



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

**Identificação e análise de conhecimentos numéricos de
pessoas jovens e adultas, em explicitações orais e
escritas, de caráter cognitivo e metacognitivo**

Orientanda: *Patrícia Lima Tôrres*

Orientador: *Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz*

Brasília, março de 2014

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

**Identificação e análise de conhecimentos numéricos de
pessoas jovens e adultas, em explicitações orais e
escritas, de caráter cognitivo e metacognitivo**

Patrícia Lima Tôrres

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília/UnB como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor sob orientação do Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz

Brasília, março de 2014

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

TESE DE DOUTORADO

**Identificação e análise de conhecimentos numéricos de
pessoas jovens e adultas, em explicitações orais e
escritas, de caráter cognitivo e metacognitivo**

Patrícia Lima Tôres

Orientador: Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz - UnB

Banca:

Profª. Dra. Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca - UFMG

Profª. Dra. Nilza Eigenheer Bertoni - UnB

Prof. Dr. Cleyton Hércules Gontijo - UnB

Prof. Dr. Renato Hilário Reis - UnB

Profª. Dra. Lívia Freitas Fonseca Borges - UnB (suplente)

A minha avó, Alzira, por sua persistência e determinação...

As minhas queridas tias Norma e Leny...

*A meus pais, Celso e Joanna D'arc
que são o começo de tudo...*

*Aos meus irmãos Letícia, Fernando e Hermana, Susana e Rodrigo,
Renata, Cristina e Miguel, que contribuíram direta ou indiretamente para a
realização deste trabalho...*

*Aos meus adorados sobrinhos Mariana, Marcela, Lucas, Marcelo, Rebeca,
Mateus, Carolina e Isabela, que são uma permanente fonte de inspiração.*

AGRADECIMENTOS

A Deus
Aos meus pais
Aos meus irmãos e sobrinhos, em especial, às minhas irmãs Letícia e Cristina
Ao meu orientador Cristiano Alberto Muniz
A “Tia Auxi”
As minhas amigas Ana Augusta e Virgínia
As minhas amigas Clélia, Kleide, Nadir e Ozanette
Aos membros da banca examinadora Prof. Dr. Maria da Conceição Ferreira Reis
Fonseca, Prof. Dr. Cleyton Hércules Gontijo, Prof. Dr. Renato Hilário Reis e
Profa. Dra. Lívia Freitas Fonseca Borges
Ao professor Renato Hilário Reis e Ângela Dumont
Aos colegas da pós-graduação
Aos professores da Faculdade de Educação
Aos professores do Departamento de Teoria e Fundamentos
Aos colegas de área de Educação e Trabalho
Aos professores Gilberto Lacerda, Silviane Barbato,
Maria Abadia da Silva, Célio da Cunha, Albertina Mítjans Martinez
Aos professores Jorge Tarcísio da Rocha Falcão e Luciano Meira
Aos amigos do GENPEX
Aos amigos do CEDEP
Aos alfabetizandos e alfabetizadoras do Projeto Paranoá
Aos professores e educandos de EJA das Escolas Públicas da SEDF onde foi
realizada a pesquisa
A Milton Rodrigues Paixão, Jurema Ayala, Marco Aurélio Bilibio, Marta Carrijo
A Família Dumont
A Maria Helena Gonçalves Teixeira



Mandala Bordada - série Moça Tecelã
Grupo Matizes Dumont

Há um centro que denomino "conhecimentos matemáticos" para o qual convergem variados tipos de conhecimentos, refletindo os mais diferentes caminhos pelos quais se dá a trama urdida da construção do conhecimento.
(Patrícia Lima Tôres)

RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi identificar e analisar a produção de conhecimentos matemáticos em diferentes graus de formalização e explicitação oral e escrita, de caráter cognitivo e metacognitivo, de vinte e três educandos jovens e adultos, sendo quinze matriculados em um projeto de alfabetização popular e oito educandos, no total, matriculados em duas escolas públicas de primeiro segmento de Educação de Pessoas Jovens e Adultas na cidade de Brasília, Distrito Federal, Brasil. O embasamento teórico deste estudo reportou-se às Teorias dos Campos Conceituais e das Situações Didáticas. A metodologia associou entrevista clínica à microanálise na explicitação dos esquemas mentais (VERGNAUD, 1990,1997) dos sujeitos. Constatamos que a produção de conhecimentos matemáticos escolares de pessoas jovens e adultas tem influência do seu locus e modo de produção; e do contrato didático estabelecido entre educador, pesquisador e educandos, mesmo fora da sala de aula, revelando que regras fundantes do contrato didático estão presentes na mente dos sujeitos e são reveladas na realização de tarefas matemáticas, mesmo na ausência do professor.

Palavras-chave: alfabetização matemática de pessoas jovens e adultas, conhecimentos matemáticos de pessoas jovens e adultas, teoria dos campos conceituais.

ABSTRACT

The objective of this research was to identify and analyze mathematical knowledge production at different degrees of formalization, and the oral and written communication of it. Twenty-three students participated in the study; fifteen were enrolled in a literacy project and eight were enrolled in the first segment of youth and adult education in two Brasilia, D.F. public schools. The theoretical basis of this study was circumscribed to the theories of conceptual fields and didactic situations. The methodology included clinical interviews and microanalysis to unveil the subjects mental schemes (VERGNAUD, 1990, 1997). We noted that mathematical knowledge of all subjects is affected by its *locus* and mode of production, as well as the didactic interaction between educator, researcher and students, even outside of the classroom. However, it was clear that rules founding the didactic contract were present in the minds of students as reveled by students performing mathematical tasks, even when the teacher was absent.

