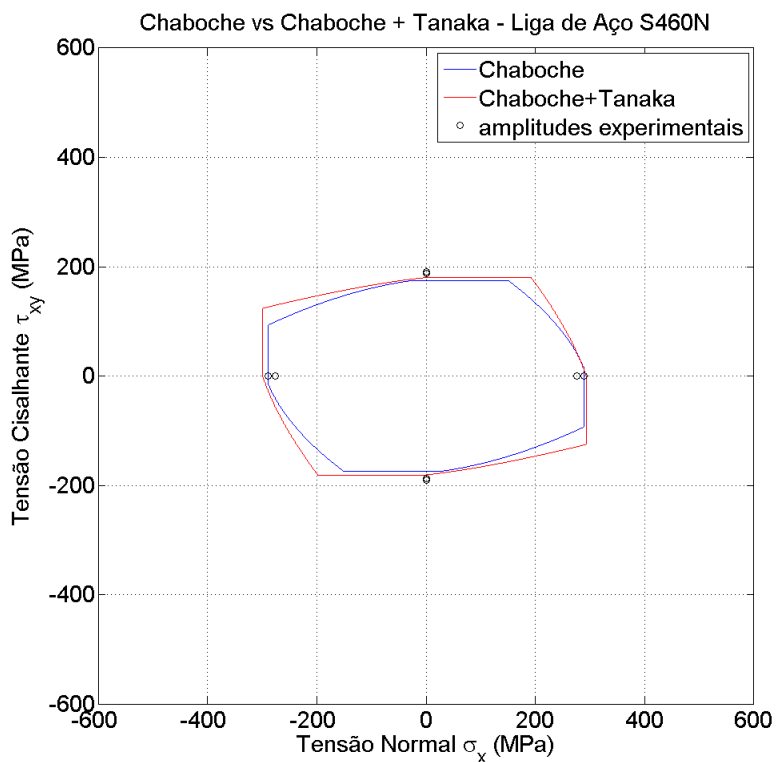


Figura B.31 – História de tensão resultante de simulação para o aço S460N com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,144\%$ e $\gamma_a = 0,25\%$ - Caso Nº 13.

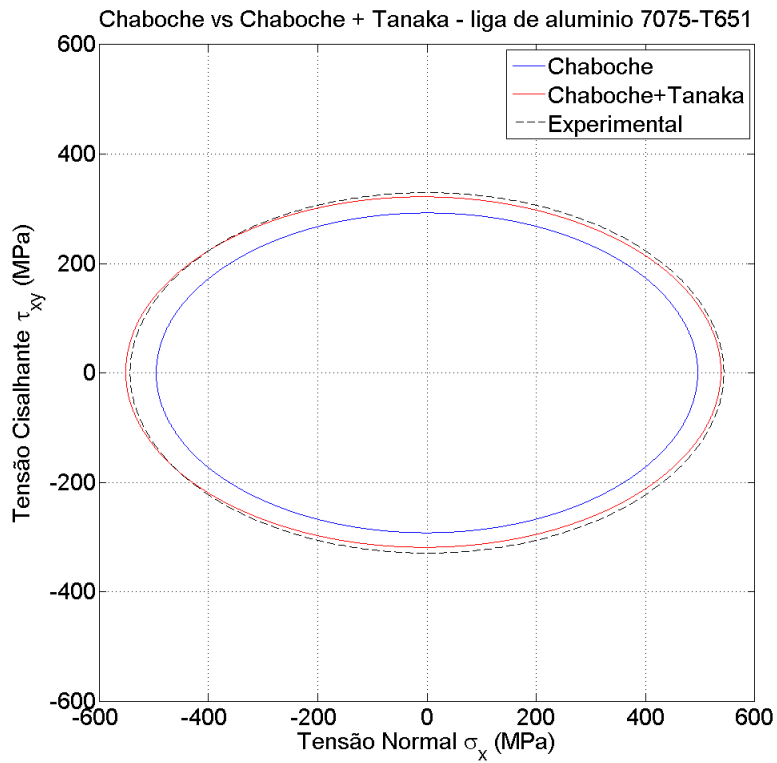


Figura B.32 – História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,85\%$ e $\gamma_a = 1,45\%$ - Caso N° 1.

