

**MECÂNICA DA FRATURA BASEADA EM DEFORMAÇÃO APLICADA EM
FADIGA POR FRETING**

EDUARDO MARTINS FONTES DO RÊGO

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**MECÂNICA DA FRATURA BASEADA EM DEFORMAÇÃO
APLICADA EM FADIGA POR FRETTING**

EDUARDO MARTINS FONTES DO RÊGO

ORIENTADOR: ANTONIO CARLOS DE OLIVEIRA MIRANDA

TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

**PUBLICAÇÃO: E.TD - 002A/17
BRASÍLIA/DF: MAIO – 2017**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**MECÂNICA DA FRATURA BASEADA EM DEFORMAÇÃO
APLICADA EM FADIGA POR FRETTING**

EDUARDO MARTINS FONTES DO RÊGO

**TESE SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

APROVADA POR:

**Prof. Antonio Carlos de Oliveira Miranda, DSc (ENC/UnB)
(Orientador)**

**Prof. Francisco Evangelista Júnior, PhD (ENC/UnB)
(Examinador Interno)**

**Prof. Jaime Tupiassú Pinho de Castro, PhD (PUC-Rio)
(Examinador Externo)**

**Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, DSc (ENM/UnB)
(Examinador Externo)**

BRASÍLIA/DF, 31 DE MAIO DE 2017

FICHA CATALOGRÁFICA

FONTES DO RÊGO, EDUARDO MARTINS

Mecânica da Fratura Baseada em Deformação Aplicada em Fadiga por *Fretting* [Distrito Federal] 2017.

xvii, 120p, 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Estruturas e Construção Civil, 2017).

Tese de Doutorado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1.Fadiga por *fretting*

2.Propagação de trinca

3.Elementos finitos

4.Função peso

I. ENC/FT/UnB

II. Título (Doutor)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FONTES DO RÊGO, E. M. (2017). Mecânica da Fratura Baseada em Deformação Aplicada em Fadiga por *Fretting*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD - 002A/17, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 120p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Eduardo Martins Fontes do Rêgo.

TÍTULO: Mecânica da Fratura Baseada em Deformação Aplicada em Fadiga por *Fretting*.

GRAU: Doutor

ANO: 2017

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Eduardo Martins Fontes do Rêgo

Av. José Rodrigues, Centro, Número 1, 64.550-000,

São Francisco do Piauí – PI – Brasil.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Antonio Miranda, pela orientação, engajamento, dedicação e compromisso para a conclusão deste trabalho. Além do seu empenho como orientador, o Professor Miranda convenceu-me de que a relação aluno/professor pode ir além, e hoje posso afirmar que tenho mais um amigo.

À UnB, pela estrutura disponibilizada, e aos professores Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil (PECC), em especial àqueles que demonstram compromisso e dedicação à função de educar. Agradeço também aos funcionários do PECC por realizarem seus trabalhos com responsabilidade.

Aos colegas do PECC, pelos diversos “cafés” compartilhados, em geral com muito conhecimento aleatório e sorrisos largos, que apesar da luta diária para atingir metas, sempre estavam presentes em nossas conversas. Um abraço especial aos amigos Elaine, Erwin, Fellipe, Guilherme, Iago, Iuri, Jerfson, Jonathas, Maria Paz, Mário, Nailde, Nathaly, Pablo, Ramon, Walisson e Yina.

Aos amigos que fizeram parte do grupo de pesquisa do Prof. Miranda, dentre os quais destaco os amigos Agno, Cleiton, Jonathas e Marcelo, a ajuda de cada um foi de grande valia.

Aos que compartilharam comigo a mesma residência, carinhosamente chamada de República dos Piauienses ou, simplesmente, Kit 111. Ao chegar em casa e encontrar Américo, Fabiano, Gelson e Paulo Júnior, eu tinha certeza que estaria em um local leve e divertido.

Agradecimento especial aos meus grandes amigos Gelson, Wanderley e Alejandra. O conforto que estes trouxeram a mim, em diversos momentos, estreitou nossa relação ao patamar de irmãos.

Aos familiares e amigos que moram em Brasília, por estarem por perto durante todo este período. Em especial às minhas primas Franciana, Maria Raimunda, Marizete, Virilane e Vania, à minha tia Irelida, ao amigo Pedro Tito, e ao casal de amigos Júnior e Renata.

À Universidade Federal do Piauí (UFPI), pelo incentivo dado à capacitação do seu corpo docente, possibilitando minha vinda para Brasília e, assim, a conclusão desta tese. Agradeço aos amigos do Departamento de Estruturas e aos colegas da UFPI, em especial

aos professores Calebe, Oneida e Mascarenhas. Agradeço também aos meus ex-alunos da UFPI, sobretudo aos que demonstraram bastante entusiasmo ao saberem que eu realizaria este sonho.

Ainda que já tenha se passado muitos anos, agradeço aos meus professores da Universidade Estadual do Piauí (UESPI), sobretudo àqueles que eu considero ser referência profissional, são eles: Prof. Jonathan Madeira, Prof. Mauricio Campos e Prof. Frederico Fernandes.

Aos amigos da FC Engenharia, pelo conhecimento compartilhado.

Aos amigos de graduação, Genilton, Helton, Ítalo, Joaquim, Olavo, Rafael e Taciana, pela companhia e carinho. Um agradecimento especial ao Rafael, que por morar perto do aeroporto de Teresina “suportou” minhas idas e vindas a Brasília.

Aos amigos Eduardo Costa, Eduardo Santos, Ênnia, Eugênio, Gerlany, Guiô, Mara Suellem, Patrícia e Tia Eva, pela receptividade quando fui morar na primeira capital do Piauí, Oeiras. Nessa cidade fui acolhido como um filho pelo meu Tio Severo e minha Tia Rosário (em memória). Com meus tios aprendi que uma casa não representa o tamanho de um coração, eram três filhos e mais dois sobrinhos compartilhando o mesmo lar.

À minha querida cidade, São Francisco do Piauí, local que abriga minha família e amigos de infância, entre eles, Acassio, Alder, Aluísio, Amurany, Anderson, Cristiano, Josimar Jr, Rafael e Tássio.

À minha família, cuja quantidade de membros é enorme, mas destaco aqui alguns que estiveram mais presentes durante os últimos quatro anos. Meus tios, Ceíça, Cícero Filho, Florência, Giselda, Laura, Maristela, Rosivaldo, Sidimário, Trindade e Zé Natal, meus padrinhos, Chico Fontes e Iracema, meus primos, Adryely, Alexandra, Anderson, Ângelo, Laércio, Layssa, Rayla, Rayssa e Werbet, meus avós, Aiá (em memória), Leonildes, e Oiô (em memória), e meus afilhados, João Vitor e Herick.

Aos meus padrinhos, Raimundo e Fátima Fontes, e aos meus primos Hénderon, Hémerson e Rhayanne. A nossa relação é muito forte. Os tenho como minha família, e sinto que a recíproca é verdadeira. Esta família me apoiou em todos os momentos possíveis, acredito que desde o meu nascimento. Sou muito feliz por ter vocês por perto.

À Jeane, pelo carinho, apoio e companheirismo, e por muitas vezes pedir a Deus para que tudo desse certo.

Ao meu irmão Wagner, por ser meu melhor amigo e por me ajudar em diversas etapas deste trabalho. A admiração que tenho por Wagner é evidente aos olhos de quem me conhece, eu sou seu maior fã.

Para finalizar, agradeço aos meus pais, Carmelita e Chagas Fontes, por muitas vezes abdicaram dos seus sonhos para realizarem os meus sonhos e os sonhos do meu irmão. Todo o carinho, toda a saudade, todos os gestos de amor transmitidos a mim, tudo isso me deu forças para continuar firme.

Dedico esta tese aos meus pais,
Carmelita e Chagas Fontes, e ao
meu irmão, Wagner.

RESUMO

MECÂNICA DA FRATURA BASEADA EM DEFORMAÇÃO APLICADA EM FADIGA POR FRETTING

Autor: Eduardo Martins Fontes do Rêgo

Orientador: Antonio Carlos de Oliveira Miranda

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, Maio de 2017

No presente trabalho é proposta uma metodologia para estimar a vida útil de componentes sob fadiga por *fretting* utilizando o modelo da Mecânica da Fratura Baseada em Deformação (MFBD), que é basicamente um modelo da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) desenvolvido para considerar os efeitos da não linearidade do material. Neste modelo não há necessidade de distinguir a vida em iniciação e propagação de trincas, a vida é considerada como sendo apenas de propagação. Considera-se a modelagem de trinca curta, na qual o comportamento do material é não linear, isto é, fora do domínio da MFLE. A propriedade de plasticidade do material é levada em conta pela curva de Ramberg-Osgood em associação com a regra de Neuber. No final do processo de estimativa de vida, a regra de crescimento de trincas de Paris-Erdogan é aplicada para obter o número de ciclos. O fator de intensidade de tensão é obtido pelo método da Função Peso, no qual as distribuições de tensões são obtidas pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) por meio do programa comercial ANSYS, onde considera-se o contato entre dois corpos. A análise numérica apresentada aqui para a estimativa da vida de fadiga por *fretting* é comparada com dados experimentais do alumínio 7050-T7451.

Palavras-chave: Fadiga por *fretting*, Propagação de trinca, Elementos Finitos, Função Peso

ABSTRACT

STRAIN-BASED FRACTURE MECHANICS APPLIED TO FRETTING FATIGUE

Author: Eduardo Martins Fontes do Rêgo

Supervisor: Antonio Carlos de Oliveira Miranda

Post-graduation Program in Structure and Civil Construction

Brasilia, May of 2017

In the present work, a methodology is proposed to estimate the life of components under fretting fatigue using Strain-based Fracture Mechanics (SBFM) models, which is basically a modification of the Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM) to consider the non-linear properties of materials under the aforementioned condition. This model does not require two steps to model fatigue life, being considered only the life propagation. A short crack behavior is applied here, where the material behavior is non-linear, i.e., outside the LEFM domain. The plasticity property of the material is taken into account by the Ramberg-Osgood curve in association with the Neuber rule. At the end of the process, the Paris-Erdogan crack growth rule is applied to estimate the fatigue life N . The Stress Intensity Factor is obtained by Weight Function method, where the stress distribution are computed by Finite Element Method (FEM) through the commercial program ANSYS, taking in consideration the contact between the surfaces. The numerical analysis presented here for estimation of fretting fatigue life is compared with experimental available data from aluminum 7050-T7451.

Keywords: Fretting fatigue, Crack propagation, Finite Element, Weight Function

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1.OBJETIVOS	5
1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	5
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1.FRETTING	7
2.2.TRABALHOS RELACIONADOS	10
2.3.QUANTIFICAÇÃO DA FADIGA	18
2.3.1. Método S-N.....	19
2.3.2. Método ϵ -N	21
2.3.3. Método da/dN	22
3. METODOLOGIA PROPOSTA.....	23
3.1.MÉTODO DA MECÂNICA DA FRATURA BASEADA EM DEFORMAÇÃO (MFBFD)	23
3.2.FUNÇÃO PESO	33
3.3.ANÁLISE DE SIMULAÇÃO PROBABILÍSTICA	37
4. MODELAGEM NUMÉRICA	39
4.1. VALIDAÇÃO DE MODELO DE CONTATO.....	39
4.2. VERIFICAÇÃO NUMÉRICA DA FUNÇÃO PESO	43
4.3. INFLUÊNCIA DO COF, MATERIAL, RAIOS DA SAPATA E TENSÃO NOMINAL NO FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO K_p	49
4.4. MODELO DE ESTUDO	54
5. ESTIMATIVA DE VIDA	61
5.1.ASPECTOS GEOMÉTRICOS.....	61
5.2.PROPRIEDADES DO AL 7050-T7451	62
5.3.ANÁLISE DETERMINÍSTICA	63
5.4.ANÁLISE PROBABILÍSTICA	70
6. CONCLUSÕES	79
6.1.PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES	80
6.2.SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	81

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	82
APÊNDICE A – ESTUDO DO CONTATO	91
APÊNDICE B – TUTORIAL PARA MODELAGEM DE CONTATO	99
APÊNDICE C – RESULTADOS DA SEÇÃO 4.3	119

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Diferença entre K_I , K_t e K_p	27
Tabela 4.1 – Detalhes do modelo.	50
Tabela 4.2 – Parâmetros da equação do fator geométrico.....	51
Tabela 4.3 – Características geométricas e do material.....	55
Tabela 4.4 – Coeficiente de atrito, carga de aperto e força tangencial.....	56
Tabela 4.5 – Tensão remota de fadiga.....	56
Tabela 4.6 – Verificação do modelo.....	57
Tabela 4.7 – K_p da série 1.....	60
Tabela 4.8 – K_p da série 2.....	60
Tabela 4.9 – K_p da série 3.....	60
Tabela 5.1 – Valores de parâmetros para análise probabilística.....	71
Tabela A.0.1 – Tipos de contato.....	91
Tabela A.0.2 – Resumo das vantagens (+) e desvantagens (-) de cada formulação de contato (Fonte: ANSYS, 2010).	93
Tabela A.0.3 – Resumo das formulações de contato no ANSYS (Fonte: ANSYS, 2010).	95
Tabela C.0.1 – K_p para aço – curvas de K_p e seus respectivos ajustes para $\sigma_n = 100$ MPa variando COF.	119
Tabela C.0.2 – K_p para aço – curvas de K_p e seus respectivos ajustes para COF = 0,9 variando as cargas remotas de fadiga.	119
Tabela C.0.3 – K_p para ligas de titânio, aço e alumínio – curvas de K_p e seus respectivos ajustes para COF = 0,75 e $\sigma_n = 60$ MPa.	120
Tabela C.0.4 – K_p para aço – curvas de K_p para $\sigma_n = 100$ MPa e COF 0,75 variando o raio da sapata.	120

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Linha de transmissão de energia e conexão cabo-grampo.....	1
Figura 1.2 – Turbina - lâmina de disco.....	2
Figura 1.3 – Prótese de quadril.....	2
Figura 1.4 – Trilho e roda de trem.....	2
Figura 1.5 – Helicóptero Chinook (STV NEWS, 2007).....	3
Figura 1.6 – Modelo experimental de ARAÚJO e CASTRO (2012).....	4
Figura 2.1 – Modelo de contato.....	8
Figura 2.2 – Mapa de <i>fretting</i> . Fonte: Adaptado de VINGSBO e SODERBERG (1988).	9
Figura 2.3 – Região do contato sob regime parcial de deslizamento. Fonte: Adaptado de VINGSBO e SODERBERG (1988).	10
Figura 2.4 – Comparação entre fadiga convencional e fadiga por <i>fretting</i> (TALEMI <i>et al.</i> , 2011).....	10
Figura 2.5 – Cilindro/plano a) e cilindro/cilindro b) (PENG <i>et al.</i> , 2014).....	11
Figura 2.6 – Resultado S-N a) e regime de deslizamento b) (PENG <i>et al.</i> , 2014).....	12
Figura 2.7 – Trinca em situação de <i>fretting</i> . Fonte: Adaptado de PENG <i>et al.</i> (2014)...	13
Figura 2.8 – Superfície de fratura em amostra de fadiga por <i>fretting</i> (HOJJATI-TALEMI <i>et al.</i> , 2014).....	14
Figura 2.9 – Vida estimada pelo X-FEM e Função Peso (GINER <i>et al.</i> , 2011).	15
Figura 2.10 – Vida de iniciação e propagação em fadiga por <i>fretting</i>	16
Figura 2.11 – Força, tensão, ou deformação variável com o tempo.....	20
Figura 3.1 – Metodologia da tese.	23
Figura 3.2 – Parâmetros de cálculo do fator de concentração de tensão.	25
Figura 3.3 – Diferença entre K_t e K_p para problemas de <i>fretting</i>	26
Figura 3.4 – Fluxograma do MFBD utilizado neste trabalho.....	28
Figura 3.5 – Algoritmo para obter laços de histerese pela regra de Neuber associada ao modelo constitutivo de Ramberg-Osgood.	29
Figura 3.6 – História de tensão nominal.....	29
Figura 3.7 – Relação entre limite de propagação de trinca curta e trinca longa como função de a/a_0 (CASTRO <i>et al.</i> , 2012).....	32
Figura 3.8 – Trinca de borda unidimensional.....	34
Figura 3.9 – Plano para cálculo de K_t (JANKOWIAK <i>et al.</i> , 2009).	35

Figura 3.10 – Notação para a Função Peso de trinca com forma arbitrária em um corpo finito (LINDROTH <i>et al.</i> , 2013).	36
Figura 3.11 – Detalhe do segmento de trinca C_I próximo à superfície S (LINDROTH <i>et al.</i> , 2013).....	36
Figura 3.12 – Ideia geral da análise probabilística (MIRANDA <i>et al.</i> , 2015).	38
Figura 4.1 – Modelo de <i>fretting</i>	40
Figura 4.2 – Detalhe da malha.....	40
Figura 4.3 – Etapas para análise numérica de <i>fretting</i>	41
Figura 4.4 – Influência da rigidez do contato nas tensões tangenciais no modelo M2. .	42
Figura 4.5 – Resultado do modelo M1.	42
Figura 4.6 – Resultado do modelo M2.	42
Figura 4.7 –Modelo de contato sob carga de flexão.....	43
Figura 4.8 – Passos de carga para análise numérica de <i>fretting</i>	44
Figura 4.9 – Trinca reta para calcular K_I pelo MEF no ANSYS.....	45
Figura 4.10 – Trinca reta para calcular K_I	45
Figura 4.11 – Comparação de K_I usando FP e MEF.	46
Figura 4.12 – Erro relativo de K_I usando FP e MEF.	46
Figura 4.13 – Comparação de K_{II} usando FP e MEF.....	47
Figura 4.14 – Caminho inclinado de trinca sob <i>fretting</i>	48
Figura 4.15 –Comparação de resultados.....	48
Figura 4.16 – Erro relativo de K_I usando FP (trinca reta) e MEF (trinca inclinada).	48
Figura 4.17 – Características do modelo.	49
Figura 4.18 – $f(a/w)$ para tensão axial.	51
Figura 4.19 – Aço – curvas de K_p e seus respectivos ajustes (FIT) para $\sigma_n = 100$ MPa variando o coeficiente de atrito.	52
Figura 4.20 – Aço – curvas de K_p e seus respectivos ajustes para COF = 0,9 variando as cargas remotas de fadiga σ_N	53
Figura 4.21 – Ligas de titânio, aço e alumínio – curvas de K_p e seus respectivos ajustes para COF = 0,75 e $\sigma_n = 60$ MPa	53
Figura 4.22 – Aço – curvas de K_p para $\sigma_n = 100$ MPa e COF 0,75 variando o raio da sapata.	54
Figura 4.23 – Modelo numérico da sapata/amostra (Al 7050/Al 7050).....	55
Figura 4.24 – Detalhe da malha.....	55

Figura 4.25 – Passos de carga.....	56
Figura 4.26 – Tensões ao longo da trinca, considerada como reta.....	57
Figura 4.27 – Comportamento das tensões cisalhantes para deslizamento parcial a) e abrupto b).....	58
Figura 4.28 – K_p da série 1 para diferentes $\sigma_{m\acute{a}x}$	58
Figura 4.29 – K_p da série 2 para diferentes $\sigma_{m\acute{a}x}$	59
Figura 4.30 – K_p da série 3 para diferentes $\sigma_{m\acute{a}x}$	59
Figura 4.31 – K_p de todas as s\u00e9ries.	59
Figura 5.1 – Fator geom\u00e9trico f_{3D} para tens\u00e3o axial.	62
Figura 5.2 – Curva tens\u00e3o-deforma\u00e7\u00e3o c\u00edclica (HERNAND\u00c9Z, 2016).	62
Figura 5.3 – Par\u00e2metros C e m da curva da/dN	63
Figura 5.4 – Curva S-N da s\u00e9rie 1 para $a_i = 1 \mu\text{m}$, $a/w = 1,5 \times 10^{-4}$	64
Figura 5.5 – Curva S-N da s\u00e9rie 1 para $a_i = 5 \mu\text{m}$, $a/w = 7,7 \times 10^{-4}$	64
Figura 5.6 – Curva S-N da s\u00e9rie 1 para $a_i = 50 \mu\text{m}$, $a/w = 7,7 \times 10^{-3}$	65
Figura 5.7 – Curva S-N da s\u00e9rie 1 para $a_i = 100 \mu\text{m}$, $a/w = 1,5 \times 10^{-2}$	65
Figura 5.8 – Curva S-N da s\u00e9rie 2.	66
Figura 5.9 – Curva S-N da s\u00e9rie 3.	66
Figura 5.10 – S\u00e9rie 1 – tamanho de trinca vs. n\u00famero de ciclos com $C1$ e $a_i = 5 \mu\text{m}$. ..	68
Figura 5.11 – S\u00e9rie 2 – tamanho de trinca vs. n\u00famero de ciclos com $C1$ e $a_i = 5 \mu\text{m}$. ..	68
Figura 5.12 – S\u00e9rie 3 – tamanho de trinca vs. n\u00famero de ciclos com $C1$ e $a_i = 5 \mu\text{m}$. ..	69
Figura 5.13 – S\u00e9rie 1 – tamanho de trinca vs. n\u00famero de ciclos com $C2$ e $a_i = 100 \mu\text{m}$.69	
Figura 5.14 – S\u00e9rie 2 – tamanho de trinca vs. n\u00famero de ciclos com $C2$ e $a_i = 100 \mu\text{m}$.70	
Figura 5.15 – S\u00e9rie 3 – tamanho de trinca vs. n\u00famero de ciclos com $C2$ e $a_i = 100 \mu\text{m}$.70	
Figura 5.16 – Distribui\u00e7\u00e3o Lognormal do tamanho inicial de trinca a_i	71
Figura 5.17 – Distribui\u00e7\u00e3o Normal da constante C	72
Figura 5.18 – Distribui\u00e7\u00e3o Lognormal de ΔK_{th}	72
Figura 5.19 – Curva S-N da s\u00e9rie 1 para variabilidade de a_i , considerando $C2$	73
Figura 5.20 – Curva S-N da s\u00e9rie 1 para variabilidade de C , considerando $a_i = 100 \mu\text{m}$	73
Figura 5.21 – Curva S-N da s\u00e9rie 1 para variabilidade de ΔK_{th} , considerando $a_i = 100 \mu\text{m}$	74
Figura 5.22 – Curva S-N dos dados simulados e experimentais de todas as s\u00e9ries.	74

Figura 5.23 – Probabilidade de sobrevivência de 95% e 50% dos dados experimentais, $m = 2,04$.	75
Figura 5.24 – Probabilidade de sobrevivência de 95% e 50% dos dados simulados, $m = 3,20$.	76
Figura 5.25 – Comparação das curvas com probabilidade de sobrevivência de 95% e 50% dos dados simulados e experimentais.	76
Figura 5.26 – Comparação das curvas com probabilidade de sobrevivência de 95% e 50% dos dados simulados e experimentais, $m = 3,0$.	77
Figura 5.27 – Comparação da curva com 100 e 1000 simulações, $m = 3,0$.	78
Figura A.1 – Definição de contato – importância da não interpenetração entre superfícies (ANSYS, 2010).	92
Figura A.2 – Métodos de detecção (ANSYS, 2010).	92
Figura A.3 – Representação da formulação <i>Pure Penalty</i> (ANSYS, 2010).	94
Figura A.4 – Contato estabelecido corretamente (esq.) e contato com excesso de penetração (dir.) (ANSYS, 2010).	95
Figura A.5 – Método de Newton-Raphson para um incremento de carga (ANSYS, 2010).	96
Figura A.6 – Interação seguinte (ANSYS, 2010).	96
Figura A.7 – Processo de convergência (ANSYS, 2010).	97
Figura A.8 – Geometria do elemento PLANE182 (ANSYS).	97
Figura A.9 – Geometria do elemento CONTA172 (ANSYS, 2010).	98
Figura A.10 – Geometria do elemento TARGE169 (ANSYS, 2010).	98
Figura B.1 – Interface inicial do ANSYS Workbench.	99
Figura B.2 – Sequência lógica para análise.	100
Figura B.3 – Interface inicial com opções de análise.	101
Figura B.4 – Interface para desenhar geometria.	101
Figura B.5 – Opções de desenho.	102
Figura B.6 – Criar desenho.	103
Figura B.7 – Criar retângulo.	103
Figura B.8 – Aplicar dimensões.	104
Figura B.9 – Aplicar simetria.	104
Figura B.10 – Gerar desenho 2D.	105
Figura B.11 – Modelo da amostra.	105
Figura B.12 – Modelo completo.	106

Figura B.13 – Configurar para estado de deformação plana e aplicar material.	107
Figura B.14 – Configurar contato.....	108
Figura B.15 – Configurar malha.....	109
Figura B.16 – Detalhe das configurações de malha.	109
Figura B.17 – Aplicar tamanho de malha.....	110
Figura B.18 – Configurações de análise.....	111
Figura B.19 – Condições de contorno e carregamento.....	112
Figura B.20 – Solução do modelo.	112
Figura B.21 – Selecionar face para resultado.....	113
Figura B.22 – Mostrar resultado.....	113
Figura B.23 – Resultado da tensão normal na direção do eixo x.	114
Figura B.24 – Selecionar nó com maior tensão normal na direção do eixo x.....	115
Figura B.25 – Criar caminho para leitura de resultados.....	116
Figura B.26 – Aplicar caminho de leitura de dados em <i>Normal Stress</i>	117
Figura B.27 – Resultado da tensão ao longo do caminho especificado.	118

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÕES

a	Metade do tamanho do contato, ou tamanho de trinca
a_0	Comprimento efetivo de trinca
a_i	Tamanho inicial de trinca
a_{num}	Metade do tamanho do contato obtido numericamente
A, B	Parâmetros da curva de Wöhler
c	Limite da zona de adesão
C	Parâmetro da Regra de Paris
$C++$	Linguagem de programação
$C1, C2$ e $C3$	Limite superior, médio e inferior do parâmetro C da Regra de Paris
CIT	Chapa infinita tracionada
COF	Coefficiente de atrito
da/dN	Taxa de crescimento da trinca por ciclo
$da/dN_{Max}(\theta, t)$	Critério da máxima taxa de crescimento de trinca
e	Centro da zona de adesão
E^*	Módulo de elasticidade equivalente
E, E_1, E_2	Módulo de elasticidade
F	Carga de flexão
$f3D$	Fator de correção tridimensional
FCT	Fator de concentração de tensão
$FCTM$	Fator de concentração de tensão modificado
FDC	Função de distribuição cumulativa
FIT	Fator de intensidade de tensão, ou ajuste da curva K_p
FP	Função Peso
$f(a/w)$	Fator geométrico
Hc	Coefficiente de endurecimento da equação de Ramberg-Osgood
hc	Expoente de endurecimento da equação de Ramberg-Osgood
K	Fator de intensidade de tensão
K_{el}	Fator da intensidade de tensão na situação de <i>fretting</i>
$K_{máx}$	Fator de intensidade de tensão máximo
$K_{mín}$	Fator de intensidade de tensão mínimo
K_{op}	Fator de intensidade de tensão de abertura de trinca

$K_p(a/w)$	Fator de concentração de tensão modificado
K_t	Fator de concentração de tensão
$k_{1Max}^*(\theta, t)$	Critério do máximo valor do fator de intensidade de tensão no modo I
K_f	Fator de concentração de tensão na fadiga
K_I	Fator de intensidade de tensão no modo I
K_{II}	Fator de intensidade de tensão no modo II
K_{ref}	Fator de intensidade de tensão de referência
m	Parâmetro da Regra de Paris
M_i	Parâmetro da Função Peso
$M1$	Modelo 1
$M2$	Modelo 2
MEF	Método dos Elementos Finitos
$MFBD$	Mecânica da Fratura Baseada em Deformação
$MFLE$	Mecânica da Fratura Linear Elástica
$m(x, a)$	Função Peso
N	Número de ciclos ou vida
$n(G(z) \leq 0)$	Número de ensaios para os quais o estado limite foi violado
N_i	Número de ciclos até a falha
n_i	Número de ciclos para um nível de tensão
N_r	Número total de repetições
P	Carga de aperto
$p(x)$	Pressão na zona de contato
p_0	Pressão máxima na zona de contato
p_{0num}	Pressão máxima na zona de contato obtido numericamente
p_f	Probabilidade de falha
Q	Força tangencial
R	Razão de tensão
R^*	Raio equivalente
R_1, R_2	Raio
RC	Rigidez do contato
RD	Regime de deslizamento
RMF	Regime misto de <i>fretting</i>
RPD	Regime parcial de deslizamento

$S_F (N)$	Resistência à fadiga
S_i	Tensão nominal
$S-N$	Tensão - ciclo
SWT	Smith - Watson - Topper
T	Força
u_x	Restrição de translação na direção do eixo x
u_y	Restrição de translação na direção do eixo y
r_z	Restrição de rotação na direção do eixo z
<i>vs.</i>	Versus
w	Largura da peça
$X-FEM$	Método dos Elementos Finitos Estendido
x_{pos}	Posição do ponto de máxima tensão normal no eixo x
z	Profundidade do contato
z_i	Variável do modelo determinístico
α	Fator de restrição tridimensional
γ	Expoente para retardo de trinca, ou ângulo entre segmentos
δ	Deslocamento inicial
ε	Deformação
$\varepsilon-N$	Deformação - ciclo
ε_n	Deformação nominal, ou coef. plástico da equação de Coffin-Manson
μ	Coeficiente de atrito
ν	Coeficiente de Poisson
ρ	Distância do ponto onde a carga é aplicada até o contorno da trinca
σ	Tensão
σ_c	Coeficiente elástico da equação de Coffin-Manson
σ_0	Fluxo de tensão
σ_{max}	Tensão máxima
σ_{max_mon}	Variável que controla o maior laço no diagrama de histerese
$\sigma_{méd}$	Tensão média
σ_n	Tensão nominal
$\sigma_{xmáx}$	Tensão normal máxima na direção do eixo x
τ	Tensão de cisalhamento
Γ_B	Contorno invertido da borda

Γ_C	Contorno invertido da trinca
ΔK_{eff}	Gama efetiva do fator de intensidade de tensão
ΔK_{th}	Limiar de propagação de trinca
$\Delta\sigma_n$	Gama das tensões nominais
ΔK_0	Limite de fadiga
$\Delta k_{1Max}^*(\theta, t)$	Critério da amplitude máxima do modo I
ΔK	Gama do fator de intensidade de tensão
ΔS	Gama das tensões nominais
$\Delta\varepsilon$	Gama das deformações na ponta da trinca
$\Delta\sigma$	Gama das tensões na ponta da trinca
$2D$	Bidimensional
$3D$	Tridimensional

1. INTRODUÇÃO

A fadiga por *fretting* ocorre quando componentes mecânicos em contato experimentam movimento oscilatório relativo entre as superfícies de contato devido à carga cíclica, que pode causar redução na vida/limite de fadiga e promover a nucleação e/ou crescimento de trincas de fadiga, precocemente (SURESH, 1998). O estudo do problema de fadiga por *fretting* pode envolver diversas variáveis como, por exemplo, amplitude de deslizamento, pressão de contato, e coeficiente de atrito entre as superfícies.

O problema de *fretting* ocorre em muitas aplicações práticas como em linhas de transmissão de energia (HOBBS e RAOOF, 1994), juntas rebitadas (HAN *et al.*, 2006), lâminas de disco em motores de aeronaves (SHI *et al.*, 2015), implantes do fêmur (YEOMAN *et al.*, 2012). As Figuras 1.1 à 1.4 mostram exemplos de componentes mecânicos que apresentam o mecanismo de *fretting*.

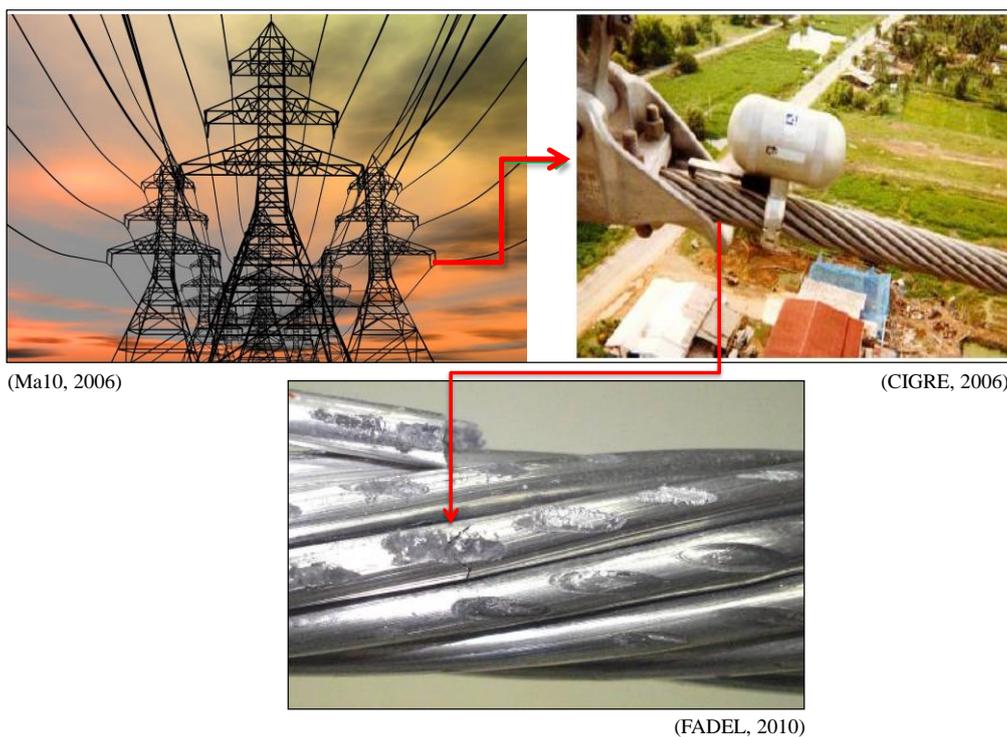


Figura 1.1 – Linha de transmissão de energia e conexão cabo-grampo.

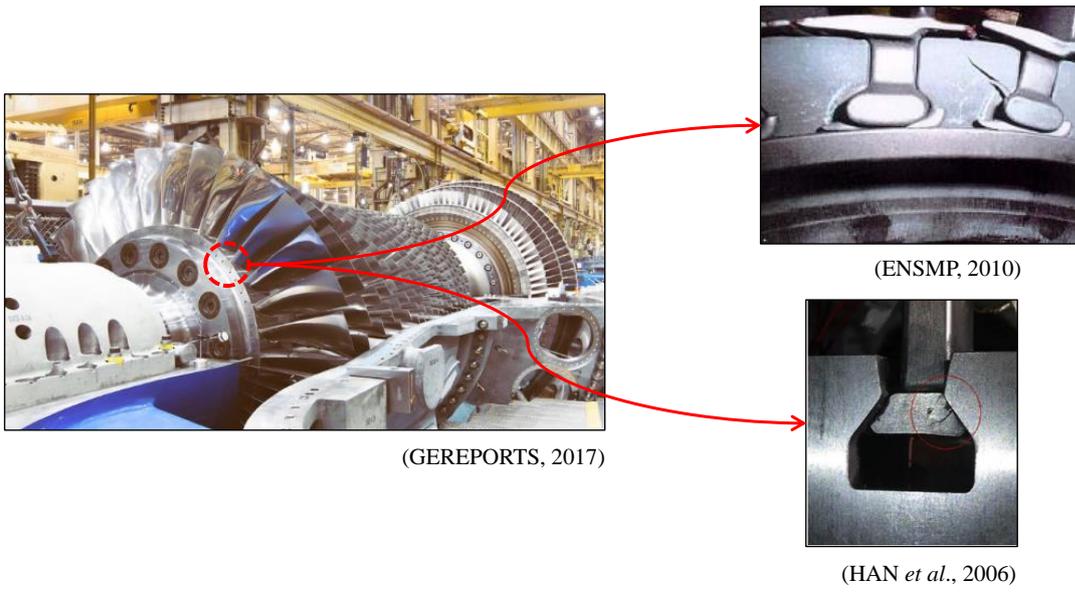


Figura 1.2 – Turbina - lâmina de disco.

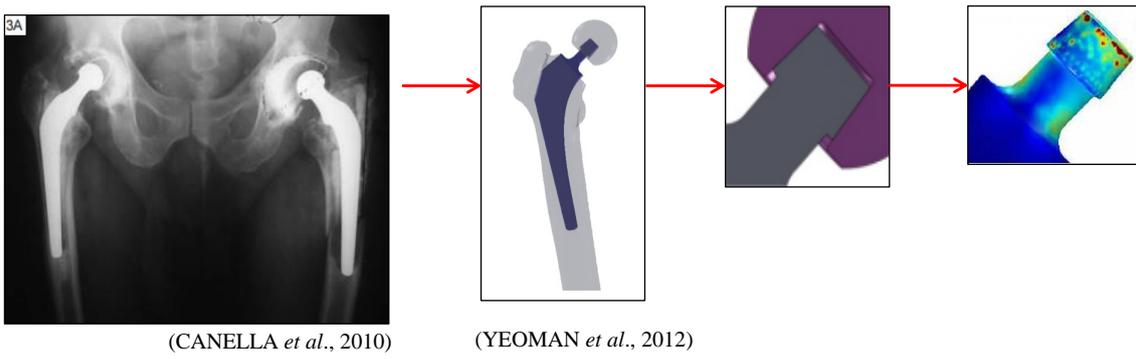


Figura 1.3 – Prótese de quadril.

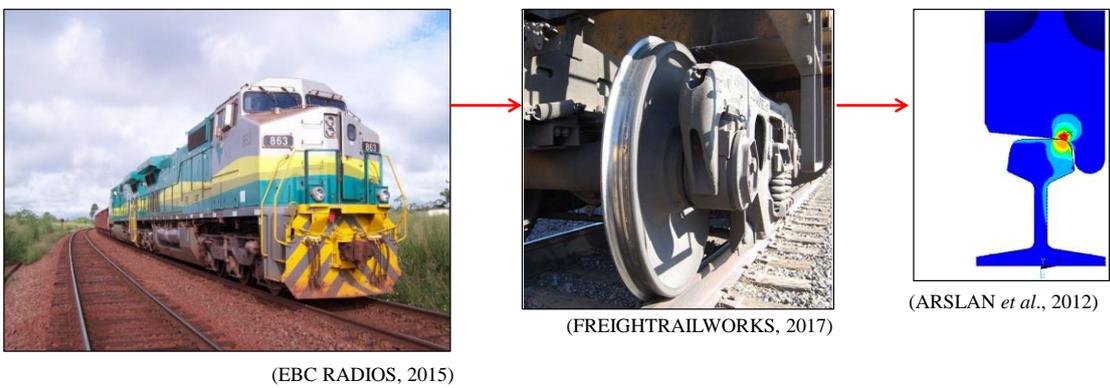


Figura 1.4 – Trilho e roda de trem.

A falha de um componente mecânico por *fretting* pode gerar custos elevados com grandes impactos negativos de natureza econômica e social. Em novembro de 1986, na Escócia, uma falha por *fretting* em engrenagem do helicóptero modelo Chinook, mostrado na Figura 1.5, causou a morte de 43 passageiros e dois tripulantes (THE TIMES, 1986). Em 2001, a falha de fadiga por *fretting* em um cabo de uma linha de transmissão de energia provocou um grande apagão no Brasil (AZEVEDO e CESCONE, 2002).



Figura 1.5 – Helicóptero Chinook (STV NEWS, 2007).

A realização de testes experimentais em escala real para determinar a vida de um componente sob fadiga por *fretting* apresenta custo alto e, ainda assim, representa apenas casos específicos de carregamento e/ou material. Como observado nas Figuras 1.1 à 1.4, o problema de *fretting* é localizado e, assim, pode ser estudado em testes experimentais de menor escala e/ou por métodos numéricos. Deste modo, testes de durabilidade mais simples e baratos associados ao desenvolvimento de uma metodologia numérica capaz de estimar a vida do componente com elevado grau de confiança, podem gerar uma economia real.

Ao contrário dos trabalhos numéricos encontrados na literatura, esta tese pesquisa o problema de *fretting* com uma abordagem já difundida no cálculo da vida de entalhes e componentes de solda pelo método da Mecânica da Fratura Baseada em Deformação (MFBD). O MFBD é um modelo da mecânica da fratura linear elástica (MFLE)

modificado para considerar os efeitos da não linearidade do material. Além disso, o MFBD considera toda a vida em fadiga como sendo de propagação (EL HADDAD *et al.*, 1980)

A análise numérica proposta aqui para estimar a vida em fadiga por *fretting* é comparada com dados experimentais de corpos de provas em pequena escala publicados por ROSSINO *et al.* (2009) e ARAÚJO e CASTRO (2012). Estes pesquisadores testaram a configuração de contato cilindro (sapata ou *pad*) sobre plano (amostra ou *specimen*) do alumínio 7050-T7150, como mostra a Figura 1.6. O alumínio 7050-T7150 é de grande interesse para o setor aeroespacial (DE PANNEMAECCKER *et al.*, 2016).

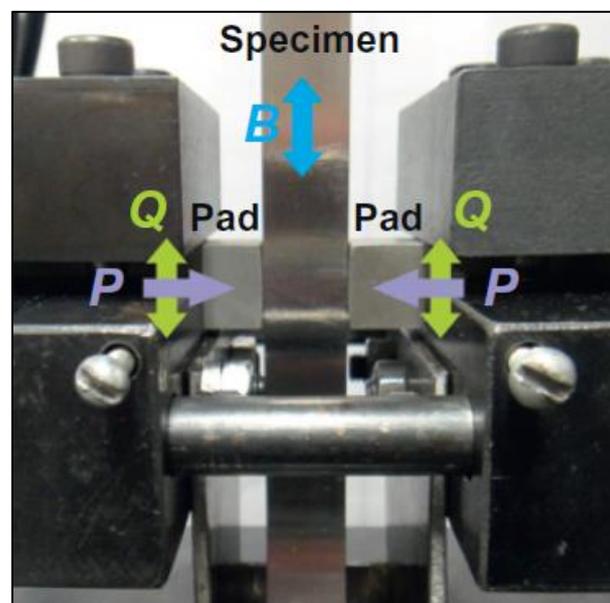


Figura 1.6 – Modelo experimental de ARAÚJO e CASTRO (2012).

Embora o MFBD já tenha sido estudado por outros autores em entalhes (DABAYEH *et al.*, 1998; KHALIL e TOPPER, 2003) e soldas (GHAHREMANI e WALBRIDGE, 2011; COUGHLIN e WALBRIDGE, 2012; YEKTA *et al.*, 2013; GHAHREMANI *et al.*, 2016), este trabalho apresenta algumas contribuições, a saber:

- Aplicação do MFBD em *fretting*;
- Estudo do fator de intensidade de tensão (FIT) considerando variação de coeficiente de atrito, material, raio da sapata e tensão nominal;
- Ajuste das equações do FIT na análise de *fretting*;

- Análise considerando a não linearidade do material e do contato.

1.1. OBJETIVOS

O objetivo desta pesquisa é o desenvolvimento de uma metodologia numérica usando a MFBD para estimar a vida em componentes submetidos à fadiga por *fretting*. Ademais, como objetivos secundários busca-se:

- Estender as soluções do método da Mecânica da Fratura Baseada em Deformação para estimar a falha de fadiga por *fretting*;
- Desenvolver equações para fator de intensidade de tensão (FIT) em modelos de contato;
- Verificar a eficiência de soluções para estimar o FIT;
- Aplicar modelo probabilístico de Monte Carlo em modelos de contato.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O capítulo 2 mostra a revisão bibliográfica pertinente à presente tese de doutorado. A ênfase do capítulo 2 é mostrar conceitos de *fretting*, sua influência na vida de componentes mecânicos sob carga cíclica, e apresentar resultados experimentais e numéricos de estimativa de vida em fadiga por *fretting* de outros pesquisadores.

O capítulo 3 apresenta a metodologia proposta neste trabalho. Primeiramente apresenta-se o detalhamento completo do método da Mecânica da Fratura Baseada em Deformação (MFBD). Na sequência mostra-se os conceitos do método da Função Peso para calcular fator de intensidade de tensão. Na última seção do capítulo apresenta-se conceitos referentes à análise probabilística.

O capítulo 4 descreve os modelos numéricos de contato. Inicialmente é realizada a validação do modelo de contato. Em seguida verifica-se a eficiência de soluções para determinar o fator de intensidade de tensão. Por fim, são geradas curvas do fator de concentração de tensão para diversos modelos numéricos, incluindo o modelo de estudo deste trabalho.

No capítulo 5 o método da Mecânica da Fratura Baseada em Deformação é aplicado para estimar a vida de fadiga por *fretting* do alumínio 7050-T7451. Subsequentemente, mostram-se os resultados e discussões.

Por fim, o capítulo 6 traz as conclusões e principais inovações desta tese, seguidas de sugestões para trabalhos futuros.

Além dos capítulos já mencionados, o APÊNDICE A apresenta o estudo de contato no programa comercial ANSYS Workbench, o APÊNDICE B descreve o passo a passo de uma análise de contato, e o APÊNDICE C apresenta os resultados do fator de concentração de tensão de alguns modelos numéricos.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. FRETTING

Segundo LINDLEY (1997), *fretting* é o fenômeno que surge quando duas superfícies em contato estão submetidas a forças tangenciais oscilatórias, onde duas superfícies deslizam uma sobre a outra nas zonas de microdeslizamentos. As amplitudes de deslizamento são geralmente pequenas, na ordem de micrômetros (μm). A presença desse fenômeno pode reduzir fortemente a resistência local à fadiga.

Segundo HILLS (1994), uma combinação de mecânica da fratura e mecânica de contato pode fornecer um meio para lidar com o problema de *fretting*. Além disso, HILLS (1994) destaca as variáveis que são consideradas de grande importância para quantificar a fadiga por *fretting*, são elas: distribuição e intensidade da pressão de contato, coeficiente de atrito interfacial, história e magnitude da força de cisalhamento exercida, rugosidade e deslocamento relativo da superfície de contato.

Os estudos da mecânica do contato foram iniciados por volta de 1882 quando Heinrich Hertz publicou o trabalho intitulado *On the contact of elastic solids*. Nesse trabalho, Hertz propôs um modelo no qual as distribuições de pressão na zona de contato $p(x)$ entre sólidos elásticos produzem deformações nos dois corpos, cuja área de contato é aproximada por uma elipse. O valor da distribuição das tensões normais $p(x)$ é dado pela equação (2.1), que leva em conta a força normal P , tamanho do contato $2a$, o raio equivalente R^* , módulo de elasticidade equivalente E^* , corpos com raio R_1 e R_2 e módulos de elasticidade E_1 e E_2 .

$$p(x) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad (2.1)$$

$$p_0 = \frac{2P}{\pi a} \quad (2.2)$$

$$a = \sqrt{\frac{4R^*}{\pi E^*}} \quad (2.3)$$

$$R^* = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} \quad (2.4)$$

$$E^* = \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (2.5)$$

NOWELL e HILLS (1987) apresentaram a solução analítica para os problemas de contato semelhantes ao mostrado na Figura 2.1, quando existe tensão remota de fadiga σ . Na solução, dada pelas equações (2.6) à (2.10), é levada em conta a força normal P , força tangencial Q , comprimento do contato $2a$, distribuição das tensões normais $p(x)$ e tangenciais $q(x)$, pressão de pico p_0 , distância x a partir do centro de contato, limite da zona de adesão c , centro da zona de adesão e , e o coeficiente de atrito μ .

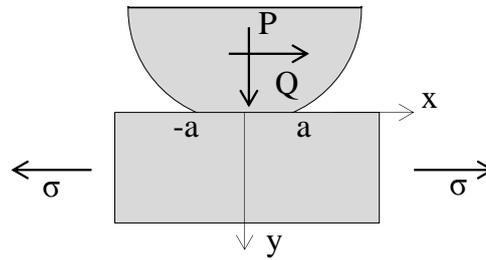


Figura 2.1 – Modelo de contato.

$$q(x) = -\mu p(x) + q'(x) = -\mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} + q'(x) \quad (2.6)$$

$$q(x) = -\mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} + \frac{c}{a} \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x-e}{c}\right)^2} \quad (2.7)$$

$$q'(x) = 0, |x - e| > c \quad (2.8)$$

$$\frac{e}{a} = \frac{\sigma}{4\mu p_0} \quad (2.9)$$

$$c = a \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu P}} \quad (2.10)$$

Cada nível de deslizamento na superfície de contato causa um dano específico no material. Fundamentado em resultados experimentais, VINGSBO e SODERBERG (1988) propuseram o mapa para classificação dos regimes de *fretting* em função do deslizamento na região de contato, como mostra a Figura 2.2. No regime de adesão, a

formação de trincas de fadiga não é observada. No regime misto/parcial de deslizamento o crescimento de trinca resulta em redução da vida em fadiga. O regime de deslizamento é caracterizado por desgaste da superfície e com limitada formação de trincas. Os três regimes são distinguidos por diferentes condições de adesão e deslizamento. A Figura 2.2 também mostra a variação do desgaste e vida em fadiga para uma dada amplitude. A vida de fadiga por *fretting* diminui com o aumento da amplitude até certo valor, assumido como início do regime de deslizamento, a partir do qual o inverso é observado. Deslizamentos acima de $300\mu\text{m}$ caracterizam o regime de deslizamento recíproco, no qual a taxa de desgaste praticamente não muda.

