

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**OTIMIZAÇÃO DE FUNDAÇÕES ESTAQUEADAS**

**BRUNO SALGADO LIMA**

**ORIENTADOR: MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS**  
**CO-ORIENTADOR: MAURÍCIO MARTINES SALES**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA**

**PUBLICAÇÃO: G.DM - 151A/07**

**BRASÍLIA / DF: MARÇO/2007**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**OTIMIZAÇÃO DE FUNDAÇÕES ESTAQUEADAS**

**BRUNO SALGADO LIMA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.**

**APROVADA POR:**

---

**MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD (UnB)  
(ORIENTADOR)**

---

**RENATO PINTO DA CUNHA, PhD (UnB)  
(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**ALESSANDER C. MORALES KORMANN, DSc (UFPR)  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

**DATA: BRASÍLIA/DF, 12 DE MARÇO DE 2007.**

# FICHA CATALOGRÁFICA

LIMA, BRUNO SALGADO

Otimização de Fundações Estaqueadas [Distrito Federal] 2007

xiv, 118 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Geotecnia, 2007)

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

1. Radier estaqueado

2. Otimização

3. Bloco de fundação

4. Métodos numéricos

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LIMA, B.S. (2007). Otimização de Fundações Estaqueadas. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-151A/07, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 118 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Bruno Salgado Lima

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Otimização de Fundações Estaqueadas

GRAU / ANO: Mestre / 2007

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Bruno Salgado Lima

Rua 59A, n.º 735, apto 404, Setor Aeroporto

74.070-160 - Goiânia/GO - Brasil

## RESUMO

Nesta dissertação procurou-se unir dois campos do conhecimento. O primeiro deles é a utilização do radier estaqueado como conceito de fundação, pois a metodologia de cálculo praticada no mercado (grupo de estacas) despreza a capacidade da placa para suporte à carga e a redução de recalques e esforços, considerando o radier (ou bloco) apenas para coroamento do grupo de estacas.

O segundo campo é sobre otimização nos projetos de engenharia, já bastante extensa em trabalhos e pesquisas com estruturas de pré-moldados de concreto, mas ainda recém chegada ao campo das fundações.

Inicialmente, estudaram-se os métodos utilizados tanto para análise de fundações, quanto métodos para otimização de problemas discretos. A seguir, foram analisados diversos casos de fundação e o comportamento do programa de otimização observando sua sensibilidade comparando-se casos com variação de tipo de carregamento, tipo de solo, ou diâmetro da estaca.

Por fim, analisou-se um caso particular de um radier estaqueado em Brasília, onde foram comparadas três análises: a análise convencional como grupo de estacas; uma análise na forma de otimização manual (baseada na experiência do profissional num processo tentativa-erro) e por último a análise realizada pelo programa de otimização.

## ABSTRACT

In this dissertation it was looked to join two fields of the knowledge. The first one of them is the use of piled raft as foundation concept, therefore the methodology of calculation practised in day-by-day (group of piles) disdains the capacity of the plate for support the load and the reduction of stress and efforts, considering radier (or block) only for linking of the group of props.

The second field is about otimization in the projects of engineering, already sufficiently extensive in works and research in estrutras of prefabricated in concrete, but still just arrived at the field of the foundations.

Initially, it was studied the methods used for analysis of foundations and methods for otimization of discrete problems. Later, diverse cases of foundation had been analyzed and the behavior of the otimization program, observing its sensitivity comparing itself cases with variation of type of load, type of soil, or diameter of the piles.

Finally, a particular case of piled raft in Brasilia was analyzed, where three analyses had been compared: the conventional analysis as group of props; an analysis in the form of manual otimization (based in the experience of the professional in the traditional way to do in a trial error basis) and finally the analysis realized by the otimização program in this work.

# SUMÁRIO

Capítulo .....	Página
1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. JUSTIFICATIVA .....	1
1.2. OBJETIVOS .....	2
1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	2
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	3
2.1. RADIER ESTAQUEADO .....	3
2.2. PRIMEIROS ESTUDOS SOBRE RADIER ESTAQUEADO .....	4
2.2.1. OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS DE LABORATÓRIO .....	5
2.2.2. OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS DE CAMPO .....	6
2.2.3. ENSAIOS EM OBRAS REAIS .....	7
2.3. MÉTODOS DE ANÁLISE .....	8
2.3.1. MÉTODO DE ANÁLISE PRELIMINAR (FÓRMULAS EMPÍRICAS) .....	8
2.3.2. MÉTODOS DE ANÁLISE AVANÇADOS .....	14
2.4. CONCEPÇÕES E ESTRATÉGIAS DE PROJETO .....	16
2.5. OTIMIZAÇÃO EM RADIER ESTAQUEADO .....	18
3. OTIMIZAÇÃO .....	23
3.1. CONCEITO DE OTIMIZAÇÃO NOS PROBLEMAS DE ENGENHARIA .....	23
3.2. FORMA PADRÃO DE UM PROBLEMA GERAL DE OTIMIZAÇÃO .....	25
3.2.1. VARIÁVEIS DE PROJETO .....	26
3.2.2. FUNÇÃO OBJETIVO .....	26
3.2.3. RESTRIÇÕES, DOMÍNIO VIÁVEL OU INVIÁVEL .....	26
3.2.4. TIPOS DE SOLUÇÕES .....	28
3.3. TIPOS DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO .....	29
3.3.1. PROBLEMAS LINEARES (PPL) .....	29
3.3.2. PROBLEMAS NÃO-LINEARES .....	29
3.3.3. PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO INTEIRA (PPI) .....	29
3.4. TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO .....	30
3.4.1. PROGRAMAÇÃO LINEAR (PL) .....	30
3.4.2. PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR .....	31
3.4.3. PROGRAMAÇÃO SEQUENCIAL .....	32
3.4.4. ALGORITMOS DE BUSCA PROBABILÍSTICOS .....	33
3.4.4.1. RECOZIMENTO SIMULADO .....	34
3.4.4.2. ALGORITMOS GENÉTICOS (AG) .....	35
3.4.5. BRANCH-AND-BOUND .....	36
3.4.6. PROGRAMAÇÃO DINÂMICA .....	38
4. DETALHAMENTO DA FERRAMENTA NUMÉRICA .....	42
4.1. O PROGRAMA PASSO A PASSO .....	45
4.2. ESTUDO DO MÉTODO A SER UTILIZADO .....	48
4.3. ALGORITMO GARP_OTI .....	50

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	54
5.1. GRUPO 1: VARIAÇÃO DO CARREGAMENTO .....	54
5.1.1. CARREGAMENTO UNIFORME.....	58
5.1.2. CARREGAMENTO “CONCENTRADO” .....	59
5.1.3. CARREGAMENTO EXCÊNTRICO.....	60
5.1.4. CARREGAMENTO TRIANGULAR.....	62
5.1.5. CARREGAMENTO EM POSIÇÕES VARIADAS .....	63
5.2. GRUPO 2: VARIAÇÃO DO SOLO .....	65
5.2.1. CARREGAMENTO UNIFORME DO GRUPO 2.....	68
5.2.2. CARREGAMENTO CONCENTRADO DO GRUPO 2 .....	71
5.2.3. CARREGAMENTO EXCÊNTRICO DO GRUPO 2 .....	73
5.3. GRUPO 3: VARIAÇÃO DO DIÂMETRO.....	76
5.3.1. CARREGAMENTO UNIFORME DO GRUPO 3.....	79
5.3.2. CARREGAMENTO “CONCENTRADO” DO GRUPO 3.....	81
5.3.3. CARREGAMENTO EXCÊNTRICO DO GRUPO 3 .....	83
5.4. GRUPO 4: VARIAÇÃO DO RADIER.....	85
5.4.1. CARREGAMENTO UNIFORME DO GRUPO 4.....	87
5.4.2. CARREGAMENTO CONCENTRADO DO GRUPO 4 .....	89
5.4.3. CARREGAMENTO EXCÊNTRICO DO GRUPO 4 .....	91
5.5. GRUPO 5: RADIER 5X5.....	93
5.5.1. PRÉ-ANÁLISE DO COMPORTAMENTO .....	99
5.5.2. RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO DO GRUPO 5.....	102
5.6. Análise do tempo computacional gasto.....	105
6. CONCLUSÕES .....	107
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	110
ANEXO A: MANUAL DO USUÁRIO PARA O GARP_OTI.....	114
ANEXO B: EXEMPLO DE ARQUIVO DE ENTRADA .....	118

# ÍNDICE DE TABELAS

<b>Tabela .....</b>	<b>Página</b>
Tabela 2.1 – Categorias dos métodos de análise e projeto (modificado - Poulos, 1989). .....	8
Tabela 2.2 – Ed. Akasaka – Fs x Número de estacas (modificado – Poulos, 1994). .....	18
Tabela 2.3 – Valores dos esforços e recalques obtidos nas diversas simulações (modificado - Sales <i>et al.</i> , 2002).....	20
Tabela 5.1 – Características das estacas do grupo 1.....	55
Tabela 5.2 – Posições possíveis das estacas do grupo 1.....	57
Tabela 5.3 – Resultados da otimização para carregamento uniforme. ....	58
Tabela 5.4 – Resultados da otimização para carregamento “concentrado” no elemento 41. ....	60
Tabela 5.5 – Resultados da otimização para carregamento excêntrico. ....	61
Tabela 5.6 – Resultados da otimização para carregamento triangular. ....	63
Tabela 5.7 – Resultados da otimização para carregamento em posições variadas. ....	64
Tabela 5.8 – Aumento de custo entre as tolerâncias de recalque. ....	65
Tabela 5.9 – Variação do módulo de elasticidade para os diferentes perfis de solo e de acordo com a profundidade. ....	66
Tabela 5.10 – Características das estacas do grupo 1 (maciço 0) e do grupo 2. ....	67
Tabela 5.11 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento distribuído, para cada perfil de solo e tolerâncias. ....	68
Tabela 5.12 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento concentrado, para cada perfil de solo e tolerâncias.....	71
Tabela 5.13 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento excêntrico, para cada perfil de solo e tolerâncias. ....	73
Tabela 5.14 – Características das estacas do grupo 3.....	76
Tabela 5.15 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento distribuído, para os quatro tipos de estacas e tolerâncias. ....	79
Tabela 5.16 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento "concentrado", para os quatro tipos de estacas e tolerâncias. ....	81
Tabela 5.17 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento excêntrico, para os quatro tipos de estacas e tolerâncias. ....	83
Tabela 5.18 – Posição das estacas do grupo 4.....	87
Tabela 5.19 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento distribuído, para os dois tipos de estacas e tolerâncias.....	88
Tabela 5.20 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento concentrado, para os dois tipos de estacas e tolerâncias.....	90
Tabela 5.21 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento de torre, para os dois tipos de estacas e tolerâncias. ....	92
Tabela 5.22 – Resumo dos ensaios de SPT realizados. ....	94
Tabela 5.23 – Posição das estacas do grupo 5.....	96
Tabela 5.24 – Características das estacas do grupo 5.....	97
Tabela 5.25 – Carregamento do grupo 5. ....	97
Tabela 5.26 – Resultados da pré-análise para o grupo 5. ....	99
Tabela 5.27 – Soluções viáveis com três estacas para o grupo 5. ....	103
Tabela 5.28 - Desenho das soluções da Tabela 5.27. ....	104

Tabela 5.29 – Resumo das quatro melhores soluções da Tabela 5.27..... 105

# ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura.....</b>	<b>Página</b>
Figura 2.1 – Efeito do “cap” no recalque de uma estaca isolada (Poulos, 1968). .....	4
Figura 2.2 – Curva carga-recalque simplificada. ....	11
Figura 2.3 – Relação do custo com recalque (ou tensão). .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
Figura 3.1 – Comparação esquemático entre o procedimento convencional de projeto (a) e projeto ótimo (b). (Almeida, 2001).....	24
Figura 3.2 – Restrições ativas e inativas.....	27
Figura 3.3 – Possíveis localizações da solução ótima: (a) com duas restrições ativas e as demais inativas, (b) com todas as restrições inativas e (c) solução ótima no ponto tangente à restrição (modificado de Silva, 2003). ....	27
Figura 3.4 – Conceito de mínimo local e global (Silva, 2003).....	28
Figura 3.5 – Polígono ABC formado pela interseção das restrições $c_1$ , $c_2$ e $c_3$ . ....	31
Figura 3.6 – Exemplo de aplicação do método BRANCH-AND-BOUND. ....	37
Figura 3.7 – Exemplo de aplicação do método BRANCH-AND-BOUND melhorado. ....	38
Figura 3.8 – Um processo de decisão multiestágio. ....	39
Figura 3.9 – Problema de caminho mais curto. ....	39
Figura 3.10 – Problema de caminho mais curto - decisão 1.....	40
Figura 3.11 – Problema de caminho mais curto - decisão 2.....	40
Figura 3.12 – Problema de caminho mais curto - decisão 3.....	41
Figura 3.13 – Problema de caminho mais curto - decisão 4 e solução final. ....	41
Figura 4.1 – Exemplo de malha do radier em MEF. ....	42
Figura 4.2 – Fatores de interação utilizados no programa GARP. ....	43
Figura 4.3 – Seqüência de análise do programa GARP. ....	47
Figura 4.4 – Faixa de trabalho do recalque. ....	52
Figura 4.5 – Seqüência da otimização implementada. ....	53
Figura 5.1 – Composição do radier do grupo 1 em elementos finitos.....	56
Figura 5.2 – Posição do carregamento “concentrado” no elemento 41 na malha de elementos finitos.....	59
Figura 5.3 – Posição do carregamento excêntrico na malha de elementos finitos. ....	60
Figura 5.4 – Variação do recalque máximo em função da altura do radier para o carregamento excêntrico do grupo 1. ....	62
Figura 5.5 – Posição do carregamento triangular na malha de elementos finitos. ....	62
Figura 5.6 – Posição do carregamento em posições variadas na malha de elementos finitos. ....	64
Figura 5.7 – Variação do módulo de elasticidade para os diferentes perfis de solo e de acordo com a profundidade. ....	66
Figura 5.8 – Variação do recalque máximo em função da altura do radier para o carregamento excêntrico do maciço B do grupo 2. ....	75
Figura 5.9 – Malha de elementos finitos utilizadas para estaca tipo 1 ( $D = 0,50$ m). ....	77
Figura 5.10 – Malha de elementos finitos utilizadas para estaca tipo 2 ( $D = 0,60$ m). ....	78
Figura 5.11 – Malha de elementos finitos utilizadas para estaca tipo 3 ( $D = 0,80$ m). ....	78
Figura 5.12 – Composição do radier do grupo 4 em elementos finitos.....	86

Figura 5.13 – Composição do radier do grupo 4 em elementos finitos para estacas do tipo 2..... 86

Figura 5.14 – Radier do grupo 4 para carregamento concentrado para estacas do tipo 0. .... 89

Figura 5.15 – Radier do grupo 4 para carregamento concentrado para estacas do tipo 2. .... 89

Figura 5.16 – Radier do grupo 4 para carregamento de torre para estacas do tipo 0. .... 91

Figura 5.17 – Radier do grupo 4 para carregamento de torre para estacas do tipo 2. .... 92

Figura 5.18 – Variação do módulo de elasticidade para as diferentes camadas do perfil de solo e de acordo com a profundidade. .... 95

Figura 5.19 – Composição do radier do grupo 5 em elementos finitos..... 96

Figura 5.20 – Locação dos pilares sobre o radier do grupo 5..... 98

# LISTA DE SÍMBOLOS

B	largura do radier
C	comprimento do radier
$c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$	restrições do problema de otimização
$C_C$	custo do $m^3$ de concreto lançado
$C_{V1}$	custo de execução do radier por $m^3$
$C_{V2}$	custo de execução das estacas por $m^3$
$C_\phi$	custo do metro linear de estaca para o diâmetro “ $\phi$ ”
D, d	diâmetro da estaca
$d_c$	diâmetro do “cap”
$d^k$	passo da solução
$E_{EQ}$	módulo de elasticidade equivalente do maciço
$E_i$	módulo de elasticidade da camada “i”
$E_p$	módulo de Young do material da estaca
$E_R$	módulo de elasticidade do concreto do radier
$E_s, E_S$	módulo elástico do solo
F	função otimizadora (neste caso a ser minimizada)
F.S.	fator de segurança
$FS_T$	fator de segurança global
$FS_{PG}$	fator de segurança do grupo de estacas
$\bar{G}$	módulo cisalhante médio do solo no trecho penetrado pela estaca
$G_b$	módulo cisalhante abaixo da ponta da estaca
$G_L$	módulo cisalhante do solo a uma profundidade $Z = L$
H	altura do radier
$H_i$	espessura da camada “i”
i	iteração corrente
ICSMFE	Inter. Conference on Soils Mechanics and Foundation Eng.
K, k	rigidez da estaca
$K_O$	rigidez inicial da estaca
$K_{PG}$	rigidez do grupo de estacas, isolada do sistema
$K_R$	rigidez do radier, isolada do sistema
$K_P$	rigidez de uma estaca
L	comprimento da estaca
$L_i$	comprimento da estaca “i”
N, n	número de estacas no grupo
NP	número e posicionamento das estacas
P, $P_G$	carga total atuante no radier estaqueado
$P_A$	carga total que corresponde ao momento de total mobilização do conjunto de estacas
$P_{adm}$	capacidade admissível de carga na estaca
$P_{PG}$	carga total suportada pelo grupo de estacas, no sistema de fundação
$P_R$	carga total suportada pelo radier, no sistema de fundação
$P_T$	carga no topo da estaca
$P_{ult}$	carga última da estaca
$P_w$	carga, entre os valores $P_A$ e $P_B$ , aplicada ao radier estaqueado
$RF_1$	fator de redução 1;
$RF_2$	fator de redução 2;
QC	capacidade de carga do radier ou sapata isolada

$Q_B$	capacidade de carga da ponta de uma estaca isolada
$Q_g$	capacidade de carga do grupo de estacas
$Q_S$	capacidade de carga por atrito lateral de uma estaca isolada
$Q_T$	capacidade de carga da sapata estaqueada
$R_0$	recalque para um caso sem estacas
$R_b$	raio na base da estaca
$R_C$	razão entre o recalque de uma estaca com “cap” e outra similar sem o “cap”
$R_G$	relação entre o recalque médio da fundação (radier estaqueado) e o recalque de uma estaca isolada, sem “cap”, sob carga total atuante no grupo
$R'_G$	razão entre o recalque médio de uma fundação (radier estaqueado) e o recalque de uma estaca, com “cap”, sob carga total atuante no grupo
$R_i$	recalque no nó “i”
$R_{m\acute{a}x}$	recalque máximo permitido
$r_o$	raio da estaca
$R_s$	fator de recalque (relação entre o recalque do grupo de estacas e o recalque de uma estaca isolada)
$R_{todas}$	recalque para um caso com todas as estacas
$S$	espaçamento
$s_i$	espaçamento entre duas estacas
$SI$	Sistema Internacional de Unidades
$t$	direção de busca
$V_1$	volume do radier
$V_2$	volume das estacas
$X^{k+1}$	próxima solução
$X^k$	solução anterior
$w$	expoente, geralmente entre 0,4 e 0,6 para a maioria dos grupos. O valor “0,5” vem sendo empregado por diversos autores
$w_{PG}$	recalque médio do grupo de estacas, no sistema de fundação
$w_R$	recalque médio do radier, no sistema de fundação
$w_T$	recalque no topo da estaca
$Z$	espessura da camada
$\alpha$	fator de incremento de capacidade de carga do grupo devido à interação
$\alpha_{PR}$	fator de interação do radier sobre o grupo de estacas
$\alpha_{RP}$	fator de interação do grupo de estacas sobre o radier
$\beta$	fator de incremento de capacidade de carga da sapata devido à presença do grupo de estacas.
$\delta$	recalque do radier estaqueado
$\delta_1$	recalque de uma estaca sem “cap” sob carga unitária
$\delta_w$	recalque do radier estaqueado, sob a carga $P_w$
$\eta$	relação entre o raio no topo da estaca e o raio da estaca
$\eta_{1S}$	fator de influência no atrito lateral das estacas devido às interações estaca-solo-estaca
$\eta_{4S}$	fator de influência no atrito lateral das estacas devido às interações radier-solo-estaca
$\eta_{1B}$	fator de influência na resistência de ponta devido às interações estaca-solo-estaca

$\eta_{4B}$	fator de influência na resistência de ponta devido às interações radier-solo-estaca
$\eta_6$	fator de influência na capacidade de carga do radier devido às interações radier-solo-estaca
$\lambda$	$E_p / G_L$ razão entre o módulo de Young do material da estaca e o módulo cisalhante do solo a uma profundidade $Z = L$
$\nu, \nu_S$	coeficiente de Poisson do solo
$\nu_R$	coeficiente de Poisson do radier
$\theta_{ij}$	distorção angular entre os nós “ $i$ ” e “ $j$ ”
$\theta_{máx}$	distorção angular máxima permitido
$\rho$	razão entre o módulo cisalhante médio do solo no trecho penetrado pela estaca e o módulo cisalhante do solo a uma profundidade $Z = L$
$\sigma_c$	tensão de contato do solo no contato com o radier
$\xi$	razão entre o módulo cisalhante do solo a uma profundidade $Z = L$ e o módulo cisalhante abaixo da ponta da estaca

---

# 1. INTRODUÇÃO

---

## 1.1. JUSTIFICATIVA

Com o crescimento das grandes metrópoles e a necessidade de crescimento vertical destas, ou seja, a construção de grandes edificações de múltiplos andares, tornou-se necessário a adoção e a criação de novas técnicas construtivas, destacando-se a concepção de uma estrutura capaz de repassar ao solo, dentro de padrões de segurança e estéticos, as grandes cargas advindas da edificação em uma pequena área de ocupação. Das diversas soluções possíveis destacam-se o uso de grandes radiers, grupos de estacas, estacas metálicas, ou radier estaqueado.

A idéia do radier estaqueado é o uso de estacas engastadas em um bloco ou radier que receba as cargas dos pilares e as redistribua entre as estacas e o próprio solo abaixo do bloco. O projeto deste tipo de estrutura envolve um número grande de variáveis e, em vista disso, surgiram alguns programas de análise, como exemplo o GARP (Small & Poulos, 1998). Mais ainda sim, esses programas se limitam a apresentar resultados em função das informações fornecidas pelo usuário, não havendo possibilidade de uma automatização da busca da melhor solução para um dado projeto, ou seja, otimizar o projeto de fundações.

As técnicas de otimização têm sido largamente empregadas para solução de diversos problemas de engenharia civil, os quais envolvem ciclos de análise-dimensionamento. Dentre as diversas técnicas disponíveis, foi selecionado e adaptado para este caso o conceito de otimização do algoritmo de “branch and bound”, por ser uma técnica de fácil implementação, pois não exige a análise da sensibilidade. No caso do radier estaqueado, as variáveis podem ser tomadas facilmente como discretas, pois variam em um intervalo finito de números.

O emprego de técnicas de otimização para projetos de fundações significa uma redução de custos considerável, especialmente para grandes obras. Além disso, o projetista terá mais tempo para lidar com outros aspectos relevantes do projeto, pois não esgotará boa parte de seu tempo realizando análises e otimizações manuais na busca por uma boa solução. A otimização também permite a possibilidade de uso de soluções mais adequadas, pois permite que o programa controle diversas variáveis simultaneamente enquanto busca a melhor solução para um dado projeto.

## 1.2. OBJETIVOS

Tem-se como objetivo deste trabalho a implementação de uma rotina de otimização no programa GARP 7.0 e avaliação do comportamento da função de otimização, representada pelo custo da fundação, e das restrições recalque e distorção angular.

Serão realizados diversos estudos, mantendo propriedades comuns entre as fundações a fim de se estudar algo específico, tal como os comportamentos quanto às variações do tipo de carregamento, tipo de solo, diâmetro da estaca, dentre outros.

## 1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A dissertação segue assim estruturada:

- No capítulo 1 faz-se uma apresentação do tema estudado, os objetivos da pesquisa realizada e ainda a forma de estruturação da presente dissertação.
- No capítulo 2, analisam-se as formulações empíricas e os estudos realizados para avaliação do comportamento do radier estaqueado;
- A seguir, no capítulo 3, fez-se uma breve introdução sobre otimização, descrevendo alguns tipos de problemas mais comuns e algumas técnicas utilizadas para solução;
- No capítulo 4, descreve-se o programa GARP, utilizado nesta tese para análise da fundação e determinação dos deslocamentos e esforços. Também neste capítulo, descreve-se o modelo do algoritmo de otimização utilizado;
- No capítulo 5 apresentam-se as diversas análises realizadas, as quais foram divididas em cinco grupos. Nos quatro primeiros grupos foram realizadas análises variando-se uma das variáveis do problema e mantendo as demais constantes dentro do mesmo grupo, a fim de permitir uma avaliação isolada das variáveis. No grupo 1 encontra-se os casos em que houve variação na forma de carregamento. No grupo 2 estão os casos em que variou-se o tipo de solo. No grupo 3 fez-se um estudo com variação do diâmetro das estacas. No grupo 4 houve mudança na forma do radier. Já no grupo 5 foi realizada uma análise de uma edificação real no Distrito Federal, onde um bloco quadrado de 13,6 m de lado e 2,85 m de altura suporta a carga da edificação com o auxílio de 25 estacas de 1,2 m de diâmetro e 13,0 m de comprimento (Sales *et al.*, 2002). O programa desenvolvido nesta dissertação foi utilizado e os resultados obtidos foram analisados e comparados com a obra real.

---

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

A utilização de estacas para fundações remonta a séculos, sendo o seu principal uso em obras com maior carregamento nos pilares e peças estruturais, como edifícios, igrejas e fábricas. Todo o conhecimento adquirido, desde então até a alguns anos, considerava somente o grupo de estacas transferindo a carga ao solo, e respondendo com a deformação (recalque) provocada pela carga.

Nas últimas décadas, a necessidade de prédios de grande altura (cargas concentradas em pequenas áreas) ou de grandes estruturas para armazenagem e estoque (silos e tanques) que já utilizavam grande quantidade de estacas sobre um bloco ou radier, fez com que vários pesquisadores procurassem entender melhor o papel do bloco (radier) e em quanto ele poderia ajudar, tanto para aumentar o suporte de carga da fundação, quanto na redução do número de estacas necessárias para conter um recalque até um limite determinado previamente.

### 2.1. RADIER ESTAQUEADO

Entende-se neste trabalho como radier estaqueado a fundação composta por um radier (ou bloco, ou sapata, ou placa) que agrupa uma estaca ou um conjunto destas (grupo de estacas), de forma que tanto o radier quanto o grupo de estacas sejam capazes de transferir carga ao solo e responder aos recalques provocados por este carregamento.

Na prática, o radier estaqueado vinha sendo calculado como um grupo de estacas, ou seja, desconsiderando o auxílio que o radier (ou bloco) poderia fornecer em reduzir a carga nas estacas, e, por conseguinte, no recalque do conjunto.

Porém, em alguns casos, deve-se ter cuidado, pois fundações calculadas para trabalhar segundo certas hipóteses (bloco e grupo de estacas recebendo cargas conjuntamente) podem se comportar de outra forma, como apresenta o trabalho de Poulos (1991). Neste trabalho o autor ressalta que, em solos com movimentos devido à consolidação e expansão, deve se tomar certos cuidados, pois o efeito de consolidação pode causar perda de contato entre o radier e o solo, e então todo carregamento recairá sobre as estacas, inclusive o peso do próprio radier. Nestes casos, as estacas devem ser projetadas para suportar 100% da carga. Em

solos expansivos, as estacas tenderão a reter o movimento de ascensão do radier, o que pode causar um incremento nos momentos do radier, o que deve ser previsto no projeto.

## 2.2. PRIMEIROS ESTUDOS SOBRE RADIER ESTAQUEADO

Um dos primeiros estudos teóricos a considerar a contribuição do bloco apoiado no solo superficial em um grupo de estacas foi o de Kishida & Meyerhof (1965), apud Sales (2000). A partir da análise de grupo de estacas em areias, sugeriram duas formas possíveis de ruptura destes grupos: para estacas muito espaçadas e para estacas pouco espaçadas.

Para estacas muito espaçadas, a capacidade de carga da fundação seria a soma da capacidade de carga do radier (ou bloco) com a capacidade de carga do grupo de estacas, levando-se em conta a sobrecarga provocada pelo bloco ao nível da ponta das estacas.

Para estacas pouco espaçadas haveria uma tendência de ruptura de todas as estacas em conjunto, como se fosse uma grande estaca única (tubulão equivalente). Neste caso, a capacidade de carga do conjunto seria calculada como a capacidade de carga do bloco superficial, considerando-se, contudo, apenas a área do bloco externa à projeção do tubulão equivalente.

Quanto ao comportamento carga-recalque de uma fundação com a presença de um elemento superficial associada a uma estaca, o primeiro trabalho teórico parece ter sido o de Poulos (1968), que considerou a interação estaca/bloco para uma estaca isolada com um “cap” (ver Figura 2.1).

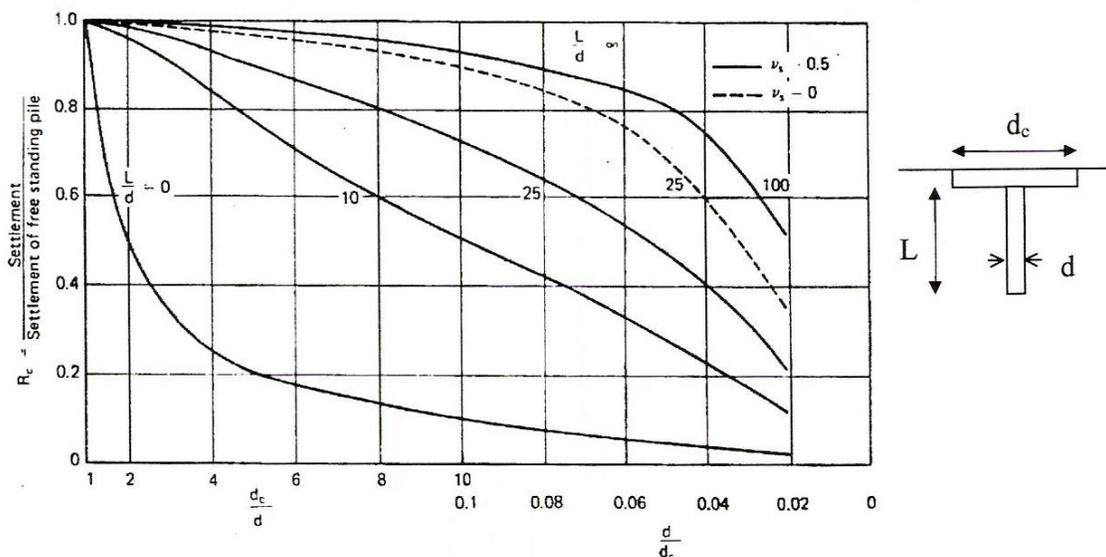


Figura 2.1 – Efeito do “cap” no recalque de uma estaca isolada (Poulos, 1968).

Poulos considerou o solo como um semi-espaço elástico e o “cap” da estaca como rígido. Denominando-se por “L” o comprimento da estaca, “d” o diâmetro da estaca e “d<sub>c</sub>” o diâmetro do “cap”, concluiu que quanto menor o comprimento da estaca em relação ao seu diâmetro (L/d), maior a influência do “cap” na redução de recalques. Também observou que para estacas curtas (L/d < 10) a existência do “cap” não deve ser desprezada.

O estudo de Akinmusuru (1973) com modelos reduzidos em areia foi, talvez, o primeiro a analisar num mesmo solo o comportamento de sapata isolada, estaca isolada e grupo de estacas com e sem o contato do bloco com a superfície, a fim de se obter a parcela de contribuição da interação bloco/estacas. Este trabalho concluiu que a capacidade de carga de uma sapata estaqueada é superior à soma algébrica da capacidade de carga da sapata isolada e do grupo de estacas, ou seja, há uma sinergia quando se utiliza o sistema de sapatas com estacas, de acordo com a equação:

$$Q_t = \alpha Q_g + \beta Q_c \quad (2.1)$$

onde:  $Q_t$  = capacidade de carga da sapata estaqueada;

$Q_g$  = capacidade de carga do grupo de estacas;

$Q_c$  = capacidade de carga da sapata isolada;

$\alpha$  = fator de incremento de capacidade de carga do grupo devido à interação;

$\beta$  = fator de incremento de capacidade de carga da sapata devido à presença do grupo de estacas.

Os ensaios de Akinmusuru (1973) apontaram que a parcela  $Q_g$  é mais influenciada pela interação bloco/solo/estacas, ou seja,  $\alpha \gg \beta$ , sendo  $\beta$  pouco maior que um na grande maioria das situações.

### **2.2.1. OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS DE LABORATÓRIO**

Há vários trabalhos experimentais sobre radier estaqueado, destacando-se estudos em escala reduzida e centrífuga; ensaios em laboratório; ensaios em campo e ensaios locais em obra executadas.

A grande vantagem no uso de observações experimentais é a de poder aferir as hipóteses de cálculo utilizadas, retirar parâmetros de campo de forma direta para testar as soluções, verificar as limitações do método empregado, etc.

Dentre os vários trabalhos, destaca-se o de Horikoshi & Randolph (1996). Nesse trabalho, foram realizados alguns testes em centrífugas, a fim de se dimensionar uma fundação ótima tendo sido testadas opções com 9, 25 e 69 estacas, sendo esta última considerada como o arranjo obtido por métodos convencionais de cálculo. O solo empregado era uma espécie de argila preparada em laboratório (caulin), e todo o método de cravação foi cuidadosamente planejado e controlado, com cuidados especiais, por exemplo, com a poropressão e valor de OCR com a profundidade. Em sua conclusão, destaca-se que, para o caso estudado, utilizando-se apenas 13% do número de estacas calculados por métodos convencionais, reduziu-se em 30% do recalque diferencial em relação ao radier isolado, sem grandes variações no recalque médio.

### **2.2.2. OBSERVAÇÕES EXPERIMENTAIS DE CAMPO**

Dentre os vários trabalhos experimentais de campo, há o de Sales (2000). Em sua tese, vários ensaios com diversas configurações de fundação foram realizados: sapata isolada (denominado teste I); estaca isolada (teste II); sapata sobre uma estaca (teste III); grupo de quatro estacas (teste IV); sapata sobre quatro estacas já testadas (teste V); sapata sobre quatro estacas virgens (teste VI). Havendo também os ensaios pré-inundados: sapata isolada (teste VII); estaca isolada (teste VIII); sapata sobre uma estaca (teste IX).

As diversas configurações descritas acima objetivavam obter parâmetros (carga última, recalque máximo, curva carga-recalque, etc.) para comparar os ensaios entre si.

Os ensaios pré-inundados, por exemplo, visavam obter o decréscimo de carga última quando o solo alcançava altos graus de saturação, tentando simular o período chuvoso que ocorre na região de Brasília e que pode provocar instabilidade da estrutura nos solos pelo efeito do colapso, já que o solo da região tem tendência em apresentar esta característica.

O segundo passo do trabalho foi comparar os resultados experimentais com os de simulações realizadas pelo programa GARP6. Este programa foi desenvolvido inicialmente por Poulos (1994) e alterado por Small & Poulos (1998). A sua versão 7.0, com algumas alterações realizadas por Sales (2000) foi a utilizada nesta pesquisa e será mais bem descrita posteriormente neste trabalho.

Outras conclusões a que chega o trabalho de Sales (2000) são: redução do valor de carga última para estacas re-ensaiadas em torno de 11%; redução da rigidez da estaca quando esta se encontra associada a outras estacas (grupo de estacas); no caso de sapata estaqueada,

houve uma perda de rigidez maior ainda, além de redução do valor da carga última média; efeito de pré-inundação fez com que a capacidade de carga da sapata fosse reduzida em 40%, e da estaca em 50%.

Sousa & Cunha (2005) estudaram o uso de estacas de solo-cimento em sapatas estaqueadas, comparadas às estacas convencionais de cimento-areia-brita. Nesse trabalho, pôde-se verificar que o uso de estacas de solo-cimento, preparadas e executadas de acordo com a pesquisa, destruiu menos a estrutura porosa do solo de Brasília. Por outro lado, isso permitiu que ocorressem recalques maiores que os observados nas estacas convencionais, onde a estrutura original de solo havia sido modificada. Esse aspecto foi observado após a inundação do solo, simulando o período chuvoso na região, o que em solos colapsíveis e porosos, é fator de cuidado na região. Os autores concluem que estacas de pequeno diâmetro podem ser utilizadas para aumentar a capacidade de carga de fundações superficiais, como sapatas, em pequenas edificações.

### **2.2.3. ENSAIOS EM OBRAS REAIS**

Com a necessidade de se compreender melhor o sistema radier estaqueado, diversas obras têm sido monitoradas com o objetivo de verificar se as análises, ensaios e métodos de cálculo foram satisfatórios para aquela situação.

Em O'Neil *et al.* (1996) encontra-se uma coletânea de diversas obras em que o radier estaqueado foi utilizado como solução de fundação, além de alguns ensaios de laboratório que o autor considerou importante para o avanço no conhecimento sobre o comportamento de estacas em radier. Foram 15 obras com descrição das características físicas da edificação, carga, fundação e do solo, além de croquis da edificação, detalhamento do método de análise utilizado, comparações com os valores de carga e deformação de projeto com os valores medidos após a conclusão da obra.

A monitoração de obras reais tem grande importância, já que permite verificar na prática, com peças em tamanho natural, o real funcionamento do sistema de fundação. Apesar da dificuldade de ter pouco controle das variáveis, como características do solo, valor real de carga e interferências externas (lençol d'água, tráfego urbano), é o ensaio que reflete a realidade do funcionamento da fundação.

## 2.3. MÉTODOS DE ANÁLISE

Os métodos de análise para o sistema de radier estaqueado podem ser classificados de acordo com a Tabela 2.1, sendo dividido em três categorias.

Na categoria um, o método é bem simples, baseando-se em parâmetros de laboratório de fácil obtenção (ângulo de atrito, por exemplo). São métodos regionais que não devem ser extrapolados fora dos limites dentro dos quais foram criados.

Na categoria dois estão os métodos que utilizam uma quantidade maior de parâmetros, baseados na mecânica dos solos e na teoria da elasticidade. Entretanto, dentro de suas formulações há algumas simplificações, por exemplo, para o comportamento não-linear do solo.

Na categoria três, os métodos baseiam-se em detalhadas pesquisas e ensaios de campo e laboratório, sendo formulados a partir de teorias que consideram a não-linearidade do solo, através de métodos simples ou com o uso de modelos constitutivos.

Tabela 2.1 – Categorias dos métodos de análise e projeto (modificado - Poulos, 1989).

Categoria	Subdivisão	Características	Estimação do parâmetro do método
1	-	Empírico, não baseado nos princípios da Mecânica dos Solos.	Ensaio simples de laboratório ou in-situ, com correlações.
2	2A	Baseado em teorias simplificadas ou diagramas - utilizando princípios de Mecânica dos Solos - passível de cálculos manuais; modelos de solo simples elástico-linear ou rígido-plástico.	Bateria de ensaios de laboratório ou in-situ, requerendo uso de correlações.
	2B	Idem do 2A, mas a teoria é não-linear (deformação) ou elasto-plástica (estabilidade).	
3	3A	Baseado na teoria usando análises específicas in loco; usa princípios da Mecânica dos Solos. Teoria é elástico-linear (deformação) ou rígido-plástico (estabilidade).	Cuidadosos ensaios de laboratório ou in-situ, seguindo trajetória de tensões apropriada.
	3B	Idem do 3A, mas não-linearidade é obtida por processos simples.	
	3C	Idem for 3A, mas a não-linearidade é obtida pela proposição de modelos de solo.	