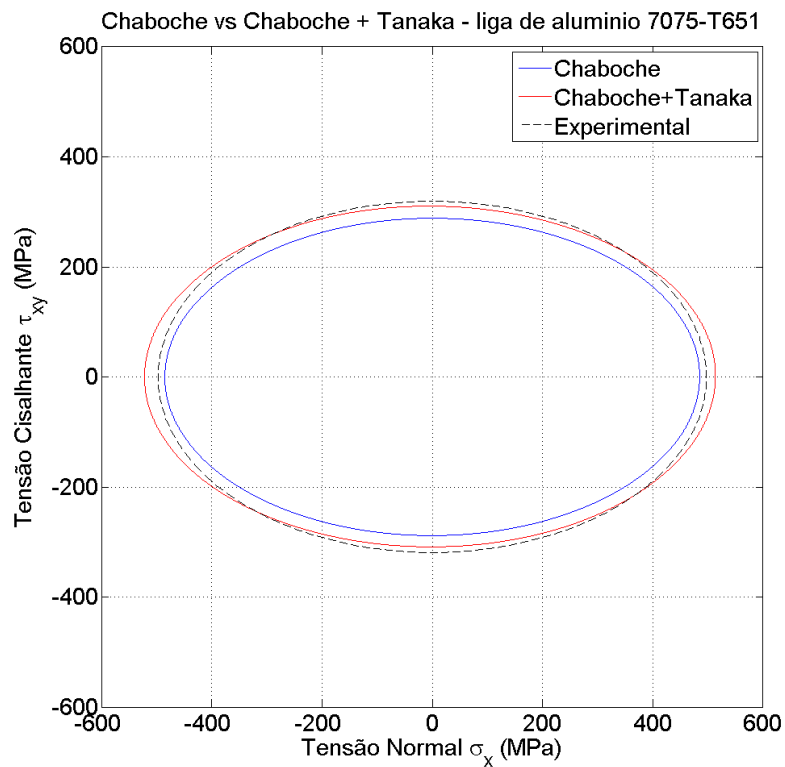


Figura B.33 – História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,75\%$ e $\gamma_a = 1,3\%$ - Caso N° 2.

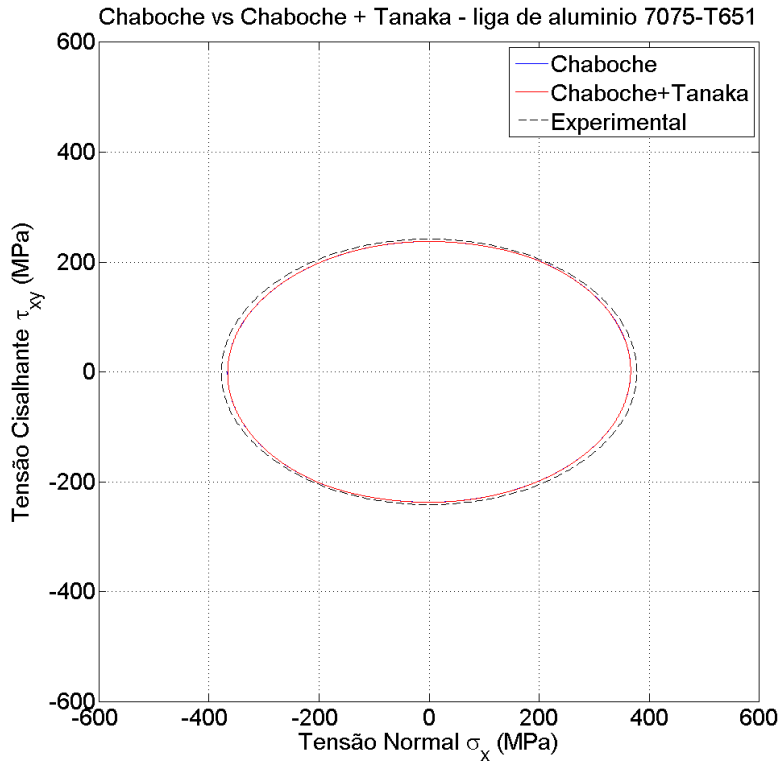


Figura B.34 – História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,51\%$ e $\gamma_a = 0,87\%$ - Caso N° 3.

