

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO À FLEXÃO E  
LIGAÇÃO ENTRE PAINÉIS DE LAJES TIPO BUBBLEDECK**

**WELINGTON VITAL DA SILVA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO À FLEXÃO E  
LIGAÇÃO ENTRE PAINÉIS DE LAJES TIPO BUBBLEDECK**

**ENG.º CIVIL WELINGTON VITAL DA SILVA**

**ORIENTADOR: Prof.: GUILHERME SALES S. DE A. MELO, Ph.D.  
CO-ORIENTADORA: Prof.: NÍVEA G. B. DE ALBUQUERQUE, D.Sc.**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E  
CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PUBLICAÇÃO: E.DM - 01A/16  
BRASÍLIA/DF, 18 DE FEVEREIRO DE 2016**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO À FLEXÃO E**  
**LIGAÇÃO ENTRE PAINÉIS DE LAJES TIPO BUBBLEDECK**

**ENG.º CIVIL WELINGTON VITAL DA SILVA**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE**  
**ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE**  
**TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE**  
**DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU**  
**DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Guilherme Sales Soares de A. Melo, Ph.D (PECC/ENC/UnB)**  
**(Orientador)**

---

**Prof. Raul Dário Durand Farfán, D.Sc. (PECC/ENC/UnB)**  
**(Examinador Interno)**

---

**Prof. José Luis Vital de Brito, D.Sc. (PECC/ENC/UnB)**  
**(Examinador Interno)**

---

**Prof. Marcos Honorato de Oliveira, D.Sc. (ENC/UnB)**  
**(Examinador Externo)**

**BRASÍLIA/DF, 18 DE FEVEREIRO DE 2016**

## FICHA CATALOGRÁFICA

SILVA, WELINGTON VITAL

Análise Experimental do Comportamento à Flexão e Ligação Entre Painéis de Lajes Tipo *BubbleDeck* [Distrito Federal] 2016.

xx 150p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2016).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1.Flexão

2.*BubbleDeck*

3.Lajes lisas

4.Reforço

I. ENC/FT/UnB

II. Título (Mestre)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SILVA, W.V (2016). Análise Experimental do Comportamento à Flexão e Ligação Entre Painéis de Lajes Tipo *BubbleDeck*. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-01A/16, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 150p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Welington Vital da Silva

TÍTULO: Análise Experimental do Comportamento à Flexão e Ligação Entre Painéis de Lajes Tipo *BubbleDeck*

GRAU: Mestre

ANO: 2016

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Welington Vital da Silva  
Rua Jaboticabal, quadra 85, lote 06  
70.850.300 Luziânia – GO – Brasil.  
e-mail: Welington.vital@gmail.com

## AGRADECIMENTO ESPECIAL

*A Deus:*

Ele, nos fez ovelhas de seu pasto e nos amou primeiro, toda honra, toda glória e todo louvor a “*Javé*” cujo significado é: aquele que traz à existência tudo que existe. “*Porque dele e por ele, e para ele, são todas as coisas*”. Romanos 11:36.

*Assim disse Isaac Newton: "Posso pegar meu telescópio e ver milhões de quilômetros de distância no espaço; mas também posso pôr meu telescópio de lado, ir para o meu quarto, fechar a porta e, em oração fervorosa, ver mais do Céu e me aproximar mais de DEUS do que quando estou equipado com todos os telescópios e instrumentos do mundo"*

O Senhor Jesus é minha base, nos momentos difíceis Ele está comigo em Espírito, porque assim está escrito: “*Nem olhos viram, nem ouvidos ouviram, nem jamais penetrou em coração humano o que Deus tem preparado para aqueles que o amam.*” 1 Coríntios 2:9

## DEDICATÓRIA

Aos professores:

Aos professores minhas homenagens, aqueles que dignificam a profissão fazendo desta, sua dedicação exclusiva. Se todas as etapas da evolução do homem estivessem embutidas em um livro com certeza a profissão de professor seria uma das mais belas páginas, onde a inteligência humana deixou marcas significativas. Mas nem por isso deve ser entendida como fruto de uma cabeça privilegiada, e sim como resultado de muitas incertezas, tentativas, discórdias, busca pelo conhecimento e contribuições convincentes.

Como proferiu Galileu: *“Se raciocinar fosse como carregar pedras, então vários raciocinadores seriam melhor do que um. Mas raciocinar não é como carregar pedras. É como uma corrida... Onde um único cavalo galopante supera facilmente uma centena de cavalos puxando carroças.”*

*Podemos concluir: Mestre não é apenas um profissional que leciona, mas sim o que deixa a barreira de pesquisador e passa a ser um amigo dos alunos, ganhado admiração e confiança.*

## MENSAGEM ESPECIAL

*A minha esposa:*

*Lauana, as muitas águas não podem apagar este amor, nem os rios afogá-lo; ainda que alguém desse todos os bens de sua casa pelo amor, certamente o desprezariam.*

*Sou agraciado por ter você como minha esposa e mãe dos meus filhos, durante a minha pesquisa esteve sempre me apoiando as vezes sobrecarregada, só pra eu ter tempo pra pesquisa. Deus me deu você a mais pura mais linda, linda nova que saiu do seu ninho ao meu encontro, num caminho de fuga da solidão vejo nós entre dois corações, eu e você fomos feitos apenas para nós amar para todo o sempre e mais um dia, a vida nos abriu uma porta agora, para uma nova e incrível vida. Te amo.*

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar ao professor Guilherme Sales S. A. Melo pela forma em que me recebeu na UnB e durante o curso tive a oportunidade de tê-lo como meu orientador, sempre foi objetivo claro nas suas argumentações, com sinceridade e profissionalismo, obrigado pela confiança depositada. Aos técnicos do laboratório: Magno curioso e com perguntas técnicas, para melhorar nossos modelos, Pedro sempre à disposição durante execução dos modelos e ao Leandro (Leão) trabalhou duro na montagem dos modelos, sempre alegre, propunha ideias para melhorar os ensaios dos modelos, Ao professor Bauer chefe do laboratório de materiais, que esteve sempre à disposição para nos ajudar. Ao Sr. Washington e Severino que nos auxiliaram na caracterização dos materiais. Aos colegas de mestrado e doutorado, que durante um período foram como uma família, ao Wallison Barbosa sempre sorrindo, Agno Vieira, Adailton (Hildebrand), Fabiano (Kreyszing) e Yadian (Ritz) que virávamos noites estudando, Brunno Emídio esteve sempre do meu lado nos momentos difíceis. A Nívea Gabriela, minha consultora, sempre me dava idéias e soluções para os problemas técnicos. Henrique Nery amigo de trabalho. Em especial ao Wanderley Nicácio, que passou a ser como um irmão compartilhava meus problemas pessoais, me ajudou de forma direta na elaboração deste trabalho. Agradeço aos amigos que estavam presentes durante o cumprimento dos créditos que foram muito importantes nessa jornada acadêmica, Henrique Guglielmi, Wilson Gentil, Elaine Albuquerque, Alejandro, Walter Rojas, Eduardo, Fabiano Campos, Gelson Alves, Elvis Santana, Alejandra, Thiago, Talles, Gabriel, Vicente, Renato, Ronaldo, Enaldo (cocada), Erwin Ulises, Ramon, George (chibata), Pablo, Jairo, Isabel, Carmen, Lizeth, Nelson e Mauricio e namorada. Agradeço à *Bubbledeck Brasil* por acreditar e financiar nossa pesquisa. À CAPES pelo apoio financeiro, aos professores do PECC pelo apoio e incentivo à pesquisa.



## RESUMO

### ANÁLISE EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO À FLEXÃO DE LAJES TIPO BUBBLEDECK

**Autor:** Welington Vital da Silva

**Orientador:** Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo  
**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil**  
**Brasília, fevereiro de 2016**

Esta pesquisa se refere à análise experimental do comportamento estrutural de lajes tipo *BubbleDeck*. Este novo sistema construtivo proposto pelo engenheiro Jorgen Breuning, se utiliza do princípio que dentro das lajes surge uma zona onde o concreto pode ser desprezado, por ter função estrutural limitada. Nesta zona são adicionadas esferas, “*bubbles*” vazios, plásticos previamente espaçados propiciando uma redução considerável do consumo de concreto o que pode gerar uma diminuição em torno de 35% do peso próprio da laje. Estas lajes se comportam como lajes maciças homogêneas por isso sua aceitação em diversos países tais como: Austrália; Nova Zelândia; Bélgica; Reino Unido; Dinamarca; Suíça; Itália; Áustria; Alemanha; Hungria; Irlanda; Ilhas Aland; Lituânia; Emirados Árabes; Arábia Saudita; Barein; Líbano; Catar; Holanda; Canadá; Estados Unidos; Romênia; Rússia; Cingapura; África do Sul; Inglaterra; Vietnã, e Brasil. No entanto, este sistema de laje; ainda deixa muitas dúvidas quanto ao seu dimensionamento, inclusive no Brasil devido à falta de textos normativos que tratem de tal assunto. Assim, esta pesquisa avaliou experimentalmente 4 lajes no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília– UnB sob carregamento estático e simétrico. Sendo uma maciça de referência e as outras três *BubbleDeck*, simulando a ligação dos painéis submetidos a esforços de flexão. Foi também programado em MATLAB duas teorias: Teoria de Placas Grossas conhecido como teoria de MINDLIN (1951) e Teoria de Placas Finas definidas pelas hipóteses de Kirchhoff a fim de determinar a rigidez de lajes bidirecionais. Os resultados mostraram através da teoria de placa grosso com a utilização de seção “T” a rigidez das lajes *BubbleDeck* comparada com lajes sólidas foi de 76,26%. No entanto, com a mesma seção “T” utilizando a teoria de placas finas foi de 83,88 %. Já os resultados de carga última e modos de ruptura obtidos pelas normas ficaram coerentes com os experimentais. A metodologia adotada para determinação dos momentos resistentes tanto das lajes maciças como das lajes *BubbleDeck* mostrou que a NBR 6118 (2014) apresenta resultados mais conservadores do que os obtidos com o NP EN 1991 1-1 EC-2 (2010) e ACI 318 (2014). Cabe ressaltar que alguns procedimentos de cálculo foram adaptados para determinação da capacidade resistente.

## **ABSTRACT**

### **EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE BENDING BEHAVIOR OF BUBBLEDECK SLABS**

**Author: Welington Vital da Silva**

**Advisor: Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo**

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil  
Brasília, February of 2016**

This research is about the experimental analysis of the structural behavior of BubbleDeck slabs. This new construction system proposed by the engineer Jorgen Breuning, use the principle that within the slabs arises an area where concrete can be neglected, due to its limited structural function. In this area empty bubbles made of plastic are added and previously spaced, providing a considerable reduction in concrete consumption, which can lead to a decrease around 35% of the slab own weight. These slabs behave as homogeneous solid slabs that is why is established in various countries such as: Australia; New Zealand; Belgium; United Kingdom; Denmark; Switzerland; Italy; Austria; Germany; Hungary; Ireland; Aland Islands; Lithuania; United Arab Emirates; Saudi Arabia; Bahrain; Lebanon; Qatar; Netherlands; Canada; U.S; Romania; Russia; Singapore; South Africa; England; Vietnam and Brazil. However, this slab system; still leaves many doubts about its design, including Brazil, because of the lack of official standards concerning this subject. Therefore, this research experimentally evaluated four slabs in the Structures Laboratory at the University of Brasília - Brazil under static and symmetrical loading. One of this slabs were solid to be used as reference and the other three were BubbleDeck, simulating the connection of the panels subjected to bending stresses. Two theories were programmed in MATLAB: Thick Plate Theory also known as MINDLIN (1951); and Thin Plate Theory defined by Kirchhoff assumptions, to determine the stiffness of bidirectional slabs. The results shown by using the thick plate theory with the "T" section that the stiffness of BubbleDeck slabs compared to solid slabs was 76.26%. Although, with the same "T" section using the thin plates theory, the result was 83.88%. The ultimate load and cracking failure mode results obtained using the standards were consistent with the experimental ones. The methodology used to determine the moment of resistance of both solid slabs and BubbleDeck slabs showed that the Brazilian standard NBR 6118 (2014) presents more conservative results than the ones obtained with NP EN 1991 1-1 EC-2 (2010) and ACI 318 (2014). It is important to highlight that some calculation procedures were adapted in order to determine the strength capacity.

# SUMÁRIO

LISTA DE SIGLAS .....	xx
LISTA DE SÍMBOLOS .....	xxi
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	1
1.2. JUSTIFICATIVA .....	2
1.3. OBJETIVOS.....	3
1.3.1. Objetivo Geral .....	3
1.3.2. Objetivo Específico .....	3
1.4. METODOLOGIA .....	3
1.5. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO.....	4
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>5</b>
2.1. LAJE NERVURADA .....	6
2.1.1. <i>BubbleDeck</i> .....	7
2.1.2. <i>Cobiax</i> .....	12
2.1.3. <i>U Boot Beton</i> .....	12
2.2. PESQUISAS SOBRE LAJES TIPO BUBBLEDECK.....	14
2.2.1. ALI (2014) .....	14
2.2.2. HAI <i>et al.</i> (2013).....	18
2.2.3. GUDMAND-HØYER (2003) .....	23
2.3. MÉTODOS DE CÁLCULO .....	26
2.3.1. Considerações Iniciais .....	26
2.3.2. Cálculo da Rigidez de lajes Sólidas e lajes <i>BubbleDeck</i> .....	38
2.4. RECOMENDAÇÕES DE CÁLCULO PROPOSTAS PELA <i>BUBBLEDECK</i> <i>INTERNATIONAL</i> .....	40
2.5. PARÂMETROS NORMATIVOS DE CÁLCULO.....	44
2.5.1. Formulação normativa de Cálculo com NBR 6118/2014.....	44
2.5.2. Formulação normativa de Cálculo com EUROCODE 2 (2004).....	49
2.5.3. Formulação normativa de Cálculo com ACI 318 (2008) .....	51
2.5.4. Momento curvatura para determinar a carga última.....	56
<b>3. PROGRAMA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>59</b>
3.1. CARACTERÍSTICAS DAS LAJES ENSAIADAS .....	59

3.2.	<b>DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS</b> .....	62
3.2.1.	Processo executivo dos modelos .....	64
3.3.	<b>INSTRUMENTAÇÃO</b> .....	67
3.3.1.	Deslocamentos verticais .....	67
3.3.2.	Deformações na armadura de flexão .....	67
3.3.3.	Deformações no concreto .....	71
3.4.	<b>AQUISIÇÃO DE DADOS</b> .....	73
3.5.	<b>SISTEMA DE ENSAIO E APLICAÇÃO DE CARGA</b> .....	74
4.	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b> .....	77
4.1.	<b>PROPRIEDADE MECÂNICA DOS MATERIAIS</b> .....	77
4.1.1.	Resultado da caracterização do Aço .....	77
4.1.2.	Concreto .....	80
4.2.	<b>ENSAIO DAS LAJES</b> .....	81
4.2.1.	Deslocamentos Verticais .....	81
4.2.2.	Deformação na Superfície de Concreto .....	90
4.2.3.	Deformação nas Armaduras de Flexão .....	92
4.2.4.	Modo de Ruptura .....	95
4.2.5.	Mapa de Fissuração .....	95
5.	<b>ANÁLISE DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ANALÍTICOS</b> .....	97
5.1.	<b>CÁLCULO TEÓRICO DAS LAJES E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS</b> .....	97
5.1.1.	Cálculo das Laje com Manual da Bubbledeck .....	97
5.1.2.	Cálculo da resistência das lajes baseados em equações normativas adaptadas .....	98
5.2.	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b> .....	102
5.2.1.	Carga última e modo de ruptura .....	102
5.2.2.	Deformação na armadura de flexão .....	102
5.2.3.	Deformação do concreto .....	103
5.2.4.	Deslocamentos verticais .....	103
6.	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	105
6.1.	<b>CONCLUSÕES</b> .....	105
6.1.1.	Programa Experimental .....	105
6.1.2.	Cargas últimas e modo de ruptura .....	105

6.1.3.	Deformação do concreto na superfície superior .....	105
6.1.4.	Deslocamentos Verticais e deformação na armadura de flexão.....	106
6.1.5.	Cargas últimas estimadas .....	106
6.1.6.	Análise das lajes bidirecionais .....	108
6.2.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	108
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>		<b>109</b>
A.1	Cálculo da Rigidez da Laje com Teoria de Placas.....	113
A.2	Teorias de Placas Grossas e Finas.....	113

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1- Evolução das lajes de concreto armado utilizados em construção de edifícios.	5
Tabela 2-2- Dimensão e notação das amostras da laje <i>BubbleDeck</i> (HAI <i>et al.</i> , 2013).....	19
Tabela 2-3- Comparação de carregamento último e deformação experimental e numérico utilizando software <i>ANSYS</i> (HAI <i>et al.</i> , 2013) .....	22
Tabela 2-4-Pré-dimensionamento de lajes <i>BubbleDeck</i> ( <i>BUBBLEDECK-UK</i> , 2008).....	41
Tabela 2-5 – Comparação: características do material concreto .....	50
Tabela 3-1- Descrição das lajes a serem ensaiadas. ....	60
Tabela 4-1 – Característica mecânica das barras de aço .....	79
Tabela 4-2 - Propriedades mecânicas do concreto .....	81
Tabela 4-3 – Propriedades mecânicas do concreto.....	81
Tabela 4-4 – Cargas de ruptura.....	95
Tabela 5-1– Resumo de Cálculo das lajes através de adaptações normativas .....	101
Tabela 5-2 Acréscimo na carga última de flexão para cada umas das lajes .....	102
Tabela 5-3 -Deformação e carga de escoamento da armadura de flexão .....	103
Tabela 5-4- Deformação do concreto .....	103
Tabela 5-5-Deslocamentos verticais das lajes nas cargas de fissuração, de escoamento da armadura de flexão e na carga última. ....	104

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1-Sistema de lajes <i>BubbleDeck</i> com pré-laje ( <i>BUBBLEDECK BRASIL</i> , 2015)..	2
Figura 2-1- Laje lisa nervurada .....	7
Figura 2-2- Edifício <i>Millenium Tower</i> , Rotterdam, Holanda ( <i>BUBBLEDECK-UK</i> , 2008)..	8
Figura 2-3 Construção da sede da Empresa Odebrecht Brasil, com lajes <i>BubbleDeck</i> ( <i>BUBBLEDECK BRASIL</i> , 2014).....	8
Figura 2-4-Sede da Empresa Odebrecht Brasil, com lajes <i>BubbleDeck</i> ( <i>BUBBLEDECK BRASIL</i> , 2014).....	9
Figura 2-5- Sistema de módulo reforçado ( <i>BUBBLEDECK BRASIL</i> , 2014).....	10
Figura 2-6- Módulo de laje <i>Bubbledeck</i> ( <i>BUBBLEDECK BRASIL</i> , 2014).....	10
Figura 2-7- Painéis acabados ( <i>BUBBLEDECK BRASIL</i> , 2014). .....	11
Figura 2-8- Sistema com pré-laje. ....	11
Figura 2-9- Exemplo de laje <i>BubbleDeck</i> com pré-laje ( <i>BUBBLEDECK BRASIL</i> , 2014).11	
Figura 2-10-Sistema <i>Cobix</i> com esferas elípticas ( <i>COBIAX</i> , 2015).....	12
Figura 2-11-Método executivo da laje <i>Cobix</i> ( <i>COBIAX</i> , 2015).....	12
Figura 2-12- Armação de laje <i>U-Boot Beton</i> , com altura do elemento de 10 cm ( <i>DALIFORM GROUP</i> , 2015).....	13
Figura 2-13- Seção transversal da laje <i>U-Boot Beton</i> ( <i>DALIFORM GROUP</i> , 2015). .....	13
Figura 2-14-Sistema <i>U-Boot Beton</i> em lajes lisas ( <i>DALIFORM GROUP</i> , 2015).....	14
Figura 2-15- Laje <i>BubbleDeck</i> com altura de 340 mm, volume representativo ( <i>ALI</i> , 2014). .....	15
Figura 2-16- Extração de elemento de volume representativo de laje sólida ( <i>ALI</i> , 2014)..	15
Figura 2-17- Modelagem das lajes <i>BubbleDeck</i> através de elementos finitos ( <i>ALI</i> , 2014).16	
Figura 2-18-Modelagem da laje sólida com concreto simples ( <i>ALI</i> , 2014).....	16
Figura 2-19- Deformação da laje sólida utilizando a micromecânica ( <i>ALI</i> , 2014).....	17
Figura 2-20- Rigidez ao momento fletor ( <i>ALI</i> , 2014).....	17
Figura 2-21- Rigidez devido ao momento torçor ( <i>ALI</i> , 2014).....	17
Figura 2-22- Rigidez devido ao cisalhamento ( <i>ALI</i> , 2014).....	18
Figura 2-23- Forma e dimensão de bolas de plástico ( <i>HAI et al.</i> , 2013). .....	19
Figura 2-24- projetos dos modelos A.BD.3 e B.BD.3 ( <i>HAI et al.</i> , 2013).....	20
Figura 2-25- Planta de forma dos modelos ( <i>HAI et al.</i> , 2013).....	20
Figura 2-26- Mecanismo de ensaio das lajes <i>BubbleDeck</i> ( <i>HAI et al.</i> , 2013). .....	21
Figura 2-27- Os modos de rotura de lajes <i>BubbleDeck</i> ( <i>HAI et al.</i> , 2013). .....	21
Figura 2-28- Modelagem e malha de lajes <i>BubbleDeck</i> usando vazios elípticos.....	22
Figura 2-29-Esboço principal da laje <i>BubbleDeck</i> ( <i>GUDMAND-HØYER</i> , 2003). .....	23
Figura 2-30- Mecanismos de ruptura 1 e 2 ( <i>GUDMAND-HØYER</i> , 2003).....	24

Figura 2-31- Mecanismo de ruptura 3a a 3c (GUDMAND-HØYER, 2003).	24
Figura 2-32- Separação dos painéis (GUDMAND-HØYER, 2003).	25
Figura 2-33- Mecanismo de falha 4 (GUDMAND-HØYER, 2003).	25
Figura 2-34 - Mecanismo de ruptura 5 (GUDMAND-HØYER, 2003).	26
Figura 2-35- Mecanismo de falha (GUDMAND-HØYER, 2003).	26
Figura 2-36-Deslocamento no ponto P da laje (MINDLIN, 1951).	27
Figura 2-37-Representação dos esforços na laje.	30
Figura 2-38- Sistema de Eixos de Referência (UGURAL E FENSTER, 2003).	35
Figura 2-39-Condições de equilíbrio da laje no elemento infinitesimal	36
Figura 2-40-Seção transversal da laje <i>BubbleDeck</i>	38
Figura 2-41-altura equivalente de laje maciça	40
Figura 2-42- Geometria básica de laje <i>BubbleDeck</i> (BUBBLEDECK, 2008).	41
Figura 2-43- Equilíbrio das forças na laje <i>BubbleDeck</i> (BUBBLEDECK, 2008).	42
Figura 2-44-Zona de compressão pode invadir a zona das esferas (BUBBLEDECK, 2008).	43
Figura 2-45-Momento Curvatura da laje NBR 6118 (2014).	44
Figura 2-46- Diagrama de tensões da seção transversal da laje <i>BubbleDeck</i> com comportamento retangular de largura $b_f$ .	47
Figura 2-47-Diagrama de tensões da seção transversal da laje com seção T verdadeira	48
Figura 2-48- Adaptado de (WIGHT; MACGREGOR, 2012)	53
Figura 2-49- Adaptado de (WIGHT; MACGREGOR, 2012)	53
Figura 2-50- Adaptado de (WIGHT; MACGREGOR, 2012)	55
Figura 2-51 Relação momento fletor - curvatura (MACGREGOR, (2012)).	57
Figura 2-52-Seção da laje no <i>estádio I</i> , início de carregamento (CLÍMACO, 2008).	57
Figura 2-53- Laje no <i>estádio II</i> , peça fissurada (CLÍMACO, 2008).	58
Figura 2-54- Laje no <i>estádio III</i> , iminência de ruptura por flexão (CLÍMACO, 2008).	58
Figura 3-1-Modelo para ensaio das lajes <i>BubbleDeck</i> à flexão (BUBBLEDECK, 2014)	59
Figura 3-2- Laje maciça de referência RSF28 (dimensões em mm)	60
Figura 3-3- Laje <i>BubbleDeck</i> BD28-F1 (dimensões em mm)	61
Figura 3-4- Laje <i>BubbleDeck</i> BD28-F2 (dimensões em mm)	61
Figura 3-5- Laje <i>BubbleDeck</i> BD28-F3 (dimensões em mm)	62
Figura 3-6- Detalhamento das armaduras de flexão da laje RSF28 (dimensões em mm)	63
Figura 3-7- Detalhamento das armaduras de flexão da laje BD28-F1 (dimensões em mm).	63
Figura 3-8- Detalhamento das armaduras de flexão da laje BD28-F2 (dimensões em mm).	64



Figura 3-9 – Detalhamento das armaduras de flexão da laje BD28-F3 (dimensões em mm). .....	64
Figura 3-10- Procedimentos executivos dos modelos .....	65
Figura 3-11- Detalhe da concretagem dos corpos de prova. ....	66
Figura 3-12 - Processo de concretagem das pré-lajes e das lajes. ....	66
Figura 3-13-Locação dos LVDT´s nas lajes ensaiadas .....	67
Figura 3-14 - Procedimento de colagem dos extensômetros .....	68
Figura 3-15- Extensômetros nas barras da laje de referencia-RSF28 .....	69
Figura 3-16-Extensômetros nas barras da laje de referencia-RSF28/BD-F1 .....	69
Figura 3-17-Extensômetros nas barras de aço da laje BD28-F2 .....	70
Figura 3-18- Extensômetros nas barras de aço da laje BD28-F3 .....	70
Figura 3-19-Extensômetro na laje maciça RSF.....	71
Figura 3-20- Extensômetros RSF28/BD-F1 .....	71
Figura 3-21-Extensômetros RSF28/BD-F2 .....	72
Figura 3-22- Extensômetros RSF28/BD-F3 .....	72
Figura 3-23- Colagem do extensômetro elétrico no concreto .....	73
Figura 3-24- Sistema de aquisição de dados dos ensaios .....	73
Figura 3-25- Sistema de ensaio das lajes.....	74
Figura 3-26- Detalhe do sistema de ensaio com vista em corte .....	74
Figura 3-27- Detalhe do pórtico para ensaio das lajes.....	75
Figura 3-28 – Vista superior do sistema de ensaio (dimensões em mm). ....	76
Figura 3-29- Vista superior do pórtico para ensaio das lajes. ....	76
Figura 4-1– Gráfico tensão-deformação do aço $\varnothing$ 6,0 mm CA-60. ....	77
Figura 4-2 – Gráfico tensão-deformação do aço $\varnothing$ 8,0 mm CA-60. ....	78
Figura 4-3 – Gráfico tensão-deformação do aço $\varnothing$ 8,0 mm CA-50. ....	78
Figura 4-4 – Gráfico tensão-deformação do aço $\varnothing$ 10,0 mm CA-50. ....	78
Figura 4-5 - Ensaio de corpos de prova cilíndricos à compressão. ....	80
Figura 4-6 - Ensaio de tração por compressão diametral.....	80
Figura 4-7 – Posição dos LVDTs nas lajes (dimensões em mm).....	82
Figura 4-8 – Gráfico do deslocamento laje RSF28 .....	83
Figura 4-9 – Gráfico do deslocamento laje BD28-F1 .....	84
Figura 4-10– Gráfico do deslocamento laje BD28-F2 .....	84
Figura 4-11– Gráfico do deslocamento laje BD28-F3 .....	85
Figura 4-12 Gráfico de carga deslocamento modelo RSF28.....	86
Figura 4-13– Gráfico de carga deslocamento modelo BD28-F1.....	86

Figura 4-14– Gráfico comparativo dos deslocamentos da Laje BD28-F1 .....	87
Figura 4-15– Gráfico de carga deslocamento modelo BD28-F2.....	87
Figura 4-16 Gráfico comparativo dos deslocamentos da Laje BD28-F2 .....	88
Figura 4-17– Gráfico de carga deslocamento modelo BD28-F3.....	88
Figura 4-18 Gráfico comparativo dos deslocamentos da Laje BD28-F3 .....	89
Figura 4-19 – Gráfico de carga deslocamento em todas as lajes.....	89
Figura 4-20 – Deformações na superfície do concreto da laje RSF-28.....	90
Figura 4-21 – Deformações na superfície do concreto da laje BD28-F1 .....	91
Figura 4-22 – Deformações na superfície do concreto da laje BD28-F2 .....	91
Figura 4-23–Deformações na superfície do concreto da laje BD28-F3 .....	92
Figura 4-24–Deformações na armadura de flexão da laje RSF28.....	93
Figura 4-25–Deformações na armadura de flexão da laje BD28-F1.....	93
Figura 4-26–Deformações na armadura de flexão da laje BD28-F2.....	94
Figura 4-27–Deformações na armadura de flexão da laje BD28-F3.....	94
Figura 4-28 – Lajes pós ruptura.....	96
Figura 5-1– Momento curvatura da laje através do software demonstrativo da <i>BubbleDeck</i> .....	97
Figura 5-2 momento curvatura da laje maciça RSF-28 através da NBR 6118 (2014).....	98
Figura 5-3– Momento curvatura da laje <i>BubbleDeck</i> com equações adaptadas da NBR 6118 (2014) .....	99
Figura 5-4– Momento curvatura da laje sólida com equações adaptadas da NP EN 1992-1- 1 (2010). .....	99
Figura 5-5– Momento curvatura da laje <i>BubbleDeck</i> com equações adaptadas da NP EN 1992-1-1 (2010).....	100
Figura 5-6– Momento curvatura da laje sólida com equações adaptadas da ACI 318 (2014). .....	100
Figura 5-7– Momento curvatura da laje <i>BubbleDeck</i> com equações adaptadas da ACI 318 (2014). .....	101
Figura A1 - Homogeneização da seção de laje <i>BubbleDeck</i> para seção retangular .....	114
Figura A2 - Geometria da laje modelo para análise macromecânica .....	114
Figura A3 – Laje apoiada em todas as extremidades com carregamento distribuído. ....	115
Figura A4 - Deslocamento da laje sólida. ....	117
Figura A5 - Momento fletor em relação ao eixo x. ....	117
Figura A6 - Momento fletor em relação ao eixo z. ....	117
Figura A7 - Momento torçor em relação aos eixos xz. ....	118
Figura A8 - Deslocamento da laje <i>BubbleDeck</i> com rigidez equivalente. ....	119
Figura A9 - Momento fletor em relação ao eixo x. ....	119

Figura A10 - Momento de fletor em relação ao eixo z.....	120
Figura A11 - Momento torçor em relação aos eixos xz. ....	120
Figura A12 -Deslocamento da laje sólida através da teoria de placas finas.....	121
Figura A13 - Momento fletor em relação ao eixo x com teoria de placas finas.....	121
Figura A14 - Momento fletor em relação ao eixo z com teoria de placas finas.....	122
Figura A15 - Momento torçor em relação aos eixos xz com teoria de placas finas.....	122
Figura A16 - –Deslocamento da laje <i>BubbleDeck</i> através da teoria de placas finas.....	123
Figura A17 - Momento fletor em laje <i>BubbleDeck</i> com relação ao eixo x através da teoria de placas finas.....	123
Figura A18 - Momento de flexão em laje <i>BubbleDeck</i> com relação ao eixo z através da teoria de placas finas.....	123
Figura A19 - Momento torçor de lajes <i>BubbleDeck</i> em relação aos eixos xz com teoria de placas finas. ....	124

## **LISTA DE SIGLAS**

*ACI* – American Concrete Institute

ABNT- Associação de Normas Técnicas

ELS – Estado Limite de Serviço

ELU – Estado Limite Último

LABEST- Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília

NBR – Norma Brasileira

UnB – Universidade de Brasília

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$  = profundidade da zona de compressão do concreto no diagrama simplificado (cm)

$a$  = distância entre eixos dos vazios esféricos das lajes *BubbleDeck*

$c$  = área de concreto comprimido correspondente ao diagrama retangular simplificado com altura  $\lambda x$  (cm<sup>2</sup>)

$A_s$  = área de aço da armadura tracionada (cm<sup>2</sup>)

$A_{s,min}$  = área de aço mínima para elementos sujeitos à flexão (cm<sup>2</sup>)

$A'_s$  = área de aço da armadura comprimida (cm<sup>2</sup>)

$b_w$  = largura da seção retangular

$c$  = distância da última fibra comprimida até a linha neutra (cm)

$c_{ball}$  = cobrimento de concreto na parte superior da laje *BubbleDeck*

$C_c$  = força resultante de compressão do concreto (kN)

$C_s$  = força resultante de compressão da armadura (kN)

$d$  = distância da face menos tracionada da seção até o eixo da armadura mais tracionada (cm)

$d'$  = distância da face menos tracionada da seção até o eixo da armadura menos tracionada (cm)

$d_t$  = a distância desde a última fibra comprimida até a última fibra de aço tracionada (cm)

$D$  = Rigidez da laje kN.mm

$D$  = altura da laje *BubbleDeck*

$D$  = profundidade da linha neutra da laje *BubbleDeck*

$E_c$  = módulo de elasticidade do concreto (MPa)

$E_{ci}$  = módulo de elasticidade do concreto no instante zero (MPa)

$E_{cs}(t)$  = módulo de elasticidade secante do concreto (MPa)

$E_{cs}(t)$  = módulo de elasticidade secante do concreto (MPa)

$E_{ci}(t)$  = estimativa do módulo de elasticidade do concreto em uma idade entre 7 e 28 dias (MPa)

$E_s$  = módulo de elasticidade do aço de armadura passiva (MPa)

$f_c$  = resistência à compressão do concreto (MPa)

$f_c'$  = resistência característica à compressão (MPa)

$f_{cr}'$  = resistência requerida (MPa)

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto (MPa)

$f_{cj}$  = resistência média do concreto à compressão, prevista para a idade de j dias (MPa)

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão (MPa)

$f_{ckj}$  = resistência característica à compressão do concreto aos j dias (MPa)

$f_{ct}$  = resistência média à tração (MPa)

$f_c(t)$  = resistência característica à compressão do concreto na idade em que se pretende estimar o módulo de elasticidade (MPa)

$f_{ctk}$  = resistência característica à tração do concreto (MPa)

$f_{ct,m}$  = resistência média à tração do concreto (MPa)

$f_{ctk,inf}$  = resistência característica inferior à tração do concreto (MPa)

$f_{ctk,sup}$  = resistência característica superior à tração do concreto (MPa)

$f_{yk}$  = resistência característica de escoamento do aço de armadura passiva (MPa)

$f_{yd}$  = resistência de cálculo ao escoamento do aço de armadura passiva (MPa)

$f_y$  = resistência característica de escoamento do aço (MPa)

$f_r$  = módulo de ruptura do concreto (MPa)

$f_s'$  = tensão na armadura comprimida (kN/cm<sup>2</sup>)

$h$  = altura do elemento estrutural (cm)

$I_{BD}$  = Modulo resistente da laje *BubbleDeck* não fissurado

$I_{BD,fissurada}$  = Momento de inercia da laje *BubbleDeck* fissurada

$j$  = parâmetro para o dimensionamento.

$L$  = comprimento em mm

$M_{BD,cri}$  = momento de fissuração da laje *BubbleDeck*

$M_{ball}$  = é a contribuição da resistência do momento pela seção dentro da zona da esfera;

$Md$  = momento fletor solicitante de cálculo equivalente aos momentos internos resistentes, proporcionados pelo concreto comprimido e pela armadura tracionada (kNcm)

$M_{d,min}$  = momento fletor mínimo (kNcm)

$M_n$  = momento resistente nominal da viga (kNcm)

$M_o$  = valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção (kNcm)

$M_{sd,máx}$  = momento fletor máximo de cálculo (kNcm)

$m_y$  = momento na direção y

$M_u$  = momento requerido atuante na viga (kNcm)

$m_x$  = momento na direção x

$n$  = expoente dependente da resistência do concreto

$n_c$  = resultante de força a compressão

$n_s$  = resultante de força a tração

$n_s'$  = resultante de força a compressão da armadura

$P$  = carga distribuída no plano médio da laje

$R_{cc}$  = força resultante de compressão do concreto (kN)

$R_{st}$  = força resultante de tração da armadura (kN)

$R_{sc}$  = força resultante de compressão da armadura (kN)

$S_d$  = desvio-padrão da dosagem (MPa)

$T$  = força resultante de tração da armadura (kN)

$V_u$  = esforço cortante requerido atuante na laje (kN)

$W$  = carga devido aos esforços em análise (MPa)

$w_c$  = peso específico do concreto (kg/m<sup>3</sup>)

$x$  = posição da linha neutra (cm)

$x_{lim23}$  = posição limite da linha neutra do domínio 2 com o domínio 3 (cm)

$x_{lim34}$  = posição limite da linha neutra do domínio 3 com o domínio 4 (cm)

$z_{ball}$  = braço de alavanca contribuindo para  $M_{ball}$

$z_c$  = braço de alavanca do binário (cm)



## LETRAS GREGAS

$\alpha_c$  = parâmetro de redução de resistência do concreto na compressão

$\alpha_E$  = coeficiente de ponderação devido ao tipo de agregado

$\alpha_i$  = coeficiente de ponderação em função da resistência do concreto

$\beta_1$  = fator de ponderação em decorrência da resistência do concreto

$\beta_1$  = relação  $f_{ckj} / f_{ck}$

$\gamma_c$  = coeficiente de ponderação da resistência do concreto

$\gamma_s$  = coeficiente estatístico de redução da resistência do aço

$\varepsilon_c$  = deformação específica do concreto submetido à compressão

$\varepsilon_{c2}$  = deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico

$\varepsilon_{cu}$  = deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

$\varepsilon_{ct}$  = deformação específica do concreto submetido à tração

$\varepsilon_{s2}'$  = deformação específica da armadura menos tracionada

$\varepsilon_{su}$  = deformação específica limite da armadura

$\varepsilon_{s1}$  = deformação específica da armadura tracionada

$\varepsilon_{s2}$  = deformação específica da armadura comprimida

$\varepsilon_{yd}$  = deformação específica do aço no início do escoamento

$\varepsilon_s$  = deformação específica do aço da armadura passiva

$\varepsilon_t$  = deformação específica na armadura tracionada na fibra mais externa

$\varepsilon_s'$  = deformação específica da armadura comprimida

$\varepsilon_0$  = deformação específica do concreto na tensão máxima, geralmente fixado em 2‰ para concretos de densidade normal

$\theta$  = ângulo de inclinação das bielas de compressão consideradas no dimensionamento à força cortante

$\lambda$  = relação entre a profundidade  $y$  do diagrama retangular de compressão equivalente e a profundidade efetiva  $x$  da linha neutra

$\lambda$  = constante de ponderação em relação à densidade do concreto utilizado

$\mu$  = coeficiente de redistribuição de momentos fletores

$\nu$  = coeficiente de Poisson

$\xi$  = fator de rigidez

$\sigma_{cri}$  = tensão à tração no concreto (MPa)

$\sigma_{cd}$  = tensão de cálculo à compressão no concreto (MPa)

$\sigma_s$  = tensão normal do aço de armadura passiva (MPa)

$\sigma_{sd}'$  = tensão de cálculo na armadura comprimida (kN/cm<sup>2</sup>)

$\phi$  = fator de redução de resistência

$\phi$  = diâmetro das barras de aço

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

É cada vez mais frequente a busca por edificações com maior liberdade de espaços, projetos arquitetônicos que necessitam de lajes com grandes vãos livres, e pilares cada vez mais espaçados. Esta tendência tem levado a busca constante por técnicas que viabilizem essa realidade.

Neste contexto, as lajes *BubbleDeck* apresentam vantagens significativas em relação aos sistemas convencionais, permitindo ao projetista maiores possibilidades, tais como: aumento dos vãos; redução da altura total do edifício; diminuição de concreto; elementos estruturais mais esbeltos, e diminuição do tempo de execução, demonstrando ser uma alternativa com enorme potencial nesse tipo de construção.

Estas lajes surgiram na Dinamarca, em meados da década de 1980, quando o governo apoiou um concurso nacional que buscava desenvolver as melhores ideias para construções inovadoras. Estas construções deveriam ser leves e aplicáveis em larga escala, além de ser uma boa solução ecológica e econômica. Foi nesse interim que o engenheiro dinamarquês Jorgen Breuning começou a desenvolver as lajes *BubbleDeck* (*BUBBLEDECK-UK*, 2008).

Este novo sistema construtivo proposto pela *BubbleDeck*, se utiliza do princípio que dentro das lajes surge uma zona onde o concreto é pouco solicitado, por ter função estrutural limitada. Nesta zona são adicionadas esferas, “*bubbles*” vazios, plásticos previamente espaçados propiciando uma redução considerável do consumo de concreto o que pode gerar uma diminuição em torno de 35% do peso próprio da laje. São adicionadas também duas malhas de aço, uma na parte inferior da laje e outra na parte superior, mantendo seções sólidas no topo e na parte inferior, onde pode existir tensões elevadas. Assim, essa tecnologia faz com que todo o processo seja industrializado, aumentando a produtividade de execução, conforme mostra Figura 1-1 em que está sendo utilizado pré-lajes com sistema *BubbleDeck*.



Figura 1-1-Sistema de lajes *BubbleDeck* com pré-laje (BUBBLEDECK BRASIL, 2015).

Entretanto, as principais desvantagens das lajes *BubbleDeck* são: mão de obra especializada; dependência de um único fabricante; maior canteiro de obra; custo com transporte; logística para içamento das lajes, principalmente em edifícios altos; distribuição de tensões localizadas devido ao encontro de painéis pré-moldados, e possibilidade de colapso progressivo.

Desta forma, ao adotar a solução por lajes *BubbleDeck*, deve-se ater aos riscos de colapso progressivo da estrutura uma vez que as esferas plásticas diminuem a rigidez da laje e conseqüentemente, aumenta os deslocamentos horizontais e as flechas nos pavimentos, que podem aumentar as tensões nas ligações entre painéis pré-moldados. O mecanismo de ruptura dos painéis pré-moldados podem ter comportamento frágil em função de tensões localizadas, por isso a determinação dos esforços causados nas barras de ligação entre painéis devem ser investigados.

## 1.2. JUSTIFICATIVA

Esta pesquisa se refere à análise do desempenho estrutural de ligações de lajes lisas de concreto armado tipo *BubbleDeck*, que consiste em pré-lajes colocadas no meio do vão das lajes.

A investigação se faz necessária, tendo em vista a complexidade do comportamento das ligações de concreto, além das incertezas do mecanismo de transferência de esforços internos e das tensões causadas nas barras de ligação entre painéis pré-moldados. Este sistema de laje; ainda deixa muitas dúvidas quanto ao seu dimensionamento, inclusive no Brasil devido à falta de textos normativos que tratem de tal assunto. As principais argumentações dos engenheiros estruturais são: qual inércia utilizar, qual fator de redução da rigidez, qual

comprimento de ancoragem das barras de ligação entre os painéis de laje pré-moldado e quais os parâmetros para determinar o momento resistente da laje.

Diante de tantas dúvidas, pretende-se com esse trabalho contribuir com informações e conclusões que possam ser adotadas como parâmetro de projeto à flexão tanto de lajes unidirecionais (armadas em apenas uma direção principal) como bidirecionais (armadas nas duas direções principais), direcionando profissionais da área e colocando em discussão assuntos importantes a respeito desse sistema estrutural.

### **1.3. OBJETIVOS**

#### **1.3.1. Objetivo Geral**

Esta pesquisa tem como objetivo geral avaliar experimental e analiticamente quatro modelos locais de lajes *BubbleDeck* e um modelo com laje maciça submetidos à flexão unidirecionalmente. Também foi avaliado apenas analiticamente laje maciça e *BubbleDeck* bidirecionais, somente para ter uma ideia dos deslocamentos.

#### **1.3.2. Objetivo Específico**

Na avaliação experimental das lajes *BubbleDeck*, à flexão foram empregados ensaios destrutivos das lajes com carregamento unidirecional simétrico e estático.

Os objetivos específicos desta pesquisa são:

- Avaliar o comportamento das lajes *BubbleDeck* à flexão unidirecional analiticamente e experimentalmente;
- Entender o mecanismo de rupturas das lajes unidirecionais à flexão;
- Comparar valores de capacidade de carga experimentais com os analíticos calculados a partir de adaptações das normas; NP EN 1992-1-1 (2010) - EUROCODE 2, ACI 318 (2008) e NBR 6118 (2014);
- Determinar a rigidez das lajes *BubbleDeck* utilizando Teoria de Placas.

### **1.4. METODOLOGIA**

Este trabalho faz parte da linha de pesquisa desenvolvida na Universidade de Brasília no Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil, cujos estudos visam maior

compreensão sobre o comportamento de lajes *BubbleDeck*. Outros pesquisadores do programa envolvidos nessa pesquisa são: LIMA, H. J. N. de (2015) e Wanderley Gustavo Nicácio aluno de doutorado. Inicialmente foi feita uma ampla pesquisa bibliográfica sobre lajes *BubbleDeck* sujeitas à flexão. Posteriormente foi elaborada programação em MATLAB para solução de lajes através da teoria de placas para determinação da rigidez de lajes *BubbleDeck* bidirecional. Também foi programado em MATLAB uma solução analítica das lajes através de formulações normativas com adaptações para determinação da capacidade resistente das lajes unidirecionais.

Foram ensaiadas três lajes do tipo *BubbleDeck* e uma laje maciça de referência no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília-LABEST/UnB. As lajes possuem as mesmas taxas da armadura, tendo como variáveis o emprego da pré-laje, e as dimensões da região maciça entre as mesmas.

## **1.5. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO**

Esta dissertação é composta por seis capítulos mais a Referência Bibliográfica conforme descritos a seguir.

No *capítulo 2* é apresentada uma sucinta revisão bibliográfica, posteriormente é apresentado a tecnologia de lajes *BubbleDeck*. São apresentadas soluções de lajes através de séries duplas de Fourier. Por fim, é apresentado as recomendações de normas nacionais e internacionais visando prever o valor da carga de ruptura à flexão.

No *capítulo 3* é descrito o programa experimental, sendo descritos os modelos e a metodologia de ensaio.

O *capítulo 4* apresenta os resultados experimentais obtidos nos ensaios dos materiais, incluindo as deformações e modos de ruptura das lajes maciças e *BubbleDeck*.

No *capítulo 5* são analisados os resultados, onde foi feita uma comparação das cargas últimas das lajes com as prescrições comentadas neste trabalho.

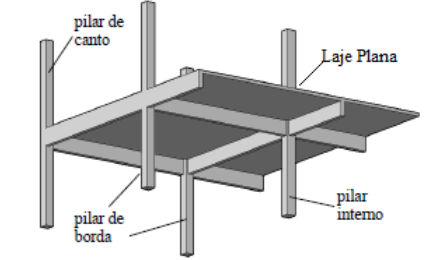
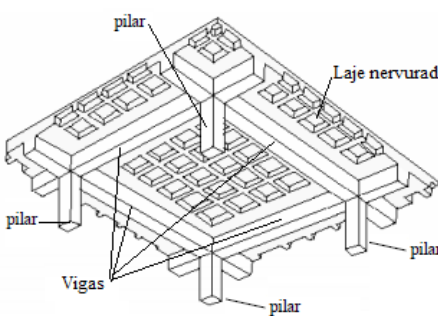
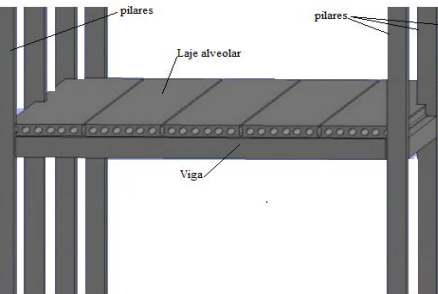
O *capítulo 6* contém as conclusões e as sugestões para trabalhos futuros.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nos edifícios de múltiplos pisos com estruturas em concreto armado as lajes são responsáveis pelo consumo de elevada parcela do volume total de concreto utilizado. De acordo com FRANCA e FUSCO (1997), utilizando sistema de lajes maciças com vigas nos pavimentos de edifícios usuais de concreto armado, esta parcela chega a quase dois terços do volume total de concreto consumido.

Como consequência ao longo dos anos estudos foram desenvolvidos com lajes a fim de diminuir o peso próprio, na busca de um sistema que fosse eficiente tanto aos esforços de cisalhamento quanto à flexão, com vazios internos. Tais estudos estão resumidamente apresentados a seguir na Tabela 2-1.

Tabela 2-1- Evolução das lajes de concreto armado utilizados em construção de edifícios.

Tipos de lajes	Histórico do desenvolvimento das lajes	Figuras
Planas com vigas	Segundo Bares (1832) <sup>1</sup> as lajes planas datam do início do século XIX, sendo que, no princípio tais lajes eram executadas empiricamente e, posteriormente, submetidas a ensaios de carga SANTOS (1983). Figura de FERREIRA (2010)	 <p>Diagrama de uma laje plana com vigas. O sistema mostra uma laje plana sustentada por uma rede de pilares. Os pilares são rotulados como 'pilar de canto', 'pilar de borda' e 'pilar interno'. A laje é rotulada como 'Laje Plana'.</p>
Nervuradas	O sistema de laje nervurada tem sua origem em 1854, na época utilizava-se concreto armado em pequenas vigas regularmente espaçadas, onde os vazios entre as nervuras eram obtidos pela colocação de moldes de gesso WILKINSON (1854). Figura de MARCHETTI (2008).	 <p>Diagrama de uma laje nervurada. O sistema mostra uma laje nervurada sustentada por uma rede de pilares. Os pilares são rotulados como 'pilar'. As vigas são rotuladas como 'Vigas' e a laje é rotulada como 'Laje nervurada'.</p>
Alveolares	As lajes alveolares surgiram na Alemanha em 1956, representam um dos mais populares elementos pré-fabricados no mundo, em especial na América do Norte e na Europa Ocidental EL DEBS (2000). Figura de EL DEBS (2000).	 <p>Diagrama de uma laje alveolar. O sistema mostra uma laje alveolar sustentada por pilares. Os pilares são rotulados como 'pilares'. A laje é rotulada como 'Laje alveolar' e as vigas são rotuladas como 'Viga'.</p>

<sup>1</sup> BARES, R. (1832) *Tablas para el calculo de placas y vigas pared*. Barcelona, Gustavo Gili.