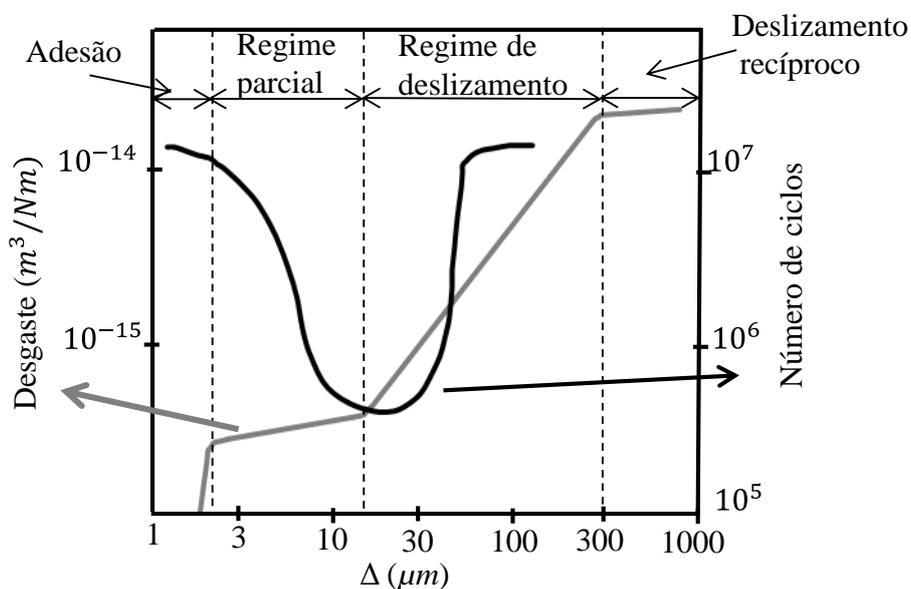


Figura 2.2 – Mapa de *fretting*. Fonte: Adaptado de VINGSBO e SODERBERG (1988).

Além da influência do deslizamento superficial, VINGSBO e SODERBERG (1988) observaram que o deslizamento entre as superfícies acontece na região anular próxima à borda do contato, conforme Figura 2.3. Nesta região, a alta frequência do ensaio pode acelerar a nucleação e propagação de trincas, influenciada por tensões de atrito sobre a superfície de contato combinadas com tensões cíclicas (HILLS *et al.*, 1988).

Após a trinca iniciar devido à fadiga por *fretting*, ocorre a propagação de trinca até a ruptura somente pelas tensões cíclicas. ENDO e GOTO (1976) concluíram por meio de testes experimentais que o número de ciclos com influência do mecanismo de *fretting* representa de 20 a 25% da vida do material. TANG *et al.* (2014) concluíram que o *fretting* reduz a resistência à fadiga do material em mais de 50% para casos onde o número de ciclos é superior a cem mil ciclos (10^5 ciclos).

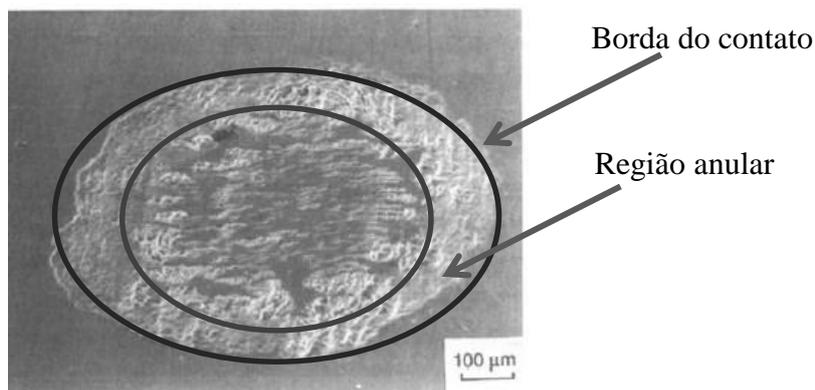


Figura 2.3 – Região do contato sob regime parcial de deslizamento. Fonte: Adaptado de VINGSBO e SODERBERG (1988).

2.2. TRABALHOS RELACIONADOS

O problema de *fretting* nas estruturas mecânicas sujeitas a cargas cíclicas, onde há pequeno deslocamento relativo entre as superfícies em contato, acontece em pontos localizados da estrutura. Na zona de deslizamento, as trincas se iniciam e propagam até a ruptura do material reduzindo sua vida útil. Esta redução de vida é notada no resultado de TALEMI *et al.* (2011), exibido na Figura 2.4, onde se compara a vida da situação de fadiga convencional à de fadiga por *fretting*. Na Figura 2.4 está evidente a influência do *fretting* principalmente para vidas acima de 10^5 ciclos. Entre outros aspectos, o aumento da carga de contato, coeficiente de atrito e força tangencial também diminuem a vida do componente mecânico (FADAG *et al.*, 2008).

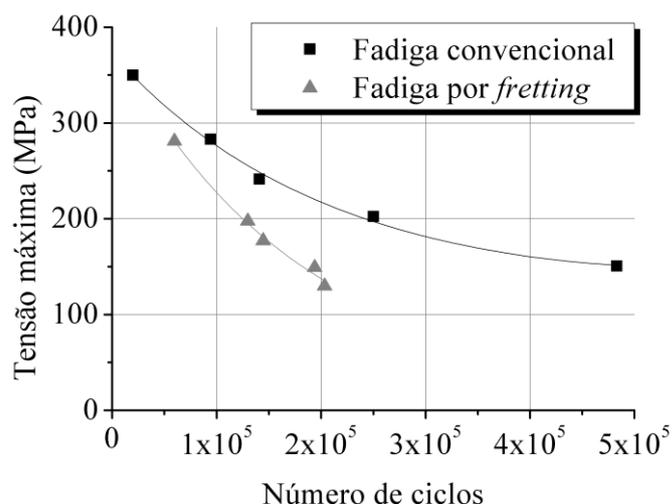


Figura 2.4 – Comparação entre fadiga convencional e fadiga por *fretting* (TALEMI *et al.*, 2011).

Uma forma de entender o mecanismo de *fretting* é por meio de ensaios experimentais, porém realizá-los em escala real pode tornam-se financeiramente inviável. A solução então é realizar ensaios em corpos de prova com tamanho reduzido e conseqüentemente menor custo como, por exemplo, os modelos experimentais de PENG *et al.* (2014). A motivação do trabalho de PENG *et al.* (2014) foi entender o mecanismo de fadiga por *fretting* em corpos de prova submetidos à flexão, tendo em vista que os estudos para este tipo de carregamento ainda são insuficientes. Duas configurações de contato foram testadas (ver Figura 2.5): LZ50/52100 (amostra/sapata), 7075/52100, 316L/52100, 30CrNiMo8/17CrNiMo6 e 17CrNiMo6/40CrNi2MoA. Nos testes uma carga normal de aperto, medida por uma célula de carga, é aplicada na sapata e mantida constante, em seguida aplica-se a carga cíclica de flexão.

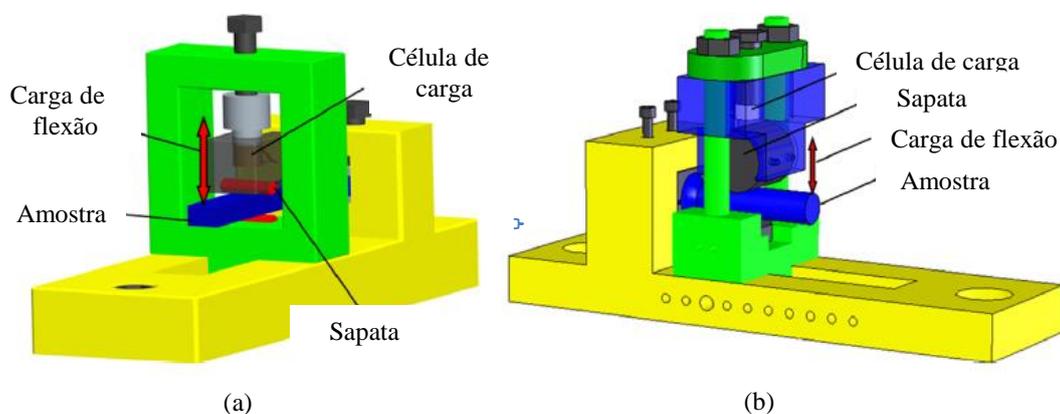


Figura 2.5 – Cilindro/plano a) e cilindro/cilindro b) (PENG *et al.*, 2014).

Os resultados dos ensaios de PENG *et al.* (2014) referentes ao comportamento de *fretting* foram plotados no formato de curva tensão-ciclo S-N, como mostrado na Figura 2.6a, para a combinação 316L/52100. A partir das curvas S-N, PENG *et al.* (2014) identificaram três regimes de deslizamento: regime parcial de deslizamento (RPD), regime misto de *fretting* (RMF) e regime de deslizamento (RD), graficamente apresentados na Figura 2.6b. Além disso, mostraram que o processo de propagação de trinca pode ser dividido em três fases: Fase I (início da trinca), que é controlada pelas tensões locais de contato; Fase II, onde a propagação da trinca é dominada pela tensão de contato e tensão de flexão em fadiga; e Fase III (fase normal de propagação), onde a propagação de trincas é controlada pela tensão cíclica de flexão. Nos ensaios observou-se redução de 30% da vida do material em relação à condição de fadiga convencional sob as mesmas tensões cíclicas de flexão.

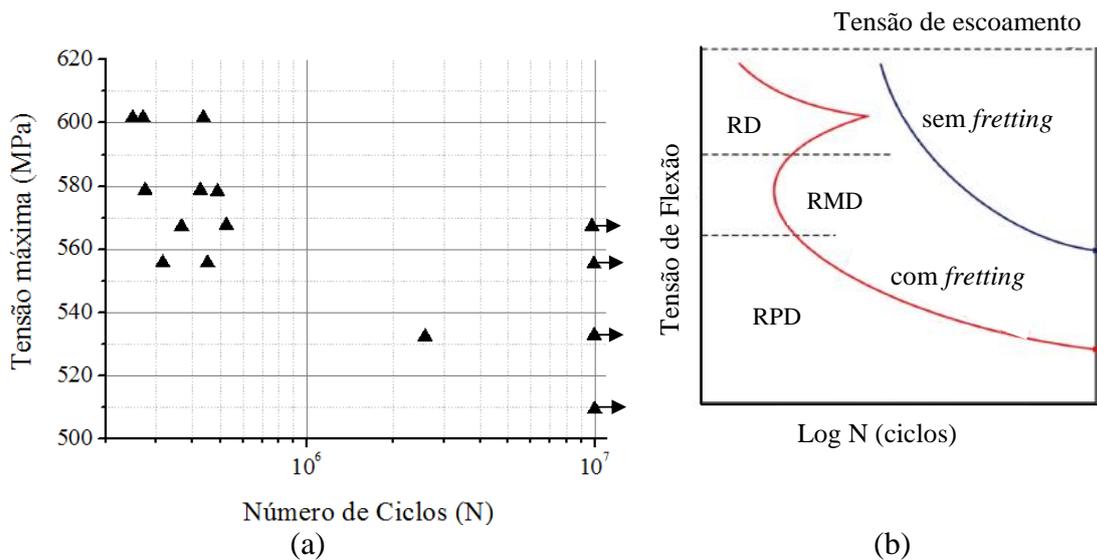


Figura 2.6 – Resultado S-N a) e regime de deslizamento b) (PENG *et al.*, 2014).

Além do método experimental, é possível estudar o problema de fadiga por *fretting* por métodos numéricos como, por exemplo, o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método dos Elementos Finitos Estendido X-FEM. O processo de modelagem numérica do contato com X-FEM é análogo ao MEF, como mostrado por PIERRES *et al.* (2010).

De posse dos resultados de tensões e deformações é possível determinar onde uma trinca tem maior chance de iniciar a partir de modelos baseados em tensões solicitantes (Dang Van) ou modelos baseados em deformações solicitantes (Smith-Watson-Topper – SWT, Fatemie-Socie). Em resumo, SOCIE e MARQUIS (1997) explicam que o critério de Dang Van é um critério baseado no conceito de microtensões dentro de um volume crítico do material. No modelo de Fatemi-Socie a deformação cíclica de cisalhamento é modificada pela tensão normal para incluir os efeitos do fechamento de trinca. Este modelo pode ser usado para descrever a tensão média e efeitos de endurecimento não proporcional (SOCIE e MARQUIS, 1997). O modelo de SWT é recomendado para trincas que iniciam devido ao cisalhamento mas que a vida inicial é controlada pelo crescimento de trinca perpendicular ao plano da máxima tensão e deformação principal (SOCIE e MARQUIS, 1997).

Em comparação entre os modelos SWT e de Fatemie-Socie, LUKE *et al.* (2016) notaram que o modelo mais adequado para as condições de fadiga por *fretting* é o modelo de Fatemie-Socie, pois ele leva em conta as deformações por conta de cisalhamento dentro da zona de contato. Para LYKINS *et al.* (2001), após realizarem

análises usando o parâmetro do plano crítico da gama de tensão de cisalhamento máxima, mostraram que o mecanismo para o início da trinca de fadiga por *fretting* é governado pela gama máxima da tensão de cisalhamento, sendo esse método mais adequado para definir o ângulo inicial da trinca.

Conforme a trinca se propaga em fadiga por *fretting* a mesma tende a ficar perpendicular à superfície, conforme mostrado na Figura 2.7. No estudo da vida referente à propagação da trinca pode-se determinar o ângulo de crescimento da trinca pelo critério da máxima tensão circunferencial, da máxima taxa de alívio da energia potencial, da mínima densidade de energia de deformação, ou pelo critério da gama máxima de tensão tangencial. Alguns destes critérios são explanados no livro de ANDERSON (2005). A eficácia do caminho da trinca definido pelo critério da gama máxima de tensão tangencial foi confirmada por NORAPHAIPHIPAKSA *et al.* (2013) após análise de fadiga por *fretting* em elementos finitos (ABAQUS) para diversas pressões de contato.

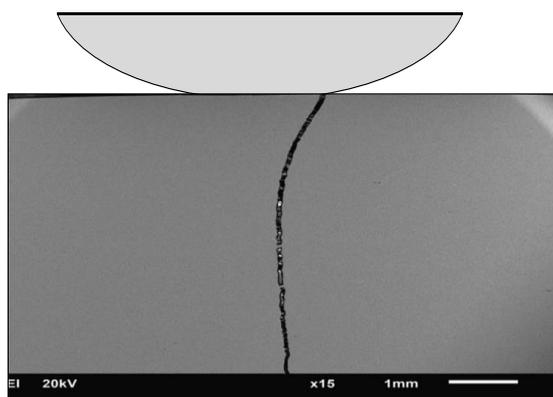


Figura 2.7 – Trinca em situação de *fretting*. Fonte: Adaptado de PENG *et al.*(2014).

Outra forma de simular o caminho da trinca é reproduzir em modelos numéricos o caminho de trincas observadas em amostras ensaiadas (*post-mortem*), como realizado por BAIETTO *et al.* (2013), que analisou o impacto da escolha do critério de propagação das trincas na vida. Em seu estudo numérico-experimental, BAIETTO *et al.* (2013) realizaram análise *post-mortem* das amostras, em seguida os dados experimentais foram repassados para o modelo numérico com uso do Método dos Elementos Finitos Estendido (X-FEM). O surgimento de trinca foi calculado pelo critério de Dang Van. Assim, fez-se a reconstrução do formato da trinca, quantificou-se o fator de intensidade de tensão (FIT) do modo I e II, e finalmente fez-se uso do FIT na

regra de crescimento de trinca de Paris (ver Seção 2.3.2) para quantificar o número de ciclos até a falha. Na análise dos critérios de propagação, BAIETTO *et al.* (2013) afirmam que embora os critérios da amplitude máxima do modo I Δk_{1Max}^* e máxima taxa de crescimento de trinca da/dN_{Max} tenham dado boa conformidade com os valores de caminho de trinca obtidos experimentalmente, o mesmo não acontece para o critério do máximo valor do FIT no modo I k_{1Max}^* .

Em estudo da propagação de trinca com influência do *fretting*, GUTKIN e ALFREDSSON (2008) fizeram análise de modelo de contato no ABAQUS. A estimativa da vida de propagação da trinca foi ligeiramente inferior a 50% da vida total determinada em experimentos. Em relação à forma da trinca, os resultados numéricos de GUTKIN e ALFREDSSON (2008) mostraram que a trinca de *fretting* apresenta forma semielíptica, assim como nas observações de HOJJATI-TALEMI *et al.* (2014), como representada na Figura 2.8, onde está indicada o local de iniciação, propagação e ruptura da trinca.

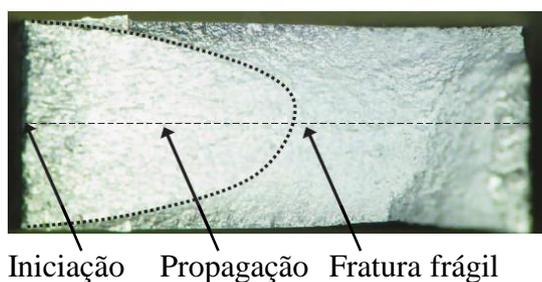


Figura 2.8 – Superfície de fratura em amostra de fadiga por *fretting* (HOJJATI-TALEMI *et al.*, 2014)

Como observado nos modelos computacionais acima, a estimativa de vida foi dividida em iniciação ou propagação de trincas. Ao somar o número de ciclos da iniciação de trinca e de propagação de trincas tem-se a vida do material. Esse conceito foi usado por NAVARRO *et al.* (2003), onde duas curvas são calculadas para se levar em conta ambos os fenômenos de nucleação e propagação. Para estimativa da iniciação, NAVARRO *et al.* (2003) usaram o método ϵ -N, e na estimativa de propagação testaram quatro regras de crescimento de trinca, onde duas consideravam o efeito de trincas curtas e duas regras que não consideram, estas últimas apresentaram melhores resultados. Os valores do FIT foram calculados pela Função Peso de BÜCKNER e PAPAILIOU (1989), corrigidos por um fator de 0,78 que leva em conta o efeito

tridimensional. Após análise, NAVARRO *et al.* (2003) concluíram que a iniciação das trincas representa entre 5 e 10% da vida total.

GINER *et al.* (2011) estimaram a vida em fadiga por *fretting* em metodologia similar à de NAVARRO *et al.* (2003). No trabalho foi mostrada a influência do FIT determinado por Função Peso e pelo X-FEM no cálculo da vida. Segundo GINER *et al.* (2011), o FIT calculado pelo X-FEM apresenta melhores resultados na estimativa da vida quando comparados aos resultados do FIT dado pela Função Peso, todavia as diferenças são pequenas, como observado na Figura 2.9.

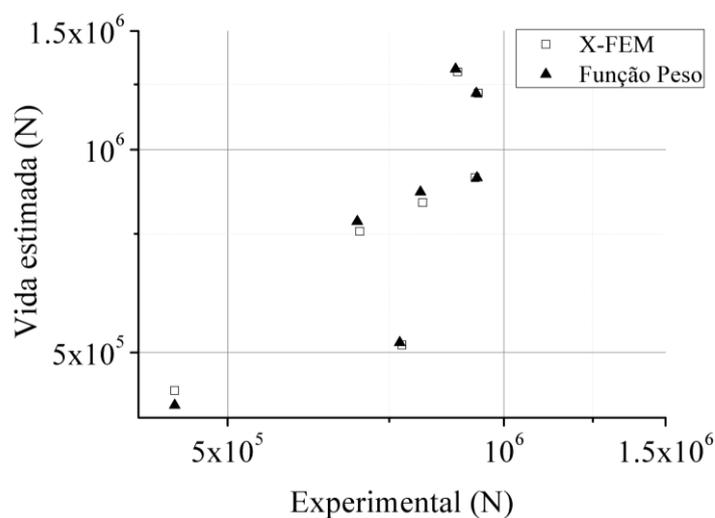


Figura 2.9 – Vida estimada pelo X-FEM e Função Peso (GINER *et al.*, 2011).

Ainda sobre a Função Peso, De PANNEMAECCKER *et al.* (2014) fizeram comparações com o MEF, onde concluíram que a Função Peso pode apresentar resultado de vida menor quando se considera trinca reta, já que o FIT considerando trinca inclinada é menor que a situação de trinca reta. Porém, cabe destacar que o custo computacional para cálculo pelo MEF e X-FEM é muito maior que pela Função Peso, já que no MEF, para cada tamanho de trinca, o modelo deve ser remalhado e reavaliado.

A Figura 2.10 mostra a estimativa de vida dada por quatro diferentes autores. Como dito anteriormente, GUTKIN e ALFREDSSON (2008) estimaram a vida de iniciação em cerca de 50%. NAVARRO *et al.* (2003) estimaram a vida de iniciação entre 5 e 10% da vida total. Estes valores diferem da estimativa de HOJJATI-TALEMI *et al.* (2014), no qual a vida média de iniciação encontrada foi de 69%, e do modelo de FADAG *et al.* (2008), que estima em 90%. Claramente, nota-se divergências quanto à estimativa de vida de iniciação e propagação de trincas.

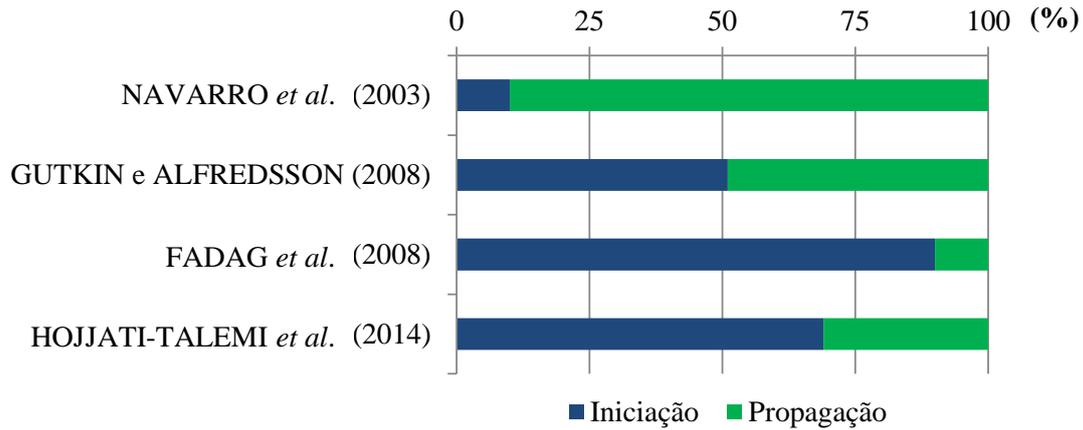


Figura 2.10 – Vida de iniciação e propagação em fadiga por *fretting*.

No modelo de HOJJATI-TALEMI *et al.* (2014), cujo resultado é mostrado na Figura 2.10, inicialmente foi realizado estudo experimental do alumínio 2024-T3 onde se observou que a trinca apresentou forma semielíptica, crescendo mais na profundidade que na espessura, revelando a condição de estado plano de deformação (ver Figura 2.8). A partir da técnica de correlação de imagens digitais, HOJJATI-TALEMI *et al.* (2014) determinaram o coeficiente de atrito na região de deslizamento. Os dados do experimento foram inseridos no ABAQUS em modelo com malha de 5 μm na região de contato. O critério de dano de iniciação de trincas usado foi o de Lemaitre, e os critérios usados para determinar a direção de crescimento da trinca foram o da máxima tensão tangencial, da máxima taxa de liberação de energia e o critério em que $K_{II} = 0$. A regra de crescimento usada foi a de Paris.

O resultado da estimativa de vida determinada por FADAG *et al.* (2008), mostrado na Figura 2.10, foi obtido pela técnica de submodelagem em elementos finitos. Foram analisadas, no ABAQUS, duas geometrias de contato da liga de titânio Ti-6Al-4V, cilindro sobre plano e plano sobre plano. Determinou-se, após estudo de convergência, um tamanho de elemento finito aceitável de 6 μm na zona de contato. A parte de propagação de trinca de fadiga por *fretting* foi posteriormente realizada utilizando o código em elementos finitos FRANC2D/L, com tamanho inicial de trinca entre 1 e 2 μm para os casos de sapata cilíndrica. O código usa o critério da máxima tensão tangencial para determinar a direção do crescimento de trinca.

Antes de HOJJATI-TALEMI *et al.* (2014) publicarem o modelo de análise no ABAQUS, TALEMI *et al.* (2011) realizaram um estudo similar usando os programas

ANSYS APDL e FRANC2D/L. A diferença máxima observada entre os resultados numérico e experimental foi de 24%, cujo os autores julgaram ser normal no contexto de fadiga por *fretting*, em que vários parâmetros de *fretting* não foram modelados, tais como, o desgaste, as condições ambientais, mudanças de coeficiente de atrito por conta de detritos acumulados na região de contato. Em alguns dos resultados de TALEMI *et al.* (2011) fica claro que a vida de fadiga por *fretting* cresce com o aumento da largura da sapata.

Ainda sobre a influência da sapata na vida total, RAMMOHAN e MURTHY (2012) realizaram análise numérica considerando a presença ou não de filete na sapata. Os resultados mostram que a localização do dano é no meio da seção no modelo sem filete e mais próximo da superfície para modelo com filete. Ademais, a presença do filete aumenta consideravelmente o dano estimado.

É importante lembrar que devido às altas tensões na região de contato o material pode atingir o regime plástico e assim acumular deformações plásticas com o aumento do número de ciclos. Esses efeitos foram estudados por DING *et al.* (2014) ao comparar sua análise numérica com experimentos. Os resultados obtidos foram considerados pelo autor como razoavelmente bons, sobretudo quando comparados ao caso de não acúmulo de deformação plástica. A análise numérica foi realizada no ABAQUS com o critério de iniciação de Smith-Watson-Topper (SWT) e o método ϵ -N para determinar a vida.

MADGE *et al.* (2007) descrevem um método que integra a modelagem de desgaste (grande deslizamento), que permite a previsão dos efeitos da remoção de material, acoplado à análise de fadiga por *fretting* (pequenos deslizamentos). Com base em trabalhos que previam a evolução de tensão normal e de cisalhamento na sub-superfície do material, os autores associaram a modelagem de fadiga multiaxial de plano crítico de SWT ao Método dos Elementos Finitos no ABAQUS. O trabalho corrobora a hipótese de que o deslizamento pode remover a nucleação de trincas de fadiga por *fretting* antes da propagação, reafirma que em baixas amplitudes de deslizamento a trinca prevalece com altas taxas de dano por fadiga e baixas vidas, e em geral, para grandes amplitudes de deslizamento, o desgaste é o mecanismo dominante, em que os efeitos benéficos da redistribuição e remoção da pressão de material danificado aumentam significativamente a vida à fadiga.

Duas abordagens menos exploradas em relação ao MEF, em fadiga por *fretting*, são citadas aqui. Uma delas foi desenvolvida por NIGRO *et al.* (2014), onde se estuda a microestrutura do material em modelo numérico bidimensional de *fretting* baseado no MEF, porém os resultados não foram satisfatórios. A segunda abordagem é o método dos elementos de contorno, na qual YANG e MALL (2008), motivados por observações experimentais, realizaram uma análise numérica do crescimento de trincas sob fadiga por *fretting*. Na análise foi possível identificar que ambas as amplitudes máximas normais e máximas de tensão de cisalhamento estão concentradas nas bordas do contato.

2.3. QUANTIFICAÇÃO DA FADIGA

OWENS e CHEAL (1989) definem fadiga como um mecanismo em que trincas em uma estrutura crescem quando sujeitas às tensões cíclicas. A soma das tensões nominais cíclicas, que causam crescimento da trinca, pode ser muito menor que as tensões para provocar a falha estática.

O estudo de fadiga por *fretting* passou a ser estudado sistematicamente somente a partir de 1927, quando Tomlinson projetou uma máquina de fadiga por *fretting* (HILLS e NOWELL, 1994).

O estudo da fadiga nos materiais pode ser dividido em iniciação e propagação de trincas. A parte referente à iniciação pode ser determinada por dois métodos: o método S-N e o método ϵ -N.

O método S-N tem melhor aplicação para situações em que a análise se encontra no regime elástico. No entanto, na maioria dos casos práticos as estruturas apresentam concentração de tensões localizadas, por exemplo, em cantos e furos, e assim apresentam plasticidade localizada. Nestes casos é mais apropriado utilizar o método ϵ -N (SURESH, 1998), onde o material deve ser caracterizado em termos da resposta tensão-deformação e deformação-vida.

A quantificação da vida de propagação de trinca pode ser realizada por meio de alguma regra de crescimento de trinca da/dN .

2.3.1. Método S-N

O método S-N surgiu durante as décadas de 1850 e 1860, quando o engenheiro August Wöhler estabeleceu um gráfico para avaliar resultados de testes de fadiga em eixos de trens sujeitos à flexão rotativa (SURESH, 1998). Indicado quando o material está em regime elástico, neste método as amplitudes de tensão são usadas para calcular a resistência à cargas cíclicas, ajustando os valores de tensão devido à concentração de tensões em algumas partes de componentes mecânicos como, por exemplo, furos, ranhuras e chanfros.

Uma das contribuições de Wöhler foi identificar que a resistência à fadiga do material poderia ser medida sob cargas simples em pequenos corpos de provas padronizados. Wöhler descobriu que a resistência à fadiga $S_F(N)$ decresce com a vida N (número de ciclos), e na maioria das vezes segue uma relação ajustável por uma parábola tipo:

$$N(S_F)^B = A \quad (2.11)$$

onde B e A são ajustados aos dados experimentais.

A análise de tensões usada no método S-N é simples, e supõe que o material da peça é sempre linear, elástico, isotrópico e homogêneo. Logo, assume que as tensões e deformações em qualquer lugar da peça seguem a lei de Hooke. Com isto, a análise de tensões do método preserva o princípio da superposição. Quando for conveniente, pode-se separar a carga em componentes simples, calcular seus efeitos em separado e depois superpô-los de forma adequada.

No método S-N o nível de tensão média influencia no comportamento à fadiga do material ou componente estrutural. Alguns modelos definem a combinação de amplitude de tensão e tensão média que fornecem o mesmo número de ciclos até a falha, por exemplo, os modelos de Soderberg, Goodman modificado e Gerber. Mais detalhes destes modelos são apresentados por SURESH (1998).

Na rotina de dimensionamento pelo método S-N faz-se a análise do dano à fadiga para determinar a vida útil do material/componente. O conceito de dano pode ser associado a qualquer perda parcial da funcionalidade de uma peça ou equipamento. A Regra de Miner é um método bastante usado para esse fim, onde o dano D é cumulativo e varia de 0 a 1 (CASTRO e MEGGIOLARO, 2009). O valor de 0 se refere ao início da vida e

1 ao final da vida útil do material e, portanto, a fração de vida do material é igual a relação da quantidade de ciclos n_i para respectivos níveis de tensão sobre quantidades de ciclo N_i até a falha, dada por

$$D = n_i/N_i \quad (2.12)$$

Nas situações nas quais as cargas cíclicas são variáveis, como na Figura 2.11, pode-se usar o método *Rainflow* para contagem dos ciclos.

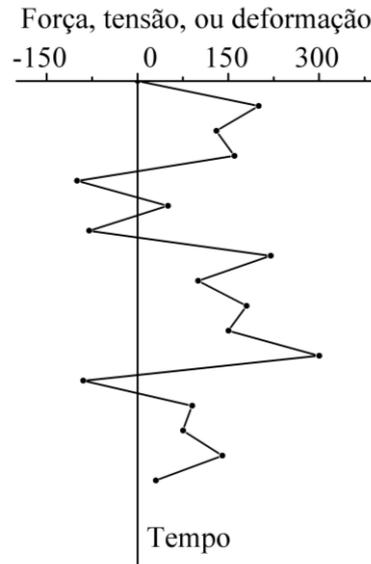


Figura 2.11 – Força, tensão, ou deformação variável com o tempo.

A técnica de contagem *Rainflow* é um algoritmo matemático baseado na analogia da queda dos pingos de chuva nos telhados japoneses. CASTRO e MEGGIOLARO (2009) descrevem a contagem dos ciclos em três regras:

- 1) nomear sequencialmente todos os picos e vales do carregamento;
- 2) iniciar a contagem em sequência de cada pico e de cada vale, e cessar ao encontrar: um pico maior ou igual (ou um vale menor ou igual) do que o ponto inicial, ou uma contagem iniciada anteriormente, ou acabar a história de carregamento;
- 3) contar $\frac{1}{2}$ ciclo entre o vale (ou pico) inicial e o maior (menor) pico (vale) encontrado na contagem, e associá-lo à componente alternada e média da tensão dadas por,

$$\sigma_{a_i} = \frac{|\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}|_i}{2} \text{ e } \sigma_{m_i} = \left(\frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{m\acute{i}n}}{2} \right)_i$$

2.3.2. Método ε -N

Na quantificação da fadiga pelo método ε -N (SANDOR, 1972; FUCHS e STEPHENS, 1980; RICE, 1988; DOWLING, 1993) o cálculo da vida N à fadiga pode ser calculado pela Equação (2.13) de Coffin-Manson que apresenta a vida em relação à amplitude total da deformação $\Delta\varepsilon$.

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma_c}{E} (2N)^b + \varepsilon_c (2N)^c \quad (2.13)$$

Os coeficientes de Coffin-Manson, σ_c e ε_c , são o coeficiente elástico e coeficiente plástico, respectivamente, são propriedades do material que devem ser medidas experimentalmente.

O modelo constitutivo de Ramberg-Osgood é uma de muitas relações empíricas que podem ser utilizadas para quantificar $\Delta\varepsilon$. Sua principal limitação é a de não reconhecer um comportamento puramente elástico, e sua principal vantagem é a sua simplicidade matemática. A equação pode ser usada para descrever as tensões e deformações pela expressão

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H_c} \right)^{1/h_c} \quad (2.14)$$

na qual E é o módulo de Young, H_c o coeficiente de endurecimento e h_c o expoente de endurecimento da curva cíclica (σ vs. ε) estabilizada. As constantes H_c e h_c também descrevem os laços de histerese da resposta cíclica do material,

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2 \left(\frac{\Delta\sigma}{2H_c} \right)^{1/h_c} . \quad (2.15)$$

O método ε -N usa na maioria das vezes a equação (2.16) de Neuber para correlacionar a tensão nominal ΔS com a tensão $\Delta\sigma$ e deformação $\Delta\varepsilon$ que elas induzem na raiz de um entalhe ou local de concentração de tensão, assim,

$$\Delta\varepsilon\Delta\sigma = \frac{(K_t\Delta S)^2}{E}, \quad (2.16)$$

onde K_t é o fator de concentração de tensão (teórico). TOPPER *et al.* (1969) preferem usar a sigla K_f , fator de concentração de tensão na fadiga, em vez de K_t na Equação (2.16).

O processo para determinar a vida N consiste da resolução iterativa da equação de Neuber e do laço de histerese, onde determina-se a tensão e deformação no local da falha. Em seguida aplicam-se os valores de $\Delta\varepsilon$ na equação de Coffin-Manson, onde finalmente determina-se o número de ciclos N até que ocorra falha no material. Como observado, o método ε - N não descreve a parcela da vida referente ao crescimento de trinca.

2.3.3. Método da/dN

O método da/dN é baseado na integração da taxa de propagação da/dN das trincas, e aplica-se à previsão de vida residual à fadiga das estruturas trincadas. O método usa os conceitos da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) no qual descreve a magnitude e a distribuição do campo de tensões K na vizinhança de uma trinca. A gama do fator de intensidade de tensões ΔK depende do modo de abertura da trinca. Três modos podem existir: modo I de abertura, modo II de cisalhamento no plano e modo III de cisalhamento fora do plano.

Em 1969, Paris observou que o comportamento de crescimento de trincas pode ser descrito pela relação entre a taxa de crescimento de trincas da/dN e a gama do fator de intensidade de tensão ΔK

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^m \quad (2.17)$$

onde os parâmetros C e m são constantes obtidas experimentalmente e dependem do material utilizado. O procedimento para determinar o número de ciclos (N) é por integração da equação (2.17).

Outras relações empíricas podem ser usadas para descrever a taxa da/dN , por exemplo, a equação de Walker, Forman e Priddle. CASTRO e MEGGIOLARO (2009) apresentam 35 fórmulas empíricas encontradas na literatura para descrever a taxa de crescimento de trinca da/dN .

3. METODOLOGIA PROPOSTA

A metodologia proposta nesta tese, esquematizada na Figura 3.1, consiste na modelagem computacional do problema de fadiga por *fretting* pelo método dos Elementos Finitos (MEF) por meio do programa comercial ANSYS Workbench. Da modelagem computacional exporta-se o resultado das tensões para calcular o fator de intensidade de tensão (FIT) pelo método da Função Peso. O valor do FIT é usado como dado de entrada no método da Mecânica da Fratura Baseada em Deformação (MFBD), que é utilizado para calcular o número de ciclos até a falha em cada nível de tensão, ou seja, pelo MFBD é possível determinar a curva S-N do problema de fadiga por *fretting*. Por fim, realiza-se análise probabilística pelo Método de Monte Carlo.

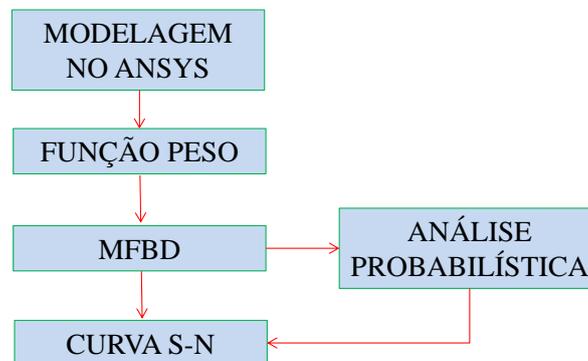


Figura 3.1 – Metodologia da tese.

Para entendimento da metodologia proposta, este capítulo descreve os seguintes tópicos: Método da Mecânica da Fratura Baseada em Deformação, Função Peso e Análise Probabilística. A Modelagem Computacional é explorada no Capítulo 4 e nos APÊNDICES A e B.

3.1. MÉTODO DA MECÂNICA DA FRATURA BASEADA EM DEFORMAÇÃO (MFBD)

O MFBD é basicamente um modelo da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) modificado para considerar os efeitos da não linearidade do material. Além disso, o MFBD considera toda a vida em fadiga como sendo de propagação, e foi desenvolvido para modelar o comportamento de trinca em entalhes, onde o material comporta-se de forma não linear, ou seja, fora do domínio da MFLE. Para tamanhos maiores de trinca, os resultados convergem para aqueles previstos pela MFLE.

O início do MFBD advém de pesquisas de El Haddad, Smith e Topper, publicadas em 1979 no artigo intitulado “*Fatigue Crack Propagation of Short Cracks*”. Baseado em outros trabalhos, El Haddad, Smith e Topper observaram que o processo de falha é dominado pela iniciação e propagação de trincas curtas e, além disso, que a taxa de crescimento de trinca curta é maior que a taxa de crescimento de trincas longas (PEARSON, 1975). Até então as previsões da taxa de crescimento de trincas curtas não eram precisas. Como solução, os autores propuseram um parâmetro chamado comprimento efetivo de trinca a_0 para estimar a gama do fator de intensidade de tensão ΔK das trincas curtas. A acurácia do termo a_0 em estimar a taxa de crescimento de trinca independe do nível de deformação aplicado, tendo sido confirmada a partir de dados experimentais. O cálculo de ΔK é realizado em função das deformações $\Delta\varepsilon$ próximas à ponta da trinca,

$$\Delta K = E\Delta\varepsilon\sqrt{\pi(a + a_0)} \quad (3.1)$$

No mesmo ano, em 1979, El Haddad, Smith e Topper aplicaram o parâmetro a_0 para estimar o fator de intensidade de tensão em entalhes, os resultados foram publicados no artigo “*A Strain Based Intensity Factor Solution for Short Fatigue Cracks Initiation from Notches*”. Neste, o fator de intensidade de tensão foi combinado à solução de Neuber para determinar as deformações na raiz do entalhe. Para isto foi proposto um novo fator de concentração de tensão que leva em conta as deformações na raiz do entalhe. Tanto a proposta do fator de concentração de tensão, como da estimativa da taxa de crescimento, representou com sucesso os dados experimentais.

Em 1980, os mesmos pesquisadores (El Haddad, Smith e Topper) aplicaram os conceitos do parágrafo anterior para estimar a vida de componentes soldados utilizando a regra de crescimento de trinca Paris-Erdogan. Esta, após ser integrada ciclo a ciclo, mostrou excelente concordância com dados experimentais. No ano seguinte, em 1981, El Haddad e Topper aplicaram o MFBD para estimar a vida de amostra com entalhe sob amplitude constante de carregamento cíclico. Em geral, as estimativas foram conservadoras, mas em concordância com a vida experimental. Os erros foram menores em cerca de 15%, para níveis de tensão maior.

Além dos trabalhos citados acima, uma descrição completa do MFBD utilizado para o trabalho atual está disponível em uma série de artigos publicados em periódicos.

DABAYEH *et al.* (1998) e KHALIL e TOPPER (2003) aplicaram o MFBD em entalhe. GHAREMANI e WALBRIDGE (2011), COUGHLIN e WALBRIDGE (2012), YEKTA *et al.*, (2013) e GHAREMANI *et al.* (2016) aplicaram o MFBD em componentes soldados.

A principal diferença entre MFBD e MFLE é como calcular o FIT usando deformação em vez de tensão. Além disso, o MFBD utiliza um fator de concentração de tensão modificado (FCTM) para obter histórias de deformação inelástica local por meio da regra de Neuber e do modelo constitutivo de Ramberg-Osgood (CASTRO e MEGGIOLARO, 2016; DOWLING, 2007).

Segundo CASTRO e MEGGIOLARO (2009), o fator de concentração de tensão é definido pela razão entre a máxima tensão $\sigma_{m\acute{a}x}$ que atua numa dada seção (entalhada) e a tensão nominal σ que atuaria naquela seção se o entalhe nela não causasse qualquer efeito, $K_t = \sigma_{m\acute{a}x}/\sigma$. A Figura 3.2 mostra o exemplo de um entalhe, onde pode-se calcular os valores de tensão na raiz do entalhe considerando a gama de tensão nominal $\Delta\sigma$, o raio do entalhe ρ e o comprimento da trinca a . Na análise do contato desta tese, considera-se o raio do entalhe $\rho = 0$.

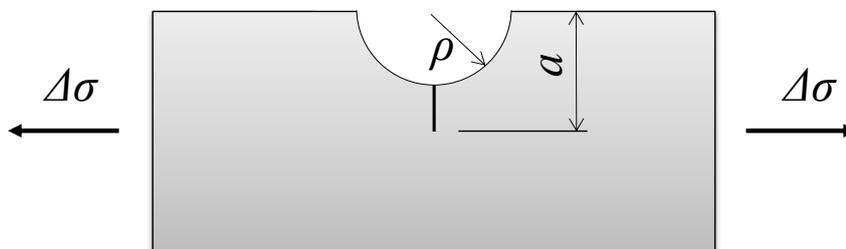


Figura 3.2 – Parâmetros de cálculo do fator de concentração de tensão.

O fator de concentração de tensão modificado (FCTM), $K_p(a/w)$ difere do clássico fator de concentração de tensão (K_t) por computar a concentração, na falha, usando o fator de intensidade de tensão. Por exemplo, considere a solução do FIT de uma chapa semi-infinita tracionada (CIT) de largura w com uma trinca na borda de tamanho a , perpendicular à tensão normal σ (modo I). O FIT em modo I é dado por

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \cdot f(a/w) \quad (3.2)$$

onde $f(a/w)$ é, segundo PARIS (1964),

$$f(a/w) = \sigma\sqrt{\pi a} \cdot \left\{ 0,857 + 0,265 \left[\frac{a}{w} + \left(1 - \frac{a}{w} \right)^{5,5} \right] \right\} / \left(1 - \frac{a}{w} \right)^{1,5} \quad (3.3)$$

No entanto, se a CIT for submetida a um entalhe ou a uma concentração de tensão, o FIT é modificado para ter em conta a nova condição de contorno (a concentração de tensão é obtida aqui pressionando uma sapata na borda da CIT, recriando o problema de fadiga por *fretting*). Se é possível obter FIT elástico, K_{el} , para a condição de contorno modificada, então o FCTM é dado pela equação (3.4). A Figura 3.3 exemplifica a diferença entre o clássico $K_t = \sigma_{máx}/\sigma$ e K_p para problemas de *fretting*. Nesta, o cálculo do fator de concentração de tensão é realizado pela relação entre o fator de intensidade de tensão na região do contato e o fator de intensidade de tensão na região sem influência do contato. A Tabela 3.1 apresenta as definições e equações de K_t , K_t e K_p .

$$K_p(a/w) = \frac{K_{el}}{\sigma\sqrt{\pi a} \cdot f(a/w)} \quad (3.4)$$

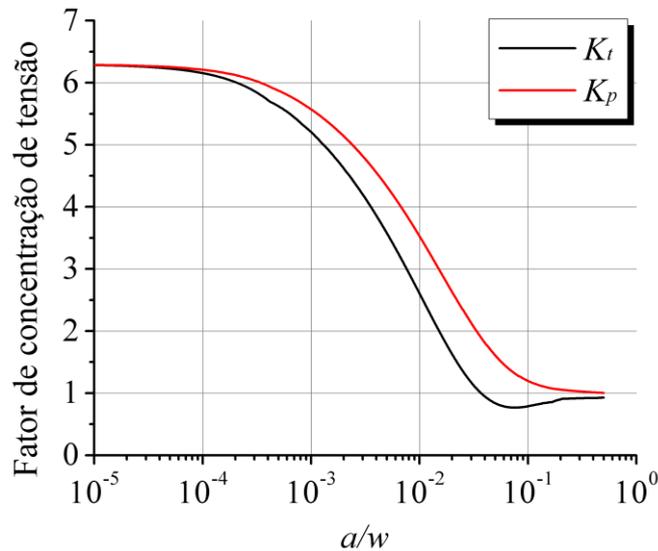


Figura 3.3 – Diferença entre K_t e K_p para problemas de *fretting*.

Tabela 3.1 - Diferença entre K_I , K_t e K_p

Parâmetro	Definição	Equação	Unidade
K_I	Fator de intensidade de tensão no modo I. Quantifica o campo de tensões elástico na vizinhança da ponta da trinca e é dado em função da tensão nominal σ , do tamanho da trinca a e de um fator geométrico $f(a/w)$, que leva em conta a forma da trinca.	$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{w}\right)$	MPa \sqrt{m}
K_t	Fator de concentração de tensão. Definido pela razão entre a máxima tensão $\sigma_{m\acute{a}x}$ que atua numa dada seção (entalhada) e a tensão nominal σ que atuaria naquela seção se o entalhe nela não causasse qualquer efeito.	$K_t = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma}$	-
K_p	Fator de concentração de tensão modificado. Definido pela razão entre o fator de intensidade de tensão em uma dada seção K_{el} saindo de um concentrador de tensões e o fator de intensidade de tensão K_{ref} que atuaria naquela seção sem o efeito do concentrador de tensões.	$K_p = \frac{K_{el}}{K_{ref}}$	-

O fluxograma dos procedimentos usados no MFBD é mostrado na Figura 3.4. O FCTM é um dado de entrada para calcular as tensões e deformações inelásticas locais, σ e ε . Após uma tensão nominal, S_i , ser adicionada a um algoritmo *AddNominalStress* descrito na Figura 3.5, um laço de histerese é criado usando a regra de Neuber e o modelo de Ramberg-Osgood. O histórico de tensões nominais é composto por uma sequência de picos e vales, assim como o exemplo mostrado Figura 3.6.