### 2.3.1. MÉTODO DE ANÁLISE PRELIMINAR (FÓRMULAS EMPÍRICAS)

As fórmulas empíricas foram as primeiras a surgir, e atualmente servem para determinar, num estágio preliminar, capacidade de carga e dimensões do radier estaqueado.

Entre as várias existentes, algumas podem ser citadas para a determinação da capacidade de carga:

- Akinmusuru (1973);
- Liu *et al.* (1985);
- Phung (1993).

Phung(1993), apud Sales (2000), propôs a seguinte equação:

$$Q_T = N(\eta_{1S}\eta_{4S}Q_S + \eta_{1B}\eta_{4B}Q_B) + \eta_6Q_C \quad (2.2)$$

onde:  $Q_T$  = capacidade de carga da sapata estaqueada;

$N$  = número de estacas;

$Q_S$  = capacidade de carga por atrito lateral de uma estaca isolada;

$Q_B$  = capacidade de carga da ponta de uma estaca isolada;

$Q_C$  = capacidade de carga do radier;

$\eta_{1S}$  = fator de influência no atrito lateral das estacas devido às interações estaca-solo-estaca;

$\eta_{4S}$  = fator de influência no atrito lateral das estacas devido às interações radier-solo-estaca;

$\eta_{1B}$  = fator de influência na resistência de ponta devido às interações estaca-solo-estaca;

$\eta_{4B}$  = fator de influência na resistência de ponta devido às interações radier-solo-estaca;

$\eta_6$  = fator de influência na capacidade de carga do radier devido às interações radier-solo-estaca.

Nesse método, são apresentados ábacos de onde obtém-se os valores de “ $\eta$ ”, com base nos ensaios realizados por cada autor. Desta forma, estas formulações devem ser utilizadas com cautela, sempre observando se as condições são próximas das ensaiadas nesses trabalhos.

Entre as fórmulas para determinação do recalque, algumas delas utilizam-se das mesmas de grupo de estacas, pois se entende que as estacas são as que reagem mais intensivamente contra o recalque, como por exemplo:

- Skempton (1953);
- Meyerhof (1959);

- Randolph (em Fleming *et al.*, 1985);
- Poulos & Davis (1980).

Entre as mais utilizadas, cita-se a Equação 2.3, de Randolph (em Fleming *et al.*, 1985):

$$R_s = N^W \quad (2.3)$$

onde:  $R_s$  = fator de recalque (relação entre o recalque do grupo de estacas e o recalque de uma estaca isolada);

$N$  = número de estacas;

$W$  = expoente, geralmente entre 0,4 e 0,6 para a maioria dos grupos. O valor “0,5” vem sendo empregado por diversos autores.

As demais formulações abaixo foram criadas ou adaptadas para radier estaqueado:

- Radier equivalente, Randolph (1994);
- Tubulão equivalente, Poulos & Davis (1980);
- Método de Poulos & Davis (1980);
- Método de Randolph (1983);
- Método de “suportes de reação constante”, Burland *et al.* (1977).

Num trabalho preliminar, Davis & Poulos (1972), baseando-se na solução elástica para o recalque de uma estaca com “cap”, criaram vários ábacos para estimar o fator de recalque  $R_G$  de um radier estaqueado, devendo-se utilizar as Equações 2.4 e 2.5:

$$\delta = R_G P_G \delta_1 \quad (2.4)$$

$$R_G = R_C R'_G \quad (2.5)$$

onde:  $\delta$  = recalque do radier estaqueado;

$\delta_1$  = recalque de uma estaca sem “cap” sob carga unitária;

$P_G$  = carga total atuante no radier estaqueado;

$R_G$  = relação entre o recalque médio da fundação (radier estaqueado) e o recalque de uma estaca isolada, sem “cap”, sob carga total atuante no grupo;

$R_C$  = razão entre o recalque de uma estaca com “cap” e outra similar sem o “cap”;

$R'_G$  = razão entre o recalque médio de uma fundação (radier estaqueado) e o recalque de uma estaca, com “cap”, sob carga total atuante no grupo.

Poulos & Davis (1980), apresentaram um modelo trilinear, onde o conjunto de estacas estaria totalmente mobilizado. O modelo se divide em três partes, conforme apresentado na Figura 2.2:

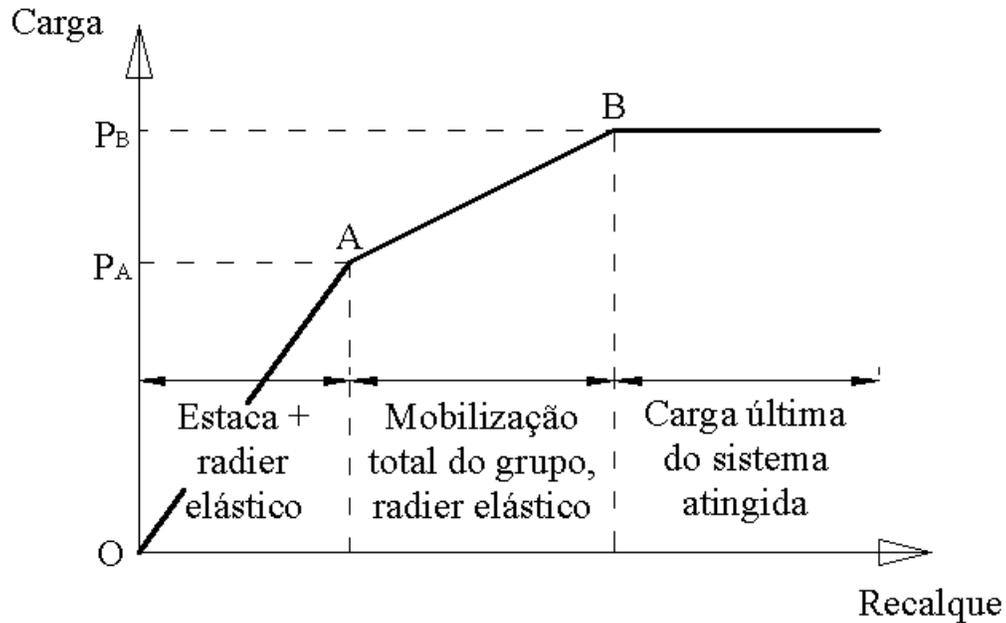


Figura 2.2 – Curva carga-recalque simplificada.

- No trecho AO, antes da total mobilização das estacas, o recalque seria estimado pela Equação 2.4;
- No trecho AB, após a total mobilização de todas as estacas, assume-se que toda a carga excedente ao valor “P<sub>A</sub>” seria absorvido pelo radier (ou cap), e, portanto, o recalque excedente ao valor “δ<sub>A</sub>”, seria calculado como o de um radier isolado sem a presença das estacas. Este acréscimo de recalque (δ<sub>B</sub> – δ<sub>A</sub>) seria calculado por qualquer equação elástica, dependendo da forma do radier. Por exemplo, para um radier quadrado de lado “B”, o recalque poderia ser estimado pela Equação 2.6:

$$\delta_w = P_A R_G \delta_A + \frac{0,947(P_w - P_A)(1 - \nu^2)}{(BE_S)} \quad (2.6)$$

onde: P<sub>w</sub> = carga, entre os valores P<sub>A</sub> e P<sub>B</sub>, aplicada ao radier estaqueado;

$P_A$  = carga total que corresponde ao momento de total mobilização do conjunto de estacas;

$\delta_w$  = recalque do radier estaqueado, sob a carga  $P_w$ ;

$E_s$  = módulo elástico do solo;

$\nu$  = coeficiente de Poisson do solo;

$B$  = largura do radier.

- O trecho BC corresponderia à ruptura completa do sistema de fundação.

O modelo, apesar de simplificado, é passível de críticas pela forma de estimar o recalque no trecho AB, pois considera que o recalque excedente poderá ser determinado por formulações que consideram somente a rigidez do radier, não considerando a rigidez das estacas totalmente mobilizadas no cálculo.

O método descrito por Randolph (1983) emprega uma matriz de flexibilidade para combinar a rigidez, ou seja, o comportamento carga-recalque do grupo de estacas e do radier isolado. A Expressão 2.7 apresenta o método de Randolph (1983):

$$\begin{cases} \frac{1}{k_{PG}} \times P_{PG} + \frac{\alpha_{RP}}{k_r} \times P_R = w_{PG} \\ \frac{\alpha_{PR}}{k_{PG}} \times P_{PG} + \frac{1}{k_r} \times P_R = w_R \end{cases} \quad (2.7)$$

onde:  $w_{PG}$  = recalque médio do grupo de estacas, no sistema de fundação;

$w_r$  = recalque médio do radier, no sistema de fundação;

$P_{PG}$  = carga total suportada pelo grupo de estacas, no sistema de fundação;

$P_R$  = carga total suportada pelo radier, no sistema de fundação;

$K_{PG}$  = rigidez do grupo de estacas, isolada do sistema;

$K_R$  = rigidez do radier, isolada do sistema;

$\alpha_{RP}$  = fator de interação do grupo de estacas sobre o radier;

$\alpha_{PR}$  = fator de interação do radier sobre o grupo de estacas.

Para determinar a rigidez do radier isolado, dentre vários métodos, pode ser utilizado o método de Poulos & Davis (1980), de acordo com a expressão abaixo:

$$K_R = \frac{1,1 \times E_S \times B}{(1 - \nu_S^2)} \quad (2.8)$$

onde:  $K_R$  = rigidez do radier rígido;  
 $E_S$  = módulo elástico do solo;  
 $B$  = largura do radier;  
 $\nu_S$  = coeficiente de Poisson do solo.

Já o coeficiente de rigidez do grupo de estacas pode ser obtido pelo método de Randolph & Wroth (1979), extensão do trabalho de Randolph & Wroth (1978).

O método de Randolph & Wroth (1978) apresenta uma solução aproximada (Equação 2.9) para o processo de transferência de carga ao solo de uma estaca isolada carregada axialmente, com base na solução de Boussinesq para um semi-espaço elástico. O método ainda permite a variação linear do módulo cisalhante ( $G$ ) com a profundidade:

$$K_p = \frac{P_T}{w_T} = G_L r_o \left[ \frac{\frac{4\eta}{(1-\nu)\xi} + \rho \frac{2\pi \operatorname{tgh}(\mu L) L}{\xi \mu L r_o}}{1 + \frac{1}{\pi\lambda} \frac{4\eta}{(1-\nu)\zeta} \frac{\operatorname{tgh}(\mu L) L}{\mu L r_o}} \right] \quad (2.9)$$

onde:  $P_T$  = carga no topo da estaca;  
 $w_T$  = recalque no topo da estaca;  
 $G_L$  = módulo cisalhante do solo a uma profundidade  $Z = L$ ;  
 $L$  = comprimento da estaca;  
 $r_o$  = raio da estaca;  
 $\eta = r_b / r_o$ ,

onde  $r_b$  = raio na base da estaca;

$$\xi = G_L / G_b,$$

onde  $G_b$  = módulo cisalhante abaixo da ponta da estaca;

$$\rho = \bar{G} / G_L,$$

onde  $\bar{G}$  = módulo cisalhante médio do solo no trecho penetrado pela estaca;

$$\lambda = E_p / G_L,$$

onde  $E_p$  = módulo de Young do material da estaca;

$$\zeta = \ln ( r_m / r_o ),$$

$$r_m = \{0,25 + \xi[2,5\rho(1-\nu)-0,25]\} = \text{m\u00e1ximo raio de influ\u00eancia.}$$

$$\mu L = \frac{L}{r_o} \sqrt{\frac{2}{\zeta \lambda}}.$$

Randolph & Wroth (1979) ampliaram o alcance do trabalho, acrescentando as Express\u00f5es 2.10 e 2.11, permitindo estimar a rigidez de um grupo de estacas, alterando os par\u00e2metros de transfer\u00eancia de carga ( $\zeta$ ) e de rigidez da estaca ( $\xi$ ):

$$\zeta^* = n\zeta - \sum_{i=2}^n \ln\left(\frac{s_i}{r_o}\right) \quad (2.10)$$

$$\xi^* = \xi \left[ 1 + \frac{2}{\pi} \sum_{i=2}^n \frac{r_b}{s_i} \right] \quad (2.11)$$

onde:  $s_i$  = espa\u00e7amento entre duas estacas;

$n$  = n\u00famero de estacas no grupo.

Clancy & Randolph (1993) utilizaram o m\u00e9todo de Randolph (1983) para estudar o uso de um m\u00e9todo simplificado para a an\u00e1lise do problema do radier estaqueado. Estes autores consideraram uma hip\u00f3tese de recalques iguais do radier e do grupo de estacas. Geralmente os recalques n\u00e3o s\u00e3o iguais, mas bem pr\u00f3ximos, o que imprime um erro na solu\u00e7\u00e3o final dependente de qu\u00e3o diferentes s\u00e3o os recalques no grupo de estacas e do radier.

### 2.3.2. M\u00c9TODOS DE AN\u00c1LISE AVAN\u00c7ADOS

Os m\u00e9todos de an\u00e1lise avan\u00e7ados surgiram para melhorar a efici\u00eancia, e tornar os projetos mais cient\u00edficos, e menos dependentes de vari\u00e1veis emp\u00edricas, como a regionalidade dos ensaios ou a experi\u00eancia do projetista. Atualmente s\u00e3o utilizados para o detalhamento, ap\u00f3s o uso de f\u00f3rmulas preliminares para o estudo de viabilidade do empreendimento.

Geralmente s\u00e3o aplicativos baseados na teoria da elasticidade e que permitem alguma n\u00e3o-linearidade dos materiais, como modelos elasto-r\u00edgido-pl\u00e1stico ou elasto-pl\u00e1stico.

Utilizam-se dos métodos dos elementos finitos, de contorno ou, em um modo híbrido, uma mistura de métodos, para o cálculo das deformações ou tensões.

Lee (1975), apud Poulos (1999), estudou os efeitos da flexibilidade do radier nos pilares em estruturas bi e tridimensionais, e encontrou que o aumento da flexibilidade do radier leva a uma distribuição mais uniforme das cargas estruturais do que nos casos de fundações rígidas (o caso comum assumido pela análise estrutural). Lee também chegou à conclusão de que o uso do modelo de solo de “Winkler” leva a tendências contrárias, e atribui esta incorreta tendência aos perfis de recalques diferentes que surgem da teoria de reação do “perfil de solo”.

O programa APRAF, desenvolvido por Zhang & Small (2000), apud Cunha *et al.* (2002), modela o solo pelo método das camadas finitas e o radier e as estacas pelo método dos elementos finitos. O método considera a aplicação tanto de forças horizontais e verticais, quanto de momentos. Os movimentos da estrutura nas três direções (x, y, z) e rotações em duas direções (x, y) podem ser determinadas pelo programa. Neste trabalho há o estudo do fator  $\lambda$  que seria uma relação entre a posição das estacas em relação ao centro do radier.

O programa NAPRA, baseado na aproximação de Steinbrenner e no método de fatores de interação, é descrito no trabalho de Sanctis *et al.* (2002).

No método aproximado com fator de interação, proposto por Mandolini & Viggiani (1997), apud de Sanctis *et al.* (2002) e Russo & Viggiani (1998), apud de Sanctis *et al.* (2002), o perfil de camadas de solo é tratado por meio da aproximação sugerida por Steinbrenner (1934). Esta é uma solução aproximada baseada na hipótese de que a distribuição de tensão vertical no meio da camada possa ser aproximada pela conhecida solução para semi-espaço homogêneo. Para fundações superficiais, o erro envolvido na solução de Steinbrenner é considerado desprezível quando a rigidez das camadas de solo é, ou constante, ou crescente com a profundidade.

O método inicia com procedimento para resumir as informações das investigações geotécnicas e da retro-análise do ensaio de estaca isolada para criar um modelo de subsolo. Uma vez obtida a matriz de solo, um algoritmo baseado em elementos de contorno é empregado para determinar as interações entre duas estacas, ou entre uma estaca e um elemento do radier.

O trabalho de Sert & Önalp (2003), por exemplo, avaliou o uso de radier estaqueado no solo de Adaparazi, cidade localizada a noroeste da Turquia, onde um terremoto de magnitude 7,4 em 1999 devastou a região. O solo superficial da região, constituído de camadas de solos de baixa capacidade e rigidez, foi apontado como o principal catalisador da

tragédia. O “plano da cidade”, então, foi alterado para permitir apenas construções até dois pavimentos, sendo baseado mais no observado do que em investigações e técnicas científicas.

Entretanto, estudos de solo desde o terremoto, demonstraram que projetos de estruturas e fundações inadequados ao tipo de solo eram as principais causas das perdas que houveram. Camadas de areia densa ou de argila rígida são encontradas a profundidades abaixo de 5 a 15 m, o que significa que, evitando-se o topo de camadas moles, projetos para estruturas maiores podem ser desenvolvidos para esta região. A única construção na cidade com fundação estaqueada sofreu menores danos, dando uma veracidade a esta hipótese.

No estudo de Sert & Önap (2003), o programa de elementos finitos PRAXIS 3D Tunnel, foi selecionado para a análise da utilização do radier estaqueado, considerando condições não-drenadas e água até a superfície, sendo modelado apenas um quarto (quadrante) do problema.

## **2.4. CONCEPÇÕES E ESTRATÉGIAS DE PROJETO**

Conforme a prática de cada projetista, pode-se aplicar um ou outro método de análise ou, mais comumente, uma combinação de dois ou mais métodos para avaliação e detalhamento do radier estaqueado.

É comum a utilização de métodos mais simples para uma análise preliminar da situação e para verificar se o uso deste tipo de fundação será adequado ou não ao caso.

O emprego do radier estaqueado pode ser delimitado por várias razões, destacando, entre elas, a redução de recalques (médio ou diferencial) em uma fundação. É comum, por exemplo, o próprio radier, ou a sapata, ter dimensões suficientes para suportar a carga, porém os recalques previstos podem ser muito elevados. Desta forma, a introdução de estacas sob o radier pode ser conveniente, pois, posicionadas devidamente, reduzirão o recalque médio e diferencial do sistema de fundação.

Outro caso para se utilizar o radier estaqueado seria com a função de “aproveitar” o bloco de coroamento das estacas como elemento portante. Nos casos em que os pilares estão próximos e as cargas são elevadas, há necessidade do uso de um grande bloco para coroamento das estacas. É prática nos projetos correntes não considerar a contribuição do bloco para suportar parte da carga e nem na redução de recalques. Apesar de pequena, variando de acordo com a situação, tipo de solo e número de estacas empregadas, é um valor

considerável no caso de obras de maior vulto onde os blocos têm grandes proporções, ou se repetem na mesma obra.

Após essa decisão preliminar, procura-se utilizar fórmulas mais exatas para determinação das dimensões, número de estacas, esforços e recalques.

Poulos (2001) delimitou três fases de projeto:

- Estágio preliminar que determina a viabilidade do uso do radier estaqueado, e o número de estacas necessárias para satisfazer os requisitos de projeto;
- O segundo estágio seria determinar onde posicionar as estacas e as características das mesmas, como por exemplo, a capacidade de carga;
- O último estágio seria um detalhamento do sistema de fundação para obter a melhor configuração de estacas quanto a número, posicionamento e capacidade de carga, obtendo ao fim a distribuição de recalques, carga nas estacas e de esforços cortantes e momentos no radier.

No estágio preliminar pode-se adotar fórmulas simplificadas, onde se determinam os possíveis recalques em relação ao número de estacas utilizadas. No trabalho de Poulos (2001), recomenda-se a aplicação de fórmulas correlacionadas com a rigidez das estacas, do radier e do conjunto em trabalho.

O segundo estágio busca posicionar estacas abaixo dos pontos de carga concentrada, buscando assim evitar esforços excessivos no radier, quanto a momento e cortante, além da redução do recalque local e diferencial. Desta forma, nos pontos de carga dos pilares, estacas compatíveis com a carga advinda do pilar são posicionadas.

É conclusão do trabalho de Poulos (2001), assim como de vários outros, que não é necessário um número elevado de estacas para reduzir os recalques, mas há na verdade um número ótimo em que se obtém uma boa redução nos recalques absolutos e diferenciais, e uma ótima redução nos esforços de momento e cortante na placa do radier.

Um outro estudo de redução de recalques em fundações com o uso de estacas pode ser visto no trabalho de Markachian & Poulos (1994). Este trabalho pesquisou a redução de recalque com relação ao momento em que era acrescentada a estaca à fundação, considerando-se um solo com recalque secundário (argila mole), ou seja, a estaca era acrescentada após o radier já executado. Também estudou o uso de radier flexível ou rígido nesse efeito, sendo utilizado neste trabalho o método dos elementos finitos.

## 2.5. OTIMIZAÇÃO EM RADIER ESTAQUEADO

O processo de otimização está intimamente ligado ao processo de se buscar o melhor desempenho de certo objeto em estudo. Para fundações, seria o caso de buscar o melhor projeto, ou utilizar o menor número de estacas num sistema de fundações.

O estudo realizado no Edifício Akasaka, apresentado por Poulos (1994), é um exemplo. No edifício, haveria apenas sapatas isoladas para cada pilar, entretanto na sapata SP11 (7,5 x 5,5 m), o fator de segurança seria de 1,57, porém com recalque superior a 50mm. Decidiu-se, então, pela inclusão de estacas para reduzir o recalque. Estas estacas possuíam 52cm de diâmetro, 12,5m de comprimento, e capacidade de carga individual de 2,5MN. Poulos (1994) realizou um estudo variando a quantidade de estacas, analisando o fator de segurança e o recalque do sistema, conforme Tabela 2.2. Ao final, o autor adotou um projeto com seis estacas, para o qual obteve um fator de segurança global da ordem de 2,25, com recalque limitado a 30mm. A carga se distribuiria, segundo a previsão, em 65% para as estacas e 35% para o radier.

Tabela 2.2 – Ed. Akasaka – Fs x Número de estacas (modificado – Poulos, 1994).

Estratégia de Projeto	Fator de Segurança (FS)		Número de estacas requerido
	p/ Estacas	Geral	
Estacas suportando toda a carga	2,5	4,1	23
Estacas com baixo fator de segurança	1,45	3,0	13
Estacas totalmente mobilizadas	1,0	2,5	8
Estacas totalmente mobilizadas e baixo FS global	1,0	2,0	4
Radier isolado (sem estacas)	-	1,57	0

Cunha *et al.* (2001) realizaram um estudo de otimização, baseado no trabalho de Yamashita *et al.* (1994). A obra analisada é um edifício residencial em Tóquio, Japão, cuja fundação é um radier retangular com dimensões 23 x 24 m e altura de 30 cm, executado sobre vinte estacas de 80 cm de diâmetro e 16 m de comprimento. O critério de projeto foi posicionar as estacas abaixo dos vinte pontos de carregamentos da edificação. Neste caso, percebe-se que se trata de um radier bastante flexível e que as estacas foram utilizadas especificamente abaixo das cargas principais (pilares).

Cunha *et al.* (2001) criaram outras 26 configurações, a fim de analisar o comportamento da fundação e realizar um comparativo entre os diversos fatores relevantes para análise de fundações: recalque máximo, recalque diferencial, distorção angular, custo de execução do radier estaqueado, entre outras. Variou-se a altura (valores de 30, 60 e 120 cm),

quantidade de estacas (20, 10, 6 e nenhuma) e também o comprimento destas (16 ou 8 m). Estas configurações foram analisadas com o uso do programa GARP 6.0 e os resultados foram comparados entre si e também com a configuração original do radier, totalizando 27 possibilidades.

Dos resultados obtidos do trabalho, destaca-se a necessidade de sempre se analisar diversas possibilidades de projeto e configuração da fundação, pois uma primeira solução pode apresentar resultados satisfatórios (dentro das restrições de projeto), entretanto, analisando-se possibilidades diversas, permite-se obter, ou pelo menos verificar, a existência de novas e melhores configurações, baseando-se num critério, por exemplo, de custo. Segundo Cunha *et al.* (2001), uma proposta aceitável para o caso analisado (considerando um limite máximo de recalque de 30 mm) seria um radier com altura de 0,6 m e sem estacas, o que reduziria os custos com fundação em 24%.

Horikoshi & Randolph (1997) e Horikoshi & Randolph (1998) são trabalhos que investigaram e propuseram alguns parâmetros para otimização de radiers estaqueados:

- As estacas devem ser distribuídas entre 16 a 25% da área central do radier;
- A rigidez do grupo de estacas ou do tubulão equivalente deve ser aproximadamente equivalente à rigidez do radier isolado;
- A capacidade de carga do grupo de estacas deve estar na faixa de 40 a 70% da carga de projeto, dependendo da razão de área do grupo de estacas e do módulo de Poisson do solo;
- Deve-se evitar ultrapassar uma mobilização das estacas superior a 80% a fim de se evitar aumentos significantes nos recalques diferenciais.

Bezerra (2003) estudou o comportamento do radier estaqueado utilizando o programa APRAFR, anteriormente descrito, para analisar diversas opções de carregamento, inclusive aplicação de momentos e carregamentos horizontais. Nesta pesquisa, avaliou-se a influência de diversas variáveis, tais como coeficiente de Poisson, rigidez relativa entre solo e estaca, rigidez relativa entre radier e solo. Avaliou-se também o comportamento de um radier de quatro estacas sob diversos modelos de carregamento, com relação a recalques máximos e diferenciais, esforços de momento e cisalhamento máximos, e porcentagem de carga em cada estaca. Ao final, apresenta-se uma otimização manual, estudando seis casos de disposição de estacas ao longo do radier, e analisando-se o comportamento quanto a recalque (máximo e diferencial) e cargas (vertical nas estacas e momento no radier).

Sales *et al.* (2002) apresentam um estudo numa edificação de Brasília, no Distrito Federal, onde o sistema de fundação é composto por um bloco quadrado de 13,6 m de lado e 2,85 m de altura, apoiado sobre 25 estacas de 1,2 m de diâmetro e 13,0 m (valor médio) de comprimento. Originalmente, o sistema havia sido concebido como um grupo de estacas, entretanto, a análise como radier estaqueado pode ser bastante vantajosa. Os autores propuseram algumas situações de projeto, no qual se variava o número de estacas. Seis possibilidades foram analisadas: 25, 23, 21, 13, 9 e nenhuma estaca. Utilizando-se do programa GARP os autores encontraram os valores de esforços e recalques apresentados na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Valores dos esforços e recalques obtidos nas diversas simulações (modificado - Sales *et al.*, 2002).

Número de estacas por caso	25	23	21	13	9	0
Cargas nas estacas (%)	91,29	88,93	87,58	76,01	64,03	0,00
Carga no solo (%)	8,71	11,07	12,42	23,99	35,97	100,00
Carga média nas estacas (kN)	1603,4	1697,7	1831,4	2567,5	3123,8	-
Carga máxima nas estacas (kN)	3077,8	3550,5	3420,4	5156,8	4558,3	-
Carga mínima nas estacas (kN)	982,2	960,9	1060,3	1528,8	2140,1	-
Momento Mx máx. (kN m)	2202	2074	1902	1450	1157	1836
Momento My máx. (kN m)	4515	3536	3508	2713	3149	4214
Recalque máx. (mm)	7,60	8,29	8,13	9,51	11,00	15,47
Recalque mín. (mm)	5,40	5,18	5,75	6,15	6,27	7,54
Recalque diferencial (mm)	2,20	3,11	2,38	3,36	4,73	7,93
F.S. do grupo de estacas	3,42	3,14	2,87	1,78	1,23	-
F.S. Global	5,52	5,24	4,97	3,88	3,33	2,10

Da Tabela 2.3, concluiu-se:

- O bloco isolado seria capaz de suportar a carga dos pilares, entretanto com recalques acima dos admissíveis para o tipo de estrutura;
- A inclusão de 25 estacas uniformemente distribuídas fez com que os recalques diminuíssem, mas não reduziu os momentos fletores;
- O caso de 23 estacas seria a hipótese de duas estacas de canto, que se encontravam bastante carregadas, pudessem se romper, entretanto, pela análise realizada, percebeu-se que isso pouco afetaria o comportamento do bloco. Apenas ocorreriam um leve aumento no recalque e uma redução de momentos;
- A utilização de 21 estacas, ao invés de 25, conduziria a uma distribuição melhor dos momentos, com acréscimo irrelevante de recalque;

- A solução com 13 estacas levaria a uma condição de melhor custo-benefício das hipóteses estudadas, com recalques absoluto inferior a 10 mm e diferencial inferior a 5 mm. Uma das estacas estaria bem próxima da carga última, que era de 6000 kN. Entretanto apresentaria os menores esforços de momento fletor e F.S. global próximo a quatro.

Este caso de obra será mais bem estudado com o uso de otimização, neste trabalho.

Um aspecto interessante estudado por de Sanctis (2002) apud Mandolini (2003) é a variação do custo em relação ao recalque absoluto ou em relação ao recalque diferencial de uma fundação. Geralmente, o valor do recalque diminui à medida que se aumenta o custo. As curvas na Figura 2.3 indicam o comportamento da relação entre recalque (absoluto ou diferencial) em relação ao custo da fundação. Esse custo pode referir-se, por exemplo, a um incremento no número de estacas, no diâmetro destas ou na altura do radier. A curva 1 na Figura 2.3 representa os casos em que o recalque diminui em forma de assíntota, tendendo a um valor constante ( $S_{\infty}$ ). Em outros casos tem-se o comportamento conforme a curva 2, na qual há um mínimo na curva ( $S_{\min}$ ), a partir do qual, o aumento do custo tende a aumentar o valor de recalque.

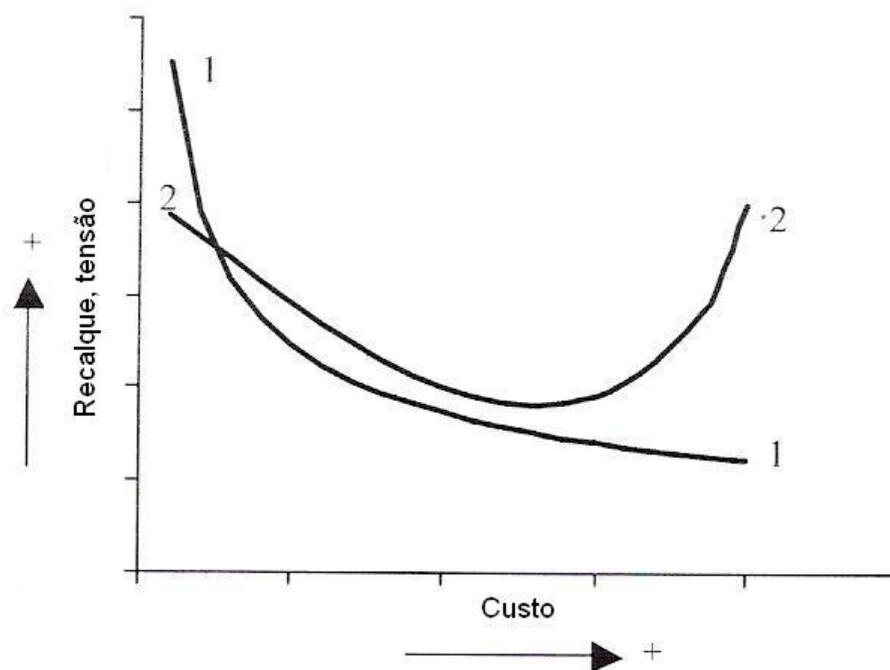


Figura 2.3 – Relação do custo com recalque (ou tensão)

Nos casos em que se aplica o comportamento da curva 1, ter-se-á duas possibilidades. A primeira delas quando  $S_{adm} < S_{\infty}$ , ou seja, não haverá solução para o

problema, porém, quando  $S_{adm} > S_{\infty}$ , haverá solução para o problema. Deve-se considerar quando o valor de  $S_{adm}$  é muito próximo de  $S_{\infty}$ , pois isto indica um gasto maior para se adequar o projeto ao valor de  $S_{adm}$ . Neste caso seria melhor modificar mais profundamente o projeto original.

Quanto aos casos que se assemelham a curva 2, quando  $S_{adm} < S_{\infty}$ , novamente não haverá solução para o sistema. Quando  $S_{adm} > S_{\infty}$ , haverá duas soluções para um mesmo valor de  $S_{adm}$  e, logicamente, o valor a ser utilizado será o da esquerda, devido ao menor custo.

---

### 3. OTIMIZAÇÃO

---

Entende-se como problema de otimização aquele em que se procura maximizar ou minimizar uma função numérica com certo número de variáveis, sujeitas a certo conjunto de condições que restringem o espaço das soluções do problema.

Os primeiros estudos surgiram nas ciências físicas e na geometria, e utilizavam técnicas do cálculo integral e do cálculo variacional para a obtenção de soluções. As técnicas clássicas são conhecidas há mais de 150 anos, entretanto, a partir do século XIX, novas técnicas foram desenvolvidas para resolver problemas governamentais, militares, industriais e, especialmente, econômicos (Hadley, 1982).

George Dantzig, em 1947, ligado à logística militar e trabalhando no Departamento da Força Aérea Americana, apresentou uma forma sistemática de resolução dos problemas de programação linear que se designa Método Simplex e que se revelou bastante eficaz. Nesse período houve um crescente interesse por esta técnica matemática e ela em pouco tempo encontrou uma ampla faixa de emprego, experimentando assim um desenvolvimento teórico notável. Hoje, o modelo de programação linear possui uma estrutura matemática simples, de grande generalidade, e tem sido aplicado com sucesso para resolver os mais variados tipos de problemas nas mais diversas áreas. Entretanto, foi com o trabalho de Dantzig em 1947 que o problema de PL foi formulado e um método idealizado para resolvê-lo. Este foi o marco definitivo na afirmação da programação linear (Menezes, 1990).

Os métodos de programação não linear também tiveram seu desenvolvimento a partir de meados do século XX com os trabalhos de Khun & Tucker que estabeleceram as condições de ótimo desses problemas, a partir das condições de mínimo de funções diferenciáveis.

Na Segunda metade do século XX surgiram métodos inspirados em modelos da natureza como os algoritmos genéticos e o “Simulated Annealing” (recozimento simulado).

#### 3.1. CONCEITO DE OTIMIZAÇÃO NOS PROBLEMAS DE ENGENHARIA

O processo convencional de projeto de estruturas parte de uma pré-definição das dimensões dos elementos estruturais pelo projetista. A seguir, obtêm-se os esforços internos

devido às combinações de ações envolvidas na análise e verifica-se se as dimensões inicialmente estabelecidas são admissíveis segundo parâmetros pré-estabelecidos da análise. Essa fase é denominada dimensionamento. Frequentemente, as dimensões pré-estabelecidas para os elementos não satisfazem a um ou mais critérios de dimensionamento. Nesse caso, novas dimensões são estimadas a partir dos resultados da análise anterior e da experiência do projetista. Os esforços que dependem dessas dimensões são corrigidos e procede-se novo dimensionamento. Portanto, o projeto convencional é constituído por um processo de tentativa e erro até a obtenção de uma solução adequada (Figura 3.1a). À medida que cresce o número de variáveis do problema, o volume de cálculo cresce muito e, frequentemente, a solução finalmente adotada é apenas uma solução satisfatória, estando longe da solução mais adequada ou mais econômica. O projeto ótimo consiste na determinação sucessiva de configurações dessa estrutura em que a nova solução é obtida a partir da anterior com o uso de técnicas matemáticas. Condições específicas do problema, como no caso dos problemas de engenharia, as condições de equilíbrio, de compatibilidade, entre outras, restringem o espaço das possíveis soluções do problema. Assim, cada configuração é resultado de alterações no conjunto das variáveis de projeto e a solução ótima é a finalização ideal deste processo. A Figura 3.1b apresenta uma representação da sistemática de projeto ótimo.

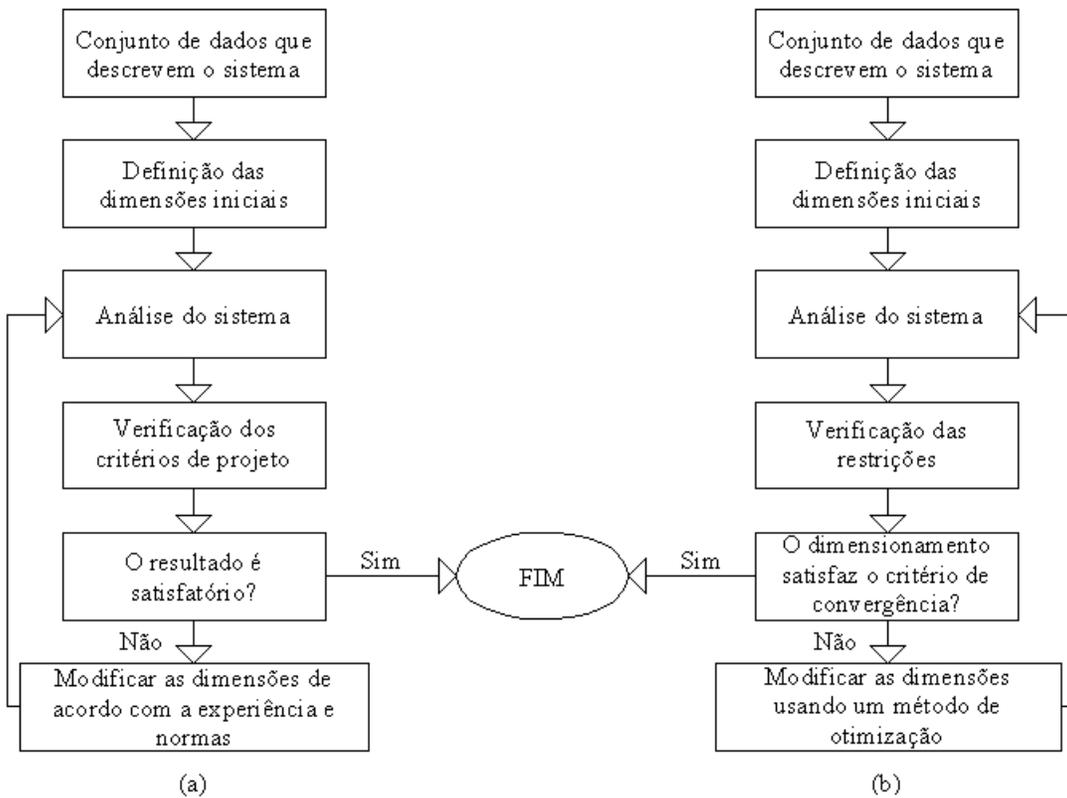


Figura 3.1 – Comparação esquemático entre o procedimento convencional de projeto (a) e projeto ótimo (b). (Almeida, 2001)

O procedimento convencional foi adotado na análise do Edifício Akasaka, realizada por Poulos (1994), comentada no capítulo 2, onde o autor estudou algumas hipóteses de projeto e considerou, com sua experiência, aquela que fornecia um fator de segurança adequado.

### 3.2. FORMA PADRÃO DE UM PROBLEMA GERAL DE OTIMIZAÇÃO

Um problema geral de otimização pode ser escrito na forma padrão apresentada em 3.1:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Determinar} & \mathbf{x}^* \in \mathfrak{R}^*; \\
 \text{que minimiza ou maximiza} & f(\mathbf{x}); \\
 \text{sujeita} & \mathbf{c}_i(\mathbf{x}) = 0 \quad i \in I = [1\dots n] \\
 & \mathbf{c}_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i \in D = [n+1\dots m]
 \end{array} \tag{3.1}$$

Este é um enunciado matemático que serve a vários problemas, não só de engenharia como de outras áreas do conhecimento. Em linhas gerais, diz-se que, para um conjunto de variáveis  $\mathbf{x}$ , representativo do problema em questão, otimizar significa buscar um conjunto de valores  $\mathbf{x}^*$  para o qual se obtém o valor mínimo (ou máximo) da função  $f(\mathbf{x})$  dessas variáveis, que retrate a melhor situação de projeto. Contudo, essa busca pode ser limitada por condições inerentes ao projeto representadas por  $\mathbf{c}_i(\mathbf{x})$ , as quais devem ser atendidas para que uma solução seja considerada válida.