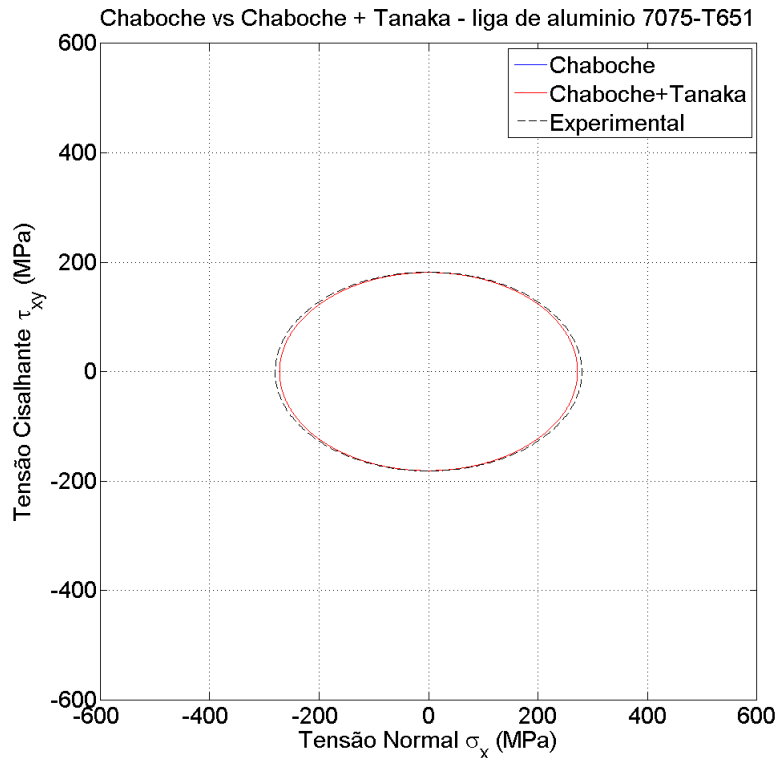


Figura B.35 – História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,38\%$ e $\gamma_a = 0,66\%$ - Caso N° 4.

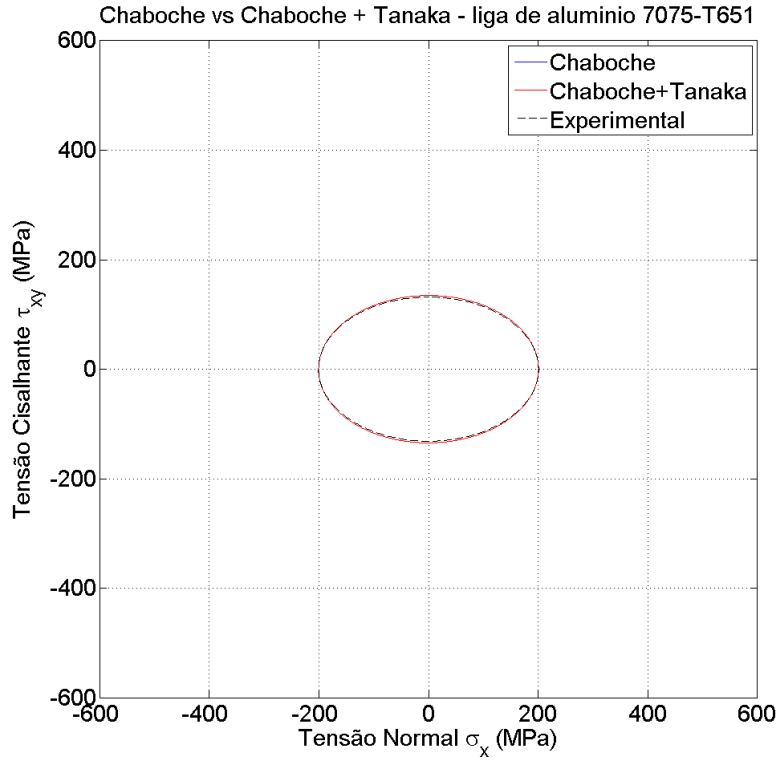


Figura B.36 – História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,28\%$ e $\gamma_a = 0,49\%$ - Caso N° 5.

