

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

IDENTIFICAÇÃO DE IMPEDÂNCIAS DE SISTEMAS DE  
POTÊNCIA TRIFÁSICOS POR MEIO DO MÉTODO  
*VECTOR FITTING*

TITO RICARDO VAZ DA COSTA

ORIENTADOR: FRANCISCO DAMASCENO FREITAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA

BRASÍLIA/DF: 19 DE DEZEMBRO - 2013

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

IDENTIFICAÇÃO DE IMPEDÂNCIAS DE SISTEMAS DE POTÊNCIA  
TRIFÁSICOS POR MEIO DO MÉTODO VECTOR FITTING

TITO RICARDO VAZ DA COSTA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

APROVADA POR:



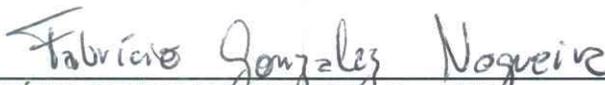
---

FRANCISCO DAMASCENO FREITAS, Dr., ENE/UNB  
(ORIENTADOR)



---

LUÍS FILOMENO DE JESUS FERNANDES, Dr., ENE/UNB  
(EXAMINADOR INTERNO)



---

FABRÍCIO GONZALEZ NOGUEIRA, Dr., UFC  
(EXAMINADOR EXTERNO)

Brasília, 19 de dezembro de 2013.

## FICHA CATALOGRÁFICA

COSTA, TITO RICARDO VAZ DA

Identificação de impedâncias de sistemas de potência trifásicos

por meio do método *Vector Fitting*. [Distrito Federal] 2013.

xvi, 69p., 297 mm (ENE/FT/UnB, Mestre, Engenharia Elétrica, 2013).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia.

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

- |                           |                      |
|---------------------------|----------------------|
| 1. Equivalentes dinâmicos | 2. Vector Fitting    |
| 3. Sistemas de potência   | 4. Mínimos quadrados |
| I. ENE/FT/UnB             | II. Título (série)   |

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

COSTA, T. R. V. (2013). Identificação de impedâncias de sistemas de potência trifásicos por meio do método *Vector Fitting*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Publicação PPGEE.DM - 551/13, Departamento de Engenharia Elétrica, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 69p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Tito Ricardo Vaz da Costa.

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Identificação de impedâncias de sistemas de potência trifásicos por meio do método *Vector Fitting*.

GRAU / ANO: Mestre / 2013

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Tito Ricardo Vaz da Costa  
SQN 109, Bl. I, Apt. 102, Asa Norte  
70.752-090 Brasília - DF - Brasil.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vida!

A minha esposa Clarissa pelo amor, companheirismo, dedicação e apoio essenciais para mais essa vitória.

Aos meu pais Fernando e Suzana pelo amor, educação e suporte fundamentais em toda minha existência.

Aos meus irmãos Rafael e Marcelina, pelos incentivos e pela fraterna convivência.

Ao Professor Damasceno pelo aprendizado e brilhante orientação, sempre pautada pelo respeito, profissionalismo e ética.

Aos Professores Fabrício e Luis Filomeno pelas contribuições e críticas que ajudaram a melhorar esta dissertação.

Aos Colegas da Agência Nacional de Energia Elétrica pela convivência e incentivo.

Aos Colegas e Professores do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará pelos inesquecíveis anos de graduação.

A todos que compõe o Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade de Brasília pela oportunidade de realização deste trabalho e pela acolhida.

A todos os amigos e familiares que de alguma forma me ajudaram a ser chegar onde estou.

Obrigado a todos vocês!

# IDENTIFICAÇÃO DE IMPEDÂNCIAS DE SISTEMAS DE POTÊNCIA TRIFÁSICOS POR MEIO DO MÉTODO *VECTOR FITTING*

**AUTOR: TITO RICARDO VAZ DA COSTA**

**ORIENTADOR: FRANCISCO DAMASCENO FREITAS**

**Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade de Brasília.**

**BRASÍLIA/DF: 19 DE DEZEMBRO - 2013.**

**Palavras-chave: equivalente dinâmico, *Vector Fitting*, ATP, identificação de sistemas, harmônicos.**

## RESUMO

A presente dissertação propõe o cálculo de um modelo de equivalente dinâmico para sistemas de potência trifásicos, com quatro terminais, sendo três referentes às fases e um de referência. A técnica é apropriada para a obtenção de redes elétricas com o propósito de substituir uma determinada parte do sistema elétrico (rede externa), a qual admite-se ser de menor impacto para a área específica de estudos (rede interna). Para determinação do equivalente trifásico, são necessárias apenas duas impedâncias, pois estas são os parâmetros básicos de um circuito trifásico acoplado. O interesse nesse equivalente é somente no cálculo de impedâncias, pois a finalidade do estudo é avaliar o impacto da geração de harmônicos na área do sistema considerada interna, onde há a fonte. Uma impedância própria e uma mútua são obtidas por meio de ajuste de grandezas medidas na barra de fronteira que separa a área interna da externa. O ajuste no domínio da frequência é baseado na técnica *Vector Fitting*. Para validação dos resultados, são realizadas simulações em regime permanente e comparadas as tensões nas três fases da barra de fronteira. O resultado também é comprovado a partir de curvas de resposta em frequência das tensões na barra de fronteira. Em ambos os casos, obtiveram-se resultados satisfatórios com desvio quadrado médio entre os resultados considerando o sistema completo e com o equivalente. Resultados satisfatórios também foram observados em simulações com o sistema submetido a desequilíbrio de corrente entre as fases. Os testes para avaliação do desempenho da técnica foram realizados em um sistema de 9 barras, das quais duas delas integram a área interna.

# THREE-PHASE POWER SYSTEM IMPEDANCE IDENTIFICATION BY USING THE VECTOR FITTING METHOD

**AUTHOR: TITO RICARDO VAZ DA COSTA**

**ADVISOR: FRANCISCO DAMASCENO FREITAS**

**Undergraduate Program in Electrical Engineering of the University of  
Brasília.**

**BRASÍLIA/DF - BRAZIL: December 19th - 2013.**

**Key-words:** dynamic equivalent, Vector Fitting, ATP, system identification, harmonics.

## ABSTRACT

This master thesis proposes the computation of a three-phase power system dynamic equivalent which has four terminals. Three of these ports are related to phases and one is the reference. The technique is appropriated for obtaining an electrical network for replacing a part of a given power system (known as external network). This part of the system has a level of importance less than a specific electrical network (internal area), since this latter one is the target of the studies. For determining the three-phase equivalent two impedances are calculated named as self and mutual impedances. These parameters are used to form a coupled circuit. The equivalent replaces an external full network connected to an internal network through a border bus. The self and mutual impedance terms are obtained by setting vector quantities measured on the boundary of the system bus. For setting we make use of the methodology based on *Vector Fitting*. Results are validated by performing time simulations at steady state and by comparing the voltages at the three phase border bus. Also, the results are confirmed through simulations considering frequency response data. In both cases, the performance for computing the dynamic equivalent is considered satisfactory. This is justified by verifying the very low mean square deviation between results for the complete and equivalent system. All experiments were carried out by considering a 9-bus power system which has two bus inside the study zone.

## Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	ASPECTOS GERAIS . . . . .	1
1.2	OBJETIVOS . . . . .	3
1.3	CONTRIBUIÇÃO . . . . .	3
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO . . . . .	4
<b>2</b>	<b>O MÉTODO <i>VECTOR FITTING</i></b>	<b>5</b>
2.1	REVISÃO GERAL . . . . .	5
2.2	METODOLOGIA <i>VECTOR FITTING</i> . . . . .	6
2.2.1	Descrição do método <i>Vector Fitting</i> . . . . .	7
2.2.2	Identificação de uma função de transferência . . . . .	8
2.2.3	Iterações subsequentes para cálculo dos polos . . . . .	10
2.2.4	Cálculo dos zeros de $\sigma(s)$ . . . . .	11
2.2.5	Iterações subsequentes . . . . .	12
2.2.6	Cálculo dos resíduos . . . . .	13
2.2.7	Estimativa dos polos iniciais . . . . .	14
2.2.8	Procedimento simplificado para seleção de polos iniciais . . . . .	14
2.2.9	Seleção de polos iniciais baseados na curva experimental . . . . .	14
2.2.10	Polos do sistema equivalente . . . . .	15
<b>3</b>	<b>CÁLCULO DE EQUIVALENTES</b>	<b>16</b>
3.1	INTRODUÇÃO . . . . .	16
3.2	FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA . . . . .	17
3.3	EQUIVALENTE DINÂMICO . . . . .	19
3.3.1	Definição da rede equivalente . . . . .	19
3.4	CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO SISTEMA EQUIVALENTE . . . . .	25
<b>4</b>	<b>LINHAS DE TRANSMISSÃO</b>	<b>26</b>
4.1	DESCRIÇÃO GERAL . . . . .	26
4.2	MODELOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO . . . . .	26
4.2.1	Modelo série . . . . .	27

4.2.2	Modelo $\pi$ . . . . .	27
4.2.3	Modelo a parâmetros distribuídos . . . . .	28
<b>5</b>	<b>APLICAÇÃO A UM SISTEMA ELÉTRICO TRIFÁSICO</b>	<b>30</b>
5.1	SISTEMA TESTE . . . . .	30
5.2	GERAÇÃO DE DADOS PARA OBTENÇÃO DO EQUIVALENTE . .	36
5.3	SIMULAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA . . . . .	36
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>38</b>
6.1	ETAPAS DO PROCESSO DE SIMULAÇÃO . . . . .	38
6.2	AJUSTE DAS CURVAS DE ADMITÂNCIAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA . . . . .	39
6.2.1	Resultados com modelo de linha em $\pi$ a parâmetros concentrados	40
6.2.2	Equivalente obtido quando as linhas são a parâmetros distribuídos	41
6.2.3	Comparação de resultados . . . . .	43
6.3	SISTEMA EQUIVALENTE . . . . .	45
6.4	VALIDAÇÃO DO SISTEMA EQUIVALENTE . . . . .	48
6.4.1	Simulações no domínio do tempo . . . . .	49
6.5	RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DAS TENSÕES NAS BARRAS DA REDE INTERNA . . . . .	51
6.5.1	Simulação com injeção desequilibrada de harmônicos . . . . .	56
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>63</b>
7.1	CONCLUSÕES GERAIS . . . . .	63
7.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS . . . . .	64
7.3	PUBLICAÇÕES . . . . .	64
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>66</b>

## Lista de Tabelas

5.1	Parâmetros resistivos de linha, por unidade de comprimento, e comprimento $\ell$ da linha . . . . .	31
5.2	Parâmetros indutivos e capacitivos de linha, por unidade de comprimento	32
5.3	Parâmetros à frequência industrial das cargas . . . . .	32
5.4	Parâmetros para os transformadores . . . . .	32
5.5	Parâmetros concentrados da linha . . . . .	35
6.1	Comparação de desempenho de ajuste dos modelos . . . . .	45
6.2	Impedâncias próprias e mútuas do sistema equivalente à frequência $\omega_k$ .	46
6.3	Resistência, indutância e capacitância à frequência $\omega_k$ referentes a $\underline{Z}_p$ .	47
6.4	Resistência, indutância e capacitância à frequência $\omega_k$ referentes a $\underline{Z}_m$ .	48
6.5	Tensões do sistema equivalente . . . . .	51
6.6	Tensões do sistema original . . . . .	52

## Lista de Figuras

1.1	Esquema ilustrando a divisão dos diversos métodos de cálculo de equivalentes [7] . . . . .	2
3.1	Representação de um sistema linear equivalente . . . . .	19
3.2	Representação de um Sistema Trifásico Linear Equivalente . . . . .	20
3.3	Representação de um sistema trifásico acoplado . . . . .	20
3.4	Circuito ilustrativo para obtenção da tensão na fase a e corrente nas três fases de um sistema trifásico acoplado . . . . .	21
3.5	Modelo com fonte de corrente na fase $b$ . . . . .	22
3.6	Modelo considerando a fonte de corrente na fase $c$ . . . . .	23
3.7	Excitação com fonte de tensão na fase $a$ . . . . .	24
4.1	Representação de uma linha curta . . . . .	27
4.2	Representação de uma linha média, modelo $\pi$ . . . . .	28
4.3	Representação de uma seção de linha longa . . . . .	28
5.1	Sistema de nove barras e três geradores . . . . .	31
5.2	Sistema de nove barras dividido em redes interna e externa . . . . .	33
5.3	Esquema de sistema completo com fonte apenas na área interna . . . . .	34
5.4	Sistema teste para obtenção dos dados de tensão e de corrente do equivalente . . . . .	36
6.1	Resposta em frequência da magnitude da admitância $Y_p$ . . . . .	41
6.2	Resposta em frequência do ângulo de fase da admitância $Y_p$ . . . . .	41
6.3	Resposta em frequência da magnitude da admitância $Y_m$ . . . . .	42
6.4	Resposta em frequência do ângulo de fase da admitância $Y_m$ . . . . .	42
6.5	Resposta em frequência da magnitude de $Y_p$ e de $\hat{Y}_p$ . . . . .	43
6.6	Resposta em frequência da magnitude das admitâncias $\hat{Y}_p$ e $\underline{Y}_p$ . . . . .	43
6.7	Resposta em frequência do ângulo de fase das admitâncias $\hat{Y}_p$ e $\underline{Y}_p$ . . . . .	44
6.8	Resposta em frequência da magnitude das admitâncias $\hat{Y}_m$ e $\underline{Y}_m$ . . . . .	44
6.9	Resposta em frequência do ângulo de fase das admitâncias $\hat{Y}_m$ e $\underline{Y}_m$ . . . . .	45
6.10	Esquema implementado no ATPDraw, representando o sistema completo	50

6.11	Esquema implementado no ATPDraw, representando o sistema reduzido	50
6.12	Sistema trifásico com representação da rede interna e o equivalente trifásico acoplado . . . . .	51
6.13	Comparação da resposta em frequência da magnitude de tensão na fase <i>a</i> da barra 7 . . . . .	54
6.14	Comparação da resposta em frequência do ângulo de fase da tensão na fase <i>a</i> da barra 7 . . . . .	54
6.15	Comparação da resposta em frequência da magnitude de tensão na fase <i>b</i> da barra 7 . . . . .	55
6.16	Comparação da resposta em frequência da magnitude de tensão na fase <i>c</i> da barra 7 . . . . .	55
6.17	Comparação da resposta em frequência da magnitude de tensão nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> da barra 7 do diagrama unifilar da Figura 5.1 . . . . .	56
6.18	Comparação das tensões nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> da barra 7 . . . . .	57
6.19	Comparação da magnitude da tensão para primeiro cenário de desequilíbrio, fase <i>a</i> da barra 7 . . . . .	57
6.20	Comparação do ângulo de fase para primeiro cenário de desequilíbrio, fase <i>a</i> da barra 7 . . . . .	57
6.21	Comparação da magnitude da tensão para primeiro cenário de desequilíbrio, fase <i>b</i> da barra 7 . . . . .	58
6.22	Comparação do ângulo de fase para primeiro cenário de desequilíbrio, fase <i>b</i> da barra 7 . . . . .	58
6.23	Comparação da magnitude da tensão para primeiro cenário de desequilíbrio, fase <i>c</i> da barra 7 . . . . .	58
6.24	Comparação do ângulo de fase para primeiro cenário de desequilíbrio, fase <i>c</i> da barra 7 . . . . .	59
6.25	Comparação das tensões nas fases <i>a</i> , <i>b</i> e <i>c</i> da barra 7 para o segundo cenário . . . . .	60
6.26	Comparação da magnitude da tensão para o segundo cenário de desequilíbrio, fase <i>a</i> da barra 7 . . . . .	60
6.27	Comparação do ângulo de fase para segundo cenário de desequilíbrio, fase <i>a</i> da barra 7 . . . . .	60
6.28	Comparação da magnitude da tensão para o segundo cenário de desequilíbrio, fase <i>b</i> da barra 7 . . . . .	61
6.29	Comparação do ângulo de fase para o segundo cenário de desequilíbrio, fase <i>b</i> da barra 7 . . . . .	61

6.30	Comparação da magnitude da tensão para primeiro cenário de desequilíbrio, fase $c$ da barra 7 . . . . .	61
6.31	Comparação do ângulo de fase para primeiro cenário de desequilíbrio, fase $c$ da barra 7 . . . . .	62

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Símbolos Latinos

$a, b, c$	Fases do sistema elétrico trifásico
$H$	Matriz de Transferência.
$\hat{H}$	Matriz de transferência aproximada.
$\mathbb{C}$	Conjunto dos números complexos.
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais.
$p, m$	Índices indicadores da dimensão de matrizes.
$j$	Unidade imaginária de um número complexo.
$s$	Variável complexa da Transformada de Laplace.
$k$	Numero inteiro representativo de unidade discreta.
$f$	Função de transferência.
$\hat{f}$	Função de transferência aproximada.
$F$	Vetor linha de funções de transferência.
$c$	Resíduo associado ao polo $\sigma$ da função de transferência aproximada $\hat{f}(s)$ .
$d, h$	Constantes associadas a função de transferência aproximada $\hat{f}(s)$ .
$\bar{c}$	Resíduo associado ao polo $\sigma$ da função peso de estimativa da função de transferência $\sigma(s)$ .
$b$	Elemento do vetor independente do sistema linear.
$A$	Matriz de coeficientes da variável de um sistema linear.
$z$	Zeros da função de transferência $f(s)$ .
$\bar{z}$	Polos da função de transferência $f(s)$ .
$t$	Tempo.
$\tilde{x}$	Variável de estado fictícia.
$\tilde{y}$	Variável de estado correspondente ao numerador da função transferência inversa de $\lambda(s)$ .

$\tilde{u}$	Variável de estado correspondente ao denominador da função transferência inversa de $\lambda(s)$ .
$\tilde{A}$	Matriz de coeficientes da variável de estado fictícia $\tilde{x}$ .
$\tilde{b}$	Elemento do vetor independente do sistema de equações de estado.
$I_n$	Matriz identidade de ordem $n$ .
$\tilde{z}$	Polos finitos correspondentes as equações de estado.
$Z$	Transformada de Laplace da impedância.
$I$	Transformada de Laplace da corrente.
$V$	Transformada de Laplace da tensão.
$i$	Corrente no domínio do tempo.
$v$	Tensão no domínio do tempo.
$L$	Indutância em Henrys.
$C$	Capacitância em Faradays.
$R$	Resistência em Ohms.
$H$	Unidade de medida Henrys.
$F$	Unidade de medida Faradays.
$\frac{d}{dt}$	Derivada em função do tempo.
$Y$	Transformada de Laplace da admitância.
$I_S$	Corrente de entrada da linha de transmissão.
$I_R$	Corrente de saída da linha de transmissão.
$V_S$	Tensão de entrada da linha de transmissão.
$V_R$	Tensão de saída da linha de transmissão.
$x$	Variável indicativa de comprimento da linha de transmissão.
$\ell$	Comprimento da linha.
$km$	Unidade de comprimento (quilômetros).
$X_0$	Reatância de sequência zero da linha de transmissão.
$X_1$	Reatância de sequência positiva da linha de transmissão.
$C_0$	Capacitância de sequência zero da linha de transmissão.
$C_1$	Capacitância de sequência positiva da linha de transmissão.
$R_L$	Resistência de carga do sistema.
$X_L$	Reatância de carga do sistema.
$V_{BT}$	Tensão do lado de baixa tensão dos transformadores do sistema.
$V_{AT}$	Tensão do lado de alta tensão dos transformadores do sistema.

$X_{1-BT}$	Reatância de sequência positiva do lado de baixa tensão dos transformadores do sistema.
$X_{1-AT}$	Reatância de sequência positiva do lado de alta tensão dos transformadores do sistema.
$Z_p$	Indutância própria.
$Z_m$	Indutância mútua.
$Z_0$	Indutância de sequência positiva.
$Z_1$	Indutância de sequência negativa.
$Z_{eq}$	Indutância equivalente do sistema trifásico.
$Y_p$	Admitância própria.
$Y_m$	Admitância mútua.
$\hat{Y}_p$	Admitância própria filtrada.
$\hat{Y}_m$	Admitância mútua filtrada.
$\underline{Y}_p$	Admitância própria ajustada.
$\underline{Y}_m$	Admitância mútua ajustada

### Símbolos Gregos

$\omega_k$	Frequência discreta em radianos por segundo.
$\epsilon$	Erro de aproximação.
$\lambda$	Polo da função de transferência aproximada $\hat{f}(s)$ .
$\sigma$	Função peso de estimativa da função de transferência.
$\gamma$	Variável indicativa do número de iterações.
$\Lambda$	Conjunto de polos iniciais.
$\xi$	Zeros da função de transferência aproximada $\hat{f}(s)$ .
$\alpha$	Parte real do polo $\lambda$ .
$\beta$	Parte imaginária do polo $\lambda$ .
$\Delta$	Sinal indicativo de incremento ou diferença.
$\zeta$	Constante de propagação característica da admitância da linha de transmissão.
$\Omega$	Unidade Ohm.

## Siglas

SEP	Sistema Elétrico de Potência.
SIN	Sistema Interligado Nacional.
ATP	<i>Alternative Transiente Program.</i>
RLC	Combinação de Resistor, Indutor e Capacitor.
SVD	<i>Singular Value Decomposition.</i>
AT	Alta Tensão.
VF	<i>Vector Fitting.</i>
RMS	Valor Médio Quadrado ( <i>Root Mean Square</i> ).
SISO	Entrada Simples e Saída Simples ( <b>S</b> ingle <b>I</b> nput <b>S</b> ingle <b>O</b> utput).
MIMO	Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas ( <b>M</b> ultiple <b>I</b> nput <b>M</b> ultiple <b>O</b> utput).

# Capítulo 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 ASPECTOS GERAIS

Identificação de sistemas é um tópico de interesse nas mais diversas áreas de conhecimento. Em Sistemas Elétricos de Potência (SEP), aplicações são encontradas em estudos nos quais se busca obter um modelo reduzido para a representação de parte de uma área elétrica [1]. Esta área, em geral, contempla aspectos nos quais os níveis de detalhamento podem ser simplificados.