Para a construção do problema de otimização é necessário escolher entre as grandezas que descrevem o problema, quais serão consideradas parâmetros e quais serão consideradas variáveis de projeto. Parâmetros são as grandezas que não se alteram durante o processo de busca da solução ótima e as variáveis de projeto ótimo são as grandezas que sofrem alteração durante a otimização. Esses conjuntos são formados, por exemplo, pelo posicionamento das armaduras, pela quantidade e posicionamento de estacas no radier, pelas dimensões das peças, pelas grandezas que reflitam a resistência dos materiais. Todas essas grandezas podem ser variáveis ou parâmetros, dependendo do problema em questão e da abordagem adotada na construção do problema de otimização.

### 3.2.1. VARIÁVEIS DE PROJETO

São as grandezas que descrevem o problema e que podem sofrer alterações durante a busca pela solução ótima, podendo ser classificadas em contínuas ou discretas.

São variáveis contínuas aquelas que podem assumir qualquer valor no conjunto dos números reais. Já as variáveis discretas são aquelas que podem apresentar somente valores pré-determinados, como por exemplo, valores comerciais de peças, variáveis que representam números inteiros, como as quantidade de parafusos, de estacas, de barras ou de apoios ou ainda variáveis lógicas (presença ou ausência).

### 3.2.2. FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo representa o critério matemático que mede a qualidade de cada solução avaliada. Deve ser bem construída a fim de se permitir a obtenção do resultado realmente esperado. Pode ser classificada em simples, quando a função representa apenas um objetivo, ou multi-objeto, quando dentro da função estão contidos vários objetivos.

### 3.2.3. RESTRIÇÕES, DOMÍNIO VIÁVEL OU INVIÁVEL

As restrições representam as limitações impostas ao problema, podendo ser dos tipos lateral (faixa de domínio), igualdade ou desigualdade (maior ou menor).

As restrições também podem ser classificadas em ativas ou inativas. Essa classificação é dada conforme a solução ótima seja limitada ou não pelas restrições. A Figura 3.2 representa um problema de otimização em duas dimensões com cinco restrições de desigualdade,  $c_1$  a  $c_5$ . A restrição é considerada ativa quando a solução ótima (ponto  $X_{opt}$  da Figura 3.2) “toca” a restrição, ou seja, é atendida em sua condição de igualdade (restrições  $c_1$  e  $c_2$  da Figura 3.2). As restrições são inativas quando a solução ótima não está sobre o limite destas, ou seja, a restrição é atendida em sua condição de desigualdade. Neste caso, as restrições não são limitadoras do valor de solução ótima. Na Figura 3.2, as restrições  $c_3$ ,  $c_4$  e  $c_5$  são do tipo inativa.

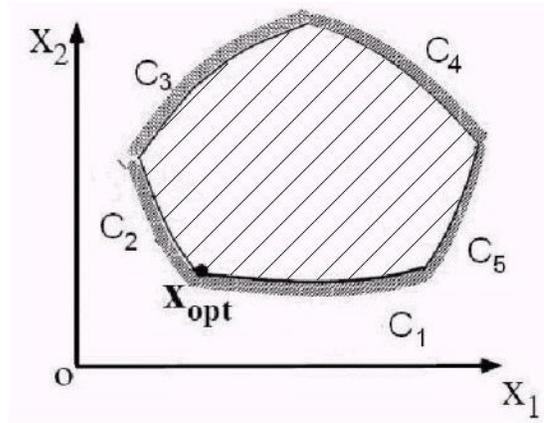


Figura 3.2 – Restrições ativas e inativas.

Dependendo do problema, a localização da solução ótima pode ativar uma, duas ou não ativar nenhuma das restrições. A Figura 3.3 apresenta três situações possíveis para a solução ótima em um problema de duas variáveis. As linhas tracejadas representam as curvas de nível da função objetivo e a seta seu sentido de decréscimo. Nesse caso o objetivo é minimizar a função. No caso (a), duas restrições ( $c_1$  e  $c_2$ ) estão ativas e as restantes estão inativas. Já no caso (b), todas as restrições são inativas, e a solução ótima encontra-se no interior do domínio viável. No caso (c), a curva de nível da função objetivo  $f$  é tangente a uma das funções de restrição, e desta forma, somente esta restrição está ativa.

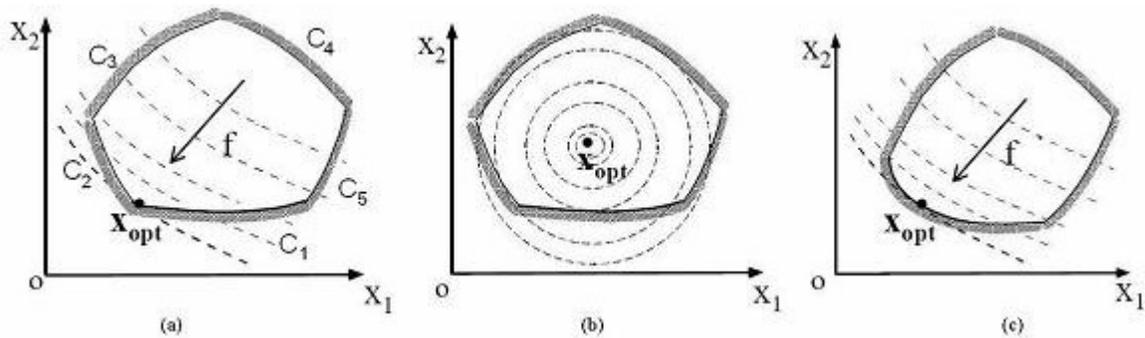


Figura 3.3 – Possíveis localizações da solução ótima: (a) com duas restrições ativas e as demais inativas, (b) com todas as restrições inativas e (c) solução ótima no ponto tangente à restrição (modificado de Silva, 2003).

Denomina-se domínio viável a região que contenha as soluções possíveis (viáveis) do problema, estando esta região delimitada pelas restrições. Na Figura 3.2, o domínio viável

é representado pela área hachurada. A região onde as restrições não são respeitadas, ou seja, a região cujos pontos não satisfazem as condições de restrição é denominado domínio inviável. A importância do conhecimento do domínio tem papel na previsão da solução ótima do problema em algumas técnicas de otimização.

### 3.2.4. TIPOS DE SOLUÇÕES

Diz-se que uma solução é viável quando contida no domínio viável do problema de otimização.

A importância do conhecimento do domínio tem papel também na previsão da ocorrência de mínimos locais e globais, em domínios viáveis não convexos. Podem ocorrer mínimo(s) local(is) quando a função possui concavidades onde a busca pelo valor ótimo pode estacionar. A Figura 3.4 demonstra isto, onde  $f$  decresce na direção da seta.

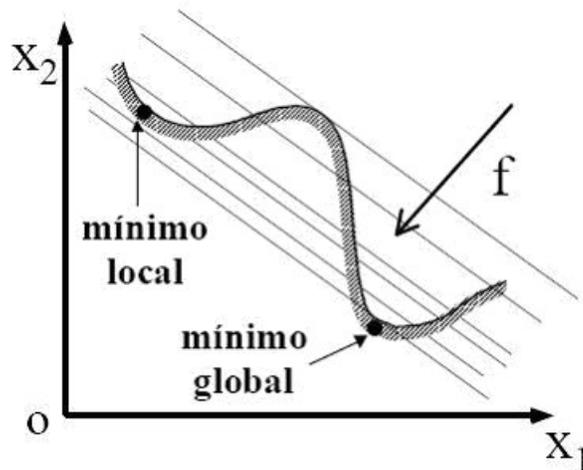


Figura 3.4 – Conceito de mínimo local e global (Silva, 2003).

O mínimo local aparece em uma “cavidade secundária” e possui um valor de função objetivo  $f$  maior do que o mínimo global. Essa situação é comum em muitos problemas de otimização, fazendo com que os algoritmos estacionem no mínimo local. A confirmação se o mínimo encontrado é global ou local, somente é possível para problemas denominados convexos. Nos demais tipos de problema a dúvida persiste, sendo impossível ou muito difícil, em geral, provar matematicamente se o mínimo é local ou global (Silva, 2003).

### **3.3. TIPOS DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO**

Devido à complexidade dos problemas de otimização, eles são divididos em grupos, de acordo com certas características determinantes para sua resolução. Assim existem diversas técnicas de otimização que podem ser empregadas para a obtenção da solução ótima. A seguir são destacados alguns tipos.

#### **3.3.1. PROBLEMAS LINEARES (PPL)**

Problemas de programação linear (PPL) são aqueles em que as variáveis são contínuas e tanto as restrições como a função objetivo são funções lineares das variáveis de projeto. Tem como principal método de resolução o método Simplex, desenvolvido por Dantzig, em 1947, de extrema eficiência e adaptável ao cálculo computacional.

#### **3.3.2. PROBLEMAS NÃO-LINEARES**

Problemas de programação não-linear são aqueles que apresentam qualquer tipo de não-linearidade, seja na função objetivo ou em qualquer uma das restrições.

#### **3.3.3. PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO INTEIRA (PPI)**

Problemas de programação inteira (PPI) são aqueles em que uma ou mais variáveis não são contínuas, ou seja, são discretas, em grande parte das vezes do tipo inteiro. Além disso, são problemas de alto grau de complexidade, maior até que os problemas de programação não-linear. São divididos em diversos modelos, onde, para cada um, existe um método melhor ou específico para obter a solução. Dentre os vários modelos, destacam-se:

- Problema da mochila (“knapsack problem” - PK);
- Problemas de conexão (árvores, caminhos, etc.);
- Fluxos em redes (transporte);
- Problema do caixeiro viajante;
- Problemas de roteamento;
- Problemas de cobertura, particionamento e localização, entre outros.

### 3.4. TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO

Como foi descrito anteriormente, não há uma técnica única para resolução de problemas de otimização. Para cada tipo de problema, haverá uma técnica de otimização melhor indicada para resolução daquele problema. As técnicas podem ser divididas em métodos de programação matemática (PM) e métodos probabilísticos.

Dentre as técnicas de PM, destacam-se a programação linear (PL), não-linear (sem e com restrições) e métodos seqüenciais baseados em teoria de aproximações (programação linear seqüencial e programação quadrática seqüencial).

Dentre os métodos probabilísticos, são exemplos os algoritmos genéticos e o “*Simulated Annealing*” (ou recozimento simulado). Estes tipos de métodos são especialmente indicados para problemas com variáveis discretas.

#### 3.4.1. PROGRAMAÇÃO LINEAR (PL)

Na programação linear, onde a função objetivo e as restrições são funções lineares das variáveis de projeto, um dos métodos mais conhecido é o Simplex.

O algoritmo do Simplex tem como base a álgebra linear para determinar, por um método iterativo a solução ótima de um PPL. O método parte de uma solução viável do sistema de equações que constituem as restrições do PPL. A partir dessa solução inicial, procura por novas soluções viáveis de valor igual ou melhor que a atual. O algoritmo possui dois critérios de avaliação, um primeiro que permite sempre encontrar novos e melhores vértices da envoltória, e um segundo que consegue determinar se o vértice escolhido é ou não o vértice ótimo.

Observa-se que a solução ótima de um problema de programação linear localiza-se nos vértices do polígono delimitado pelas restrições. A solução ótima do problema descrito pela Equação 3.2 pode ser observada na Figura 3.5, onde a solução se encontra no vértice B.

Determinar	$x_1, x_2 \in \mathfrak{R}^*$ ;	
que minimiza ou maximiza	$f(x) = 2x_2 + x_1$ ;	(3.2)
sujeita a	$c_1 = x_2 + x_1 - 1 \leq 0$	;
	$c_2 = x_1 + 2 \geq 0$	e
	$c_3 = 2x_2 - x_1 + 4 \geq 0$	

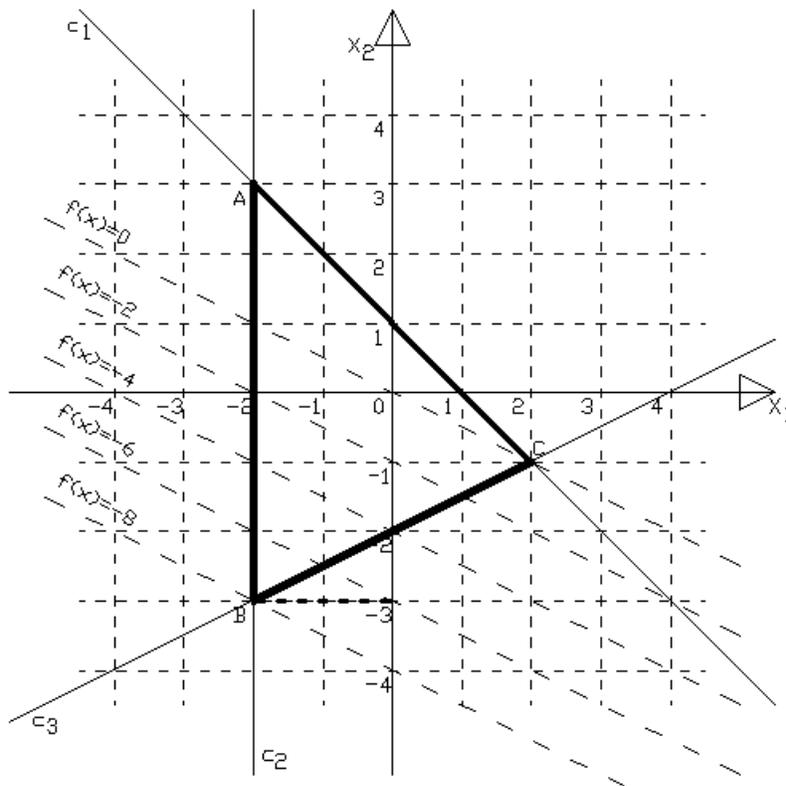


Figura 3.5 – Polígono ABC formado pela interseção das restrições  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$ .

Outros métodos foram desenvolvidos para obter a solução ótima mais rapidamente do que o método Simplex, dentre eles o Kamarkar (Haftka, 1993). Detalhes sobre a teoria do método Simplex podem ser obtidos em Hadley (1982).

### 3.4.2. PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR

Os métodos podem ser divididos em dois grupos: para a solução de problemas sem restrição e problemas com restrição. Problemas sem restrição são aqueles que não possuem funções limitadoras de soluções. O problema é considerado com restrição quando existe uma ou mais funções que restringem o espaço de soluções aceitáveis. Geralmente os problemas com restrições são transformados, com o uso de métodos de penalização, em problemas sem restrições para que se possa determinar a solução ótima. A expressão que governa a busca pela solução ótima está em 3.3.

$$\mathbf{x}^{i+1} = \mathbf{x}^i + t d^i \quad (3.3)$$

onde  $i$  = indica a iteração corrente;

$\mathbf{x}^{i+1}$  = próxima solução;

$\mathbf{x}^i$  = solução anterior;

$d^i$  = passo da solução;

$t$  = direção de busca.

A cada iteração esses métodos procuram primeiramente encontrar uma direção a seguir que reduza a função objetivo. Uma vez obtida essa direção, decidem o quanto avançar nessa direção. Desta forma, a cada passo, um problema de  $n$  variáveis é reduzido a um problema de encontrar uma variável, o passo.

Em relação à forma de obtenção do passo e da direção de busca, os métodos de PM podem ser agrupados em três classes:

- Métodos de ordem zero: utilizam apenas informações da função. São usados quando a função não é diferenciável ou possui alta não-linearidade, o que impossibilita obter as derivadas de forma precisa. Dentre eles destacam-se o método do univariante e o método das direções conjugadas de Powell;
- Métodos de ordem um: usam informações dos gradientes da função, que são as derivadas em relação às variáveis de projeto, destacando-se os métodos do máximo declive e o método dos gradientes conjugados;
- Métodos de ordem dois: nestes métodos, são utilizadas informações da 2ª derivada da função em relação às variáveis de projeto, agrupados na matriz Hessiana. São clássicos os métodos de Newton-Raphson, em suas formas convencional e modificada e os métodos Quase-Newton., em particular o BFGF (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno).

Mais informações sobre programação matemática podem ser obtidas em Haftka (1993).

### 3.4.3. PROGRAMAÇÃO SEQUENCIAL

São métodos que utilizam aproximação seqüencial para resolução de problemas de otimização, como, por exemplo, programação linear seqüencial e programação quadrática seqüencial.

A idéia básica da programação linear seqüencial (PLS) é aproximar o problema inicial por sucessivos subproblemas lineares de otimização que podem ser resolvidos usando métodos de programação linear (Simplex). A aproximação é obtida utilizando-se séries de Taylor até o Termo de 1ª ordem para aproximar a função objetivo e as restrições, limitando-se a variação do valor de cada variável do projeto de cada subproblema linear por meio de limites móveis. Dentro da região delimitada por esses limites móveis, determina-se o mínimo (ou máximo da função objetivo) e este ponto é utilizado para uma próxima interação em uma região próxima a esta última.

Neste método, deve-se selecionar o mais adequadamente possível os limites estipulados. Se os limites forem grandes, os erros de aproximação tenderão a ser maiores, quanto mais irregular for a função. Por outro lado, se os limites forem pequenos, exigir-se-á um maior esforço computacional.

O método é apropriado para um grande número de variáveis de projeto, além de necessitar apenas da primeira derivada.

A programação quadrática seqüencial (PQS) é bastante semelhante, diferindo apenas na forma de aproximação. Neste caso, aproxima-se o problema original por uma sucessão de subproblemas de programação quadrática, os quais tem função objetivo quadrática e restrições lineares.

#### **3.4.4. ALGORITMOS DE BUSCA PROBABILÍSTICOS**

Apesar da grande gama de métodos descritos até aqui, tais métodos não garantem se o resultado obtido é realmente o mínimo global da função, ou apenas um mínimo local. Além disso, são métodos que não são adequados para resolução de problemas com variáveis discretas. Para tentar eliminar ou pelo menos reduzir estas dificuldades, foram desenvolvidos os métodos de busca probabilísticos.

Destacando-se entre eles o recozimento simulado e os algoritmos genéticos, ambos foram inspirados em fenômenos naturais, são baseados em processos de seleção randômica guiados por decisões probabilísticas, permitem lidar com variáveis discretas e necessitam apenas do valor da função objetivo, não sendo necessário o cálculo dos gradientes (Haftka, 1993).

Apesar dos pontos positivos, esses métodos devem ser utilizados com cautela, pois, primeiramente, o custo computacional aumenta significativamente com o número de variáveis

de projeto e também não é correto afirmar que encontram o mínimo global, apenas terão mais chances de encontrá-lo. Segundo Haftka (1993), não são recomendáveis para problemas contínuos de muitas variáveis, sendo a programação matemática a mais recomendada nesses casos.

#### **3.4.4.1. RECOZIMENTO SIMULADO**

O método baseia-se na simulação do recozimento de átomos no estado líquido ou sólido, um fenômeno de mecânica estatística relacionado com o equilíbrio de um grande número de átomos em sólidos e líquidos numa certa temperatura. Esse fenômeno é observado na solidificação de metais, onde um número de estados sólidos com diferentes estruturas atômicas internas que correspondem a diferentes níveis de energia que podem ser atingidos dependendo da taxa de resfriamento. Desta forma, se o resfriamento é rápido, o estado sólido resultante tende a ter uma pequena margem de estabilidade porque os átomos irão assumir posições na estrutura cristalina de forma a atingir um nível de energia que corresponde a um mínimo local. Para atingir um nível de energia mais estável (correspondente a um mínimo global), o processo de recozimento é usado onde o metal é reaquecido até uma alta temperatura e resfriado lentamente, dando tempo suficiente aos átomos para encontrar posições que minimizem a energia potencial.

O recozimento simulado resulta desta analogia para resolver problemas matemáticos de otimização. Os estados de energia são equivalentes ao valor da função objetivo, as configurações dos átomos na matriz do metal são equivalentes às variáveis de projeto do problema de otimização, e a temperatura  $T$  consiste num parâmetro que controla a convergência. Basta ao método o valor da função objetivo. O desempenho do método é afetado pela escolha da temperatura inicial  $T_0$  e como atualizá-la, bem como pelo número de iterações (combinações de variáveis de projeto) necessárias para atingir o equilíbrio térmico antes de reduzir  $T$ . Esses parâmetros são denominados ‘cronograma de resfriamento’ ou ‘cooling schedule’. (Haftka, 1993).

### 3.4.4.2. ALGORITMOS GENÉTICOS (AG)

Os algoritmos genéticos proporcionam a obtenção do valor mínimo (ou máximo) da função objetivo através de uma simulação matemática baseada em princípios da teoria da evolução de Darwin, onde soluções são analisadas e “cruzadas” entre si, para que as suas características (bits) que melhoraram a solução sejam repassadas à próxima geração (interação).

Dessa forma, o valor das variáveis é transformado em um código de binários, que em conjunto representam uma “palavra”, de forma semelhante a um código de cromossomos. Neste primeiro passo, vê-se que o método não é recomendável para variáveis contínuas, pois, nesse caso, exigirá uma grande cadeia de bits para representação da variável e maior esforço computacional. De uma maneira simplificada, um AG típico consiste de:

- Um número ou população de soluções potenciais do problema;
- Uma maneira de calcular quão “boa” ou “ruim” é cada uma das soluções individuais de uma população;
- Um método para compor partes das melhores soluções, de maneira que novas possam ser formadas;
- Um operador de mutação para evitar a perda permanente de diversidade na população.

A partir de um conjunto (população) inicial de “palavras”, os seguintes processos são utilizados na interação do método:

- Reprodução: as “palavras” que obtiveram melhores valores para a função objetivo são selecionadas para formarem uma nova população;
- Cruzamento: as “palavras” desta nova população são agrupadas em pares, onde permutam parte dos bits;
- Mutação: aleatoriamente uma palavra é selecionada e seus bits são alterados de 0 para 1, ou vice-versa, com o intuito de evitar grande uniformidade na população, e para que se possam obter novas soluções por caminhos alternativos.

As novas populações (gerações) são formadas a partir da seleção, do cruzamento e da mutação e o processo se repete até o momento em que um número de gerações tenha sido gerado ou, então, que algum outro critério de parada tenha sido atingido.

O método de cruzamento depende essencialmente de uma função aptidão, que exprime o valor da função objetivo acrescentado de um valor da função de penalidade. Quando não há violação das restrições do problema, a função penalidade tem valor zero, ou seja, a função aptidão é o próprio valor da função objetivo (Castilho, 2002).

Dentre as vantagens do uso do AG, destacam-se:

- Busca simultânea em diversas regiões do espaço de busca;
- Facilidade de serem implementados em computadores;
- Fornecimento de uma lista de conjuntos de variáveis ótimas e não uma única solução;
- Possibilidade de serem facilmente hibridizados com outras técnicas;
- Não é necessário conhecimento aprofundado do problema considerado.

### 3.4.5. BRANCH-AND-BOUND

O método baseia-se na enumeração inteligente dos pontos candidatos à solução ótima inteira do problema. O termo “branch” refere-se ao fato de o método efetuar partições no espaço das soluções. O termo “bound” ressalta que a prova de otimização da solução é feita com limites calculados ao longo da enumeração. O problema 3.4, apresentado em Goldbarg & Luna (2000), ilustra a utilização deste método:

$$\begin{array}{ll} \text{Determinar} & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}^+; \\ \text{que maximiza} & z = 5x_1 + 8x_2; \\ \text{sujeita a} & x_1 + x_2 \leq 6 \\ & 5x_1 + 9x_2 \leq 45 \end{array} \quad (3.4)$$

Pode-se resolvê-lo na forma de um problema com variáveis contínuas, utilizando-se, por exemplo, o método Simplex. Deste primeiro problema  $P_0$ , encontra-se como solução ótima:  $x_1 = 2,25$  ;  $x_2 = 3,75$ . Como o problema original impõe soluções inteiras e a solução obtida apresenta números reais, realiza-se uma partição no espaço de soluções, por exemplo, para a variável  $x_2 = 3,75$ . Criam-se dois semi-espacos:  $x_2 \geq 4$  e  $x_2 \leq 3$ , para os quais definem-se os problemas  $P_1$  e  $P_2$ , como ilustrado na Figura 3.6. Para cada semi-espaco, calcula-se a solução, novamente na forma de um problema de variáveis contínuas, a solução. E caso ainda não satisfaçam as restrições originais, divide-se o semi-espaco novamente em duas regiões de solução, gerando os problemas  $P_3$  e  $P_4$ . Este processo continua até que se obtenha a solução, nesse caso, obtida no problema  $P_6$ .

Para o problema descrito, ter-se-á a seqüência de passos apresentada na Figura 3.6.

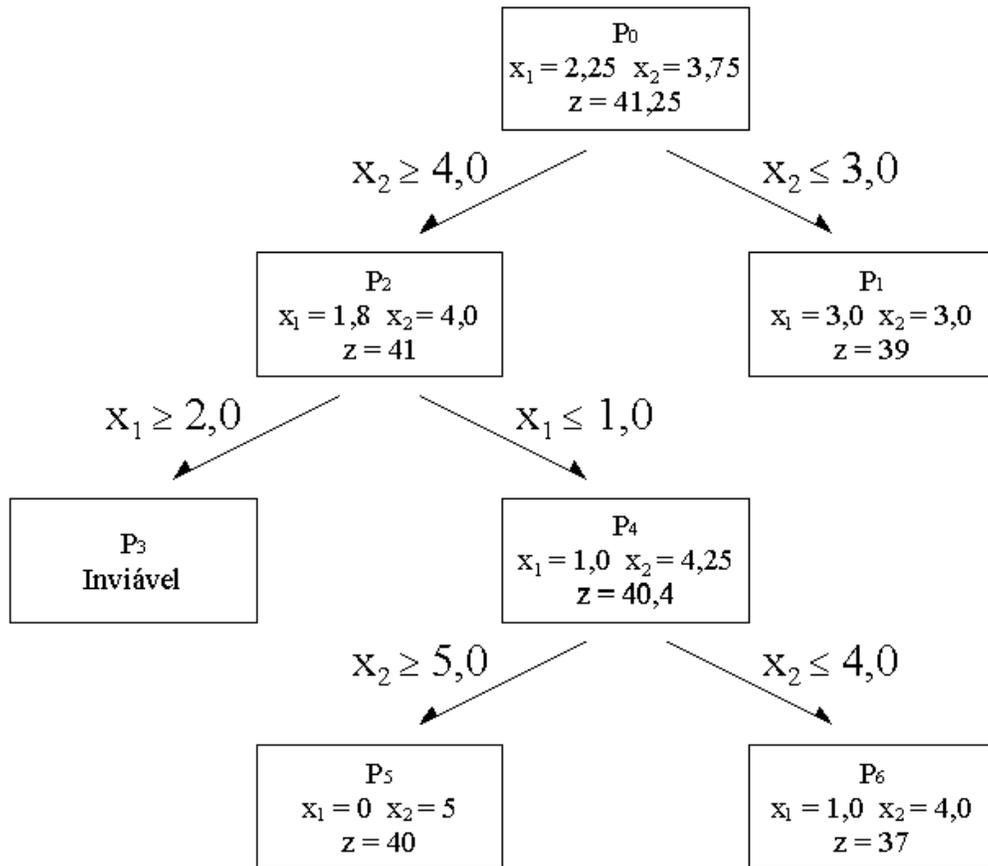


Figura 3.6 – Exemplo de aplicação do método BRANCH-AND-BOUND.

Com o propósito de otimizar o método de busca, poder-se-ia fazer a varredura apresentada na Figura 3.7.

A varredura baseia-se na regra de que a solução ótima de um PPI é solução viável do PPL correspondente, e também que o valor otimizado na PPI é inferior ou no máximo igual ao da PPL correspondente. Assim, percebe-se que a resolução dos problemas P<sub>1</sub>, P<sub>3</sub> e P<sub>6</sub> não se faz necessária, pois seus correspondentes P<sub>2</sub>, P<sub>4</sub> e P<sub>5</sub> correspondem a valores máximos que se pode atingir em cada estágio. Para o caso da primeira partição, tem-se que o valor  $z = 41$  é valor inteiro máximo que  $z$  pode atingir, pois para o PPL correspondente encontrou-se  $z = 41,25$ . Além disso, à medida que se restringem as variáveis, o valor de  $z$  será sempre igual ou menor ao da etapa anterior.

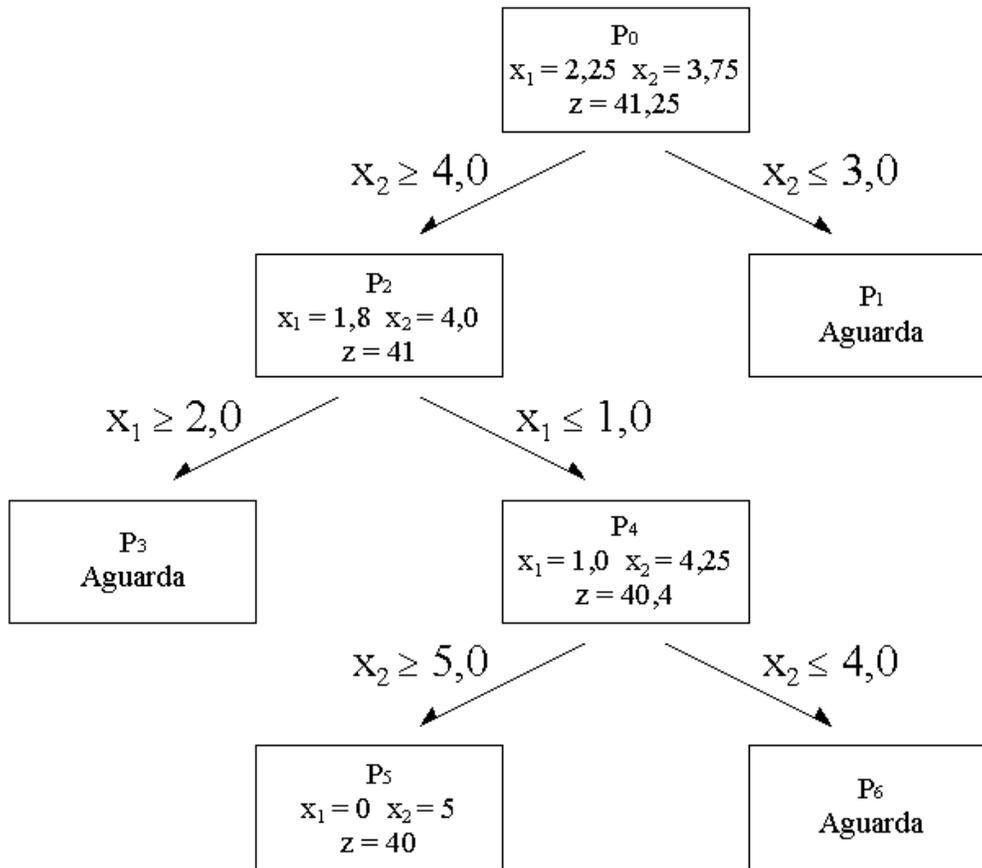


Figura 3.7 – Exemplo de aplicação do método BRANCH-AND-BOUND melhorado.

### 3.4.6. PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

A programação dinâmica é uma técnica utilizada para programação de processos multi-estágios, que são processos compostos por uma seqüência de etapas ou estágios separados por alternativas. Ao selecionar uma alternativa, cria-se uma decisão, e então passa-se de um estágio para o próximo. Cada estágio tem uma condição (qualidade), denominada estado. De acordo com a decisão tomada, o estado do elemento pode ou não variar. A Figura 3.8 mostra a tomada de decisão multiestágio.

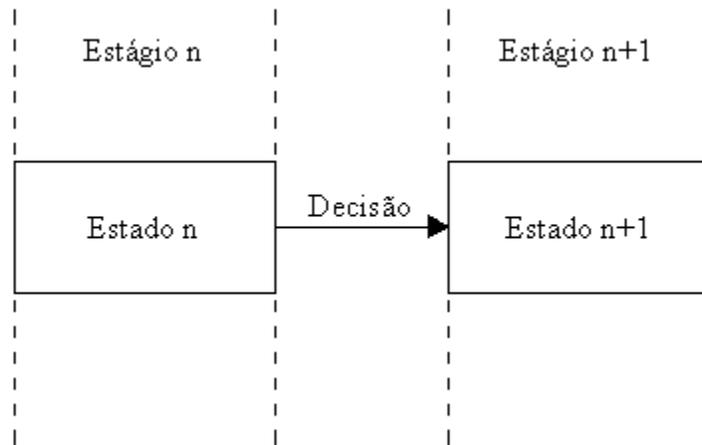


Figura 3.8 – Um processo de decisão multiestágio.

Avalia-se o exemplo mostrado na Figura 3.9, do tipo caminho mais curto, para o qual deve-se partir do vértice A e chegar ao vértice J, pelo menor caminho. Os números entre os pontos da Figura 3.9 são as correspondentes distâncias entre esses.

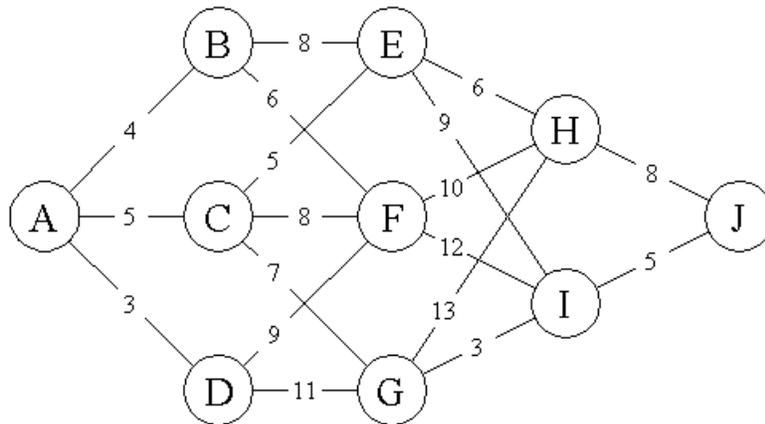


Figura 3.9 – Problema de caminho mais curto.

Na seqüência formada pelas Figura 3.10 a Figura 3.13, observa-se a tomada de decisão, e a mudança de estado (valor percorrido) até chegar ao valor ótimo.

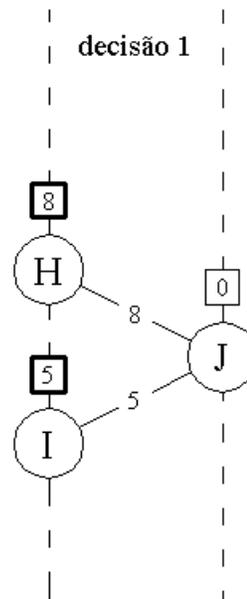


Figura 3.10 – Problema de caminho mais curto - decisão 1.

Para cada passo dado, guarda-se o valor da menor distância percorrida do início, ponto J, até o ponto em questão. No primeiro passo, representado pela Figura 3.10, esse valor é direto. Já no segundo passo, representado na Figura 3.11, existe mais de um caminho para se chegar aos pontos E, F e G saindo de J, e assim todas as possibilidades devem ser avaliadas, guardando-se apenas o valor do caminho mais curto.

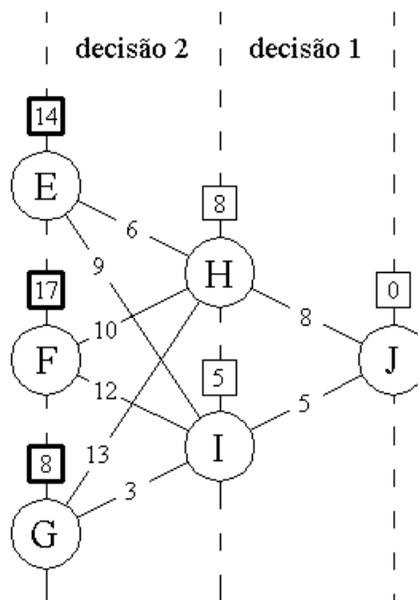


Figura 3.11 – Problema de caminho mais curto - decisão 2.

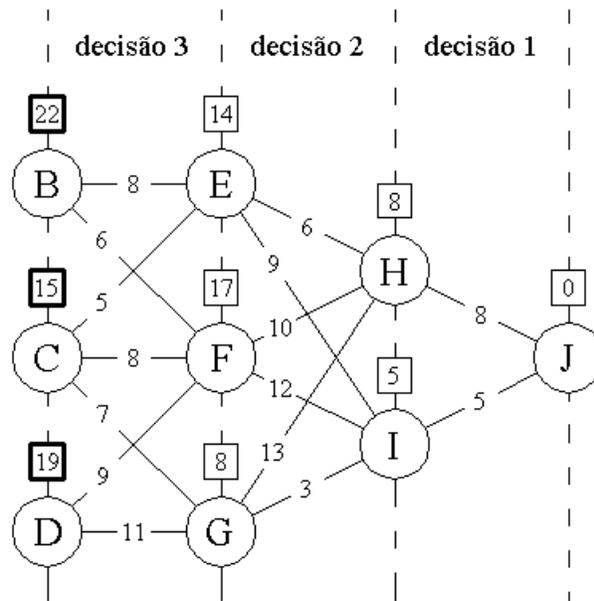


Figura 3.12 – Problema de caminho mais curto - decisão 3.

Ao se chegar ao ponto A, já é possível se obter o caminho mais curto (em negrito), solução deste problema, representado na Figura 3.13.

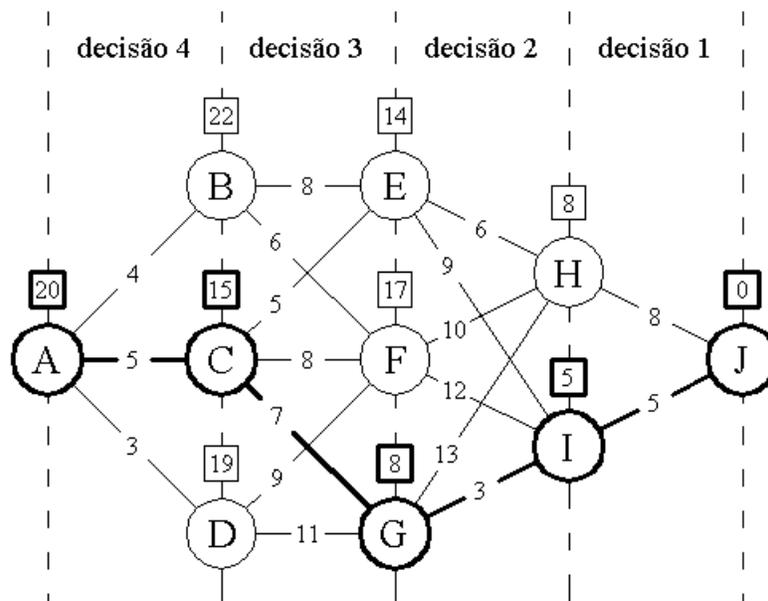


Figura 3.13 – Problema de caminho mais curto - decisão 4 e solução final.