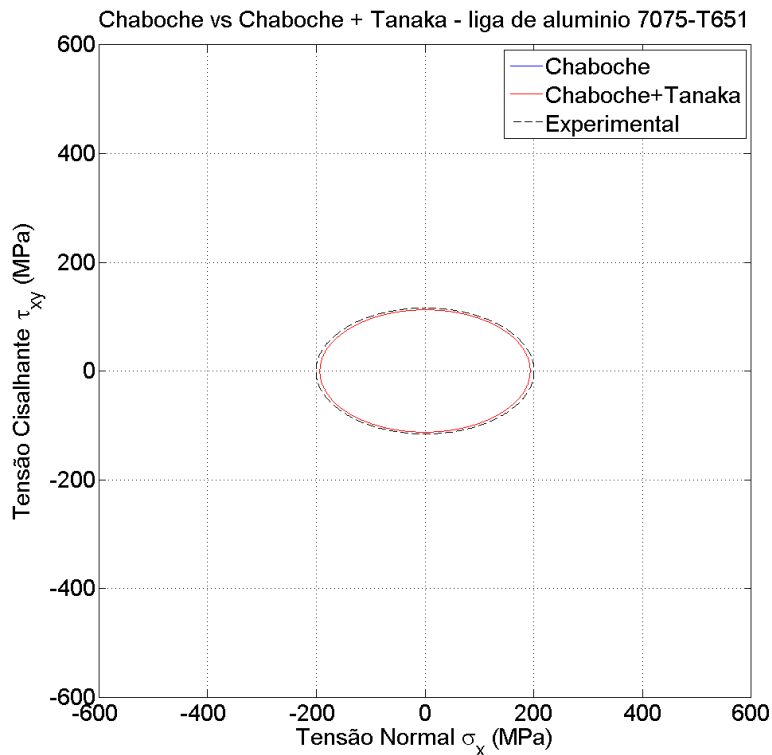


Figura B.37 – História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (d) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,27\%$ e $\gamma_a = 0,41\%$ - Caso N° 6.

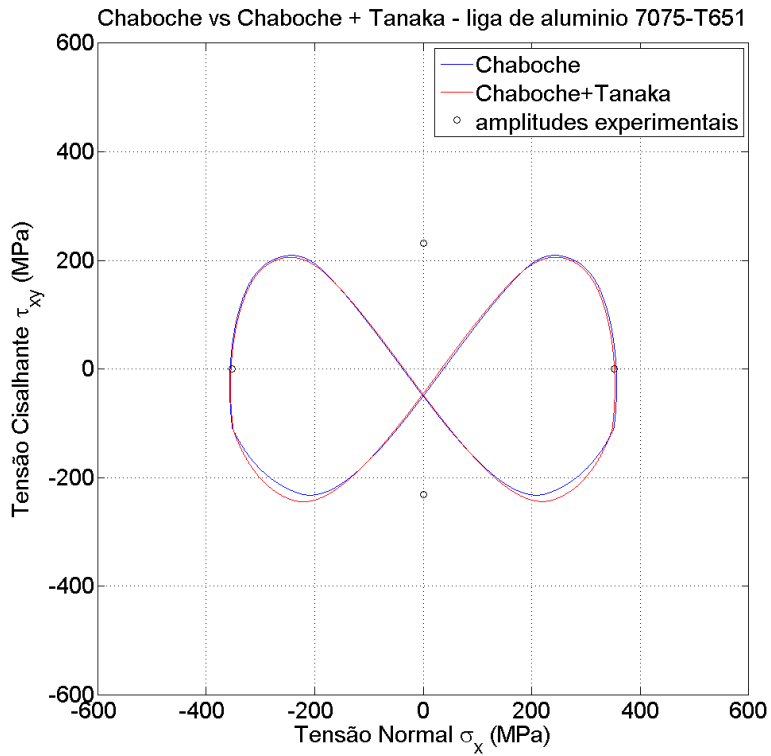


Figura B.38 – História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,49\%$ e $\gamma_a = 0,43\%$ - Caso N° 7.