Keywords : mathematical education of youth and adults, mathematical knowledge of youth and adults, Theory of Conceptual Fields.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEDEP	Centro de Cultura e Desenvolvimento do Paranoá
Compasso – DF	Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática – Distrito Federal
DF	Distrito Federal
EDEM	Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática de Faculdade de Educação na Universidade de Brasília
EJA	Educação de Pessoas Jovens e Adultas
GENPEX	Grupo de Ensino, Pesquisa e Extensão em Educação Popular e Estudos Filosóficos e Histórico-Culturais
MST	Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem-Terra
SEPEM	Seminário Externo de Pesquisa em Educação Matemática
SIEDEM	Seminário Interno do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática
SND	Sistema de Numeração Decimal
SVL	Sistema de Valor de Lugar
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UnB	Universidade de Brasília

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	12
1 INTRODUÇÃO	13
1.1 Prólogo	13
1.2 Conhecimentos Matemáticos de Pessoas Jovens e Adultas	15
1.3 Objetivo e Questões de Pesquisa	20
2 DIDÁTICA DA MATEMÁTICA	21
2.1 Implicações da Teoria dos Campos Conceituais para a Pesquisa e para o Ensino	21
2.2 A Teoria dos Campos Conceituais: Processo de Conceitualização	23
Conceitualização	25
Esquemas e Invariantes Operatórios	26
Situações	27
2.3 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS	27
2.3.1 Contrato didático	28
2.3.2 Situações a-didáticas	28
3 DIÁLOGO COM PESSOAS JOVENS E ADULTAS EM CONTEXTOS DE TAREFAS MATEMÁTICAS ESCOLARES	30
3.1 Procedimentos Metodológicos	31
3.2 Microanálise	35
3.3 Cenário e Participantes do Primeiro Estudo	36
3.4 Cenários e Participantes do Segundo Estudo	40
3.5 Pontos de Convergência entre as Entrevistas Semiestruturadas dos Participantes dos Dois Estudos	47
4 CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS E PROCESSOS MOBILIZADOS PELOS EDUCANDOS	51
4.1 Contagem exaustiva de quantidades	51
4.2 Contagem de quantidades por agrupamentos irregulares	52
4.3 Contagem de quantias	53
4.4 Leitura e Interpretação de números	55
4.5 Escrita e interpretação de números	58
4.6 Mobilização da noção de milhar	60
4.7 Subtração e o conceito e noção de complemento	62
4.8 Tratamento das contas de multiplicação e de divisão como uma adição	65
4.9 Elaboração mental de uma adição sem agrupamentos	66
4.10 Elaboração mental de uma divisão sem resto	68
4.11 Uso da calculadora para computar valores	69
4.12 Uso da calculadora para confirmar resultado da operação	71
4.13 Processos Metacognitivos	72
4.13.1 Conhecimento sobre o próprio conhecimento	73
4.13.2 Crenças e intuições acerca da Matemática	75
4.13.3 Autorregulação	76
5 CONTRIBUIÇÕES QUE A ANÁLISE DOS PROTOCOLOS INSPIROU	79
CONSIDERAÇÕES FINAIS	84
REFERÊNCIAS	89
APÊNDICE A - QUESTÕES RELATIVAS AOS CAMPOS CONCEITUAIS NÚMERO, ESTRUTURAS ADITIVAS E ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS.....	96
APÊNDICE B – ROTEIRO DE ENTREVISTA	97

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	98
APÊNDICE D – LISTA DE COMPRAS ELABORADA A PARTIR DE ENCARTES DE LOJAS DE MÓVEIS E ELETRODOMÉSTICOS	100
APÊNDICE E – IMAGEM DE CALCULADORA COMUM, NÃO CIENTÍFICA.....	101

APRESENTAÇÃO

Nosso objetivo foi identificar e analisar a produção de conhecimentos matemáticos de Pessoas Jovens e Adultas em diferentes graus de formalização e explicitação oral e escrita, de caráter cognitivo e metacognitivo, no contexto da cultura escolar.

Este trabalho foi organizado em cinco capítulos. O Capítulo 1 traz a problematização, a justificativa, as questões da pesquisa e os objetivos. No Capítulo 2, apresentamos duas Teorias: a dos Campos Conceituais e a das Situações Didáticas. Na Teoria dos Campos Conceituais, buscamos identificar um instrumental conceitual e metodológico para melhor compreender os pensamentos que estruturam as atividades matemáticas das Pessoas Jovens e Adultas na realização de tarefas escolares. A Teoria das Situações Didáticas traz contribuições para a compreensão das relações pedagógicas do tripé educando-educador-saber e suas consequências. Retomamos os objetivos e tratamos da metodologia que associa entrevista clínica à microanálise na explicitação dos esquemas mentais de cada sujeito no Capítulo 3. Os resultados e as análises das produções matemáticas dos educandos, Pessoas Jovens e Adultas têm lugar no Capítulo 4. No Capítulo 5, discutimos as contribuições que a análise inspirou e, na sequência, tecemos as considerações finais deste estudo.

1. INTRODUÇÃO

1.1 Prólogo

As brincadeiras da minha infância já revelavam desde cedo a presença constante e o reflexo da escola na minha vida. Como era a neta, a sobrinha e a prima mais velha, sempre cabia a mim o papel de professora na “brincadeira de escolinha”. Além disso, minha mãe era professora e me lembro de visitá-la na escola, ficar junto dela quando corrigia provas e trabalhos.