---

## 4. DETALHAMENTO DA FERRAMENTA NUMÉRICA

---

Entre os diversos programas computacionais para análise e dimensionamento de radier estaqueado, foi selecionado para este trabalho o programa GARP (Small & Poulos, 1998). Entre os motivos para esta escolha, destaca-se o fato de ser um programa de código aberto, onde se pôde intervir nas variáveis desejadas, além de realizar as adaptações necessárias livremente. Também cabe destacar que é um programa já bastante desenvolvido e testado em várias pesquisas, sendo base para vários trabalhos na literatura, entre eles Sales (2000) e Poulos (2001).

Em sua versão 6.0, o programa GARP utiliza o Método dos Elementos Finitos para a análise, representando o radier por elementos de placa (Figura 4.1) e as estacas por molas equivalentes onde as interações (variáveis alfa -  $\alpha_{ij}$ ) estaca-estaca (Figura 4.2a), estaca-solo (Figura 4.2b), solo-estaca (Figura 4.2c) e solo-solo (Figura 4.2d) foram consideradas através de superposição de campos de deformação.

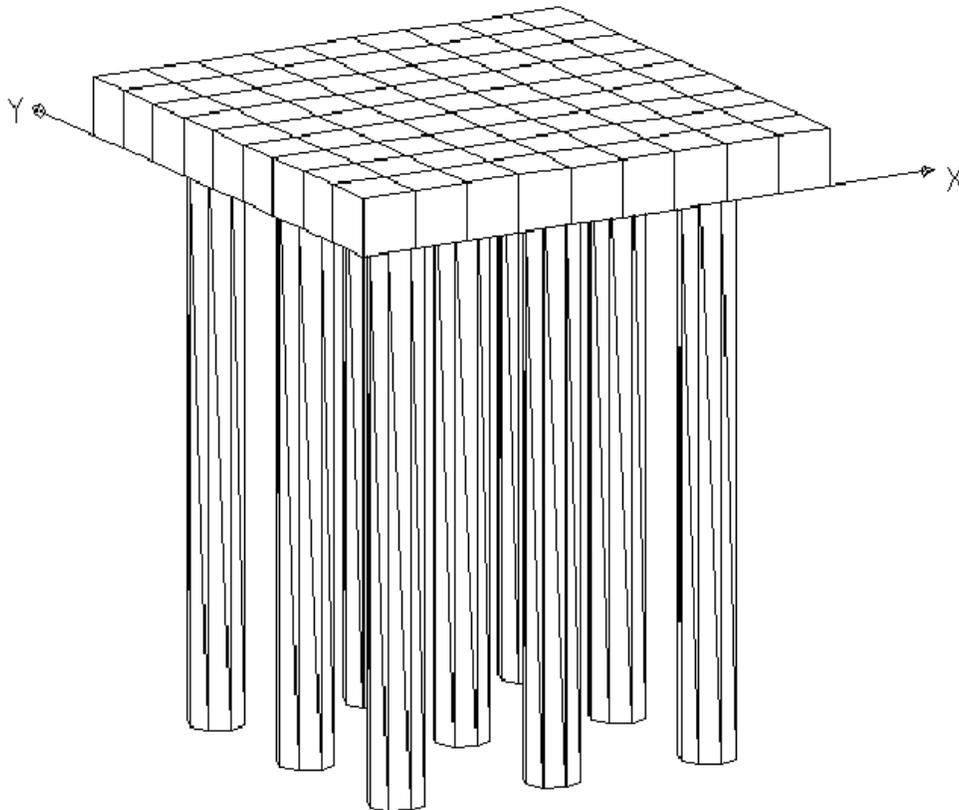


Figura 4.1 – Exemplo de malha do radier em MEF.

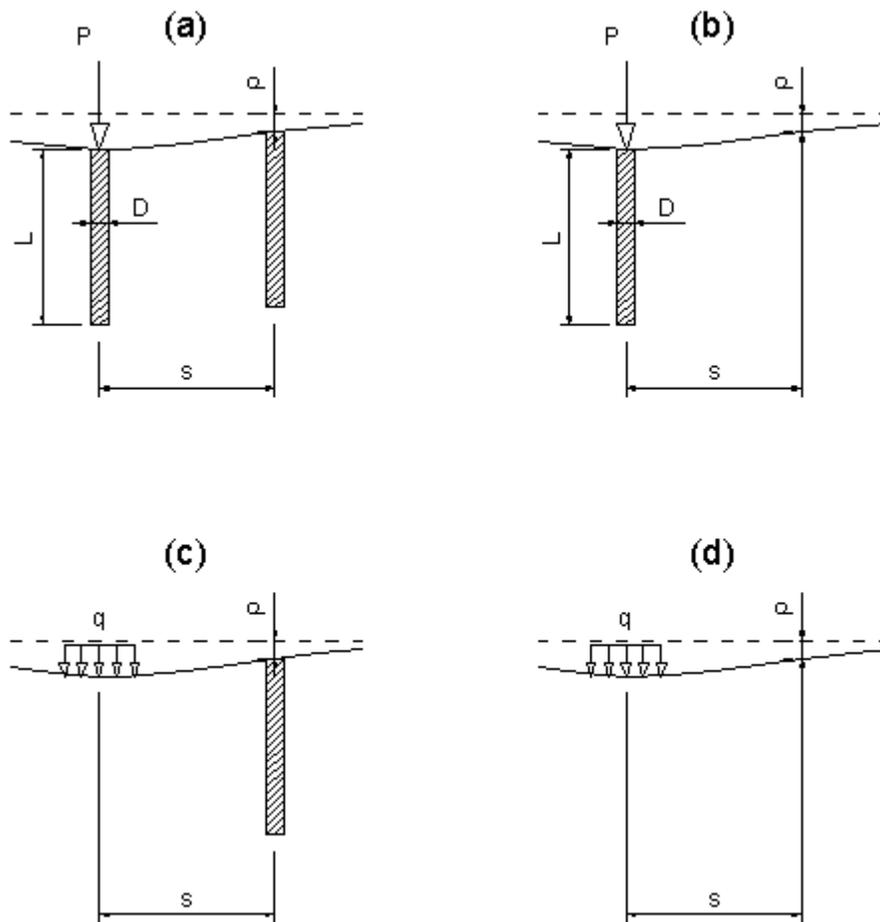


Figura 4.2 – Fatores de interação utilizados no programa GARP.

O programa GARP considera para a análise do radier estaqueado as seguintes condições:

- Heterogeneidade do solo, considerando camadas estratificadas como entrada de dados;
- Limite de tensão (compressão ou tração) no solo sob o radier;
- Estacas com resposta não-linear e limite de capacidade de carga para compressão e tração;
- Estacas com diferentes propriedades mecânicas dentro do mesmo problema, tais como diâmetro, rigidez, comprimento, limites de tensão, comportamento não-linear, etc.;
- Possibilidade de aplicação de cargas uniformemente distribuídas, concentradas verticais e momentos nas duas direções pertencentes ao plano do radier;
- Imposição de pré-deformações no solo para simular efeitos de consolidação ou expansão;

- Radier com formato ou altura variáveis, necessitando apenas de uma adaptação ao formato da malha de elementos finitos.

No algoritmo do programa, os elementos que possuem estacas, ou seja, aqueles que estão interligados a estas, não são considerados no contato solo-radier. Após a análise do radier, o valor de carga no elemento é repassado como valor de carga na estaca. Assim, haverá um equilíbrio de forças entre o elemento e a estaca. Deve-se observar que a área do elemento não contida pela estaca é desprezada no cálculo.

Até a versão 6.0, quando a estaca atingia seu valor máximo de carga, esta estaca era retirada do sistema de equações, mas sua rigidez era mantida constante, ou seja, com seu valor original. Esta hipótese não permitia que o valor de recalque na estaca aumentasse, pois a rigidez era constante e quando a carga atingia o máximo suportado, o recalque era calculado por dois fatores constantes (rigidez e carga máxima).

Sales (2000) realizou pequenas alterações no programa, denominando-o GARP 7.0. A principal delas foi a consideração da variação da rigidez das estacas após sua completa mobilização. Foi introduzida a condição de que, após a completa mobilização da estaca, esta teria sua rigidez diminuída, permitindo, assim, a evolução da curva de deformação desta estaca, com o aumento de carga no sistema. Na verdade, a partir da completa mobilização da estaca, o conceito de rigidez se perde para a estaca. A partir deste ponto, a rigidez representa a apenas a razão carga/recalque, e não se trabalhará o conceito de rigidez na matriz, mas sim o valor de carregamento, já que este é conhecido a partir deste momento.

O programa GARP, então em sua versão 7.0, pôde considerar o comportamento não-linear da estaca através do uso de dois fatores de ajuste de curva, conforme a Expressão 4.1:

$$K = K_0 \left( 1 - RF_1 \times \frac{P_T}{P_{ult}} \right)^{RF_2} \quad (4.1)$$

onde: K = rigidez da estaca;  
 K<sub>0</sub> = rigidez inicial da estaca;  
 RF<sub>1</sub> = fator de redução 1;  
 P<sub>T</sub> = carga na estaca;  
 P<sub>ult</sub> = carga última da estaca;  
 RF<sub>2</sub> = fator de redução 2.

A Expressão 4.1 tem uso especialmente nas situações em que o projetista tenha realizado alguma prova de carga no local da fundação, e assim possa considerar na análise um comportamento carga-recalque mais próximo da realidade de campo. Isto minimiza os erros de utilização de formulações empíricas, ou quando da consideração de modelos de comportamento elástico perfeitamente plástico para o comportamento da estaca.

Nesta dissertação, por simplificação e considerando que a análise não era focada no comportamento das estacas, mas sim em aspectos da otimização, foram considerados os valores  $RF_1 = 0$  e  $RF_2 = 1$ , ou seja, modelo de comportamento elástico perfeitamente plástico.

Para as análises, também foi utilizado o programa DEFPIG (Poulos, 1980) que é baseado na utilização da equação de Mindlin (1936) associado à aproximação de Steinbrenner (1934) para o caso da presença de um extrato inferior indeslocável. Este programa foi utilizado para determinação da rigidez individual das estacas e dos diversos fatores de interação. As respostas do DEFPIG são utilizadas como dados de entrada do programa GARP.

#### **4.1. O PROGRAMA PASSO A PASSO**

O algoritmo de análise do programa GARP, segue a seqüência, apresentada na Figura 4.3, com as seguintes etapas:

- 1ª etapa: definição dos valores iniciais das variáveis, configuração dos limites de alocação de memória, abertura do arquivo de leitura de dados e criação dos arquivos de impressão e saída de dados;
- 2ª etapa: criação da malha do radier, obtenção das dimensões e alocação da matriz [CUP] e geração das condições de contorno automáticas (rotina CALL AUTOBC), se assim for o caso. Realiza ainda a leitura dos tipos e cargas, das propriedades do solo através da rotina CALL RDSOIL e das propriedades das estacas através da rotina CALL READPI;
- 3ª etapa: montagem do vetor de forças nodais equivalentes [FORC] e cálculo da carga total sobre o radier;
- 4ª etapa: determinação das reações do radier sobre o solo devido ao carregamento, considerando o radier como corpo rígido. Para tanto, calcula-se a matriz de rigidez local [ES] de cada elemento considerando pesos e número de pontos de Gauss, transferência de [ES] para a matriz de rigidez [AM] da estrutura, aplicam-se as condições de contorno

a esta matriz, obtêm-se o vetor de deslocamentos nodais usando fatoração de Gauss-Jordan. Estes deslocamentos são armazenados no vetor [REACT];

- 5ª etapa: cria-se a matriz [CUP], formada pelos deslocamentos provocados por valores unitários de carga sobre o radier;
- 6ª etapa: alocam-se as interações entre solo-solo, estaca-estaca e solo-estaca na matriz [CUP], resolvendo-a a seguir com o vetor [REACT] através de fatoração de Gauss-Jordan;
- 7ª etapa: se houver algum elemento que ultrapasse o valor limite de tração ou compressão do radier sobre o solo (ou o valor limite de tração ou compressão de uma estaca no caso de elementos associados a uma estaca), então o sistema será novamente calculado, associando o valor limite de carga para o elemento fora dos limites e caso haja uma estaca sob este elemento, um novo valor de rigidez será determinado para esta estaca. Resolve-se novamente a matriz [CUP]. Se houver a consideração de não linearidade no comportamento das estacas, também uma nova matriz [CUP] será montada e resolvida, com alteração no valor da rigidez da estaca, com base nos coeficientes parabólicos fornecidos;
- 8ª etapa: finalizada as interações, a reação sobre cada elemento é obtida através do vetor [FORC]. Deste vetor e da matriz [AM], obtêm-se os deslocamentos do sistema e a partir destes, os momentos no radier (rotina CALL BMOM).

Pelo roteiro de análise, percebe-se que o GARP é um programa de fácil utilização, onde são solicitadas apenas as características básicas dos componentes. Por outro lado, há a necessidade de uma boa determinação do parâmetro K (rigidez da estaca) e dos fatores de interação apresentados na Figura 4.2.

A fim de diminuir o tamanho das matrizes e liberar a memória para cálculo, permite-se trabalhar com um ou dois eixos de simetria caso o problema permita tal redução.

A principal desvantagem do GARP reside no fato de a entrada de dados ser feita por meio de leitura de arquivo de texto, não havendo, ainda, uma entrada gráfica mais amigável. Além disso, não realiza cálculo para carregamentos horizontais e, conseqüentemente, momento em torno do eixo vertical.

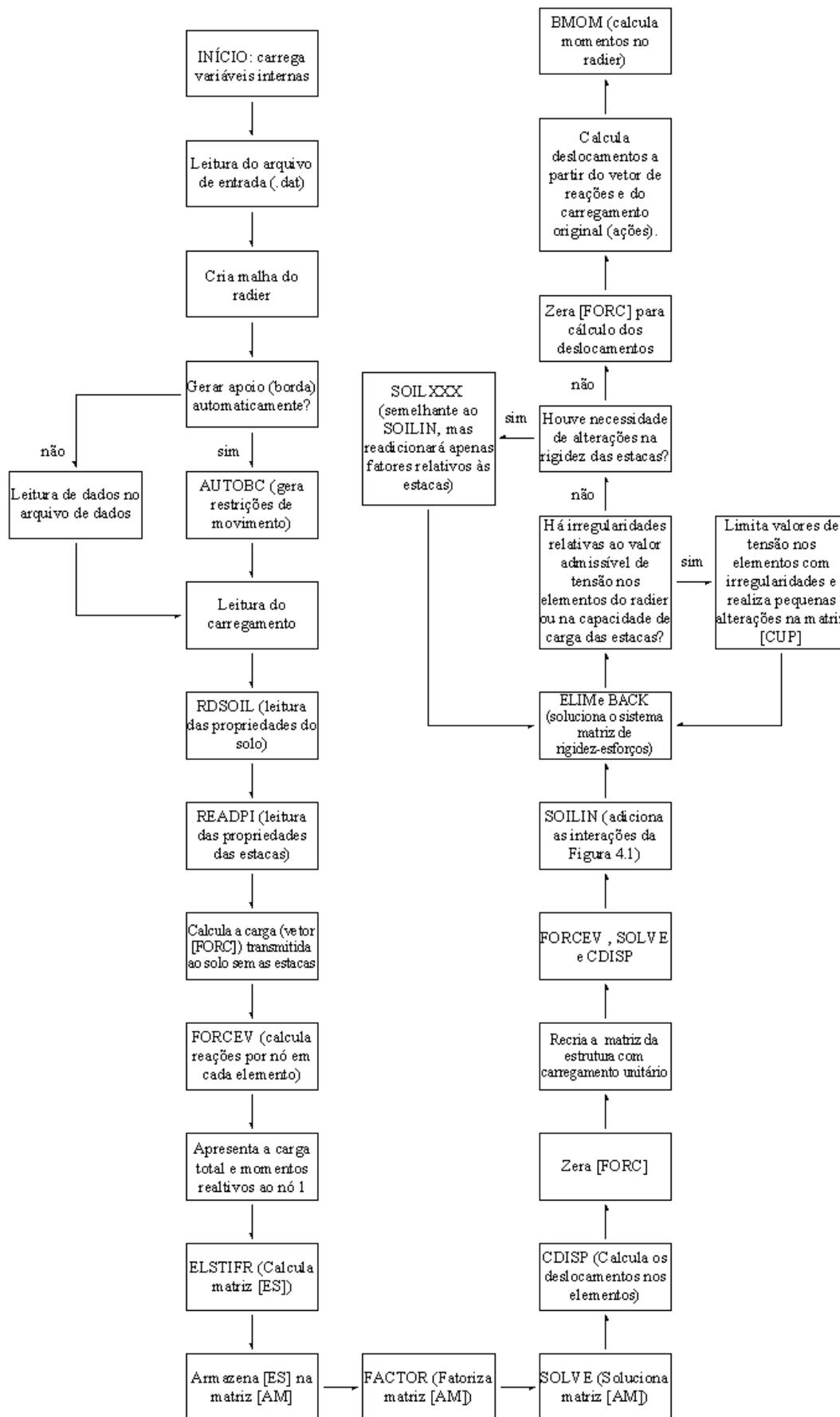


Figura 4.3 – Sequência de análise do programa GARP.

Recentemente foi lançada uma versão nova, denominada 8.0 (Moyes *et al.*, 2005), onde há saída com valores de esforços cortantes, pois até sua versão 7.0, somente se podia ter conhecimento dos deslocamentos e esforços de momento.

#### 4.2. ESTUDO DO MÉTODO A SER UTILIZADO

Após estudo do programa GARP, percebe-se que o algoritmo é um programa de análise convencional, pois é necessário que o usuário forneça as dimensões das fundações para que sejam calculados os deslocamentos e esforços, cabendo ainda ao usuário a análise das restrições e dos esforços, verificando se estas estão dentro de limites toleráveis. Além disso, o programa não fornece informações sobre a qualidade da solução obtida, devendo o operador realizar esta análise por conta própria. A busca pela melhor solução pode ser feita de forma convencional, por meio de análises sucessivas onde a experiência do projetista é imprescindível para a obtenção de uma solução melhor a partir da análise anterior.

Para a criação de um algoritmo para projeto ótimo de fundação, objetivo deste trabalho, é necessário estabelecer a função objetivo do problema, que vai medir a qualidade da solução encontrada. No caso de fundações, o objetivo pode ser minimização de recalques, esforços, tempo de construção, peso de aço ou concreto, entre outras. No caso deste trabalho, a função objetivo atenderá o princípio econômico, ou seja, obter um sistema de fundação que seja o menos dispendioso em recursos financeiros, adotando-se então uma função que considere o custo para executar e construir o sistema de fundação. Essa função é uma soma entre o custo de execução das estacas e o custo de execução do radier (Equação 4.2).

$$F = (C_{v_1} \times V_1) + (C_{v_2} \times V_2) \quad (4.2)$$

onde: F = função objetivo (neste caso a ser minimizada);

$C_{v_1}$  = custo de execução do radier por m<sup>3</sup>;

$V_1$  = volume do radier;

$C_{v_2}$  = custo de execução das estacas por m<sup>3</sup>;

$V_2$  = volume das estacas.

Os parâmetros  $C_{v_1}$  e  $C_{v_2}$  foram determinadas considerando preços de mercado em Goiânia, 2006. Para a determinação de  $C_{v_1}$ , consideraram-se custos de escavação, armação e

lançamento de concreto. As estacas, comercialmente, têm preços fixados por diâmetro e por metro escavado. Assim, considerou-se uma média dos diâmetros utilizados e das estacas do tipo hélice-contínua para a determinação de  $Cv_2$  neste trabalho.

Uma segunda opção é considerar a Expressão 4.3, como função objetivo:

$$F = (Cv_1 \times V_1) + (C_c \times V_2) + \left( \sum_{i=1}^n C_\phi \times L_i \right) \quad (4.3)$$

onde:  $F$  = função otimizadora (neste caso a ser minimizada);

$Cv_1$  = custo de execução do radier por  $m^3$ ;

$V_1$  = volume do radier;

$C_c$  = custo do  $m^3$  de concreto lançado;

$V_2$  = volume das estacas.

$n$  = número de estacas;

$C_\phi$  = custo do metro linear de estaca para o diâmetro “ $\phi$ ”;

$L_i$  = comprimento da estaca “ $i$ ”.

A Expressão 4.3 permite que se considere o preço de custo por diâmetro. Porém, optou-se por considerar a Expressão 4.2 como função otimizadora neste trabalho.

O segundo passo é definir as variáveis de projeto, a saber:

- Altura do radier (H);
- Largura do radier (B);
- Comprimento do radier (C);
- Número e posicionamento das estacas (NP);
- Comprimento das estacas (L);
- Diâmetro das estacas (D).

O número de estacas é uma variável inteira. As demais, podem teoricamente assumir qualquer valor real. No entanto, na prática, utilizam-se dimensões denominadas comerciais, pois, apesar de ser possível obter e calcular uma estaca com diâmetro qualquer, é operacional que esta estaca tenha diâmetro compatível com as máquinas de escavação, ou com os moldes da fábrica de estacas pré-moldadas. Assim é também com as outras variáveis (dimensões do radier, por exemplo), onde variações de um centímetro (1 cm) não são executáveis em campo, sendo preferidas dimensões a cada cinco ou dez centímetros.

Adotaram-se para obtenção do melhor sistema de fundação (função objetivo), as variáveis de projeto: altura do bloco e o posicionamento e tipo das estacas. As restrições serão o recalque máximo e a distorção angular máxima do bloco, sendo esta definida como a razão entre o recalque diferencial entre dois pontos e a distância entre os mesmos.

Assim o problema de otimização é:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Determinar} & H, NP \in Z; \\
 \text{que minimiza} & F = (Cv_1 \times V_1) + (Cv_2 \times V_2) \quad (4.4) \\
 \text{sujeita} & R_i (H, NP) \leq R_{\text{máx}} \quad i = 1 \dots NNOD \quad e \\
 & \theta_{ij} (H, NP) \leq \theta_{\text{máx}} \quad i, j = 1 \dots NNOD
 \end{array}$$

Nesta dissertação, decidiu-se trabalhar com um algoritmo simples e rústico, que, apesar de exigir um razoável esforço computacional, permitirá uma análise simples das soluções viáveis e das soluções ótimas obtidas para diversos casos. Esse método é um algoritmo de busca exaustiva, onde todas as soluções possíveis são analisadas, associado a conceitos de método de branch and bound, onde apenas os ramos de soluções promissores são desenvolvidos. Assim, o algoritmo, realiza uma busca resolvendo-se várias combinações possíveis, procurando evitar que se calculem possibilidades inúteis. No caso da função utilizada (minimizar custos de execução), caso alguma resposta (possibilidade) tenha sido encontrada, só serão calculadas outras combinações que tenham custo menor ou igual a esta temporária solução ótima, evitando-se cálculos não necessários. O programa será pouco eficiente para problemas com baixo número de soluções viáveis, e mais eficiente para o caso contrário, já que, ao obter uma solução temporária ótima desde o início, eliminará a verificação de outras soluções mais caras para construção do sistema de fundação.

Observa-se que é permitido calcular propostas com custo igual à solução temporária, porém estas propostas somente serão aceitas se o recalque obtido for menor que o recalque da solução temporária. Entre duas soluções de mesmo custo, será melhor aquela que possuir menor recalque máximo.

### 4.3. ALGORITMO GARP\_OTI

O algoritmo (denominado programa GARP\_OTI) é estruturado de forma semelhante a um algoritmo de busca exaustiva, mas incorporando os conceitos de desenvolvimento

apenas dos ramos mais promissores. Primeiramente varia-se a distribuição das estacas (para uma altura constante) e a seguir a altura do bloco, do menor para o maior valor.

Primeiramente, deve-se notar que as estacas podem ser de um ou mais tipos, dependendo da entrada de dados do programa. O programa interpreta estacas de tipos diferentes caso o usuário configure no arquivo de entrada estacas de comprimento ou diâmetro diferentes. Assim, caso haja estacas de mesmo diâmetro, mas com comprimentos diferentes, o programa interpreta como sendo dois tipos de estacas (tipo 1 e tipo 2). Pode-se adotar estacas com diâmetro e comprimento diferentes, tais como:

- Tipo 1: diâmetro = 0,60 m e comprimento = 15,0 m;
- Tipo 2: diâmetro = 0,80 m e comprimento = 12,0 m;
- Tipo 3: diâmetro = 0,80 m e comprimento = 10,0 m;
- Tipo 4: diâmetro = 1,00 m e comprimento = 10,0 m.

A partir destas observações, verifica-se que as opções de posicionamento das estacas podem ser transformadas em um código numérico. Deste modo, para um número  $n$  de estacas, será necessário um número de  $n$  dígitos, ou seja, será possível  $(1+t)^n$  configurações de posicionamento, sendo  $t$  a variável que representa a quantidade de tipos de estacas. Neste tipo de código, quando o dígito for “0”, entende-se que não há estaca naquela posição, e quando for “1” existe uma estaca naquela posição do tipo 1, “2” quando do tipo 2, e assim por diante, justificando assim o uso de um código com  $n$  dígitos.

Para cada configuração de altura de bloco e de diâmetro e comprimento de estacas, o programa GARP (que será uma subrotina do algoritmo de otimização para realizar a análise do problema) calcula o custo financeiro para execução da fundação. Se este apresentar custo menor que o melhor valor já encontrado, o programa calcula o recalque desta configuração e verifica se as restrições de recalque e distorção angular são atendidas. Se o custo for maior, o programa determina uma nova configuração sem o cálculo do recalque, e assim por diante até se esgotar todas as possibilidades de arranjo.

Resumindo, considerando três possibilidades de altura de bloco e nove estacas, com dois tipos de configurações; conclui-se que o problema terá  $(1+t)^n * h = (1+2)^9 * 3 = 19.683 * 3 = 59.049$  possibilidades. Entretanto, não serão feitas avaliações de recalque em todas as soluções, pois muitas delas serão desconsideradas no processo de busca do algoritmo de otimização, a não ser que ocorra de o operador informar um recalque praticamente inviável, o que fará com que o programa calcule muitas alternativas até encontrar a solução. Por outro

lado, se o operador informar um conjunto de restrições fáceis de serem respeitadas, o programa poderá obter como solução o bloco com menor altura e o menor número de estacas.

O projetista deverá ter alguma idéia dos valores de recalque que serão encontrados pelo programa a fim de não permitir que programa avalie um grande número de possibilidades. Sendo assim, aconselha-se que se faça uma análise prévia de um caso sem estacas e obtenha o recalque  $R_0$ , e outra análise com todas as estacas e obtenha o recalque  $R_{todas}$ , para se verificar a faixa de trabalho do sistema. Caso o recalque admissível seja menor que  $R_{todas}$  e  $R_0$ , o programa não apresentará solução viável. Por outro lado, se o valor de recalque admissível for maior que  $R_0$  e  $R_{todas}$ , a otimização não faz sentido. Considerando o caso geral, onde  $R_{todas} < R_0$ , a Figura 4.4 apresenta a discussão apresentada até aqui.

O projetista também deve observar o diâmetro da estacas, pois deve ser compatível com o tamanho e com o tipo do elemento da malha. Assim, para um elemento quadrado de 1,0 m de lado, a colocação de uma estaca de 1,0 m ou 1,2 m sob este elemento é aceitável, dentro dos erros já existentes de aproximação entre um elemento quadrado e um circular.

Para facilitar e melhorar a busca pela solução ótima, algumas facilidades foram disponibilizadas tais como:

- Travar estacas: permite que algumas estacas sejam travadas e que estas estejam sempre presentes (a otimização também não lhes modificará as propriedades);
- Salto numérico: dá a possibilidade de trabalhar com quantitativos de estacas, por exemplo, começar com zero e aumentar de três em três. Desta forma, num sistema 3x3, ou seja, nove estacas, serão calculadas opções com nenhuma, três, seis ou nove estacas;
- Escolha dos pontos para os quais a distorção angular será calculada e comparada à restrição (como, por exemplo, analisar especificamente os nós das posições dos pilares);
- Tolerância de custo, a fim de evitar soluções com fundações excessivamente caras.

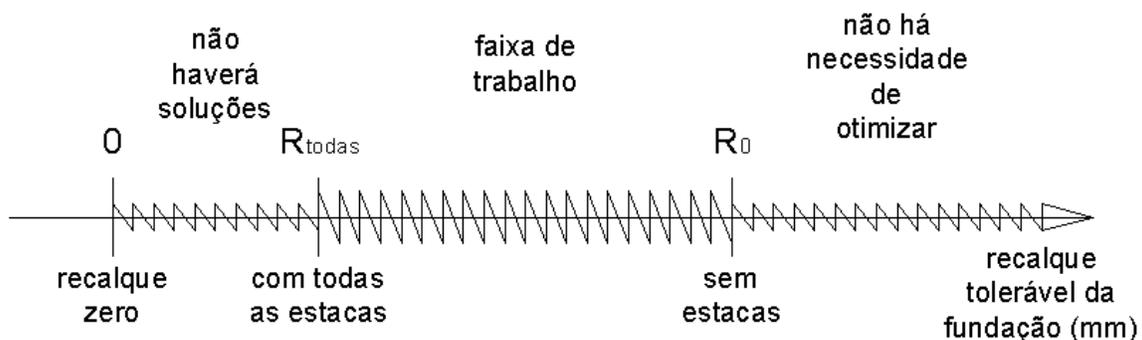


Figura 4.4 – Faixa de trabalho do recalque.

A seguir o fluxograma (Figura 4.5) de análise do algoritmo implementado.

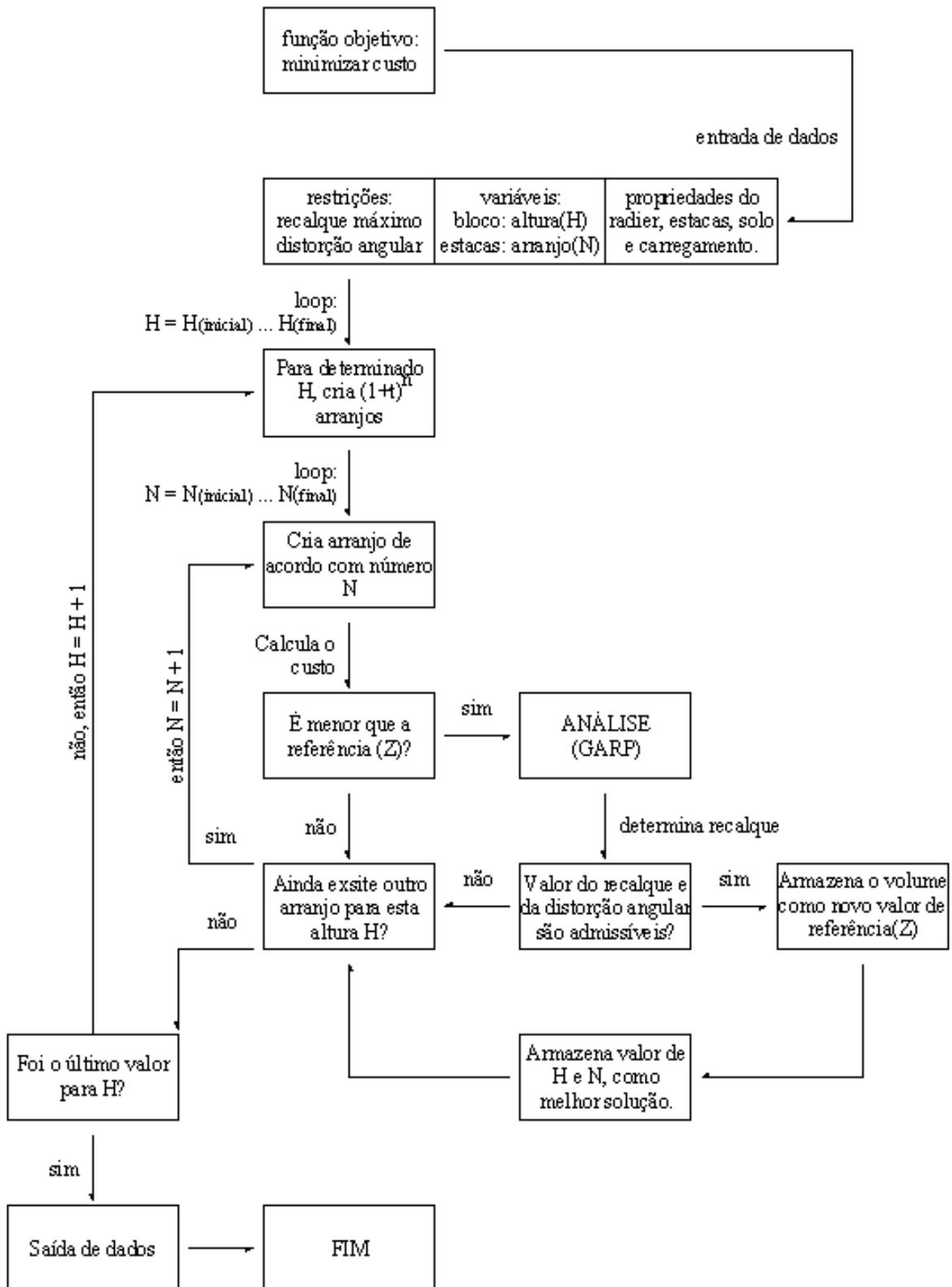


Figura 4.5 – Sequência da otimização implementada.

---

## 5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

---

A fim de se testar o algoritmo, diversos exemplos foram elaborados e testados. Estes exemplos podem ser divididos em cinco grupos:

- O primeiro grupo é formado pelos casos onde as propriedades do radier, do solo e das estacas foram mantidos constantes, variando-se apenas a forma de carregamento. Neste grupo, procurou-se observar como a disposição carregamento influenciava na solução do problema;
- O segundo grupo contabiliza cinco tipos de solo, onde se atentou para a influência desta propriedade em particular nas respostas encontradas;
- O terceiro grupo manteve as mesmas propriedades de radier e solo do primeiro grupo, variando agora o diâmetro das estacas;
- Já no quarto grupo, as propriedades do solo foram mantidas, mas o radier foi alterado e foi possível trabalhar com um número maior de estacas (até 15 estacas, em contrapartida com os três grupos anteriores, onde o radier admitia soluções com até nove estacas). Adotaram-se três carregamentos e dois tipos de estacas (com diâmetro de 60 ou 100 cm);
- O quinto grupo é um estudo do caso de um radier estaqueado (projetado como bloco de estacas) em Taguatinga (cidade satélite de Brasília-DF), apresentado no artigo de Sales *et al.* (2002). Consiste de um radier sobre 25 estacas, onde se procurou otimizar, de forma manual, a solução sob a ótica de radier estaqueado, pois o projeto foi pré-concebido sob a forma de grupo de estacas.

A seguir seguem as análises, resultados e conclusões para cada grupo.

### 5.1. GRUPO 1: VARIAÇÃO DO CARREGAMENTO

O grupo 1 teve como função verificar e analisar o modo de cálculo do algoritmo, realizando para isso comparações entre diversas formas de carregamento, mantendo constantes as propriedades do radier, do solo e das estacas. As propriedades foram as seguintes:

- Largura do radier (quadrado, ou seja,  $B = C$ )  $B = 9,0 \text{ m};$
- Altura inicial do radier  $H = 1,0 \text{ m};$
- Módulo de elasticidade do concreto do radier  $E_R = 20 \text{ GPa};$
- Coeficiente de Poisson do concreto do radier  $\nu_R = 0,20;$
- Diâmetro de uma estaca  $D = 1,0 \text{ m};$
- Comprimento de uma estaca  $L = 10,0 \text{ m};$
- Rigidez de uma estaca  $K_P = 450 \text{ MN/m};$
- Capacidade de carga de uma estaca  $P_{adm} = 10.000 \text{ kN}.$

As características das estacas isoladas (Tabela 5.1) foram obtidas através do programa DEFPIG para as propriedades do perfil de solo em questão (denominado maciço 0). Este procedimento foi seguido também quando se utilizou outros tipos de perfis de solo (grupo 2), ou alterou-se o diâmetro das estacas (grupo 3 e 5). Foram determinados a rigidez e os valores de interação ( $\alpha_{ij}$ ) para diversos “S/D” (razão entre espaçamento e diâmetro da estaca), os quais foram dados de entrada do programa otimizador.

Tabela 5.1 – Características das estacas do grupo 1.

tipo do solo		maciço 0
rigidez de cálculo (kN/m)		450.450,45
rigidez adotada (kN/m)		450.000,00
$\alpha_{ij} (S/D)$	1,0	0,469
	1,5	0,394
	2,0	0,342
	2,5	0,304
	3,0	0,274
	3,5	0,250
	4,0	0,230
	4,5	0,213
	5,0	0,199
	5,5	0,186
	6,0	0,174
	7,0	0,154
	8,0	0,138
	9,0	0,123
	10,0	0,111
	12,0	0,091
	15,0	0,070
20,0	0,047	
30,0	0,026	
50,0	0,012	

As características do maciço, composto de cinco camadas, com coeficiente de Poisson do solo ( $\nu_s$ ) = 0,35 constante para todas as camadas e capacidade de carga do solo no contato com o radier (tensão máxima de contato -  $\sigma_c$ ) = 500 kN/m<sup>2</sup>, são:

- 1ª camada: espessura da camada (Z) = 7,0 m e módulo elástico do solo ( $E_s$ ) = 20 MPa;
- 2ª camada: Z = 3,0 m e  $E_s$  = 50 MPa;
- 3ª camada: Z = 3,0 m e  $E_s$  = 70 MPa;
- 4ª camada: Z = 3,0 m e  $E_s$  = 100 MPa;
- 5ª camada: Z = 34,0 m e  $E_s$  = 125 MPa.

O radier foi discretizado em uma malha de elementos finitos de 81 elementos quadrados com lado igual a 1,0 m, totalizando cem nós (no contato solo/radier), conforme apresentado na Figura 5.1

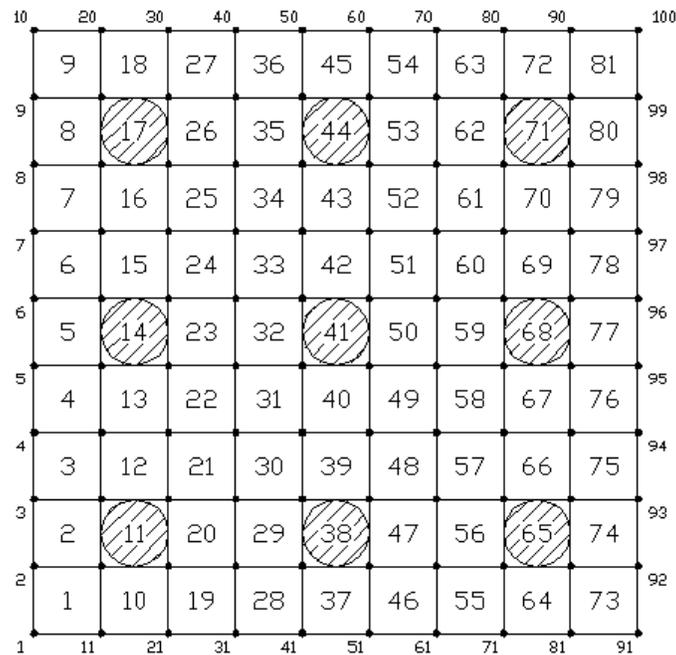


Figura 5.1 – Composição do radier do grupo 1 em elementos finitos.

Logo, as estacas de um a nove foram posicionadas, respectivamente, nos elementos 11; 14; 17; 38; 41; 44; 65; 68 e 71 (Tabela 5.2), reservando, então, um espaçamento mínimo de 3D entre as estacas (eixo a eixo) e de 1D (livre) para a borda, onde D é o diâmetro da estaca.