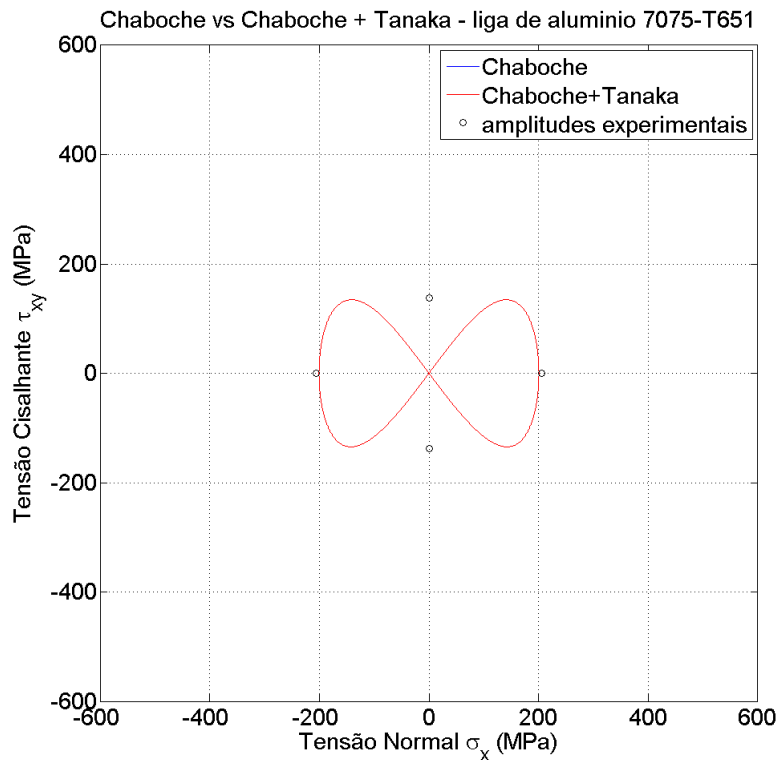


Figura B.39 – História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,28\%$ e $\gamma_a = 0,245\%$ - Caso N° 8.

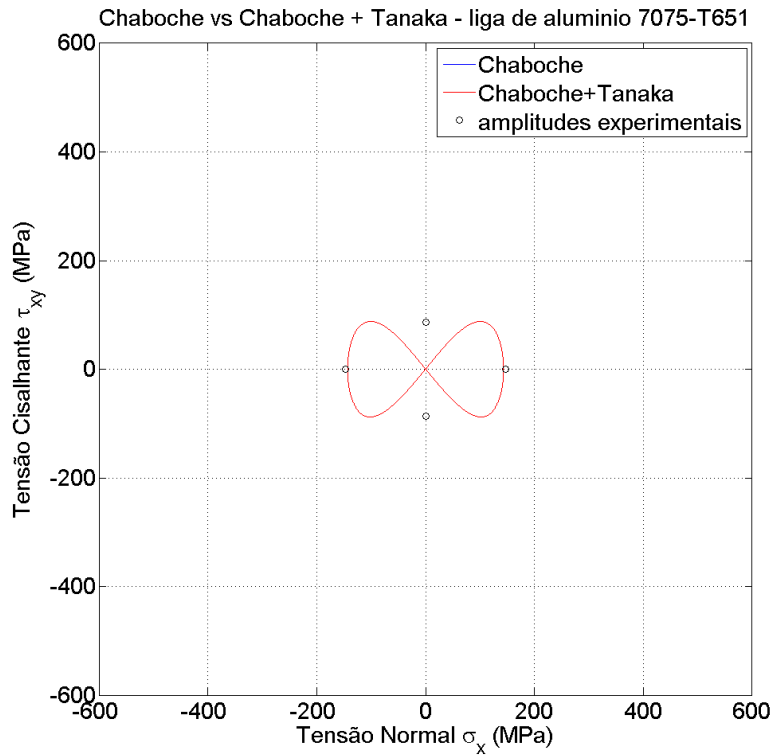


Figura B.40 – História de tensão resultante de simulação para a liga de alumínio 7075-T651 com história de deformação (g) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,2\%$ e $\gamma_a = 0,16\%$ - Caso N° 9.

