



**USO DE MATERIAL PIEZELÉTRICO
SIMULTANEAMENTE PARA COLHEITA DE
ENERGIA E CONTROLE**

WESCLEY OLIVEIRA VIANA BARBOSA

TESE DE DOUTORADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

PUBLICAÇÃO: ENM-DT 41/2017

BRASÍLIA/DF: AGOSTO – 2017

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓSGRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

USO DE MATERIAL PIEZELÉTRICO
SIMULTANEAMENTE PARA COLHEITA DE ENERGIA E
CONTROLE

WESCLEY OLIVEIRA VIANA BARBOSA

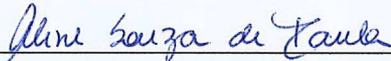
ORIENTADORA: ALINE SOUZA DE PAULA
TESE DE DOUTORADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓSGRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS**

**USO DE MATERIAL PIEZELÉTRICO
SIMULTANEAMENTE PARA COLHEITA DE ENERGIA E
CONTROLE**

**TESE SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
CIÊNCIAS MECÂNICAS DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS MECÂNICAS.**

APROVADA POR:



Prof^ª. Aline Souza de Paula, Doutora (ENM-UnB)

(Orientadora)



Prof^ª. Adriane Beatriz Schelin, Doutora (IF-UNB)

(Examinadora Externa)



Prof^º. Marcelo Amorim Savi, Doutor (COPPE-UFRJ)

(Examinador Externo)



Prof^º. Adriano Todorovic Fabro, Doutor (ENM-UnB)

(Examinador Interno)

BRASÍLIA/DF, 18 DE AGOSTO DE 2017.

FICHA CATALOGRÁFICA

BARBOSA, WESCLEY OLIVEIRA VIANA

USO DE MATERIAL PIEZELÉTRICO SIMULTANEAMENTE PARA COLHEITA DE ENERGIA E CONTROLE [Distrito Federal] 2017.

xvi, 74p., 210 x 297 mm (PPGCM/FT/UnB Doutor, Ciências Mecânicas, 2017).

TESE DE DOUTORADO – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Programa de Pós-Graduação em Ciências Mecânicas.

1. Material Piezelétrico

2. Caos

3. Controle de Vibrações

4. Conversão de Energia

I. ENM/FT/UnB

II. Brasília

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BARBOSA, W. O. V. USO DE MATERIAL PIEZELÉTRICO SIMULTANEAMENTE PARA COLHEITA DE ENERGIA E CONTROLE. Tese de Doutorado em Ciências Mecânicas. Publicação ENM-DT 41/2017, Agosto/2017, Programa de Pós-Graduação em Ciências Mecânicas, Universidade de Brasília - Faculdade de Tecnologia, Brasília, DF, 74p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Wesley Oliveira Viana Barbosa.

TÍTULO: USO DE MATERIAL PIEZELÉTRICO SIMULTANEAMENTE PARA COLHEITA DE ENERGIA E CONTROLE.

GRAU: Doutor ANO: 2017

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta Tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa Tese de doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Wesley Oliveira Viana Barbosa
QNN 06 conjunto L casa 41, Ceilândia.
72220-072 Brasília – DF - Brasil

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela oportunidade de cursar o doutorado e por me guiar por esses quatro anos. Agradeço também por ter me ajudado a superar uma das fases mais difíceis da minha vida, tanto na convalescência quanto na reabilitação. Agradeço a minha esposa, Cristiane, uma mulher virtuosa e valorosa, que sempre foi paciente e tolerante. Esteve incentivando-me cotidianamente. Sua fé no meu sucesso fez-me alcançar esta vitória, mesmo nos momentos mais difíceis das nossas vidas. Agradeço a minha pequenina filha, Isa, por estar ao nosso lado sendo uma grande amiga. um pedaço da Cris e de mim que, por todos os dias, nos motiva a sermos os pais que ela merece. Agradeço a minha orientadora, Aline, pois além de ter sido uma excelente professora e orientadora no mestrado, foi bastante presente durante a pesquisa do doutorado sendo um modelo de dedicação e profissionalismo. Desejo seguir o seu exemplo com os meus futuros alunos e como pesquisador. Agradeço aos meus pais e irmãos pelos incentivos e palavras de conforto. Agradeço aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília pelo compromisso em compartilhar os seus conhecimentos. Também agradeço a todos os colegas professores que estiveram ao meu lado em sala de aula durante a minha formação. E por fim, agradeço a todos os alunos que me permitiram compartilhar conhecimento. Vocês foram, são e sempre serão incríveis.

Wescley Oliveira Viana Barbosa

Dedico esses escritos a Deus, o Eterno, digno de amor, glória e adoração. A minha amada Cris, minha princesinha Isa, tão amada, e a toda família.

Wesley Oliveira Viana Barbosa

RESUMO

USO DE MATERIAL PIEZELÉTRICO SIMULTANEAMENTE PARA COLHEITA DE ENERGIA E CONTROLE.

Autor: Wesley Oliveira Viana Barbosa

Orientadora: Aline Sousa de Paula

Programa de Pós-graduação em Ciências Mecânicas

Brasília, 18 de Agosto de 2017.

Os materiais piezelétricos pertencem a uma classe de materiais inteligentes (“*smart materials*”) que exibem acoplamento eletromecânico, convertendo energia mecânica em energia elétrica ou vice-versa. Essa possibilidade, aliada à facilidade de integrar esses materiais em variados tipos de estruturas, torna a sua aplicabilidade bastante interessante nas engenharias. Ao serem usados na conversão da energia mecânica em elétrica, esses materiais, além de outras aplicações, podem operar como colheitadores da energia presente nas vibrações mecânicas, processo denominado na literatura como “*Power Harvesting*” ou “*Energy Harvesting*”, atuando como geradores elétricos. Ao se explorar a possibilidade de converter eletricidade em esforço mecânico, tais materiais podem atuar como controladores de vibrações. É importante ressaltar que o comportamento caótico que pode ocorrer nas vibrações mecânicas, embora seja indesejado em diversas situações, pode ser bastante útil para se conferir flexibilidade ao sistema. Isso ocorre porque o comportamento caótico apresenta uma riqueza intrínseca devido à existência de um número infinito de órbitas periódicas instáveis (OPIs). Nesse contexto, a combinação do processo de colheita de energia com o controle do caos pode estabelecer sistemas autônomos onde a energia colhida pode ser empregada nas atuações para o controle das vibrações. Este trabalho propõe alcançar dois objetivos combinando colheita de energia e controle simultaneamente: reduzir vibrações mecânicas e obter comportamentos mais adequados para a geração de energia elétrica. Além disso, explora-se a possibilidade de alternar esses processos conforme a necessidade. Tanto as atuações de controle quanto a colheita de energia são obtidos através da utilização de materiais piezelétricos. A estrutura estudada consiste em uma viga piezomagnetoelástica biestável submetida a excitações de base. O sistema é investigado numericamente a partir de um modelo simplificado regido por equações diferenciais ordinárias. Os resultados mostram situações onde é possível realizar o controle do caos usando energia colhida para alimentar parcial ou completamente o controlador.

ABSTRACT

USE OF PIEZOELECTRIC MATERIAL SIMULTANEOUSLY FOR ENERGY HARVEST AND CONTROL.

Author: Wesley Oliveira Viana Barbosa

Supervisor: Aline Souza de Paula

Post-graduate Program in Mechanical Sciences

Brasília, August 18, 2017

Piezoelectric materials belong to a class of "smart materials" that exhibit electromechanical coupling, converting mechanical energy into electrical energy or vice versa. This possibility, coupled with the ease of integrating these materials into various types of structures, makes their applicability quite interesting in engineering. When used in the conversion of mechanical energy to electrical energy, these materials, besides other applications, can operate as harvesters of the energy present in the mechanical vibrations, a process called in the literature as "Power Harvesting" or "Energy Harvesting", acting as electric generators. By exploring the possibility of converting electricity into mechanical effort, such materials can act as vibration controllers. It is important to emphasize that the chaotic behavior that can occur in mechanical vibrations, although it is unwanted in several situations, can be very useful to give flexibility to the system. This is possible because the chaotic behavior presents an intrinsic richness due to the existence of an infinite number of unstable periodic orbits (OPIs). In this context the combination of the energy harvesting process with the chaos control can establish autonomous systems where the energy harvested can be used in the actions to control the vibrations. This work aims to achieve two objectives combining energy harvest and control simultaneously: reduce mechanical vibrations and obtain behaviors more suitable for the generation of electric energy. In addition, it explores the possibility of alternating these processes as needed. Both control and energy harvesting performances are obtained through the use of piezoelectric materials. The structure studied consists of a bistable piezomagnetoelastic beam subjected to basic excitations. The system is investigated numerically from a simplified model governed by ordinary differential equations. The results show situations where it is possible to control chaos using harvested energy to partially or completely feed the controller.

LISTAS DE TABELAS

TABELA 1 – PARÂMETROS USADOS NAS EQUAÇÕES.....	39
TABELA 2 – POTÊNCIAS COLHIDAS NO COMPORTAMENTO DE PERÍODO-1 E NO COMPORTAMENTO CAÓTICO	45
TABELA 3 – OPIs IDENTIFICADAS PARA DIFERENTES VALORES DE TOLERÂNCIA.	46
TABELA 4 - POTÊNCIAS OBTIDAS DURANTE O CONTROLE.	65
TABELA 5 – POTÊNCIAS OBTIDAS DURANTE O CONTROLE DAS VIBRAÇÕES PARA COLHEITA DE ENERGIA.	67
TABELA 6 - EXPOENTES DE LYAPUNOV PARA ÓRBITA A.....	83
TABELA 7 – EXPOENTES DE LYAPUNOV PARA A ÓRBITA B.	84
TABELA 8 - EXPOENTES DE LYAPUNOV PARA ÓRBITA C.....	85
TABELA 9 - EXPOENTES DE LYAPUNOV PARA A ÓRBITA D.....	86
TABELA 10 - EXPOENTES DE LYAPUNOV PARA A ÓRBITA E.	87

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - REPRESENTAÇÃO DOS DOMÍNIOS FÍSICOS, SUAS RESPECTIVAS VARIÁVEIS DE ESTADO E TRÊS TIPOS DE MATERIAIS INTELIGENTES (LEO, 2007 – COM ADAPTAÇÕES)...	1
FIGURA 2 - ESQUERDA: EFEITO PIEZELÉTRICO DIRETO; DIREITA: EFEITO PIEZELÉTRICO INVERSO. (YANG, 2005 – COM ADAPTAÇÕES).....	6
FIGURA 3 - ESTRUTURA PEROVSKITA DAS CERÂMICAS PIEZELÉTRICAS TIPO PZT: 1) ABAIXO DA TEMPERATURA CURIE. 2) ACIMA DA TEMPERATURA CURIE (PEREIRA, 2010).....	8
FIGURA 4 - DIPOLOS ELÉTRICOS QUE LEVAM AO ACOPLAMENTO ELETROMECHANICO DOS MATERIAIS PIEZELÉTRICOS (LEO, 2007 – COM ADAPTAÇÕES).....	9
FIGURA 5 - PROCESSO DE POLARIZAÇÃO ASSOCIADO AOS MATERIAIS PIEZELÉTRICOS. (LEO, 2007 - COM ADAPTAÇÕES).....	10
FIGURA 6 - SEÇÕES DE CONTROLE INTERMEDIÁRIAS UTILIZADAS NO MÉTODO SCC (DE PAULA E SAVI, 2011).	29
FIGURA 7 - DISPOSITIVO PIEZOMAGNETOELÁSTICO (DE PAULA ET AL., 2015).	36
FIGURA 8 - BACIA DE ATRAÇÃO: COMPORTAMENTO DE PERÍODO-1 (CINZA-CLARO), CAOS (CINZA-ESCURO).....	40
FIGURA 9 - ESPAÇO DE FASE (CINZA-CLARO) E SEÇÃO DE POINCARÉ (CINZA-ESCURO) – RESPOSTA DE PERÍODO-1.	41
FIGURA 10 - ESPAÇO DE FASE (CINZA-CLARO) E SEÇÃO DE POINCARÉ (CINZA-ESCURO) – RESPOSTA CAÓTICA.....	41
FIGURA 11 - EXPOENTES DE LYAPUNOV – RESPOSTA DE PERÍODO-1.....	42
FIGURA 12 - EXPOENTES DE LYAPUNOV – CAOS.	42
FIGURA 13 - DIAGRAMA DE BIFURCAÇÃO PARA $\Omega=0.8$, AUMENTANDO E DIMINUINDO A AMPLITUDE EXCITAÇÃO A PARTIR DO COMPORTAMENTO PERIÓDICO (CINZA) E CAÓTICO (PRETO).	43
FIGURA 14 - POTÊNCIA ELÉTRICA INSTANTÂNEA E MÉDIA DA ÓRBITA DE PERÍODO-1.	44
FIGURA 15 - POTÊNCIA ELÉTRICA INSTANTÂNEA E MÉDIA DO COMPORTAMENTO CAÓTICO. .	44
FIGURA 16-FLUXOGRAMA DA APLICAÇÃO DO CONTROLE.....	45
FIGURA 17 - OPIs IDENTIFICADAS: ÓRBITA A - OPI DE PERÍODO-1; ÓRBITA B - OPI DE PERÍODO-1; ÓRBITA C - OPI DE PERÍODO-2; ÓRBITA D - OPI DE PERÍODO-2; ÓRBITA E - OPI DE PERÍODO-2 DE MAIOR AMPLITUDE.	47
FIGURA 18 - EXPOENTES DE LYAPUNOV PARA A ÓRBITA A.	51
FIGURA 19 - EXPOENTES DE LYAPUNOV PARA A ÓRBITA B.	51

FIGURA 20 - EXPOENTES DE LYAPUNOV PARA A ÓRBITA C.	52
FIGURA 21 - EXPOENTES DE LYAPUNOV PARA A ÓRBITA D.	52
FIGURA 22 - EXPOENTES DE LYAPUNOV PARA A ÓRBITA E.....	53
FIGURA 23 - EXPOENTE DE LYAPUNOV MÁXIMO DA ÓRBITA A PARA DIFERENTES VALORES DE R E K.....	54
FIGURA 24 - EXPOENTE DE LYAPUNOV MÁXIMO DA ÓRBITA C PARA DIFERENTES VALORES DE R E K.....	54
FIGURA 25 - EXPOENTE DE LYAPUNOV MÁXIMO DA ÓRBITA E PARA DIFERENTES VALORES DE R E K.....	55
FIGURA 26 – ESTABILIZAÇÃO DA ÓRBITA A PELO MÉTODO ETDF COM R=0.1 E K=0.6: (A) ESPAÇO DE FASE; (B) SINAL DE CONTROLE; (C) TENSÃO NO PIEZELÉTRICO ATUADOR; (D) POTÊNCIA COLHIDA (POWER HARVESTED - P_H); E (E) POTÊNCIA CONSUMIDA PELO CONTROLADOR (P_C).	56
FIGURA 27 - ESTABILIZAÇÃO DA ÓRBITA C PELO MÉTODO ETDF COM R=0.6 E K=0.2: (A) ESPAÇO DE FASE; (B) SINAL DE CONTROLE; (C) TENSÃO GERADA NO PIEZELÉTRICO ATUADOR; (D) POTÊNCIA COLHIDA (POWER HARVESTED - P_H); E (E) POTÊNCIA CONSUMIDA PELO CONTROLADOR (P_C).....	57
FIGURA 28 - TENTATIVA DE ESTABILIZAÇÃO DA ÓRBITA E PELO MÉTODO ETDF COM R=0.9 E K=0.4: (A) ESPAÇO DE FASE; (B) SINAL DE CONTROLE.....	58
FIGURA 29 - TENTATIVA DE ESTABILIZAÇÃO DA ÓRBITA E PELO MÉTODO ETDF COM R=0.9 E K=0.5: (A) ESPAÇO DE FASE; (B) SINAL DE CONTROLE; (C) TENSÃO GERADA NO PIEZELÉTRICO ATUADOR; (D) POTÊNCIA COLHIDA (POWER HARVESTED - P_H); E (E) POTÊNCIA CONSUMIDA PELO CONTROLADOR (P_C).....	58
FIGURA 30 - TENTATIVA DE ESTABILIZAÇÃO DA ÓRBITA E PELO MÉTODO ETDF COM R=0.9 E K=0.7: (A) ESPAÇO DE FASE; (B) SINAL DE CONTROLE; (C) TENSÃO GERADA NO PIEZELÉTRICO ATUADOR; (D) POTÊNCIA COLHIDA (POWER HARVESTED - P_H); E (E) POTÊNCIA CONSUMIDA PELO CONTROLADOR (P_C).....	60
FIGURA 31 - TENTATIVA DE ESTABILIZAÇÃO DA ÓRBITA E PELO MÉTODO ETDF COM R=1.0 E K=0.5: (A) ESPAÇO DE FASE; (B) SINAL DE CONTROLE; (C) TENSÃO GERADA NO PIEZELÉTRICO ATUADOR; (D) POTÊNCIA COLHIDA (POWER HARVESTED - P_H); E (E) POTÊNCIA CONSUMIDA PELO CONTROLADOR (PC).	60
FIGURA 32 - ESTABILIZAÇÃO DA ÓRBITA A PELO MÉTODO SCC: (A) ESPAÇO DE FASE; (B) SINAL DE CONTROLE; (C) TENSÃO NO PIEZELÉTRICO ATUADOR; (D) POTÊNCIA COLHIDA (POWER HARVESTED - P_H); E (E) POTÊNCIA CONSUMIDA PELO CONTROLADOR (PC). ..	63

FIGURA 33 - ESTABILIZAÇÃO DA ÓRBITA C PELO MÉTODO SCC: (A) ESPAÇO DE FASE; (B) SINAL DE CONTROLE; (C) TENSÃO NO PIEZELÉTRICO ATUADOR; (D) POTÊNCIA COLHIDA (POWER HARVESTED - PH); E (E) POTÊNCIA CONSUMIDA PELO CONTROLADOR (PC). ..	64
FIGURA 34 - ESTABILIZAÇÃO DA ÓRBITA E PELO MÉTODO SCC: (A) ESPAÇO DE FASE; (B) SINAL DE CONTROLE; (C) TENSÃO NO PIEZELÉTRICO ATUADOR; (D) POTÊNCIA COLHIDA (POWER HARVESTED - PH); E (E) POTÊNCIA CONSUMIDA PELO CONTROLADOR.....	66
FIGURA 35 – ALTERNÂNCIA ENTRE A COLHEITA DE ENERGIA E SUPRESSÃO DO CAOS: (A) POSIÇÃO X PERÍODO, (B) POSIÇÃO X TEMPO, (C) SINAL DE CONTROLE; (D) ESPAÇO DE FASE (ÓRBITA E: LINHA PRETA; ÓRBITA B: CINZA-CLARO).	68

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

MEMS	<i>Microelectromechanical Systems – Sistemas Microeletromecânicos</i>
MFC	<i>Micro FiberComposite</i>
PZT	<i>Lead ZirconateTitanate – TitanatoZirconato de Chumbo</i>
PVDF	<i>PolyvinilideneFluoride – Fluoreto Polivilideno</i>
SSHI	<i>Synchronized Switch Harvesting on Inductor – Coletor Sincronizado com Chaveamento Indutivo</i>
SSHC	<i>Synchronized Switch Harvesting on Capacitor – Coletor Sincronizado com Chaveamento Capacitivo</i>
MOSFET	<i>Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor – Transistor Metal – Óxido – Semicondutor de Efeito de Campo</i>
SCC	Método de controle semi-contínuo
Σ_n	Seção de controle no SCC
F	Mapa que associa as intersecções da trajetória do sistema com a seção de controle Σ_n e com a seção Σ_{n+1}
ξ_c^n	Intersecções da órbita que deve ser estabilizada com Σ_n também chamado de pontos de controle no SCC
p	Parâmetro de controle no SCC
ETDF	Método de Controle por Realimentação com Estados Defasados Estendidos
w^n	Vetor de sensibilidade do controlador SCC
J^n	Matriz Jacobiana do controlador SCC
τ	Defasagem do tempo

K	Matriz de ganho do ETDF
R	Parâmetro do controlador ETDF
λ	Expoentes de Lyapunov
M	Massa
C	Coefficiente de amortecimento da viga
K	Coefficiente de rigidez da viga
C_p	Capacitância equivalente da camada piezolétrica;
R	Resistência de carga
θ	Coefficiente de acoplamento eletromecânico do dispositivo piezolétrico
F_b	Força de excitação de base
F_m	Força magnética
v	Voltagem que atravessa a resistência R
x	Deslocamento adimensional da extremidade da viga na direção transversal
f_0	Forçamento adimensional
v_1	Tensão elétrica que percorre o circuito elétrico conectado ao PZT _H
v_2	Tensão elétrica que atravessa o circuito conectado ao PZT _C
ξ	Coefficiente de amortecimento mecânico adimensional

Ω	Frequência de excitação adimensional
χ_1	Acoplamento piezelétrico adimensional do PZT _H
χ_2	Acoplamento piezelétrico adimensional do PZT _C
c_k	Capacitância piezelétrica adimensional
i_k	corrente elétrica que percorre o circuito externo
Λ_k	$\left(\frac{1}{zC}\right)_k$
κ_k	$\left(\frac{\theta}{c}\right)_k$
B_{CONTROL}	Termo de controle do ETDF
P_H	Potência elétrica gerada - “ <i>power harvested</i> ”
P_C	Potência consumida pelo controlador “ <i>controller Power</i> ”
z	Impedância adimensional equivalente do circuito ligado ao elemento piezelétrico

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.2 OBJETIVOS	3
1.3 METODOLOGIA.....	4
1.4 CONTRIBUIÇÃO	4
1.5 ORGANIZAÇÃO	5
2. REVISÃO DA LITERATURA	6
2.1 EFEITO PIEZELÉTRICO DIRETO NA COLHEITA DE ENERGIA MECÂNICA – “POWER HARVESTING OU ENERGY HARVESTING”.....	12
2.2 O EFEITO PIEZELÉTRICO INVERSO NO CONTROLE DE VIBRAÇÕES... 	16
2.3 CONTROLE DO CAOS	20
3. MÉTODOS DE CONTROLE DO CAOS	27
3.1 IDENTIFICAÇÃO DAS ÓRBITAS PERIÓDICAS INSTÁVEIS.....	28
3.2 MÉTODO DE CONTROLE SEMI-CONTÍNUO (SCC)	28
3.3 MÉTODO DE CONTROLE POR REALIMENTAÇÃO COM ESTADOS DEFASADOS ESTENDIDOS – ETDF	32
4. APRESENTAÇÃO DO SISTEMA	35
5. COMPORTAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA.....	39
5.1 COMPORTAMENTO DO SISTEMA SEM CONTROLE.....	40
5.1.1 AVALIAÇÃO DA POTÊNCIA ELÉTRICA.....	43
5.2 A RESPOSTA DO SISTEMA COM A AÇÃO DO CONTROLE.....	45
5.2.1 IDENTIFICAÇÃO DE OPIs E CÁLCULO DOS PARÂMETROS DE CONTROLE	45
5.2.1.1 PARÂMETROS DE CONTROLE PARA O MÉTODO ETDF	48
5.2.2 CONTROLE E COLHEITA DE ENERGIA.....	55
5.2.2.1. CONTROLE VISANDO A SUPRESSÃO DE VIBRAÇÕES	55
5.2.2.2. CONTROLE PARA COLHEITA DE ENERGIA	66

5.3 ALTERNÂNCIA ENTRE COLHEITA DE ENERGIA E SUPRESSÃO DO CAOS.....	67
6. CONCLUSÕES.....	69
7. SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS.....	72
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73

1. INTRODUÇÃO

Existe uma classe de materiais capazes de operar por meio da conversão de energia entre dois domínios físicos. Alguns convertem estímulos elétricos em variação de volume, outros transformam deformações mecânicas em impulsos elétricos; existem aqueles que transformam energia térmica em esforço mecânico e em energia elétrica. Tais mudanças ocorrem quando a alteração de uma variável de estado de um domínio físico altera uma variável de estado em outro domínio. Essa relação é compreendida como acoplamento (LEO, 2007).

Os materiais inteligentes (*smart materials*) apresentam acoplamento entre diversos domínios físicos, operando pela transformação de energia entre dois desses domínios. Alguns materiais que fazem parte desse grupo são as ligas de memória de forma, os polímeros eletroativos e os materiais piezelétricos. A Figura 1 apresenta esses domínios físicos e a respectivas variáveis de estado para cada um desses materiais.

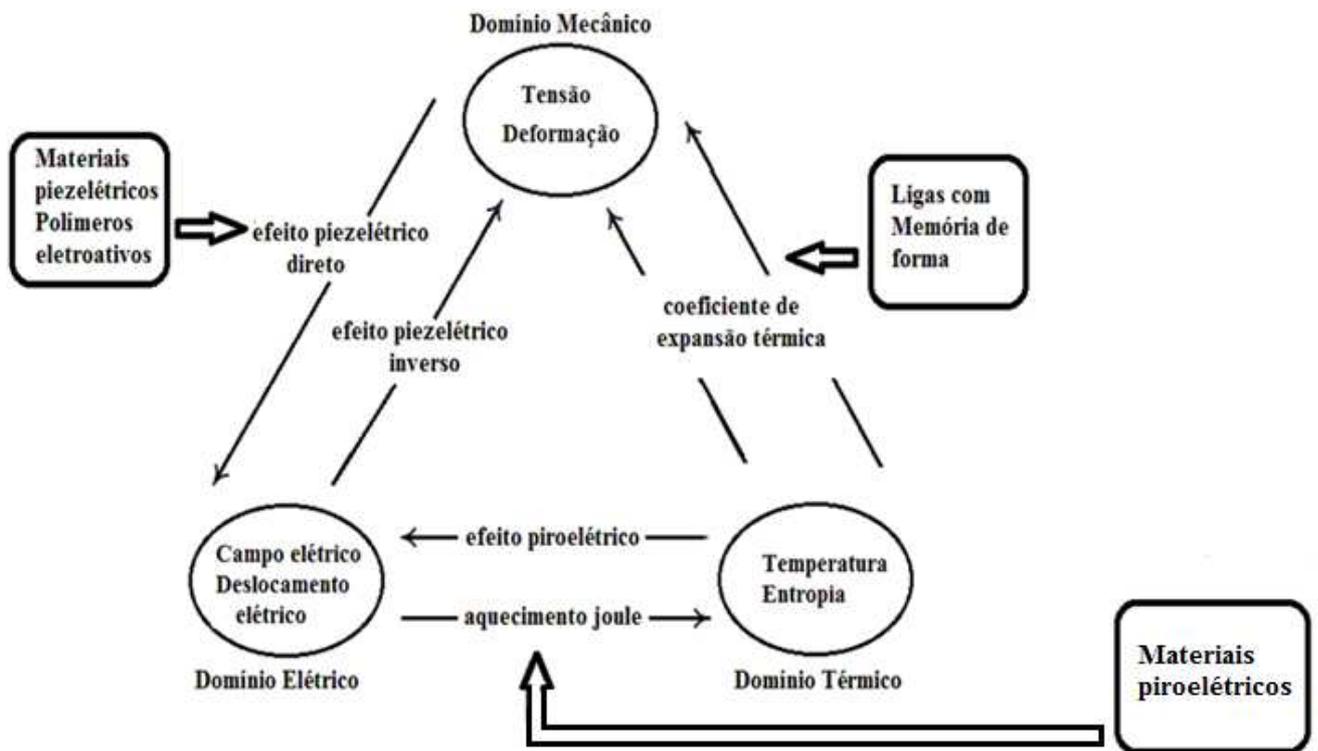


Figura 1 - Representação dos domínios físicos, suas respectivas variáveis de estado e três tipos de materiais inteligentes (LEO, 2007 – com adaptações).

Os materiais piezelétricos, quando sujeitos a deformações mecânicas, produzem uma distribuição de cargas elétricas em sua superfície (efeito piezelétrico direto). Não

obstante, quando sujeitos a campos elétricos externos, exibem variações em sua forma e dimensões (efeito piezelétrico inverso).

O efeito piezelétrico direto tem sido explorado recentemente na colheita da energia mecânica (livre no ambiente na forma de vibrações) e na conversão em energia elétrica. Esse processo é denominado de “*Power harvensting*” ou “*Energy harvensting*”.

Essa aplicação desenvolveu-se frente à crescente busca por fontes alternativas de energias renováveis e limpas (POIZOT E DOLHEM, 2011; GKOUUMAS, GAUDENZI E PETRINI, 2012) e pelo desenvolvimento da tecnologia microeletromecânica – MEMS e do uso dela no sensoriamento remoto (LIU, et al., 2008; RENNO, DAQAQ E INMAN, 2009; VULLERS, SHAIJK, et al., 2009; GALHARDI, GUILHERME E JÚNIOR, 2008; HARB, 2011; ROUNDY, et al., 2005; RAMADASS e CHANDRAKASAN, 2010; BEEBY, TUDOR e WHITE, 2006; TRÄNKLER e KANOUN, 2001). Muitas dessas pesquisas apontam o uso de dispositivos lineares para a colheita de energia. Contudo, outras pesquisas, exploram as não linearidades dos sistemas dinâmicos com o propósito de melhorar o processo da colheita de energia (BASQUEROTTO, et al., 2013; ERTURK, HOFFMAN e INMAN, 2009; ERTURK, et al., 2010; FERRARI, et al., 2009).

A literatura também apresenta o uso dos materiais piezelétricos no controle ativo de vibrações mecânicas, explorando o efeito piezelétrico inverso. Esse controle de vibrações é interessante em diversas situações em que grandes oscilações são indesejadas (FLATAU e Chong, 2002; WANG e INMAN, 2012; WANG e INMAN, 2013).

Segundo LEO (2007) as propriedades dos materiais piezelétricos permitem que eles sejam aplicados no controle de vibrações em estruturas devido à facilidade de integrá-los em materiais estruturais. Isso colabora para o desenvolvimento de sistemas que conjugam o sensoriamento e controle. Além disso, em razão das qualidades de baixo peso e acoplamento eletromecânico, os piezelétricos podem ser adaptados facilmente no interior de vários tipos de estruturas; e, eficientemente, transformar energia mecânica em energia elétrica e vice-versa. Dessa forma, é possível criar sistemas de controle de vibrações que aplicam materiais piezelétricos.

Algumas abordagens apresentadas em pesquisas exploram a tensão elétrica gerada pelo processo de colheita de energia como fonte de alimentação do sistema de controle que irá operar o piezelétrico atuador. Essa proposta torna possível a redução das vibrações

mecânicas que ocorrem em estruturas com a diminuição do gasto de energia externa necessária para realizar o controle (BELOUETTAR, et al., 2008; WANG e INMAN, 2012; WANG e INMAN, 2013).

É importante mencionar que as vibrações mecânicas que ocorrem em diversos sistemas não lineares conduzem a variados comportamentos. Dentre esses comportamentos, o caos é uma das inúmeras possibilidades (SAVI, 2006).

O comportamento caótico denota um tipo de resposta apresentada por sistemas dinâmicos determinísticos, de comportamento irregular ou aperiódico, com estrita dependência às condições iniciais. Nesse comportamento imprevisível, encontram-se infinitas órbitas periódicas instáveis (OPIs), que podem ser exploradas no controle do caos (DE PAULA, 2010; SAVI, 2006; VIANA, 2011).

O controle de caos é realizado a partir de pequenas perturbações no sistema, buscando-se estabilizar uma trajetória dentro da infinidade de órbitas periódicas instáveis presentes no comportamento caótico, com pequenos gastos de energia. A infinidade de OPIs que existem na resposta caótica, somada à sensibilidade às condições iniciais, confere ao sistema uma grande flexibilidade. Isso permite a aplicação do controle do caos em diversas situações em que ele possa ser útil. (DE PAULA, 2010; SAVI, 2006).

1.2 OBJETIVOS

Este trabalho investiga numericamente uma estrutura piezomagnetoelástica biestável que incorpora duas placas de materiais piezelétricos (PZT e MFC) representada por um modelo simplificado regido por equações diferenciais ordinárias. A proposta é avaliar o controle do caos nessa estrutura quando ela é submetida à excitação harmônica, com duas propostas distintas: reduzir as amplitudes de vibração e obter comportamentos mais adequados para colheita energia, onde grandes amplitudes de vibração são desejáveis. Nas duas situações, a energia obtida através da colheita é utilizada para alimentar o controlador. Na redução da vibração, a ideia é que toda a energia necessária para o controle do sistema seja obtida pela colheita de energia, obtendo um sistema autônomo do ponto de vista energético. Para o caso focado na colheita da energia, o controle é usado para obter uma resposta mais adequada para esta finalidade, com grandes amplitudes de resposta e periódica. Em ambas as situações, o controle de vibrações e colheita de energia mecânica

ocorre simultaneamente utilizando material piezelétrico. Além disso, deseja-se alternar o controle de vibração e colheita de energia, e vice-versa, de acordo com a necessidade.