Tabela 5.2 – Posições possíveis das estacas do grupo 1.

número da estaca	posição (número do elemento)
1	11
2	14
3	17
4	38
5	41
6	44
7	65
8	68
9	71

Estimou-se em R\$ 600,00 (cerca de 286 U\$ ou € 218, considerando R\$ 1,00 = 0,476 U\$ = € 0,364) o custo para execução de 1 m<sup>3</sup> de radier e também de R\$ 600,00 o custo de execução de 1 m<sup>3</sup> de estaca. O valor máximo da distorção angular será de 0,0033 (0,33%  $\approx$  1/300), considerando uma estrutura para fins residenciais. Quanto à altura, adotou-se uma altura inicial constante para toda a placa, entretanto nos casos em que não se pode atingir o valor da restrição requerido, incrementava-se o valor da altura, para tentar reduzir o valor do recalque em pontos extremos, ou seja, suavizar a curva de deformação da placa.

Foram então selecionadas cinco possibilidades de carregamento, de forma a testar o algoritmo para as mais diversas possibilidades, sendo estas denominadas:

- Carregamento uniforme: 300 kN/m<sup>2</sup> sobre todos os 81 elementos do radier;
- Carregamento “concentrado”: 24.300 kN/m<sup>2</sup> sobre o elemento 41;
- Carregamento excêntrico: 24.300 kN/m<sup>2</sup> sobre o elemento 51;
- Carregamento triangular: 8.100 kN/m<sup>2</sup> em cada um dos elementos 24, 39 e 60;
- Carregamento em posições variadas: três cargas de 5.400 kN/m<sup>2</sup> (elementos 11, 35 e 53) e três de 2.700 kN/m<sup>2</sup> (elementos 23, 49 e 79).

Deve se notar que a carga vertical total é igual em todos os casos ( $P = 24.300$  kN).

Os resultados estão resumidos em tabelas, onde se apresentam para cada tolerância de recalque (40, 35, 30, 25 e 20 mm) a configuração de estacas (quais estacas fazem parte da solução do problema); a porcentagem de carga na placa; os recalques máximo e mínimo obtidos; distorção angular máxima no radier; altura do radier; o valor da função objetivo; porcentagem de aumento do custo com relação à restrição mais leve e um desenho esquemático da solução encontrada.

### 5.1.1. CARREGAMENTO UNIFORME

Neste primeiro caso foi considerada uma carga distribuída de 300 kN/m<sup>2</sup> sobre o radier (P = 24.300 kN = 24,3 MN), e variou-se o número de estacas de zero a nove (todas as posições possíveis ocupadas).

Admitindo-se como recalque tolerável 30 mm, o programa encontrou um valor otimizado de R\$ 67.449,56 (recalque máximo de 25,49 mm) com o uso de quatro estacas nos cantos do radier (estacas 1, 3, 7 e 9), conforme pode ser visto na Tabela 5.3.

Curioso verificar que se admitindo um recalque tolerável de 35 mm, encontrou-se uma configuração com três estacas (estacas 2, 4 e 9), e para 20 mm, oito estacas (1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 e 9). Desta forma percebe-se que para carregamentos distribuídos, a eficiência do conjunto é maior quando as estacas estão mais distantes do centro, pois aumentam a distância entre si reduzindo a interferência (coeficiente  $\alpha_{ij}$ ) de deformações entre elas. Além disso, neste tipo de carregamento, o solo da extremidade da placa é mais requisitado do que os carregamentos mais centrais, como serão os próximos casos.

Observa-se, também, que o custo da fundação aumenta bastante à medida que limitações maiores de recalque são exigidas. Reduzir o recalque admitido de 40 para 20 mm equivale a um aumento de custo de 48,73%.

Ressalta-se que as soluções encontradas para as tolerâncias de recalque de 40 mm e 35 mm não são únicas. Para a primeira restrição, de 40 mm, existe a solução com as estacas 2 e 8. Para a segunda restrição, de 35 mm, existem as soluções com as estacas 2-6-7, 1-6-8 e 3-4-8, pois a simetria de carga permite estas soluções simétricas. Isto ocorre para vários outros casos analisados, porém será apresentada apenas uma das soluções.

Tabela 5.3 – Resultados da otimização para carregamento uniforme.

tolerância (mm)	40	35	30	25	20
config. das estacas	4 ; 6	2 ; 4 ; 9	1 ; 3 ; 7 ; 9	1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9	sem 5
carga no radier (%)	45,73%	33,35%	23,77%	19,76%	12,69%
recalque máx. (mm)	37,07	31,41	25,49	22,60	19,16
recalque mín. (mm)	30,52	22,29	20,41	19,90	17,59
dist. angular (%)	0,143%	0,159%	0,109%	0,063%	0,035%
altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
função objetivo (R\$)	58.024,78	62.737,17	67.449,56	72.161,94	86.299,11
aumento custo (%)	0,00%	8,12%	16,24%	24,36%	48,73%
desenho					

### 5.1.2. CARREGAMENTO “CONCENTRADO”

Neste segundo caso foi considerada uma carga concentrada de 24.300 kN/m<sup>2</sup> sobre o elemento central (ver Figura 5.2), equivalente à carga vertical total do caso com carga uniforme (P = 24,3 MN). Neste caso também se variou o número de estacas de zero a nove.

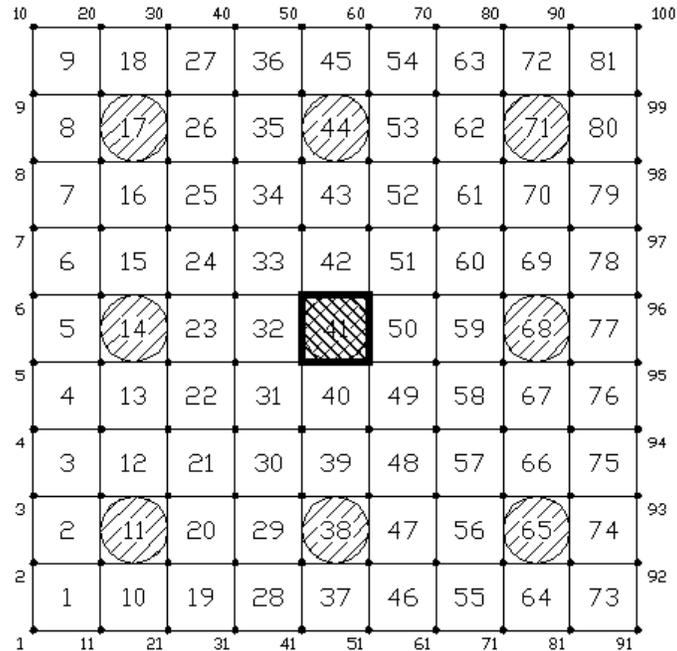


Figura 5.2 – Posição do carregamento “concentrado” no elemento 41 na malha de elementos finitos.

Admitindo-se como recalque tolerável um valor de 30 mm, o programa encontrou um valor otimizado de R\$ 72.161,94 (recalque máximo de 27,06 mm) com o uso de cinco estacas, uma central e as quatro das bordas (estacas 2, 4, 5, 6 e 8), conforme Tabela 5.4.

Este resultado é coerente, já que estando a carga no centro do radier, é recomendável o uso da estaca central para compensar o excesso de carga nessa posição. Na restrição de 40 mm, havia uma solução com as estacas 4 e 6, entretanto a distorção angular foi maior que o tolerável (0,33%) e então uma nova solução foi encontrada, com o uso também da estaca central (número 5).

Observar que não seria necessário calcular para a restrição de 35 mm, já que a solução para a restrição de 40 mm forneceu recalque máximo de 32,85 mm (< 35 mm), logo as soluções foram iguais.

O aumento de custo foi de 83,80% entre a tolerância de 20 mm e a tolerância de 40 mm. Para a tolerância de 20 mm, devido à carga ser altamente concentrada, houve

necessidade do aumento da rigidez do radier, com tentativas de incremento de 10 cm na altura do radier (em destaque na Tabela 5.4), e assim a solução ficou bastante onerosa.

Tabela 5.4 – Resultados da otimização para carregamento “concentrado” no elemento 41.

tolerância (mm)	40	35	30	25	20
config. das estacas	4 ; 5 ; 6	4 ; 5 ; 6	2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8	todas	todas
carga no radier (%)	31,24%	31,24%	18,66%	9,85%	11,04%
recalque máx. (mm)	32,85	32,85	27,06	23,86	19,97
recalque mín. (mm)	22,94	22,94	17,29	11,49	15,58
dist. angular (%)	0,250%	0,250%	0,186%	0,233%	0,083%
altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,50
função objetivo (R\$)	62.737,17	62.737,17	72.161,94	91.011,50	115.311,50
aumento custo (%)	0,00%	0,00%	15,02%	45,07%	83,80%
desenho					

### 5.1.3. CARREGAMENTO EXCÊNTRICO

Para a obtenção de uma excentricidade nas direções x e y, foi aplicada uma carga de 24.300 kN/m<sup>2</sup> no elemento 51 (ver Figura 5.3), ou seja, novamente a carga vertical total é a mesma, porém está distante 1,41 m do centro.

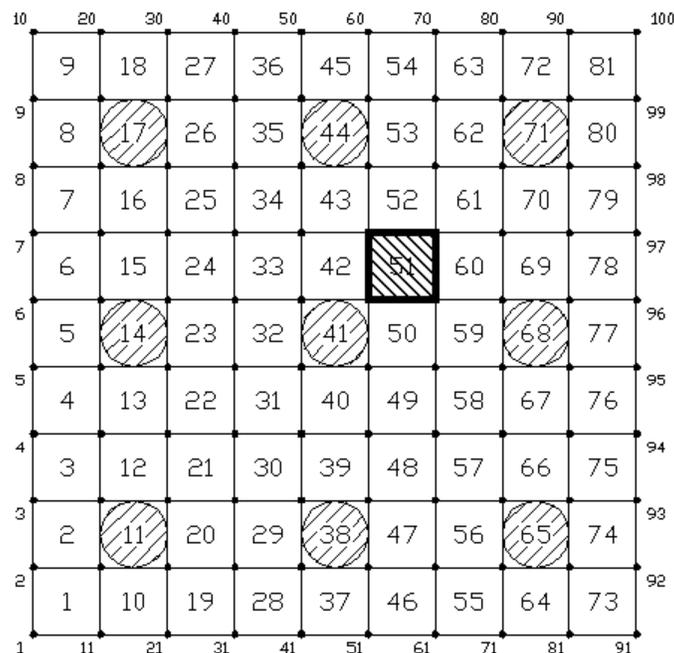


Figura 5.3 – Posição do carregamento excêntrico na malha de elementos finitos.

Observando a Tabela 5.5, ao admitir-se como recalque tolerável 30 mm, o programa encontrou um valor otimizado de R\$ 67.449,56 (recalque máximo de 29,52 mm) com o uso de quatro estacas (5, 6, 8 e 9), ou seja, o carregamento fez com que as estacas necessárias e mais eficientes para reduzir o recalque fossem aquelas localizadas próximas ao seu ponto de aplicação. As demais faixas de recalque tolerável também demonstraram esta tendência.

Neste tipo de carregamento, não foi possível obter uma configuração de estacas e de altura de radier de modo a obter recalques inferiores a 20 mm. A explicação para este acontecimento pode estar no fato de que à medida que se aumenta a altura do radier, espera-se um aumento da rigidez do sistema. Entretanto, a partir de certo ponto, o radier fica tão rígido a ponto de a região menos solicitada do radier (quadrante oposto ao momento) tender a “levantar”, o que reduz a área de contato com o solo, sobrecarregando o quadrante onde atua o momento.

Para a tolerância de 25 mm, o programa apresentou os elementos 1, 2 e 10 com o valor de tensão de contato solo-radier nulos. Lembrando que foi considerada apenas a resistência a compressão ( $\sigma_c = 500 \text{ kN/m}^2$ ) como dado de entrada, nesta região o radier não estava em contato com o solo, reforçando a hipótese acima explanada.

Tabela 5.5 – Resultados da otimização para carregamento excêntrico.

tolerância (mm)	40	35	30	25	20
config. das estacas	6 ; 8	5 ; 6 ; 8 ; 9	5 ; 6 ; 8 ; 9	sem 1	-
carga no radier (%)	37,91%	24,44%	24,44%	19,80%	-
recalque máx. (mm)	37,79	29,52	29,52	24,50	-
recalque mín. (mm)	20,59	18,28	18,28	6,47	-
dist. angular (%)	0,245%	0,258%	0,258%	0,241%	-
altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,20	-
função objetivo (R\$)	58.024,78	67.449,56	67.449,56	96.019,11	-
aumento custo (%)	0,00%	16,24%	16,24%	65,48%	-
desenho					-

Outra observação é que a estaca de número 1 tem pouca influência na redução de recalques, e por isso, foi possível obter uma melhor solução sem o uso desta. Mesmo alterando a altura do bloco para que o recalque se restringisse aos 20 mm, a melhor solução encontrada ainda foi com oito estacas, ou seja, sem a estaca de número 1. O menor valor obtido de recalque foi de 24,50 mm com uma altura do radier de 1,2 m (Figura 5.4).

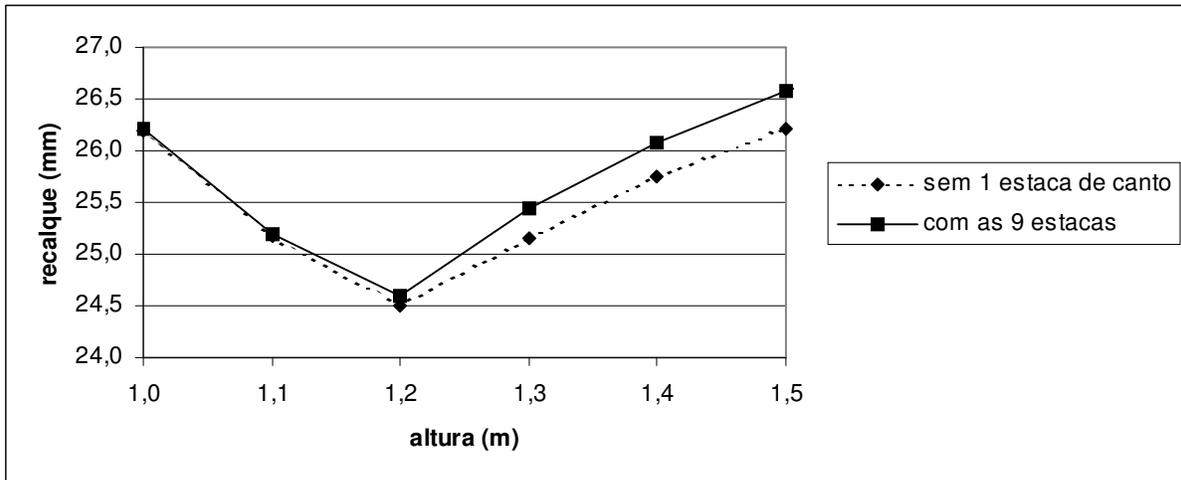


Figura 5.4 – Variação do recalque máximo em função da altura do radier para o carregamento excêntrico do grupo 1.

#### 5.1.4. CARREGAMENTO TRIANGULAR

Neste caso especial foram aplicados carregamentos de  $8.100 \text{ kN/m}^2$  nos elementos 24, 39 e 60 (ver Figura 5.5), o que fez com que o centro de carga fosse no centro do radier (momentos na direção  $x$  e  $y$  nulos), porém com cargas aplicadas fora do centro de gravidade do radier. Além disso, é um problema com simetria em somente um dos eixos.

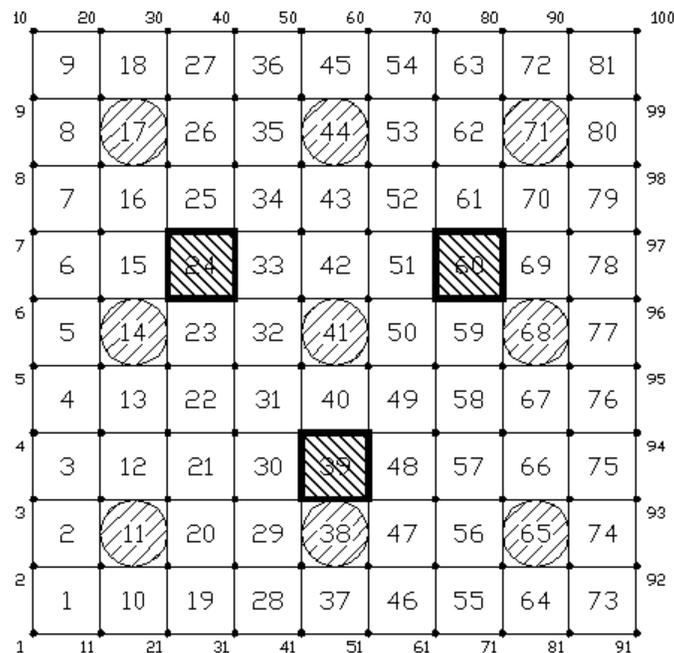


Figura 5.5 – Posição do carregamento triangular na malha de elementos finitos.

Os resultados encontram-se resumidos na Tabela 5.6, onde, admitindo-se como recalque tolerável 30 mm, visualiza-se que o programa encontrou um valor otimizado de R\$ 67.449,56 (recalque máximo de 27,12 mm) com o uso de quatro estacas nas bordas do radier (estacas 2, 4, 6 e 8). Para que se pudesse obter recalques menores que 20 mm para este tipo de carregamento, foi necessário incrementar a altura do radier em 0,2 m, ou seja, o radier passou a ter uma altura final de 1,2 m.

A tendência obtida para as demais tolerâncias de recalque também demonstra que a melhor solução é com estacas localizadas próximas ao carregamento, pois apesar de ser mais bem distribuído que o caso 2 (carregamento concentrado no elemento central), ainda é uma carga bastante concentrada.

Tabela 5.6 – Resultados da otimização para carregamento triangular.

tolerância (mm)	40	35	30	25	20
Config. das estacas	2 ; 8	2 ; 5 ; 8	2 ; 4 ; 6 ; 8	2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8	todas
carga no radier (%)	43,24%	34,02%	24,24%	21,02%	10,99%
recalque máx. (mm)	36,45	31,21	27,12	24,86	19,93
recalque mín. (mm)	28,74	25,78	20,26	19,54	14,87
dist. angular (%)	0,226%	0,162%	0,137%	0,109%	0,107%
altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,20
função objetivo (R\$)	58.024,78	62.737,17	67.449,56	72.161,94	100.731,50
aumento custo (%)	0,00%	8,12%	16,24%	24,36%	73,60%
desenho					

### 5.1.5. CARREGAMENTO EM POSIÇÕES VARIADAS

Por último, considerou-se uma hipótese de haver seis elementos carregados: os elementos 11, 35 e 53 com carregamento de 5.400 kN/m<sup>2</sup> e os elementos 23, 49 e 79 com carregamento de 2.700 kN/m<sup>2</sup> (ver Figura 5.6). Da mesma forma que os casos anteriores, o carregamento vertical resultante é de 24,3 MN, entretanto com resultantes de momento variáveis nas duas direções, com excentricidades equivalentes de  $e_x = -0,33$  m;  $e_y = 0,78$  m, ou seja, carga prevalecendo no 2º quadrante (convenção trigonométrica), conforme as soluções apresentadas na Tabela 5.7.

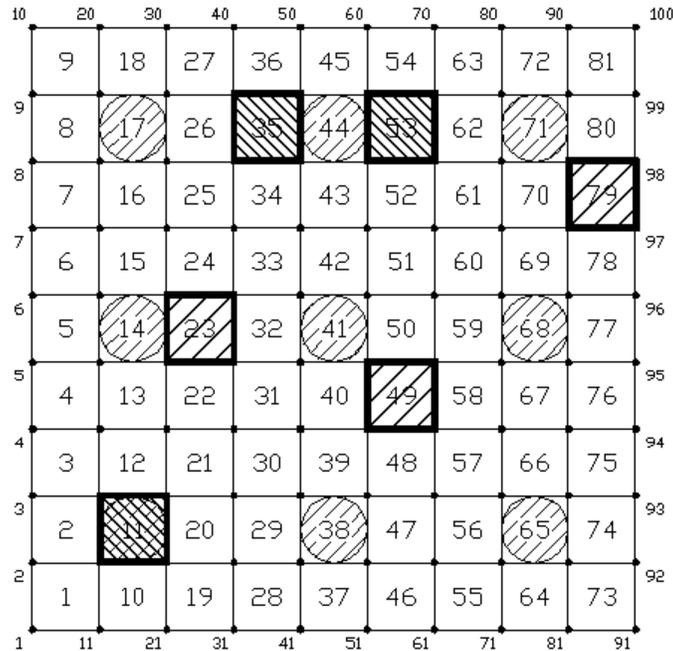


Figura 5.6 – Posição do carregamento em posições variadas na malha de elementos finitos.

Pela Tabela 5.7, admitindo-se como recalque tolerável 30 mm, o programa encontrou um valor otimizado de R\$ 67.449,56 (recalque máximo de 27,09 mm) com o uso de quatro estacas na periferia do radier (estacas 1, 3, 6 e 9). Esta solução é bastante coerente, pois devido à grande excentricidade na direção *y*, todas as estacas desta borda (3, 6 e 9) estão sendo utilizadas, e a estaca 1, sendo utilizada para combater tanto a carga no elemento 11 quanto à excentricidade, pequena, mas existente na direção *x*.

Tabela 5.7 – Resultados da otimização para carregamento em posições variadas.

tolerância (mm)	40	35	30	25	20
config. das estacas	1 ; 3 ; 9	1 ; 3 ; 9	1 ; 3 ; 6 ; 9	1 ; 3 ; 5 ; 6 ; 9	-
carga no radier (%)	30,73%	30,73%	25,84%	20,70%	-
recalque máx. (mm)	30,60	30,60	27,09	23,51	-
recalque mín. (mm)	19,82	19,82	16,02	16,84	-
dist. angular (%)	0,289%	0,289%	0,218%	0,163%	-
altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	-
função objetivo (R\$)	62.737,17	62.737,17	67.449,56	72.161,94	-
aumento custo (%)	8,12%	8,12%	16,24%	24,36%	-
desenho					-

Atenta-se que para a tolerância de 40 mm foi encontrada uma solução com apenas duas estacas (2 e 9) com recalque de 39,02 mm, porém esta apresentava 0,339 % de distorção angular. Por estar acima do limite de 0,33%, a solução não foi considerada válida.

Também para este caso não foi possível obter uma solução para a restrição de 20 mm, mesmo se permitindo a variação do valor da altura (altura inicial de 1,0 até 2,0 m, com incrementos de 0,1m). A melhor solução obtida foi de 22,64 mm para uma altura de 1,7 m. Este acontecimento é semelhante ao que ocorreu para o caso do carregamento excêntrico.

Para se alcançar esta restrição, somente mudanças mais profundas, como aumento da rigidez das estacas, ou maior área do radier, poderia tornar a solução possível.

A Tabela 5.8 resume os aumentos de custo quando se exigiram menores tolerâncias de recalque para todos os casos. Por exemplo, ao se exigir um recalque máximo de 20 mm para o caso de carregamento concentrado, houve um aumento de 83,08% no custo do sistema de fundação em relação à exigência de recalque máximo de 40 mm. Para a carga distribuída este aumento foi de apenas 48,73%.

Tabela 5.8 – Aumento de custo entre as tolerâncias de recalque.

carregamento	incremento do custo tendo como referência a tolerância de 40 mm			
	35 mm	30 mm	25 mm	20 mm
uniforme	8,12%	16,24%	24,36%	48,73%
“concentrado”	0,00%	15,02%	45,07%	83,08%
excêntrico	16,24%	16,24%	65,48%	-
triangular	8,12%	16,24%	24,36%	73,60%
variado	8,12%	16,24%	24,36%	-

## 5.2. GRUPO 2: VARIAÇÃO DO SOLO

Para os casos do grupo 2, adotou-se o mesmo radier e as mesmas características de estacas. O que foi alterado para este grupo foi o tipo de solo (maciço) abaixo do radier, buscando assim, analisar a influência do solo na composição da solução final.

Desta forma, foram analisados quatro perfis (maciços) de solo diferentes, sendo estes comparados entre si e aos resultados obtidos para o solo do grupo 1 (maciço 0). Foram mantidos os valores do coeficiente de Poisson do solo ( $\nu_s$ ) = 0,35 e de tensão de contato ( $\sigma_c$ ) = 500 kN/m<sup>2</sup>. A Tabela 5.9 apresenta os valores de módulo elástico para os diferentes perfis de solo, conforme a profundidade.

Tabela 5.9 – Variação do módulo de elasticidade para os diferentes perfis de solo e de acordo com a profundidade.

profundidade	maciço 0	maciço A	maciço B	maciço C	maciço D
0 a 3 m	20 MPa	20 MPa	60 MPa	20 MPa	60 MPa
3 a 5 m		60 MPa	20 MPa	60 MPa	20 MPa
5 a 7 m					
7 a 10 m	50 MPa	60 MPa	60 MPa	20 MPa	20 MPa
10 a 13 m	70 MPa				
13 a 16 m	100 MPa				
16 a 50 m	125 MPa	60 MPa	60 MPa	60 MPa	60 MPa
$E_{EQ}$	101,0 MPa	56,0 MPa	56,0 MPa	51,2 MPa	51,2 MPa

A Figura 5.7 apresenta um desenho esquemático dos diferentes maciços. Encontra-se destacado nos maciços de A até D os trechos onde o solo apresenta o valor de módulo de elasticidade igual a 20 MPa.

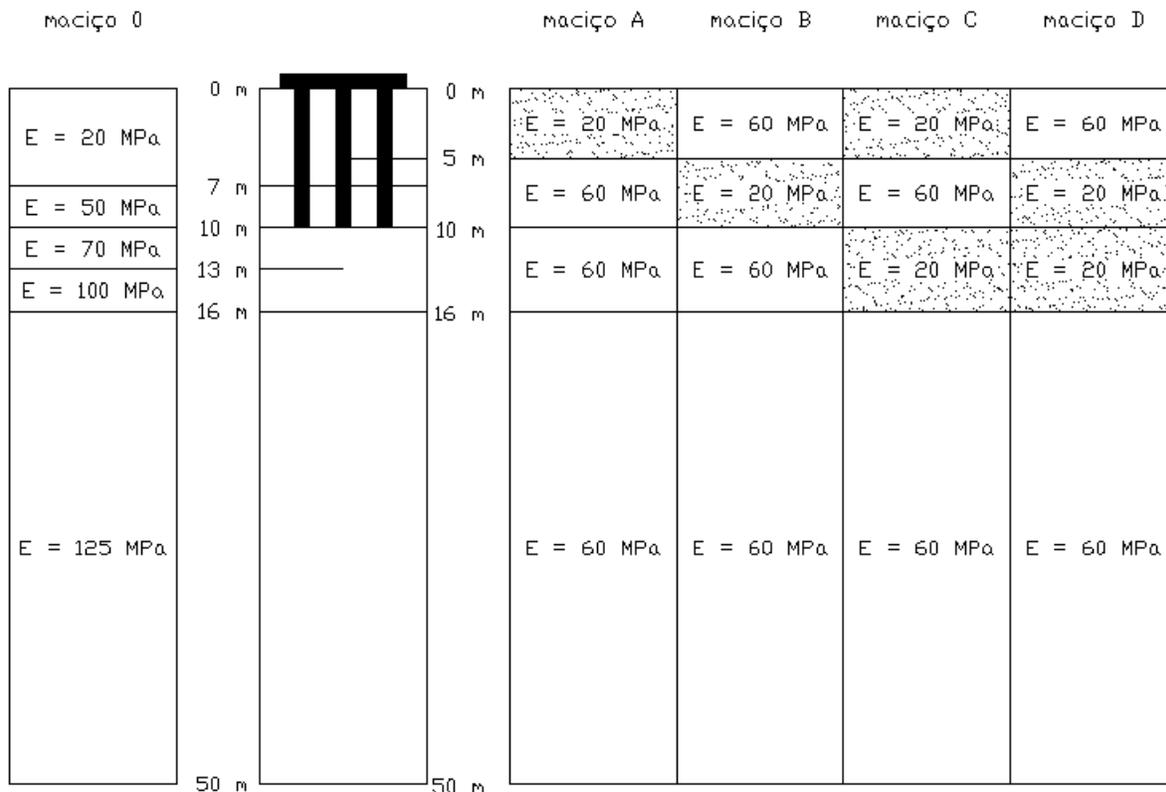


Figura 5.7 – Variação do módulo de elasticidade para os diferentes perfis de solo e de acordo com a profundidade.

O termo  $E_{EQ}$ , que aparece na Tabela 5.9, refere-se ao valor do módulo equivalente para cada maciço, sendo determinado pela seguinte fórmula:

$$E_{EQ} = \frac{\sum H_i E_i}{\sum H_i} \quad (5.1)$$

onde:  $E_{EQ}$  = módulo de elasticidade equivalente do maciço;

$i$  = indica a iteração corrente;

$H_i$  = espessura da camada “i”;

$E_i$  = módulo de elasticidade da camada “i”.

Os valores de módulo equivalente para os maciços A e B são iguais (56 MPa), assim, a análise deverá ser feita observando o posicionamento das camadas. No maciço B, por exemplo, devido à presença da camada mais rígida logo abaixo do radier, espera-se que sejam transmitidos menores valores de tensão para a camada inferior, onde está posicionada a ponta da estaca. Também entre os maciços C e D existe essa equivalência de módulos (51,2 MPa), sendo que o maciço D é o que apresenta uma camada superficial mais rígida.

Foram também determinados os valores de rigidez e  $\alpha_{ij}$  para as estacas executadas nestes perfis. Os valores estão apresentados na Tabela 5.10.

Tabela 5.10 – Características das estacas do grupo 1 (maciço 0) e do grupo 2.

tipo do solo	maciço 0	maciço A	maciço B	maciço C	maciço D	
comprimento (m)	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	
diâmetro (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	
rigidez de cálculo (kN/m)	450.450,45	374.531,84	392.156,86	342.465,75	326.797,39	
rigidez adotada (kN/m)	450.000,00	375.000,00	392.000,00	342.000,00	327.000,00	
$\alpha_{ij} (S/D)$	1,0	0,469	0,597	0,594	0,468	0,480
	1,5	0,394	0,504	0,498	0,400	0,411
	2,0	0,342	0,440	0,433	0,354	0,362
	2,5	0,304	0,392	0,384	0,319	0,323
	3,0	0,274	0,353	0,346	0,291	0,292
	3,5	0,250	0,322	0,315	0,266	0,266
	4,0	0,230	0,295	0,289	0,246	0,244
	4,5	0,213	0,273	0,267	0,227	0,225
	5,0	0,199	0,252	0,248	0,211	0,208
	5,5	0,186	0,235	0,230	0,196	0,193
	6,0	0,174	0,219	0,215	0,183	0,180
	7,0	0,154	0,191	0,188	0,159	0,157
	8,0	0,138	0,168	0,166	0,140	0,138
	9,0	0,123	0,149	0,147	0,124	0,122
	10,0	0,111	0,133	0,131	0,110	0,108
	12,0	0,091	0,107	0,106	0,088	0,087
	15,0	0,070	0,079	0,079	0,065	0,064
20,0	0,047	0,051	0,051	0,042	0,041	
30,0	0,026	0,026	0,026	0,021	0,020	
50,0	0,012	0,011	0,011	0,009	0,008	

Foram estudados apenas três tipos de carregamento: uniforme, concentrado e excêntrico, aplicados da mesma forma que o grupo anterior (grupo 1):

- Carregamento uniforme: 300 kN/m<sup>2</sup> sobre todos os 81 elementos do radier;
- Carregamento concentrado: 24.300 kN/m<sup>2</sup> sobre o elemento 41;
- Carregamento excêntrico: 24.300 kN/m<sup>2</sup> sobre o elemento 51.

Observar, novamente, que a carga resultante vertical é de 24,3 MN para os três tipos de carregamento.

Foram adotadas, também, as mesmas malhas e restrição de distorção angular (0,33%) e as mesmas estimativas de custos para execução da fundação: R\$ 600,00 para execução de 1 m<sup>3</sup> de radier e também de R\$ 600,00 para execução de 1 m<sup>3</sup> de estaca.

Os resultados estão descritos a seguir, separados por tipo de carregamento.

### 5.2.1. CARREGAMENTO UNIFORME DO GRUPO 2

A Tabela 5.11 apresenta um resumo das soluções obtidas para os cinco diferentes perfis de solo para carregamento distribuído, pois foram inseridos os resultados obtidos do grupo 1 (maciço 0), já estudado anteriormente. A tabela está organizada de forma bastante semelhante às já apresentadas, tendo apenas uma linha a mais com informações da quantidade de estacas.

Tabela 5.11 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento distribuído, para cada perfil de solo e tolerâncias.

tolerância recalque (mm)		40	35	30	25	20
maciço A (20-60-60-60)	nº. de estacas	2	3	4	8	-
	config. das estacas	4 ; 6	3 ; 4 ; 8	1 ; 3 ; 7 ; 9	sem 5	-
	carga no radier	47,47%	34,77%	24,50%	12,91%	-
	recalque máx. (mm)	39,77	34,97	29,70	24,54	-
	recalque mín. (mm)	33,64	26,24	24,67	22,73	-
	dist. angular (%)	0,134%	0,155%	0,108%	0,039%	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	-
	função objetivo (R\$)	58.024,78	62.737,17	67.449,56	86.299,11	-
	aumento custo (%)	0,00%	8,12%	16,24%	48,73%	-
	desenho					-

tolerância recalque (mm)		40	35	30	25	20
maciço B (60-20-60-60)	nº. de estacas	2	3	4	8	-
	config. das estacas	3 ; 7	3 ; 4 ; 8	1 ; 3 ; 7 ; 9	sem 5	-
	carga no radier	61,43%	50,43%	36,61%	21,62%	-
	recalque máx. (mm)	36,78	32,67	29,78	24,65	-
	recalque mín. (mm)	27,39	26,22	24,63	21,99	-
	dist. angular (%)	0,200%	0,143%	0,111%	0,055%	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	-
	função objetivo (R\$)	58.024,78	62.737,17	67.449,56	86.299,11	-
	aumento custo (%)	0,00%	8,12%	16,24%	48,73%	-
	desenho					-
maciço C (20-60-20-60)	nº. de estacas	3	4	5	9	-
	config. das estacas	3 ; 4 ; 8	1 ; 3 ; 7 ; 9	1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9	todas	-
	carga no radier	39,13%	28,73%	24,47%	15,26%	-
	recalque máx. (mm)	38,86	32,74	29,87	24,94	-
	recalque mín. (mm)	30,30	27,75	26,95	23,89	-
	dist. angular (%)	0,153%	0,107%	0,067%	0,024%	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	-
	função objetivo (R\$)	62.737,17	67.449,56	72.161,94	91.011,50	-
	aumento custo (%)	0,00%	7,51%	15,02%	45,07%	-
	desenho					-
maciço D (60-20-20-60)	nº. de estacas	3	5	8	-	-
	config. das estacas	3 ; 4 ; 8	1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9	sem 5	-	-
	carga no radier	55,41%	37,70%	26,76%	-	-
	recalque máx. (mm)	39,32	32,97	28,58	-	-
	recalque mín. (mm)	32,23	28,80	25,61	-	-
	dist. angular (%)	0,155%	0,093%	0,062%	-	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	-	-
	função objetivo (R\$)	62.737,17	72.161,94	86.299,11	-	-
	aumento custo (%)	0,00%	15,02%	37,56%	-	-
	desenho				-	-
maciço 0 (20-50-70-100-125)	nº. de estacas	2	3	4	5	8
	config. das estacas	4 ; 6	2 ; 4 ; 9	1 ; 3 ; 7 ; 9	1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9	sem 5
	carga no radier	45,73%	33,35%	38,07%	19,76%	12,69%
	recalque máx. (mm)	37,07	31,41	25,49	22,60	19,16
	recalque mín. (mm)	30,52	22,29	27,98	19,90	17,59
	dist. angular (%)	0,143%	0,159%	0,109%	0,063%	0,035%
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	função objetivo (R\$)	58.024,78	62.737,17	67.449,56	72.161,94	86.299,11
	aumento custo (%)	0,00%	8,12%	16,24%	24,36%	48,73%
	desenho					

Pode-se observar na Tabela 5.11:

- O maciço 0 obteve os melhores resultados nas otimizações, pois necessitou, para as restrições de recalque de 40, 35, 30, 25 e 20 mm, de apenas 2, 3, 4, 5 e 8 estacas, respectivamente. Esta quantidade é sempre igual ou inferior ao resultado obtido para os demais maciços, sendo que os recalques, para um número igual de estacas, foi sempre inferior nos exemplos do maciço 0, comprovando que este maciço realmente apresenta melhores características de suporte;
- Os maciços A e B apresentaram a mesma quantidade de estacas para as tolerâncias de recalque de 40, 35, 30 e 25 mm, havendo pequena diferença de posicionamento das estacas no caso de recalque tolerável de 40 mm. Na verdade, observando-se a Tabela 5.11, a solução para tolerância de 35 mm (estacas nas posições 3, 4 e 8), o recalque é de 32,67 mm para o maciço B e de 34,97 mm para o maciço A, ambos sob a mesma carga uniforme. A partir destas comparações observa-se que o maciço A é melhor à medida que se aumenta o número de estacas. Esta tendência pode ser explicada observando que o maciço B possui uma camada menos rígida (20 MPa) a uma profundidade maior, onde se exige mais das estacas. Por outro lado a camada superficial do maciço B é menos compressível que o maciço A, portanto, os recalques para os casos com menor número estacas são menores do que para o maciço A, ou seja, o maciço B é um maciço melhor para o radier, mas pior para o rendimento estacas;
- O maciço C requer um número maior de estacas que o maciço B para as restrições de recalque de 40, 35, 30 e 25 mm, ou seja, se comparado ao maciço B, o maciço C apresenta pior rendimento;
- Já o maciço D, apresenta maior número de estacas que o maciço C para as restrições de recalque de 35 e 30 mm. Para a tolerância de 40 mm, apesar da configuração de estacas ser semelhante, o maciço C apresentou menor recalque máximo. Para a tolerância de 25 mm o maciço D não forneceu solução. Assim, o maciço C tem melhor desempenho que o maciço D;
- Observa-se que os maciços que possuem camada superficial mais rígida, tais como os maciços B e D, possuem maior percentual de carga no radier que os maciços A e C, respectivamente;
- Comparando os resultados “maciço A x maciço B” (AxB) com os resultados de “maciço C x maciço D” (CxD), observa-se que a inserção de uma camada frágil de 20 MPa logo abaixo das estacas modificou todo o comportamento do sistema de fundação. Tanto

numa comparação (AxB), quanto na outra (CxD) a diferença entre os dois maciços é a apenas a troca dos valores de módulo de elasticidade (E) entre a camada superficial com a segunda camada de solo. No entanto, na primeira comparação, os maciços A e B mantiveram boa semelhança de soluções e recalques, porém, para a segunda comparação, o comportamento dos maciços C e D foi muito pouco semelhante, apenas na restrição de 40 mm que houve uma diferença menor entre os recalques máximos.

## 5.2.2. CARREGAMENTO CONCENTRADO DO GRUPO 2

A Tabela 5.12 apresenta um resumo das soluções obtidas para os cinco diferentes perfis de solo para carregamento concentrado no elemento 41. As células hachuradas indicam as soluções que necessitaram de incremento na altura do radier.