Os SEPs atendem extensas áreas com características geográficas heterogêneas [2]. Esses sistemas são compostos de múltiplos agentes, os quais podem atuar nos segmentos de distribuição, transmissão e geração de energia elétrica. No Brasil, atualmente, existem um enorme sistema interligado e alguns sistemas menores com operação isolada. Com o tempo, estes sistemas isolados estão se interconectando ao denominado Sistema Interligado Nacional (SIN). Em diversos estudos, no entanto, é desnecessário modelar o sistema como um todo. Em muitas situações, detalhes de uma porção reduzida são suficientes para estudo nesta região. Mas, as demais porções não devem ser ignoradas. Uma alternativa para levá-las em conta é substituí-las por um equivalente dinâmico.

Entender a aplicação de sistemas equivalentes significa ter uma ferramenta computacional acessível a aplicações práticas, incluindo estudos de grandes sistemas elétricos, como o SIN.

Os SEPs são caracterizados por interligações, muitas delas longas e, por isso, eventuais distúrbios em uma parte do sistema podem afetar outras, caracterizando uma natural complexidade que deve ser tratada nos mais variados estudos, como os de operação e de planejamento [3].

Um desses estudos trata de simulação dinâmica do sistema como um todo. Para esse tipo de simulações é requerido um alto grau de detalhamento do sistema para prover informações relevantes dos fenômenos estudados. A modelagem dinâmica de um sistema de grande porte demanda um considerável esforço computacional e pode

ser impraticável, se o profissional abrir mão do uso de técnicas simplificadas, como os equivalentes dinâmicos, visando simplificar parte da modelagem da rede elétrica [4].

O usual em estudos de equivalentes dinâmicos consiste em dividir o SEP analisado em duas partes: (i) rede interna e (ii) rede externa. A rede interna é o objeto de estudo do transitório e conserva seu modelo matemático original. A rede externa é substituída por uma rede equivalente de Thévenin, na qual assume-se que a perda de precisão nessa substituição é desprezível [5, 6]. Em contrapartida, ganha-se na redução de esforço computacional.

Existem diferentes técnicas que abordam o cálculo de equivalentes dinâmicos, podendo as mesmas serem agrupadas em dois grupos principais: (i) métodos no domínio do tempo e (ii) métodos no domínio da frequência. A Figura 1.1 ilustra esquema acerca destas divisões.

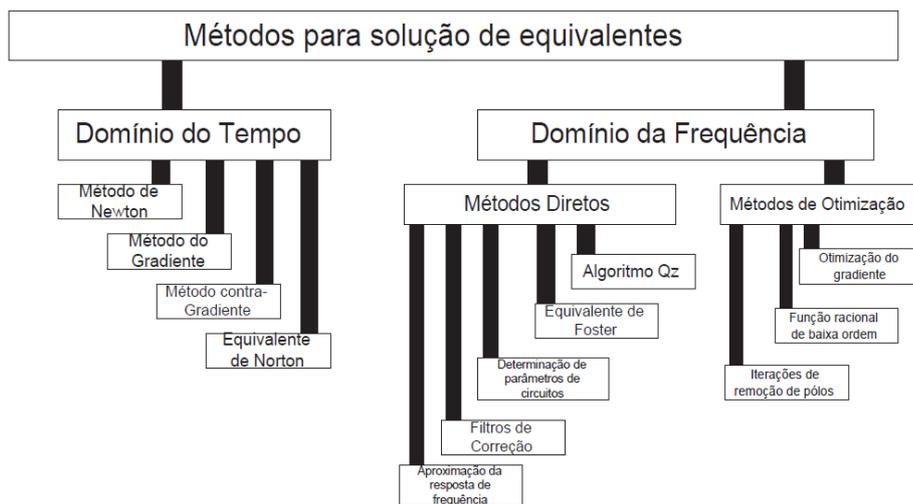


Figura 1.1: Esquema ilustrando a divisão dos diversos métodos de cálculo de equivalentes [7]

Os métodos no domínio do tempo envolvem complexidade matemática e demandam técnicas de otimização, mesmo na obtenção de resultados para um modelo equivalente de sistema de pequeno porte [8]. Por sua vez, métodos no domínio da frequência possuem maior simplicidade matemática. Contudo, sua aplicação a sistemas com parâmetros não-lineares fica bastante restrita [9].

Nesta dissertação, o foco é pela obtenção de um equivalente dinâmico trifásico composto por um conjunto de barras.

## 1.2 OBJETIVOS

Propõe-se um modelo de equivalente dinâmico de sistemas de potência para a análise de componentes harmônicas geradas a partir de uma parte menor da rede. Na parte da rede que é preservada em suas características, assume-se que há uma fonte geradora de harmônicos.

Com a finalidade de avaliar a técnica proposta, realizam-se simulações em um sistema com nove barras, três geradores e linhas de transmissão representadas com parâmetros concentrados e distribuídos. Os estudos foram realizados no *software* ATP e no Matlab. O sistema teste é subdividido em rede interna e externa. A rede interna contempla apenas duas barras trifásicas. As demais, são reduzidas a um equivalente dinâmico trifásico conectado ao lado de alta tensão de um transformador da rede preservada e que no sistema real possibilita ligação a linhas de transmissão.

Para cálculo do equivalente, a rede a ser substituída foi removida do sistema completo na barra de fronteira. Esta rede removida passou então a ser tratada e estudada, mas como do tipo passiva. Ou seja, as fontes de tensão originais foram desconsideradas, já que o foco é o estudo de harmônicos em frequências diferentes da industrial. Em seguida, aplicou-se uma fonte de tensão senoidal, com amplitude unitária, a uma das fases da barra de fronteira da rede externa (desconectada da rede preservada). Em seguida, mediram-se tensões e correntes injetadas nas fases  $a$ ,  $b$  e  $c$  correspondentes à barra de fronteira. Os dados obtidos no ATP foram utilizados no *software* Matlab para ajuste de um equivalente por meio da técnica *Vector Fitting* [10].

O desempenho do equivalente foi avaliado mediante testes de validação nos quais fontes harmônicas foram aplicadas no sistema original e no sistema simplificado em que parte da rede é substituída pelo equivalente calculado. Os testes consideram representação de sistemas trifásicos e foram avaliados tanto no *software* ATP quanto no Matlab.

## 1.3 CONTRIBUIÇÃO

As principais contribuições que se destaca desta dissertação relacionam-se aos seguintes aspectos:

- estudo de técnicas de construção de equivalentes dinâmicos trifásicos. Esse tipo de equivalência permite estudos de transitórios com maior precisão que aqueles limitados a uma única frequência;
- aplicação da metodologia *Vector Fitting* para a obtenção de equivalentes dinâmicos;
- estudo de componentes harmônicas com o uso de simulações no domínio da frequência, prática menos usual que as simulações no domínio do tempo.

## 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Além do capítulo introdutório, o texto da dissertação segue a organização descrita na sequência.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão literária das diferentes técnicas de obtenção de equivalentes dinâmicos no domínio da frequência. É dado destaque para a metodologia de identificação de sistemas denominada *Vector Fitting*, cuja aplicação é o objeto deste estudo.

O Capítulo 3 discorre quanto ao cálculo de equivalente de um sistema de potência, enfatizando abordagem no domínio da frequência. Nesse capítulo também são ilustrados aspectos de um sistema equivalente genérico, representado por impedâncias acopladas.

O Capítulo 4 aborda os tipos de modelos de linha de transmissão. São discutidos conceitos e diferenças dos modelos a parâmetros concentrados e distribuídos.

O Capítulo 5 é destinado à descrição do sistema em estudo, seus parâmetros físicos e as grandezas elétricas disponíveis para medição.

O Capítulo 6 aborda resultados de simulações. Nesta parte do trabalho, busca-se comparar resultados obtidos com o uso de equivalentes e utilizando o sistema completo. Assim, procura-se justificar a utilidade e a aplicação de equivalentes dinâmicos em sistemas elétricos de potência.

Por fim, o capítulo 7 destina-se às conclusões resultantes do trabalho.

## Capítulo 2 O MÉTODO *VECTOR FITTING*

Neste capítulo descreve-se a metodologia para identificação de sistema, a qual é baseada no método *Vector Fitting*. Esta técnica é a base para o cálculo de equivalentes dinâmicos a partir de resposta em frequência desenvolvido neste trabalho. Visando melhor entendimento, detalham-se aspectos básicos para determinação dos parâmetros de uma função de transferência.

### 2.1 REVISÃO GERAL

A representação de partes de redes elétricas ou equipamentos por equivalentes de sistemas tem sido objeto de diversos estudos [11, 12, 13, 14, 15, 16]. Esse tipo de representação é conveniente quando o alvo é a redução de dimensões das matrizes do sistema, com conseqüente redução do esforço computacional e do tempo requerido para a obtenção dos resultados. Além disto, o foco é mantido na parte de interesse específica do sistema e que é modelada em detalhes [17].

Uma forma de modelagem de sistemas é a que envolve a representação por funções de transferência, consistindo na representação da rede por circuitos concentrados do tipo RLC, com valores determinados através de estimação direta ou por meio de métodos de identificação de sistemas. Nas análises desta natureza, definem-se redes internas como áreas compreendendo instalações nas quais um evento transitório em análise justifica maior interesse. Por outro lado, as redes externas são aquelas que, conectadas em barramentos de fronteiras, têm menor importância do ponto de vista de modelagem. Desta forma, podem assumir uma representação mais simplificada e, portanto, são adequadas para representação do ponto de vista de equivalentes dinâmicos.

A delimitação das redes internas, externas e barras de fronteira nem sempre é uma tarefa trivial. Essa separação deve ser baseada em uma análise que leve em conta aspectos de engenharia e a familiaridade do pesquisador com o sistema [18]. Uma delimitação adotada é a que segue o conceito de coerência de áreas, caracterizadas

por geradores de uma determinada região que oscilam conjuntamente. Ou mesmo, delimitação física ou jurisdicional [4].

Na rede interna, tem-se como objeto de estudo, por exemplo, a excursão de um transitório. Nessa parte da rede, procura-se manter os detalhes do modelo matemático original.

A representação da rede externa pode ser feita a partir de uma varredura de frequências, que pode ser resumido em três processos distintos: injeção de corrente nos terminais de redes externas, onde essa corrente é a soma de sinais senoidais com magnitude unitária; medição de tensão nos terminais da rede externa; e análise de Fourier das tensões lidas. Para esse tipo de estudo, uma solução adequada pode ser obtida por meio do método de aproximação de resposta em frequência denominado *Vector Fitting* [10, 19, 20].

## 2.2 METODOLOGIA *VECTOR FITTING*

A dificuldade de se obter um método de ajuste geral para representação de sistemas elétricos complexos gerou uma série de outros métodos com soluções particulares. Por exemplo, o ajuste de curvas com base em diagramas de Bode restrito a polos e zeros reais tem sido satisfatoriamente aplicado na representação de linhas de transmissão baseados em características modais [21]. Contudo, os modelos de transformadores e redes equivalentes são mais adequadamente representados por polos complexos tendo em vista a existência de picos ressonantes nas curvas de resposta em frequência associadas a estudos com esses modelos.

Uma tentativa de proposição de um método geral consistiu em se dividir o problema em dois estágios de simulação, ambos com polos conhecidos [22]. No primeiro estágio, são alocados polos reais considerando-se uma faixa de frequência de interesse. Na sequência, introduzem-se parâmetros dependentes da frequência permitindo, assim, ajustar uma função escalar a partir de polos iniciais. Com base nessa função ajustada, um novo conjunto de polos é obtido e utilizado para se calcular uma nova função. Este procedimento apresenta desempenho satisfatório para sistemas de pequeno porte, principalmente, para a modelagem de linhas de transmissão. Contudo, a técnica apresenta restrições ao se lidar com sistemas contendo diversificado número de picos ressonantes.

Um outro método geral para construção de equivalentes ou respostas em frequência apropriadas a partir de funções racionais aproximadas foi proposto em [10]. Nesse trabalho, o sistema é modelado por polos complexos como estimativas iniciais. Dessa forma, tornou-se possível a obtenção de equivalentes dinâmicos para sistemas ressonantes com muitos picos.

### 2.2.1 Descrição do método *Vector Fitting*

A descrição que se segue para identificação de sistemas foi originalmente proposta em [10] e reproduzida na sequência com adaptações para melhor compreensão.

A técnica baseada no método *Vector Fitting* consiste em se aproximar uma matriz de transferência  $H(j\omega_k) \in \mathbb{C}^{p \times m}$  por  $\hat{H}(j\omega_k) \in \mathbb{R}^{p \times m}$ . Assume-se que os valores à frequência discreta  $\omega_k$  de  $H(j\omega_k)$  sejam conhecidos para uma faixa finita que se estende de  $\omega_0$  a  $\omega_N$ , com  $k = 0, 1, 2, \dots, N$ .

De uma forma geral, a partir da resposta em frequência do sistema, busca-se uma matriz de transferência que no sentido de mínimos quadrados seja uma aproximação de  $H(s)$ , em que  $s \in \mathbb{C}$  é a variável complexa da transformada de Laplace. Portanto, a menos de um erro  $\epsilon(s)$ ,

$$H(s) = \hat{H}(s) + \epsilon(s). \quad (2.1)$$

Seja o caso em os elementos de  $H(s)$  e de  $\hat{H}(s)$  são colocados na forma de um vetor linha  $1 \times M_k$   $f(s) \in \mathbb{C}$  denominados função de transferência. Portanto, para uma frequência discreta  $\omega_k$ , constrói-se um vetor linha  $F_k = [f_{1k} \ f_{2k} \ f_{3k} \ \dots \ f_{Mk}]$ , gerado a partir de  $H(j\omega_k)$  em que  $M = p \times m$ . Ao se empilhar todos os vetores linhas, variando-se  $k = 0, 1, 2, \dots, N$ , obtém-se o vetor de dimensão  $(N + 1) \times M$

$$F = [F_0^T \ F_1^T \ \dots \ F_N^T]^T. \quad (2.2)$$

Em função do tratamento por vetores e do conseqüente empilhamento descrito em (2.2), a técnica foi denominada *Vector Fitting*.

Nesta dissertação, buscar-se-á a identificação de apenas um elemento escalar ( $p=1$  e  $m=1$ ) por vez. O que corresponde à identificação de um sistema do tipo entrada-simples

e saída-simples, ou do inglês, *single-input single-output* (SISO). A extensão do cálculo para matriz de transferência ( $m > 1, p > 1$ ) - *multiple-input multiple-output* (MIMO) - é feita de forma similar.

### 2.2.2 Identificação de uma função de transferência

A curva de uma função de transferência  $f(s)$  a ser identificada a partir de pontos discretos à frequência  $w_k$  conhecidos tem a forma de uma função racional:

$$\hat{f}(s) = \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{s - \lambda_i} + d + sh \quad (2.3)$$

em que o número de polos  $n$  é fixado e todos os polos têm multiplicidade igual a um (polos simples). Os demais parâmetros devem ser calculados, sendo  $c_i$  o resíduo associado ao polo  $\lambda_i$ ;  $d$  e  $h$ , valores reais.

Os polos e os resíduos são constantes reais ou pares complexos conjugados. O problema consiste em se estimar todas as constantes de (2.3) de modo que uma aproximação por mínimos quadrados de  $f(s)$  seja obtida para um dado intervalo de frequência de interesse.

Note-se que, considerando  $s = s_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, N$ , (2.3) requer a resolução de um sistema não-linear, uma vez que o parâmetro  $\lambda_i$  faz parte do denominador da fração racional. Portanto, uma solução analítica para o problema torna-se inviável. Por isso, a alternativa a esse problema é o uso de técnica iterativa baseada em resolução de sistemas lineares.

A ideia na técnica *Vector Fitting* é resolver o problema de identificação sequencialmente em dois estágios. Em ambos os casos, trabalha-se com polos fixados (estimados). Com esta finalidade, utiliza-se a seguinte expressão para a estimativa da função de transferência:

$$\hat{f}(s) \approx \sigma(s)f(s) \quad (2.4)$$

em que  $\sigma(s)$  é uma função peso definida da seguinte forma:

$$\sigma(s) = \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\bar{c}_i}{s - \lambda_i} \right] + 1 \quad (2.5)$$

Em (2.5), o objetivo é calcular a função  $\sigma(s)$  iterativamente, de modo que havendo convergência, o seu valor tenda à unidade. Isto significa que, para um número finito de iterações  $\gamma$ ,  $\lim \bar{c}_i^{(\gamma)} \rightarrow 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Portanto, com o objetivo de implementar o processo iterativo visando o cálculo dos polos e resíduos, bem como as constantes  $d$  e  $h$ , define-se no primeiro estágio do procedimento um conjunto de polos iniciais  $\Lambda^{(0)} = \{\lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, \dots, \lambda_n^{(0)}\}$  em (2.3) e resolve-se o seguinte sistema de equações lineares nas incógnitas  $c_i, \bar{c}_i, i = 1, 2, \dots, n$   $d$  e  $h$ .

$$\left[ \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{s_k - \lambda_i^{(0)}} \right] + d + s_k h \approx \left\{ \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\bar{c}_i}{s_k - \lambda_i^{(0)}} \right] + 1 \right\} f(s_k) \quad (2.6)$$

em que  $s_k = j\omega_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, N$ .

Em (2.6),  $f(s_k)$  é um dado conhecido, pois corresponde ao valor da função de transferência à frequência  $\omega_k$  (ver equação (2.2)). Desta forma, apenas para esta frequência, a linha do sistema linear correspondente será:

$$\left[ \frac{1}{s_k - \lambda_1^{(0)}} \quad \dots \quad \frac{1}{s_k - \lambda_n^{(0)}} \quad 1 \quad s_k \quad -\frac{f(s_k)}{s_k - \lambda_1^{(0)}} \quad \dots \quad -\frac{f(s_k)}{s_k - \lambda_n^{(0)}} \right] x = b_k, \quad (2.7)$$

em que  $b_k = f(s_k)$  é um elemento do vetor independente do sistema linear e  $x = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n \ d \ h \ \bar{c}_1 \ \bar{c}_2 \ \dots \ \bar{c}_n]^T$ , o vetor de incógnitas.

Portanto, considerando-se os pontos com  $k = 0, 1, \dots, N$  em (2.7), para a incógnita  $x$ , obtém-se o sistema linear

$$Ax = b \quad (2.8)$$

em que  $A \in \mathbb{C}^{(N+1) \times (2n+2)}$ ,  $b \in \mathbb{C}^{(N+1)}$ .

Como em (2.8)  $(N + 1) \geq (2n + 2)$ , o sistema linear resultante, em geral, é do tipo sobredeterminado. Quando este sistema é mal condicionado, a solução resultante poderá se tornar sem sentido para a sequência dos cálculos requerido para o problema iterativo. Assim, é necessário aplicar um método de solução capaz de fornecer uma solução estável numericamente para o sistema linear. Uma técnica adotada é

baseada na decomposição da matriz  $A$  em valores singulares SVD (*singular value decomposition*).

A colocação de (2.8) em termos de SVD de  $A = USV^T$ , gera o sistema linear e a respectiva solução  $x$

$$USV^T x = b \Rightarrow x = V(S^T S)^{-1} U^T b. \quad (2.9)$$

Mesmo em (2.9), poderá ocorrer valores singulares muito baixos, levando à singularidade de  $(S^T S)$ . Isto implica dizer que alguns valores singulares podem ser desprezados. Neste caso, havendo eliminação desses valores, significa que o sistema linear poderá ser resolvido.

Considerando os valores de  $x$  calculados nessa iteração inicial, prossegue-se para os passos seguintes.

### 2.2.3 Iterações subsequentes para cálculo dos polos

A função identificada  $\hat{f}(s_k)$  em uma iteração  $\gamma$  pode ser escrita de uma outra maneira, desenvolvendo-se (2.3) como

$$\begin{aligned} \hat{f}(s) &= \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{s - \lambda_i} + d + sh = K \frac{\prod_{i=1}^{n-1} (s - \xi_i)}{\prod_{i=1}^n (s - \lambda_i)} + d + hs = \\ &= \frac{K \prod_{i=1}^{n-1} (s - \xi_i) + (d + hs) \prod_{i=1}^n (s - \lambda_i)}{\prod_{i=1}^n (s - \lambda_i)} = \frac{h \prod_{i=1}^{n+1} (s - z_i)}{\prod_{i=1}^n (s - \lambda_i)} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Já a função  $\sigma(s)$  na forma de polos e zeros fica:

$$\sigma(s) = \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\bar{c}_i}{s - \lambda_i} \right] + 1 = \frac{\prod_{i=1}^n (s - \bar{z}_i)}{\prod_{i=1}^n (s - \lambda_i)} \quad (2.11)$$

De (2.4), determina-se

$$f(s) \approx \frac{\hat{f}(s)}{\sigma(s)} = \frac{h \prod_{i=1}^{n+1} (s - z_i) \prod_{i=1}^n (s - \lambda_i)}{\prod_{i=1}^n (s - \lambda_i) \prod_{i=1}^n (s - \bar{z}_i)} = \frac{h \prod_{i=1}^{n+1} (s - z_i)}{\prod_{i=1}^n (s - \bar{z}_i)} \quad (2.12)$$

De (2.12), fica evidente que os polos de  $f(s)$  correspondem aos zeros  $\bar{z}_i$  de  $\sigma(s)$ . Já os zeros de  $f(s)$  são os próprios zeros  $z_i$  de  $\hat{f}(s)$ . Note-se que os polos iniciais, os quais serão designados por  $\lambda_i^{(0)}$ , se cancelam. Com base nestes resultados, torna-se sugestivo usar os zeros de  $\sigma(s)$  como polos iniciais para uma nova iteração, processo este repetido até que ocorra convergência, dada uma tolerância  $\eta$ .