<p>Lisa nervurada</p>	<p>O primeiro edifício em lajes sem vigas foi o C.A Bovery Building, construído por C.A.P Turner, em 1966, Minneapolis, Minnesota. FILHO (1989). Figura de FERREIRA (2010).</p>	
<p>BubbleDeck</p>	<p>A tecnologia Bubbledeck teve início em 1980 pelo engenheiro dinamarquês Jorgen Breuning (BUBBLEDECK, 2008). Figura da (BUBBLEDECK, 2014).</p>	
<p>Cobiax</p>	<p>O sistema Cobiax teve origem na Suíça em 1997, e constitui num sistema de lajes biaxiais com os mesmos princípios das lajes BubbleDeck (COBIAX, (2014)). Figura da (COBIAX, (2015)).</p>	
<p>U Boot Beton</p>	<p>O desenvolvimento das lajes U Boot Beton iniciou-se em 2001, com a utilização de cubetas dentro das lajes, sistema parecido com as lajes BubbleDeck (DALIFORM GROUP (2015)). Figura da DALIFORM GROUP (2015))</p>	

## 2.1. LAJE NERVURADA

O sistema de laje nervurada tem sua origem em 1854, quando Wilkinson (1854) patenteou um sistema em concreto armado de pequenas vigas regularmente espaçadas, onde os vazios entre as nervuras foram obtidos pela colocação de moldes de gesso, sendo uma fina capa de concreto executada como plano de piso (PINHEIRO E REZENTE, 2003).

Segundo a NBR 6118 (2014), lajes nervuradas são lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração é constituída por nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte. Estas lajes surgiram como alternativa as lajes maciças que apresentam



desvantagens em edifícios com grandes vãos além de alto custo das formas. Nas lajes nervuradas, a eliminação do concreto abaixo da linha neutra propicia uma redução no peso próprio e um melhor aproveitamento do aço e do concreto. A resistência à tração é concentrada nas nervuras, e os materiais de enchimento têm como função única substituir o concreto, sem colaborar com a resistência da laje, Figura 2-1.

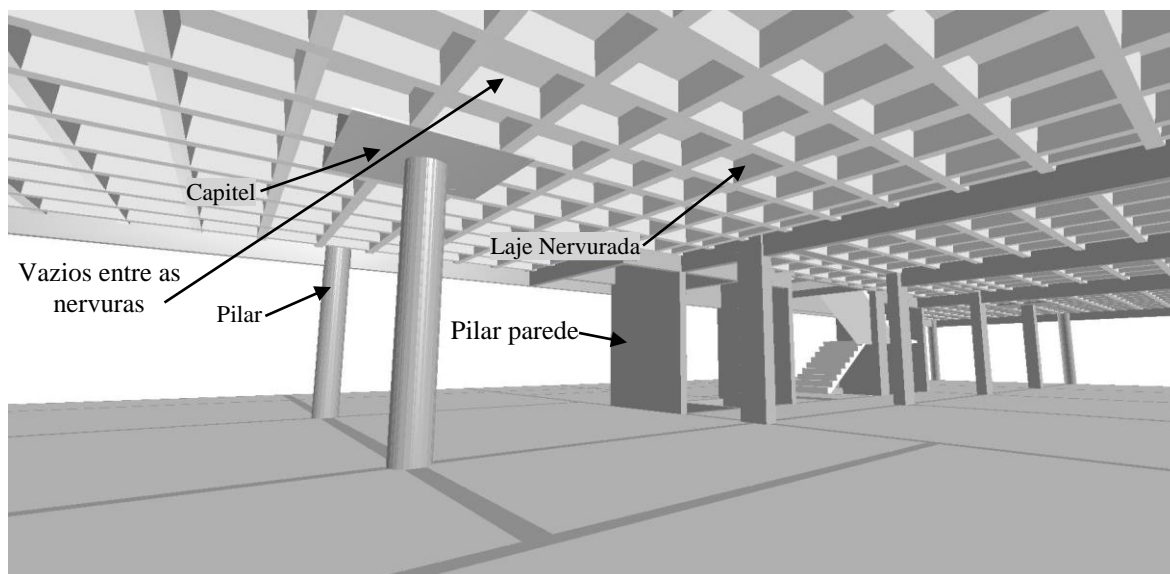


Figura 2-1- Laje lisa nervurada

Destacam-se dentre as desvantagens deste sistema a limitação do uso devido à resistência reduzida ao cisalhamento; grandes deslocamentos transversais das lajes; possibilidade colapso progressivo; maior altura da laje; menor resistência ao fogo; dificuldades para passagem de tubulação; dificuldade na fixação dos elementos de enchimento, e maior número de operadores durante a montagem.

### 2.1.1. *BubbleDeck*

A tecnologia *BubbleDeck* teve um crescimento desde de que foi inventada pelo dinamarquês Jorgen Breuning em 1980, se tornando a Companhia *BubbleDeck International* em 1990, suas lajes são projetadas e se comportam como lajes maciças homogêneas por isso sua aceitação em diversos países tais como: Austrália; Nova Zelândia; Bélgica; Reino Unido; Dinamarca; Suíça; Itália; Áustria; Alemanha; Hungria; Irlanda; Ilhas Aland; Lituânia; Emirados Árabes; Arábia Saudita; Barein; Líbano; Catar; Holanda; Canadá; Estados Unidos; Romênia; Rússia; Cingapura; África do Sul; Inglaterra; Vietnã, e Brasil (*BUBBLEDECK-UK*, 2008).

Uma de suas maiores obras foi o edifício Millennium Tower conforme apresenta Figura 2-2, na cidade de Rotterdam na Holanda, foi a primeira edificação naquele país construída utilizando o sistema *BubbleDeck*, com conclusão em 2010.



Figura 2-2- Edifício *Millenium Tower*, Rotterdam, Holanda (*BUBBLEDECK-UK*, 2008).

A primeira obra a ser executada utilizando o conceito de lajes *BubbleDeck* no Brasil foi a nova sede da empresa Odebrecht na cidade de Salvador, Bahia conforme ilustra a Figura 2-3. Outros projetos, como o novo Centro Administrativo de Brasília também utilizou o sistema de lajes *BubbleDeck*.



Figura 2-3 Construção da sede da Empresa Odebrecht Brasil, com lajes *BubbleDeck* (*BUBBLEDECK BRASIL*, 2014)



Figura 2-4-Sede da Empresa Odebrecht Brasil, com lajes *BubbleDeck* (*BUBBLEDECK BRASIL*, 2014).

*BubbleDeck* é um sistema construtivo inovador, composto pela incorporação de esferas plásticas nas lajes de concreto, uniformemente espaçados entre duas telas metálicas soldadas.

Apresentam os mesmos princípios e funcionam como uma laje maciça, mas com até 35% a menos do seu peso próprio. Por não apresentar algumas das características negativas de lajes nervuradas, tais como: dificuldade na passagem de tubulação; dificuldade na fixação dos elementos de enchimento e maior número de operários na montagem do sistema. As lajes *BubbleDeck* consegue uma redução considerável entorno de 5 a 16% no valor final da obra comparada com laje maciça (*BUBBLEDECK-UK*, 2008).

Dentro da concepção estrutural da laje *BubbleDeck*, é possível a execução de grandes vãos, balanços consideráveis e lajes com formatos arredondados devido a geometria das esferas, garantindo bom desenvolvimento arquitetônico, flexibilidade de mudanças, rapidez na execução e conforto no pós-obra.

O sistema construtivo tipo *BubbleDeck* possui três possibilidades construtivas: sistema com módulo reforçado, sistema com painéis acabados e sistema com pré-lajes.

O sistema construtivo de módulo reforçado consiste em adicionar as esferas entre telas de aço (armaduras) para posteriormente posiciona-las nas fôrmas onde serão colocadas as armações adicionais, ilustrado na Figura 2-5. A concretagem é realizada em dois estágios

devido a tensão superficial que tende a levantar as bolas plásticas, sendo o primeiro uma camada de no máximo até a metade da altura da laje e posteriormente é complementado (*BUBBLEDECK BRASIL, 2014*).

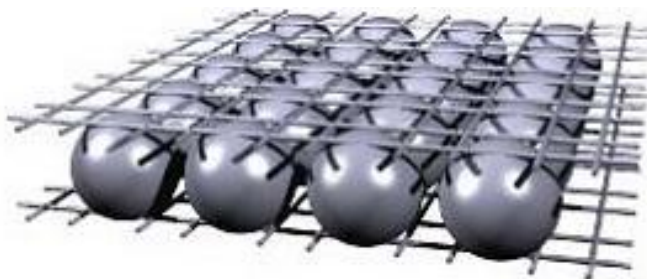


Figura 2-5- Sistema de módulo reforçado (*BUBBLEDECK BRASIL, 2014*).

Seu uso se faz mais presente em obras de reforma, pisos térreos ou de difícil acesso, pois os módulos reforçados podem ser posicionados e transportados manualmente. A Figura 2-6 mostra um exemplo de módulo de laje *BubbleDeck*.



Figura 2-6- Módulo de laje *Bubbledeck* (*BUBBLEDECK BRASIL, 2014*).

Já o sistema construtivo de laje *BubbleDeck* com painéis acabados consiste em armar e concretar por completo as lajes em fábricas, sendo entregues na obra já prontas. Um exemplo de peça pré-moldada está representado na Figura 2-7.

Quando os painéis já estão posicionados em seu local final as armaduras de flexão são conectadas e as barras de ligação são posicionadas para que sua união seja perfeita. Como as lajes distribuem seus esforços em apenas uma direção se comportando como uma laje pré-moldada unidirecional, necessitam do uso de vigas ou de paredes para suporte, entretanto, este sistema é menos interessante do ponto de vista arquitetônico por apresentar os mesmos problemas das lajes alveolares (*BUBBLEDECK BRASIL, 2014*).



Figura 2-7- Painéis acabados (*BUBBLEDECK BRASIL*, 2014).

Por último, tem-se o sistema de painéis pré-moldados com pré-laje, já incorporando armações com as esferas plásticas, conforme Figura 2-8. Esta pré-laje dispensa o uso de fôrmas inferiores, sendo colocada diretamente sobre vigas metálicas e escoras. Após a montagem dos painéis, são adicionadas as armaduras de reforço e barras de ligação entre as placas, sendo então concluída a concretagem.

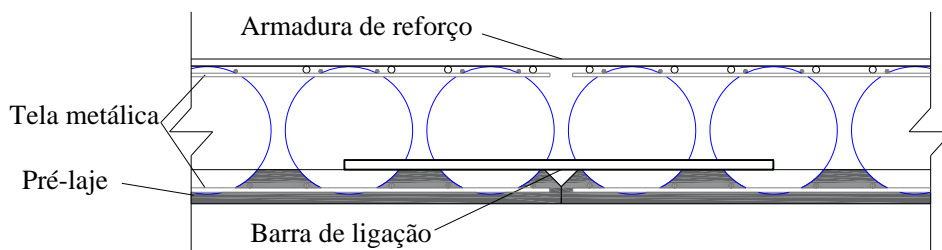


Figura 2-8- Sistema com pré-laje.

Esse sistema com utilização de pré-lajes é o tipo mais utilizado, e para sua montagem necessita de utilização de guindastes para elevação das peças. É ideal para construções novas, pois se pode industrializar a produção dos painéis, reduzindo o tempo gasto na execução das lajes, este sistema é exclusivo da *BubbleDeck*. A Figura 2-9 ilustra uma laje *BubbleDeck* com pré-laje.



Figura 2-9- Exemplo de laje *BubbleDeck* com pré-laje (*BUBBLEDECK BRASIL*, 2014).

### 2.1.2. Cobiax

O sistema *Cobiax* faz uso dos mesmos princípios de lajes *BubbleDeck*. É um sistema que possui esferas ou elipses plásticas posicionadas no interior de uma laje com malha de aço na superfície superior e inferior, conforme mostra a Figura 2-10. A montagem deste sistema é feita com uma treliça que deixa fixadas as esferas plásticas, tornando a execução mais rápida. Na Figura 2-11 podemos visualizar o processo construtivo deste sistema.



Figura 2-10-Sistema *Cobiax* com esferas elípticas (COBIAX, 2015).

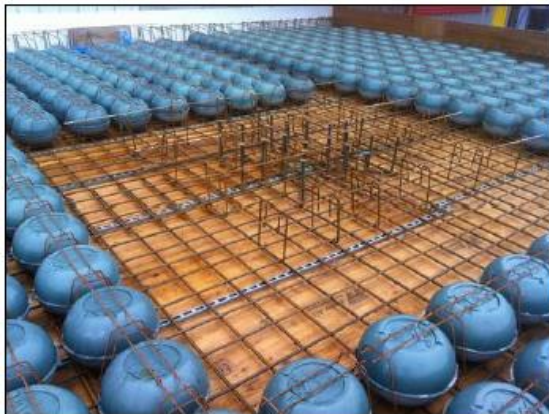


Figura 2-11-Método executivo da laje *Cobiax* (COBIAX, 2015).

### 2.1.3. U Boot Beton

Em 2001, a *Daliform Group* (2015), desenvolveu e patenteou um novo sistema de formadores de vazio denominado *U-Boot Beton*, este sistema é utilizado em lajes lisas para

diminuir o peso próprio da laje, o princípio consiste em colocar na zona neutra da laje uma forma com formato cúbico com altura variando entre 10 a 56 cm, espaçados uma das outras através de separadores de juntas, e duas malhas de aço uma na parte inferior e outra na parte superior da laje conforme Figura 2-12 e Figura 2-13. Porém para projetos em que os arranjos de pilares possuem distância não uniformes a utilização deste sistema fica comprometido devido aos arranjos das formas plásticas. No entanto, este sistema leva vantagens devido ao menor custo com transporte e facilidades de estocagem.

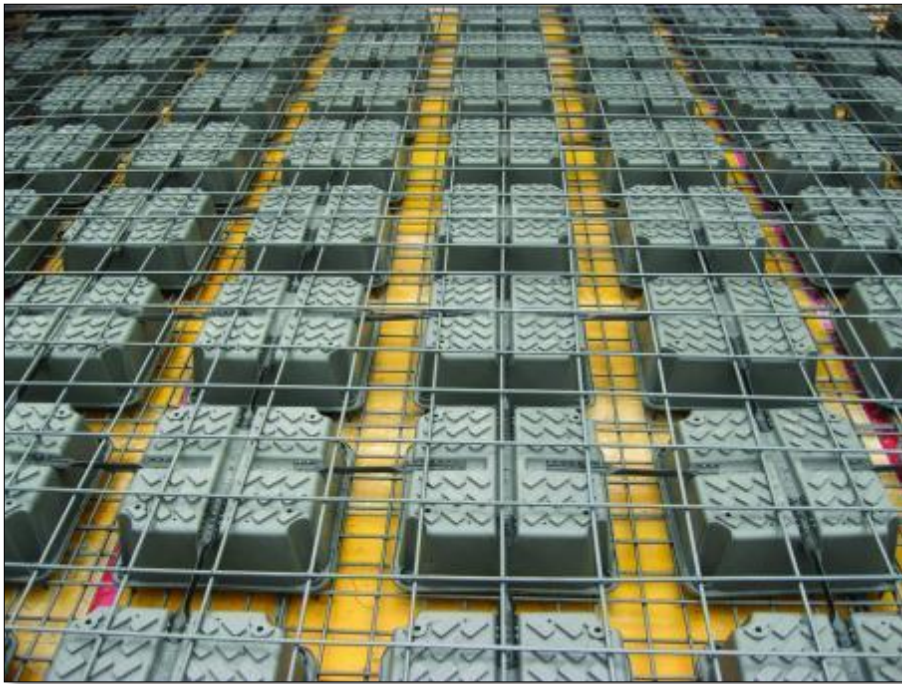


Figura 2-12- Armação de laje *U-Boot Beton*, com altura do elemento de 10 cm (DALIFORM GROUP, 2015).

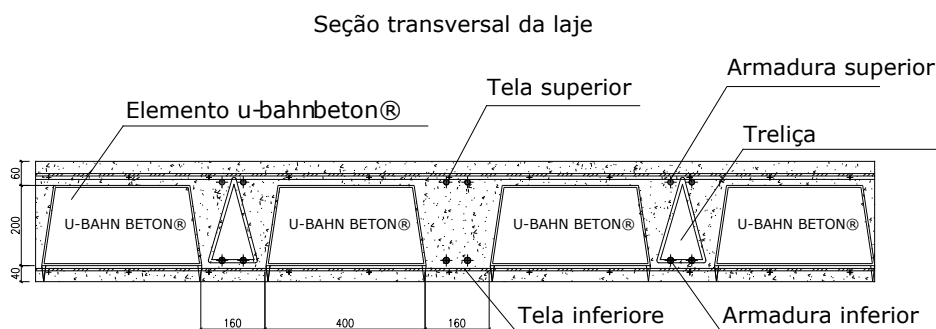


Figura 2-13- Seção transversal da laje *U-Boot Beton* (DALIFORM GROUP, 2015).



Figura 2-14-Sistema *U-Boot Beton* em lajes lisas (DALIFORM GROUP, 2015).

## 2.2. PESQUISAS SOBRE LAJES TIPO BUBBLEDECK

### 2.2.1. ALI (2014)

Estudou o comportamento de lajes *BubbleDeck* comparadas com lajes solidas através da utilização do Método dos Elementos Finitos com o programa *Ansys*. Na análise foi aplicado o processo de homogeneização ou seja, o comportamento dos materiais constituintes das lajes é descrito por modelos constitutivos simplificados, assumindo que o material é isotrópico e homogêneo.

A estrutura não homogênea é então substituída por um material homogêneo equivalente com as propriedades eficazes calculados usando análise de elementos finitos ou analiticamente. Para determinar as propriedades equivalentes do material utiliza-se a micromecânica que consiste na retirada de um elemento de volume representativo para calcular as tensões e deformações através da mecânica do meio contínuo para previsão do comportamento estrutural em regime elástico a fim de obter a rigidez à flexão. A vantagem desta técnica é que reduz o número de incógnitas do elemento finitos na análise.

Após a determinação da micromecânica aplica-se as propriedades do material numa laje a fim de se obter os esforços internos definido como análise macromecânica.

Dois modelos de lajes homogeneizadas foram elaborados para análise, o primeiro foi com laje *BubbleDeck* e o segundo com laje sólida conforme Figura 2-15 e Figura 2-16.



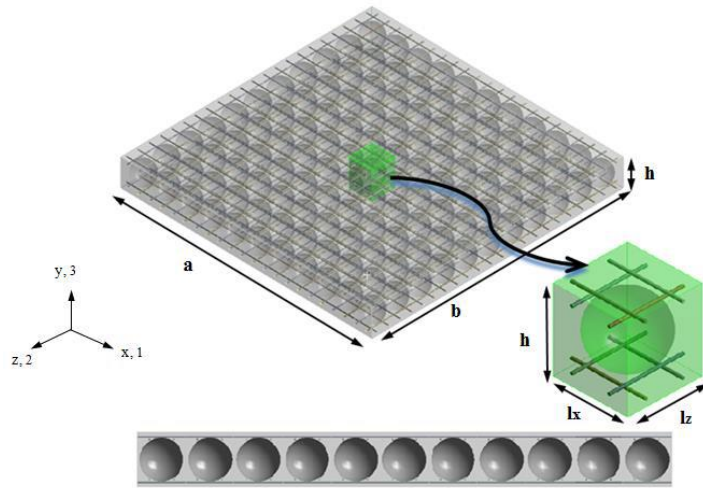


Figura 2-15- Laje *BubbleDeck* com altura de 340 mm, volume representativo (ALI, 2014).

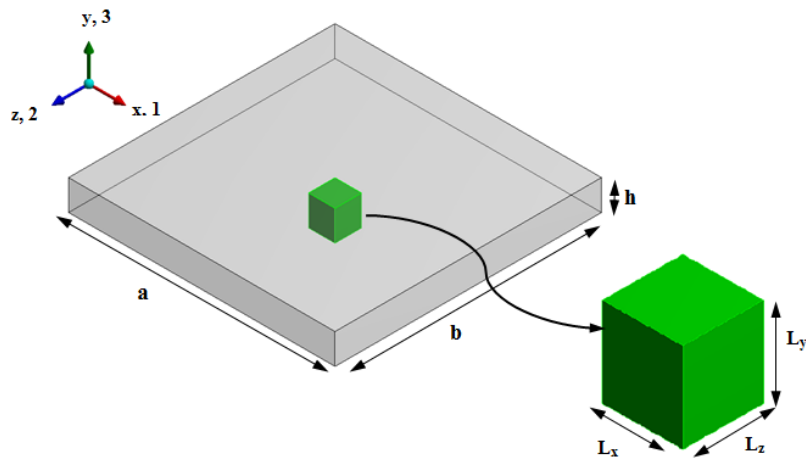


Figura 2-16- Extração de elemento de volume representativo de laje sólida (ALI, 2014).

Na análise foram utilizadas as seguintes equações da mecânica do meio contínuo:

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.(1)}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{55} & 0 \\ 0 & \varepsilon_{65} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.(2)}$$

Onde:  $M_1$  e  $M_2$  são momentos de flexão por unidade de comprimento,  $M_3$  é momento torçor por unidade de comprimento. Já  $Q_1$  e  $Q_2$  são forças de cisalhamento por unidade de largura.

Para análise paramétrica foram construídos cinco modelos mudando-se o diâmetro das esferas plásticas: D230mm; D280mm; D340mm; D390mm; D450mm. A Figura 2-17 apresenta a modelagem da laje *BubbleDeck* D230mm.

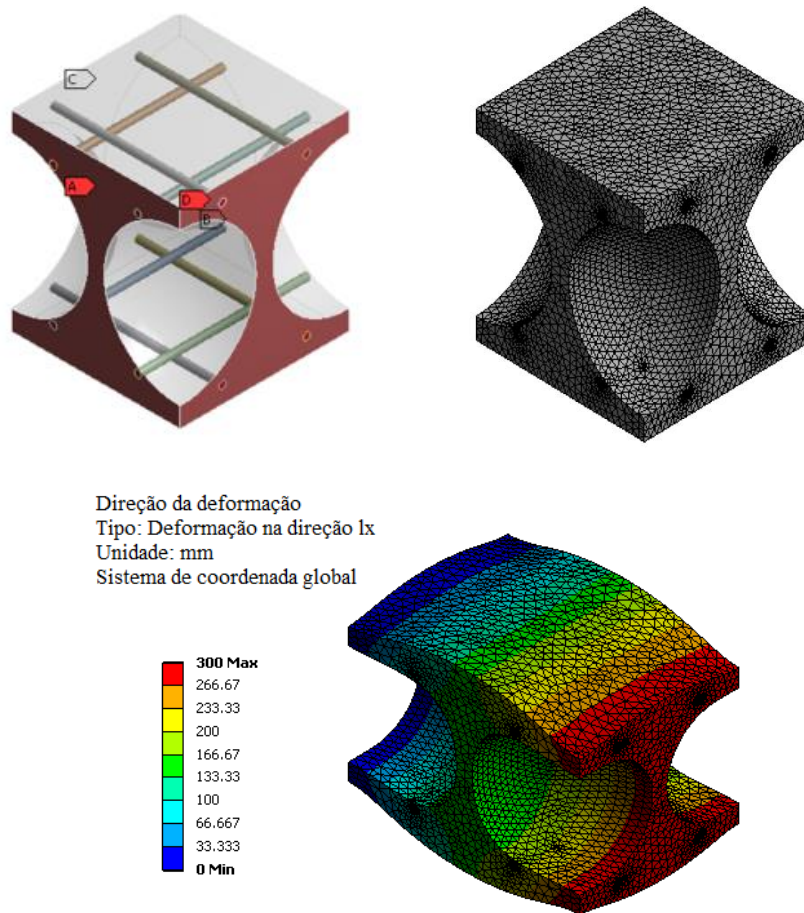


Figura 2-17- Modelagem das lajes *BubbleDeck* através de elementos finitos (ALI, 2014).

A Figura 2-18 e a Figura 2-19 mostram a modelagem da laje sólida D230mm com ANSYS.

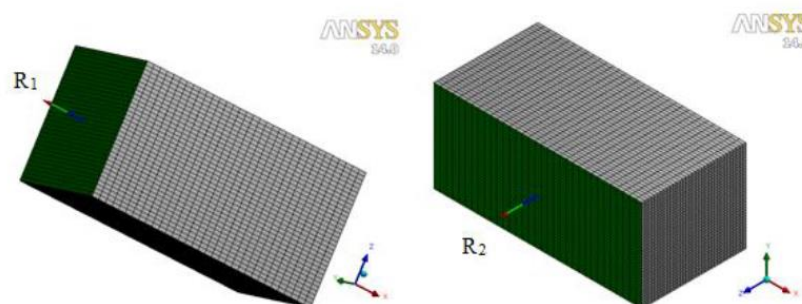


Figura 2-18-Modelagem da laje sólida com concreto simples (ALI, 2014).

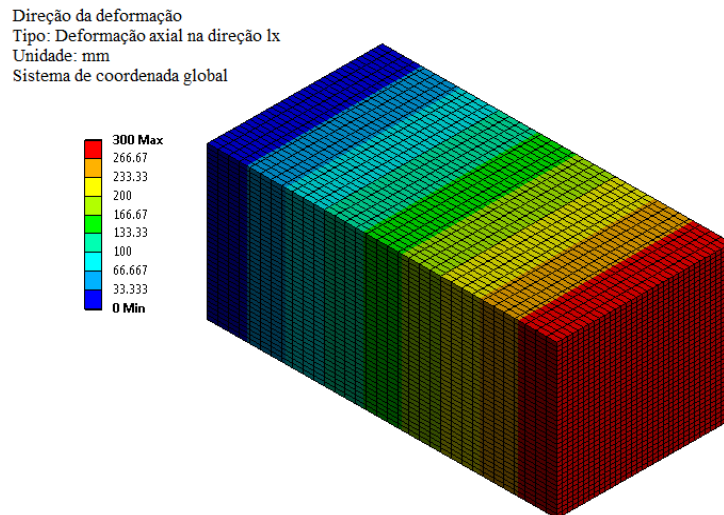


Figura 2-19- Deformação da laje sólida utilizando a micromecânica (ALI, 2014).

A Figura 2-20, a Figura 2-21, e a Figura 2-22 mostram gráficos de barras para os valores de rigidez obtidos para as cinco configurações de lajes *BubbleDeck* e maciças de igual espessura.

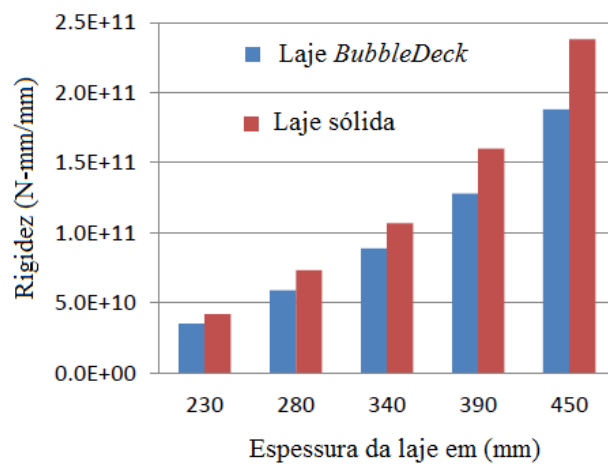


Figura 2-20- Rigidez ao momento fletor (ALI, 2014).

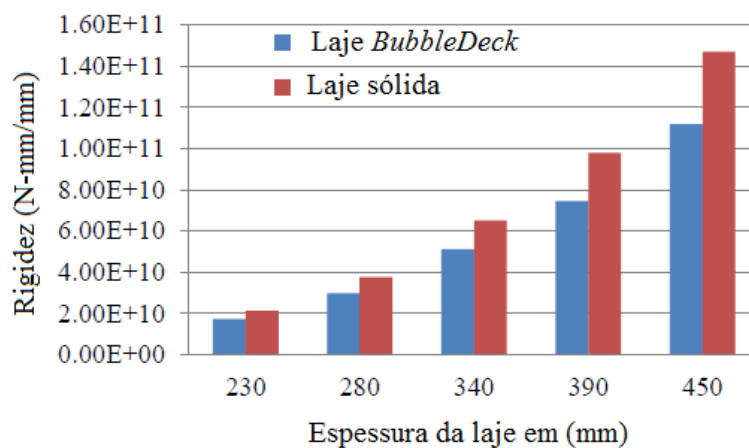


Figura 2-21- Rigidez devido ao momento torçor (ALI, 2014).

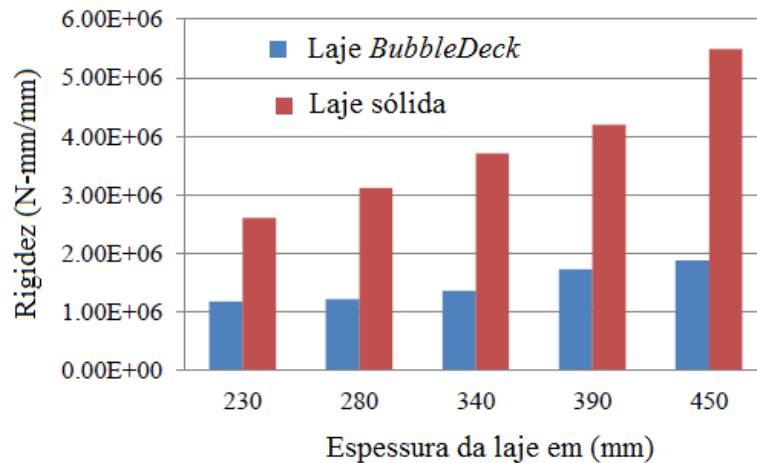


Figura 2-22- Rigidez devido ao cisalhamento (ALI, 2014).

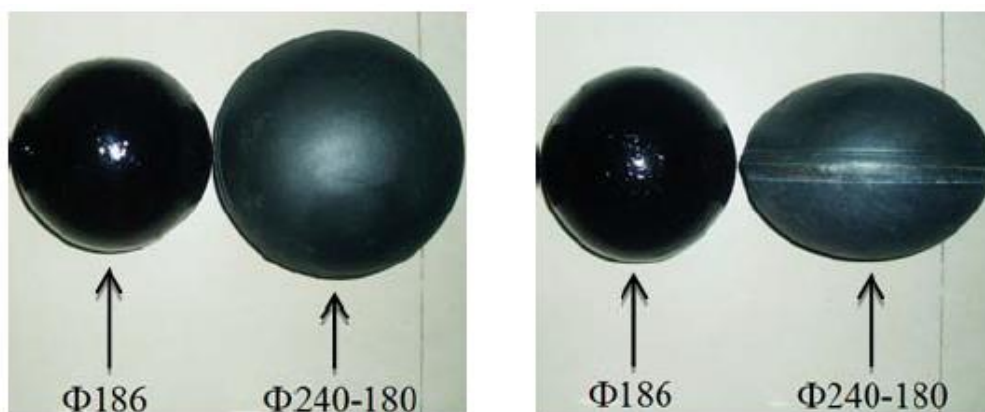
Os resultados mostraram que a rigidez de flexão no plano  $D_{11}$  e  $D_{22}$  que são as propriedades que regem no comportamento estrutural e na capacidade resistente das lajes. As características de rigidez no plano de flexão das lajes *BubbleDeck* consistiu entre 79,25% - 87,83% das correspondentes propriedades de rigidez de lajes sólidas com igual profundidade. Isto implica que a capacidade de flexão das lajes *BubbleDeck* não são significativamente comprometidas devido aos espaços vazios deixados pelas esferas plásticas. No entanto, observa-se que há uma diminuição significativa de concreto utilizado na ordem de 30,11% - 35,69%.

Os resultados da análise micromecânica com base em Elementos Finitos mostram que existe uma grande perda de capacidade resistente devido aos esforços de cisalhamento em comparação com lajes maciças na ordem de 52,1% - 63,4%, portanto, deve ser evitado o uso das esferas plásticas em locais onde possui grandes esforços de cisalhamento.

### 2.2.2. HAI *et al.* (2013)

HAI *et al.* (2013) estudou lajes *BubbleDeck*, no qual fez ensaios experimentais de lajes à flexão submetidos a cargas estáticas, vários fatores foram avaliados no comportamento das lajes, tais como: resistência do concreto, a forma e diâmetro das bolas de plástico e o tamanho da malha de aço na parte superior e na parte inferior, a fim de demonstrar a superioridade e os avanços da tecnologia mencionada.

Na idealização dos modelos foram colocadas esferas plásticas com diâmetro variando de 186 mm e bolas elípticas de 240 mm conforme Figura 2-23.



(a) Vista frontal

(b) vista lateral

Figura 2-23- Forma e dimensão de bolas de plástico (HAI *et al.*, 2013).

No total foram ensaiados cinco modelos *BubbleDeck*, nomeados como A.BD.2, A.BD.3, A.BD.4, B.BD.2 e B.BD.3. Todas as lajes têm a mesma dimensão de 1900x800x230 mm. As notações A e B representam as classes de concreto C-25 e C-35, respectivamente. A Tabela 2-2 apresenta a dimensão e a notação de amostras das lajes *BubbleDeck*. Deve mencionar-se que apenas a amostra A.BD.4 foi provida de ligações e as outras amostras não tinham ligações.

Tabela 2-2- Dimensão e notação das amostras da laje *BubbleDeck* (HAI *et al.*, 2013)

Laje	Resistência do concreto	Dimensões 1900x800x230 mm		
		BD	BD	BD
A	C-25	A.BD.2	A.BD.3	A.BD.4
B	C-35	B.BD.2	B.BD.3	-

A Figura 2-24 mostra a vista em planta com seções da laje *BubbleDeck* usando vazios esféricos e elípticos. São um total 18 bolas elípticas para uma amostra de laje *BubbleDeck*. A armadura na camada superior e inferior é composta por 24 barras de 8 mm. A Figura 2-25 mostra os detalhes das formas no laboratório.

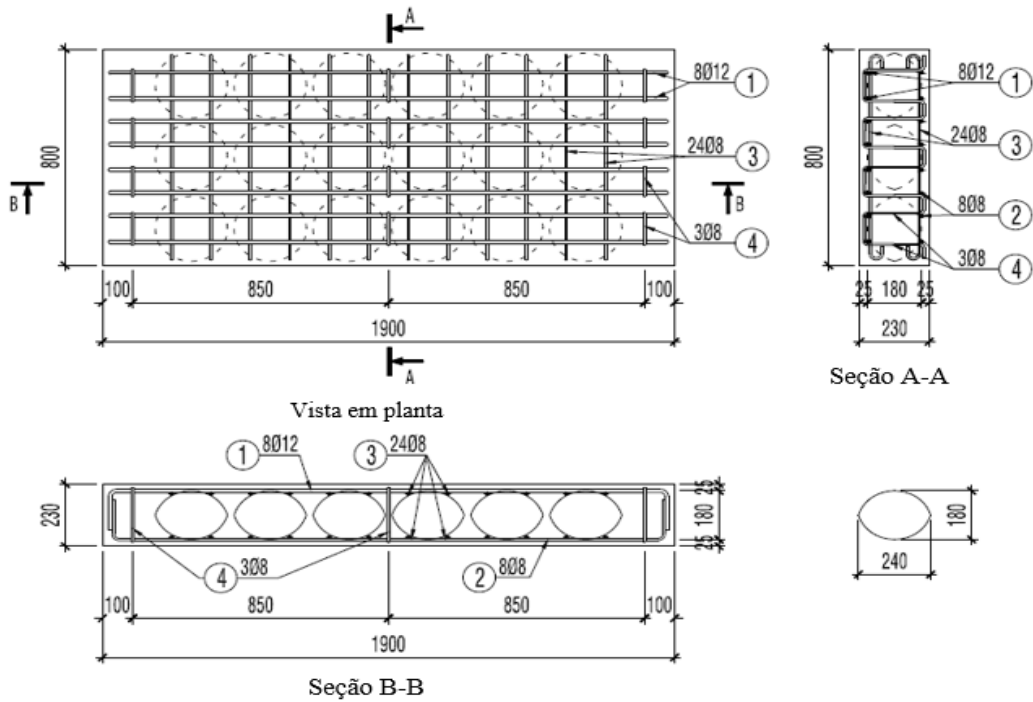


Figura 2-24- projetos dos modelos A.BD.3 e B.BD.3 (HAI *et al.*, 2013).



(a) Vista das esferas de plásticos



(b) Vista das bolas elípticas

Figura 2-25- Planta de forma dos modelos (HAI *et al.*, 2013)

A Figura 2-26 apresenta o arranjo de ensaio experimental, os modelos de lajes *BubbleDeck* foram simplesmente apoiados por duas vigas de aço de seção I 200x200x10x10 mm, ao longo da menor dimensão da laje. A força aplicada no centro da laje é produzida pelo macaco hidráulico com a capacidade máxima de carga de 1000 kN.

Inicialmente, o macaco hidráulico é ajustado com a mesma força que o peso próprio da laje. Neste experimento, a força aplicada é aplicada de baixo para cima, na direção oposta à gravidade, para execução dos ensaios as lajes foram investidas. Este mecanismo de ensaio, é mais fácil para registar fissuras e deslocamentos.

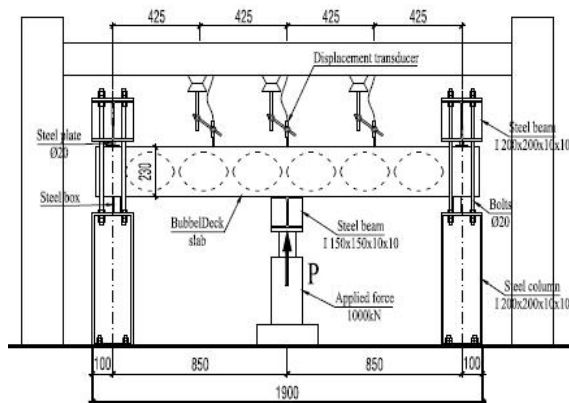
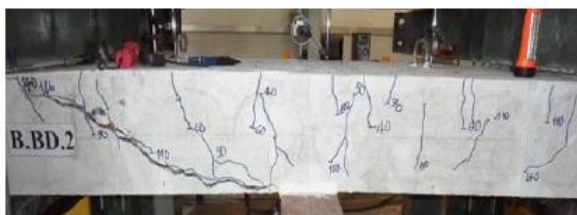


Figura 2-26- Mecanismo de ensaio das lajes *BubbleDeck* (HAI *et al.*, 2013).

A Figura 2-27 mostra a ruptura das lajes B.BD.2 e B.BD.3, onde podem ser vistos os padrões de fissuras. Observa-se que os modos de ruptura das lajes B.BD.2 e B.BD.3 são modos de cisalhamento e de flexão, respectivamente.

Nestes ensaios os autores observaram que as lajes *BubbleDeck* usando bolas esféricas A.BD.2 e B.BD.2 tem os modos de ruptura de cisalhamento. Para as lajes *BubbleDeck* usando bolas elípticas; A.BD.3, A.BD.4 e B.BD.3 tem os modos de ruptura de flexão.

Portanto, os autores concluíram que com a mesma dimensão e resistência do concreto, as lajes *BubbleDeck* usando vazios elípticos possuem maior carga última de que o uso de vazios esféricos.



Ruptura de cisalhamento de laje B.BD.2



Ruptura flexão de laje B.BD.3

Figura 2-27- Os modos de rotura de lajes *BubbleDeck* (HAI *et al.*, 2013).

Para comparar os valores experimentais HAI *et al.* (2013) fez uma análise numérica utilizando o ANSYS, seguindo o tutorial proposto por *apud* ANH & LOAN (2011)<sup>2</sup>, conforme mostra Figura 2-28.

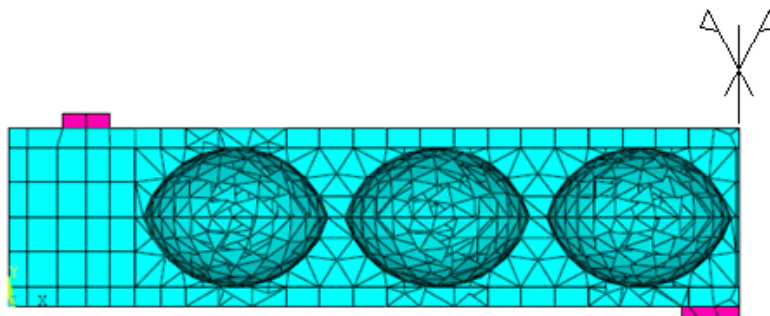


Figura 2-28- Modelagem e malha de lajes *BubbleDeck* usando vazios elípticos  
(HAI *et al.*, 2013).

A Tabela 2-3 apresenta comparação da carga última e da deformação no centro da laje *BubbleDeck*, utilizando os resultados experimentais e da análise numérica com o software ANSYS. O erro máximo entre os dois modelos é de aproximadamente 17%. Os autores explicam que este erro pode ser aceitável, uma vez o software ANSYS não considera a interação entre o material concreto, e armadura de aço e as bolas de plástico. Os erros podem também ser devido ao procedimento experimental (gravação de carga, deformação, resistência do concreto e do aço real, condições de calibração dos equipamentos, erros de execução, entre outros).

Tabela 2-3- Comparação de carregamento último e deformação experimental e numérico utilizando software ANSYS (HAI *et al.*, 2013)

Lajes	Carga última $P_u$ (kN)			Deformação $\Delta_u$ (mm)		
	Experimental	Ansys	Erro	Experimental	Ansys	Erro
A.BD.2	175	199,2	13,8	16,2	13,5	-16,4
A.BD.3	185	209,0	13,0	21,1	18,9	-10,3
A.BD.4	195	222,1	13,9	23,0	19,7	-14,4
B.BD.2	180	206,5	14,7	15,2	12,8	-15,7
B.BD.3	200	226,8	13,4	20,2	16,7	-17,4

<sup>2</sup> ANH VQ & LOAN PT (2011). ANSYS version 10.0 for the structural calculation. Vietnamese Construction publishers.



### 2.2.3. GUDMAND-HØYER (2003)

GUDMAND-HØYER (2003) elaborou estudo sobre ligações entre painéis pré-moldados de lajes tipo *BubbleDeck* para verificar o mecanismo de ruptura da laje e os efeitos causados pela ancoragem das barras de reforço foi utilizada a teoria da plasticidade com algumas modificações. A teoria foi proposta por Nielsen (1998)<sup>3</sup>.

A abordagem descrita pelos autores é usada para determinar a transmissão de carga através dos esforços internos. Neste estudo foi construído cinco lajes com pré-lajes, onde foi colocada malhas de aço na parte inferior e superior e armaduras transversais, no centro da laje foram colocadas esferas plásticas e inseridas barras de ligação para o reforço dos painéis, conforme é ilustrado na Figura 2-29.

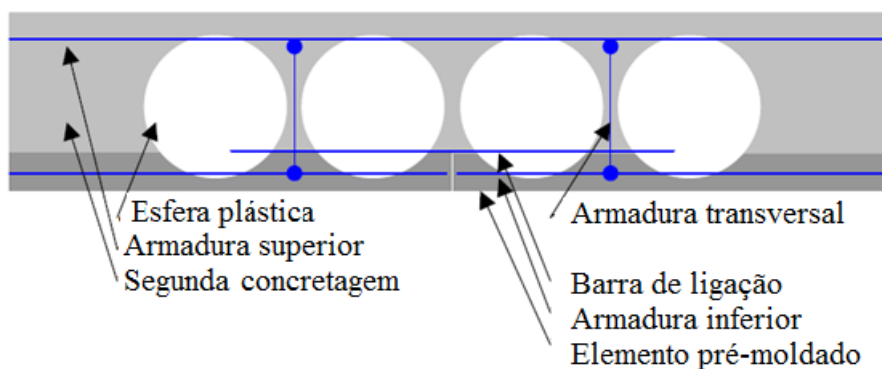


Figura 2-29-Esboço principal da laje *BubbleDeck* (GUDMAND-HØYER, 2003).

Os autores definiram seis tipos de ruptura apresentadas abaixo:

- No mecanismo de ruptura 1 e 2 o colapso da laje é devido a presença do momento fletor que causa à flexão pura. Nestes casos, é apenas uma questão de determinar a capacidade resistente pelo diagrama de momento curvatura, observa-se que pode acontecer o escoamento do aço e do reforço (barra de ligação) e da armadura inferior ou a ruptura causada pela falta de comprimento de ancoragem da armadura de ligação. Este mecanismo de ruptura apresenta uma melhor ductilidade, tornando-se um mecanismo de ruptura desejável conforme Figura 2-30.

<sup>3</sup> NIELSEN, M. P.: *Limit Analysis and Concrete Plasticity*, Second Edition, CRC Press, 1998.

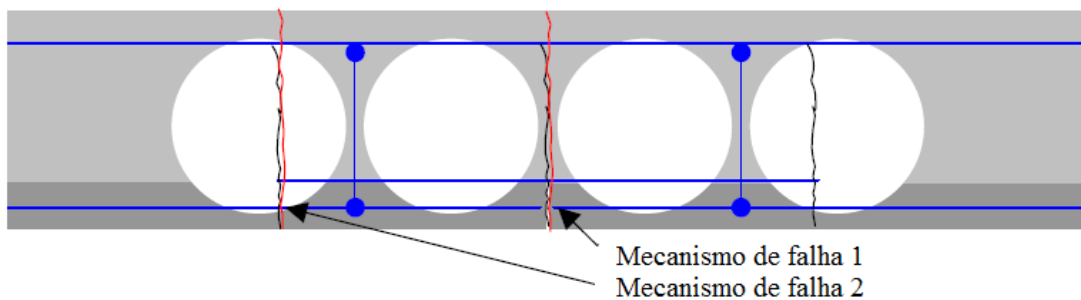


Figura 2-30- Mecanismos de ruptura 1 e 2 (GUDMAND-HØYER, 2003).

- Para o terceiro mecanismo de ruptura 3a a 3c são muitas as variáveis que devem ser consideradas para o colapso da laje tais como: armadura é puxada para fora devido aos esforços de flexão da laje, falha local devida a falta de aderência e falha do concreto. A Figura 2-31 ilustra o mecanismo de falha.

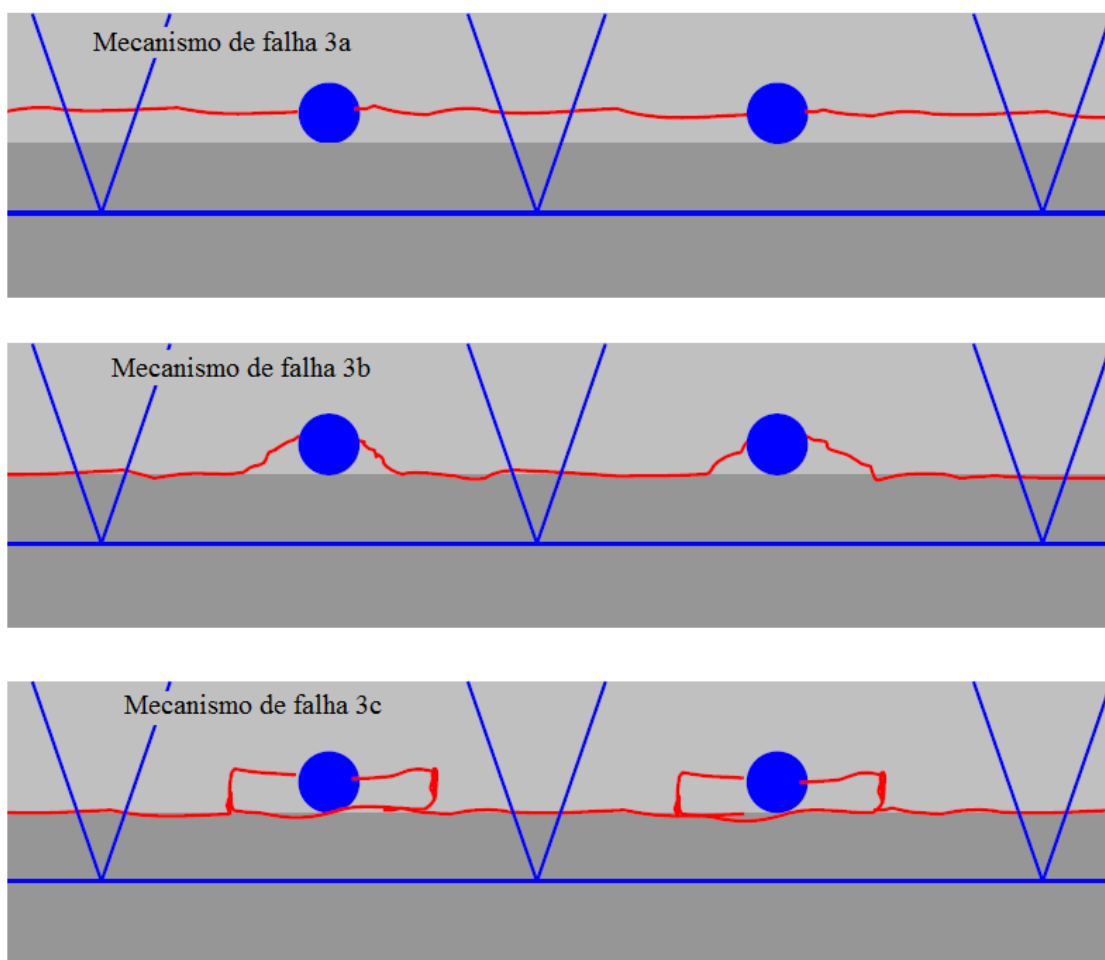


Figura 2-31- Mecanismo de ruptura 3a a 3c (GUDMAND-HØYER, 2003).