Tabela 5.12 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento concentrado, para cada perfil de solo e tolerâncias.

tolerância recalque (mm)		40	35	30	25	20
maciço A (20-60-60-60)	nº. de estacas	3	5	9	9	-
	config. das estacas	4 ; 5 ; 6	2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8	todas	todas	-
	carga no radier	33,08%	19,96%	10,04%	11,54%	-
	recalque máx. (mm)	37,49	32,70	29,75	24,91	-
	recalque mín. (mm)	27,18	22,50	16,87	21,71	-
	dist. angular (%)	0,252%	0,192%	0,242%	0,061%	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,70	-
	função objetivo (R\$)	62.737,17	72.161,94	91.011,50	125.031,50	-
	aumento custo (%)	0,00%	15,02%	45,07%	99,29%	-
	desenho					-
maciço B (60-20-60-60)	nº. de estacas	3	5	9	9	-
	config. das estacas	4 ; 5 ; 6	2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8	todas	todas	-
	carga no radier	47,40%	31,25%	16,57%	19,75%	-
	recalque máx. (mm)	37,89	33,18	29,68	24,72	-
	recalque mín. (mm)	25,47	21,55	16,65	21,30	-
	dist. angular (%)	0,256%	0,215%	0,244%	0,065%	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,70	-
	função objetivo (R\$)	62.737,17	72.161,94	91.011,50	125.031,50	-
	aumento custo (%)	0,00%	15,02%	45,07%	99,29%	-
	desenho					-

tolerância recalque (mm)		40	35	30	25	20
maciço C (20-60-20-60)	nº. de estacas	4	6	9	9	-
	config. das estacas	2 ; 4 ; 6 ; 8	2; 4; 5 ; 6 ; 7 ;9	todas	todas	-
	carga no radier	28,95%	20,84%	13,51%	15,09%	-
	recalque máx. (mm)	38,37	34,38	29,98	24,99	-
	recalque mín. (mm)	25,91	18,52	18,31	23,74	-
	dist. angular (%)	0,234%	0,290%	0,219%	0,024%	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,05	2,35	-
	função objetivo (R\$)	67.449,56	76.874,33	93.441,50	156.621,50	-
	aumento custo (%)	0,00%	13,97%	38,54%	132,21%	-
desenho					-	
maciço D (60-20-20-60)	nº. de estacas	5	9	9	-	-
	config. das estacas	2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8	todas	todas	-	-
	carga no radier	37,71%	21,84%	24,05%	-	-
	recalque máx. (mm)	38,83	33,52	29,92	-	-
	recalque mín. (mm)	26,36	19,80	23,33	-	-
	dist. angular (%)	0,230%	0,257%	0,126%	-	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,35	-	-
	função objetivo (R\$)	72.161,94	91.011,50	108.021,50	-	-
	aumento custo (%)	0,00%	26,12%	49,69%	-	-
desenho				-	-	
maciço 0 (20-50-70-100-125)	nº. de estacas	3	3	5	9	9
	config. das estacas	4 ; 5 ; 6	4 ; 5 ; 6	2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8	todas	todas
	carga no radier	31,24%	31,24%	18,66%	9,85%	11,04%
	recalque máx. (mm)	32,85	32,85	27,06	23,86	19,97
	recalque mín. (mm)	22,94	22,94	17,29	11,49	15,58
	dist. angular (%)	0,250%	0,250%	0,186%	0,233%	0,083%
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,50
	função objetivo (R\$)	62.737,17	62.737,17	72.161,94	91.011,50	115.311,50
	aumento custo (%)	0,00%	0,00%	15,02%	45,07%	83,80%
desenho						

Pode-se notar na Tabela 5.12:

- Assim como ocorrido no grupo 1, houve uma tendência de estacas no centro, ou bem próximo deste ponto. Somente uma das soluções não apresentou estaca no centro (estaca 5), embora a simetria do problema (solução com apenas quatro estacas) seja a melhor explicação para o acontecimento;
- Novamente, os resultados obtidos para o maciço 0, quanto a número de estacas e recalques, são melhores que aqueles obtidos para os demais perfis de solo;
- Os maciços A e B apresentaram comportamento bastante semelhante, entretanto, para as tolerâncias de 40 e 35 mm, o maciço A obteve menor recalque do que o maciço B, para

as demais faixas o maciço B obteve melhores resultados, apesar do mesmo número de estacas. Talvez, por ser uma carga concentrada, a configuração de estacas tende a ser mais próxima do centro, o que causa maior interação entre elas, e por ser os valores dos fatores  $\alpha_{ij}$  maiores para as estacas do maciço A do que no maciço B, esta seja a explicação para os recalques maiores no maciço A quando se aumenta o número de estacas;

- Repete-se a tendência de maiores porcentagens de carga para os maciços B e D se comparados aos maciços A e C, respectivamente;
- Novamente o desempenho do maciço C quanto a recalques e valor otimizado é pior do que os valores obtidos para os maciços A e B, entretanto o maciço C ainda obtém resultados melhores que o maciço D e, assim como no caso de carregamento distribuído, os maciços C e D não apresentaram soluções semelhantes, enquanto que os maciços A e B apresentaram soluções apenas diferenciadas pelo valor de recalque máximo obtido.

### 5.2.3. CARREGAMENTO EXCÊNTRICO DO GRUPO 2

A Tabela 5.13 apresenta um resumo das soluções obtidas para os cinco diferentes perfis de solo para carregamento excêntrico (carga no elemento 51). As células hachuradas indicam as soluções que necessitaram de incremento na altura do radier.

Tabela 5.13 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento excêntrico, para cada perfil de solo e tolerâncias.

tolerância recalque (mm)		40	35	30	25	20
maciço A (20-60-60-60)	nº. de estacas	3	4	-	-	-
	config. das estacas	6 ; 8 ; 9	5 ; 6 ; 8 ; 9	-	-	-
	carga no radier	36,46%	21,96%	-	-	-
	recalque máx. (mm)	39,09	34,72	-	-	-
	recalque mín. (mm)	22,69	21,82	-	-	-
	dist. angular (%)	0,348%	0,230%	-	-	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	-	-	-
	função objetivo (R\$)	62.737,17	67.449,56	-	-	-
	aumento custo (%)	0,00%	7,51%	-	-	-
	desenho			-	-	-

tolerância recalque (mm)		40	35	30	25	20
maciço B (60-20-60-60)	nº. de estacas	3	4	8	-	-
	config. das estacas	6 ; 8 ; 9	5 ; 6 ; 8 ; 9	sem 1	-	-
	carga no radier	44,98%	35,33%	19,62%	-	-
	recalque máx. (mm)	38,12	34,89	29,99	-	-
	recalque mín. (mm)	21,34	17,85	11,79	-	-
	dist. angular (%)	0,279%	0,250%	0,245%	-	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,21	-	-
	função objetivo (R\$)	62.737,17	67.449,56	96.505,11	-	-
	aumento custo (%)	0,00%	7,51%	53,82%	-	-
	desenho				-	-
maciço C (20-60-20-60)	nº. de estacas	4	6	-	-	-
	config. das estacas	5 ; 6 ; 8 ; 9	3; 5; 6 ; 7 ; 8 ;9	-	-	-
	carga no radier	29,38%	19,20%	-	-	-
	recalque máx. (mm)	37,74	34,58	-	-	-
	recalque mín. (mm)	24,03	17,50	-	-	-
	dist. angular (%)	0,233%	0,284%	-	-	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	-	-	-
	função objetivo (R\$)	67.449,56	76.874,33	-	-	-
	aumento custo (%)	0,00%	13,97%	-	-	-
	desenho			-	-	-
maciço D (60-20-20-60)	nº. de estacas	6	8	-	-	-
	config. das estacas	3; 5; 6 ; 7 ; 8 ;9	sem 1	-	-	-
	carga no radier	35,75%	24,97%	-	-	-
	recalque máx. (mm)	37,73	34,71	-	-	-
	recalque mín. (mm)	19,77	13,73	-	-	-
	dist. angular (%)	0,299%	0,277%	-	-	-
	altura do radier (m)	1,00	1,20	-	-	-
	função objetivo (R\$)	76.874,33	96.019,11	-	-	-
	aumento custo (%)	0,00%	33,06%	-	-	-
	desenho			-	-	-
maciço 0 (20-50-70-100-125)	nº. de estacas	2	4	4	8	-
	config. das estacas	6 ; 8	5 ; 6 ; 8 ; 9	5 ; 6 ; 8 ; 9	sem 1	-
	carga no radier	37,91%	24,44%	24,44%	19,80%	-
	recalque máx. (mm)	37,79	29,52	29,52	24,50	-
	recalque mín. (mm)	20,59	18,28	18,28	6,47	-
	dist. angular (%)	0,245%	0,258%	0,258%	0,241%	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,20	-
	função objetivo (R\$)	58.024,78	67.449,56	67.449,56	96.019,11	-
	aumento custo (%)	0,00%	16,24%	16,24%	65,48%	-
	desenho					-

Pode-se constatar na Tabela 5.13:

- Os maciços A e B apresentaram resultados bastante semelhantes, pois, mesmo tendo havido solução para a tolerância de 30 mm para o maciço B, este valor foi bem próximo do limite estipulado. O maciço A obteve menor recalque do que o maciço B para tolerância de 35 mm, porém o maciço B foi melhor para a tolerância de 40 mm;
- Já os maciços C e D apresentaram resultados bastante diferenciados. O maciço D, novamente, apresentou comportamento menos rígido que o maciço C, enquanto que este teve rendimento abaixo do que os obtidos pelos maciços A e B;
- A partir de certo ponto, para todos os casos de carregamento excêntrico, ocorre que o aumento da rigidez com incremento da altura do radier, não surte efeito na redução do recalque máximo, e, por isso, soluções para tolerâncias menores não puderam ser obtidas. Este caso já foi comentando na análise do grupo 1 (maciço 0);
- Para o caso do maciço B, não houve solução utilizando os incrementos de altura a cada 10 cm, porém percebeu-se que poderia haver um ponto de mínimo entre as alturas de 1,20 m e 1,30 m analisando-se o comportamento descrito no parágrafo anterior, e, então, rodou-se o caso variando a altura a cada 1 cm entre os valores de altura de 1,20 e 1,30 m (Figura 5.8), encontrando soluções para valores de altura entre 1,21 m e 1,29 m, para este caso específico. Ressalta-se que este foi apenas um caso de investigação matemática, pois na prática não condiz executar um radier com 1,21 m de altura e nem realizar uma análise tão precisa. Também deve-se notar que, apesar do menor valor de recalque ser para altura de 1,27 m, o programa fornece como resposta o valor de 1,21 m, pois é o radier com menor custo e dentro da tolerância de recalque ( $\leq 30$  mm);

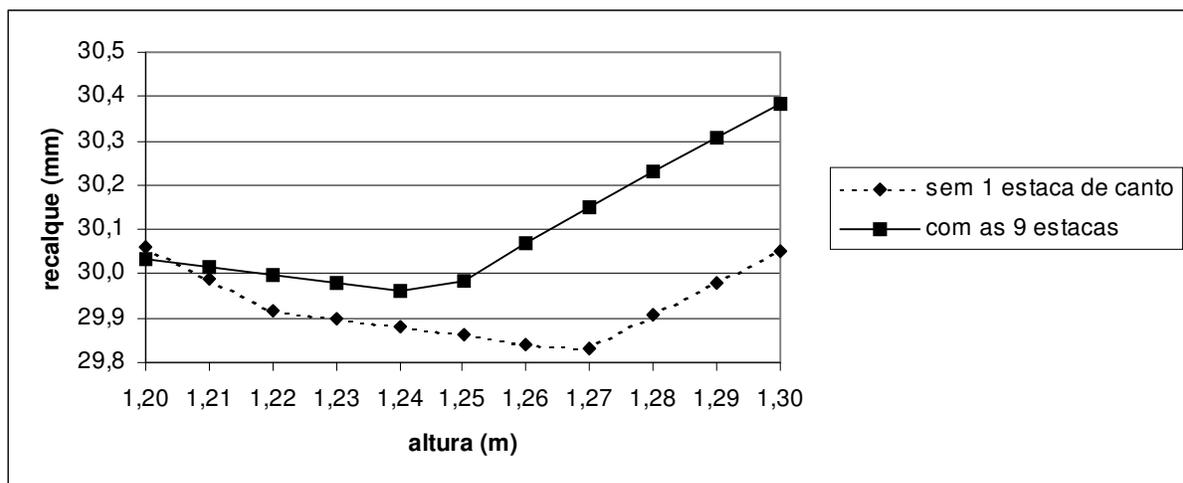


Figura 5.8 – Variação do recalque máximo em função da altura do radier para o carregamento excêntrico do maciço B do grupo 2.

- No maciço D, para tolerância de 40 mm, foi obtida uma solução com seis estacas (3; 5; 6; 7; 8 e 9) com recalque de 39,61 mm, porém com distorção angular de 0,3358% (acima da limitação de 0,33%) e por isso a mesma não pode ser aceita.

### 5.3. GRUPO 3: VARIAÇÃO DO DIÂMETRO

Nesta nova análise, o solo passou a ser uma constante (adotou-se o maciço 0) e variou-se o diâmetro das estacas, sendo três as configurações:

- Estaca tipo 1: diâmetro = 0,50 m;
- Estaca tipo 2: diâmetro = 0,60 m;
- Estaca tipo 3: diâmetro = 0,80 m.

Também para cada tipo de estaca (diâmetro), foram determinados os fatores  $\alpha_{ij}$  e a rigidez das estacas através do programa DEFIPG, sendo apresentados na Tabela 5.14.

Tabela 5.14 – Características das estacas do grupo 3.

Tipo da estaca		1	2	3	0
Comprimento (m)		10,00	10,00	10,00	10,00
Diâmetro (m)		0,50	0,60	0,80	1,00
rigidez de cálculo (kN/m)		251.889,17	297.619,05	380.228,14	450.450,45
rigidez adotada (kN/m)		250.000,00	300.000,00	380.000,00	450.000,00
$\alpha_{ij} (S/D)$	1,0	0,428	0,446	0,464	0,469
	1,5	0,373	0,386	0,395	0,394
	2,0	0,334	0,343	0,347	0,342
	2,5	0,304	0,310	0,310	0,304
	3,0	0,280	0,284	0,282	0,274
	3,5	0,260	0,262	0,259	0,250
	4,0	0,244	0,244	0,239	0,230
	4,5	0,229	0,229	0,223	0,213
	5,0	0,217	0,216	0,209	0,199
	5,5	0,205	0,204	0,196	0,186
	6,0	0,195	0,193	0,185	0,174
	7,0	0,178	0,175	0,165	0,154
	8,0	0,164	0,160	0,149	0,138
	9,0	0,151	0,147	0,135	0,123
	10,0	0,140	0,135	0,123	0,111
	12,0	0,122	0,116	0,104	0,091
	15,0	0,101	0,094	0,081	0,070
20,0	0,075	0,069	0,057	0,047	
30,0	0,046	0,040	0,032	0,026	
50,0	0,021	0,018	0,014	0,012	

Novamente, foram estudados apenas três tipos de carregamento: uniforme, concentrado e excêntrico, assim aplicados:

- Carregamento uniforme: 300 kN/m<sup>2</sup> sobre todos os 81 elementos do radier;
- Carregamento “concentrado”: 24.300 kN/m<sup>2</sup> sobre o elemento 41;
- Carregamento excêntrico: 24.300 kN/m<sup>2</sup> sobre o elemento 51.

Foram adotados a mesma restrição de distorção angular de 0,33% e as mesmas estimativas de custos para execução da fundação: R\$ 600,00 para execução de 1 m<sup>3</sup> de radier e também de R\$ 600,00 para execução de 1 m<sup>3</sup> de estaca.

O radier teve a malha alterada para se adaptar melhor a cada tipo (diâmetro) das estacas, porém foi mantida a largura de 9,0 m conforme Figura 5.9, Figura 5.10 e Figura 5.11.

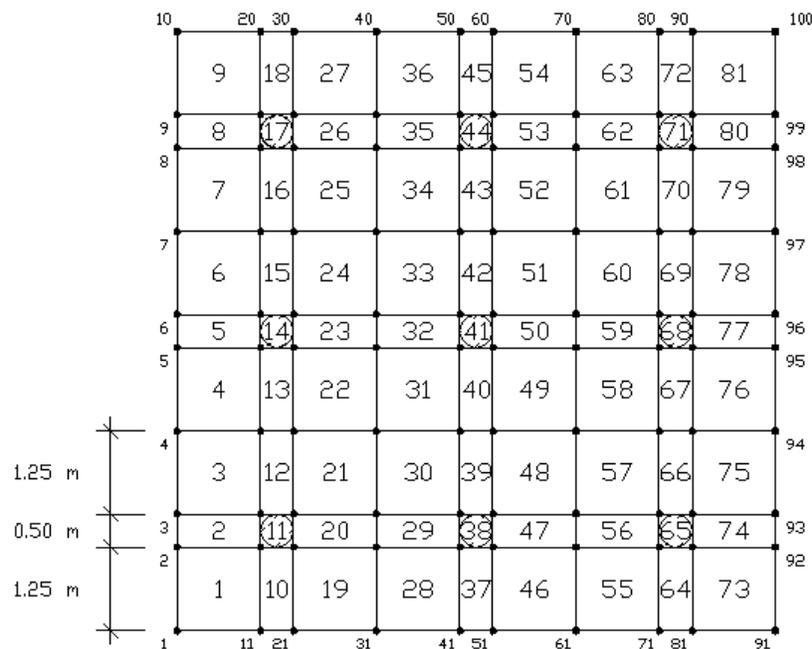


Figura 5.9 – Malha de elementos finitos utilizadas para estaca tipo 1 (D = 0,50 m).

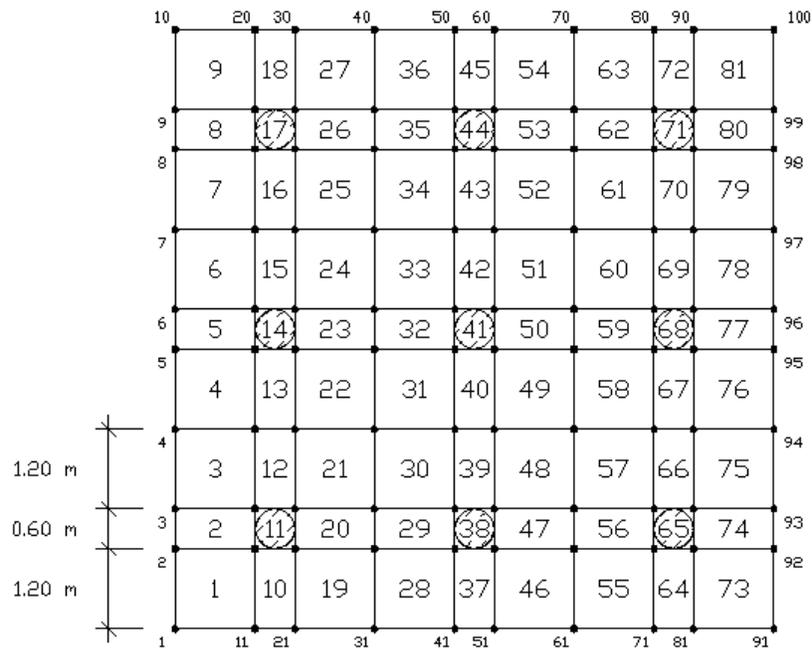


Figura 5.10 – Malha de elementos finitos utilizadas para estaca tipo 2 (D = 0,60 m).

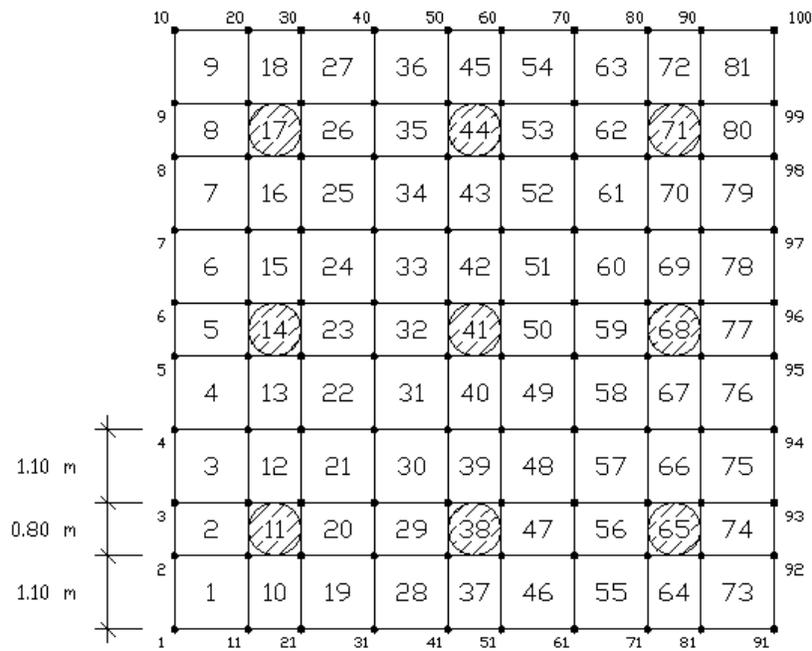


Figura 5.11 – Malha de elementos finitos utilizadas para estaca tipo 3 (D = 0,80 m).

### 5.3.1. CARREGAMENTO UNIFORME DO GRUPO 3

A Tabela 5.15 apresenta um resumo das soluções obtidas para os três tipos de estacas para carregamento distribuído. Os resultados obtidos foram comparados entre si e com o grupo 1 (estaca tipo 0: D = 1,00 m). As células hachuradas na tabela representam os menores custos por faixa de tolerância de recalque.

Tabela 5.15 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento distribuído, para os quatro tipos de estacas e tolerâncias.

tolerância recalque (mm)		40	35	30	25	20
estaca tipo 1 (D = 0,5 m)	n°. de estacas	4	5	7	-	-
	config. das estacas	1 ; 3 ; 7 ; 9	1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9	sem 4 e 6	-	-
	carga no radier	40,12%	35,32%	28,46%	-	-
	recalque máx. (mm)	35,03	32,17	29,41	-	-
	recalque mín. (mm)	30,49	29,49	27,16	-	-
	dist. angular (%)	0,097%	0,062%	0,061%	-	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	-	-
	função objetivo (R\$)	53.312,39	54.490,49	56.846,68	-	-
	aumento custo (%)	0,00%	2,21%	6,63%	-	-
	desenho				-	-
estaca tipo 2 (D = 0,6 m)	n°. de estacas	3	4	5	8	-
	config. das estacas	3 ; 4 ; 8	1 ; 3 ; 7 ; 9	1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9	sem 5	-
	carga no radier	45,14%	34,74%	30,11%	20,68%	-
	recalque máx. (mm)	37,41	31,97	29,04	24,70	-
	recalque mín. (mm)	29,35	27,25	26,35	23,06	-
	dist. angular (%)	0,142%	0,101%	0,063%	0,036%	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	-
	função objetivo (R\$)	53.689,38	55.385,84	57.082,30	62.171,68	-
	aumento custo (%)	0,00%	3,16%	6,32%	15,80%	-
	desenho					-
estaca tipo 3 (D = 0,8 m)	n°. de estacas	2	3	4	6	-
	config. das estacas	4 ; 6	3 ; 4 ; 8	1 ; 3 ; 7 ; 9	1 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 9	-
	carga no radier	50,45%	38,10%	28,05%	24,47%	-
	recalque máx. (mm)	39,60	33,94	28,13	24,13	-
	recalque mín. (mm)	33,59	25,20	23,19	21,14	-
	dist. angular (%)	0,129%	0,153%	0,106%	0,086%	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	-
	função objetivo (R\$)	54.631,86	57.647,79	60.663,72	66.695,57	-
	aumento custo (%)	0,00%	5,52%	11,04%	22,08%	-
	desenho					-

tolerância recalque (mm)		40	35	30	25	20
estaca tipo 0 (D = 1,0 m)	n°. de estacas	2	3	4	5	8
	config. das estacas	4 ; 6	2 ; 4 ; 9	1 ; 3 ; 7 ; 9	1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9	sem 5
	carga no radier	45,73%	33,35%	38,07%	19,76%	12,69%
	recalque máx. (mm)	37,07	31,41	25,49	22,60	19,16
	recalque mín. (mm)	30,52	22,29	27,98	19,90	17,59
	dist. angular (%)	0,143%	0,159%	0,109%	0,063%	0,035%
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	função objetivo (R\$)	58.024,78	62.737,17	67.449,56	72.161,94	86.299,11
	aumento custo (%)	0,00%	8,12%	16,24%	24,36%	48,73%
	desenho					

Da Tabela 5.15 observa-se:

- Para a estaca tipo 1 (D = 0,5 m), admitindo-se como recalque tolerável 30 mm, o programa encontrou um valor otimizado de R\$ 56.846,68 (recalque máximo de 29,41 mm) com o uso de sete estacas (estacas 1, 2, 3, 5, 7, 8 e 9). O resultado da otimização (função objetivo) foi melhor, se comparado ao caso da estaca tipo 0 (D = 1,0 m), pois para o caso de carga distribuída, uma maior distribuição de estacas sob o radier permite um melhor rendimento do sistema de fundação, e com o diâmetro de 0,50 m isto foi possível. Este resultado também é válido para as tolerâncias de 40 e 35 mm. Por outro lado, não é possível encontrar soluções para uma tolerância inferior a 25 mm, para os dados em questão, o que torna esta estaca (D = 0,5 m) ineficaz para limitações mais exigentes;
- Para a estaca tipo 2 (D = 0,6 m), admitindo-se como recalque tolerável 30 mm, o programa encontrou um valor otimizado de R\$ 57.082,30 (recalque máximo de 29,04 mm) com o uso de quatro estacas nos cantos do radier e uma no centro (estacas 1, 3, 5, 7 e 9). Para este diâmetro, já foi possível obter solução para tolerância de 25 mm e esta solução é a melhor entre os quatro diâmetros;
- Para a estaca tipo 3 (D = 0,8 m), admitindo-se como recalque tolerável 30 mm, o programa encontrou um valor otimizado de R\$ 60.663,72 (recalque máximo de 28,13 mm) com o uso de quatro estacas nos cantos do radier (estacas 1, 3, 7 e 9). Os resultados da estaca tipo 3 se comparados ao da estaca tipo 0 são melhores em todos os casos, com exceção da tolerância de 20 mm, para a qual não se obteve solução;
- De uma forma geral, os resultados obtidos demonstram um certo comportamento. Para carga distribuída, obtém-se um melhor desempenho quando mais estacas puderem ser distribuídas sob o radier. Deve-se notar que nos casos rodados nesta dissertação, uma

estaca de 100 cm possui o mesmo custo de execução que quatro de estacas de 50 cm, porém as quatro estacas de 50 cm causam um efeito muito maior na redução de recalques que uma única de 100 cm, pois a rigidez desta última (450.000 kN/m) é menos que o dobro das estacas de 50 cm (250.000 kN/m). Uma possibilidade para este caso específico seria otimizar somente o diâmetro das estacas (disponibilizando várias possibilidades, por exemplo, de 10 em 10 cm), mas impor que haja estacas em todas as posições do radier, ou uma quantidade mínima (oito estacas, por exemplo).

### 5.3.2. CARREGAMENTO “CONCENTRADO” DO GRUPO 3

A Tabela 5.16 apresenta um resumo das soluções obtidas para os quatro tipos de estacas para carregamento “concentrado”. As células hachuradas representam os menores custos por faixa de tolerância de recalque, ou onde as soluções necessitaram de incremento na altura do radier.

Tabela 5.16 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento "concentrado", para os quatro tipos de estacas e tolerâncias.

tolerância recalque (mm)		40	35	30	25	20
estaca tipo 1 (D = 0,5 m)	n°. de estacas	5	8	9	-	-
	config. das estacas	2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8	sem 8	todas	-	-
	carga no radier	35,02%	24,48%	22,41%	-	-
	recalque máx. (mm)	38,21	34,67	29,50	-	-
	recalque mín. (mm)	26,28	17,63	22,41	-	-
	dist. angular (%)	0,215%	0,300%	0,129%	-	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,30	-	-
	função objetivo (R\$)	54.490,49	58.024,78	73.782,88	-	-
	aumento custo (%)	0,00%	6,49%	35,41%	-	-
	desenho				-	-
estaca tipo 2 (D = 0,6 m)	n°. de estacas	4	5	9	9	0
	config. das estacas	1 ; 5 ; 6 ; 8	2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8	todas	todas	-
	carga no radier	35,53%	29,62%	17,85%	18,79%	-
	recalque máx. (mm)	38,71	34,67	28,58	24,82	-
	recalque mín. (mm)	22,24	23,36	17,72	21,56	-
	dist. angular (%)	0,306%	0,207%	0,199%	0,060%	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,10	1,70	-
	função objetivo (R\$)	55.385,84	57.082,30	68.728,14	97.888,14	-
	aumento custo (%)	0,00%	3,06%	24,09%	76,74%	-
	desenho					-

tolerância recalque (mm)		40	35	30	25	20
estaca tipo 3 (D = 0,8 m)	nº. de estacas	3	4	6	9	-
	config. das estacas	4 ; 5 ; 6	1 ; 5 ; 6 ; 8	1; 2; 5 ; 6 ; 7 ;8	todas	-
	carga no radier	36,23%	28,50%	20,14%	13,38%	-
	recalque máx. (mm)	36,28	33,39	29,65	24,02	-
	recalque mín. (mm)	25,58	18,56	13,95	15,75	-
	dist. angular (%)	0,256%	0,295%	0,284%	0,153%	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,20	-
	função objetivo (R\$)	57.647,79	60.663,72	66.695,57	85.463,36	-
	aumento custo (%)	0,00%	5,23%	15,69%	48,25%	-
	desenho					-
estaca tipo 0 (D = 1,0 m)	nº. de estacas	3	3	5	9	9
	config. das estacas	4 ; 5 ; 6	4 ; 5 ; 6	2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8	todas	todas
	carga no radier	31,24%	31,24%	18,66%	9,85%	11,04%
	recalque máx. (mm)	32,85	32,85	27,06	23,86	19,97
	recalque mín. (mm)	22,94	22,94	17,29	11,49	15,58
	dist. angular (%)	0,250%	0,250%	0,186%	0,233%	0,083%
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,50
	função objetivo (R\$)	62.737,17	62.737,17	72.161,94	91.011,50	115.311,50
	aumento custo (%)	0,00%	0,00%	15,02%	45,07%	83,80%
	desenho					

Da Tabela 5.16, nota-se:

- Da mesma forma que o carregamento distribuído, até certo ponto, o uso das estacas do tipo 1 (D = 0,5 m) é mais econômico (tolerância de 40 mm) do que o uso das estacas dos demais tipos. Porém, a partir da tolerância de 35 mm, é melhor utilizar estacas de diâmetro maior (D = 0,6 m), pois no caso de carregamento concentrado, a tendência é de exigir bastante das estacas mais próximas do centro;
- Para a tolerância de 25 mm, o melhor resultado foi com a estaca do tipo 3 (D = 0,8 m), mesmo havendo necessidade de incremento na altura do radier (altura final de 1,2 m). O recalque foi um pouco maior do que no caso com estaca tipo 0 (D = 1,0 m), porém a distorção angular foi menor (radier mais rígido e menor porcentagem de carga sobre as estacas);
- Em todos os casos, a estaca 5 fez parte da solução, e as soluções são, de forma geral, com estacas mais próximas do centro, ou seja, do ponto de carregamento concentrado.

### 5.3.3. CARREGAMENTO EXCÊNTRICO DO GRUPO 3

A Tabela 5.17 apresenta um resumo das soluções obtidas para os quatro tipos de estacas para carregamento excêntrico. As células hachuradas em destaque representam os menores custos por faixa de tolerância de recalque.

Tabela 5.17 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento excêntrico, para os quatro tipos de estacas e tolerâncias.

tolerância recalque (mm)		40	35	30	25	20
estaca tipo 1 (D = 0,5 m)	nº. de estacas	4	-	-	-	-
	config. das estacas	5 ; 6 ; 8 ; 9	-	-	-	-
	carga no radier	40,50%	-	-	-	-
	recalque máx. (mm)	39,91	-	-	-	-
	recalque mín. (mm)	24,98	-	-	-	-
	dist. angular (%)	0,242%	-	-	-	-
	altura do radier (m)	1,00	-	-	-	-
	função objetivo (R\$)	53.312,39	-	-	-	-
	aumento custo (%)	0,00%	-	-	-	-
	desenho		-	-	-	-
estaca tipo 2 (D = 0,6 m)	nº. de estacas	4	6	0	0	0
	config. das estacas	5 ; 6 ; 8 ; 9	3; 5; 6 ; 7 ; 8 ; 9	-	-	-
	carga no radier	35,57%	24,59%	-	-	-
	recalque máx. (mm)	36,71	33,37	-	-	-
	recalque mín. (mm)	23,94	17,29	-	-	-
	dist. angular (%)	0,258%	0,288%	-	-	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	-	-	-
	função objetivo (R\$)	55.385,84	58.778,76	-	-	-
	aumento custo (%)	0,00%	6,13%	-	-	-
	desenho			-	-	-
estaca tipo 3 (D = 0,8 m)	nº. de estacas	3	4	6	-	-
	config. das estacas	5 ; 6 ; 8 ; 9	5 ; 6 ; 8 ; 9	3; 5; 6 ; 7 ; 8 ; 9	-	-
	carga no radier	29,03%	29,03%	18,91%	-	-
	recalque máx. (mm)	32,53	32,53	29,34	-	-
	recalque mín. (mm)	21,01	21,01	14,44	-	-
	dist. angular (%)	0,264%	0,264%	0,271%	-	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	-	-
	função objetivo (R\$)	60.663,72	60.663,72	66.695,57	-	-
	aumento custo (%)	0,00%	0,00%	9,94%	-	-
	desenho				-	-

tolerância recalque (mm)		40	35	30	25	20
estaca tipo 0 (D = 1,0 m)	nº. de estacas	2	4	4	8	-
	config. das estacas	6 ; 8	5 ; 6 ; 8 ; 9	5 ; 6 ; 8 ; 9	sem 1	-
	carga no radier	37,91%	24,44%	24,44%	19,80%	-
	recalque máx. (mm)	37,79	29,52	29,52	24,50	-
	recalque mín. (mm)	20,59	18,28	18,28	6,47	-
	dist. angular (%)	0,245%	0,258%	0,258%	0,241%	-
	altura do radier (m)	1,00	1,00	1,00	1,20	-
	função objetivo (R\$)	58.024,78	67.449,56	67.449,56	96.019,11	-
	aumento custo (%)	0,00%	16,24%	16,24%	65,48%	-
	desenho					-

Da Tabela 5.17, percebe-se:

- Para a estaca do tipo 1, só se obteve solução para a tolerância de 40 mm, a qual também obteve o melhor resultado, se comparado aos demais tipos de estacas. Entre todos os testes realizados com este tipo de estacas, o melhor desempenho foi com altura final de 1,1 m e oito estacas (sem a estaca 1), apresentando um recalque máximo de 35,57 mm, não havendo, por isso, resultados a partir da 2ª coluna.
- Para a estaca do tipo 2, para exigências de recalque inferiores a 30 mm, não se obtiveram soluções. A melhor solução obtida, permitindo-se incrementos de 0,1 m na altura, foi de 31,65 mm, com 8 estacas (sem a estaca número 1) e altura final de 1,1 m;
- Para a estaca do tipo 3, foram obtidas soluções para tolerâncias de 40, 35 e 30 mm. Para a tolerância de 25 mm não se obteve solução, sendo a melhor solução obtida, permitindo-se incrementos de 0,1 m na altura, de 27,43 mm, com 8 estacas (sem a estaca número 1) e altura final de 1,2 m;
- Também na estaca tipo 3, foi encontrada uma solução com recalque de 38,23 mm com o uso de três estacas, entretanto a distorção angular foi de 0,3986%, ultrapassando a tolerância, e assim a solução foi descartada;
- Nenhum dos tipos de estacas obteve solução para tolerância de 20 mm;
- A tendência de melhor rendimento (menor custo) das estacas com menores diâmetros nos casos de tolerâncias menos rígidas de recalque também foi observado;
- Também foi observado, novamente, o surgimento de pontos de mínimo para cada um dos tipos de estacas à medida que se incrementava a altura do radier, e da não necessidade do uso da estaca número 1, oposta ao carregamento imposto.

Vale ressaltar como observações de forma geral:

- Para carga distribuída, deve-se observar que foram adotados diâmetros previamente escolhidos, mas, talvez, um caso com estacas de diâmetro de 0,40 m pudesse obter melhor resultado para a tolerância de 40 mm, pois se poderia distribuir melhor as estacas e obter um melhor resultado com menos custo de concreto;
- Para carga concentrada, observa-se que as estacas de 0,50 m fornecem melhor resultado apenas para a tolerância de 40 mm. Esta tendência ocorre porque, neste caso, a carga está concentrada no elemento central da malha do radier, ou seja, a estaca central é a mais exigida, e neste caso, não é necessária uma grande distribuição de estacas pelo radier. Para este caso particular uma solução interessante seria otimizar para uma única estaca no centro com diâmetro maior e outras (talvez quatro) estacas na borda com diâmetros menores, e verificar quais soluções seriam obtidas;
- Os casos de carregamento excêntrico, de forma resumida, apresentam as melhores soluções utilizando-se sempre as estacas dentro do quadrante de aplicação da carga excêntrica, e, à medida que se aumenta a exigência da tolerância, estacas de maior diâmetro devem ser utilizadas. Não foi considerada a resistência a tração para estas soluções, o que certamente alteraria os resultados.

#### **5.4. GRUPO 4: VARIAÇÃO DO RADIER**

O objetivo deste grupo foi modificar o radier, aumentando uma de suas dimensões (ver

Figura 5.12), a fim de avaliar casos onde o radier não fosse quadrado, assim, o novo radier passou a ter dimensões de 15,0 m de comprimento por 9,0 m de largura, podendo comportar até 15 estacas, mantidas as mesmas propriedades do Grupo 1: espaçamento mínimo de  $3D$  entre as estacas (eixo a eixo) e de  $1D$  (livre) para a borda, onde  $D$  é o diâmetro da estaca.

Será utilizado o maciço do tipo 0, porém dois tipos de estacas: tipo 0 ( $D = 1,0$  m) e tipo 2 ( $D = 0,6$  m). Para os casos em que se utilizarem estacas de diâmetro de 1,0 m, todos os elementos da malha terão 1,0 m. Nos casos em que se utilizarem estacas de diâmetro 0,6 m, a malha será alterada (ver Figura 5.13).

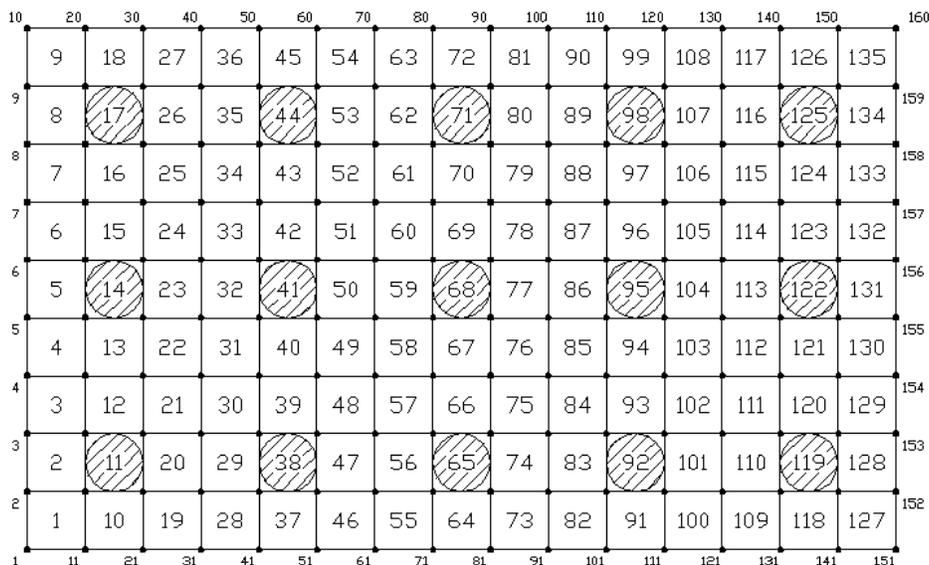


Figura 5.12 – Composição do radier do grupo 4 em elementos finitos.