Na 5ª série, tive uma professora que me marcou muito. Eu era tímida e não tinha muitos amigos. Essa professora me tratava de forma especial levando-me para passar o dia com a família dela, dando-me presentes no meu aniversário, uma atitude bastante diferente daquela que os professores, em geral, têm para com os educandos que apresentam bom rendimento e são retraídos e, por isso mesmo, tendem a passar despercebidos.

Essa professora se referia a nós, seus alunos, de forma diferente. Ela nos chamava de seus “anjinhos”, seus “peixinhos”. Na aula de Matemática, quando dávamos uma resposta em desacordo com seus ensinamentos, ela dizia: “Ah, meu Sangiorgi¹!”. Até poucos anos atrás, pensava que se tratava do santo protetor dos professores de Matemática.

Tive outros professores marcantes no Ensino Médio e na Graduação, mas a Matemática tornou-se para mim uma disciplina difícil, árida em decorrência da falta de professores da disciplina na rede pública de Ensino Fundamental à época e da maneira como o ensino da Matemática era conduzido pelos professores de Ensino Médio em geral.

O interesse pela alfabetização surgiu do contato com professores e educandos durante o mestrado. Logo após a conclusão do mestrado, fui aprovada, em concurso público, para o cargo de professora da Faculdade de Educação – UnB. Do engajamento no projeto de extensão permanente “Formação em Processo de Educadores/Alfabetizadores de Jovens e Adultos de Camadas Populares,” realizado no Paranoá, veio a definição daquele que seria o meu tema do doutorado.

Ao ingressar no doutorado, minha intenção era trabalhar a alfabetização em língua materna, mas o contato com professores e disciplinas em Educação

¹ Referência a Osvaldo Sangiorgi, professor de Matemática e autor de livros didáticos, referência no Movimento da Matemática Moderna no Brasil, na segunda metade do século XX.

Matemática fez com que superasse os bloqueios adquiridos e resgatasse meu encantamento inicial com a Matemática.

Senti necessidade de melhor compreender, do ponto de vista prático, o que havia estudado em teoria até então: como ensinar Matemática a pessoas jovens e adultas em processo de alfabetização. Dessa forma, recorri ao Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz e tornei-me “ouvinte” nas aulas de Educação Matemática 1 e 2 na graduação, no 1º semestre de 2001 e no 2º semestre de 2004, respectivamente.

Minha inserção na Educação Matemática se deu, também, mediante a participação em três grupos de pesquisa, o GENPEX, o Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática – Compasso-DF e o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Faculdade de Educação na Universidade de Brasília.

O GENPEX, Grupo de Ensino, Pesquisa e Extensão em Educação Popular e Estudos Filosóficos e Histórico-Culturais da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília, coordenado pelo Prof. Dr. Renato Hilário Reis, atua nas frentes: (1) Alfabetização e Escolarização de Jovens e Adultos no Paranoá/Itapoã e Brazlândia; (2) Educação Prisional de Jovens na Unidade Semiaberta de Taguatinga Sul; e, (3) Educação Profissional e Educação de Jovens e Adultos em Ceilândia-Projeja. O grupo é constituído por professores e funcionários dos diversos departamentos da UnB, estudantes de graduação e pós-graduação, movimento popular organizado, visando promover o desenvolvimento dos seres humanos no conjunto das relações sociais, nas quais estão inseridos. Um dos cenários da presente investigação foi o projeto de alfabetização e escolarização de jovens e adultos, desenvolvido na sede do Centro de Cultura e Desenvolvimento do Paranoá (CEDEP).

O Compasso-DF é formado por educadores matemáticos que atuam na Educação Infantil, Ensino Fundamental, Médio e na Educação Superior. Surgiu em 2000, de uma necessidade das mestrandas da área Aprendizagem e Trabalho Pedagógico as quais tinham como objeto de pesquisa a aprendizagem matemática e o processo da mediação pedagógica. Esse grupo sentia falta de um espaço reservado ao aprofundamento teórico como suporte ao processo de formação e atuação profissional no campo da Educação Matemática.

Passei a integrar o Grupo no segundo ano de sua criação. A partir do 2º semestre de 2006, o Grupo engajou-se em uma linha de pesquisa sobre a História

do ensino-aprendizagem e da Educação Matemática no Distrito Federal da qual participei até o ano de 2007.

O EDEM congrega orientandos, ex-orientandos e convidados do Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz. Em 2010, foram promovidos pelo Grupo dois eventos dos quais participei. O primeiro Seminário Interno do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática (I SIEDEM), realizado de 16 a 18 de abril de 2010, em Pirenópolis-GO, no qual apresentei meu projeto de pesquisa, juntamente com os demais participantes que também apresentaram suas pesquisas em andamento e concluídas. No II SIEDEM, realizado nos dias 25 e 26 de maio de 2012, foram apresentados os temas que constituíam os objetos de investigação dos estudos de Mestrado e Doutorado de cada orientando dos Professores Doutores Cristiano Alberto Muniz e Cleyton Hércules Gontijo.

O caminho percorrido e as experiências de “aprendizagem mútua” vividas com cada uma das pessoas e grupos anteriormente referidos conduziram-nos à definição do objeto de pesquisa que passamos a apresentar.

1.2 Conhecimentos Matemáticos de Pessoas Jovens e Adultas

Sobreviver, transcender à mera sobrevivência e participar de uma sociedade tecnológica e letrada, característica do meio urbano, na qual o domínio do conhecimento culturalmente valorizado ganha cada vez mais importância é certamente um desafio para aqueles que tiveram sua escolarização interrompida, frequentaram a escola, mas não tiveram seu direito à aprendizagem garantido ou sequer chegaram a frequentar os bancos escolares.