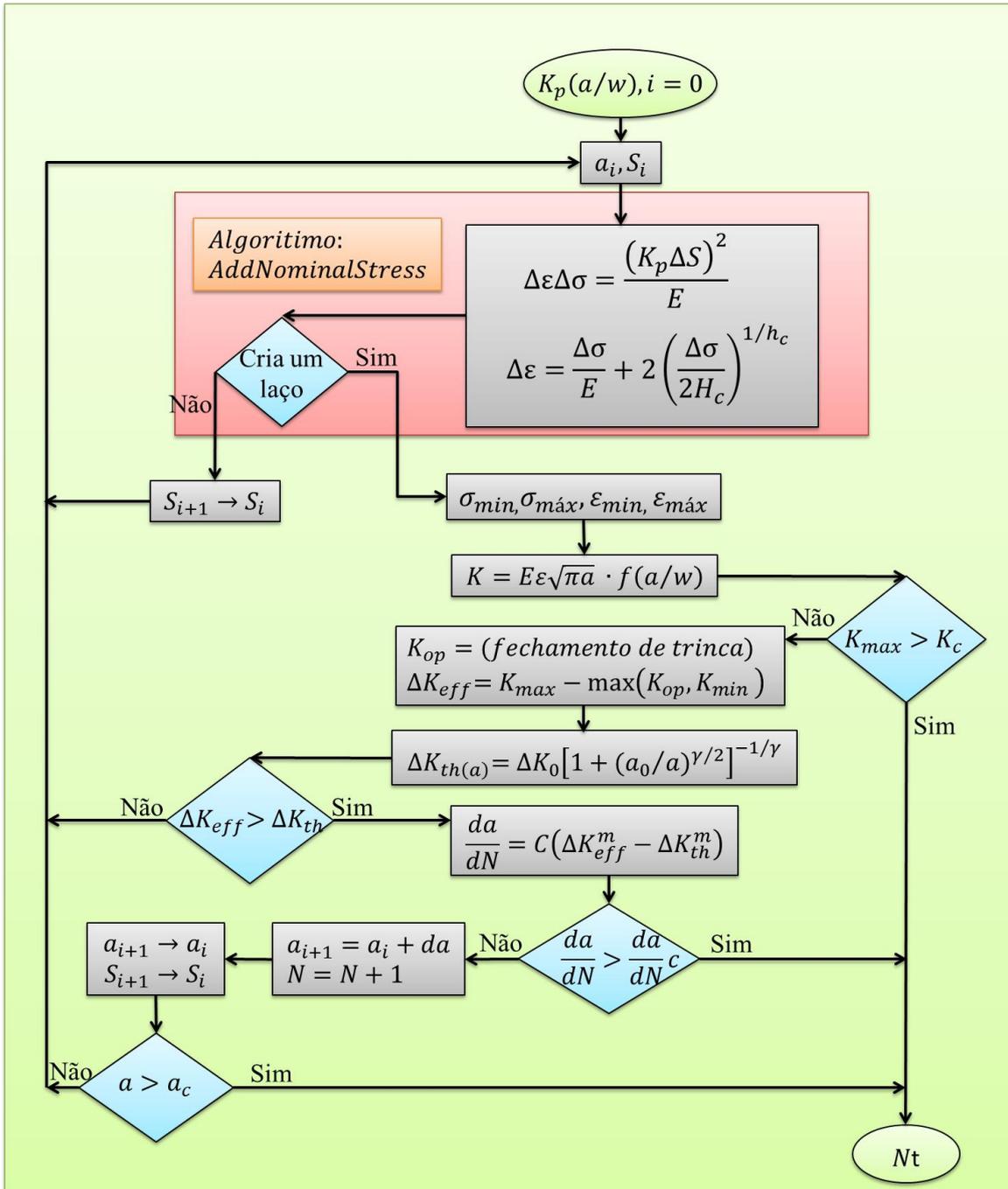


Figura 3.4 – Fluxograma do MFBD utilizado neste trabalho.

Algorithm 1: AddNominalStress

```
Data:
 $\sigma$ , stress on notch-root
 $\epsilon$ , strain on notch-root
 $\sigma_{max\_mon}$ , maximum monotonic stress
 $filoMat$ , three columns dynamic matrix that
holds  $\sigma_n$ ,  $\sigma$  and  $\epsilon$ 
 $\sigma_n$ , peak/valley nominal stress
Input:
 $\sigma_n$ , nominal stress
Result: closed loop limits
1 if  $filoMat$  is empty then
2 |   push back ( $\sigma_n = 0, \sigma = 0, \epsilon = 0$ ) in
   |    $filoVec$ 
3 |    $\sigma_{max\_mon} \leftarrow 0$ 
4 end
5  $isMonotonic \leftarrow false$ 
6 if  $abs(\sigma_n) \geq abs(\sigma_{max\_mon})$  then
7 |    $\sigma_{max\_mon} \leftarrow \sigma_n$ 
8 |    $isMonotonic \leftarrow true$ 
9 end
10 while true do /* while loop is possible */
11 |   if  $isMonotonic$  then
12 |   |    $\Delta\sigma_n \leftarrow \sigma_{max\_mon}$ 
13 |   else
14 |   |    $\sigma_{last\_n} \leftarrow$  last nominal point stress
   |   |   from  $filoMat$ 
15 |   |    $\Delta\sigma_n \leftarrow \sigma_n - \sigma_{last\_n}$ 
16 |   end
17 |    $\sigma, \epsilon \leftarrow$  Neuber ( $isMonotonic, \Delta\sigma_n$ )
18 |    $filoSize \leftarrow$  size of  $filoMat$ 
19 |   if  $filoSize \leq 2$  then
20 |   |   break while loop
21 |   end
22 |    $\sigma_{size} \leftarrow filoMat(filoSize, 1)$ 
23 |    $\sigma_{size-1} \leftarrow filoMat(filoSize - 1, 1)$ 
24 |   if  $isMonotonic$  then
25 |   |    $\Delta\sigma_{curr} \leftarrow abs(\sigma) - abs(\sigma_{size-1})$ 
26 |   else
27 |   |    $\Delta\sigma_{curr} \leftarrow abs(\sigma) - abs(\sigma_{size} - \sigma_{size-1})$ 
28 |   end
29 |   if  $\Delta\sigma_{curr} \geq 0.0$  then
30 |   |    $\sigma_1, \epsilon_1 \leftarrow$  pop back from  $filoMat$ 
31 |   |    $\sigma_2, \epsilon_2 \leftarrow$  pop back from  $filoMat$ 
32 |   |   create a loop with  $(\sigma_1, \epsilon_1)$  and  $(\sigma_2, \epsilon_2)$ 
33 |   else
34 |   |   break while loop
35 |   end
36 end
37 if  $isMonotonic$  then
38 |   push back ( $\sigma_n, \sigma, \epsilon$ ) in  $filoMat$ 
39 else
40 |    $\sigma_{size} \leftarrow filoMat(filoSize, 2)$ 
41 |    $\epsilon_{size} \leftarrow filoMat(filoSize, 3)$ 
42 |   push back ( $\sigma_n, \sigma_{size} + \sigma, \epsilon_{size} + \epsilon$ ) in
   |    $filoMat$ 
43 end
```

Figura 3.5 – Algoritmo para obter laços de histerese pela regra de Neuber associada ao modelo constitutivo de Ramberg-Osgood.

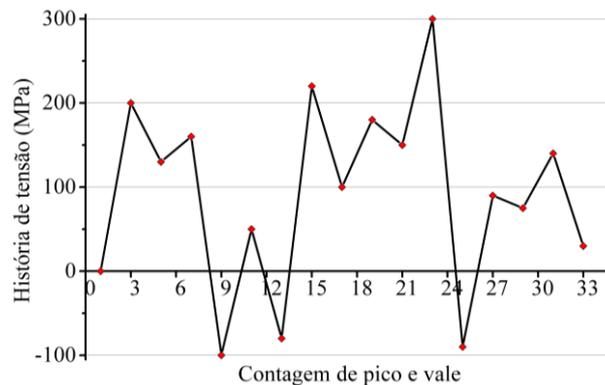


Figura 3.6 – História de tensão nominal.

O algoritmo mostrado na Figura 3.5 apenas recebe a tensão nominal e fornece como saída a tensão/deformação máxima e mínima quando é criado um ciclo de histerese. O Algoritmo baseia-se no algoritmo de CONLE *et al.* (1988) modificado para se tornar compacto e eficiente. Uma matriz, chamada de *filoMat* na Figura 3.5, contém três informações: tensão nominal, e tensão/deformação na raiz de entalhe (ver Figura 3.5). Inicialmente, esta matriz é vazia e um ponto de deformação/tensão zero é inserido em *fileMat* (linha 1-4). Uma variável σ_{max_mon} controla o maior laço no diagrama de histerese (linha 5-9) quando um valor absoluto de tensão é maior ou igual a esta variável.

O núcleo do algoritmo está entre as linhas 10-36 da Figura 3.5. A função na linha 17 resolve simultaneamente as equações de Neuber e Ramberg-Osgood e considera se a carga é monotônica ou cíclica (definida na linha 5 ou 8). Normalmente, a equação de Neuber aplica o FCT, mas nesta abordagem a equação usada é:

$$K_p(a/w) = \frac{\sigma \varepsilon E}{\Delta \sigma_n^2} \quad (3.5)$$

onde $\Delta \sigma_n^2$ é calculado na linha 12 ou 15. A linha 18 apenas obtém o tamanho atual de *filoMat* para manter temporariamente os dois pontos de tensão (linhas 22 e 23) no topo do *filoMat*. Estes dois pontos são utilizados para calcular um possível laço de histerese quando $\Delta \sigma_{curr}$ é maior ou igual a zero (linha 29). Se a condição for verdadeira, as duas últimas posições de tensão/deformação são retiradas (linha 30 e 32) da *filoMat* e cria-se um laço (linha 32), caso contrário, o algoritmo sai (linha 34) do laço *while*. As linhas seguintes 37-43 preservam a coerência da estrutura *filoMat*.

Voltando à Figura 3.4, o FIT é calculado usando deformação e módulo de elasticidade em vez de tensão. O processo pode considerar qualquer modelo de fechamento de trinca e modelo de trinca curta.

Referente ao fenômeno de fechamento de trinca, NEWMAN (1984) apresenta uma equação geral para determinar o FIT de abertura de trinca K_{op} . A equação é uma função da relação da tensão mínima pela tensão máxima R , do nível de tensão, e três restrições dimensionais, em que K_{op}/K_{max} é:

$$A_0 + A_1R + A_2R^2 + A_3R^3, se R \geq 0 \quad (3.6)$$

$$A_0 - A_1R, se R \leq 0$$

onde,

$$A_0 = (0,825 - 0,34\alpha + 0,05\alpha^2)[\cos(\pi\sigma_{m\acute{a}x}/2\sigma_0)]^{1/\alpha}$$

$$A_1 = (0,415 - 0,071\alpha)f(a/w)\sigma_{m\acute{a}x}/\sigma_0$$

$$A_2 = 1,0 - A_0 - A_1 - A_3$$

$$A_3 = 2A_0 + A_1 - 1,0$$

$$\alpha = 1,78 - 0,628f(a/w)\sigma_{m\acute{a}x}/\sigma_0$$

onde $\sigma_{m\acute{a}x}$ é a tensão nominal máxima e σ_0 o fluxo de tensão, que é considerado como sendo a média entre a tensão de escoamento uniaxial e a resistência à tração máxima axial do material. Segundo NEWMAN (1984), o estado de tensão plana e estado de deformação plana pode ser simulado com alfa (α) de 1 e 3, respectivamente. Cabe destacar que, nesta tese, nenhum modelo de fechamento de trinca será considerado.

Como visto anteriormente, a vida de muitas peças é consumida propagando trincas curtas, que podem crescer sob $\Delta K < \Delta K_{th}(R)$. A influência do tamanho da trinca no limiar da propagação de trincas curtas de fadiga sob cargas pulsantes $\Delta K_{th}(a, R = 0)$ pode ser satisfatoriamente modeladas utilizando a característica de trinca curta com tamanho a_0 proposto por EL HADDAD *et al.* (1979):

$$\Delta K = \Delta\sigma\sqrt{\pi(a + a_0)} \quad (3.7)$$

onde $a_0 = (1/\pi)/(\Delta K_0/\Delta S_0)^2$, ΔK_0 é o limiar das trincas longas e ΔS_0 o limite de fadiga. Usando a_0 , é realmente possível reproduzir os limites esperados $\Delta K_{th}(a \rightarrow \infty) = \Delta K_0$ e $\Delta\sigma(a \rightarrow 0) = \Delta S_0$.

Alternativamente, a partir de um ponto de vista operacional, o problema de trinca curta pode ser mais claramente modelado por deixar a faixa ΔK na sua forma original, enquanto a expressão do limiar de propagação (sob cargas pulsantes) é modificada para se tornar uma função do comprimento da trinca, chamada $\Delta K_{(a)}$, resultando em:

$$\Delta K_{(a)} = \Delta K_0\sqrt{a/(a + a_0)} \quad (3.8)$$

Seguindo o raciocínio de BAZANT (1997), uma equação mais geral (3.9) proposta por CASTRO *et al.* (2012) pode ser usada para simular o efeito de trinca curta. A Figura 3.7 mostra a influência do parâmetro γ para ajustar a equação de $\Delta K_{(a)}$. Para fins práticos γ pode ser adotado com valor 6 (CASTRO *et al.*, 2012).

$$\Delta K_{(a)} = \Delta K_0 [1 + (a_0/a)^{\gamma/2}]^{-1/\gamma} \quad (3.9)$$

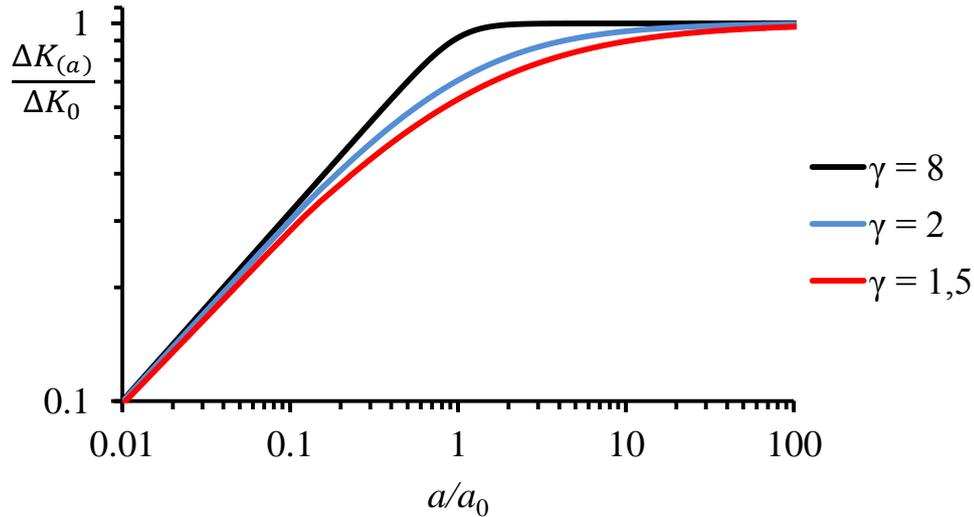


Figura 3.7 – Relação entre limite de propagação de trinca curta e trinca longa como função de a/a_0 (CASTRO *et al.*, 2012).

A regra de crescimento de trinca de Paris-Erdogan é usada nesta tese, que pode ser modificada para considerar os efeitos de fechamento de trinca e a existência de um limiar do fator de intensidade de tensão ΔK_{th} :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eff}^m - \Delta K_{th}^m) \quad (3.10)$$

onde C e m são constantes. A gama efetiva do fator de intensidade de tensão ΔK_{eff}^m , considerando o fechamento de trinca é determinada pela seguinte expressão:

$$\Delta K_{eff} = K_{m\acute{a}x} - \max(K_{op}, K_{m\acute{i}n}) \quad (3.11)$$

onde $K_{m\acute{a}x}$ e $K_{m\acute{i}n}$ são os FITs atribuídos ao nível de tensão máxima e mínima para cada ciclo de carga. K_{op} corresponde ao nível de tensão para abrir a trinca para uma dada carga cíclica (NEWMAN, 1984).

De fato, MFBD inclui alguns procedimentos do método de projeto de fadiga ε -N no método da/dN . No método ε -N, a equação de Neuber é usada para correlacionar as tensões σ_n e deformação ε_n nominais com as tensões σ e deformações ε na raiz do entalhe. No MFBD, a concentração de tensão modificada está correlacionada a um FIT nominal e a um FIT induzido por uma nova condição de contorno (uma raiz de entalhe ou um contato).

3.2. FUNÇÃO PESO

O método da Função Peso (FP) (BUECKNER, 1970; RICE, 1972) é empregado aqui para calcular o FIT. Este método tem sido utilizado na determinação de fatores de intensidade de tensão, como exemplo tem-se os trabalhos de FETT e MUNZ (1997) e WU e CARLSSON (1991). A principal vantagem do método é separar o carregamento da geometria. Uma vez que a Função Peso é conhecida para uma dada geometria de trinca, o fator de intensidade de tensão devido a qualquer sistema de carga aplicada ao corpo pode ser determinado utilizando a mesma Função Peso.

De acordo com GLINKA e REINHARDT (2000), para obter o FIT usando o método da Função Peso, as seguintes etapas precisam ser realizadas:

- Determinar a distribuição de tensões em um plano onde a trinca surge, usando análise elástica linear do corpo não trincado;
- Escolher uma Função Peso genérica apropriada;
- Integrar o produto da função de tensão e da Função Peso sobre o comprimento da trinca ou superfície da trinca.

O método da FP permite a previsão do FIT com tempo de CPU comparáveis aos que são necessárias somente pelo cálculo, por *handbooks*, de soluções clássicas de K , por isso, o tempo consumido é muito menor do que nos métodos numéricos em elementos finitos ou de contorno (JANKOWIAK *et al.*, 2009). Isso acontece devido ao método ser auto consistente e não necessitar fazer quaisquer ajustes arbitrários, já que a Função Peso usa o campo de tensões de um corpo não trincado, e assim, atualizações do campo de tensões não são necessárias com o avanço da trinca (CHATTOPADHYAY *et al.*, 2011; LINDROTH *et al.*, 2013).

TADA *et al.* (2000) escreveram um *handbook* com as Funções Peso para diversas geometrias, no entanto, a fórmula difere para cada geometria de trinca. Para unificar as soluções em uma única equação, GLINKA e SHEN (1991) propuseram a equação (3.12) para qualquer geometria de trinca, sendo que somente os parâmetros M_i são diferentes. Na trinca da Figura 3.8 as equações de M_i estão mostradas nas equações (3.14) a (3.16). A relação tamanho de trinca a e largura da peça w , assim como a distância da carga para a ponta da trinca x , determinam a influência da força T para na magnitude do fator de intensidade de tensão K no ponto A.

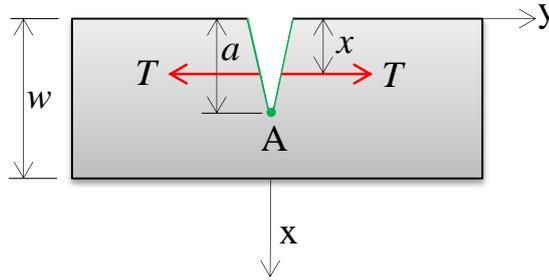


Figura 3.8 – Trinca de borda unidimensional.

$$K_A^{\sigma(x)} = \int_0^a \sigma(x)m(x, a)dx \quad (3.12)$$

$$m(x, a) = \frac{2T}{\sqrt{2\pi(a-x)}} \left[1 + M_1 \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{1/2} + M_2 \left(1 - \frac{x}{a}\right)^1 + M_3 \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{3/2} \right] \quad (3.13)$$

$$M_1 = \frac{-0,029207 + \frac{a}{w} \left\{ 0,213074 + \frac{a}{w} \left[-3,029553 + \frac{a}{w} \left(5,901933 - \frac{a}{w} 2,657820 \right) \right] \right\}}{1,0 + \frac{a}{w} \left(-1,259723 + \frac{a}{w} \left\{ -0,048475 + \frac{a}{w} \left[0,481250 - \frac{a}{w} \left(-0,526796 + \frac{a}{w} 0,345012 \right) \right] \right\} \right)} \quad (3.14)$$

$$M_2 = \frac{0,451116 + \frac{a}{w} \left\{ 3,462425 + \frac{a}{w} \left[-1,078459 + \frac{a}{w} \left(3,558573 - \frac{a}{w} 7,553533 \right) \right] \right\}}{1,0 + \frac{a}{w} \left(-1,496612 + \frac{a}{w} \left\{ 0,764586 + \frac{a}{w} \left[-0,659316 - \frac{a}{w} \left(0,258506 + \frac{a}{w} 0,114568 \right) \right] \right\} \right)} \quad (3.15)$$

$$M_3 = \frac{0,427195 + \frac{a}{w} \left\{ -3,730114 + \frac{a}{w} \left[16,276333 + \frac{a}{w} \left(-18,799956 + \frac{a}{w} 14,112118 \right) \right] \right\}}{1,0 + \frac{a}{w} \left(-1,129189 + \frac{a}{w} \left\{ 0,033758 + \frac{a}{w} \left[0,192114 + \frac{a}{w} \left(-0,658242 + \frac{a}{w} 0,554666 \right) \right] \right\} \right)} \quad (3.16)$$

De acordo com JANKOWIAK *et al.* (2009), o processo para determinar o FIT baseado em Função Peso bidimensional (2D) é: determinar a localização da trinca no componente, definir o plano de crescimento da trinca que pode ser assumido como perpendicular às tensões principais, substituir o contorno da trinca por um número de

segmentos lineares, e calcular o fator de intensidade de tensão no meio de cada segmento. A Figura 3.9 apresenta um desenho esquemático do plano escolhido para obter as tensões em um corpo tridimensional.

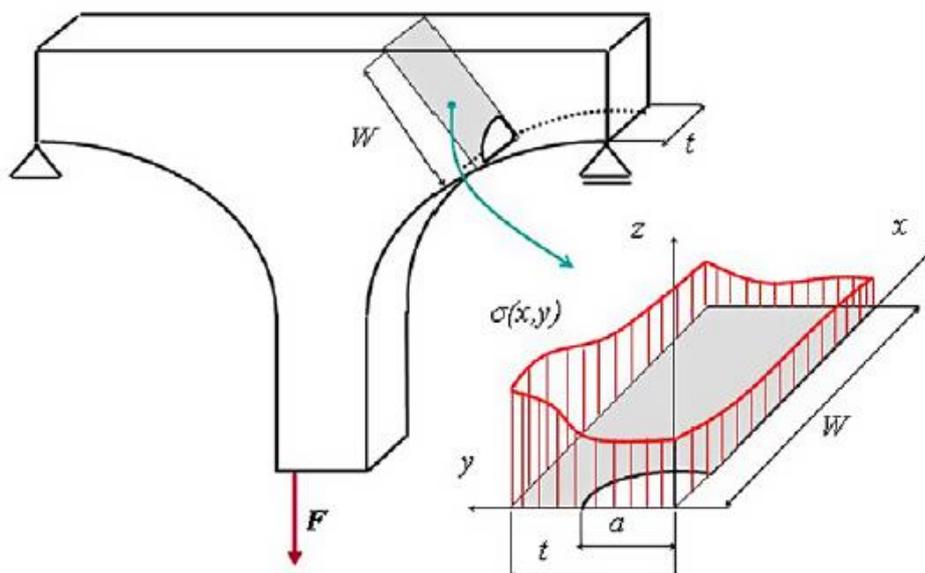


Figura 3.9 – Plano para cálculo de K_I (JANKOWIAK *et al.*, 2009).

No caso de trincas bidimensionais, o FIT é determinado conforme equação (3.17). Nesta situação o campo de tensão é bidimensional, e assim, é necessário integrar a Função Peso ao longo da superfície da trinca. Oore e Burns também propuseram uma Função Peso de trincas planas com forma arbitrária para diferentes geometrias de trinca (LINDROTH *et al.*, 2013).

$$K = \iint_{\Omega} \sigma(x,y) m_A(x,y,F) dx dy \quad (3.17)$$

GLINKA e REINHARDT (2000) propuseram uma forma geral da Função Peso, chamada de *point-load*, e dada pela equação (3.18), que determina o FIT em trincas de superfície, borda ou embutidas em corpo infinito e semi-infinito. O significado dos termos da equação (3.18) pode ser visto na Figura 3.10, em que ρ é a distância do ponto onde a carga é aplicada até o contorno da trinca, Γ_C é o contorno invertido da trinca e Γ_B o contorno invertido da borda.

$$m_A(x,y) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi\rho^2}} \frac{\sqrt{\Gamma_C + \Gamma_B}}{\Gamma_C} \quad (3.18)$$

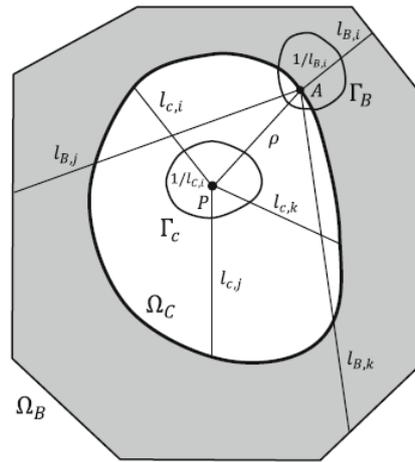


Figura 3.10 – Notação para a Função Peso de trinca com forma arbitrária em um corpo finito (LINDROTH *et al.*, 2013).

Em trincas de contorno arbitrário, a frente da trinca deve ser dividida em segmentos (Figura 3.11). A acurácia do método é melhorada com o aumento de segmentos, entretanto, isso gera um maior custo computacional. No caso de trinca bidimensional irregular, mais importante que a quantidade de segmentos é o ângulo entre segmentos adjacentes γ . A partir do ângulo, pode-se determinar a quantidade de segmentos necessários para cada trecho da trinca ou contorno externo. Análises de JANKOWIAK *et al.* (2009) mostram que o valor preferível de γ é pelo menos 170° . Segundo LINDROTH *et al.* (2013), a função *point-load* dá estimativas precisas de K para trincas internas, mas os resultados para trincas de superfície e de borda são menos precisos. Sabendo disto, a geometria do contorno deve ser realizada cuidadosamente, tendo em vista que a acurácia de K pode mudar devido ao crescimento da trinca. Este problema foi resolvido pelo desenvolvimento de regras especiais para o segmento C_1 próximo à superfície S , conforme Figura 3.11. O K no segmento C_1 é igual a K de C_2 multiplicado por 1,2.

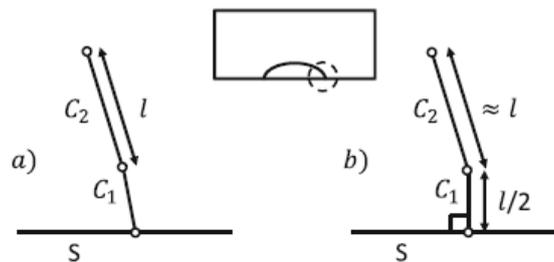


Figura 3.11 – Detalhe do segmento de trinca C_1 próximo à superfície S (LINDROTH *et al.*, 2013).

O método da Função Peso parece ser uma solução conveniente e eficiente desde que a distribuição de tensões ao longo da espessura seja conhecida (CHATTOPADHYAY *et al.*, 2011). Calculado os FIT, o aumento de trinca pode ser determinado para cada segmento baseado no crescimento da trinca e na taxa efetiva do FIT, correspondente à aplicação de carga cíclica.

3.3. ANÁLISE DE SIMULAÇÃO PROBABILÍSTICA

As análises probabilísticas deste trabalho serão realizadas por meio de simulação de Monte Carlo (SMC). A SMC está descrita numa série de referências (AYYUB, 2003; BENAROYA *et al.*, 2005; KROESE *et al.*, 2013).

A Figura 3.12 mostra a ideia geral da SMC. Um conjunto de níveis de variação da tensão deve ser selecionado para estabelecer uma curva S-N, assim como nos ensaios em laboratório. Em experiências reais, um número de espécimes é tipicamente selecionado e testado para se obter o número de ciclos N apenas por um único intervalo de tensão. O processo é repetido para todos os níveis de variação de tensão. Nas experiências simuladas, testes ou simulações semelhantes são feitas tal como mostrado na Figura 3.12. Para cada conjunto de níveis de variação de tensão, um número de "ensaios" é executado. A diferença aqui é que os dados de entrada são baseados em dados de probabilidade (ver Figura 3.12 (a)), com base em um número aleatório entre zero e um. A análise é realizada usando o modelo de mecânica da fratura determinística, e no final há um número de ciclos até a falha para cada teste. Em cada intervalo de tensão, um histograma pode ser representado graficamente como apresentado na Figura 3.12 (b). Alternativamente, os resultados podem ser representados graficamente como uma curva S-N, tal como seria feito por meio de uma experiência real (Figura 3.12 (c)). Estas curvas podem ser comparadas a curvas de teste reais para validar o modelo probabilístico da mecânica da fratura.

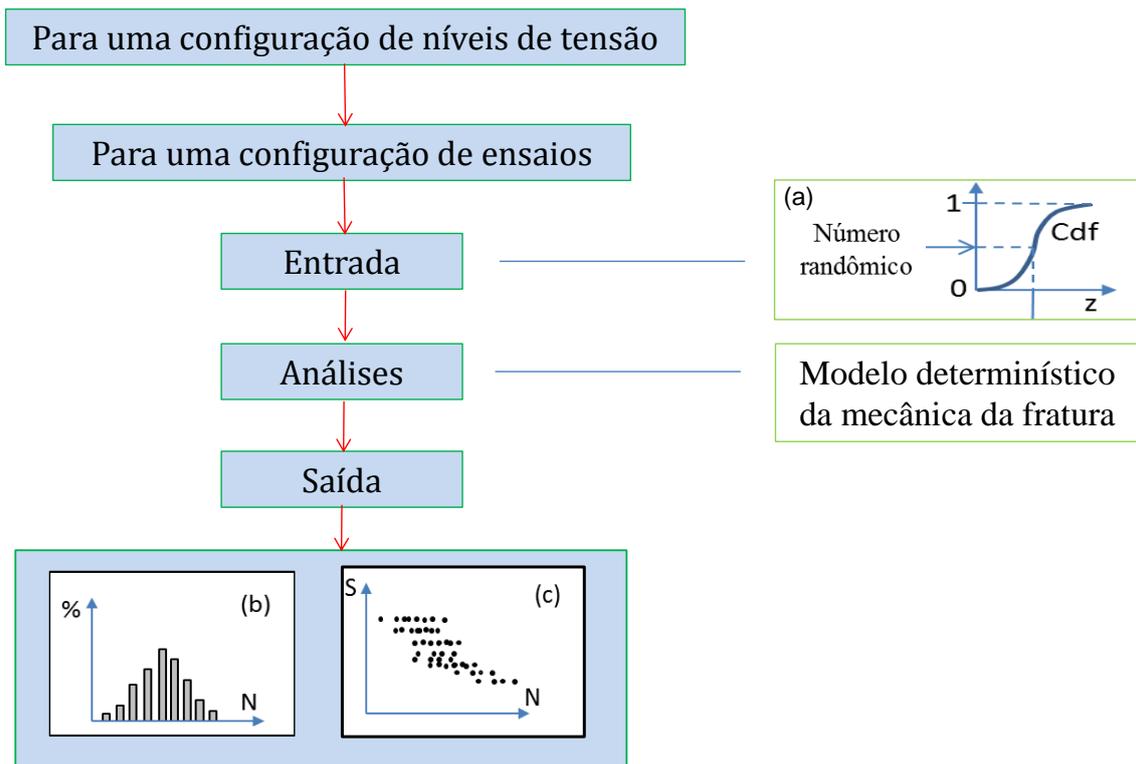


Figura 3.12 – Ideia geral da análise probabilística (MIRANDA *et al.*, 2015).

No início de cada teste, Figura 3.12 (a), um número aleatório é selecionado para cada variável estatística z_i . Existem muitos algoritmos utilizados para gerar os dados de entrada aleatórios para a análise. Os dados podem ser gerados diretamente a partir da distribuição estatística para criar um conjunto de números que obedece a uma distribuição específica. Por exemplo, a linguagem C++ (C++ 11) já tem implementado no cabeçalho um conjunto de classes `<random>` de alto nível para produzir números aleatórios usando funções de distribuição de probabilidade (NETWORK, 2015). Alternativamente, o número aleatório (uniformemente distribuído entre zero e um) pode ser obtido pelo inverso da função de distribuição cumulativa (FDC) da variável estatística. Existem muitos códigos disponíveis para este fim (ACKLAM, 2010). Neste trabalho, esta última abordagem foi usada com o gerador pseudoaleatório de Mersenne Twister (MATSUMOTO e NISHIMURA, 1998) com números de 32 bits implementados na biblioteca C++.

4. MODELAGEM NUMÉRICA

A modelagem computacional do problema de contato é o primeiro passo para determinar os parâmetros de cálculo da metodologia proposta neste trabalho. Desta forma, neste capítulo aborda-se inicialmente a validação do modelo numérico em Elementos Finitos a partir de solução analítica do contato. Em seguida, verifica-se a eficiência da função peso para estimar o fator de intensidade de tensão FIT. Após a verificação, mostra-se o processo de cálculo do fator de concentração de tensão modificado K_p baseado no FIT. As mudanças nos valores de K_p são observadas em modelos com diferentes coeficientes de atrito, materiais, raios de sapata e tensão nominal. Por fim, faz-se o modelo numérico de estudo desta tese, no qual as propriedades dos materiais, características geométricas, condições de contorno e carregamento são obtidas de modelos experimentais apresentados por outros autores.

4.1. VALIDAÇÃO DE MODELO DE CONTATO

Para validação de um modelo numérico de contato no ANSYS, pelo Método dos Elementos Finitos, foram usadas as características do modelo da Figura 4.1, na qual mostra-se a restrição de rotação em torno do eixo z ($r_z = 0$), a restrição de translação no eixo x ($u_x = 0$) e eixo y ($u_y = 0$), a força normal P , a força tangencial Q , e a tensão remota de fadiga σ . A geometria do modelo numérico é formada por um semicírculo de raio 7 mm e um retângulo com dimensões de 20 x 40 mm. A sapata (semicírculo) e amostra (retângulo) foram especificadas com o mesmo material ($E = 72,16$ GPa e $\nu = 0,33$) e coeficiente de atrito (COF) entre faces de 0,65. Na região de contato foram feitas duas partições para melhorar o refinamento da malha, como mostrado na Figura 4.2. A malha é feita com elemento bidimensional de quatro nós com tamanho de arestas de 5 μm na região do contato, conforme recomendações de HOJJATI-TALEMI *et al.* (2014).

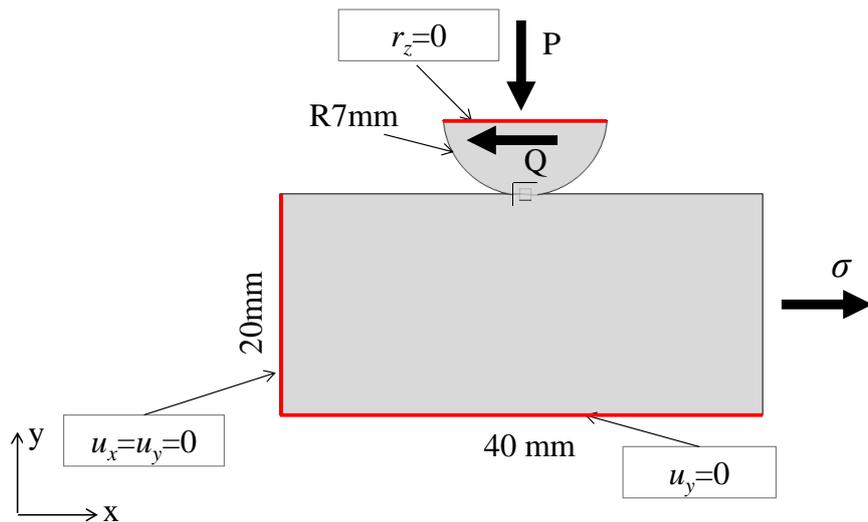


Figura 4.1 – Modelo de *fretting*.

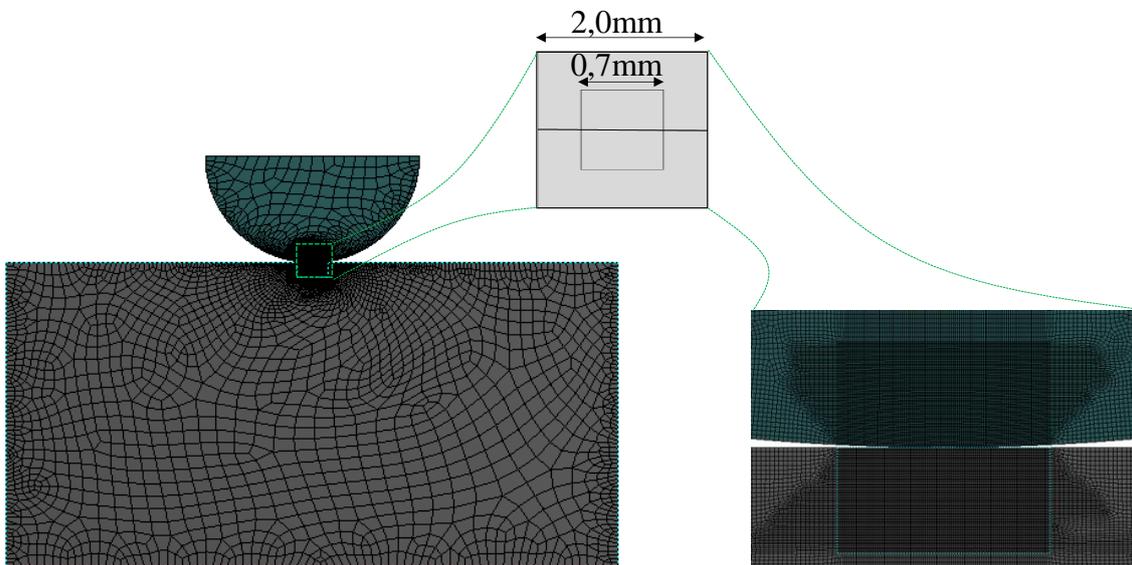


Figura 4.2 – Detalhe da malha.

Dois tipos de modelos foram analisados: modelo M1 - sem tensão remota σ e modelo M2 - com tensão remota de fadiga σ igual a 350 MPa. Os passos de carga são mostrados na Figura 4.3. No modelo M1 a aplicação da carga foi feita em três partes: na primeira atribui-se um deslocamento inicial δ de 5×10^{-4} mm, no sentido de “P”, para evitar movimento de corpo rígido, na segunda parte aplica-se a carga normal $P = 404,9$ N, e por último aplica-se a carga tangencial $Q = 158$ N. No modelo M2 a aplicação da carga foi realizada assim como no modelo M1 acrescentando-se a tensão remota de fadiga σ de 350 MPa. A carga Q e a tensão σ são aplicadas em fase, ou seja, as duas atingem valores extremos no mesmo passo de carga, mas em sentidos contrários (o APÊNDICE B mostra um tutorial de análise de contato no ANSYS Workbench).

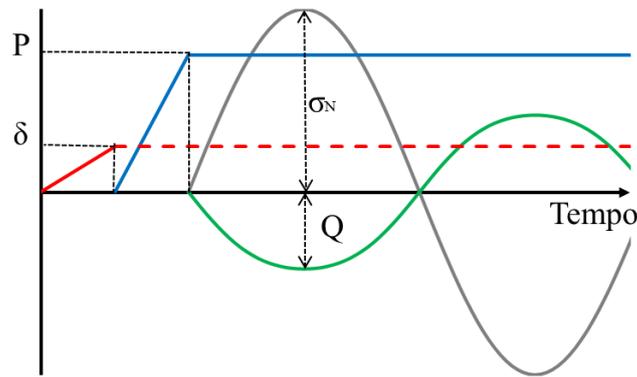


Figura 4.3 – Etapas para análise numérica de *fretting*.

A análise bidimensional é realizada em estado plano de deformação. Esta consideração faz parte da solução analítica de NOWELL e HILLS (1987), que é usada aqui para validação dos modelos numéricos. A condição de estado plano de deformação foi observada por HOJJATI-TALEMI *et al.* (2014) em ensaios experimentais de fadiga por *fretting*, nos quais as trincas cresceram mais em profundidade do que na largura.

No processo de modelagem e análise alguns parâmetros se mostraram determinantes na obtenção dos resultados, entre eles: refinamento da malha na região de contato, escolha da formulação de contato, rigidez do contato RC, forma de aplicação das cargas e condições de contorno (mais detalhes do estudo do contato no ANSYS são mostrados no APÊNDICE A).

Dentre as formulações de contato presentes no ANSYS, optou-se pela formulação Lagrangiano Aumentado (POWELL, 1978). Nesta formulação a rigidez do contato aumenta automaticamente por meio dos multiplicadores de Lagrange quando a penetração ou deslizamento entre corpos excede o limite, isso reduz o tempo computacional de análise, ou seja, reduz o número de iterações de equilíbrio (LANOUE *et al.*, 2009).

Os resultados da influência da rigidez do contato na formulação Lagrangiano Aumentado são mostrados na Figura 4.4. Quando a rigidez do contato é alta, a convergência da análise diminui e a acurácia do resultado é melhor, o inverso acontece quando a rigidez do contato é pequena. Baseado nisso, a rigidez do contato (RC) foi adotada com valor de 0,75 para todos os modelos de contato desta tese.

Nas Figuras 4.5 e 4.6 tem-se a comparação entre o resultado numérico dos modelos M1 e M2 e a solução analítica de HILLS e NOWELL (2014), onde $p(x)$ é a tensão normal

de contato, $q(x)$ é a tensão tangencial de contato, p_0 é a tensão normal máxima do contato e COF é o coeficiente de atrito. Os resultados mostram concordância em relação à solução analítica, apesar de alguma diferença quando as tensões tangenciais $q(x)$ atingem o valor máximo. Diante do exposto, as configurações de análise do modelo pelo MEF são utilizadas nos outros modelos numéricos desta tese.

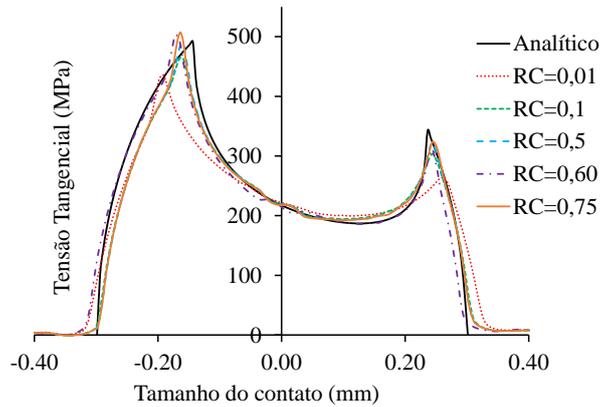


Figura 4.4 – Influência da rigidez do contato nas tensões tangenciais no modelo M2.

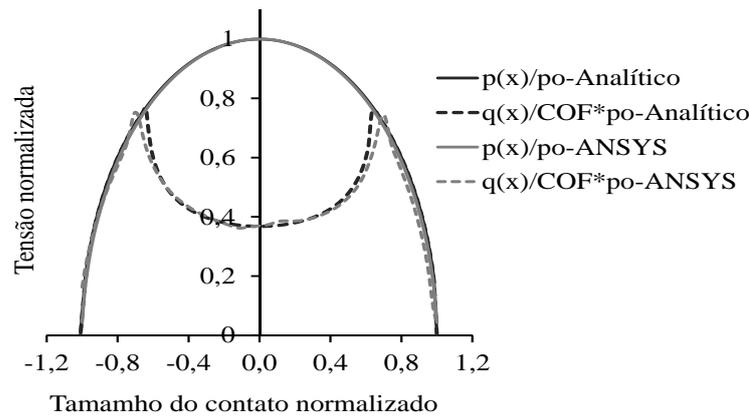


Figura 4.5 – Resultado do modelo M1.

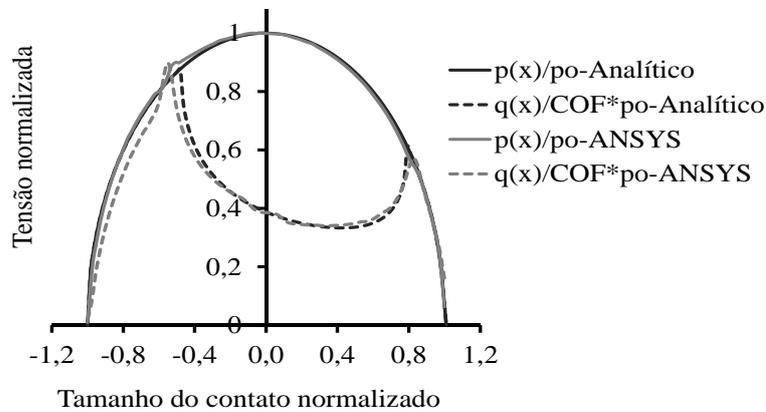


Figura 4.6 – Resultado do modelo M2.

4.2. VERIFICAÇÃO NUMÉRICA DA FUNÇÃO PESO

A Figura 4.7 mostra a configuração geométrica do modelo de contato cilindro/plano utilizado aqui para verificar a Função Peso proposta por GLINKA e SHEN (1991). A construção dos modelos numéricos deu-se pela simplificação de geometria tridimensional para geometria bidimensional em estado plano de deformação. O modelo sob carga de flexão foi escolhido por apresentar maior complexidade. A carga de flexão F é aplicada no sentido negativo do eixo y para gerar tensões normais de tração (direção x) na região próxima à sapata superior, e tensões de compressão próxima à região da sapata inferior, ou seja, o modelo não é simétrico. Apesar da consideração de duas regiões de contato aumentar o tempo computacional devido ao maior número de graus de liberdade do problema, o modelo atende ao objetivo de abordar um caso mais geral.

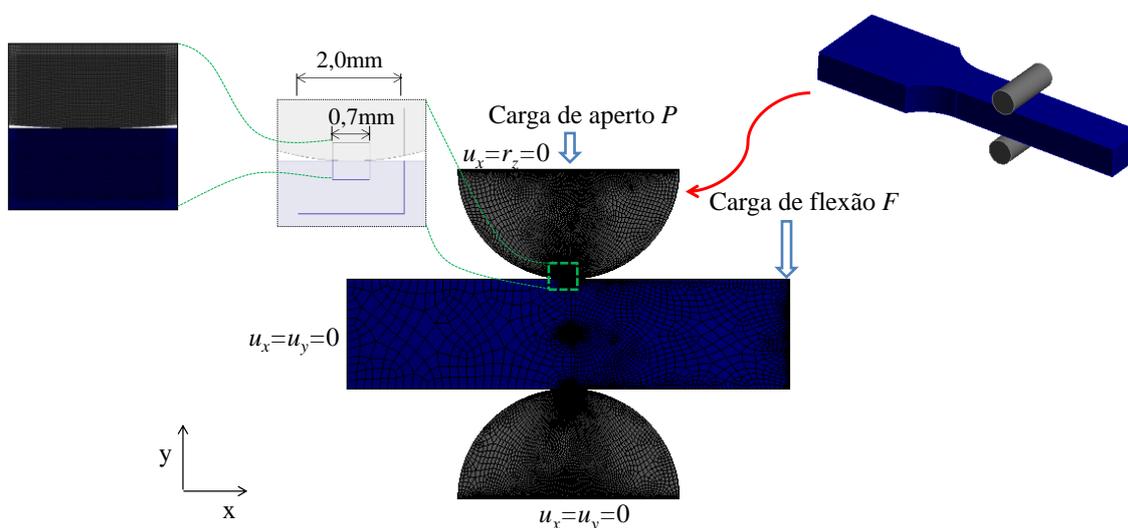


Figura 4.7 –Modelo de contato sob carga de flexão.

As condições de contorno e carregamento são mostradas na Figura 4.7. Na extremidade esquerda da amostra e na sapata inferior há restrição de deslocamento nas duas direções. Na sapata superior aplicou-se restrição de descolamento na direção “ x ” e restrição de rotação em “ z ”. A amostra ($E = 71$ GPa, $\nu = 0,33$) tem 80 mm de comprimento e largura $w = 20$ mm. As duas sapatas ($E = 210$ GPa, $\nu = 0,3$) têm o mesmo raio de 20 mm. O valor de P é 701 N, carga de flexão $F = 465,8$ N, coeficiente de atrito $COF = 0,9$ e rigidez do contato $RC = 0,75$. O modelo numérico baseia-se em estratégias (discretização de malha, aplicação de cargas, condições de contorno e rigidez do

contato) validadas na seção anterior, em que se recomenda tamanho das arestas de malha na região do contato de 5 μm .

A análise numérica é composta por três etapas de carregamento, como mostra a Figura 4.8. No primeiro passo, um pequeno deslocamento δ de 5×10^{-4} mm é imposto na sapata, no sentido da carga P . Este deslocamento é importante para evitar qualquer movimento de rígido do corpo, sendo desativado no passo seguinte. No segundo passo a carga normal P é aplicada na sapata para pressionar a amostra. Finalmente, a carga de flexão F é aplicada para produzir tensão de flexão na amostra. Devido ao contato, que é uma análise não linear, as cargas foram aplicadas de forma incremental desde $0,1F$ até F .