Na Figura 3a o mecanismo de ruptura no concreto, tem três contribuições: falha local, falha do concreto e contribuição da armadura.

Para a Figura 3b o mecanismo de ruptura do concreto é uma combinação de fatores, ocorrem quatro contribuições para a dissipação do fendilhamento: ruptura local, ruptura do concreto, insuficiência de armadura inferior e ruptura de aderência. No entanto, a resistência à tração no encontro de painéis é, em geral, duvidosa. Além disso, neste caso, as tensões de tração no conjunto de painéis ocorrer devido à flexão. Vê-se que, não há solidarização conjunta entre os painéis, ou seja, as duas partes vão separar até que a separação é encerrada pela armadura transversal conforme Figura 2-32.

A Figura 3c o mecanismo de ruptura é no concreto, uma combinação da ruptura de aderência entre os concretos da pré-lajes e esforço de flexão. Neste mecanismo temos quatro contribuições para a dissipação sendo: ruptura local, ruptura de aderência, esforço flexão e contribuição do reforço.

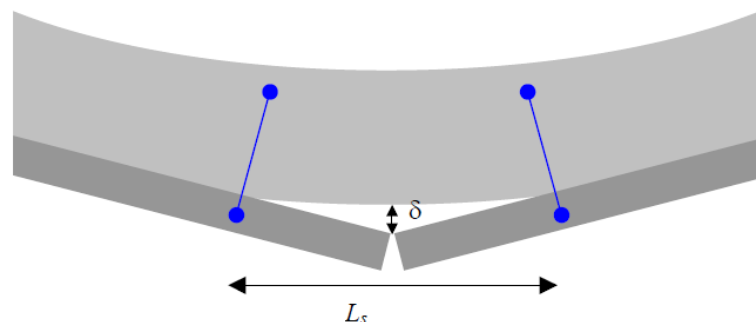


Figura 2-32- Separação dos painéis (GUDMAND-HØYER, 2003).

- O mecanismo de ruptura 4 (ver Figura 2-33) tem o comportamento similar ao mecanismo 3, porém, no caso 4, a armadura de reforço inferior é arrancada do resto da laje, diferente do caso 3, no qual a armadura de ligação que pode ser arrancada.

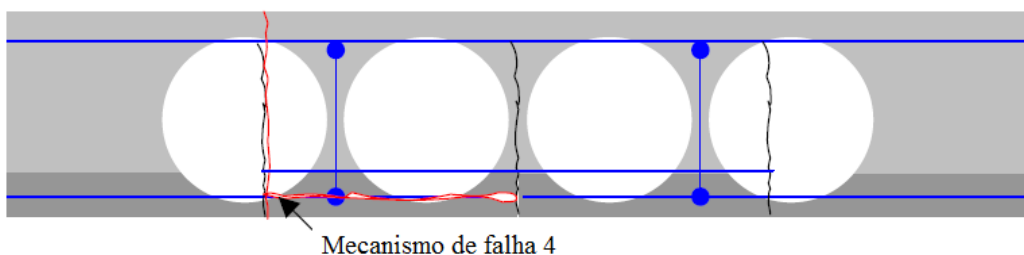


Figura 2-33- Mecanismo de falha 4 (GUDMAND-HØYER, 2003).

- O mecanismo de ruptura 5 é devido ao cisalhamento na junta de construção. Podendo ser ocasionada por uma rotação em torno da linha de tensão nula na zona de compressão associada com um deslocamento da pré-laje, conforme apresenta a Figura 2-34.

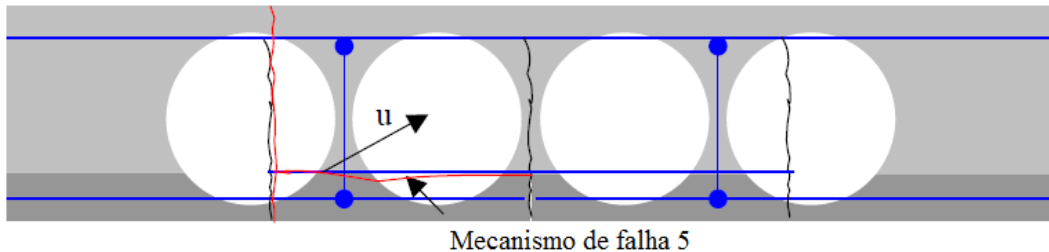


Figura 2-34 - Mecanismo de ruptura 5 (GUDMAND-HØYER, 2003).

- O mecanismo de falha 6 é semelhante à falha tipo 3, sendo geometricamente possível se inclinação da ruptura de tração é igual para o ângulo de atrito, assim só as armaduras de flexão contribuem para o trabalho interno, conforme ilustra Figura 2-35.

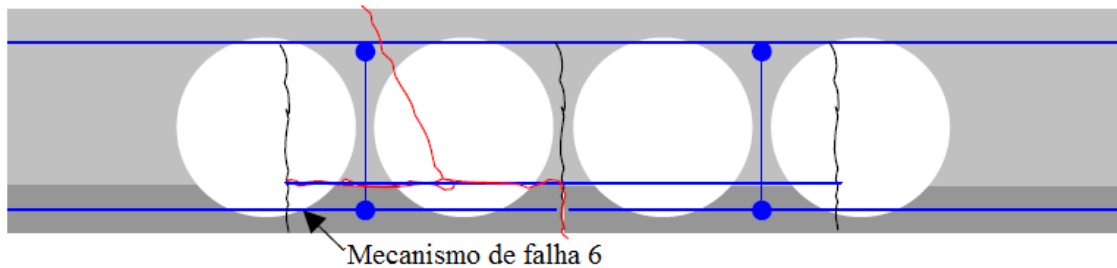


Figura 2-35- Mecanismo de falha (GUDMAND-HØYER, 2003).

## 2.3. MÉTODOS DE CÁLCULO

### 2.3.1. Considerações Iniciais

As teorias desenvolvidas e estudadas para as lajes têm por objetivo seu dimensionamento, garantindo as condições de segurança à ruptura e o bom desempenho em serviço. Ao longo dos anos vários pesquisadores desenvolveram teorias e métodos para análise e dimensionamento das lajes. Essas teorias correspondem, com algumas premissas diferentes entre si, possuem vantagens e limitações de uso no dimensionamento.

As principais formas de análise e dimensionamento de lajes em edifícios de concreto armado são através de:

- Análise elástica utilizando as equações da Teoria da Elasticidade;
- Utilização de tabelas de dimensionamento baseados na Teoria da Elasticidade (Marcus, Bares, Kalmanok, Czerny e etc.);
- Análise das charneiras plásticas (Método da Ruptura);
- Analogia de grelha;
- Métodos numéricos (Método dos Elementos Finitos, Método das Diferenças Finitas e Método dos Elementos de Contorno).

De maneira específica foi revisada da Teoria da Elasticidade, através da utilização da teoria de placas.

### 2.3.1.1. Teoria da Elasticidade Denominada Teoria Clássica de Placas Grossas

Teoria de Mindlin (1951), surge em consequência da existência de placas que não podem ser consideradas finas para as quais os efeitos das tensões de cisalhamento transversal podem ser significativos. Para este tipo de placas as hipóteses de Kirchhoff consideradas válidas para as placas finas deixam de ser admissíveis.

Utilizando a teoria Mindlin (1951), seja um ponto P da laje onde ocorre o momento máximo de flexão, conforme Figura 2-36.

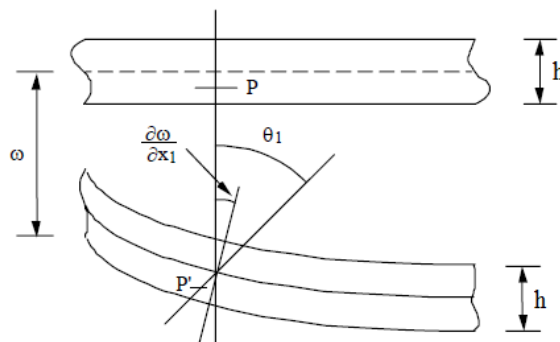


Figura 2-36-Deslocamento no ponto P da laje (MINDLIN, 1951).

Onde  $\omega$  é a deflexão da laje.

As deformações no plano  $x_1, z_1$  a uma distância  $y_1$  do plano médio da placa são deformações devidas à flexão. Que podem ser representadas pelas derivas parciais:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -y\theta_1 \\ -y\theta_2 \\ w(x_1, z_1) \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -y \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1} \\ -y \frac{\partial \theta_2}{\partial z_1} \\ -y \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1} - \frac{\partial \theta_2}{\partial z_1} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.(3)}$$

Onde:  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são as rotações e  $\{u_1 \quad u_2 \quad u_{12}\}^T$  o vetor deslocamento no ponto P.

Para deformação devido ao cisalhamento temos:

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\theta_1 + \frac{\partial w}{\partial x_1} \\ -\theta_2 + \frac{\partial w}{\partial z_1} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.(4)}$$

Utilizando a lei de Hooke generalizada para definir a relação entre tensão e deformação;

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} 1/\nu & 1/\nu & 0 \\ 1/\nu & 1/\nu & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.(5)}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} = \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix}$$

Podemos relacionar as tensões com os deslocamentos transversais do seguinte modo:

$$\sigma_{11} = -\frac{E}{1+\nu} y \left( \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1} + \nu \frac{\partial \theta_2}{\partial z_1} \right)$$

$$\sigma_{22} = -\frac{E}{1+\nu} y \left( \frac{\partial \theta_2}{\partial z_1} + \nu \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1} \right)$$

$$\sigma_{12} = -\frac{E}{2(1+\nu)} y \left( \frac{\partial \theta_1}{\partial z_1} + \frac{\partial \theta_2}{\partial x_1} \right) \quad \text{Eq.(6)}$$

$$\sigma_{13} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left( -\theta_1 + \frac{\partial w}{\partial x_1} \right)$$

$$\sigma_{23} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left( -\theta_2 + \frac{\partial w}{\partial z_1} \right)$$

As tensões variam linearmente ao longo do eixo  $x_1$  e  $z_1$ , como podemos observar as através das tensões  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  e  $\sigma_{12}$  porém, a tensão  $\sigma_{33}$  é nula devido às tensões de cisalhamento serem constantes ao longo da espessura da laje.

Os esforços unitários, os momentos fletores unitários  $M_{11}$  e  $M_{22}$  o momento torçor unitário  $M_{12}$ , e os esforços de cisalhamento unitários  $T_1$ , e  $T_2$ , são calculados através da integração das tensões ao longo do eixo da laje.

$$M_{11} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} -\sigma y dy = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} -\frac{E}{1+\nu} y \left( \frac{\partial \theta_1}{x_1} + \nu \frac{\partial \theta_2}{z_1} \right) y^2 dy \quad \text{Eq.(7)}$$

A integração resulta em:

$$M_{11} = -\frac{E h^3}{12(1+\nu)} \left( \frac{\partial \theta_1}{x_1} + \nu \frac{\partial \theta_2}{z_1} \right) = -D \left( \frac{\partial \theta_1}{x_1} + \nu \frac{\partial \theta_2}{z_1} \right) \quad \text{Eq.(8)}$$

De forma análoga é determinada os momentos  $M_{22}$  e  $M_{12}$ ;

$$M_{22} = -\frac{E h^3}{12(1+\nu)} \left( \frac{\partial \theta_2}{z_1} + \nu \frac{\partial \theta_1}{x_1} \right) = -D \left( \frac{\partial \theta_2}{z_1} + \nu \frac{\partial \theta_1}{x_1} \right) \quad \text{Eq.(9)}$$

$$M_{12} = -\frac{1-\nu}{2} D \left( \frac{\partial \theta_1}{z_1} + \frac{\partial \theta_2}{x_1} \right) \quad \text{Eq.(10)}$$

Sendo  $D$  o modulo de rigidez à flexão da placa.

As derivadas parciais  $\partial \theta_1 / \partial x_1$ ,  $\partial \theta_2 / \partial z_1$  e  $\partial \theta_1 / \partial z_1 + \partial \theta_2 / \partial x_1$  são curvaturas da superfície média fletida as quais podem ser designadas pelos coeficientes  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_{12}$ .

Escrevendo na forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{Bmatrix} = D \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.(11)}$$

Para as deformações de corte podem ser designadas pelos coeficientes de forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1 + \frac{\partial w}{\partial x_1} \\ -\theta_2 + \frac{\partial w}{\partial z_1} \end{bmatrix} \quad \text{Eq.(12)}$$

Os esforços podem ser representados no plano médio da placa conforme Figura 2-37.

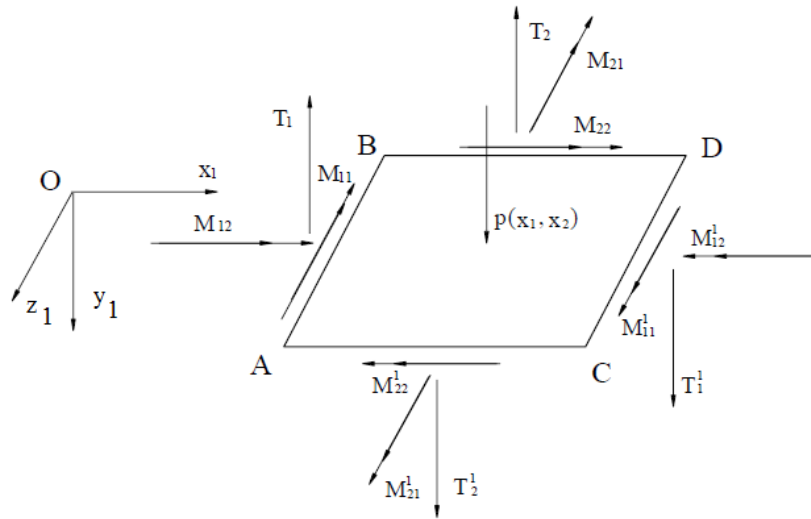


Figura 2-37-Representação dos esforços na laje.

Os esforços apresentados na Figura 2-37 são análogos aos considerados para efeito de equilíbrio das placas finas a diferença essencial nesse caso resulta do fato da deformação de cisalhamento não ser nula.

Para determinar as equações de equilíbrio da laje foi utilizado o princípio dos trabalhos virtuais e a energia de deformação interna ou seja, o trabalho virtual das tensões  $\sigma_{ij}$  para uma deformação virtual  $\bar{\epsilon}_{ij}$  é definida do seguinte modo:

$$\delta T = \int_V \sigma_{ij} \bar{\epsilon}_{ij} dV \quad \text{Eq.(13)}$$

Sendo a integração estendida ao volume da laje.

Utilizando as equações Eq.(5) e Eq.(6) que define as tensões e as deformações em termos de rotações e deslocamentos aplicados na equação Eq.(13) dos trabalhos virtuais temos:



$$\begin{aligned}
& \int_S \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[ \frac{E}{1-v^2} \left( \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1} + v \frac{\partial \theta_2}{\partial z_1} \right) \frac{\partial \bar{\theta}_1}{\partial x_1} \right] y^2 ds dx \\
& + \int_S \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[ \frac{E}{1-v^2} \left( \frac{\partial \theta_2}{\partial z_1} + v \frac{\partial \theta_1}{\partial x_1} \right) \frac{\partial \bar{\theta}_2}{\partial z_1} \right] y^2 ds dx \\
& + \int_S \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[ \frac{E}{2(1-v^2)} \left( \frac{\partial \theta_1}{\partial z_1} + v \frac{\partial \theta_2}{\partial x_1} \right) \left( \frac{\partial \bar{\theta}_1}{\partial z_1} + \frac{\partial \bar{\theta}_2}{\partial x_1} \right) \right] y^2 ds dx \quad \text{Eq.(14)} \\
& - \int_S \int_{-h/2}^{h/2} \left[ \frac{E}{2(1-v^2)} \left( -\theta_1 + \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \left( -\bar{\theta}_1 + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_1} \right) \right] y^2 ds dx \\
& - \int_S \int_{-h/2}^{h/2} \left[ \frac{E}{2(1-v^2)} \left( -\theta_2 + \frac{\partial w}{\partial z_1} \right) \left( -\bar{\theta}_2 + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z_1} \right) \right] y^2 ds dx
\end{aligned}$$

Onde:  $\bar{w}$ ,  $\bar{\theta}_1$  e  $\bar{\theta}_2$  são deslocamentos e rotações virtuais.

Fazendo a integração das derivadas parciais conforme equação Eq.(7) ao longo da espessura da laje tem-se:

$$\begin{aligned}
\delta T = \int_S & \left[ M_{11} \left( \frac{\partial \bar{\theta}_1}{\partial x_1} \right) + M_{22} \left( \frac{\partial \bar{\theta}_2}{\partial z_1} \right) + M_{12} \left( \left( \frac{\partial \bar{\theta}_1}{\partial z_1} \right) + \frac{\partial \bar{\theta}_2}{\partial x_1} \right) \right] ds + \\
& + \int_S \left[ T_1 \left( -\bar{\theta}_1 + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_1} \right) + T_2 \left( -\bar{\theta}_2 + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z_1} \right) \right] ds \quad \text{Eq.(15)}
\end{aligned}$$

Através do teorema de Green (1828)<sup>4</sup>, as integrais estendidas à superfície que envolvem as primeiras derivadas dos deslocamentos e rotações, são utilizadas para determinar as equações de equilíbrio da laje:

$$\int_V u \frac{\partial w}{\partial x} dV = - \int_V w \frac{\partial w}{\partial x} dV + \oint_S (uw) a_{vx} dS \quad \text{Eq.(16)}$$

<sup>4</sup> George Green, 1928, *Variação de parâmetros para determinar a Função de Green*, Editora MvGraw-Hill de Portugal, [citado 20 de maio de 2015]. Disponível na World Wide Web: <UTL: <http://paginas.fe.up.pt/~villate/electromagnetismo/pioneiros/green.html>>.

$$\begin{aligned}
\delta T = & \int_S \left[ \frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} \bar{\theta}_1 - \frac{\partial M_{22}}{\partial z_1} \bar{\theta}_2 - \frac{\partial M_{12}}{\partial z_1} \bar{\theta}_1 - \frac{\partial M_{12}}{\partial x_1} \bar{\theta}_2 + T_1 \bar{\theta}_1 + T_2 \bar{\theta}_{12} + \frac{\partial T_1}{\partial x_1} \bar{\omega} + \frac{\partial T_2}{\partial z_1} \bar{\omega} \right] ds \\
& + \left[ \int_L M_{11} \bar{\theta}_1 \cos\theta + M_{22} \bar{\theta}_2 \sin\theta + M_{12} \bar{\theta}_1 \sin\theta + M_{12} \bar{\theta}_2 \cos\theta \right] dL \quad \text{Eq.(17)} \\
& - \int_L [T_1 \cos\theta + T_2 \sin\theta] dL
\end{aligned}$$

Portanto as equações diferenciais de equilíbrio da laje podem ser demonstradas a partir da energia de deformação interna e potencial externa:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} &= T_1 \\
\frac{\partial M_{22}}{\partial x_{22}} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x_1} &= T_1 \quad \text{Eq.(18)} \\
\frac{\partial T_1}{\partial x_1} + \frac{\partial T_2}{\partial x_2} &= -P(x_1 - z_1)
\end{aligned}$$

Com as equações de equilíbrio podemos procurar as equações candidatas para solução da laje ou seja, equações que atendam as condições de contorno. Segundo UGURAL (1981), a solução da equação Eq.(95) e Eq.(18) da laje ortotrópica é do tipo Navier é possível para lajes simplesmente apoiadas sujeitas a um carregamento distribuído, esta solução toma a forma de séries duplas de Fourier para a deformada e para as rotações, isto é:

$$W(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \text{sen} \left( \frac{m\pi x}{a} \right) \text{sen} \left( \frac{n\pi z}{b} \right) \quad \text{Eq.(19)}$$

$$\varphi_x(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \cos \left( \frac{m\pi x}{a} \right) \text{sen} \left( \frac{n\pi z}{b} \right) \quad \text{Eq.(20)}$$

$$\varphi_z(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \text{sen} \left( \frac{m\pi x}{a} \right) \cos \left( \frac{n\pi z}{b} \right) \quad \text{Eq.(21)}$$

Em que  $W(x, z)$  é a deflexão vertical na direção  $y$ , e  $\varphi_x(x, z)$  e  $\varphi_z(x, z)$  são as rotações ao longo das direções  $X$  e  $Z$ .  $A_{mn}$ ,  $B_{mn}$  e  $C_{mn}$  são amplitudes para deflexão e rotações.

No caso admite-se que a função de carga pode ser representada por série dupla de Fourier do seguinte modo:

$$P(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{mn} \operatorname{sen} \left( \frac{m\pi x}{a} \right) \cos \left( \frac{n\pi z}{b} \right) \quad \text{Eq.(22)}$$

Os coeficientes  $P_{mn}$  tomam a forma:

$$P_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b f(x, z) \operatorname{sen} \left( \frac{m\pi x}{a} \right) \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi z}{b} \right) dx dz \quad \text{Eq.(23)}$$

A carga está distribuída ao longo da placa, portanto a equação Eq.(23) pode ser expressa com:

$$P_{mn} = \frac{16P}{\pi^2 mn} \quad \text{Eq.(24)}$$

A necessidade de se considerarem  $m$  e  $n$  números ímpares resulta das integrais da equação Eq.(23), serem nulos no caso de  $m$  e  $n$  serem pares, conseqüentemente a série Eq.(24) a carga é uniformemente distribuída, é uma série com  $m$  e  $n$  números ímpares.

Substituindo a forma geral da solução  $\omega(x, y)$  Eq.(19) na equação de Lagrange e tendo em conta o desenvolvimento em série dupla de Fourier da função de carga  $p(x, y)$ , obtém-se a equação seguinte:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ D_1 A_{mn} \left( \frac{m\pi}{a} \right)^4 + 2D_3 A_{mn} \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 + D_2 A_{mn} \left( \frac{n\pi}{b} \right)^4 \right] = P_{mn} \quad \text{Eq.(25)}$$

$$A_{mn} = \frac{P_{mn}}{\left[ D_1 \left( \frac{m\pi}{a} \right)^4 + 2D_3 \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 + D_2 \left( \frac{n\pi}{b} \right)^4 \right]} \quad \text{Eq.(26)}$$

Substituindo estes coeficientes na equação da deflexão Eq.(19), obtém-se:

$$W(x, z) = \frac{1}{\pi^4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{mn}}{\left[ D_1 \left( \frac{m\pi}{a} \right)^4 + 2D_3 \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 + D_2 \left( \frac{n\pi}{b} \right)^4 \right]} \operatorname{sen} \left( \frac{m\pi x}{a} \right) \operatorname{sen} \left( \frac{n\pi z}{b} \right) \quad \text{Eq.(27)}$$

As constantes desconhecidas  $A_{mn}$ ,  $B_{mn}$  e  $C_{mn}$  são obtidas através da substituição das relações constitutivas sob a forma de deformação conforme equações Eq.(19), Eq.(20) e Eq.(21). Isto resulta num sistema de três equações lineares e três incógnitas, conforme equações apresentadas por (BLAAUWENDRAAD, 2010);

$$\begin{bmatrix} E_{55} \left(\frac{m\pi}{a}\right) & E_{44} \left(\frac{n\pi}{b}\right) & E_{55} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + E_{44} \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \\ (D_{12} + 0.5D_{33}) \left(\frac{mn\pi^2}{ab}\right) & D_{22} \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + 0.5D_{33} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + E_{44} & E_{44} \left(\frac{n\pi}{b}\right) \\ D_{11} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + 0.5D_{33} \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + & (D_{12} + 0.5D_{33}) \left(\frac{mn\pi^2}{ab}\right) & E_{55} \left(\frac{m\pi}{a}\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} B_{mn} \\ C_{mn} \\ A_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -P_{mn} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Eq.(28)

Segundo MINDLIN (1951), os esforços generalizados definidos de acordo com as tensões podem ser representados na forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_{12} \end{Bmatrix}$$

Eq.(29)

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{44} & 0 \\ 0 & E_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix}$$

Onde:

$$D_{11} = D_{22} = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}$$

$$D_{12} = D_{21} = \frac{\nu Eh^3}{12(1 - \nu^2)}$$

Eq.(30)

$$D_{33} = \beta G b^3 h k$$

$$E_{44} = E_{55} = G$$

A configuração geométrica da laje é a mesma nas direções x e z, portanto,  $D_{11} = D_{22}$ ,  $D_{12} = D_{21}$  e  $E_{44} = E_{55}$  são valores de rigidez de cisalhamento transversais. Já a rigidez à torção  $D_{33}$  depende das propriedades da seção transversal e do coeficiente  $\beta$  retirado das tabelas de engenharia (UGURAL e FENSTER, 2003).

Segundo TIMOSHENKO, S.P e WOINOWSKY-KREGER, S. (1959), os momentos podem ser dados através da integração das tensões:

$$M_x = - \int_{-h/2}^{h/2} y \sigma_{xx} dy \quad \text{Eq.(31)}$$

$$M_z = - \int_{-h/2}^{h/2} y \sigma_{zz} dy \quad \text{Eq.(32)}$$

$$M_{xz} = - \int_{-h/2}^{h/2} y \sigma_{xz} dy \quad \text{Eq.(33)}$$

$$Q_x = - \int_{-h/2}^{h/2} y \sigma_{xy} dy \quad \text{Eq.(34)}$$

$$Q_z = - \int_{-h/2}^{h/2} y \sigma_{zy} dy \quad \text{Eq.(35)}$$

### 2.3.1.2. Teoria Clássica de Placas Finas

A solução das lajes através das teorias de placas finas desenvolvida por Lagrange em 1811, para a qual são consideradas válidas as chamadas hipóteses de Kirchhoff (UGURAL E FENSTER, 2003). Considera o sistema de eixos coordenadas  $0x_1, 0z_1, 0y_1$  o qual seja coincidente com o plano médio da placa antes da deformação e o eixo  $0y_1$  seja normal ao plano médio da placa.

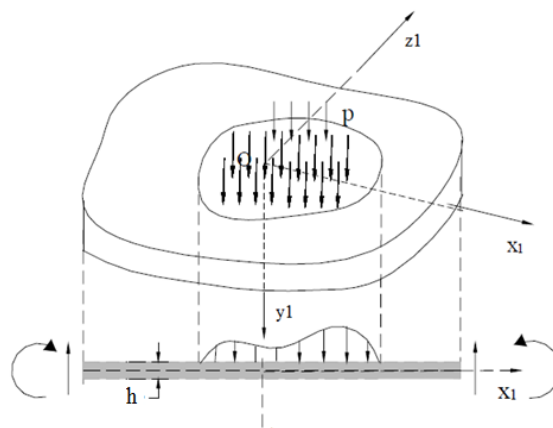


Figura 2-38- Sistema de Eixos de Referência (UGURAL E FENSTER, 2003).

Segundo UGURAL e FENSTER (2003), tendo em conta as hipóteses Kirchhoff os deslocamentos, de um ponto P da placa, situado a uma distância  $y_1$  do plano médio, podem ser calculados a partir do deslocamento transversal  $\omega(x_1, z_1)$  do ponto contido na normal que passa pelo ponto e situado na superfície média conforme Figura 2-39.

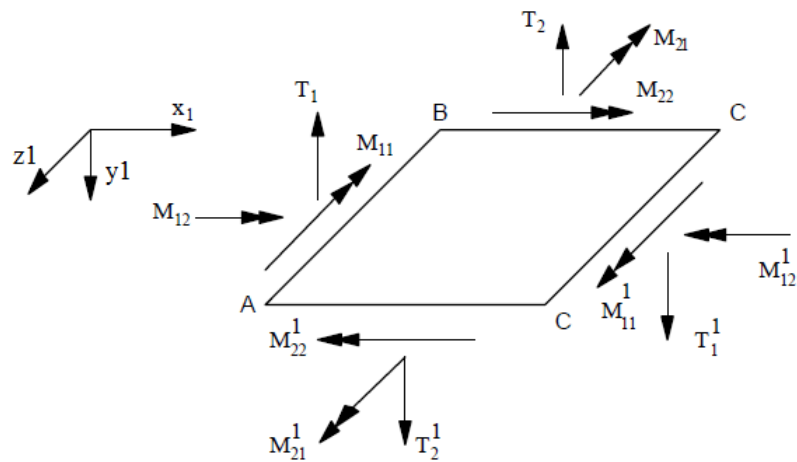


Figura 2-39-Condições de equilíbrio da laje no elemento infinitesimal

Os esforços unitários atuantes neste elemento são relevantes para efeitos de equilíbrio estático de esforços, definidos do seguinte modo:

$$M_{11} = M_{11} + \frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} dx_1$$

$$M_{22} = M_{22} + \frac{\partial M_{22}}{\partial z_1} dz_1$$

$$M_{12} = M_{12} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x_1} dx_1$$

$$M_{21} = M_{21} + \frac{\partial M_{21}}{\partial z_1} dz_1$$

Eq.(36)

Segundo Love (1927)<sup>5</sup>, a equação de equilíbrio de momentos em relação ao eixo  $O_{z_1}$  é:

<sup>5</sup> Love, J. H, *The Mathematical Theory of Elasticity*, 1927.

$$M_{11}dx_2 - \left(M_{11} + \frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} dx_1\right) dz_1 + M_{21}dx_1 - \left(M_{21} + \frac{\partial M_{21}}{\partial z_1} dz_1\right) dx_1 + T_1 dx_1 dz_1 = 0 \quad \text{Eq.(37)}$$

Simplificando esta equação, obtém-se:

$$\frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{21}}{\partial z_1} = T_1 \quad \text{Eq.(38)}$$

De modo análogo se obtém a equação de equilíbrio de momentos em relação ao eixo  $Ox_1$ , e  $Oy_1$  que é:

$$\frac{\partial M_{22}}{\partial z_1} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x_1} = T_2 \quad \text{Eq.(39)}$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial x_1} + \frac{\partial T_2}{\partial z_1} = -P(x_1, z_1) \quad \text{Eq.(40)}$$

Depois de rearranjo e substituições adequadas nas equações de equilíbrio obtém-se a equação de deflexão da laje  $W(x, y)$  sujeito a uma carga uniformemente distribuída, onde  $D$  é a rigidez à flexão (UGURAL e FENSTER, 2003). Dada pela Equação Eq.(40)

$$w(x, y) = \frac{12P_0}{\pi^6 D} \sum_m \sum_n \frac{\text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right)}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) mn}, \text{ para } m, n = 1, 3, 5, 7, 9, \dots \quad \text{Eq.(41)}$$

Usando a relação de Hooke para laje isotrópica com base no material isotrópico parâmetros,  $E$  e  $\nu$ , os momentos são dados pelas equações

$$M_x = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad \text{Eq.(42)}$$

$$M_z = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad \text{Eq.(43)}$$

$$M_{xz} = -\frac{Eh^3}{12(1+\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) \quad \text{Eq.(44)}$$

Onde:  $E$ = modulo de elasticidade,  $\nu$  = coeficiente de Poisson e  $h$ = altura equivalente da laje *Bubbledeck*.

### 2.3.2. Cálculo da Rigidez de lajes Sólidas e lajes *BubbleDeck*

O conceito de homogeneização tem sido aplicado para resolver diversos problemas estruturais, onde a geometria da estrutura varia periodicamente, como no caso de lajes *BubbleDeck* (MARAIS, 2010). Dessa forma é possível empregar a técnica de homogeneização para determinar sua rigidez equivalente. Essa homogeneização pode ser feita igualando-se a energia de deformação da estrutura real com a energia de deformação da estrutura equivalente.

Assim, considerando-se a rigidez da laje na região das nervuras, e rigidez na mesa, é dado por:

$$D_1 = \frac{E h_{eq}^3}{12(1 + \nu^2)}; \quad D_2 = \frac{E h_f^3}{12(1 + \nu^2)}; \quad \text{Eq.(45)}$$

A rigidez  $D(x, z)$  da laje *BubbleDeck* pode ser definida como:

$$D_2 \leq D(x, z) \leq D_1 \quad \text{Eq.(46)}$$

Admitindo-se que as nervuras das duas direções têm a mesma altura  $h$ , e que a largura  $b_w$  e o espaçamento  $b_f = b_2 + b_w$  entre eixos das nervuras podem variar de uma direção para outra, conforme Figura 2-40.

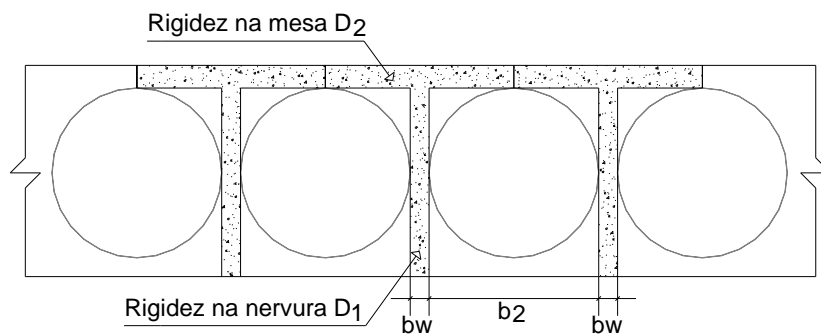


Figura 2-40-Seção transversal da laje *BubbleDeck*

A rigidez equivalente será à rigidez média da laje (ARAÚJO, 2006), dada pela seguinte expressão:



$$D_{11eq} = (1 - \xi)D_1 + \xi D_2 \quad \text{Eq.(47)}$$

Onde:

$$\xi = \frac{(b_{f,x} - b_{w,x})(b_{f,y} - b_{w,y})}{b_{f,x}b_{f,y}} \quad \text{Eq.(48)}$$

Para lajes *BubbleDeck* com espaçamentos das bolas iguais nas direções x e z, pode-se escrever a expressão Eq.(48) como:

$$\xi = \frac{(b_f - b_w)^2}{b_f^2} \quad \text{Eq.(49)}$$

### 2.3.2.1. Determinação do Momento de Inércia Equivalente

A seção equivalente pode ser determinada a partir de uma seção com o mesmo momento de inércia. Para isso atribui-se seção retangular, o momento de inércia da seção “T”, mantendo-se o mesmo valor da largura mesa da laje *BubbleDeck*, ou seja deixando fixo, como largura da seção retangular para então se obter o valor da altura equivalente.

Nesse método a altura equivalente  $h_{eq}$  pode ser expressa pela seguinte equação:

$$h_{eq} = \left( \frac{12I}{b_f} \right)^{1/3} \quad \text{Eq.(50)}$$

Onde a inercia  $I$  é dado por:

$$I = (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left( h - \frac{h_f}{2} - yt_{inf} \right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left( \frac{h}{2} - yt_{inf} \right)^2 + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot \frac{h_f^3}{12} \quad \text{Eq.(51)}$$

Em que a distância do centro de gravidade da seção “T” até a fibra mais tracionada  $yt_{inf}$  é dada por:

$$yt_{inf} = \frac{b_w \cdot \frac{h^2}{2} + (b_f - b_w) \cdot \left( h - \frac{h_f}{2} \right)}{b_w \cdot h + (b_f - b_w) \cdot h_f} \quad \text{Eq.(52)}$$

A expressão Eq.(51) é válida apenas para momento de inércia no estádio I.

O momento de inércia  $I$  é considerado para a seção “T” de cada nervura conforme apresenta a Figura 2-41.

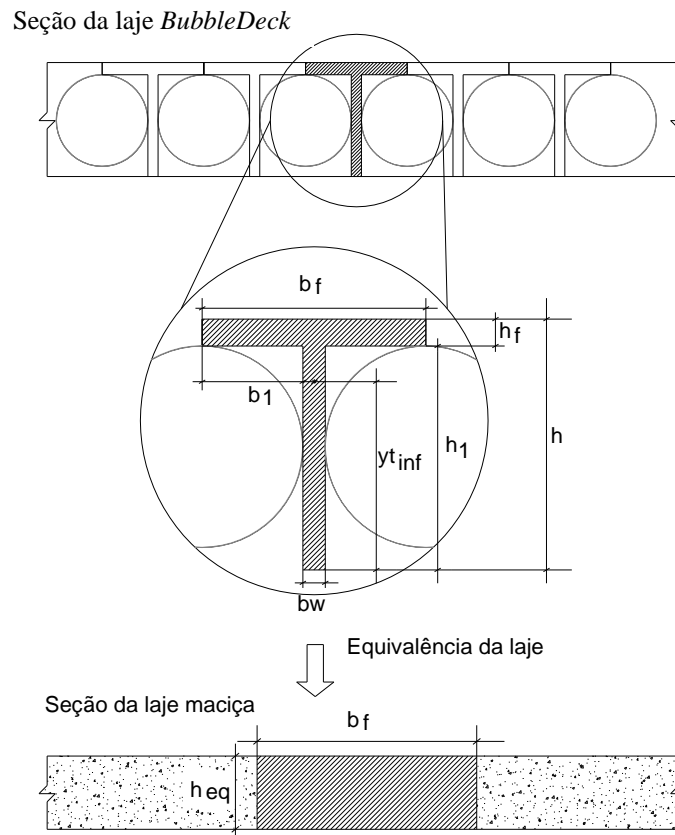


Figura 2-41-altura equivalente de laje maciça

#### 2.4. RECOMENDAÇÕES DE CÁLCULO PROPOSTAS PELA *BUBBLEDECK INTERNATIONAL*

As lajes *BubbleDeck* são usualmente dimensionadas com os métodos convencionais para lajes maciças, de acordo com a norma alemã DIN 1045 (2008) para construções em concreto armado. Além disso, a solução com lajes *BubbleDeck* utiliza um manual de cálculo com recomendações de dimensionamento baseado em ensaios experimentais e adaptações das normas EC 2 (2004) e AS 3600 (2001) elaborado pela Austrália em 2008.

A *BubbleDeck* (*BUBBLEDECK*, 2008) recomenda a utilização da Tabela 2-4 de pré-dimensionamento de acordo com a configuração da edificação, tamanho dos vãos entre os apoios e carregamento aplicado.

Tabela 2-4-Pré-dimensionamento de lajes *BubbleDeck* (BUBBLEDECK-UK, 2008).

Tipo	Espessura da laje (cobrimento ajustável) (mm)	Diâmetro das esferas (mm)	Vãos (internos com continuidade entre vãos (mm)	Vãos (internos sem continuidade entre vãos (mm)	Comprimento máximo em balanço (m)	Massa da laje totalmente concretada (kgf/m <sup>3</sup> )	Consumo de concreto (m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup> )
BD230	203(225-280)	φ 180	6-9	5-6	≤ 2,5	370	0,15
BD285	285(280-330)	φ 225	7-11	6-8	≤ 3,0	460	0,19
BD340	330(330-385)	φ 270	9-13	7-10	≤ 3,5	550	0,23
BD395	385(385-435)	φ 315	10-15	8-11	≤ 4,0	640	0,25
BD450	450(435-500)	φ 360	11-17	9-12	≤ 4,5	730	0,31

Para o cálculo do momento resistente das lajes *BubbleDeck* são definidos dois parâmetros  $a$  e  $D$ , em que “ $a$ ” é uma medida que corresponde distância entre eixos das esferas e  $D$  é a altura total da laje, conforme ilustra Figura 2-42.

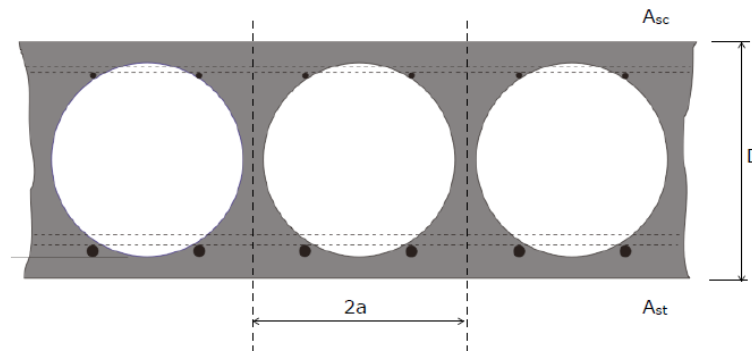


Figura 2-42- Geometria básica de laje *BubbleDeck* (BUBBLEDECK, 2008).

As propriedades de modulo resistente da seção sem fissuras  $I_{BD}$ , pode ser expressa através da equação Eq.(53), proposta por (SCHNELLENBACH-HELD, 2003).

$$I_{BD} = \frac{D^3}{12} - 0,124a^3 \quad \text{Eq.(53)}$$

Assim o segundo momento da seção não fissurada pode ser obtido partindo do princípio que o centro de gravidade para a seção de concreto encontra-se em  $D/2$ .

O momento de inércia depende do diâmetro da armadura e do número das barras de aço utilizadas na seção. A variável é a altura útil das barras, quando a distância entre a armadura

e o centro de gravidade da seção é maior, a contribuição do aço para o momento de inércia da seção será maior.

$$I_{BD,não\ fissurado} = I_{BD,conc} + I_{eq,aço} + A_{eq,aço} \left( \frac{D}{2} - d_{eq,aço} \right)^2 \quad \text{Eq.(54)}$$

Testes do fabricante demonstraram que os vazios desempenham um papel menor em seções fissuradas, portanto, para calcular a inércia fissurada  $I_{BD,fissurada}$  toma-se como 90% do momento de inércia de uma laje maciça de igual espessura, representado pela equação Eq.(55):

$$I_{BD,fissurada} = 0,90 \cdot I_{solida,fissurada} \quad \text{Eq.(55)}$$

Assim, o segundo momento fissurado da área pode ser determinada para ambas as condições da laje. Para determinar o momento de fissuração se utiliza a equação Eq.(56);

$$M_{BD,cri} = 0,8 [I_{BD,fissurada}/y_t] \cdot f_c' \quad \text{Eq.(56)}$$

Onde  $y_t$  é a distância da linha neutra até a fibra mais tracionada da seção e  $f_c'$  é a resistência característica a compressão.

Assim,

$$I_{BD,ef} = I_{BD,fis} + (I_{BD,não\ fissurada} - I_{BD,fissurada}) \cdot \left( \frac{M_{BD,cri}}{M_s} \right)^2 \leq I_{e,max} \quad \text{Eq.(57)}$$

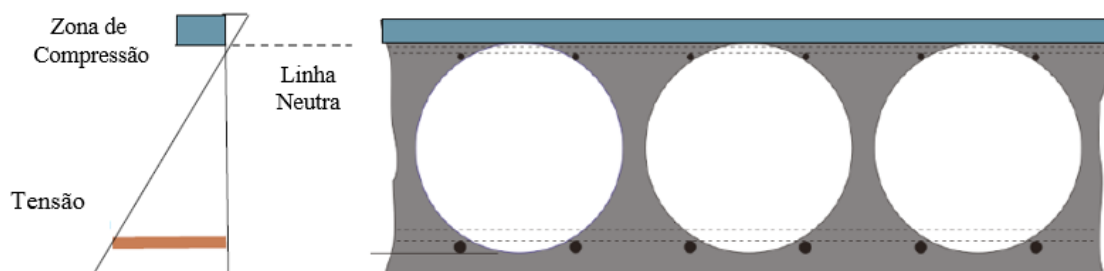


Figura 2-43- Equilíbrio das forças na laje *BubbleDeck* (BUBBLEDECK, 2008).

As Lajes *BubbleDeck* podem ser projetadas usando princípios de concepção convencionais, se esta proporção é limitada a 0,20, ou seja, as tensões podem se redistribuir localmente quando esta proporção é inferior a 20%.

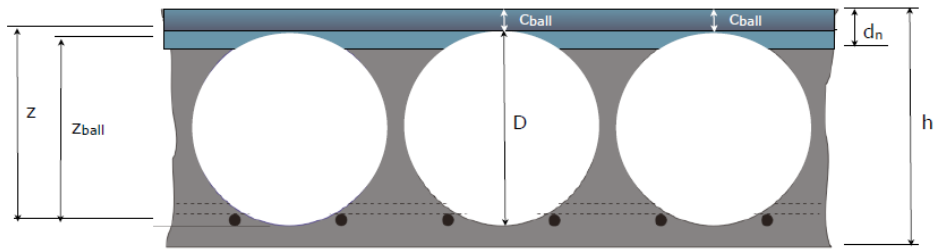


Figura 2-44-Zona de compressão pode invadir a zona das esferas (BUBBLEDECK, 2008).

$$\mu_{ms} = M_u 1,96 / (f_c' h^3) \leq 0,20 \quad \text{Eq.(58)}$$

Onde:

$\mu_{ms}$  é um parâmetro que define a relação entre o momento resistido pela zona de esferas para o momento total da resistência por parte da seção transversal,  $M_{ball}/M_u$ .

D= é o diâmetro da esfera;

h= altura da laje;

$M_u$  = momento de projeto.

A profundidade máxima da linha neutra é dada por:

$$M_{ball}/M_u = \mu_{ms} = [(d_n - c_{ball})z_{ball}] / (d_n z) \quad \text{Eq.(59)}$$

Onde:

$M_{ball}$  é a contribuição da resistência do momento pela seção dentro da zona da esfera;

$c_{ball}$  é o cobrimento de concreto na parte superior;

$d_n$  é a profundidade da linha neutra;

$z_{ball}$  é o braço de alavanca contribuindo para  $M_{ball}$ ;

z é o braço de alavanca contribuindo para  $M_u$ .

## 2.5. PARÂMETROS NORMATIVOS DE CÁLCULO

### 2.5.1. Formulação normativa de Cálculo com NBR 6118/2014

Para verificar a capacidade resistente da laje *BubbleDeck* foi feita uma adaptação da norma NBR 6118(2014), uma vez que esta norma não traz procedimentos de cálculo para lajes *BubbleDeck*.

O primeiro parâmetro a ser tomado será o diagrama de momento curvatura, nos estados limites de serviço, as estruturas trabalham parcialmente no Estádio I e parcialmente no Estádio II. A separação entre essas duas situações é definida pelo momento de fissuração, conforme mostra a Figura 2-45.

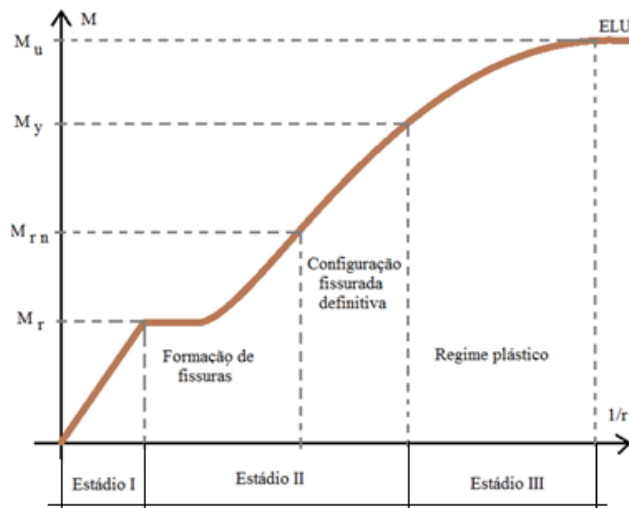


Figura 2-45-Momento Curvatura da laje NBR 6118 (2014).

Esse momento pode ser calculado pela seguinte expressão aproximada:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad \text{Eq.(60)}$$

Sendo  $\alpha = 1,2$  para seções T ou duplo T,  $\alpha = 1,3$  para seções I ou T invertido e  $\alpha = 1,5$  para seções retangulares;

Onde:

$\alpha$  é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

$y_t$  é a distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada;

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

$f_{ct}$  é a resistência à tração direta do concreto, conforme o item 8.2.5 da NBR6118 (2014), com o quantil apropriado a cada verificação particular. Para a determinação do momento de fissuração deve ser usado o  $f_{ctk,inf}$  no estado limite de formação de fissuras e o  $f_{ctm}$  no estado limite de deformação excessiva.

Conforme o item 8.2.5 da NBR6118 (2014), a resistência à tração direta pode ser avaliada por meio das seguintes equações:

$$f_{ctk,inf} = 0,7f_{ctm} \quad \text{Eq.(61)}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3f_{ctm} \quad \text{Eq.(62)}$$

- para concretos de classes até C50:

$$f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad \text{Eq.(63)}$$

- para concretos de classes de C50 até C90:

$$f_{ctm} = 2,12 \ln(1 + 0,11 f_{ck}) \quad \text{Eq.(64)}$$

Onde  $f_{ctm}$  e  $f_{ck}$  são expressos em MPa.

Foi adotado a seção transversal da laje *BubbleDeck*, como sendo “T”, o momento resistente foi calculado através das equações de equilíbrio.

A NBR 6118 (2014) define algumas hipóteses básicas para a determinação dos esforços resistentes:

- A. As seções transversais se mantêm planas após a deformação;
- B. A deformação da armadura em esforços de tração e compressão deve ter o mesmo valor da deformação do concreto no seu entorno;
- C. As tensões de tração do concreto devem ser desprezadas no ELU quando são normais à seção transversal;

A distribuição de tensões no concreto deve ser obtida pelo diagrama tensão-deformação do tipo parábola-retângulo, com tensão de pico igual a  $0,85f_{cd}$ . Porém, para simplificação dos cálculos, pode-se substituir o diagrama pelo equivalente retângulo de profundidade  $y = \lambda x$ , onde o parâmetro  $\lambda$  é fixado em 0,8 para concretos de classe até C50 e para classes acima de C50 conforme a equação Eq.(65):

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400 \quad \text{Eq.(65)}$$

Onde:

$\lambda$  = relação entre a profundidade  $y$  do diagrama retangular de compressão equivalente e a profundidade efetiva  $x$  da linha neutra;

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto, em MPa.