#### 2.2.4 Cálculo dos zeros de $\sigma(s)$

Os zeros de  $\sigma(s)$  são também os polos de  $\frac{1}{\sigma(s)}$ . Para calcular os polos desta função, monta-se um sistema fictício que tem a seguinte função de transferência:

$$\frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{u}(s)} = \frac{1}{\sigma(s)} = \frac{1}{\left[ \sum_{i=1}^n \frac{\bar{c}_i}{s - \lambda_i} \right] + 1} \quad (2.13)$$

A expressão (2.13) pode ser reescrita como:

$$\left[ \sum_{i=1}^n \frac{\bar{c}_i \tilde{y}(s)}{s - \lambda_i} \right] + \tilde{y}(s) = \tilde{u}(s) \quad (2.14)$$

Seja a transformada de Laplace do estado do sistema fictício  $\tilde{x}_i(s)$  definido como  $\tilde{x}_i(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{s - \lambda_i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  e  $\tilde{x}(s) = [\tilde{x}_1(s) \ \tilde{x}_2(s) \ \dots \ \tilde{x}_n(s)]^T$ . Então de (2.14), conclui-se que

$$\tilde{y}(s) = -[\bar{c}_1 \ \bar{c}_2 \ \dots \ \bar{c}_n] \tilde{x}(s) + \tilde{u}(s) = -\bar{c}\tilde{x}(s) + \tilde{u}(s). \quad (2.15)$$

Considerando a definição de estado fictício  $\tilde{x}_i(s)$ , no domínio do tempo, as expressões passam a ser do tipo:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1(t) &= \lambda_1 \tilde{x}_1(t) + \tilde{y}(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) &= \lambda_2 \tilde{x}_2(t) + \tilde{y}(t) \\ &\vdots \\ \dot{\tilde{x}}_n(t) &= \lambda_n \tilde{x}_n(t) + \tilde{y}(t) \end{aligned}$$

Em forma matricial, tem-se

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \\ \vdots \\ \tilde{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \tilde{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \tilde{y}(t) = \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{b}\tilde{y}(t) \quad (2.16)$$

Os resultados de  $\tilde{y}(s)$  em (2.15) e as equações de estado (2.16) permitem concluir que esta última expressão pode ser escrita como:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (\tilde{A} - \tilde{b}\tilde{c})\tilde{x}(t) + \tilde{b}\tilde{u}(t). \quad (2.17)$$

Portanto, os zeros  $z_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  podem ser calculados como os autovalores de  $(\tilde{A} - \tilde{b}\tilde{c})$ .

Tendo em vista que o produto  $\tilde{b}\tilde{c}$  resulta em uma matriz cheia, mas de posto 1, é conveniente fazer uma modificação em (2.17) a fim de tornar o sistema esparso. Seja então  $\tilde{z}(t) = -\tilde{c}\tilde{x}(t)$ . Logo, as equações de estado definidas em (2.17) podem ser transformadas no sistema descritor:

$$\begin{bmatrix} I_n & 0 \\ 0_{1 \times n} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{b} \\ \tilde{c} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{b} \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{u}(t) \quad (2.18)$$

em que  $I_n$  é a matriz identidade de ordem  $n$ .

Reescrevendo (2.18) em uma forma mais compacta, determina-se

$$\tilde{E}_a \dot{\tilde{x}}_a(t) = \tilde{A}_a \tilde{x}_a(t) + \tilde{b}_a \tilde{u}(t) \quad (2.19)$$

em que  $\tilde{E}_a$ ,  $\tilde{A}_a$  e  $\tilde{b}_a$  podem ser obtidas diretamente de (2.18).

Finalmente, os zeros  $\bar{z}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  correspondem aos polos finitos de (2.19), os quais, a partir de  $\tilde{E}_a$  e  $\tilde{A}_a$ , podem ser calculados pelo método QZ [23].

### 2.2.5 Iterações subsequentes

Até este ponto os cálculos em (2.8) foram efetuados a partir de uma estimativa inicial dos polos,  $\Lambda^{(0)}$ . Logo, refinamentos destas estimativas tornam-se imperativos. Como

demonstrado anteriormente, os zeros  $\bar{z}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  tendem para os polos do sistema. Assim, uma opção lógica é utilizar estes valores como nova estimativa na iteração  $\gamma$  dos polos, tendo-se então  $\Lambda^{(\gamma)}$ . Ou seja,  $\lambda_i^{(\gamma)} = z_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  e  $\Lambda^{(\gamma)} = \{\lambda_1^{(\gamma)}, \lambda_2^{(\gamma)}, \dots, \lambda_n^{(\gamma)}\}$ . Diante destes resultados, recalculam-se as incógnitas  $x$  em (2.9) até que haja ou não convergência.

A convergência poderá ser monitorada, verificando-se a diferença dos polos nas iterações  $(\gamma - 1)$  e  $\gamma$ . Um índice utilizado para verificar este processo é definido com base no valor RMS do desvio entre os valores nas duas iterações

$$erro\ RMS = \sqrt{\sum_{i=1}^n |\lambda_i^{(\gamma)} - \lambda_i^{(\gamma-1)}|^2} \quad (2.20)$$

### 2.2.6 Cálculo dos resíduos

Este processo corresponde ao segundo estágio da identificação da curva. Os resíduos  $c_i$  são calculados a partir da expressão (2.6), dado que agora os polos são considerados exatos dentro da tolerância fixada. Conseqüentemente, os valores  $\bar{c}_i \rightarrow 0$ . Agora, os cálculos devem ser efetuados a partir da expressão

$$\left[ \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{s_k - \lambda_i^{(\gamma)}} \right] + d + s_k h \approx f(s_k) \quad (2.21)$$

Conseqüentemente, em (2.7) não é mais necessário incluir as colunas correspondentes às incógnitas  $\bar{c}_i$ , já que estas não mais precisam ser calculadas. Seguindo este procedimento, determina-se novamente o vetor  $x$  em (2.8), que passa a conter apenas  $c_i$ ,  $d$  e  $h$ . Com estes valores calculados e os polos, a aderência da curva identificada poderá ser quantificada avaliando-se o erro entre os pontos dados e os identificados. O erro RMS pode ser calculado da seguinte forma:

$$erro\ RMS = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^N |f(j\omega_k) - \hat{f}(j\omega_k)|^2}{N + 1}} \quad (2.22)$$

### 2.2.7 Estimativa dos polos iniciais

O sucesso da aplicação do método *Vector Fitting* requer que o problema linear possa ser resolvido com precisão suficiente. A escolha inadequada de polos iniciais pode criar dificuldades para o processo de convergência.

O problema linear (2.8), geralmente torna-se mal condicionado se os polos iniciais são reais. Isso pode resultar numa solução imprecisa. Para solucionar esse problema, utiliza-se polos iniciais complexos. Uma grande diferença entre os polos iniciais e os corretos, obtidos após o fim da iteração, pode resultar em uma grande variação de  $\sigma(s)$  e  $\sigma(s)f(s)$ . Isso ocorre porque o método dos mínimos quadrados é utilizado para a solução de (2.8). Esse problema é superado com uma boa locação de polos iniciais ou com o uso dos polos resultantes de cada etapa do processo iterativo como polos iniciais da nova iteração.

### 2.2.8 Procedimento simplificado para seleção de polos iniciais

Consideram-se que os polos iniciais sejam pares complexos conjugados distribuídos ao longo de uma faixa de frequência de interesse [10]. Cada par de polos pode ser descrito por:

$$\lambda_i = -\alpha + j\beta, \lambda_{i+1} = -\alpha - j\beta, \quad (2.23)$$

sendo  $\alpha = \frac{\beta}{100}$  e  $\beta$  uma frequência discreta em rad/s.

O procedimento é um artifício utilizado para, em vários casos, contornar problemas que levam ao mal condicionamento da equação (2.8). A aplicação do *Vector Fitting* [24] traz opções de alocação de polos iniciais espaçados de modo linear e logarítmico dentro da faixa de frequência de interesse.

### 2.2.9 Seleção de polos iniciais baseados na curva experimental

Nem sempre a alocação uniforme de pares de polos complexos conjugados é suficiente para um bom condicionamento da equação (2.8). Em outros casos, é possível a obtenção

da equivalência desejada, contudo, a precisão do resultado pode ser sensivelmente melhorada com a utilização das frequências dos picos da função experimental como polos iniciais do modelo [17]. Caso os polos iniciais sejam encontrados a partir dos picos de ressonância da grandeza medida, a aplicação do ajuste vetorial apresenta maior rapidez na convergência [25].

### 2.2.10 Polos do sistema equivalente

O sistema equivalente dinâmico a ser obtido com a metodologia *Vector Fitting* consiste numa representação da função de transferência pela soma de frações parciais. O número de termos desse somatório depende do quantitativo de polos atribuídos ao modelo. Portanto, um maior número de polos pode gerar um sistema mais preciso, com o ônus de uma maior complexidade. Uma forma de obter um equivalente mais simples com uma quantidade menor de polos consiste na partição de uma dada resposta em frequência em faixas estreitas ao longo da faixa de frequências de interesse. Para cada seção são identificados os picos e definidas as quantidades de polos desejados. Noda [16] utilizou estimativas iniciais, com partes reais nulas e imaginárias iguais as frequências correspondentes aos máximos locais da curva de resposta em frequência da função de transferência. Tal estratégia foi utilizada com sucesso para identificação de uma rede multifásica equivalente para cálculos de transitórios eletromagnéticos. O algoritmo foi utilizado para obter um equivalente de ordem reduzida de um sistema de potência de 500 kV.

Na presente dissertação, utiliza-se uma abordagem baseada na alocação de polos conforme sugerido em (2.23). Mas, quando se verifica que há dificuldade de convergência no ajuste das curvas, recorre-se à identificação também com base nas frequências dos picos.

## Capítulo 3 CÁLCULO DE EQUIVALENTES

Discute-se neste capítulo o conceito de resposta em frequência e os desdobramentos que o assunto requer. Aplicações são avaliadas para sistemas elétricos de potência de forma a serem usadas no cálculo de equivalentes dinâmicos.

### 3.1 INTRODUÇÃO

O conceito de resposta em frequência é importante para a compreensão de alguns modelos matemáticos de sistemas dinâmicos, em geral. Este tipo de resposta é obtida a partir de excitação do sistema em regime permanente, considerando-se fonte de excitação senoidal a uma dada frequência. Embora obtida a partir de resposta em regime permanente, o resultado é utilizado para avaliação do sistema também em regime transitório.

Um sistema linear excitado por uma fonte senoidal produzirá sinal de saída também senoidal. Quando essa fonte produz sinais a diferentes frequências, o sinal de saída terá essas componentes de frequência na sua composição.

A aplicação de análises de resposta em frequência em sistemas de transmissão de energia elétrica é uma técnica bastante difundida. Os diferentes modelos de linhas são representados por arranjos RLC, que têm comportamentos diferentes para cada frequência analisada. Além disso, em sistemas de transmissão, existe a presença de equipamentos transformadores e diversos tipos de cargas. No caso do estudo de componentes harmônicas, as respostas em frequência permitem visualizar com precisão os pontos críticos referentes à faixa de frequência em análise. Estas características podem ser visualizadas através dos picos e vales da curva de magnitude, os quais constituem evidências da existência de polos e zeros da função de transferência, respectivamente [26].

## 3.2 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Uma função de transferência representa matematicamente a relação entre um sinal ou grandeza de saída e um sinal ou grandeza de entrada de um sistema e são representadas, geralmente, como funções racionais da variável complexa  $s$ . Um exemplo familiar é o verificado em um circuito elétrico, na situação em que se analisa as grandezas elétricas relativas a uma impedância. Uma impedância é um componente passivo de circuito, conectado entre dois terminais e que é atravessada por uma corrente elétrica, ao ser submetida a uma diferença de potencial.

No caso de uma impedância  $Z(s)$ , percorrida por uma corrente  $I(s)$  e submetida a uma tensão  $V(s)$ , a função de transferência é:

$$Z(s) = \frac{V(s)}{I(s)} \quad (3.1)$$

Todas as variáveis em  $s$  de (3.1) podem ser colocadas na forma de funções racionais de polinômios.

Os polinômios geradores de  $Z(s)$ ,  $V(s)$  e  $I(s)$  correspondem às transformadas de Laplace [5] dos elementos do sistema, no tempo,  $z(t)$ ,  $v(t)$  e  $i(t)$ , respectivamente. A variável complexa  $s$  é definida como  $\sigma + j\omega$ , em que  $\omega$  é a frequência em rad/s e  $\sigma$ , a parte real (unidade em  $1/s$ ).

As impedâncias consideradas nesta dissertação são compostas por elementos invariantes no tempo e na frequência. Assim um componente resistivo, indutivo e capacitivo são representados por parâmetros  $R$ ,  $L$  e  $C$ , respectivamente. Para a indutância, no domínio do tempo, a relação entre a tensão nos seus terminais e a corrente que a percorre é dada pela equação diferencial:

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (3.2)$$

Considerando um carregamento inicial nulo do indutor, a transformada de Laplace da equação (3.2) pode ser representada por:

$$V(s) = sLI(s) \quad (3.3)$$

o que significa que

$$sL = \frac{V(s)}{I(s)} \quad (3.4)$$

Comparando as equações (3.1) e (3.4) percebe-se que a impedância representativa de uma indutância é dada no domínio da frequência por  $sL$  e a admitância será a sua inversa  $\frac{1}{sL}$ .

Para um capacitor, a relação entre a tensão nos seus terminais e a corrente fluindo no ramo é dada por:

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \quad (3.5)$$

Desta forma, a transformada de Laplace considerando o carregamento inicial nulo será:

$$I(s) = sCV(s) \quad (3.6)$$

Rearranjando os termos, determina-se a impedância:

$$Z(s) = \frac{1}{sC} = \frac{V(s)}{I(s)} \quad (3.7)$$

Portanto, a impedância representativa da capacitância no domínio da frequência é  $\frac{1}{sC}$ , enquanto a admitância é  $sC$ . No domínio da frequência, a solução de um sistema dinâmico qualquer composto por elementos passivos reduz-se a solução de um sistema linear. Esta propriedade é explorada na sequência para se obter um sistema linear reduzido e a partir dele se determinar uma rede simplificada que desempenhe comportamento similar ao da rede maior.

### 3.3 EQUIVALENTE DINÂMICO

A pesquisa por um equivalente dinâmico de uma rede passiva consiste em se determinar elementos RLC e a forma como os mesmos são ligados visando substituir o sistema original. Alguns sistemas são caracterizados por uma ampla faixa de frequências, mas em diversas situações, o interesse em simulações requer estudos de uma faixa reduzida. Portanto, torna-se desnecessário efetuar cálculos fora dessa faixa de interesse. Um equivalente adequadamente projetado resulta em uma metodologia apropriada na solução desse tipo de problema.

#### 3.3.1 Definição da rede equivalente

Considere parte de um sistema linear genérico, somente com elementos passivos, representado pela caixa preta da Figura 3.1.

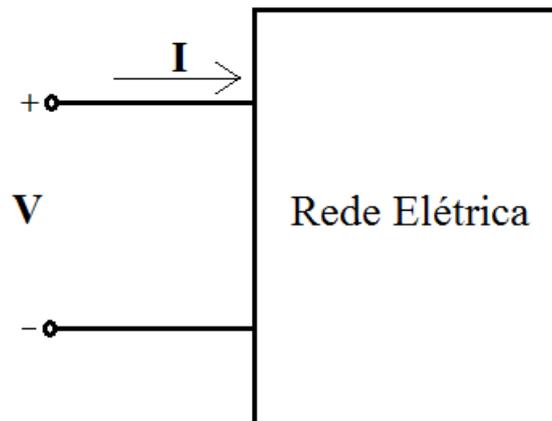


Figura 3.1: Representação de um sistema linear equivalente

Suponha ainda que o sistema da Figura 3.1 seja excitado por uma fonte de tensão senoidal cuja amplitude é igual a  $V$ , também percorrida por uma corrente de amplitude  $I$ . Nesta situação, calcula-se a impedância vista pela fonte, caso sejam conhecidos os valores dos fasores associados à tensão da fonte e à corrente.

Procedimento similar pode ser considerado para uma rede elétrica trifásica. Neste caso, testes na entrada da rede evidenciarão que existe mais de uma impedância equivalente, já os terminais de entrada consistem de três fases mais a referência, conforme é ilustrado na Figura 3.2. Considerando que a rede seja puramente passiva, esta poderia ser

substituída por três impedâncias ligadas para a terra mais uma impedância conectada entre cada fase.

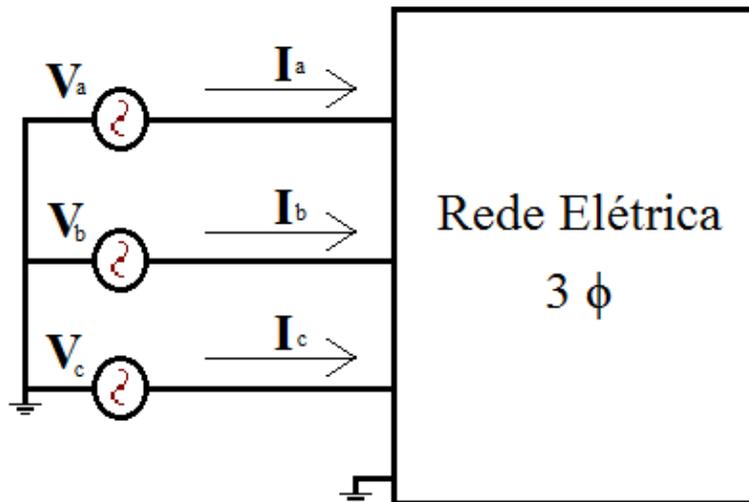


Figura 3.2: Representação de um Sistema Trifásico Linear Equivalente

Uma forma de representação equivalente multiterminal é a ilustrada na Figura 3.3. Observa-se nesta rede equivalente que cada impedância é formada por elementos RLC conectados em série.

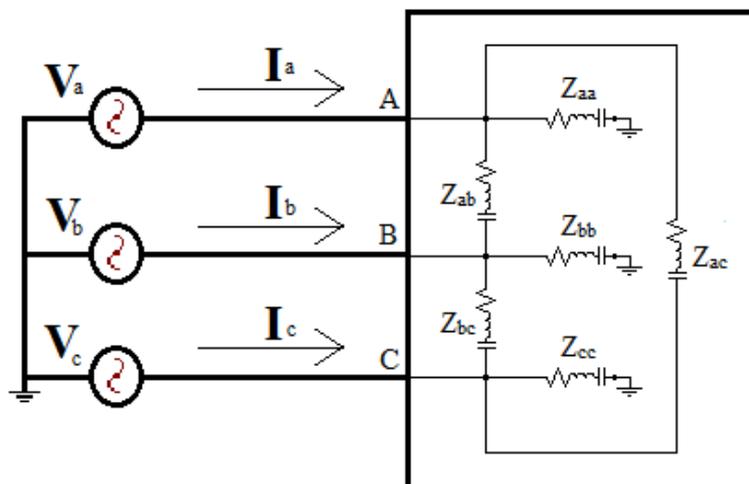


Figura 3.3: Representação de um sistema trifásico acoplado

Nessa carga acoplada da Figura 3.3, representando um equivalente dinâmico trifásico, as impedâncias  $Z_{aa}$ ,  $Z_{bb}$  e  $Z_{cc}$  representam as impedâncias próprias das fases  $a$ ,  $b$  e  $c$ , respectivamente. Da mesma forma, as impedâncias  $Z_{ab}$ ,  $Z_{bc}$  e  $Z_{ac}$  são as impedâncias mútuas entre essas fases. Estas impedâncias podem ser determinadas a partir de ensaios realizados onde está ligada a fonte trifásica. Com esta finalidade, utiliza-se uma fonte

senoidal monofásica que é ligada a somente uma das fases da rede. Optou-se por utilizar uma fonte de corrente injetada na fase  $a$ , colocando-se as demais fases no potencial de referência. Assim, ao se medir a tensão nos terminais da fonte de corrente e as correntes que fluem dos demais terminais para a terra torna-se possível identificar as impedâncias  $Z_{aa}$ ,  $Z_{ab}$  e  $Z_{ac}$ . Essas grandezas são ilustradas ao se visualizar o detalhamento verificado na Figura 3.4. Procedimento semelhante pode ser efetuado com alimentação nas demais fases para determinação das demais impedâncias do modelo.

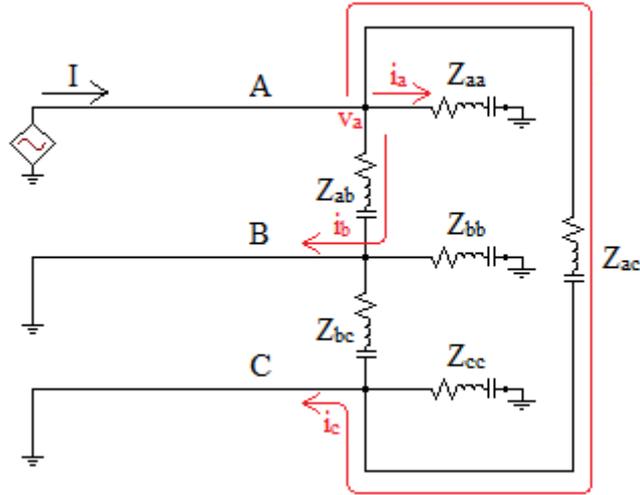


Figura 3.4: Circuito ilustrativo para obtenção da tensão na fase a e corrente nas três fases de um sistema trifásico acoplado

Convencionando-se chamar a corrente que passa por  $Z_{aa}$  de  $i_a$ , a corrente que passa por  $Z_{ab}$  de  $i_b$  e a corrente que passa por  $Z_{ac}$  de  $i_c$ , determina-se para o nó A:

$$I = \frac{V_a}{Z_{aa}} + \frac{V_a}{Z_{ab}} + \frac{V_a}{Z_{ac}} \quad (3.8)$$

onde  $I$  é a corrente que flui da fonte de corrente. De outra forma, reescreve-se essa equação como:

$$I = i_a + i_b + i_c \quad (3.9)$$

Note-se da Figura 3.4 que os valores de  $I$ ,  $i_b$  e  $i_c$  podem ser medidos por amperímetros diretamente dos terminais do equivalente. O valor de  $i_a$  pode ser obtido algebricamente dos valores medidos:

$$i_a = I - (i_b + i_c) \quad (3.10)$$

Considerando que a tensão da fonte também pode ser medida, é possível deduzir os valores das impedâncias:

$$Z_{aa} = \frac{v_a}{i_a} \quad (3.11)$$

$$Z_{ab} = \frac{v_a}{i_b} \quad (3.12)$$

$$Z_{ac} = \frac{v_a}{i_c} \quad (3.13)$$

Repetindo o procedimento com a fonte de corrente na fase  $b$  (veja a Figura 3.5), e as demais fases aterradas é possível obter as impedâncias  $Z_{bb}$ ,  $Z_{ba}$  e  $Z_{bc}$ , onde  $Z_{ba} = Z_{ab}$ , utilizando as equações (3.14) a (3.17).