Observa-se que a alfabetização de jovens e adultos ainda representa um desafio para o nosso país. Trata-se não somente de trazer esse público de volta à escola, mas também de criar condições para a permanência nela. A exclusão social traz consigo outras mazelas, como a baixa qualidade de vida e o sentimento de baixa autoestima, decorrente do sentimento de fracasso e da inadequação escolar.

É possível que entre os fatores que contribuem para a evasão se encontre a maneira de conduzir o ensino, a qual muitas vezes não leva em conta as necessidades, interesses e conhecimentos anteriores dos educandos. Se ao retornar à escola esses jovens e adultos tiverem seus saberes, valores, processos

cognitivos e de socialização reconhecidos, isso se refletirá também em autoestima elevada e maior autonomia.

As transformações produzidas na economia capitalista constituem-se numa tendência mundial e trazem novos requerimentos de qualificação aos trabalhadores. A perspectiva de manter-se ou ingressar em um emprego traz de volta à escola jovens e adultos em busca de melhores condições de vida.

Todavia, não se trata somente de qualificar melhor o trabalhador para as atividades produtivas. A melhoria das condições de vida não se esgota na esfera do emprego. D'Ambrósio (2005) contribui quando fala de Educação para a paz e do objetivo da educação o qual está sustentado na necessidade de transcendência da espécie humana.

Os sujeitos ditos analfabetos constroem conhecimentos muitas vezes sofisticados e complexos nas práticas sociais e culturais das quais participam, conforme já foi evidenciado por muitos trabalhos, inclusive pelo conjunto de pesquisas realizado na Pós-graduação em Psicologia Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).

Os estudos conduzidos pelos pesquisadores da UFPE abordaram a “relação entre a compreensão dos princípios e modelos lógico-matemáticos subjacentes à resolução de problemas em diferentes contextos culturais e a sua representação nestes contextos” (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN, 1995, p. 6). As pesquisas realizadas utilizaram uma combinação do método clínico piagetiano e da abordagem etnográfica (CARRAHER, 1989). Os sujeitos eram observados em situação natural, e o exame clínico procurava aproximar-se das condições e dos conteúdos da situação natural. Os estudos com adultos não escolarizados ou com baixo nível de escolaridade versaram sobre: domínio de medidas de áreas de trabalhadores de cana-de-açúcar (ACIOLY-RÉGNIER, 1997); aplicação de raciocínio proporcional por cozinheiras (SCHLIEMANN; MAGALHÃES, 1990), pescadores (NUNES; SCHLIEMANN; CARRAHER, 1993) e mestres de obras (CARRAHER, 1995); cálculo de dimensões e preços por marceneiros (SCHLIEMANN, 1995a); uso de análise combinatória por cambistas do jogo do bicho (SCHLIEMANN, 1995b); e uso da álgebra por feirantes (CARRAHER, SCHLIEMANN, 1995), entre outros.

As principais conclusões desses trabalhos apontam que: (a) os sujeitos revelaram a posse de uma “inteligência prática”², regra geral desvalorizada ou não reconhecida por uma sociedade que tende a correlacionar inteligência e grau de instrução; (b) os mesmos sujeitos apresentavam desempenhos diferentes, sendo favorecidos pela testagem em situação informal em oposição à formal (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN, 1995).

Concordamos com os resultados do grupo de pesquisadores da UFPE, entre outros igualmente importantes, os quais demonstraram que os conhecimentos matemáticos de jovens e adultos não se restringem aos conteúdos escolares. O conhecimento é uma construção que se dá a partir da ação e da interação do indivíduo com os outros seres humanos e com o mundo ao longo de toda a vida, visando à satisfação de suas necessidades e a busca de significados para a sua existência; ação e interação por meio das quais ele se constitui e transforma a realidade, ao mesmo tempo em que é transformado por ela.

Sendo assim, não é possível determinar com precisão os limites existentes entre os conhecimentos matemáticos escolares e extraescolares dos educandos, pois eles se entrelaçam, convivem, assim como se conflitam mutuamente, por vezes, em complexos processos de negação um do outro. Ferreira e Fonseca (2008) desvelam a tensão existente entre respeitar e trabalhar, em sala de aula, a Matemática da cultura extraescolar, sem negar ao educando o acesso ao conhecimento formal, mais próximo da Matemática escolar.

Outra tensão, decorrente da primeira, consiste na resistência de os educandos aceitar propostas que se afastam da visão de escola idealizada por eles e que eles possivelmente frequentaram no passado, a qual consiste em uma sala de aula com alunos enfileirados, um professor à frente transmitindo conhecimentos, a cópia no caderno fiel ao que está escrito na lousa, silêncio absoluto por parte dos alunos que absorvem passivamente o conhecimento, como descrevem Fonseca (2007) e Reis (2011).

Ademais, os conhecimentos matemáticos escolares e extraescolares têm naturezas diferentes, embora ambos tenham sido produzidos cultural, social, econômico e historicamente. Os saberes escolares representam aqueles conhecimentos que foram legitimados pelos grupos dominantes ao longo da história

² Envolve todo o pensamento “embutido” na realização de atividades ditas “práticas”, as quais têm um papel instrumental na consecução dos objetivos daquelas mesmas atividades (SCRIBNER, 1984).

e que se tornaram “universais” (MONTEIRO, 2004). Os conhecimentos extraescolares são locais, têm origem em grupos específicos, como os grupos que partilham a mesma ocupação, o que não invalida a existência de variação dentro de um mesmo grupo (KNIJNIK, 1996; OLIVEIRA, 1999).