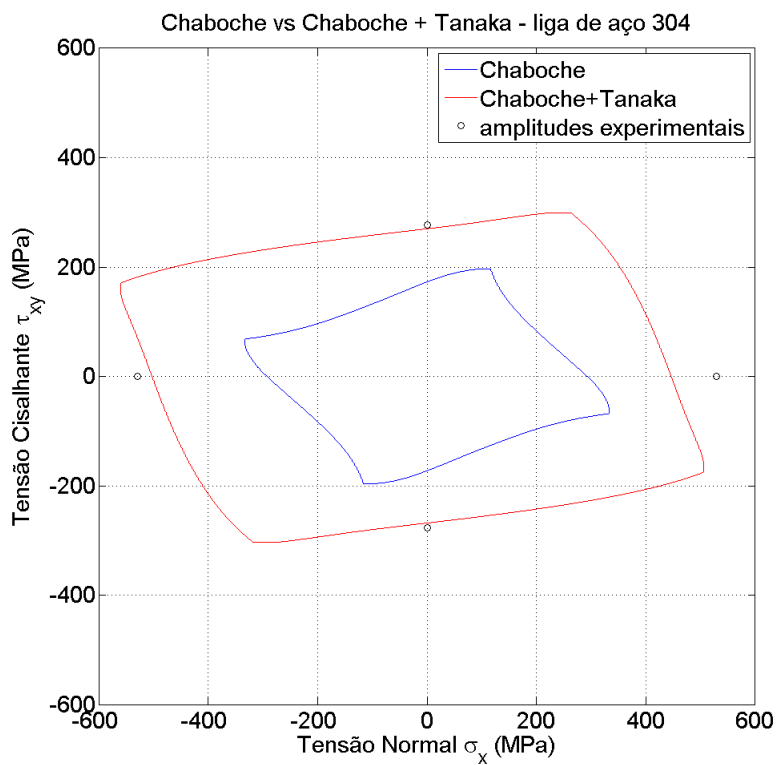


Figura B.41 – História de tensão resultante de simulação para o aço 304 com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,4\%$ e $\gamma_a = 0,695\%$ - Caso N° 1.

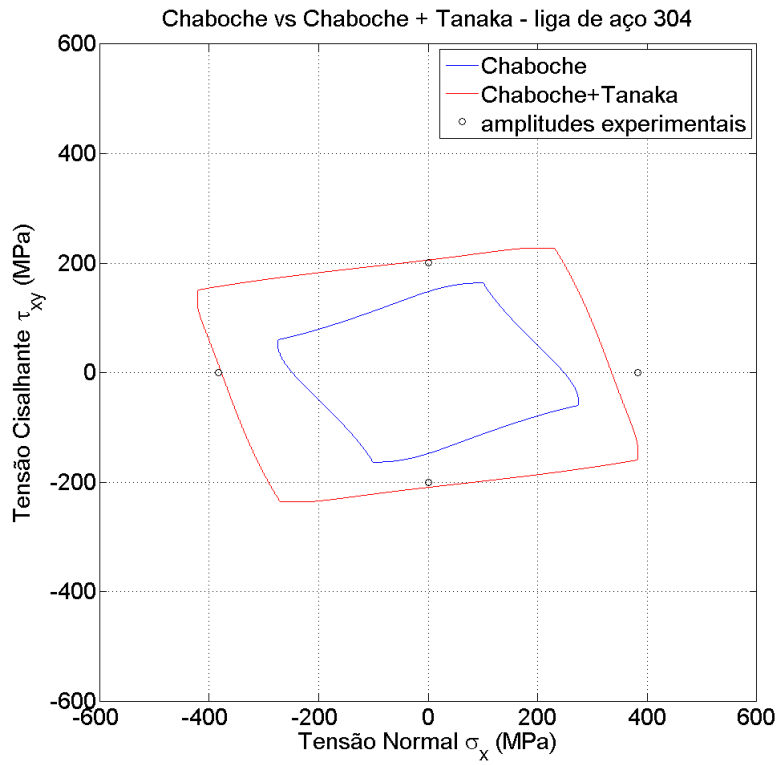


Figura B.42 – História de tensão resultante de simulação para o aço 304 com história de deformação (e) e amplitudes $\varepsilon_a = 0,25\%$ e $\gamma_a = 0,435\%$ - Caso N° 2.