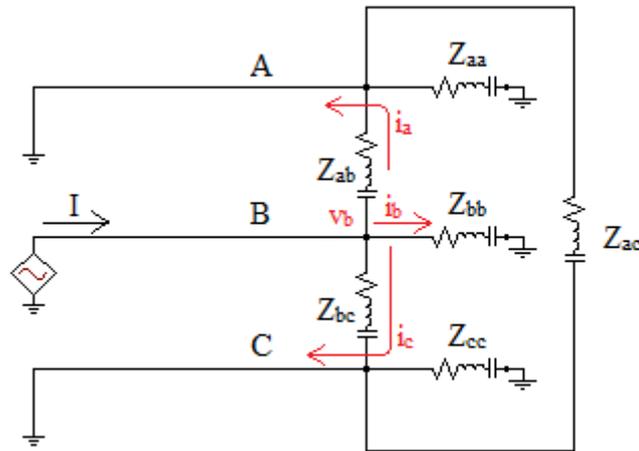


Figura 3.5: Modelo com fonte de corrente na fase  $b$

$$i_b = I - (i_a + i_c) \quad (3.14)$$

$$Z_{bb} = \frac{v_b}{i_b} \quad (3.15)$$

$$Z_{ba} = \frac{v_b}{i_a} \quad (3.16)$$

$$Z_{bc} = \frac{v_b}{i_c} \quad (3.17)$$

Da mesma forma, com a fonte na fase  $c$  (Figura 3.6) obtém-se as demais impedâncias desejadas, conforme equações (3.18) a (3.21).

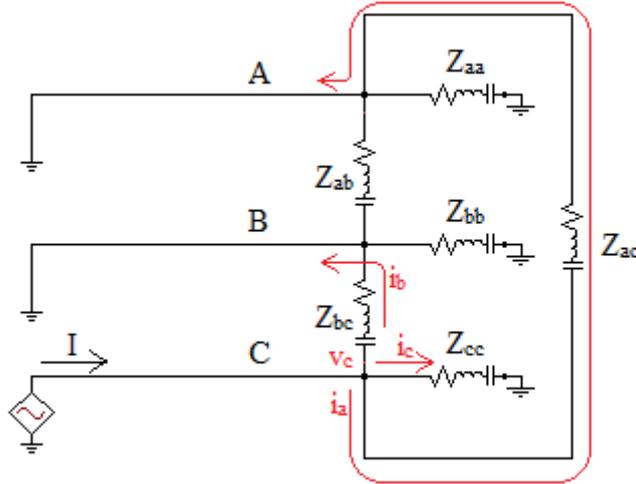


Figura 3.6: Modelo considerando a fonte de corrente na fase  $c$

$$i_c = I - (i_a + i_b) \quad (3.18)$$

$$Z_{cc} = \frac{v_c}{i_c} \quad (3.19)$$

$$Z_{cb} = Z_{bc} = \frac{v_c}{i_b} \quad (3.20)$$

$$Z_{ca} = Z_{ac} = \frac{v_c}{i_a} \quad (3.21)$$

Caso opte-se por utilizar uma fonte de tensão para excitação de cada uma das fases, também é possível calcular as admitâncias do equivalente. Considere a Figura 3.7. A partir da análise das correntes do nó A desse circuito, determina-se a seguinte relação:

$$i_a = \frac{v_a}{Z_a} + \frac{v_a}{Z_{ab}} + \frac{v_a}{Z_{ac}} \quad (3.22)$$

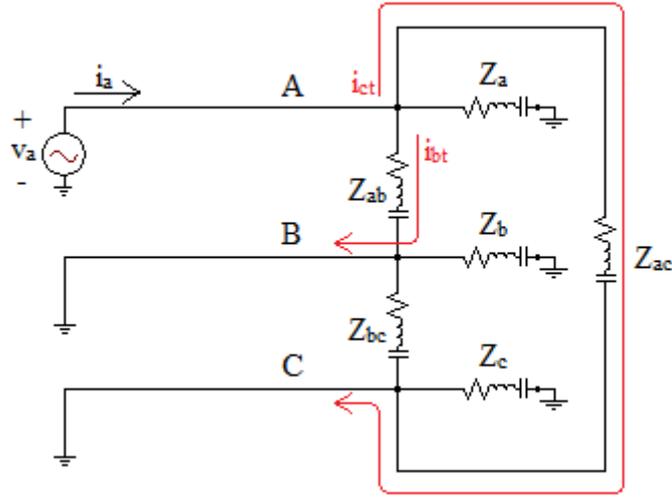


Figura 3.7: Excitação com fonte de tensão na fase  $a$

Isolando  $v_a$ , calcula-se:

$$i_a = (Y_a + Y_{ab} + Y_{ac})v_a \quad (3.23)$$

Assumindo  $Y_{aa} = \frac{i_a}{v_a}$ :

$$Y_{aa} = Y_a + Y_{ab} + Y_{ac} \quad (3.24)$$

$$Y_a = Y_{aa} - (Y_{ab} + Y_{ac}) \quad (3.25)$$

Os valores de  $Y_{ab}$  e  $Y_{ac}$  são obtidos diretamente dos valores de tensão e corrente dos terminais disponíveis para medição:

$$Y_{ab} = \frac{i_{bt}}{v_a} \quad (3.26)$$

$$Y_{ac} = \frac{i_{ct}}{v_a} \quad (3.27)$$

O procedimento para as demais fases é análogo.

### 3.4 CALCULO DOS PARÂMETROS DO SISTEMA EQUIVALENTE

Conforme demonstrado anteriormente, a obtenção de um equivalente dinâmico para um sistema trifásico representado por carga com elementos passivos é resumido ao cálculo das impedâncias próprias e mútuas de uma carga acoplada. A realização de ensaio para obtenção de medidas de tensão à entrada da rede é o suporte necessário para a obtenção de todos os dados para os cálculos de interesse.

Uma vez conhecida a rede a ser equivalentada, é possível efetuar as simulações objetivando se levantar os dados de interesse. Uma das ferramentas utilizadas com este fim é o *software* ATP. Alguns testes neste programa possibilitam aplicação de fonte senoidal, com amplitude e frequência constantes, alimentando os terminais de entrada da rede. Um outro conjunto de testes consiste em se levantar a resposta em frequência de modo a se calcular as impedâncias em função da frequência. Estes dados podem ser calculados a partir de informações de corrente e de tensão, variando no domínio da frequência. No ATP, simulações possíveis incluem testes que são realizados mediante aplicação da rotina *SCAN FREQUENCY*. A partir desta rotina, levantam-se dados de tensão e de corrente para uma faixa de frequência definida pelo usuário. Os detalhes referentes a essa simulação são discutidos no Capítulo 5. Com base nesses dados, podem ser identificadas funções de transferência para as impedâncias ou admitâncias dos equivalentes. Essas informações tratadas com o aplicativo *Vector Fitting* permitem a identificação de funções de transferência no domínio  $s$ . Com este resultado, torna-se possível levantar um equivalente com elementos passivos definidos.

Mais à frente, as técnicas discutidas neste capítulo serão utilizadas para comprovar a equivalência de uma rede reduzida com o sistema original que lhe deu origem.

## Capítulo 4 LINHAS DE TRANSMISSÃO

Conforme será apresentado, o sistema elétrico de estudo nesse trabalho tem uma predominância de características relativas de modelos de linhas de transmissão. Assim, justifica-se uma revisão dos conceitos relacionados à representação desses componentes e seus modelos.

### 4.1 DESCRIÇÃO GERAL

As linhas de transmissão são usadas para transmitir energia e sinais de um ponto a outro do SEP. A linha de transmissão básica conecta uma fonte a uma carga, geralmente uma usina a uma subestação localizada a centenas de quilômetros de distância [27].

Em sistemas de grande porte, torna-se conveniente a adoção de modelos que representem o comportamento real do sistema. Normalmente, os modelos mais indicados para linhas de transmissão dependem de sua extensão, linhas com até 80 km são chamadas de linhas curtas e, em alguns estudos despreza-se a capacitância dessas linhas. Linhas entre 80 e 240 km são consideradas médias e são normalmente representadas pelo modelo  $\pi$ . As linhas maiores que 240 km são consideradas longas e são representadas por parâmetros distribuídos [28, 29].

A seguir discutem-se os modelos de linhas mais frequentes, com destaque para aquelas que serão utilizadas nas simulações neste trabalho.

### 4.2 MODELOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

É conveniente representar as linhas de transmissão por uma rede com duas variáveis de entradas e duas de saídas, onde na Figura 4.1  $V_S$  e  $I_S$  representam a tensão e corrente de entrada e  $V_R$  e  $I_R$  a tensão e corrente de saída, respectivamente. Os modelos para linhas curtas médias e longas são discutidos a seguir.

### 4.2.1 Modelo série

O circuito da Figura 4.1 representa uma linha curta com até 80 km, a 60 Hz. Nesse sistema, apenas a resistência e a indutância são incluídas. O circuito se aplica a linhas monofásica ou trifásicas transpostas equilibradas.  $Z$  representa a impedância série da linha,  $V_R$  e  $V_S$  são tensões de sequência positiva de fase-neutro e  $I_R$  e  $I_S$  são as correntes na linhas de sequência positiva.

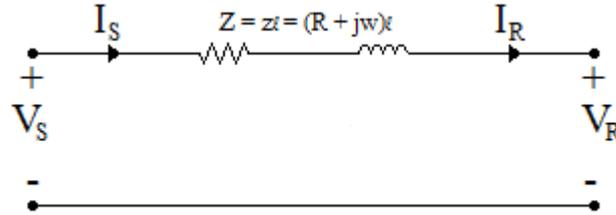


Figura 4.1: Representação de uma linha curta

$Z = zl$  é expresso em Ohm e representa impedância total série,  $Y = yl$  é dado em Siemens e representa a admitância total *shunt* e  $l$  é o comprimento da linha em metros.

As equações de tensão e corrente do sistema podem ser escritas como:

$$V_s = V_R + ZI_R \quad (4.1)$$

$$I_s = I_R \quad (4.2)$$

### 4.2.2 Modelo $\pi$

Para linhas médias, 80 a 250 km, a 60 Hz, é comum considerar a capacitância *shunt* dividida entre as duas extremidades da linha, formando o denominado circuito  $\pi$  (ver Figura 4.2) [6].

Nesse caso, as equações de tensão e corrente podem ser escritas como:

$$V_s = V_R + Z\left(I_R + \frac{V_R Y}{2}\right) \quad (4.3)$$

$$= \left(I + \frac{YZ}{2}\right)V_R + ZI_R \quad (4.4)$$

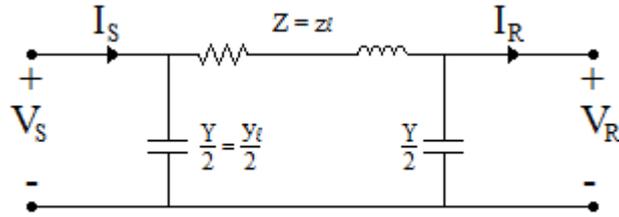


Figura 4.2: Representação de uma linha média, modelo  $\pi$

$$I_s = I_R + \frac{V_R Y}{2} + \frac{V_S Y}{2} \quad (4.5)$$

Neste modelo de linha a representação se dá por parâmetros concentrados [30, 28]. Nesse caso as impedâncias são valores constantes dependentes dos parâmetros físicos das linhas [27, 31].

#### 4.2.3 Modelo a parâmetros distribuídos

Para linhas longas a representação é feita por equações diferenciais [32]. Considere os valores de  $R$ ,  $L$  e  $C$  em  $\Omega/m$ ,  $H/m$  e  $F/m$ , respectivamente. Essas grandezas são uniformemente distribuídas por toda a linha e dependem da sua natureza construtiva. Considere o circuito mostrado na Figura 4.3 que representa uma seção  $\Delta x$  da linha.

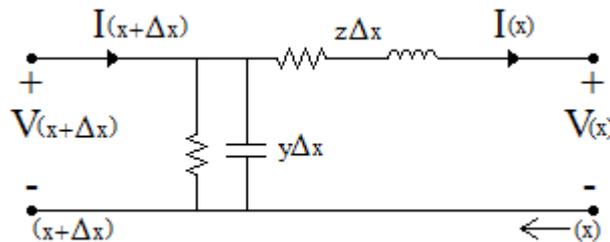


Figura 4.3: Representação de uma seção de linha longa

No circuito da Figura 4.3  $V(x)$  e  $I(x)$  representam a tensão e a corrente na posição  $x$  da linha, respectivamente, a qual é medida em metros da direita para esquerda. Da mesma forma,  $V(x + \Delta x)$  e  $I(x + \Delta x)$  representam a tensão e a corrente na posição  $(x + \Delta x)$  da linha. Pode-se demonstrar [32] que as tensões e correntes resultantes desse modelo são:

$$V(x) = \cosh(\zeta x)V_R + Z_c \sinh(\zeta x)I_R \quad (4.6)$$

$$I(x) = \frac{1}{Z_c} \sinh(\zeta x)V_R + \cosh(\zeta x)I_R \quad (4.7)$$

Nas equações (4.6) e (4.7),  $\zeta$  representa uma constante de propagação característica da admitância. Para sistemas trifásicos  $\zeta = \sqrt{Z_u(jw) \cdot Y_u(jw)}$ . Onde  $Z_u(jw)$  representa a impedância longitudinal por unidade de comprimento e  $Y_u(jw)$  a admitância transversal por unidade de comprimento.

Para uma linha de transmissão trifásica, o modelo representativo de impedâncias distribuídas é dado por [33]:

$$y_p = y_c \cot g(\zeta x) \quad (4.8)$$

$$y_m = y_c \operatorname{csch}(\zeta x) \quad (4.9)$$

Onde  $y_p$  são as impedâncias próprias por fase e  $y_m$  as impedâncias mútuas entre fases. A constante  $y_c$  depende das características físicas da linha, representada por:  $y_c = \sqrt{\frac{Y_u(jw)}{Z_u(jw)}}$ .

Observa-se que as linhas de transmissão modeladas a parâmetros distribuídos apresentam um número infinito de estados, devido a característica hiperbólica da função modelada [33].

Conforme será discutido na sequência desse trabalho, no ATP, a implementação desse tipo de linha será feita utilizando-se a rotina LINEZT3.

## Capítulo 5 APLICAÇÃO A UM SISTEMA ELÉTRICO TRIFÁSICO

Neste capítulo, descreve-se um sistema elétrico que será utilizado no capítulo seguinte para se calcular e avaliar o desempenho de um equivalente dinâmico trifásico. São apresentados o detalhamento de como os dados são utilizados visando se obter as informações necessárias para levantamento do equivalente. São também caracterizados como os dados de linha de transmissão afetam os resultados, dependendo se a linha for representada a parâmetros concentrados ou distribuídos.

### 5.1 SISTEMA TESTE

O sistema elétrico trifásico utilizado para teste nesta dissertação é composto de nove barras, três geradores, três transformadores elevadores, seis linhas de transmissão e três cargas [34]. O diagrama unifilar na Figura 5.1 destaca a sua rede elétrica. No sistema, são observados níveis de tensão fase-fase em 13,8 kV, 16,5 kV, 18 kV e 230 kV. O maior nível corresponde ao sistema de transmissão. Os demais são encontrados no sistema de geração. A menos das tensões em kV, os outros dados no diagrama são impedâncias e susceptâncias de sequência positiva, em pu na base 100 MVA e tensão nominal do barramento associado. O termo  $B/2$  refere-se à 50% do carregamento total de cada linha, enquanto os demais dados em pu são impedâncias do ramo série do modelo de cada equipamento.

As linhas de transmissão são assumidas completamente transpostas, com a impedância de sequência negativa igual à de sequência positiva. Para cada linha de transmissão, supôs-se que a impedância de sequência zero é igual ao triplo do valor respectivo de sequência positiva. Conhecendo-se o comprimento de cada linha de transmissão e os parâmetros por unidade de comprimento, calculam-se as impedâncias e susceptâncias totais. Os parâmetros à frequência industrial de 60Hz e invariantes com a frequência que permitem esses cálculos são dispostos nas Tabelas 5.1 e 5.2.

As três cargas trifásicas foram modeladas de forma equilibrada, contendo em cada fase,

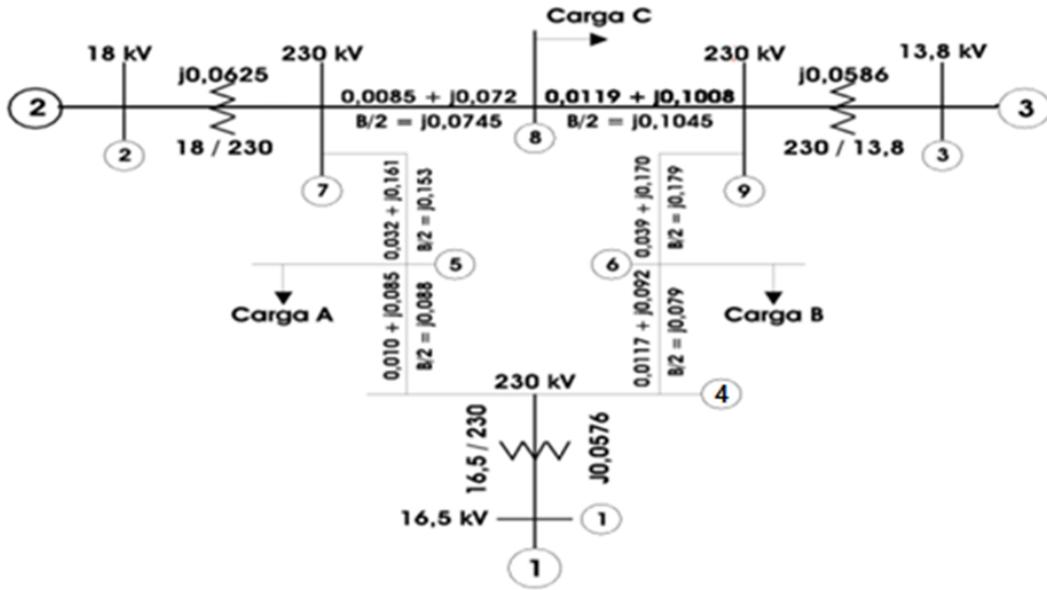


Figura 5.1: Sistema de nove barras e três geradores

uma impedância série constituída de uma resistência e de uma reatância à frequência industrial. Isto significa que para outras frequências, a carga é modelada como contendo uma resistência,  $R_L$  e uma indutância,  $L_L$  (ou capacitância, dependendo do fator de potência), sem acoplamentos. Os valores dos parâmetros associados foram calculados, a partir da impedância dada à frequência industrial (60 Hz). Os dados das cargas são apresentados na Tabela 5.3.

Tabela 5.1: Parâmetros resistivos de linha, por unidade de comprimento, e comprimento  $\ell$  da linha

Ligação	$R_0$ (m $\Omega$ /km)	$R_1$ (m $\Omega$ /km)	$\ell$ (km)
4-5	0,1587	0,0529	80
4-6	0,2698	0,08993	100
5-7	0,5078	0,1693	80
6-9	0,6189	0,2063	100
7-8	0,1686	0,0562	70
8-9	0,1889	0,0629	100

As impedâncias dos transformadores foram representadas assumindo-se contribuição somente das indutâncias de dispersão, sem acoplamento. Portanto, as resistências dos enrolamentos são desprezadas. Considerou-se que a impedância de sequência negativa e zero são iguais às de sequência positiva e efeitos de saturação foram desprezados. Todos os transformadores no diagrama unifilar da Figura 5.1 têm a parte de baixa

Tabela 5.2: Parâmetros indutivos e capacitivos de linha, por unidade de comprimento

Ligação	$X_0(\text{m}\Omega/\text{km})$	$X_1(\text{m}\Omega/\text{km})$	$C_0(\mu\text{F}/\text{km})$	$C_1(\mu\text{F}/\text{km})$
4-5	1,349	0,4497	0,02648	0,00883
4-6	1,46	0,4867	0,02377	0,00792
5-7	2,555	0,8517	0,04603	0,01534
6-9	2,698	0,8993	0,05385	0,01795
7-8	1,428	0,4761	0,02802	0,00934
8-9	1,6	0,5332	0,03144	0,01048

Tabela 5.3: Parâmetros à frequência industrial das cargas

Carga	Impedância (pu)	Impedância ( $\Omega$ )	$R_L(\Omega)$	$X_L(\Omega)$
A	$0,68 + j0,27$	$361,91 + j144,76$	361,91	144,76
B	$1,03 + j0,34$	$542,84 + j180,95$	542,84	180,95
C	$0,92 + j0,32$	$486,47 + j170,2$	496,47	170,2

tensão ligada em delta e a parte de alta, em estrela aterrada. Assumiu-se ainda que cada enrolamento (lado de baixa e alta) contribui igualmente com 50% do valor da impedância resultante do transformador. Em função dessas informações, apresentam-se os dados dos transformadores na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Parâmetros para os transformadores

Barras	$Z_{equivalente}(pu)$	$V_{BT}(kV)$	$X_{1-BT}(\Omega)$	$V_{AT}(kV)$	$X_{1-AT}(\Omega)$
1 $\rightarrow$ 4	$+j0,0576$	16,5	0,2349	132,8	15,23
2 $\rightarrow$ 7	$+j0,0625$	18	0,3036	132,8	16,53
3 $\rightarrow$ 9	$+j0,0586$	13,8	0,1674	132,8	15,5

Na Tabela 5.4,  $V_{BT}$  e  $V_{AT}$  são, respectivamente, as tensão de fase no lado de baixa-tensão (BT) e alta-tensão (AT). Ainda,  $X_{1-BT}$  e  $X_{1-AT}$  são as reatâncias de sequência positiva, à frequência industrial, nos lados de baixa e alta tensão, respectivamente.

Portanto, a menos dos geradores, a rede elétrica de nove barras descrita pode ser considerada como linear e passiva.

No próximo capítulo, apresentam-se resultados relativos a estudos de um equivalente dinâmico com base no sistema de nove barras e conforme metodologia discutida no

Capítulo 3. Para este sistema, procura-se preservar apenas as barra 2 e 7. A Figura 5.2 ilustra a divisão do sistema em rede interna e externa. A rede interna é destacada em hachureado no desenho. O objetivo é calcular um modelo reduzido que seja capaz de reproduzir adequadamente, dentro de uma dada faixa de frequências, o mesmo comportamento da rede externa.