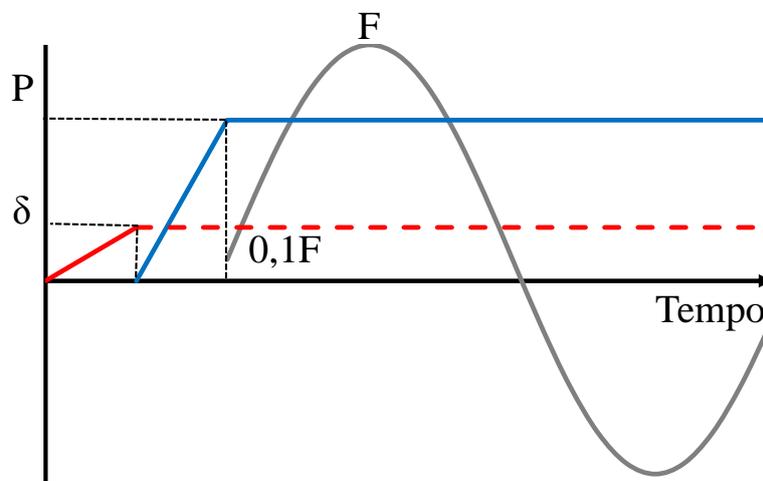


Figura 4.8 – Passos de carga para análise numérica de *fretting*.

Para verificar os resultados do fator de intensidade de tensão da Função Peso, o modelo mostrado na Figura 4.7 foi modelado no ANSYS, onde é possível obter o fator de intensidade de tensão discretizando a trinca explicitamente. O detalhe da trinca é mostrado na Figura 4.9, onde a abertura da trinca é visível após o modelo sofrer deformação devido ao carregamento aplicado. A posição do caminho da trinca é definida como na Figura 4.10, onde supõe-se, hipoteticamente, que a posição da máxima tensão normal $\sigma_{xmáx}$ na direção do eixo x é o ponto de crescimento de uma trinca, e que a trinca cresce perpendicular à superfície. A análise de fratura no ANSYS é baseada no tutorial desenvolvido por SAS IP (2015). A trinca é discretizada graficamente com adição de elementos na ordem de 5 μm na ponta da trinca. Os resultados do FIT em EF são obtidos pelo método da integral J (RICE, 1968).

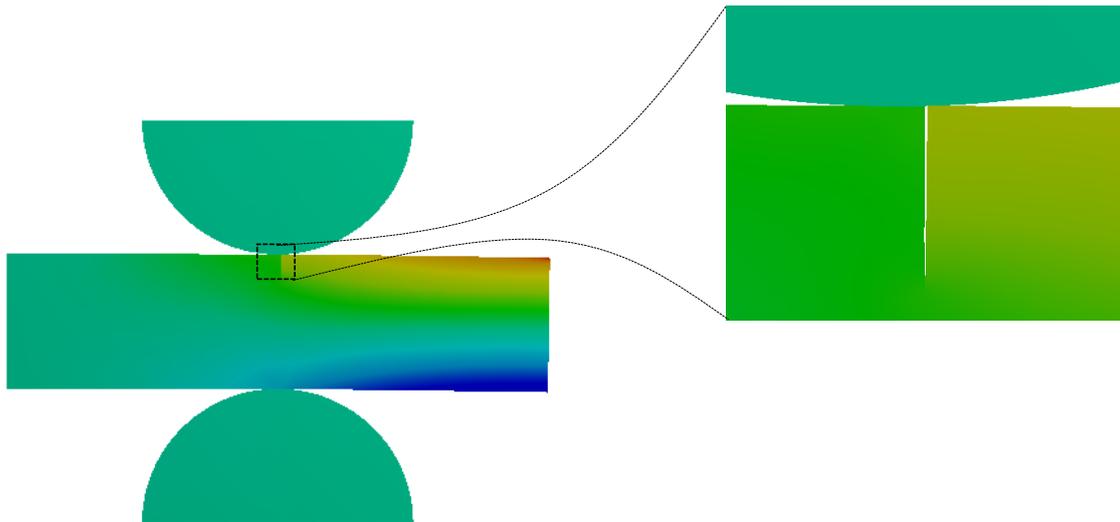


Figura 4.9 – Trinca reta para calcular K_I pelo MEF no ANSYS.

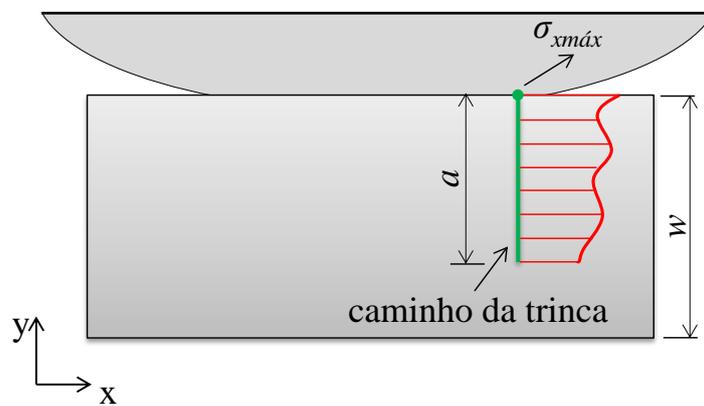


Figura 4.10 – Trinca reta para calcular K_I .

A Figura 4.11 mostra a comparação dos resultados do FIT entre o método da FP e o MEF. Os valores de K_I obtidos pela Função Peso (FP) seguem o mesmo comportamento dos valores de K_I calculados pelo MEF no ANSYS. No trecho entre $a/w = 10^{-5}$ e 10^{-3} tornou-se inviável simular a trinca discretamente, por isso apresenta-se apenas a previsão dada pela Função Peso. A Figura 4.12 mostra o erro relativo de K_I obtido pela FP e MEF para os pontos estudados.

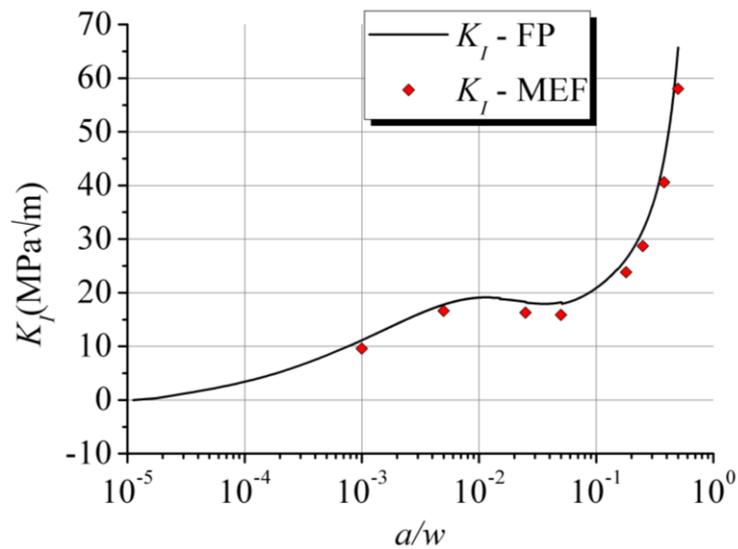


Figura 4.11 – Comparação de K_I usando FP e MEF.

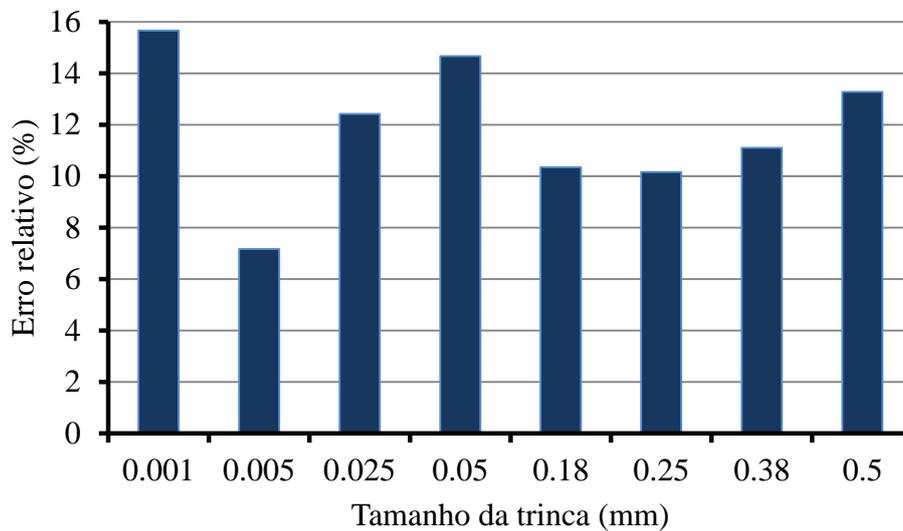


Figura 4.12 – Erro relativo de K_I usando FP e MEF.

Ao utilizar a mesma Função Peso usada para calcular K_I no cálculo de K_{II} , observa-se na Figura 4.13 que há semelhança entre ambos os resultados até que $a/w \approx 0,2$. Apesar do desvio encontrado para $a/w > 0,2$, K_{II} pode ser negligenciado, uma vez que para trincas mais longas, no caso em questão, o valor de K_I é mais significativo no crescimento de trinca. Essa simplificação também foi utilizada no modelo numérico de NAVARRO *et al.* (2003).

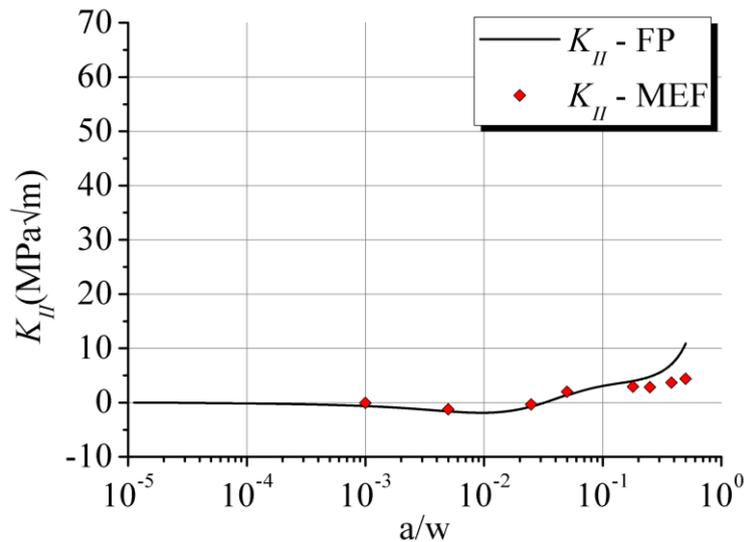


Figura 4.13 – Comparação de K_{II} usando FP e MEF.

A consideração de trinca reta não é real, tendo em vista que a trinca apresenta trecho inicial inclinado até certa profundidade, conforme mostra a Figura 2.7. Após tal profundidade a trinca inclina-se mais um pouco até ficar a cerca de 90° em relação à tensão normal na direção “x”.

A Figura 4.14 mostra uma simplificação do caminho da trinca em dois trechos, o primeiro é inclinado e o segundo trecho é reto. A inclinação da trinca é considerada com 60°, valor observado em experimentos de PENG *et al.* (2014), com propriedade dos materiais semelhantes ao modelo numérico desta seção. A Figura 4.15 mostra a diferença entre K_I obtido pelo caminho reto e pelo caminho inclinado. As diferenças entre K_I pela Função Peso para trinca reta e K_I calculado pelo MEF no ANSYS são mostradas na Figura 4.16, onde em geral os erros relativos aproximam-se de 13%, com exceção do valor para $a/w = 0,005$, possivelmente devido a erro numérico. A curva dada pela FP apresenta maiores valores, confirmando as observações de PROUDHON e BASSEVILLE (2011) e De PANNEMAECCKER *et al.* (2014).

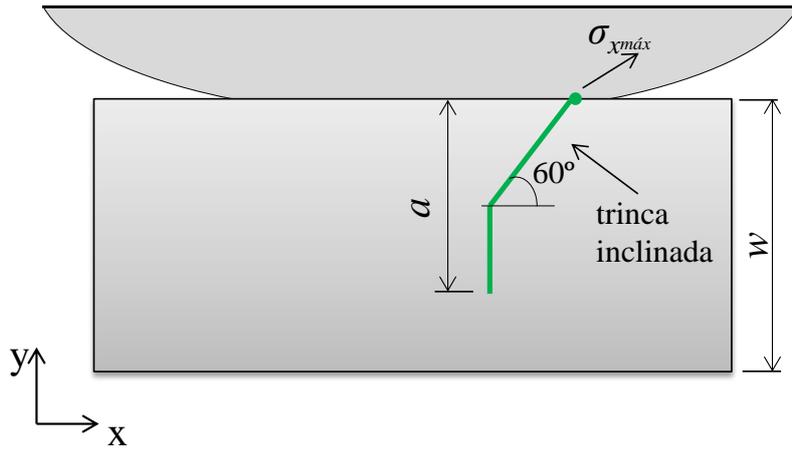


Figura 4.14 – Caminho inclinado de trinca sob *fretting*.

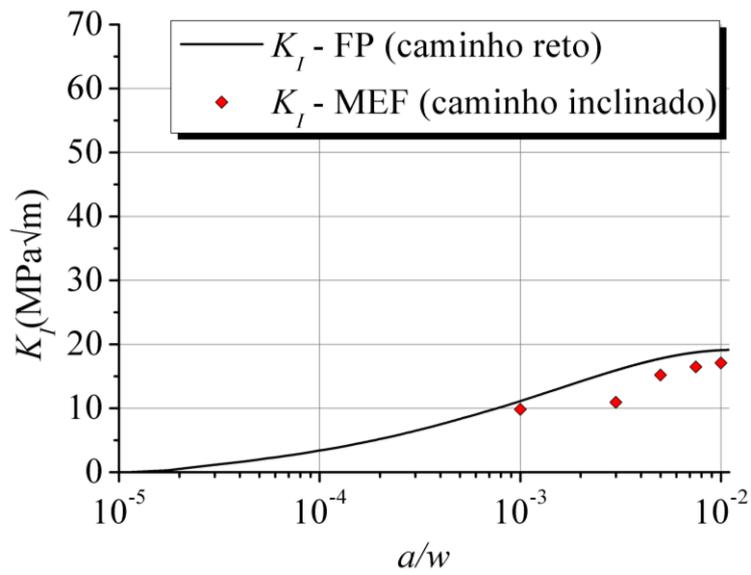


Figura 4.15 – Comparação de resultados.

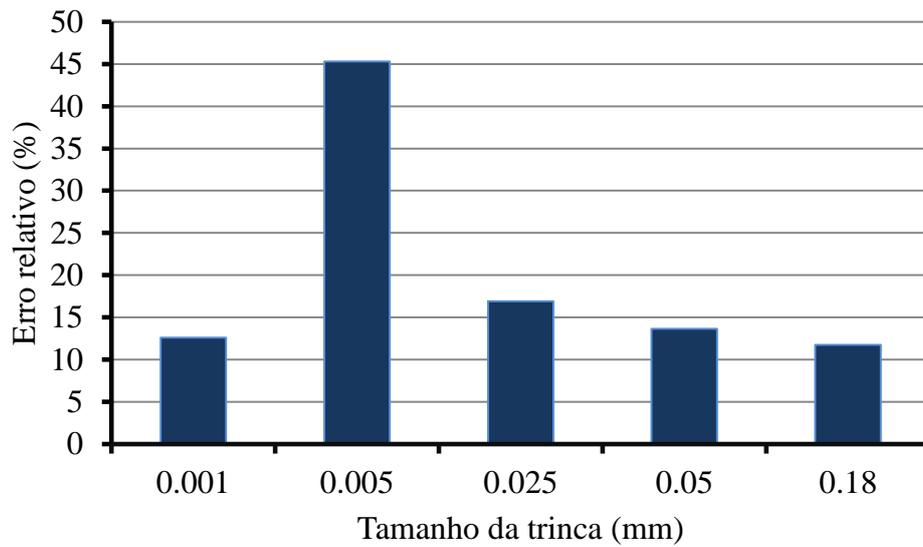


Figura 4.16 – Erro relativo de K_I usando FP (trinca reta) e MEF (trinca inclinada).

4.3. INFLUÊNCIA DO COF, MATERIAL, RAIOS DA SAPATA E TENSÃO NOMINAL NO FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO K_p

Esta seção descreve e apresenta análises numéricas para verificar a influência de alguns parâmetros no cálculo de K_p , que é utilizado no cálculo de vida à fadiga por *fretting*. Os seguintes parâmetros foram escolhidos: coeficiente de atrito, material, raio da sapata e tensão nominal.

Os materiais escolhidos para o modelo numérico foram aço ($E = 200$ GPa e $\nu = 0,3$), alumínio ($E = 70$ GPa e $\nu = 0,33$) e titânio ($E = 120$ GPa e $\nu = 0,32$), os quais são amplamente empregados em componentes de engenharia onde o *fretting* está presente. Uma vez que somente efeitos de tensão axial serão apresentados nesta seção, as propriedades de simetria foram utilizadas com o objetivo de reduzir o custo computacional. As condições de contorno bem como a geometria utilizada estão ilustradas na Figura 4.17, amostra com comprimento $L = 80$ mm e largura $w = 5$ mm e sapata com raio de 50 mm. Neste modelo, a força tangencial Q não foi aplicada, tendo sido obtida como reação ao se restringir o deslocamento em x na mesma face onde a rotação r_z é nula. A carga de aperto é $P = 543$ N. As configurações de malha e contato seguem os procedimentos da seção 4.1.

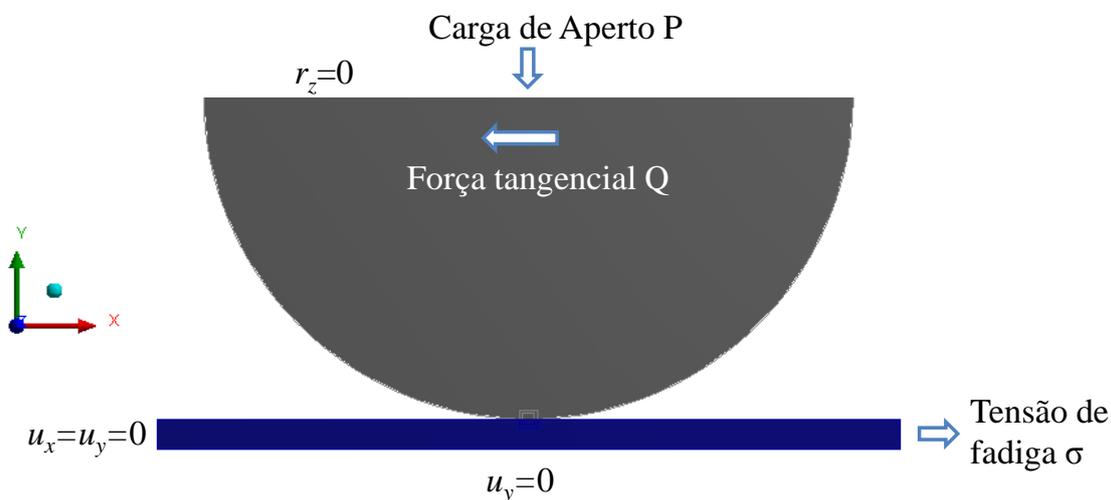


Figura 4.17 – Características do modelo.

Para cada material aplicou-se três níveis de tensão axial (100, 80 e 60 MPa) e quatro coeficientes de atrito (0,9, 0,75, 0,65 e 0,55). Todas as configurações adotadas garantem que o contato esteja em regime parcial de deslizamento. A quantidade de nós, elementos, e tempo médio para cada simulação são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Detalhes do modelo.

Material	Quantidade de nós	Elementos de contato	Elementos sólidos	Total de elementos	Tempo de análise (s)*
Aço	121069	1665	119923	121591	1488
Alumínio	151435	1683	150260	151946	2192
Titânio	121069	1665	119923	121591	1634

*O computador utilizado para a simulação foi um Intel Core i5-6400 CPU @2.70 GHz com 32 GB de memória RAM e placa de vídeo GeForce GTX 970 com sistema operacional Windows 7 64 bits.

A partir do campo de tensões de cada modelo de contato, considerando trinca reta, determinado no ANSYS, pode-se determinar o fator de intensidade de tensão K_I utilizando Funções Peso, que ao ser dividido pelo fator de intensidade de tensão de referência K_{ref} , situação sem contato, obtém-se o fator de concentração de tensão modificado,

$$K_p(a/w) = \frac{K_{el}}{K_{ref}} \quad (4.1)$$

Com o valor de K_{ref} determinou-se a equação (4.2) do fator geométrico $f(a/w)$, reproduzida graficamente na Figura 4.18. O trecho inicial de $f(a/w)$ dado pela Função Peso reduz o valor do fator geométrico em relação à solução de TADA *et al.* (2000) quando a/w tende a zero. A equação de $f(a/w)$ é:

$$f(a/w) = \frac{K_{ref}}{\sigma\sqrt{\pi a}} \quad (4.2)$$

$$f(a/w) \quad (4.3)$$

$$\begin{cases} A_1 e^{[-a/w]/t_1} + A_2 e^{[-a/w]/t_2} + A_3 e^{[-a/w]/t_3} + y_0, & \text{se } a/w \leq 3,5 \cdot 10^{-2} \\ A + B(a/w) + C(a/w)^2 + D(a/w)^3, & \text{se } a/w > 3,5 \cdot 10^{-2} \end{cases}$$

onde os parâmetros são dados na Tabela 4.2.

Inicialmente, mostram-se os resultados de K_p quando o COF varia. Conforme ilustrado na Figura 4.19, quanto menor o COF, menores os valores iniciais de K_p . Isto pode ser explicado porque valores mais elevados de COF produzem tensões nominais mais elevadas sob a zona de contato para a mesma tensão axial aplicada. Isto aumenta K_I para comprimentos de trinca menores, mas não K_{ref} , como esperado. Também pode ser claramente observado a convergência de todas as curvas K_p .

Tabela 4.2 – Parâmetros da equação do fator geométrico.

Parâmetro	Valor
y_0	1,1284
A_1	-0,0331
A_2	-0,0626
A_3	-0,2112
A	1,091
B	0,9654
C	-0,1266
D	10,251
t_1	0,0094
t_2	$4,077 \times 10^{-4}$
t_3	$3,215 \times 10^{-5}$

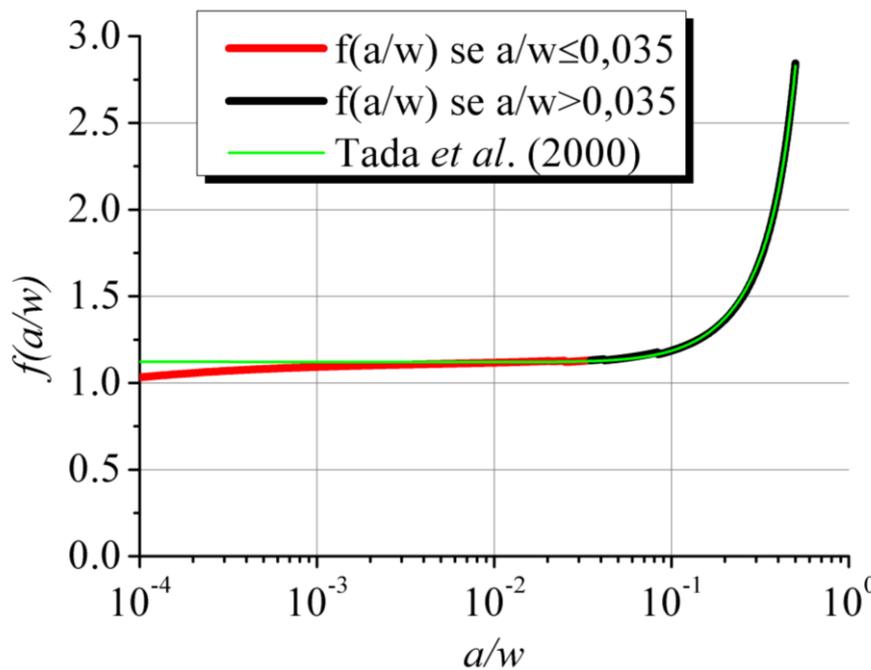


Figura 4.18 – $f(a/w)$ para tensão axial.

JOHNSON (1985) afirma que a profundidade máxima z que é influenciada pela pressão de contato é $z = 0,78a$, que para o modelo desta seção vale aproximadamente $z = 0,44$ mm ($a/w = 0,176$). Neste caso, as curvas de K_p irão convergir para o mesmo valor em profundidades muito menores porque os incrementos de tensão causados pela variação apenas do COF não são tão significativos. Em outras palavras, mudando o COF e mantendo a tensão axial para o mesmo material e geometria, as diferenças são

significativas apenas na região de contato. Os resultados de K_p seguiram o mesmo comportamento para todos os casos e se ajustam à equação exponencial (4.4). Todos os resultados desta seção estão expostos no APÊNDICE C.

$$K_p(a/w) = A_1 e^{[(-a/w)/t_1]} + A_2 e^{[(-a/w)/t_2]} + A_3 e^{[(-a/w)/t_3]} + y_0 \quad (4.4)$$

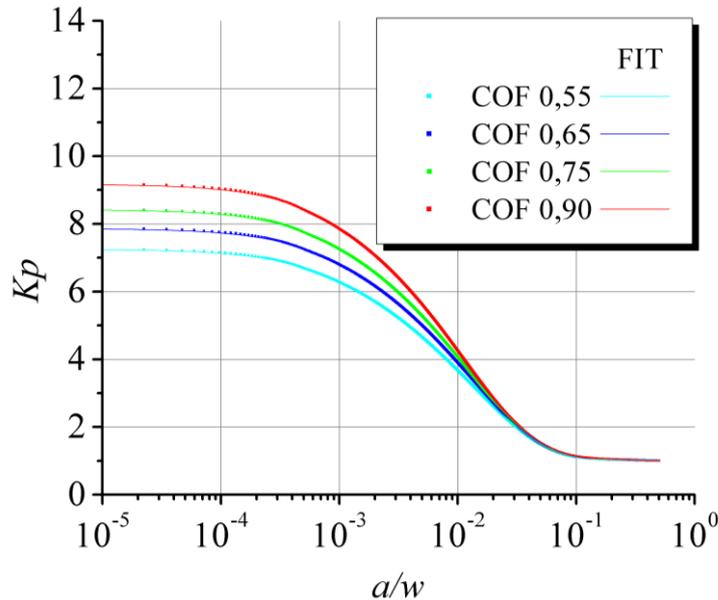


Figura 4.19 – Aço – curvas de K_p e seus respectivos ajustes (FIT) para $\sigma_n = 100$ MPa variando o coeficiente de atrito.

O resultado de K_p para variação da tensão axial σ_n com as outras variáveis fixas é mostrado na Figura 4.20. O aumento de σ_n reduz o valor de K_p para a/w pequenos ($a/w \approx 0,005$). Isto ocorre porque ao aumentar a tensão, os valores iniciais de K_{ref} aumentam substancialmente em relação a K_I . Neste caso de COF fixo, a convergência dos diferentes K_p só ocorre quando a pressão de contato praticamente deixa de exercer influência sobre o crescimento da trinca. Embora a curva adequada para $\sigma_n = 60$ MPa tenha resultados satisfatórios até $a/w \approx 0,03$, trincas mais longas não podem ser consistentemente previstas pela mesma equação. Comportamento semelhante ocorreu para outros COF e a liga de titânio, com resultados ligeiramente melhores. Contudo, o alumínio mostrou curvas satisfatórias para todas as tensões analisadas.

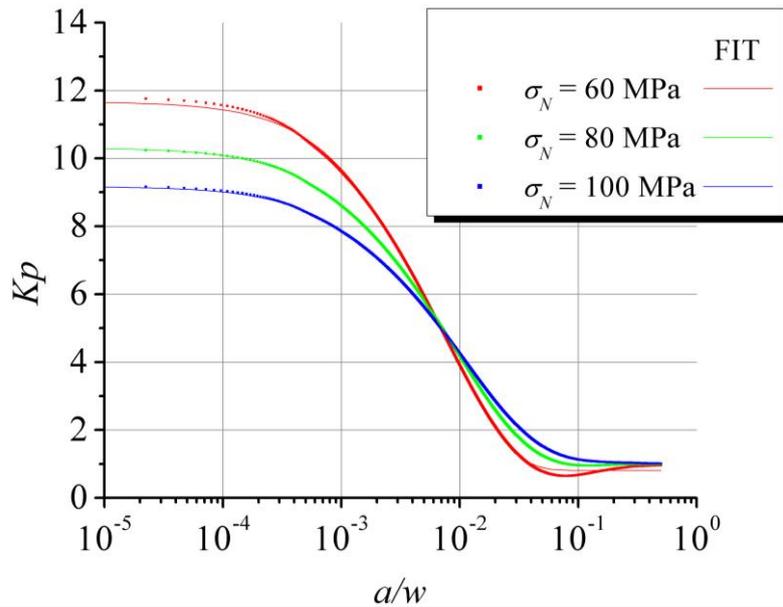


Figura 4.20 – Aço – curvas de K_p e seus respectivos ajustes para COF = 0,9 variando as cargas remotas de fadiga σ_N .

As curvas K_p para variação de material, apresentadas na Figura 4.21 se comportaram como esperado, uma vez que um maior módulo de elasticidade (E) impõe maior pressão de contato. Assim, materiais mais rígidos apresentam maiores valores de K_p para pequenos comprimentos de trinca ($a/w \approx 0,01$), com o inverso ocorrendo até que a influência da pressão de contato se reduza.

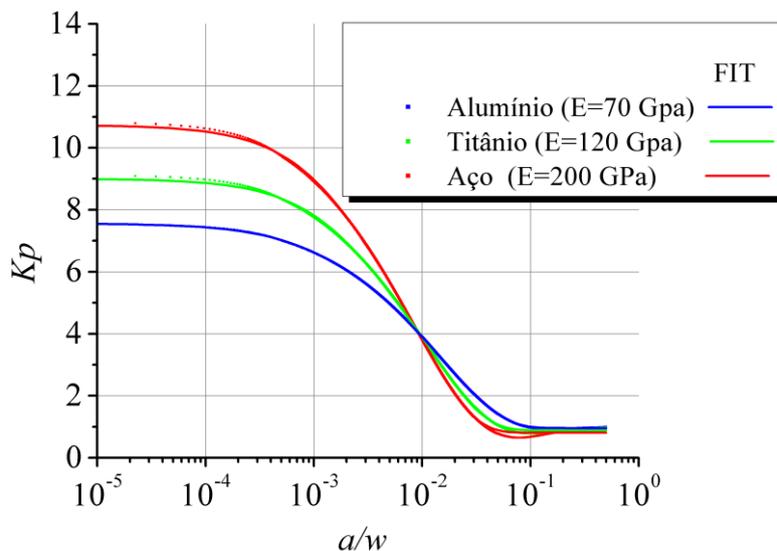


Figura 4.21 – Ligas de titânio, aço e alumínio – curvas de K_p e seus respectivos ajustes para COF = 0,75 e $\sigma_n = 60$ MPa

Finalmente, a Figura 4.22 ilustra as consequências da variação do raio da sapata (r) com todos os outros parâmetros fixos. Quanto menor o raio da sapata maior o K_p até $a/w \approx 0,01$. Isto concorda com a hipótese anterior de que pressões de contato mais altas fazem com que os valores de K_{el} sejam mais altos, exibindo maior K_p , inicialmente. Naturalmente, sapatas menores produzem menos área de contato, bem como pressões de contato maiores para a mesma força de aperto.

A partir dos resultados de K_p com variação de COF, σ_n , E e r , pode-se notar que todos podem ser ajustados a uma única equação do tipo exponencial. Além disso, observou-se que a variação de qualquer parâmetro apresenta maior impacto para pequenos valores de a/w , ou seja, na região influenciada pelo contato. Após esta região os valores de K_p convergem até $a/w = 0,5$.

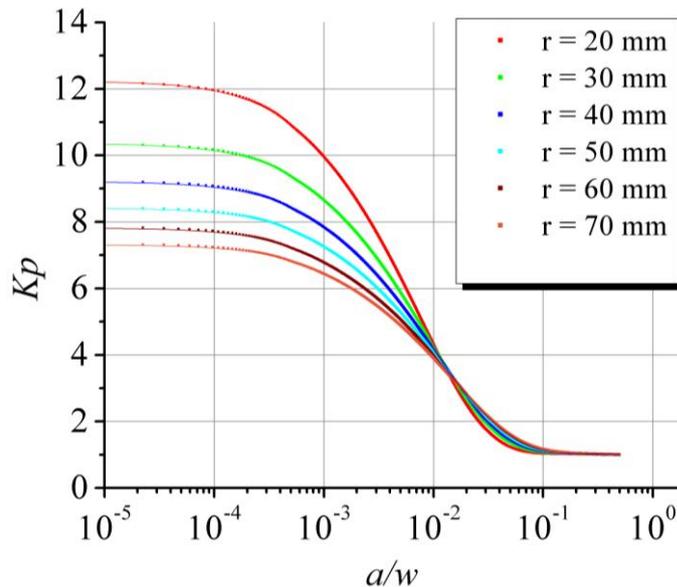


Figura 4.22 – Aço – curvas de K_p para $\sigma_n = 100$ MPa e COF 0,75 variando o raio da sapata.

4.4. MODELO DE ESTUDO

Depois de estudar, analisar e validar os modelos numéricos, realiza-se aqui o modelo que é utilizado para estimar a vida de fadiga por *fretting* pelo MFBD.

O modelo numérico da sapata/amostra (Al 7050/Al 7050) mostrado na Figura 4.23 é uma simplificação dos modelos experimentais de ROSSINO *et al.* (2009) e ARAÚJO e CASTRO (2012). A Tabela 4.3 apresenta as características geométricas e do material. Os modelos foram divididos em três séries de dados experimentais, como mostra a

Tabela 4.4 e Tabela 4.5. A série 1 é proveniente de ROSSINO *et al.* (2009) e as séries 2 e 3 são provenientes de ARAÚJO e CASTRO (2012). Observa-se diferentes valores de COF, carga de aperto, força tangencial, assim como diferentes amplitudes de tensão e tensão média. A malha mostrada na Figura 4.24 segue as mesmas recomendações estudadas anteriormente, ou seja, tamanho do elemento de 5 μm na região de contato e rigidez de contato de 0,75.

Tabela 4.3 – Características geométricas e do material.

Característica	Valor
Módulo de elasticidade (GPa)	73,4
Coefficiente de Poisson	0,33
Raio da sapata (mm)	70
Largura da amostra w (mm)	6,5
Comprimento da amostra (mm)	160

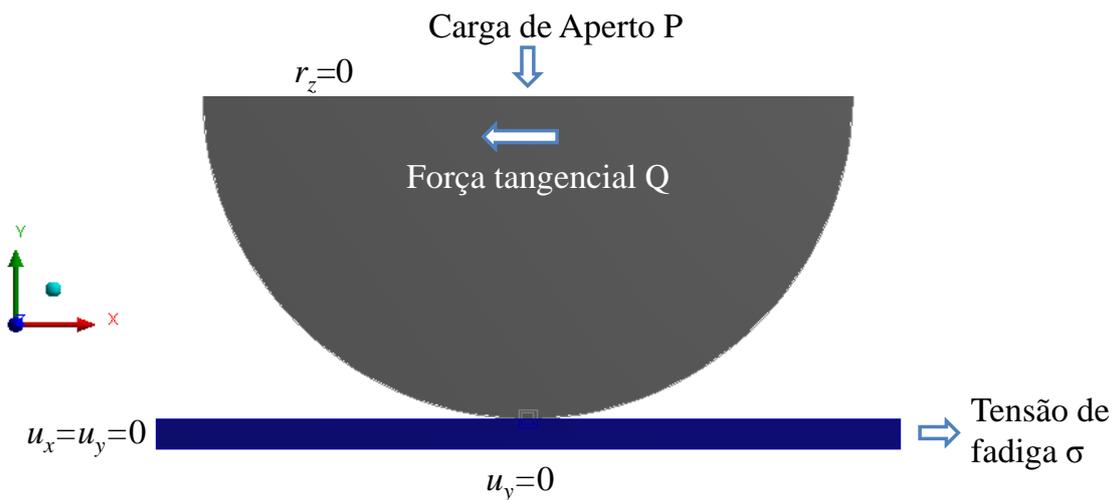


Figura 4.23 – Modelo numérico da sapata/amostra (Al 7050/Al 7050).

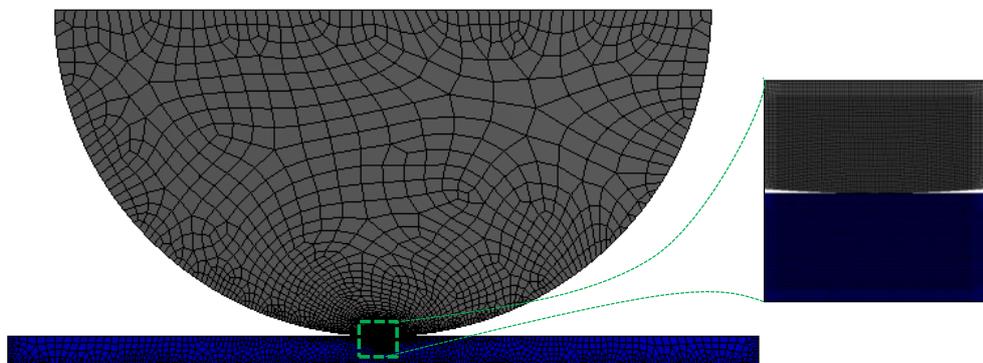


Figura 4.24 – Detalhe da malha.

Tabela 4.4 – Coeficiente de atrito, carga de aperto e força tangencial.

Dado	série 1	série 2	série 3
Coeficiente de atrito	0,54	0,54	0,6
Carga de aperto (N)	653,8	653,8	166,4
Força tangencial (N)	163,8	89,2	61,9

Tabela 4.5 – Tensão remota de fadiga.

série 1		série 2		série 3	
$\sigma_{méd}$ (MPa)	$\sigma_{máx}$ (MPa)	$\sigma_{méd}$ (MPa)	$\sigma_{máx}$ (MPa)	$\sigma_{méd}$ (MPa)	$\sigma_{máx}$ (MPa)
15	107,7	150	200	50	85
0	92,7	0	50	30	65
-15	77,7	-20	30	0	35
-60	32,7	-	-	-	-

A aplicação do carregamento é dividida em passos assim como nos modelos numéricos estudados anteriormente. Porém, neste caso, existe diferença na aplicação da tensão nominal, como mostra a Figura 4.25. Inicialmente aplica-se um deslocamento inicial δ de 5×10^{-4} mm para garantir o contato entre as superfícies. Este valor de δ causa tensões irrisórias. No passo seguinte aplica-se a tensão média $\sigma_{méd}$, posteriormente a carga de aperto P e só então aplica-se a tensão cíclica σ em sentido contrário à força tangencial Q . Ou seja, a carga média de fadiga é aplicada antes de serem produzidas tensões oriundas da carga de aperto, de modo que a tensão média não altere a tensão causada pelas cargas de contato (ROSSINO *et al.*, 2009).

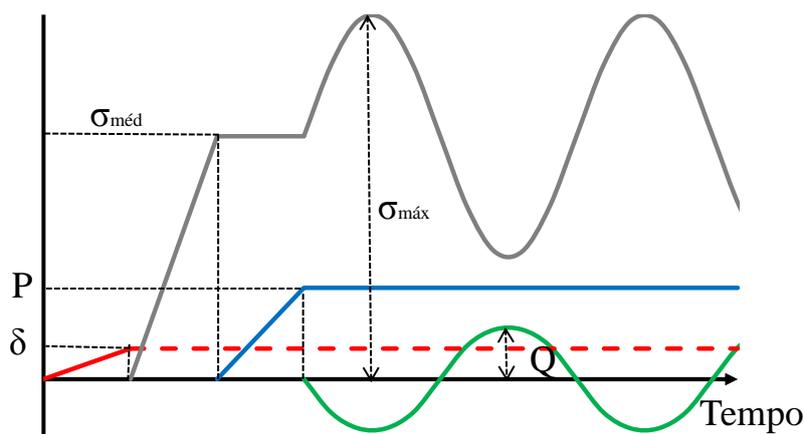


Figura 4.25 – Passos de carga.

Os resultados numéricos de máxima pressão normal p_{0num} e tamanho do contato a_{num} apresentam pouca diferença quando comparados com a solução analítica dada pela

equação (2.3), como mostra a Tabela 4.6, que também apresenta a posição x_{pos} do ponto de máxima tensão na direção “x” (ver Figura 4.10) na superfície de contato. Nas séries a máxima tensão encontra-se perto da borda do contato, em concordância com as observações de VINGSBO e SODERBERG (1988).

Tabela 4.6 – Verificação do modelo.

Série	p_0 (MPa)	p_{0num} (MPa)	a (mm)	a_{num} (mm)	x_{pos} (mm)
1	349,92	352,08	1,19	1,22	1,17
2	349,92	351,79	1,19	1,22	1,17
3	176,53	177,34	0,60	0,62	0,59

Na Figura 4.26 mostra-se a tensão cisalhante, tensão normal na direção x e y, ao longo da trinca, do modelo da série 1. Os valores de σ_x são consideravelmente maiores que σ_y e τ_{xy} , tanto para $\sigma_{méd} = -60$ MPa como para $\sigma_{méd} = 15$ MPa. Um ponto importante a se destacar é que σ_y e τ_{xy} permanecem com os mesmos valores apesar da mudança de tensão remota de fadiga, ou seja, a carga de aperto controla o valor da tensão σ_y e a força de cisalhamento a magnitude de τ_{xy} .

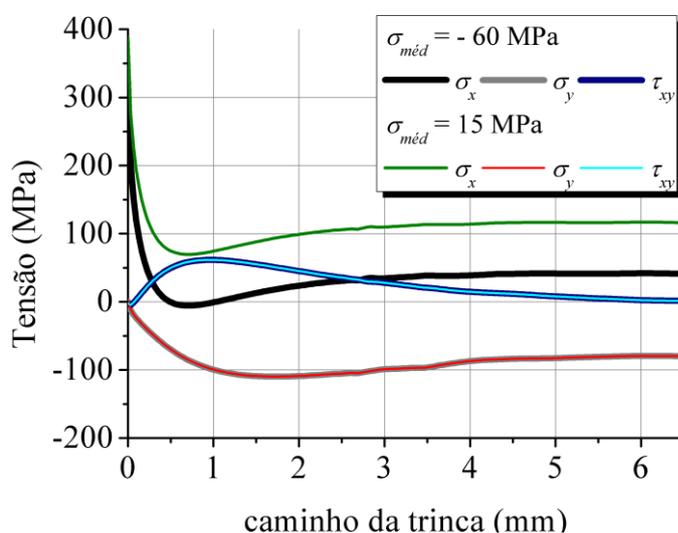


Figura 4.26 – Tensões ao longo da trinca, considerada como reta.

A verificação se o modelo está sob regime parcial de deslizamento, $Q < COF \cdot P$, é feita ao se observar as tensões de cisalhamento na superfície de contato do modelo numérico. Se o formato das tensões for como na Figura 4.27a, tem-se deslizamento parcial, caso apresente-se como na Figura 4.27b, tem-se regime de deslizamento. Todos os modelos deste trabalho estão sob regime parcial de deslizamento.

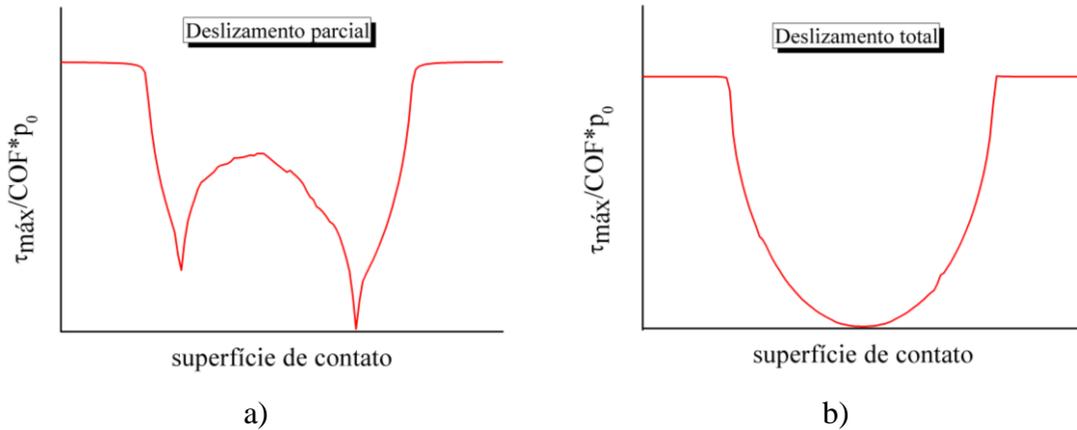


Figura 4.27 – Comportamento das tensões cisalhantes para deslizamento parcial a) e abrupto b).

De posse das tensões ao longo da trinca, pode-se calcular os valores de K_p para cada série de resultado. Nas Figuras 4.28 à 4.31 mostram os resultados de K_p nos quais os maiores valores se apresentam entre 2 e 10. Para todos os casos, nota-se que a redução de $\sigma_{máx}$ aumenta os valores de K_p , como discutido na seção 4.3. Novamente, a equação exponencial (4.5) consegue representar as curvas, porém na série 2, a partir de $a/w = 0,07$, o ajuste da curva é dado pela equação (4.6), um polinômio do quinto grau. Os coeficientes das equações estão na Tabela 4.7 à Tabela 4.9.

$$K_p(a/w) = A_1 e^{[(-a/w)/t_1]} + A_2 e^{[(-a/w)/t_2]} + A_3 e^{[(-a/w)/t_3]} + y_0 \quad (4.5)$$

$$K_p(a/w) = A + B(a/w) + C(a/w)^2 + D(a/w)^3 + E(a/w)^4 + F(a/w)^5 \quad (4.6)$$

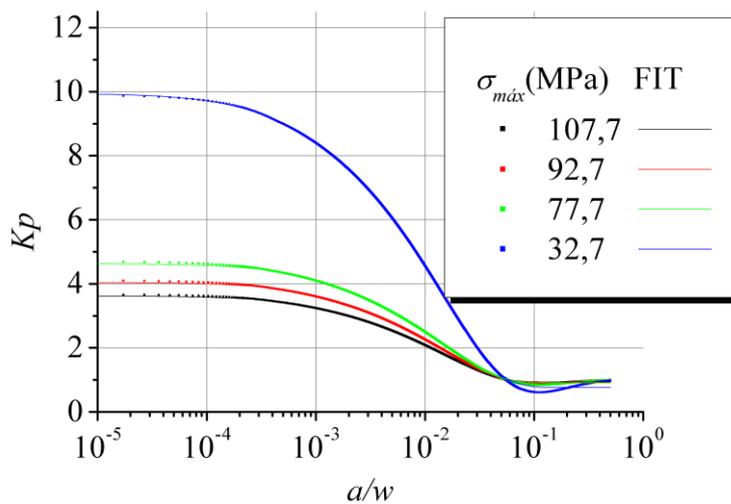


Figura 4.28 – K_p da série 1 para diferentes $\sigma_{máx}$.

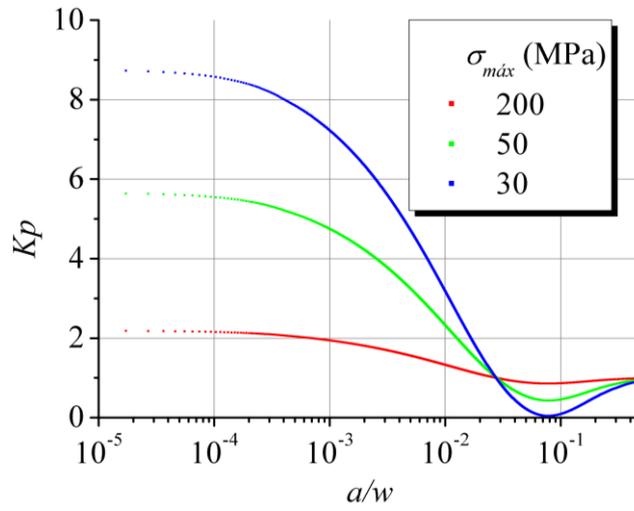


Figura 4.29 – K_p da s\u00e9rie 2 para diferentes $\sigma_{m\acute{a}x}$.

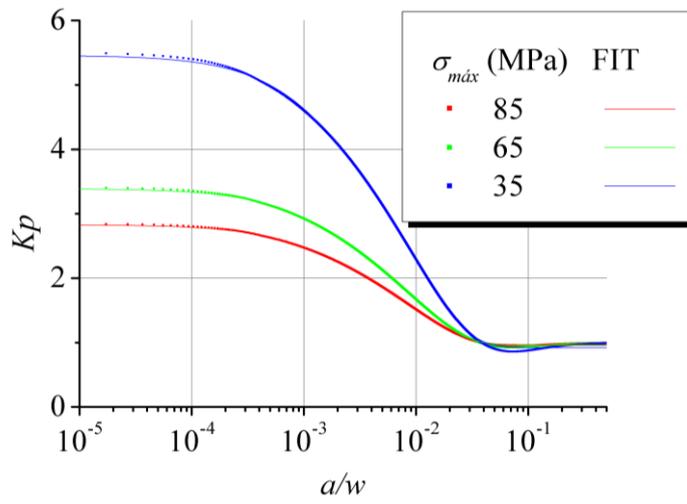


Figura 4.30 – K_p da s\u00e9rie 3 para diferentes $\sigma_{m\acute{a}x}$.