Já a tensão de pico, definida em  $0,85f_{cd}$  no diagrama parábola-retângulo, passa a ter o valor constante conforme a equação Eq.(66), para o caso em que a largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida:

$$\sigma_{cd} = \alpha_c f_{cd} \quad \text{Eq.(66)}$$

E para os outros casos:

$$\sigma_{cd} = 0,9\alpha_c f_{cd} \quad \text{Eq.(67)}$$

Sendo  $\alpha_c$  fixado em 0,85 para concretos com resistência de até 50 MPa.

### **2.5.1.1. Seção retangular de largura $b_f$ e seção T verdadeira**

O cálculo das equações de equilíbrio para a seção da laje com comportamento retangular de largura  $b_f$  foi baseado na Figura 2-46, a fim de calcular o momento resistente de cada seção e comparar os valores obtidos numericamente com os valores experimentais.



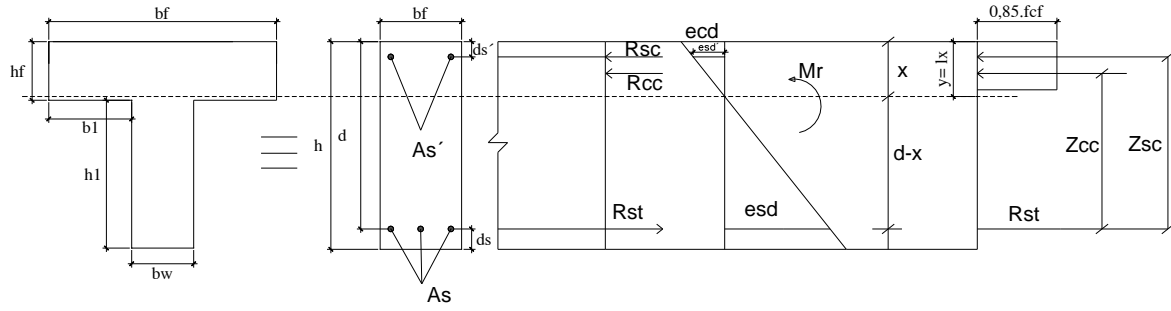


Figura 2-46- Diagrama de tensões da seção transversal da laje *BubbleDeck* com comportamento retangular de largura  $b_f$ .

Onde:

$h_f$  = Altura da mesa;

$b_f$  = Largura da mesa;

$b_w$  = Largura da nervura;

$d$  = Altura útil;

$h$  = Altura total da seção;

$A_s$  = Área de aço da armadura à flexão;

$A'_s$  = Área de aço da armadura de compressão.

Neste caso, as equações de equilíbrio de forças e momentos são dadas a seguir:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A'_s \cdot \sigma'_s + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x = A_s \cdot \sigma_s \quad \text{Eq.(68)}$$

$$\sum M = 0 \rightarrow M_u = A'_s \cdot \sigma'_s \cdot (d - a) + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad \text{Eq.(69)}$$

No caso onde a seção está no domínio 4 e se comporta como retangular de largura  $b_f$ , é utilizada a equação de equilíbrio de forças Eq.(68), aplicando a lei de Hooke  $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$ :

$$A'_s \cdot \sigma'_s + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x = A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s \quad \text{Eq.(70)}$$

Assim, a equação para o cálculo da posição da linha neutra para o caso de seção com comportamento retangular de largura  $b_f$  é a equação de segundo grau:

$$0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x^2 + (A'_s \cdot \sigma'_s + 0,0035 \cdot A_s \cdot E_s) \cdot x - 0,0035 \cdot A_s \cdot E_s \cdot d = 0 \quad \text{Eq.(71)}$$

Para o cálculo das equações de equilíbrio da seção da laje que se comporta como “T” verdadeira, a seção foi dividida em três partes, como ilustra a Figura 2-47.

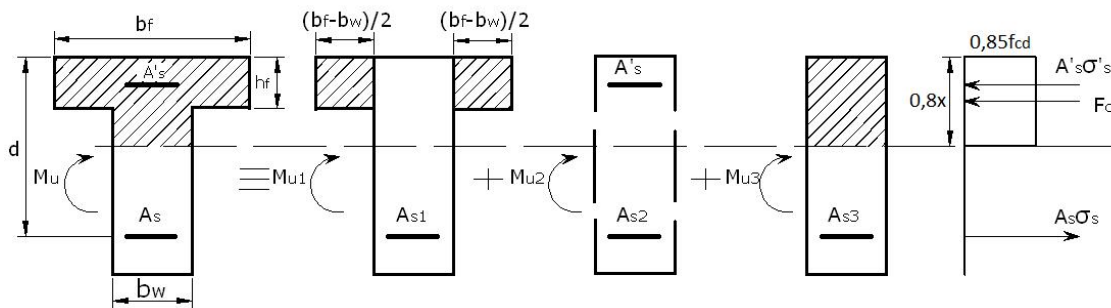


Figura 2-47-Diagrama de tensões da seção transversal da laje com seção T verdadeira

Sendo:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} + A_{s3} \text{ e } M_u = M_{u1} + M_{u2} + M_{u3} \quad \text{Eq.(72)}$$

Neste caso, as equações de equilíbrio de forças e momentos são dadas por:

$$\sum M_{A_{s1}}^1 = 0 \rightarrow M_{u1} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot (b_f - b_w) \cdot \left( d - \frac{h_f}{2} \right) \quad \text{Eq.(73)}$$

$$\sum M_{F_c}^1 = 0 \rightarrow M_{u1} = A_{s1} \cdot \sigma_s \cdot \left( d - \frac{h_f}{2} \right) \quad \text{Eq.(74)}$$

$$\sum F_x^2 = 0 \rightarrow A'_s \cdot \sigma'_s = A_{s2} \cdot \sigma_s \quad \text{Eq.(75)}$$

$$\sum F_x^3 = 0 \rightarrow 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x = A_{s3} \cdot \sigma_s \quad \text{Eq.(76)}$$

Assim, a equação para o cálculo da posição da linha neutra para o caso de seção de comportamento “T” verdadeira é a equação de segundo grau:

$$0,68 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot x^2 + 0,0035 \cdot A_{s3} \cdot E_s \cdot x - 0,0035 \cdot A_{s3} \cdot E_s \cdot d = 0 \quad \text{Eq.(77)}$$

Como aproximação inicial das tensões atuantes nas armaduras de tração e de compressão, podem ser adotados os valores de tensão de escoamento correspondentes e, posteriormente, determina-se o valor da posição da linha neutra e as deformações nas armaduras. Em seguida, considerando os valores anteriormente calculados, os valores das tensões atuantes podem ser corrigidos, aplicando-se a lei de Hooke para deformações menores que a deformação de escoamento; enquanto que, para deformações maiores que esta, assume-se que o aço escoou (a tensão passa a ser igual à tensão de escoamento  $f_{yd}$ ).

Finalmente, a partir dos valores calculados da posição da linha neutra e das tensões nas armaduras de tração e de compressão, é calculado o momento resistente último da seção da laje utilizando-se a equação Eq.(78) para o caso de seção retangular de largura  $b_f$  e a Equação Eq.(79) para o caso de seção “T” verdadeira.

$$M_u = A_s \cdot \sigma_s \cdot (d - a) + 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad \text{Eq.(78)}$$

$$M_u = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot h_f \cdot (b_f - b_w) \cdot \left( d - \frac{h_f}{2} \right) + A_s \cdot \sigma_s \cdot (d - a) +$$

$$0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x \cdot (d - 0,4x)$$

Eq.(79)

Estas equações foram utilizadas na determinação dos momentos resistentes das lajes maciças e *BubbleDeck*, sendo nas lajes maciças forma utilizadas seção retangular de largura  $b_f$ .

### 2.5.2. Formulação normativa de Cálculo com EUROCODE 2 (2004)

Foi feita uma adaptação da normatização europeia, produzida pelo CEN (*European Committee for Standardization*), que são os Eurocodes, ou Eurocódigos em português. Esses documentos técnicos, resultou a norma mais relevante do ponto de vista de projeto e dimensionamento de estruturas de concreto armado na europa: Eurocode 2 – *Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings* (EN 1992-1-1), ou ainda a versão portuguesa: Eurocódigo 2 – *Projecto de estruturas de betão. Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios* (NP EN 1992-1-1) de março de 2010.

A diferença mais significativa do dimensionamento à flexão entre as normas NBR 6118 (2014) e NP EN 1992-1-1 (2010) referida recorrentemente como Eurocódigo 2 (EC2), está na tensão de cálculo do concreto  $\sigma_{cd}$ . A norma brasileira considera três fatores para  $\sigma_{cd}$ :

1. Considera-se a perda resistência quando o material fica submetido à carga mantida (constante), o chamado Efeito Rush; pelo que se deve minorar a resistência de cálculo com o fator 0,72;
2. Admite-se que a forma cilíndrica do corpo de prova influencia na aferição da resistência, superestimando-a, pelo que se deve minorar a resistência de cálculo com o fator 0,96;
3. Tem-se em conta o ganho de resistência do concreto com o passar do tempo, motivo pelo qual afeta-se a resistência de cálculo com o fator 1,23.

Disso, resulta que:  $\sigma_{cd} = 0,72 \cdot 0,96 \cdot 1,23 \cdot f_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd}$

Tabela 2-5 – Comparação: características do material concreto

Concreto	
NBR 6118 (2014)	NP EN 1992-1-1 (2010)
$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{0,2\%} \right)^2 \right]$ <p>Quando <math>0 \leq \varepsilon_c \leq 0,2\%</math></p>	$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right]$ <p>Quando <math>0 \leq \varepsilon_c \leq 0,2\%</math></p>
$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \text{ quando } 0,2\% \leq \varepsilon_c \leq 0,35\%$	$\sigma_c = f_{cd} \text{ quando } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}$

Onde:  $\varepsilon_c$  é a deformação do concreto à compressão;  $\varepsilon_{c2}$  a deformação ao ser atingida a resistência máxima;  $\varepsilon_{cu2}$  é a deformação última;  $n$  é o expoente tabelado.

Observa-se que existe uma compensação nos coeficientes de minoração da resistência do concreto prescritos por cada norma ou seja, embora a máxima tensão de compressão do concreto considerada pela NBR 6118 (2014) seja 85% de  $f_{cd}$  ela considera uma minoração de resistência de  $\gamma_c=1,4$ , já na NP EN 1992-1-1 (2010), é mais conservadora considera  $\gamma_c=1,5$ . Os demais parâmetros são fixos para as duas normatizações.

### 2.5.3. Formulação normativa de Cálculo com ACI 318 (2008)

Foram feitas algumas adaptações para o dimensionamento das lajes *BubbleDeck* utilizando a norma ACI 318 (2008).

De acordo com a ACI 318 (2008), o conceito de concreto estrutural inclui tanto concreto simples como concreto armado, desde que exerça função estrutural. Na Norma Americana, não há limite máximo de resistência característica à compressão para o dimensionamento, mas apenas limite mínimo de 17 MPa ACI (2008).

No capítulo 5 da ACI 318 (2008), são descritas as considerações sobre a resistência à compressão do concreto, devendo sempre satisfazer os critérios de durabilidade exigidos na Norma. A resistência requerida,  $f_{cr}'$ , é a resistência média à compressão que deve ser alcançada nos ensaios de corpos de prova, a fim de se obter a resistência característica à compressão,  $f_c'$ , especificada em projeto.

Para determinar a resistência a tração é feito testes de compressão diametral, com corpos de prova cilíndricos, obtém-se uma relação de proporcionalidade entre as resistências à compressão e à tração do concreto. Essa proporcionalidade diminui na medida em que se aumenta a resistência à compressão  $f_c'$  (WIGHT; MACGREGOR, 2012 p. 60). Dessa maneira, a ACI 318 (2008) estipula a equação Eq.(80) como sendo a resistência média à tração para concretos:

$$f_{ct} = 0,56 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \quad \text{Eq.(80)}$$

Sendo que  $\lambda$  é definido segundo o peso específico do concreto.

A resistência nominal, de acordo com a ACI 318 (2008), é a resistência de um elemento ou de uma seção transversal calculado a partir das hipóteses de projeto presentes na Norma, sem a aplicação dos fatores de redução de resistência. Assim, multiplicando-se a resistência

nominal por um fator de redução tem-se a resistência de projeto, que deve ser no mínimo igual a resistência requerida pelo elemento, calculada a partir das combinações de carregamentos:

$$\phi (\text{Resistência nominal}) \geq U \quad \text{Eq.(81)}$$

Onde:

$\phi$  = fator de redução de resistência;

$U$  = resistência requerida pelo elemento para suportar as cargas majoradas;

Para o cálculo de dimensionamento à flexão simples de lajes, três princípios básicos são admitidos para o comportamento do elemento estrutural. Segundo Wight e MacGregor (2012), esses princípios são:

- a) as seções transversais que são perpendiculares ao eixo de flexão continuam planas antes e após a flexão;
- b) a deformação específica da armadura é igual a deformação do concreto, pois ambos os materiais devem trabalhar de maneira conjunta dado um carregamento;
- c) as tensões do aço e do concreto podem ser obtidas através das deformações dos materiais, usando as curvas tensão-deformação de cada material.

Para o dimensionamento de lajes a esforços de flexão, a ACI 318 (2008) determina que se satisfaça a seguinte condição:

$$\phi (M_n) \geq M_u \quad \text{Eq.(82)}$$

Onde:

$\phi$  = fator de redução de resistência;

$M_n$  = momento resistente nominal da laje, em kNcm;

$M_u$  = momento requerido atuante na laje, em kNcm.

São assumidas as seguintes hipóteses (WIGHT; MACGREGOR, 2012):

- a) A tensão máxima de compressão assumida de  $0,85f_c'$  deve ser distribuída uniformemente na zona comprimida da viga, delimitada lateralmente pelas bordas da seção e com altura total partindo da fibra mais comprimida do concreto até a profundidade  $a = \beta_{1c}$ ;

b) A distância  $c$ , que parte da fibra mais comprimida do concreto até o eixo da linha neutra, é medida perpendicularmente a esse eixo;

O fator  $\beta_1$  é calculado conforme as seguintes condições impostas pela ACI 318 (2008):

a) para concretos com  $f'_c \leq 28$  MPa, utiliza-se a equação Eq.(83):

$$\beta_1 = 0,85 \quad \text{Eq.(83)}$$

b) para concretos com resistências entre 28 MPa  $< f'_c \leq 55$  MPa:

$$\beta_1 = 0,85 - 0,05 \frac{f'_c - 28}{7} \quad \text{Eq.(84)}$$

A determinação do momento resistente da seção “T” com comportamento de seção retangular  $bf$  é determinado através do equilíbrio de forças apresentados na Figura 2-48.

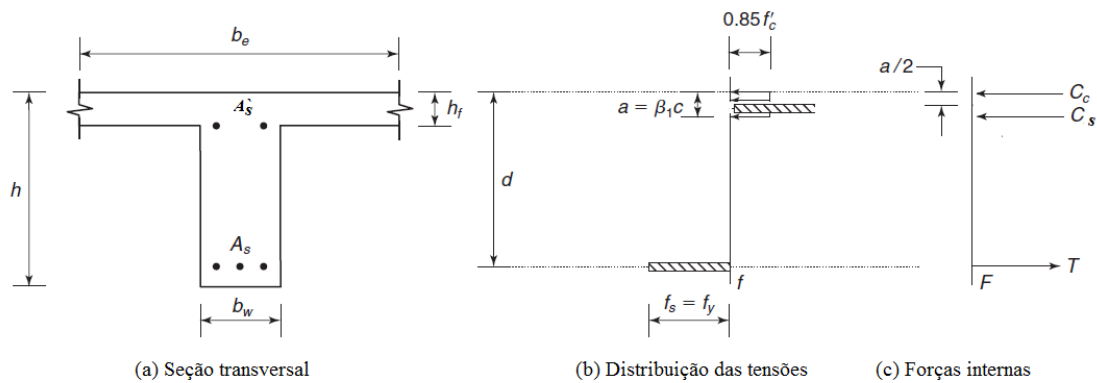


Figura 2-48- Adaptado de (WIGHT; MACGREGOR, 2012)

A determinação do momento resistente da laje quando da linha neutra passa pela mesa pode ser utilizada a metodologia de cálculo de seção retangular conforme mostra a Figura 2-49.

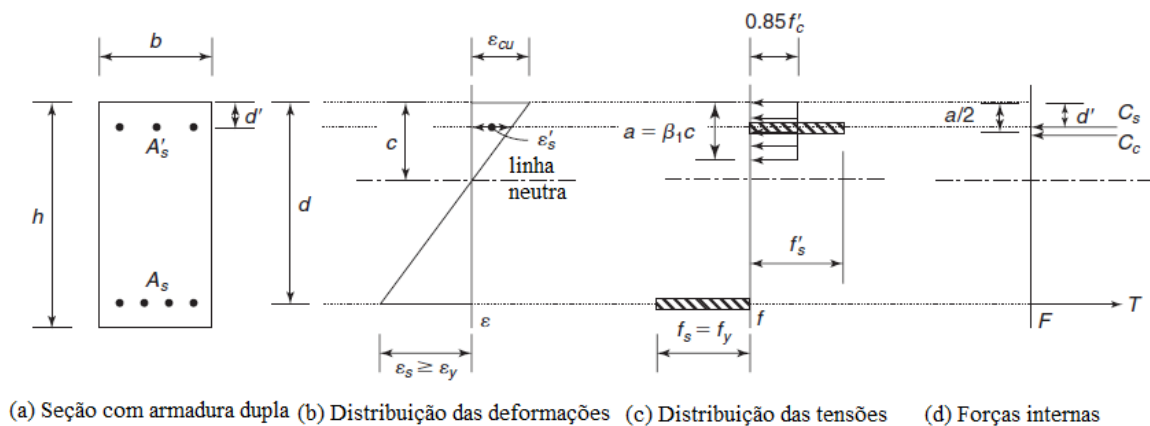


Figura 2-49- Adaptado de (WIGHT; MACGREGOR, 2012)

Através do equilíbrio das forças pode-se calcular a altura da linha neutra, para isso, é feita a suposição que  $A'_s$  e  $A_s$  fluem conforme equação Eq.(85):

$$\sum_x F = 0 \rightarrow 0,85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot cb + A'_s \cdot f_y = A_s \cdot f_y \quad \text{Eq.(85)}$$

Portanto, assume que a deformação específica da armadura comprimida  $\varepsilon'_s$ , seja igual a deformação específica do aço da armadura passiva  $\varepsilon_s$ , sendo  $\varepsilon_s=1\%$ . Caso a suposição seja incorreta deve-se utilizar a equação Eq.(86):

$$\sum_x F = 0 \rightarrow 0,85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot c \cdot b_w + A'_s \cdot \sigma'_s = A_s \cdot f_y \quad \text{Eq.(86)}$$

Utilizando a lei de Hooke e a semelhança de triângulo para determinar a deformação  $\varepsilon'_s$  a equação Eq.(86) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \sum_x F = 0 \rightarrow c^2 \cdot \{0,85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot c \cdot b_w\} + \\ c \cdot \{A'_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_y + A_s \cdot f_y + 0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot d \cdot b_w\} - \\ - A'_s \cdot \varepsilon_y \cdot ds \cdot E_s - A_s \cdot f_y \cdot d \end{aligned} \quad \text{Eq.(87)}$$

Caso o escoamento da armadura à flexão aconteça primeiro que dá armadura comprimida, ou seja,  $\varepsilon'_s \leq \varepsilon_s$  o momento requerido  $M_u$  atuante pode ser dado por:

$$\sum_x F = 0 \rightarrow 0,85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot c \cdot b_w + A'_s \cdot \sigma'_s = A_s \cdot f_y \quad \text{Eq.(88)}$$

$$M_u = A_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{\beta_1 c}{2}\right) + A'_s \cdot \varepsilon'_s \cdot E_s \cdot \left(d - \frac{\beta_1 c}{2}\right) \quad \text{Eq.(89)}$$

Para o cálculo do momento resistente da seção da laje que se comporta como “T” verdadeira, é calculado de forma análogo da NBR 6118 (2014) a diferença está nos coeficientes utilizados, conforme mostra a Figura 2-50.



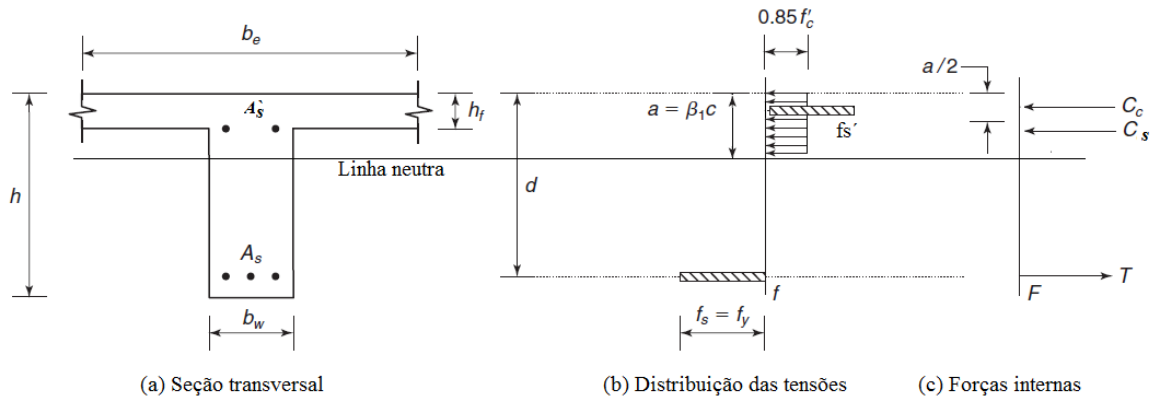


Figura 2-50- Adaptado de (WIGHT; MACGREGOR, 2012)

O somatório das forças é dado pela equação Eq.(90):

$$\sum F_x = 0 \rightarrow T_s = C_c + C_s$$

$$T = A_s \cdot \sigma_s; \quad C_c = 0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c d \cdot h_f \cdot (b_f - b_w) + 0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot c; \quad \text{Eq.(90)}$$

$$C_s = A'_s \cdot \sigma'_s$$

A linha neutra é determinada pela equação Eq.(91):

$$c^2 \cdot \{0,85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot b_w\} +$$

$$+ c \{0,85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot b_w \cdot d - 0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f + A'_s \cdot \varepsilon_s \cdot E_s +$$

$$A_s \cdot f_y\} +$$

$$+ 0,85 \cdot \beta_1 \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot d - A'_s \cdot \varepsilon_s \cdot E_s \cdot d_s - A_s \cdot f_y \cdot d$$

Eq.(91)

Após calcular a linha neutra pode ser determinado momento requerido através da equação Eq.(92):

$$M_u = 0,85 \cdot f'_c \cdot h_f \cdot (b_f - b_w) \cdot \left(d - \frac{h_f}{2}\right) + A'_s \cdot \varepsilon'_s \cdot E_s \cdot (d - d_s)$$

$$+ 0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot c \cdot (d - 0,4 \cdot c)$$

Eq.(92)

Onde:

$\beta_1$  = fator de ponderação em decorrência da resistência do concreto;

$f'_c$  = resistência característica à compressão do concreto, em N/cm<sup>2</sup>;

$b_w$  = largura da laje, em cm;

$h_f$  = altura da mesa;

$b_f$  = comprimento da mesa;

$\varepsilon_s$  = escoamento da armadura comprimida;

$C_c$  = força resultante de compressão do concreto, em kN;

$c$  = distância da última fibra comprimida até a linha neutra, em cm;

$a$  = profundidade da zona de compressão do concreto no diagrama simplificado retangular, em cm;

$f_y$  = resistência característica à tração do aço, em kNcm<sup>2</sup>.

$A_s$  = área de aço da armadura tracionada, em cm<sup>2</sup>;

$A_s'$  = área de aço da armadura comprimida, em cm<sup>2</sup>;

$T$  = força resultante de tração da armadura, em kN;

#### **2.5.4. Momento curvatura para determinar a carga última**

O comportamento das lajes sólidas e *BubbleDeck* de concreto armado sujeitos à flexão pura, podem ser analisados a partir da Figura 2-51 (MACGREGOR, (2012)), através do gráfico momento curvatura.

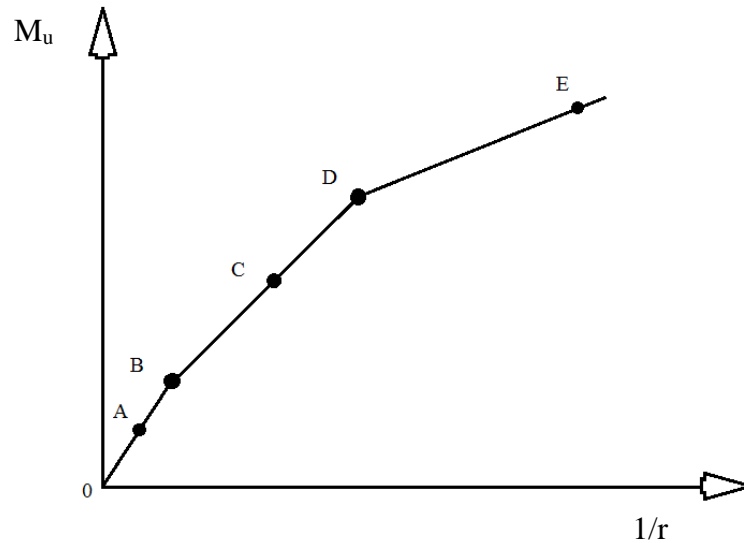


Figura 2-51 Relação momento fletor - curvatura (MACGREGOR, (2012)).

Os trechos apresentados na Figura 2-51 representam:

Trecho 0-B: corresponde a fase inicial do ensaio, para valores do momento fletor não muito elevado  $M_I$ . As tensões normais em cada ponto da seção tem variação linear com sua distância à linha neutra, na zona de tração as tensões  $\sigma_t$  é inferior à resistência à tração do concreto, já na zona comprimida as tensões de compressão  $\sigma_c$  está longe de atingir a resistência do concreto. Com o aumento dos valores de carga surge o aparecimento das primeiras fissuras na flexão (ponto B), onde o concreto sofre plastificação na zona de tração, ou seja, deixa de haver resposta linear da tensão-deformação, conforme Figura 2-52.

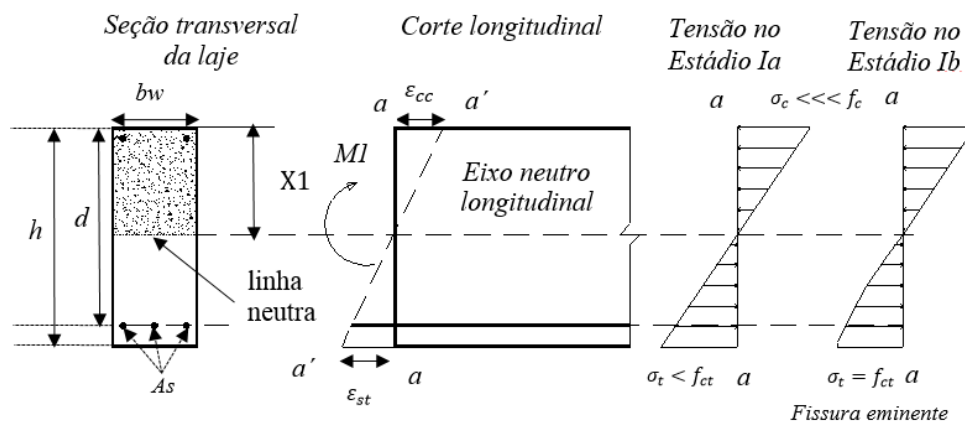


Figura 2-52-Seção da laje no *estádio I*, início de carregamento (CLÍMACO, 2008).

Ponto C: mostra quando o concreto esgota sua resistência a tração, ou seja as tensões normais de tração passam a ser resistidas pela armadura longitudinal. O momento  $M_{II}$ , é resistido

pelo binário de forças, constituídos pelas resultantes de tensões de compressão  $R_{cc}$  e de tração  $R_{st}$ . Contudo o concreto já está fissurado, mas o aço tracionado tem  $\sigma_t < f_{yd}$ , e o concreto comprimido e o aço estão na fase elástica. Este é o comportamento previsto para lajes fletidas nos *estados limites de serviços*, isto é:  $M_{II} = M_k$  apresentado na Figura 2-53

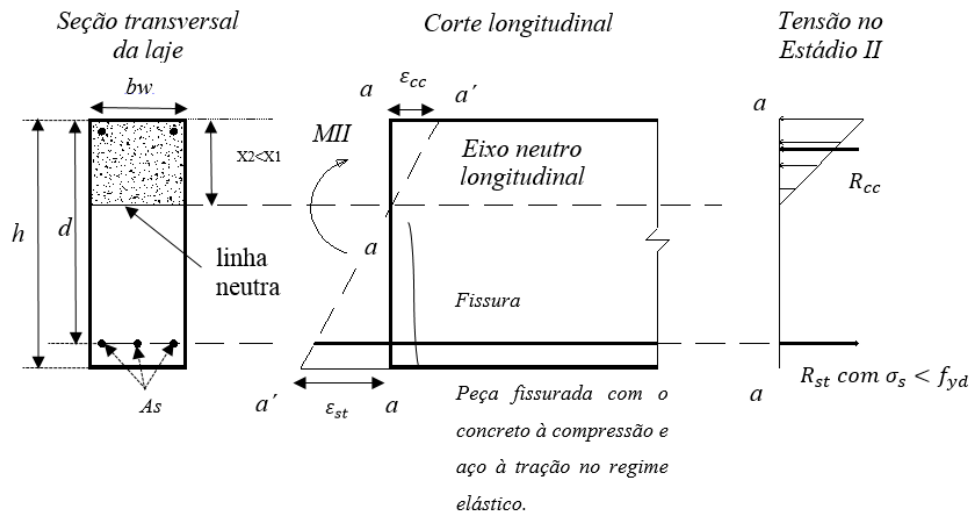


Figura 2-53- Laje no *estádio II*, peça fissurada (CLÍMACO, 2008).

Ponto D: mostra a iminência de ruptura por flexão Figura 2-54, para haver o aproveitamento total da peça será necessário que haja o escoamento da armadura a flexão e o esmagamento do concreto à compressão, dimensionar lajes no *estado limite último*, deve ter uma margem de segurança adequada para que o elemento não atinja esse estágio. O momento de projeto deve ser igual ao momento característico majorado por um coeficiente:  $M_d = M_k \cdot \gamma_f$ . Ponto E: caracteriza-se a ruptura da seção.

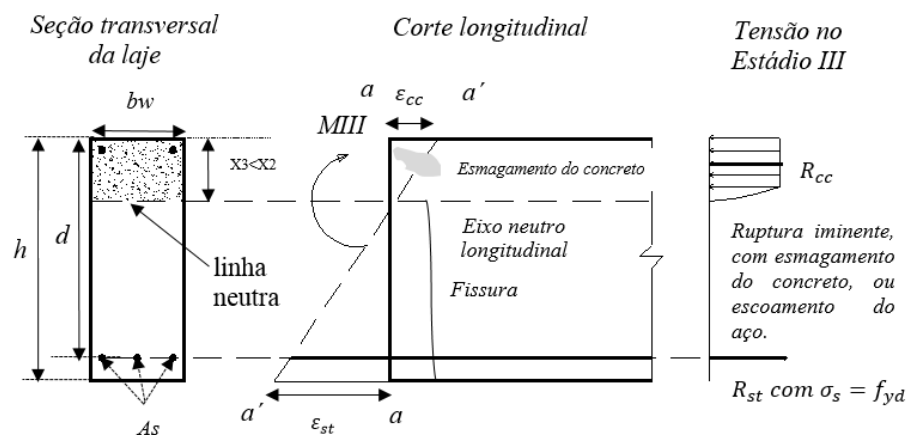


Figura 2-54- Laje no *estádio III*, iminência de ruptura por flexão (CLÍMACO, 2008).

### 3. PROGRAMA EXPERIMENTAL

#### 3.1. CARACTERÍSTICAS DAS LAJES ENSAIADAS

Foi adotado um modelo experimental que simulou as lajes de um pavimento sujeito a esforços de flexão, conforme Figura 3-1. Nesta pesquisa foram ensaiadas 4 lajes *BubbleDeck* no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília– UnB sob carregamento estático e simétrico. Sendo uma maciça de referência e as outras três simulando a ligação dos painéis submetidos a esforços de flexão, os resultados dessas lajes foram comparados com a laje de referência a fim de analisar os esforços internos nas barras de ligação e suas respectivas resistências a ruptura.

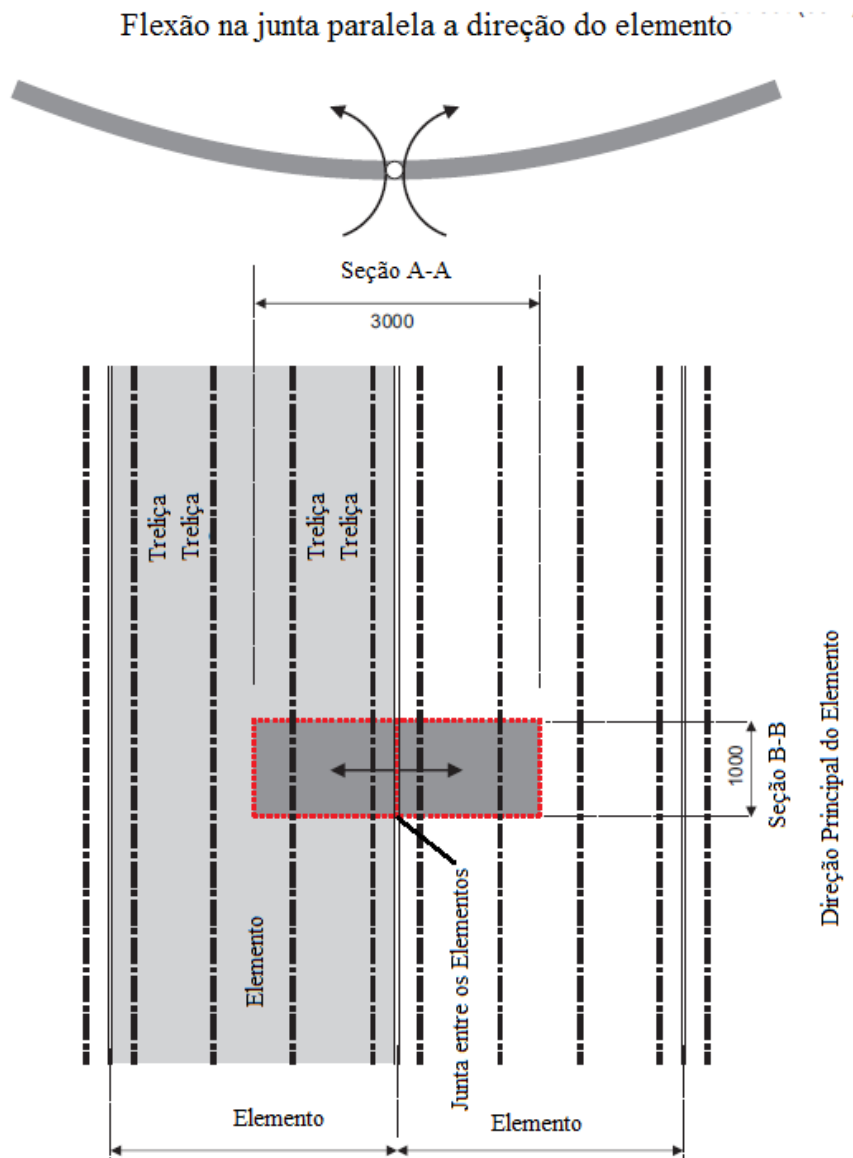


Figura 3-1-Modelo para ensaio das lajes *BubbleDeck* à flexão (BUBBLEDECK, 2014)

A série foi composta de quatro lajes, uma maciça de referência e outros três modelos com lajes *BubbleDeck*, todas com as mesmas dimensões. As lajes *BubbleDeck* foram construídas mudando-se os espaçamentos das esferas plásticas no encontro das pré-lajes, ou seja, no encontro de painéis pré-fabricados, alterando as dimensões da região maciça entre as lajes de ligação. A Tabela 3-1 mostra as características de cada laje.

A Figura 3-2, a Figura 3-3, a Figura 3-4 e a Figura 3-5 mostram os detalhes das lajes ensaiadas.

Tabela 3-1- Descrição das lajes a serem ensaiadas.

Laje	Descrição
RSF28	Laje maciça
BD28-F1	<i>Bubbledeck</i> sem junta, com pré-laje pré-moldada
BD28-F2	<i>Bubbledeck</i> com junta, com pré-laje pré-moldada
BD28-F3	<i>Bubbledeck</i> com junta, com pré-laje pré-moldada e maior região maciça na junta de ligação

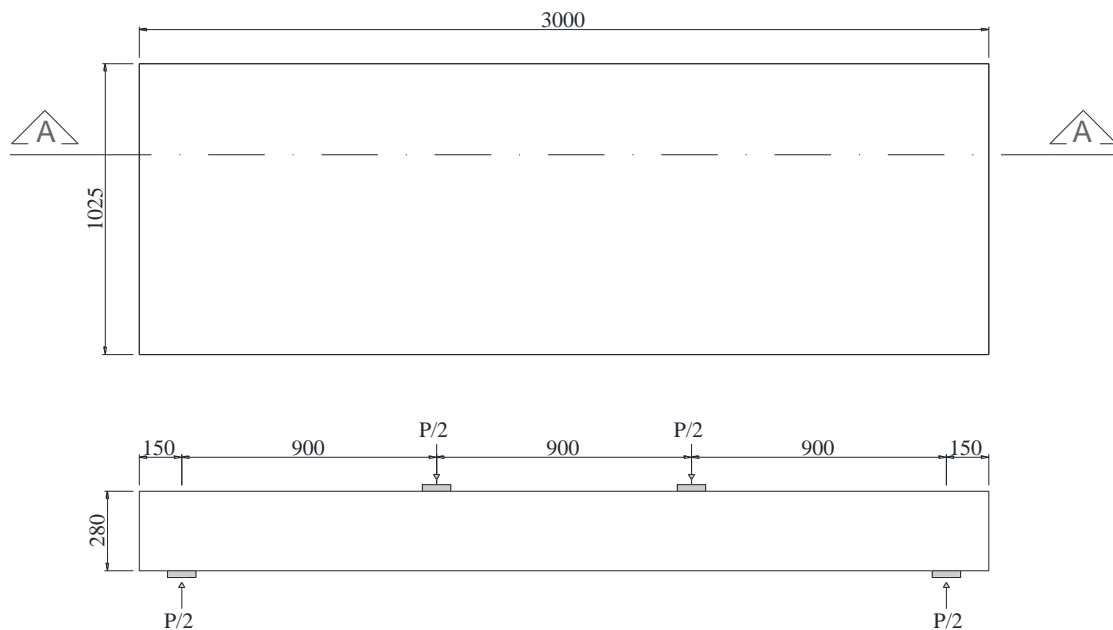


Figura 3-2- Laje maciça de referência RSF28 (dimensões em mm)

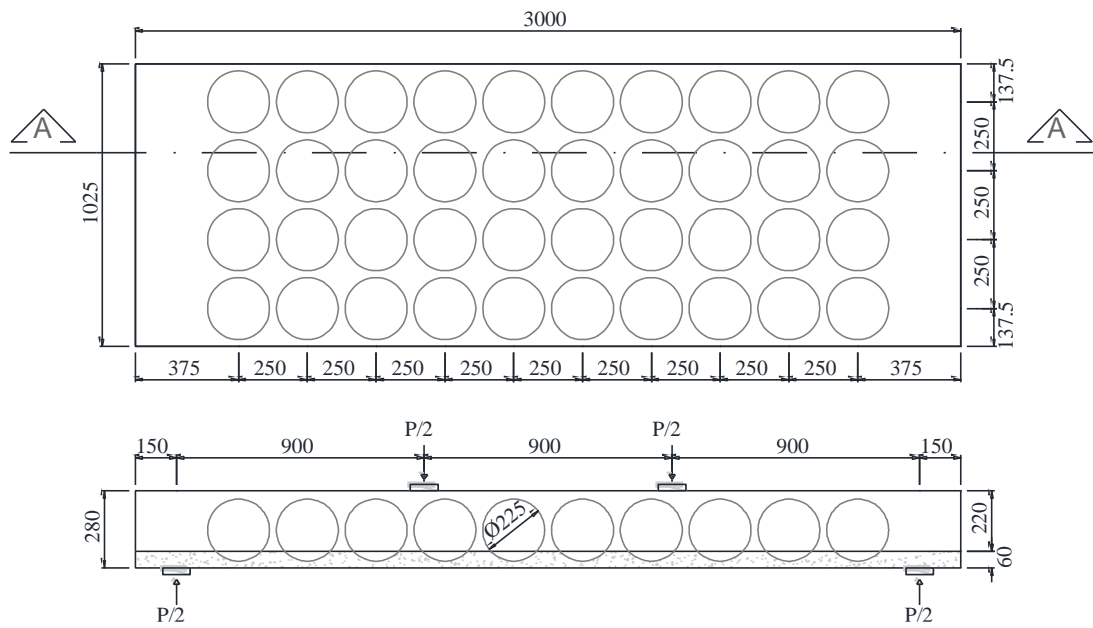


Figura 3-3- Laje *BubbleDeck* BD28-F1 (dimensões em mm)

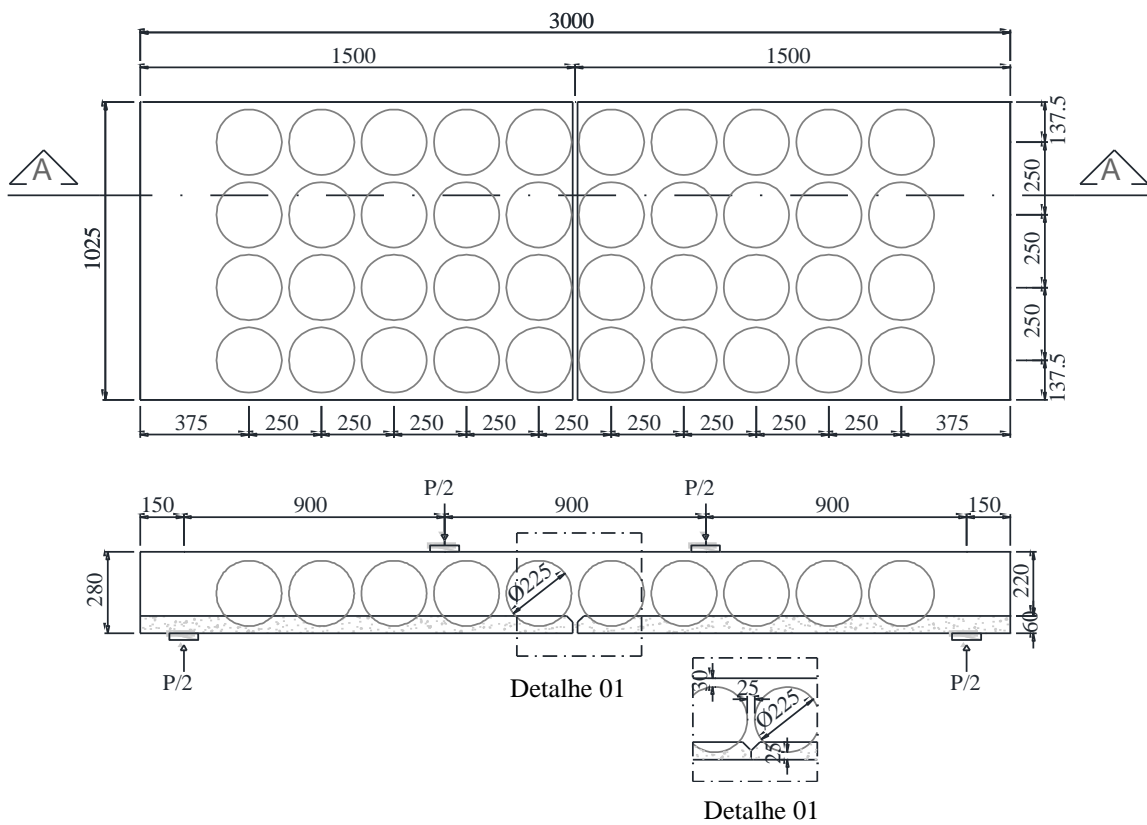


Figura 3-4- Laje *BubbleDeck* BD28-F2 (dimensões em mm)

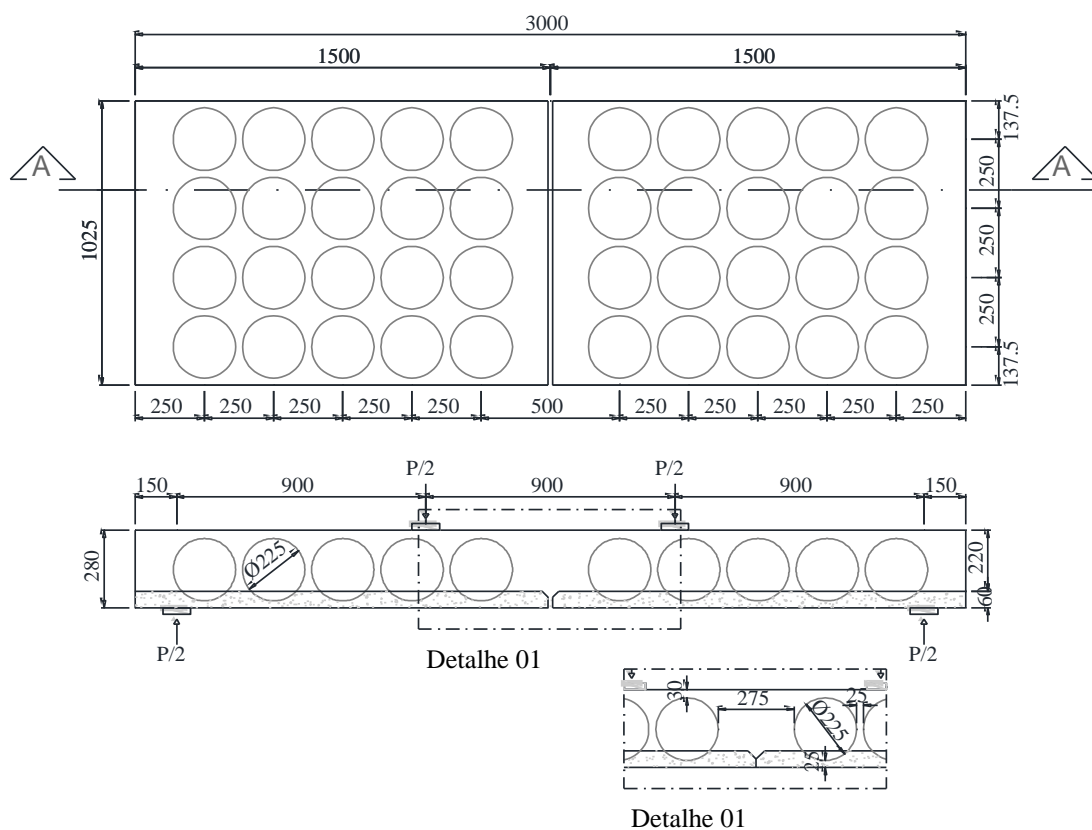


Figura 3-5- Laje *BubbleDeck* BD28-F3 (dimensões em mm)

### 3.2. DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS

As armaduras de flexão de todas as lajes foram compostas por telas soldadas com 8,0 mm de diâmetro na face inferior e com 6,0 mm na face superior, nas duas direções, o aço utilizado foi CA60. Para garantir a ancoragem das barras na extremidade foram utilizadas barras de aço CA50, em forma de “U”, com 8 mm de diâmetro. As lajes BD28-F2 e BD28-F3, que possuíam junta de ligação entre as pré-lajes pré-moldadas, foram adicionadas barras de transferência com 10 mm de diâmetro com comprimento de 1000 mm na parte inferior e na parte superior foram colocadas barras de transferência com diâmetro de 8 mm e comprimento de 500 mm sendo todas as barras de CA50, conforme a Figura 3-6, a Figura 3-7, a Figura 3-8, e a Figura 3-9.



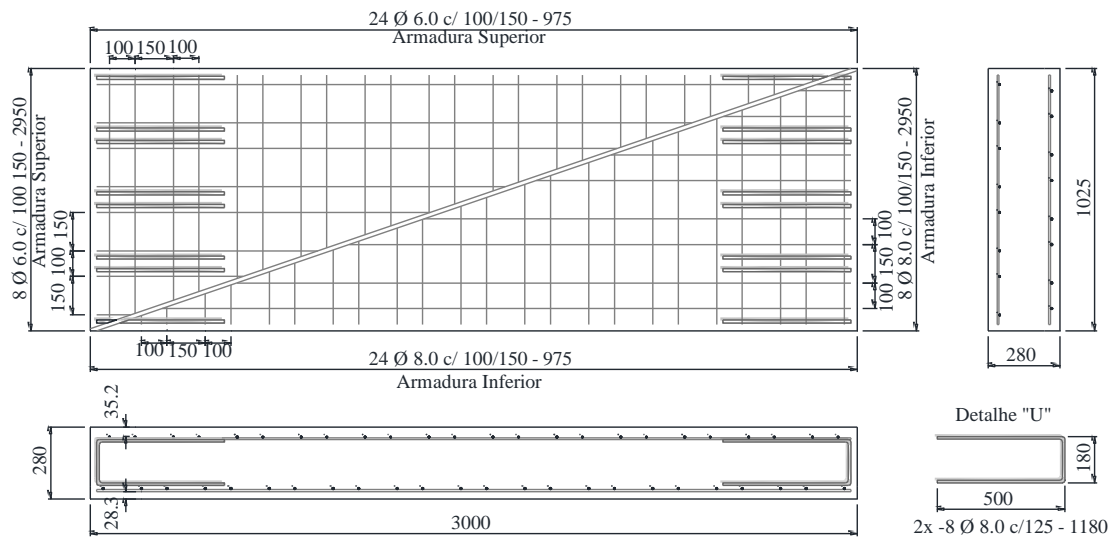


Figura 3-6- Detalhamento das armaduras de flexão da laje RSF28 (dimensões em mm).