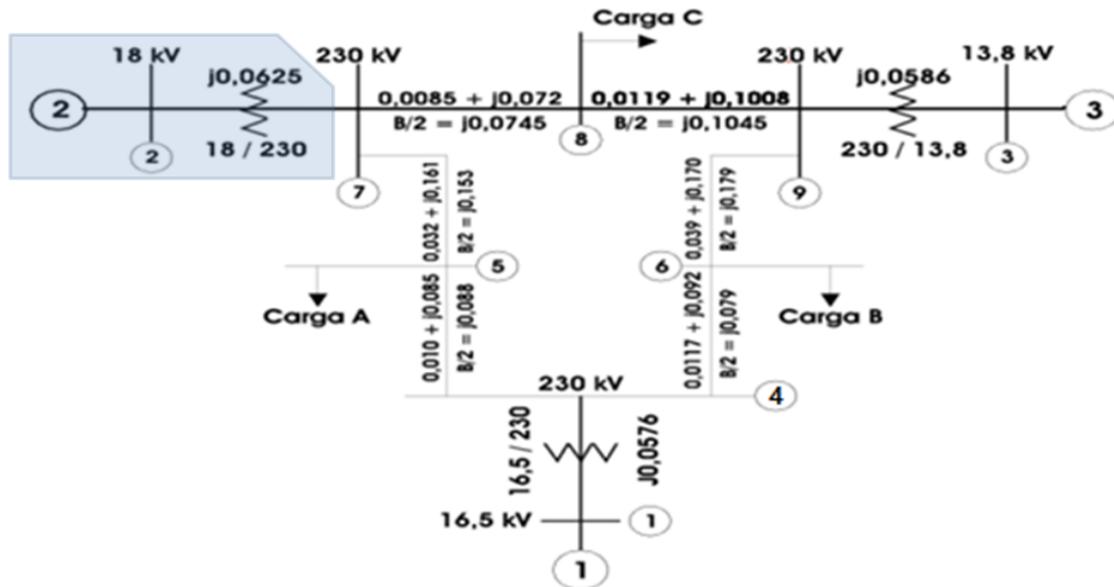


Figura 5.2: Sistema de nove barras dividido em redes interna e externa

Como o interesse é avaliar o impacto da injeção de harmônico na rede interna, apenas nesta área foi considerada a existência de fonte. Esta fonte foi modelada de forma ideal, sendo representada por função senoidal, com uma amplitude e determinada frequência. A injeção de harmônicos na barra 2 é simulada variando-se a frequência. No domínio do tempo esta simulação ocorre considerando-se uma única frequência por vez (simulação, de modo que os dados do sistema podem ser tratados como fasores para essa frequência). No domínio da frequência, uma faixa pode ser considerada, resultando em um conjunto de dados para cada frequência. Com estes dados, é possível se obter diversas funções de transferências e assim se obter detalhada análise de harmônicos. A Figura 5.3 exhibe um diagrama esquemático da rede da Figura 5.2 preparado no ATPDraw e necessário para simulação utilizando o *software* ATP.

O equivalente a ser calculado tem, além do terminal de referência, três fases. Então, com base no modelo de linha adotado no sistema original, o equivalente trifásico deverá ter parâmetros de sequência positiva, negativa e zero. Considerando-se que uma hipótese razoável é supor que a impedância de sequência negativa no equivalente seja igual à positiva, como nas linhas de transmissão, então é possível se adotar a

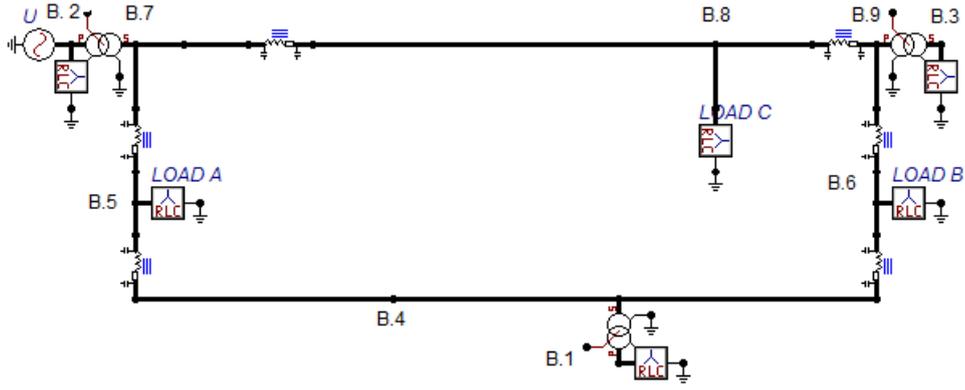


Figura 5.3: Esquema de sistema completo com fonte apenas na área interna

seguinte equivalência:

$$Z_m = \frac{Z_0 - Z_1}{3} \quad (5.1)$$

$$Z_p = Z_0 + Z_m \quad (5.2)$$

em que  $Z_0$  e  $Z_1$  são impedâncias de sequência zero e positiva, respectivamente; e  $Z_p$  e  $Z_m$  são impedâncias própria e mútua de um modelo de circuito em fase, com acoplamento, e cuja matriz de impedância é da forma:

$$Z_{eq} = \begin{bmatrix} Z_p & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_p & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_p \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Os parâmetros para as linhas do sistema de nove barras são os mostrados na Tabela 5.5.

Os dados  $Z_p$  e  $Z_m$  servem para modelagem de linhas através de um número finito de circuitos em PI, com acoplamento. Esta abordagem considera a linha modelada por parâmetros concentrados. Neste caso, o usuário poderá definir o número de circuitos PI que melhor se adequa à modelagem da linha, normalmente, em função da faixa de frequência de interesse. Evidentemente, quanto maior o número de circuitos PI, maior o número de frequências de ressonância que surgirão na característica de resposta em

Tabela 5.5: Parâmetros concentrados da linha

Linha	$R_m(\Omega)$	$R_p(\Omega)$	$X_m(\Omega)$	$X_p(\Omega)$	$C_m(\mu F)$	$C_p(\mu F)$
4 - 5	0,0353	0,0882	0,2998	0,7495	0,0059	0,0147
4 - 6	0,0600	0,1499	0,3244	0,8111	0,0053	0,0132
5 - 7	0,1128	0,2821	0,5678	1,4195	0,0102	0,0256
6 - 9	0,1375	0,3438	0,5996	1,4989	0,0120	0,0299
7 - 8	0,0375	0,0937	0,3173	0,7934	0,0062	0,0156
8 - 9	0,0420	0,1049	0,3556	0,8888	0,0070	0,0175

frequência do sistema. No ATP, a implementação poderá ser feita utilizando-se a rotina LINEPI\_3.

A matriz de impedância  $Z_{eq}$  está relacionada a tensões e correntes como:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_p & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_p & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

O sistema (5.4) em termos de admitâncias é:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_p & Y_m & Y_m \\ Y_m & Y_p & Y_m \\ Y_m & Y_m & Y_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Tanto em (5.4) quanto em (5.5), existem apenas dois parâmetros diferentes. No caso dessa última equação, são  $Y_p$  e  $Y_m$ . O parâmetro  $Y_m$  poderá ser calculado conhecendo-se, por exemplo, a corrente  $I_a$  e a tensão  $V_b$  ou  $V_c$ , mantidas as demais correntes nulas. Seguindo este mesmo procedimento, calcula-se  $Y_p$ , através do conhecimento da corrente  $I_a$  e da tensão  $V_a$ .

A simulação de linhas por parâmetros distribuído poderá ser feita considerando-se os dados de sequência. Por exemplo, o modelo no ATP poderá ser implementado através da rotina LINEZT\_3 (linha transposta de Clarke), que requer além dos dados de sequência, também o comprimento da linha.

As duas modelagens de linha serão consideradas nas simulações do capítulo seguinte.

## 5.2 GERAÇÃO DE DADOS PARA OBTENÇÃO DO EQUIVALENTE

Com a finalidade de obtenção dos dados para cálculo do equivalente dinâmico para substituir a rede externa no sistema de nove barras, considerou-se o diagrama esquemático do ATPDraw conforme ilustrado na Figura 5.4.

No circuito ilustrado na Figura 5.2, a barra 7 foi desconectada do lado de AT do transformador. Na fase  $a$  dessa barra, do lado da área externa, foi conectada uma fonte de tensão senoidal no tempo  $v_a$ , com amplitude de 1 V, curto-circuitando-se as demais fases à terra. Nas três fases foram conectados amperímetros para medir as correntes de fase  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ . Como estratégia adotada para contornar problemas de convergência próprios da simulação em ATP, os terminais das fases  $b$  e  $c$  foram aterrados por meio de resistência de  $10^{-6} \Omega$ , sem perda de precisão.

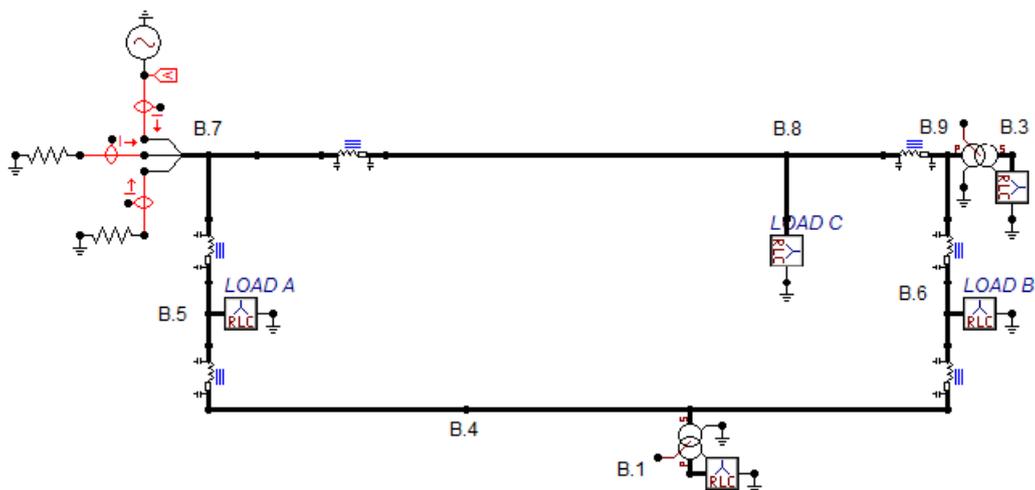


Figura 5.4: Sistema teste para obtenção dos dados de tensão e de corrente do equivalente

## 5.3 SIMULAÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Utilizou-se a rotina `FREQUENCY SCAN` do ATP aplicada ao circuito ilustrado na Figura 5.4 para levantamento da resposta em frequência do sistema. O objetivo foi obter os dados das mesmas grandezas levantadas para o caso de simulações no domínio do tempo. Assim, obtiveram-se os valores de tensão e corrente de interesse para 3001 pontos representativos de frequências discretizadas na banda entre 1 Hz e 1 GHz. Esses dados foram então armazenados para ajuste em rotina do Matlab, para fins de

identificação de curvas e avaliação de equivalência de simulações no domínio do tempo, para uma dada frequência de harmônico.

Utilizou-se a ferramenta computacional Matlab para calcular, a cada ponto de frequência, as admitâncias  $Y_p$  e  $Y_m$ , seguindo o procedimento discutido anteriormente. O objetivo foi representar as componentes próprias e mútuas da impedância equivalente que substituirão a rede externa. Na sequência, utilizou-se o aplicativo *Vector Fitting* para identificação de parâmetros dessas curvas de admitância.

## Capítulo 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

No capítulo anterior descreveu-se o sistema-teste para avaliação do equivalente dinâmico trifásico.

Neste capítulo, são apresentados e discutidos os resultados das simulações relativas ao cálculo de equivalente trifásico com o objetivo de substituir parte da rede elétrica de um sistema definida como externa. O objetivo é utilizar o *software* ATP para gerar curvas de resposta em frequência, de sinais de corrente e de tensão. A partir desses, utilizando o Matlab, calcular admitâncias e impedâncias para implementação em uma rede elétrica, representando o equivalente. Com base nessas curvas, busca-se, inicialmente, identificar circuitos elétricos para uma única frequência, no domínio do tempo. Em uma outra etapa, implementar uma aplicação mais geral, no domínio da frequência. Busca-se também avaliar como o equivalente se comporta para situações nas quais pode ocorrer fluxo de harmônicos desequilibrados provenientes da área preservada da rede elétrica.

### 6.1 ETAPAS DO PROCESSO DE SIMULAÇÃO

Para melhor entendimento das simulações realizadas neste capítulo, foram definidas as seguintes etapas:

1. sistema real - implementação do sistema original no ATP;
2. cálculo de fasores na forma de admitâncias/impedâncias (Matlab);
3. identificação de curvas através do método Vector Fitting (Matlab);
4. montagem de sistema equivalente (Matlab);
5. validação de equivalente(ATP e Matlab).

As etapas 'sistema real (cálculos efetuados via ATP)' e 'cálculo de fasores' foram descritas no capítulo anterior. Essas etapas consistem na captura das correntes nas três fases e tensão na fase  $a$ , seguido do cálculo das admitâncias  $Y_p$  e  $Y_m$ .

A etapa 'identificação de curvas' consiste no ajuste das duas curvas de admitâncias,  $Y_p$  e  $Y_m$ , utilizando a metodologia *Vector Fitting*. Essa etapa será detalhada na sequência do capítulo. A etapa 'montagem de sistema equivalente' tem o propósito de cálculo da impedância equivalente. Esta impedância é representada por uma carga trifásica acoplada.

Por fim, a etapa 'validação de equivalente' será destinada a comprovação da eficácia do sistema equivalente obtido. São simulados em regime permanente os sistemas completo e equivalente no ATP. As simulações são feitas em diferentes frequências dentro da banda analisada. Também serão comparadas as respostas em frequência na barra de fronteira dos sistemas (completo e representado pelo equivalente).

## 6.2 AJUSTE DAS CURVAS DE ADMITÂNCIAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Nesta seção, objetiva-se mostrar resultados referentes ao cálculo do equivalente dinâmico no domínio da frequência. As linhas de transmissão são modeladas, inicialmente, a parâmetros concentrados, como um único circuito PI. Em seguida, na forma de parâmetros distribuídos.

O equivalente é calculado a partir dos dados de tensão e de correntes do sistema cujo esquema é ilustrado na Figura 5.4. Os dados no domínio da frequência permitem identificar impedâncias  $Z_p(j\omega) = V_a(j\omega)/I_a(j\omega)$  e  $Z_m(j\omega) = -V_a(j\omega)/I_b(j\omega) = -V_a(j\omega)/I_c(j\omega)$ . O sinal negativo nesta expressão se deve ao fato que as correntes medidas estão em sentido para terra, ao invés de injeções na barra. Similarmente, calculam-se os valores em termos de admitâncias, invertendo-se os valores de impedância, ou seja,  $Y_p = 1/Z_p$  e  $Y_m = 1/Z_m$ .

Uma vez obtidas as curvas de impedâncias próprias e mútuas da fase  $a$ , utiliza-se o algoritmo *Vector Fitting* [22] para obtenção de um equivalente ajustado no domínio da frequência.

O ajuste baseado no *Vector Fitting* depende de dados iniciais para inicialização do algoritmo, o qual afeta o processo de convergência.

Durante o processo de identificação, foi possível se obter modelo reduzido com polos instáveis e que propiciavam excelente aderência entre a curva original e a curva identificada. Entretanto, esta flexibilidade, embora com número de polos bastante reduzido, foi desconsiderada, pois o sistema original é passivo e estável. Os termos  $d$  e  $h$  na equação (2.3) foram fixados como iguais a zero, apesar desta consideração não causar restrição para o processo de convergência do processo iterativo.

### 6.2.1 Resultados com modelo de linha em $\pi$ a parâmetros concentrados

As funções de transferência para admitância própria e mútua foram modeladas por 10 e 15 polos, respectivamente. Ambas as funções de transferência foram calculadas de forma independente, de modo que os polos das funções de transferência não são necessariamente comuns. As estimativas iniciais dos polos foram estabelecidas considerando o procedimento sugerido no aplicativo *Vector Fitting* e com base nas frequências de pico do gráfico de magnitude.

Neste processo, as frequências onde ocorrem os picos no gráfico de magnitude da função de transferência são utilizadas como a parte imaginária de um polo complexo. A parte real do polo foi calculada considerando um valor negativo correspondente a 1% da parte imaginária (ver (2.23)).

As Figuras 6.1 e 6.2 ilustram os resultados dos ajustes das curvas de magnitude e de fase da admitâncias  $Y_p$ . Resultados similares para a admitância  $Y_m$  são os exibidos nas Figuras 6.3 e 6.4.

Nas Figuras 6.1 a 6.4, a curva 'VF' representa o ajuste realizado com o *Vector Fitting*. A curva 'Original' representa o sistema com dados do sistema original. A curva 'Desvio' representa a diferença, ponto a ponto, das curvas 'VF' e 'Original'. Optou-se por mostrar essa curva apenas para as magnitudes, pois resultados similares são obtidos também para as fases.

Nas curvas de magnitude das Figuras 6.1 e 6.3, verifica-se um total de três picos de ressonância na faixa aproximada de 100 Hz a 700 Hz. Esta quantidade reduzida de

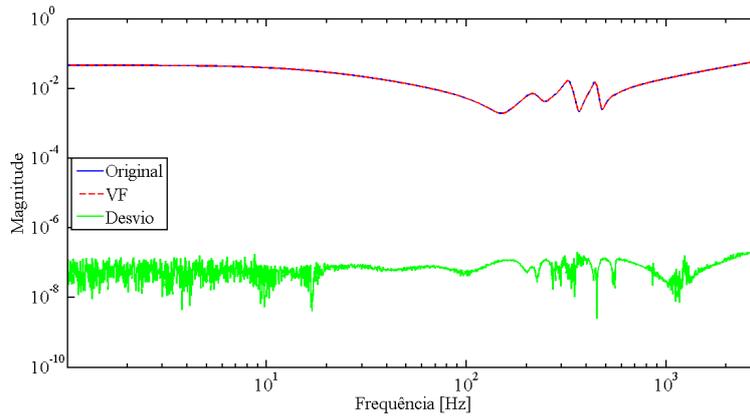


Figura 6.1: Resposta em frequência da magnitude da admitância  $Y_p$

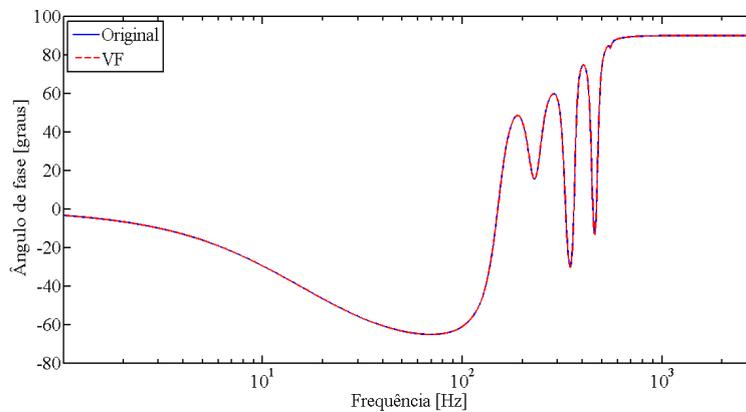


Figura 6.2: Resposta em frequência do ângulo de fase da admitância  $Y_p$

frequências de ressonância se deve ao fato das linhas serem representadas por apenas 1 circuito PI. Verifica-se que o ajuste das curvas de  $Y_p$  e  $Y_m$  têm elevada precisão, conforme conclusão visualizando-se a curva do modelo original e do equivalente.

### 6.2.2 Equivalente obtido quando as linhas são a parâmetros distribuídos

Este tipo de representação é apropriada, quando o tipo de estudo requer a avaliação de uma vasta gama de harmônicos. Neste caso, a modelagem da linha com parâmetros distribuídos demanda uma estrutura de equivalente dinâmico que contemple infinitos picos. No entanto, um equivalente, normalmente, assume a forma de um circuito a parâmetros concentrados, com número finito de componentes. O objetivo é calcular um equivalente que atenda às especificações para uma faixa finita de frequência. Tendo em vista o espectro infinito de frequência do sistema original, propõe-se truncá-lo, mediante ajuste de um filtro passa-baixa, de modo que frequências acima de um dado

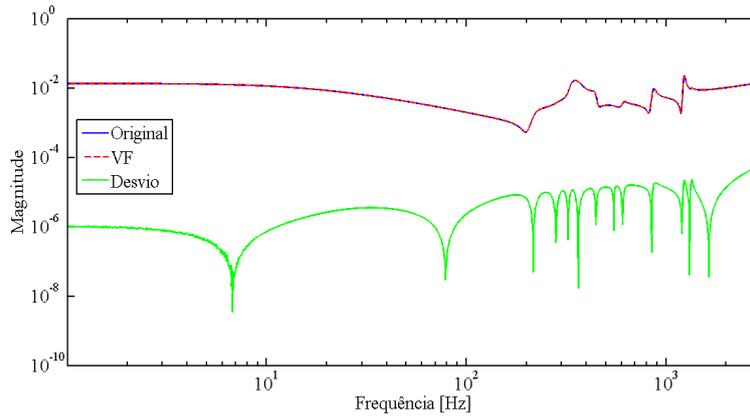


Figura 6.3: Resposta em frequência da magnitude da admitância  $Y_m$

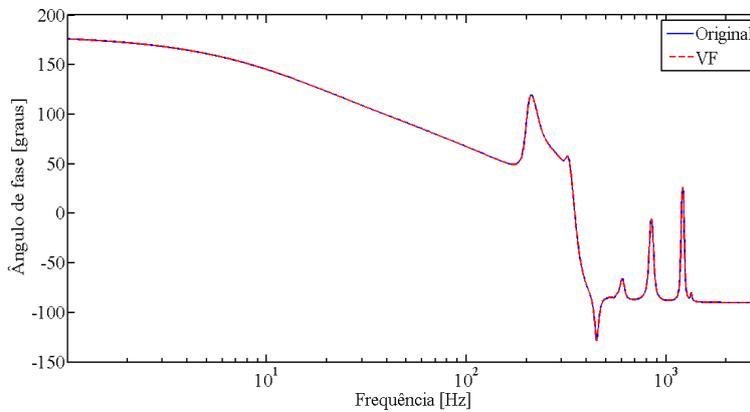


Figura 6.4: Resposta em frequência do ângulo de fase da admitância  $Y_m$

limiar superior sejam desprezadas no novo conjunto de dados. Com esta finalidade, projetou-se um filtro Butterworth passa-baixa, de 4<sup>a</sup> ordem [26], com frequência de corte de 3 kHz. A frequência de corte foi estabelecida neste valor, pois o interesse é o estudo em harmônicos que fiquem aproximadamente abaixo de 2 kHz. A folga de 1 kHz abaixo da frequência de corte do filtro assegura que abaixo de 2 kHz se tenha dados originais e filtrados praticamente com os mesmos valores.