1.3 METODOLOGIA

A análise numérica desenvolvida neste trabalho envolve duas etapas. Na primeira, o sistema é estudado sem a ação de controle. Nessa fase, realiza-se o mapeamento da bacia de atração com o propósito de se identificar as respostas do sistema, bem como as condições iniciais de cada comportamento encontrado. Nesse estágio, os espaços de fase, seções de Poincaré, diagrama de bifurcação e expoentes de Lyapunov são explorados. Ao final dessa primeira etapa, avalia-se a quantidade de energia colhida pelo sistema para cada tipo de resposta.

Em sequência, inicia-se a investigação com a atuação do controle. Essa fase é marcada pela identificação das Órbitas Periódicas Instáveis que estão inseridas no comportamento caótico e pela determinação dos parâmetros do controlador. Esses parâmetros são obtidos por meio da análise da evolução dos expoentes de Lyapunov de cada órbita identificada. Após esse estágio, inicia-se o controle propriamente dito, onde se busca verificar a capacidade de cada método de controle em estabilizar as órbitas de interesse. Além disso, essa etapa é marcada pela investigação da energia colhida e consumida pelo controlador. Por fim, avalia-se uma situação em que os métodos de controle são combinados, buscando-se alternar a colheita de energia e o controle do caos.

1.4 CONTRIBUIÇÃO

A literatura relacionada a materiais inteligentes apresenta várias aplicações com materiais piezelétricos. Alguns trabalhos exploram o efeito piezelétrico direto, realizando a colheita de energia mecânica e convertendo-a em energia elétrica. Outros fazem uso do efeito piezelétrico inverso, aplicando-o no controle das vibrações mecânicas. A ideia da utilização de controle e colheita de energia simultaneamente foi proposta por WANG e INMAN (2012), no entanto, os autores têm o foco na multifuncionalidade do material piezelétrico, explorando as funções de sensoriamento, colheita de energia e controle, visando redução das amplitudes de vibração.

No presente trabalho busca-se avaliar quantitativamente a viabilidade de se obter um sistema de controle autônomo energeticamente, explorando-se, simultaneamente, a colheita de energia e o controle do comportamento caótico. Essa combinação faz-se interessante tendo em vista a baixa demanda energética para controle de caos, além da flexibilidade que este tipo de resposta pode conferir ao sistema. Os resultados alcançados são bastante promissores, apontando não apenas um controlador autônomo (alimentado totalmente pela energia coletada), mas também uma energia elétrica disponível mesmo durante a atuação de controle. Os resultados são obtidos por meio da combinação de dois métodos de controle do caos, um semi-contínuo e outro contínuo (BARBOSA, et al.,2015). A flexibilidade do sistema é considerada frente à possibilidade de se alternar o controle do caos e a colheita de energia conforme necessidade.

1.5 ORGANIZAÇÃO

O trabalho está dividido em seis capítulos. Neste primeiro capítulo, uma introdução é apresentada, incluindo os objetivos do trabalho. No segundo capítulo, uma revisão bibliográfica sobre os materiais piezelétricos é descrita, apresentando-se nas seções seguintes desse capítulo o uso dos piezelétricos na colheita de energia e no controle das vibrações mecânicas. Ainda no capítulo dois, apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre o controle do caos. No terceiro capítulo o método de identificação das OPIs e os métodos de controle do caos utilizados neste trabalho são explicados. O capítulo 4 apresenta o sistema estudado, enquanto o capítulo cinco descreve os resultados obtidos nas simulações numéricas sem o controle e com a aplicação do controle. No sexto e sétimo capítulos as conclusões e as perspectivas de trabalhos futuros são apresentadas.

2. REVISÃO DA LITERATURA

O anúncio da descoberta do efeito piezelétrico foi realizado em 02 de agosto de 1880 pelos Irmãos Jacques e Pierre Curie à Academia de Ciência da França. Ao estudarem o efeito da piroeletricidade em vários cristais (turmalina, quartzo e sal rochelle) eles observaram que um campo elétrico era produzido quando uma deformação mecânica era aplicada sobre esses cristais. Não obstante, também verificaram que a aplicação de um campo elétrico sobre os mesmos cristais produzia uma deformação mecânica (KATZIR, 2003; SCHWARTZ, 2009).

Essas observações evidenciaram a existência do efeito piezelétrico em alguns materiais, o qual ocorre de duas formas. A primeira representa o efeito piezelétrico direto, onde o material é capaz de converter qualquer deformação mecânica em carga elétrica. Nesse efeito os materiais podem funcionar como transdutores aplicados no sensoriamento. A segunda forma é o efeito inverso, no qual o material ao receber o estímulo de um campo elétrico, converte energia elétrica em deformação mecânica. Nessa situação o material pode funcionar como um atuador. Esses efeitos demonstram o acoplamento eletromecânico existente nesses materiais. A Figura 2 exemplifica o efeito piezelétrico direto e inverso (YANG, 2005 – com adaptações).

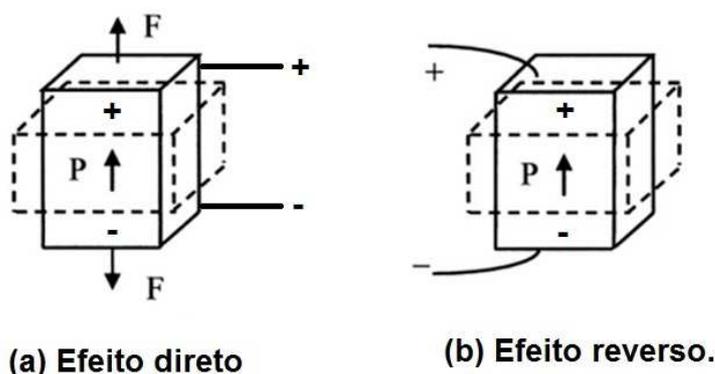


Figura 2 - Esquerda: efeito piezelétrico direto; Direita: efeito piezelétrico inverso. (YANG, 2005 – com adaptações).

Os materiais piezelétricos existentes no final do século XIX não despertaram grande interesse, pois apresentavam um fraco acoplamento eletromecânico. Isso era evidenciado pela baixa quantidade de energia elétrica gerada e pela pequena deformação

mecânica produzida. Além disso, naquela época não havia instrumentos com boa precisão para medir essa tensão ou deformação, assim o uso de tais materiais ficou limitado à construção de instrumentos de laboratório. O interesse por esses materiais aumentou após as primeiras aplicações nas duas grandes guerras mundiais. O sonar usado na Primeira Guerra Mundial, por exemplo, foi desenvolvido com a aplicação de piezelétricos (KATZIR, 2006).

Para tornar viável o uso da piezeletricidade, estudos foram realizados no sentido de melhorá-la, tendo em vista o fraco acoplamento eletromecânico que os primeiros materiais piezelétricos possuíam. Isso resultou na síntese de materiais que exibiam propriedades piezelétricas mais fortes. Assim, diversos materiais piezelétricos sintéticos com acoplamento eletromecânico mais forte foram desenvolvidos. Dentre eles destacam-se os materiais piezocerâmicos (por exemplo: “*lead zirconate titanate*” – PZT, desenvolvido entre 1950 e 1960), os polímeros piezelétricos e os filmes finos (por exemplo: “*polyvinylidene fluoride*” - PVDF) e os compósitos (por exemplo, o compósito denominado de “*macro fiber composite*”– MFC, desenvolvido pela “*NASA Langley Research Center*” em 1996) (SCHWARTZ, 2006; SCHWARTZ, 2009; PEREIRA, 2010).

Os cristais simples são utilizados, por exemplo, na construção de osciladores que operam com frequência constante e também em dispositivos acústicos de superfície. Pertencem a esse grupo os cristais de quartzo, niobato de lítio (LiNbO_3) e tantalato de lítio (LiTaO_3), sendo que o quartzo possui o menor acoplamento eletromecânico. Eles são anisotrópicos e possuem diferentes propriedades, conforme o corte aplicado sobre o cristal. (SCHWARTZ, 2009).

Os piezocerâmicos apresentam uma estrutura cristalina tipo Perovskita com simetria tetragonal romboédrica ou cúbica simples, variando conforme a temperatura. Abaixo da temperatura Curie, a estrutura Perovskita apresenta simetria tetragonal em que o centro de simetria das cargas elétricas positivas não coincide com o centro de simetria das cargas negativas, originando um dipolo elétrico. A presença desse dipolo faz com que a estrutura cristalina se deforme na presença de um campo elétrico e gere um deslocamento elétrico quando sujeita a uma deformação mecânica (PEREIRA, 2010). A Figura 3 apresenta a estrutura Perovskita das cerâmicas piezelétricas do tipo PZT, acima e abaixo da temperatura *Curie* (PEREIRA, 2010).

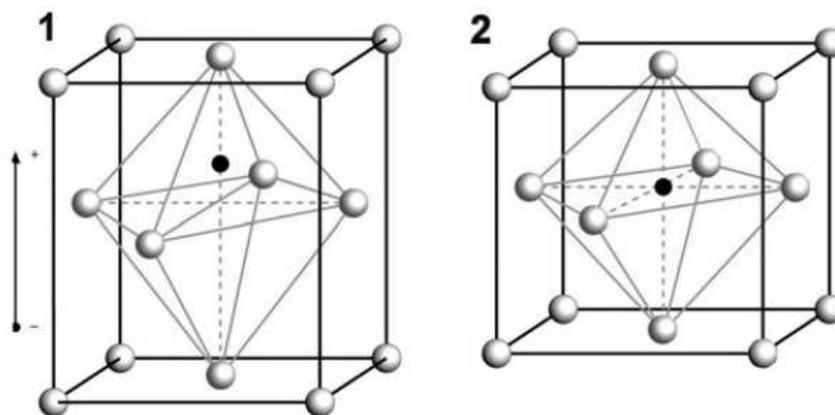


Figura 3 - Estrutura Perovskita das cerâmicas piezelétricas tipo PZT: 1) Abaixo da temperatura Curie. 2) Acima da temperatura Curie (PEREIRA, 2010).

As piezocerâmicas possuem natureza frágil em relação às tensões mecânicas aplicadas sobre elas. Além disso, são suscetíveis a trincas por fadiga quando submetidas a ciclos de carregamento em altas frequências (ANTON e SODANO, 2007).

O PVDF é um representante dos polímeros piezelétricos. Eles são utilizados na construção de microfones direcionais e hidrofones ultrassônicos. Sua flexibilidade quando comparada ao PZT é bem maior. Contudo o acoplamento eletromecânico é menor (PRYA e INMAN, 2009; SCHWARTZ, 2002).

Os filmes finos piezelétricos são formados pela deposição de materiais piezelétricos sobre uma variedade de substratos finos. Em geral, os materiais depositados são óxido de zinco (ZnO), nitrido de alumínio (AlN) ou PZT (PRYA e INMAN, 2009).

Os compósitos são constituídos por cerâmicas piezelétricas e polímeros. Eles são mais flexíveis e menos frágeis que os piezocerâmicos por causa da sua matriz polimérica. Possuem coeficientes de acoplamento maiores e baixa impedância acústica. Um representante comercial dos compósitos é o MFC. Ele é constituído por fibras finas de PZT, retangulares, alinhadas uniaxialmente e embutidas em uma matriz de polímero (kapton), cobertas por eletrodos interdigitados. O MFC produz uma quantidade menor de carga elétrica em relação às cerâmicas piezelétricas (SCHWARTZ, 2002; SODANO et al., 2004; ANTON e SODANO, 2007; MINAZARA et al., 2008; PRYA e SHASHANK, 2009).

A natureza piezométrica pertence a uma classe maior de materiais inteligentes (“*smart materials*”) chamados de ferroelétricos, cujas características são definidas por sua estrutura molecular, a qual apresenta separações locais de cargas semelhantes a dipolos elétricos. Esses dipolos, naturalmente, orientam-se aleatoriamente no material. A Figura 4 ilustra os dipolos elétricos devido à estrutura dos materiais ferroelétricos.

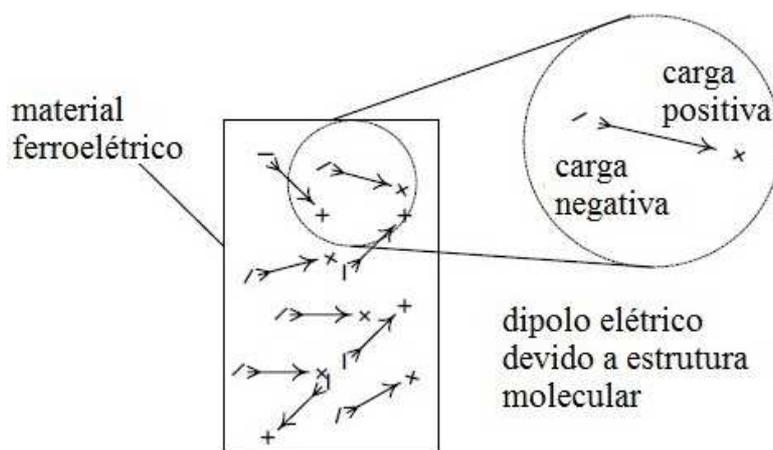


Figura 4 - Dipolos elétricos que levam ao acoplamento eletromecânico dos materiais piezométricos (Leo, 2007 – com adaptações).

O processo de produção de uma cerâmica piezométrica envolve o aquecimento do material a temperaturas entre 1200 a 1500 °C. Após o aquecimento, técnicas convencionais de moldagem são aplicadas. Em geral, após o processamento, o material não apresenta propriedades piezométricas fortes, pois os dipolos elétricos no material possuem orientações aleatórias, portanto o efeito piezométrico resultante desses dipolos é muito pequeno.

Para que o material apresente acoplamento eletromecânico forte, é necessário que os dipolos elétricos do material estejam alinhados. O alinhamento desses dipolos é efetuado pelo processo denominado “*poling*”. Esse processo requer que o material piezométrico seja aquecido acima da sua temperatura *Curie* (temperatura crítica na qual a estrutura cristalina do material sofre a transição de fase da simetria tetragonal para a cúbica (PEREIRA, 2010)). Em seguida, o material é colocado dentro de um forte campo elétrico, da ordem 1 kV/mm.

A combinação entre o aquecimento e o campo elétrico produz o movimento dos dipolos elétricos, permitindo que eles se movam livremente orientando-os no sentido e direção do campo. Com a rápida redução da temperatura e com a retirada do campo elétrico, o material mantém os seus dipolos elétricos orientados. Essa direção é conhecida

como direção de polarização do material. A Figura 5 representa esse processo de polarização.

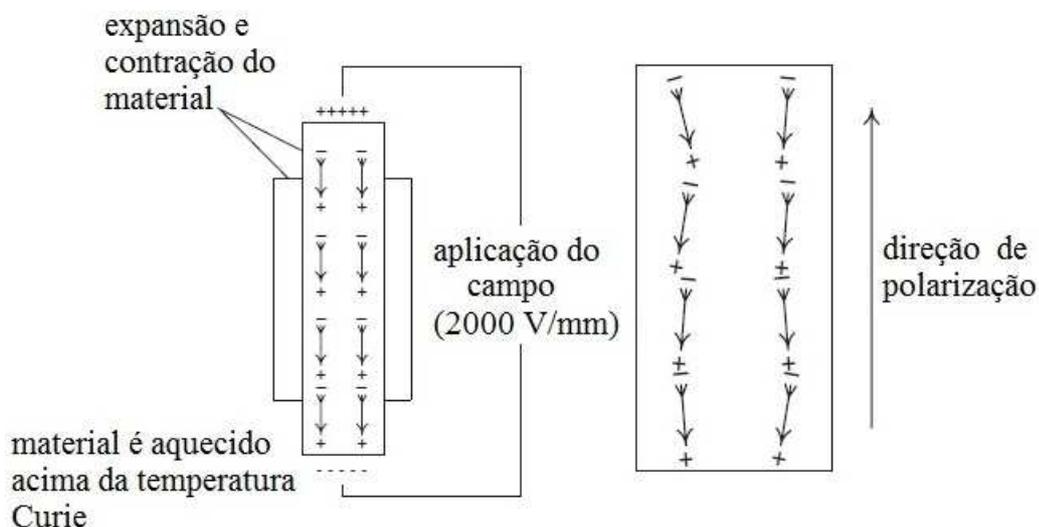


Figura 5 - Processo de polarização associado aos materiais piezelétricos. (LEO, 2007 - com adaptações).

A orientação dos dipolos origina o aumento do efeito piezelétrico no material. Assim, se um campo elétrico for aplicado, o material irá se deformar. Por outro lado, a aplicação de uma deformação provocará um deslocamento elétrico em todos os dipolos, resultando em uma carga elétrica de saída total no material, o que evidencia a formação de um campo elétrico e a formação de uma diferença de potencial.

O surgimento das técnicas que possibilitaram o fortalecimento do acoplamento eletromecânico e o desenvolvimento dessa nova variedade de materiais piezelétricos favoreceu o surgimento de aplicações práticas desses materiais desde 1940. Em 1949, a United States Patent Office dos EUA registrou a patente 2.478.223 (ARGABRITE, 1949) que descrevia um transdutor constituído por cristais piezelétricos que convertia variações mecânicas oscilatórias em tensão elétrica. Em 1967, a patente 3.456.134 (HO, 1969) descrevia um conversor piezelétrico para implantes eletrônicos no corpo humano capaz de gerar eletricidade a partir do movimento de uma viga construída com um cristal de PZT 5H. Essas patentes são alguns exemplos da aplicação do efeito piezelétrico direto.

No mesmo período, a United States Patent Office também registrou invenções que exploravam o efeito piezelétrico inverso aplicando-o no controle de vibrações. Em 1944, a patente 2.443.471 (MASON, 1944) apresentava um mecanismo constituído por associação

de placas de cristais piezelétricos dispostas em lados opostos de um elemento mecânico vibratório. A invenção tinha como objetivo amortecer os modos de vibração indesejados por meio da polarização piezelétrica. Em 1984, a patente 4.453.141 (ROSATI, 1984) propunha um método de controle ativo para suprimir ou cancelar os efeitos indesejados da vibração dos cristais de quartzo por meio da aplicação de um sinal elétrico sobre esse cristal. Uma outra patente (US 4.565.940), registrada em 1986 (JR, 1986), apresentava um mecanismo que usava um filme piezelétrico que atuava no controle ativo das vibrações quando uma tensão adequada era aplicada sobre ele.

Os exemplos acima são poucos quando comparados com o número de patentes que surgiram durante a segunda metade do século XX. Esse fato demonstra o crescente interesse dos pesquisadores na aplicação dos materiais piezelétricos como conversores de energia mecânica em energia elétrica ou no controle de vibrações.

No primeiro caso, a busca por fontes de energia renovável e limpa nas duas últimas décadas do século passado e o avanço de tecnologias, tais como a MEMS, que exigia sistemas autoalimentados ou baterias com elevada vida útil, contribuiu para o aumento do número de pesquisas que exploravam o efeito piezelétrico direto na colheita de energia (POIZOT E DOLHEM 2011; LIU et al., 2008; GKOUHAS et al., 2012; ANTON E SODANO, 2007; GALHARDI et al., 2008; HARB, 2011).

No segundo caso, a existência do acoplamento eletromecânico, que permite combinar ações de sensoriamento e controle, somadas a facilidade de integrar os piezelétricos em vários tipos de estrutura, incentivaram o avanço das pesquisas que usavam esses materiais no controle de vibrações (LEO, 2007; BELOUETTAR et al. 2008).

Recentemente, WANG E INMAN (2012) apresentaram um trabalho que explora os efeitos piezelétrico direto e inverso simultaneamente para o controle de vibrações. Os autores usaram a energia obtida pelo material piezelétrico para alimentar um sistema de controle de vibrações mecânicas, sendo as atuações do controlador também realizadas por materiais piezelétricos.

Ao mencionar o controle de vibrações mecânicas, é interessante ressaltar que as mesmas ocorrem em diversos sistemas dinâmicos não lineares e não lineares. Nos casos não lineares existe uma variedade de respostas possíveis, dentre elas, o comportamento caótico. Neste tipo de comportamento estão imersos um número infinito de órbitas

periódicas instáveis (OPIs). O controle do caos explora a riqueza dessas trajetórias intrínsecas imersas no caos e pode ser obtido a partir do uso de pequenas perturbações na estabilização dessas OPIs, com baixo gasto de energia. Tais perturbações são aplicadas por meio de métodos de controle do caos que possuem propriedades características que os diferenciam dos métodos de controle convencionais (SAVI, 2006).

As próximas seções deste capítulo, apresentam uma revisão não exaustiva da literatura sobre as aplicações dos materiais piezelétricos como colhedores de energia vibracional (*Power Harvesting/Energy Harvesting*) e no controle de vibrações mecânicas.

2.1 EFEITO PIEZELÉTRICO DIRETO NA COLHEITA DE ENERGIA MECÂNICA – “POWER HARVESTING OU ENERGY HARVESTING”

Diversos dispositivos para geração de energia com elementos piezelétricos incorporados são modelados como um oscilador de 1 grau de liberdade que opera em ressonância (FERRARI et al., 2009; TRIPLETT E QUINN, 2009; COTTONE et al., 2012, MINAZARA et al., 2008; YE et al., 2009). Tradicionalmente, são vigas com elementos piezelétricos que possuem uma extremidade livre e a outra extremidade fixada à fonte de vibração, sendo o deslocamento da extremidade livre a variável descrita pelos modelos matemáticos. Essas vigas são capazes de coletar vibrações mecânicas, de baixa frequência, livres no ambiente (fontes de energia mecânica) e convertê-las primariamente, mas não exclusivamente, em energia elétrica. Abaixo são listados alguns trabalhos que exploram essa aplicação, iniciando pelos que abordam vigas como estruturas estudadas.

SODANO et al. (2004) apresentaram uma viga piezelétrica da “*Midè Technology*”, QP 40N, que consiste em um atuador bimorfo piezelétrico constituído por quatro camadas de PZT fixados em uma viga de kapton e epóxi. As correntes elétricas obtidas nesse estudo variavam entre 0.032 mA a 0.104 mA.

Em outro trabalho, RICART et al. (2010) testaram uma viga simples, presa em uma extremidade e livre na outra. Ela era constituída de Nitreto de Alumínio – piezelétrico AlN, depositados em um substrato de silício. Para frequência de ressonância de 143 Hz e amplitude de aceleração de 0.3g, a tensão gerada chegou a 6.0 V.

Semelhante aos trabalhos de SODANO et al. (2004) e RICART et al. (2010), KANNO et al. (2010) construíram um dispositivo de colheita de energia com um fino filme de PZT, unimorfo, depositado em uma viga flexível de titânio com dimensões de 20 mm x 3 mm x 100 μ m. A tensão medida para uma resistência de carga de 1,0 M Ω atingiu o valor de 95 mV quando a amplitude de aceleração era de 5,0 m/s². Ao variar a aceleração da fonte de vibração para 50 m/s² eles obtiveram tensões próximas de 1.1 V e 17 μ W de potência.

ANDOSCA et al. (2012) testaram três tipos de dispositivos para colheita de energia construídos com PZT, formados por vigas de mesma largura (7,8 mm), e comprimentos úteis de 6.0 mm, 5.0 mm e 4.0 mm, envoltos por uma caixa de proteção que permitia a viga oscilar livremente por milímetros. Com esse modelo, eles conseguiram operar um sensor de temperatura sem fio com a tensão alternada de 2.3 V.

O trabalho de SAGGINI et al. (2010) apresenta um dispositivo coletor de energia constituído por uma viga piezelétrica da “*Midè technology*” (V20W) com uma massa de 3 g na extremidade para alcançar uma frequência de 163 Hz. Além disso, eles acoplaram esse dispositivo a um conversor DC – DC bidirecional que emulava a impedância de uma carga resistiva – indutiva (RL) adaptável. Como a impedância do material piezelétrico é altamente capacitiva, o uso de uma carga reativa (indutor) aumentava a geração de energia no gerador piezelétrico, especialmente para diferentes frequências de excitação das frequências de ressonância e fora da ressonância. Ao alterar, devidamente, os parâmetros resistivos e reativos, eles perceberam que ocorria o aumento da potência máxima colhida em qualquer frequência de excitação, independente da frequência de ressonância do gerador piezelétrico.

Considerando uma estrutura diferente de viga, ERTURK (2011) propôs o uso de um dispositivo de colheita de energia em forma de adesivo, constituído por uma placa quadrada do PZT – 5H, com dimensões de 30 mm x 30 mm x 0,2 mm e capacitância de 43 nF. Com a variação do forçamento, usando uma resistência de carga de 369.7 k Ω e frequência igual a 10 Hz, a potência obtida variou de 0.745 mW a 15.2 μ W. A potência de pico obtida foi de 0.951 mW para uma frequência de 25 Hz.

A seguir são listados alguns autores que realizaram trabalhos mais aplicados, explorando estruturas diferentes de vigas.

Em uma aplicação interessante, GKOUHAS et al. (2012) avaliaram um dispositivo de média escala que coletava as vibrações induzidas pelo vento em um outdoor de propagandas fabricado com PVC. O outdoor tinha 25 m² de área e incorporava o piezocerâmico PZT. As deformações produzidas pelo vento eram convertidas em energia elétrica pelo material piezoeletrico, sendo essa energia utilizada em sua iluminação. No processo, eles alcançaram a faixa de 0.1 a 0.2 kWh em 90 dias de armazenamento.

Em seus estudos, MINAZARA et al. (2008) apresentaram um gerador piezoeletrico capaz de fornecer energia elétrica para lâmpadas de led, *displays* ou sensores, convertendo a energia mecânica em energia elétrica a bordo de bicicletas. No guidão foi instalado um dispositivo de colheita de energia construído com piezoeletrico MFC. A potência máxima gerada por esse dispositivo foi de 3.5 mW para uma resistência de carga de 100 kΩ. Essa potência foi suficiente para alimentar uma lâmpada de led.

Diferente dos trabalhos apresentados acima, os estudos descritos a seguir foram focados em aproveitar a energia de vibração provocada pela caminhada humana.

SHENCK e PARADISO (2001) desenvolveram coletores de energia de PZT e de PVDF em forma de palmilhas, instalados em calçados. Eles exploraram a energia mecânica desperdiçada entre o calcanhar e as palmilhas dos tênis durante as caminhadas. A potência elétrica medida para a palmilha com PVDF foi de 1.3 mW para uma carga resistiva de 250 kΩ e ritmo da caminhada na frequência 0.9 Hz. Para o dispositivo de PZT a potência gerada foi de 8.4 mW, para o mesmo ritmo de caminhada e carga de 500 kΩ. As eficiências avaliadas para o gerador de PVDF e para o gerador de PZT foram de 5% e 20% respectivamente.

ROCHA et al. (2010) também experimentaram um dispositivo instalado no interior da sola de um sapato. O aparato era formado por uma fina camada do filme piezoeletrico PVDF de 28 μm entre dois eletrodos condutores de prata e alumínio. Ele utilizou um circuito retificador para carregar uma bateria. Os resultados demonstraram que a energia gerada pela folha de PVDF dentro dos sapatos variou de dezenas a centenas de miliwatts durante uma simples caminhada.

HOWELLS (2009) também propôs o uso de um coletor de energia instalado na sola de um sapato. O objetivo era gerar 0.5 W com uma frequência de caminhada de 1,0 Hz. Esse gerador foi construído com pilhas de PZT – 5A bimorfo, acoplado a um circuito

eletrônico capaz de extrair, retificar, regular e armazenar a energia em um capacitor. A tensão elétrica obtida foi de 12 V contínuos. Em média, esse dispositivo produziu cerca de 90 mW.

Com o objetivo de aumentar a eficiência dos dispositivos piezelétricos empregados na colheita de energia, alguns autores focaram suas pesquisas na associação de circuitos elétricos aos dispositivos de colheita.

AMMAR e BASROUR (2006) sugeriram o uso de técnicas não lineares, tais como a SSHI (“*Synchronized Switch Harvesting on Inductor*”) e SSHC (“*Synchronized Switch Harvesting on Capacitor*”) para aumentar a geração de energia do dispositivo coletor piezelétrico, com a amplificação da voltagem gerada. O gerador tinha dimensões iguais a 35 mm x 12.5 mm x 0.45 mm com uma massa de 2.5 g fixada na extremidade livre. A outra extremidade foi conectada a um *shaker*, que gerava excitações sinusoidais de 85 Hz com amplitude de aceleração igual a 1.0 m/s². Para a aplicação dos métodos SSHI um indutor de 22 mH foi usado. No caso da técnica SSHC, usou-se o mesmo circuito, porém no lugar do indutor, um capacitor de 1.0 μF

Em outro trabalho, DO et al. (2011) também testaram um gerador piezelétrico associado a um retificador de onda completa, associado e acoplado a um circuito que operava com a técnica SSHI simplificada. Esse método promoveu uma redução significativa nas perdas de energia e permitiu o aumento da eficiência do dispositivo. Com esse retificador, a eficiência atingiu valores superiores a 4.5 vezes a eficiência alcançada com o uso de retificadores de onda completa tradicionais.

Empregando o método dos elementos finitos, ZHU et al. (2009) avaliaram a potência elétrica de saída de um dispositivo “*Power Harvesting*” piezelétrico conectado a um circuito composto por uma carga resistiva. Eles verificaram que a corrente elétrica, tensão elétrica e potência elétrica dissipada são influenciadas pela carga resistiva inserida ao circuito elétrico acoplado ao dispositivo coletor de energia. A tensão elétrica aumentava conforme os valores da resistência elétrica eram elevados. Eles também observaram que as cargas resistivas influenciam no amortecimento das oscilações do dispositivo.

Para extrair o máximo de energia possível do material piezelétrico e reduzir as perdas de energia do sistema, KWON e RICON-MORA (2009) propuseram a conexão de um pequeno condicionador de comutação magnética e de um indutor diretamente ao

dispositivo piezelétrico. Esses conversores operavam em ciclos alternados, transferindo a energia do capacitor piezelétrico para uma fonte de armazenamento (uma bateria), energizando e desenergizando, em fases alternadas, o indutor conectado ao coletor. As simulações indicaram uma produção de 45, 10.4 e 1.5 η J para voltagens de pico de 3.0, 1.5, 1.0 e 0.75 V e eficiências de 71, 69, 58 e 40%.

2.2 O EFEITO PIEZELÉTRICO INVERSO NO CONTROLE DE VIBRAÇÕES

A utilização de materiais piezelétricos na supressão de vibrações em estruturas flexíveis tem ganhado considerável atenção nos últimos anos tendo em vista as características de leveza, baixo custo, pequeno volume, eficiência na conversão de energia elétrica em energia mecânica (vice-versa), baixo desgaste, baixo consumo de energia e excelente tempo de resposta quando usados como atuadores, oferecendo capacidades de detecção e atuação que podem ser exploradas no controle ativo e passivo de vibrações, além da fácil integração em vários tipos de estruturas (SONG et al., 2006, QIU et al., 2009, SUI et al., 2012).

Segundo KUMAR et al. (2014) o controle ativo de vibrações é obtido pela aplicação de uma força oposta à força original que age sobre a estrutura, atuando com a mesma amplitude, porém com diferença de fase, obedecendo um sinal de controle. Conforme ZIPPO et al. (2015) o controle ativo de vibrações envolve um conjunto de sensores, um conjunto de atuadores e um algoritmo de controle. Os sensores têm o papel de medir as respostas do sistema, oferecendo ao sistema características de *feedback*, (exploração do efeito piezelétrico direto) enquanto os atuadores fornecem a ação necessária para modificar a resposta do sistema (exploração do efeito piezelétrico inverso). A seguir serão listados alguns trabalhos que exploraram o efeito piezelétrico inverso no controle de vibrações, iniciando pelos que abordam vigas como estruturas estudadas.

Com o objetivo de suprimir vibrações de pequenas e grandes amplitudes em vigas, BELOUETTAR et al. (2008) analisaram numericamente o controle ativo de vibrações em uma viga retangular, que incorporava duas camadas de materiais piezelétricos, conectadas via controle direto e proporcional e pela lei de controle de *feedback* de velocidade. A camada superior operava como sensor e a inferior como atuador. Eles analisaram a influencia dos parâmetros do feedback sobre as vibrações lineares e não lineares dessa

viga, concluindo que o controle ativo pode ser realizado com a simples variação desses parâmetros.

Semelhante aos trabalhos de BELOUETTAR et al (2008), ZHANG et al. (2009) simularam numericamente o controle ativo das vibrações mecânicas em uma viga engastada de $0.504 \times 0.0254 \times 0.0008$ (m), constituída por duas camadas de materiais piezelétricos de $0.0254 \times 0.0254 \times 0.0002$ (m), colocados em ambos os lados da estrutura, distantes de 0,132 m da extremidade fixa. O sistema combinava o sensoriamento e atuação. Dois métodos de controle ativo foram utilizados: o “*Linear Quadratic Gauss (LQG)*” e o “*robust H_{∞}* ”. As simulações demonstraram que os dois métodos de controle eram eficientes na supressão das vibrações. Contudo, o método “*robust H_{∞}* ” é mais robusto à variação dos parâmetros modais, apresentando melhor desempenho dinâmico.