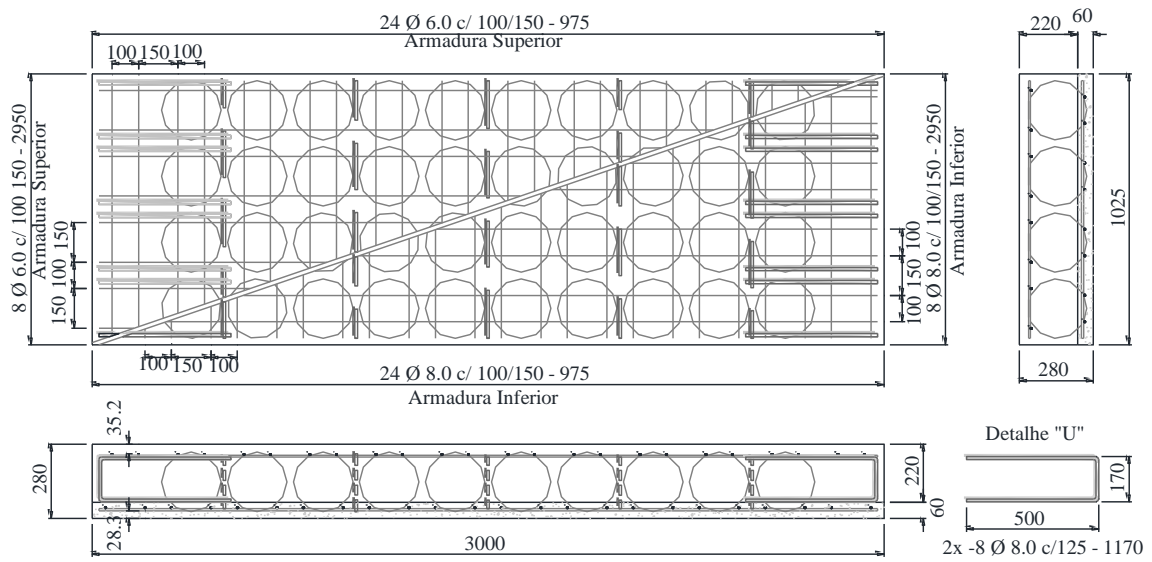


Figura 3-7- Detalhamento das armaduras de flexão da laje BD28-F1 (dimensões em mm).

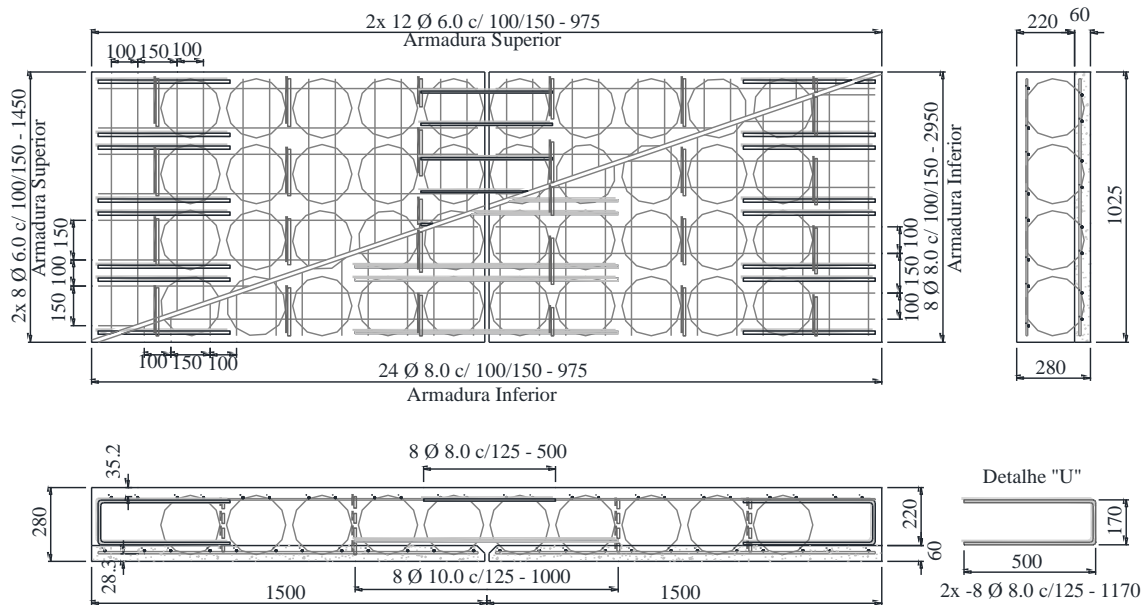


Figura 3-8- Detalhamento das armaduras de flexão da laje BD28-F2 (dimensões em mm).

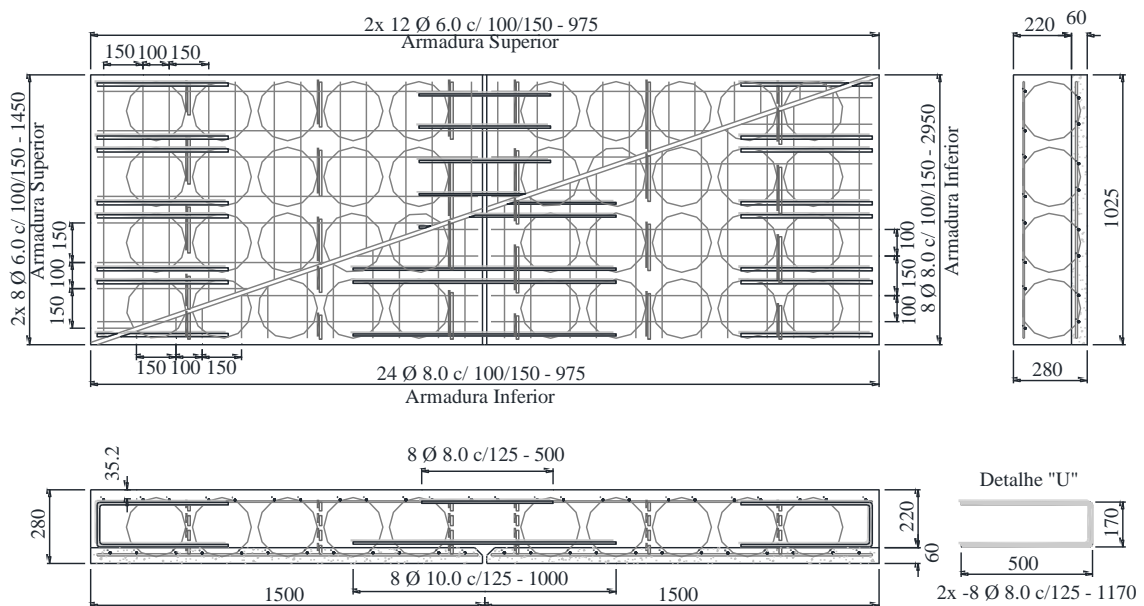


Figura 3-9 – Detalhamento das armaduras de flexão da laje BD28-F3 (dimensões em mm).

### 3.2.1. Processo executivo dos modelos

As fôrmas foram executadas de chapa de aço ASTM-36  $t=6$  mm, nas bordas das formas, foram parafusados com chapas de aço de forma que seja fácil a remoção após concretagem. Foram colocadas duas malhas de aço na laje, uma na superfície inferior e outra na superfície superior como mostra a Figura 3-10.



(a) Armação e montagem laje BD28-F1



(b) Armação e montagem laje BD28-F2



(c) Concretagem das pré-lajes pré-moldadas



(d) Posicionamento dos pré-moldados na forma



(e) Concretagem final e cura



(f) Laje posicionada para ensaio

Figura 3-10- Procedimentos executivos dos modelos

O concreto foi fornecido pela empresa *CONCRECON*, a concretagem se deu em duas etapas, primeiramente foram concretadas as pré lajes, posteriormente foram concretadas as lajes,

com concreto usinado bombeado classe C-30 (30 MPa como resistência característica para 28 dias), com brita 0, ou diâmetro máximo do agregado de 9,5mm, com *slump* de  $19 \pm 2$  cm. Na ocasião da concretagem, foi tomado o cuidado de vibrar adequadamente o concreto, antes de sua pega, a fim de evitar brocas no mesmo. Foi fixado a armadura inferior da laje com o espaçador na forma metálica com o propósito de manter o cobrimento da armadura superior, devido ao empuxo hidrostático tentarem levantar as esferas plásticas e consequentemente diminuir a altura útil da laje. Na execução da concretagem foram utilizados: carrinho de mão; vibrador tipo agulha; régua de alumínio; desempenadeira de aço, e colher de pedreiro. Simultâneo à concretagem das lajes foram moldados 56 corpos-de-prova cilíndricos (CPs) de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura por betonagem para a realização dos ensaios de propriedades mecânicas. Após a concretagem regularizou-se a superfície de concreto com auxílio de régua de alumínio, por fim utilizou-se desempenadeira de aço para retirar as imperfeições deixadas pela régua. Os corpos de prova foram submetidos às mesmas condições de cura das lajes, no período de cura do concreto fresco foram utilizados sacos de algodão umedecidos e lona preta, a fim de manter a umidade na superfície do concreto, durante os 7 primeiros dias de idade.



a) Ensaio abatimento de tronco de cone



b) Moldagem dos corpos de prova

Figura 3-11- Detalhe da concretagem dos corpos de prova.



Figura 3-12 - Processo de concretagem das pré-lajes e das lajes.

### 3.3. INSTRUMENTAÇÃO

#### 3.3.1. Deslocamentos verticais

Foram selecionados 7 pontos na parte superior das lajes para medição dos deslocamentos verticais, utilizando-se LVDT's (transdutores de variação de deslocamento linear) fabricados pela empresa HBM. A Figura 3-13 apresenta o posicionamento dos LVDT's utilizado nos ensaios das lajes.

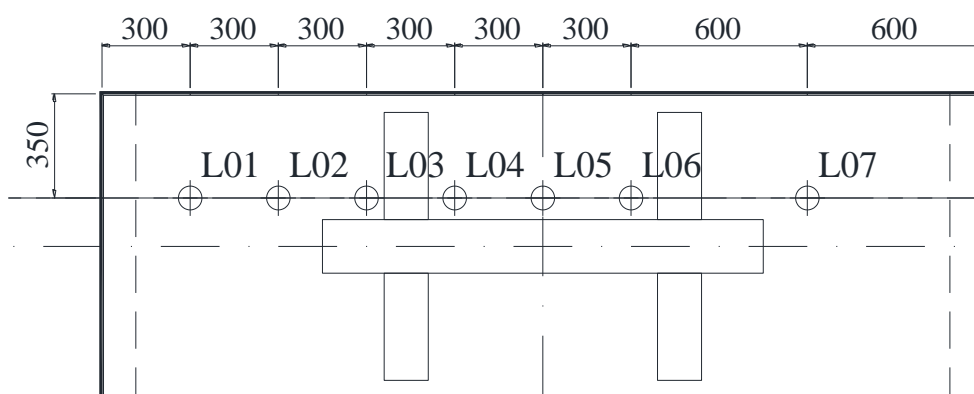


Figura 3-13-Localização dos LVDT's nas lajes ensaiadas

#### 3.3.2. Deformações na armadura de flexão

O acompanhamento das deformações das armaduras na fase de ensaio se deu através da instrumentação das armaduras de flexão com utilização de extensômetros elétricos de resistência (EER) da marca *Kyowa Eletronic Instruments*, tipo KFG-5-120-C1-11 com fator de correção de 2,11 e comprimento de 5 mm. O posicionamento dos extensômetros foi feito colocando-se dois deles em cada ponto diametralmente opostos na barra de aço de modo a eliminar efeitos de flexão localizada das barras. Para se obter a deformação na barra foi tomada uma média aritmética dos resultados registrados pelos pares de extensômetros.

A fixação dos extensômetros seguiu alguns passos importantes. Inicialmente as barras foram limadas e lixadas com o objetivo de retirar toda a nervura na região a ser instrumentada, sem retirar seção nominal. Após esse passo essa área foi limpa com álcool para total retirada de qualquer resíduo presente na superfície da barra. A colagem dos extensômetros foi feita com adesivo instantâneo à base de cianoacrilato.

Com os extensômetros fixados, cada terminal foi soldado à ponta de um cabo paralelo flexível, fixado à barra com o auxílio de braçadeiras plásticas. Para proteção dessa região de solda, contra atrito e outros choques mecânicos, foi colocada uma camada de adesivo a base de resina epóxi, funcionando também como isolamento elétrico. Então a área instrumentada é envolta com uma camada de silicone em gel para garantir proteção aos choques e por fim foi envolvida com uma fita crepe e posteriormente com a fita de auto-fusão. Na Figura 3-14 são apresentadas algumas etapas do procedimento de colagem dos extensômetros nas barras de aço.



a) Superfície limpa, limada e lixada da barra



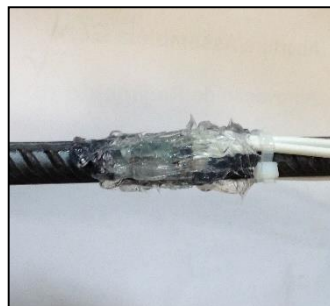
b) Colagem e posicionamento dos extensômetros



c) Soldagem dos terminais dos extensômetros



d) Proteção e isolamento com resina epóxi



e) Proteção mecânica com silicone



f) Proteção mecânica com fita isolante de auto-fusão

Figura 3-14 - Procedimento de colagem dos extensômetros

A Figura 3-15, a Figura 3-16, a Figura 3-17, e a Figura 3-18 apresentam as disposições dos extensômetros nas armaduras das lajes ensaiadas.

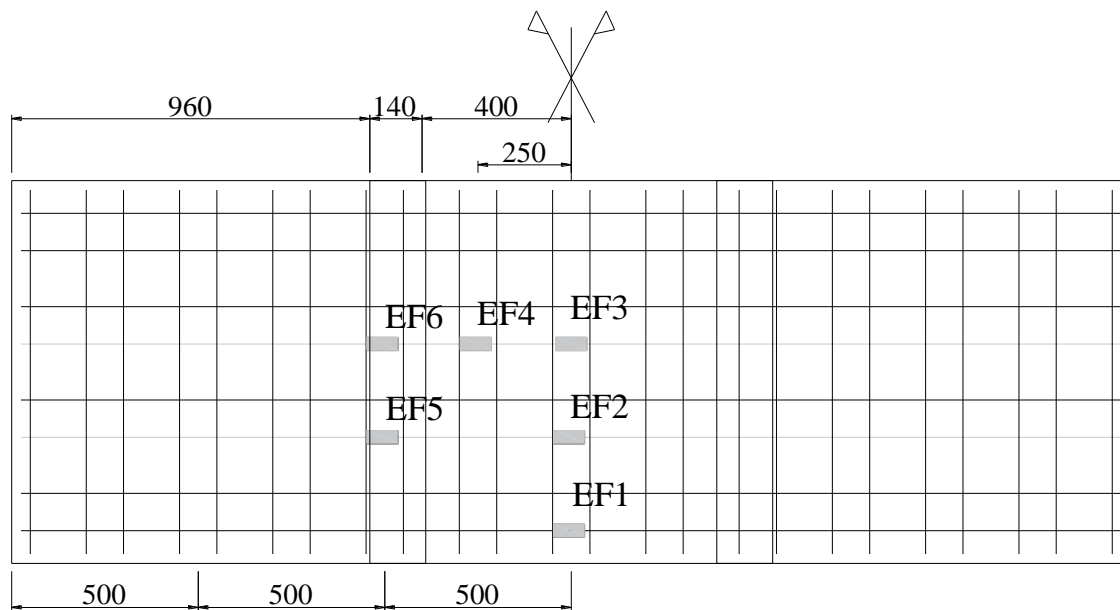


Figura 3-15- Extensômetros nas barras da laje de referencia-RSF28

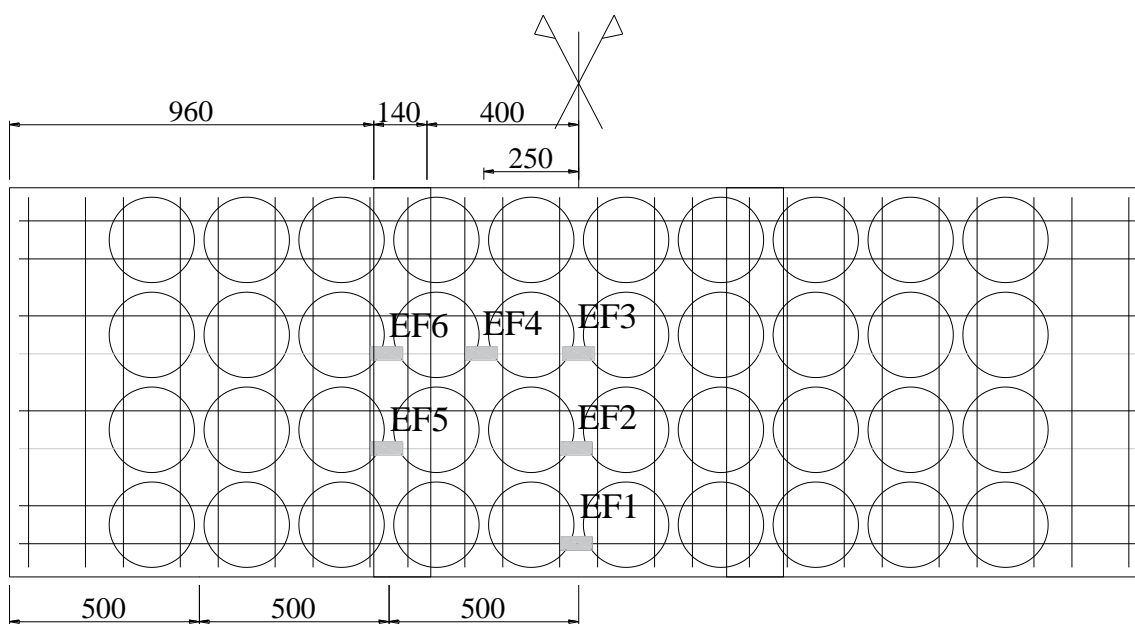


Figura 3-16-Extensômetros nas barras da laje de referencia-RSF28/BD-F1

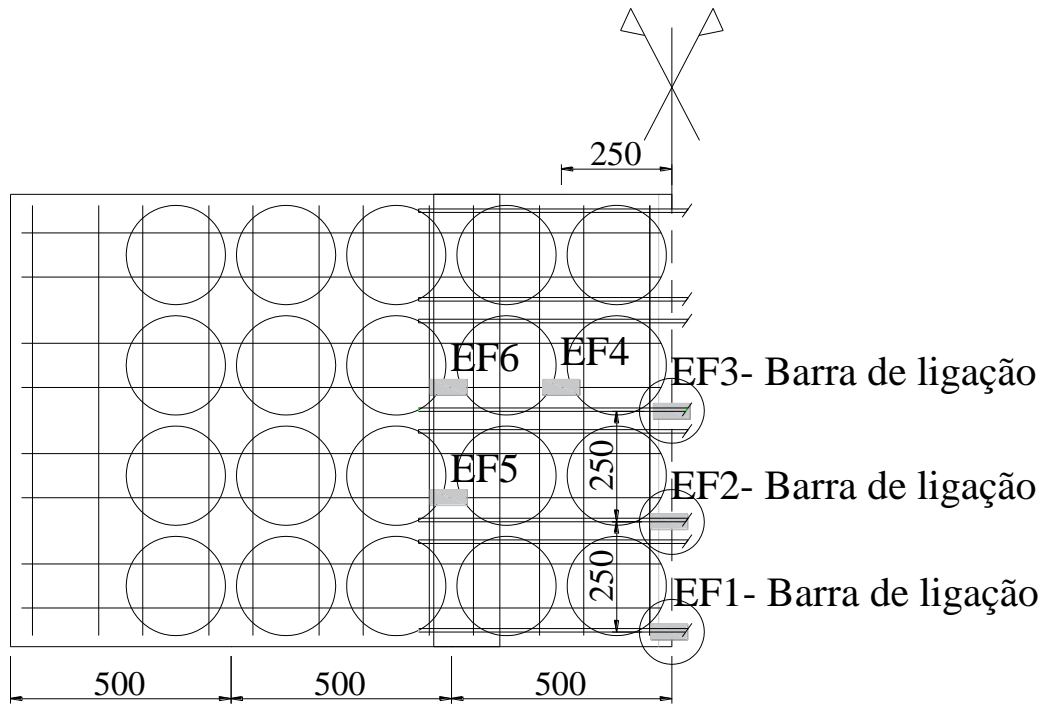


Figura 3-17-Extensômetros nas barras de aço da laje BD28-F2

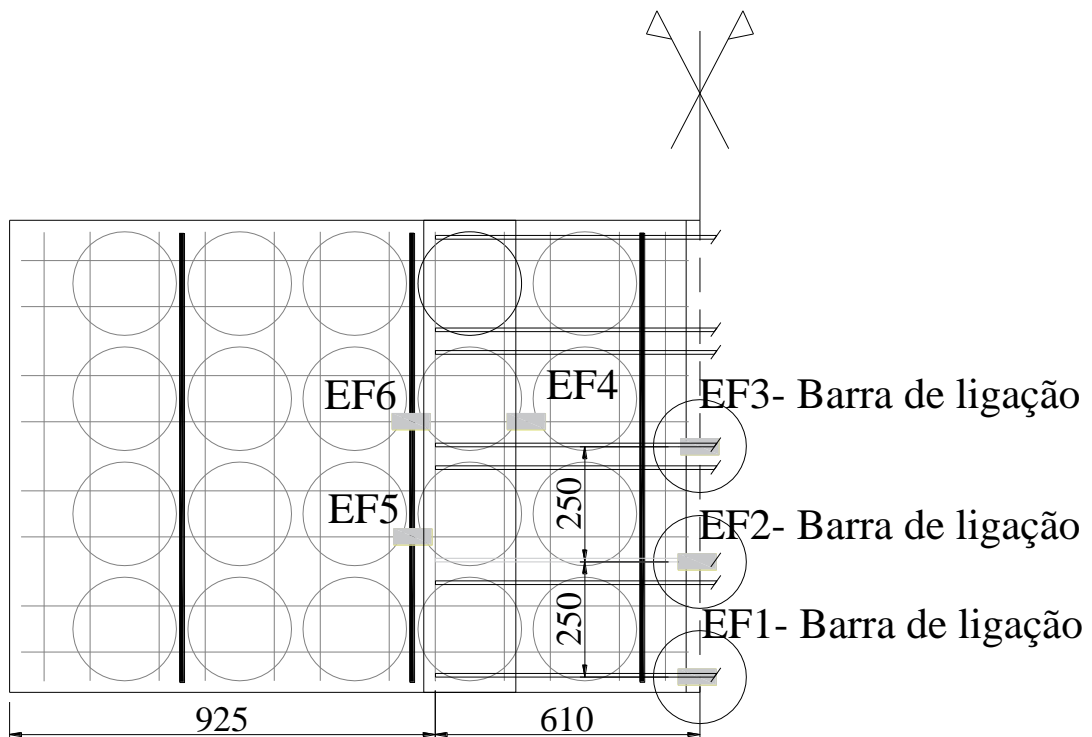


Figura 3-18- Extensômetros nas barras de aço da laje BD28-F3



### 3.3.3. Deformações no concreto

As deformações específicas no concreto foram medidas com extensômetros posicionados na parte superior da laje e na região central. Os extensômetros utilizados foram da marca *Kyowa*, tipo KC-70-120-A1-11, com fator de correção 2,11 e comprimento de 67 mm, sendo utilizados 5 extensômetros.

A Figura 3-19, a Figura 3-20, a Figura 3-21 e a Figura 3-22 apresentam as disposições dos extensômetros no concreto das lajes:

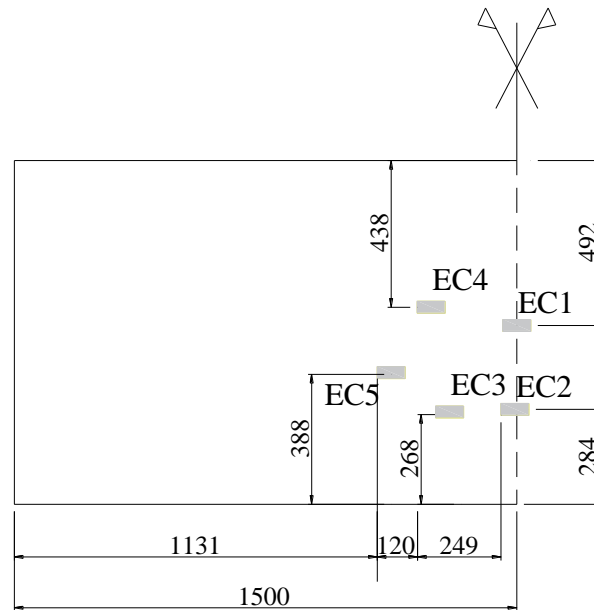


Figura 3-19-Extensômetro na laje maciça RSF

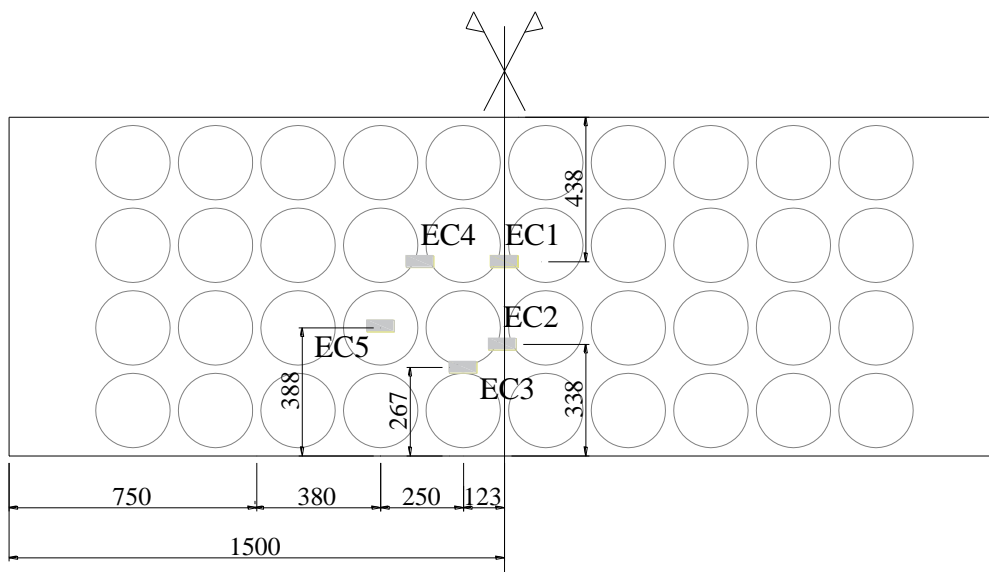


Figura 3-20- Extensômetros RSF28/BD-F1

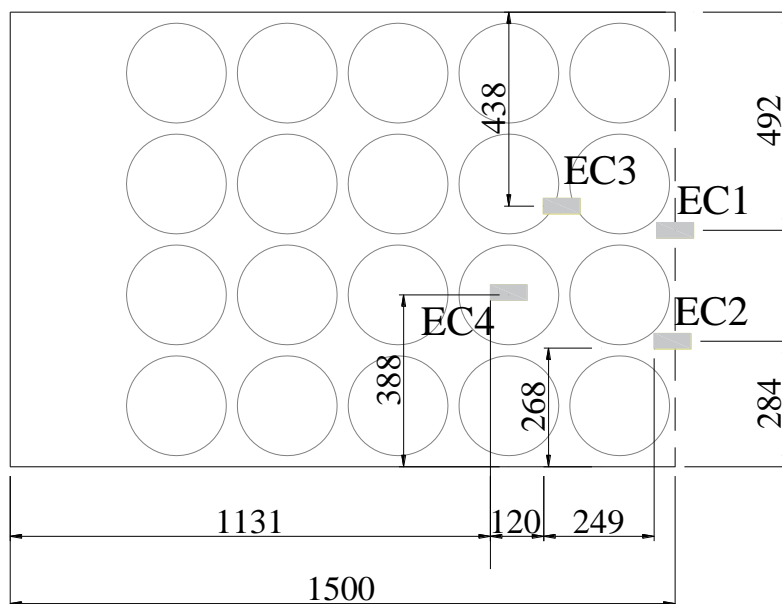


Figura 3-21-Extensômetros RSF28/BD-F2

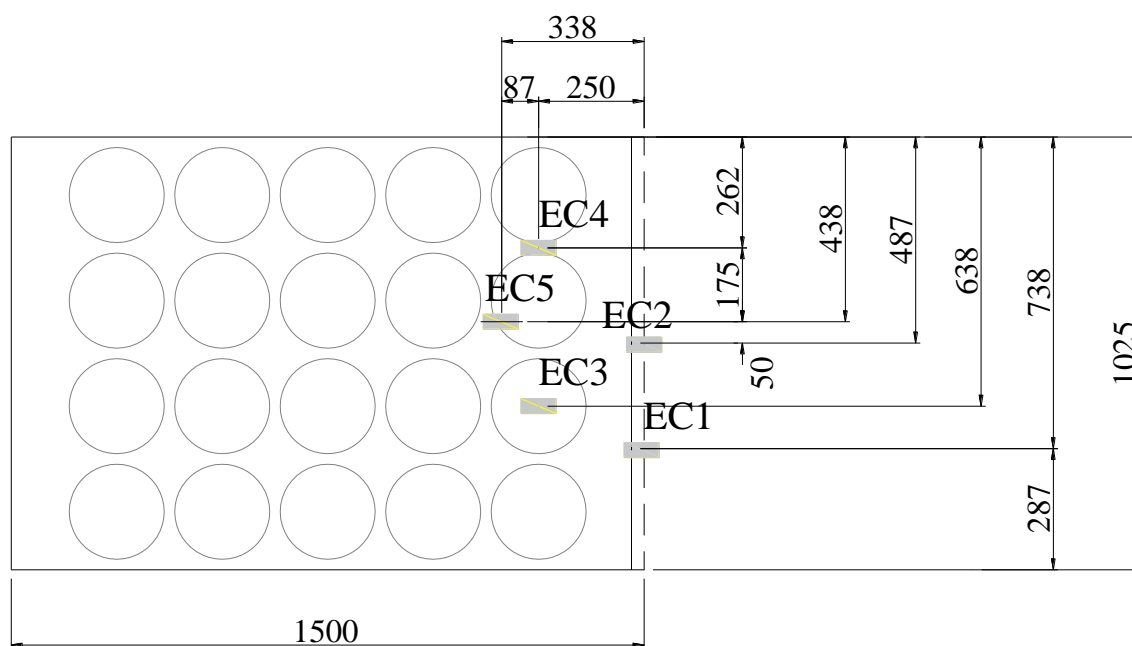


Figura 3-22- Extensômetros RSF28/BD-F3

A colagem dos extensômetros, mostrado na Figura 3-23, foi feita conforme o seguinte roteiro: preparação da superfície do concreto através do lixamento e da limpeza por jato de ar; aplicação de uma fina camada de regularização da resina flexível da marca Araldite, que

também serve como base para a cola, e colagem dos extensômetros com cola tipo cianoacrilática.

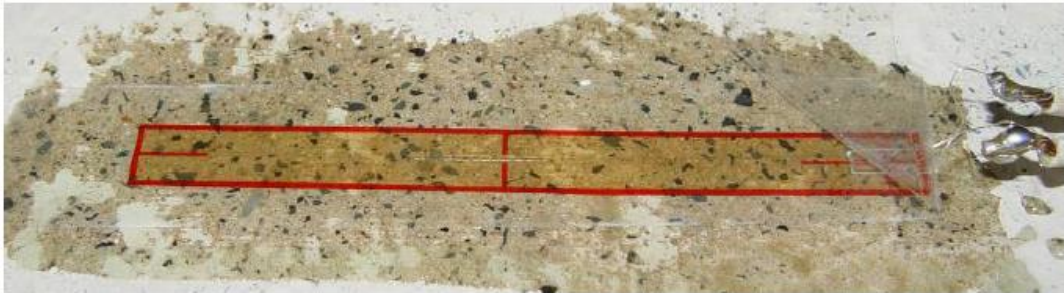


Figura 3-23- Colagem do extensômetro elétrico no concreto

### 3.4. AQUISIÇÃO DE DADOS

O sistema de aquisição de dados utilizado foi o HBM (*Hottinger Baldwin Messtechnik*) Spider8 com o software *Catman*, sistema capaz de monitorar e registrar informações com alta velocidade. Possui oito canais, possibilitando que até oito variáveis possam ser acompanhadas simultaneamente, além da possibilidade de até oito equipamentos trabalharem simultaneamente, um sendo o mestre e os outros sete conectados entre si.

Os sensores e transdutores são os elementos que captam variações físicas e as converte em sinais e impulsos elétricos, sendo que nesta dissertação foram utilizados:

- Medidores de deformação (do inglês: Strain Gauges);
- Células de carga;
- Sensores de deslocamento conhecidos com; Transdutores de Variação de Deslocamento Linear (LVDT).



Figura 3-24- Sistema de aquisição de dados dos ensaios

### 3.5. SISTEMA DE ENSAIO E APLICAÇÃO DE CARGA

Na montagem do pórtico, foi tomado o cuidado para que o carregamento ficasse simétrico na laje, tirando o nível da laje, dos apoios e do perfil distribuidor da carga, e verificando os eixos da laje e do perfil. Para permitir que os apoios e os pontos de aplicação fossem rotulados, foi utilizado o sistema apresentado na Figura 3-25 e Figura 3-26.

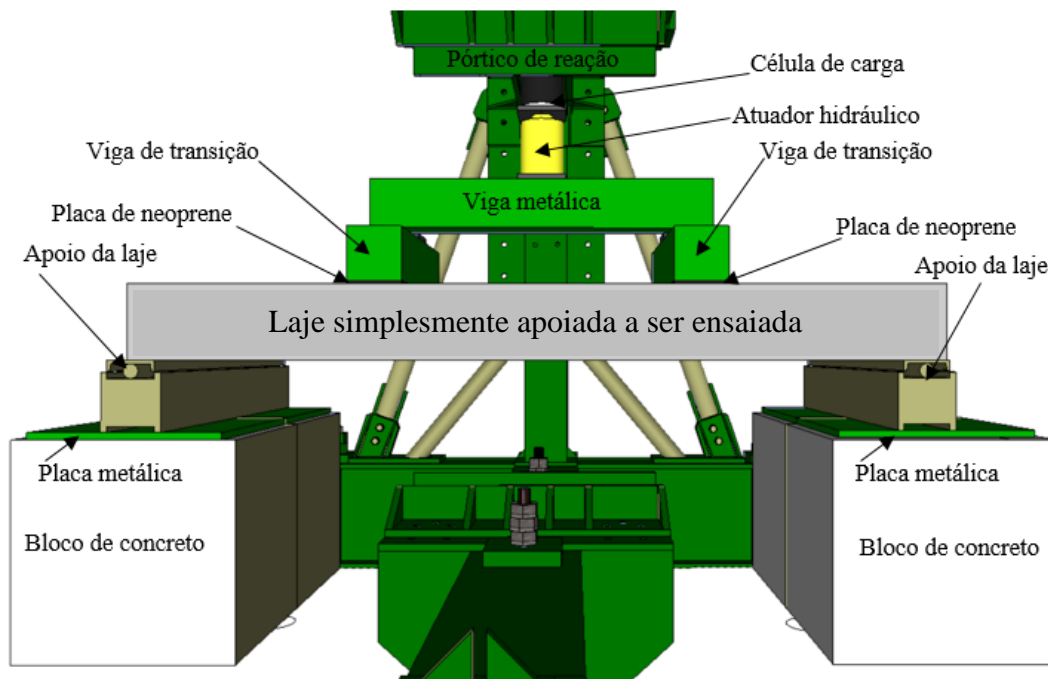


Figura 3-25- Sistema de ensaio das lajes

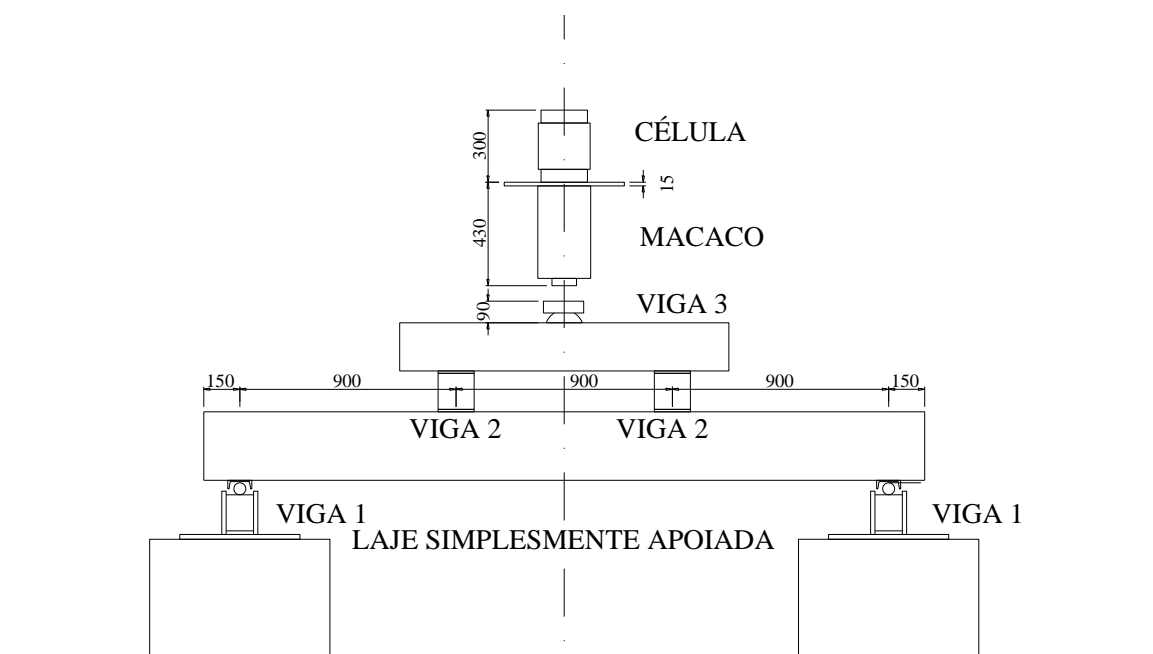
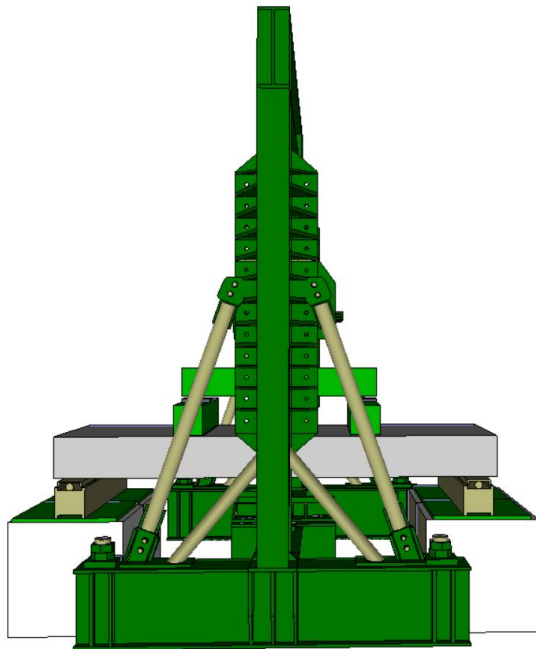
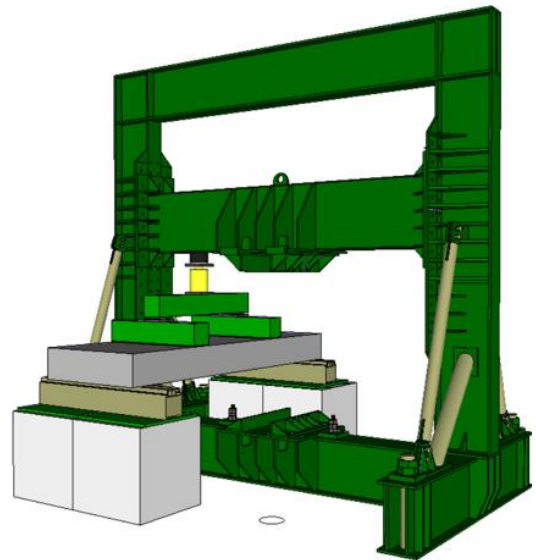


Figura 3-26- Detalhe do sistema de ensaio com vista em corte

O pórtico utilizado servia apenas como suporte de reação para a célula de carga, portanto, os apoios das lajes foram providenciados com blocos de concreto armado, com dimensões de 750x750x500mm, sobre estes blocos de concreto foram colocadas placas de aço ASTM-36  $t=15,88$  mm, devidamente nivelados, conforme Figura 3-27.



(a) Vista lateral o pórtico de ensaio



(b) Vista de lado do pórtico de



(c) Laje posicionada para ensaio



(d) Vista do sistema de ensaio da laje

Figura 3-27- Detalhe do pórtico para ensaio das lajes

O carregamento foi aplicado com passos de carga de 2,5 kN até a ruptura por meio de um atuador hidráulico da marca Enerpac, com capacidade de aplicação de carga de até 1000 kN, acionado por uma bomba elétrica. O atuador hidráulico transferiu o carregamento para uma viga metálica rígida que distribuía a mesma carga para outras duas vigas rígidas de aço. Para uma melhor distribuição de esforços sobre a superfície da laje, foram colocadas sob as vigas de transmissão de carga tiras de neoprene.

O monitoramento do carregamento aplicado foi realizado por meio de células de carga da marca Kratos, com capacidade de 1000 kN, alinhada ao atuador hidráulico. O sistema de ensaio está representado na Figura 3-28 e Figura 3-29.

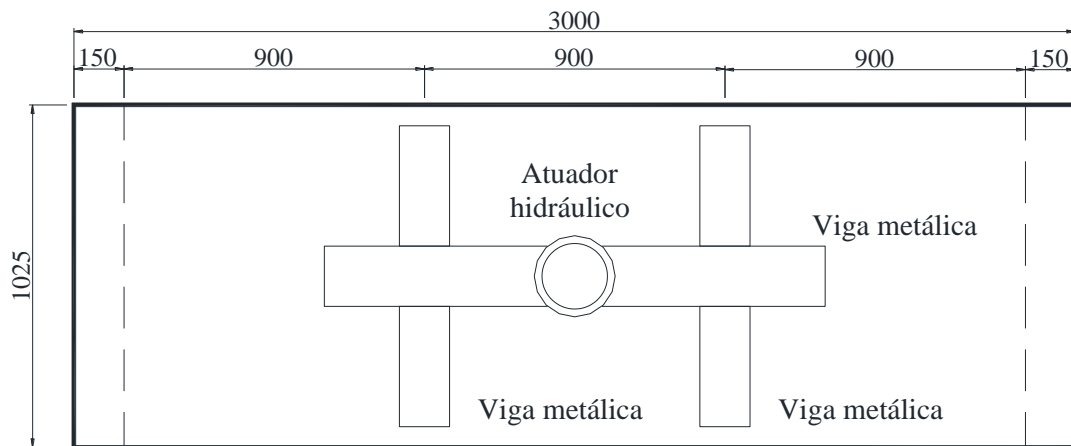


Figura 3-28 – Vista superior do sistema de ensaio (dimensões em mm).

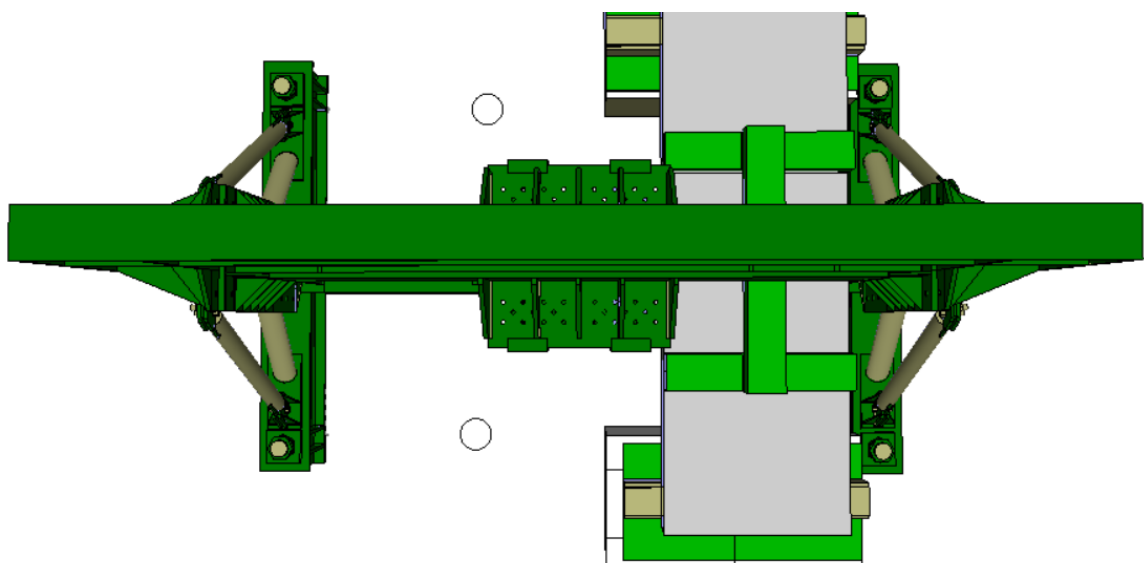


Figura 3-29- Vista superior do pórtico para ensaio das lajes.

## 4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

### 4.1. PROPRIEDADE MECÂNICA DOS MATERIAIS

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais dos ensaios das lajes de referência e lajes *BubbleDeck*, em conjunto com ensaios para a obtenção das resistências do aço e do concreto. Também estão apresentadas as deformações dos materiais utilizados, as flechas das lajes e o padrão de fissuração.

#### 4.1.1. Resultado da caracterização do Aço

Para os ensaios de tração utilizou-se uma máquina de ensaio modelo EMIC 23-100 Equipamentos e Sistemas de Ensaio Ltda., com velocidade de deslocamento de até 500 mm/min e célula de carga com capacidade máxima de 1000 kN. Foram retirados aleatoriamente 3 corpos de prova (500 mm) de cada uma das barras e submetidas ao ensaio de tração. Para caracterização das propriedades mecânicas do aço em uso, foram seguidas as recomendações da NBR 6892 (2002) e NBR 7480 (2007). Das três amostras, uma era rompida para determinação da carga de ruptura e as outras duas amostras de aço foram ensaiadas à tração, e suas deformações medidas com extensômetros mecânicos.

A Figura 4-1, a Figura 4-2, a Figura 4-3, e a Figura 4-4 apresentam gráficos tensão-deformação médios dos ensaios à tração do aço utilizados nas lajes.

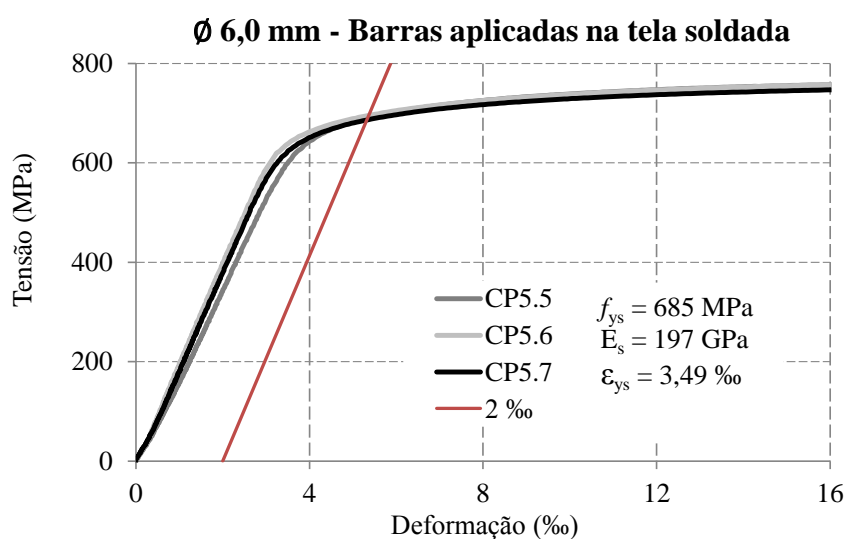


Figura 4-1– Gráfico tensão-deformação do aço Ø 6,0 mm CA-60.

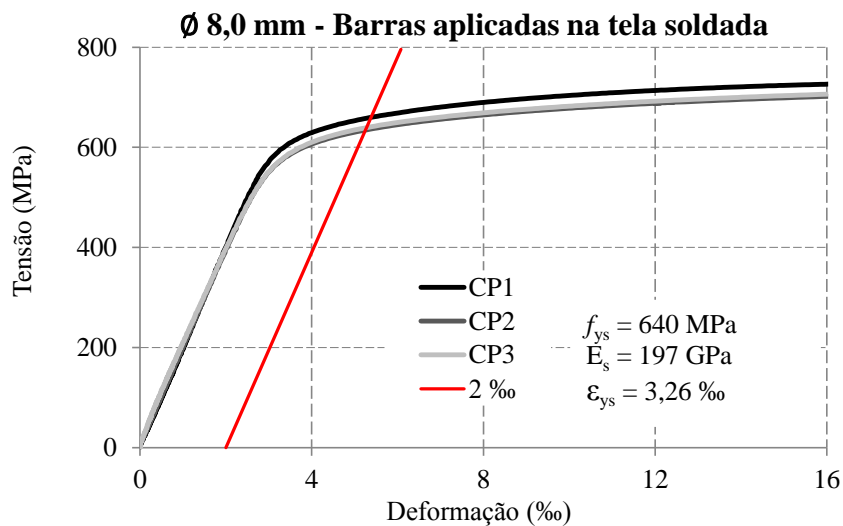


Figura 4-2 – Gráfico tensão-deformação do aço Ø 8,0 mm CA-60.