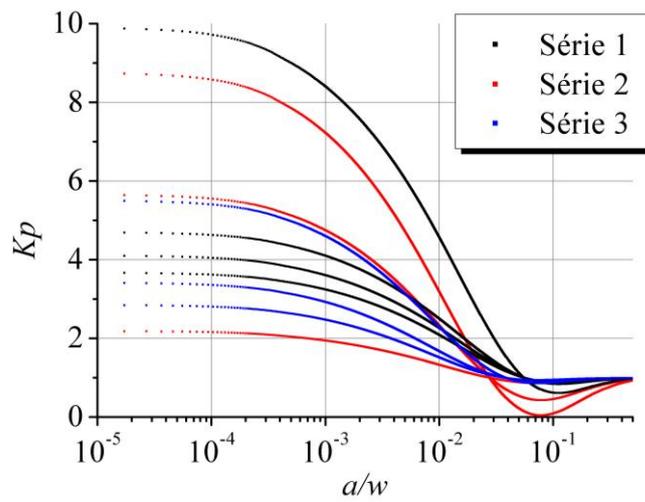


Figura 4.31 – K_p de todas as s\u00e9ries.

Tabela 4.7 – K_p da série 1.

Parâmetro	$\sigma_{m\acute{a}x}$ (MPa)			
	107,7	92,7	77,7	32,7
y_0	0,93369	0,9228	0,90699	0,76929
A_1	1,0284	1,19395	1,11368	0,709
A_2	1,02936	1,1948	0,88043	1,84645
A_3	0,63182	0,73893	1,732	6,621
t_1	0,0173	0,01734	0,01726	5,14E-04
t_2	0,0173	0,01734	0,00201	0,00271
t_3	0,00201	0,00202	0,01726	0,01769

Tabela 4.8 – K_p da série 2.

Parâmetro	$\sigma_{m\acute{a}x}$ (MPa)			Parâmetro	$\sigma_{m\acute{a}x}$ (MPa)		
	$a/w \leq 0,07$	200	50		30	$a/w > 0,07$	200
y_0	0,84777	0,38593	-0,02745	A	0,89802	0,60788	0,32613
A_1	0,85226	1,28734	1,01411	B	-1,70143	-7,198	-11,6759
A_2	0,32544	3,38929	2,14671	C	21,07588	86,77753	142,44318
A_3	0,16269	0,60274	5,63834	D	-85,11752	-348,0393	-572,801
t_1	0,01593	0,00405	7,86E-04	E	150,51715	613,39022	1010,6364
t_2	0,00391	0,01623	0,00402	F	-99,04767	-402,8275	-664,1084
t_3	7,52E-04	8,00E-04	0,0161	-	-	-	-

Tabela 4.9 – K_p da série 3.

Parâmetro	$\sigma_{m\acute{a}x}$ (MPa)		
	85	65	35
y_0	0,96768	0,95713	0,92227
A_1	0,71047	0,60345	1,11585
A_2	0,68894	0,89804	1,73624
A_3	0,46296	0,93039	1,68487
t_1	0,01071	0,00153	0,00153
t_2	0,01071	0,0107	0,01099
t_3	0,00153	0,01071	0,01099

5. ESTIMATIVA DE VIDA

Neste capítulo apresenta-se a estimativa de vida do alumínio 7050-T7451 pelo método da Mecânica da Fratura Baseada em Deformação (MFBD), no qual a sequência de cálculo é mostrada na Figura 3.2. Primeiramente, abordam-se aspectos geométricos referentes à posição e forma da trinca. Posteriormente, as propriedades da curva de Ramberg-Osgood e taxa de crescimento de trinca do AL 7050-T7451 são definidas a partir de dados experimentais encontrados na literatura. Após os parâmetros de cálculo serem definidos, faz-se a estimativa de vida em fadiga por *fretting* por meio do modelo determinístico MFBD. Dos resultados determinam-se os parâmetros que podem influenciar na vida e então faz-se análise probabilística. Por fim, determina-se uma curva de projeto para o modelo de estudo desta tese.

5.1. ASPECTOS GEOMÉTRICOS

No fluxograma da Figura 3.4, a equação de $f(a/w)$ deve ser corrigida para levar em conta o efeito tridimensional do problema. Considerando que as trincas de *fretting* apresentam formato semi-elíptico antes da ruptura, tal efeito deve ser considerado mesmo na análise bidimensional. NAVARRO *et al.* (2013) considerou a redução para 0,78 de $f(a/w)$ em modelo bidimensional submetido a tensão axial. NEWMAN e RAJU (1984) apresentaram equações para determinar o valor do fator geométrico tridimensional sob tensão axial de trincas semi-elípticas. A Figura 5.1 mostra a curva da equação proposta neste trabalho para determinar a redução de $f(a/w)$. Optou-se por solução linear a partir da solução de NEWMAN e RAJU (1984), e assim foi obtida a equação de redução para tensão axial $f_{3D}(a/w)$ dada por:

$$f_{3D}(a/w) = 0,6618 + 0,276(a/w) \quad (5.1)$$

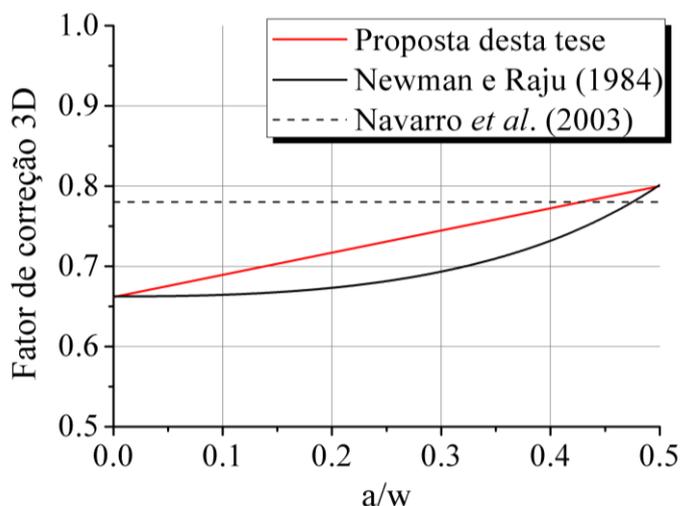


Figura 5.1 – Fator geométrico f_{3D} para tensão axial.

5.2. PROPRIEDADES DO AL 7050-T7451

As propriedades do Al 7050-T7451, tais como módulo de elasticidade (73,4 GPa), tensão de escoamento (453,8 MPa) e tensão de ruptura (513,3 MPa) são apresentados por ROSSINO *et al.* (2009). Por outro lado, a curva cíclica tensão vs. deformação mostrada na Figura 5.2 foi obtido de HERNÁNDEZ (2016), onde o coeficiente e expoente de endurecimento são, respectivamente, $H_c = 628$ e $h_c = 0,0714$.

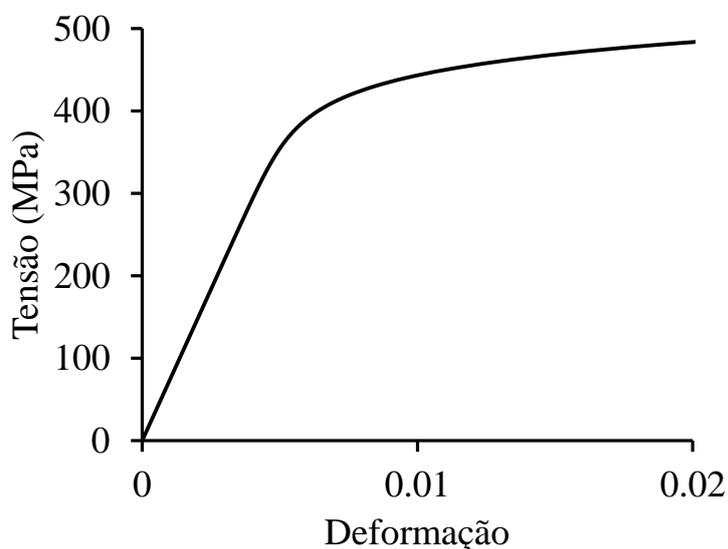


Figura 5.2 – Curva tensão-deformação cíclica (HERNANDEZ, 2016).

Dados experimentais referentes à curva da/dN foram obtidos de diferentes trabalhos, como indicado na Figura 5.3. Nota-se uma faixa de dispersão dos resultados que pode ser delimitada por duas curvas da/dN com parâmetro $CI = 1,5 \times 10^{-6}$ - $\Delta K_{th} = 0,5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

e $C3 = 3,0 \times 10^{-8}$ - $\Delta K_{th} = 1,7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. As curvas têm parâmetro $m = 3,09$. A curva para $C2 = 2,5 \times 10^{-7}$ - $\Delta K_{th} = 1,1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, entre $C1$ e $C3$, apresenta maior proximidade com a maioria dos dados experimentais.

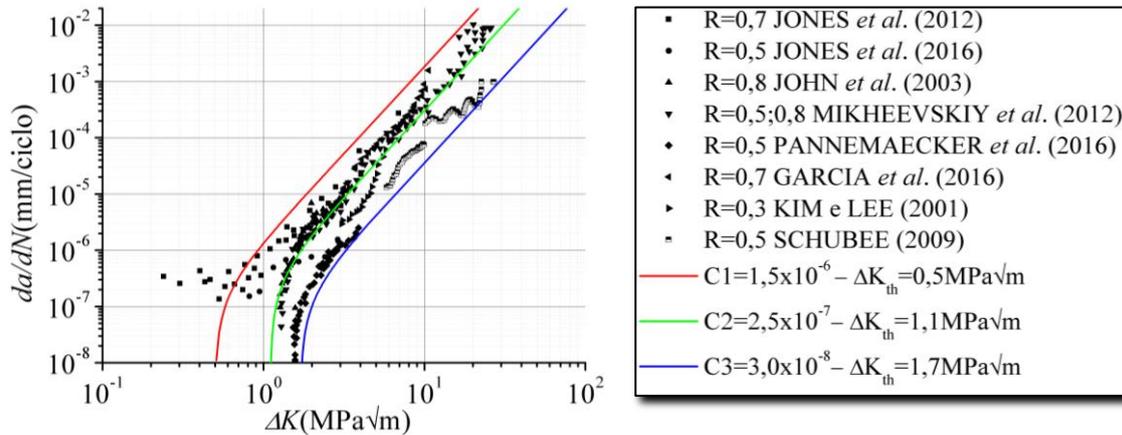


Figura 5.3 – Parâmetros C e m da curva da/dN .

5.3. ANÁLISE DETERMINÍSTICA

Inicialmente é realizada uma análise determinística para cálculo de vida à fadiga considerando a variação dos três valores da curva da/dN , apresentados na Figura 5.3, e também considerando a variabilidade do tamanho inicial de trinca.

Primeiramente, as análises foram realizadas para a série 1, onde foram consideradas quatro tamanhos iniciais de trinca (1, 5, 50 e 100 μm) e três valores do parâmetro C e ΔK_{th} da curva da/dN ($C1 = 1,5 \times 10^{-6}$ e $\Delta K_{th} = 0,5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, $C2 = 2,5 \times 10^{-7}$ e $\Delta K_{th} = 1,1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, $C3 = 3,0 \times 10^{-8}$ e $\Delta K_{th} = 1,7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$).

As Figuras 5.4 à 5.7 apresentam as curvas S-N da série 1. Variando o tamanho inicial da trinca, pode-se notar que valores muito pequenos de a_i apresentam resultados de vida muito maiores que os resultados experimentais. Dos quatro tamanhos de trinca estudados, o valor 100 μm é o que apresenta melhor estimativa quando calculado com o parâmetro $C2$. Na análise com $C3$ a vida é superestimada em relação aos resultados experimentais para todos os tamanhos de trinca estudados, já o valor de $C2$ combinado com $a_i = 100 \mu\text{m}$ e $C1$ combinado com $a_i = 5 \mu\text{m}$ apresentam as melhores estimativas. Baseado nas considerações acima, fez-se a estimativa de vida das séries 2 e 3 considerando $C2$ combinado com $a_i = 100 \mu\text{m}$ e $C1$ combinado com $a_i = 5 \mu\text{m}$.

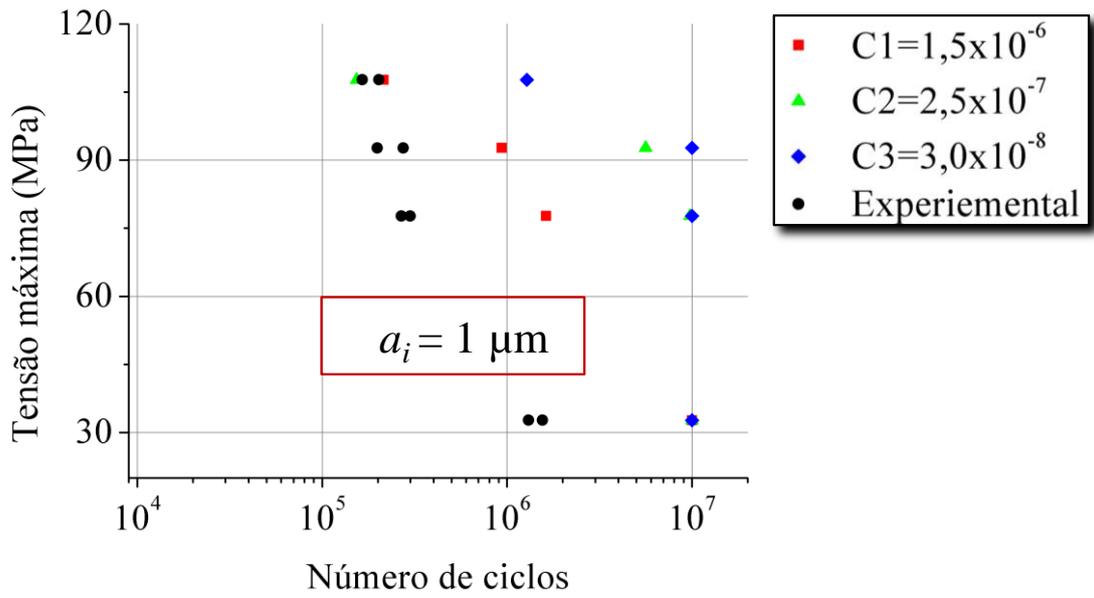


Figura 5.4 – Curva S-N da série 1 para $a_i = 1 \mu\text{m}$, $a/w = 1,5 \times 10^{-4}$.

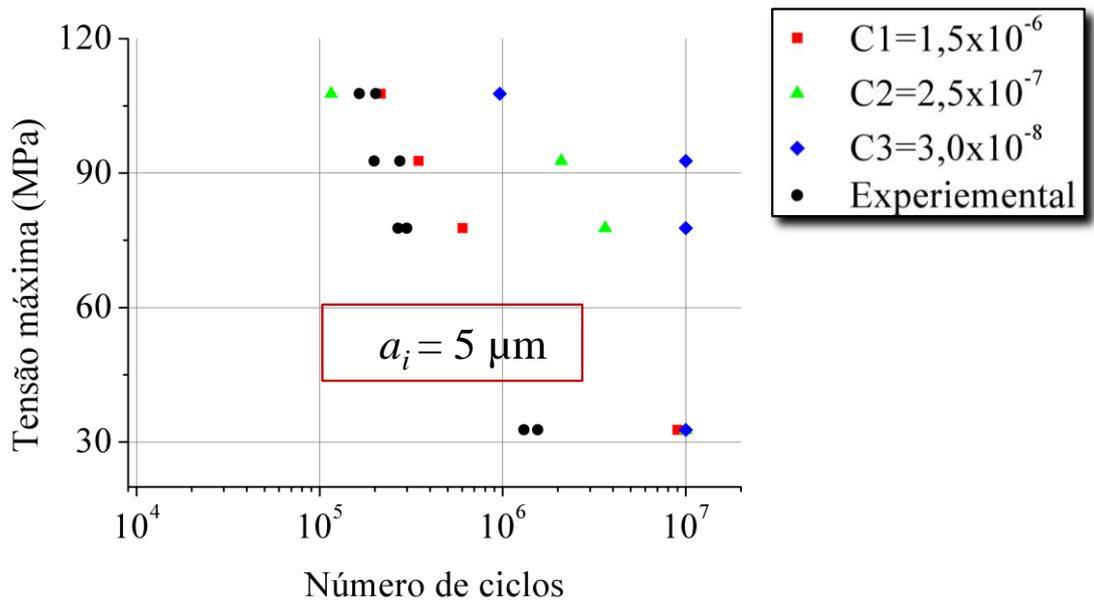


Figura 5.5 – Curva S-N da série 1 para $a_i = 5 \mu\text{m}$, $a/w = 7,7 \times 10^{-4}$.

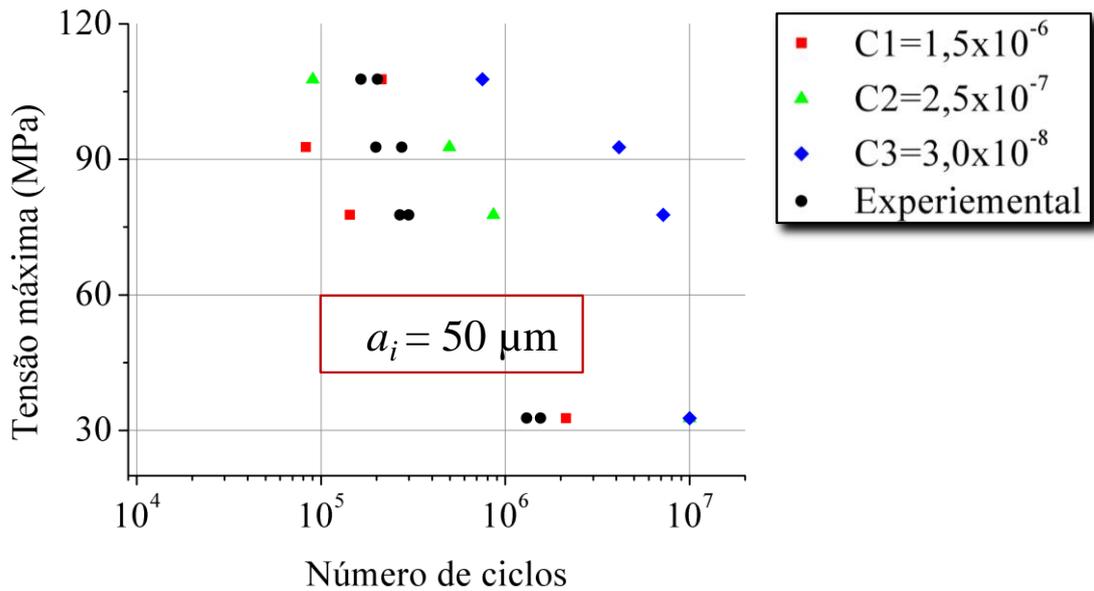
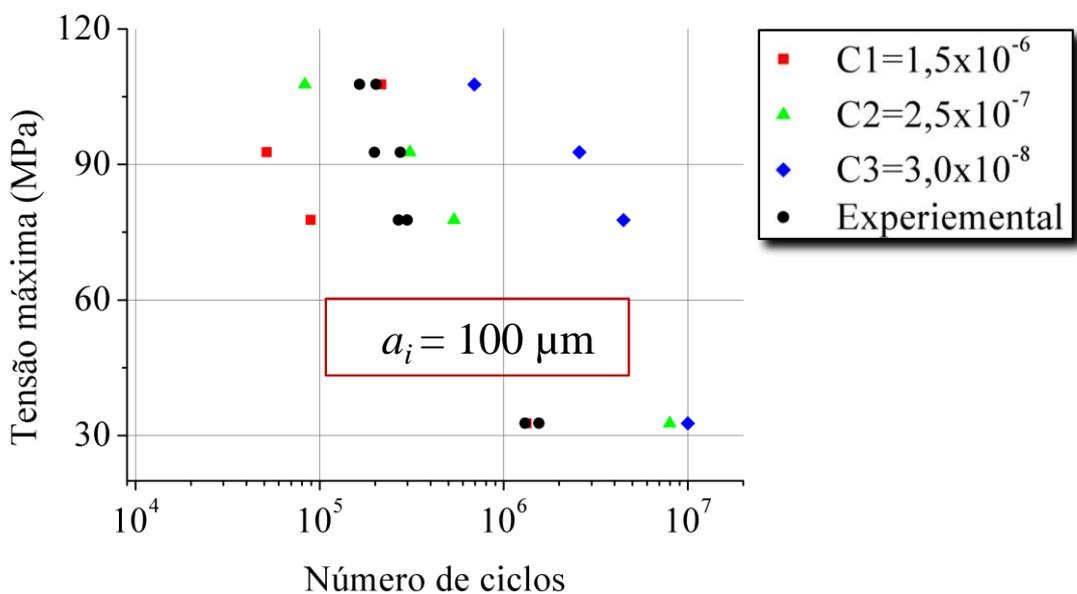


Figura 5.6 – Curva S-N da série 1 para $a_i = 50 \mu\text{m}$, $a/w = 7,7 \times 10^{-3}$.



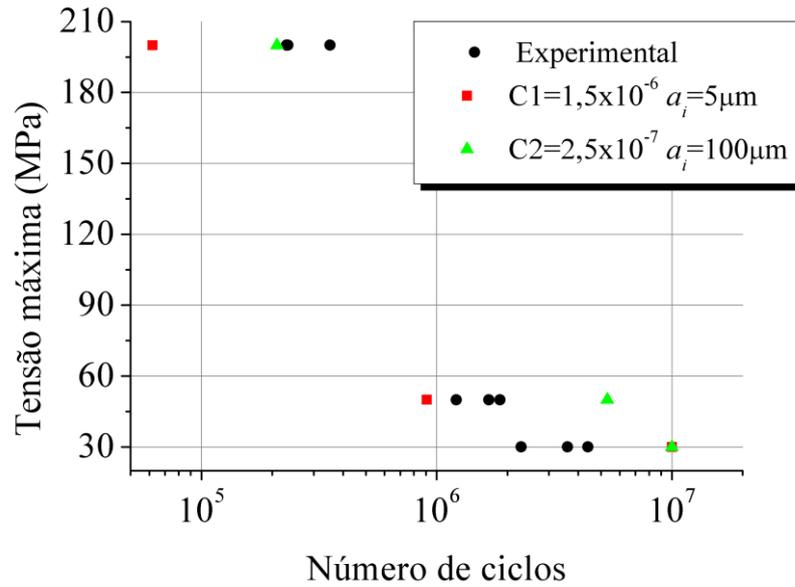


Figura 5.8 – Curva S-N da série 2.

No resultado da série 3, como mostra a Figura 5.9, a estimativa é conservadora, ou seja, o número de ciclos é menor em relação aos dados experimentais. A melhor estimativa é a combinação de C2 e $a_i = 100 \mu\text{m}$. De todas as séries, a melhor estimativa do menor nível de tensão é da série 3. Importante destacar que o valor da força tangencial Q , carga de aperto P e coeficiente de atrito difere das outras séries.

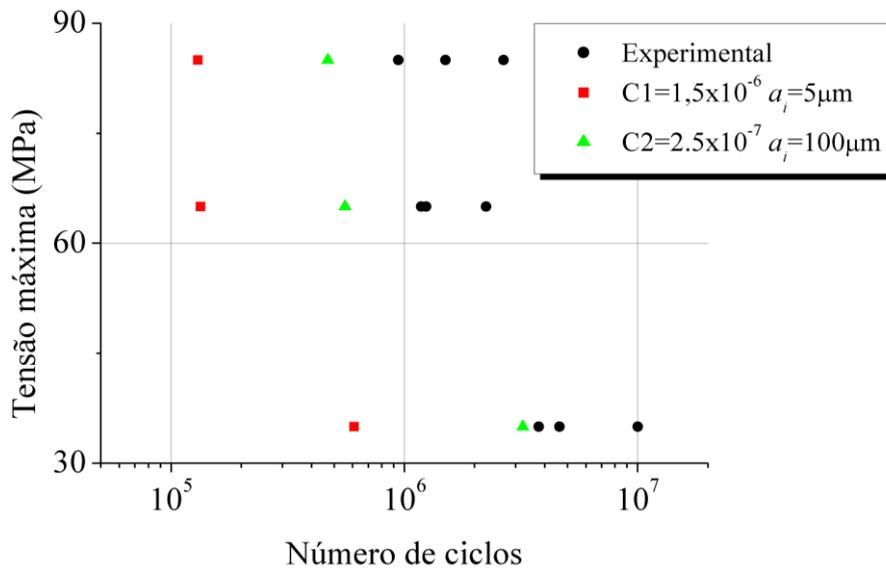


Figura 5.9 – Curva S-N da série 3.

Os resultados das três séries representam adequadamente o problema, apesar de não terem sido modelados alguns fatores que influenciam na vida, tais como o desgaste, as

condições ambientais, e mudança do coeficiente de atrito por conta de detritos acumulados na região de contato.

Além das curvas S-N mostradas acima, nas Figuras 5.10 à 5.15 são apresentadas as curvas tamanho de trinca *vs.* número de ciclos para cada série. Em geral, o tamanho de trinca acima de 2 mm apresenta variação insignificante no número de ciclos, podendo ser tomado como o tamanho crítico de trinca, ou seja, $a/w = 0,15$. Esta simplificação pode ser usada para reduzir o tempo computacional. Segundo FADAG *et al.* (2008), o tamanho crítico de trinca pode ser considerado de 0,45 mm, após este tamanho de trinca o número de ciclos praticamente não muda. Tanto no modelo desta tese como no modelo de FADAG *et al.* (2008), está claro que o mecanismo de falha por *fretting* apresenta impacto em trincas pequenas.

Na estimativa pelo MFBD, toda a vida é considerada como sendo de propagação, diferentemente dos resultados de FADAG *et al.* (2008) e HOJJATI-TALEMI *et al.* (2014), mostrados na Figura 2.10, onde a vida de propagação é menor que a vida de iniciação. Estes autores consideram tamanho inicial de trinca de 20 μm e 50 μm , respectivamente. Por tratar-se de modelos diferentes, não é possível realizar comparação direta.

Como esperado, o aumento da tensão média para a mesma amplitude de tensão resulta em menor vida de propagação. Nos casos onde a tensão média é negativa e a amplitude de tensão é baixa, como nas séries 2 e 3, o modelo estima vida infinita, ou seja, número de ciclos acima de 10^7 ciclos.

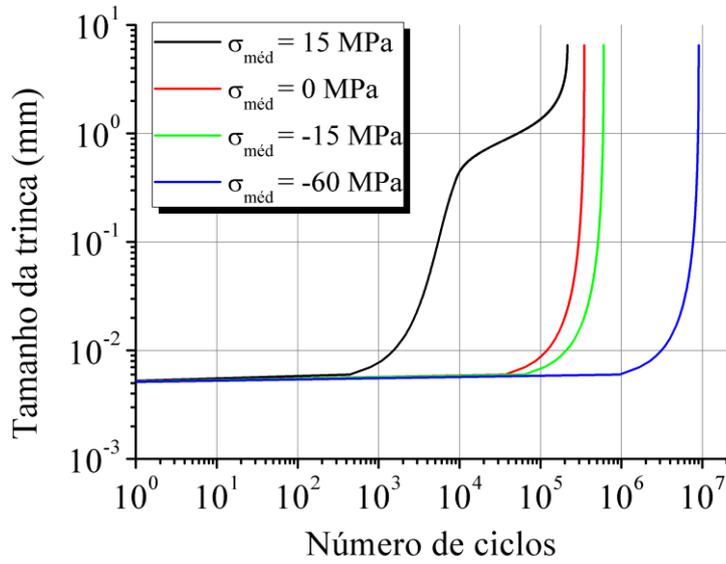


Figura 5.10 – Série 1 – tamanho de trinca vs. número de ciclos com CI e $a_i = 5 \mu\text{m}$.

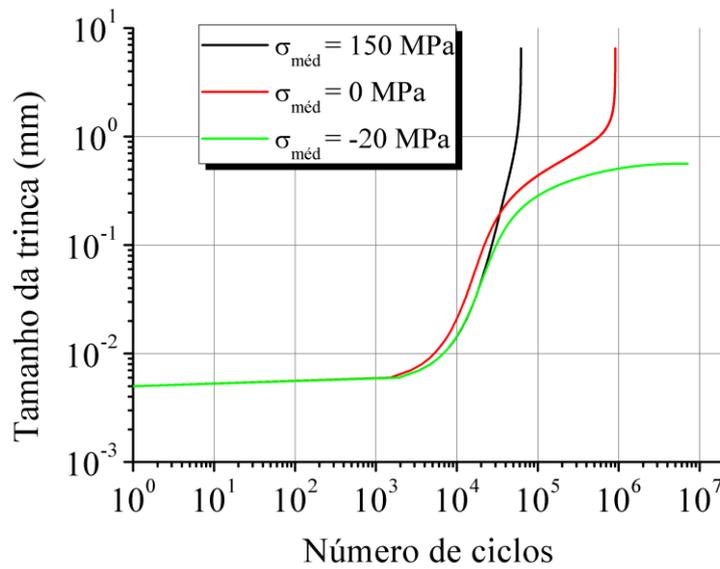


Figura 5.11 – Série 2 – tamanho de trinca vs. número de ciclos com CI e $a_i = 5 \mu\text{m}$.

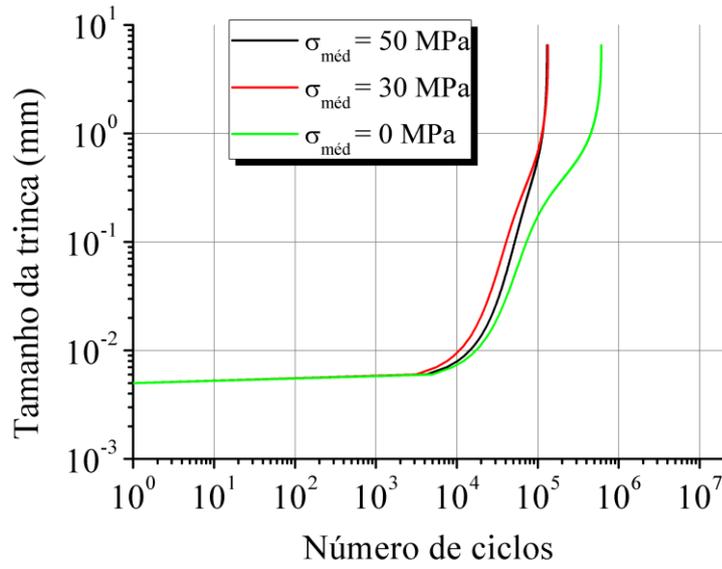


Figura 5.12 – Série 3 – tamanho de trinca vs. número de ciclos com $C1$ e $a_i = 5 \mu\text{m}$.

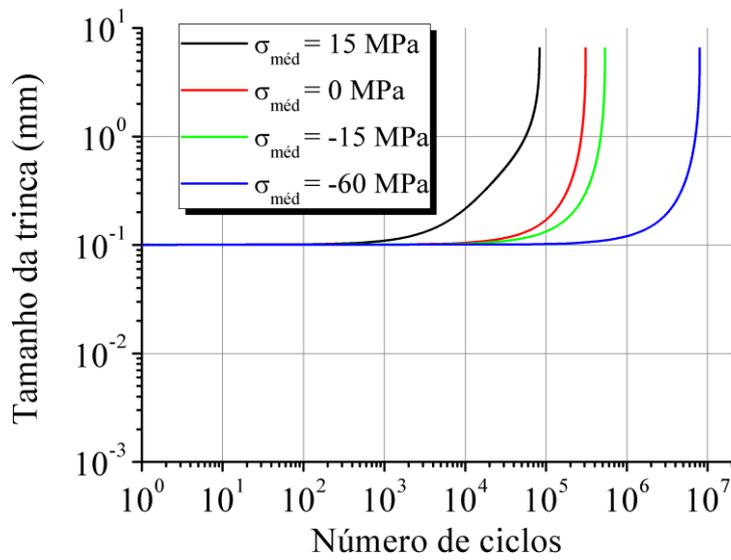


Figura 5.13 – Série 1 – tamanho de trinca vs. número de ciclos com $C2$ e $a_i = 100 \mu\text{m}$.

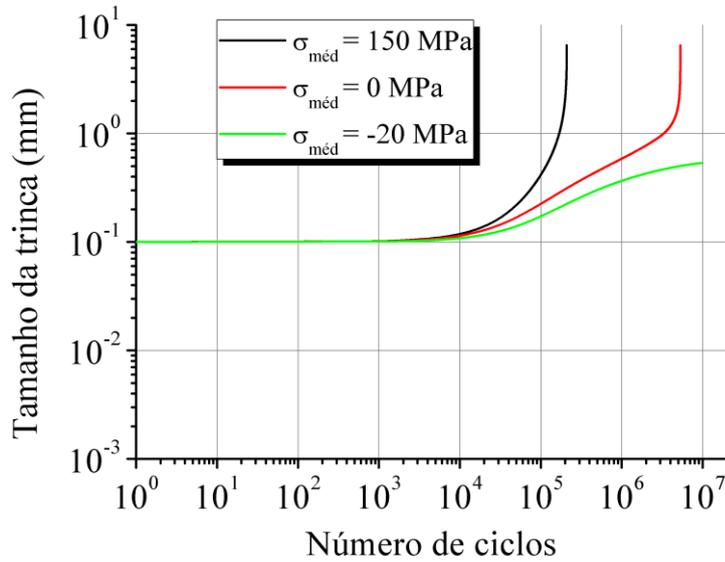


Figura 5.14 – Série 2 – tamanho de trinca vs. número de ciclos com $C2$ e $a_i = 100 \mu\text{m}$.

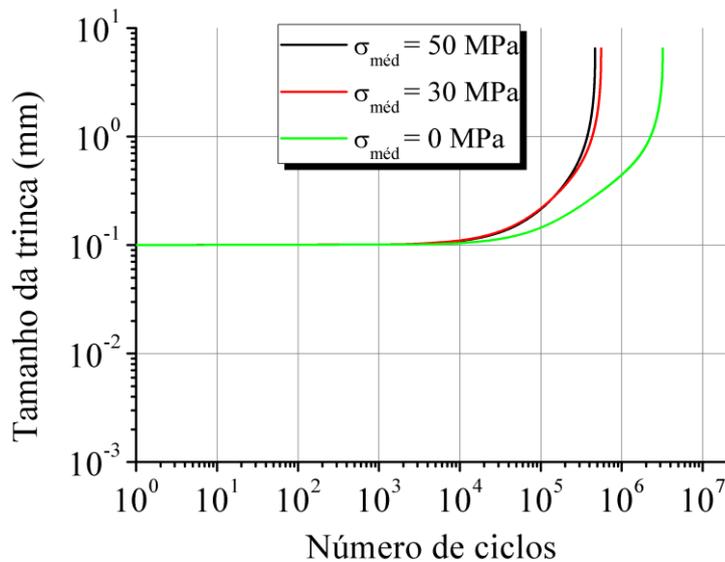


Figura 5.15 – Série 3 – tamanho de trinca vs. número de ciclos com $C2$ e $a_i = 100 \mu\text{m}$.

5.4. ANÁLISE PROBABILÍSTICA

Nesta seção, uma análise probabilística do modelo da Mecânica da Fratura Baseada em Deformação é realizada considerando variação do tamanho inicial da trinca a_i e dos parâmetros ΔK_{th} e C da regra de crescimento de trinca. Os conceitos usados nesta análise são abordados na seção 3.3.

A Tabela 5.1 e as Figuras 5.16 à 5.18 apresentam os parâmetros das variáveis estatísticas para o tamanho inicial da trinca a_i e os valores de C e ΔK_{th} da curva da/dN .

Os tipos de distribuição são baseados nas indicações de MIRANDA *et al.* (2015). Durante a pesquisa bibliográfica, não foi encontrado um valor específico que determine o tamanho inicial de trinca a_i . MOLENT *et al.* (2006) indicam que tamanhos de trinca de 10 μm podem ser identificados em alumínios da série 7050. Uma aproximação que pode ser razoável é a consideração do tamanho inicial da trinca a_i como sendo o tamanho do grão do material, que no caso do AL 7050-T7451 é de 5 μm (ROSSINO *et al.*, 2009), ou o valor sugerido na seção anterior de 100 μm . Baseado nestas considerações, determinou-se a média e desvio padrão de a_i considerando 70% de probabilidade dos valores se encontrarem entre 5 μm e 100 μm . O mesmo procedimento foi feito para ΔK_{th} , com limites definidos pela curva da/dN .

Tabela 5.1 – Valores de parâmetros para análise probabilística.

Parâmetro	Média	Desv. Padrão	Distribuição
a_i	3,39	1,57	Lognormal
LN (C)	-22.1	0,66	Normal
ΔK_{th} (MPa $\sqrt{\text{m}}$)	0,009	0,57	Lognormal

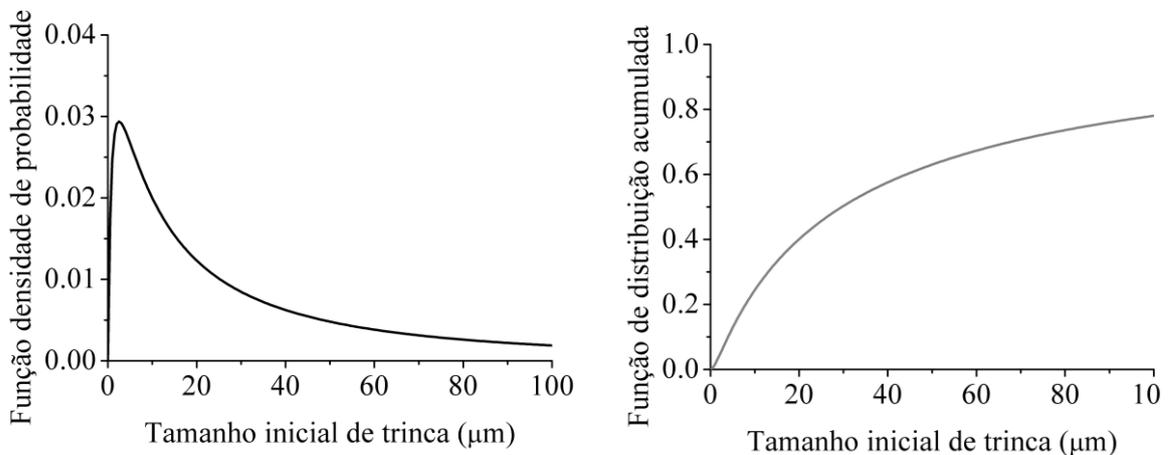


Figura 5.16 – Distribuição Lognormal do tamanho inicial de trinca a_i .

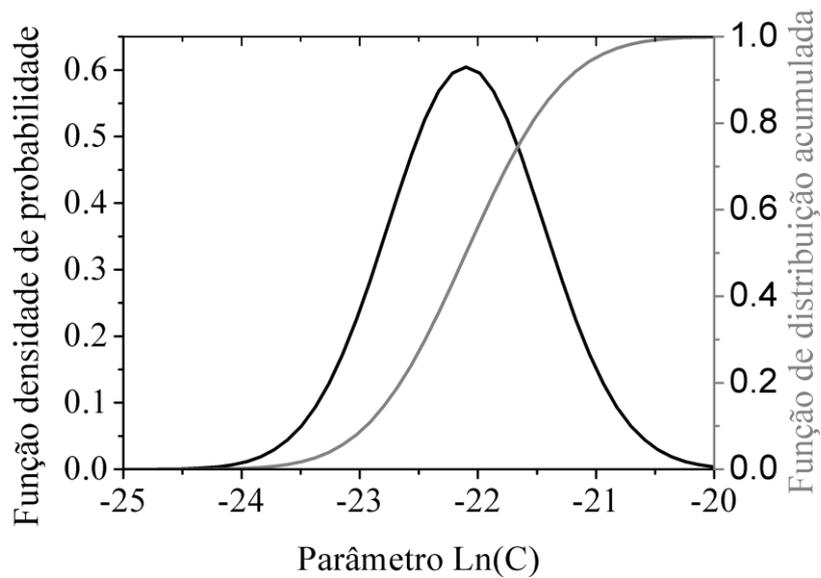


Figura 5.17 – Distribuição Normal da constante C .

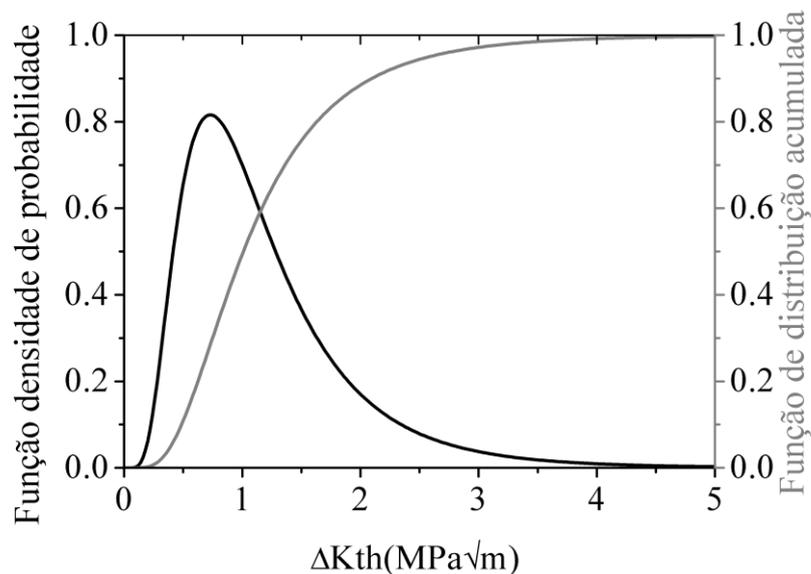


Figura 5.18 – Distribuição Lognormal de ΔK_{th} .

Nas análises foram usadas 100 simulações de Monte Carlo para cada nível de tensão, número inferior ao número de simulações indicado por WALBRIDGE (2005) e MIRANDA *et al.* (2015) porém com diferenças irrisórias, como mostrado no final deste capítulo.

Os resultados para variabilidade dos três parâmetros são mostrados nas Figuras 5.19 à 5.21. Pode-se observar que o parâmetro C apresenta maior influência na estimativa de vida, seguido pelo parâmetro a_i . WALBRIDGE (2005) observou a mesma influência do

parâmetro C na estimativa de vida pelo MFBD em componentes de solda. O parâmetro ΔK_{th} apresentou pouca influência no resultado do número de ciclos.

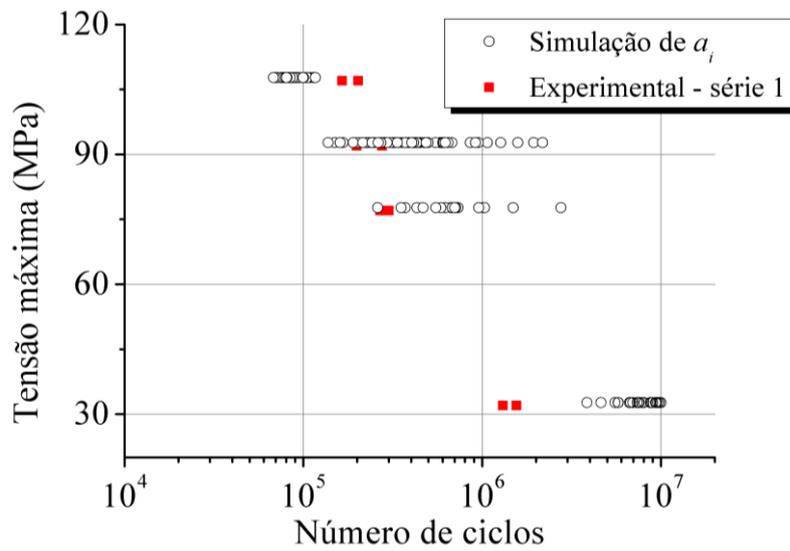


Figura 5.19 – Curva S-N da série 1 para variabilidade de a_i , considerando C2.

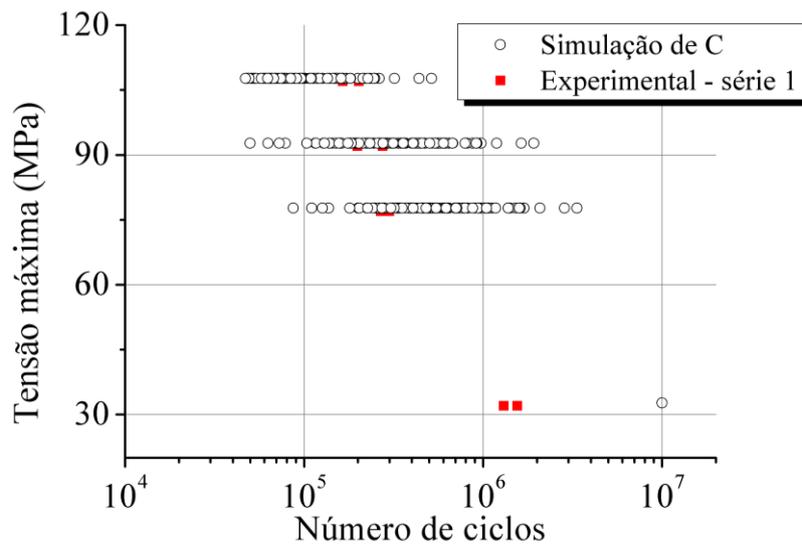


Figura 5.20 – Curva S-N da série 1 para variabilidade de C , considerando $a_i = 100 \mu\text{m}$.

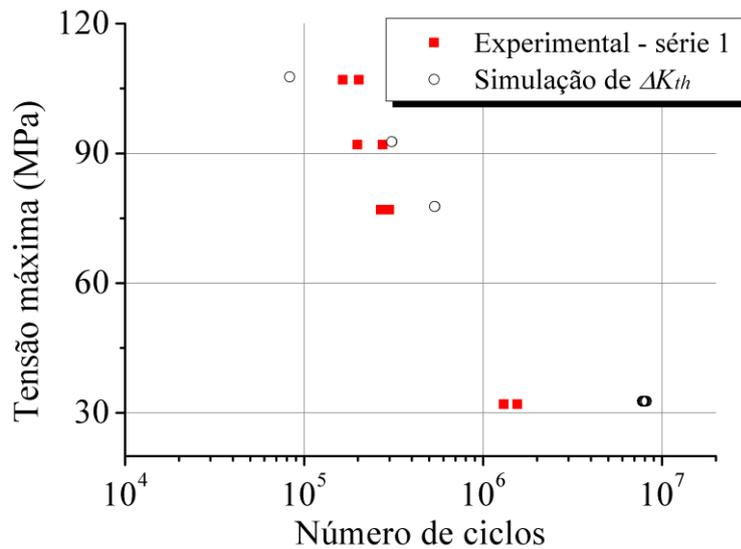


Figura 5.21 – Curva S-N da série 1 para variabilidade de ΔK_{th} , considerando $a_i = 100 \mu\text{m}$.

As análises com variabilidade simultânea dos parâmetros a_i e C foram realizadas para as três séries e estão mostradas na Figura 5.22. Em geral, os dados simulados abrangem os resultados experimentais, com exceção do nível de tensão máxima 50 MPa. Pode-se observar também que para 200 MPa há um comportamento inesperado, o número de ciclos aumenta em relação ao nível de tensão próximo a 110 MPa. Apesar disto, o MFBD estimou o resultado adequadamente. Tal comportamento assemelha-se ao observado em experimentos de *fretting* sob flexão de PENG *et al.* (2014), nos quais a curva S-N apresenta a forma da letra ε , como mostrado na Figura 2.6b. Porém não se pode afirmar o mesmo pois as séries 1, 2 e 3 apresentam características diferentes de carregamento e coeficiente de atrito.

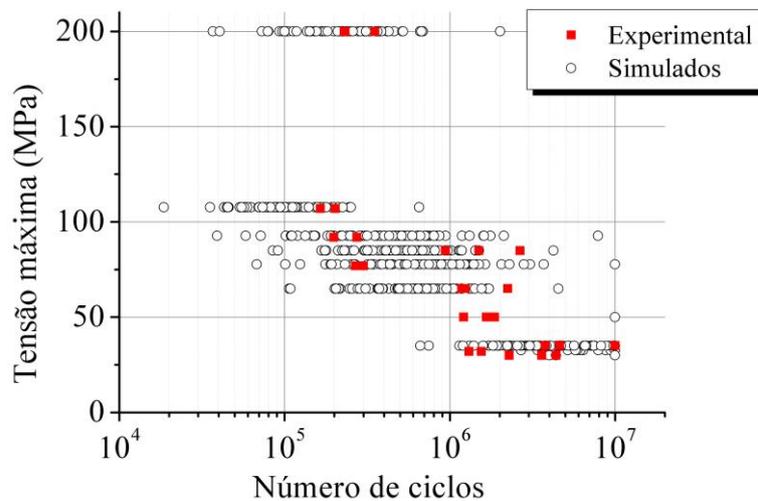


Figura 5.22 – Curva S-N dos dados simulados e experimentais de todas as séries.