Também em outra investigação numérica, KUMAR et al. (2014) focaram o controle de vibrações em uma viga piezelétrica inteligente modelada pelo método dos elementos finitos, considerando três elementos. Essa viga era constituída por um par de adesivos de PZT que operavam nas funções de sensor e atuador. O método de controle aplicado era o “*Proportional Integral Derivative (PID)*”. Conforme os resultados obtidos, eles verificaram que a aplicação de um sinal de controle adequado favorecia o controle das vibrações. Além disso, observaram que os melhores resultados eram obtidos com a fixação dos elementos piezelétricos nas proximidades da extremidade fixa da viga.

VASQUES e RODRIGUES (2006) também estudaram por meio de simulações numéricas o controle ativo de vibrações em uma viga engastada de alumínio de dimensões iguais a $400 \times 15 \times 2$ (mm) com um par de adesivos piezelétricos de PZT da “*Philips Components*” (PLT 30/15/1-PX5-N) de $30 \times 15 \times 1$ (mm) colocados na superfície dela, em lados opostos, operando respectivamente como sensor e atuador. Eles compararam duas estratégias de controle clássico com duas estratégias de controle otimizado. Para o controle clássico eles testaram a lei de controle de amplitude constante com realimentação de velocidade (CAVF) e a de ganho constante com realimentação de velocidade (CGVF). Para o controle otimizado eles avaliaram a técnica “*linear quadratic regulator*” (LQR) e a “*linear quadratic Gaussian*” (LQG). O *feedback* era obtido com a tensão gerada pelo piezelétrico que operava como sensor. Com o uso das leis de controle, uma tensão elétrica era aplicada sobre o piezelétrico atuador para obter-se o controle das vibrações. Todas as estratégias avaliadas demonstraram-se capazes de reduzir as vibrações, embora cada uma

delas apresentasse vantagens e desvantagens em relação às outras quando em situações específicas.

Ainda explorando o controle de vibrações em vigas, GAUDENZI et al. (2000) investigou numérica e experimentalmente uma viga engastada de alumínio que oscilava por excitação eletromagnética, construída com dois adesivos piezelétricos de PZT que operavam como atuador e sensor, fixados simetricamente em cada lado da viga, próximos a extremidade engastada. Na investigação, foi considerado o modelo de Euler Bernoulli (EB) para a análise de elementos finitos de toda a estrutura. O sistema de controle com *feedback* usado era o de entrada e saída simples - “*single-input single-output*”. O sinal de *feedback* era gerado pela camada piezelétrica usada como sensor. Após esse sinal ser condicionado por um circuito elétrico, ele era amplificado e enviado para o piezelétrico atuador. Dessa forma, o controle das vibrações podia ser realizado pelo controle da posição ou pelo controle da velocidade. Os resultados demonstraram que o método de controle da posição era mais eficiente na supressão das vibrações em comparação ao método que usava o controle da velocidade.

Outro estudo numérico e experimental é apresentado por DAFANG et al. (2014). Eles avaliaram o controle ativo de vibrações em uma viga engastada feita com epoxy e fibra de vidro, com dimensões de 800 milímetros de comprimento e 2,1 milímetros de espessura. Nessa viga foram fixados, em três pontos diferentes, adesivos piezelétricos que operariam com sensor e atuador. O controle dos três primeiros modos foi realizado pelo método do controle modal independente. Quando esse controle era aplicado, o amortecimento era melhorado e a velocidade de atenuação de cada modo era acelerada. Por consequência, a vibração da estrutura era suprimida rapidamente.

A seguir são listados alguns autores que realizaram trabalhos que exploraram o efeito piezelétrico no controle de vibrações em outros tipos de estruturas.

Em seu trabalho, SUI et al. (2012) simularam o controle ativo das vibrações mecânicas em um motor automotivo, utilizando uma base atuadora construída com o piezelétrico PZT que produzia vibrações com fases opostas à vibração da estrutura do motor. As simulações demonstraram que o sistema era capaz de reduzir cerca de 80% da vibração da estrutura, tanto para frequências mais baixas quanto para frequências mais elevadas.

Ao aplicar o efeito piezolétrico inverso em uma máquina de esmerilhamento sem centro, ALBIZURIA et al. (2007) simularam o controle ativo de vibrações realizados por atuadores piezolétricos (PZT PI-247-30) que foram posicionados na corrediça superior e inferior da máquina. Eles utilizaram a estratégia de *feedback* na aceleração. Os resultados demonstraram que o dispositivo de controle piezolétrico montado produzia modificações nas características dinâmicas do sistema, aumentando a faixa operacional estável, reduzindo as vibrações do rebolo da máquina.

O estudo numérico apresentado por SHARMA et al. (2015) focava o controle ativo das vibrações em uma grande antena espacial refletora, piezolaminada, com formato parabólico, sujeita a variação de temperatura. O piezolétrico escolhido para operar como sensor e como atuador foi o PZT – 5H. A camada piezolétrica superior se comportava como um sensor que detectava a perturbação da estrutura, enquanto a camada inferior se comportava como um atuador efetuando o controle. O controlador não-linear utilizado foi o controle lógico *fuzzy*, projetado como um sistema “*single input–single output*” (SISO). Eles verificaram que o controle era efetivo na supressão das vibrações, observando ainda que o desempenho dos piezolétricos que operavam como sensor e como atuador variava conforme a temperatura.

ZIPPO, et al (2015) testaram o controle ativo de vibrações mecânicas em uma placa sanduíche retangular, de 460 mm x 900 mm, feita de compósito de carbono e epoxy, utilizando adesivos piezolétricos de MFC, o M8507 – P1 que operava como sensor, e o M8557 – P1 que funcionava como atuador. O algoritmo de controle baseava-se no *feedback* positivo da posição. Os resultados obtidos demonstraram que o sistema de controle era robusto, sendo eficaz no controle das vibrações mecânicas.

Diferentemente dos trabalhos descritos anteriormente, WANG E INMAN (2012; 2013) estudaram numérica e experimentalmente o controle ativo de vibrações mecânicas produzidas por rajadas de vento que atingiam pequenos veículos aéreos não tripulados. Eles exploraram simultaneamente o efeito piezolétrico direto e inverso ao construírem uma longarina da asa com a incorporação de materiais piezolétricos. Eles usaram um piezocerâmico de PZT para a colheita de energia e o compósito MFC como atuador. Essencialmente, a energia colhida foi usada para alimentar o sistema de controle responsável por suprimir as vibrações. Dessa forma, eles conseguiram controlar as vibrações com menores gastos de energia.

2.3 CONTROLE DO CAOS

Atualmente, mais e mais fenômenos caóticos são encontrados nas engenharias. O comportamento caótico consiste em uma das possibilidades de resposta de sistemas dinâmicos não lineares que apresentam algumas características próprias, tais como excessiva sensibilidade às condições iniciais e a pequenas perturbações, propriedades fractais do movimento no espaço de fase e a presença de um conjunto denso de órbitas periódicas instáveis (LAZZOUNI et al., 2007; DE PAULA, 2010). Devido as promissoras aplicações em diversas áreas de conhecimento, tais como a química, física, biologia, informática, comunicações, etc, a aplicação do controle do caos surgiu como um novo e atraente campo de pesquisa.

Diante dessa possibilidade, o controle do caos consiste no uso de pequenas perturbações para estabilizar as órbitas periódicas instáveis que estão presentes no atrator caótico. O controlador é projetado para estabilizar uma órbita periódica instável de período qualquer, permitindo que o sistema possa transitar dentre as diversas órbitas que estão embutidas no atrator, conforme a necessidade do usuário. Esse fato torna o processo útil em muitas aplicações que exigem sistemas flexíveis. Além disso, é possível projetar o controlador com base nas propriedades geométricas do atrator, sendo possível estimar os parâmetros do controlador a partir de séries temporais caóticas provenientes de sistemas físicos reais, não sendo necessário o conhecimento das equações que governam o sistema. Nesse estudo, ferramentas de análise não lineares, tais como seções de Poincaré, expoentes de Lyapunov e reconstrução dos espaços de fase, são utilizadas.

Os métodos de controle do caos podem ser divididos em contínuos e discretos. Os métodos contínuos baseiam-se na aplicação de perturbações contínuas no tempo para se alcançar a estabilização das órbitas desejadas. Por outro lado, os métodos discretos procuram estabilizar o sistema por meio da aplicação de perturbações em um parâmetro acessível do sistema, sendo estas não contínuas no tempo. O presente trabalho explora, dentre os métodos de controle discretos, o método de controle semi-contínuo (“control method *semicontinuous*”- SCC), uma adaptação do método OGY. Dentre os métodos contínuos, o método de realimentação com estados defasados estendidos (“*Extended Time-Delay Feedback*” - ETDF) é abordado. Os dois métodos são consagrados na literatura.

A seguir, serão descritos alguns trabalhos que investigaram o controle do caos, aplicando um dos métodos de controle citados anteriormente.

Em 1990, Ott-Grebogi-Yorke publicaram o primeiro trabalho que explorava a ideia de controle do caos (OTT et al., 1990). Nesse trabalho, os autores propuseram a estabilização das OPI's desejadas por meio de pequenas perturbações em um parâmetro acessível do sistema. Eles utilizaram um método que operava as interações de um mapa caótico na vizinhança de um ponto fixo com uma direção instável e outra direção estável. Pela análise dos autovalores e autovetores da matriz jacobiana (obtida por meio da linearização na vizinhança do ponto) e por meio de pequenas perturbações em um parâmetro acessível do sistema quando a trajetória está na vizinhança de um ponto fixo, as interações eram forçadas a evoluir sobre a direção estável daquele ponto. Esse método discreto ficou conhecido como OGY em homenagem aos três autores.

No mesmo ano, DITTO et al. (1990) apresentaram a primeira implementação experimental do Método OGY no controle de uma viga magnetoelástica que exibia variações reversíveis no módulo de Young quando pequenas e suaves variações dos campos magnéticos eram aplicados sobre ela (parâmetro de controle). Nesse estudo, os autores conseguiram controlar órbitas periódicas instáveis de período 1 e 2 presentes no comportamento caótico desse sistema. Ainda, eles verificaram que o método não necessitava de um modelo dinâmico para ser aplicado, além de não exigir muitos cálculos em cada interação. Também concluíram que pequenas variações no parâmetro de controle permitiam alcançar a estabilização das órbitas desejadas, sendo que diferentes órbitas periódicas poderiam ser estabilizadas na mesma faixa de variação desse parâmetro. Além disso, perceberam que o método não se restringia a sistemas mecânicos impulsionados periodicamente, mas que se estendia a qualquer sistema cuja dinâmica pudesse ser caracterizada por um mapa não-linear.

Semelhante ao trabalho de DITTO et al. (1990), SPANO et al. (1991) também exploraram o método OGY no controle do caos em uma viga magnetoelástica, aplicando-o na estabilização de órbitas periódicas instáveis de período 1, 2 e 4. Os autores chegaram às mesmas conclusões apresentadas por DITTO et al. (1990). Ainda, eles avaliaram a robustez do método na presença de ruído.

STARRET E TAGG (1995) aplicaram experimentalmente uma modificação do método OGY no controle do comportamento caótico de um pêndulo simples, utilizando pequenas mudanças no amortecimento conforme as leis de controle adotadas. No experimento, eles conseguiram estabilizar órbitas periódicas instáveis de período 1, 2 e 4, simplificando a utilização do mecanismo atuador.

ROMEIRAS et al. (1992) estenderam o método OGY aplicando-o como um método de alocação de pólos. Foi observado que essa aplicação conferia maior flexibilidade na escolha da matriz de ganho, generalizando o método para elevadas dimensões. Estendendo o trabalho de Romeiras na aplicação do método OGY, SO e OTT (1995) reconstruíram o espaço de fase usando o método de coordenadas defasadas.

Explorando o controle de sistemas de elevadas dimensões, GLUCKMAN et al. (1997) propuseram um método de controle do caos adaptativo aplicado em sistemas dinâmicos não estacionários, baseado no método OGY. Eles demonstraram a eficácia da técnica por meio de aplicações computacionais do método em três sistemas: um mapa de Henon, um modelo de reação química e um oscilador duffing. Ainda, utilizaram a técnica experimentalmente para controlar o comportamento caótico de uma viga magnetoelástica.

NITSCH E DRESSLER (1992) propuseram duas modificações na fórmula de controle do método OGY, aplicando-as em simulações de um oscilador duffing. Nesse trabalho, eles reconstruíram o atrator pelo método das coordenadas defasadas. Além disso, foi observado que a superfície experimental do mapa da seção de Poincaré não dependia apenas das perturbações atuais do parâmetro de controle, mas também das perturbações anteriores.

LAI E GREBOGI (1993) desenvolveram um sistema para restaurar o movimento caótico em uma sela caótica usando a ideia do método OGY. Ao considerarem o problema de sincronização de dois sistemas caóticos praticamente idênticos, eles desenvolveram um sistema para converter o caos transiente em caos permanente pela aplicação de pequenas perturbações em um parâmetro acessível do sistema. Foi observado que a estabilização ocorria na trajetória de uma órbita de referência ao invés de ser estabilizada em uma órbita periódica instável.

BAYLY E VIRGIN (1994), ao avaliarem a aplicabilidade do método OGY, estudaram quais condições poderiam influenciar o resultado dessa aplicação. Após as investigações, os autores verificaram que os erros de estimação de parâmetros, a contaminação do sistema por ruídos, a alta instabilidade, o tempo necessário para que a trajetória visitasse a órbita a ser controlada e as fortes não-linearidades poderiam ser de extrema importância na efetividade do controle.

Em razão das dificuldades apresentadas pelo método OGY na estabilização de sistemas de alta instabilidade e na estabilização de órbitas periódicas instáveis de elevada periodicidade, HUBINGER et al. (1994) propuseram um método de controle capaz de superar tais limitações. Diferentemente do método OGY, os autores sugeriram a aplicação

de um ajuste semi-contínuo do parâmetro de controle, não havendo a necessidade de esperar que o sistema retornasse à seção de Poincaré para a aplicação de uma nova perturbação no sistema. Esse método utilizava a inserção de seções de Poincaré em fases intermediárias (semelhantes a estações de controle), igualmente distribuídas entre duas seções de Poincaré, o que permitia um maior número de intervenções sobre o sistema. Esse método também ficou conhecido como método de controle local.

Estendendo o trabalho de HUBINGER et al. (1994), KORTE et al. (1995) aplicaram a mesma concepção de ajuste semi-contínuo do parâmetro de controle em um pêndulo. No entanto, eles introduziram o uso de coordenadas defasadas na reconstrução do espaço de fase. O método foi chamado de “*semicontinuous control method (SCC)*” – método de controle semi-contínuo.

CHRISTINI et al. (1996) aplicaram experimentalmente o método semi-contínuo (SCC) na estabilização de um pêndulo duplo (um sistema caótico de elevada dimensão) fazendo uso de coordenadas defasadas no tempo. O experimento explorou a capacidade do método em aplicar várias perturbações de controle por período, o que garante a elevação da eficiência do método.

Também na tentativa de estabilizar sistemas de elevada instabilidade, RITZ et al. (1997) aplicaram o método semi-contínuo (SCC) em uma viga magnetoelástica de bronze. Nessa aplicação, eles incluíram uma variação da técnica de alocação de pólos. Também aprimoraram a distribuição das seções de Poincaré intermediárias de controle, equalizando as taxas de expansão do fluxo de uma seção para a outra.

PEREIRA-PINTO et al. (2004) simularam numericamente a atuação do método semi-contínuo (SCC) no controle do comportamento caótico de um pêndulo não-linear, incluindo o método de coordenadas defasadas na reconstrução do espaço de fase. Durante as simulações, eles verificaram que a presença do ruído tornava o processo de controle mais complexo e relacionaram o aumento das estações de controle ao aumento da robustez do procedimento. Além disso, concluíram que o número máximo de estações de controle era definido pelo tempo de resposta do procedimento.

Outro método consagrado pela literatura de controle do caos é o método proposto por PYRAGAS (1992), conhecido como método de controle por realimentação com estados defasados (TDF). Trata-se do primeiro método de controle contínuo, sendo precursor do método ETDF.

Diferentemente do método OGY, o TDF atua continuamente sobre o sistema de forma ininterrupta, favorecendo o controle de sistemas contínuos de elevada instabilidade,

cuja estabilização não pode ser obtida apenas quando o sistema cruza a seção de Poincaré. Esse controlador utiliza pequenas perturbações independentes do modelo dinâmico do sistema, favorecendo a aplicação experimental do método. Além disso, apresenta menos sensibilidade a ruídos externos, sendo mais robusto do que os métodos discretos, não havendo necessidade da permanente análise computacional do sistema. O método baseia-se na realimentação da diferença entre os estados atual e defasado do sistema.

Contudo, embora o TDF seja de fácil aplicação experimental, uma das dificuldades apresentadas na implementação do método está relacionada à definição do tempo de defasagem e à definição do ganho do controlador. Para superar essa dificuldade, alguns trabalhos que aplicaram o método consideraram como tempo de defasagem a periodicidade da órbita a ser estabilizada e valeram-se da tentativa e erro para se obter o ganho do controlador (DE PAULA, 2010).

Diante desse quadro, enquanto algumas propostas sugeriram determinar o ganho do controlador analisando a estabilidade das órbitas a partir do expoente de Lyapunov pelo uso das equações do sistema (PYRAGAS, 1992), outras propuseram o uso de algoritmos e métodos de controle adaptativos para ajustar o tempo de defasagem automaticamente e para ajustar o ganho do controlador (KITTEL et al., 1995; HERMANN, 2001; BOCCALETTI E ARECCHI, 1995).

PYRAGAS e TAMASEVICIUS (1993) reportaram a primeira aplicação experimental do método TDF em um oscilador eletrônico não linear, usando um circuito analógico de controle. O controle experimental do sistema foi realizado aumentando-se o ganho do controlador até que a estabilização da órbita fosse alcançada. Com o método, eles conseguiram estabilizar órbitas periódicas instáveis de período 2 e 4.

HIKIHARA E KAWAGOSHI (1996) aplicaram o método TDF no controle de uma viga magnetoelástica em regime caótico. Porém, nesse estudo, eles consideraram as configurações de dois poços e de três poços de potencial. Para as duas configurações a estabilização das órbitas periódicas instáveis foi alcançada.

RAMESH E NARAYANAN (2001) estudaram numericamente a aplicação do método TDF no controle dos movimentos caóticos de um aerofólio bidimensional. As simulações demonstraram que a efetividade do controle estava diretamente relacionada aos valores atribuídos ao ganho do controlador. Em outro trabalho numérico, GALVANETTO (2002) obteve por meio do TDF a estabilização de OPI's inseridas no atrator caótico de um sistema mecânico descontínuo sujeito a atrito seco.

A literatura apresenta várias aplicações bem sucedidas do método TDF. Porém, além das dificuldades de implementação relacionadas ao tempo de defasagem e ganho do controlador, citadas anteriormente, o método também apresenta dificuldades em estabilizar órbitas periódicas instáveis de elevada periodicidade (SOCOLAR et al., 1994). Além disso, o TDF consegue estabilizar apenas certa classe de OPI's determinadas por uma torção finita no espaço. Sendo assim, OPI's com um número ímpar de multiplicadores de Floquet reais maior que um não podem ser estabilizadas pelo TDF (USHIO, 1996, JUST et al., 1997, NAKAJIMA, 1997). Nesse contexto, alguns trabalhos buscaram aprimorar o método.

SOCOLAR et al. (1994) propuseram uma melhoria ao método de PYRAGAS (1992) que consistia na utilização de vários estados defasados do sistema. Eles chamaram o método modificado de "*Extended Time-Delay Feedback*" (ETDF - método de controle por realimentação com estados defasados estendidos). Para efetivar essa modificação, os autores incluíram uma nova constante na lei de controle. Conforme reportado, essa proposta apresentou-se eficaz na estabilização de órbitas periódicas instáveis de elevada periodicidade.

Em outro trabalho, SUKOW et al. (1997) aplicaram experimentalmente o ETDF para controlar o caos de um sistema constituído por um diodo ressonador que operava na frequência de 10,1 MHz. Com o método, eles obtiveram a estabilização de órbitas periódicas instáveis de período 1 e 4.

Embora o ETDF fosse capaz de estabilizar as OPI's de elevada periodicidade, o método ainda falhava na estabilização das órbitas periódicas instáveis que não são caracterizadas por uma torção finita no espaço (NAKAJIMA E UEDA, 1998a).

Ao tentar contornar a dificuldade de estabilizar tais órbitas, PYRAGAS (2001) propôs uma técnica de controle instável baseada no método ETDF, aplicando-a em um sistema de Lorenz. Conforme publicado, a técnica mostrou-se eficiente na estabilização das orbitas periódicas instáveis que não são caracterizadas por uma torção finita no espaço, superando a limitação a qual o método se sujeitava. Anos mais tarde, PYRAGAS e JUST (2007) publicaram a aplicação experimental dessa técnica.

WANG E CHAU (2009) aplicaram experimentalmente o método ETDF com o objetivo de controlar as vibrações caóticas presentes em um limpador de pára-brisas de automóveis que operava com diferentes velocidades de limpeza. Conforme proposta, o controle visava o ajuste da tensão aplicada ao motor do limpador por meio do feedback da corrente elétrica do induzido desse motor. Eles verificaram que o sistema de controle além

de estabilizar os movimentos caóticos, também minimizava a amplitude das vibrações do limpador em toda a faixa de operação.

DE PAULA E SAVI (2009) reportaram a estabilização de órbitas periódicas instáveis de período 1, 2 e 6 por meio do método de controle ETDF ao aplicá-lo em um pêndulo não linear. Isso demonstrou a possibilidade do método em estabilizar órbitas periódicas instáveis de baixa e de elevada periodicidade.

FERREIRA et al. (2010) simularam a ação do controlador ETDF em um marca-passo cardíaco, cuja modelagem é governada pela equação de Van der Pol modificada. A proposta apresentada era controlar o comportamento caótico do sistema evitando respostas cardíacas patológicas. Os resultados obtidos demonstraram a estabilização das OPI's de baixa periodicidade. No entanto, não alcançaram a estabilização das órbitas de elevada periodicidade.

DE PAULA, et al (2012) avaliaram numericamente o ETDF no controle de um sistema pêndulo - shaker, com o propósito de estabilizar as órbitas periódicas instáveis inseridas no atrator caótico e controlar as bifurcações do sistema, evitando a duplicação das bifurcações periódicas e caóticas.

PANG E JIN (2016) aplicaram numérica e experimentalmente o método ETDF no controle do movimento caótico de um sistema de satélite “*tethered*” (TSS) em órbita elíptica. Os resultados demonstraram a efetividade do método na estabilização desse comportamento caótico.

DE PAULA E SAVI (2011) estabeleceram uma análise comparativa dos métodos de controle do caos, avaliando a capacidade e desempenho de cada um deles ao serem aplicados no controle do comportamento caótico de um pêndulo não linear. Entre os métodos avaliados, os autores analisaram o método discreto OGY na abordagem semi-contínua (SCC), multiparâmetros e acoplada; e o método contínuo ETDF. Ao medir a eficácia do controle como a capacidade de estabilizar as órbitas periódicas instáveis desejadas, os autores reportaram que os métodos semi-contínuos e contínuos são mais eficazes no controle do caos de sistemas de elevada instabilidade, pois esses sistemas necessitam de maior número de acionamentos do controle. Por outro lado, os métodos contínuos não são capazes de estabilizar todas as órbitas desejadas, embora apresentem reduzido tempo de espera (até que a trajetória caia na vizinhança de um ponto fixo). Além disso, os autores relataram que os métodos contínuos apresentam dificuldade em estabilizar as órbitas de elevada instabilidade e periodicidade, visto que diferentes órbitas podem ser estabilizadas em vez daquela órbita desejada.

BARBOSA et al. (2015) aplicaram numericamente os métodos de controle ETDF e semi-contínuo (SCC) no controle do comportamento caótico de uma viga piezomagnetoelástica biestável, construída a partir da incorporação de elementos piezelétricos (PZT e MFC) em cada um dos lados da viga. Nesse estudo, o controle aplicado no sistema busca a estabilização de três órbitas periódicas instáveis de interesse, com o objetivo de combinar o controle do caos, de modo a reduzir as vibrações mecânicas do sistema e aprimorar a colheita de energia, processo conhecido como “*energy harvesting*”, com o propósito de fornecer essa energia parcialmente ou totalmente para o controlador. Os resultados demonstraram a flexibilidade do sistema ao apresentar à possibilidade de se alternar as aplicações de redução de vibrações e geração de energia conforme a necessidade de cada situação.

3. MÉTODOS DE CONTROLE DO CAOS

Os métodos de controle do caos se diferenciam das teorias de controle tradicionais (sejam lineares ou não-lineares) em razão das propriedades singulares que o comportamento caótico apresenta. Como regra, o controlador explora a sensibilidade do sistema a pequenas perturbações e a riqueza de órbitas periódicas instáveis intrínsecas, contidas no comportamento caótico. Dessa forma, o controlador é concebido para estabilizar uma órbita periódica instável de período qualquer e, conseqüentemente, oferecer flexibilidade ao sistema, permitindo que o sistema transite entre as diversas órbitas do atrator conforme a necessidade.

Em regra, os métodos de controle do caos podem ser divididos em duas fases: a fase de aprendizagem, na qual as OPI's são identificadas e os parâmetros do controlador são determinados para cada OPI de interesse; e a fase do controle propriamente dito, na qual as perturbações no parâmetro de controle são realizadas com o propósito de se obter a estabilização das órbitas escolhidas previamente.

Na fase de aprendizagem, a identificação das OPI's é um procedimento comum a todos os métodos de controle do caos, representando uma importante etapa na realização do controle. Após a identificação das OPI's, determina-se um conjunto de parâmetros de controle. Para os métodos discretos e semi-contínuos, esse conjunto de parâmetros é determinado por meio da observação de uma série temporal com as variáveis de estado do sistema. Para os métodos contínuos, outro conjunto de parâmetros de controle é determinado a partir das equações de movimento do sistema.

Na próxima seção deste capítulo, é apresentado o método usado para identificar as OPI's imersas no atrator caótico. Logo após, é feita a exposição do método semi-contínuo e do método ETDF.

3.1 IDENTIFICAÇÃO DAS ÓRBITAS PERIÓDICAS INSTÁVEIS

O primeiro momento da fase de aprendizagem é caracterizado pela identificação das órbitas periódicas instáveis imersas no atrator caótico. Dentre os diversos métodos de identificação, este trabalho utiliza o método proposto por AUERBACH et al. (1987). O método é conhecido como método dos pontos recorrentes próximos, sendo aplicado em uma seção de Poincaré a partir das séries temporais. Considerando-se a aplicação de um forçamento periódico sobre o sistema, a seção de Poincaré descreve uma amostra estroboscópica onde os seus pontos são determinados sempre que o forçamento passa por uma fase determinada, θ_{forc} . A busca de uma órbita k -periódica é realizada por meio da pesquisa de todos os pontos da série temporal contidos na seção de Poincaré, ξ_i , verificando-se quais pares que satisfazem à condição:

$$|\xi_i - \xi_{i+k}|_{i=1}^{N_p-k} \leq r_1, \quad (3.1)$$

onde N_p é o número total de pontos na seção de Poincaré, r_1 é a tolerância na qual os pontos recorrentes são distinguidos e k é o período máximo da órbita que se deseja encontrar. Quando se satisfaz essa condição, os pontos $\{\xi_i, \xi_{i+1}, \dots, \xi_{i+k-1}\}$ que pertencem à órbita k -periódica localizada na seção de Poincaré, referente à fase de forçamento escolhida, são armazenados. Durante essa busca, uma determinada órbita pode ser visitada mais de uma vez, sendo necessário verificar dentre as órbitas de mesmo período, aquelas que podem ser consideradas idênticas a menos de uma permutação em seus pontos, ou de uma tolerância $2r$ que mede a distância entre duas órbitas. Se duas órbitas equivalentes forem encontradas para um dado período, a aproximação da órbita real é feita por meio da média aritmética.

3.2 MÉTODO DE CONTROLE SEMI-CONTÍNUO (SCC)

O Método Semi-Contínuo proposto inicialmente por HUBINGER et al. (1994) propõem superar as dificuldades apresentadas pelo método de controle apresentado por OTTO et al. (1990) na estabilização de órbitas periódicas de elevada instabilidade. Essa

proposta é uma adaptação do método OGY. Enquanto o OGY aplica uma pequena perturbação, discreta no tempo, em um parâmetro de controle acessível do sistema considerando apenas uma estação de controle (uma seção de Poincaré) por período de forçamento, o método exposto por HUBINGER ajusta de forma semi-contínua a perturbação no parâmetro de controle e introduz várias estações de controle intermediárias, igualmente espaçadas, em diferentes fases do ciclo de forçamento, na quantidade necessária para se atingir a estabilização do sistema. Dessa forma, aumenta-se o número de intervenções no sistema por período de forçamento, impedindo que a trajetória divirja da órbita de interesse.

Dois anos depois, KORTE et al. (1992) adaptou a técnica utilizando-a em espaços de fase reconstruídos por coordenadas defasadas. Ainda, ele considerou uma nova forma de se calcular a perturbação no parâmetro de controle. Esse conjunto de modificações foi denominado de método de controle semi-contínuo (SCC).

O SCC utiliza mapas de transição do sistema que relacionam as variáveis de estado desse sistema em uma seção de controle com as variáveis de estado da seção subsequente. Assim, na aplicação do método, considera-se N_S seções de controle por período de forçamento T_f . A Figura 6 ilustra essa situação.

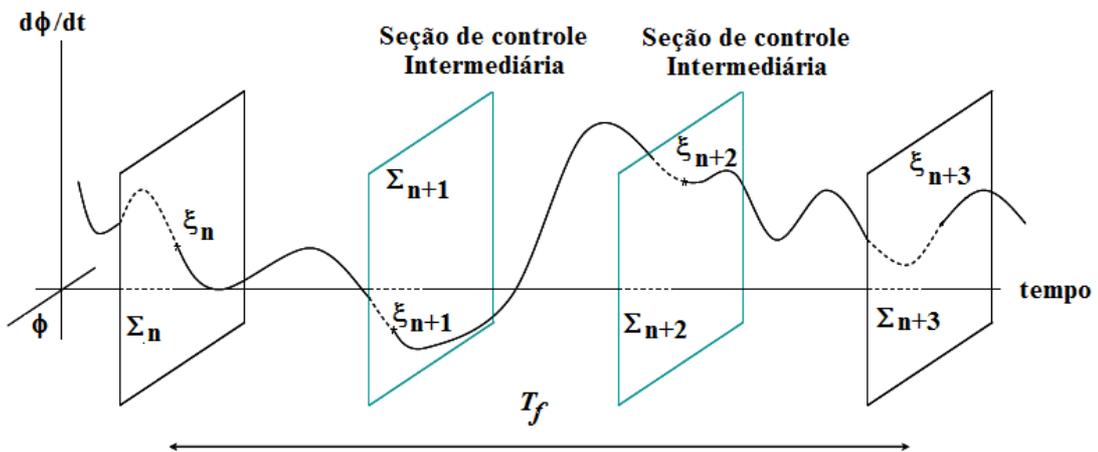


Figura 6 - Seções de controle intermediárias utilizadas no Método SCC (DE PAULA E SAVI, 2011).

Sejam $\xi_C^n \in \Sigma_n$ as intersecções da órbita que deve ser estabilizada com Σ_n , e seja F o mapa que associa as intersecções da trajetória do sistema com a seção de controle Σ_n com as intersecções na seção de controle seguinte, Σ_{n+1} .