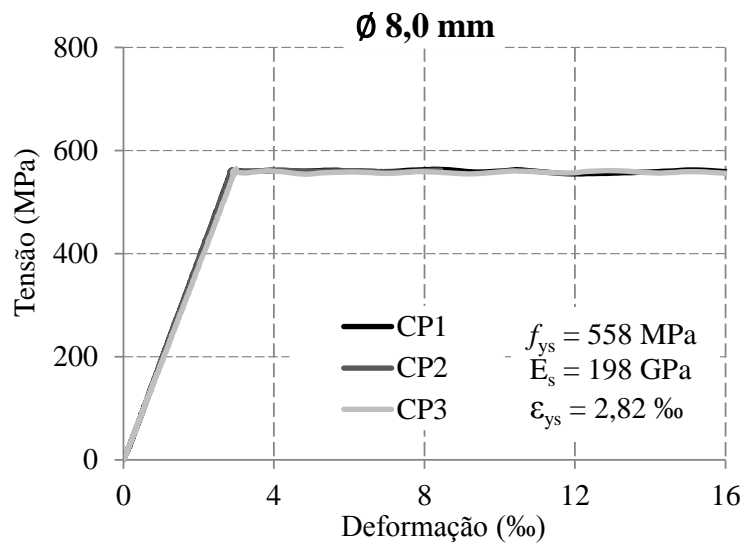


Figura 4-3 – Gráfico tensão-deformação do aço Ø 8,0 mm CA-50.

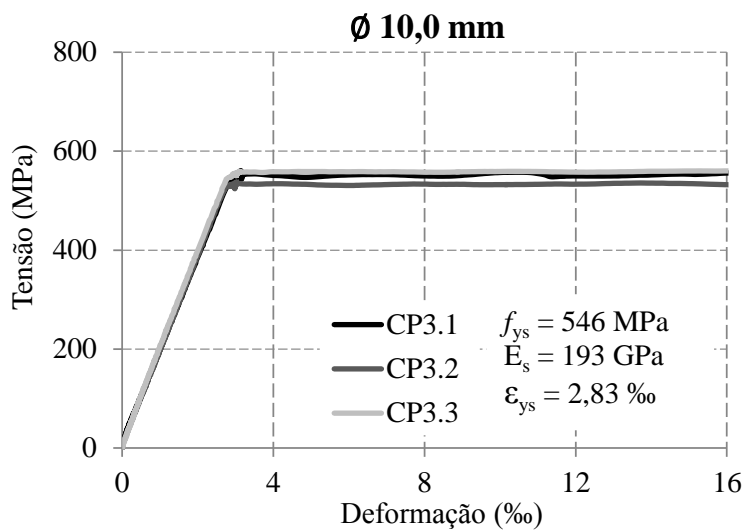


Figura 4-4 – Gráfico tensão-deformação do aço Ø 10,0 mm CA-50.



É possível notar que as barras de aço CA-50 com diâmetros de 8 mm e 10 mm apresentaram um patamar de escoamento definido, onde verifica-se o valor da tensão de escoamento  $f_{ys}$  e a deformação específica de escoamento  $\epsilon_{ys}$ . Na Tabela 4-1 estão apresentados os valores de  $f_{ys}$  e  $\epsilon_{ys}$ , assim como a tensão de ruptura,  $f_u$ , e o módulo de elasticidade,  $E_s$ .

Tabela 4-1 – Característica mecânica das barras de aço

ø 6,0 mm, Tela soldada CA-60						
CP	$f_{ys}$ (EMIC) (MPa)	$E_s$ (EMIC) (GPa)	$\epsilon_{ys}$ (EMIC) (%)	$f_{ys}$ (Gráf) (MPa)	$E_s$ (Gráf) (GPa)	$\epsilon_{ys}$ (Gráf) (%)
CP5.5	702	184	3,81	684	181	3,78
CP5.6	697	203	3,44	690	209	3,30
CP5.7	691	198	3,49	681	201	3,39

ø 8,0 mm, Tela soldada CA-60						
CP	$f_{ys}$ (EMIC) (MPa)	$E_s$ (EMIC) (GPa)	$\epsilon_{ys}$ (EMIC) (%)	$f_{ys}$ (Gráf) (MPa)	$E_s$ (Gráf) (GPa)	$\epsilon_{ys}$ (Gráf) (%)
CP1	658	203	3,25	653	203	3,22
CP2	634	193	3,29	631	195	3,23
CP3	639	189	3,39	635	192	3,31

ø 8,0 mm, Barra de aço CA-50						
CP	$f_{ys}$ (EMIC) (MPa)	$E_s$ (EMIC) (GPa)	$\epsilon_{ys}$ (EMIC) (%)	$f_{ys}$ (Gráf) (MPa)	$E_s$ (Gráf) (GPa)	$\epsilon_{ys}$ (Gráf) (%)
CP1	560	198	2,82	560	200	2,80
CP2	560	200	2,79	559	205	2,73
CP3	555	187	2,96	555	189	2,93

ø 10,0 mm, Barra de aço CA-50						
CP	$f_{ys}$ (EMIC) (MPa)	$E_s$ (EMIC) (GPa)	$\epsilon_{ys}$ (EMIC) (%)	$f_{ys}$ (Gráf) (MPa)	$E_s$ (Gráf) (GPa)	$\epsilon_{ys}$ (Gráf) (%)
CP3.1	555	189	2,93	547	188	2,91
CP3.2	539	194	2,78	532	192	2,78
CP3.3	565	197	2,87	559	199	2,81

Obs.: EMIC- Máquina de Ensaio, Gráf.- Gráfico através da tensão e deformação

Resumo do ensaio

Diâmetro Nominal		Média Adotada	$f_{ys}$ (MPa)	$\epsilon_{ys}$ %	$E_s$ (GPa)	$f_u$ (MPa)
CA-60	6,0		697	3,58	195	755
	8,0		644	3,31	195	727
CA-50	8,0		558	2,86	195	676
	10,0	553	2,86	193	669	

#### 4.1.2. Concreto

Foram seguidas as recomendações das normas brasileiras NBR 5739 (1994) e da NBR 7222 (2011), para a determinação das propriedades mecânicas do concreto utilizado nas lajes. Para cada laje foram moldados 9 corpos de prova cilíndricos com dimensões de 100 mm x 200 mm. A Figura 3.25 ilustra o ensaio dos corpos de prova cilíndricos submetidos a esforços de compressão utilizando máquina da marca *Dinateste*.



a) Corpo de prova posicionado na prensa

b) Corpo de prova no momento da ruptura

c) Corpos de prova rompidos

Figura 4-5 - Ensaio de corpos de prova cilíndricos à compressão.

Os corpos-de-prova também foram submetidos ao ensaio de tração por compressão diametral, conforme Figura 4-6.



a) Prensa utilizada no ensaio

b) Corpo de prova posicionado na prensa

c) Corpos de prova rompidos

Figura 4-6 - Ensaio de tração por compressão diametral.

Os valores médios das propriedades mecânicas do concreto utilizado para fabricação dos modelos, nas idades de controle, são apresentados na Tabela 4-2. A

Tabela 4-3 apresenta o resumo das propriedades do concreto.

Tabela 4-2 - Propriedades mecânicas do concreto

Origem	CP	Tipo de Ensaio	Idade*	$f_c$	$f_{ct}$	$E_{ci}$
			(dias)	(MPa)	(MPa)	(GPa)
Concretagem final	CP1	Compressão	44	46,2	-	-
	CP2	Compressão	44	49,5	-	-
	CP3	Compressão	44	47,2	-	-
	CP4	Tração	44	-	3,5	-
	CP5	Tração	44	-	2,8	-
	CP6	Tração	44	-	5,0	-
	CP7	Módulo de Elasticidade	54	46,2	-	30,6
	CP8	Módulo de Elasticidade	54	46,2	-	21,0
			Média	47,7	3,8	25,8
			Desvio Padrão	1,7	1,2	6,8
			C.V	3,53%	30,66%	26,43%
Pré-moldado	PW1	Compressão	44	56,3	-	-
	PW2	Compressão	44	54,5	-	-
	PW3	Compressão	44	59,0	-	-
	PW4	Tração	44	-	3,3	-
	PW5	Tração	44	-	4,0	-
	PW6	Tração	44	-	3,0	-
	PW7	Módulo de Elasticidade	54	56,2	-	27,4
	PW8	Módulo de Elasticidade	54	54,5	-	27,6
			Média	56,1	3,4	27,5
			Desvio Padrão	2,3	0,5	0,1
			C.V	3,99%	15,70%	0,54%
* Idade de ruptura dos corpos de prova						
CP- Corpo de prova do concreto na segunda concretagem						
PW- Corpo de prova da concretagem das pré-lajes						

Tabela 4-3 – Propriedades mecânicas do concreto

Lote	Fornecedor	$f_c$	$f_{ct}$	$E_c$
		(MPa)	(MPa)	(GPa)
Pré-moldado	Concrecon	56,1	3,4	27,5
Complemento	Concrecon	47,71	3,9	25,8

## 4.2. ENSAIO DAS LAJES

### 4.2.1. Deslocamentos Verticais

Para medir os deslocamentos foram utilizados sete LVDT's localizados na face superior das lajes. Os pontos monitorados e as leituras a cada passo de carga foram as mesmas para que

se fizesse uma comparação direta dos resultados obtidos, na Figura 4-7 é possível visualizar a posição de cada LVDT na laje. Na Figura 4-8, na Figura 4-9, na Figura 4-10, e na Figura 4-11 são apresentados os gráficos de deslocamentos das lajes em relação ao seu posicionamento.

Para todos os modelos as leituras de deslocamentos foram lidas até o limite de 50 mm, devido as limitações de curso do LVDT. Nas lajes RSF28 e BD28-F1 não foi possível acompanhar a curva descendente dos deslocamentos devido a forma brusca de ruptura destes dois modelos. Já na laje BD28-F2 foi possível acompanhar os deslocamentos após ruptura.

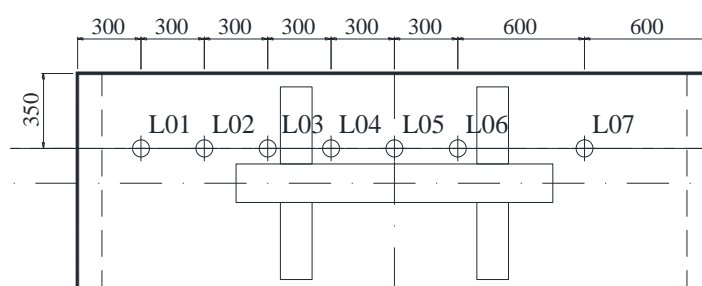


Figura 4-7 – Posição dos LVDTs nas lajes (dimensões em mm)

Os gráficos apresentados na Figura 4-8, na Figura 4-9, na Figura 4-10, e na Figura 4-11 observou que as lajes tiveram um deslocamento inicial similar, até aproximadamente o passo de carga de 17 kN, esse comportamento se deu pelo fato de ambas as lajes terem a mesma taxa de armadura de flexão, e que nessa fase de carregamento a estrutura se encontra no regime linear, porém com o incremento de carga o concreto entra na fase de plastificação na zona tracionada com iminência de fissuração. Verificou-se que a carga de fissuração em média se deu com 17,5 kN. Assim, os deslocamentos começaram a apresentar variações consideradas entre si, a medida que se aumentava o carregamento, os LVDT's que estavam posicionados no centro da laje passavam a apresentar maiores deslocamentos devido à falta de rigidez entre os painéis pré-moldados.

A laje RSF-28, apresentou um comportamento rígido com deslocamento na ordem de 33,74 mm conforme Figura 4-8 com deslocamento menor que as lajes BD28-F1 e BD28-F2 o que já era esperado devido às lajes *BubbleDeck* apresentarem considerável quantidade de vazios.

As lajes RSF-28, BD28-F1 e BD28-F2 apresentaram deslocamentos máximos no LVDT-L05, isso mostra que houve uma simetria de carregamento em conjunto com a flexão pura.

A laje BD28-F2 apresentou o maior deslocamento da série de ensaios conforme Figura 4-10 na ordem de 38,55 mm, isso mostra que mesmo mantendo a taxa de armadura à flexão igual em todas as lajes à ausência de maciço entre as pré-lajes aumenta o deslocamento.

Já na laje BD28-F3 o deslocamento máximo aconteceu no LVDT-L04 mostrando que houve interferência do maciço entre as pré-lajes, ou seja, foi a laje que apresentou menor deslocamento na ordem de 33,14 mm conforme Figura 4-11.

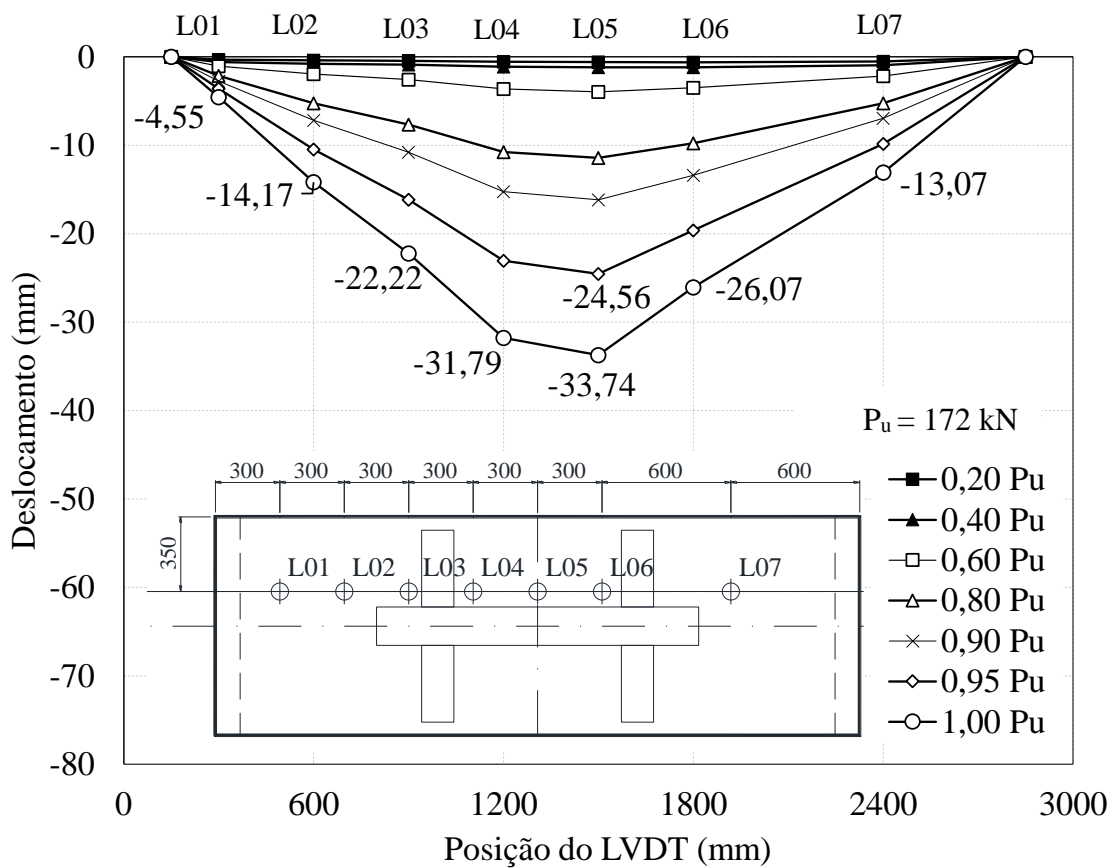


Figura 4-8 – Gráfico do deslocamento laje RSF28

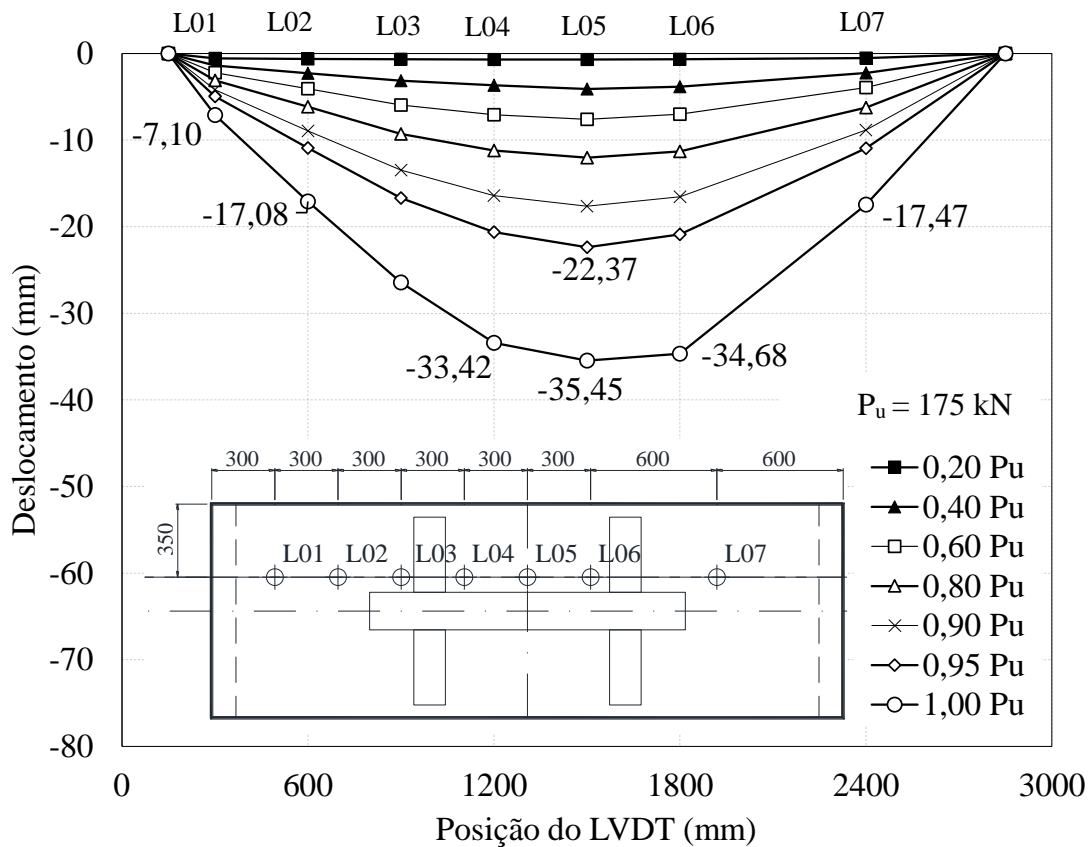


Figura 4-9 – Gráfico do deslocamento laje BD28-F1

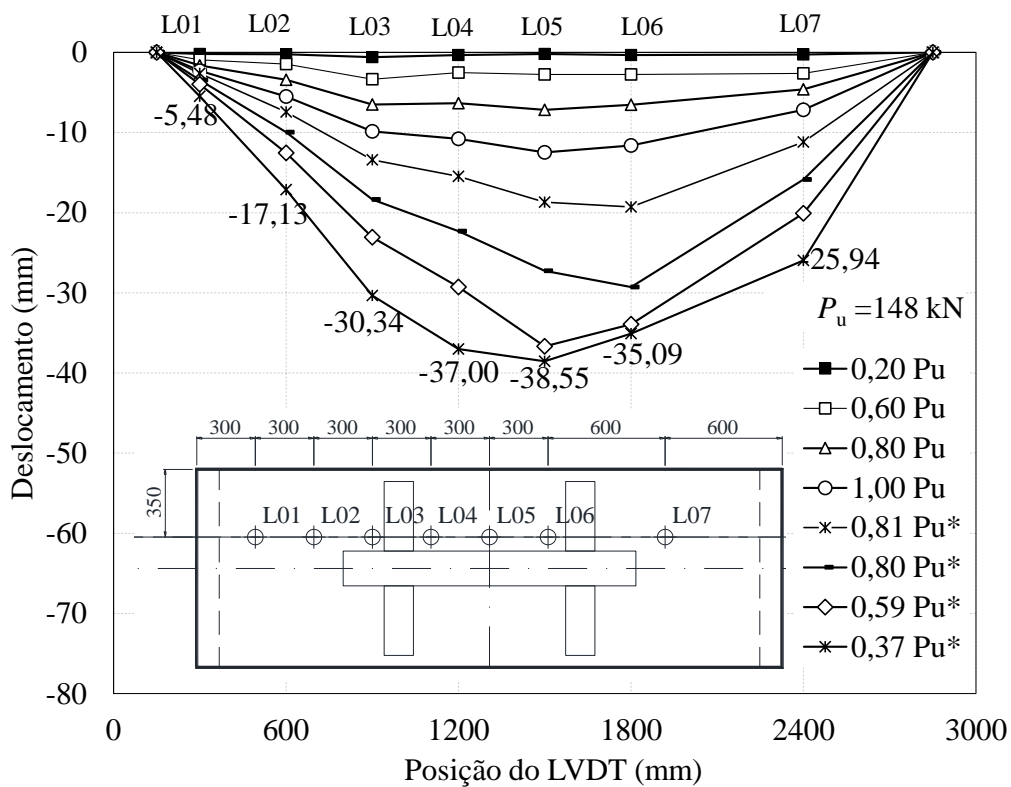


Figura 4-10 – Gráfico do deslocamento laje BD28-F2

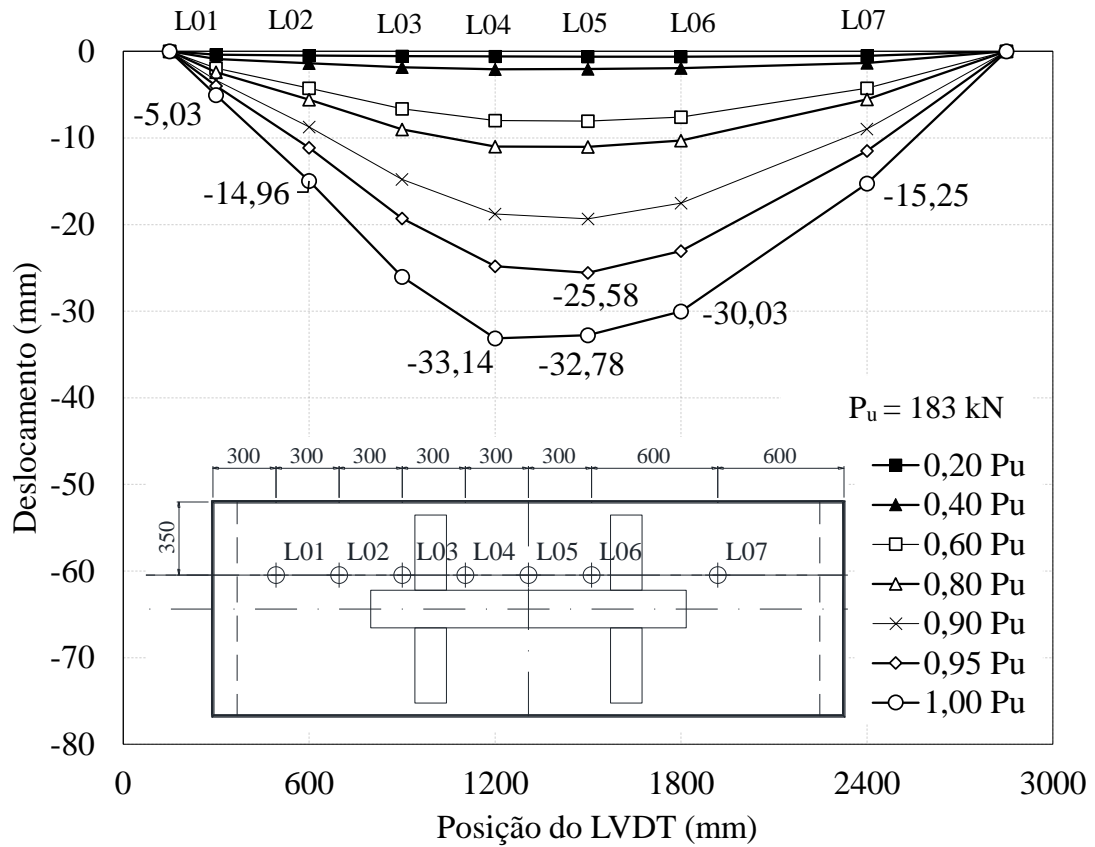


Figura 4-11– Gráfico do deslocamento laje BD28-F3

São apresentados os gráficos de carga deslocamento das lajes RSF28, BD28-F1, BD28-F2 e BD28-F3, assim como um comparativo entre os deslocamentos nos LVDT's 02, 04, 06 e 07 conforme Figura 4-12 à Figura 4-18.

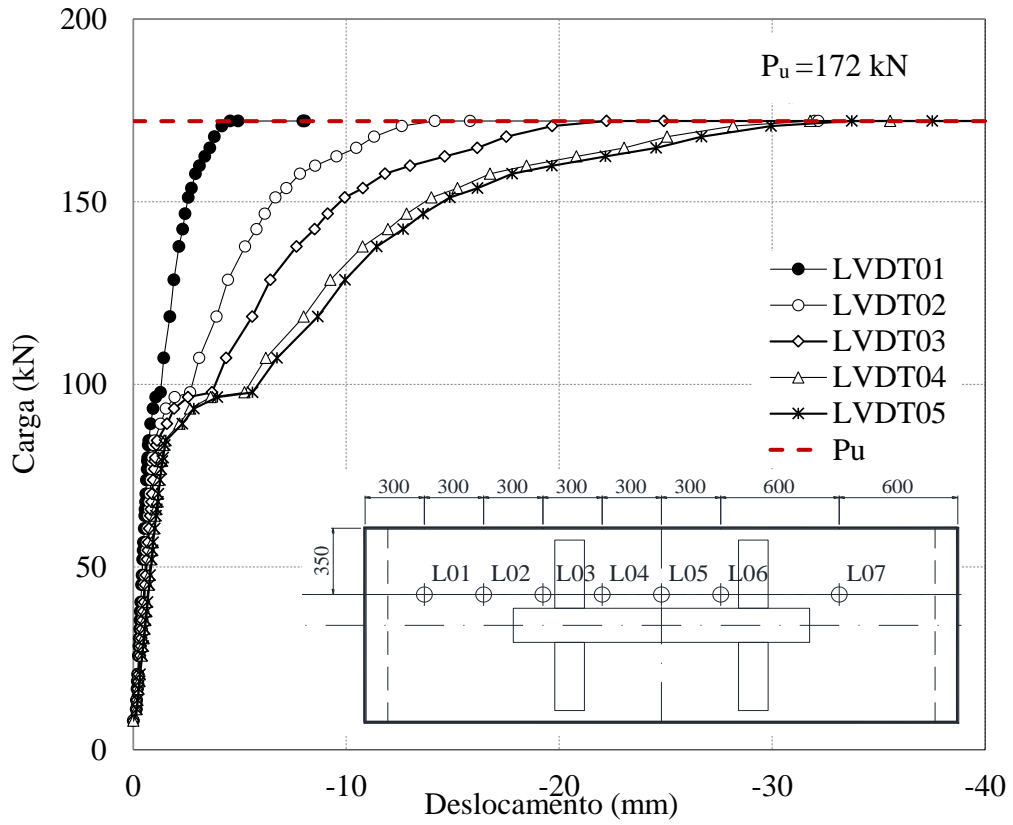


Figura 4-12 Gráfico de carga deslocamento modelo RSF28

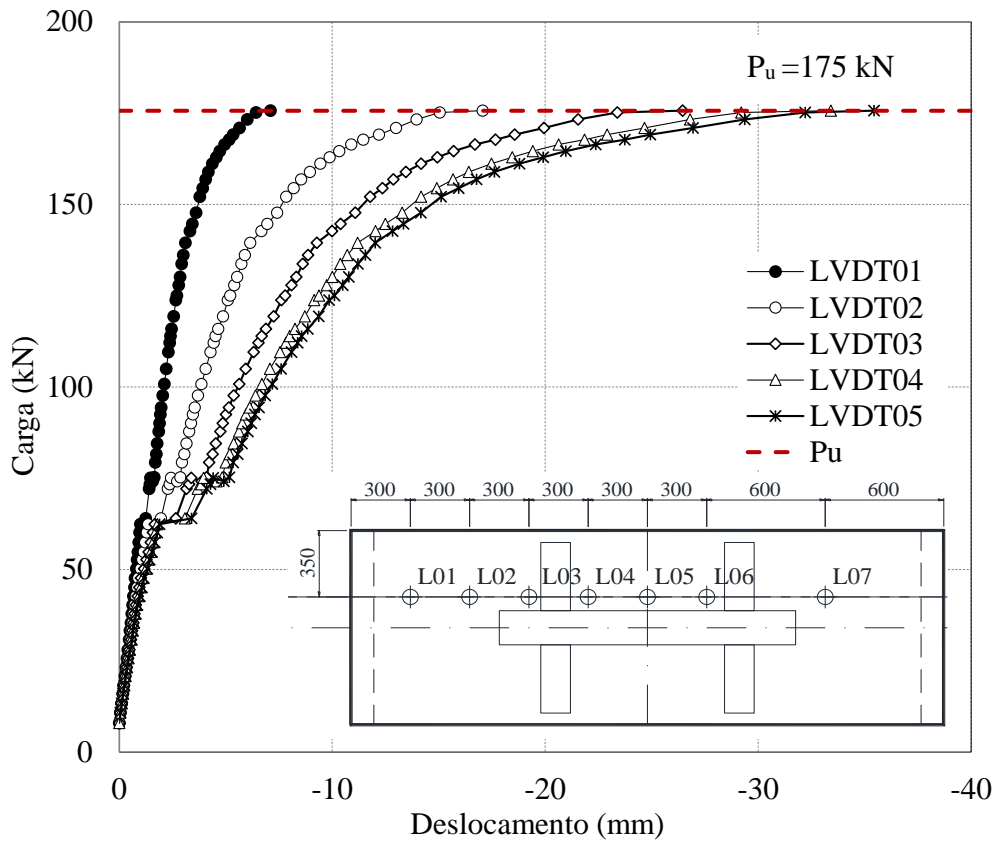


Figura 4-13- Gráfico de carga deslocamento modelo BD28-F1



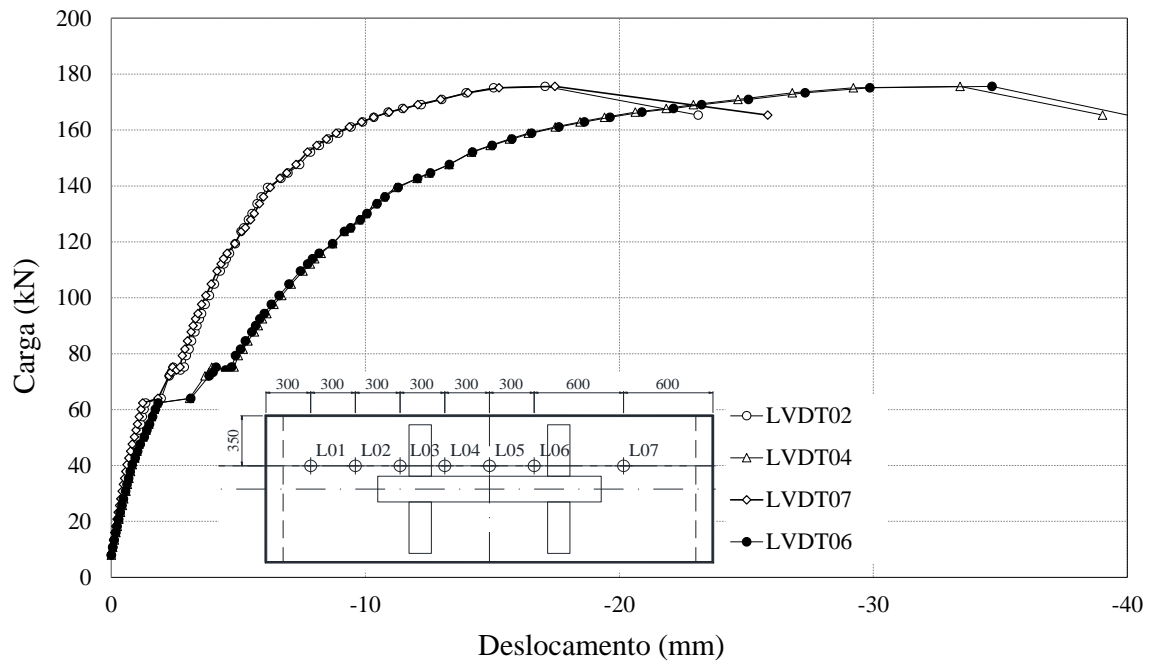


Figura 4-14- Gráfico comparativo dos deslocamentos da Laje BD28-F1

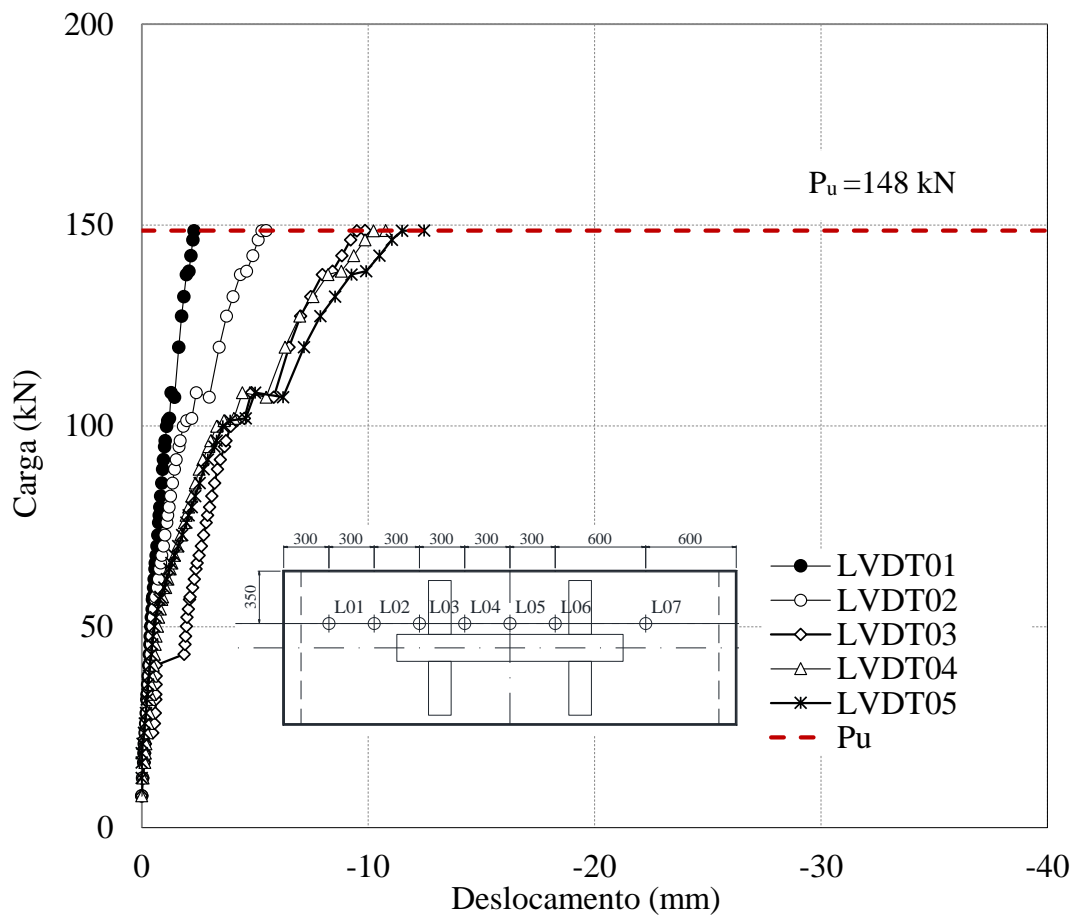


Figura 4-15- Gráfico de carga deslocamento modelo BD28-F2

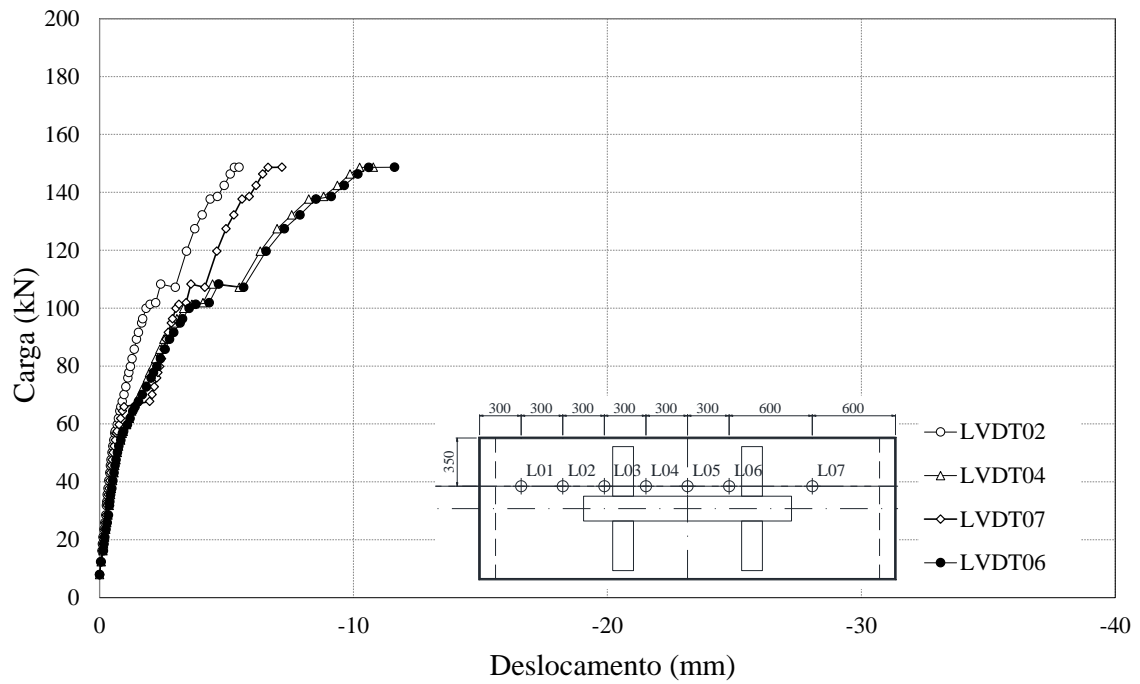


Figura 4-16 Gráfico comparativo dos deslocamentos da Laje BD28-F2

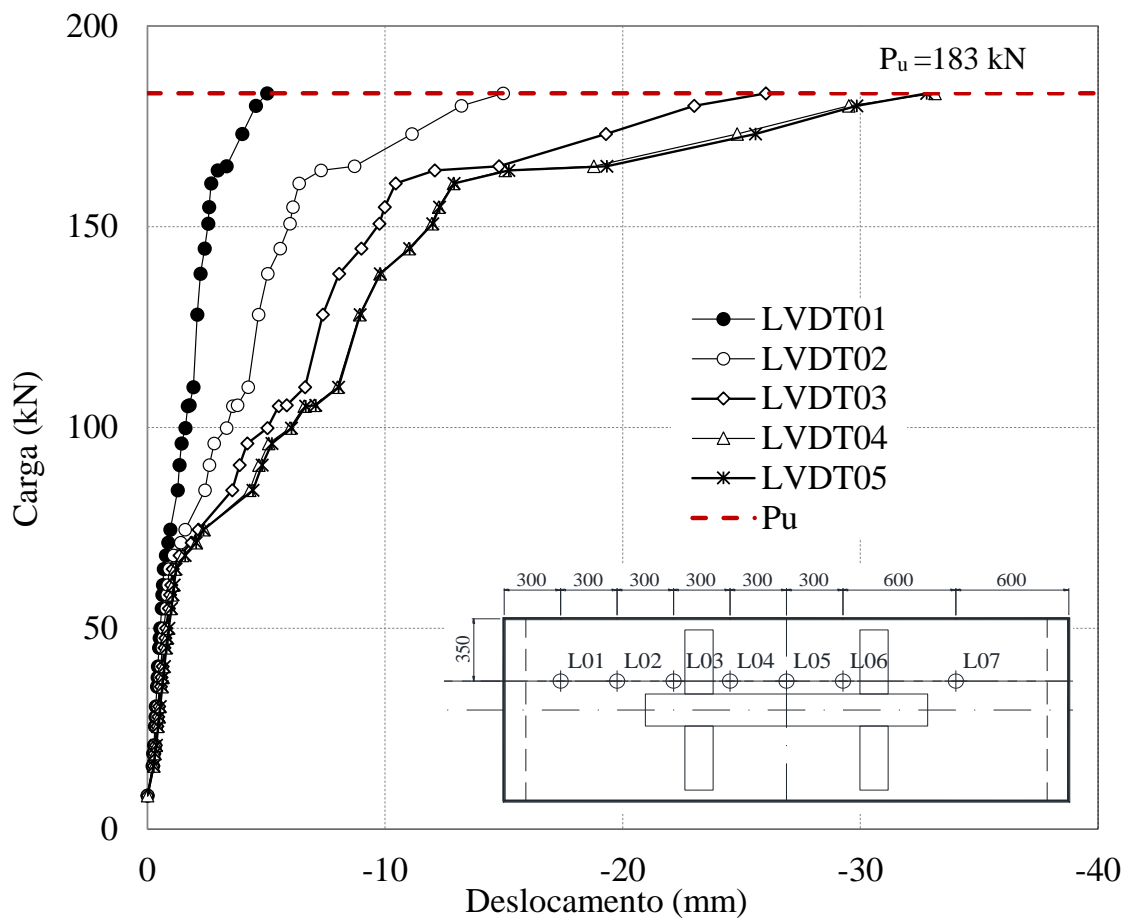


Figura 4-17– Gráfico de carga deslocamento modelo BD28-F3

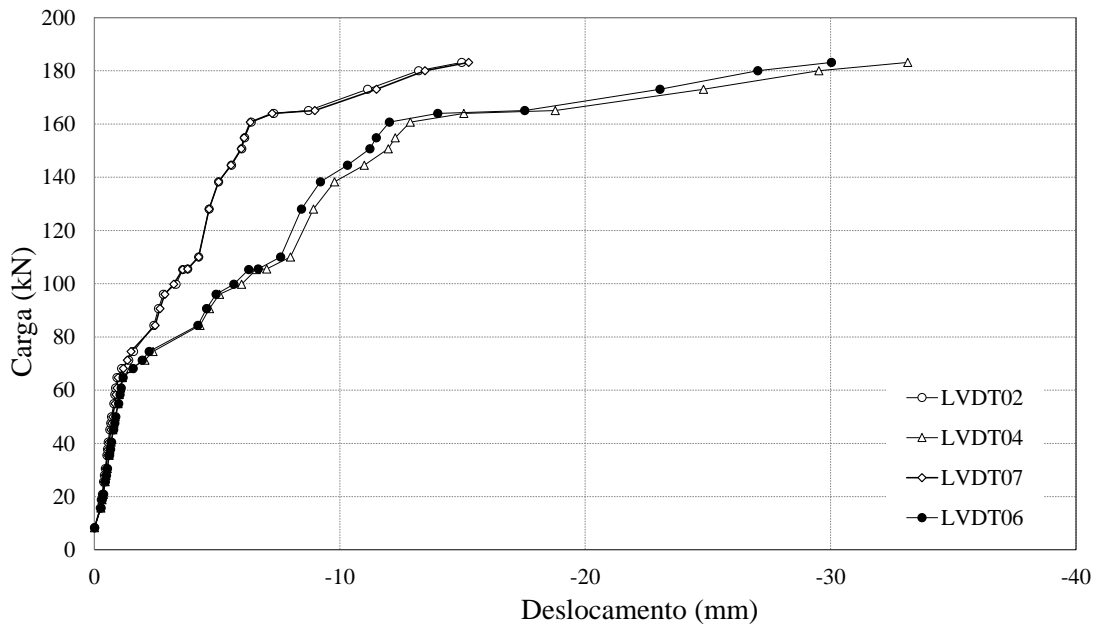


Figura 4-18 Gráfico comparativo dos deslocamentos da Laje BD28-F3

Na Figura 4-19 é apresentado o gráfico carga deslocamento de todas as lajes através do LVDT L05, posicionado no meio do vão. Neste gráfico é possível notar que todas lajes tiveram comportamento similar para um mesmo nível de carregamento, excetuando a laje BD28-F2 que rompeu com cerca de 86% da carga de ruptura da laje maciça, mostrando que a falta de rigidez entre as pré-lajes aumenta a possibilidade de ruptura.

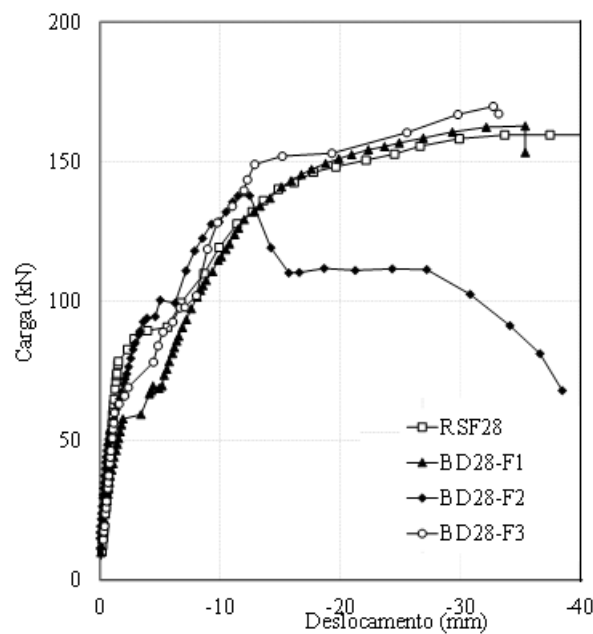


Figura 4-19 – Gráfico de carga deslocamento em todas as lajes

#### 4.2.2. Deformação na Superfície de Concreto

Para a medição das deformações na superfície do concreto foram utilizados extensômetros elétricos posicionados na superfície superior das lajes. Os extensômetros foram estrategicamente posicionados de modo a medir as deformações longitudinais da fibra superior do concreto. Na Figura 4-20, na Figura 4-21, na Figura 4-22, e na Figura 4-23 apresentam os resultados das leituras de deformações na superfície do concreto de todas as lajes.