Nossos sujeitos são jovens e adultos trabalhadores, empregados ou não, que se constituem em “seres matemáticos” mediante participação em práticas sociais e culturais organizadas, especialmente a convivência familiar e social, as passagens anteriores pela escola e as situações de trabalho.

Em família, pais e filhos trocam experiências escolares. Tanto os pais voltam a estudar para ajudar os filhos nas tarefas escolares, quanto os filhos, quando mais escolarizados que os pais, prestam-lhes auxílio, por exemplo, no momento de preencher um cheque.

A escola pertence ao “mundo real” e ao cotidiano daqueles que a frequentam (MEIRA, 1993). A apropriação da linguagem e dos procedimentos da cultura escolar torna-se fundamental para o sucesso escolar do educando e para a continuidade de seus estudos.

Nosso objeto de investigação é a produção de conhecimentos matemáticos de pessoas jovens e adultas, de caráter cognitivo e metacognitivo, mobilizados em tarefas escolares.

Advogamos a tese de que a produção de conhecimentos matemáticos de jovens e adultos tem influência do seu locus, modo de produção e do contrato didático estabelecido entre educador, pesquisador e educandos.

Quando educador e educando desvalorizam os conhecimentos das culturas extraescolares, os quais não são considerados conhecimentos matemáticos nem por um nem pelo outro, o sujeito produz para agradar o educador, da maneira que ele acha que é esperado pelo educador, numa tentativa de aproximação do conhecimento escolar, para obter sucesso escolar, comprometendo sua autonomia moral e intelectual (KAMII, 1992).

No processo de constituição do sujeito na cultura escolar, o educando vai se silenciando à medida que o conhecimento que ele traz das culturas extraescolares não tem espaço nem é valorizado dentro da escola. Quando questionado sobre os seus conhecimentos matemáticos das culturas extraescolares, ele fala “eu não sei, eu não sei, eu não sei”, e o que ele sabe mesmo, ele não faz na escola.

Muitas vezes o educador estabelece com os educandos um contrato didático³, explícito ou implícito, o qual é tão agressivo que não dá ao educando a possibilidade de trazer para a cultura escolar seu contexto de vida, em especial o do trabalho, da produção, da sobrevivência e o da transcendência da sobrevivência. Mesmo quando ele fala, a palavra é silenciada pela autoridade atribuída à cultura escolar. Então, o sujeito fica reproduzindo os conhecimentos escolares. Assim, a princípio, saber e fazer Matemática para o educando é saber realizar operações aritméticas, mais precisamente, reproduzir os algoritmos impostos nos contextos escolares.

Pegar o ônibus, fazer compras no supermercado ou na feira, organizar o orçamento para adequá-lo à sobrevivência com o salário-mínimo ou até menos que isso, fazer compras a crédito, ler e interpretar uma receita culinária, localizar um endereço, ler números de telefone, pagar contas de água, luz são tarefas habituais de jovens e adultos que vivem em uma sociedade letrada e *numerada*, mesmo que não alfabetizados. Isso se dá porque, mesmo que não haja o registro escrito dessas práticas, elas se baseiam em algum conhecimento matemático próprio de uma cultura grafocêntrica (SOUZA, 2007).

O aprendizado da escrita, incluindo o da escrita matemática, se dá, usualmente, no contexto da cultura escolar. Em ambiente extraescolar, pode ocorrer o uso de representações gráficas, criadas pelos próprios educandos, porém, o que predomina é uma matemática oralizada, sem apoio de registros, muito fortemente embasada em representações mentais, cálculos mentais e processos perceptivos de espaço, tempo e proporção.

Esses jovens e adultos vêm buscar na escola o domínio da linguagem escrita. Eles querem, via de regra, aprender a fazer contas de “lápiz e papel”. Negam o que já sabem, ao buscar se aproximar do conhecimento escolar.

As pessoas jovens e adultas de baixa escolarização costumam ter dificuldade em explicitar seus procedimentos de cálculo mental, especialmente na forma de registros matemáticos, uma vez que tal explicitação requer forte mobilização de processos metacognitivos, os quais a escola não está capacitada a desenvolver, o

³ O contrato didático está baseado em um conjunto de expectativas, regras e compromissos recíprocos entre professor e educando, sejam eles explícitos ou não, visando à aprendizagem do educando (BROUSSEAU, 2008). O contrato didático define o papel e as atribuições do professor e do educando no processo de produção do conhecimento. Na relação didática ficam delimitadas as interações professor-educando-saber. O contrato didático deveria ser provisório, no sentido de que seu rompimento e ou renegociação em prol da autonomia intelectual do educando é desejável (SILVA, 2002).

que dificulta a comunicação, a validação⁴ e a institucionalização⁵ de seus procedimentos matemáticos.

1.3 Objetivo e Questões de Pesquisa

Propomos os seguintes questionamentos: Que conhecimentos matemáticos são mobilizados por jovens e adultos em início de escolarização? A solicitação de explicitação oral de procedimentos matemáticos pode propiciar a emergência de atividade metacognitiva?

Para responder tais questões estabeleço com objetivo de estudo identificar e analisar a produção de conhecimentos matemáticos de Pessoas Jovens e Adultas em diferentes graus de formalização e explicitação oral e escrita, de caráter cognitivo e metacognitivo, no contexto da cultura escolar.

Os conceitos de esquemas e contrato didático, centrais neste estudo, serão desenvolvidos no capítulo seguinte, que trará as contribuições de natureza teórico-conceitual-epistemológica da Teoria dos Campos Conceituais e da Teoria das Situações Didáticas.