Dos resultados da Figura 5.22 foi possível determinar curvas de segurança tanto para os dados simulados como para os dados experimentais. O valor para tensão de 200 MPa não foi incluído por se diferenciar dos demais dados. Convencionou-se que a distribuição normal é um modelo matemático que pode representar a distribuição das vidas do modelo de estudo. Assim, adotou-se probabilidade de sobrevivência de 50% e 95%. As curvas de segurança apresentam a forma:

$$\log(N) = \log(D) - m \cdot \log(S) \quad (5.2)$$

onde N representa o número de ciclos, S é a tensão máxima, D é uma constante e m representa a inclinação da curva.

A Figura 5.23 mostra as curvas geradas para os dados experimentais com inclinação dada pelo valor $m = 2,04$. A curva com 95% de sobrevivência está abaixo de qualquer valor experimental, deslocado por um fator de aproximadamente 0,2 em relação à curva de 50%.

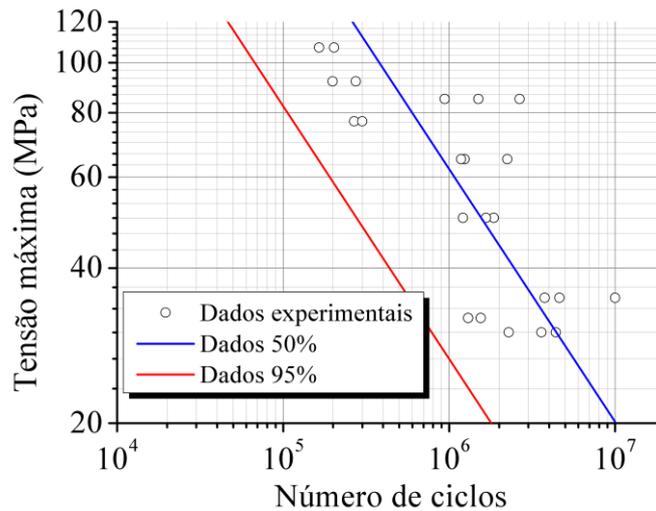


Figura 5.23 – Probabilidade de sobrevivência de 95% e 50% dos dados experimentais, $m = 2,04$.

As curvas para os dados simulados estão na Figura 5.24, nas quais o valor de m vale 3,20, ou seja, mais inclinada em relação às curvas dos dados experimentais da Figura 5.23.

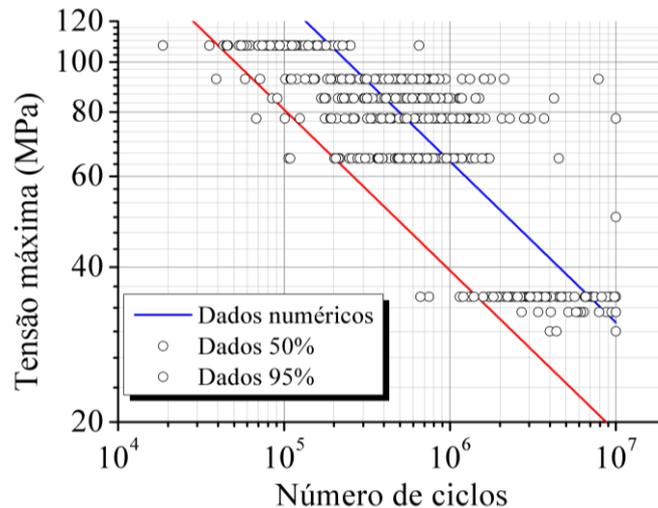


Figura 5.24 – Probabilidade de sobrevivência de 95% e 50% dos dados simulados, $m = 3,20$.

A Figura 5.25 mostra as curvas de segurança para os dados experimentais e simulados. Pode-se notar que as curvas de 95% se cruzam próximo a 80 MPa. Deste ponto para cima a curva dos dados simulados/numéricos oferece maior grau de segurança em um possível dimensionamento. Por outro lado, alguns dados experimentais estão abaixo da curva simulada de 95% para valores próximos a 33 MPa, certamente pela fraca estimativa destes pontos pelo MFBD. A estimativa para sobrevivência de 50% dos dados simulados representa bem os dados experimentais.

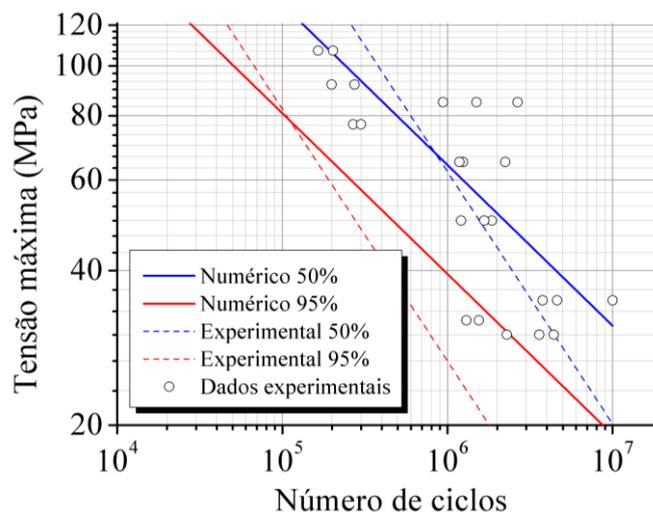


Figura 5.25 – Comparação das curvas com probabilidade de sobrevivência de 95% e 50% dos dados simulados e experimentais.

A comparação dos resultados é mais fácil de visualizar ao se uniformizar a inclinação das curvas. Adotando-se $m = 3,0$, tem-se os resultados mostrados na Figura 5.26.

Novamente a estimativa da curva 50% é similar à curva dos dados experimentais. A estimativa de 95% de sobrevivência é menos conservadora que a curva dos dados experimentais. Ainda assim, apenas dois dados experimentais não estão acima da curva, ou seja, em situação de segurança. Esses pontos estão em nível baixo de tensão e apresentam baixa precisão de estimativa pelo MFB. Situação também observada por EL HADDAD e TOPPER (1981) na estimativa de peças entalhadas.

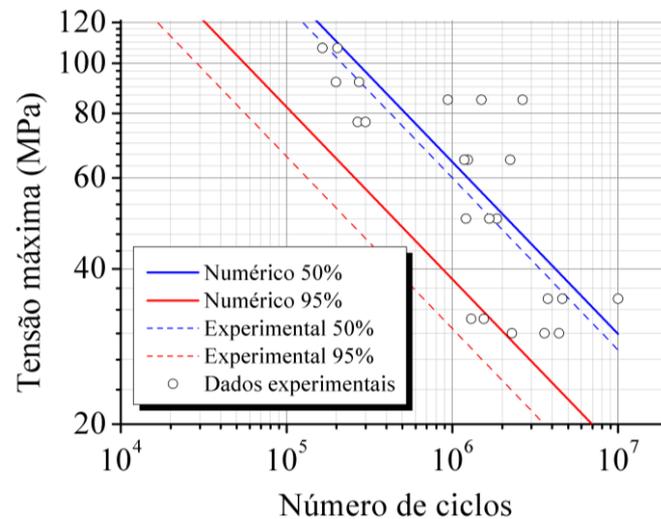


Figura 5.26 – Comparação das curvas com probabilidade de sobrevivência de 95% e 50% dos dados simulados e experimentais, $m = 3,0$.

WALBRIDGE (2005) e MIRANDA *et al.* (2015) realizaram simulações probabilísticas aplicadas à solda utilizando 1000 simulações, número 10 vezes maior que o número de simulações usadas neste trabalho. Uma comparação para as curvas com $m = 3,0$ para 100 e 1000 simulações é mostrado na Figura 5.27. Como notado, não há diferenças significativas nos resultados. Porém, o custo computacional com 100 simulações é bem menor, e por isto esta quantidade foi adotada nas simulações desta tese. Cabe destacar que WALBRIDGE (2005) e MIRANDA *et al.* (2015) investigaram, respectivamente, a influência de treze e dez parâmetros, justificando o número maior de simulações.

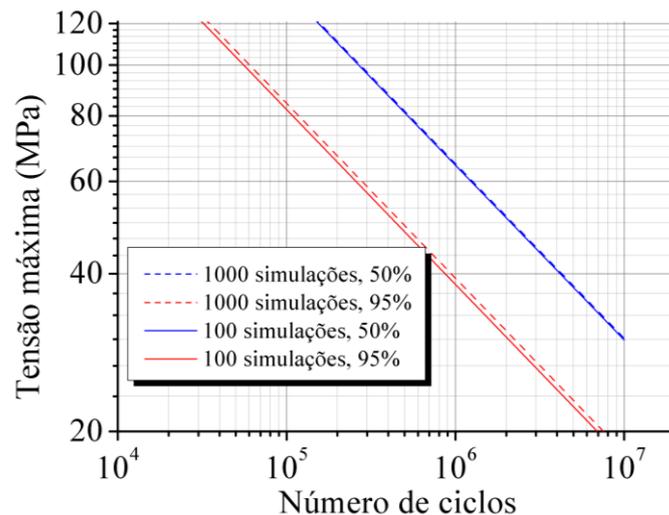


Figura 5.27 – Comparação da curva com 100 e 1000 simulações, $m = 3,0$.

Das estimativas numéricas foi possível estimar pelo MFBD a curva de segurança mostrada na Figura 5.27. A curva é válida para o AL 7050-T7451 sob as condições de fadiga por *fretting* para os casos onde valores de força tangencial, carga de aperto, coeficiente de atrito, assim como a geometria da sapata e da amostra são compatíveis com os valores especificados na Tabela 4.3 à Tabela 4.5.

Baseado nos resultados pode-se afirmar que a consideração de trinca reta no problema de *fretting* e a simplificação do modelo e da trinca tridimensional para bidimensional parecem não ter comprometido a estimativa pelo MFBD, como mostra os resultados nas Figuras 5.26 e 5.27. Além disto, o método evita a distinção entre iniciação e propagação de trincas, e considera-se que toda a vida é de propagação, ou seja, é aplicado para trincas curtas e trincas longas, como mostra os curvas tamanho de trinca vs. número de ciclos das Figuras 5.10 à 5.15.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta uma metodologia para estimar a vida de componentes sob fadiga por *fretting*. Inicialmente uma análise pelo Método de Elementos Finitos (MEF) é realizada em modelo bidimensional de contato no programa comercial ANSYS. Para a validação analítica, os resultados foram comparados com as soluções propostas por HILLS e NOWELL (1994), demonstrando resultados satisfatórios. Em seguida verificou-se os resultados obtidos por meio de Funções Peso com resultados extraídos de funções pré-embutidas do programa ANSYS. A Função Peso apresentou-se como uma solução eficaz, uma vez que é determinada apenas uma vez, diferenciando-se da solução pelo MEF, onde é necessário discretizar o modelo para cada tamanho de trinca.

Por meio da Função Peso, determinou-se o fator de intensidade de tensão K_I e o fator de concentração de tensão modificado K_p ao longo do caminho da trinca. K_p foi usado como dado de entrada no método da Mecânica da Fratura Baseada em Deformação (MFBD), onde a vida N é estimada.

O MFBD, método usado previamente para estimar a vida sob fadiga de componentes soldados, foi aplicado nesta tese no problema de fadiga por *fretting*. O método evita a distinção entre iniciação e propagação de trincas e considera-se que toda a vida é de propagação, ou seja, é aplicado para trincas curtas e trincas longas.

A apresentação do MFBD nesta tese foi simplificada em formato de fluxograma associado a um algoritmo que determina as tensões e deformações plásticas na ponta da trinca. Esse formato, bem detalhado, permite que outros pesquisadores possam aplicar o MFBD em outros problemas.

Na estimativa de vida pelo MFBD foi considerado a não linearidade do material, propagação de trinca curta e um fator tridimensional f_{3D} (a/w) que leva em conta o estado tridimensional do modelo físico. O número de ciclos N foi determinado pela integração da equação de Paris-Erdogan e calculado até o tamanho crítico de trinca de 6,5 mm, isto é, quando a relação tamanho de trinca / largura chega a 0,5.

Três séries de modelos foram analisadas, nos quais há variação de carga de aperto, força tangencial e coeficiente de atrito. Observou-se que as tensões de cisalhamento abaixo da

superfície de contato são controladas pela força tangencial. A posição da máxima tensão normal na direção da tensão remota de fadiga, situada na região de contato, tida como o ponto de iniciação de trincas, encontrou-se próximo à borda do contato, assim como nos resultados experimentais. Praticamente todos os valores de K_p puderam ser ajustados a uma equação exponencial e apresentaram, para o mesmo modelo, valor máximo menor para tensão nominal maior, identificando, assim, um padrão de comportamento das tensões na região de contato.

O método descrito acima foi aplicado para estimar a vida do alumínio 7050-T7451 em situação de fadiga por *fretting*. Os resultados obtidos foram plotados em curvas S-N e comparados com dados experimentais. A estimativa de vida pelo MFBD das três séries de dados analisadas mostra concordância com os resultados experimentais, com menor acurácia apenas quando a tensão máxima é próxima de 33 MPa. Baseado nos resultados numéricos propôs-se uma curva de segurança com probabilidade de vida de 95%, que ao ser comparada com dados experimentais mostrou-se adequada.

Ainda sobre os resultados, pode-se afirmar que a consideração de trinca reta no problema de *fretting* e a simplificação do modelo, e da trinca, tridimensional para bidimensional, parece não comprometer a estimativa pelo MFBD.

Considerando a dispersão dos dados de fadiga e o número limitado de espécimes disponíveis, os resultados obtidos sugerem que o uso do método da Mecânica da Fratura Baseada em Deformação é pertinente.

6.1. PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES

Baseado nas conclusões apresentadas no tópico anterior, pode-se resumir as principais contribuições desta tese:

- Procedimento para determinar a curva de fadiga por *fretting* fundamentado em ensaios da/dN e ϵ -N, sem a necessidade de realização de testes de *fretting* (que são mais complexos);
- As curvas do fator de concentração de tensão modificado K_p para problemas de fadiga por *fretting*, obtidas pelo método da Função Peso;

- Uso do Método de Monte Carlo para simular modelos com variação de parâmetros estatísticos e, então, determinar a curva S-N para modelo de contato.

6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para um entendimento mais abrangente do problema de fadiga por *fretting*, os seguintes estudos são sugeridos:

- Nas análises numéricas de contato utilizou-se coeficiente de atrito (COF) constante, porém esta propriedade muda com o número de ciclos. Sugere-se aplicar algum algoritmo de otimização das curvas K_p para gerar soluções de curva S-N considerando mudança do COF. O algoritmo também poderá ser usado para quantificar o efeito de cargas variáveis.
- A consideração de espessura variável em problema de contato, por exemplo, contato entre dois cilindros é, em geral, realizada em modelos tridimensionais, porém o custo computacional é alto devido ao grande número de graus de liberdade. Como alternativa, pode-se desenvolver soluções de contato bidimensional com espessura variável. O próprio ANSYS permite realizar esta tarefa.
- Realizar ensaios experimentais de fadiga por *fretting* em fios e então aplicar a metodologia desenvolvida nesta tese para estimar a vida de cabos condutores de energia, cabos de pontes. A simplificação dos estudos das camadas do cabo em apenas dois fios reduz os custos com ensaios experimentais.
- Investigar o desgaste associado ao mecanismo de crescimento de trincas por *fretting*. Desta forma, pode-se estimar com maior precisão o efeito de crescimento de trincas de fadiga por *fretting*, tendo em vista que algumas trincas desaparecem devido ao desgaste.
- Aplicar o MFBD em fadiga multiaxial para estimar a propagação de trinca em entalhes sob tração e torção.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACKLAM, P. J. *An algorithm for computing the inverse normal cumulative distribution function.*, 2010.
- ANDERSON, T. L. *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. Third edit ed., 2005.
- ANSYS, I. *Customer Training Material*. ANSYS Mechanical Structural Nonlinearities, 2010.
- ARAÚJO, J. A.; CASTRO, F. C. *A comparative analysis between multiaxial stress and ΔK -based short crack arrest models in fretting fatigue*. Engineering Fracture Mechanics, v. 93, p. 34–47, 2012.
- ARSLAN, M. A.; KAYABAŞI, O. *3-D Rail-Wheel contact analysis using FEA*. Advances in Engineering Software, v. 45, n. 1, p. 325–331, 2012.
- AYYUB, B. M. *Risk Analysis in Engineering and Economics.*, 2003.
- AZEVEDO, C. R. F.; CESCÓN, T. *Failure analysis of aluminum cable steel reinforced (ACSR) conductor of the transmission line crossing the Parana River*. v. 9, p. 645–664, 2002.
- BAIETTO, M.C., E. PIERRES, A. GRAVOUIL, B. BERTHEL, S. FOUVRY, and B. TROLLE, *Fretting fatigue crack growth simulation based on a combined experimental and XFEM strategy*. International Journal of Fatigue, v. 47, p. 31–43, 2013.
- BAZANT, Z. P. *Scaling of quasibrittle fracture: asymptotic analysis*. International Journal of Fracture, v. 83, p. 19–40, 1997.
- BENAROYA, H.; HAN, S. M.; NAGURKA, M. *Probability Models in Engineering and Science.*, 2005.
- BÜCKNER, W. F.; PAPAILIOU, K. O. *On the Accuracy of the Determination of the Endurance Capability of transmission line conductors by the CICRE Method CSC22-WG04*, 1989.
- BUECKNER, H. *A novel principle for the computation of stress intensity factors*. Zeitschrift fuer Angewandte Mathematik & Mechanik, v. 50, p. 529–546, 1970.
- CANELLA, R. P.; ALENCAR, P. G. C.; GANEV, G. G.; VINCENZI, L. F. *Revisão de artroplastia total do quadril com prótese modular não-cimentada de fixação distal tipo ZMR®: Análise clínica e radiográfica de 30 casos*. Rev. bras. ortop., v. 45, p. 279–285, 2010.

- CASTRO, J. T. P.; MEGGIOLARO, M. A.; MIRANDA, A. C. O.; WU, H.; IMAD, A.; BENSEDDIQ, N. *Prediction of fatigue crack initiation lives at elongated notch roots using short crack concepts*. International Journal of Fatigue, v. 42, p. 172–182, 2012.
- CASTRO, J. T. P.; MEGGIOLARO, M. C. *Fadiga - Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas reais de Serviço*. Estados Unidos, 2009.
- CASTRO, J. T. P.; MEGGIOLARO, M. C. *Fatigue Design Techniques: Vol. II - Low-Cycle and Multiaxial Fatigue*. 1. ed. CreateSpace Independent Publishing Platform, 2016.
- CHATTOPADHYAY, A.; GLINKA, G.; EL-ZEIN, M.; QIAN, J.; FORMAS, R. *Stress Analysis and Fatigue of welded structures*. Welding in the World, v. 55, n. 7–8, p. 2–21, 2011.
- CIGRE. *Fatigue Endurance Capability of Conductor / Clamp Systems - Update of Present Knowledge*. Cigre, n. August 2005, p. 1–58, 2006.
- CONLE, A.; OXLAND, T. R.; TOPPER, T. H. *Computer-Based Prediction of Cyclic Deformation and Fatigue Behavior*. ASTM STP 942, p. 1218–1236, 1988.
- COUGHLIN, R.; WALBRIDGE, S. *Fatigue testing and analysis of aluminum welds under in-service highway bridge loading conditions*. Journal of Bridge Engineering, v. 17, p. 409–419, 2012.
- DABAYEH, A. A.; BERUBE, A. J.; TOPPER, T. H. *An experimental study of the effect of a flaw at a notch root on the fatigue life of cast Al 319*. International Journal of Fatigue, v. 20, n. 7, p. 517–530, 1998.
- DE PANNEMAECCKER, A.; FOUVRY, S.; BROCHU, M.; BUFFIERE, J. Y. *Identification of the fatigue stress intensity factor threshold for different load ratios R: From fretting fatigue to C(T) fatigue experiments*. International Journal of Fatigue, v. 82, p. 211–225, 2016.
- DE PANNEMAECCKER, A.; FOUVRY, S.; BUFFIERE, J. Y. *Introduction of a reverse simulation approach to identify the fatigue stress intensity factor crack arrest threshold from fretting cracking experiments*. Tribology International, v. 76, p. 122–132, 2014.
- DING, J.; KANG, G.; ZHU, Y.; ZHU, M. *Finite element analysis on bending fretting fatigue of 316L stainless steel considering ratchetting and cyclic hardening*. International Journal of Mechanical Sciences, v. 86, p. 26–33, 2014.
- DOWLING, N. E. *Mechanical Behavior of Materials*. Upper Saddle River, New Jersey, 2007.

- EBC RADIOS. *Trem descarilha e viagens na estrada de ferro carajás*. Disponível em <http://archive.freight-trailworks.org/freight-rail-21st-century-railroads-safety-through-technology/#slide-6>>. Acesso em: 13 de abril de 2017., 2015.
- EL HADDAD, E. I.; SMITH, K. N.; TOPPER, T. H. *Fatigue Crack Propagation of Short Cracks*. Journal of Engineering Materials and Technology, v. 101, n. 1, p. 42–46, 1979a.
- EL HADDAD, M. H.; TOPPER, T. H.; SMITH, I. F. C. *Fatigue Life Prediction of Welded Components Based on Fracture Mechanics*. 1980.
- EL HADDAD, M. H.; TOPPER, T. H.; SMITH, K. N. *Prediction of non propagating cracks*. Engineering Fracture Mechanics, v. 11, p. 573–584, 1979b.
- EL HADDAD, M.; SMITH, K.; TOPPER, T. *A strain based intensity factor solution for short fatigue cracks initiating from notches*. Fracture Mechanics, p. 274–289, 1979c.
- EL HADDAD M.; TOPPER T. H.; N., T. T. *Fatigue Life Predictions of Smooth and Notched Specimens*. ASME Journal of Engineering Materials and Technology, v. 103, n. April 1981, p. 91–96, 1981.
- ENDO, K; GOTO, H. *Initiation and propagation of fretting fatigue cracks*. v. 38, p. 311–324, 1976.
- ENSMP. *Triboparis/practic/Fretting*. Disponível em http://mms2.ensmp.fr/tribo_paris/practic/Fretting.pdf>. Acesso em: 13 de abril de 2017, 2010.
- FADAG, H. A.; MALL, S.; JAIN, V. K. *A finite element analysis of fretting fatigue crack growth behavior in Ti-6Al-4V*. Engineering Fracture Mechanics, v. 75, n. 6, p. 1384–1399, 2008.
- FETT, T.; MUNZ, D. *Stress intensity factors and weight functions*, 1997.
- FREIGHT-TRAILWORKS. *Freight rail 21st railroads safety through technology, 2017A gas turbine of the half-shell, 2017*. Disponível em <http://archive.freight-trailworks.org/freight-rail-21st-century-railroads-safety-through-technology/#slide-6>>. Acesso em: 13 de abril, 2017., 2017.
- FUCHS, H.; STEPHENS, R. *Metal Fatigue in Engineering*, 1980.
- GARCIA, C.; LOTZ, T.; MARTINEZ, M.; ARTEMEV, A.; ALDERLIESTEN, R.; BENEDICTUS, R. *Fatigue crack growth in residual stress fields*. International Journal of Fatigue, v. 87, p. 326–338, 2016.
- GEREPORTS. *A gas turbine of the half-shell*. :< <http://www.gereports.com/turbines-born-inside-look-ges-big-iron-maternity-ward/>. Acesso em: 13 de abril de 2017., 2017.

- GHAHREMANI, K.; WALBRIDGE, S. *Fatigue testing and analysis of peened highway bridge welds under in-service variable amplitude loading conditions*. International Journal of Fatigue, v. 33, n. 3, p. 300–312, 2017.
- GHAHREMANI, K.; WALBRIDGE, S.; TOPPER, T. *A methodology for variable amplitude fatigue analysis of HFMI treated welds based on fracture mechanics and small-scale experiments*. Engineering Fracture Mechanics, v. 163, p. 348–365, 2016.
- GINER, E.; NAVARRO, C.; SABSABI, M.; TUR, M.; DOMNGUEZ, J.; FUENMAYOR, F. J. *Fretting fatigue life prediction using the extended finite element method*. International Journal of Mechanical Sciences, v. 53, n. 3, p. 217–225, 2011.
- GLINKA, G.; REINHARDT, W. *Calculation of Stress Intensity Factors for cracks of Complex Geometry and Subjected to Arbitrary Nonlinear Stress Fields*, 2000
- GLINKA, G.; SHEN, G. *Universal features of weight functions for cracks in mode I*. Engineering Fracture Mechanics, v. 40, n. 6, p. 1135–1146, 1991.
- GUTKIN, R.; ALFREDSSON, B. *Growth of fretting fatigue cracks in a shrink-fitted joint subjected to rotating bending*. Engineering Failure Analysis, v. 15, n. 5, p. 582–596, 2008.
- HAN, L.; CHRYSANTHOU, A.; O’SULLIVAN, J. M. *Fretting behaviour of self-piercing riveted aluminium alloy joints under different interfacial conditions*. Materials and Design, v. 27, n. 3, p. 200–208, 2006.
- HERNÁNDEZ, K. V. F. *Fadiga e Comportamento Tensão-Deformação Cíclico da Liga de Alumínio 7050-T7451*. 2016. 54 f. Universidade de Brasília, 2016.
- HILLS, D. A.; NOWELL, D.; O’CONNOR, J. J. *On the mechanics of fretting fatigue*. WEAR 125, p. 129–146, 1988.
- HILLS, D. A. *Mechanics of fretting fatigue*. Wear, v. 175, n. 1–2, p. 107–113, 1994.
- HILLS, D. A.; NOWELL, D. *Mechanics of Fretting Fatigue*, 1994.
- HILLS, D. A.; NOWELL, D. *Tribology International Mechanics of fretting fatigue — Oxford 's contribution*. v. 76, p. 1–5, 2014.
- HOBBS, R.; RAOOF, M. *Mechanism of fretting fatigue in steel cables*. International Journal of Fatigue, v. 16, n. 4, p. 273–280, 1994.
- HOJJATI-TALEMI, R.; ABDEL WAHAB, M.; DE PAUW, J.; DE BAETS, P. *Prediction of fretting fatigue crack initiation and propagation lifetime for cylindrical contact configuration*. Tribology International, v. 76, p. 73–91, 2014.

- JANKOWIAK, A.; JAKUBCZAK, H.; GLINKA, G. *Fatigue crack growth analysis using 2-D weight function*. International Journal of Fatigue, v. 31, n. 11–12, p. 1921–1927, 2009.
- JOHN, R.; JATA, K. V.; SADANANDA, K. *Residual stress effects on near-threshold fatigue crack growth in friction stir welds in aerospace alloys*. International Journal of Fatigue, v. 25, n. 9–11, p. 939–948, 2003.
- JOHNSON, K. L. *Normal Contact of Elastic Solids: Hertz Theory*. Cambridge University Press, p. 84–106, 1985.
- JONES, R.; PENG, D.; HUANG, P.; SINGH, R. R. K. *Crack growth from naturally occurring material discontinuities in operational aircraft*. Procedia Engineering, v. 101, n. C, p. 227–234, 2015.
- JONES, R.; MOLENT, L.; WALKER, K. *Fatigue crack growth in a diverse range of materials*. International Journal of Fatigue, v. 40, p. 43–50, 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.01.004>>.
- KHALIL, M.; TOPPER, T. H. *Prediction and correlation of the average crack-opening stress with service load cycles*. International Journal of Fatigue, v. 25, p. 149–157, 2003.
- KIM, J. H.; LEE, S. B. *Behavior of plasticity-induced crack closure and roughness-induced crack closure in aluminum alloy*. International Journal of Fatigue, v. 23, Supple, n. 0, p. 247–251, 2001.
- KROESE, D. P.; TAIMRE, T.; BOTEV, Z. I. *Handbook of Monte Carlo Methods*. Wiley, 2013.
- LANOUE, F.; VADEAN, A.; SANSCHAGRIN, B. *Simulation Modelling Practice and Theory Finite element analysis and contact modelling considerations of interference fits for fretting fatigue strength calculations*. Simulation Modelling Practice and Theory, v. 17, n. 10, p. 1587–1602, 2009.
- LEE, H. H. *Finite Element Simulations with ANSYS Workbench 13*. P.O. Box 1 ed., 2011.
- LINDLEY, T. *Fretting fatigue in engineering alloys*. International Journal of Fatigue, v. 19, n. 93, p. 39–49, 1997.
- LINDROTH, P.; MARQUIS, G.; GLINKA, G. *Fatigue crack growth of arbitrary planar cracks in welded components*. Welding in the World, v. 57, n. 3, p. 425–435, 2013.
- LUKE, M.; BURDACK, M.; MOROZ, S.; VARFOLOMEEV, I. *Experimental and numerical study on crack initiation under fretting fatigue loading*. International Journal of Fatigue, v. 86, p. 24–33, 2016.

- LYKINS, C. D.; MALL, S.; JAIN, V. K. *Combined experimental-numerical investigation of fretting fatigue crack initiation*. International Journal of Fatigue, v. 23, n. 8, p. 703–711, 2001.
- MA10. *Linhas de transmissão elétrica do Maranhão e mais 19 estados são leiloadas*. [Http://www.ma10.com.br/2016/04/13/linhas-de-transmissao-eletrica-do-maranhao-e-mais-19-estados-sao-leiloadas/#prettyPhoto](http://www.ma10.com.br/2016/04/13/linhas-de-transmissao-eletrica-do-maranhao-e-mais-19-estados-sao-leiloadas/#prettyPhoto). Acesso em: 12 de maio de 2017., 2016.
- MADGE, J. J.; LEEN, S. B.; MCCOLL, I. R.; SHIPWAY, P. H. *Contact-evolution based prediction of fretting fatigue life: Effect of slip amplitude*. Wear, v. 262, n. 9–10, p. 1159–1170, 2007.
- MATSUMOTO, M.; NISHIMURA, T. *Mersenne twister: a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator*. ACM Trans. Model. Comput. Simul., v. 8, p. 3–30, 1998.
- MIKHEEVSKIY, S.; GLINKA, G.; ALGERA, D. *Analysis of fatigue crack growth in an attachment lug based on the weight function technique and the UniGrow fatigue crack growth model*. International Journal of Fatigue, v. 42, p. 88–94, 2012.
- MIRANDA, A. C. O.; GERLICH, A.; WALBRIDGE, S. *Aluminum Friction Stir Welds: Review of Fatigue Parameter Data and Probabilistic Fracture Mechanics Analysis*. Engineering Fracture Mechanics, n. 1, p. 1–5, 2015.
- MOLENT, L.; SUN, Q.; GREEN, A. J. *Characterisation of equivalent initial flaw sizes in 7050 aluminium alloy*. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, v. 29, n. 11, p. 916–937, 2006.
- NAVARRO, C.; GARCIA, M.; DOMINGUEZ, J. *A procedure for estimating the total life in fretting fatigue*. Fatigue & Fracture, p. 459–468, 2003.
- NETWORK, T. C. R. *cplusplus.com*. Disponível em: <<http://www.cplusplus.com/>>., 2015.
- NEWMAN, J. C. *A crack opening stress equation for fatigue crack growth*. v. 24, p. 131–135, 1984.
- NEWMAN, J. C.; RAJU, I. S. *Stress-Intensity Factor Equations for Cracks in Three-Dimensional Finite Bodies Subjected to Tension and Bending Loads*. NASA Technical Memorandum 85793. NASA Langley Research Center, Hampton, 1984.
- NIGRO, C.; SUN, L.; MERIAUX, J.; PROUDHON, H. *Microstructural simulations of the initiation and propagation of short fretting cracks in a Ti-6Al-4V contact*. Tribology International, v. 74, p. 103–109, 2014.

- NORAPHAIPHIPAKSA, N.; KANCHANOMAI, C.; MUTOH, Y. *Numerical and experimental investigations on fretting fatigue: Relative slip, crack path, and fatigue life*. Engineering Fracture Mechanics, v. 112–113, p. 58–71, 2013.
- NOWELL, D; HILLS, D. A. *Mechanics of Fretting Fatigue Tests*. Pergamon Journals Ltd., v. 29, n. 5, p. 355–365, 1987.
- OWENS, G. W.; CHEAL, B. D. *Structural Steelwork Connections*, 1989.
- PARIS, P. C. *Chap. 6 in Fatigue – An Interdisciplinary Approach*. Syracuse U. Press, 1964.
- PEARSON, S. *Initiation of fatigue cracks in commercial aluminium alloys and the subsequent propagation of very short cracks*. Engineering Fracture Mechanics, v. 7, n. 2, 1975.
- PENG, J. F.; ZHU, M. H.; CAI, Z. B.; LIU, J. H.; ZUO, K. C.; SONG, C.; WANG, W. J. *On the damage mechanisms of bending fretting fatigue*. Tribology International, v. 76, p. 133–141, 2014.
- PIERRES, E.; BAIETTO, M. C.; GRAVOUIL, A.; MORALES-ESPEJEL, G. *3D two scale X-FEM crack model with interfacial frictional contact: Application to fretting fatigue*. Tribology International, v. 43, n. 10, p. 1831–1841, 2010.
- POWELL, M. J. D. *Algorithms for nonlinear constraints that use lagrangian functions*. Mathematical Programming, v. 14, n. 1, p. 224–248, 1978.
- PROUDHON, H.; BASSEVILLE, S. *Finite element analysis of fretting crack propagation*. Engineering Fracture Mechanics, v. 78, n. 4, p. 685–694, 2011.
- RAMMOHAN, Y. S.; MURTHY, H. *Three dimensional finite element analysis of partial slip contacts subjected to combined loading*. Finite Elements in Analysis and Design, v. 56, p. 9–19, 2012.
- RICE, J. R. *A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks*. Journal of Applied Mechanics, v. 35, p. 379–386, 1968.
- RICE, J. R. *Some remarks on elastic crack-tip stress fields*. International Journal of Solids and Structures, v. 8, p. 751–758, 1972.
- RICE, R. C. *Fatigue Design Handbook*. Warrendale, PA.: [s.n.], 1988.
- ROSSINO, L. S.; CASTRO, F. C.; BOSE FILHO, W. W.; ARAÚJO, J. A.; CASTRO, F. C. *Issues on the mean stress effect in fretting fatigue of a 7050-T7451 Al alloy posed by new experimental data*. Engineering Fracture Mechanics, v. 93, n. 11–12, p. 34–47, 2009.
- SANDOR, B. *Fundamentals of Cyclic Stress and Strain*. U. of Wisconsin, 1972.

- SAS IP, I. *Fracture Analysis of a 2D Cracked Specimen using Pre-Meshed Crack*, 2015.
- SCHUBBE, J. J. *Fatigue crack propagation in 7050-T7451 plate alloy*. Engineering Fracture Mechanics, v. 76, n. 8, p. 1037–1048, 2009.
- SEABRA, J. H. O. *Análise por elementos finitos de problemas de contacto*. Portugal, 1984.
- SHI, L.; WEI, D. S.; WANG, Y. R.; TIAN, A. M.; LI, D. *An investigation of fretting fatigue in a circular arc dovetail assembly*. International Journal of Fatigue, 2015.
- SOCIE, D. F.; MARQUIS, G. B. *Multiaxial Fatigue*. Society of Automotive Engineers Inc, 1997.
- STV NEWS. *Service remembers 45 men killed in 1986 Chinook crash*. <https://stv.tv/news/north/1372073-service-remembers-45-men-killed-in-1986-chinook-crash>. Acesso em: 13 de abril de 2017, 2007.
- SURESH, S. *Fatigue of materials*. 2nd ed. ed. Cambridge, 1998.
- TADA, H.; PARIS, P. C.; IRWIN, G. R. *The stress analysis of cracks handbook*, 2000
- TALEMI, R. H.; WAHAB, M. A.; BAETS, P. DE. *Numerical modelling of fretting fatigue*. Journal of Physics: Conference Series, v. 305, p. 12061, 2011.
- TANG, L.; DING, S.; QIAN, H.; XIE, Y.; HUO, Y. *Fretting fatigue tests and crack initiation analysis on zircaloy tube specimens*. International Journal of Fatigue, v. 63, p. 154–161, 2014.
- THE TIMES. *Gear failure is blamed for helicopter catastrophe*. © Times Newspapers Limited Gale Document Number:IF503089101, p. 2, 1986.
- TOPPER, T.; WETZEL, R.; MORROW, J. *Neuber's Rule Applied to Fatigue of Notched Specimens*. Journal of Materials, v. 4, p. 200–209, 1969.
- VINGSBO, O.; SODERBERG, S. *On fretting maps*. Wear, v. 126, n. 1, p. 131–147, 1988.
- WALBRIDGE, S. *A probabilistic study of fatigue in post-weld treated tubular bridge structures*. 2005. 238 f. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2005.
- WU, X. R.; CARLSSON, J. *Weight functions and stress intensity factor solutions*. Universidade de Michigan, 1991.
- YANG, B.; MALL, S. *Mechanics of two-stage crack growth in fretting fatigue*. Engineering Fracture Mechanics, v. 75, n. 6, p. 1507–1515, 2008.

YEKTA, T. R.; GHAHREMANI, K.; WALBRIDGE, S. *Effect of quality control parameter variations on the fatigue performance of ultrasonic impact treated welds*. International Journal of Fatigue, v. 55, p. 245–256, out. 2013.

YEOMAN, M. S.; CIZINAUSKAS, A.; RANGASWAMY, D. *Fretting Wear and Fatigue Analysis of a Modular Implant for Total Hip Replacement*. p. 1–2, 2012.

APÊNDICE A – ESTUDO DO CONTATO

Segundo SEABRA (1984), o problema de contato pode ser bastante complexo porque além das habituais condições de contorno, surgem novas restrições na zona de contato entre dois sólidos, resultantes das exigências de compatibilidade de deslocamentos, tensões normais e tangenciais. A solução analítica destes problemas só é possível para geometrias simples. A faixa de problemas de contato envolve desde o contato sem atrito até o contato com atrito em condições de grandes deformações. Os contatos devem ser impenetráveis e podem transmitir forças de compressão e forças de atrito tangencial.

Com a finalidade de contribuir metodologicamente no aprendizado de como o ANSYS interpreta e resolve problemas de contato, alguns conceitos obtidos, em sua maior parte LEE (2011) e de manuais do ANSYS (2010), são expostos neste APÊNDICE.

O ANSYS disponibiliza ao usuário cinco tipos de contato:

- *Bonded* (alta aderência) - este tipo de contato é linear, permanecendo fixo nas duas direções, normal e tangencial;
- *No Separation* (não separa) - as faces em contato são unidas apenas na direção normal, permitindo pequenos deslocamentos na direção tangencial, sendo também lineares;
- *Frictionless* (sem atrito) - as faces são livres para se mover nas duas direções. Este contato, assim como o *Rough* e *Frictional*, introduz não linearidades;
- *Rough* (rugoso) - as duas faces são livres para separarem na direção normal, na direção tangencial assume-se grande atrito, impedindo o deslizamento;
- *Frictional* (atrito) - as faces são livres para separarem apenas na direção normal, ocorrendo deslizamento apenas quando a força tangencial ultrapassa a força de atrito.

Na Tabela A.0.1 as opções de contato são definidas de maneira sucinta.

Tabela A.0.1 – Tipos de contato.

Contato	Especificações	Tipo
<i>Bonded</i>	Fixo nas duas direções	Linear
<i>No Separation</i>	Fixo na dir. normal e pequeno deslizamento na dir. tangencial	Linear
<i>Frictionless</i>	Livre nas duas direções	Não linear
<i>Rough</i>	Livre na direção normal e fixo na direção tangencial	Não linear
<i>Frictional</i>	Livre na dir. normal e coeficiente de atrito na dir. tangencial	Não linear

Uma vez que os corpos em contato não podem penetrar entre si, o programa é obrigado a estabelecer uma relação entre as duas superfícies em contato para prevenir a sobreposição de corpos durante a simulação, como mostrado na Figura A.1. Existem quatro formulações no ANSYS que previnem a penetração: MPC (*Multi-Point Constraint*), *Pure Penalty*, *Normal Lagrange* e *Augmented Lagrange* (Lagrangiano Aumentado). Usado para contatos lineares (*bonded* e *No Separation*), o método MPC adiciona equações que restringem o deslocamento nas duas direções, entre duas faces em contato. Molas rígidas são usadas para amarrar os nós na região do contato. Uma vantagem desta formulação é a convergência em poucas iterações. A Tabela A.2 apresenta as vantagens e desvantagens de cada formulação.

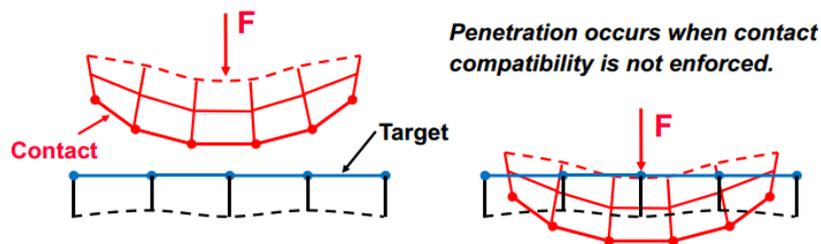


Figura A.1 – Definição de contato – importância da não interpenetração entre superfícies (ANSYS, 2010).

As formulações apresentam dois métodos de detecção (ver Figura A.2): nos pontos de integração de Gauss, usado nas formulações *Pure Penalty* e *Augmented Lagrange*, e detecção nos nós, usado em *Normal Lagrange* e MPC.

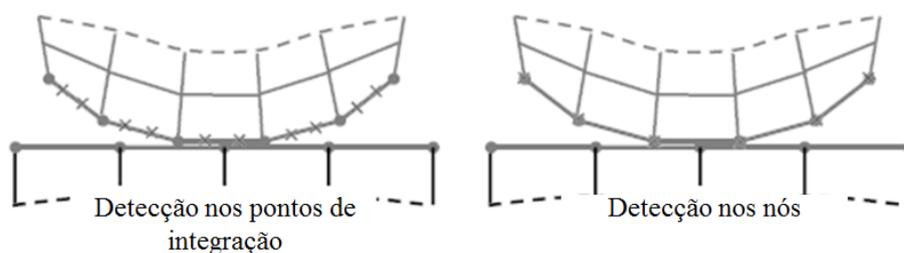


Figura A.2 – Métodos de detecção (ANSYS, 2010).

Usado para contatos lineares (*bonded* e *No Separation*), o método MPC adiciona equações que restringem o deslocamento nas duas direções, entre duas faces em contato. Molas rígidas são usadas para amarrar os nós na região do contato. Uma vantagem desta formulação é a convergência em poucas iterações.

Tabela A.0.2 – Resumo das vantagens (+) e desvantagens (-) de cada formulação de contato (Fonte: ANSYS, 2010).

Penalidade Pura	Lagrangiano Aumentado	Lagrange Normal	MPC
+ Bom comportamento de convergência	- Pode necessitar de iterações extras de equilíbrio se a penetração for muito grande	- Pode necessitar de iterações extras de equilíbrio se houver <i>chattering</i>	+ Boa convergência
- Sensível a seleção da rigidez normal de contato	+ Menos sensível a rigidez normal de contato	+ Não necessita de rigidez de contato	+ Não necessita de rigidez de contato
- Há penetração de contato incontrolável	+ Há penetração de contato, mas controlável até certo ponto	+ Praticamente não há penetração	+ Não há penetração
+ Útil para qualquer tipo de contato	+ Útil para qualquer tipo de contato	+ Útil para qualquer tipo de contato	- Somente útil para contato sem separação
+ Podem ser usados métodos iterativos ou diretos	+ Podem ser usados métodos iterativos ou diretos	- Apenas métodos diretos podem ser usados	+ Podem ser usados métodos iterativos ou diretos
+ Contatos simétricos e assimétricos são permitidos	+ Contatos simétricos e assimétricos são permitidos	+ Apenas contatos assimétricos são permitidos	+ Apenas contatos assimétricos são permitidos
+ Detecção de contato por pontos integrados	+ Detecção de contato por pontos integrados	+ Detecção de contato nodal	+ Detecção de contato nodal

Na formulação *Pure Penalty*, sempre que um nó penetra normalmente em outra face, com tamanho δ , essa formulação empurra a face para a posição correta por meio de uma força (ver Figura A.3). $F = K\delta$, onde K é chamada de rigidez normal. Quanto maior o valor de K maior será a acurácia, porém a convergência dos resultados pode diminuir. Essa mesma formulação é sempre usada na direção tangencial e sempre gera resíduo.

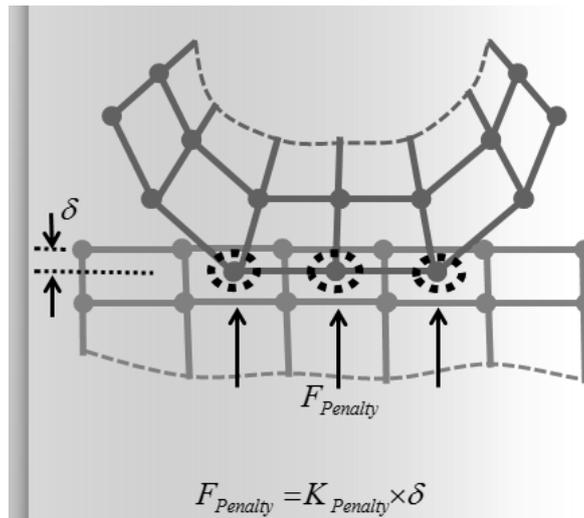


Figura A.3 – Representação da formulação *Pure Penalty* (ANSYS, 2010).

O método *Normal Lagrange* é usado apenas na direção normal. Esta formulação acrescenta um grau de liberdade chamado pressão de contato. Quando uma superfície toca a outra, uma pressão é calculada para prevenir a penetração. Assim $F = \lambda$, onde λ é o multiplicador de *Lagrange* ou pressão de contato. Ou seja, não há rigidez K e assim a penetração é nula. Isso faz com que o contato fique aberto e fechado, dificultando a convergência, por outro lado aumenta a acurácia. A convergência depende da malha utilizada, de modo que, quanto mais refinada, melhor, porém o custo computacional é alto.

Por último, a formulação *Augmented Lagrange*, método padrão do ANSYS Workbench para solução de problemas de contato, é a união dos métodos *Pure Penalty* e *Normal Lagrange*, como representado na equação (A. 1).

$$F = Kx + \lambda \quad (\text{A. 1})$$

Com a presença de λ , esse método não sofre muita influência da rigidez K . É recomendado para contato tipo *frictional* ou *frictionless*, e para modelos que apresentam grandes deformações. A Tabela A.0.3 apresenta as características de cada formulação de contato.

Tabela A.0.3 – Resumo das formulações de contato no ANSYS (Fonte: ANSYS, 2010).

Formulação	Normal	Tangencial	Rigidez normal	Rigidez Tangencial	Tipo de contato
Lagrangiano Aumentado	Lagrangiano Aumentado	Penalidade	Sim	Sim	Qualquer
Penalidade Pura	Penalidade Pura	Penalidade	Sim	Sim	Qualquer
MPC	MPC	MPC	-	-	Colado, sem separação
Lagrange	Lagrange	Penalidade	-	Sim	Qualquer

O usuário deve escolher no programa qual a superfície de contato escravo (*contact surface*) e qual a superfície alvo (*target surface*), como mostrado na Figura A.4. O ANSYS adota como padrão o comportamento simétrico, no qual ambas as superfícies não poderão se interpenetrar. Contudo, é possível escolher a condição assimétrica de contato, na qual apenas a superfície de contato escrava não poderá penetrar a superfície alvo. Se a opção de assimetria automática é escolhida, a designação de qual superfície é alvo é designada automaticamente pelo programa, podendo ter seu *status* revertido pelo programa durante a simulação. Tal consideração pode aumentar a convergência em modelos de contato não linear.

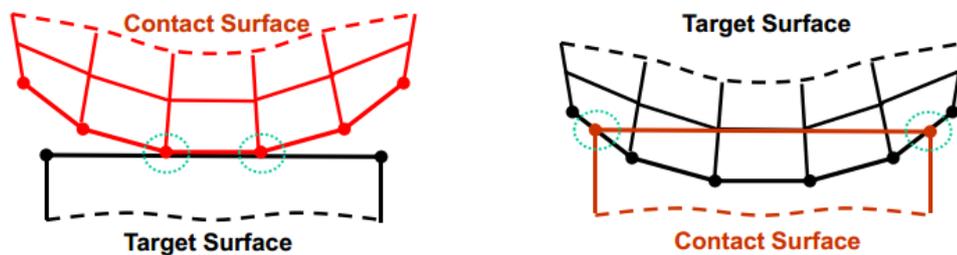


Figura A.4 – Contato estabelecido corretamente (esq.) e contato com excesso de penetração (dir.) (ANSYS, 2010).