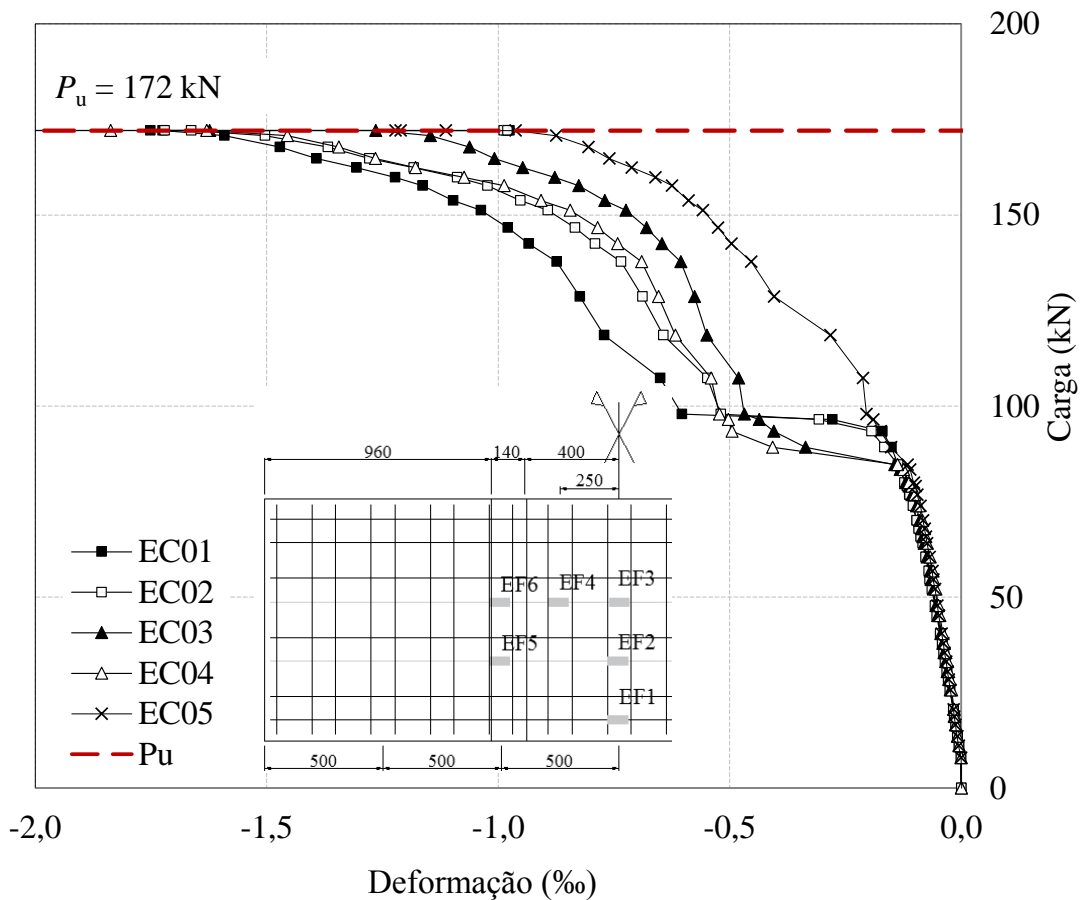


Figura 4-20 – Deformações na superfície do concreto da laje RSF-28

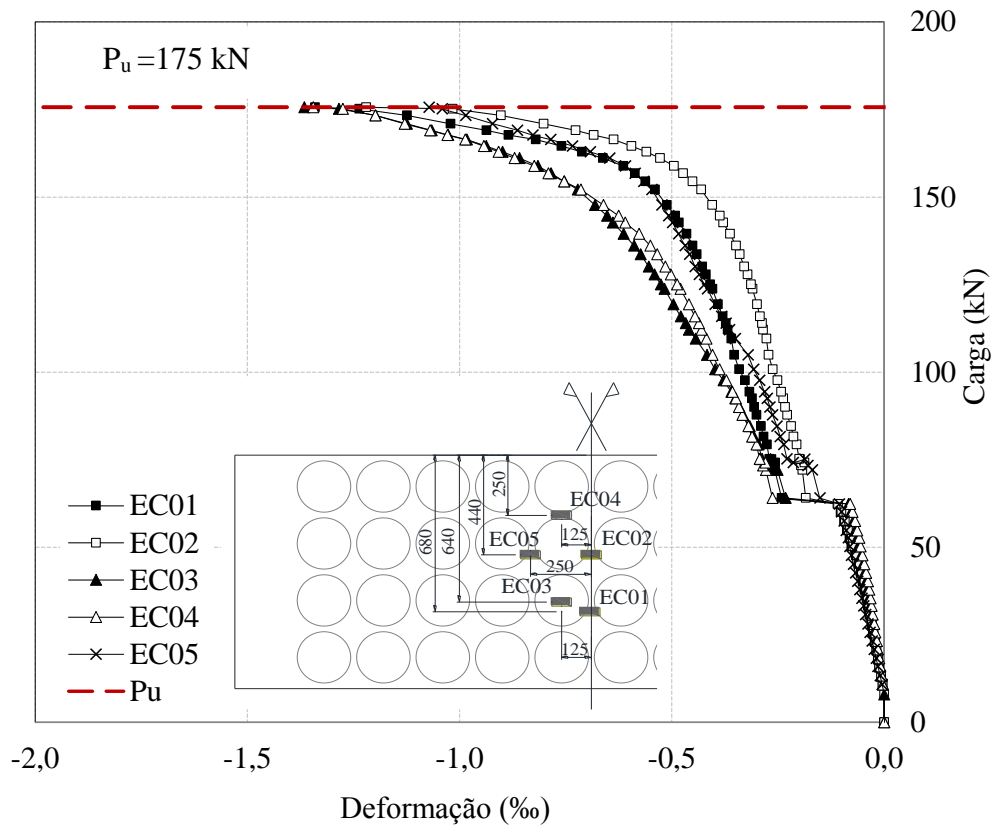


Figura 4-21 – Deformações na superfície do concreto da laje BD28-F1

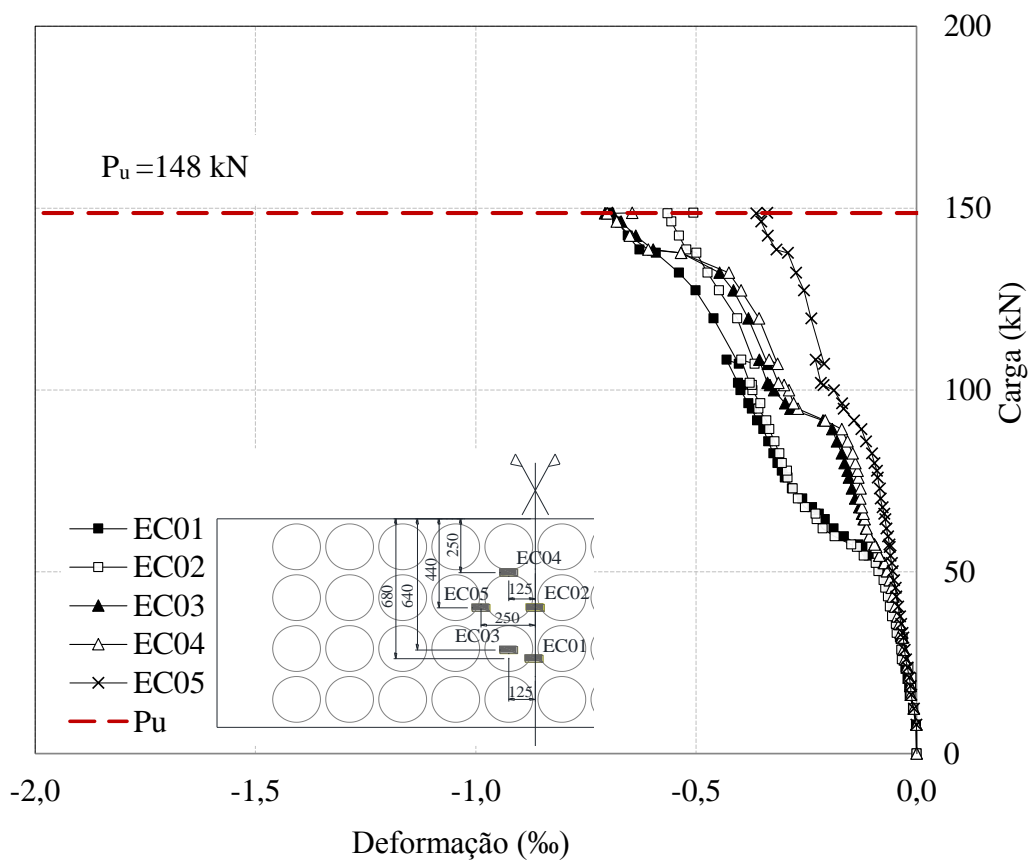


Figura 4-22 – Deformações na superfície do concreto da laje BD28-F2

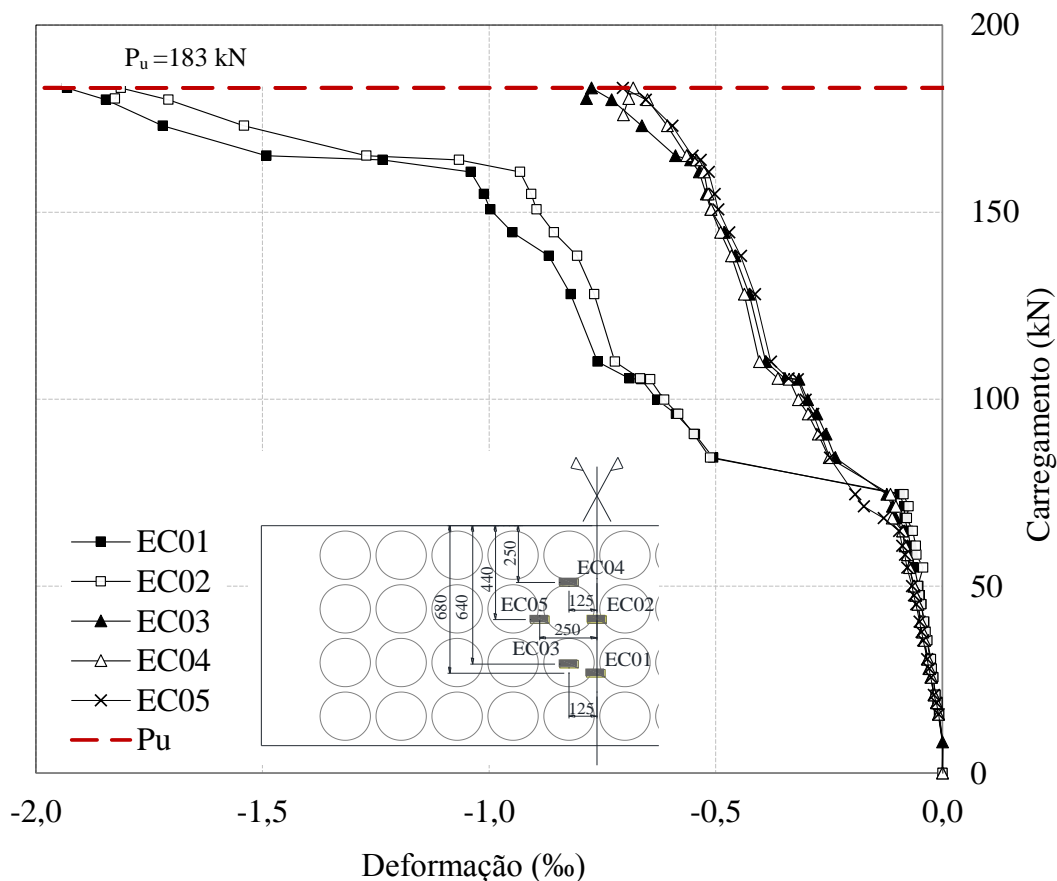


Figura 4-23–Deformações na superfície do concreto da laje BD28-F3

#### 4.2.3. Deformação nas Armaduras de Flexão

Para medir as deformações nas armaduras de flexão foram monitoradas barras distribuídas em apenas uma das direções da laje, na região de solicitações de tração. Na laje RSF28 foi instrumentado 6 pontos já nas lajes BD28-F1, BD28-F2 e BD28-F3 foram instrumentadas 7 barras.

As deformações nas barras de flexão foram tomadas pela média aritmética das deformações medidas nos dois extensômetros colados diametralmente opostos em cada ponto a ser instrumentado.

Na Figura 4-24 à Figura 4-27 apresentam os gráficos das deformações nas armaduras de flexão para diferentes estádios de carregamento. Com a análise desses gráficos pôde-se avaliar a distribuição dos esforços de flexão ao longo da seção transversal das lajes, podendo-se observar a relação entre a ruptura das lajes e o escoamento das barras de flexão.

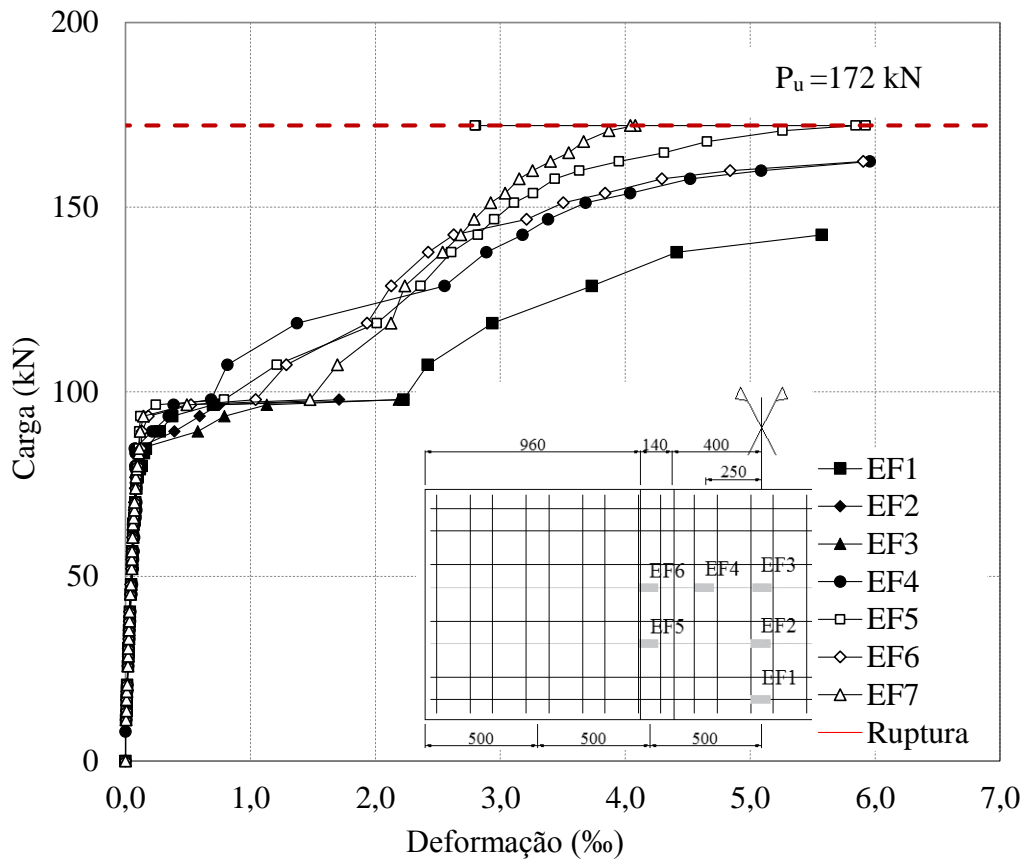


Figura 4-24–Deformações na armadura de flexão da laje RSF28

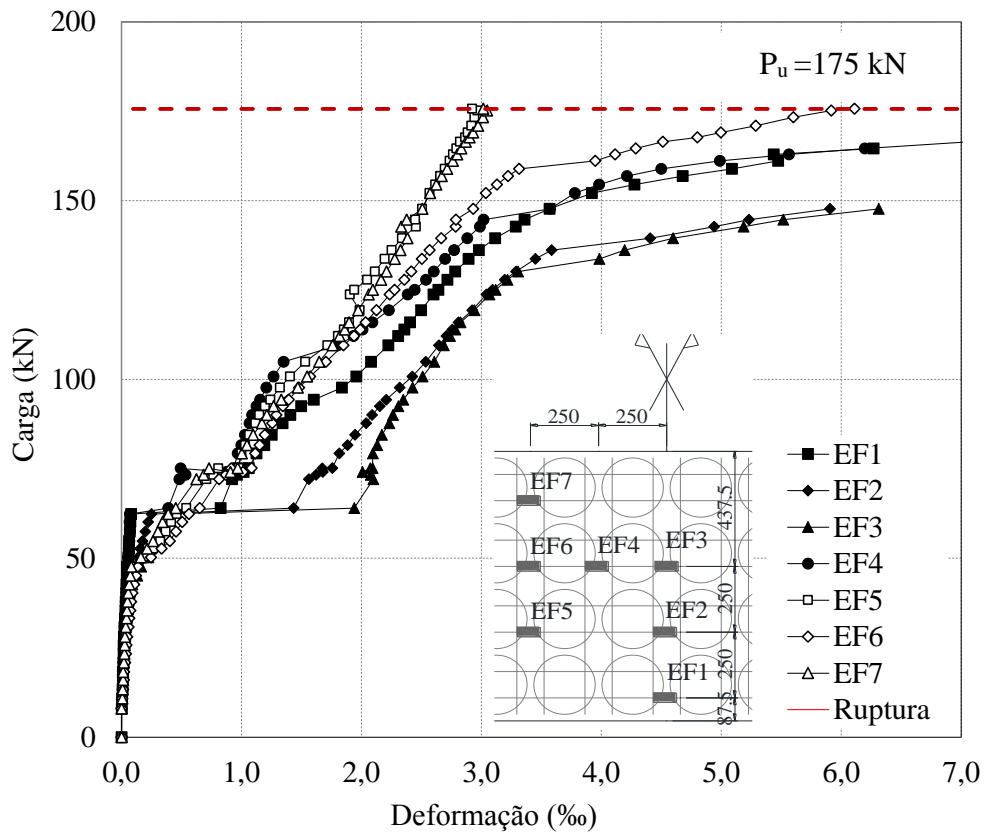


Figura 4-25–Deformações na armadura de flexão da laje BD28-F1

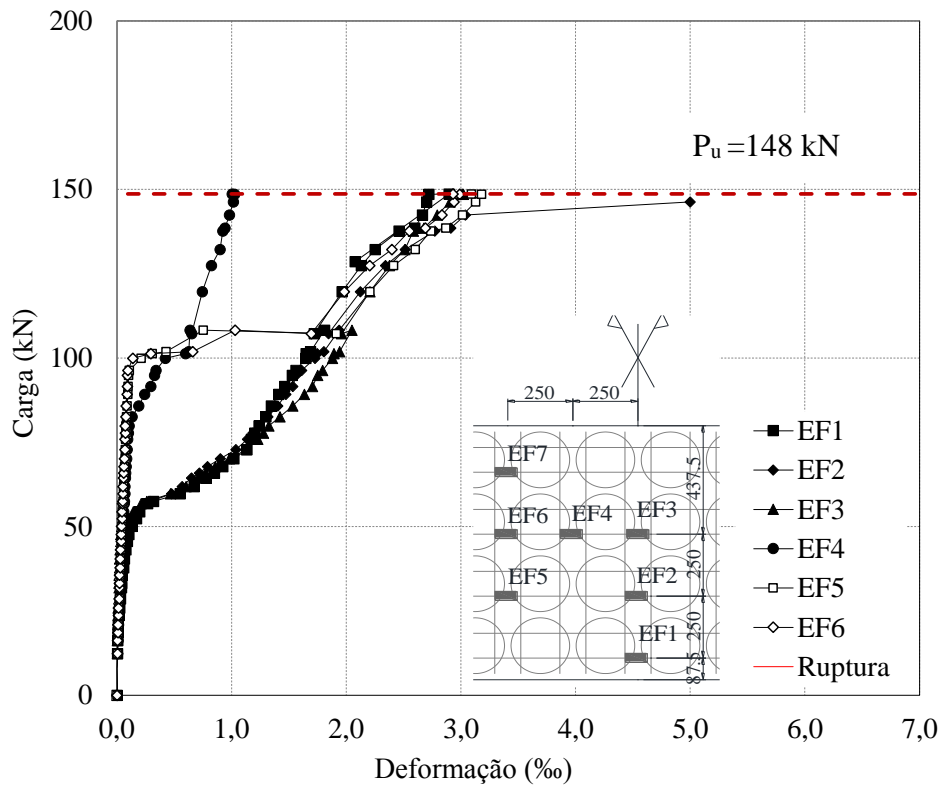


Figura 4-26–Deformações na armadura de flexão da laje BD28-F2

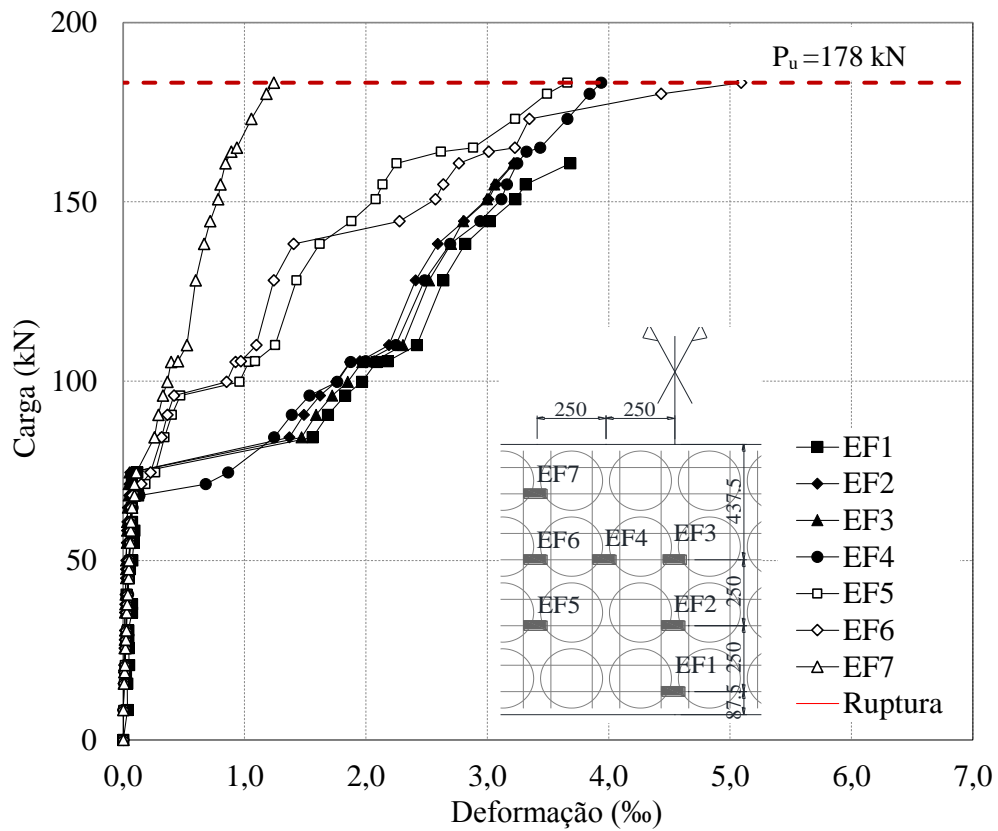


Figura 4-27–Deformações na armadura de flexão da laje BD28-F3



#### 4.2.4. Modo de Ruptura

Na Tabela 4-4 apresentam-se as cargas últimas ( $P_u$ ) de todas lajes ensaiadas. A laje maciça (RSF28) rompeu com 172 kN; a laje *BubbleDeck* sem junta, com pré-laje pré-moldada (BD28-F1) obteve um aumento em 2% desta carga ou seja com 175 kN; a laje *BubbleDeck* com junta e pré-laje pré-moldada (BD28-F2) obteve carga de ruptura de 86% em relação à RSF28, ou seja com carga de ruptura 14% menor que a laje de referência apresentando menor resistência de toda a série com carga última de 148 kN; e por fim, a laje BD28-F3 obteve ganho de 6% em relação à maciça apresentando carga última de 183 kN.

Podemos notar que o valor de carga última da BD28-F3 foi bem próximo ao da laje BD28-F1, evidenciando que para esta solução padrão, onde se tem uma área sólida nas bordas dos painéis pré-moldados, obtemos cargas últimas superiores aquelas da laje maciça e lajes *Bubbledeck* sem ligação. Já a solução da laje BD28-F2, onde se tem ligação entre pré-moldados e ausência de maciço entre eles representa uma situação mais crítica de projeto, que normalmente é evitada, o que pode ser revelado por seu valor de carga última, cerca de 14% inferior ao da laje maciça e 19% inferior ao da laje BD28-F3. Na Figura 4-28 é possível visualizar os modelos após a ruptura.

Segundo proposto por (GUDMAND-HØYER, 2003) as lajes tiveram modo de ruptura 1 e 2 onde pôde-se observar o escoamento da armadura de ligação devido a flexão pura. Este mecanismo de ruptura apresenta uma melhor ductilidade conforme supracitado.

Tabela 4-4 – Cargas de ruptura

Modelo	$P_u$ (kN)	Carga comparada com a laje sólida (%)
RSF28	172	-
BD28-F1	175	2%
BD28-F2	148	-14%
BD28-F3	183	6%

#### 4.2.5. Mapa de Fissuração

A aplicação de carga nas lajes se deu com passos de carga de 39 kN e, após cada passo, era dado um intervalo para aquisição dos dados das deformações do aço e do concreto e também para o acompanhamento da fissuração da laje a fim de determinar o andamento da fissura de acordo com aumento da carga. Foi observado que as fissuras surgiram com carga a partir 18

kN e foram tipicamente de flexão pura. Após o surgimento dessas fissuras houve um período em que não surgiram novas fissuras devido a monoliticidade do elemento garantindo que houvesse aumento de carga. A Figura 4-28 apresenta os modos de ruptura das lajes ensaiadas.



(a) RSF28



(b) BD28-F1



(c) BD28-F2



(d) BD28-F3

Figura 4-28 – Lajes pós ruptura

## 5. ANÁLISE DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ANALÍTICOS

### 5.1. CÁLCULO TEÓRICO DAS LAJES E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

#### 5.1.1. Cálculo das Laje com Manual da Bubbledeck

Foi utilizado o *software* demonstrativo da *BubbleDeck* versão V1 de 2008, produzido através do manual de cálculo da Austrália. Para utilizar o *software* algumas considerações são propostas pelos autores:

1. É apenas para uma avaliação prévia de lajes *BubbleDeck*;
2. Este é apenas para uso utilitário de estimativa e os cálculos são aproximados sendo utilizados apenas para um pré-dimensionamento;
3. Confira todos os resultados e não usar este pré-projeto para o projeto final;
4. Estes cálculos baseiam-se em métodos e dados estabelecidos no EC 2 (2004) e AS 3600 (2001);

A Figura 5-1 apresenta o momento resistente das lajes *BubbleDeck*. Pode-se observar através do gráfico que o momento último  $M_u$  ficou com intensidade de  $M_u = 102 \text{ kNm}$  ou seja, com valor de carga última de  $P_u = 113 \text{ kN}$ .

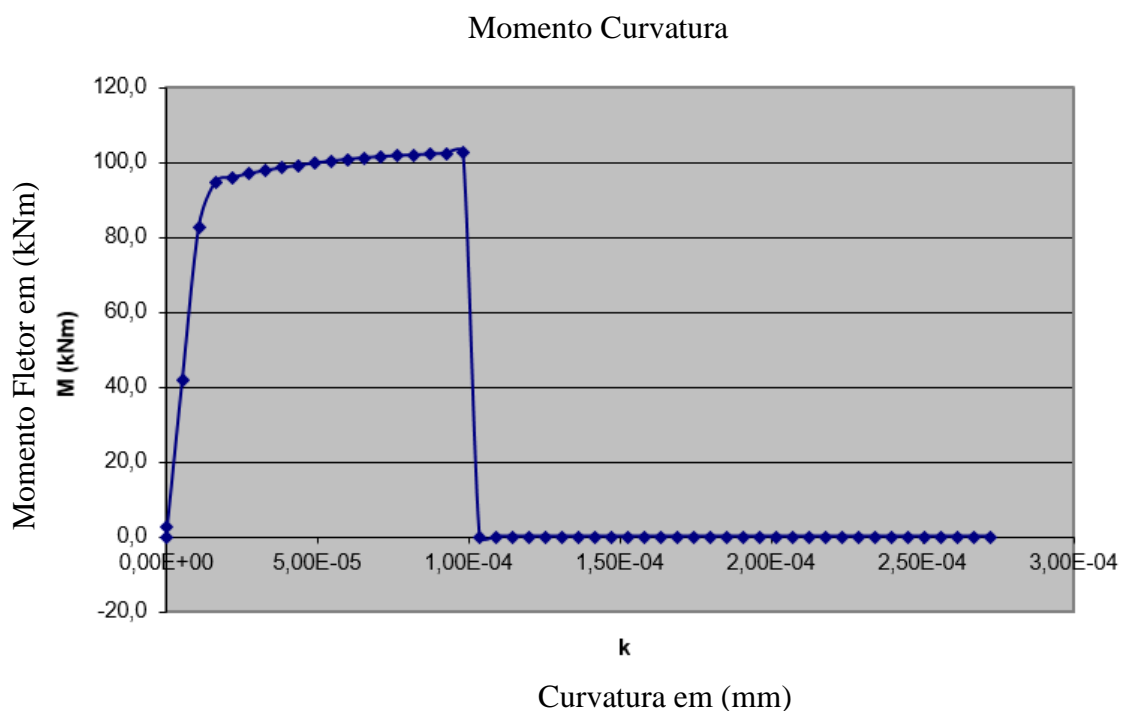


Figura 5-1– Momento curvatura da laje através do software demonstrativo da *BubbleDeck*

### 5.1.2. Cálculo da resistência das lajes baseados em equações normativas adaptadas

O método utilizado para determinação da resistência das lajes à flexão através de formulações analíticas foi baseado nas normas NBR 6118 (2014), NP EN 1992-1-1 (2010) e ACI 318 (2014) todas elas com adaptações, foi utilizado o programa MATLAB para determinar as rotinas a fim de se obter o gráfico momento curvatura tanto para as lajes sólidas como para as lajes *BubbleDeck*, infelizmente não foi possível calcular o momento resistente de cada modelo de lajes *BubbleDeck* apenas pôde ser determinado a armadura de transpasse dos modelos BD28-F2 e BD28-F3 com um único momento resistente para todas lajes *BubbleDeck*.

Na elaboração dos gráficos momento curvatura das lajes sólidas e *BubbleDeck* utilizando o MATLAB foram considerados apenas os pontos B, D e E apresentados na Figura 2-51 no Capítulo 2. Os gráficos apresentados nas Figura 5-2 à Figura 5-7 foram calculados através de adaptações da NBR 6118 (2014), NP EN 1992-1-1 (2010) e ACI 318 (2014).

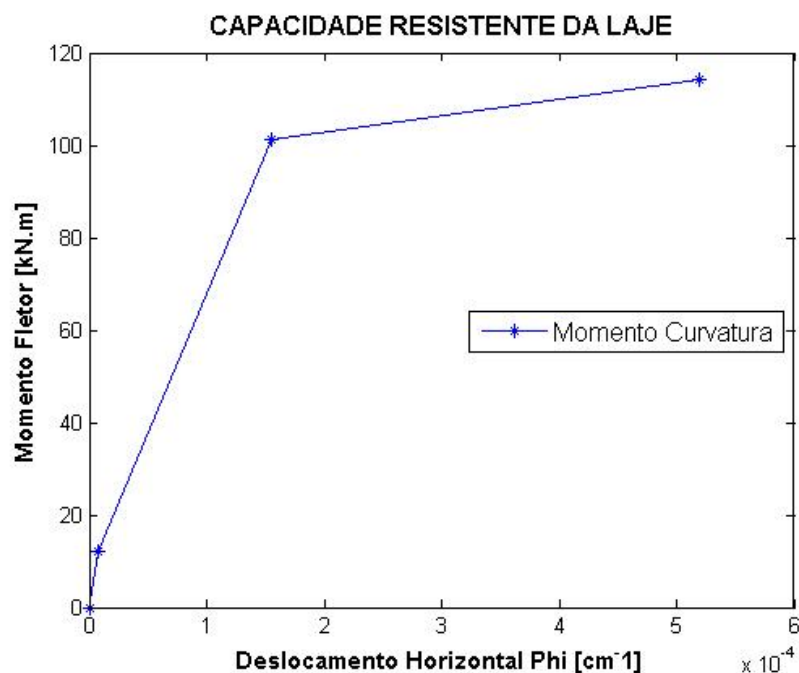


Figura 5-2 momento curvatura da laje maciça RSF-28 através da NBR 6118 (2014).

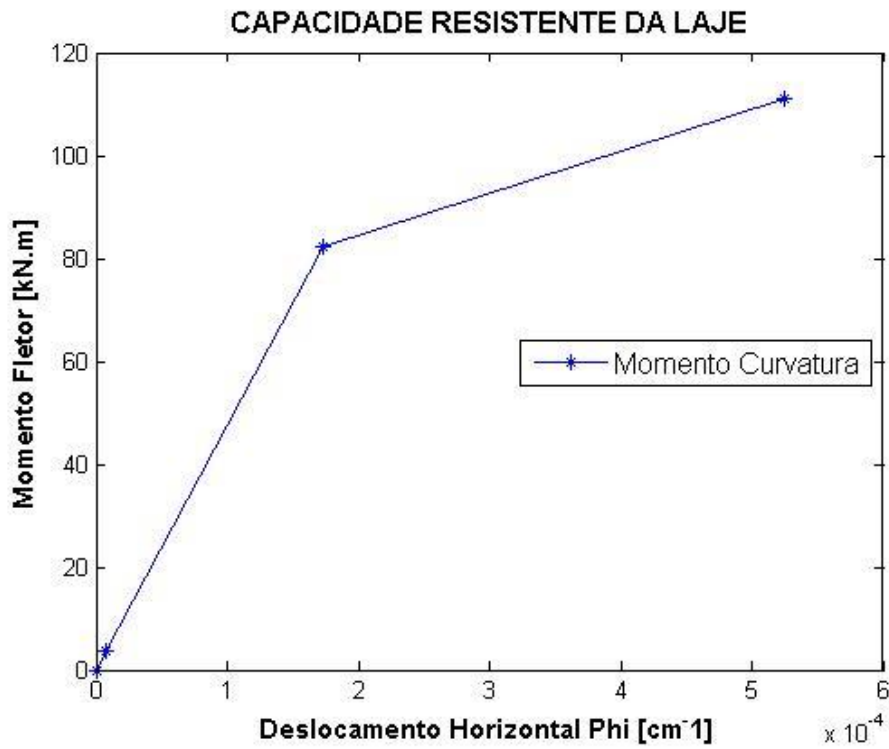


Figura 5-3– Momento curvatura da laje *BubbleDeck* com equações adaptadas da NBR 6118 (2014)

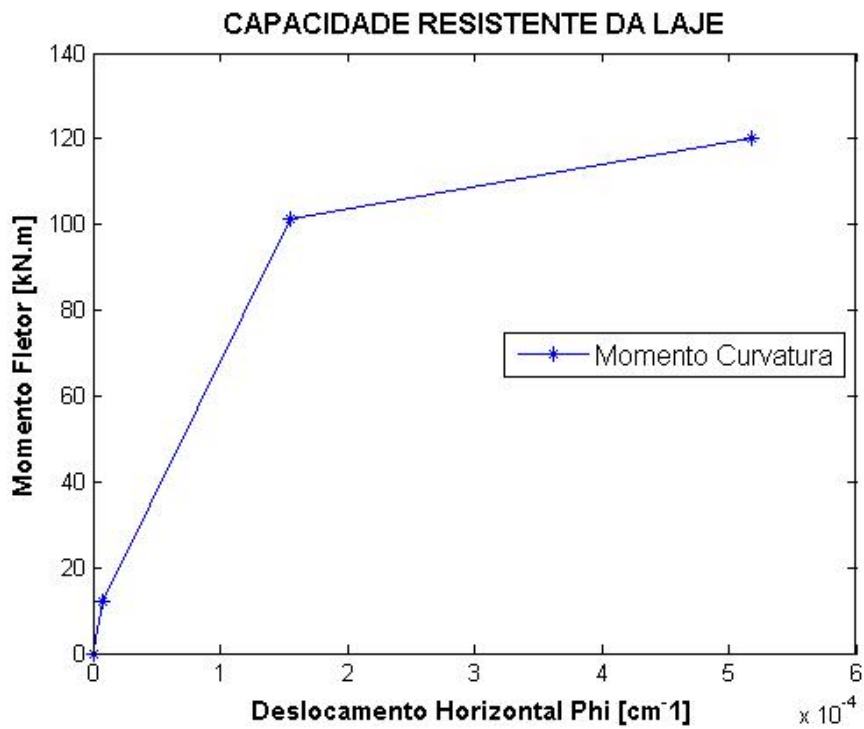


Figura 5-4– Momento curvatura da laje sólida com equações adaptadas da NP EN 1992-1-1 (2010).

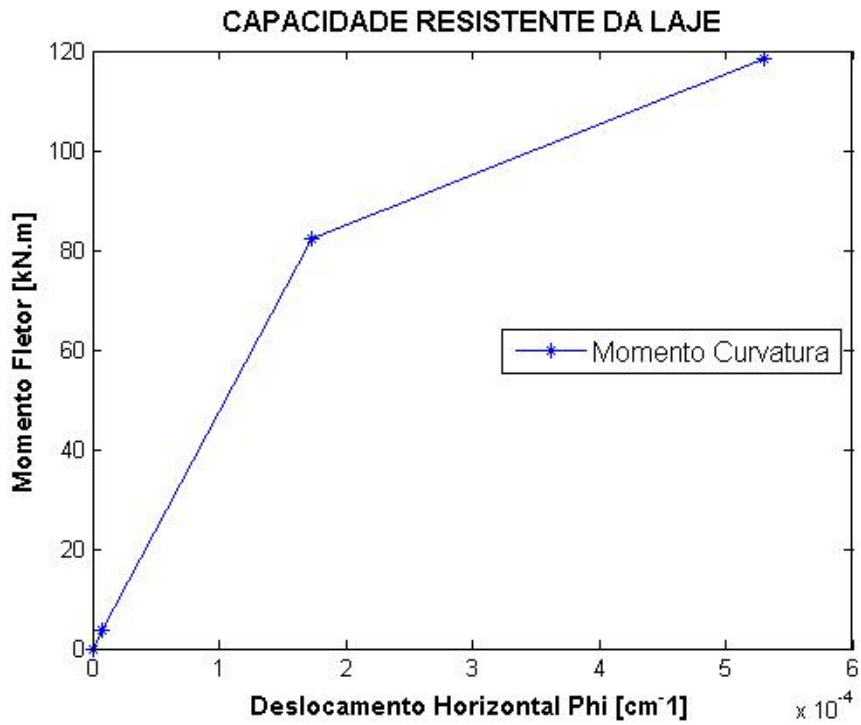


Figura 5-5– Momento curvatura da laje *BubbleDeck* com equações adaptadas da NP EN 1992-1-1 (2010).

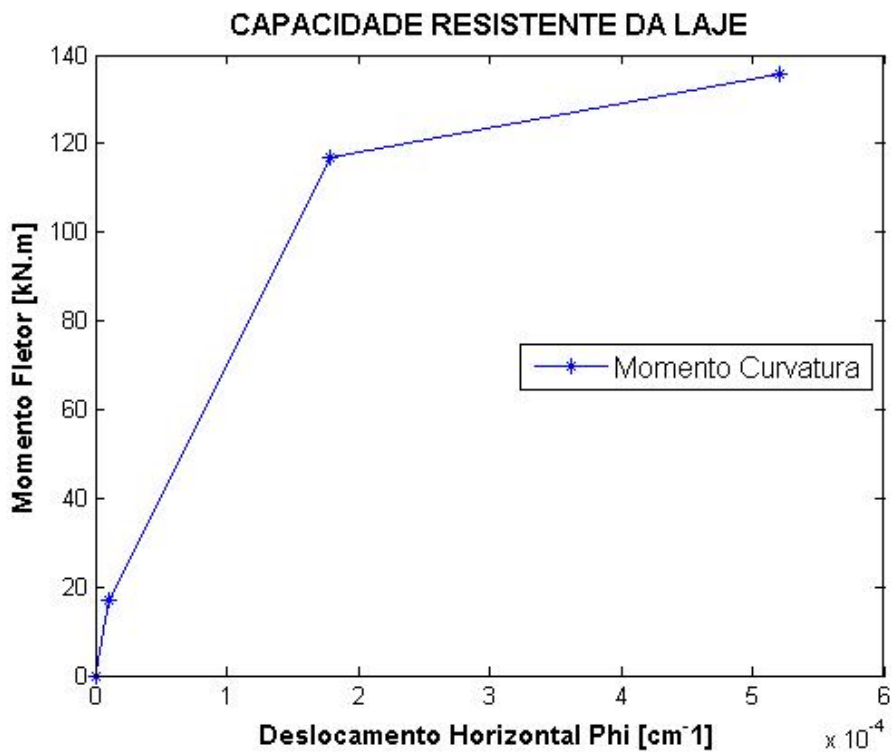


Figura 5-6– Momento curvatura da laje sólida com equações adaptadas da ACI 318 (2014).

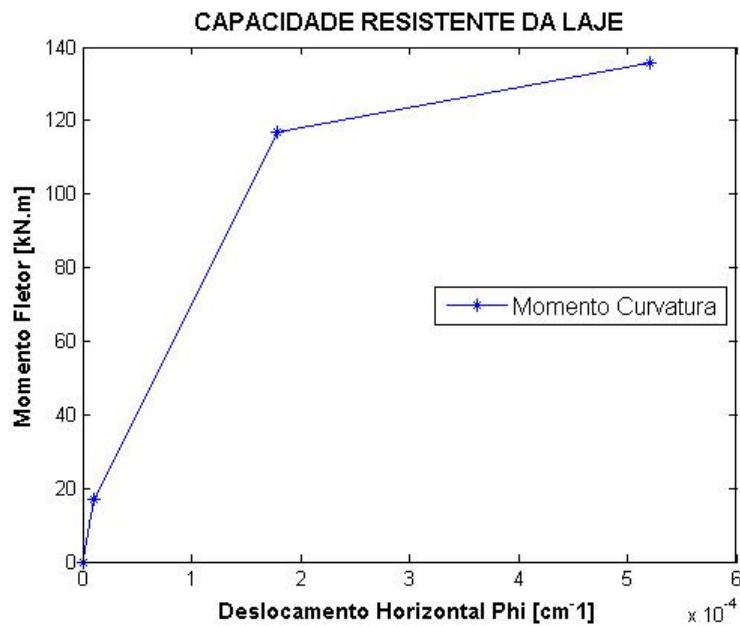


Figura 5-7– Momento curvatura da laje *BubbleDeck* com equações adaptadas da ACI 318 (2014).

A Tabela 5-1 apresenta de forma resumida os valores das respectivas resistências das lajes sólida e *BubbleDeck*, assim como o valor da altura da linha neutra e a carga de ruptura.

Tabela 5-1– Resumo de Cálculo das lajes através de adaptações normativas

Laje Sólida						
Norma	Linha neutra [cm]	Momento de fissuração [kN.m]	Momento de Ruptura [kN.m]	Carga de fissuração [kN]	Carga de ruptura [kN]	$P_u$ Exp. RSF-28 [kN]
NBR 6118 (2014)	5,50	12,17	114,18	13,52	126	172
EC 2 (2004)	5,45	12,20	120,29	13,59	133	
ACI 318 (2011)	5,58	16,85	135,87	18,72	139	
Laje <i>BubbleDeck</i>						
Norma	Altura da linha neutra	Momento de fissuração [kN.m]	Momento de Ruptura [kN.m]	Carga de fissuração [kN]	Carga de ruptura [kN]	$P_u$ Exp. BD28-F3 [kN]
NBR 6118 (2014)	6,08	3,75	110,24	5,77	122	183
EC 2 (2004)	6,29	3,76	118,52	4,18	131	
ACI 318 (2011)	6,12	5,20	111,43	5,78	129	
<i>BubbleDeck</i>	6,16	4,47	102,50	4,97	113	
Obs: Não foram utilizados coeficientes de segurança na determinação do momento resistente de cálculo.						

## 5.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

### 5.2.1. Carga última e modo de ruptura

Na Tabela 5-2 esta apresentado a carga última experimental das lajes tanto sólidas como *BubbleDeck* obtidas através de ensaios destrutivos. O acréscimo de resistência à flexão em relação as vigas de referência e os modos de ruptura observados estão apresentados de forma sucinta na tabela.

Tabela 5-2 Acréscimo na carga última de flexão para cada umas das lajes

Laje	$P_u$ (kN) Analítico NBR 6118	$P_u$ (kN)	Erro (%)	Incremento (%)	Modo de Ruptura
RSF-28	126	172	26,74	-	Esmagamento do concreto após deformação plástica da armadura de flexão
BD28-F1	122	175	30,28	2%	Deformação plástica da armadura de flexão
BD28-F2		148	17,56	-14%	Deformação plástica da armadura de flexão
BD28-F3		183	33,33	6%	Deformação plástica da armadura de flexão

A Laje BD28-F3 foi a que teve maior incremento de resistência, teve um ganho de 6,44% em comparação com a laje de referência, já a BD28-F2 foi a laje que apresentou a menor capacidade de carga ficando com 13,56% abaixo da laje de referência, isto já era esperado devido este modelo apresentar uma redução de maciço no encontro de painéis pré-moldados.

### 5.2.2. Deformação na armadura de flexão

As barras de aço da armadura de flexão especificamente as da armadura de ligação constituídas por barras de diâmetro  $\phi 10$  mm atingiram a deformação de escoamento em torno da deformação de 2,9 ‰, confirmando a deformação de escoamento atingido durante o ensaio de caracterização das barras, que foi de 2,83‰.

A Tabela 5-3 apresenta as deformações das armaduras de flexão das lajes sólidas e *BubbleDeck*.



Tabela 5-3 -Deformação e carga de escoamento da armadura de flexão

Laje	Máxima deformação do aço							Carga de escoamento da armadura de flexão (kN)						
	Extensômetros ‰													
	EF1	EF2	EF3	EF4	EF5	EF6	EF7	EF1	EF2	EF3	EF4	EF5	EF6	EF7
RSF-28	2,9	3,1	2,9	2,8	3,2	3,2	3,4	118	142	128	137	153	146	162
BD28-F1	2,9	3,5	3,3	2,9	3,8	3,2	3,8	136	136	130	132	128	147	162
BD28-F2	2,6	2,8	3,2	1,9	1,9	2,83	*	142	138	142	141	141	142	---
BD28-F3	3,6	2,9	2,8	3,4	2,62	3,23	1,98	160	141	152	165	164	165	180
*Extensômetro perdidos														
CA – 50 $\epsilon_{ys} = 2,83\%$														
CA – 60 $\epsilon_{ys} = 3,26\%$														

### 5.2.3. Deformação do concreto

Os gráficos apresentados no Capítulo 4 especificamente os das Figura 4-20 à Figura 4-23 não foram observadas deformações que levassem ao esmagamento do concreto, exceto na laje RSF-28 no extensômetro EC-4 que registrou um encurtamento no concreto de 3,26‰ valor este prescrito na norma Americana, já nas outras lajes não foram registradas deformações de encurtamento acima do limite de 3,0 ‰ do ACI 318 (2014) e de 3,5 ‰ da NBR 6118 (2014) e do NP EM 1991 1-1 EC-2 (2010) conforme Tabela 5-4.

Tabela 5-4- Deformação do concreto

Laje	Máxima deformação do aço					Carga de escoamento da armadura de flexão (kN)					Carga última (kN)
	Extensômetros ‰										
	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	EC1	EC2	EC3	EC4	EC5	
RSF-28	0,97	0,98	2,76	3,26	0,8	172	172	172	172	167	172
BD28-F1	1,36	1,22	1,36	1,34	1,07	171	171	172	171	172	175
BD28-F2	0,69	0,50	0,69	0,64	0,33	148	148	148	148	148	148
BD28-F3	1,93	1,81	0,77	0,68	0,70						183
ACI 318 (2014) $\epsilon_c = 3,0\%$											
NP EN 1991 1-1 EC -2 (2011) $\epsilon_c = 3,5\%$											
NBR 6118 (2014) $\epsilon_c = 3,5\%$											

### 5.2.4. Deslocamentos verticais

Conforme foi apresentado no Capítulo 3 *Programa experimental*, a instrumentação dos deslocamentos deu-se com o uso de sete LVDTs, os quais foram distribuídos e instalados na face superior do concreto. Assim observou-se que na laje BD28-F2 pôde ser determinado o

deslocamento após a ruptura sendo os valores dos deslocamentos corrigidos, nessa laje a falta de maciço entre as pré-lajes fez com que as tensões de flexão fossem transmitidas para as armaduras longitudinais que logo entraram em deformação plástica, diminuindo drasticamente a capacidade resistente.

Na Tabela 5-5 estão os deslocamentos verticais das lajes na carga média de fissuração,  $\delta_r$ , na carga de escoamento da armadura de flexão,  $\delta_y$ , e no estado limite último,  $\delta_u$ .

Tabela 5-5-Deslocamentos verticais das lajes nas cargas de fissuração, de escoamento da armadura de flexão e na carga última.

Laje	$\delta_r$ (mm)	$P_r$ (kN)	$\delta_y$ (mm)	$P_y$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$P_u$ (kN)
RSF-28	4,11	20,6	5,61	98	33,75	172
BD28-F1	4,20	18,3	5,6	62	35,45	175
BD28-F2	2,70	16,2	5,1	108	18,68	148
BD28-F3	2,05	19,1	3,36	75	33,14	183

## 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 6.1. CONCLUSÕES

#### 6.1.1. Programa Experimental

Estão apresentados os resultados do cálculo das lajes, no estado limite último, segundo as prescrições normativas com adaptações das normas ACI 318 (2014), NBR 6118 (2014) e NP EM 1991 1-1 EC-2 (2010), e a análise comparativa dos resultados experimentais em comparação com os analíticos.

#### 6.1.2. Cargas últimas e modo de ruptura

Foram ensaiados três sistemas construtivos de laje *BubbleDeck* e com a análise de suas cargas últimas pode-se concluir que os sistemas funcionam de forma similar, a lajes sólidas validando essa técnica construtiva.

As lajes *BubbleDeck* BD28-F1 e BD28-F3 tiveram um aumento de resistência em relação a laje maciça de referência em 2% e 6% respectivamente. Porém, esse crescimento não é tão significativo. Portanto, pode-se concluir que utilizando a metodologia de dimensionamento com espaçamento entre as pré-lajes e tomando como parâmetros as barras de ligação terem um diâmetro  $\phi$  maior que a armadura principal de flexão a laje possuirá um comportamento satisfatório, ou seja a laje BD28-F3 teve um ganho de 6 % com relação a laje maciça mostrando que as pré-lajes não influenciam a monoliticidade da laje desde que sejam colocadas armaduras de transpasse entre as pré-lajes e mantenha um espaçamento mínimo de 250 mm entre cada pré-laje (*BUBBLEDECK-UK, 2008*).

Ficou evidenciado que lajes *BubbleDeck* possuem um deslocamento médio maior quando submetidas a carregamento devido à falta de rigidez causados pela ausência de concreto na laje por conta das esferas plásticas entorno de 5,85%. Entretanto, a existência de maciço entre as pré-lajes diminui em média 6,41% dos deslocamentos das mesmas.

#### 6.1.3. Deformação do concreto na superfície superior

Apenas na laje sólida RSF-28 que foi identificado o esmagamento do concreto na fibra superior, com deformação na ordem de 3,26 ‰. Nas demais lajes não foram observadas

deformações que levassem ao esmagamento do concreto, mostrando que a ruptura das lajes se deu pelo escoamento da armadura de flexão.

#### **6.1.4. Deslocamentos Verticais e deformação na armadura de flexão**

A laje RSF-28 representada no gráfico de carga x deslocamento apresentou uma descontinuidade quando atingiu uma carga média de 98 kN e deslocamento de 5,61mm. Entretanto, é possível notar que essa descontinuidade acentuada se deu devido a abertura de fissuras próxima da linha neutra em que houve pouco acréscimo de carga para o surgimento de maiores deslocamentos, mas essas fissuras ficaram estáveis e a laje voltou a suportar um acréscimo de cargas de 74.1 kN.

Na laje BD28-F1, a descontinuidade do gráfico carga deslocamento aconteceu com carga de 62 kN e deslocamento de 1,78 mm. Percebeu que que houve uma outra descontinuidade no gráfico registrados pelos LVDTs L02, L03, L04 e L05 com carga de 72 kN e deslocamento de 3,16 essa descontinuidade pode ser explicada devido ao aumento das fissuras no centro da laje nas fibras tracionadas. Após a descontinuidade do gráfico a laje suportou uma carga de 103 kN e um deslocamento de 35mm.

A laje BD28-F2, apresentou uma descontinuidade no gráfico carga x deslocamento com carga de 64 kN nessa fase de ensaio observou que o extensômetro EF-3, apresentava uma deformação de 2,21 %. Entretanto, foi registrado no Extensômetro EF-4 que a armadura entrou em escoamento com carga de 147,7 kN, exatamente na armadura de ligação posicionada no centro geométrico do elemento.