A partir das N_S seções de controle por período de forçamento e considerando a dependência do sistema em relação a um parâmetro acessível p , sendo $p \in \mathfrak{R}$, pode-se definir o mapa F por meio da equação:

$$\xi_c^{n+1} = F(\xi_c^n, p^n). \quad (3.2)$$

Por meio da aproximação linear de F , assumindo uma expansão de Taylor da equação (3.2) em torno dos pontos de controle ξ_c^n e do valor de referência p_0 do parâmetro p , obtém-se a equação (3.3):

$$\xi^{n+1} \cong J^n \delta \xi^n + w^n \delta p^n, \quad (3.3)$$

onde,

$$\delta \xi^{n+1} = \xi^{n+1} - \xi_c^{n+1},$$

$$\delta \xi^n = \xi^n - \xi_c^n,$$

$$\delta p^n = p^n - p_0,$$

$$J^n = D_{\xi^n} F^{(n,n+1)}(\{\xi^n\}, \delta p^n)|_{\{\xi^n\}=\xi_c^n, \delta p^n=0}, \text{ e}$$

$$w^n = D_{\delta p^n} F^{(n,n+1)}(\{\xi^n\}, \delta p^n)|_{\{\xi^n\}=\xi_c^n, \delta p^n=0}$$

Em razão da possibilidade de existirem autovalores complexos na matriz jacobiana J^n , HUBINGER et al. (1994) propõe a determinação das direções instáveis e estáveis por meio da decomposição da matriz jacobiana J^n em vetores singulares, uma vez que a transformação linear J^n deforma um círculo com centro ξ_c^n em uma elipse com centro ξ_c^{n+1} . Assim, a decomposição

$$J^n = U^n W^n (V^n)^T = \begin{bmatrix} u_u^n & u_s^n \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_u^n & 0 \\ 0 & \lambda_s^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_u^n & v_s^n \end{bmatrix}^T, \quad (3.4)$$

é usada para determinar as direções v_u^n e v_s^n , na seção Σ_n , que são mapeadas nos semi-eixos maior, $\lambda_u^n u_u^n$ (direção instável), e menor, $\lambda_s^n u_s^n$, (direção estável), da elipse em Σ_{n+1} , sendo λ_u^n e λ_s^n valores singulares de J^n .

O alvo do controlador SCC é ajustar o parâmetro de controle p em uma quantidade δp^n em Σ_n , de forma a dispor o vetor $\delta \xi^{n+1}$ em Σ_{n+1} na direção v_s^{n+1} , resultando assim na direção de máxima contração $\lambda_s^{n+1} u_s^{n+1}$ em Σ_{n+2} (KORTE et al., 1995). Ou seja, obtém-se que a equação,

$$\delta \xi^{n+1} = \alpha v_s^{n+1}, \quad (3.5)$$

Onde $\alpha \in \mathfrak{R}$ deve ser satisfeita, resultando no sistema

$$\alpha v_s^{n+1} = J^n \delta \xi^n + w^n \delta p^n. \quad (3.6)$$

As incógnitas da equação (3.6) são δp^n e α . Assim, a equação (3.6) pode ser escrita como:

$$[w^n - v_s^{n+1}] \begin{Bmatrix} \delta p^n \\ \alpha \end{Bmatrix} = J^n \delta \xi^n. \quad (3.7)$$

A eq. (3.7) fornece os valores dos escalares δp^n e α necessários para a estabilização do sistema.

Na fase de aprendizagem do SCC, após a identificação das OPI's, os pontos de controle ξ_c^n são determinados. Logo após, os parâmetros do controlador w^n (vetor de sensibilidade) e J^n (matriz Jacobiana) são definidos a partir da análise de uma série temporal, semelhante à determinação das direções estável e instável dos pontos de controle. Após a fase de aprendizagem, inicia-se a fase de controle. Na execução dessa fase, é necessário aguardar a passagem da trajetória nas proximidades de um ponto de controle. Em seguida, uma pequena e adequada alteração no parâmetro p faz com que a

órbita caia na direção estável desse ponto de controle para que a órbita possa ser capturada pelo controlador.

3.3 MÉTODO DE CONTROLE POR REALIMENTAÇÃO COM ESTADOS DEFASADOS ESTENDIDOS – ETDF

PYRAGAS (1992) propôs um método de controle contínuo no tempo capaz de estabilizar o comportamento caótico de sistemas dinâmicos que podem ser modelados por um conjunto de equações diferenciais ordinárias não – lineares, de acordo com a equação (3.8).

$$\dot{x}(t) = Q(x, t) + B(t) \quad (3.8)$$

onde $x(t) \in \mathfrak{R}$ é o vetor formado pelas variáveis de estado, $Q(x, t) \in \mathfrak{R}$ define a dinâmica do sistema e $B(t) \in \mathfrak{R}$ representa a ação de controle.

Esse método ficou conhecido como “*Time Delay Autosynchronization*” (TDAS), ou “*Time Delay Feedback*” (TDF) – método por realimentação com estados defasados. Ele se baseia na realimentação da diferença entre o estado atual e defasado do sistema, cuja lei de controle é determinada pela equação (3.9).

$$B(t) = K(x_\tau - x) \quad (3.9)$$

sendo $K \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ a matriz de ganho, τ a defasagem do tempo, $x = x(t)$ e $x_\tau = x(t - \tau)$.

Caso o tempo de defasagem venha coincidir com a periodicidade da i -ésima órbita periódica instável, tem-se $\tau = T_i$ e a perturbação se anula para a solução da equação (3.7) correspondente a essa OPI, $x(t) = x_i(t)$. O controle também é alcançado por meio da escolha adequada dos valores da matriz de ganho K .

Conforme descrito anteriormente, embora o TDF apresentasse resultados satisfatórios nas aplicações experimentais ou numéricas, o método apresentava dificuldades em estabilizar OPI’s de elevada periodicidade. Diante dessa limitação, SOCOLAR et al. (1994) propôs uma adaptação ao método de PYRAGAS, que consiste na aplicação de vários estados anteriores do sistema, defasados no tempo, conforme a equação (3.10).

$$B(t) = K[(1 - R)S_\tau - x]$$

$$S_\tau = \sum_{m=1}^{N_\tau} R^{m-1} x_{m\tau}, \quad (3.10)$$

onde $K \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ representa a matriz de ganho e $0 \leq R < 1$ é um parâmetro do controlador, $x_{m\tau} = x(t - m\tau)$ e $x = x(t)$. Pode-se notar que, se $R = 0$, a equação (3.10) retorna ao controle TDF original, conforme a equação (3.9). Para qualquer R , dentro do intervalo indicado, a perturbação definida pela equação (3.10) se anula quando a trajetória do sistema está sobre uma OPI do sistema, visto que $x(t - m\tau) = x(t)$ para todo m se $\tau = T_i$, onde T_i é a periodicidade da i -ésima OPI. Logo, a estabilização do sistema pode ser alcançada pela escolha adequada dos parâmetros do controlador K e R .

Cabe ressaltar que esse controle dinâmico é constituído por um conjunto de equações diferenciais defasadas no tempo (DDEs). A solução deste sistema é feito pelo estabelecimento de uma função inicial $x_0 = x_0(t)$ ao longo do intervalo $(-N_\tau\tau, 0)$. Esta função pode ser obtida por Expansão em série de Taylor (CUNNINGHAM, 1954):

$$x_{m\tau} = x - m\tau\dot{x}. \quad (3.11)$$

Com base nessa hipótese, obtém-se o sistema abaixo:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Q(x, t) + K[(1 - R)S_\tau - x] \\ \text{onde } \begin{cases} S_\tau = \sum_{m=1}^{N_\tau} R^{m-1} [x - m\tau\dot{x}], \text{ for } (t - N_\tau\tau) < 0 \\ S_\tau = \sum_{m=1}^{N_\tau} R^{m-1} x_{m\tau}, \text{ for } (t - N_\tau\tau) \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Percebe-se que as DDEs contêm derivadas que dependem da solução do sistema em tempos anteriores. Logo, além do tratamento especial que deve ser dado a $(t - m\tau) < 0$, é necessário tratar com os estados defasados no tempo durante a integração do sistema. O método de integração numérica adotado neste trabalho é o Runge-Kutta de quarta ordem com interpolação linear das variáveis defasadas no tempo. (MENSOUR E LONGTIN, 1997).

É importante observar que a Expansão por série de Taylor é usada apenas no começo da integração numérica, enquanto $(t - m\tau) < 0$. Esse procedimento foi aplicado considerando um número diferente de termos e os resultados são qualitativamente os

mesmos. Uma abordagem alternativa é adotar o início da ação de controle somente depois que todos os estados anteriores são conhecidos, isto é, quando $t > N_\tau \tau$.

Na aplicação do ETDF, o primeiro momento da fase de aprendizagem refere-se à identificação das OPI's. Após, inicia-se a determinação dos parâmetros do controlador K e R , para cada órbita desejada. Esses parâmetros são determinados por meio do cálculo dos expoentes de Lyapunov da órbita correspondente. A proposta é modificar os expoentes de Lyapunov sem alterar a OPI de interesse. Ocorre que a mudança do sinal do expoente modifica as características da órbita instável, tornando-a estável (KITTEL et al., 1995). Para alcançar essa mudança, os parâmetros do controlador são escolhidos de forma que todos os expoentes de Lyapunov tornem-se negativos.

Neste trabalho, o cálculo dos expoentes de Lyapunov é efetuado aproximando-se a evolução contínua do sistema de dimensão infinita, apresentado na equação (3.11) por um número finito de elementos cujos valores mudam discretamente no tempo (FARMER, 1982). Baseando-se na aproximação de SPOTT (2007), substituem-se as DDEs obtidas por um conjunto de EDOs. Dessa forma, o sistema é representado por $N+1$ EDOs de dimensão finita. Em seguida, os expoentes podem ser calculados a partir do algoritmo clássico proposto por WOLF, et al (1985), integrando-se o sistema ao longo da órbita de interesse por meio do método de integração escolhido, Runge Kutta de quarta ordem.

Ressalta-se que para a análise de estabilidade de OPI's em um sistema não autônomo, a determinação do maior expoente de Lyapunov é suficiente. Assim, é possível alcançar o controle determinando-se um intervalo de valores da matriz K , considerando-se um R constante, para qual o expoente de Lyapunov máximo seja negativo, $\lambda(K, R) < 0$. Além disso, o valor mínimo de $\lambda(K, R)$ oferece uma taxa de convergência maior das órbitas próximas para a OPI de interesse, tornando o método mais robusto na presença do ruído (PYRAGAS, 1995).

Com o término da fase de aprendizagem, inicia-se a fase do controle propriamente dito. Nessa fase, os parâmetros do controlador obtidos na fase de aprendizagem serão utilizados para determinar as perturbações necessárias para estabilizar as OPI's de interesse. Após, aplica-se as perturbações sem nenhum tempo de espera, diferente de como ocorre nos métodos discretos e semi-contínuos.

4. APRESENTAÇÃO DO SISTEMA

A estrutura piezomagnetoelástica é investigada como um sistema de colheita de energia que será submetido ao controle. Esta estrutura consiste em uma viga ferromagnética construída com dois imãs permanentes localizados, simetricamente, na extremidade livre da viga de forma que o sistema seja biestável (ERTURK et al., 2009).

Para as aplicações de colheita de energia apenas, incorpora-se uma camada de material piezelétrico na viga. Um modelo simplificado deste sistema de colheita de energia considera apenas um grau de liberdade, indicado por “ u ”, e corresponde ao deslocamento transversal da ponta livre da viga. Uma modelagem dimensional para esse sistema é apresentada por ZHU et al. (2017), sendo incorporada à viga ferromagnética duas camadas de materiais piezelétricos idênticos, conforme a equação (4.1):

$$\begin{aligned} M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku + F_m - \theta v &= F_b \\ C_p\dot{v} + \theta\dot{u} + R^{-1}v &= 0, \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde o “ \dot{u} ” indica a derivada da posição em relação ao tempo; M , C e K são respectivamente a massa e os coeficientes de amortecimento e rigidez da viga; C_p é a capacitância equivalente da camada piezelétrica; R é a resistência de carga; θ é o coeficiente de acoplamento eletromecânico; F_b é a força de excitação de base; F_m é a força magnética e v é a voltagem que atravessa a resistência R .

Para aplicações de colheita de energia e controle simultâneos, este trabalho explora uma viga ferromagnética que incorpora duas camadas de material piezelétrico distintos em ambos os lados da viga, que operam com funções diferentes, conforme proposto por WANG E INMAN (2012, 2013). Uma camada é constituída pelo piezocerâmico PZT e será usada para colheita de energia, denominada de PZT_H. A outra camada, constituída pelo piezelétrico MFC, será usada como um atuador, chamada de PZT_C. O PZT_H está conectado ao circuito de controle, enquanto o PZT_C está conectado ao circuito elétrico que armazena a energia colhida. A Figura 7 apresenta o esquema do dispositivo.

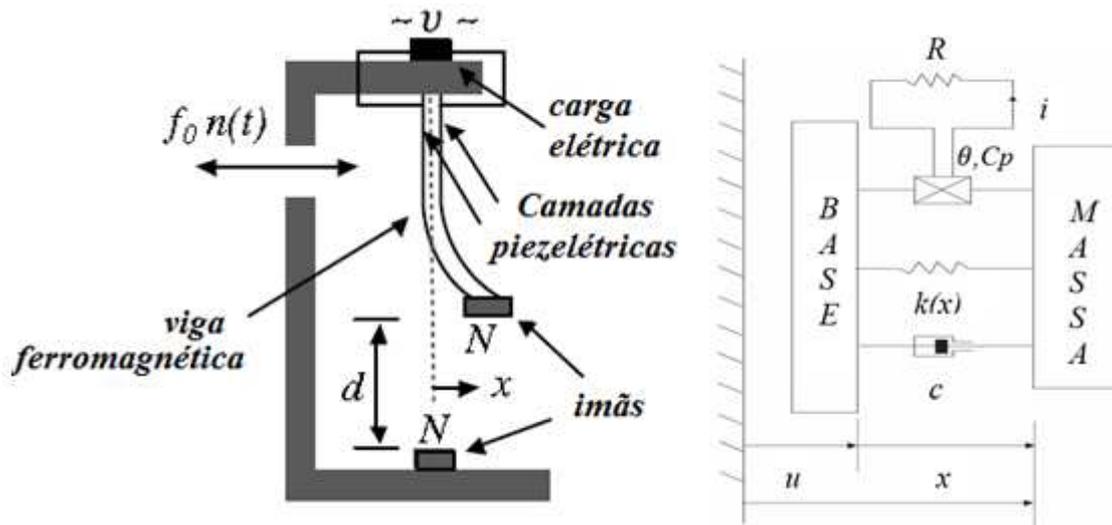


Figura 7 - Dispositivo Piezomagnetoelástico (DE PAULA et al., 2015).

Segundo DE PAULA, et al (2015), as características do dispositivo piezomagnetoelástico definem o comportamento geral do sistema, que pode ser relacionado a um sistema linear, não-linear monoestável ou não-linear biestável. A configuração biestável é um sistema do tipo “*duffing*” com duplo poço potencial. Uma representação adimensional para o sistema é apresentada pela equação (4.2) (ERTURK et al., 2009):

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} - 0,5x + 0,5x^3 - \chi_1 v_1 - \chi_2 v_2 = f_0 \cos \Omega t, \quad (4.2)$$

onde x representa o deslocamento adimensional da extremidade da viga na direção transversal, v_1 é a tensão elétrica que percorre o circuito elétrico conectado ao PZT_H, v_2 é a tensão elétrica que atravessa o circuito conectado ao PZT_C. ξ é o coeficiente de amortecimento mecânico, Ω é a frequência de excitação adimensional e χ_1 e χ_2 são os acoplamentos piezolétricos adimensionais presentes na equação do movimento, para as camadas de PZT_H e PZT_C, respectivamente. O termo χ_k pode ser expresso como uma relação entre o acoplamento do dispositivo piezolétrico θ_k e a massa da viga M :

$$\chi_k = \frac{\theta_k}{M} \quad (k = 1,2). \quad (4.3)$$

Ainda, cada camada piezolétrica é governada pela seguinte equação adimensional (ERTURK et al., 2009):

$$c_k \dot{v}_k + i_k + \theta_k \dot{x} = 0 \quad (k = 1, 2), \quad (4.4)$$

onde c_k é a capacitância piezolétrica, i_k é a corrente elétrica que percorre o circuito externo. Dividindo a equação (4.3) por c_k , e considerando $i_k = \left(\frac{v}{zc}\right)_k$, onde z é a impedância adimensional equivalente do circuito ligada à correspondente camada piezolétrica, obtém-se:

$$\dot{v}_1 + \Lambda_1 v_1 + \kappa_1 \dot{x} = 0 \text{ (PZT}_H\text{)}, \quad (4.5)$$

$$\dot{v}_2 + \Lambda_2 v_2 + \kappa_2 \dot{x} = 0 \text{ (PZT}_C\text{)}, \quad (4.6)$$

onde $\Lambda_k = \left(\frac{1}{zc}\right)_k$ e $\kappa_k = \left(\frac{\theta}{c}\right)_k$.

A camada de PZT_C fornece a atuação de controle. Por isso o termo de controle, denominado aqui como $B_{CONTROL}$, é aplicado à correspondente variável de estado v_2 . Assim, a estrutura piezomagnetoelástica sujeita ao controle é governada pelas seguintes equações:

$$\ddot{x} + 2\xi \dot{x} - 0,5x + 0,5x^3 - \chi_1 v_1 - \chi_2 \left(v_2 + \frac{B_{CONTROL}}{\chi_2} \right) = f_0 \cos \Omega t, \quad (4.7)$$

$$\dot{v}_1 + \Lambda_1 v_1 + \kappa_1 \dot{x} = 0, \quad (4.8)$$

$$\dot{v}_2 + \Lambda_2 \left(v_2 + \frac{B_{control}}{\chi_2} \right) + \kappa_2 \dot{x} = 0, \quad (4.9)$$

A ação de controle do ETDF é dada por:

$$B_{control} = K[(1 - R)S_{\tau} - v_2]$$

$$S_{\tau} = \sum_{m=1}^{N_{\tau}} R^{m-1} v_{2m\tau}. \quad (4.10)$$

onde K é um escalar. Por outro lado, o controle semi-contínuo é descrito pela equação (3.5). O desempenho do sistema proposto (colheita/controlado) é medido em termos da potência elétrica consumida pelo controle e a potência elétrica gerada pelo dispositivo de colheita de energia. A potência elétrica instantânea é representada por:

$$P_{inst} = \frac{v^2}{z} \quad (4.11)$$

onde,

$$P_{avg} = \frac{1}{T} \int_0^T P_{inst} dt \quad (4.12)$$

é a potência elétrica média. É importante mencionar que duas potências são avaliadas: a potência elétrica gerada - *power harvested* (P_H), e a potência consumida pelo controlador *controller Power* (P_C).

5. COMPORTAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA

A seguir, as simulações realizadas mostram o comportamento dinâmico global da viga piezelétrica que consiste no sistema de colheita de energia/controlado. Os parâmetros apresentados na Tabela 1 são utilizados em todas as simulações.

PARÂMETROS	VALORES
ξ	0.01
χ_1	0.05
Λ_1	0.05
κ_1	0.50
χ_2	0.05805
Λ_2	-2.07596
κ_2	-0.00573
Ω	0.80
f_0	0.09

Tabela 1 – Parâmetros usados nas equações.

Os valores ξ , χ_1 , λ_1 e κ_1 são obtidos do trabalho de ERTURK, et. al (2009), enquanto os valores χ_2 , λ_2 e κ_2 são obtidos dos estudos de WANG E INMAN (2012). As impedâncias equivalentes adotadas são respectivamente iguais a 112 k Ω para o circuito PZT_H e de 1.98 M Ω para o circuito PZT_C (WANG E INMAN, 2013).

Os resultados apresentados na próxima seção deste capítulo mostram o comportamento dinâmico do sistema sem o controle. No tópico seguinte, são expostos os resultados das simulações quando o sistema está submetido à ação de controle.

5.1 COMPORTAMENTO DO SISTEMA SEM CONTROLE

Inicialmente, o sistema é estudado sem a ação de controle. A bacia de atração é obtida com o objetivo de mapear quais comportamentos são encontrados na dinâmica do sistema. A Figura 8 apresenta a bacia de atração obtida. Nota-se, a partir da figura, a existência de atratores associados a dois comportamentos: caótico (cinza-escuro) e de período-1 (cinza-claro).

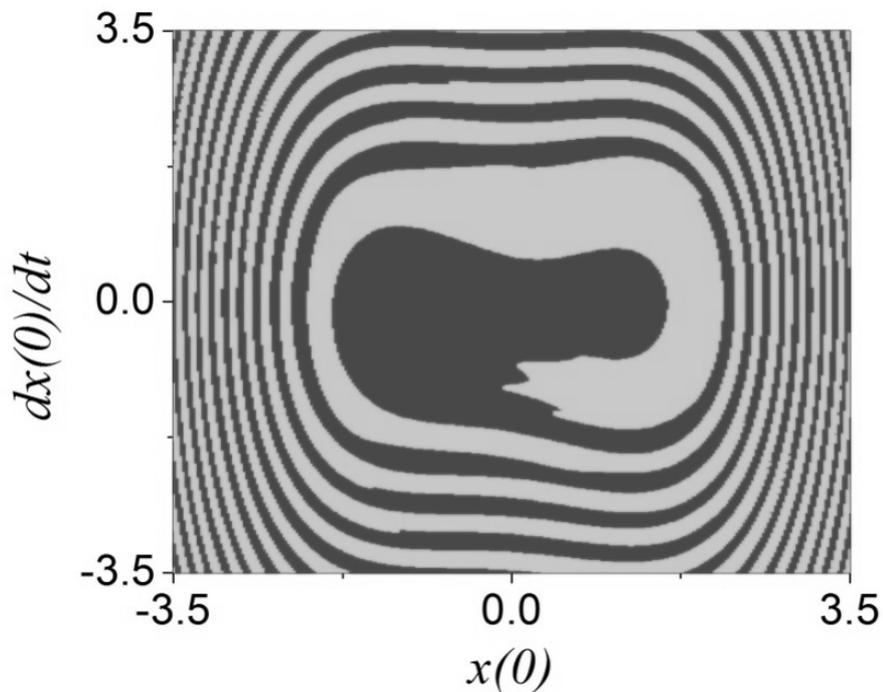


Figura 8 - Bacia de atração: comportamento de período-1 (cinza-claro), caos (cinza-escuro).

As duas respostas observadas na bacia de atração são apresentadas no espaço de fase e na seção de Poincaré das Figuras 9 e 10. A órbita de período-1 está relacionada com as condições iniciais $(x(0); \dot{x}(0); v_1(0); v_2(0)) = (-1.63; -0.77; 0.00; 0.00)$. Já a resposta caótica está associada com as condições iniciais $(x(0); \dot{x}(0); v_1(0); v_2(0)) = (-1.63; -0.78; 0.00; 0.00)$. Uma solução periódica é aquela que se repete em um determinado período de tempo. Ela é previsível e é representada por uma curva fechada no espaço de fase. Para essa resposta, observa-se uma seção de Poincaré que apresenta um atrator formado por um conjunto finito de pontos, onde a quantidade de pontos representa o período da órbita. Por outro lado, a não periodicidade e a consequente imprevisibilidade

caracterizam o caos. A seção de Poincaré desse comportamento é representada por um conjunto de pontos que formam um atrator estranho.

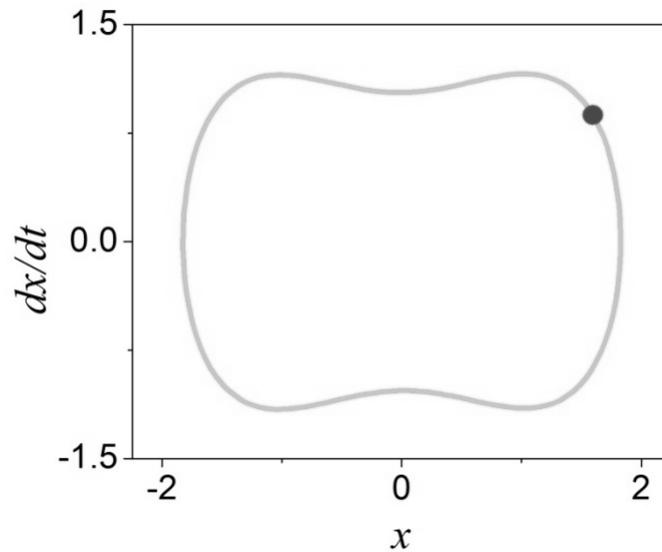


Figura 9 - Espaço de fase (cinza-claro) e seção de Poincaré (cinza-escuro) – Resposta de Período-1.

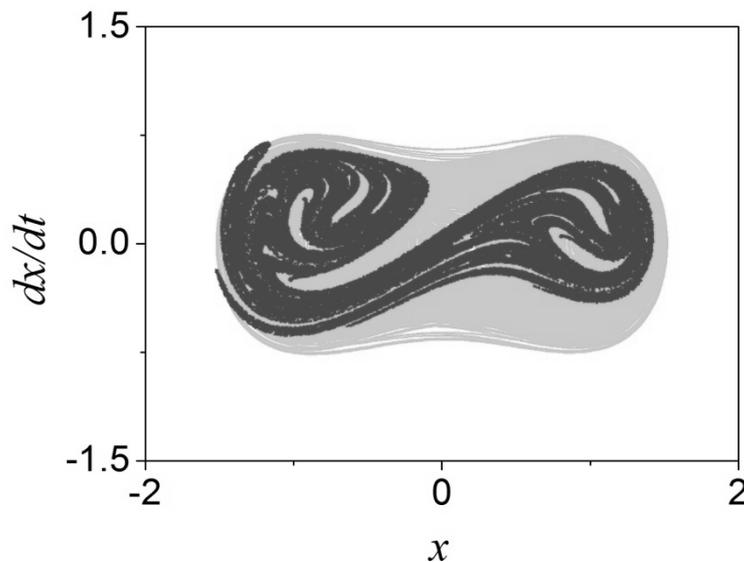


Figura 10 - Espaço de fase (cinza-claro) e seção de Poincaré (cinza-escuro) – Resposta caótica.

Ambas as respostas apresentadas nas Figuras 9 e 10 são confirmadas pelos Expoentes de Lyapunov λ apresentados nas Figuras 11 e 12. Esses expoentes avaliam a sensibilidade às condições iniciais, observando-se a divergência exponencial no tempo de trajetórias vizinhas. Nota-se que o comportamento de período-1 apresenta todos os valores do Expoente de Lyapunov negativos, enquanto o comportamento caótico apresenta um Expoente positivo.

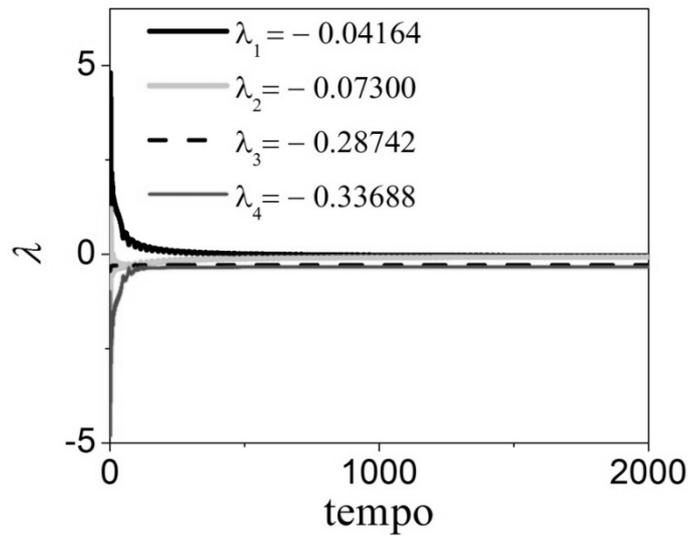


Figura 11 - Expoentes de Lyapunov – Resposta de Período-1

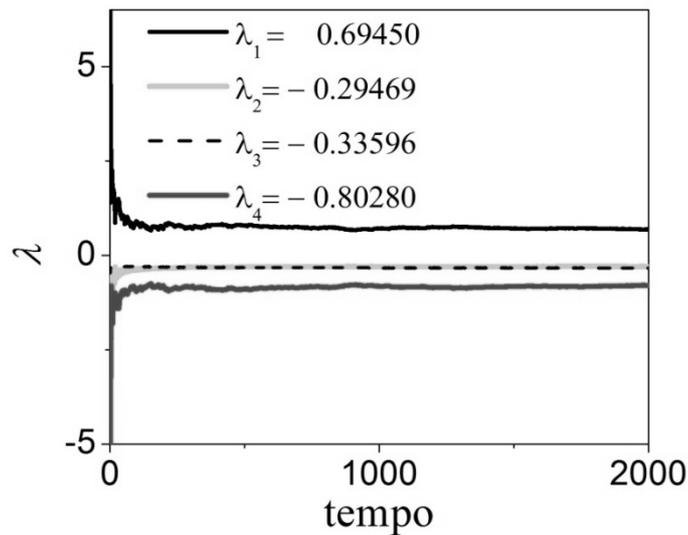


Figura 12 - Expoentes de Lyapunov – Caos.

Os comportamentos observados nas figuras anteriores também são verificados no diagrama de bifurcação (Figura 13), uma visão estroboscópica da resposta do sistema para uma variação lenta do parâmetro de controle f_0 quando $\Omega = 0.8$. Esse diagrama é obtido por meio do aumento e da diminuição da amplitude de excitação f_0 para cada uma das respostas identificadas pela bacia de atração, caótica (cinza escuro) e periódica (cinza claro). Nos dois comportamentos, f_0 assume valores no intervalo $0.083 > f_0 > 0$ e, posteriormente, no intervalo $0.083 \leq f_0 \leq 0.14$. A partir dessa análise, quatro diagramas de bifurcação são obtidos. Quando reunidos, eles resultam no diagrama da Figura 13. Constata-se conforme a Figura 13 que para valores de $f_0 < 0.03$ e $f_0 > 0.112$ o sistema

apresenta uma resposta de período-1, sendo esta relacionada a um ponto simples no diagrama. Na faixa de $0.03 \leq f_0 < 0.112$ o sistema apresenta a coexistência de atratores, incluindo respostas periódicas e não periódicas. Quando o parâmetro de forçamento assume o valor de $f_0 = 0.09$, observa-se que uma órbita de período-1 coexiste com o comportamento caótico. As próximas simulações adotam o parâmetro de forçamento igual a $f_0 = 0.09$.

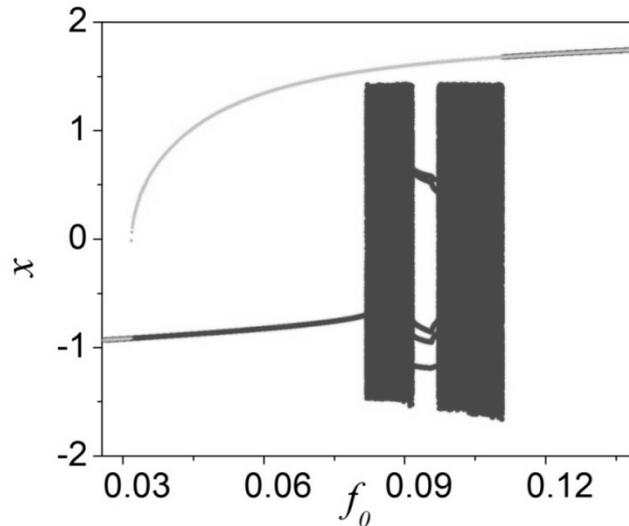


Figura 13 - Diagrama de Bifurcação para $\Omega=0.8$, aumentando e diminuindo a amplitude excitação a partir do comportamento periódico (cinza) e caótico (preto).

5.1.1 AVALIAÇÃO DA POTÊNCIA ELÉTRICA

Com o propósito de conhecer a eficiência do dispositivo na colheita de energia, a potência elétrica instantânea colhida (*Power Harvested* - P_H) do PZT_H para os dois atratores é investigada, conforme a Figura 14 e 15. Nas figuras, a potência instantânea é representada pela linha preta, a potência média é representada pela linha cinza.

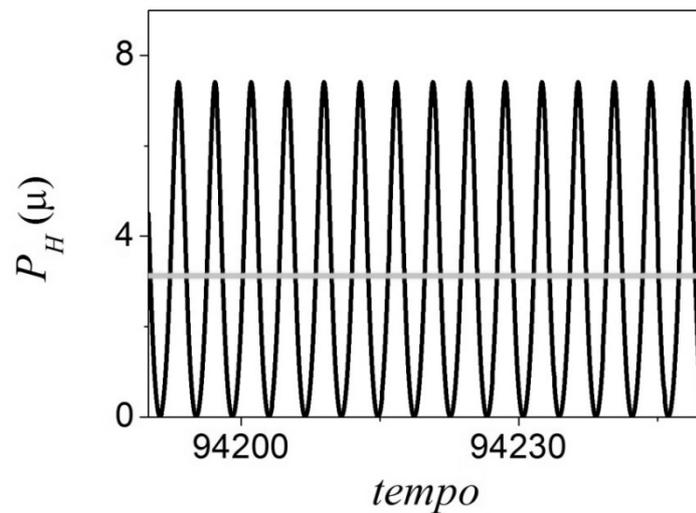


Figura 14 - Potência elétrica instantânea e média da órbita de período-1.