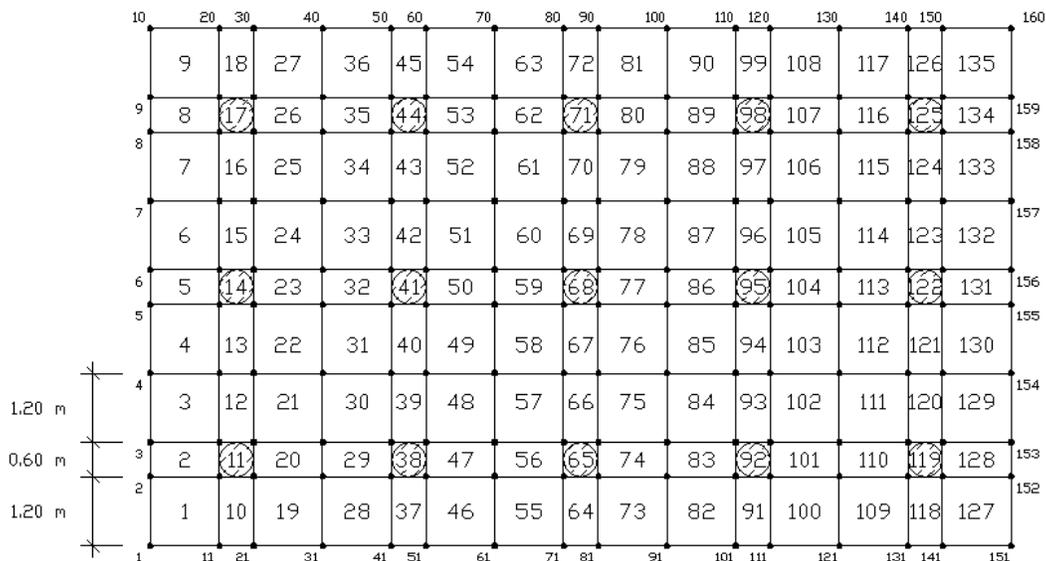


Figura 5.13 – Composição do radier do grupo 4 em elementos finitos para estacas do tipo 2.

As 15 estacas foram posicionadas de acordo com a Tabela 5.18, não podendo assumir outras posições.

Tabela 5.18 – Posição das estacas do grupo 4.

número da estaca	posição (número do elemento)
1	11
2	14
3	17
4	38
5	41
6	44
7	65
8	68
9	71
10	92
11	95
12	98
13	119
14	122
15	125

Os tipos de carregamento adotados foram os seguintes:

- Carregamento distribuído: carga de 300 kN/m<sup>2</sup> sobre todo o radier;
- Carregamento concentrado: simulando um pilar retangular, com carga sobre nove elementos contínuos, resultante de carga no centro de gravidade do radier e sem momentos na direção  $x$  e  $y$ ;
- Carregamento de torre: simulação com cargas aplicadas sobre nove elementos (totalizando 40,5 MN) e ainda apresentando quatro nós com momentos (simulação de engaste da supra-estrutura), cujo valor total é de 4.050 KN\*m na direção de maior dimensão do radier, a fim de justificar o uso desta maior dimensão do radier (radier retangular).

Foram aproveitados os fatores  $\alpha_{ij}$  e a rigidez das estacas determinados nos casos anteriores e consideradas as mesmas restrições de distorção angular (0,33%) e as mesmas estimativas de custos para execução da fundação: R\$ 600,00 para execução de 1 m<sup>3</sup> de radier e também de R\$ 600,00 para execução de 1 m<sup>3</sup> de estaca.

#### 5.4.1. CARREGAMENTO UNIFORME DO GRUPO 4

A Tabela 5.19 apresenta um resumo das soluções obtidas para os dois tipos de estacas para carregamento distribuído em todo o radier. As células hachuradas na tabela representam os menores custos por faixa de tolerância de recalque, ou onde as soluções necessitaram de incremento na altura do radier.

Tabela 5.19 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento distribuído, para os dois tipos de estacas e tolerâncias.

tolerância recalque (mm)		40	30
estaca tipo 2 (D = 0,6 m)	nº. de estacas	6	15
	config. das estacas	2 ; 4 ; 6 ; 10 ; 12 ; 14	todas
	carga no radier	38,54%	18,58%
	recalque máx. (mm)	39,96	29,94
	recalque mín. (mm)	35,73	26,72
	dist. angular (%)	0,077%	0,058%
	altura do radier (m)	1,00	1,20
	função objetivo (R\$)	91.178,76	122.646,90
	aumento custo (%)	0,00%	34,51%
	desenho		
estaca tipo 0 (D = 1,0 m)	nº. de estacas	4	8
	config. das estacas	2 ; 7 ; 9 ; 14	1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11 ; 13 ; 15
	carga no radier	37,15%	19,99%
	recalque máx. (mm)	36,39	29,50
	recalque mín. (mm)	32,50	22,50
	dist. angular (%)	0,099%	0,136%
	altura do radier (m)	1,00	1,00
	função objetivo (R\$)	99.849,56	118.699,11
	aumento custo (%)	0,00%	18,88%
	desenho		

Da Tabela 5.19, observa-se:

- Como ocorrera no grupo 3, o uso de estacas de menor diâmetro apresenta melhores resultados quando utilizadas para restrições menos rigorosas de recalque, pois quando se necessitou de uma limitação de 30 mm, a solução exigiu incremento no valor da altura e isto encareceu o projeto (custo de R\$ 122.646,90) se comparado ao uso de estacas de diâmetro maior (custo de R\$ 118.699,11);
- Por outro lado observam-se os ganhos com esse pequeno acréscimo de custo: a distorção angular foi de 0,058% no uso de estacas de D = 0,6 m. Para estacas de D = 1,0 m obteve-se uma distorção angular de 0,136%;
- A tendência é de utilização de estacas mais afastadas entre si. Este comportamento também foi observado nos grupos estudados anteriormente para carregamentos distribuídos.

### 5.4.2. CARREGAMENTO CONCENTRADO DO GRUPO 4

Para o caso de carregamento concentrado, os elementos 32, 41, 50, 59, 68, 77, 86, 95 e 104 foram carregados com 4.500 kN/m<sup>2</sup> (Figura 5.14), simulando um pilar central sobre o radier. O carregamento total é de 40,5 MN, ou seja, igual ao carregamento distribuído sobre os 135 elementos. Para as estacas com diâmetro de 0,60 m foi adotada a malha da Figura 5.15, com o mesmo valor de carregamento total de 40,5 MN, apenas as tensões aplicadas sobre os elementos foi diferente, passando de 4.500 kPa para 7.500 kPa. Não há cargas de momento nesta simulação.

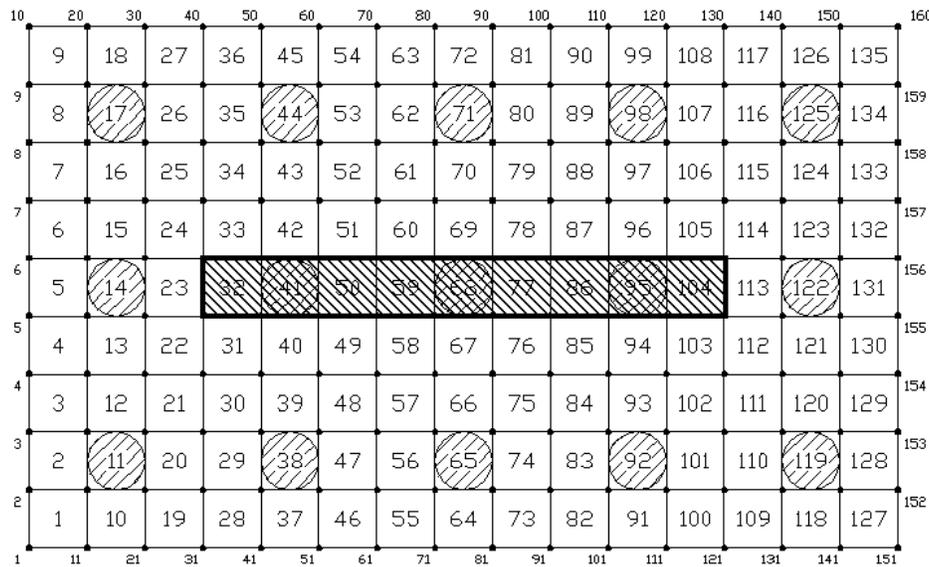


Figura 5.14 – Radier do grupo 4 para carregamento concentrado para estacas do tipo 0.

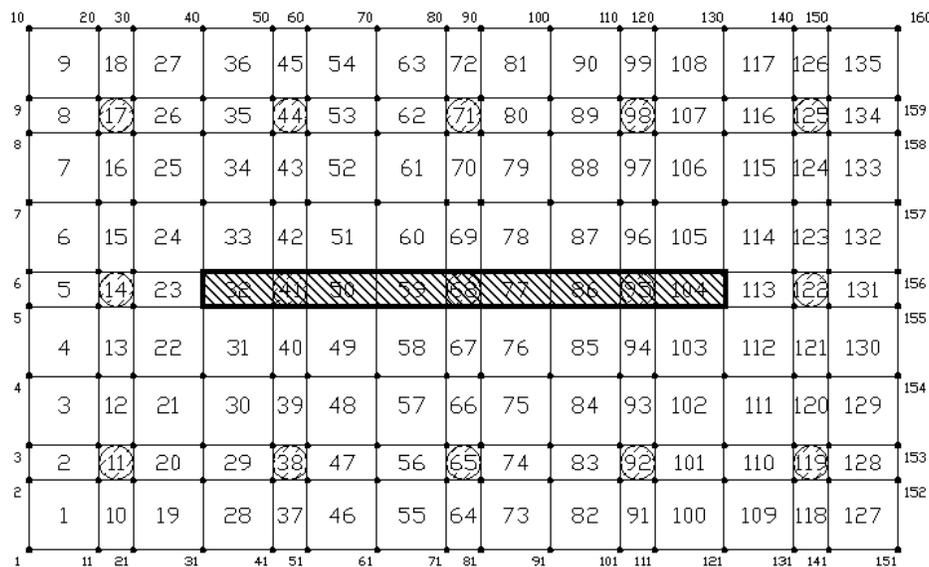
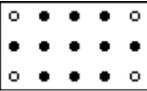
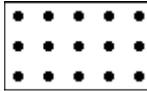
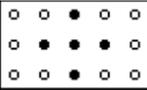
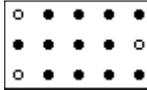


Figura 5.15 – Radier do grupo 4 para carregamento concentrado para estacas do tipo 2.

Pela Figura 5.15, para as estacas do tipo 2 ( $D = 0,6 \text{ m}$ ), houveram pequenas adaptações na malha e do valor de carga distribuída sobre os elementos, porém manteve-se a mesma carga total, e ausência de momentos.

A Tabela 5.20 apresenta um resumo das soluções obtidas para os dois tipos de estacas para carregamento concentrado. As células hachuradas na tabela representam os menores custos por faixa de tolerância de recalque, ou onde as soluções necessitaram de incremento na altura do radier.

Tabela 5.20 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento concentrado, para os dois tipos de estacas e tolerâncias.

tolerância recalque (mm)		40	30
estaca tipo 2 ( $D = 0,6 \text{ m}$ )	nº. de estacas	11	15
	config. das estacas	sem 1 ; 3 ; 13 ; 15	todas
	carga no radier	22,55%	18,48%
	recalque máx. (mm)	39,80	29,97
	recalque mín. (mm)	22,27	26,71
	dist. angular (%)	0,276%	0,055%
	altura do radier (m)	1,10	2,50
	função objetivo (R\$)	107.761,06	227.946,90
	aumento custo (%)	0,00%	111,53%
	desenho		
estaca tipo 0 ( $D = 1,0 \text{ m}$ )	nº. de estacas	5	12
	config. das estacas	5 ; 7 ; 8 ; 9 ; 11	sem 1 ; 3 ; 14
	carga no radier	30,52%	13,26%
	recalque máx. (mm)	38,90	29,88
	recalque mín. (mm)	26,70	15,71
	dist. angular (%)	0,213%	0,208%
	altura do radier (m)	1,00	1,30
	função objetivo (R\$)	104.561,94	161.848,67
	aumento custo (%)	0,00%	54,79%
	desenho		

Da Tabela 5.20, nota-se:

- Devido ao carregamento ser bastante concentrado, as estacas abaixo dos elementos carregados estão sempre nas soluções (estacas 5, 8 e 11);
- A tendência é de utilização de estacas mais próximas ao centro;

- A utilização de estacas de baixo diâmetro não teve bom resultado neste caso, pois devido a carga ser bastante concentrada, houve necessidade de incremento na altura do radier para equalizar os recalques do radier. Porém, pode ser observado que na tolerância de 40 mm, apesar de haver incremento na altura do radier, não foi necessária a utilização de todas as estacas, e que a solução com todas as quinze estacas, mas mantida a altura inicial de 1,0 m, não respeitou a tolerância de recalque máximo, tendo obtido o valor de 40,70 mm. Para a tolerância de 30 mm, a baixa rigidez das estacas resultou em incremento da altura do radier, o que o tornou bastante anti-econômico.

### 5.4.3. CARREGAMENTO EXCÊNTRICO DO GRUPO 4

Para o carregamento de torre, aplicou-se cargas de 4.500 kN/m<sup>2</sup> nos elementos 21, 25, 29, 35, 68, 101, 107, 111 e 115; e cargas de momento de 1.012,5 kN\*m (na direção *Y* e positivas, convenção anti-horária - SI) nos nós 33, 38, 123 e 128 (ver Figura 5.16). Esta carga de momento resulta em 4.050 kN\*m (10% do valor absoluto da carga vertical). O ponto de aplicação dos momentos estão no nós comuns de dois elementos com cargas aplicadas (pequenos quadrados negros com respectivas setas indicadoras conforma convenção SI, conforme a Figura 5.16). Procurou-se com este carregamento simular uma torre com quatro colunas mais rígidas e com momentos no engaste, e um carregamento central extra, devido a algum apoio ou maquinaria existente.

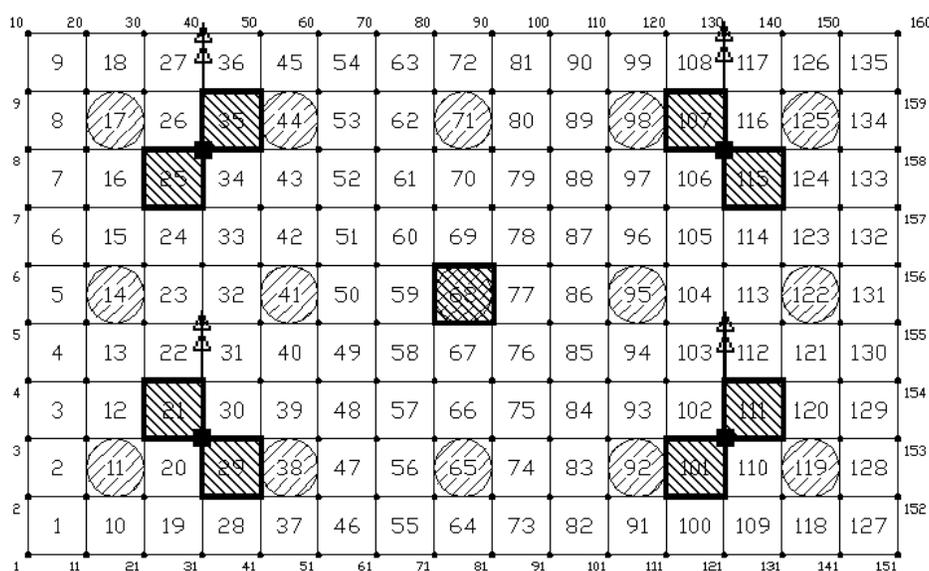


Figura 5.16 – Radier do grupo 4 para carregamento de torre para estacas do tipo 0.

Da mesma forma que os carregamentos anteriores, houveram pequenas adaptações na malha e do valor de carga distribuída sobre os elementos quando se utilizou as estacas do tipo 2 (D = 0,60m), porém manteve-se a mesma carga total e o valor dos momentos aplicados (ver Figura 5.17).

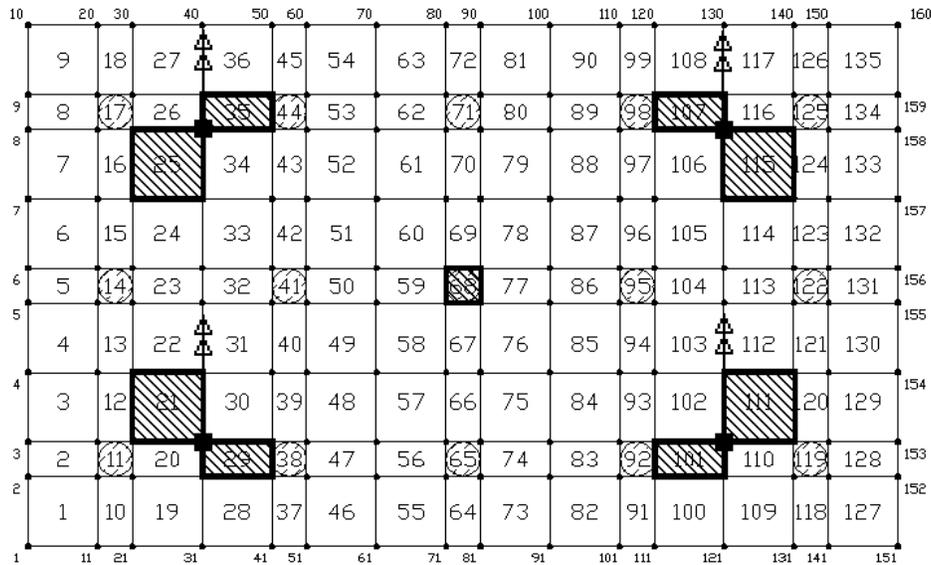
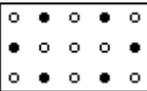
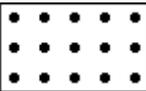


Figura 5.17 – Radier do grupo 4 para carregamento de torre para estacas do tipo 2.

A Tabela 5.21 apresenta um resumo das soluções obtidas para os dois tipos de estacas para carregamento de torre. As células hachuradas na tabela representam os menores custos por faixa de tolerância de recalque.

Tabela 5.21 – Resumo com as soluções obtidas para carregamento de torre, para os dois tipos de estacas e tolerâncias.

tolerância recalque (mm)		40	30
estaca tipo 2 (D = 0,6 m)	nº. de estacas	6	15
	config. das estacas	2 ; 4 ; 6 ; 10 ; 12 ; 14	todas
	carga no radier	38,17%	18,39%
	recalque máx. (mm)	38,83	29,75
	recalque mín. (mm)	34,57	24,91
	dist. angular (%)	0,108%	0,134%
	altura do radier (m)	1,00	1,00
	função objetivo (R\$)	91.178,76	106.446,90
	aumento custo (%)	0,00%	16,75%
	desenho		

estaca tipo 0 (D = 1,0 m)	nº. de estacas	4	8
	config. das estacas	2 ; 7 ; 9 ; 14	1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11 ; 13 ; 15
	carga no radier	37,86%	20,02%
	recalque máx. (mm)	37,71	29,11
	recalque mín. (mm)	31,41	21,09
	dist. angular (%)	0,160%	0,199%
	altura do radier (m)	1,00	1,00
	função objetivo (R\$)	99.849,56	118.699,11
	aumento custo (%)	0,00%	18,88%
	desenho		

Desta Tabela 2.1, nota-se:

- Para este tipo de carregamento as estacas do tipo 2 (D = 0,6 m) apresentaram um rendimento melhor que as estacas do tipo 0 (D = 1,0 m), para ambas as tolerâncias estudadas;
- Este rendimento foi ainda melhor que o apresentado para a carga distribuída, talvez devido ao fato que no primeiro caso (carga distribuída) os maiores recalques eram observados no centro do radier e o novo posicionamento da carga menos centrada tenha favorecido este comportamento;
- A tendência do posicionamento das estacas foi semelhante ao apresentado para carga distribuída: estacas afastadas entre si, com forte presença na periferia;
- Nenhum dos casos necessitou de incrementos de altura.

## 5.5. GRUPO 5: RADIERS 5X5

Sales *et al.* (2002) apresentam um estudo de um sistema de fundação na cidade satélite de Taguatinga, no Distrito Federal. A fundação foi pré-concebida para trabalhar como grupo de estacas, ou seja, não considerando o efeito do contato bloco-solo, que implica na redução de recalques e melhor equilíbrio das cargas entre as estacas.

A edificação projetada é em estrutura de concreto armado, com quatorze lajes e dois subsolos (escavação aproximada de seis metros). Foram realizados oito furos de sondagem SPT, resumidos na Tabela 5.22 (já descontados os quatro metros para escavação para execução do radier), com apenas as camadas abaixo do fundo da escavação. O perfil de solo é composto por uma camada superficial de argila siltosa, vermelha, bastante laterizada atingindo profundidades de um a cinco metros abaixo da escavação. Após essa, uma camada

de areia siltosa, vermelho-amarelada, com profundidade de dois a quatro metros como transição para a terceira camada, formada por um silte argiloso, variegado, proveniente de alteração de ardósia, encontrado a partir de cinco metros, em média. O lençol freático foi identificado seis metros abaixo do nível de escavação em março de 2001, mas não foi encontrado até 20 m durante a execução das estacas no período da seca.

Para o cálculo da média, foi seguido o mesmo procedimento de Sales *et al.* (2002): os valores superiores a 50 golpes foram considerados como 50.

Tabela 5.22 – Resumo dos ensaios de SPT realizados.

Prof. (m)	SPT 1	SPT 2	SPT 3	SPT 4	SPT 5	SPT 6	SPT 7	SPT 8	Média
1	5	6	2	4	4	4	6	5	4,5
2	6	4	5	4	11	6	5	5	5,8
3	6	4	4	8	11	7	5	9	6,8
4	7	6	5	7	14	12	7	16	9,3
5	14	6	10	11	18	36	13	19	15,9
6	18	14	10	12	13	12	14	51/25	17,9
7	17	14	18	11	22	14	9	30/5	19,4
8	22	19	12	18	31	27	16	14	19,9
9	21	21	35	31	36/15	13	18	13	25,3
10	30	27	30/10	52/27	30/12	16	53/22	16	36,1
11	30/6	40	30/11	57/26	30/6	18	30/8	20	41,0
12	30/11	43	30/10	33	30/2	30/12	30/12	30/12	47,0
13	30/8	74	20/4	30	30/9	30/11	30/6	15	43,1
	Argila Siltosa			Areia Siltosa			Silte Arenoso		

Em função do perfil descrito, na obra como um todo, os projetistas optaram por uma fundação de estacas escavadas de grande diâmetro, com o uso de lama betonítica (não usada devido ao rebaixamento natural do lençol), predominando diâmetros entre 50 e 150 cm, e uma profundidade média de treze metros.

Através de retro-análise das provas de cargas realizadas e do perfil do solo, Sales *et al.* (2002) encontraram uma boa concordância com o uso da relação  $E/N_{SPT} = 4$ , onde E representa o módulo elástico do solo (MPa) e  $N_{SPT}$  o número de golpes do ensaio. Desta forma, o perfil utilizado como dado de entrada do programa, já considerando 4,0 m devido à escavação para o poço do elevador e execução do bloco, foi o seguinte:

- 1ª camada: espessura da camada (Z) = 4,0 m e módulo elástico do solo ( $E_S$ ) = 73,2 MPa;
- 2ª camada: Z = 4,0 m e  $E_S$  = 149,6 MPa;
- 3ª camada: Z = 12,0 m e  $E_S$  = 250,0 MPa.

A Figura 5.18 apresenta um desenho esquemático da variação do módulo de elasticidade para as diferentes camadas.

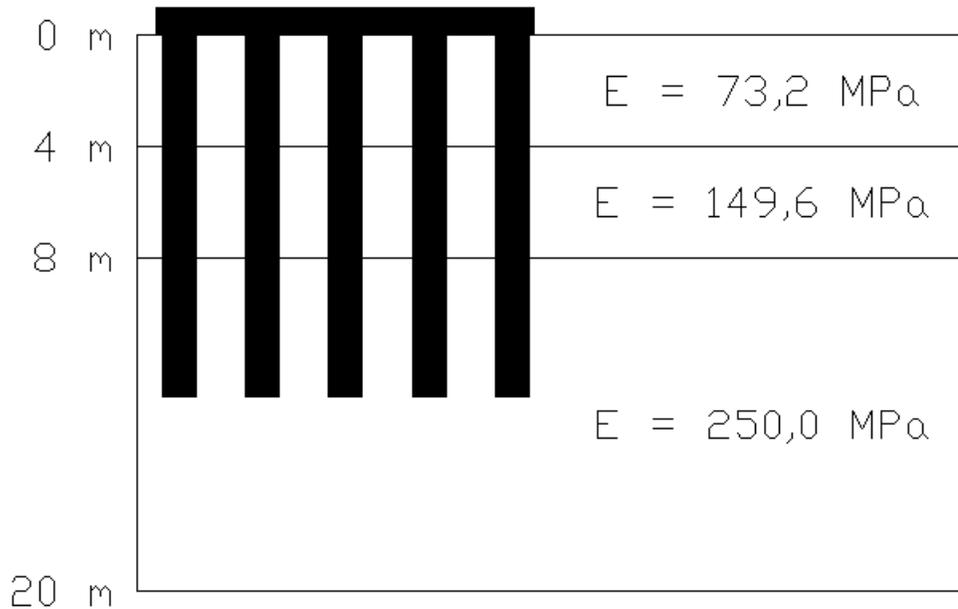


Figura 5.18 – Variação do módulo de elasticidade para as diferentes camadas do perfil de solo e de acordo com a profundidade.

Este perfil foi o mesmo utilizado por Sales *et al.* (2002) em suas análises, da mesma forma que o radier, discretizado em um malha de elementos finitos, composta de 225 elementos e 256 nós, conforme Figura 5.19.

As 25 estacas foram posicionadas de acordo com a Tabela 5.23, reservando, então, um espaçamento mínimo de 3,0 m (2,5D) entre as estacas (eixo a eixo) e de 20 cm (livre) para a borda, onde D é o diâmetro da estaca (D = 1,20 m).

O radier utilizado possui as seguintes propriedades (Sales *et al.*, 2002):

- Largura do radier (quadrado, ou seja, B=L) B = 13,6 m;
- Altura inicial do radier H = 2,85 m;
- Módulo de elasticidade do concreto do radier  $E_R = 30 \text{ GPa}$ ;
- Coeficiente de Poisson do concreto do radier  $\nu_R = 0,17$ ;
- Diâmetro de uma estaca D = 1,2 m;
- Comprimento de uma estaca L = 13,0 m;
- Rigidez de uma estaca  $K_P = 1.408.451 \text{ kN/m}$ ;
- Capacidade de carga de uma estaca  $P_{adm} = 6.000 \text{ kN}$ .

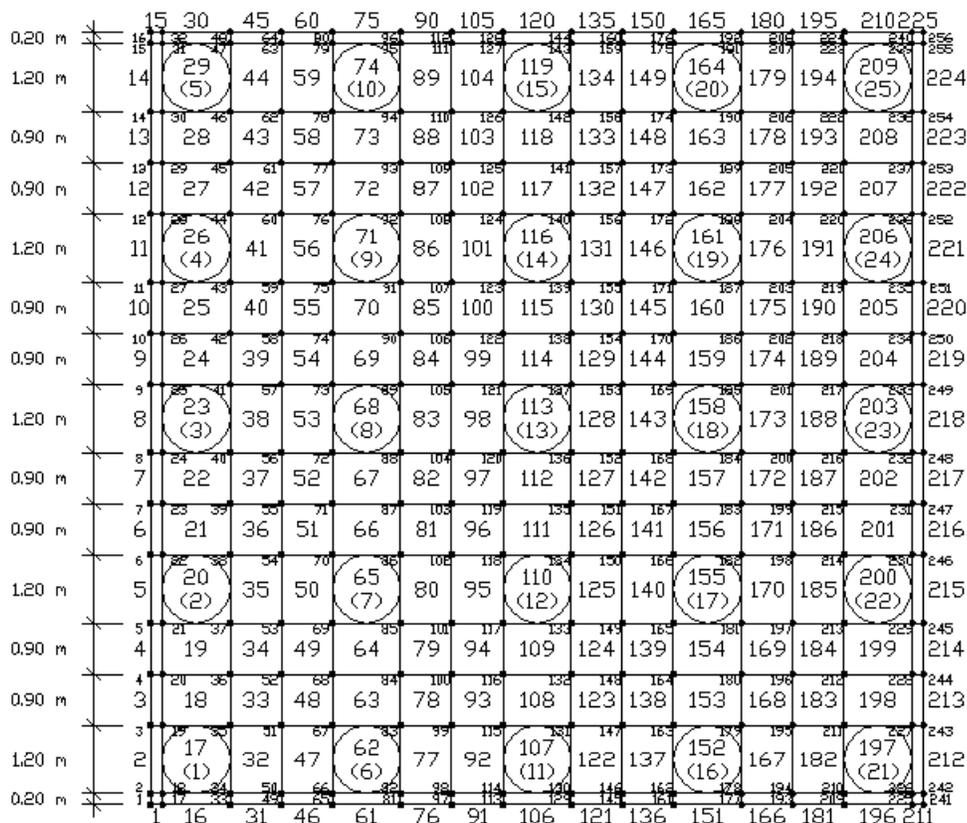


Figura 5.19 – Composição do radier do grupo 5 em elementos finitos.

Tabela 5.23 – Posição das estacas do grupo 5.

nº. da estaca	posição (nº. do elemento)	nº. da estaca	posição (nº. do elemento)
1	17	14	116
2	20	15	119
3	23	16	152
4	26	17	155
5	29	18	158
6	62	19	161
7	65	20	164
8	68	21	197
9	71	22	200
10	74	23	203
11	107	24	206
12	110	25	209
13	113	-	-

As características das estacas isoladas (Tabela 5.24) também foram obtidas através do programa DEFPIG para as propriedades do solo em questão. Foram determinados a rigidez e os valores de  $\alpha_{ij}$  para diversos “S/D” (razão entre espaçamento e diâmetro da estaca), os quais foram dados de entrada do programa otimizador.

Tabela 5.24 – Características das estacas do grupo 5.

comprimento (m)		13,00
diâmetro (m)		1,20
rigidez de cálculo (kN/m)		1.408.451,00
rigidez adotada (kN/m)		1.408.451,00
$\alpha_{ij} (S/D)$	1,0	0,494
	1,5	0,418
	2,0	0,365
	2,5	0,325
	3,0	0,294
	3,5	0,268
	4,0	0,246
	4,5	0,228
	5,0	0,211
	5,5	0,197
	6,0	0,184
	7,0	0,163
	8,0	0,145
	9,0	0,130
	10,0	0,118
	12,0	0,098
15,0	0,077	
20,0	0,056	
50,0	0,022	

O carregamento permanente é transmitido ao radier por treze pilares (ver Tabela 5.25), totalizando uma carga de 43.910 kN. O momento resultante causa uma excentricidade equivalentes de  $e_x = -0,738$  m;  $e_y = 0,212$  m. A locação dos pilares está apresentada na Figura 5.20.

Tabela 5.25 – Carregamento do grupo 5.

Pilar	P127	P39	P42	P43	P46	P47	P50	P62	P64	P68	P69	P70	P88
vertical (kN)	370	690	4340	3500	8490	8780	6290	1680	830	2740	2990	900	2310
momentoX (kN*m)	0	0	-490	-160	290	-30	-940	-130	-30	-310	-430	0	-210
momentoY (kN*m)	0	0	490	230	20	10	400	10	0	140	220	0	0

O bloco, após todas as escavações previstas (subsolo e poço dos elevadores), estaria assentado sobre uma camada de  $N_{SPT}$  igual a 15, o que levou Sales *et al.* (2002), utilizando correlações empíricas, a estimar em 250 kN/m<sup>2</sup> a tensão admissível no contato do solo com o bloco, ou seja, o radier teria uma capacidade estimada em 46.240 kN e poderia suportar toda a carga, com recalques pouco superiores a 10 mm. Entretanto, devido a restrições estruturais, o recalque máximo admissível deveria ser de 10 mm.

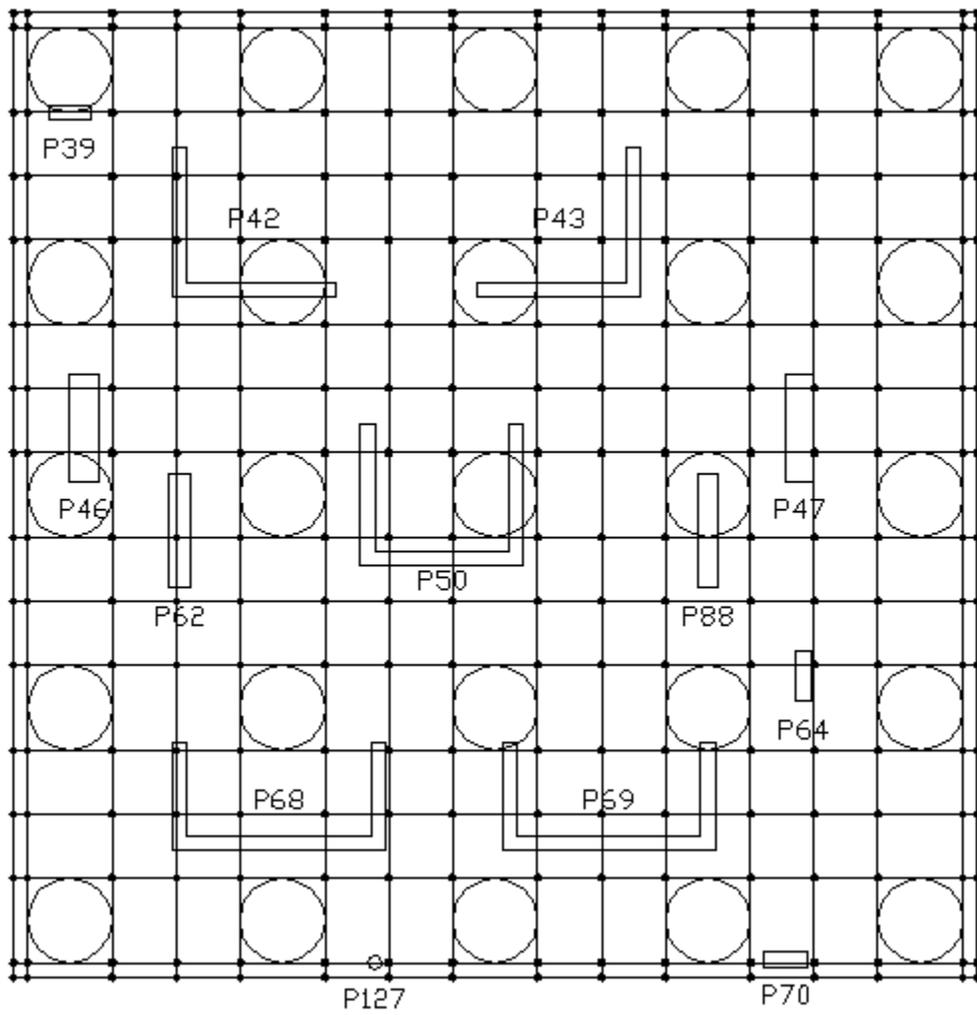


Figura 5.20 – Locação dos pilares sobre o radier do grupo 5.

### 5.5.1. PRÉ-ANÁLISE DO COMPORTAMENTO

A fim de minimizar custo computacional, foi realizada uma pré-análise para verificar o comportamento da fundação, tendo sido rodados diversos casos: com todas as 25 estacas, sem estacas, com quantidades parciais, entre outros. Foram assumidas as propriedades utilizadas por Sales *et al.* (2002), sendo o resultado apresentado na Tabela 5.26.

Os casos já estudados por Sales *et al.* (2002), representados na Tabela 5.26 pelos casos “A”, “B”, “C”, “D”, “E” e “F”. Para melhorar o banco de dados, foram rodados outros casos, especialmente com estacas nas bordas, o que resultou em melhores resultados do programa com relação ao recalque máximo.

Analisando os diversos casos observa-se que mesmo com o uso de 25 estacas, os nós com maiores recalques estão sempre na borda do radier, mais precisamente no 2º quadrante (convenção trigonométrica). Assim como também as estacas que assumem maior carga que também estão no 2º quadrante (convenção trigonométrica), ou seja, estacas 5, 4 ou 3.

A tendência é de se obter uma solução para a tolerância de recalque máximo de 10 mm com o uso de no máximo seis estacas. Portanto, será feita uma tentativa limitando o número de estacas em quatro, ou seja, serão estudados casos que tenham de 0 (zero) a 4 (quatro) estacas, pois minimizará o esforço computacional.

Tabela 5.26 – Resultados da pré-análise para o grupo 5.

Caso	A		B		C		D	
Número de estacas	25		23		21		13	
Carga nas estacas (%)	91,29		88,93		87,58		76,01	
Carga no solo (%)	8,71		11,07		12,42		23,99	
Carga média nas estacas (kN)	1603,5		1697,7		1831,3		2567,5	
Carga máx. nas estacas (kN) – estaca n°.	3077,8	5	3550,5	4	3420,4	4	5156,8	3
Carga mín. nas estacas (kN) – estaca n°.	982,2	12	960,9	17	1060,3	12	1528,8	13
Momento Mx máx (kN*m)	-4515		-3536		-3508		-2713	
Momento My máx (kN*m)	2202		2074		1902		-1481	
Recalque máximo (mm) – nó n°.	7,60	10	8,29	10	8,13	10	9,51	12
Recalque mínimo (mm) – nó n°.	5,40	241	5,18	241	5,75	241	6,15	241
Recalque diferencial (mm)	2,20		3,11		2,38		3,36	
Distorção angular (%) entre os nós	0,023 239-256		0,026 206-256		0,019 196-211		0,025 47-80	
F.S. do grupos de estacas	3,42		3,14		2,87		1,78	
F.S. global	5,52		5,25		4,98		3,88	
Desenho								

Caso	E		F		G		H	
Número de estacas	9		0		16		9	
Carga nas estacas (%)	64,03		0,00		85,83		76,87	
Carga no solo (%)	35,97		100,00		14,17		23,13	
Carga média nas estacas (kN)	3123,8		-		2355,5		3750,4	
Carga máx. nas estacas (kN) – estaca n.º.	4558,3	9	-	-	3331,1	5	5130,2	5
Carga mín. nas estacas (kN) – estaca n.º.	2140,1	13	-	-	1898,5	21	3032,3	15
Momento Mx máx (kN*m)	-3149		-4214		-4945		-4921	
Momento My máx (kN*m)	-1415		1836		2660		2590	
Recalque máximo (mm) – nó n.º.	11,00	13	15,47	12	7,68	9	8,40	10
Recalque mínimo (mm) – nó n.º.	6,27	241	7,54	241	5,33	241	5,65	241
Recalque diferencial (mm)	4,73		7,93		2,35		2,75	
Distorção angular (%) entre os nós	0,038 8-39		0,053 195-242		0,028 239-256		0,029 226-241	
F.S. do grupos de estacas	1,23		-		2,19		1,23	
F.S. global	3,34		2,11		4,29		3,34	
Desenho								
Caso	I		J		K		L	
Número de estacas	8		6		6		5	
Carga nas estacas (%)	74,09		66,36		65,67		59,03	
Carga no solo (%)	25,91		33,64		34,33		40,97	
Carga média nas estacas (kN)	4066,6		4856,5		4805,8		5184,0	
Carga máx. nas estacas (kN) – estaca n.º.	5291,0	5	6000,0	5	5201,8	1	6000,0	1-5
Carga mín. nas estacas (kN) – estaca n.º.	3333,7	21	4014,6	21	4311,4	5	4131,3	21
Momento Mx máx (kN*m)	-5112		-4848		-4864		-6144	
Momento My máx (kN*m)	2700		3117		1810		2546	
Recalque máximo (mm) – nó n.º.	8,45	10	8,68	10	8,58	249	10,64	10
Recalque mínimo (mm) – nó n.º.	5,64	241	5,82	241	6,35	1	5,78	241
Recalque diferencial (mm)	2,81		2,86		2,23		4,86	
Distorção angular (%) entre os nós	0,031 226-241		0,035 211-242		0,031 35-17		0,043 226-241	
F.S. do grupos de estacas	1,09		0,82		0,82		0,68	
F.S. global	3,20		2,93		2,93		2,79	
Desenho								

O fator de segurança (F.S.) global foi determinado pela seguinte Expressão:

$$FS_T = \frac{P}{Q_C + nP_{ult}} \quad (5.2)$$

onde:  $FS_T$  = fator de segurança global;  
 $P$  = carga total atuante no radier estaqueado;  
 $Q_c$  = capacidade de carga do radier isolado;  
 $n$  = número de estacas;  
 $P_{adm}$  = capacidade admissível de carga na estaca.