A laje BD28-F3, foi a laje que apresentou menor descontinuidade no gráfico carga deslocamento conforme Figura 4-17, de forma mais suave e linear. A descontinuidade se deu com carga a partir 79 kN e deslocamento de 1,36 mm, a laje rompeu com carga última de aproximadamente 183 kN e deslocamento de 33,14 mm.

#### **6.1.5. Cargas últimas estimadas**

As cargas últimas foram estimadas pelas normas ACI 318 (2014), NP EM 1991 1-1 EC-2 (2010) e NBR 6118 (2014) e pelo manual da *BubbleDeck* internacional da Austrália.

*Pelo ACI 318 (2014)*- As cargas últimas experimentais ficaram acima das cargas últimas de cálculo, o que indica que os procedimentos de cálculos com adaptações mostram ser satisfatórios. A diferença do valor de carga última da laje maciça em comparação com o analítico foi de 87,21%, já a laje *BubbleDeck* foi de 70,50%.

Deve-se levar em conta que esses valores são válidos apenas para seção “T” não podendo concluir que a norma americana é que apresenta melhores valores para o cálculo de lajes *BubbleDeck*.

*Pela NP EM 1991 1-1- EC-2 (2010)* os resultados foram satisfatórios, com carga última menor que a experimental. Também observou que a estimativa de carga última para as lajes *BubbleDeck* foi a que mais se aproximou do experimental com valor de 131,6 kN ou seja, com 74,94%, já a laje sólida ficou com 78,07%.

*Pela NBR 6118 (2014)*- Apresentou resultados satisfatório embora a norma brasileira foi a que mostrou ser mais conservadora devido a metodologia adotada, mas isso não representa que a norma brasileira eleva o custo das obras com aumento da taxa de armadura. Mostra apenas que a solução adotada apresenta valor de carga última para a laje sólida de 126 kN que corresponde a 74,10% do valor da carga de ruptura da laje RSF-28. Já para as lajes *BubbleDeck* o valor estimado foi de 71,54% do valor da carga de ruptura comparado com a laje BD28-F3.

*Pelo software BubbleDeck versão VI de 2008*- O software demonstrativo da *BubbleDeck* é indicado apenas para pré-dimensionamento mas os valores estimados de carga de ruptura para as lajes *BubbleDeck* foi satisfatório com valor de 66,51%. Foi verificado que o índice da altura da linha neutra sugerido pela *BubbleDeck* de 20% de  $h$  mostrou-se satisfatório em todos os procedimentos de cálculos utilizando as normas adaptadas.

Deve-se ressaltar que os cálculos de carga última estimados pelas normas com adaptações não tem o objetivo de indicar qual melhor norma a ser adotada no dimensionamento, apenas compara valores de carga estimadas com o experimental, devido ao espaço amostral de experimento ser pequeno.

### **6.1.6. Análise das lajes bidirecionais**

A análise das lajes bidirecionais utilizando a teoria de placas serviu apenas para ter uma idéia dos deslocamentos das lajes a fim de mostrar uma possibilidade de se obter a rigidez das lajes. Porém este método é limitado sendo válido apenas para o regime linear.

A estimativa de rigidez das lajes sólidas e *BubbleDeck* através da Teoria da Elasticidade utilizando linguagem de programação em MATLAB mostrou ser uma ferramenta poderosa. No entanto, a escolha do tipo de elementos para determinar a altura equivalente influenciará consideravelmente na rigidez. Neste trabalho foi adotado a seção “T” para determinação da altura equivalente, assim o valor da rigidez da laje *BubbleDeck* comparada com a laje sólida foi de 76,26% com a solução de placa grossa. No entanto, com a mesma seção “T” utilizando a teoria de placas finas o valor da rigidez foi de 83,88 %. Já os O valor indicado pela *BubbleDeck* internacional é de 0,90 EI da laje sólida, mas o estudo mostrou que esse valor depende da seção a ser adotada no dimensionamento.

## **6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Com o intuito de orientar pesquisas futuras sobre o assunto tratado no presente trabalho, neste capítulo são propostas recomendações. Que são elas:

- 1- Aumentar o número de ensaios para fazer uma análise de confiabilidade;
- 2- Realizar uma análise numérica das lajes ensaiadas por meio do método dos elementos finitos;
- 3- Mudar a zona de maciço entre as pré lajes a fim de se obter um espaçamento ótimo.
- 4- Verificar a influência dos vazios deixados pelas esferas na resistência à flexão alterando o formato do elemento vazio;
- 5- Realizar novos ensaios variando-se fatores como: geometria, altura e dimensões da laje, taxa de armadura de flexão adotada, espaçamento entre as esferas;
- 6- Avaliar a ação do vento em edifícios altos utilizando as lajes *BubbleDeck*;
- 7- Avaliar os efeitos globais de segunda ordem em edifícios altos devido a utilização das lajes *BubbleDeck*;
- 8- Avaliar os custos diretos e indiretos da utilização das lajes *BubbleDeck* comparadas com outras tecnologias de lajes disponíveis no mercado.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI 318 – AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. *Building code requirements for structural concrete (ACI 318M-2008) and Commentary (ACI 318RM-2008)*. Farmington Hills, 2008.

ALI, Wondwosen Belay. *Two Dimensional Micromechanics Based Computational Model for Spherically Voided Biaxial Slabs (SVBS)*. Mason Archival Repository Service Norwegian University of Science and Technology, 2014, 177p.

ARAÚJO, J.M. *A rigidez equivalente das lajes nervuradas de concreto armado*. Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil, n.8, p.1-9. 2006

*AS 3600-2001, published by Standards*. Australia.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – *Projeto de estruturas de concreto - procedimentos*. Rio de Janeiro, Brasil, 2014, 238 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222 - *Materiais metálicos - Ensaio de tração à temperatura ambiente*. Rio de Janeiro, Brasil, 2011, 5 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5739:2007 – *Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos*. Rio de Janeiro, Brasil, 2007. 9 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222 – *Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado – especificação*. Rio de Janeiro, Brasil, 2007, 13 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6892 - *Concreto e argamassa - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos*. Rio de Janeiro, Brasil, 2002, 34 p.

BubbleDeck-UK (2008). *BubbleDeck structure solutions – Product introduction*. Part 1, BubbleDeck UK Ltd.

BubbleDeck-UK (2008). *Design Guide for compliance with BCA using AS3600 and EC2*, BubbleDeck UK Ltd.

BUBBLEDECK BRASIL, disponível em <<http://www.bubbledeck.com.br>>, Acesso em: 17 de maio de 2015.

BLAAUWENDRAAD, J. (2010). *Plates and FEM – Surprises and Pitfalls*. Springer ISBN 978- 90-481-3595-0

CLÍMACO, João Carlos Teatine de Souza: *Estruturas de concreto armado: fundamentos de projetos, dimensionamento e verificação*. 2 ed. Brasília: Editora Universidade de Brasília: Finatec, 2008.

COMITÉ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO. Instituto Português da Qualidade. Eurocódigo 1 - *Acções em estruturas - Parte 1.1: Acções gerais* (NP EN 1991-1-1). Bruxelas, 2009, 47 p.

COMITÉ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO. Instituto Português da Qualidade. Eurocódigo 2 - *Projecto de estruturas de betão - Parte 1.1: Regras gerais e regras para edifícios* (NP EN 1992-1-1). Bruxelas, 2010, 259 p.

CHENG YM (1995) *Non-linear optimal design model of concrete reinforcement truss plank*. Journal of Structural Optimisation, p. 250–253.

COBIAX, disponível em <http://www.cobix.com/startseite>, Acesso em 21 de maio de 2015.

DALIFORM GROUPS, disponível em <<http://www.daliform.com>>, Acesso em 21 de maio de 2015.

DIN 1045-1, *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion*, Fassung, Juli 2008, 183 p.

EUROCODE 2, *Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*, CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium, 2004, 225 p.

FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. *Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução*. Tese de Doutorado, São Carlos, 1989.

FRANCA, A. B. M; FUSCO, P. B. *As lajes nervuradas na moderna construção de edifícios*. São Paulo: AFALA& ABRAPEX, 1997.



GUDMAND-HØYER, T., *Note on the moment capacity in a Bubble deck*. PhD Notes, Technical University of Denmark, Denmark, 2003, 36 p.

HAI, L. V., HUNG V. D., THI, T. M., NGUYEN, T.-THOI, and PHUOC, N. T. (2011), *the experimental analysis of bubbledeck slab using Modified elliptical balls*, Ho Chi Minh City University of Technology, Vietnam, 10 p.

LIMA, HENRIQUE JORGE NERY, *Análise experimental à punção de lajes lisas tipo BubbleDeck*, Distrito Federal, 2015.

MARAIS, C. C., Robberts, M. J., and Rensburg, B. W. (2010). “*Spherical void formers in concrete slabs.*” *Journal of the South African Institution of Civil Engineering*, 52 (2), 2-11.

MARTINA SCHNELLENBACH-HELD: “*Investigation of BubbleDeck Slabs*”. Technische Universität Darmstadt, DACON Volume 13, 1998.

MINDLIN, R.D. (1951). *Influence of rotary inertia and shear on flexural motions isotropic, elastic plates*. *ASME Journal of Applied Mechanics*. 18:31-38.

MORAES NETO, B.N. *Comportamento à Punção de Lajes Lisas em Concreto Reforçado com Fibras de Aço sob Carregamento Simétrico*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil., Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil, 2013, 349 p.

NICACIO, WANDERLEY GUSTAVO *Reforço à punção em lajes lisas de concreto armado com polímeros reforçados com fibra de carbono*, Distrito Federal 2013.

NIELSEN, M. P.: *Limit Analysis and Concrete Plasticity*, Second Edition, CRC Press, 1998.

PINHEIRO, L.M.; REZENTE, J.A. *Lajes nervuradas: notas de aula*. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

SANTOS, L.M. *Cálculo de concreto armado*. 2v. São Paulo, LMS, 1983 (v.1), 1981.

TIMOSHENKO, S. P; WOINOWSKY-KRIEGER,S. *Teory of Plates and Shell*. McGraw-Hill, 1959.

UGURAL C. A., e FENSTER K. S. (2003). *Advanced Strength and Applied Elasticity*. 4th Edition. Pearson Education, Inc ISBN-10: 0130473928.

WIGHT, J. K; MACGREGOR, J. G. *Reinforced Concrete: mechanics & design*. 6 ed. New Jersey-USA: Pearson Education, 2012.

## ANEXO A

### A.1 Cálculo da Rigidez da Laje com Teoria de Placas

Para determinar a rigidez das lajes sólidas e *BubbleDeck* foram utilizadas as equações do Capítulo 2, através de programação em MATLAB sugeridas por (ALI, 2014) que consiste em calcular a matriz de rigidez e aplicar numa placa retangular com dimensões de 12000 x 10000 mm com espessura de 280 mm a fim de verificar a influência da rigidez na deformação da placa, assim como determinar o fator de rigidez de lajes sólidas aplicadas em lajes *BubbleDeck*.

Assim, foi revisada a teoria da elasticidade, denominada de teoria clássica de placas, a solução aproximada por meio de séries de Fourier, sua formulação para o caso de lajes sólidas com altura e inércia equivalente com o propósito de verificar os deslocamentos, momentos e tensões, a fim de avaliar a influência da rigidez à flexão de lajes *BubbleDeck*, devido sua geometria ser complexa.

### A.2 Teorias de Placas Grossas e Finas

A finalidade é apresentar uma análise macromecânica de laje sólida e *BubbleDeck* através da matriz de rigidez aplicadas na teoria de placas. Duas teorias foram utilizadas: Teoria de Placas Grossas conhecido como teoria de (MINDLIN, 1951) e Teoria de Placas Finas definidas pelas hipóteses de Kirchhoff (TIMOSHENKO, S.P & WOINOWSKY e KREGER, S. (1959)). Essas duas teorias foram utilizadas para analisar a rigidez das lajes à flexão. A laje *BubbleDeck* foi homogeneizada para uma seção “T”, posteriormente foi calculada a rigidez através da altura equivalente da laje sólida e aplicada na teoria de placas, conforme Figura A1.

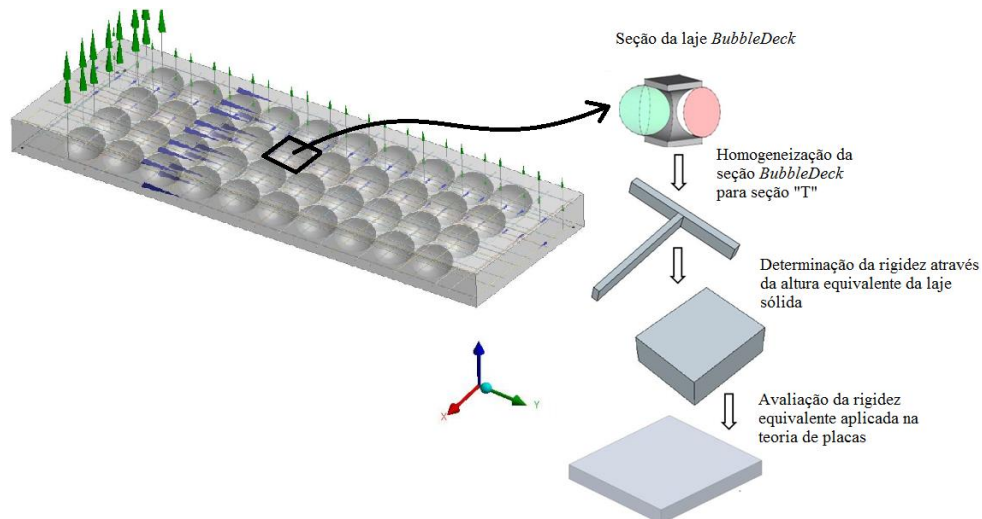


Figura A1 - Homogeneização da seção de laje *BubbleDeck* para seção retangular

Na avaliação da rigidez equivalente foi considerado uma laje ortotrópica simplesmente apoiada ao longo do contorno exterior como se representa na Figura A2 e submetida à ação de uma carga distribuída, a qual se pode representar através de séries trigonométricas duplas de Fourier que satisfaz a equação diferencial da placa.

Onde:

$$0 \leq X \leq a; \quad 0 \leq z \leq b; \quad -\frac{h}{2} \leq y \leq \frac{h}{2} \quad \text{Eq.(93)}$$

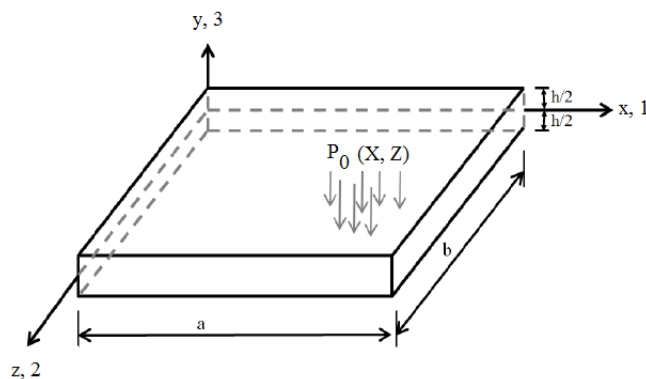


Figura A2 - Geometria da laje modelo para análise macromecânica

Na análise as seguintes hipóteses foram tomadas:

- Não se consideram descontinuidades a nível macroscópico;
- A laje tem uma espessura constante com valores conhecidos de rigidez;
- Os deslocamentos são pequenos. Portanto, as tensões envolvidas são infinitesimais;

- Os pontos pertencentes à normal ao plano médio da placa antes da deformação permanecem numa direção linear mas não necessariamente na normal à superfície média fletida;

Segundo Mindlin (1951), a carga distribuída  $p(x, y)$  vertical pode ser representada através de séries duplas de Fourier semelhante as placas isotrópicas, do seguinte modo:

$$P_z = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{mn} \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi z}{b}\right) \quad \text{Eq.(94)}$$

Onde:  $P_{mn}$  são constantes e  $m$  e  $n$  são números inteiros.

Pretende-se resolver a equação de Lagrange:

$$\nabla\nabla w = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} = -\frac{1}{D} P(x, z) \quad \text{Eq.(95)}$$

Sujeita às condições de fronteira. Estas condições são: ao longo dos lados  $x = 0$ ,  $x = a$  e ao longo dos lados  $z = 0$  e  $z = b$  são:

$$x = [0, a]: w = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad z = [0, b]: w = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad \text{Eq.(96)}$$

A laje em estudo possui altura de 280 mm com carregamento distribuído que representa o peso próprio mais uma sobrecarga de utilização de 2 kN/m<sup>2</sup> definida como sendo  $P_0(x, y)$  conforme Figura A3. Primeiramente foi calculado a laje sólida e posteriormente as lajes *BubbleDeck* com a definição de homogeneização para seção retangular.

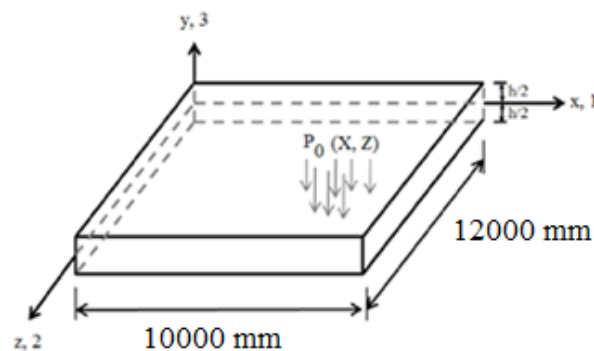


Figura A3 – Laje apoiada em todas as extremidades com carregamento distribuído.

Utilizando as equações Eq.(30) apresentadas no Capítulo 2, tem-se:

$$D_{11} = D_{22} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{26500 \cdot 280^3}{12(1-0,18^2)} = 5,03841 \cdot 10^{10} - N/mm^2$$

$$D_{12} = D_{21} = \frac{\nu Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{0,18 \cdot 26500 \cdot 280^3}{12(1-0,18^2)} = 9,0691 \cdot 10^9 - N/mm^2$$

Para determinar a rigidez a torção  $D_{33}$  utilizou  $\beta = 0,163$  valor obtido através de tabela de engenharia (UGURAL e FENSTER, 2003),  $b =$  equivale a menor dimensão da seção transversal adotado como sendo 280 mm, o valor da taxa de torção é dada por  $k = \frac{\Delta\phi}{\Delta l}$ ,  $\Delta\phi = 1$  rad e  $\Delta l = 280$  mm, já o módulo de elasticidade de cisalhamento é dado por  $\mu = G = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)}$  em que foi adotado a média do módulo de elasticidade como sendo  $E = 26650$  MPa.

Portanto temos:

$$D_{33} = \beta \cdot G \cdot b^3 \cdot h \cdot k = 0,163 \cdot 1,1292 \cdot 10^4 \cdot 280^3 \cdot 280 \cdot \frac{1}{280} = 4,0406 \cdot 10^{10} - N \cdot mm$$

Para o  $E_{44} = E_{55}$  que são valores de rigidez de cisalhamento tem-se:

$$E_{44} = E_{55} = G = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)} = \frac{26650}{2 \cdot (1+0,18)} = 1,1292 \cdot 10^4 - N/mm$$

Assim a matriz de rigidez pode ser expressa como:

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50,3841 & 9,0118 & 0 \\ 9,0181 & 50,3841 & 0 \\ 0 & 0 & 40,4060 \end{bmatrix} \cdot 10^9 N \cdot mm$$

$$\begin{bmatrix} E_{44} & 0 \\ 0 & E_{55} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,1292 & 0 \\ 0 & 1,1292 \end{bmatrix} \cdot 10^4 N/mm$$

Utilizando programação em MATLAB de ALI (2014) que calcula os momentos fletores, momentos torçores e deslocamentos de placas retangulares sujeitas a carregamento distribuído apoiadas nas extremidades. Foi feita adaptações sendo elas: mudança na entrada de dados, colocando os índices de rigidez  $D_{11}$ ,  $D_{21}$ ,  $D_{22}$ ,  $D_{33}$ , e para os coeficientes de cisalhamento  $E_{44}$ , e  $E_{55}$  nessa primeira programação considera os efeitos de cisalhamento

denominada de teoria de Mindlin (1951), foi aplicada a rigidez da laje sólida para avaliar a macromecânica das lajes bidirecionais conforme apresentado na Figura A4 à Figura A7.

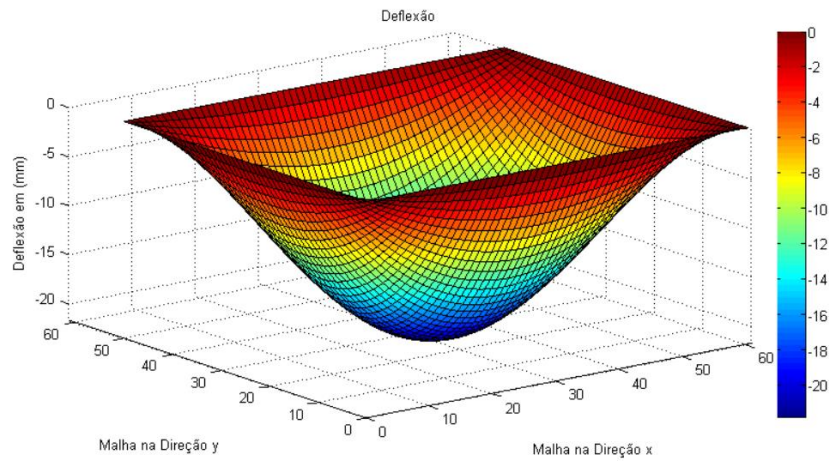


Figura A4 - Deslocamento da laje sólida.

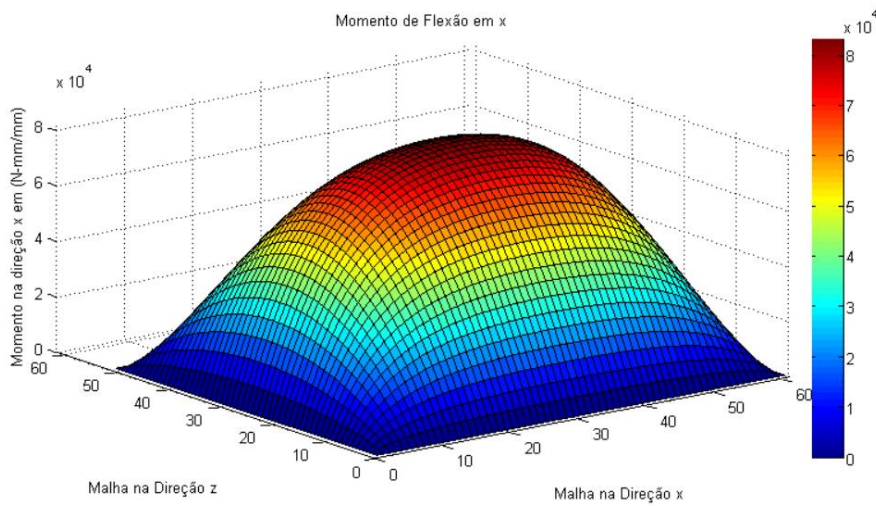


Figura A5 - Momento fletor em relação ao eixo x.

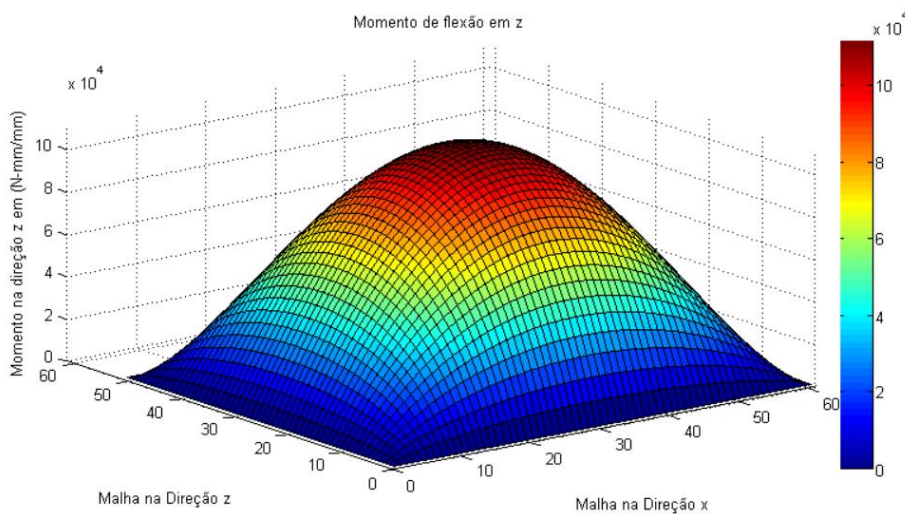


Figura A6 - Momento fletor em relação ao eixo z.

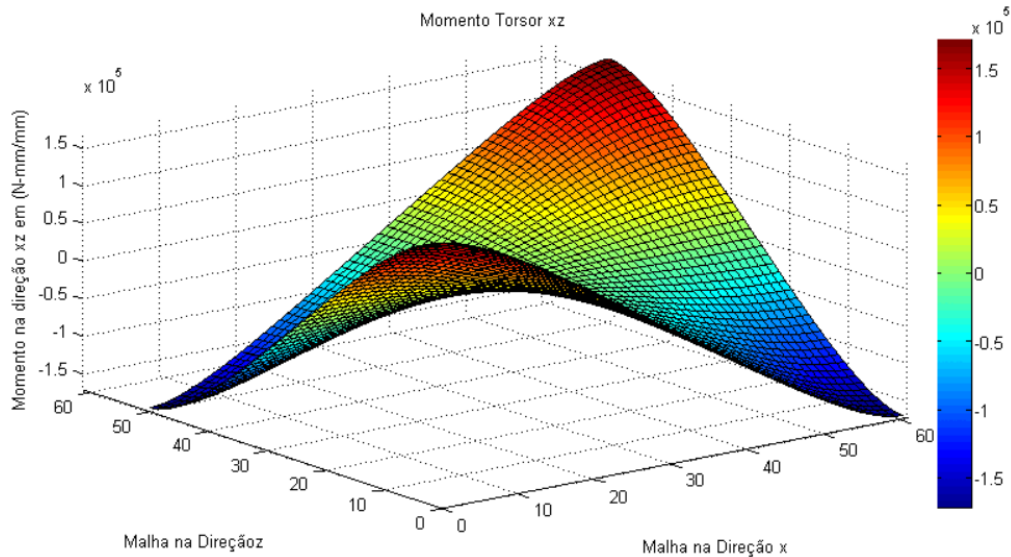


Figura A7 - Momento torçor em relação aos eixos xz.

Para calcular a rigidez das lajes *BubbleDeck* foi feito processo análogo ao das lajes sólidas porém, utilizando o processo de homogeneização para se determinar a rigidez equivalente através das equações Eq.(48), Eq.(49), Eq.(51) e Eq.(52) definidas no Capítulo 2. Portanto, a altura equivalente da laje aplicando a equação Eq.(50) foi de 250,22 mm.

$$D_{11eq} = D_1(1 - \xi) + D_2\xi = \frac{26650 \cdot 280^3}{12 \cdot (1 - 0,18^2)} \cdot \left(1 - \left(\frac{280 - 25}{280}\right)^2\right) + \frac{26650 \cdot 250,22^2}{12 \cdot (1 - 0,18^2)} \cdot \left(\frac{280 - 25}{280}\right)^2 = 8595515536,73 + 29822940707,04 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$D_{11eq} = 38418456244,1 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$D_{12eq} = D_1\xi = \frac{26650 \cdot 250,22^2}{12 \cdot (1 - 0,18^2)} \cdot \left(1 - \frac{280 - 25}{280}\right)^2 = 5069899920,1968 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$D_{33eq} = \beta \cdot G \cdot b^3 \cdot h_{eq} \cdot k = \frac{1}{280} \cdot 0,163 \cdot 280 \cdot 250,33^3 \cdot 11292,3$$

$$D_{33eq} = 28836248751,9 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Após a determinação da altura equivalente foi possível determinar a rigidez equivalente de forma matricial:



$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38,4184 & 9,0118 & 0 \\ 9,0181 & 38,4184 & 0 \\ 0 & 0 & 28,8362 \end{bmatrix} \cdot 10^9 N \cdot mm$$

$$\begin{bmatrix} E_{44} & 0 \\ 0 & E_{55} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,1292 & 0 \\ 0 & 1,1292 \end{bmatrix} \cdot 10^4 N/mm$$

Com os valores de rigidez das lajes *BubbleDeck* foi possível calcular os diagramas de esforços internos através de rotinas de programação em MATLAB conforme apresenta a Figura A8 a Figura A9, a Figura A10, à Figura A11.

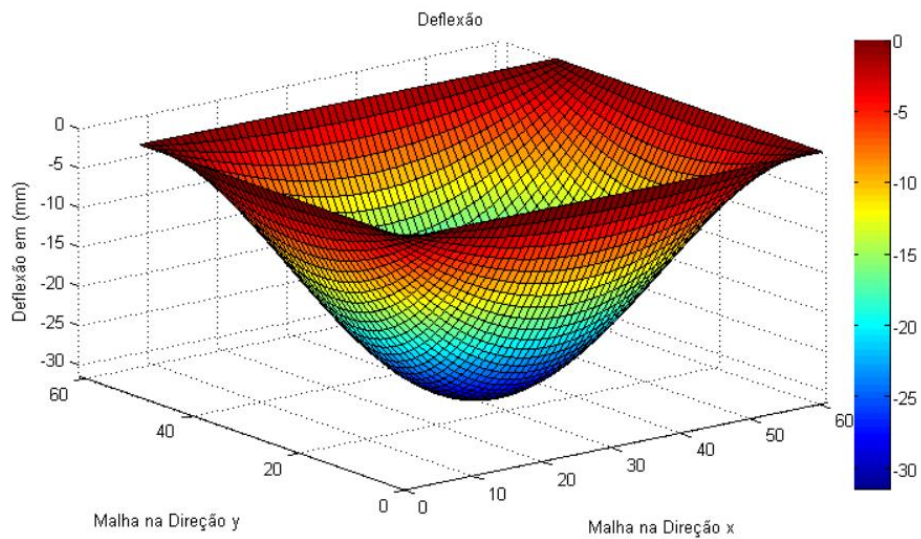


Figura A8 - Deslocamento da laje *BubbleDeck* com rigidez equivalente.

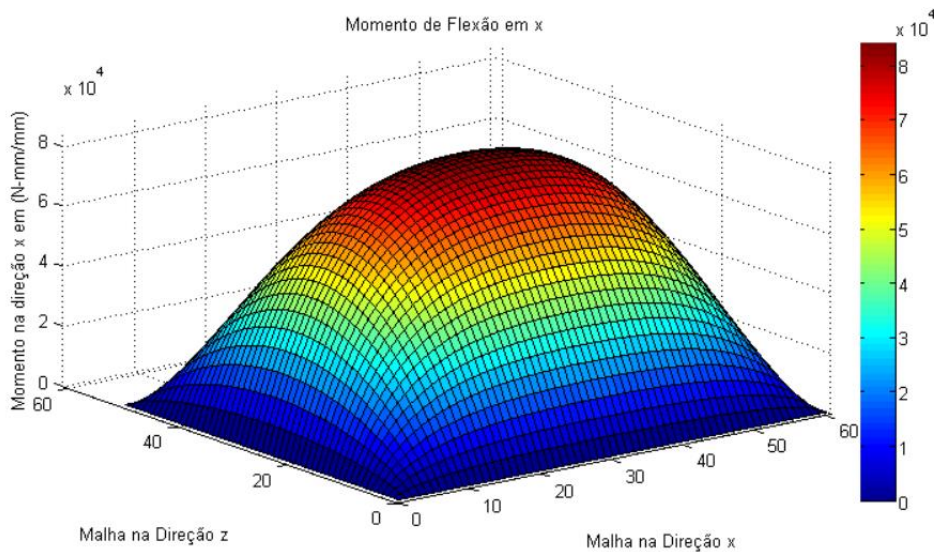


Figura A9 - Momento fletor em relação ao eixo x.

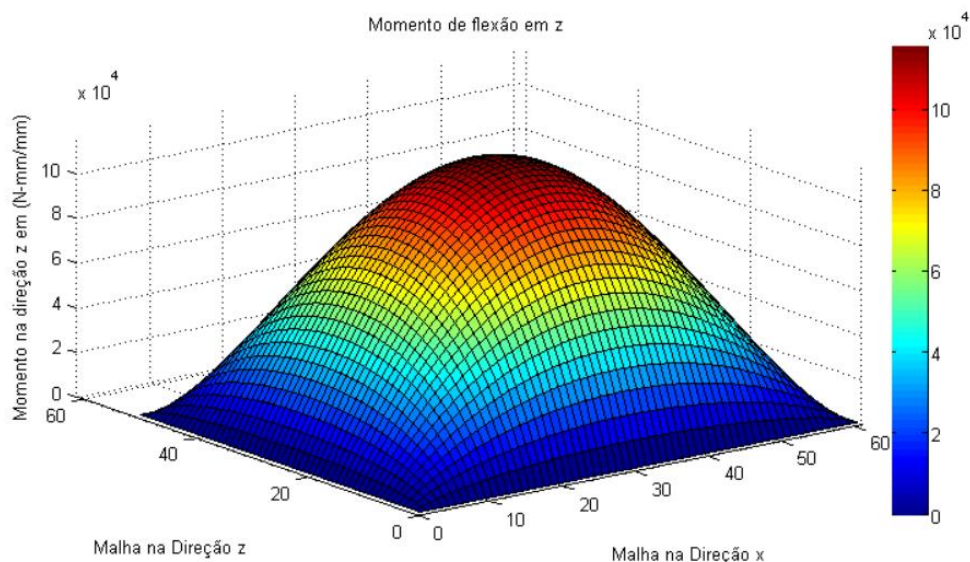


Figura A10 - Momento de fletor em relação ao eixo z.

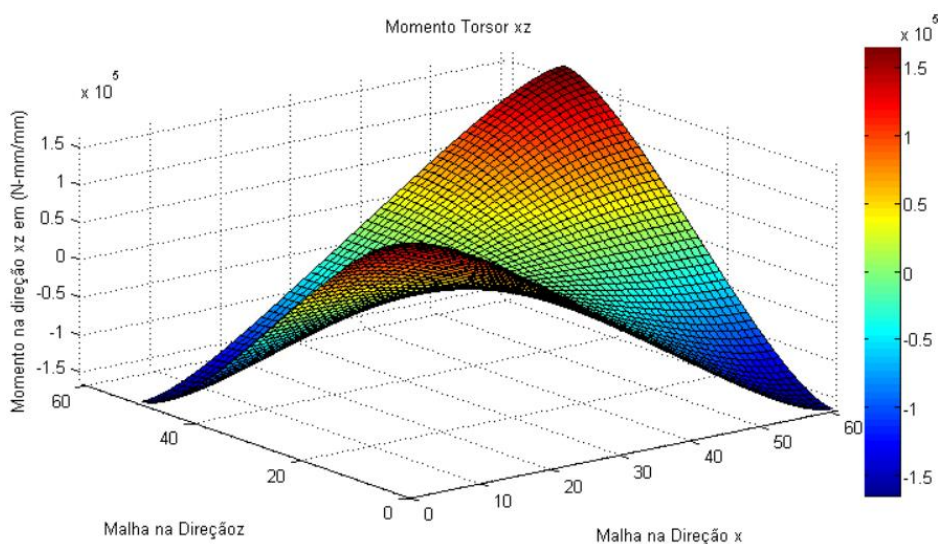


Figura A11 - Momento torçor em relação aos eixos xz.

O fator de rigidez de lajes sólidas comparadas com lajes *BubbleDeck* utilizando a simplificação para uma seção “T” foi de 76,26% este valor poderia ser maior se tivesse adotado uma seção *I*. Embora seção *I* apresente maior inércia em comparação com uma seção “T”, deve-se ter cuidado nessa simplificação pois, no dimensionamento, o concreto da zona tracionada é desconsiderado devido as aberturas de fissuras, tendo função apenas para ancoragem das armaduras, a fim de evitar o escorregamento das mesmas.

Pode-se observar nos gráficos apresentados nas Figura A12 e Figura A13 que a diferença de rigidez entre as lajes influencia principalmente nos deslocamentos, ou seja, a laje *BubbleDeck* apresentou um deslocamento no meio do vão de 30mm, já a laje sólida ficou com valor de 20 mm.

Já os demais gráficos de tensões, momentos fletores e torçores não apresentaram grandes diferenças entre si, isto mostra que lajes *BubbleDeck* oferecem uma vantagem no que se refere a economia de material e facilidade de vencer grandes vãos, mas sobretudo tendo o cuidado com as flechas excessivas.

Utilizando a teoria de placas finas onde as soluções propostas por Kirchhoff não considera os esforços de cisalhamento. Foram feitas adaptações da linguagem de programado em MATLAB de ALI (2014) para considerar como entrada nos *Inputs* (entrada de dados) apenas o módulo de elasticidade e a altura da laje, para as lajes *BubbleDeck* foi utilizado a altura equivalente calculada anteriormente com valor de  $h = 250,22 \text{ mm}$ . Assim, a Figura A14, a Figura A15, mostram os diagramas de esforços internos das lajes sólidas como segue:

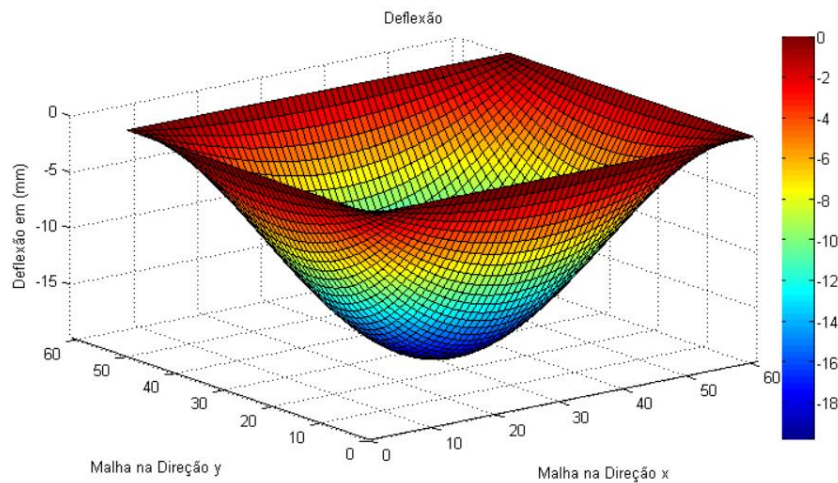


Figura A12 -Deslocamento da laje sólida através da teoria de placas finas.

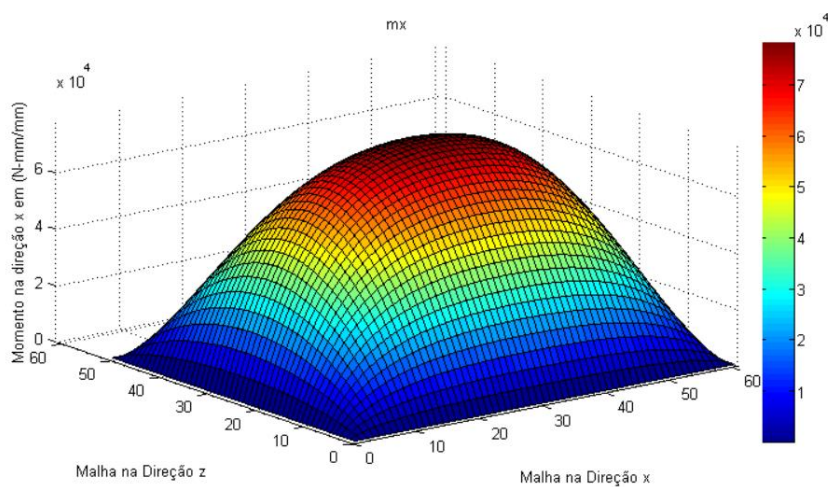


Figura A13 - Momento fletor em relação ao eixo x com teoria de placas finas.

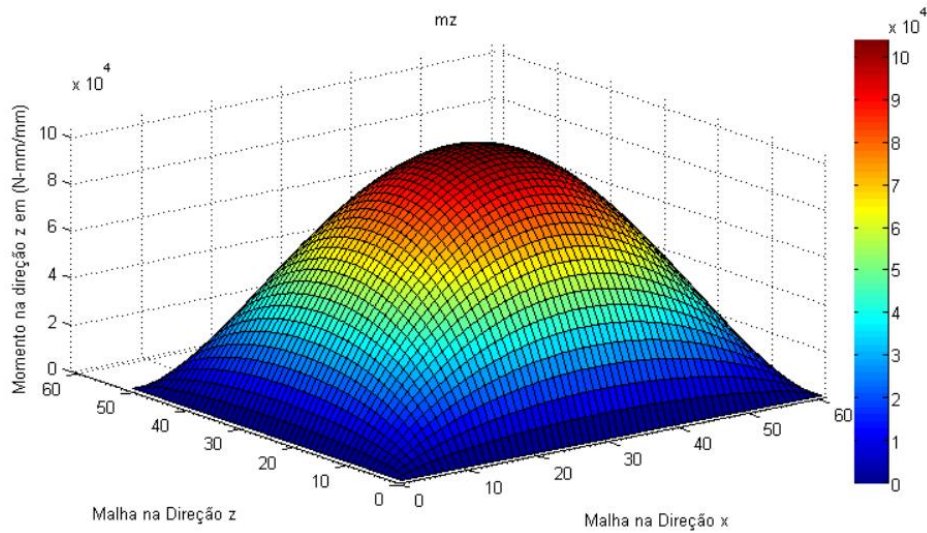


Figura A14 - Momento fletor em relação ao eixo z com teoria de placas finas.

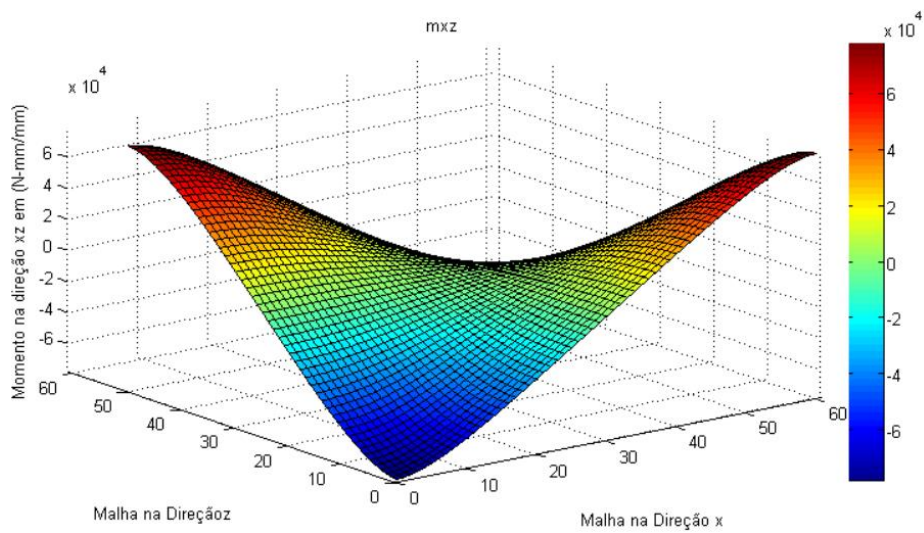


Figura A15 - Momento torçor em relação aos eixos xz com teoria de placas finas.

Para os diagramas de esforços internos das lajes *BubbleDeck* com altura equivalente estão apresentados nas Figura A16 à Figura A19 como segue:

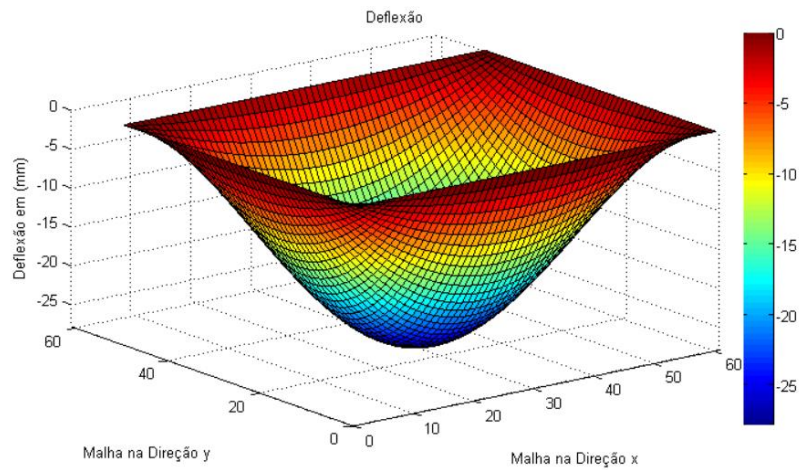


Figura A16 - --Deslocamento da laje *BubbleDeck* através da teoria de placas finas.

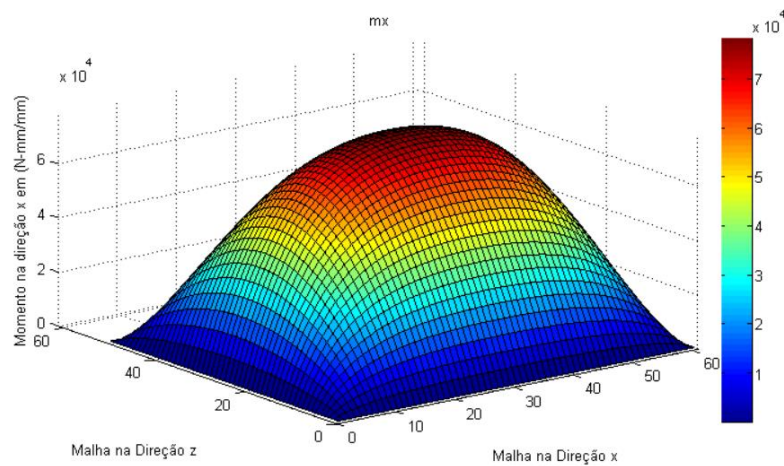


Figura A17 - Momento fletor em laje *BubbleDeck* com relação ao eixo x através da teoria de placas finas.

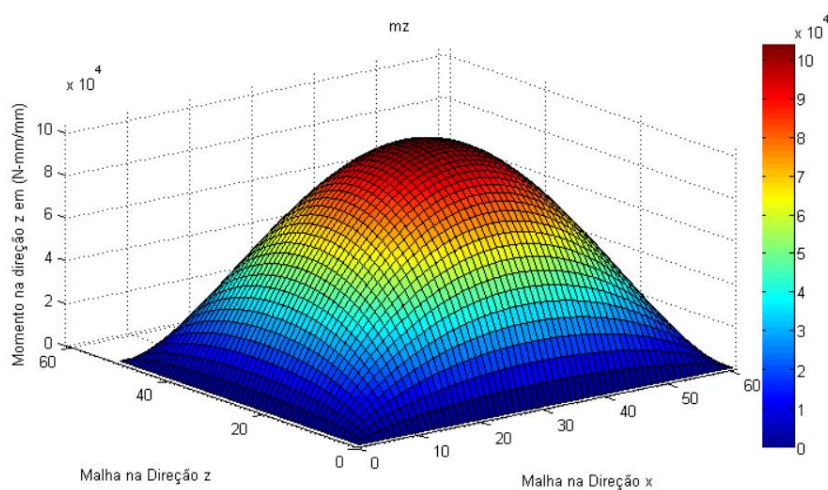


Figura A18 - Momento de flexão em laje *BubbleDeck* com relação ao eixo z através da teoria de placas finas.

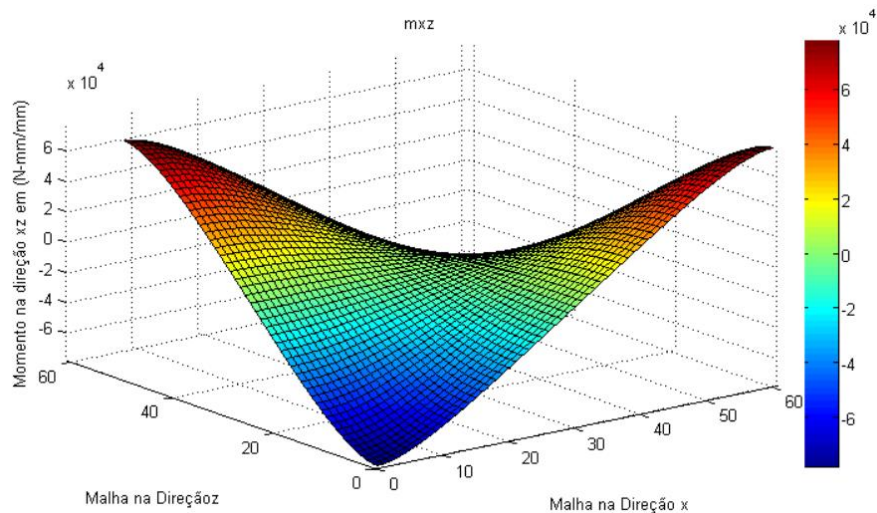


Figura A19 - Momento torçor de lajes *BubbleDeck* em relação aos eixos xz com teoria de placas finas.

Observou-se que os valores dos deslocamentos ficaram entorno de 10% menores que os calculados através da teoria de placa grosso, isso mostra que as considerações dos esforços internos de cisalhamento interferem significativamente nos resultados de rigidez das lajes.

Os valores de deslocamentos, momentos fletores e momentos torçores são válidos apenas para o regime linear. Assim, deve-se ter o cuidado com as soluções apresentadas pelas duas teorias de placas, porque no dimensionamento de estruturas de concreto armado leva-se em conta que o concreto esta fissurado, ou seja, não está no regime linear.

A rigidez das lajes *BubbleDeck* foi de 83,88% em relação as lajes sólidas. Entretanto, os resultados mostraram que a escolha da seção é de fundamental importância na determinação da rigidez das lajes *BubbleDeck*.