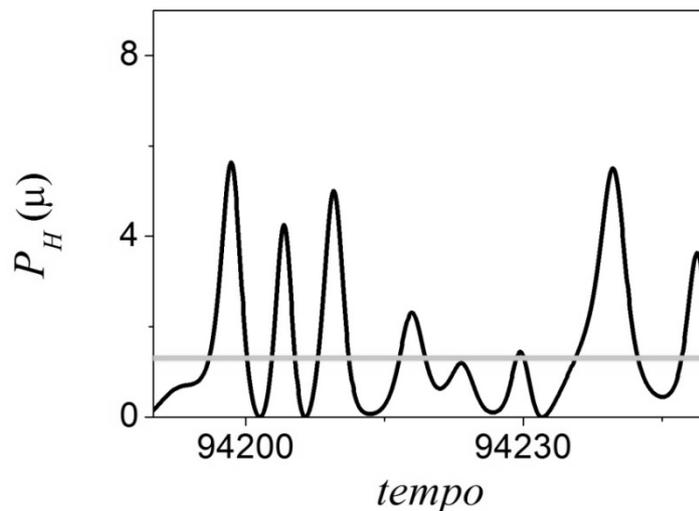


Figura 15 - Potência elétrica instantânea e média do comportamento caótico.

Conforme apresentado, percebe-se que a potência média colhida, relacionada à resposta de período-1, é aproximadamente 3.12×10^{-6} , enquanto a resposta caótica apresenta uma potência média colhida de 1.31×10^{-6} . Especificamente para o sistema estudado, considerando-se as amplitudes das órbitas apresentadas nos espaços de fase das Figuras 9 e 10, verifica-se o melhor desempenho para a resposta de período-1 em comparação à resposta caótica, no que concerne à colheita de energia. No entanto, a resposta caótica também é interessante, pois pode ser explorada para conferir flexibilidade ao sistema. O valor da potência colhida no comportamento caótico será usado como referência na

avaliação das potências elétricas colhidas durante o controle. A Tabela 2 apresenta as respectivas potências obtidas sem a ação do controle.

COMPORTAMENTO	$P_{\text{HARVESTED}} (\mu)$
PERÍODO-1	3.12
CAÓTICO	1.31

Tabela 2 – Potências Colhidas no comportamento de período-1 e no comportamento caótico

5.2 A RESPOSTA DO SISTEMA COM A AÇÃO DO CONTROLE

Esta seção apresenta os resultados obtidos quando o sistema está sujeito à ação do controle. Propõe-se explorar o comportamento caótico para obter um sistema que pode ser usado para explorar duas situações distintas: colheita de energia e redução de vibrações. Nas análises a seguir, o controle é empregado no comportamento caótico identificado na seção anterior. O fluxograma apresentado na Figura 16 estabelece a sequência adotada na aplicação do controle.

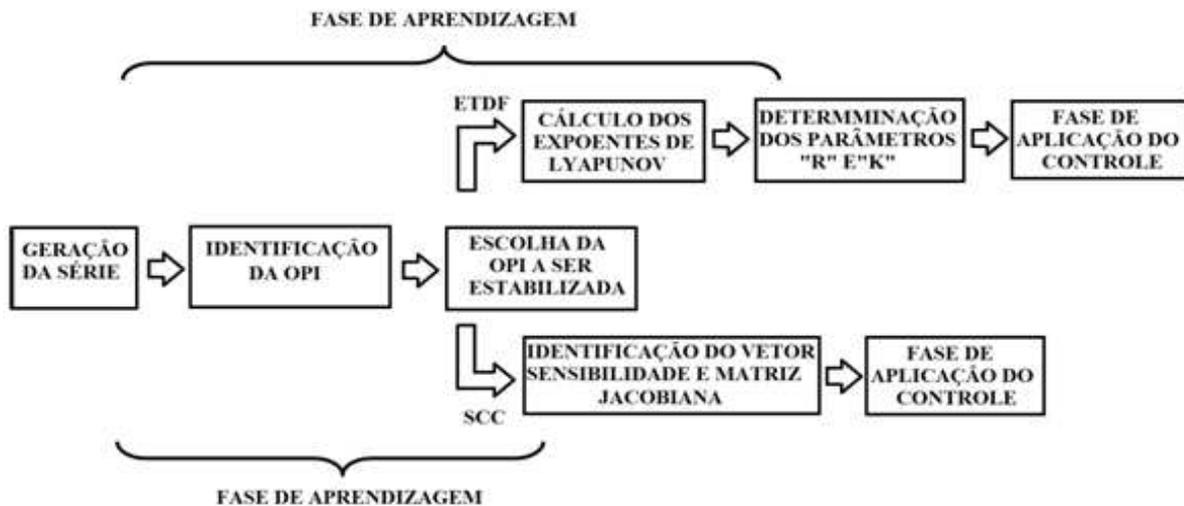


Figura 16-Fluxograma da aplicação do controle.

5.2.1 IDENTIFICAÇÃO DE OPIs E CÁLCULO DOS PARÂMETROS DE CONTROLE

No primeiro momento da fase de aprendizagem, as orbitas periódicas instáveis imersas no comportamento caótico são identificadas. Uma órbita é compreendida como o

lugar geométrico no espaço de fase, para uma dada condição inicial, por onde a solução passa conforme o tempo evolui. Ela forma uma figura no espaço de fase. Ressalta-se que o comportamento caótico contém uma infinidade contável de órbitas periódicas e uma infinidade incontável de órbitas não periódicas. As órbitas periódicas instáveis podem ser alteradas de uma para outra, mesmo que sejam completamente diferentes, com pequenos gastos de energia. Isso confere ao comportamento caótico uma riqueza de possibilidades (SAVI, 2006). Neste trabalho, o método utilizado na identificação das OPIs é o método dos pontos recorrentes próximos (AUERBACH, 1987).

Na aplicação desse método, considera-se uma série temporal $\Phi = (\varphi(t_0 + n\tau_s), \dot{\varphi}(t_0 + n\tau_s))$, onde τ_s é o intervalo de tempo entre duas amostras do sinal e $n = 1, 2, \dots, (N_m \times N_p)$ é a ordem da amostra, sendo N_m o número de amostras por período de forçamento e N_p o número de períodos considerado. Nas simulações para geração das séries temporais destinadas a identificação das OPIs considera-se $N_p = 150$, $N_m = 12000$ e o passo de integração é igual ao intervalo de tempo definido pela equação (5.2.1).

$$\tau_s = \frac{2\pi}{N_m \omega}. \quad (5.2.1)$$

Durante a identificação das OPIs imersas no comportamento caótico, várias tolerâncias são testadas. Além disso, buscam-se órbitas de até periodicidade-5. A Tabela 3 mostra a quantidade de OPIs identificadas e as respectivas periodicidades, para diferentes valores de tolerância, r_1 (definida na Eq. 3.1). Note que com aumento da tolerância o número de OPIs identificadas tende a aumentar, o que é coerente tendo em vista o aumento da vizinhança adotada para a consideração de pontos recorrentes.

TOLERÂNCIA (r_1)	PERÍODO-1	PERÍODO-2	PERÍODO-3	PERÍODO-4	PERÍODO-5
0.01	1	4	0	0	0
0.02	10	9	6	0	5
0.03	14	25	3	5	22
0.04	32	44	7	9	72

Tabela 3 – OPIs identificadas para diferentes valores de tolerância.

A tolerância considerada neste trabalho é $r_1 = 0.03$. Na fase de aprendizagem, das OPIs identificadas, cinco órbitas são apresentadas em detalhes, levando-se em consideração os objetivos almejados: duas órbitas simétricas de período-1, duas órbitas simétricas de período-2 e uma órbita de período-2 de maior amplitude, conforme mostrado na Figura 17. As órbitas apresentadas na Figura 17 (a-d) possuem amplitudes de vibrações menores e são consideradas como comportamentos adequados para aplicações de supressão de vibração. Por outro lado, a OPI apresentada na Figura 17 (e) possui amplitude de vibração maior sendo este comportamento considerado adequado para aplicações de colheita de energia.

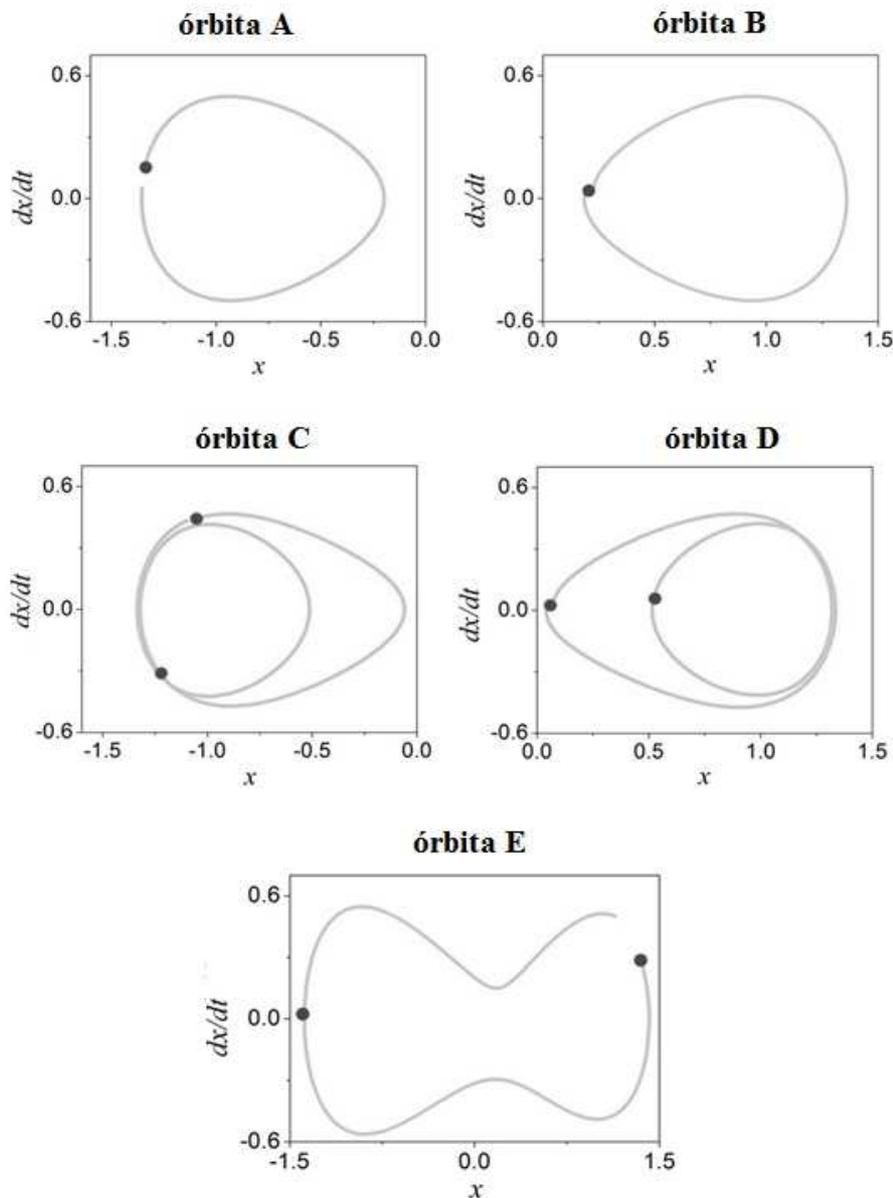


Figura 17 - OPIs identificadas: órbita A - OPI de período-1; órbita B - OPI de período-1; órbita C - OPI de período-2; órbita D - OPI de período-2; órbita E - OPI de período-2 de maior amplitude.

5.2.1.1 PARÂMETROS DE CONTROLE PARA O MÉTODO ETDF

Ainda na fase de aprendizagem, investiga-se o conjunto de parâmetros necessários para que o controle seja alcançado. Para o método ETDF, os expoentes de Lyapunov associados a cada OPI identificada são determinados levando-se em consideração a variação dos parâmetros de controle R e K nos intervalos $0 \leq R \leq 1$ e $0 \leq K \leq 1.5$. A proposta é calcular o expoente de Lyapunov máximo para cada OPI de interesse, buscando-se regiões relacionadas a expoentes negativos, onde a estabilização da OPI pode ser alcançada. Isso garante que um maior número de órbitas próximas convirja para a OPI desejada, o que torna o método mais robusto na presença do ruído (PYRAGAS, 1995).

É importante mencionar que o cálculo do expoente máximo é realizado a partir das equações de movimento do sistema. Esse aspecto demonstra a relevância do conhecimento das equações que governam a dinâmica do sistema para determinar os parâmetros do controlador dos métodos contínuos, ao contrário do que ocorre com os métodos discretos e semi-contínuos.

Ressalta-se que uma das dificuldades apresentadas durante a investigação dos expoentes de Lyapunov relaciona-se à aplicação adequada do controle. O parâmetro $B_{CONTROL}$ é introduzido nas equações de movimento que compõem o algoritmo que investiga o valor dos expoentes. Conforme mencionado na seção 4, tendo em vista que o controle é realizado pelo piezelétrico atuador, o termo de controle é adicionado à variável de estado v_2 . No entanto, duas possibilidades para essa inclusão são testadas: o termo $B_{CONTROL}$ inserido diretamente nas equações (4.1) e (4.5), de acordo com a equação (3.7) e, depois, inserido nas equações como a razão $\frac{B_{CONTROL}}{\chi_2}$ na equação (4.1) e como a razão $\frac{B_{CONTROL}}{\lambda_2}$ na equação (4.5). Nos dois casos, as equações (4.1) e (4.5) são combinadas com a equação (3.11), resultando na equação (5.2). Em seguida, o programa desenvolvido para determinação dos expoentes é executado, sendo observado qual das duas possibilidades permite a evolução dos expoentes para valores negativos.

Os testes mostram que a inclusão do termo $B_{CONTROL}$ nas equações (4.1) e (4.5), considerando a segunda possibilidade apresentada acima, permite a evolução dos expoentes de Lyapunov para valores negativos. É interessante mencionar que a ação do controlador ETDF é bem melhor quando a defasagem é aplicada à variável de estado velocidade em comparação à defasagem aplicada às demais variáveis de estado do sistema.

$$\left\{ \begin{array}{l} yp_1 = y_2 \\ yp_2 = f_0 \cos \Omega t \, 0,5 - 2\xi y_2 + (y_1 - 3y_1^3) + \chi_1 y_3 + \chi_2 \left\{ y_2 + \frac{K}{\lambda_2} [(1-R) \cdot [y_2(t-\tau) + R y_2(t-2\tau) + R^2 y_2(t-3\tau) + R^3 y_2(t-4\tau) \dots] - y_2 \right\} \\ yp_3 = -\kappa_1 y_2 - \lambda_1 y_3 \\ yp_4 = -\kappa_2 y_2 - \lambda_2 \left\{ y_2 + \frac{K}{\lambda_2} [(1-R) \cdot [y_2(t-\tau) + R y_2(t-2\tau) + R^2 y_2(t-3\tau) + R^3 y_2(t-4\tau) \dots] - y_2 \right\} \end{array} \right. \quad (5.2)$$

Nota-se que, em razão da aplicação do método ETDF, as equações (4.7) e (4.9) se transformam em Equações Diferenciais Defasadas (DDEs). O cálculo dos expoentes de Lyapunov com DDEs é mais complicado do que em EDOs. Considerando-se o método ETDF com três estados defasados no tempo, a equação (3.11) pode ser escrita conforme a equação (5.3).

$$\dot{x}(t) = Q(x, t) + B(t, x, x_\tau, x_{2\tau}, x_{3\tau}) \quad (5.3)$$

Logo, para o cálculo de $x = x(t)$ em um instante maior que t é necessário conhecer a função $x_i(t)$, $i = 1, \dots, n$ no intervalo $(t - 3\tau, t)$. Esses tipos de equações consistem em sistemas de dimensão infinita e devem apresentar infinitos expoentes de Lyapunov, dos quais apenas uma quantidade finita pode ser determinada a partir de uma análise numérica. Porém, conforme mencionado na seção 3.3, para avaliar a estabilidade das OPIs em sistemas não autônomos é suficiente determinar o maior expoente de Lyapunov. Neste trabalho, eles são determinados aproximando-se a evolução contínua do sistema de dimensão infinita por um número finito de elementos cujos valores mudam em passos discretos no tempo (FARMER, 1982).

Dessa forma, as funções $x_i(t)$, $i = 1, \dots, n$, no intervalo $(t - 3\tau, t)$ podem ser aproximadas por N amostras espaçadas em intervalos de tempo de $\Delta t = 3\tau/(N - 1)$. Assim, em vez de n variáveis de estado, apresentadas na equação (5.3), consideram-se $n(N + 1)$ variáveis. Elas são representadas pelo vetor “ r ”, cujas componentes $r_{n+1}, \dots, r_{n(N+1)}$ estão relacionadas aos estados defasados no tempo de $x(t)$, como apresentado na equação (5.4).

$$(r_1, r_2, \dots, r_n, r_{n+1}, \dots, r_{n+N}, \dots, r_{n+(n-1)N+1}, \dots, r_{n(N+1)}) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t),$$

$$x_1(t - \Delta t), \dots, x_1(t - N\Delta t), \dots, x_n(t - \Delta t), \dots, x_n(t - N\Delta t) \quad (5.4)$$

Baseado na aproximação proposta por (SPROTT, 2007), o sistema original é reescrito como um conjunto de $N + 1$ EDOs, conforme a equação (5.5).

$$\begin{aligned} \dot{r}_i &= Q_i(r_1, r_2, \dots, r_n) + B_i(t, r_1, \dots, r_n, r_{n+1}, \dots, r_{n(N+1)}), \text{ para } 1 \leq i \leq n \\ \dot{r}_{n+1+(i-1)N} &= N(\dot{r}_i - \dot{r}_{n+2+(i-1)N})/2\tau, \text{ para } 1 \leq i \leq n \\ \dot{r}_{n+k+(i-1)N} &= N(\dot{r}_{n+k+(i-1)N-1} - \dot{r}_{n+k+(i-1)N+1})/2\tau, \text{ para } 2 \leq k \leq (N-1) \text{ e } 1 \leq i \leq n \\ \dot{r}_{n+iN} &= N(\dot{r}_{n+iN-1} - \dot{r}_{n+iN})/\tau, \text{ para } 1 \leq i \leq n, \end{aligned} \quad (5.5)$$

onde $N = \frac{3\tau}{h} + 1$ e h representa o passo de integração. Em seguida, esse conjunto de $N + 1$ EDOs de primeira ordem são integradas numericamente pelo método Runge-kutta de quarta ordem (DE PAULA, 2010).

Conhecendo-se as OPIs imersas no comportamento caótico e os expoentes de Lyapunov associados a cada uma delas, três órbitas de interesse são selecionadas para estabilização, visto que duas das cinco órbitas identificadas são simétricas entre si, não havendo, portanto, interesse em se estabilizar órbitas simétricas. As OPIs escolhidas são as órbitas A, C e E. Deve-se ressaltar que é possível escolher uma destas órbitas conforme a aplicação desejada com base na amplitude de vibração. Por exemplo, as duas primeiras órbitas escolhidas têm pequenas amplitudes e, portanto, são interessantes para situações onde são necessárias baixas amplitudes de vibração. A última OPI possui amplitude maior e, portanto, pode ser usada para fins de colheita de energia. Assim, a resposta caótica pode conferir essa flexibilidade ao ser possível escolher a órbita mais interessante para cada situação por meio do uso de um sistema de controle.

Os expoentes de Lyapunov obtidos para diferentes valores de R e K de cada OPI escolhida (Figura 17) são apresentados nos gráficos de cores das Figuras 18 a 22. Nos gráficos é possível identificar as regiões associadas a expoentes de Lyapunov máximo mais negativos, por meio da comparação visual dos expoentes de cada órbita para parâmetros R e K semelhantes. Essa análise é qualitativa e serve de base para uma avaliação quantitativa realizada na continuação do trabalho. Nota-se que variação do valor dos expoentes é representada pela mudança de cor do gráfico. As tonalidades mais próximas do azul-escuro referem-se a regiões com expoentes de Lyapunov mais negativos. Todavia,

valores mais positivos referem-se às colorações que tendem ao marrom. Observa-se ainda que para todas as OPIs analisadas, as regiões com a tonalidade azul mais escura estão concentradas a partir de $R = 0.8$. É importante mencionar que valores de R elevados tendem a conduzir a estabilização para a supressão do caos, situação diferente da estabilização do sistema em uma órbita conhecida e desejada. Dessa forma, para as estabilizações das OPIs de interesse, são considerados preferencialmente valores de R mais baixos, logo, os valores dos parâmetros de controle não estão relacionados ao expoente de Lyapunov máximo de valor mínimo. Os dados desses gráficos estão contidos nas Tabelas 6 a 10 do apêndice.

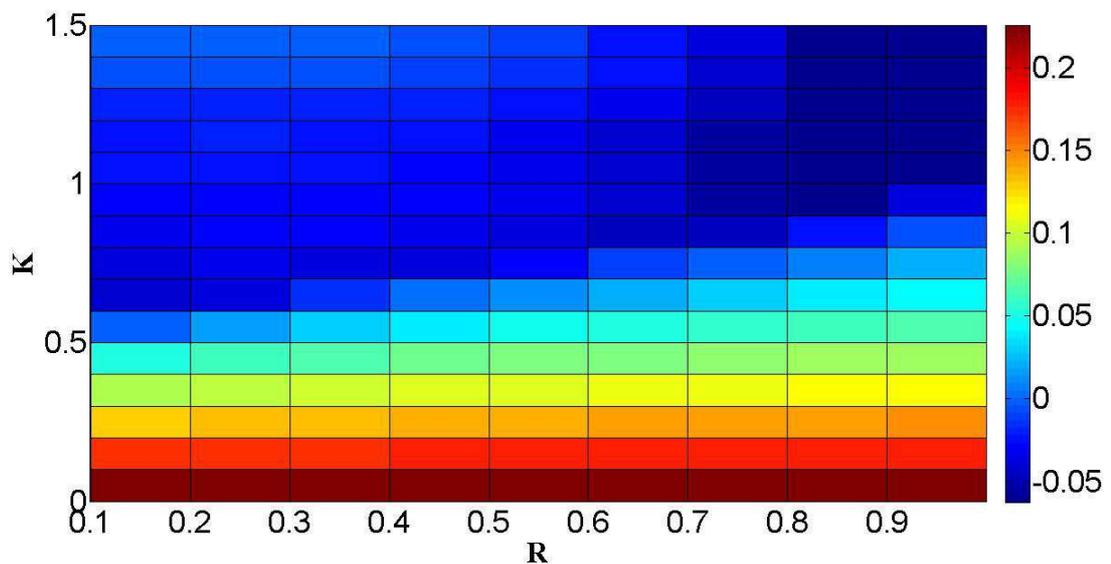


Figura 18 - Expoentes de Lyapunov para a órbita A.

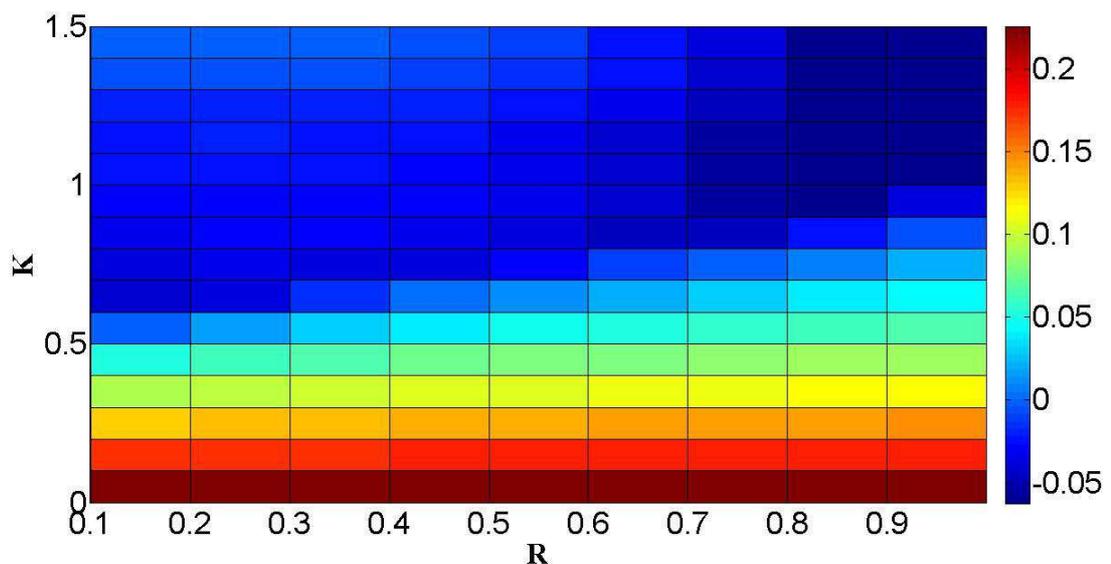


Figura 19 - Expoentes de Lyapunov para a órbita B.

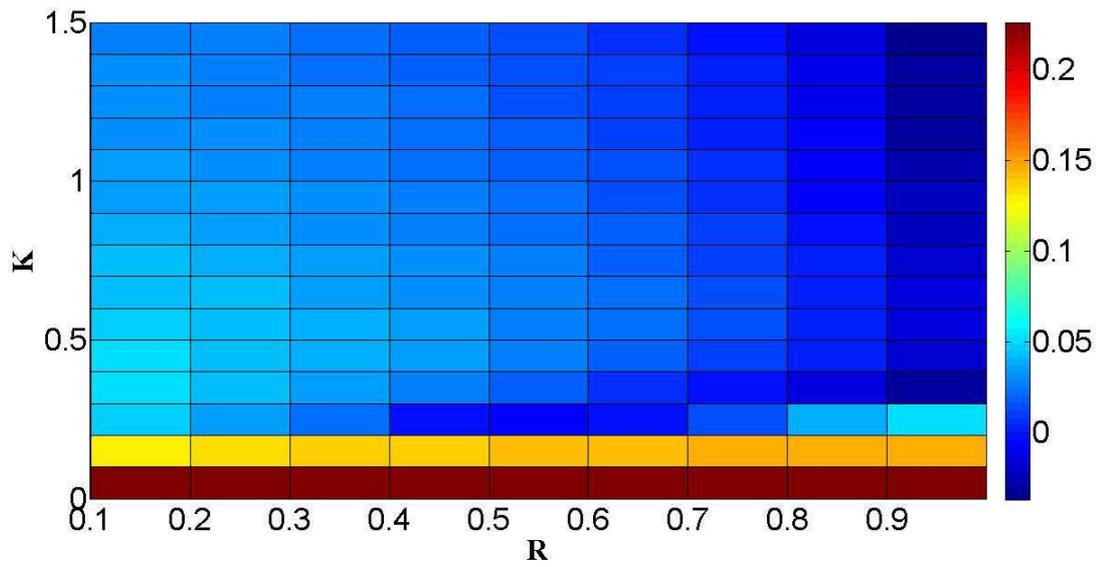


Figura 20 - Expoentes de Lyapunov para a órbita C.

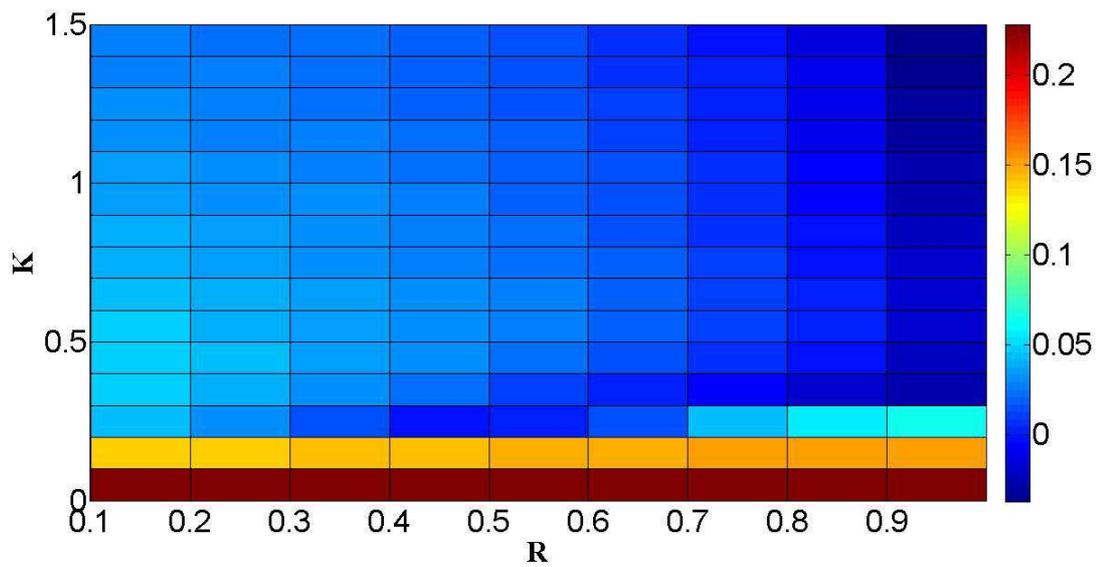


Figura 21 - Expoentes de Lyapunov para a órbita D.

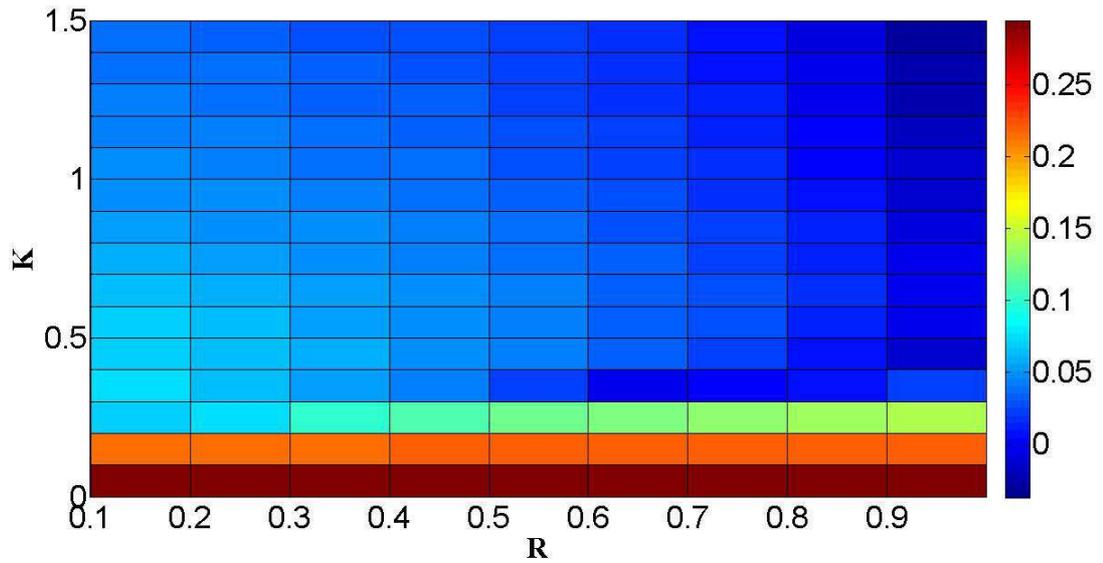


Figura 22 - Expoentes de Lyapunov para a órbita E.

As Figuras 23 a 25 apresentam o expoente de Lyapunov máximo negativo para dois valores fixos do parâmetro R , variando-se o parâmetro K , para cada uma das 3 OPIs escolhidas. Os valores de R e K relacionados aos expoentes de Lyapunov apresentados a seguir podem permitir a estabilização das órbitas desejadas.

Ressalta-se que, a partir da análise das Figuras 18 a 22 e das Tabelas 6 a 10 (apêndice), percebe-se que as órbitas C, D e E apresentam regiões com expoentes de Lyapunov negativos para valores de R e K semelhantes. Em alguns casos, para essas regiões, os expoentes de Lyapunov das demais órbitas são mais negativos do que os expoentes da órbita E. Na tentativa de contornar essa dificuldade, tendo em vista que o controlador tende a estabilizar OPIs mais estáveis (com expoente de Lyapunov mais negativo), para a órbita E, opta-se utilizar valores de R tais que $R \geq 0.9$, embora exista a possibilidade da ação de controle conduzir o sistema para a supressão do caos.

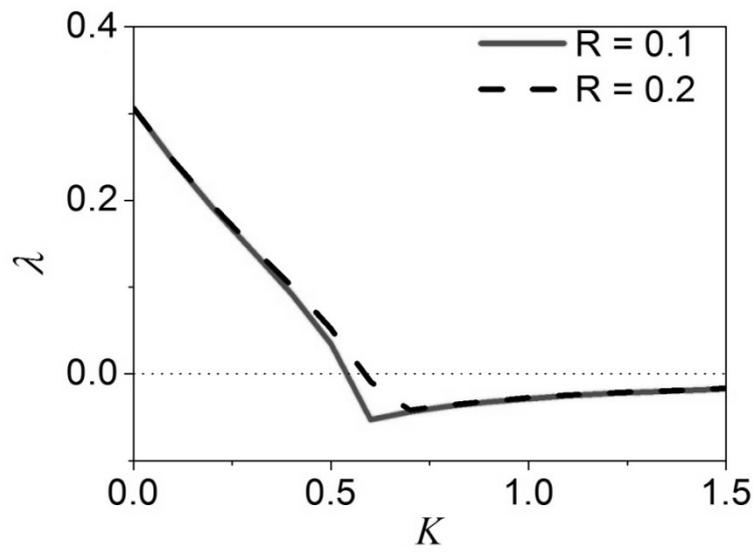


Figura 23 - Expoente de Lyapunov Máximo da órbita A para diferentes valores de R e K.