⁴ Retorno à situação para verificar a pertinência do procedimento adotado (MUNIZ, 2009a).

⁵ Reconhecimento, por parte do professor, “do conhecimento mobilizado/produzido, articulando-o ao saber sociocientífico, culturalmente validado” (MUNIZ, 2009a, p. 50).

2. DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

A grande meta da educação matemática é o desenvolvimento de habilidades e competências para que o aluno resolva as situações presentes no espaço exterior da escola, quando o professor é personagem ausente, onde não há ninguém a controlar as formas de produção de soluções das situações-problema por ele vivenciadas.

MUNIZ, C.A. *Teoria das situações didáticas*. No prelo.

A proposta deste capítulo é apresentar a Teoria dos Campos Conceituais de Geràrd Vergnaud e a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, problematizando suas implicações para o ensino e a pesquisa. Ambas as teorias têm origem no movimento de ideias surgido na França no final da década de 1970, denominado “Didactique des Mathématiques” (Didática da Matemática). Para esse movimento, mais que a aplicação de diferentes ciências, tais como Pedagogia, Psicologia, Matemática e outras, o ensino da Matemática requer pesquisas específicas (GÁLVEZ, 1996).

Destacamos, na Teoria dos Campos Conceituais, conceitos importantes para a análise de produções matemáticas no contexto da Educação de Jovens e Adultos, tais como situações, invariantes e representações e, na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, os conceitos de situações didáticas e a-didáticas e de contrato didático.

2.1 Implicações da Teoria dos Campos Conceituais para a pesquisa e para o ensino

As dificuldades relativas à explicitação das competências-em-ação são de diversas ordens. Caberia a mim como pesquisadora e/ou ao professor a análise da estrutura da atividade, incluindo grande diversidade de esquemas⁶. Os teoremas-em-ação⁷, como parte constituinte dos invariantes operacionais⁸, tornar-se-iam, assim, explícitos, a partir da perspectiva do “outro”, dos indícios identificados por um observador externo. Por sua vez, essa análise implica considerar que significado ou significados os esquemas e as situações adquirem para os sujeitos.

Os significados do que os sujeitos fazem e expressam refletem não apenas seus pensamentos, mas também suas intenções e valores (CARRAHER, 1989).

⁶ “Organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada” (VERGNAUD, 1990, p. 136; 2003, p. 66; 2009a, p. 21; 2009b, p. 44)

⁷ “Proposição tida como verdadeira na ação em situação” (VERGNAUD, 2009a, p. 23).

⁸ Conhecimentos adequados para a coleta, seleção e o processamento da informação apropriada para a orientação da ação (VERGNAUD, 2003, 2009b).

Dessa forma, a questão que se coloca é até que ponto o professor ou a pesquisadora é capaz de assumir a perspectiva do outro, seja ele, por exemplo, uma criança ou um adulto em processo de alfabetização matemática. Vergnaud (1998a) utiliza o termo “ilusão da transparência” para se referir à falsa ideia de que “o que é transparente para mim é para você” (p. 26). Trata-se, segundo o mesmo autor, de um problema de comunicação. O papel de mediador que Vergnaud (1998a) atribui ao professor estendemos também à pesquisadora. Consideramos que esse papel somente poderá ser adequadamente exercido, se professor e pesquisador tiverem presentes para si mesmos as dificuldades encontradas por eles próprios na sua história de construção do conhecimento.

Do nosso ponto de vista, na Teoria dos Campos Conceituais, ocorre uma expressiva ênfase nos indícios de um observador externo na explicitação dos teoremas em ação. Muniz (2009a) alerta para a importância da interpretação e da argumentação por parte do sujeito-autor na identificação e na valorização dos esquemas adotados por eles na resolução de problemas.

Acreditamos que o próprio sujeito, em especial o jovem ou o adulto, pode significar e ressignificar suas ações e operações com maior pertinência que a pesquisadora e ou professor em algumas situações, o que não significa minimizar o papel deste. Ele continua insubstituível no questionamento ao sujeito acerca do significado suas respostas. Tal realidade aporta importante consequência para o método na investigação de produção do conhecimento na escola, no que diz respeito ao diálogo com os sujeitos no contexto da significação de suas ações e produções.

Uma dificuldade adicional, do nosso ponto de vista, é identificar e acompanhar, tanto no ensino como na pesquisa, as mudanças conceituais ao longo do tempo, o que muitas vezes requer estudos longitudinais. No que tange aos esquemas, caberia à pesquisadora e ao professor, encontrar ou criar situações que permitam aos pesquisados e educandos a manifestação de suas competências-em-ação⁹.

Além disso, ao professor competiria, intencionalmente, propiciar ocasiões e meios para que essas competências se tornassem evidentes sob a forma de conceitos-em-ação¹⁰. Ocorre que, dentro de uma mesma sala de aula, mesmo se

⁹ Respostas aos desafios colocados pelas situações (problemas) que enfrentamos.

¹⁰ “Conceito considerado pertinente na ação em situação” (VERGNAUD, 2009a, p. 23).

expostos a uma mesma situação, os educandos têm não só pontos de partida diferentes como também ritmos de aprendizagem diferentes. Não há garantias e é mesmo improvável que, ainda que partissem do mesmo ponto, chegassem ao mesmo nível de conceitualização ao final do ano letivo. Mesmo por que esse processo não está restrito ao tempo e a “estímulos escolares”. As relações conceituais são estabelecidas, alimentadas e generalizadas, também, nas atividades paraescolares, sejam elas de caráter laboral ou não.