Utilizou-se o filtro diretamente nos dados originais de admitância  $Y_p$  e  $Y_m$ , gerando-se os respectivos dados filtrados  $\hat{Y}_p$  e  $\hat{Y}_m$ . A Figura 6.5 fornece a resposta em frequência da magnitude de  $Y_p$  e de  $\hat{Y}_p$  para uma faixa de frequência até 1 GHz. Observa-se a significativa diferença entre as curvas a partir da frequência de corte do filtro. Como se verifica, a identificação das admitâncias sem o filtro demandaria modelo com picos ressonantes em toda faixa de simulação. Este processo, evidentemente, demandaria uma quantidade proibitiva de polos. Através da técnica *Vector Fitting* e a partir das curvas no domínio da frequência foram identificadas curvas em  $s$ ,  $\underline{Y}_p$  e  $\underline{Y}_m$  tendo como

parâmetros resíduos e polos [35].

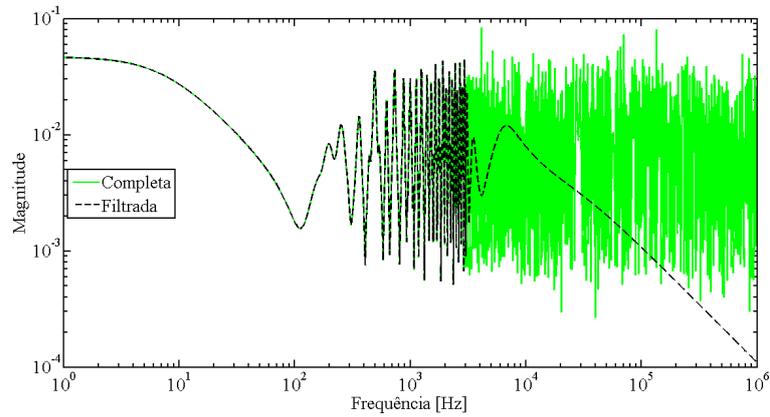


Figura 6.5: Resposta em frequência da magnitude de  $Y_p$  e de  $\hat{Y}_p$

Seguindo a mesma metodologia de ajustes efetuadas quando o sistema foi modelado considerando-se modelos de linha em a parâmetros concentrados, as funções de transferência  $\hat{Y}_p$  e  $\hat{Y}_m$  foram modeladas por 30 e 40 polos, respectivamente. As Figuras 6.6 a 6.9 ilustram resultados acerca das curvas originais filtradas e as obtidas dos ajustes.

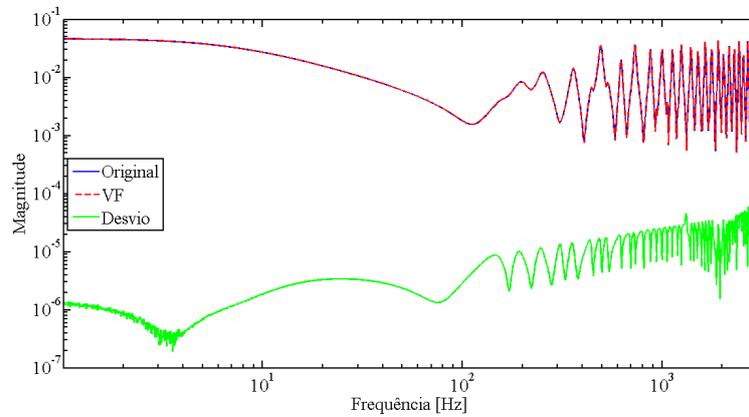


Figura 6.6: Resposta em frequência da magnitude das admitâncias  $\hat{Y}_p$  e  $\underline{Y}_p$

Como se observa, a identificação das curvas para a faixa de interesse são praticamente coincidentes, apesar da elevada quantidade de picos.

### 6.2.3 Comparação de resultados

As linhas modeladas têm até 100 km de extensão. Mesmo para esse comprimento, observou-se uma diferença significativa nas curvas de resposta em frequência de

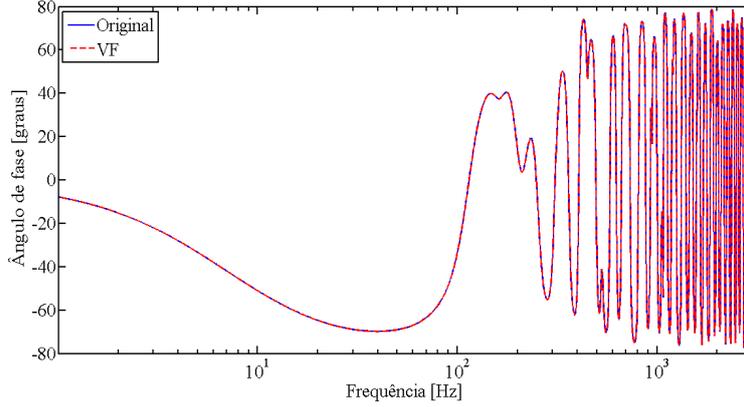


Figura 6.7: Resposta em frequência do ângulo de fase das admitâncias  $\widehat{Y}_p$  e  $\underline{Y}_p$

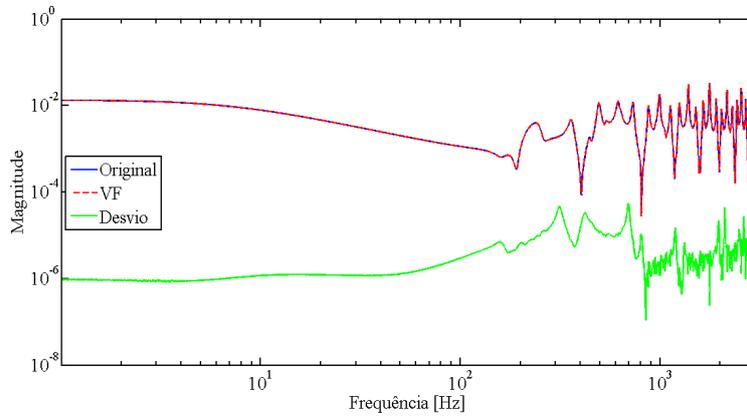


Figura 6.8: Resposta em frequência da magnitude das admitâncias  $\widehat{Y}_m$  e  $\underline{Y}_m$

admitâncias ao se empregar a modelagem com parâmetros concentrados com 1 PI e com parâmetros distribuídos. Nas duas abordagens, os ajustes mostraram-se bastante satisfatórios. A Tabela 6.1 exhibe resultados referentes ao erro RMS na faixa de frequência até 3 kHz e a quantidade de polos requerida por cada curva identificada.

A despeito dos melhores resultados (menores erro e número de polos), o sistema em equivalente PI (concentrado) mostrou-se excessivamente simplificado. Esta conclusão pode ser constatada ao se comparar a quantidade de picos existentes nas curvas de magnitude de admitâncias entre os dois modelos (Figuras 6.1 e 6.6, por exemplo). A suavidade das curvas obtidas a partir do equivalente PI podem esconder informações de impedâncias harmônicas e inter-harmônicas relevantes para o estudo pretendido. Portanto, na construção do equivalente, optou-se por utilizar apenas os ajustes obtidos para as linhas a parâmetros distribuídos.

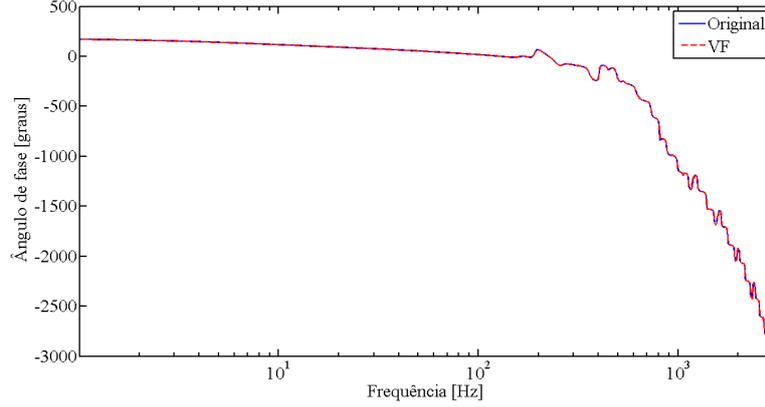


Figura 6.9: Resposta em frequência do ângulo de fase das admitâncias  $\hat{Y}_m$  e  $\underline{Y}_m$

Tabela 6.1: Comparação de desempenho de ajuste dos modelos

Modelo	Admitância	Desvio RMS	Quantidade de Polos
concentrado	$Y_p$	$8,44 \times 10^{-8}$	10
concentrado	$Y_m$	$1,04 \times 10^{-5}$	15
distribuído	$Y_p$	$1,26 \times 10^{-5}$	30
distribuído	$Y_m$	$7,97 \times 10^{-6}$	40

### 6.3 SISTEMA EQUIVALENTE

Nesta seção discutem-se opções para implementação do equivalente dinâmico com base nas curvas identificadas  $\underline{Y}_p(s)$  e  $\underline{Y}_m(s)$  com base no método *Vector Fitting*. Como foi observado na seção anterior, os ajustes das curvas no domínio da frequência na faixa de interesse mostraram-se adequados.

Na próxima etapa, procura-se demonstrar que os resultados de ajustes obtidos para as admitâncias, e conseqüentemente, para o equivalente, podem ser colocados na forma de circuito elétrico. Com esta finalidade, algumas frequências de harmônicos foram selecionadas, considerando frequências  $\omega_k$  para as quais  $Y_p(j\omega)$  e  $Y_m(j\omega)$  foram calculados (note-se que estas curvas foram calculadas em pontos de frequências discretas  $\omega_k$ , em que  $k = 1, 2, \dots, N$ , sendo  $N$  o número de pontos discretos).

As impedâncias foram calculadas considerando-se a conexão de três elementos em série: resistor, indutor e capacitor.

$$\underline{Z}_{pk} = \frac{1}{\underline{Y}_{pk}} = R_{pk} + jX_{pk} \quad \underline{Z}_{mk} = \frac{1}{\underline{Y}_{mk}} = R_{mk} + jX_{mk}, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (6.1)$$

em que  $R_{pk}$  é uma resistência à frequência  $\omega_k$  e  $jX_{pk} = j(\omega_k L_k - \frac{1}{\omega_k C_k})$  é a parte reativa resultante da impedância. Ao considerar-se que  $R_{pk}$ ,  $L_{pk}$ ,  $C_{pk}$ ,  $R_{mk}$ ,  $L_{mk}$  e  $C_{mk}$  assumem um valor para cada frequência, pode-se interpretar este resultado como característico de parâmetros de circuitos variantes com a frequência. Resultado semelhante poder-se-ia discutir, por exemplo, para as linhas de transmissão. Neste tópico, há situações práticas em que os parâmetros resistivos e indutivos exercem influências sobre estudos envolvendo fenômenos em altas frequências. No entanto, um estudo detalhado sobre a identificação dos parâmetros do equivalente variando com a frequência foge ao escopo desta dissertação. Por isso, cada circuito equivalente será calculado para uma única frequência  $\omega_k$ .

A Tabela 6.2 contém os valores de impedâncias dos equivalentes séries por fase para diferentes frequências e para as quais será sintetizado um circuito equivalente trifásico. Esses pontos foram escolhidos aleatoriamente dentro da faixa de frequência de interesse.

Tabela 6.2: Impedâncias próprias e mútuas do sistema equivalente à frequência  $\omega_k$

Frequência (Hz)	Impedância $\underline{Z}_p$ ( $\Omega$ )	Impedância $\underline{Z}_m$ ( $\Omega$ )
9,0	22,85+j25,82	-61,352-j102,73
60,0	83,25+j195,72	409,26-j416,51
100,0	467,94+j309,96	839,68-j264,24
180,3	124,62-j102,91	1584,90+j222,17
250,0	82,26+j7,89	46,865+j324,49
300,6	417,36+j281,35	39,97+j543,69
405,5	1280,60+j154,74	-4349,5+j7160,40
501,2	29,74 +j29,36	-71,71-j90,26
1000,0	32,60+j1,89	40,21+j66,98
2992,3	73,38+j246,96	18,24+j262,57

À frequência discreta  $\omega_k$ , o circuito comporta-se no domínio do tempo como se fosse excitado por fonte senoidal com essa frequência. Então, diante deste fato, na frequência discreta  $\omega_k$ , conforme a impedância apresentada na Tabela 6.2, calculou-se um circuito elétrico equivalente com três terminais de fase mais a referência, como ilustrado na Figura 3.3.

Os parâmetros indutância e capacitância, à frequência discreta  $\omega_k$ , são calculados, conforme o sinal da parte imaginária da impedância resultante. Caso a parte imaginária seja positiva, será calculado uma indutância. Ou seja:

$$L_{pk} = \frac{X_{pk}}{\omega_k}, \quad L_{mk} = \frac{X_{mk}}{\omega_k}, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (6.2)$$

No caso da parte imaginária da impedância ser negativa, calcula-se uma capacitância, da seguinte forma:

$$C_{pk} = \frac{1}{X_{pk}\omega_k}, \quad C_{mk} = \frac{1}{X_{mk}\omega_k}, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (6.3)$$

As Tabelas 6.3 e 6.4 fornecem os valores dos parâmetros do circuito RLC série sintetizado para a frequência discreta  $\omega_k$ .

Tabela 6.3: Resistência, indutância e capacitância à frequência  $\omega_k$  referentes a  $\underline{Z}_p$

Frequência (Hz)	$R_{pk}$ ( $\Omega$ )	$L_{pk}$ (mH)	$C_{pk}$ ( $\mu F$ )
9,0	456,92	22,85	0,00
60,0	83,25	519,34	0,00
100,0	467,94	493,32	0,00
180,3	124,62	0,00	8,58
250,0	82,26	5,02	0,00
300,6	417,36	148,96	0,00
405,5	1.280,60	60,73	0,00
501,2	29,74	9,32	0,00
1000,0	32,6035	0,30	0,00
2992,3	73,38	13,14	0,00

Nas Tabelas 6.3 e 6.4 a parte reativa da impedância é associada a uma indutância ou capacitância, dependendo da parte imaginária da impedância série por fase do equivalente. A este respeito, os parâmetros calculados sempre resultam em valores positivos. Mas, com relação ao parâmetro resistência, poderão surgir valores de resistência negativos, como verificado na Tabela 6.4, por ocasião de implementação da impedância  $\underline{Z}_m$ . A resistência negativa poderia ser simulada por meio de um circuito formado por resistência com valor positivo em paralelo com uma fonte de corrente controlada. Com esta estratégia, evitar-se-ia falar no termo "resistência negativa". Entretanto, seria necessário implementar um circuito de fonte de corrente controlada. Desta forma, para o circuito, considerar-se-á a implementação direta da resistência com valor negativo, quando da simulação do circuito elétrico equivalente.

Tabela 6.4: Resistência, indutância e capacitância à frequência  $\omega_k$  referentes a  $\underline{Z}_m$

Frequência (Hz)	$R_{mk}$ ( $\Omega$ )	$L_{mk}$ (mH)	$C_{mk}$ ( $\mu F$ )
9,0	-61,35	0,00	172,24
60,0	409,26	0,00	6,37
100,0	839,68	0,00	6,02
180,3	1.584,90	196,11	0,00
250,0	46,86	206,55	0,00
300,6	39,97	287,85	0,00
405,5	-4.349,50	2.810,30	0,00
501,2	-71,71	0,00	3,52
1000,0	40,21	10,66	0,00
2992,3	18,24	13,97	0,00

No caso em discussão sobre o sinal da resistência, foi verificado que o mesmo é negativo apenas ao se tratar da impedância mútua. Avaliando-se sob o ponto de vista físico, é como se o fluxo de potência ativa estivesse invertido entre uma barra e outra do equivalente (barras interligadas pela impedância mútua contendo resistência negativa). Mas, neste caso, como as impedâncias por fase no equivalente são iguais, o fluxo negativo pode ser interpretado como positivo e circulando entre as impedâncias mútuas, mas em oposição ao sentido que havia sido convencionado inicialmente com resistência negativa.

#### 6.4 VALIDAÇÃO DO SISTEMA EQUIVALENTE

Nesta seção são apresentados resultados referentes à implementação de circuitos elétricos do equivalente. A validação do sistema equivalente será feita de duas formas. Nos testes iniciais, são realizadas simulações no tempo e em regime permanente, individualmente, para cada frequência, levando-se em conta os parâmetros de circuitos sintetizados às frequências destacadas na Tabela 6.2.

A segunda metodologia servirá para comparação das curvas no domínio da frequência das tensões na barra 7 obtidas por meio dos sistemas real e equivalente.

Os testes serão realizados considerando também o desempenho do equivalente diante

de situações envolvendo desequilíbrios na geração de harmônicos no sistema trifásico preservado.

#### 6.4.1 Simulações no domínio do tempo

Considere o sistema ilustrado na Figura 5.2, no qual se tem a rede interna delimitada pelas barras 2 e 7 e a rede externa, formada pelas demais barras que constituem o sistema que se conecta à barra 7 (fronteira). O objetivo dos testes que se seguem é avaliar o comportamento da rede interna, quando integrada à rede externa original e quando a rede externa é substituída pelo equivalente trifásico calculado neste trabalho. A validação será efetuada no ATP, tendo em vista os seus amplos recursos para simulação de circuitos no domínio do tempo e da frequência.

A rede interna constitui-se de um gerador conectado à barra 2 e um transformador entre as barras 2 e 7. Para efeito de validação do sistema, será utilizada inicialmente uma fonte de corrente trifásica, equilibrada, injetando corrente senoidal com valor de pico sempre igual a 1 A. Mas, a frequência da fonte será variada conforme os valores de testes estabelecidos na Tabela 6.3.

O transformador conectado entre as barras 2 e 7 é do tipo não saturado, sem perdas ativas. Em vista destas características, sem perda de generalidade, a fonte de corrente e a indutância do transformador serão refletidas para o lado de AT do transformador e conectados diretamente à barra 7.

O valor da indutância somente para o lado AT foi dado na Tabela 5.4. Assim, a reatância total no lado AT do transformador será  $X_t = 2 \times 16,53 \Omega = 33,06 \Omega$ . Logo, a indutância em  $mH$  será  $L_t = 87,79 \text{ mH}$

No ATP, os circuitos simulados são mostrados nas Figuras 6.10 e 6.11.

Considerando simulação no domínio do tempo, em regime senoidal, para cada frequência  $\omega_k$  de harmônico, as impedâncias do sistema equivalente devem ser alteradas, assim como a frequência da fonte trifásica. No caso do sistema com a rede externa original, basta atualizar a frequência da fonte. Os parâmetros das impedâncias próprias e mútuas necessárias para o circuito da Figura 6.11 são dados nas Tabelas 6.3 e 6.4.

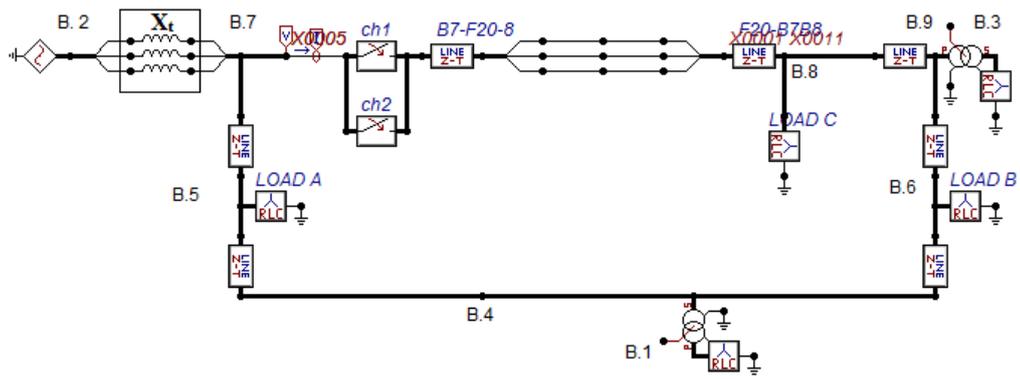


Figura 6.10: Esquema implementado no ATPDraw, representando o sistema completo

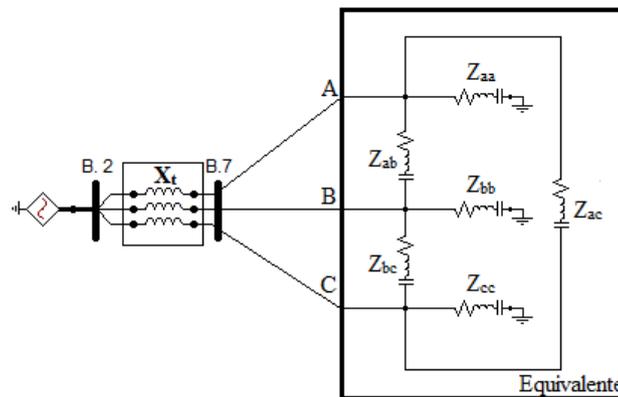


Figura 6.11: Esquema implementado no ATPDraw, representando o sistema reduzido

A validação será verificada através da comparação dos valores de tensão em regime permanente nas três fases na barra 7 do sistema. As Tabelas 6.5 e 6.6 ilustram resultados dos fasores de tensão (valor RMS e ângulo de fase).

A partir das Tabelas 6.5 e 6.6, verifica-se que para todas as frequências avaliadas o sistema equivalente apresentou elevada aderência com o sistema completo. Tanto para magnitude quanto para fase de tensão, foram observados desvios desprezíveis. Os resultados obtidos demonstram a flexibilidade do equivalente obtido para as simulações de regime permanente nas frequências consideradas.