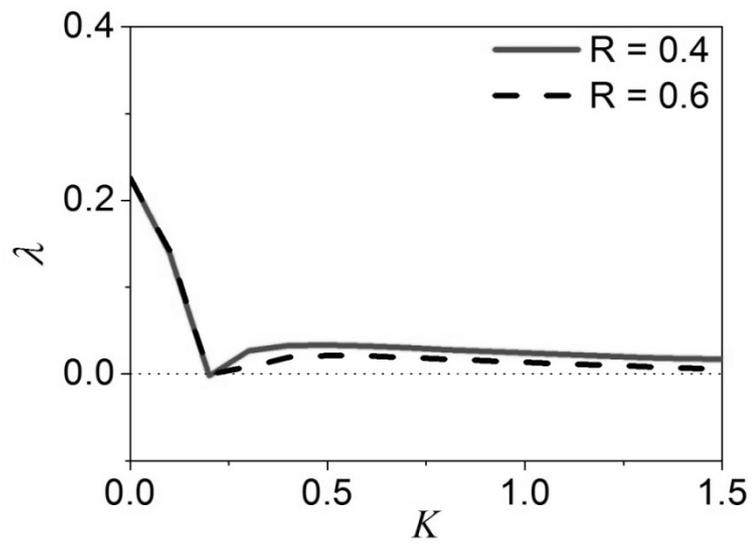


Figura 24 - Expoente de Lyapunov Máximo da órbita C para diferentes valores de R e K.

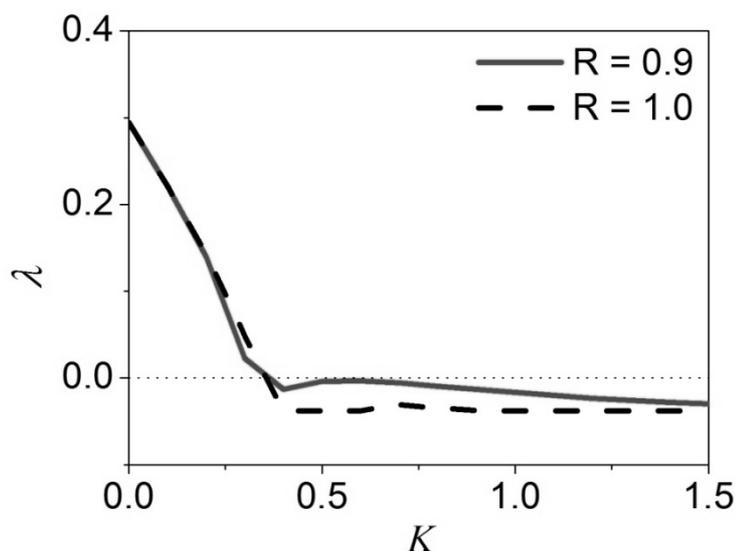


Figura 25 - Expoente de Lyapunov Máximo da órbita E para diferentes valores de R e K.

5.2.2 CONTROLE E COLHEITA DE ENERGIA

Após a fase de aprendizagem, inicia-se a fase do controle propriamente dito. O controle do caos está focado na obtenção de uma resposta relacionada a diferentes OPIs.

5.2.2.1. CONTROLE VISANDO A SUPRESSÃO DE VIBRAÇÕES

Inicialmente, o controle é aplicado à órbita A. Na estabilização dessa OPI, utilizam-se os parâmetros $R = 0.1$ e $K = 0.6$. Observa-se que a estabilização é obtida na primeira tentativa de controle, visto que o máximo expoente de Lyapunov negativo associado aos parâmetros adotados para essa órbita é mais negativo do que os expoentes das demais órbitas para parâmetros idênticos, conforme as Figuras 18 a 22. A Figura 26 mostra a estabilização dessa órbita usando o método ETDF, com $R = 0.1$ e $K = 0.6$, apresentando: o espaço de fase do sistema em regime permanente, sinal de controle, a tensão no piezelétrico atuador, a potência colhida instantânea (*Power Harvested* – P_H) (linha preta) e a potência colhida média (linha cinza); e a potência consumida pelo controlador (P_C), instantânea (linha preta) e média (linha cinza). Ressalta-se que em todo o trabalho as potências avaliadas são adimensionais. Verifica-se que a potência elétrica média consumida pelo controlador para estabilizar essa OPI é aproximadamente 1.34×10^{-6} ,

enquanto a potência colhida média é 0.349×10^{-6} . Assim, o conversor piezelétrico fornece 26% da potência consumida pelo controlador.

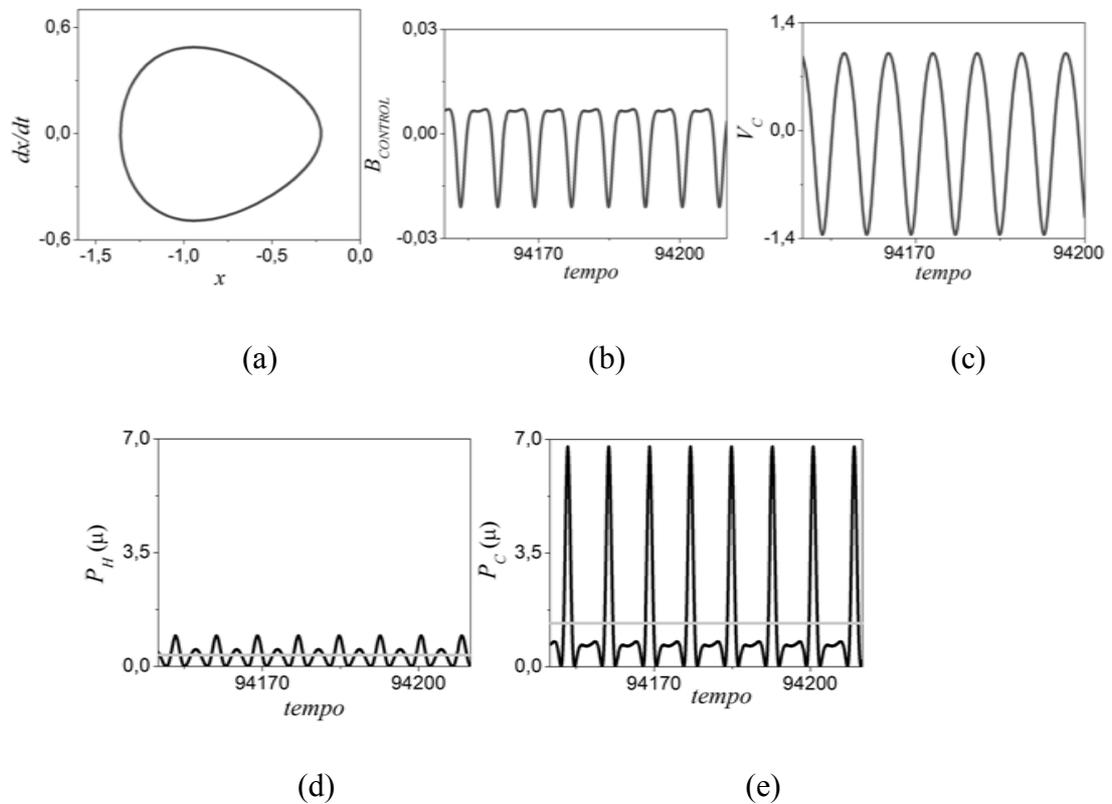


Figura 26 – Estabilização da órbita A pelo método ETDF com $R=0.1$ e $K=0.6$: (a) espaço de fase; (b) sinal de controle; (c) Tensão no piezelétrico atuador; (d) Potência Colhida (Power Harvested - P_H); e (e) Potência consumida pelo controlador (P_C).

A Figura 27 mostra a estabilização da órbita C. Novamente o método ETDF é aplicado. Os parâmetros de controle escolhidos são $R = 0.6$ e $K = 0.2$. A estabilização desta órbita também é obtida na primeira aplicação do controle, pois o máximo expoente de Lyapunov negativo associado aos parâmetros escolhidos para essa órbita também é mais negativo do que os demais expoentes calculados para as outras órbitas de interesse, considerando valores de R e K semelhantes, conforme as Figuras 18 a 22.

Na Figura 27, observam-se o espaço de fase do sistema em regime permanente, o sinal de controle, a tensão no piezelétrico atuador, a potência colhida (*Power Harvested* – P_H) instantânea (linha preta) e média (linha cinza); e a potência consumida pelo controlador (P_C) instantânea (linha preta) e média (linha cinza). A potência elétrica média consumida pelo controlador para estabilizar essa OPI é aproximadamente 2.79×10^{-6} ,

enquanto que a potência elétrica média colhida é 0.371×10^{-6} . Dessa forma, o conversor piezelétrico fornece 13% da potência consumida pelo controlador.

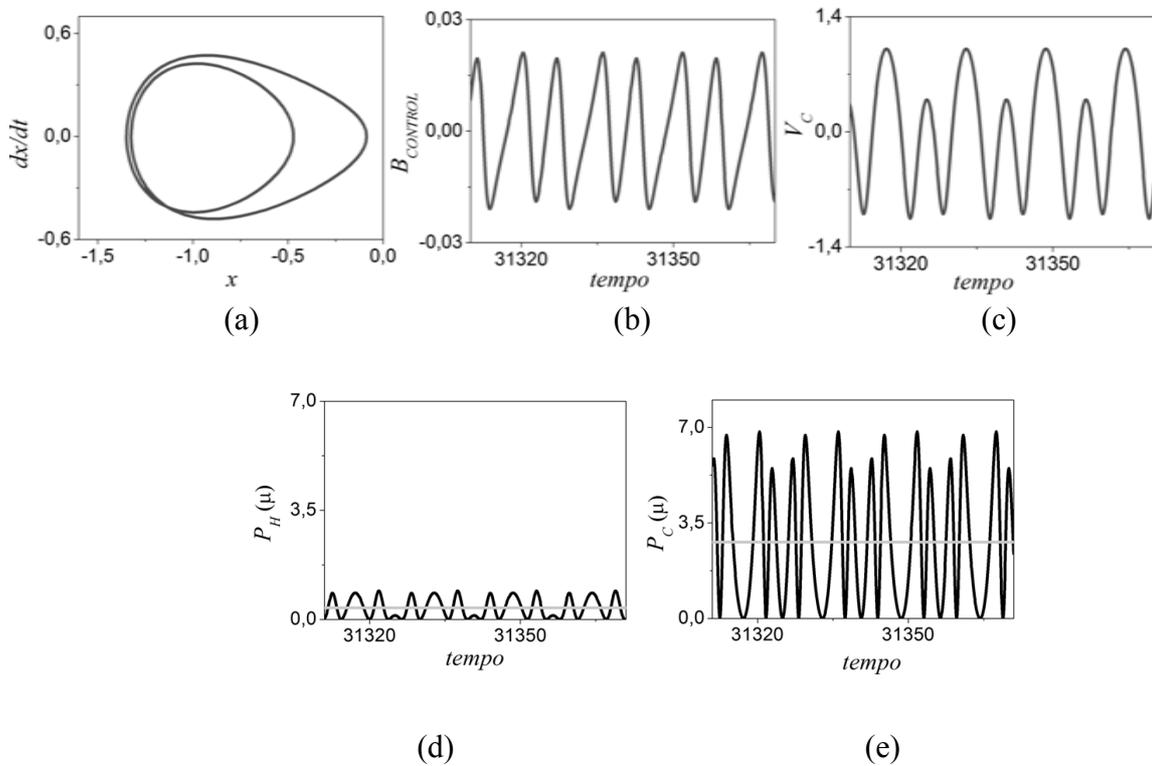


Figura 27 - Estabilização da órbita C pelo método ETDF com $R=0.6$ e $K=0.2$: (a) espaço de fase; (b) sinal de controle; (c) Tensão gerada no piezelétrico atuador; (d) Potência Colhida (Power Harvested - P_H); e (e) Potência consumida pelo controlador (P_C).

Embora o método ETDF tenha estabilizado com sucesso as duas primeiras órbitas de interesse, ele não é capaz de estabilizar a órbita E, escolhida por ser interessante para fins de colheita de energia em razão de sua maior amplitude. Observando a Figura 22 e a Figura 25, ainda que existam valores negativos dos expoentes de Lyapunov para essa OPI, o método ETDF não é eficaz no alcance desse objetivo.

Na primeira tentativa de estabilização dessa órbita pelo ETDF, os parâmetros de controle considerados são $R = 0.9$ e $K = 0.4$. Embora o expoente de Lyapunov para esses parâmetros seja negativo, o controlador não conduz a OPI à estabilização para órbita desejada. Isso pode ser verificado no espaço de fase em regime permanente e sinal de controle apresentados na Figura 28.

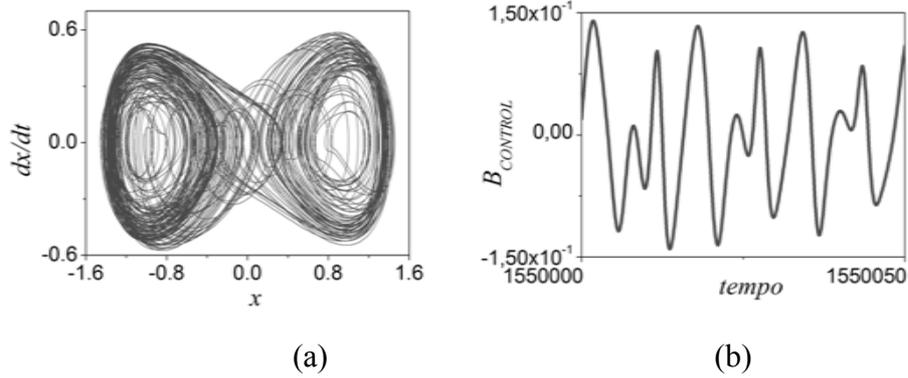


Figura 28 - Tentativa de Estabilização da órbita E pelo método ETDF com $R=0.9$ e $K=0.4$: (a) espaço de fase; (b) sinal de controle.

Na segunda tentativa de estabilização da OPI em questão, os valores escolhidos para os parâmetros de controle são $R = 0.9$ e $K = 0.5$. Durante o controle, observa-se que o ETDF conduz a estabilização para a órbita A, em vez de conduzir a estabilização para a órbita E. A Figura 29 apresenta o espaço de fase em regime permanente, o sinal de controle, a tensão no piezelétrico atuador, a potência colhida (*Power Harvested* – P_H) instantânea (linha preta) e média (linha cinza); e a potência consumida pelo controlador (P_C) instantânea (linha preta) e média (linha cinza).

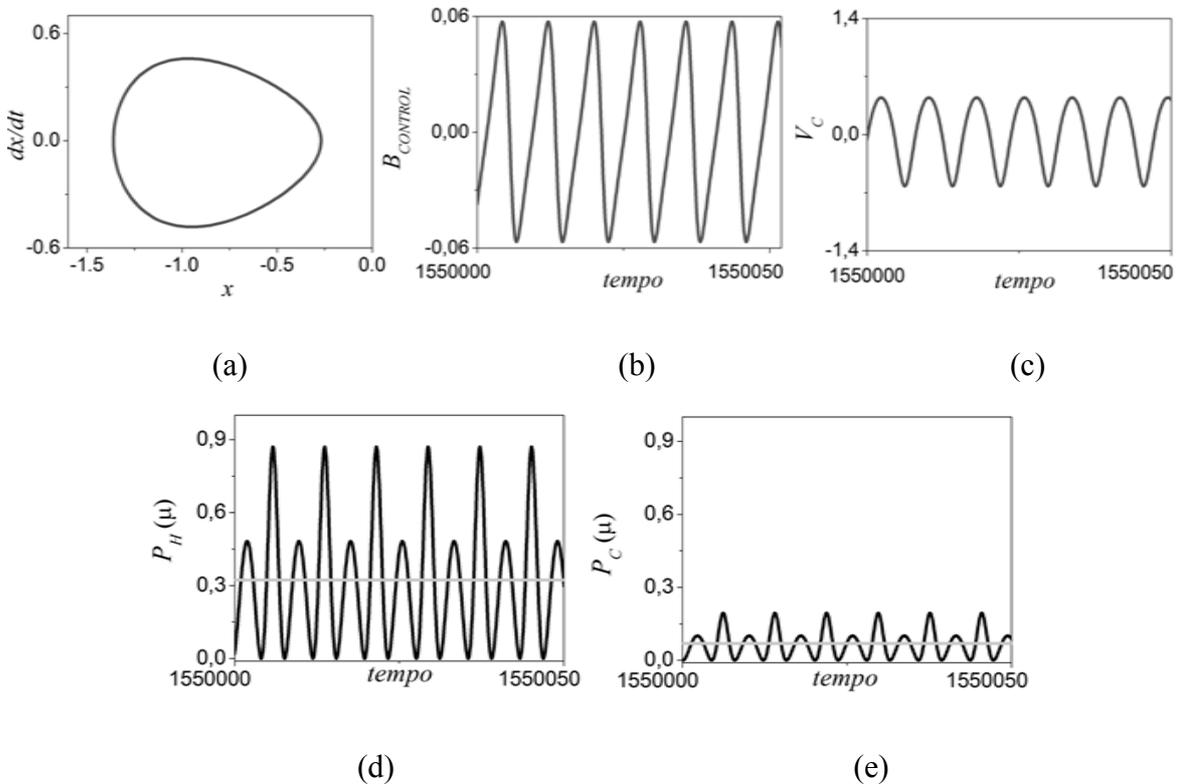


Figura 29 - Tentativa de Estabilização da órbita E pelo método ETDF com $R=0.9$ e $K=0.5$: (a) espaço de fase; (b) sinal de controle; (c) Tensão gerada no piezelétrico atuador; (d) Potência Colhida (*Power Harvested* - P_H); e (e) Potência consumida pelo controlador (P_C).

A condução dessa estabilização para uma OPI diferente pode ser explicada pela análise dos valores do máximo expoente de Lyapunov contidos nas Figuras 18 a 22. Embora a órbita E apresente regiões com expoente de Lyapunov negativos para alguns valores dos parâmetros de controle, esta região é pequena e com valores maiores quando comparada às regiões das demais órbitas identificadas. Ou seja, verifica-se que os expoentes de Lyapunov das outras órbitas são mais negativos quando comparados aos expoentes da órbita E, considerando parâmetros de controle semelhantes.

Avaliando-se os resultados, observa-se que a energia colhida durante a estabilização é superior a energia consumida pelo controlador. A potência elétrica média colhida é aproximadamente 3.23×10^{-7} , enquanto que a potência média consumida é aproximadamente igual a 0.7×10^{-7} . Portanto, mesmo não se alcançando a estabilização da OPI desejada pela aplicação do ETDF, o conversor piezelétrico é capaz de colher, aproximadamente, 361% da energia consumida pelo controlador, sendo que a diferença entre a energia colhida e consumida nessa situação é equivalente a 19.3% da energia colhida no comportamento caótico.

Duas outras tentativas de estabilização órbita E são realizadas com o ETDF. Desta vez, opta-se em utilizar os parâmetros de controle iguais à $R = 0.9$ e $K = 0.7$, e em seguida $R = 1.0$ e $K = 0.5$. As duas Figuras, 30 e 31, mostram o sinal de controle, a tensão no piezelétrico atuador, a potência colhida (*Power Harvested* – P_H) instantânea (linha preta) e média (linha cinza); e a potência consumida pelo controlador (P_C) instantânea (linha preta) e média (linha cinza). Observa-se que as órbitas estabilizadas não se parecem com nenhuma das OPIs identificadas no sistema.

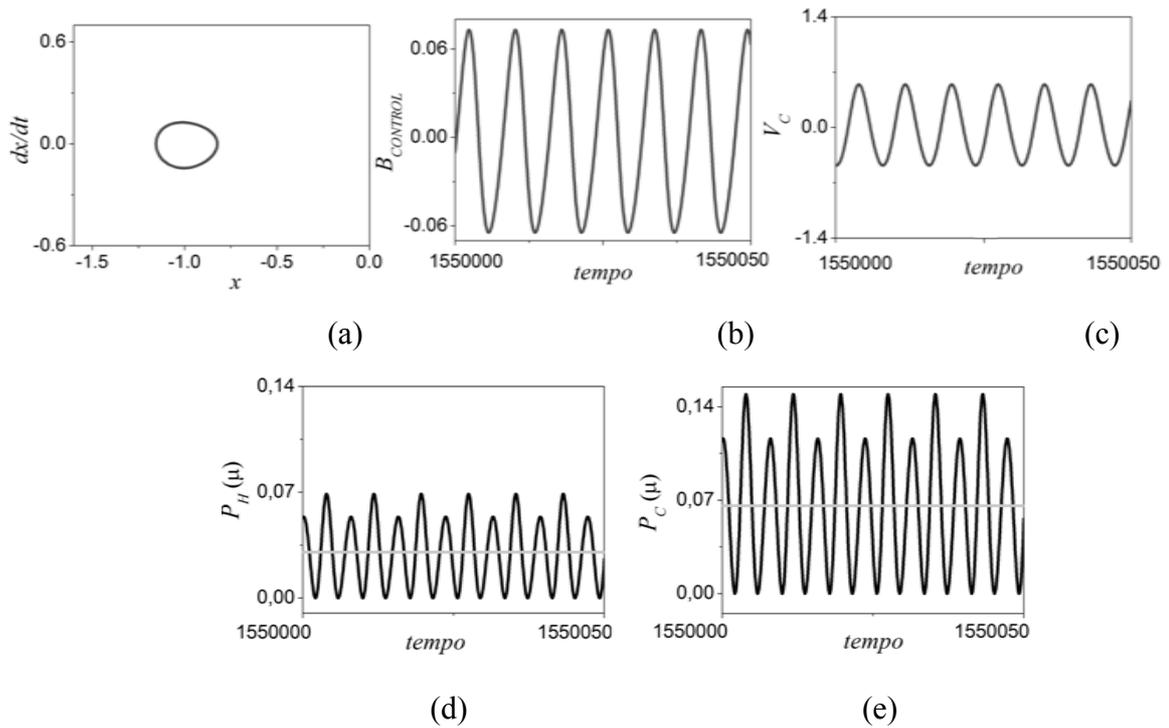


Figura 30 - Tentativa de Estabilização da órbita E pelo método ETDF com $R=0.9$ e $K=0.7$: (a) espaço de fase; (b) sinal de controle; (c) Tensão gerada no piezelétrico atuador; (d) Potência Colhida (Power Harvested - P_H); e (e) Potência consumida pelo controlador (P_C).

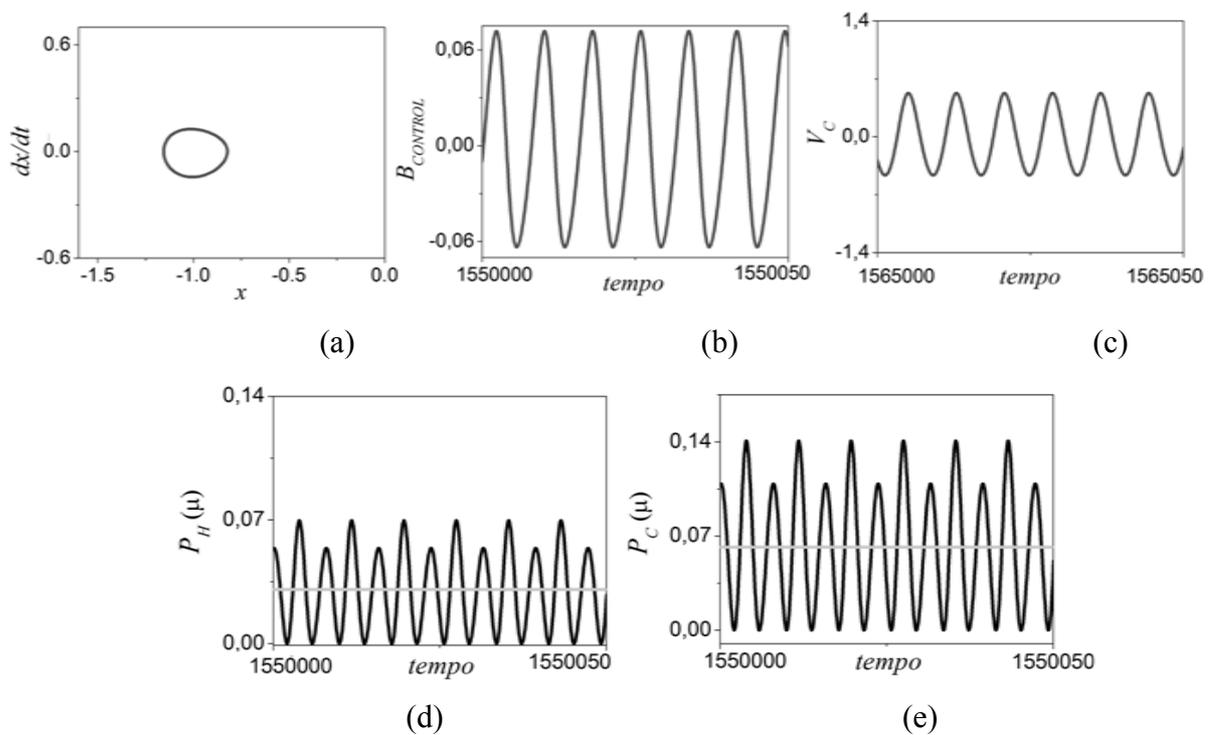


Figura 31 - Tentativa de Estabilização da órbita E pelo método ETDF com $R=1.0$ e $K=0.5$: (a) espaço de fase; (b) sinal de controle; (c) Tensão gerada no piezelétrico atuador; (d) Potência Colhida (Power Harvested - P_H); e (e) Potência consumida pelo controlador (P_C).

As respostas periódicas obtidas com ação de controle apresentadas nas Figuras 30 e 31 não se assemelham mais às OPIs identificadas. Tratam-se de casos de supressão do caos, conforme relatado por DE PAULA e SAVI (2009) no caso de utilização de valores de ganho mais altos. Embora o sinal de controle e a tensão no piezelétrico atuador dessas duas situações apresentem a mesma ordem de grandeza dos valores apresentados na Figura 29, observa-se que a energia colhida durante o controle, nas duas últimas tentativas é menor que aquela colhida durante a tentativa de estabilização apresentada na Figura 29. Também é observado um aumento no consumo de energia pelo controlador. Na Figura 30, os valores da energia colhida e consumida média são respectivamente iguais a 0.030×10^{-6} e 0.066×10^{-6} . Na situação apresentada na Figura 31, os valores da energia colhida e consumida média são respectivamente iguais a 0.030×10^{-6} e 0.062×10^{-6} . Em ambos os casos, obtém-se durante a colheita, respectivamente, 45.5% e 48.4% da energia exigida pelo controlador durante o controle.

Sabe-se que a proposta dos métodos com realimentação é alterar o sistema suavemente, de forma que a OPI desejada se torne estável sem que ela sofra modificações. Observando as duas últimas tentativas de estabilização, percebe-se que para valores de $R \geq 0.9$ e $K \geq 0.5$ o sistema deixa de responder caoticamente.

Como não é possível estabilizar a órbita da Figura 17e pelo ETDF, outra técnica de controle é aplicada para se alcançar essa proposta. DE PAULA E SAVI (2011) discutiram alguns aspectos relacionados à eficácia do controle do caos para estabilizar OPIs, apontando algumas alternativas para alcançar a estabilização das órbitas desejadas. Uma alternativa possível é a utilização do método de controle semi-contínuo - SCC que é aplicado como se segue.

O método SCC é mais apropriado para a estabilização de sistemas de elevada instabilidade, bem como de OPIs de elevada periodicidade. A fase de aprendizagem do método SCC na identificação das OPIs utiliza a mesma abordagem adotada no método ETDF. Após a identificação das OPIs, os vetores de sensibilidade e as matrizes Jacobianas (parâmetros do controlador) são calculados. Na aplicação do método cinco estações de controle por período de forçamento são consideradas.

Após a fase de aprendizagem, inicia-se a fase do controle. Nela, deixa-se o sistema evoluir livremente até que atinja a vizinhança da OPI desejada. Nesse instante, a dinâmica local no ponto é utilizada para calcular a perturbação no parâmetro de controle por meio da

equação (3.6), onde então o controlador é ligado. Nesse controle, aguarda-se a passagem da trajetória nas proximidades do ponto de controle. Em seguida, uma pequena e adequada alteração no parâmetro “ p ” faz com que a órbita caia na direção estável desse ponto de controle para que a órbita possa ser capturada pelo controlador.

Ressalta-se que para se obter a estabilização das órbitas por esse método, a rotina implementada considera “uma tolerância de controle” necessária para garantir que a órbita esteja na vizinhança do ponto de controle. Isso se torna necessário porque o SCC é baseado no uso da Jacobiana, ou seja, na linearização do sistema. Dessa forma, o método só é aplicável nas proximidades do ponto em torno do qual o sistema está sendo linearizado. Portanto, a ação de controle só é iniciada quando a equação (5.6) é atendida, ou seja, quando a trajetória do sistema entra na vizinhança da OPI a ser estabilizada.

$$|\xi^n - \xi_c^n| \leq r_2, \quad (5.6)$$

onde r_2 é a tolerância de controle. O valor de r_2 foi ajustado a partir de tentativa e erro, tendo sido uma das dificuldades na aplicação do SCC, tendo em vista a sensibilidade do controlador a esse parâmetro. O valor adotado é de $r_2 = 0.06$.

A seguir, o método SCC é utilizado para o controle das três órbitas de interesse, pois, além de se desejar a estabilização da órbita E, deseja-se também avaliar a diferença entre os métodos ETDF e SCC, no que concerne ao gasto de energia durante o controle, com a finalidade de se obter uma combinação de procedimentos adequada em se alcançar um melhor desempenho do controlador.

A Figura 32 mostra a estabilização da órbita A pelo método SCC, apresentando: o espaço de fase do sistema em regime permanente, o sinal de controle, a tensão no piezoeletrico atuador, potência colhida instantânea (*Power Harvested* – P_H) (linha preta) e média (linha cinza); e a potência consumida pelo controlador (P_C), instantânea (linha preta) e média (linha cinza).

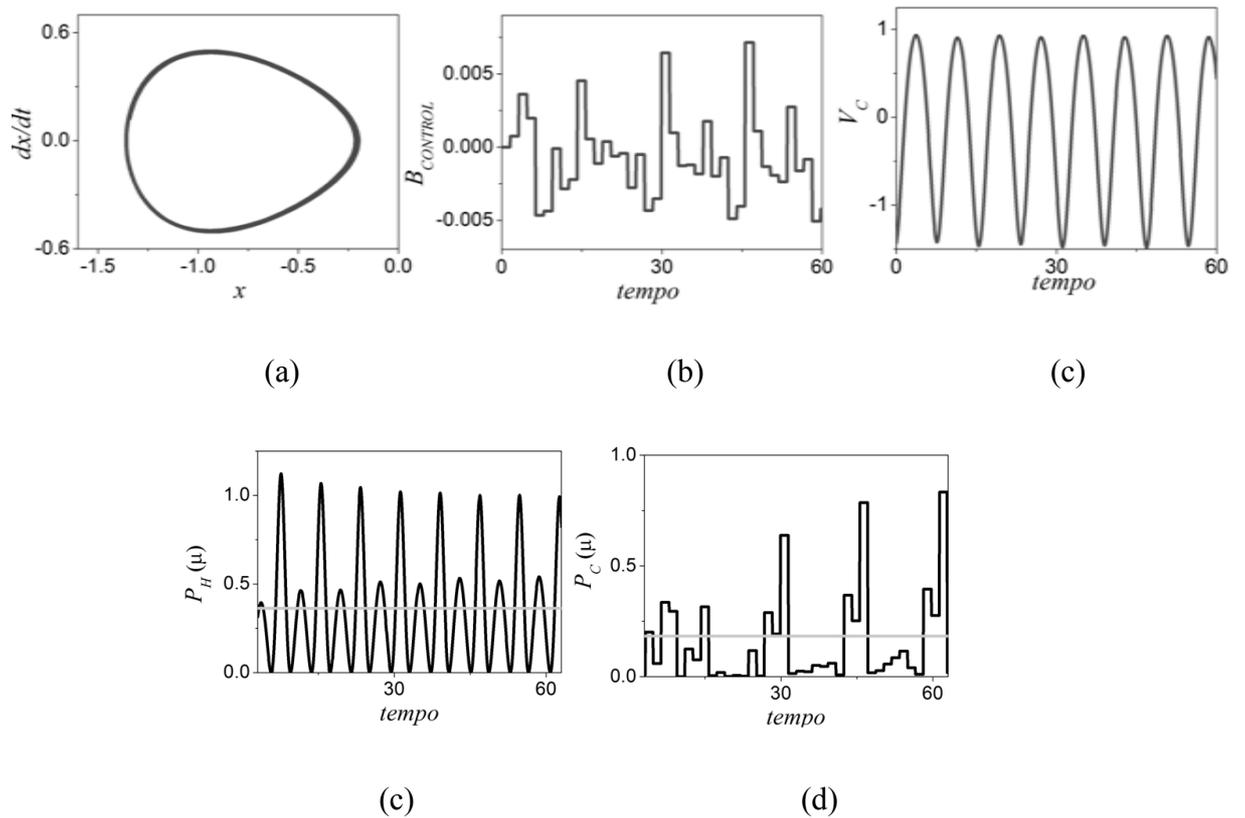


Figura 32 - Estabilização da órbita A pelo método SCC: (a) espaço de fase; (b) sinal de controle; (c) Tensão no piezelétrico atuador; (d) Potência Colhida (Power Harvested - PH); e (e) Potência consumida pelo controlador (PC).