Do ponto de vista de sua aplicação à didática, o que se propõe é a passagem dos teoremas-em-ação (implícitos) aos conceitos formais (explícitos) mediada por representações simbólicas e materiais e pela ação intencional do professor.

Uma reflexão que julgamos necessária destacar é até que ponto um maior nível de compreensão se traduz imediatamente em ações coerentes. Consideramos que essa evolução não é simultânea ou linear. O processo de conceitualização nos parece marcado, sobremaneira, por avanços e recuos, e a abstração e a generalização, aparentemente, não são conduzidas de maneira uniforme para qualquer classe de situações tidas como similares ou mesmo dentro de uma mesma classe de situações.

2.2. A Teoria dos Campos Conceituais: Processo de Conceitualização

Esta teoria traz contribuições no contexto da reflexão sobre aprendizagem e desenvolvimento, com conexões evidentes em relação a Piaget e a Vigotski aos quais é acrescentado, como contribuição específica e original, o que Vergnaud (1998a) denomina “Teoria da Referência”. Essa Teoria propõe a conexão necessária dos conceitos a um domínio epistemológico específico (matemático, físico, social, econômico).

A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990, 1997) vem nos ajudar a compreender a gênese do desenvolvimento conceitual dos conhecimentos matemáticos de jovens e adultos, bem como suas implicações didático-pedagógicas.

Segundo essa teoria, há dois tipos de situação (ou problemas) que assumem algum significado para o sujeito e podem gerar dois tipos de processo diferentes para a sua resolução. Na primeira, o sujeito já possui, em seu repertório de competências¹¹, os procedimentos adequados ao encaminhamento da situação.

¹¹ As competências são compostas por informações e habilidades que estão disponíveis sob a forma de esquemas (VERGNAUD, s.d.2).

Trata-se mais de uma relação de filiação aos conhecimentos preexistentes que seriam os conhecimentos matemáticos. Para a segunda, o sujeito não dispõe das competências requeridas para o tratamento da situação. Há uma ruptura do conhecimento e um momento de descoberta e, em alguns casos, de inovação do conhecimento.

Para a resolução da nova situação (problema) ou considerada como nova pelo sujeito, são necessárias reflexão e exploração que podem conduzir ao sucesso ou ao fracasso. No primeiro caso, os esquemas já disponíveis, isto é, “a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada” (VERGNAUD, 1990, p. 136; 2009a, p. 21; 2009b, p. 44; PLAISANCE; VERGNAUD, 2003, p. 66) seriam aplicados quase que automaticamente. Já no segundo caso, ocorreria a utilização sucessiva de vários esquemas cuja aplicação parecesse pertinente à situação encontrada, por analogia ou semelhança e que seriam acomodados, descombinados e recombinados (VERGNAUD, 1990).

Uma implicação educacional, decorrente do aprendizado de conhecimentos escolares, é que, em muitos domínios, a emergência de novos conceitos e a mudança de seu *status* cognitivo consistem na explicitação dos conceitos subjacentes à ação (eficaz), ou seja, fundamentam-se na mudança de ponto de vista dos objetos de conhecimento, das propriedades, das relações entre os objetos (VERGNAUD, 1990, 1997, 1998a).

Se as competências-em-ação constituem resposta aos desafios colocados pelas situações (problemas) que enfrentamos dentro da escola ou fora dela, quanto maior for a variedade de situações encontradas ou propostas pelo professor ou pela vida, tanto maiores serão as chances de desenvolvimento de conceitos mais gerais e cada vez mais complexos, constituindo-se em sistemas conceituais. O conceito, assim concebido na sua relação com os demais, amplia os limites de sua validade e a generalização dos teoremas implícitos na ação a várias outras situações possíveis.

Por sua vez, situações novas, impossíveis de serem resolvidas com o repertório de esquemas já existente, conduzem à necessária e desejável elaboração de novos procedimentos ou maneiras de interpretar a experiência e a superação da dificuldade na resolução da situação. O desenvolvimento ou a amplificação das competências já existentes envolvem a construção de outros objetos de

conhecimento, a proposição de novas relações e a construção de diferentes categorias de pensamento (VERGNAUD, 1998b).

A mudança conceitual seria decorrente, portanto, da explicitação das competências, de seus invariantes operatórios, por intermédio de sua expressão, discussão e integração em sistemas explicativos coerentes (VERGNAUD, s.d.1).

Os invariantes operatórios são conhecimentos adequados à coleta, seleção e ao processamento da informação apropriada para a orientação da ação (VERGNAUD, 2009b; PLAISANCE; VERGNAUD, 2003). São compostos de conceitos em ação, isto é, “conceito considerado pertinente na ação em situação” e pelos teoremas em ação, ou seja, “proposição tida como verdadeira na ação em situação” (VERGNAUD, 2009a, p. 23). Os teoremas em ação podem ser falsos ou verdadeiros, enquanto os conceitos em ação têm apenas um valor de pertinência (VERGNAUD, 2009b).

A explicitação dos invariantes operatórios ocorre por meio da linguagem seja ela oral, gráfica, seja corporal. Entretanto, os saberes práticos, mesmo quando explicitados, muitas vezes não revelam todos os conceitos e sistemas conceituais envolvidos e são a ponta visível do *iceberg* da conceitualização, como sugere Vergnaud (1990, 2009b), no qual grande parte encontra-se imersa nas ações dos indivíduos e nas relações entre comportamentos e situações (PLAISANCE; VERGNAUD, 2003).