Tabela 6.5: Tensões do sistema equivalente

Frequência (Hz)	$V_a^{eq} RMS$	$V_b^{eq} RMS$	$V_c^{eq} RMS$
9,0	157,10 $\angle 1,77^\circ$	157,10 $\angle 121,77^\circ$	157,10 $\angle -118,22^\circ$
60,0	182,43 $\angle 6,93^\circ$	182,43 $\angle 126,93^\circ$	182,43 $\angle -113,06^\circ$
100,0	211,13 $\angle -0,47^\circ$	211,13 $\angle 119,52^\circ$	211,13 $\angle -120,47^\circ$
180,3	131,91 $\angle -29,04^\circ$	131,92 $\angle 90,96^\circ$	131,92 $\angle -149,04^\circ$
250,0	59,49 $\angle 37,41^\circ$	59,49 $\angle 157,41^\circ$	59,49 $\angle -82,59^\circ$
300,6	144,72 $\angle 72,73^\circ$	144,72 $\angle -167,27^\circ$	144,72 $\angle -47,27^\circ$
405,5	1414,2 $\angle 34,4^\circ$	1414,2 $\angle 154,4^\circ$	1414,2 $\angle -85,6^\circ$
501,2	273,07 $\angle -76,71^\circ$	273,07 $\angle 43,29^\circ$	273,07 $\angle 163,29^\circ$
1000,0	16,35 $\angle 34,57^\circ$	16,35 $\angle 154,57^\circ$	16,35 $\angle -85,42^\circ$
2992,3	65,74 $\angle 82,84^\circ$	65,74 $\angle -157,15^\circ$	65,74 $\angle -37,15^\circ$

## 6.5 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DAS TENSÕES NAS BARRAS DA REDE INTERNA

A Figura 6.11 representa o sistema interno acoplado ao equivalente trifásico calculado neste trabalho. Em termos de impedâncias monofásicas, o sistema como um todo é representado pela rede elétrica simplificada, contendo o equivalente trifásico, conforme exibido na Figura 6.12.

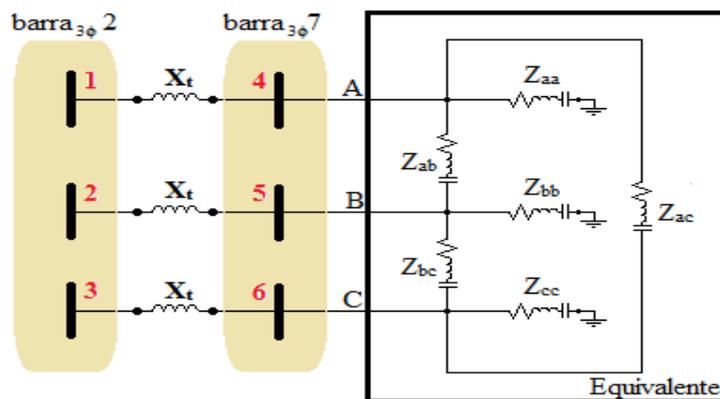


Figura 6.12: Sistema trifásico com representação da rede interna e o equivalente trifásico acoplado

Na Figura 6.12 as barras 1, 2 e 3 representam, respectivamente, as fases  $a$ ,  $b$  e  $c$  da barra 2 do diagrama unifilar da Figura 5.1. Da mesma forma, as barras 4, 5 e 6 representam as fases  $a$ ,  $b$  e  $c$  da barra 7 do diagrama unifilar da Figura 5.1, respectivamente.

Tabela 6.6: Tensões do sistema original

Frequência (Hz)	$V_a^{or} RMS$	$V_b^{or} RMS$	$V_c^{or} RMS$
9,0	157,10 $\angle 1,77^\circ$	157,10 $\angle 121,77^\circ$	157,10 $\angle -118,22^\circ$
60,0	182,43 $\angle 6,93^\circ$	182,43 $\angle 126,93^\circ$	182,43 $\angle -113,06^\circ$
100,0	211,13 $\angle -0,47^\circ$	211,13 $\angle 119,52^\circ$	211,13 $\angle -120,47^\circ$
180,3	131,91 $\angle -29,04^\circ$	131,92 $\angle 90,96^\circ$	131,92 $\angle -149,04^\circ$
250,0	59,49 $\angle 37,41^\circ$	59,49 $\angle 157,41^\circ$	59,49 $\angle -82,59^\circ$
300,6	144,72 $\angle 72,73^\circ$	144,72 $\angle -167,27^\circ$	144,72 $\angle -47,27^\circ$
405,5	1414,2 $\angle 34,4^\circ$	1414,2 $\angle 154,4^\circ$	1414,2 $\angle -85,6^\circ$
501,2	273,07 $\angle -76,71^\circ$	273,07 $\angle 43,29^\circ$	273,07 $\angle 163,29^\circ$
1000,0	16,35 $\angle 34,57^\circ$	16,35 $\angle 154,57^\circ$	16,35 $\angle -85,42^\circ$
2992,3	65,74 $\angle 82,84^\circ$	65,74 $\angle -157,15^\circ$	65,74 $\angle -37,15^\circ$

Para avaliar as grandezas no sistema, considere a relação entre corrente e tensão dada por:

$$[I] = [Y][V] \quad (6.4)$$

em que  $I$  representa um vetor de correntes injetadas nas barras,  $V$  representa as tensões nodais nas barras e  $Y$  representa a matriz de admitâncias do sistema.

Supõe-se que o sistema possua uma fonte de corrente ligada à barra 2 do diagrama unifilar da Figura 5.1 (ver Figura 6.11) e, portanto, tenha injeção de correntes nas barras 1, 2 e 3. O vetor de correntes em (6.4) pode ser representado como:

$$[I] = \begin{bmatrix} I_1(jw) \\ I_2(jw) \\ I_3(jw) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Para o sistema simplificado de seis barras em estudo, a matriz de admitâncias,  $Y$ , é montada da seguinte forma:

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{1}{X_t(jw)} & 0 & 0 & \frac{-1}{X_t(jw)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{X_t(jw)} & 0 & 0 & \frac{-1}{X_t(jw)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{X_t(jw)} & 0 & 0 & \frac{-1}{X_t(jw)} \\ \frac{-1}{X_t(jw)} & 0 & 0 & Y_{44}(jw) & \frac{-1}{Z_{ab}(jw)} & \frac{-1}{Z_{ac}(jw)} \\ 0 & \frac{-1}{X_t(jw)} & 0 & \frac{-1}{Z_{ab}(jw)} & Y_{55}(jw) & \frac{-1}{Z_{bc}(jw)} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{X_t(jw)} & \frac{-1}{Z_{ac}(jw)} & \frac{-1}{Z_{bc}(jw)} & Y_{66}(jw) \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

em que  $Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc} = Z_p$  e em que  $Z_{ab} = Z_{ac} = Z_{bc} = Z_m$

$$Y_{44} = \frac{1}{X_t} + \frac{1}{Z_{aa}} + \frac{1}{Z_{ab}} + \frac{1}{Z_{ac}} \quad (6.7)$$

$$Y_{55} = \frac{1}{X_t} + \frac{1}{Z_{bb}} + \frac{1}{Z_{ab}} + \frac{1}{Z_{bc}} \quad (6.8)$$

$$Y_{66} = \frac{1}{X_t} + \frac{1}{Z_{cc}} + \frac{1}{Z_{ac}} + \frac{1}{Z_{bc}} \quad (6.9)$$

O objetivo é calcular as tensões nas barras, uma vez que as injeções de corrente são conhecidas. Portanto:

$$[V] = [Y]^{-1}[I] \quad (6.10)$$

obtendo-se então as tensões nas seis barras:

$$\begin{bmatrix} V_1(jw) \\ V_2(jw) \\ V_3(jw) \\ V_4(jw) \\ V_5(jw) \\ V_6(jw) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{X_t(jw)} & 0 & 0 & \frac{-1}{X_t(jw)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{X_t(jw)} & 0 & 0 & \frac{-1}{X_t(jw)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{X_t(jw)} & 0 & 0 & \frac{-1}{X_t(jw)} \\ \frac{-1}{X_t(jw)} & 0 & 0 & Y_{44}(jw) & \frac{-1}{Z_{ab}(jw)} & \frac{-1}{Z_{ac}(jw)} \\ 0 & \frac{-1}{X_t(jw)} & 0 & \frac{-1}{Z_{ab}(jw)} & Y_{55}(jw) & \frac{-1}{Z_{bc}(jw)} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{X_t(jw)} & \frac{-1}{Z_{ac}(jw)} & \frac{-1}{Z_{bc}(jw)} & Y_{66}(jw) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I_1(jw) \\ I_2(jw) \\ I_3(jw) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Nota-se que os componentes da matriz e dos vetores são variantes com a frequência ( $jw$ ). Isso quer dizer que para cada frequência discreta  $\omega_k$  o problema linear (6.10) deve ser resolvido. Com isto, com as expressões  $\underline{Y}_p(s)$  e  $\underline{Y}_m(s)$  identificadas, é possível

se determinar os valores de tensão em qualquer frequência de interesse (faz-se  $s = j\omega$ ), dentro da banda de frequência válida para o equivalente.

A finalidade é calcular as respostas em frequência da tensão na barra 7 do diagrama unifilar da Figura 5.1. Nesse caso, é necessário obter os vetores  $V_4(j\omega)$ ,  $V_5(j\omega)$  e  $V_6(j\omega)$ , correspondentes às tensões nas fases  $a$ ,  $b$ , e  $c$ .

Com este objetivo, foi desenvolvido código em Matlab específico para se calcular as respostas em frequência. Para comparação com o sistema real, mais uma vez, utilizou-se o resultado gerado a partir da rotina `FREQUENCY SCAN` do ATP para o sistema completo. Mediu-se a tensão nas três fases da barra 7 do sistema ilustrado na Figura 6.10.

As Figuras 6.13 e 6.14 representam os resultados na fase  $a$ .

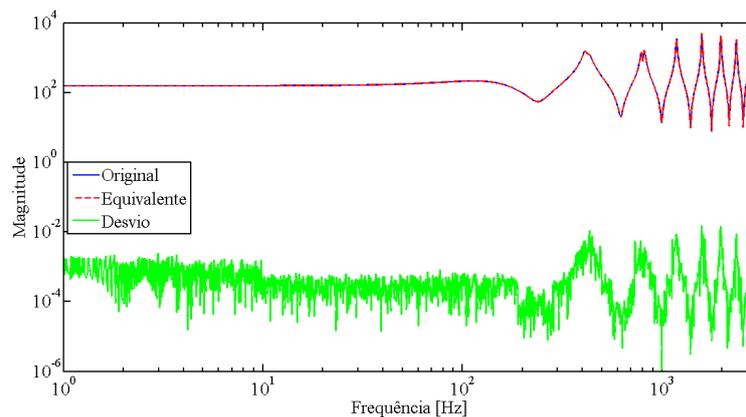


Figura 6.13: Comparação da resposta em frequência da magnitude de tensão na fase  $a$  da barra 7

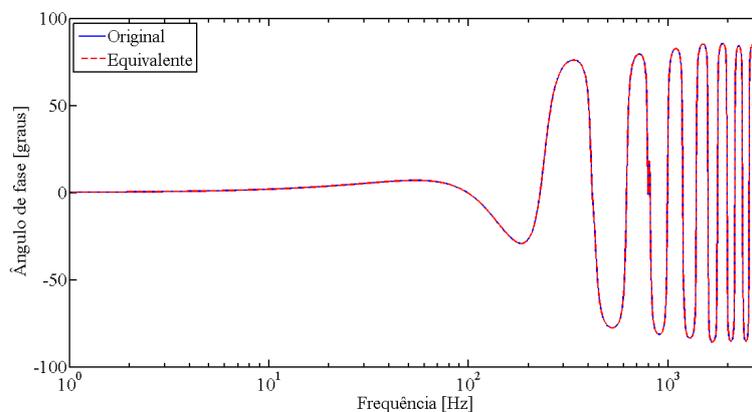


Figura 6.14: Comparação da resposta em frequência do ângulo de fase da tensão na fase  $a$  da barra 7

Nas Figuras 6.13 e 6.14 fica evidente a precisão do modelo equivalente para toda a

faixa de frequência analisada. O desvio encontrado entre as magnitudes de tensão dos sistemas original (ou completo) e equivalente são, em valores RMS, de  $3,1 \times 10^{-5}$ .

Os valores de magnitude de tensão nas fases *b* e *c* são apresentados nas Figuras 6.15 e 6.16, respectivamente.

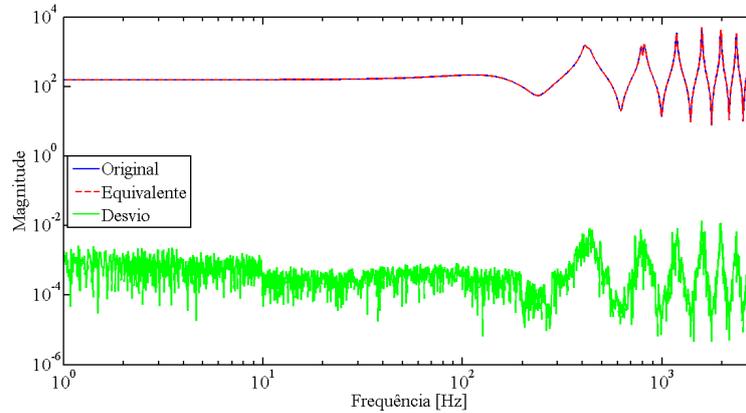


Figura 6.15: Comparação da resposta em frequência da magnitude de tensão na fase *b* da barra 7

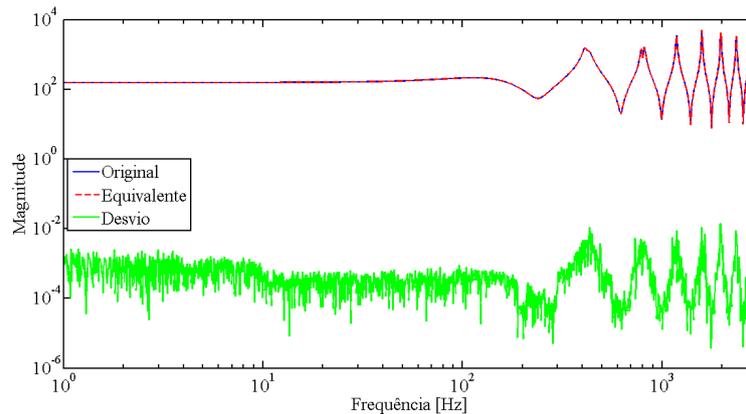


Figura 6.16: Comparação da resposta em frequência da magnitude de tensão na fase *c* da barra 7

Nessas figuras observa-se que as curvas de resposta em frequências entre as fases são praticamente idênticas. A variação ocorre apenas nos desvios, ponto a ponto, embora o valor RMS da curva também seja idêntico ao encontrado na fase *a*. As curvas de resposta em frequência do ângulo de fases *b* e *c* também são idênticas a da fase *a*.

Na Figura 6.17, repetiram-se os resultados obtidos para magnitude de tensão nas fases *a*, *b* e *c* em figura com escalas em gradus, para melhor visualização dos resultados para toda a faixa de frequência de interesse e comparação com os resultados obtidos em regime permanente.

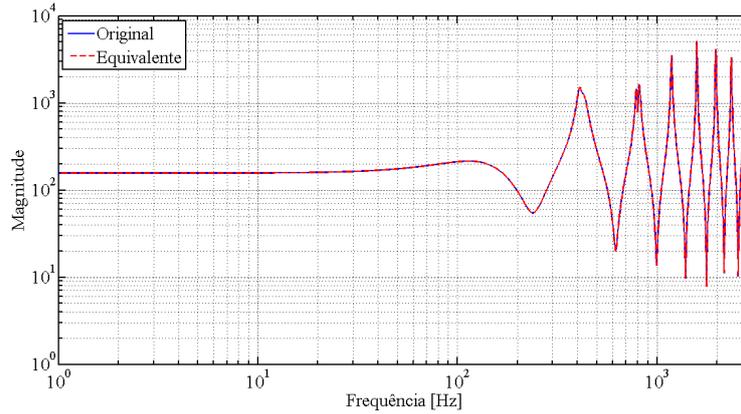


Figura 6.17: Comparação da resposta em frequência da magnitude de tensão nas fases  $a$ ,  $b$  e  $c$  da barra 7 do diagrama unifilar da Figura 5.1

A comprovação da eficácia do modelo por meio da curva de resposta em frequência da tensão na barra 7 mostra-se a melhor alternativa para visualização dos resultados em toda a banda de interesse.

### 6.5.1 Simulação com injeção desequilibrada de harmônicos

Nesta seção considera-se o sistema submetido a uma injeção de correntes harmônicas desequilibradas com origem na área interna. No primeiro cenário, as correntes injetadas na barra 2 são as seguintes:

$$i_a = 1 [\cos(0^\circ) + j\text{sen}(0^\circ)] \quad (6.11)$$

$$i_b = 0,5 [\cos(120^\circ) + j\text{sen}(120^\circ)] \quad (6.12)$$

$$i_c = 1,3 [\cos(240^\circ) + j\text{sen}(240^\circ)] \quad (6.13)$$

Para essas correntes, calculam-se as tensões na barra 7, as quais os resultados são apresentados na Figura 6.18:

A comparação entre os sistemas original e ajustado é exibido, para a fase  $a$ , nas Figuras 6.19 e 6.20.

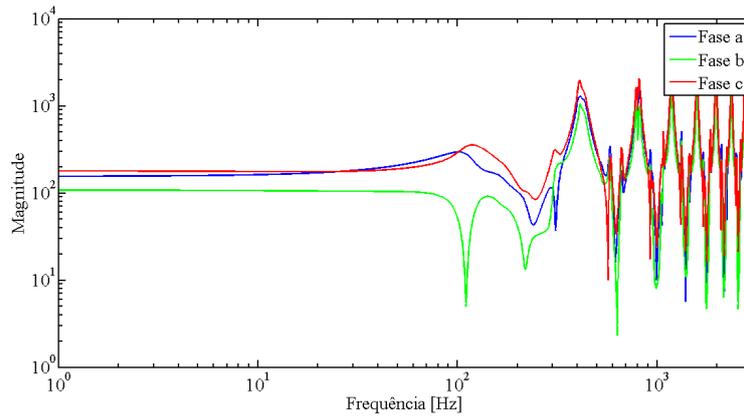


Figura 6.18: Comparação das tensões nas fases *a*, *b* e *c* da barra 7

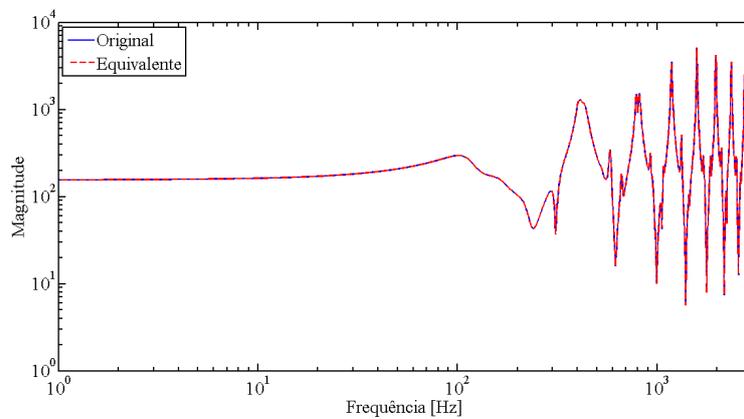


Figura 6.19: Comparação da magnitude da tensão para primeiro cenário de desequilíbrio, fase *a* da barra 7

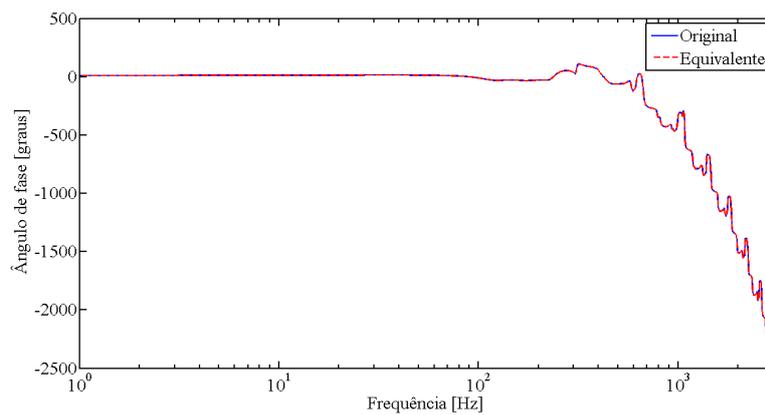


Figura 6.20: Comparação do ângulo de fase para primeiro cenário de desequilíbrio, fase *a* da barra 7

O desvio RMS entre as curvas real e modelada foi de  $3,19 \times 10^{-5}$ , valor ligeiramente superior ao encontrado nos cenários de equilíbrio, contudo, constituindo-se em resultado plenamente satisfatório.

As Figuras 6.21 e 6.22 representam os resultados para a fase *b*.

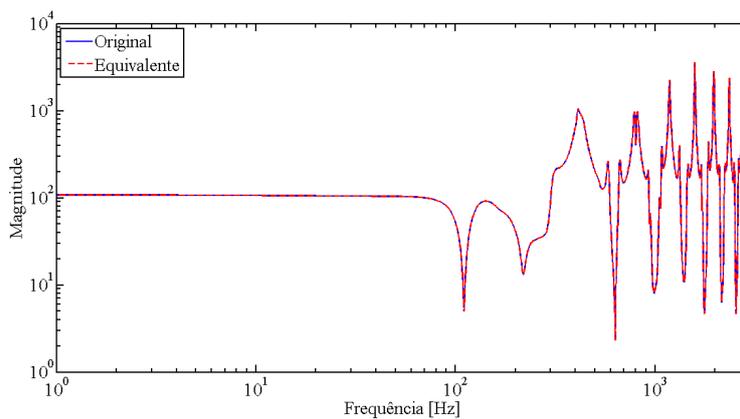


Figura 6.21: Comparação da magnitude da tensão para primeiro cenário de desequilíbrio, fase *b* da barra 7

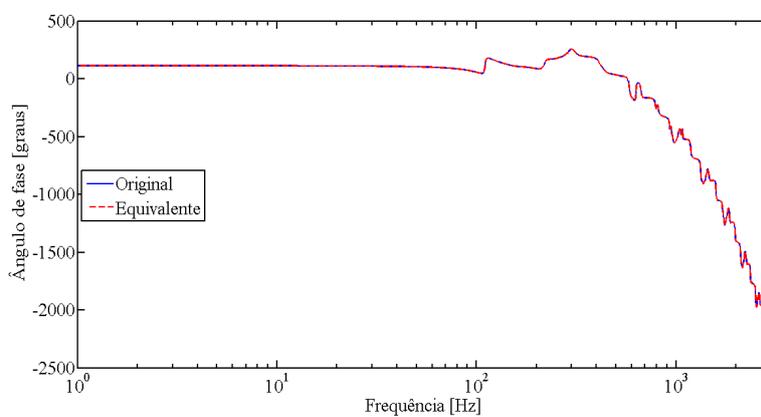


Figura 6.22: Comparação do ângulo de fase para primeiro cenário de desequilíbrio, fase *b* da barra 7

Concluindo o primeiro cenário, exibe-se as Figuras 6.23 e 6.24, que são relativas aos resultados para a fase *c*.