A potência elétrica média consumida pelo controlador SCC ao estabilizar a OPI é aproximadamente 0.183×10^{-6} , enquanto que a potência elétrica média colhida é aproximadamente 0.362×10^{-6} . A potência colhida líquida (que sobra após a aplicação de controle) é agora 0.179×10^{-6} , correspondendo a cerca de 14% da potência colhida na resposta caótica sem controle (Figura 15).

Em sequência, aplica-se o SCC na estabilização da órbita C. A Figura 33 mostra a estabilização dessa órbita, apresentando: o espaço de fase do sistema em regime permanente, o sinal de controle, a tensão no piezelétrico atuador, a potência colhida instantânea (*Power Harvested* - P_H) (linha preta) e média (linha cinza); e a potência consumida pelo controlador (P_C), instantânea (linha preta) e média (linha cinza).

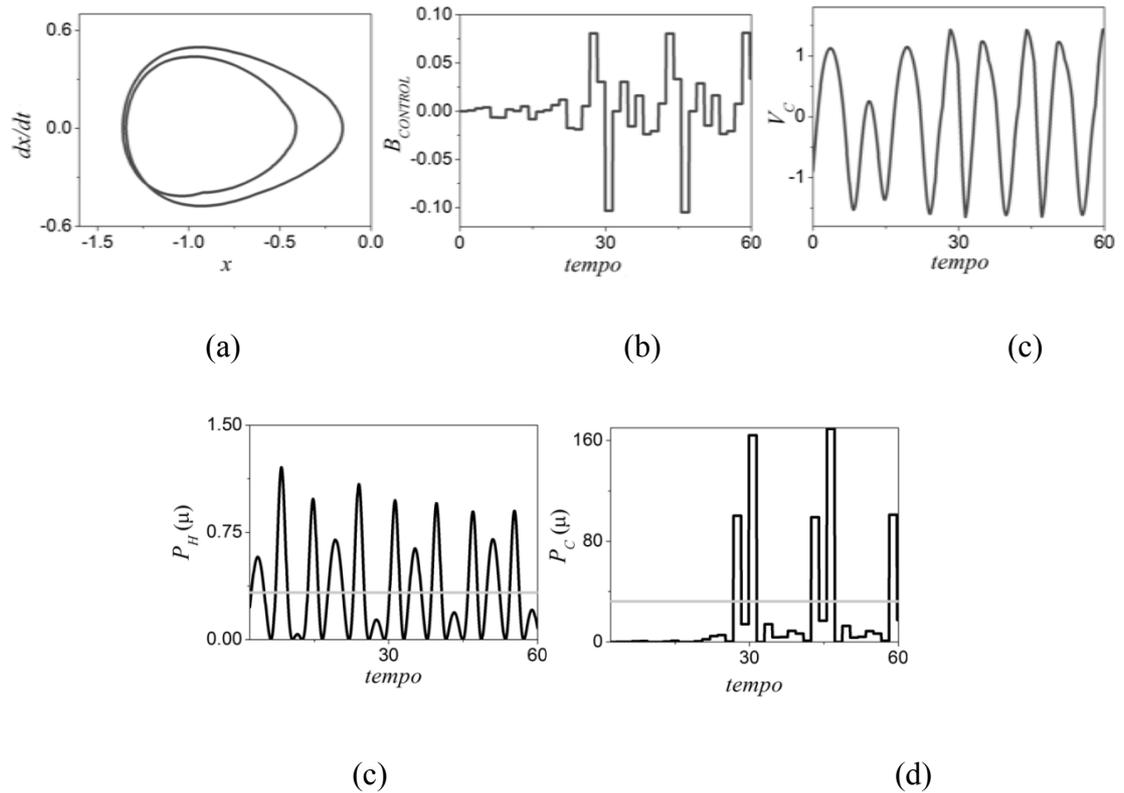


Figura 33 - Estabilização da órbita C pelo método SCC: (a) espaço de fase; (b) sinal de controle; (c) Tensão no piezolétrico atuador; (d) Potência Colhida (Power Harvested - PH); e (e) Potência consumida pelo controlador (PC).

A potência elétrica média consumida pelo controlador SCC para estabilizar essa OPI é aproximadamente 32.1×10^{-6} , enquanto a potência elétrica média colhida é aproximadamente igual a 0.329×10^{-6} . Dessa forma, o conversor piezolétrico fornece 1% da potência consumida pelo controlador. Observa-se na estabilização desta OPI pelo SCC que, embora a energia colhida por este método de controle tenha a mesma ordem de grandeza da energia colhida no processo de estabilização pelo ETDF, o consumo de energia do controlador SCC é aproximadamente 9 vezes menor do que o consumo apresentado pelo ETDF na estabilização dessa mesma órbita. Em comparação com a energia consumida pelo SCC na estabilização da órbita A, o consumo é 7 vezes menor quando comparado ao emprego do método ETDF. A Tabela 4 reúne as potências obtidas durante o controle das vibrações. Ela também apresenta a potência líquida em relação à potência colhida no comportamento caótico. A coluna “ÓRBITA OBTIDA APÓS O CONTROLE” apresenta a órbita obtida com a ação de controle. Com a aplicação do ETDF na tentativa de estabilizar o sistema para a órbita E, o controle conduziu a estabilização para a órbita A, quando $R = 0.9$ e $K = 0.5$, e para duas situações de supressão do caos, quando $R = 0.9$ e $K = 0.7$ e $R = 1.0$ e $K = 0.5$.

TIPO DE ÓRBITA	MÉTODO DE CONTROLE APLICADO	ÓRBITA OBTIDA APÓS O CONTROLE	$P_{\text{HARVESTED}}$ (μ)	P_{CONTROL} (μ)	$\frac{P_{\text{HARVESTED}}}{P_{\text{CONTROL}}}$ (%)	P_{LIQUIDA} (%)
ÓRBITA A	ETDF	ÓRBITA A	0.349	1.34	26.00	0.00
	SCC	ÓRBITA A	0.362	0.183	197.00	14.00
ÓRBITA C	ETDF	ÓRBITA C	0.371	2.79	13.00	0.00
	SCC	ÓRBITA C	0.329	0.321	1.02	0.00
ÓRBITA E	ETDF	ÓRBITA A R = 0.9 e K = 0.5	0.323	0.07	461	19.3
		SUPRESSÃO DO CAOS R = 0.9 e K = 0.7	0.030	0.066	45.5	0.00
		SUPRESSÃO DO CAOS R = 1.0 e K = 0.5	0.030	0.062	48.4	0.00

Tabela 4 - Potências obtidas durante o controle.

Os resultados demonstram que é possível alcançar a estabilização do sistema por meio da aplicação dos métodos de controle utilizados. O ETDF e o SCC foram capazes de estabilizar o sistema para as OPI's de menor amplitude. Ainda, embora o foco desta seção não seja a colheita de energia, observa-se que com o método ETDF obtém-se 19,3% de energia líquida durante a tentativa de estabilização par a órbita C. Com a aplicação do método SCC, obtém-se 14% de energia líquida na estabilização para órbita A. Isso é bastante promissor para aplicações futuras, pois, é possível usar essa fração de energia colhida para alimentar o controlador.

5.2.2.2. CONTROLE PARA COLHEITA DE ENERGIA

Como visto na seção anterior, o método ETDF não foi capaz de estabilizar órbita E. Dessa forma, o método SCC é aplicado na estabilização desta OPI. A Figura 34 mostra a estabilização dessa órbita, apresentando: o espaço de fase do sistema em regime permanente, o sinal de controle, potência colhida instantânea (*Power Harvested* – P_H) (linha preta) e média (linha cinza); e a potência consumida pelo controlador (P_C), instantânea (linha preta) e média (linha cinza).

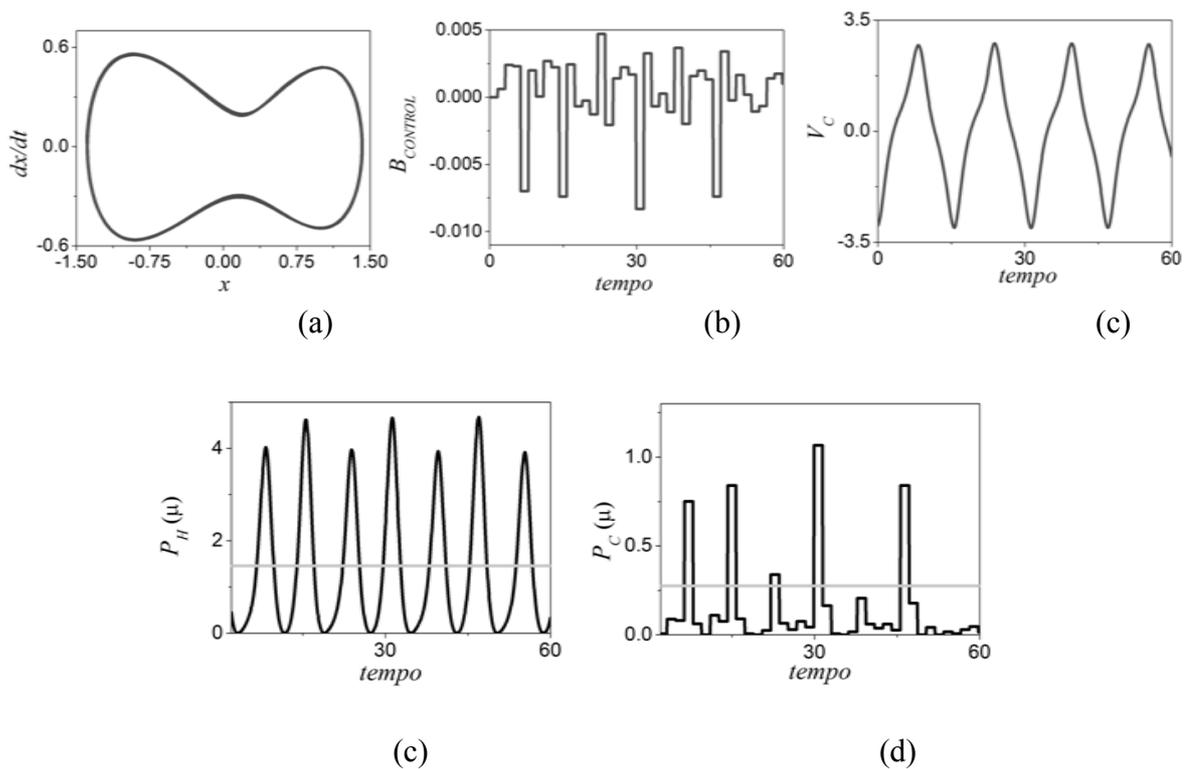


Figura 34 - Estabilização da órbita E pelo método SCC: (a) espaço de fase; (b) sinal de controle; (c) Tensão no piezolétrico atuador; (d) Potência Colhida (Power Harvested - PH); e (e) Potência consumida pelo controlador

A potência elétrica média consumida pelo controlador quando a OPI é estabilizada é de aproximadamente 0.277×10^{-6} , enquanto a potência média colhida é de 1.46×10^{-6} . Assim, a energia gerada pelo conversor piezolétrico é maior que a potência consumida pelo controlador. Subtraindo a potência média colhida pela potencia média consumida pelo controlador, são obtidos 1.183×10^{-6} de energia colhida líquida, o que corresponde a cerca de 90% da potência colhida obtida pela resposta caótica sem controle (Tabela 2).

A Tabela 5 reúne as potências obtidas durante o controle das vibrações para colheita de energia e a potência líquida obtida em relação à potência colhida no comportamento caótico.

TIPO DE ÓRBITA	MÉTODO DE CONTROLE	$P_{\text{HARVESTED}}$ (μ)	P_{CONTROL} (μ)	$\frac{P_{\text{HARVESTED}}}{P_{\text{CONTROL}}}$ (%)	P_{LIQUIDA} (%)
ÓRBITA C	ETDF	NÃO ESTABILIZOU	NÃO ESTABILIZOU	-	-
	SCC	1.46	0.277	527.00	90.00

Tabela 5 – Potências obtidas durante o controle das vibrações para colheita de energia.

Os resultados obtidos mostram que o controle SCC é eficaz na estabilização da órbita E. Além disso, eles demonstram que o processo de colheita de energia é mais eficiente para essa órbita, o que comprova que as OPIs de maior amplitude são adequadas para o processo de colheita de energia. Ressalta-se ainda que um dos objetivos do trabalho é utilizar a energia colhida para garantir a autonomia energética do sistema. Todo esse processo deve ser realizado por circuitos elétricos associados ao dispositivo. Portanto, um comportamento periódico é mais adequado para o funcionamento dos circuitos elétricos, tendo em vista questões de armazenamento de energia, condicionamento de sinal e a própria operação do circuito.

5.3 ALTERNÂNCIA ENTRE COLHEITA DE ENERGIA E SUPRESSÃO DO CAOS

Nesta seção, a combinação dos dois métodos de controle SCC-ETDF é avaliada, buscando-se alternar a colheita de energia e supressão do caos, ou vice-versa, de acordo com a necessidade. Para essa abordagem, a fase de aprendizagem é semelhante àquela usada durante o uso dos métodos SCC e ETDF isoladamente. Após a identificação das OPIs o controle é aplicado considerando-se 400 períodos de integração.

Primeiramente, opta-se em iniciar o controle pelo o método SCC a fim de se estabilizar o comportamento caótico para a órbita E, interessante para fins de colheita de energia. A operação do controlador SCC ocorre nos primeiros 200 períodos de integração, sendo que a simulação é iniciada na vizinhança da órbita E, não havendo, portanto, tempo de espera para iniciar o controle. Após a estabilização do sistema para esta órbita, o controle SCC é desligado. Em sequência, aguarda-se que o sistema evolua até a vizinhança da órbita desejada, quando então o controlador ETDF é acionado. Na ação do ETDF, deseja-se obter a órbita B, simétrica a órbita A, escolhida para a supressão de vibrações. A estabilização dessa órbita ocorre nos 200 períodos de integração restantes. Os valores de R e K adotados para o controle ETDF são: $R = 0.1$ e $K = 0.5$. A Figura 35 apresenta a posição em função do período de integração, a posição no tempo, o sinal de controle e o espaço de fase dessa atuação.

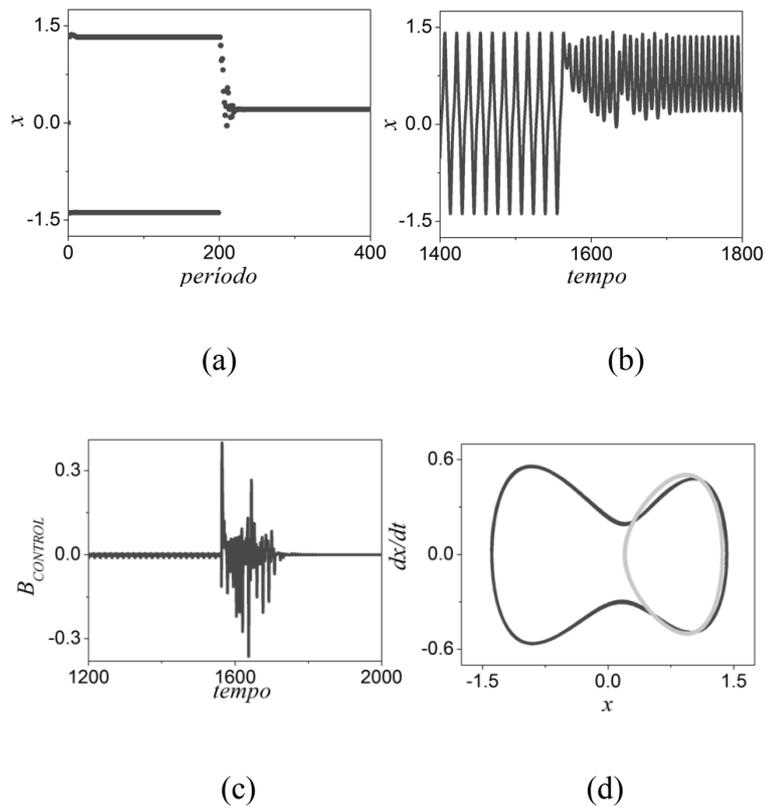


Figura 35 – Alternância entre a colheita de energia e supressão do caos: (a) posição x período, (b) posição x tempo, (c) sinal de controle; (d) espaço de fase (órbita E: linha preta; órbita B: cinza-claro).

Observa-se que o controle SCC, ao ser acionado, alcança satisfatoriamente a estabilização do sistema para a órbita E. Após a estabilização, o controle é desligado. Nesse momento, observa-se o aparecimento do comportamento caótico, conforme

visualizado na Figura 35. Na sequência, nota-se que o sistema evolui rapidamente até a vizinhança da órbita B, quando então o ETDF é acionado, estabilizando-se com sucesso o sistema para essa órbita. Esses resultados demonstram que a combinação dos métodos de controle é possível, tornando viável a alternância entre a colheita de energia e controle do caos, conforme desejado. Além disso, essa possibilidade permite que o usuário escolha a melhor atuação, explorando-se as características próprias de cada controlador, segundo a necessidade.

6. CONCLUSÕES

Os materiais piezelétricos são uma classe de materiais inteligentes que possuem acoplamento eletromecânico, sendo capazes de converter energia mecânica em energia elétrica (efeito piezelétrico direto) ou transformar energia elétrica em energia mecânica (efeito piezelétrico inverso). Além disso, devido à facilidade de integrá-los em materiais estruturais é possível desenvolver sistemas que conjugam a detecção e controle, permitindo a construção de sistemas de controle de vibrações.

Este trabalho explora os dois efeitos piezelétricos: o primeiro na colheita de energia mecânica presente nas vibrações mecânicas, processo conhecido como “*Power harvesting* ou *Energy harvesting*” e o segundo efeito no controle das vibrações mecânicas. Nesse estudo, aplicam-se numericamente dois métodos de controle do caos, o método ETDF e o método SCC, com dois objetivos distintos: colheita de energia e supressão de vibrações.

O sistema estudado é constituído por uma viga piezomagnetoelástica que incorpora duas camadas de material piezelétrico em ambos os lados dela. Uma camada é constituída pelo piezocerâmico PZT, sendo usada como “*energy harvesting*”. A outra constituída pelo piezelétrico MFC, é usada como um atuador. Cada camada está conectada respectivamente ao circuito de controle e ao circuito elétrico que armazena a energia colhida.

A proposta é combinar os dois métodos controle do caos e a colheita de energia explorando a flexibilidade do sistema, por meio da comutação entre as várias OPIs desejadas, embutidas no atrator caótico, sendo que a energia que alimenta o controlador pode ser total ou parcialmente fornecida pela energia colhida.

Inicialmente, o sistema é investigado sem a aplicação do controle. Nessa situação quando o parâmetro de forçamento atinge $f_0 = 0.09$, observa-se a coexistência de um comportamento de período-1 com o comportamento caótico. Ao avaliar-se a eficiência energética no que concerne a potência média colhida pelo sistema e a potência elétrica consumida pelo controlador, verifica-se que a potência média colhida para a resposta de período-1 é igual a 3.12×10^{-6} , apresentando melhor desempenho do que a resposta caótica, cuja potência colhida é igual a 1.31×10^{-6} . Todavia a resposta caótica mostra-se bem interessante por conferir flexibilidade ao sistema.

Durante as simulações com a aplicação do controle, cinco OPIs são identificadas durante a fase de aprendizagem. Em seguida, investigam-se os parâmetros de controle R e K associados a regiões cujos expoentes de Lyapunov máximos são negativos. Três situações de interesse são estudadas. As duas primeiras órbitas escolhidas, A e C, têm pequenas amplitudes e, portanto, são interessantes para situações de controle, onde são necessárias baixas amplitudes de vibração. A terceira OPI, órbita E, possui amplitude maior e, portanto, pode ser usada para fins de colheita de energia.

Após a fase de aprendizagem, inicia-se a fase do controle propriamente dito. Primeiramente o método ETDF é aplicado. Ele é capaz de estabilizar com sucesso as duas OPIs de menor amplitude. Observa-se que para órbita A, o sistema de colheita de energia fornece 26% da potência consumida pelo controlador. Para a órbita C, verifica-se que o conversor piezelétrico fornece 13% da energia consumida pelo sistema de controle. No entanto, nota-se que o método não é capaz de estabilizar a órbita E, ainda que ela apresente regiões com expoente de Lyapunov máximos negativos. Ao ser aplicado, observou-se que a estabilização divergiu da órbita de interesse, obtendo-se a órbita A. No entanto, mesmo não se alcançando a OPI desejada, durante o controle obteve-se 19.3% de energia líquida colhida. Em duas outras tentativas de estabilização, alcançou-se a supressão do caos, embora não tenha se alcançado a estabilização para a OPI desejada. Ainda nos casos de supressão, obteve-se até 48.4 % da energia colhida pelo controlador.

Em sequência, o método SCC é aplicado. Ele é mais apropriado para a estabilização de sistemas de elevada instabilidade, bem como de OPIs de elevada periodicidade. A fase de identificação das OPIs é semelhante aquela aplicada ao método ETDF. Após a identificação das OPIs, os parâmetros do controlador são determinados e cinco estações de

controle por período de forçamento são consideradas. Ao fim da fase de aprendizagem, o controle é aplicado.

As simulações para o método SCC mostram que ele é capaz de estabilizar as três órbitas de interesse. Para a órbita A, a potência colhida líquida equivale a 14% da potência colhida na resposta caótica sem controle. Para a órbita C, o controlador apresenta um maior consumo de energia durante a estabilização. Dessa forma, a eficiência energética do conversor piezelétrico foi de apenas 1%. Todavia, para a órbita E, a potência colhida líquida alcançou 90% da potência colhida na resposta caótica sem o controle.

Ressalta-se que os resultados para as duas situações propostas, supressão de vibrações e colheita de energia, são bastante promissores. Na aplicação do ETDF para supressão das vibrações alcançou-se até 461% da energia consumida pelo controlador. Já para o método SCC, energia colhida durante a aplicação na OPI de período-1 correspondeu a 197% da energia consumida pelo controlador. No caso da órbita E, a colheita de energia durante a aplicação do método SCC correspondeu a 527% da energia consumida pelo controlador. Dessa forma, verifica-se o alcance da autonomia energética nos dois casos.

Ainda, os resultados demonstram que a combinação do controle do caos e da colheita de energia é uma abordagem bem atraente. Devido às características dos métodos de controle do caos, é interessante se estabelecer uma combinação de procedimentos com o propósito de se definir um bom desempenho para o sistema estudado. O ETDF é geralmente mais robusto, mas não é capaz de estabilizar todas as OPIs. Por outro lado, o SCC tem uma eficácia melhor ao ser capaz de estabilizar um maior número de OPIs. Além disso, são verificadas vantagens do método SCC no que concerne ao gasto de energia na estabilização das órbitas A e E em comparação ao método ETDF. Todavia o ETDF apresentou menor gasto de energia na estabilização da órbita C em comparação ao método SCC. Portanto, existe a possibilidade de se modelar um mecanismo de controle que explore as características próprias de cada método. Além disso, o SCC pode ter dificuldade em estabilizar as OPIs desejadas em sistemas de elevada dimensionalidade. Logo, mais uma vez, a combinação dos métodos de controle pode ser bem interessante.

7. SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho investigou numericamente um sistema de colheita de energia constituído por um modelo simplificado de um sistema de colheita de energia que considera apenas um grau de liberdade mecânico, constituído por uma viga piezomagnetoelástica construída por uma viga ferromagnética que incorpora duas camadas de materiais piezelétricos em cada lado dessa viga, operando com funções distintas: colheita de energia e controle de vibrações.

Duas técnicas de controle do caos foram aplicadas nesse dispositivo, com o propósito de combinar os métodos de controle a fim de se obter o melhor desempenho na colheita de energia e controle de vibrações, aproveitando a flexibilidade do sistema conforme a necessidade do usuário. Os resultados demonstraram que a combinação dos métodos de controle é bastante interessante para se atingir os objetivos propostos.

Todavia, a investigação deste trabalho foi apenas numérica. Portanto, é interessante a realização de um estudo experimental desse sistema, com o propósito de validar os resultados das simulações, confrontando estes com os resultados experimentais.

Além disso, os experimentos também estariam focados na construção da viga e na implementação experimental dos métodos de controle usados. No desenvolvimento do experimento, também há interesse em se avaliar o circuito de armazenagem mais adequado à captação da energia colhida no processo “Power harvesting”. Ainda, propõe-se estudar o circuito de controle mais eficiente, com o objetivo de reduzir as perdas de energia na execução do controle. Nesse cenário, questões relacionadas ao desgaste dos materiais piezelétricos, histerese magnética da viga ferromagnética e dissipação de energia por aquecimento também devem ser consideradas. Ainda, esses testes podem explorar o comportamento dos controladores em situações concretas.

Dessa forma, sugere-se em trabalhos futuros a construção experimental desse sistema de colheita de energia e controle de vibrações, com a implementação dos métodos de controle ETDF e SCC, a fim de validar os resultados numéricos já obtidos e observar o comportamento do sistema de colheita de energia e controle de vibrações em situações reais com a finalidade de melhorar o desempenho dessa combinação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBIZURIA, J.; Fernandes, M. H.; GARITAONANDIA, X.; SABALZA, R.; URIBETXEBERRIA, R.; HERNANDEZ, J. M. “*An Active System of Reduction of Vibrations in a Centerless Grinding Machine Using Piezoelectric Actuators*”. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, v. 47, issue 10, p. 1607–1614, august 2007.

AMMAR, Y.; BASROUR, S. “*Non-linear Techniques for Increasing Harvesting Energy from Piezoelectric and Electromagnetic Micro-Power Generators*”. *Design, Test, Integration and Packaging of MEMS/MOEMS DTIP*. Stresa, Lago Maggiore, Italy: [s.n.]. 2006.

ANDOSCA, R.; MCDONALD, T Gus; GENOVA, Vicent; ROSENBERG, Steven; KEATINGD, Joseph; BENEDIXEN, Cole; WU, Junru. “*Experimental and Theoretical Studies on MEMS Piezoelectric Vibrational Energy Harvesters with Mass Loading*”. *Sensors and Actuators A: Physical*, v. 178, p. 76-87, may 2012.

ANTON, S. R.; SODANO, H. A. “*A review of power harversting using piezoelectrics materials (2003-2006)*”. *Smart Materials and Structures*, v. 16, n. 3, p. 1-21, May 2007.

ARGABRITE, G. A. “*Electrostrictive Translator*”. US 2478223. August 02,1949. <https://patentimages.storage.googleapis.com/pdfs/US2478223.pdf>, acesso em 31 de março de 2012.

AUERBACH, D., CVITANOVIC, P., Eckmann, J. -P., GUNARATNE, G.; PROCACCIA, I. “*Exploring Chaotic Motion Through Periodic Orbits*”. *Physical Review Letters*, v.58, n.23, p.2387-2389, 1987.

BARBOSA, W.O.V.; DE PAULA, A.S.; SAVI, M A.; INMAN, D.J. “*Chaos control applied to piezoelectric vibration-based energy harvesting systems*”. *European Physical Journal Special Topics*, v. 224, n° 14, p. 2787-2801, november 2015.

BASQUEROTTO, Cláudio Henrique Cerqueira Costa; CHAVARETTE, Fábio Roberto; DA SILVA, Samuel. “*International Congress of Mechanical Engineering – COBEM*”, n°. 22, 2013, Ribeirão Preto, SP, Brazil, November 3-7. “*Exploiting Nonlinearities and Chaos to Enhance Energy Harverting System Using Piezoelectric Devices*”. ISSN 2176-5480.

BAYLY, P. V.; VIRGIN, L. N. “*Practical Considerations in the Control of Chaos*”. *Physical Review E*, v.50, n.1, pp.604-607, 1994.

BEEBY, S. P.; TUDOR, M J.; WHITE, N. M. “*Energy Harvesting Vibration Sources for Microsystems Applications. Measurement Science and Technology*”, v. 17, p. R175-R195, october 2006. ISSN 12.

BELOUETTAR, S.; AZRAR, L.; DAYA, E. M.; LAPTEV, V.; POTIER-FERRY, M. “*Active control of nonlinear vibration of sandwich piezoelectric beams: A simplified approach*”. *Computersand Structures*. n. 86, p. 386–397, 2008.

BOCCALETTI, S.; ARECCHI, F. T. “*Adaptive Control of Chaos*”. *Europhysics Letters*, v.31, p.127-132, 1995.

COTTONE, F.; GAMMAITONI, L.; VOCCA, H.; FERRARI, M.; FERRARI, V. “Piezoelectric buckled beams for random vibration energy harvesting”. *Smart Materials and Structures*, v. 21, p. 1-12, February 2012. ISSN 3.

CHRISTINI, D. J.; COLLINS, J. J.; LINSAY, P. S. “Experimental Control of High dimensional Chaos: The Driven Double Pendulum”, *Physical Review E*, v.54, n.5, p.4824-4827, 1996.

CUNNINGHAM, W. J. “A nonlinear differential-difference equation of growth”. *Mathematics*, v.40, p.708-713, 1954.

DAFANG, Wu; LIANGA, Huang; BING, Pan; YUEWU, Wang; SHUANG, Wu. “Experimental Study and Numerical Simulation of Active Vibration Control of a Highly Flexible Beam Using Piezoelectric Intelligent Material”. *Aerospace Science and Technology*, v. 37, p. 10 – 19, august 2014.

DE PAULA, Aline Souza; SAVI, Marcelo Amorim. “Controlling chaos in a nonlinear pendulum using an extended time-delayed feedback control method”. *Chaos, Solutions and Fractals*, v. 42, p. 2981–2988, 2009.

DE PAULA, Aline Souza. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica): Controle de Caos em Sistemas Mecânicos. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2010.

DE PAULA, Aline Souza; SAVI, Marcelo Amorim. “Comparative analysis of chaos control methods: A mechanical system case study”. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, v. 46, n. 8, p. 1076–1089, october, 2011.

DE PAULA, Aline Sousa; SAVI, Marcelo Amorim; WIERCIGROCH, Marian. “Bifurcation Control of a Parametric Pendulum”. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, v. 22, n° 5, p. 1250111 – 125015, 2012.

DE PAULA, A. S.; INMAN, D. J.; SAVI, M. A. “Energy harvesting in a nonlinear piezomagnetoelastic beam subjected to random excitation”. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.54-55, p.405-416, March 2015.

DO, Xuan-Dien; KO, Young-Hun; NGUYEN, Huy-Hieu; LE, Huy-Binh; LEE, Sang-Gug. “An efficient parallel SSHI rectifier for piezoelectric energy scavenging systems”. 13th *International Conference on Advanced Communication Technology (ICACT)*. Phoenix Park, Korea (South): IEEXplore. 2011. p. 1394-1397.

DITTO, W. L.; Rauseo, S. N.; SPANO, M. L. “Experimental Control of Chaos”. *Physical Review Letters*, v. 65, n. 26, p. 3211-3214, 1990.

ERTURK, A., Hoffmann, J., Inman, D. J. “A Piezomagnetoelastic Estructure for Broadband Vibration Energy Harvesting”. *Applied Physics Letters*, n.94, published online: 25 June 2009, <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.3159815>, acesso em 15 de maio de 2013.

ERTURK, A.; Vieira W.; De Marqui, C.; Inman, D. “On the energy harvesting potential of piezoaeroelastic systems”. *Applied Physics Letters*, v. 96, n° 18, p. 184103, 2010.

ERTURK, A. “Piezoelectric energy harvesting for civil infrastructure system applications: Moving loads and surface strain fluctuations”. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 22, n. 17, p. 1959-1973, November 2011

FARMER, J. D. “Chaotic attractors of an infinite-dimensional dynamical system”. *Physica D*, p.366-393, 1982.

FERRARI, M.; FERRARI, Vittorio; GUIZZETTI, Michele; ANDÒ, Bruno; BAGLIO, Salvatori; TRIGONA, Carlo. “Improved Energy Harvesting from Wideband Vibrations by Nonlinear Piezoelectric Converters”. *Procedia Chemistry*, v. 1, n. 1, p. 1203-1206, september 2009.