O F.S. do grupo de estacas, foi calculado pela expressão:

$$FS_{PG} = \frac{P}{nP_{ult}} \quad (5.3)$$

onde:  $FS_{PG}$  = fator de segurança do grupo de estacas;  
 $P$  = carga total atuante no radier estaqueado;  
 $n$  = número de estacas;  
 $P_{adm}$  = capacidade admissível de carga na estaca.

Da Tabela 5.26, nota-se que há uma tendência para melhores resultados, quanto ao recalque máximo, quando se utiliza as estacas na periferia e cantos do radier.

Analisando o caso “K” (6 estacas), que respeitou o limite de 10 mm, o valor de momento na direção y aumentou em torno 7,7%, enquanto que o momento na direção x reduziu aproximadamente 17,8%, se comparados aos valores do caso “A” (25 estacas). O fator de segurança global está em 2,93 (acima de 2,0), entretanto as estacas estão com cargas bastante elevadas, bem próximas do limite de ruptura e F.S. do grupo de estacas está abaixo de 1,0 (um). Porém, convém observar que o F.S. do grupo de estacas (que considera somente a carga nas estacas) abaixo deste valor não corresponde à ruptura da fundação, pois considerando que o radier transmite cargas ao solo, dever-se-á entender a fundação (radier + grupo de estacas) como um único elemento, e por isso será considerado atendido se o F.S. global for superior a 2,0 (dois). Desta forma, todas as possibilidades, mesmo sem estacas, atendem essa condição.

Após essa pré-análise, elaborou-se o problema de otimização com a restrição de recalque máximo de 10 mm e de distorção angular de 0,33%. Os valores de custo assumidos para os grupos anteriores foram mantidos.

## 5.5.2. RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO DO GRUPO 5

Os resultados estão resumidos na Tabela 5.27, onde foram encontradas 30 (trinta) soluções com o uso de apenas três estacas, onde o F.S. global é de 2,52. A Tabela 5.28 apresenta o desenho de todas as soluções encontradas com apenas três estacas. As quatro melhores (com menores recalques) estão apresentadas com maior destaque na Tabela 5.29.

Encontram-se em destaque na Tabela 5.27 com cor (hachura) diferenciada:

- Os valores menores que 9,80 mm; entre 9,80 e 9,90 mm; e maiores que 9,90 mm na coluna recalque máximo (“rec. máx.”);
- O maior e o menor valor de cada uma das seguintes colunas: distorção angular (“dist. ang.”), momento na direção  $x$  (“ $M_x$ ”) e momento na direção  $y$  (“ $M_y$ ”);
- As soluções em que as três estacas estão no limite de carga (6.000 kN) na coluna de porcentagem de carga nas estacas (“% carga”), estão em destaque;
- Na coluna de posições das estacas (“posições”), estão em destaque em fundo mais escuro as opções onde duas estacas não se encontram na borda do radier; em fundo mais claro as opções em que uma das estacas não se encontra na borda; as soluções não destacadas são aquelas em que todas as três estacas estão na borda.

Observando os resultados da Tabela 5.27, verificam-se os baixos valores de distorção angular encontrados, considerando que o limite era de 1/300 (aprox. 0,33%), sendo o maior de 0,047% e o menor de 0,017%.

Pela mesma Tabela 5.27, a tendência é de estacas próximas ou no limite de capacidade de carga (pois  $3 \cdot 6.000 / 43.910 = 40,99\%$ ), notando-se uma tendência de estacas na periferia do radier. Além disso, também há uma grande variação de momentos máximos, especialmente na direção “ $x$ ”, na qual o menor valor absoluto é de 2.217 kN\*m e o maior valor absoluto é de 6.149 kN\*m. Esta variável deve ser verificada com cuidado, pois as quatro soluções na Tabela 5.28 apresentam o mesmo custo de execução (função objetivo = R\$ 342.746,40), e recalques máximos bastante próximos, devendo, então, ser analisada a condição de momentos também. Na melhor alternativa (Caso 17.825.794), verifica-se um alto valor de momento  $X$ , enquanto que para o caso 10.485.762, os valores de momento são bem menores. Verificando o valor das excentricidades geradas pelo carregamento, nota-se que o maior valor é na direção  $x$ , e por isso pelo menos duas estacas das melhores soluções estão na borda esquerda do radier. Já na direção  $y$ , apesar do valor ser um pouco menor, isso também

influi na solução, pois pelo menos duas estacas estão na metade superior, nos melhores resultados obtidos.

Tabela 5.27 – Soluções viáveis com três estacas para o grupo 5.

N.	Ndelta	rec. máx.	rec. mín.	dist. ang.	Mx	My	% carga	posições
1	17.825.794	9,732083	7,573924	0,032%	<b>-6.149</b>	2.556	40,99%	1 ; 5 ; 24
2	18.874.369	9,736633	6,749105	0,046%	-5.139	2.556	40,99%	1 ; 4 ; 25
3	10.485.762	9,782965	7,657942	0,028%	-3.998	2.636	40,99%	2 ; 4 ; 24
4	9.437.188	9,785933	7,914726	0,032%	-5.169	2.679	40,99%	2 ; 5 ; 23
5	12.582.913	9,804227	6,693299	<b>0,047%</b>	-3.795	2.611	40,99%	2 ; 3 ; 25
6	6.291.460	9,831473	8,227228	0,020%	<b>-2.217</b>	<b>2.750</b>	40,99%	3 ; 4 ; 23
7	9.437.192	9,839054	7,582191	0,028%	-5.246	2.549	40,99%	2 ; 5 ; 22
8	5.242.888	9,841823	7,600643	0,035%	-3.826	2.589	40,99%	3 ; 5 ; 22
9	17.825.796	9,848983	7,176420	0,042%	-6.037	2.627	40,99%	1 ; 5 ; 23
10	5.242.896	9,851741	6,613939	0,046%	-4.085	2.583	40,99%	3 ; 5 ; 21
11	4.456.480	9,865640	7,605579	0,032%	-3.704	1.883	40,99%	3 ; 7 ; 20
12	4.259.968	9,869060	8,518514	0,017%	-2.368	1.459	40,95%	3 ; 9 ; 18
13	2.621.472	9,875227	7,655310	0,033%	-4.848	1.829	40,99%	4 ; 6 ; 20
14	4.325.440	9,875989	8,241487	0,021%	-2.697	1.678	40,54%	3 ; 8 ; 19
15	8.421.504	9,876898	8,267946	0,025%	-4.769	1.389	40,99%	2 ; 10 ; 18
16	4.227.328	9,877616	8,411671	0,026%	-3.477	1.814	40,99%	3 ; 10 ; 17
17	2.359.360	9,895637	8,230667	0,021%	-3.816	1.632	40,99%	4 ; 7 ; 19
18	1.572.928	9,922323	8,134905	0,035%	-5.790	1.550	40,99%	5 ; 6 ; 19
19	4.227.584	9,922774	7,514890	0,033%	-4.040	1.950	40,99%	3 ; 10 ; 16
20	1.180.160	9,933719	7,522543	0,033%	-4.764	1.988	40,99%	5 ; 8 ; 16
21	8.454.208	9,938390	8,195445	0,022%	-4.004	1.624	40,99%	2 ; 9 ; 19
22	2.228.352	9,943904	8,551691	<b>0,017%</b>	-3.073	1.469	40,98%	4 ; 8 ; 18
23	2.163.200	9,946459	7,431074	0,034%	-3.915	2.004	40,99%	4 ; 9 ; 16
24	4.203.520	9,947464	8,166965	0,026%	-3.513	1.696	40,99%	3 ; 12 ; 15
25	3.145.744	9,950557	7,259883	0,041%	-5.079	2.583	40,67%	4 ; 5 ; 21
26	1.310.976	9,951550	8,118651	0,022%	-5.087	1.798	40,99%	5 ; 7 ; 17
27	16.810.048	9,952851	8,029748	0,031%	-5.770	1.525	40,99%	1 ; 10 ; 19
28	1.572.992	9,976473	8,053641	0,033%	-5.657	<b>1.363</b>	40,99%	5 ; 6 ; 18
29	8.519.712	9,979112	7,601187	0,032%	-3.915	1.889	40,99%	2 ; 8 ; 20
30	1.310.848	9,979805	8,079365	0,035%	-4.966	1.409	40,99%	5 ; 7 ; 18

Considerando, porém, todos os casos encontrados com três estacas (Tabela 5.27), pode-se realizar uma seleção baseada no momento, considerando, por exemplo, a possibilidade com menor valor de soma dos valores absolutos dos momentos. O caso 4.259.968 apresenta o menor valor ( $2.368 + 1.459 = 3.827$ ), além de baixa distorção angular (0,017%), e poderia ser o mais indicado, pois o recalque, apesar de não ser o menor, está abaixo da tolerância de 10 mm. Observa-se, então, que uma boa sugestão seria a inclusão de outras variáveis na função objetivo, ou que, de alguma forma, o momento pudesse ser considerado no custo do radier, o que reflete a realidade.

O caso com menor recalque máximo (caso 17.825.794) apresenta valor de soma de 8.705 ( $6.149 + 2556$ ), ou seja, o maior valor dentro desta possibilidade de cálculo, de onde se

espera um alto valor real de custo do radier, pois deverá maior quantidade de armadura para ser utilizada para combater os esforços de momento.

Os esforços de cortante não foram analisados, pois esta versão do programa não calculava este tipo de esforço, entretanto, espera-se, também, grandes valores para os casos com maiores distorções angulares ou esforços de momento.

Tabela 5.28 - Desenho das soluções da Tabela 5.27.

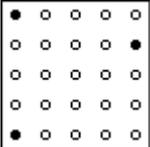
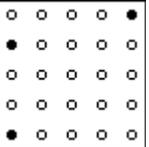
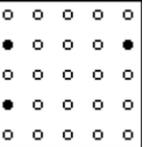
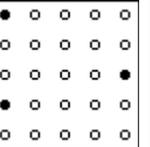
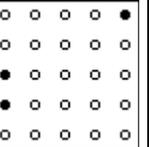
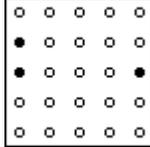
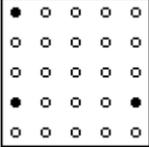
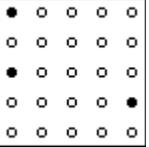
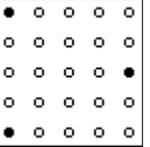
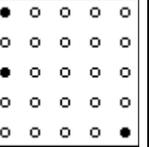
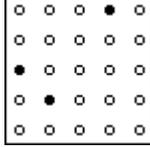
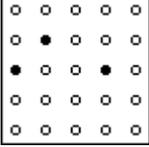
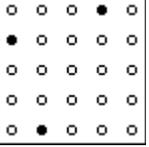
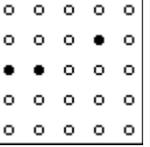
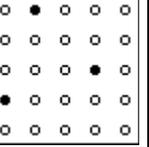
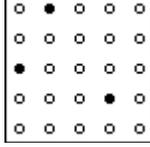
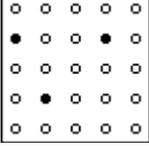
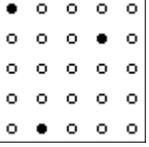
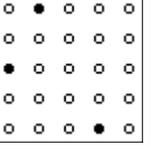
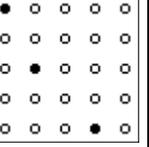
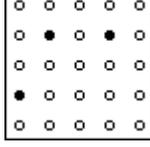
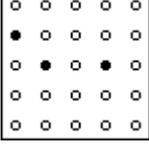
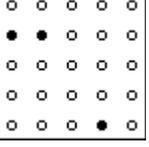
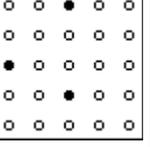
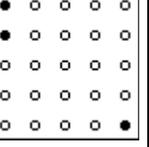
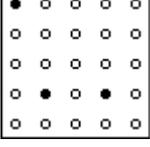
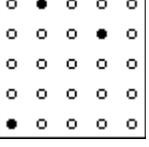
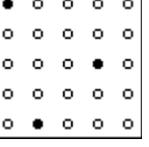
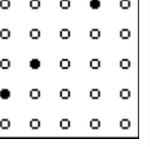
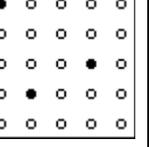
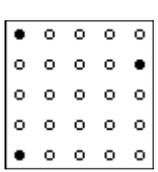
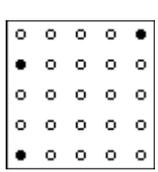
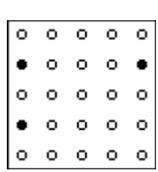
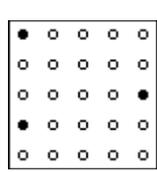
<b>Caso</b>	<b>17.825.794</b>	<b>18.874.369</b>	<b>10.485.762</b>	<b>9.437.188</b>	<b>12.582.913</b>
<b>Desenho</b>					
<b>Caso</b>	<b>6.291.460</b>	<b>9.437.192</b>	<b>5.242.888</b>	<b>17.825.796</b>	<b>5.242.896</b>
<b>Desenho</b>					
<b>Caso</b>	<b>4.456.480</b>	<b>4.259.968</b>	<b>2.621.472</b>	<b>4.325.440</b>	<b>8.421.504</b>
<b>Desenho</b>					
<b>Caso</b>	<b>4.227.328</b>	<b>2.359.360</b>	<b>1.572.928</b>	<b>4.227.584</b>	<b>1.180.160</b>
<b>Desenho</b>					
<b>Caso</b>	<b>8.454.208</b>	<b>2.228.352</b>	<b>2.163.200</b>	<b>4.203.520</b>	<b>3.145.744</b>
<b>Desenho</b>					
<b>Caso</b>	<b>1.310.976</b>	<b>16.810.048</b>	<b>1.572.992</b>	<b>8.519.712</b>	<b>1.310.848</b>
<b>Desenho</b>					

Tabela 5.29 – Resumo das quatro melhores soluções da Tabela 5.27.

Caso	17.825.794		18.874.369		10.485.762		9.437.188	
Momento Mx máx (kN*m)	-6149		-5139		-3998		-5169	
Momento My máx (kN*m)	2556		2556		2636		2679	
Recalque máximo (mm) – nó n°.	9,732	120	9,737	135	9,783	134	9,786	118
Recalque mínimo (mm) – nó n°.	7,574	256	6,749	256	7,658	256	7,091	16
Recalque diferencial (mm)	2,16		2,99		2,13		2,69	
Distorção angular (%) entre os nós	0,032 30-15		0,046 222-240		0,028 219-236		0,032 29-14	
Desenho								

O caso com 25 estacas apresenta um exemplo bastante interessante onde a metodologia de otimização implementada no programa conseguiu demonstrar que apenas três estacas seriam suficientes para um bom desempenho. A otimização baseada apenas na experiência e prática corrente nas obras indicou treze estacas como valor “ideal”. A redução de custo foi da ordem de 36,15% entre o caso com as 25 estacas (R\$ 536.821,40) e o caso com apenas três estacas (R\$ 342.746,37), ou mesmo 20,47% se a referência for o caso com treze estacas (otimização manual, R\$ 430.962,30). Demonstrou-se, assim, o quanto ainda pode ser melhorado o processo de otimização de um radier estaqueado com o uso de uma ferramenta numérica.

Deve-se lembrar que as soluções apresentadas nesta discussão não são as respostas finais para o problema, pois tanto o artigo de Sales *et al.* (2002) quanto esta dissertação estão considerando somente a atuação da carga vertical, sem vento, e não está sendo considerada a não-linearidade no problema quanto ao comportamento do solo e das estacas.

## 5.6. ANÁLISE DO TEMPO COMPUTACIONAL GASTO

Após a realização das diversas análises, verificou-se que o tempo gasto para resolução dos problemas de otimização cresce de forma exponencial em relação ao número de variáveis, para o tipo de análise utilizada neste trabalho. Assim, para os exemplos iniciais de radier com nove estacas (grupos 1, 2 e 3), o tempo gasto para resolução de cada restrição de recalque variava de 5 a 30 minutos, de acordo com o nível de exigência da restrição, sendo que cada análise no GARP levava em torno de 3,5 segundos.

Nos casos em que se adotou o radier com quinze estacas (grupo 4), o tempo gasto pelo computador variou de 8 h (480 min) a 68 h (4080 min), com gasto de 7,5 segundos para cada análise no GARP.

Já para o caso do radier com 25 estacas (grupo 5), que rodou somente casos com no máximo quatro estacas (grande redução no tempo computacional), o algoritmo, assim mesmo, levou aproximadamente 7,4 dias (177 h ou 10.620 min) para realizar a tarefa, com o GARP gastando em torno de 60 segundos para cada configuração analisada.

Esses valores foram obtidos utilizando-se um computador com processador de 2.13 GHz, com 256 MB de memória, rodando sob a plataforma Windows XP, cujas características eram consideradas de primeira linha há dois anos atrás. Considerando que os computadores avançam em qualidade e velocidade de processamento de dados (dobram a velocidade a cada dois ou três anos), o tempo gasto para análise reduzirá significativamente dentro de pouco tempo, o que tornará a obtenção de soluções para os problemas aqui analisados bem mais rápida.

Além disso, é possível separar o problema em partes e rodar cada parte separada em um computador, realizando, ao fim, apenas uma análise dos melhores resultados de cada otimização. A perda de horas em máquina refletirá em ganho de horas do profissional, que ficará livre para trabalhar e analisar outras demandas do projeto, tais como cronogramas, orçamentos e planejamento de obra.

---

## 6. CONCLUSÕES

---

Há algum tempo o projetista de fundações já não realiza apenas a verificação se a estrutura atende a capacidade de carga e recalque. Atualmente, já realizam uma otimização da fundação utilizando, porém, a capacidade de carga como fator principal. Deste modo, buscam determinar, por exemplo, a quantidade de estacas necessárias para que se atenda à capacidade mínima para suportar a carga advinda da supra-estrutura, ou então determinar qual diâmetro de estaca será mais econômico para se utilizar no bloco.

Entretanto, verificou-se neste trabalho que o recalque é um fator limitante bastante importante, devendo fazer parte das considerações de cálculo, já que em muitos casos, a fundação tem capacidade portante suficiente para a carga da edificação, porém não apresentando um recalque máximo admissível, ou até mesmo uma distorção angular que atende a função específica da fundação. Assim, o uso de uma ferramenta de otimização é de extrema importância para auxiliar no projeto e escolha da melhor alternativa de fundação.

Além disso, pode-se concluir da revisão sobre fundações:

- A importância da consideração do radier no cálculo do sistema de fundações estacadas, pois representa uma melhoria no método de cálculo e ganho em capacidade de carga, melhor redistribuição de cargas entre as estacas e redução dos recalques (máximo e diferencial).
- Apesar dos diversos programas para auxiliar no dimensionamento, existem poucos trabalhos explorando metodologias de otimização no projeto de fundação. Este, ainda, é quase sempre determinado pela experiência do projetista ou através de otimizações manuais, onde somente algumas poucas possibilidades são consideradas, e nem sempre uma boa solução será a melhor solução.

Sobre os resultados, destacam-se as conclusões:

- O tipo de carregamento influencia o posicionamento ótimo das estacas, deslocando-as para próximo do ponto de aplicação da carga ou, no caso das cargas distribuídas, para a região periférica do radier. Vale destacar que deve ser sempre considerado a tendência

de aumento na distorção angular e recalque diferencial, quando se projeta estacas na periferia do radier;

- Formas manuais de definir posição das estacas podem levar o projetista a caminhos incertos, pois, como visto neste trabalho, a variação do diâmetro das estacas, do tipo de solo e do posicionamento da carga influenciam muito na resposta da otimização;
- Em alguns trabalhos foi recomendado a colocação de estacas no centro do radier (Horikoshi & Randolph, 1996), o que divergiu do resultado da otimização do grupo 5, onde os melhores resultados foram com estacas próximas a borda do radier. Isto se justifica pela forma distinta de otimização, pois no trabalho dos autores acima, a variável que se procurava reduzir era sempre o recalque diferencial. Já nesta dissertação, a função otimizadora é a redução de custo, sendo tanto a distorção angular, quanto o recalque máximo apenas restrições de projeto, com valores especificados pelo usuário;
- A exigência de menores recalques na fundação encarece bastante a solução empregada e, dependendo do carregamento e do projeto (ou configuração) inicialmente proposto, é mais vantajoso realizar uma nova análise com uma nova configuração da geometria do radier ou características das estacas;
- Os resultados obtidos do grupo 5, caso criado a partir de uma obra real, demonstrou a grande potencialidade de aplicação da otimização em fundações de radier estaqueado. A redução de custo foi da ordem de 36,15% entre o caso real com 25 estacas e o caso com apenas três estacas, resultado obtido nesta dissertação, ou mesmo 20,47% se a referência for o caso com treze estacas da otimização manual realizada no artigo de Sales *et al.* (2002).

São sugestões para trabalhos futuros:

- Deve-se testar o programa em Algoritmos Genéticos e verificar se o tipo de problema se adequa bem ao uso desta técnica. Após isso, comparar e verificar se a utilização deste algoritmo não compromete a obtenção da melhor solução, devido a possibilidade de se obter mínimos locais.
- Permitir comportamento não-linear nas estacas, de acordo com a curva carga-recalque obtida de campo e verificar e analisar a tendência de resultados obtidos;
- Realizar tentativas utilizando algum método matemático, talvez combinado com o branch-and-bound, que se mostrou bastante promissor para resolução de problemas de variáveis discretas;

- Incluir de modo mais eficiente os esforços (cortante e momento) na avaliação do resultado da otimização, e não somente numa avaliação final. Tanto o esforço de momento, quanto o de cortante influenciam no uso de armadura na estrutura do bloco e assim encarecerá o valor do bloco por metro cúbico;
- Utilizando o programa GARP, verificou-se que a relação "...incremento de altura resulta em redução de recalque..." ocorre até certo ponto, havendo uma situação ótima em que, a partir deste ponto, incrementos de altura aumentam o recalque da fundação. Esta situação deve ser verificada para outros programas ou metodologias de cálculo;
- Realizar análises com exemplos mais refinados, como, por exemplo, utilizar radier's com altura maior nas proximidades de aplicação da carga, ou permitir o incremento somente nestas regiões, pois se espera que o efeito do incremento seja mais relevante desta forma;
- Analisar os casos deste trabalho em outros programas, a fim de comparar os dados obtidos das otimizações;
- Aplicar esta versão do programa a outros casos da literatura para melhor exemplificar todo o potencial da técnica de otimização de radier estaqueado:
- Realizar estudos no uso de otimização quando de reforço em fundações.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akinmusuru, J. O. (1973). The Influence of a Pile Cap on a Bearing Capacity of Piles in Sand. Dissertação de Mestrado. Univ. of Zaria, Nigéria.
- Almeida, S. R. M. (2001). Contribuição ao Projeto Ótimo de Cabos em Vigas de Concreto Protendido. Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ.
- Assan, A. E. (1999). Método dos Elementos Finitos: Primeiros Passos. Editora da UNICAMP, Campinas, São Paulo.
- Bezerra, J. E. (2003). Estudo do Comportamento de Fundações em Radier Estaqueado: Conceitos e Aplicações. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-104-03, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 193p.
- Burland, J. B., Broms, B. B. & Mello, V. F. B. (1977). Behaviour of foundations and structures. Proc. 9<sup>th</sup> ICSMFE, Tokyo, Japan, 2 : 495-546.
- Castilho, V. C. (2002). Otimização de Componentes de Concreto Pré-moldado Protendidos Mediante Algoritmos Genéticos. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 283p.
- Clancy, P. & Randolph, M. F. (1993). An approximate analysis procedure for piled raft foundations. International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 17(12), 849-869.
- Cook, R. D. (1981). Concepts and Applications of Finite Element Analysis. John Wiley & Sons, Singapore. Second Edition.
- Cunha, R. P., Bezerra, J. E., Small, J. C. & Zhang, H. H. (2002). Parametric Analysis of Piled Rafts Founded on a Tropical Clay of Brazil. In: IX International Conference of Piling and Deep Foundation, 2002, Nice. IX International Conference of Piling and Deep Foundation, 2002. v. 1. p. 249-256.
- Cunha, R. P., Poulos, H. G. & Small, J. C. (2001). Investigation of Design Alternatives for a piled Raft Case History. Journal Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Estados Unidos da América, 127(8): 635-641.
- Davis, E. H. & Poulos, H. G. (1972). The analysis of pile-raft systems. Australian Geomechanics. Journal. Austrália, G2(1): 21-27.
- De Sanctis, L., Russo, G. & Viggiani, C., (2002). Piled Raft on Layered Soils. Proceedings - Ninth International Conference on Piling and Deep Foundations, Nice, France, (DFI), p 279-285.
- Fleming, W. G., Welman, A. J., Randolph, M. F. & Elson, W. K. (1985). Piling Engineering. Surrey University Press.
- Goldbarg, M. C. & Luna, H. P. L. (2000). Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos. Editora Campus. Rio de Janeiro, RJ.

- Hadley, G. (1982). Programação Linear. Guanabara Dois. Rio de Janeiro, RJ, 460 p.
- Hehl, M. E. (1986). Linguagem de Programação Estruturada FORTRAN 77. McGraw-Hill. São Paulo, SP, 511 p.
- Haftka, R. T. (1993). Elements of Structural Optimization, Solid Mechanics and its Applications. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Holanda.
- Horikoshi, K. & Randolph, M. F. (1996). Centrifuge Modelling of Piled Raft Foundations on Clay. *Geotechnique*, 46(4): 741-752.
- Horikoshi, K. & Randolph, M. F., (1997). Optimum Design of Piled Raft Foundations. Proc. 14<sup>th</sup> ICSMFE, Hamburg, p. 1073-1076.
- Horikoshi, K. & Randolph, M. F., (1998). A Contribution to Optimum Design of Piled Rafts. *Geotechnique*, 48(3): 301-317.
- Menezes, I. F. M. (1990). Análise Limite de Lajes de Concreto Armado. Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, RJ, 193p.
- Liu, J. L., Yuan, Z. L., & Zhang, K. P. (1985). Cap-Pile-Soil Interaction of Bored Pile Groups. Proc. 11th ICSMFE, San Francisco, 4 : 1433-1436.
- Mandolini, A. (2003). Design of piled raft foundations: Practice and development, Proc. 4th Int. Geotechnical Seminar on Deep Foundation on Bored and Auger Piles, Ghent, Millpress, Rotterdam, pp.59-80.
- Meyerhof, G. G. (1959). Compaction of Sand and Bearing Capacity of Piles. *Journal of Geot. Eng. Div., ASCE*, 85 (SM6) : 1-29.
- Moyes, P., Poulos, H.G., Small, J.C. & Badelow, F. (2005). Piled Raft Design Process for a High-Rise Building on the Gold Coast, Australia. Proceedings of the 6th International Conference on Tall Buildings, Hong Kong, 6-8 September 2005, pp.241-249.
- O'Neil, M. W., Caputo, V., De Cock, F., Hartikanien, J. & Mets, M. 1996. Case histories of pile supported rafts. Report for ISSMFE TC18, University of Houston, Texas.
- Phung, D. L. (1993). Footings With Settlement-Reducing Piles in Non-Cohesive Soil. PhD Thesis, Dep. Of Geotechnical Eng. Chalmers Univ. of Technology, Gothenburg, Sweden, 191p.
- Poulos, H. G. (1968). The influence of a rigid pile cap on the settlement behaviour of an axially loaded pile. *Civil Eng. Trans. Inst. Civil Engrs. Aust. Vol. C.E. 10* : 206-208.
- Poulos, H. G. (1980). DEFPIG – User's Guide. Centre of Geotechnical Researches. Univ. of Sydney, Australia.
- Poulos, H. G. (1989). Pile Behaviour - Theory and Application. *Geotechnique*, 39(3): pp. 365-415

- Poulos, H. G., (1991). Foundation Economy Via Piled-Raft Systems. Keynote Paper of Piletalk International '91. 13-14 August 1991: Kuala Lumpur, Malaysia. p. 97-106.
- Poulos, H. G. (1994a). An approximate numerical analysis of pile-raft interaction. *Int. Journal for Num. & Anal. Meth. In Geomechanics*, 18 : 73-92.
- Poulos, H. G. (1994b). Alternative Design Strategies for Pile Raft Foundations. 3rd Int. Conf. Deep Foundations, Singapore, p. 239-244.
- Poulos, H. G. (1999). Common Procedures for Foundations Settlement Analysis - Are They Adequate? Proc. 8th Australia-New Zealand Conf. on Geomechanics, Hobart, Australia, 1: p. 3-25.
- Poulos, H. G. (2001). Piled Raft Foundations: design and applications. *Geotechnique* 51(2), p. 95-113.
- Poulos, H. G. & Davis, E. H. (1980). *Pile Foundations Analysis and Design*. John Wiley and Sons, New York, 397p.
- Randolph, M. F. (1983). Design of Piled Raft Foundations. Cambridge University, Eng. Depart. Reserach Report, Soils TR143.
- Randolph, M. F. (1994). Design Methods for Pile Groups and Piled Rafts. Proc. 13<sup>th</sup> ICSMFE, New Delhi, 1 : 61-82.
- Randolph, M. F. & Wroth, C. P. (1978). Analysis of Deformation of Vertically Loaded Piles. *Journal of Geot. Eng. Div., ASCE*, 104(12) : 1465-1488.
- Randolph, M. F. & Wroth, C. P. (1979). An Analysis of the Vertical Deformation of Pile Group. *Geotechnique*, 29(4) : 423-439.
- Russo, G. & Viggiani, C. (1998). Factors Controlling Soil-Structure Interaction for Pile Rafts. *Internacional in Urban Civil Engineering, Darmsfadt*, pp. 297-322.
- Sales, M. M. (2000). Análise do Comportamento de Sapatas Estaqueadas. Tese de Doutorado, Publicação G.TD/002A, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 229p.
- Sales, M. M., Cunha, R. P., Camapum de Carvalho, J. & Silva, C. M. (2002). Previsões de Comportamento de um Radier Estaqueado no Distrito Federal. *Anais do XII COBRASEMSEG, São Paulo, V.3*, pp. 1459-1469.
- Sert, S. & Önalp, A. (2003). Use of Piled Rafts in Adapazari Soils. XIII ECSMGE. Vol. 2 pp. 377-382.
- Silva, E. C. N.(2003). PMR-5215 - Otimização Aplicada ao Projeto de Sistemas Mecânicos. Departamento de Engenharia Mecatrônica e Sistemas Mecânicos Escola Politécnica da USP São Paulo 2003 (Apostila).
- Skempton, A. W. (1953). Discussion Contribution: Piles and Piles Foundations, Settlement of Pile Foundations. Proc. 3<sup>rd</sup> ICSMFE, Zurich, 3 : 172.

Small, J. C. & Poulos, H. G. (1998). User's Manual of GARP6. Centre of Geotechnical Researches. Univ. of Sydney. Australia.

Sousa, L. C. M. & Cunha, R. P., (2005). Estudo Experimental de Comportamento de Sapatas Estaqueadas Assentes em Solo Poroso Colpasível. Solos e Rochas, São Paulo, 28, (2): 229-240, Maio-agosto-2005.

Winston, W. L. (1994). Operations Research: Applications and Algorithms. Duxbury Press. Third Edition. Belmont, California, Estados Unidos.

Zhang, H. H. & Small, J. C. (2000). Piled Raft Foundations Subjected to General Loads, John Booker Memorial Symposium, 2000, Eds. D. W. Smith and J. P. Carter, A. A. Balkema, pp. 431-444.

# ANEXO A: MANUAL DO USUÁRIO PARA O GARP\_OTI

Este manual segue as instruções contidas no manual para o GARP 7.0 (modificação do GARP 6.0 no trabalho de Sales, 2000), com o acréscimo dos itens 49 a 67:

## DATA ITEM 49

IOTIM = 0 : não há dados para otimização;

IOTIM = 1 : há dados para otimização, modo dados para o arquivo de saída mais detalhado (arquivo de saída de dados maior);

IOTIM = 2 : há dados para otimização, modo dados para o arquivo de saída medianamente detalhado;

IOTIM = 3 : há dados para otimização, modo dados para o arquivo de saída menos detalhado (arquivo de saída de dados menor);

IOTIM = 9 : há dados para otimização, modo utilizado para continuar processamento quando houver interrupção no processamento de dados, como por exemplo na falta de energia (opção emergencial).

## DATA ITEM 50

IBSLH = 0 : não há dados para otimização da altura do radier(bloco);

IBSLH = 1 : há dados para otimização da altura do radier(bloco);

Caso IBSLH = 0, saltar para ITEM 52.

## DATA ITEM 51

Leitura de zeroH(variação inicial do valor da altura), finalH(variação final do valor da altura) e DeltaH (incremento na altura).

## DATA ITEM 52

IBSLN = 0 : não há dados para otimização da quantidade de estacas;

IBSLN = 1 : há dados para otimização da quantidade de estacas;

Caso IBSLN = 0, saltar para ITEM 54.

## DATA ITEM 53

Leitura de Nzero(quantidade mínima de estacas), Nfinal(quantidade final de estacas) e NDelta (incremento na quantidade de estacas).

#### **DATA ITEM 54**

MBSL : quantidade de estacas travadas (fixas para a solução do problema);

Caso MBSL = 0, saltar para ITEM 56.

#### **DATA ITEM 55**

Lê o número das estacas que estão travadas (MBSL valores).

#### **DATA ITEM 56**

IBSLT = 0 : não haverá variação nos tipos de estacas;

IBSLT = 1 : haverá variação nos tipos de estacas;

Caso IBSLT = 0, saltar para ITEM 59.

#### **DATA ITEM 57**

increT : tipos diferentes de estacas que serão estudadas. Deve ser igual à quantidade já declarada no ITEM 43 (ITYPE).

#### **DATA ITEM 58**

Lê increT linhas, contendo as seguintes variáveis:

ITY : número do tipo da estaca;

PLL : comprimento da estaca tipo ITY;

PDL : diâmetro da estaca tipo ITY;

ELSTIFL : módulo de rigidez da estaca tipo ITY;

RF11 : parâmetro para acerto da curva hiperbólica de comportamento carga-recalque da estaca tipo ITY;

RF22 : parâmetro exponencial para acerto da curva hiperbólica de comportamento carga-recalque da estaca tipo ITY;

PUCOML : capacidade da estaca tipo ITY à compressão;

PUTENL : capacidade da estaca tipo ITY à tração;

SORED L : fator de supressão do movimento do solo.

#### **DATA ITEM 59**

WTOLE : restrição de recalque máximo.

#### **DATA ITEM 60**

WDTOLE : restrição de distorção angular.

### **DATA ITEM 61**

BSL(1) : restrição de custo.

### **DATA ITEM 62**

INBSL : quantidade de nós a serem utilizados para cálculo da distorção angular;

Caso INBSL = 0, assumir todos os nós serão utilizados no cálculo e saltar para o ITEM 64.

### **DATA ITEM 63**

Lê INBSL nós, os quais serão utilizados no cálculo da restrição de distorção angular.

### **DATA ITEM 64**

BSL01 : custo por m<sup>3</sup> para execução de radier(bloco);

BSL02 : custo por m<sup>3</sup> para execução de estaca.

=> Caso IOTIM = 9 (opção emergencial), haverá leitura dos DATA ITENS 67 a 69.

### **DATA ITEM 65**

Lê as seguintes variáveis, referentes ao caso onde se obteve o menor recalque máximo

WMENOR : menor recalque máximo encontrado;

BSL(6) : valor do custo;

BSL(7) : valor de variação de altura;

BSL(8) : valor de distribuição das estacas (caso);

BSL(9) : valor da distorção angular;

LOTIM : número do carregamento do menor recalque máximo encontrado.

### **DATA ITEM 66**

Lê as seguintes variáveis, referentes à melhor solução encontrada, dentro das restrições:

WBSL : recalque máximo;

BSL(1) : valor do custo;

BSL(2) : valor de variação de altura;

BSL(3) : valor de distribuição das estacas (caso);

BSL(4) : valor da distorção angular.

## **DATA ITEM 67**

Lê as seguintes variáveis, referentes ao ponto de interrupção do processamento:

IBSLH : valor da variação da altura;

IBSLN : valor de distribuição das estacas (caso);

NOTIM : número de casos analisados;

KOTIM : número de casos aceitos, ou seja, dentro das restrições;

JOTIM : possibilidades aceitas.

## ANEXO B: EXEMPLO DE ARQUIVO DE ENTRADA

Abaixo o arquivo de entrada de dados para o grupo 4, carga distribuída e  $D = 1,0$  m:

```
Bloco 5x3 do CILANCE (15x9m ; 5x3:1111111111111111 ; L=10m ; D=1m)
none
20000000.0 0.20
1
1 135 1 1.00
reg
9 15
1 1
part
0
0
autobc
1
1 135 1 300.
0
0
0
5 1 0
7.0 10 20000. 0.35
3.0 10 50000. 0.35
3.0 10 70000. 0.35
3.0 10 100000. 0.35
34.0 10 125000. 0.35
0 0
1
500. 0.          Tensao maxima no contato solo/bloco
15 1
0 1 0.33 0.5 20
1
1 11 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
2 14 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
3 17 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
4 38 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
5 41 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
6 44 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
7 65 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
8 68 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
9 71 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
10 92 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
11 95 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
12 98 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
13 119 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
14 122 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
15 125 1 10.0 1 450000.0 0 1 10000.0 1. 0.
1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5 4.0 4.5 5.0 5.5 6.0 7.0 8. 9. 10. 12. 15. 20. 30. 50.
0.469 0.394 0.342 0.304 0.274 0.250 0.230 0.213 0.199 0.186 0.174 0.154 0.138 0.123 0.111 0.091 0.070 0.047
0.026 0.012
1          sim, otimiza
0          não otimiza altura
1          otimiza quantidade de estacas
0 15 1
0          não há estacas travadas
0          não há outros tipos
0.040
0.005
9e5
0          nos a serem calculados
600 600
```