A não linearidade do problema é resolvida pelo método iterativo de Newton-Raphson. Este método baseia-se na implementação de incrementos de carga em várias iterações de equilíbrio, atingindo gradualmente a condição de equilíbrio com erros pequenos. A Figura A.5 ilustra a execução iterativa deste método para um incremento de carga.

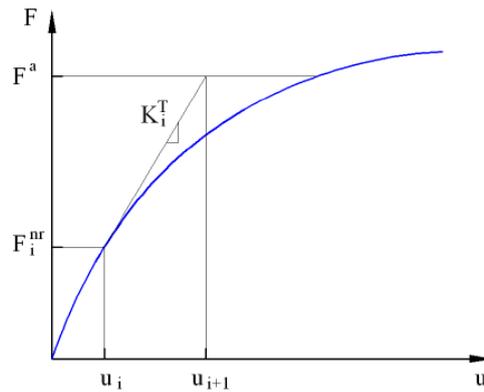


Figura A.5 – Método de Newton-Raphson para um incremento de carga (ANSYS, 2010).

A matriz de rigidez tangencial é definida como na equação (A. 2).

$$[K_i^T]\{\Delta u_i\} = \{F^a\} - \{F^{nr}\} \quad (\text{A. 2})$$

Onde:

$[K_i^T]$ - é a matriz de rigidez tangencial;

$\{\Delta u_i\}$ - é o incremento de deslocamento;

$\{F^a\}$ - é o vetor de carga aplicada;

$\{F^{nr}\}$ - é o vetor de força interna resultante.

Tanto $[K_i^T]$ quanto $\{F^{nr}\}$ são calculados com base na configuração deformada do sistema, caracterizada pelo vetor $\{\Delta u_i\}$. A Figura A.6 ilustra a iteração seguinte a exibida na Figura A.5. Os valores F^{nr}_{i+1} e K^T_{i+1} são calculados e com isso obtêm-se novos valores para u e Δu . O problema repete-se até que o resíduo $\{F^a\} - \{F^{nr}\}$ seja desprezível segundo o critério de convergência adotado.

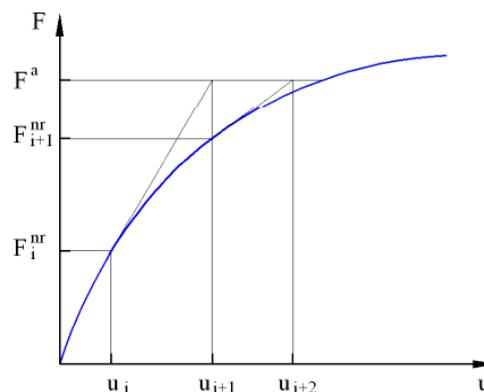


Figura A.6 – Interação seguinte (ANSYS, 2010).

A interface do ANSYS que mostra os processos iterativos de resolução dos problemas não lineares é mostrada na Figura A.7. A linha em azul representa o critério que determina o resíduo máximo das forças. A linha roxa representa o máximo resíduo de força que aparece em cada passo de carga. Quando o resíduo da força diverge do critério de convergência, o ANSYS divide a carga em subpassos, sendo o início deste processo representado pela linha vermelha. Por fim, a linha de cor verde surge quando há convergência em um passo ou subpasso de carga, ou seja, quando o resíduo é aproximadamente nulo.



Figura A.7 – Processo de convergência (ANSYS, 2010).

Nos modelos numéricos desta tese, os elementos finitos usados são o PLANE172, CONTA172 e TARGE169. O elemento PLANE182 é usado para a modelagem 2D de estruturas sólidas (ver Figura A.8). O elemento pode ser usado como um elemento plano (tensão plana, deformação plana) ou um elemento axissimétrico. O PLANE182 é definido por quatro nós com dois graus de liberdade em cada nó: translações nas direções x e y.

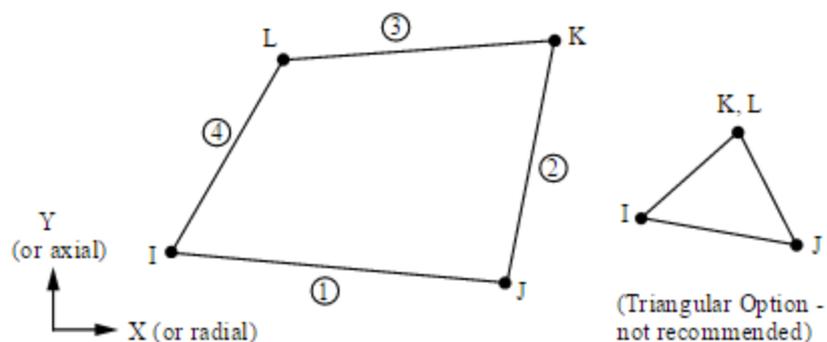


Figura A.8 – Geometria do elemento PLANE182 (ANSYS).

O CONTA172, mostrado na Figura A.9, é utilizado para representar o contato/deslizamento entre a superfície alvo 2D (TARGE169) e uma superfície deformável, definida por este elemento. Este elemento pode ser usado tanto para contato baseado em par como para contato em geral.

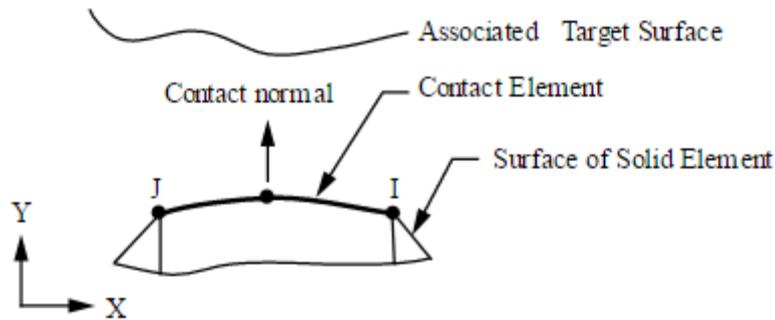


Figura A.9 – Geometria do elemento CONTA172 (ANSYS, 2010).

O TARGET 169, mostrado na Figura A.10, é utilizado para representar várias superfícies "alvo" 2D para os elementos de contato como, por exemplo, o CONTA172. Os próprios elementos de contato sobrepõem-se aos elementos sólidos que descrevem o contorno de um corpo deformável e estão potencialmente em contato com a superfície alvo, definida por TARGE169.

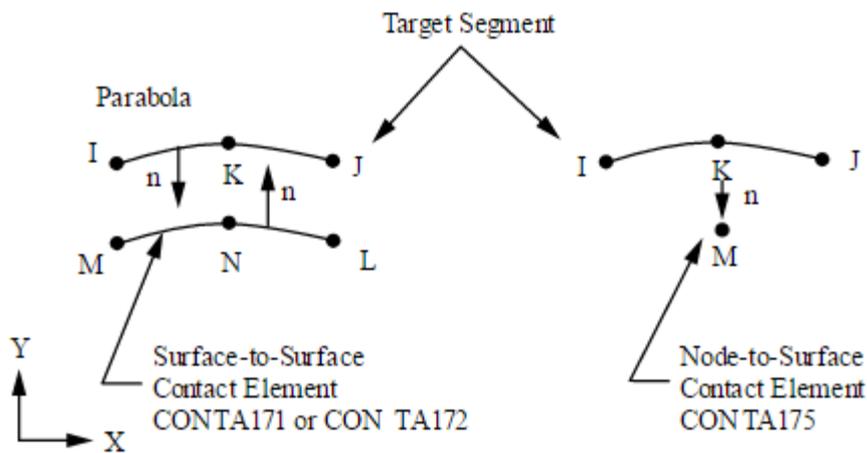


Figura A.10 – Geometria do elemento TARGE169 (ANSYS, 2010).

APÊNDICE B – TUTORIAL PARA MODELAGEM DE CONTATO

Neste APÊNDICE é realizada uma discretização, passo a passo, da modelagem de contato no ANSYS Workbench, cuja interface inicial é mostrada na Figura B.1. O principal objetivo deste tutorial é possibilitar que outros pesquisadores tenham contato com esta ferramenta, assim como, compartilhar o conhecimento adquirido na construção dos modelos numéricos desta tese.

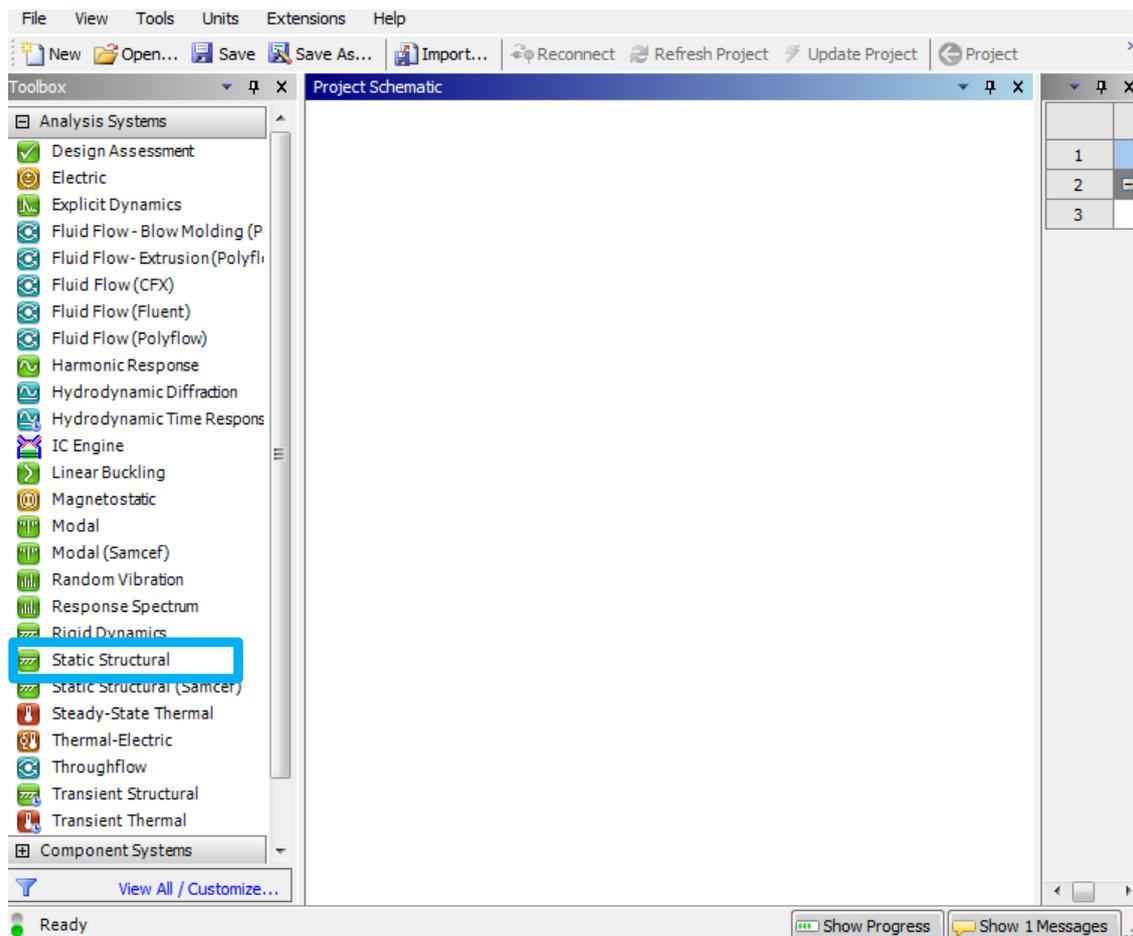


Figura B.1 – Interface inicial do ANSYS Workbench.

Inicialmente é escolhido o tipo de análise. O ANSYS oferece várias opções, por exemplo, análise modal, térmica, transiente e estática, outros tipos de análises podem ser visualizados na Figura B.1. Na análise do modelo de contato, adotou-se a opção *Static Structural*. Ao clicar duas vezes com o botão esquerdo do *mouse*, aparecerá um quadro, como mostrado na Figura B.2, com as opções para construção do modelo.

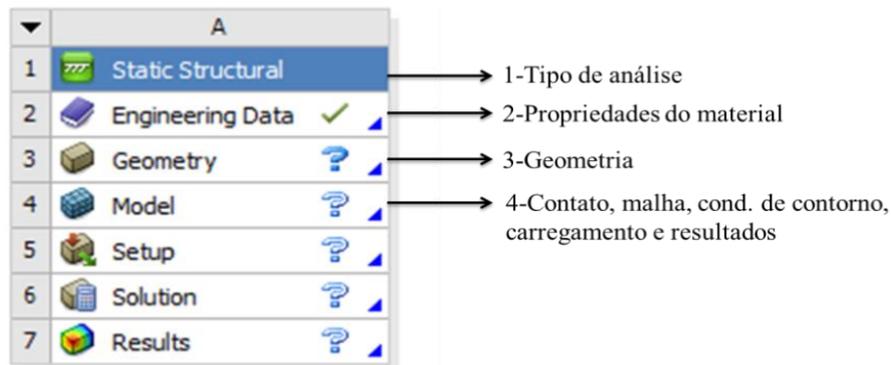


Figura B.2 – Sequência lógica para análise.

O item 1 da Figura B.2 mostra o tipo de análise, no item 2 definem-se as propriedades do material, sendo o aço o material usado caso não seja especificado um outro material, a geometria do modelo é feita clicando no item 3. Por último, no item 4, é feita a caracterização do modelo, aplicação do material especificado previamente no item 1, definição dos tipos de contatos presentes no modelo, o tipo, tamanho e ordem dos elementos finitos, condições de contorno, carregamentos, considerações de análise e, finalmente, a solução desejada. O ANSYS disponibiliza uma biblioteca de materiais comumente usados. As opções aparecem ao abrir o item 1. Para criação de um novo material, uma alternativa é fazer cópia de um material existente e em seguida mudar as propriedades.

Seguindo a lógica, clique apenas uma vez no item *Geometry*, então aparecerá uma tela (ver Figura B.3) onde pode-se especificar o tipo de análise (*Analysis Type*), neste caso especifica-se 2D, ou seja, modelo bidimensional.

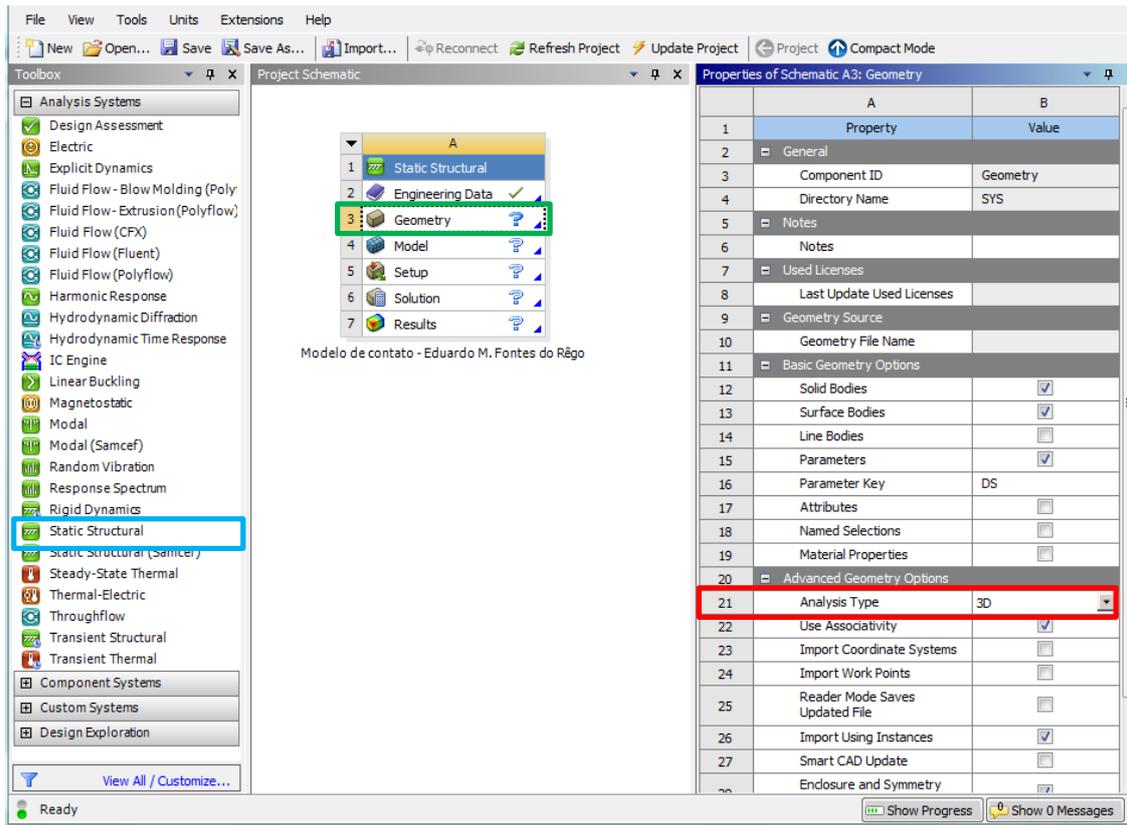


Figura B.3 – Interface inicial com opções de análise.

Ao clicar duas vezes em **Geometry**, aparecerá a interface para desenho do modelo numérico, como mostrado na Figura B.4. Milímetro (mm) é a unidade de medida usada.

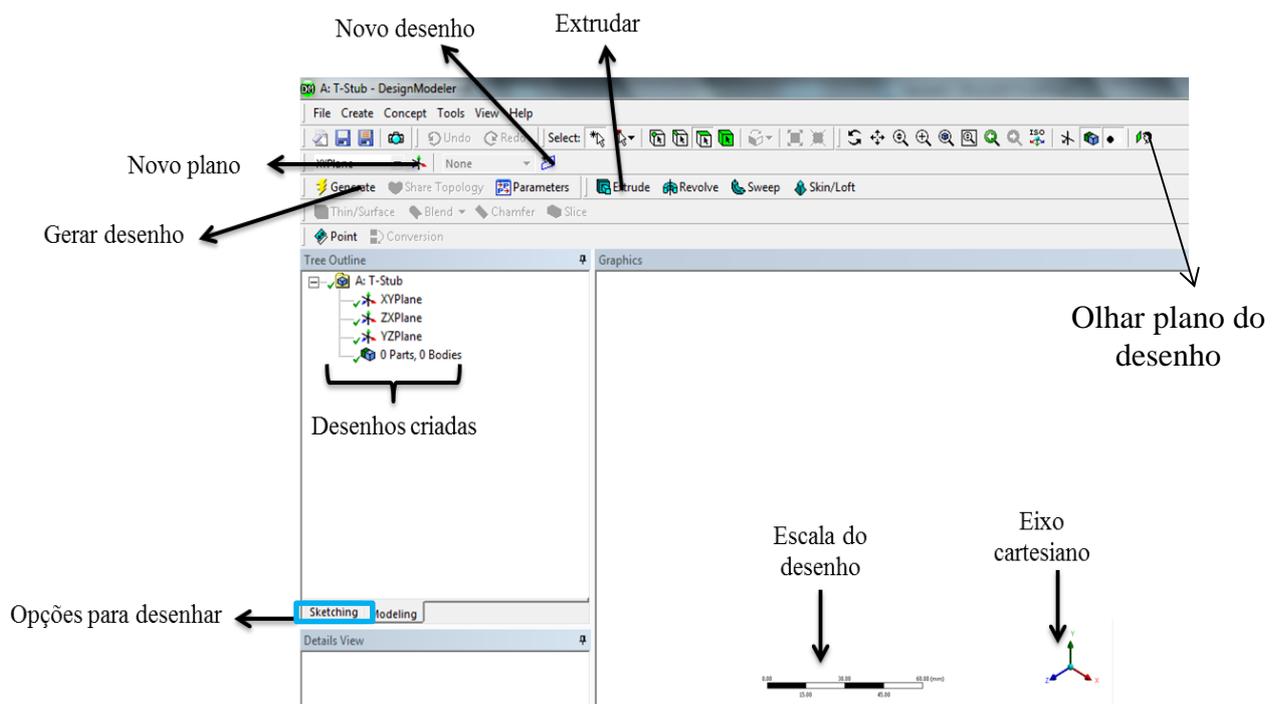


Figura B.4 – Interface para desenhar geometria.

Clicando em *Sketching*, representado por “opções para desenhar” na Figura B.4, aparecerão ferramentas (ver Figura B.5) de desenho como, por exemplo, desenhar linha, círculo, retângulo e outras geometrias. Em *Modify*, existe a opção para apagar, estender e fazer cópias de desenhos. Em *Constraints* pode-se usar, entre outros, as propriedades de igualar comprimento e definir simetria em relação a algum eixo.

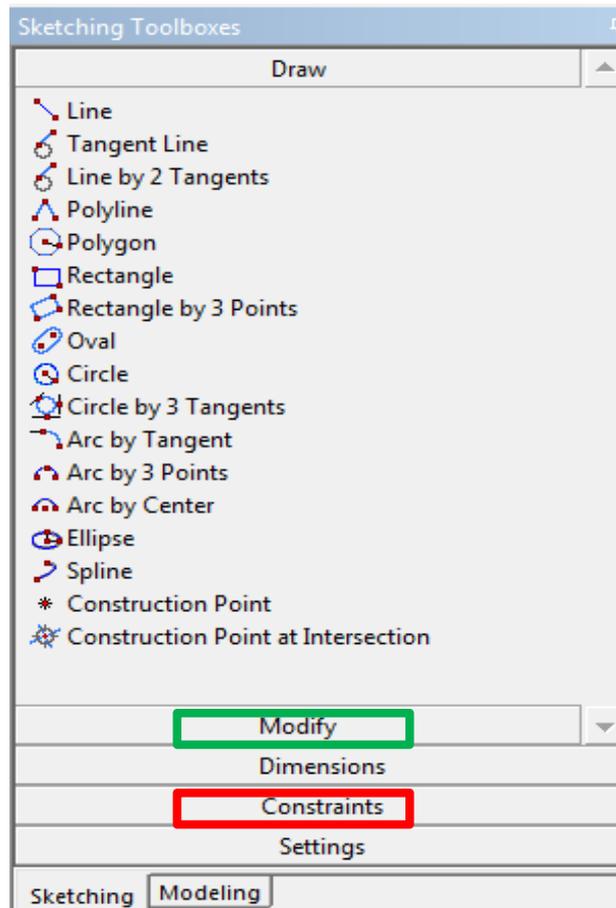


Figura B.5 – Opções de desenho.

Os passos para criar a geometria do retângulo referente à amostra do modelo de *fretting* do item 4.4. MODELO DE ESTUDO são: (1) clicar em novo desenho (Figura B.4), o desenho está renomeado como *amostra_7050* na Figura B.6, (2) clicar em *Rectangle* e desenhar do eixo x para baixo (Figura B.7), (3) em *Dimensions* selecionar as faces do retângulo e aplicar os tamanhos do modelo (Figura B.8), (4) aplicar simetria ao clicar em *Symmetry* (Figura B.9), (5) clique em *amostra_7050* e em seguida na ferramenta *Concept* (Figura B.10). Ao aparecer a opção “*surfaces from sketches*”, clique nesta opção e depois em *Generate* para finalmente ter-se o retângulo mostrado na Figura B.11.

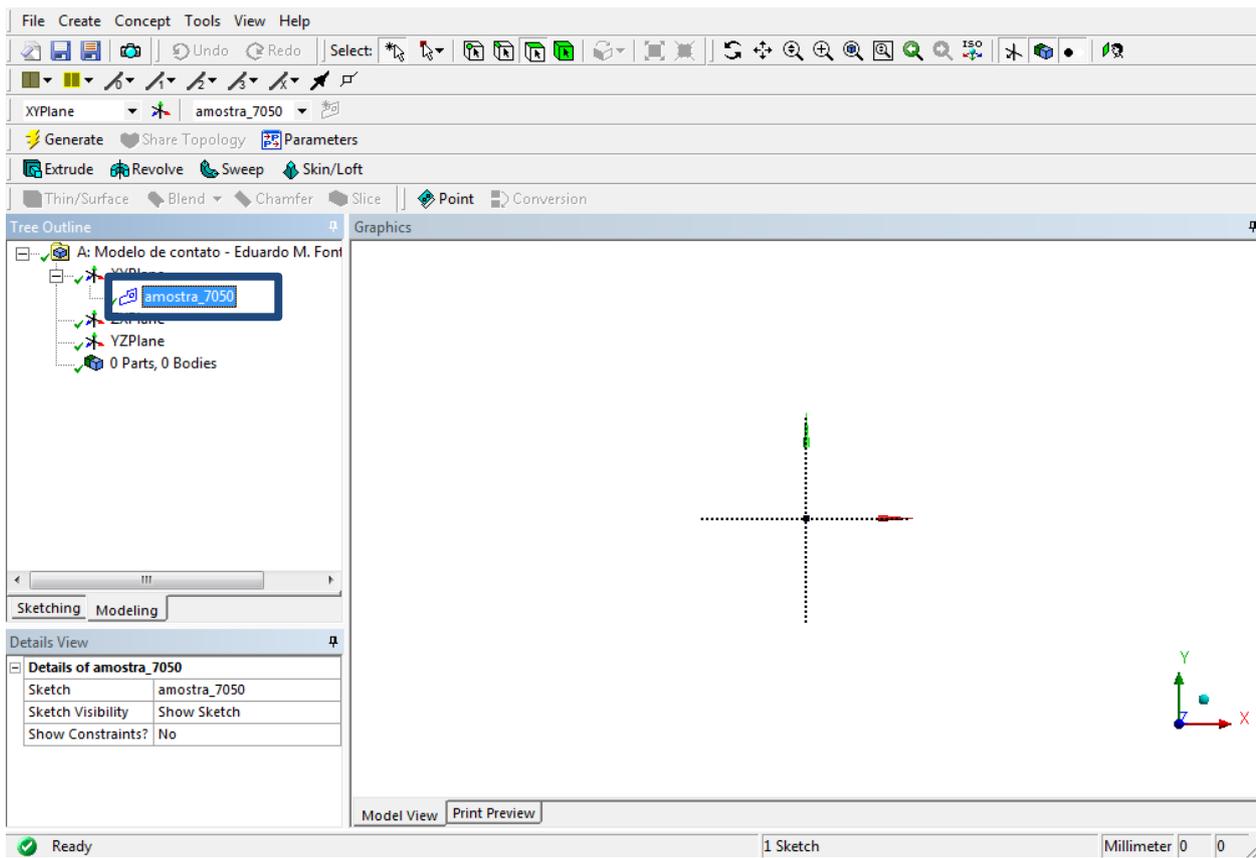


Figura B.6 – Criar desenho.

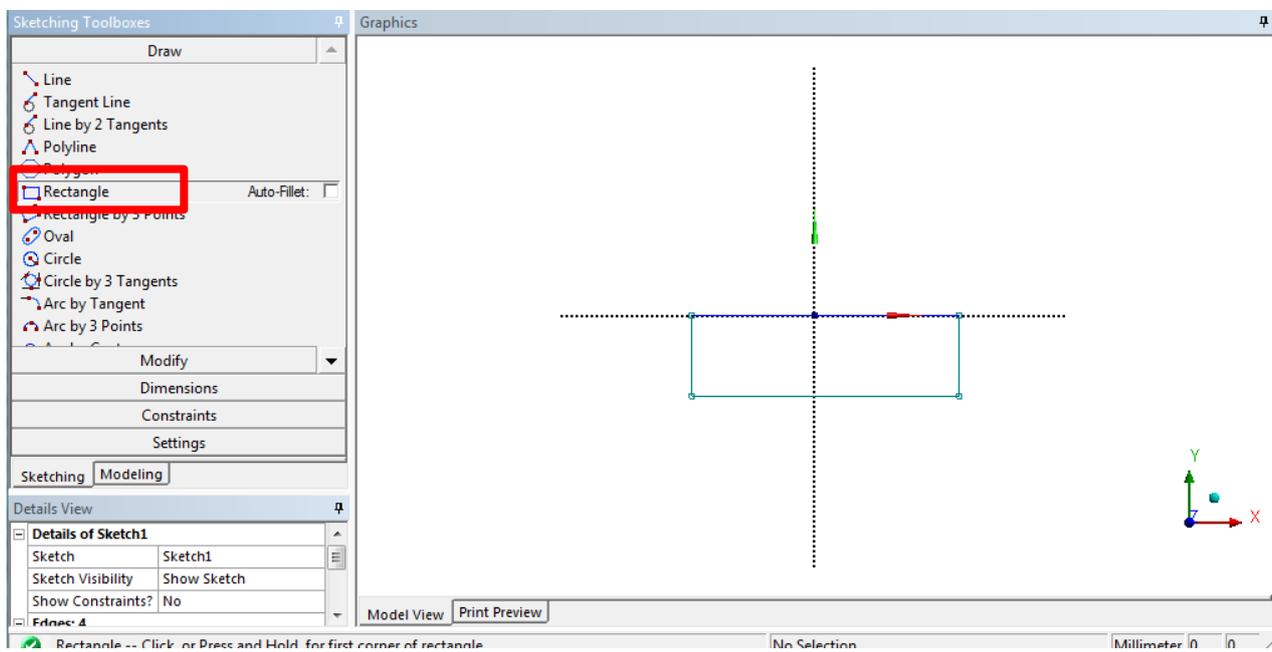


Figura B.7 – Criar retângulo.

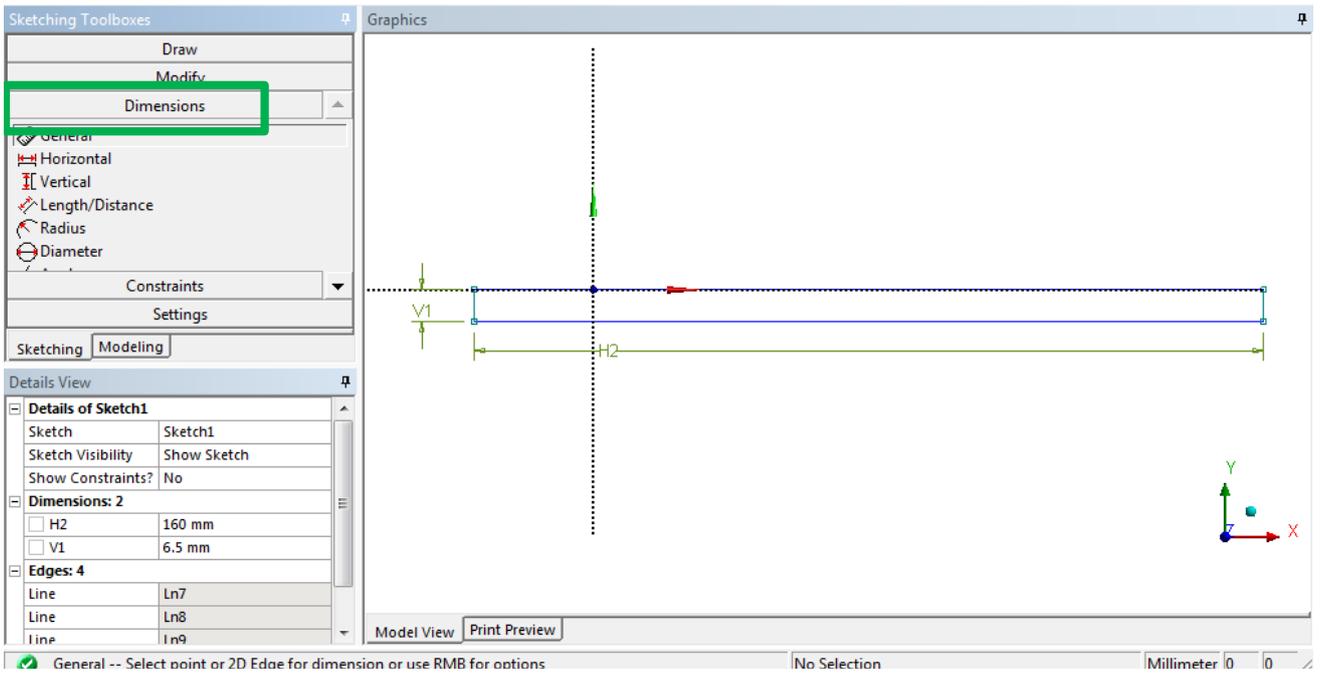


Figura B.8 – Aplicar dimensões.

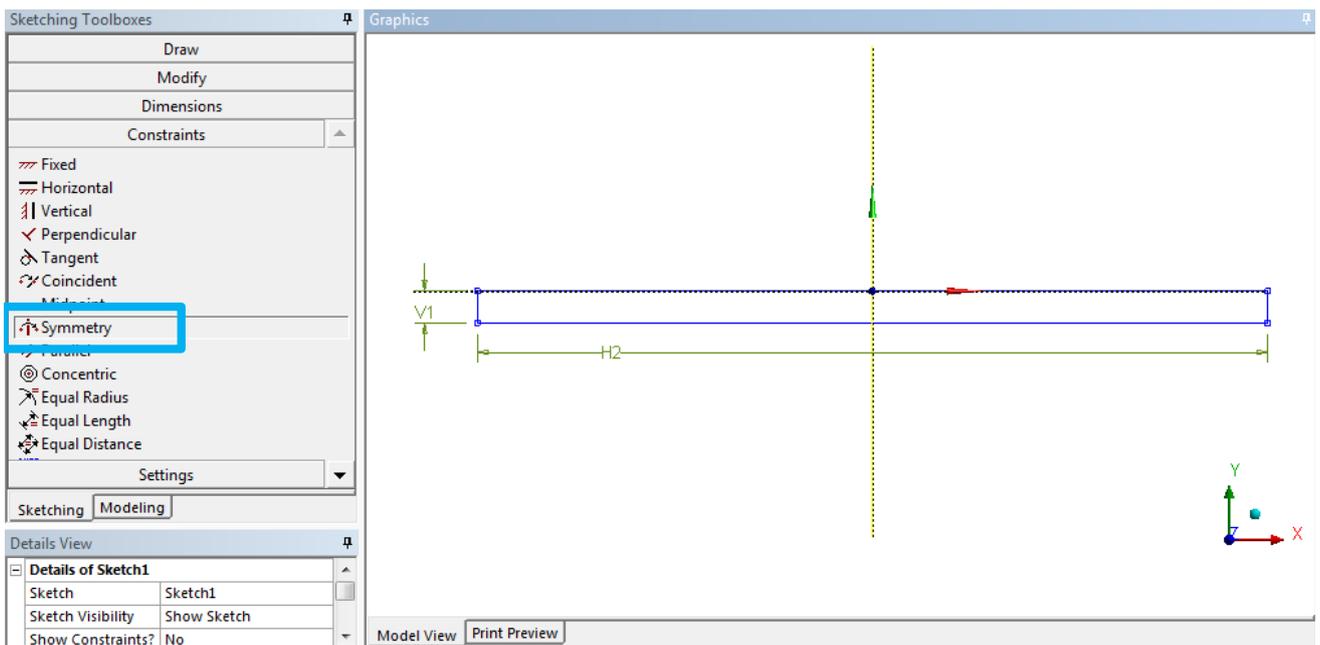


Figura B.9 – Aplicar simetria.

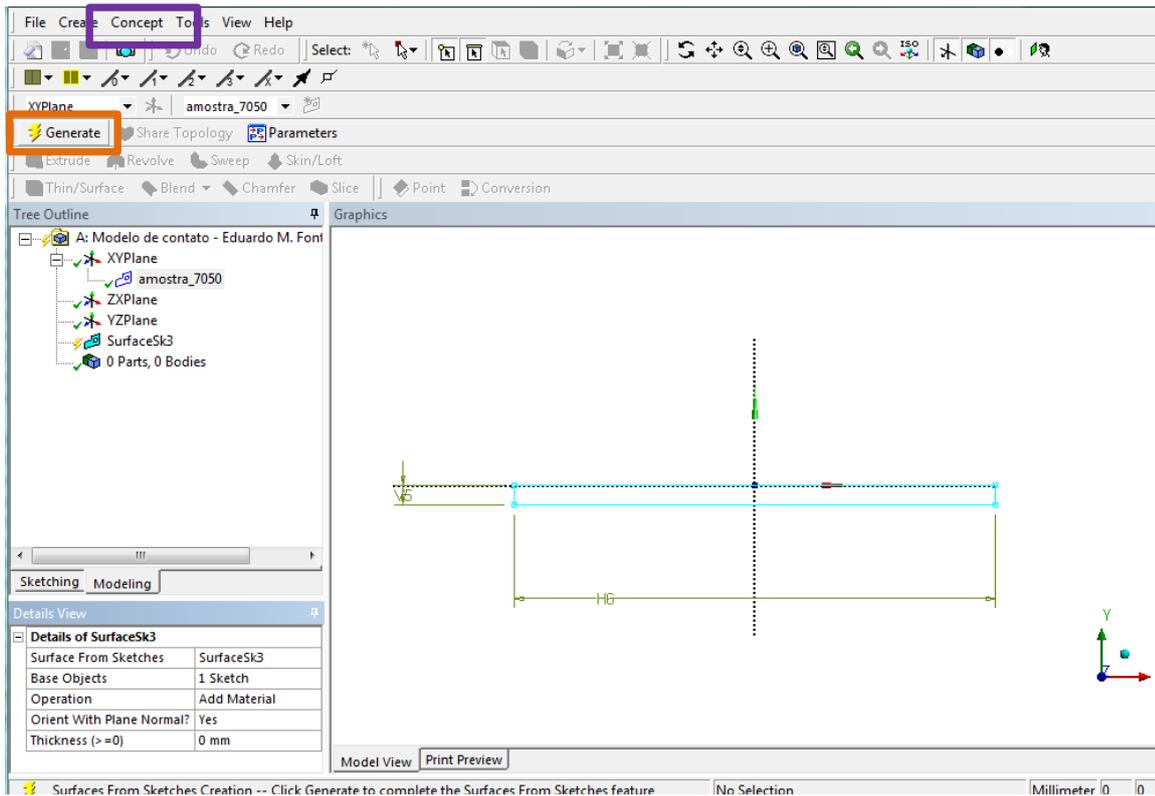


Figura B.10 – Gerar desenho 2D.

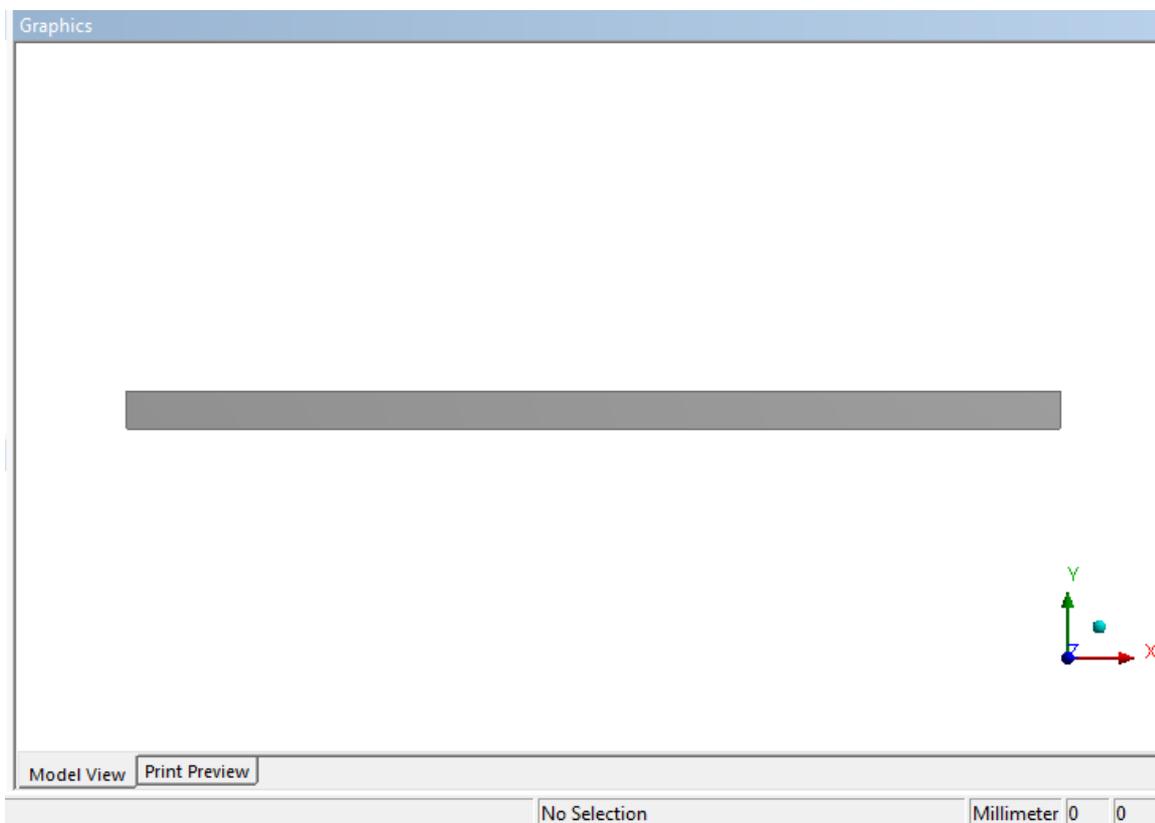


Figura B.11 – Modelo da amostra.

A geometria da sapata segue o mesmo procedimento descrito acima. O modelo completo é mostrado na Figura B.12. Além disso, deve-se imprimir dois quadrados na região do contato, um com 4,0 mm de lado e o outro com 2,6 mm, para tal usa-se a opção **Extrude** (Figura B.12) e na configuração **Operation** selecione **Imprint faces**.

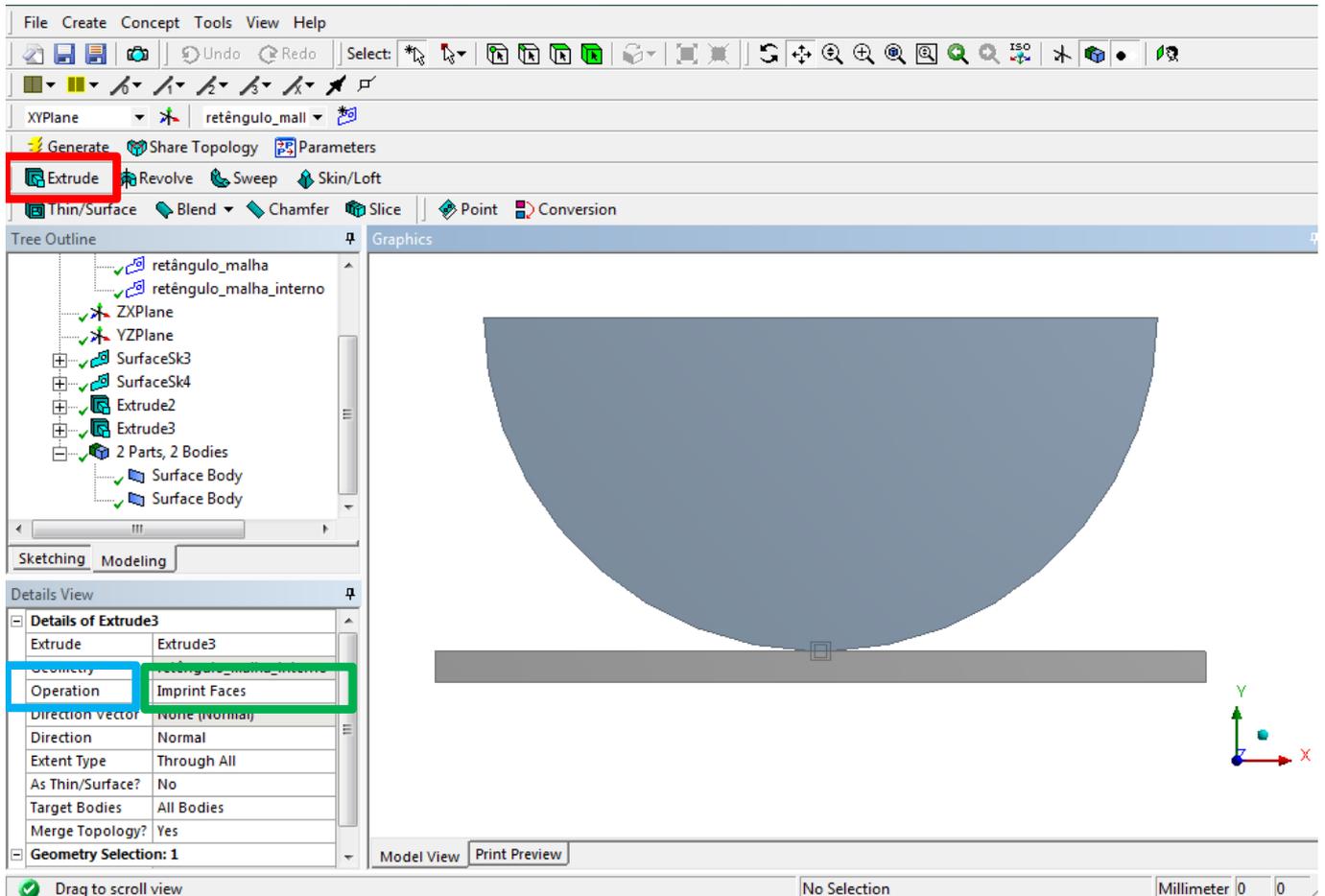


Figura B.12 – Modelo completo.

Após fechar a interface de desenho clique no item 4 da Figura B.2 para abrir a interface da Figura B.13. Inicialmente configura-se em **Geometry** o comportamento para **Plane strain**. Ao abrir a aba **Geometry**, aplica-se o material do modelo em **Assignment**.

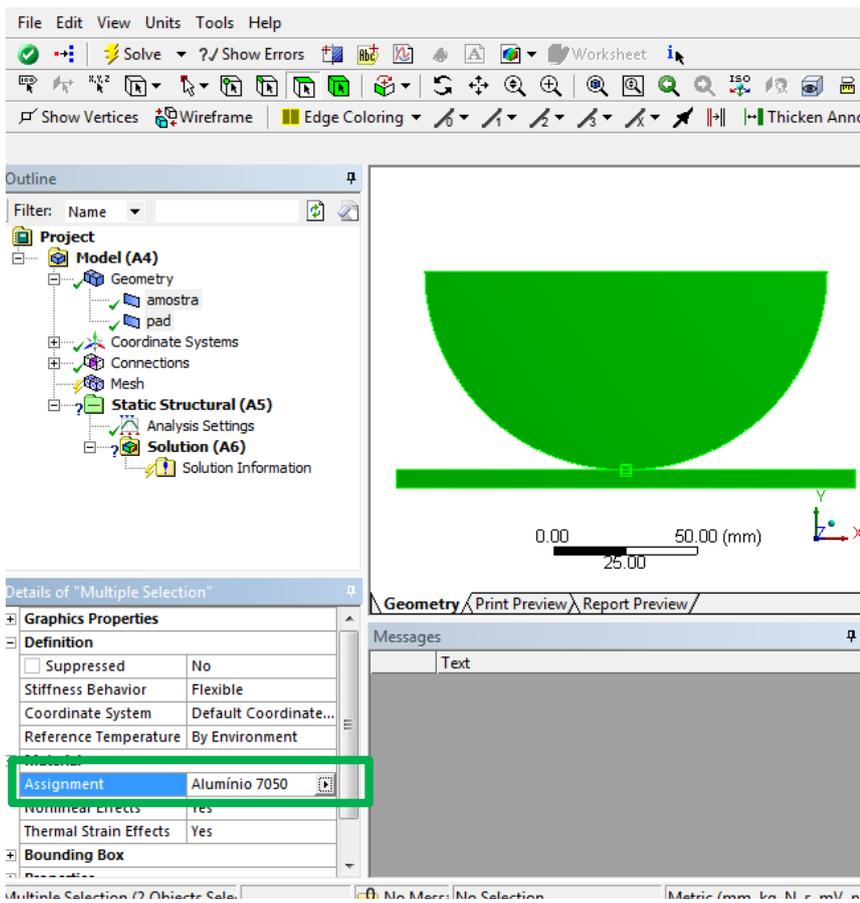
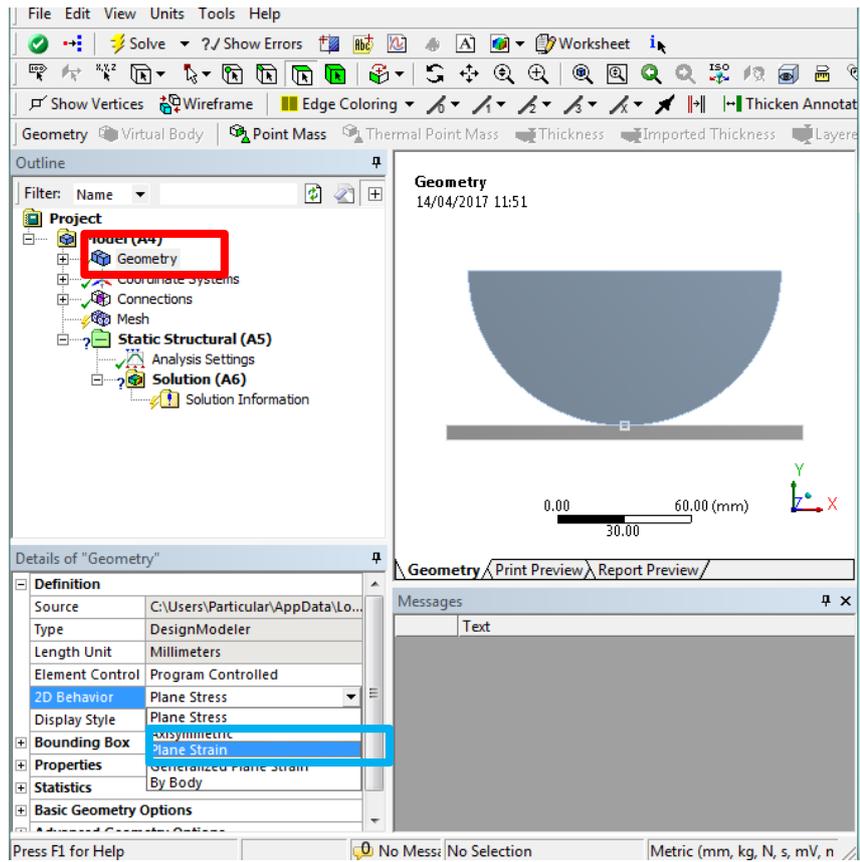


Figura B.13 – Configurar para estado de deformação plana e aplicar material.