FERREIRA, Bianca Borem; DE PAULA, Aline Souza; SAVI, Marcelo Amorim. Controle de Caos na Dinâmica dos Ritmos Cardíacos. VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, Campina Grande, Paraíba, Brasil, 18 a 21 de agosto de 2010.

FLATAU, A. B.; CHONG, K. P. “Dynamic smart material and structural systems”. *Engineering Structures*, Volume 24, n. 3, p. 261-270, march, 2002.

GALHARDI, M. A.; GUILHERME, T. H.; JÚNIOR, V. L. “A Review of Power Harvesting on Mechanical Vibration”. 7th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications. Presidente Prudente, São Paulo: [s.n.]. 2008. p. 1-9.

GAUDENZI, Paolo; CARONARO, Rolando; BENZI, Edoardo. “Control of Beam Vibrations by Means of Piezoelectric Devices: Theory and Experiments”. *Composite Structures*, v. 50, issue 4, p. 373 – 379, december 2000.

GALVANETTO, U. “Delayed Feedback Control of Chaotic Systems with Dry Friction”. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, v. 12, p. 1788-1883, 2002.

GKOUMAS, K.; GAUDENZI, O. D.; PETRINI, F. “Energy Harvesting Applications in Transportation Infrastructure Networks”. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, v. 48, n. issue especial Transport Research, p. 1097–1107, 2012.

GLUCKMAN, B. J.; SPANO, M. L.; YANG, W.; DING, M.; IN, V; DITTO, W. L. “Tracking unstable periodic orbits in nonstationary high-dimensional chaotic systems: Method and experiment”. *Physical Review E*, v. 55, n. 5, pp. 4935-4942, 1997.

HARB, A. “Energy harvesting: State-of-the-art”. *Renewable Energy*, v. 36, n. 10, p. 2641–2654, October 2011.

HERRMANN, G. “A Robust Delay Adaptation Scheme for Pyragas Chaos Control Method”. *Physics Letters A*, v.287, p.245-256, 2001.

HIKIHARA, T.; KAWAGOSHI, T. "An experimental study on stabilization of unstable periodic motion in magneto-elastic chaos". *Physics Letters A*, v. 211, p.29-36, 1996.

HO, W. H. "Piezoelectric Energy Converter for Electronic Implants". US 3456134, July 15, 1969. <http://www.freepatentsonline.com/3456134.pdf>, acesso em 31 de abril de 2012.

HOWELLS, C. A. "Piezoelectric Energy Harvesting". *Energy Conversion and Management*, v. 50, n. 7, p. 1847-1850, July 2009.

HUBINGER, B.; DOERNER, R.; MARTIENSSEN, W.; HERDERING, M.; PITKA, R.; DRESSLER, U. "Controlling chaos experimentally in systems exhibiting large effective Lyapunov exponents". *Physical Review E*, v. 50, n. 2, p.932-948, 1994.

JR, James E. Hubbard. "Method and Apparatus Using a Piezoelectric Film for Active Control of Control of vibrations". US 4.565.940. January 21, 1986. <http://patents.justia.com/patent/4565940>. Acesso em 04 de junho de 2014.

JUST, W., Bernard, T., OSTHEIMER, M., REIBOLD, E.; BENNER, H. "Mechanism of Time-Delayed Feedback Control". *Physical Review Letters*, v.78, n.2, p.203-206, 1997.

KANNO, I.; SAGAWA, K.; OKA, R.; KOTERA, H.; OGAWA, J.; YAMAUCHI, N.; AIZAWA, K.; MATSUSHIMA, T. "Piezoelectric Energy Harvesters of PZT films deposited on Titanium Cantilevers". *Proceedings Power MEMS. Leuven, Belgium*. [s.n.]. 2010. p. 379-382.

KATZIR, Shaul. "The Discovery of the Piezoelectric Effect". *Archive for History of Exact Sciences*, v. 57, n. 1, p. 61-91, January 2003.

KATZIR, Shaul. "The Beginnings of piezoelectricity: A Study in Mundane Physics". *Boston Studies in Philosophy of Science*, Holanda, 2006.

KITTEL, A.; PARISI, J.; PYRAGAS, K. "Delayed feedback control of chaos by self-adapted delay time". *Physics Letters A*, v.198, p.433-436, 1995.

KORTE, R. J. DE; SCHOUTEN, J. C.; BLEEK, C. M. Van Den. "Experimental control of a chaotic pendulum with unknown dynamics using delay coordinates". *Physical Review E*, v. 52, n. 4, p. 3358-3365, 1995.

KUMAR, Saurabh; SRIVASTAVA, Rajeev; SRIVASTAVA, R. K. "Active Vibration Control of Smart Piezo cantilever Beam Using PID Controller". *IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology*. eISSN: 2319-1163 / pISSN: 2321-7308, v. 03, Issue 01, p. 392-399, January, 2014.

KWON, D.; RINCON-MORA, G. A. "A Rectifier-Free Piezoelectric Energy Harvesting Circuit". *IEEE International Symposium on Digital Object Identifier*, p. 1085-1088, May 2009.

LAI, Y.-C.; GREBOGI, C. "Converting Transient Chaos into Sustained Chaos by Feedback Control", *Physical Review E*, v.49, n.2, pp.1094-1098, 1994.

- LAZZOUNI, Sihem A.; BOWONG, Samuel; KAKMENI, F. M. Moukam; CHERKI, Brahim; GHOUALI, Nouredine. “*Chaos control using small-amplitude damping signals of the extended Duffing equation*”. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, v.12, p. 804–813; 2007.
- LEO, Donald J. “*Engineering Analysis of Smart Material Systems*”. John Wiley & Sons, Inc, 2007, New Jersey.
- LIU, J.-Q; FANG, Hua-Bin; XU, Zheng; MAO, Xix-Hui; SHEN, N, XIU-CHENG; CHEN, Di; LIAO, Huang; CAI, Bing-Chu. “*A MEMS based piezoelectric power generator array for vibration energy harvesting*”. *Microelectronics Journal*, v. 39, n. 5, p. 802-806, may 2008.
- MASON, W. P. “*Piezoelectric Damping Means for Mechanical Vibrations*”. US 2443471. March 29, 1944. <https://libpatent.com/patents/02443471>. Acesso em 20 de abril de 2014.
- MENSOUR, B.; LONGTIN, A. “*Power spectra and dynamical invariants for delay - differential and difference equations*”. *Physica D*, v.113, p.1-25, 1997.
- MINAZARA, E.; VASIC, D.; COSTA, F. “*Piezoelectric Generator Harvesting Bike Vibrations Energy to Supply Portable*”. *International Conference on Renewable Energier and Power Quality*. Santander: [s.n.]. 2008. p. 1-6.
- NAKAJIMA, H. “On analytical properties of delayed feedback control of chaos”. *Physics Letters A*, v.232, p.207-210, 1997.
- NAKAJIMA, H.; UEDA, Y. “*Limitation of Generalized Delayed Feedback Control*”. *Physica D*, v.111, p.143-150, 1998a.
- NITSCHKE, G.; DRESSLER, U. “*Controlling chaotic dynamical systems using time delay coordinates*”. *Physica D*, v. 58, pp. 153-164, 1992.
- OTT, E., GREBOGI, C.; YORKE, J. “*A. Controlling Chaos*”. *PhysicalReview Letters*, v. 64, n. 11, pp. 1196-1199, 1990.
- PANG, Zhaojun; JIN, Dongping. “*Experimental verification of chaotic control of an underactuated tethered satellite system*”. *Acta Astronautica*, v. 120, p. 287–294, march – april 2016.
- PEREIRA, A. H. A. “*Cerâmicas Piezoelétricas: funcionamento e propriedades*”. ATCP Engenharia Física, www.atcp.com.br, março de 2010. Acesso em 02 de agosto de 2012.
- PEREIRA-PINTO; Francisco Heitor I.; FERREIRA, Armando M.; SAVI; MARCELO A. “*Chaos control in a nonlinear pendulum using a semi-continuous method*”. *Chaos, Solitons and Fractals*, v.22, p 653–668, 2004.
- POIZOT, P.; DOLHEM, F. “*Clean Energy New Deal for a Sustainable World: From non-CO2 Generating Energy Sources to Greener Electrochemical Storage Devices*”. *Energy & Environmental Science*, v. 4, n. 6, p. 2003-2019, 2011.

PRYA, Shashank; INMAN, Daniel J. “*Energy Harvesting Technologies*”. Springer Science and Business Media LLC, New York, USA, 2009.

PYRAGAS, K. “*Continuous control of chaos by self-controlling feedback*”. *Physics Letters A*, v. 170, p. 421-428, 1992.

PYRAGAS, K.; Tamasevicius, A. “*Experimental control of chaos by delayed self-controlling feedback*”, *Physics Letters A*, v.180, p.99-102, 1993.

PYRAGAS, K. “*Control of Chaos via an Unstable Delayed Feedback Controller*”, *Physical Review Letters*, v.86, n.11, p.2265-2268, 2001.

PYRAGAS, K.; JUST, W. “*Global Properties in an Experimental Realization of Time - Delayed Feedback Control with an Unstable Control Loop*”. *Physical Review Letters*, v.98, p. 214102 1- 4, 2007.

QIU, J. H.; JI, H. L.; Shen, H. “*Energy Harvesting and Vibration Control Using Piezoelectric Elements and a Nonlinear Approach*”. 18th IEEE International Symposium on the Applications of Ferroelectrics – ISAF, August 23-27, 2009, Xian, China.

RAMADASS, Yogesh K.; CHANDRAKASAN, Anantha, P. “*An Efficient Piezoelectric Energy Harvesting Interface Circuit Using a Bias-Flip Rectifier and Shared Inductor*”. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, v.45, n.1, January 2010, p.189-204.

RAMESH, M.; NARAYANAN, S. “*Controlling chaotic motions in a twodimensional airfoil using time-delayed feedback*”. *Journal of Sound and Vibration*, v.239, p.1037-1049, 2001.

RENNO, J. M.; DAQAQ, M. F.; INMAN, D. J. “*On the optimal energy harvesting from a vibration source*”. *Journal of Sound and Vibration*, v. 320, n. 1-2, p. 386-405, February 2009.

RICART, T.; DEFAY, E.; ABERGELI, J.; RASCLE, A.; RHUN, G. L.; LASSAGNE, P.; PERRUCHOT, F.; AID, M. “*Cantilevers with piezoelectric thin films for weakly vibrating environment*”. *Proceedings Power MEMS*. Leuven, Belgium: [s.n.]. 2010. p. 83-86.

RITZ, T.; SCHWEINSBERG, A. S. Z.; DRESSLER, U.; DOERNER, R.; HUBINGER, B.; MARTIENSSSEN, W. “*Chaos Control with Adjustable Control Times*”, *Chaos, Solitons and Fractals*, v. 8, n. 9, p. 1559-1576, 1997.

ROCHA, J. G.; GONÇÁLVES, P.F.; ROCHA, P. F.; SILVA, M. P.; LANCEROS, S. “*Energy Harvesting From Piezoelectric Materials Fully Integrated in Footwear*”. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 3, p. 813-819, March 2010.

ROMEIRAS, F. J.; GREBOGI, C.; OTT, E.; DAYAWANSA, W. P. “*Controlling Chaotic Dynamical Systems*”. *Physica D*, v. 58, pp. 165-192, 1992.

ROSATI, J.V. “*Suppression of Vibration Effects on Piezoelectric Crystal Resonators*”. US 445341, June 5, 1984. <https://patentimages.storage.googleapis.com/pdf/US4453141.pdf>. Acesso em 01 de maio de 2014.

ROUNDY, S.; LELAND, E. S.; BAKER, J.; CARLETO, E.; REILLY, E.; LAI, E.; OTIS, B.; RABAEY, J. M.; WRIGHT, P. K.; SUNDARARAJAN, V. “*Improving power output for vibration-based energy scavengers*”. *IEEE Pervasive Computing*, v. 4, n. 1, p. 28-36, march 2005.

SAGGINI, S.; GIRO, S.; ONGARO, F.; MATTAVELLI, P. “*Implementation of Reactive and Resistive Load Matching for Optimal Energy Harvesting from Piezoelectric Generators*”. *IEEE 12th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL)*. Colorado, USA: [s.n.]. 2010. p. 1-6.

SAVI, Marcelo Amorim. “*Dinâmica Não-linear e Caos*”. Editora E-papers, Rio de Janeiro, 2006.

SHARMA, Anshul; KUMAR, Rajeev; VAISH, Rahul; CHAUHAN, Vishal S. “*Active Vibration Control of Space Antenna Reflector Over Wide Temperature Range*”. *Composite Structures*. V. 128, p. 291–304, 2015.

SHENCK, N. S.; PARADISO, J. A. “*Energy Scavenging eith shoe-mounted piezoelectrics*”. *Micro - IEEE*, v. 21, n. 3, p. 30-42, May/Jun 2001.

SCHWARTZ, Mel. “*Encyclopedia of Smart Materials*”. v.1,2. John Wiley & Sons Inc, New York, USA, 2002.

SCHWARTZ, Mel. “*Smart materials*.” Boca Raton, Flórida, USA: Taylor & Francis Group, LLC, 2009.

SO, P.; OTT, E. “*Controlling Chaos using time delay coordinates via stabilization of periodic orbits*”, *Physical Review E*, v. 51, n. 4, pp. 2955-2962, 1995.

SOCOLAR, J. E. S.; SUKOW, D. W.; GAUTHIER, D. J. “*Stabilizing unstable periodic orbits in fast dynamical systems*”. *Physical Review E*, v.50, n.4, p.3245- 3248, 1994.

SODANO, H. A.; INMAN, D. J. “*Estimation of Electric Charge Output for Piezoelectric Energy Harvesting*”. *Strain Journal*, v. 40, n. 2, p. 49-58, May 2004.

SONG, G; SETHI, V.; LI, H.-N. “*Vibration control of civil structures using piezoceramic smart materials: A review*”. *Engineering Structures*, v.28, issue 11, september, p. 1513–1524, 2006.

SPANO, M. L.; DITTO, W. L.; RAUSEO, S. N. “*Exploitation of Chaos for Active Control: An Experiment*”. *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, v. 2, pp. 482-493, 1991.

SPROTT, J. C. “*A simple chaotic delay differential equation*”. *Physics Letters A*, v.366, p.397-402, 2007.

STARRET, J.; TAGG, R. “*Control of a Chaotic Parametrically Driven Pendulum*”. *Physical Review Letters*, v. 74, n. 11, p. 1974-1977, 1995.

SUI, Li; XIONG, Xin; SHI, Gengchen. “Piezoelectric Actuator Design and Application on Active Vibration Control”. *International Conference on Solid State Devices and Materials Science. Physics Procedia. Issue 25*, p.1388 – 1396, 2012.

SUKOW, David W.; BLEICH, Michael E.; GAUTHIER, Daniel J.; SOCOLAR, Joshua E. S. “Controlling chaos in a fast diode resonator using extended time-delay autosynchronization: Experimental observations and theoretical analysis”. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, v. 7, n° 4, p. 560, 1997.

TRÄNKLER, H.-R.; KANOUN, O. “Recent Advances in Sensor Technology”. *Instrumentation and Measurement Technology Conference. Budapest, Hungary: IEEE*. 2001.

TRIPLETT, A.; QUINN, D. D. “The Effect of Non-linear Piezoelectric Coupling on Vibration-based Energy Harvesting”. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 20, p. 1959-1967, November 2009. ISSN 16.

USHIO, T. “Limitation of delayed feedback control in nonlinear discrete-time systems”. *IEEE Transactions on Circuit Systems I: Fundamental Theory Applied*, v.43, p.815-816, 1996.

VASQUES, C. M. A.; RODRIGUES, J. Dias. “Active Vibration Control of Smart Piezoelectric Beams: Comparison of Classical and Optimal Feedback Control Strategies”. *Computers and Structures, issue 84*, p.1402–1414, 2006.

VIANA, Ricardo L. “Introdução à Dinâmica Não-Linear e Caos”. Departamento de Física Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil, 17 de novembro de 2014, <http://fisica.ufpr.br/viana/livro.pdf>.

VULLERS, R. J. M.; SCHAIJK, R. Van; DOMS, I.; HOOH, C. VAN; MERTENS, R. “Micropower energy harvesting”. *Solid-State Electronics*, v. 53, n. 7, p. 684-693, July 2009.

WANG, Ya; INMAN, Daniel J. “Simultaneous energy harvesting and gust alleviation for a multifunctional composite wing spar using reduced energy control via piezoceramics”. *Journal of Composite Materials* v.47, n.1, p. 125–146, 2012.

WANG, Ya; INMAN, Daniel J. “Experimental Validation for a multifunctional Wing Spar With Sensing, Harvesting, and Gust Alleviation Capabilities”. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 18, n. 4, p.1289-1299, August 2013.

WOLF, A.; SWIFT, J. B., SWINNEY, H. L.; VASTANO, J. A. “Determining Lyapunov Exponents from a Time Series”. *Physica D*, v.16, p.285-317, 1985.

YANG, J. “Advances in Mechanics and Mathematics: An Introduction to the Theory of Piezoelectricity”. *New York: Springer*, v. 9, 2005.

YE, G.; YAN, Jize; WONG, Zi Jing; SOGA, Kenichi; SESHIA, Ashwin. “Optimisation of a Piezoelectric System for Energy”. *International Ultrasonics Symposium (IUS). Roma, Italy: IEEEExplore*. 2009. p. 759-762.

ZHANG, Jingjun; HE, Lili; WANG, Ercheng; GAO, Ruizhen. “*Active Vibration Control of Flexible Structures Using Piezoelectric Materials*”. *International Conference on Advanced Computer Control*, p.540 – 545, Singapore, China, 2009.

ZHU, M.; WORTHINGTON, E.; NJUGUNA, J. “*Analyses of Power Output of piezoelectric Energy Harvesting Devices Directly Connected to a Load Resistor Using a Coupled Piezoelectric Circuit Finite Element Method*”. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control.*, v. 56, n. 7, July 2009.

ZHU, Pei; REN, Xingmin; QIN, Weiyang; ZHOU, Zhiyong. “*Improving energy harvesting in a tri-stable piezomagnetoelastic beam with two attractive external magnets subjected to random excitation*”. *Archive of Applied Mechanics*, v. 7, n° 1, p. 45–57, January 2017.

ZIPPO, Antonio; FERRARI, Giovanni; AMABILI, Marco; BARBIERI, Marco; PELLICANO, Francesco. “*Active vibration control of a composite sandwich plate*”. *Composite Structures*, v. 128, 15, p.100 –114, september 2015.

Chaos control applied to piezoelectric vibration-based energy harvesting systems

W.O.V. Barbosa^{1,a}, A.S.D. Paula^{1,a}, M.A. Savi^{2,b}, and D.J. Inman^{3,c}

¹ Department of Mechanical Engineering, Universidade de Brasília, 70.910.900 – Brasília – DF – Brazil

² Center for Nonlinear Mechanics, COPPE – Department of Mechanical Engineering, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 21.941.972 – Rio de Janeiro – RJ, Brazil, P.O. Box 68.503

³ Department of Aerospace Engineering, University of Michigan, Ann Arbor – MI – USA

Received 15 July 2015 / Received in final form 9 September 2015
Published online xx November 2015

Abstract. Chaotic behavior presents intrinsic richness due to the existence of an infinity number of unstable periodic orbits (UPOs). The possibility of stabilizing these periodic patterns with a small amount of energy makes this kind of response interesting to various dynamical systems. Energy harvesting has as a goal the use of available mechanical energy by promoting a conversion into electrical energy. The combination of these two approaches may establish autonomous systems where available environmental mechanical energy can be employed for control purposes. Two different goals can be defined as priority, allowing a change between them: vibration reduction and energy harvesting enhancement. This work deals with the use of harvested energy to perform chaos control. Both control actuation and energy harvesting are induced employing piezoelectric materials, in a simultaneous way. A bistable piezomagnetoelastic structure subjected to harmonic excitations is investigated as a case study. Numerical simulations show situations where it is possible to perform chaos control using only the energy generated by the harvesting system.

1 Introduction

Piezoelectricity is related to smart materials that present an electromechanical coupling, making it possible the conversion of mechanical into electrical energy and vice-versa (see for example: Leo, 2007). The direct effect is related to a mechanical strain that leads to a distribution of electrical charges on the surface of the material. This effect is usually explored to produce sensors. Another important application of this kind of behavior is the energy harvesting where available mechanical energy is converted into electrical energy (Erturk & Inman, 2008a; Tang *et al.*, 2010;

^a e-mail: alinedepaula@umb.br

^b e-mail: savi@ufrj.br

^c e-mail: daninman@umich.edu

Tabelas com os Expoentes de Lyapunov para cada OPI da Figura 17

K	R									
	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000	0.6000	0.7000	0.8000	0.9000	1.0000
0.0000	0.30663	0.30663	0.30663	0.30663	0.30663	0.30663	0.30663	0.30663	0.30663	0.30663
0.1000	0.24540	0.24658	0.24770	0.24876	0.24976	0.25071	0.25162	0.25249	0.25332	0.25412
0.2000	0.19154	0.19430	0.19682	0.19915	0.20130	0.20331	0.20520	0.20698	0.20868	0.21030
0.3000	0.14206	0.14711	0.15153	0.15545	0.15898	0.16219	0.16516	0.16792	0.17052	0.17300
0.4000	0.09239	0.10148	0.10883	0.11501	0.12034	0.12506	0.12931	0.13322	0.13687	0.14033
0.5000	0.03441	0.05277	0.06544	0.07516	0.08309	0.08984	0.09577	0.10114	0.10611	0.11080
0.6000	-0.05264	-0.00882	0.01654	0.03272	0.04477	0.05450	0.06280	0.07018	0.07697	0.08334
0.7000	-0.04368	-0.04171	-0.04108	-0.01942	0.00103	0.01603	0.02823	0.03880	0.04833	0.05715
0.8000	-0.03702	-0.03587	-0.03543	-0.03733	-0.04171	-0.03711	-0.01322	0.00435	0.01893	0.03165
0.9000	-0.03245	-0.03119	-0.03154	-0.03330	-0.03809	-0.04667	-0.05897	-0.04482	-0.01351	0.00638
1.0000	-0.02864	-0.02724	-0.02796	-0.03021	-0.03575	-0.04383	-0.05701	-0.06098	-0.05852	-0.01906
1.1000	-0.02510	-0.02427	-0.02543	-0.02797	-0.03301	-0.04182	-0.05539	-0.06087	-0.06128	-0.04504
1.2000	-0.02281	-0.02185	-0.02263	-0.02566	-0.03109	-0.04026	-0.05411	-0.06073	-0.06125	-0.06164
1.3000	-0.02098	-0.01999	-0.02123	-0.02371	-0.02959	-0.03897	-0.05378	-0.06059	-0.06123	-0.06164
1.4000	-0.01907	-0.01848	-0.01912	-0.02266	-0.02826	-0.03816	-0.05445	-0.06045	-0.06120	-0.06164
1.5000	-0.01723	-0.01642	-0.01738	-0.02138	-0.02510	-0.03237	-0.04582	-0.06032	-0.06117	-0.06164

Tabela 6 - Expoentes de Lyapunov para órbita A.

K	R									
	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000	0.6000	0.7000	0.8000	0.9000	1.0000
0.0000	0.22566	0.22566	0.22566	0.22566	0.22566	0.22566	0.22566	0.22566	0.22566	0.22566
0.1000	0.17307	0.17421	0.17526	0.17624	0.17715	0.17800	0.17880	0.17957	0.18030	0.18100
0.2000	0.13100	0.13343	0.13560	0.13754	0.13930	0.14091	0.14240	0.14380	0.14513	0.14640
0.3000	0.09259	0.09719	0.10104	0.10432	0.10719	0.10973	0.11204	0.11415	0.11614	0.11803
0.4000	0.05158	0.06049	0.06728	0.07272	0.07724	0.08112	0.08455	0.08765	0.09054	0.09328
0.5000	-0.00124	0.01840	0.03083	0.03986	0.04693	0.05278	0.05783	0.06235	0.06653	0.07049
0.6000	-0.04329	-0.03987	-0.01325	0.00251	0.01378	0.02266	0.03015	0.03680	0.04292	0.04868
0.7000	-0.03629	-0.03509	-0.03560	-0.03703	-0.02766	-0.01286	-0.00093	0.00939	0.01869	0.02723
0.8000	-0.03168	-0.03025	-0.03061	-0.03292	-0.03794	-0.04596	-0.04471	-0.02336	-0.00745	0.00573
0.9000	-0.02811	-0.02720	-0.02723	-0.02997	-0.03500	-0.04362	-0.05652	-0.06181	-0.03845	-0.01611
1.0000	-0.02458	-0.02424	-0.02481	-0.02743	-0.03334	-0.04198	-0.05636	-0.06174	-0.06207	-0.03855
1.1000	-0.02233	-0.02145	-0.02239	-0.02535	-0.03135	-0.04094	-0.05488	-0.06164	-0.06205	-0.06183
1.2000	-0.02021	-0.01955	-0.01779	-0.01832	-0.02300	-0.03173	-0.04586	-0.06151	-0.06203	-0.06241
1.3000	-0.00676	-0.00591	-0.00693	-0.01022	-0.01629	-0.02594	-0.04076	-0.06136	-0.06200	-0.06241
1.4000	0.00027	-0.00001	-0.00188	-0.00582	-0.01238	-0.02243	-0.03756	-0.06097	-0.06197	-0.06241
1.5000	0.00477	0.00389	0.00155	-0.00278	-0.00965	-0.01996	-0.03530	-0.05891	-0.06194	-0.06241

Tabela 7 – Expoentes de Lyapunov para a órbita B.

		R								
K	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000	0.6000	0.7000	0.8000	0.9000	1.0000
0.0000	0.22594	0.22594	0.22594	0.22594	0.22594	0.22594	0.22594	0.22594	0.22594	0.22594
0.1000	0.13039	0.13342	0.13609	0.13847	0.14062	0.14259	0.14440	0.14608	0.14765	0.14913
0.2000	0.04596	0.03522	0.02079	-0.00203	-0.00512	-0.00017	0.01395	0.03823	0.05090	0.06077
0.3000	0.05026	0.04344	0.03545	0.02672	0.01737	0.00800	-0.00146	-0.01287	-0.03140	-0.03705
0.4000	0.04990	0.04447	0.03879	0.03284	0.02624	0.01921	0.01100	0.00001	-0.01800	-0.03705
0.5000	0.04768	0.04310	0.03841	0.03346	0.02783	0.02138	0.01374	0.00283	-0.01481	-0.03705
0.6000	0.04513	0.04111	0.03687	0.03225	0.02698	0.02072	0.01307	0.00250	-0.01553	-0.03704
0.7000	0.04231	0.03865	0.03472	0.03038	0.02541	0.01938	0.01157	0.00024	-0.01804	-0.03705
0.8000	0.03957	0.03600	0.03218	0.02795	0.02309	0.01719	0.00938	-0.00209	-0.02096	-0.03705
0.9000	0.03676	0.03367	0.03025	0.02627	0.02143	0.01521	0.00707	-0.00437	-0.02404	-0.03705
1.0000	0.03445	0.03160	0.02828	0.02425	0.01915	0.01351	0.00556	-0.00615	-0.02645	-0.03705
1.1000	0.03272	0.02946	0.02619	0.02257	0.01760	0.01170	0.00373	-0.00825	-0.02929	-0.03705
1.2000	0.03085	0.02765	0.02462	0.02092	0.01589	0.01025	0.00155	-0.01007	-0.03109	-0.03705
1.3000	0.02891	0.02623	0.02320	0.01913	0.01483	0.00856	0.00053	-0.01208	-0.03292	-0.03705
1.4000	0.02760	0.02476	0.02175	0.01801	0.01353	0.00701	-0.00074	-0.01352	-0.03492	-0.03705
1.5000	0.02590	0.02363	0.02023	0.01695	0.01231	0.00585	-0.00196	-0.01444	-0.03603	-0.03705

Tabela 8 - Expoentes de Lyapunov para órbita C.

R										
K	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000	0.6000	0.7000	0.8000	0.9000	1.0000
0.0000	0.22804	0.22804	0.22804	0.22804	0.22804	0.22804	0.22804	0.22804	0.22804	0.22804
0.1000	0.13733	0.13986	0.14213	0.14419	0.14607	0.14780	0.14941	0.15091	0.15232	0.15365
0.2000	0.04326	0.03159	0.01568	-0.00147	-0.00007	0.01545	0.04148	0.05452	0.06389	0.07134
0.3000	0.04791	0.04054	0.03205	0.02213	0.01173	0.00197	-0.00725	-0.01840	-0.02756	-0.03742
0.4000	0.04765	0.04213	0.03609	0.02972	0.02287	0.01560	0.00718	-0.00390	-0.02232	-0.03746
0.5000	0.04590	0.04116	0.03630	0.03109	0.02520	0.01892	0.01086	0.00002	-0.01793	-0.03746
0.6000	0.04344	0.03934	0.03488	0.03009	0.02502	0.01894	0.01111	-0.00001	-0.01806	-0.03746
0.7000	0.04072	0.03692	0.03294	0.02864	0.02370	0.01770	0.00993	-0.00113	-0.01983	-0.03746
0.8000	0.03816	0.03472	0.03096	0.02678	0.02194	0.01600	0.00817	-0.00325	-0.02241	-0.03746
0.9000	0.03596	0.03274	0.02919	0.02515	0.02029	0.01411	0.00599	-0.00556	-0.02516	-0.03746
1.0000	0.03369	0.03071	0.02733	0.02334	0.01833	0.01243	0.00461	-0.00707	-0.02757	-0.03746
1.1000	0.03194	0.02875	0.02525	0.02168	0.01701	0.01061	0.00291	-0.00891	-0.03021	-0.03746
1.2000	0.03016	0.02716	0.02366	0.02022	0.01540	0.00943	0.00135	-0.01108	-0.03158	-0.03746
1.3000	0.02850	0.02538	0.02256	0.01874	0.01411	0.00807	-0.00007	-0.01214	-0.03335	-0.03746
1.4000	0.02680	0.02438	0.02100	0.01760	0.01263	0.00700	-0.00157	-0.01346	-0.03491	-0.03746
1.5000	0.02564	0.02293	0.02009	0.01630	0.01172	0.00590	-0.00269	-0.01471	-0.03641	-0.03746

Tabela 9 - Expoentes de Lyapunov para a órbita D.

R										
K	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000	0.6000	0.7000	0.8000	0.9000	1.0000
0.0000	0.29456	0.29456	0.29456	0.29456	0.29456	0.29456	0.29456	0.29456	0.29456	0.29456
0.1000	0.21409	0.21502	0.21591	0.21676	0.21759	0.21838	0.21914	0.21988	0.22060	0.22129
0.2000	0.07032	0.07318	0.09989	0.11153	0.11960	0.12588	0.13106	0.13550	0.13939	0.14286
0.3000	0.07247	0.06428	0.05442	0.04148	0.02214	0.00176	0.00222	0.00505	0.02289	0.04865
0.4000	0.07031	0.06413	0.05707	0.04942	0.04053	0.03056	0.01978	0.00666	-0.01317	-0.03748
0.5000	0.06690	0.06147	0.05587	0.04952	0.04275	0.03512	0.02602	0.01439	-0.00397	-0.03748
0.6000	0.06234	0.05798	0.05286	0.04730	0.04131	0.03447	0.02596	0.01483	-0.00328	-0.03748
0.7000	0.05839	0.05406	0.04919	0.04412	0.03846	0.03182	0.02377	0.01256	-0.00546	-0.03100
0.8000	0.05442	0.05010	0.04580	0.04115	0.03574	0.02924	0.02097	0.00934	-0.00928	-0.03465
0.9000	0.05039	0.04687	0.04263	0.03776	0.03250	0.02620	0.01794	0.00602	-0.01284	-0.03748
1.0000	0.04732	0.04338	0.03952	0.03516	0.02972	0.02313	0.01495	0.00289	-0.01646	-0.03749
1.1000	0.04423	0.04039	0.03686	0.03230	0.02710	0.02088	0.01233	0.00038	-0.01980	-0.03749
1.2000	0.04135	0.03800	0.03412	0.03003	0.02457	0.01852	0.00981	-0.00252	-0.02317	-0.03749
1.3000	0.03886	0.03556	0.03195	0.02770	0.02271	0.01617	0.00782	-0.00437	-0.02587	-0.03749
1.4000	0.03669	0.03329	0.02993	0.02575	0.02060	0.01448	0.00554	-0.00644	-0.02827	-0.03749
1.5000	0.03441	0.03148	0.02808	0.02371	0.01907	0.01269	0.00384	-0.00823	-0.02984	-0.03749

Tabela 10 - Expoentes de Lyapunov para a órbita E.