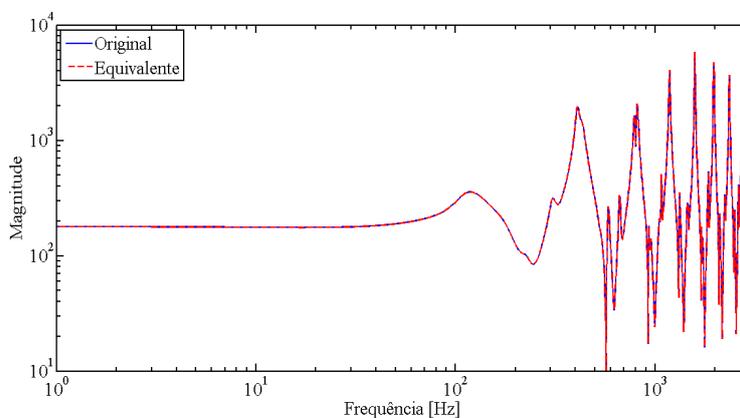


Figura 6.23: Comparação da magnitude da tensão para primeiro cenário de desequilíbrio, fase *c* da barra 7

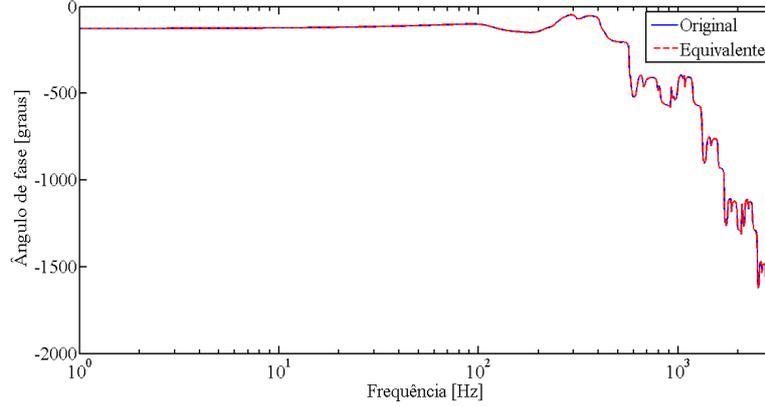


Figura 6.24: Comparação do ângulo de fase para primeiro cenário de desequilíbrio, fase  $c$  da barra 7

O desvio RMS encontrado para a fase  $b$  foi de  $2,29 \times 10^{-5}$ . Para a fase  $c$  o desvio encontrado foi de  $3,77 \times 10^{-5}$ . Apesar das diferenças de desempenho, considera-se satisfatório o resultado para as três fases.

Em um segundo cenário, as correntes injetadas na barra 2 são descritas a seguir:

$$i_a = 0,01 [\cos(0^\circ) + j\text{sen}(0^\circ)] \quad (6.14)$$

$$i_b = 2 [\cos(120^\circ) + j\text{sen}(120^\circ)] \quad (6.15)$$

$$i_c = 0,6 [\cos(240^\circ) + j\text{sen}(240^\circ)] \quad (6.16)$$

Para essas correntes, as tensões na barra 7 são ilustradas na Figura 6.25:

A comparação entre os sistemas original e ajustado é exibido, para a fase  $a$ , nas Figuras 6.26 e 6.27.

As Figuras 6.28 e 6.29 representam os resultados para a fase  $b$ .

Por fim, são exibidas as Figuras 6.30 e 6.31, mostrando resultados para a fase  $c$ .

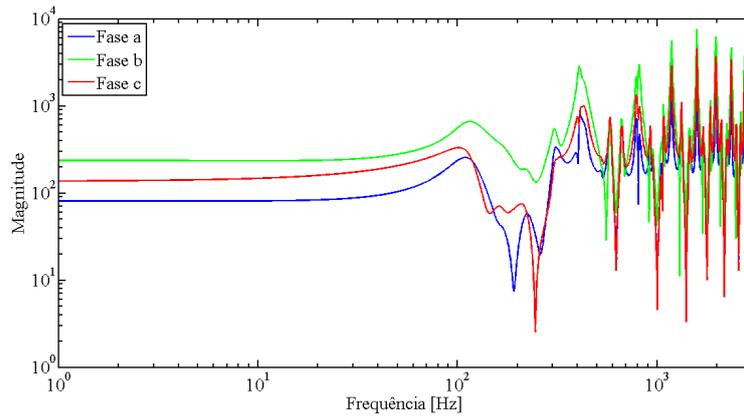


Figura 6.25: Comparação das tensões nas fases *a*, *b* e *c* da barra 7 para o segundo cenário

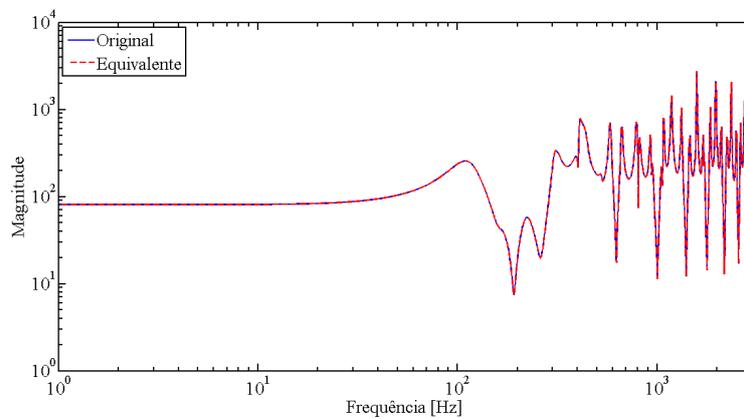


Figura 6.26: Comparação da magnitude da tensão para o segundo cenário de desequilíbrio, fase *a* da barra 7

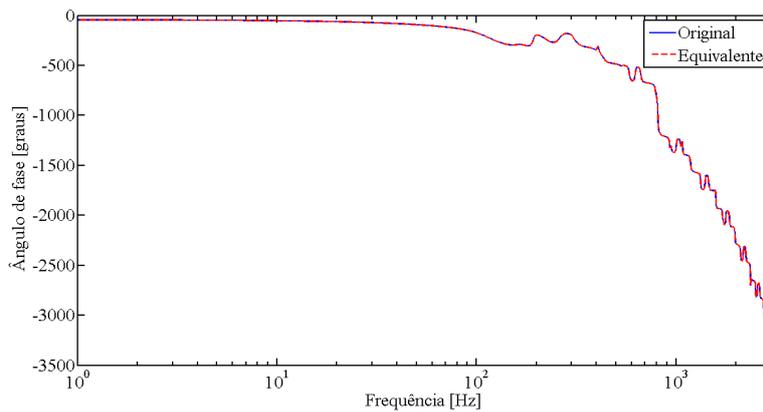


Figura 6.27: Comparação do ângulo de fase para segundo cenário de desequilíbrio, fase *a* da barra 7

Para esse cenário, o desvio RMS da fase *a* entre as curvas real e modelada foi de  $2,92 \times 10^{-5}$ , valor ligeiramente inferior ao encontrado nos cenários de equilíbrio. Para a fase *b*, o desvio RMS encontrado para a fase *b* foi de  $5,26 \times 10^{-5}$ . A fase *c* apresentou desvio de  $3,62 \times 10^{-5}$ . Mais uma vez, para todas as fases, considera-se satisfatório o

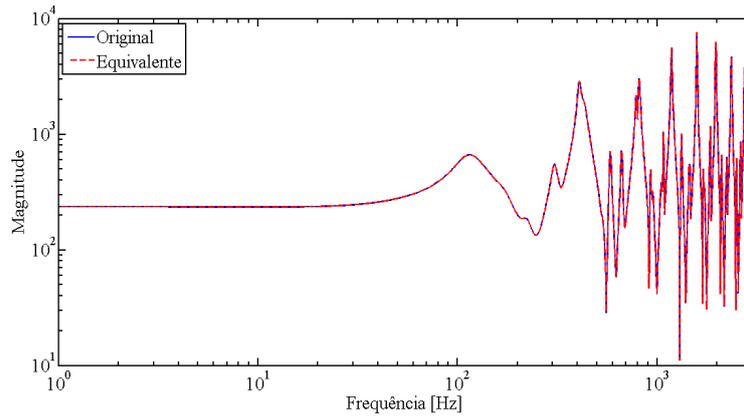


Figura 6.28: Comparação da magnitude da tensão para o segundo cenário de desequilíbrio, fase *b* da barra 7

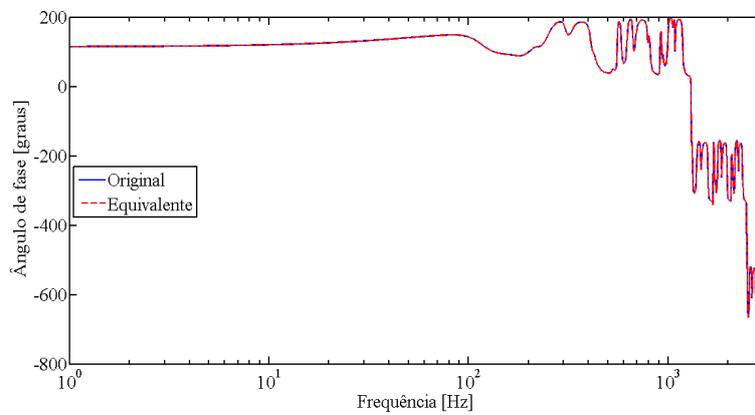


Figura 6.29: Comparação do ângulo de fase para o segundo cenário de desequilíbrio, fase *b* da barra 7

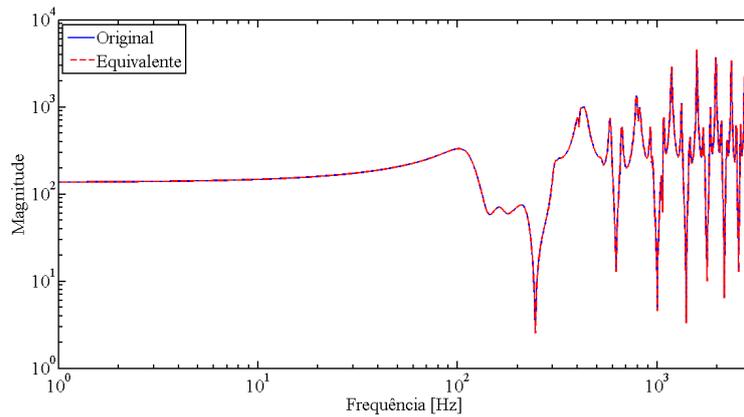


Figura 6.30: Comparação da magnitude da tensão para primeiro cenário de desequilíbrio, fase *c* da barra 7

resultado.

De forma geral, os resultados obtidos para as curvas de resposta em frequência da tensão mostraram excelentes resultados. Considerando as tensões equilibradas em 60

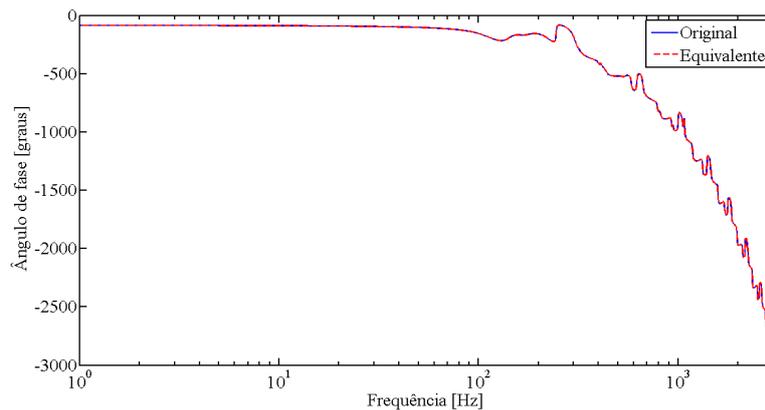


Figura 6.31: Comparação do ângulo de fase para primeiro cenário de desequilíbrio, fase *c* da barra 7

Hz (aproximadamente 182,4 V), isso significa um erro variando de  $1,60 \times 10^{-5}\%$  a  $2,88 \times 10^{-5}\%$  considerando o melhor (fase *a* do sistema desequilibrado 2) e o pior caso (fase *b* do sistema desequilibrado 2), respectivamente.

## Capítulo 7 CONCLUSÕES

Neste capítulo são apresentadas as conclusões obtidas nesta dissertação, bem como sugestões para trabalhos futuros. Elenca-se também as contribuições técnicas resultantes durante o desenrolar da pesquisa.

### 7.1 CONCLUSÕES GERAIS

Esta dissertação propôs o cálculo de um equivalente dinâmico trifásico, apropriado para substituição de uma parte da rede elétrica trifásica em um sistema elétrico de potência. A metodologia é apropriada para o estudo de harmônicos gerados dentro de uma região que, por sua vez, é conectada a um sistema elétrico de grande porte ou área externa. O objetivo foi substituir essa área externa por um equivalente que tivesse o mesmo desempenho para uma dada faixa de frequência finita.

O equivalente foi obtido a partir de uma barra de fronteira, consistindo em uma impedância trifásica a ela acoplada. A impedância do equivalente possui termos próprios e mútuos. Estes termos foram obtidos com o auxílio da metodologia *Vector Fitting*. As curvas foram ajustadas em termos de funções de transferência de admitâncias, com algumas dezenas de polos, e apresentaram excelente aderência quando comparadas às curvas originais, obtidas por meio de simulação no *software* ATP.

Para a validação do equivalente, foram calculadas impedâncias próprias e mútuas em pontos de frequência de interesse. Para essas frequências, simularam-se os circuitos original e equivalente, com a comparação das tensões na barra de fronteira. De outra forma, o equivalente foi validado pela comparação da função de transferência da tensão na barra de fronteira obtida com o sistema original e equivalente. Nesse caso, foi possível visualizar o comportamento dos sistemas real e equivalente em todo o espectro de frequência analisado. Ambas as validações apresentaram erros relativos desprezíveis ao se comparar o modelo original e o reduzido.

Como forma de demonstrar a flexibilidade do modelo, os sistemas original e equivalente foram submetidos a desequilíbrios entre as fases. Mais uma vez, compararam-se as curvas de resposta em frequência das tensões na barra de fronteiras. Como resultado, o sistema equivalente obteve precisão igual ou superior, dependendo da fase e da amplitude do desequilíbrio aplicado, àquela obtida com o sistema equilibrado.

A metodologia empregada no trabalho demonstrou a viabilidade da construção de equivalentes dinâmicos de SEPs e conseqüentemente, substituir partes do sistema que não são de interesse direto para estudos. O equivalente dinâmico tem relevante papel na substituição de partes de um SEP complexo, com múltiplas barras, diminuindo o tempo e o esforço computacional nos estudos de harmônicos, entre outros.

## 7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como desdobramentos futuros deste trabalho, visualiza-se a possibilidade de:

- realização de simulações no domínio do tempo utilizando fontes de tensão controladas e os resultados obtidos nos ajustes de impedância por meio da metodologia *Vector Fitting*;
- cálculo de equivalente com elementos RLC que propicie simulações de chaveamento no tempo, como análise de faltas;
- aplicação da metodologia *Vector Fitting* a uma abordagem MIMO, uma vez que os cálculos nesta dissertação são utilizados somente para sistema SISO;
- simulações que contemplem chaveamento no tempo, em geral.

## 7.3 PUBLICAÇÕES

As publicações oriundas do desenvolvimento desta dissertação são listadas a seguir.

- a) Equivalente de Circuitos com Modelagem Dinâmica de Componentes [36].

b) Identificação de Sistemas para Estudos de Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas Elétricos de Potência [37].

Além das citadas, os resultados finais do trabalho serão apresentados no XIII SEPOPE - Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica em trabalho intitulado "Aplicação da Técnica de Ajuste Vetorial para Obtenção de Equivalentes Dinâmicos para Estudos de Transitórios Eletromagnéticos".

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] P. Sowa. Representation of power system for electromagnetic transient calculation. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 47:223–226, 2008.
- [2] F. D. Freitas, J. Rommes, and N. Martins. *Gramian-based Reduction Method Applied to Large Sparse Power System Descriptor Models*, pages Vol. 23, nº 3, pp. 1758–1770. *IEEE Transactions on Power Systems*, Aug. 2008.
- [3] C. M. Lima. Avaliação dos fatores ergonômicos e ambientais em uma unidade de produção de carvão vegetal em vazante. Master's thesis, Universidade de Brasília, 2013.
- [4] ONS - Operador Nacional do Sistema Elétrico. *Procedimentos de Rede - Submódulo 23.3: Diretrizes e Critérios para Estudos Elétricos. Resolução Normativa nº 372*, 2009.
- [5] G. L. R. Brito. *Equivalentes dinâmicos de sistemas de potência com estrutura de modelo de geradores e seus controladores*. PhD thesis, Universidade de Brasília, 2009.
- [6] J. L. Johnson J. R. Johnson D. E., Hilburn. *Fundamentos de análise de circuitos elétricos*. Prentice-Hall do Brasil, 1994.
- [7] P. Kundur. *Power system stability and control. EPRI Power Systems Engineering Series*. McGraw-Hill, 1994.
- [8] W. V. S. Azevedo, W. L. A. Neves, D. Fernandes JR., and R. Soares. Síntese de redes elétricas via modelo dependente da frequência: estimação de parâmetros e análise no domínio da frequência. In *Anais do XVIII Congresso Brasileiro de Automática*, pages 3362–3368, 2010.
- [9] P. Sowa. Search of optimum equivalent representation for transient investigations during non-simultaneous faults. *International Conference Modeling and Simulation, Pittsburgh, USA*, pages 466–470, 1998.

- [10] B. Gustavsen and A. Semlyen. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 14(3):1052–1061, July 1999.
- [11] S. Blumsack. Network decomposition via graph theory. *Draft Working Paper*, 2006.
- [12] P. Zhang, H. W. Dommel, and J. R. Martí. Network partitioning for real-time power system simulation. In *Conference on Power Systems Transients*, Montreal, June 2005. Paper no. IPST05-177.
- [13] G. E. Chatzarakis. A new method for finding the thevenin and norton equivalent circuits. *Scientific Research*, 2:328–336, May 2010.
- [14] M. Hosoya. The straightforward expansion of helmholtz-thevenin theorem to multi-terminal networks. *Bull. Fac. Sci., Univ. Ryukyus*, (71):39–45, December 2001.
- [15] A. Morched, L. Martí, and J. Ottevangers. A high frequency transformer model for the emtp. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 8(3):1615–1626, July 1993.
- [16] T. Noda. Identification of a multiphase network equivalent for electromagnetic transient calculations using partitioned frequency response. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 20(2):1134–1142, April 2005.
- [17] F. C. Veliz, S. L. Varricchioo, and S. Gomes Jr. Equivalentes dinâmicos para estudos de harmônicos usando análise modal. *X Simpósio de especialistas em planejamento da operação e expansão elétrica*, (SP-112), Maio 2006.
- [18] M. Mattar and R. Iravani. A modified multiport two-layer network equivalent for the analysis of electromagnetic transients. *IEEE Transaction on Power Delivery*, 25:434–441, 2010.
- [19] B. Gustavsen. Improving the pole relocating proprieties of vector fitting. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 21(3):1587–1592, July 2006.
- [20] D. Deschrijver, M. Mrozowski, T. Dhaene, and D. Zutter. Macromodeling of multiport systems using a fast implementation of the vector fitting method. *IEEE Microwave and wireless components letters*, 18(6):383–385, June 2008.
- [21] J. R. Marti. Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 101:147–152, 1982.

- [22] B. Gustavsen and A. Semlyen. Simulation of transmission line transients using vector fitting and modal decomposition. In *IEEE/PES Winter Meeting*, number PE-347-PWRD-0-01-1997, 1997.
- [23] G. H. Golub and C. F. Van Loan. *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press, 1989.
- [24] B. Gustavsen. *User's Guide for vectfit3.m (Fast, Relaxed Vector Fitting) for Matlab*. SINTEF Energy Research, Trondheim, August 2008. Gustavsen2008.
- [25] L. A. F. Oliveira. Estudo de modelos de transformadores para altas frequências. Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 2011.
- [26] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, and S. H. Nawab. *Signals & Systems*. Prentice Hall Signal Processing Series, New Jersey, second edition edition, 1996.
- [27] W. H. Hayt Jr. *Eletromagnetismo*. LTC, 4th edition, 1994.
- [28] J. F. R. Lemos. Modelagem de linhas de transmissão para estudos de transitórios eletromagnéticos. Technical report, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008.
- [29] P. Azevedo. *Manual de FTL - Antenas, Propagação e Linhas de Transmissão*. CINEL - Centro de Formação Profissional da Indústria Eletrônica, março 2012.
- [30] A. J. Monticelli. *Fluxo de carga em redes de energia elétrica*. Editora Edgard Blücher Ltda, 1983.
- [31] C. A. B. Mendes and H. J. Silva. *Teoria das Linhas de Transmissão*. Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, 2005.
- [32] J. B. Glover, M. S. Sarma, and T. J. Overbye. *Power System Analysis and Design*. Thomson, 2008.
- [33] S. Portela C. Martins N. Gomes, Jr. Detailed model of long transmission lines for modal analysis of ac networks. *International Conference on Power Systems Transients (IPST), Rio de Janeiro*, 2001.
- [34] I. H. C. Carramaschi. Análise de equivalência entre resultados obtidos no domínio do tempo e no domínio da frequência obtidos no aplicativo atp. Master's thesis, Universidade de Brasília, 2010.
- [35] C. K. Sanathanan and J. Koerner. Transfer function synthesis as a ratio of two complex polynomials. *IEEE Transactions on Automatic Control*, pages 56–58, 1962.

- [36] F. D. Freitas, T. R. V. Costa, and I. H. Carramaschi. Equivalente de circuitos com modelagem dinâmica de componentes. *XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente  $\tilde{U}$  SBAI e XI Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações - DINCON*, 2013.
- [37] T. R. V. Costa and D. Freitas. Identificação de sistemas para estudos de transitórios eletromagnéticos em sistemas elétricos de potência. *XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente  $\tilde{U}$  SBAI e XI Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações - DINCON*, 2013.