A configuração de contato é realizada em **Connections** (Figura B.14), ao clicar em **Frictional – pad To amostra** vai aparecer o quadro **Details of “Frictional – pad To amostra”** onde todas as configurações de contato são aplicadas. Somente as bordas na **região mostrada** na figura devem ser consideradas como contato.

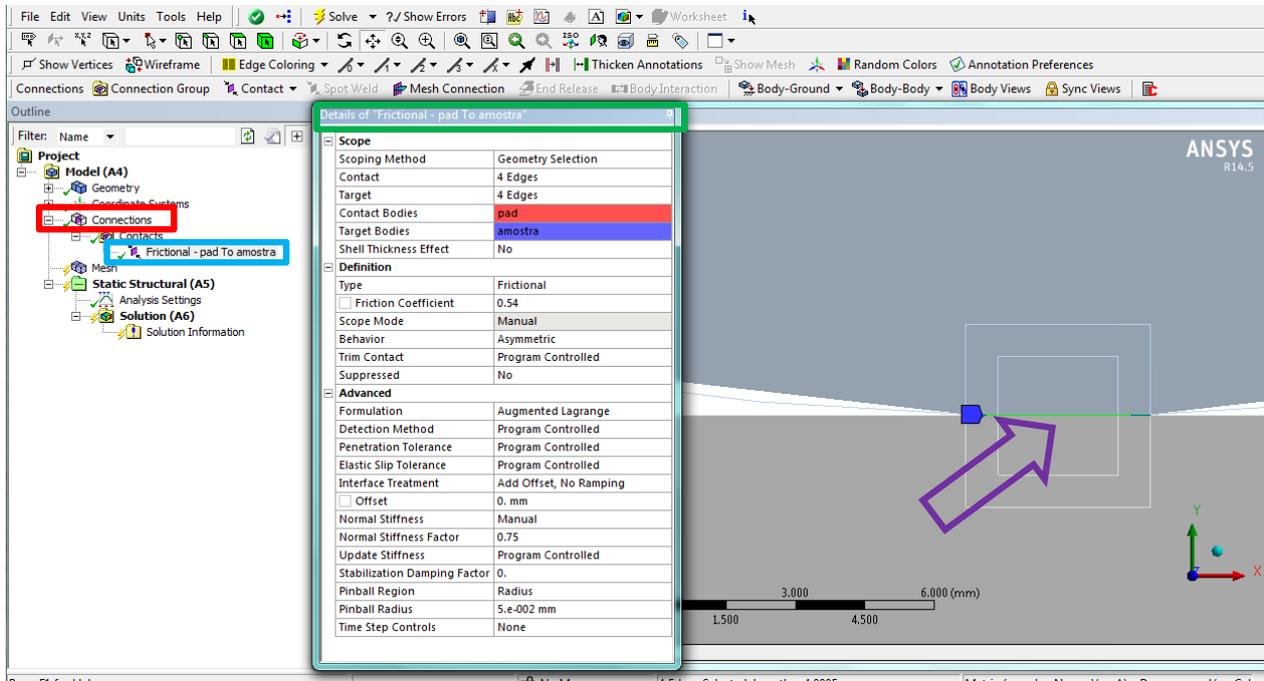


Figura B.14 – Configurar contato.

A malha é definida no ícone **Mesh**, como mostra a Figura B.15. Primeiro é inserido o método de refinamento de malha **Sizing**. As configurações para cada borda estão na Figura B.16 e os tamanhos dos elementos na Figura B.17. Além dessas, deve-se aplicar tamanho de malha **Sizing** na face dos dois quadrados próximos a região de contato. O quadrado externo com 1,5 μm e o interno com 5 μm . Nestas mesmas faces, deve-se aplicar **Mapped Face Meshing** para uniformizar o tamanho dos elementos. O refinamento da malha pode ser visto no item 4.4. MODELO DE ESTUDO .

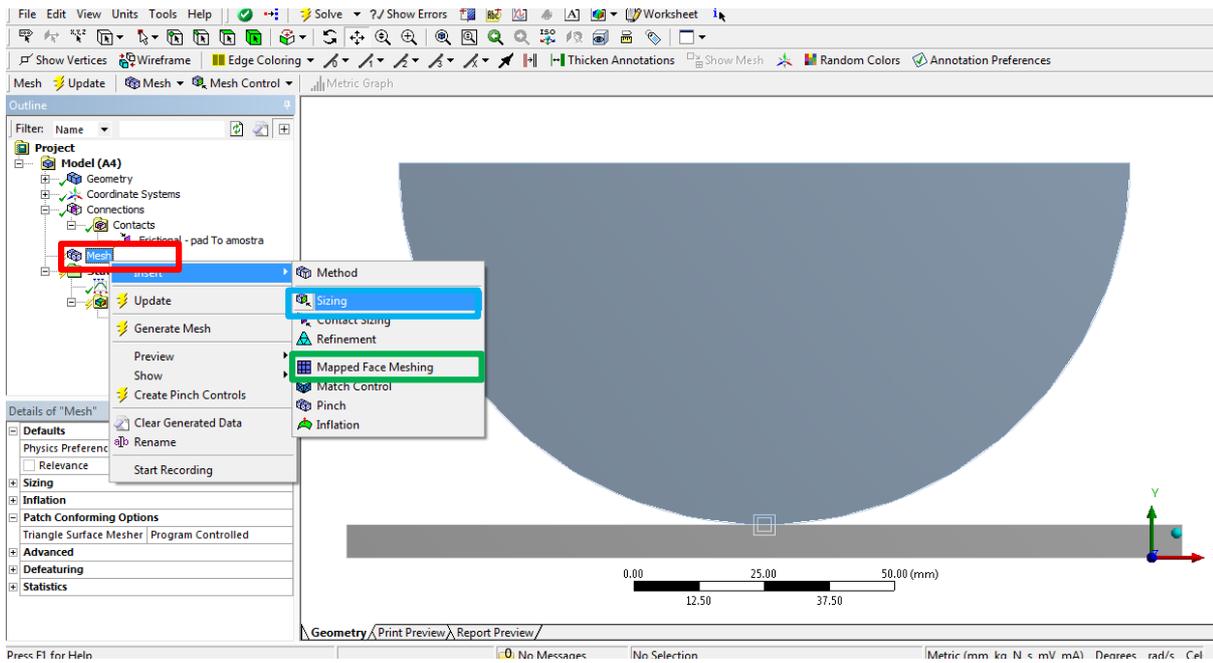


Figura B.15 – Configurar malha.



Figura B.16 – Detalhe das configurações de malha.

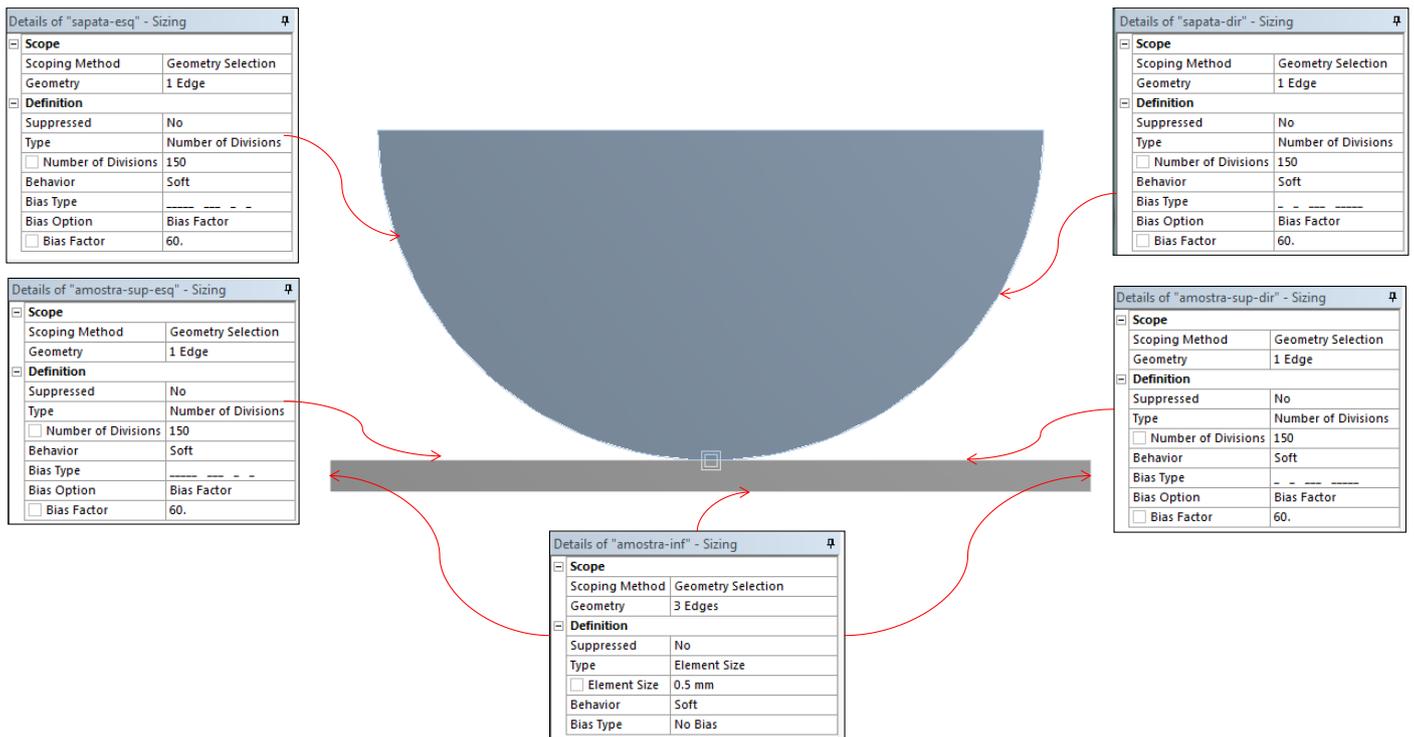


Figura B.17 – Aplicar tamanho de malha.

O próximo passo agora é determinar as configurações de análise no item **Static Structural** (Figura B.18). Clique em **Analysis Settings** e configure a análise como mostrado em **Details**. Ainda em **Static Structural** são aplicadas as condições de carregamento e contorno em **Loads** e **Supports**. As condições de contorno e passos de carga estão dispostas no item 4.4. MODELO DE ESTUDO . A Figura B.19 apresenta o resumo das condições de contorno e carregamento. Ainda na interface da Figura B.18 clique em **Solve** para realizar a análise.

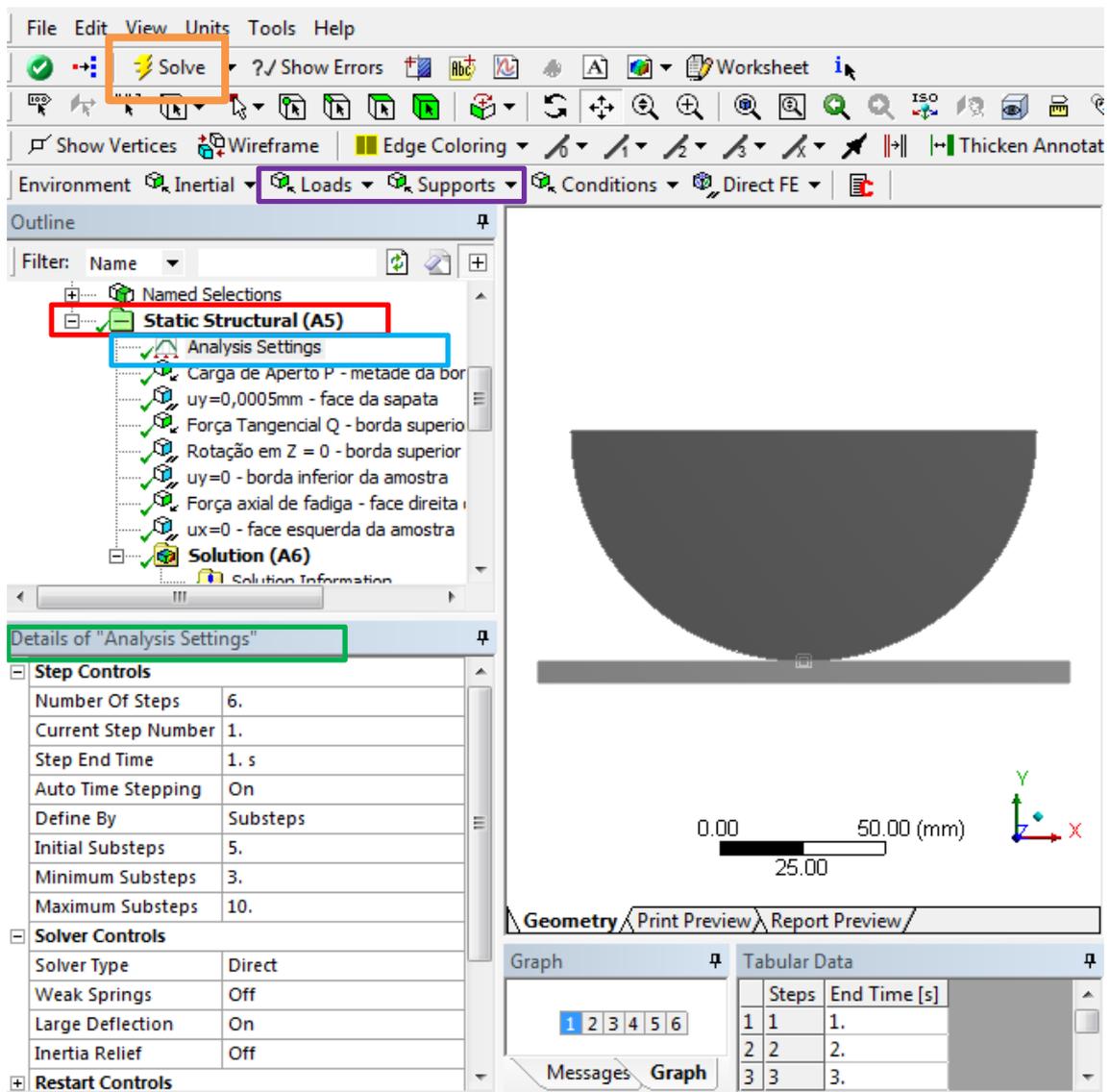


Figura B.18 – Configurações de análise.

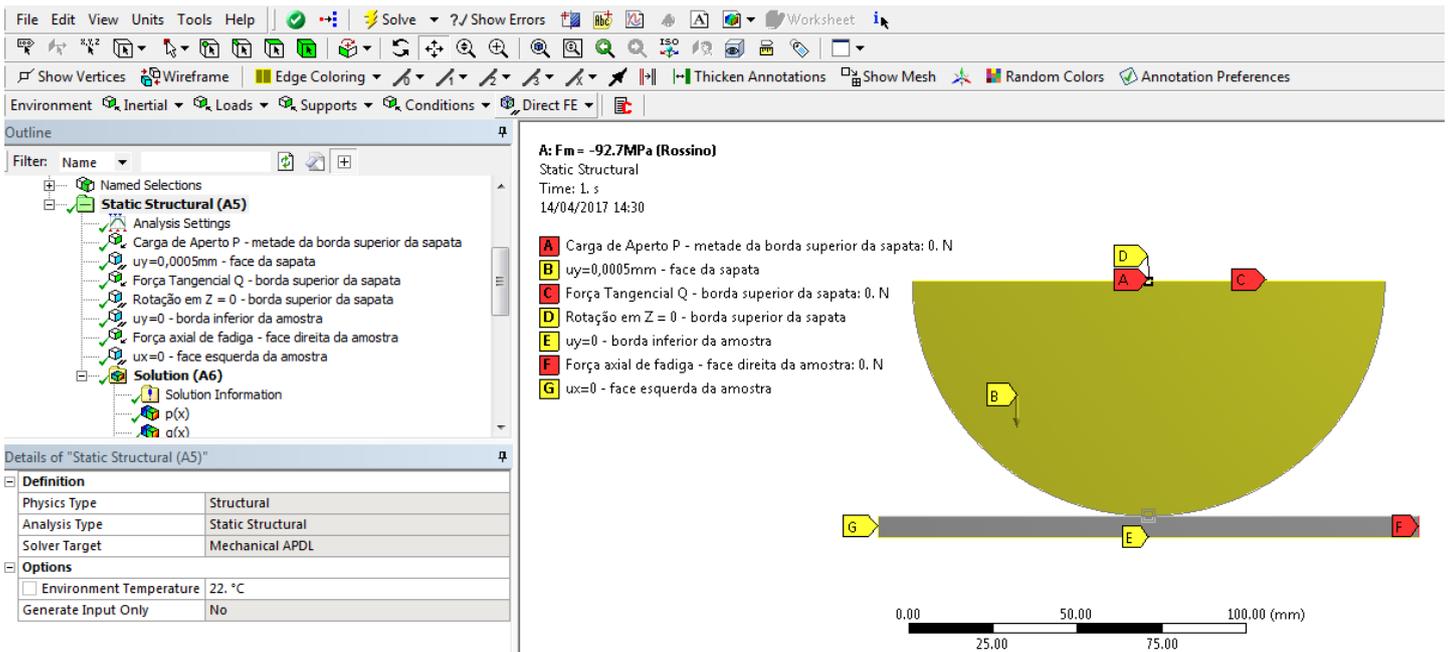


Figura B.19 – Condições de contorno e carregamento.

Os resultados são obtidos em **Solution** (Figura B.20). Há diversas possibilidades de resultados, por exemplo, o resultado de tensão **Normal**, que foi utilizado no item 4.2. VERIFICAÇÃO NUMÉRICA DA FUNÇÃO PESO para obter as tensões ao longo da trinca.

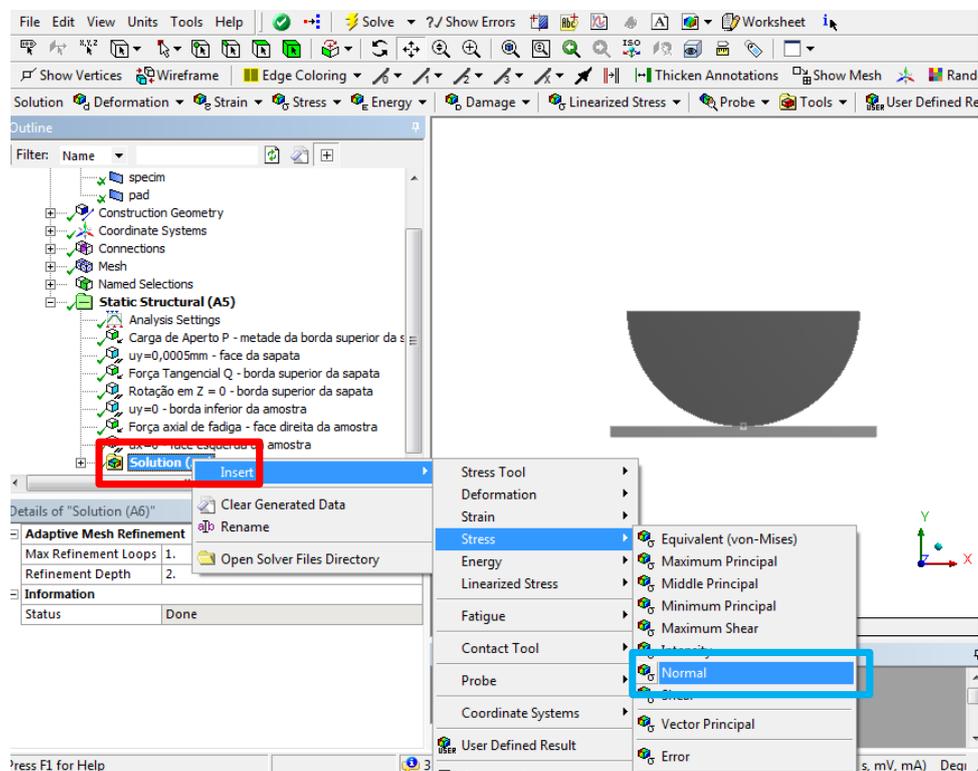


Figura B.20 – Solução do modelo.

Clique em *Normal Stress* e selecione as faces destacadas em *verde* na Figura B.21. Verifique se em *Orientation* está especificado *X Axis*, por meio desta opção obtêm-se os resultados das tensões na direção x. Para isto, clique em *Solution* (Figura B.22) com o botão direito do *mouse* e então em *Evaluate All Results*.

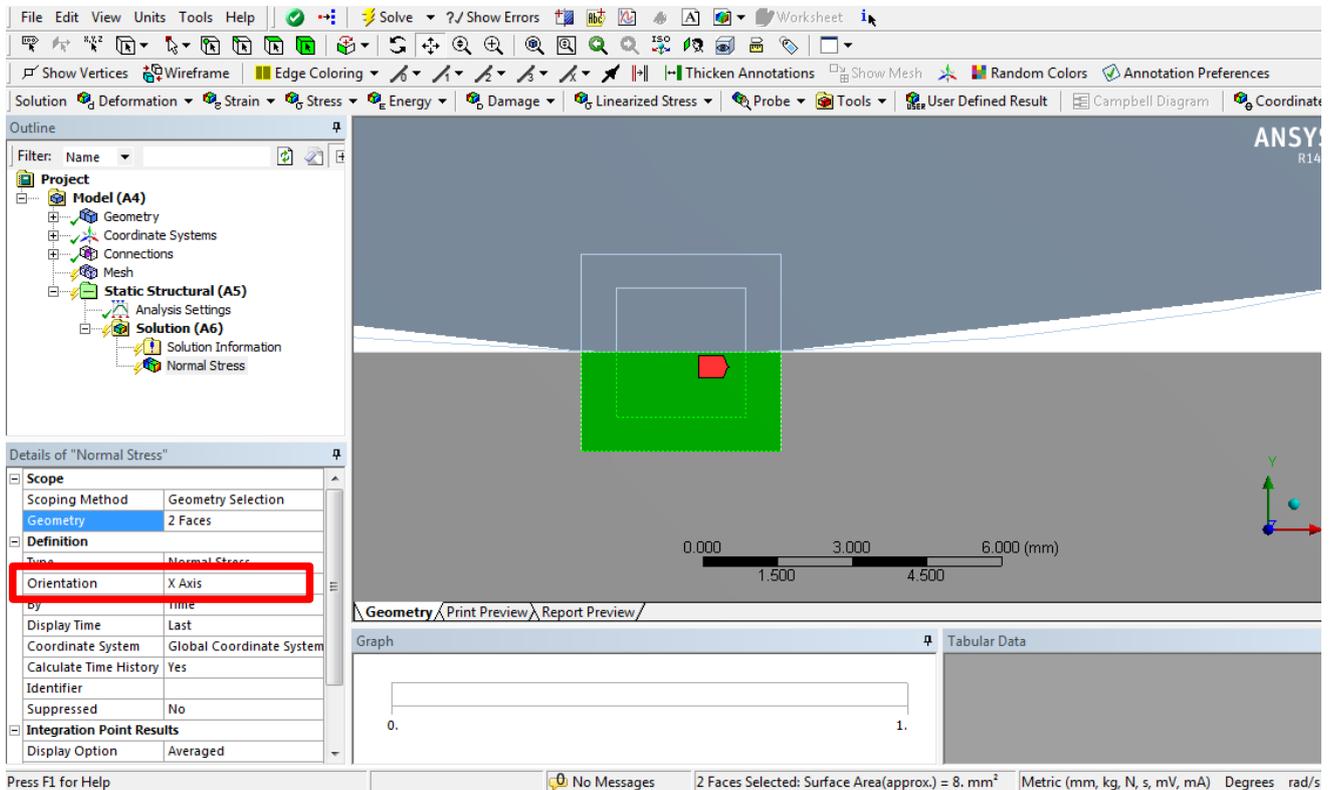


Figura B.21 – Selecionar face para resultado.

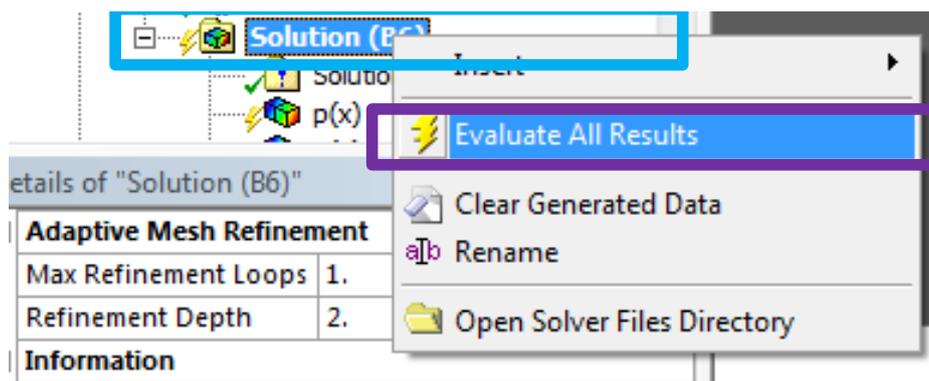


Figura B.22 – Mostrar resultado.

Na interface do programa vai aparecer o resultado, como mostra a Figura B.23. Selecione *Máx* e em seguida *Show Elements*.

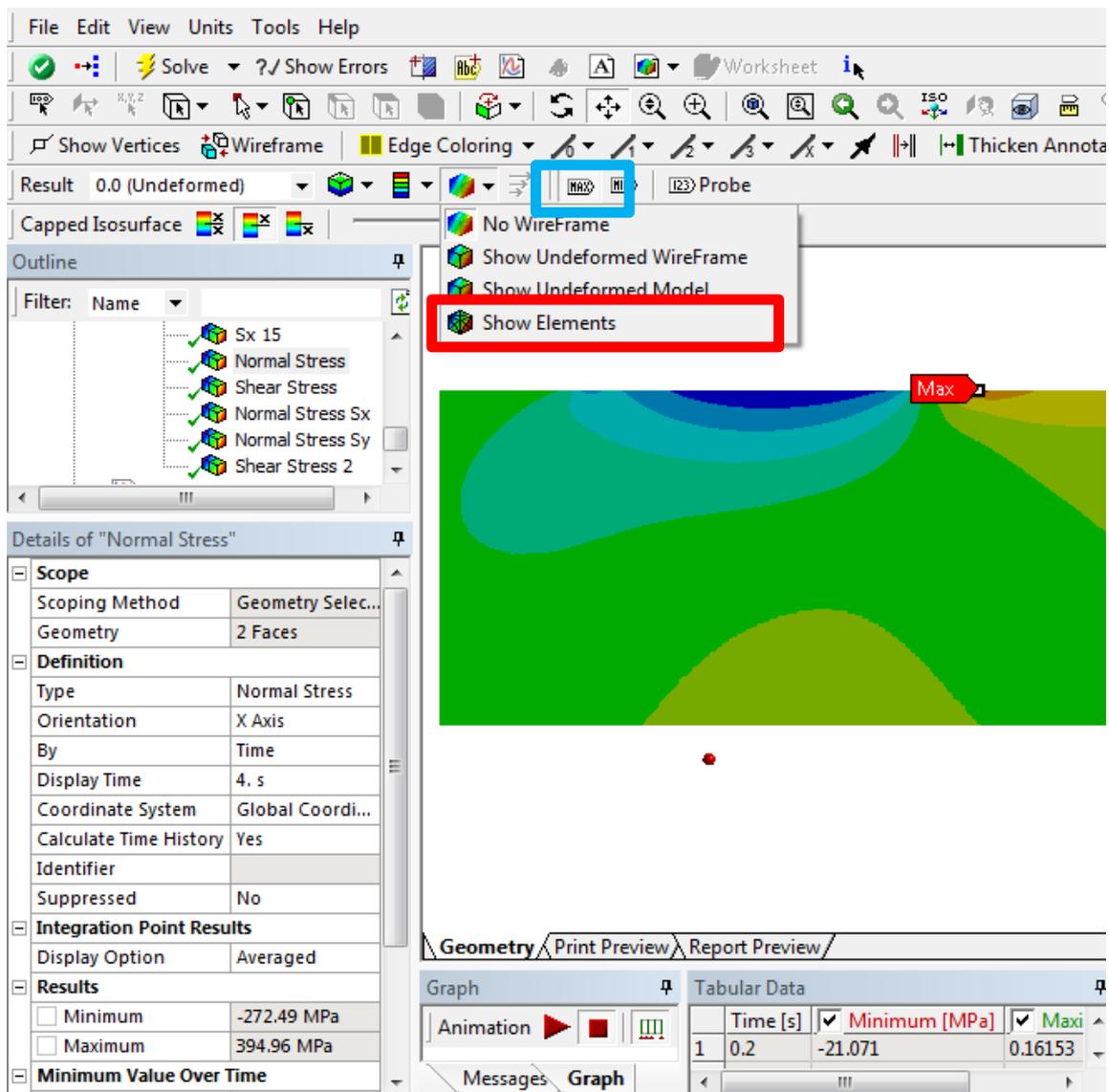


Figura B.23 – Resultado da tensão normal na direção do eixo x.

O próximo passo é selecionar o nó que apresenta a maior tensão. Selecione em **Select Mesh** e **Single Select** (Figura B.24). Depois disso clique com o botão direito em cima do nó com o nome *Máx* e selecione a opção **Create Coordinate System**. Em **Coordinate System** vai aparecer as *coordenadas do nó*.

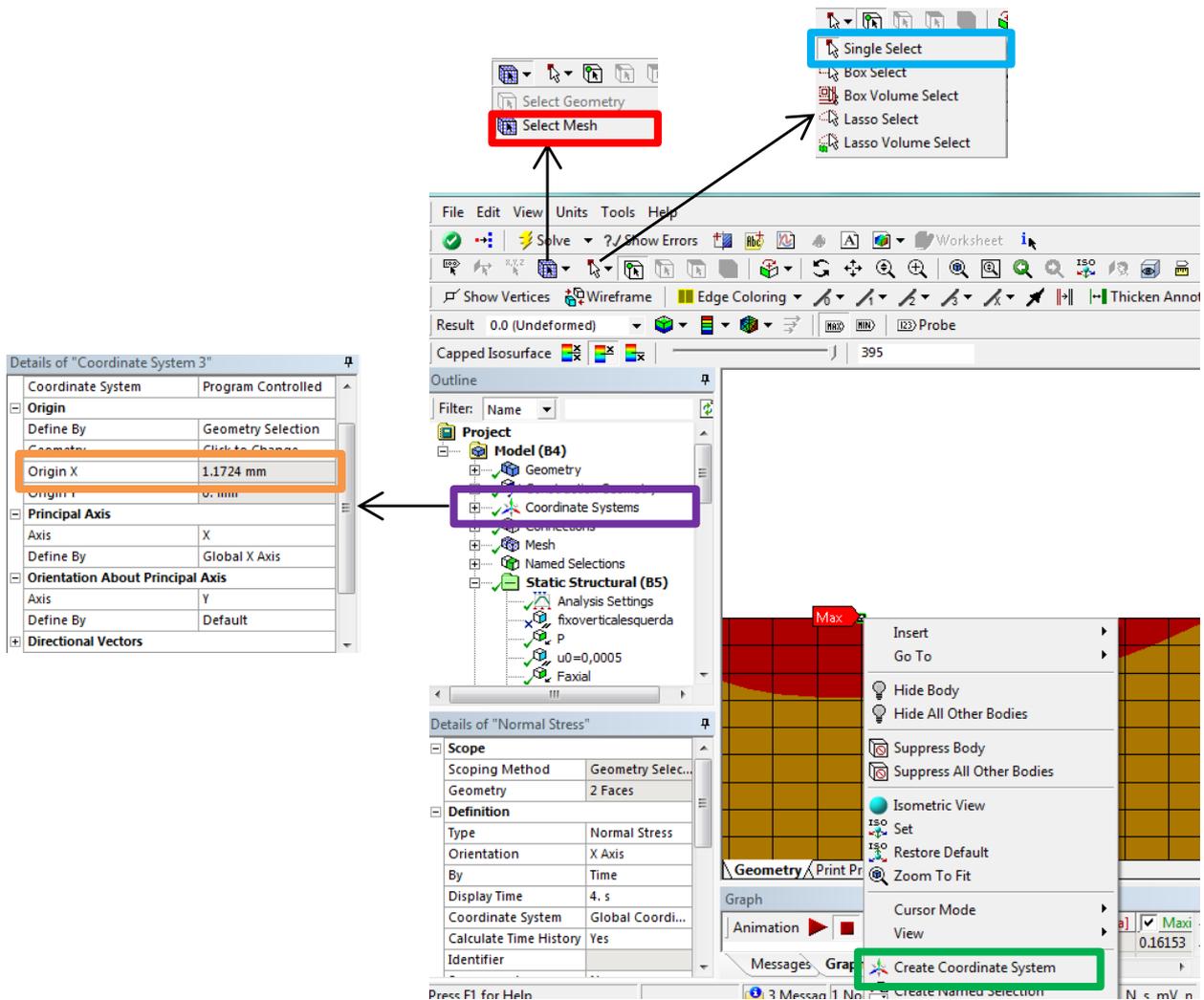


Figura B.24 – Selecionar nó com maior tensão normal na direção do eixo x.

Clique em inserir **Path** (Figura B.25) para inserir a posição de leitura dos dados, e em **Details** configure como mostrado.

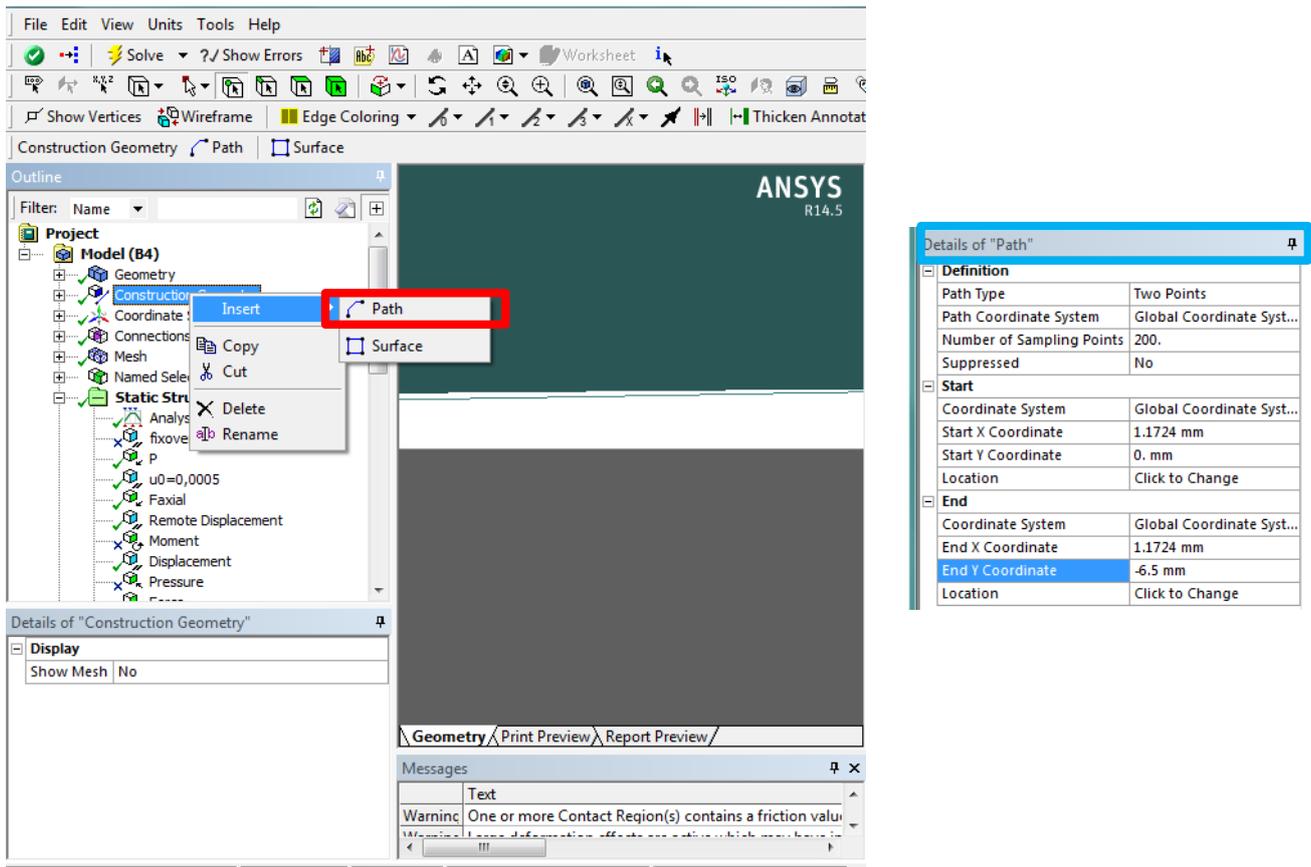


Figura B.25 – Criar caminho para leitura de resultados.

Repita os passos da Figura B.20 e selecione *Path* (Figura B.26) para **Scoping Method** e **Geometry**. O resultado é mostrado na Figura B.27, onde no eixo x tem-se o comprimento do *Path* e no eixo y as tensões para cada ponto do *Path*.

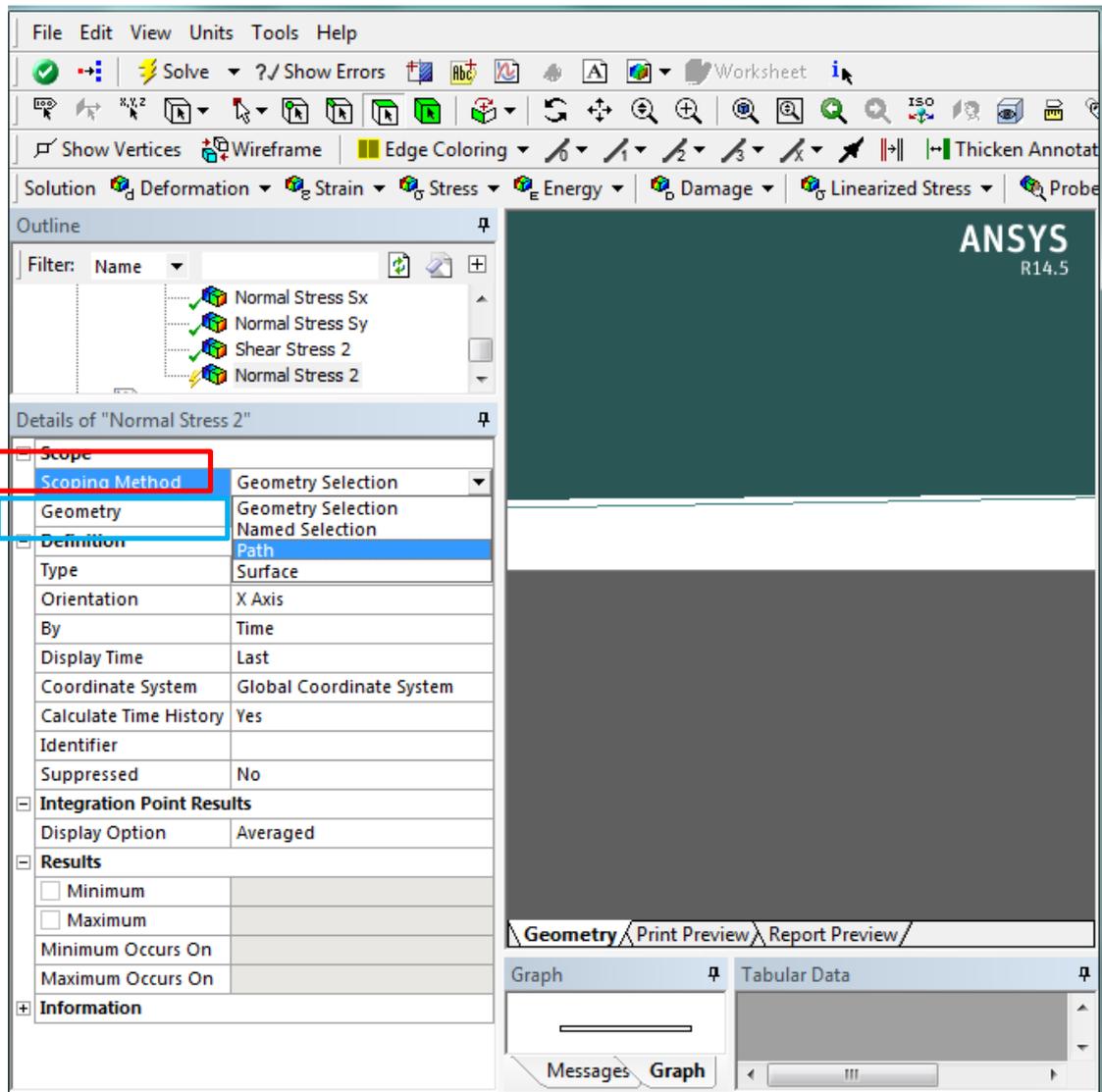


Figura B.26 – Aplicar caminho de leitura de dados em *Normal Stress*.

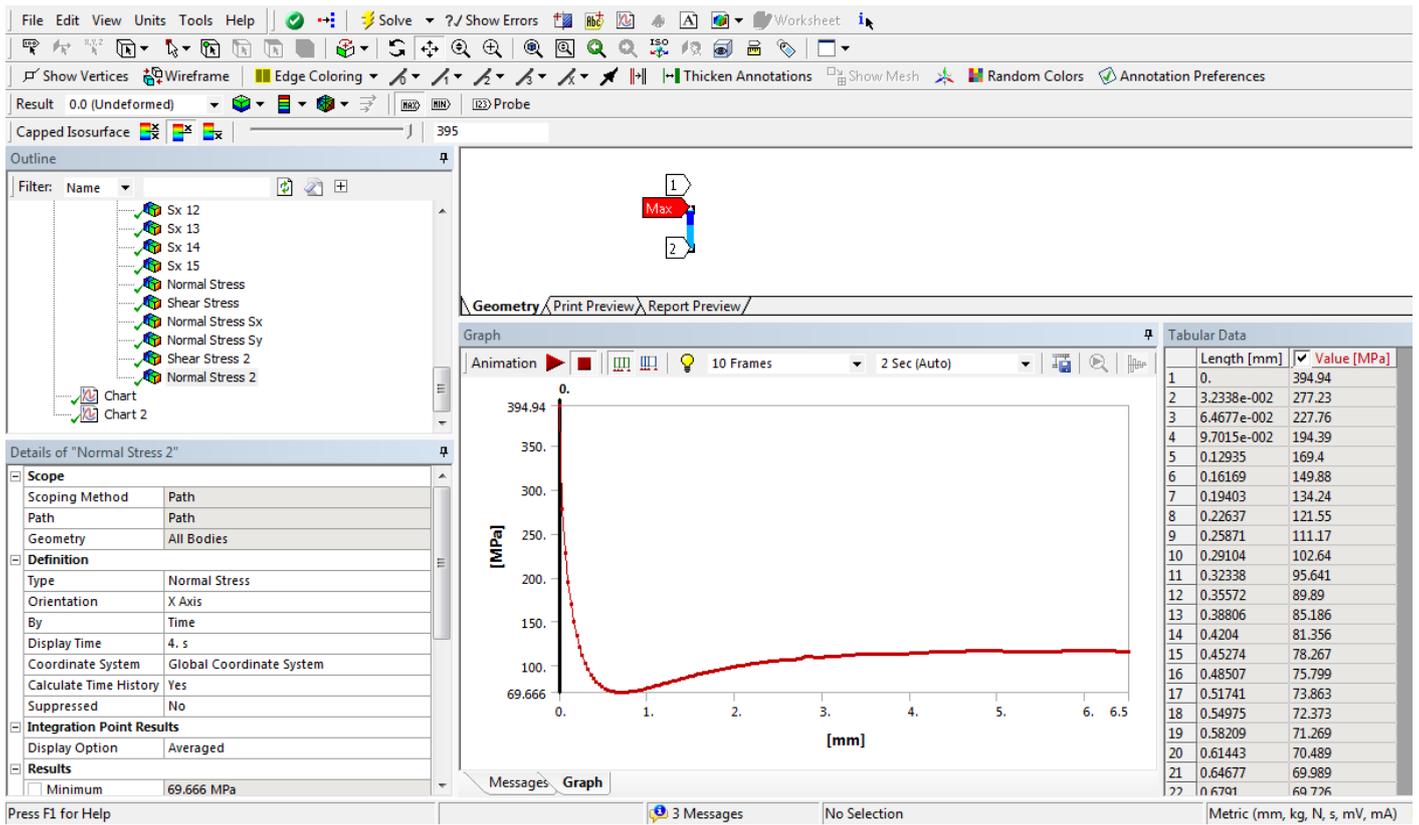


Figura B.27 – Resultado da tensão ao longo do caminho especificado.

APÊNDICE C – RESULTADOS DA SEÇÃO 4.3

Os resultados das equações de K_p mostrados na seção 4.3 são mostrados neste APÊNDICE. As equações de K_p foram ajustadas no software OriginPro 8 por meio de ajuste não linear de curva, no formato ExpDec3. As equações encontradas foram escritas na forma:

$$K_p(a/w) = A_1 e^{[(-a/w)/t_1]} + A_2 e^{[(-a/w)/t_2]} + A_3 e^{[(-a/w)/t_3]} + y_0 \quad (\text{C. 1})$$

Tabela C.0.1 – K_p para aço – curvas de K_p e seus respectivos ajustes para $\sigma_n = 100$ MPa variando COF.

Parâmetro	COF			
	0,55	0,65	0,75	0,9
y_0	1,02762	1,03035	1,03237	1,03396
A_1	3,04794	3,11785	3,15796	1,38952
A_2	2,12894	2,54259	2,95865	3,53281
A_3	1,04404	1,17054	1,2683	3,2154
t_1	0,02666	0,02682	0,02678	0,00127
t_2	0,00746	0,00802	0,00819	0,00808
t_3	0,00127	0,00131	0,0013	0,02664

Tabela C.0.2 – K_p para aço – curvas de K_p e seus respectivos ajustes para COF = 0,9 variando as cargas remotas de fadiga.

Parâmetro	σ_n (MPa)		
	60	80	100
y_0	0,80968	0,97703	1,03396
A_1	3,15418	2,93337	1,38952
A_2	2,50623	1,25324	3,53281
A_3	5,19824	5,14449	3,2154
t_1	0,00186	0,00478	0,00127
t_2	0,01108	9,00E-04	0,00808
t_3	0,01108	0,01684	0,02664

Tabela C.0.3 – K_p para ligas de titânio, aço e alumínio – curvas de K_p e seus respectivos ajustes para COF = 0,75 e $\sigma_n = 60$ MPa.

Parâmetro	Material		
	aço	titânio	alumínio
y_0	0,8066	0,88483	0,95497
A_1	3,67544	2,81259	4,20847
A_2	3,6241	2,81271	1,66238
A_3	2,62644	1,93458	0,72815
t_1	0,01132	0,01507	0,02234
t_2	0,01131	0,01507	0,00536
t_3	0,00176	0,00211	$9,98 \times 10^{-4}$

Tabela C.0.4 – K_p para aço – curvas de K_p para $\sigma_n = 100$ MPa e COF 0,75 variando o raio da sapata.

Parâmetro	r (mm)					
	20	30	40	50	60	70
y_0	1,01237	1,02058	1,02662	1,03237	1,03605	1,03455
A_1	4,9114	3,74832	3,3405	2,95865	2,63522	2,49914
A_2	4,36714	1,63779	1,43242	3,15796	3,00311	1,04062
A_3	1,94421	3,94756	3,41195	1,2683	1,14545	2,73988
t_1	0,01593	0,00664	0,0076	0,00819	0,00864	0,00945
t_2	0,00542	0,00113	0,00124	0,02678	0,02932	0,00146
t_3	0,00102	0,02032	0,02407	0,0013	0,00126	0,03216