Conceitualização

Os problemas advindos da realidade contribuem para desenvolver conhecimentos mais gerais e formar conceitos (VERGNAUD, 1998a), os quais possibilitam a identificação dos objetos do mundo, suas propriedades e suas relações (VERGNAUD, 2010). Eles não têm existência material e são uma construção mental dos indivíduos. Estão em permanente reconstrução em face das situações com as quais nos deparamos e diante das quais desenvolvemos esquemas de ação. O que é visível são as nossas ações (MUNIZ, 2009b).

A proposta da Teoria dos Campos Conceituais é explicar o desenvolvimento dos processos de conceitualização. Segundo essa Teoria, o conceito é formado pelos invariantes operatórios, pelas representações e pelas situações (VERGNAUD, 1990, 1997, 2009a) que passamos a apresentar, separadamente, mas que estão em estreita relação entre si.

Esquemas e Invariantes Operatórios

Além dos invariantes operacionais, o esquema é composto de regras de ação e antecipações, uma vez que ele gera uma sequência de ações e tomada de informações para se atingir um objetivo e por indícios (PLAISANCE; VERGNAUD, 2003; VERGNAUD, 2009b). O esquema abrange, portanto,

os invariantes que identificam as dimensões pertinentes para a conduta da ação; as indícios, que permitem a adaptação dos esquemas às especificidades da situação; as regras de ação, que definem a ordem da tomada de informação e das operações a efetuar; as antecipações em relação ao objetivo a atingir, que regem a conduta e formam uma totalidade (PASTRÉ, 1994, p. 50).

As regras de ação referem-se aos procedimentos que o sujeito julga pertinentes e apropriados mobilizar em função do que acredita ser aceito e ou válido no contexto social em que está situado, ou seja, refletem a representação da situação.

Para Plaisance e Vergnaud (2003, p. 67), “a maior parte dos conhecimentos são competências¹²” e não há, necessariamente, uma hierarquia de competências (VERGNAUD, 1998b) uma vez que estas se constituem em uma vasta rede de relações lógicas.

A competência de um indivíduo pode ser definida tendo como base os seguintes critérios: (a) capacidade de produzir em face de uma classe ou conjunto de classes de situações; (b) disponibilidade de um procedimento ou método mais rápido, mais econômico, mais eficaz, o qual lhe permita ter um desempenho superior; e, (c) posse de um repertório de procedimentos ou métodos alternativos, o qual lhe permita adaptar-se de uma maneira mais refinada às diversas situações que enfrenta, em função da avaliação das diferentes variáveis das situações (VERGNAUD, s.d.2; 1998b, 2009a).

Entendemos, por isso, que um conceito de ordem mais simples ou concreto poderia ser aplicado de modo mais eficaz na solução de determinado problema que um conceito mais complexo e abstrato, dependendo do tipo de situação encontrada. Entendemos, também, que é mais importante ter um repertório de soluções que uma única forma de resolver problemas, por mais refinada que seja. Isto requer da parte do indivíduo, não somente a posse de um conjunto de competências, mas também a capacidade de utilizá-las adequadamente.

¹² “Forma operatória do comportamento, o que permite ter êxito” (VERGNAUD, 2009a, p. 17).

Representações

As representações que incluem a linguagem permitem que o conceito assuma um formato simbólico e exprima suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (VERGNAUD, 1990).

Na Teoria dos Campos Conceituais, a linguagem assume as importantes funções de comunicação, de representação, de auxílio ao pensamento e de organização da ação. É justamente quando as ações ainda não foram automatizadas e estão, assim, interiorizadas, que a linguagem como acompanhamento da ação favorece o cumprimento da tarefa e a resolução do problema. Ela parece facilitar a descoberta das relações pertinentes, a organização temporal da ação e o seu controle. Mais que isso, a linguagem também permite que os conceitos, que são instrumento do pensamento, sejam transformados em conceitos objeto do pensamento (VERGNAUD, 1990). Isto se dá pelo uso repetido dos conceitos instrumento, da familiaridade com eles e da consciência de seu papel no raciocínio. Em suma, “a substancialização e a simbolização desempenham importante papel na transformação dos conceitos ferramenta em conceitos objeto” (VERGNAUD, 1997, p. 27).

As situações, juntamente com as representações, dão sentido ao conceito, ou seja, são os esquemas evocados no sujeito por uma situação e ou representação, que dão sentido ao conceito. O reconhecimento dos invariantes são, portanto, a chave de generalização do esquema (VERGNAUD, 1990).

Situações

O campo conceitual é definido simultaneamente como um conjunto de situações e um conjunto de conceitos em relação entre si (VERGNAUD, 2009a, 2009b). Seu estudo compreende um conjunto de situações a ser analisado, uma combinação de tarefas a ser decomposta e cuja propriedade e dificuldade deve ser conhecida (VERGNAUD, 1990). O domínio progressivo das situações requer uma “variedade de conceitos, esquemas e representações simbólicas em estreita conexão” (VERGNAUD, 2009a, p.29). Ou seja, não existe conceito sem situação nem situação sem conceito, uma vez que “o conhecimento é adaptação que ocorre pelos esquemas; estes, por sua vez, se adaptam a situações” (VERGNAUD, 2009b, p. 43).

No caso dos sujeitos da Educação de Jovens e Adultos, a inserção deles tanto no meio urbano quanto no rural, com especial ênfase nas situações de trabalho, proporciona-lhes uma gama variada de situações de matematização, contribuindo para o desenvolvimento conceitual desses sujeitos.

Às vezes, as situações não escolares são representadas pelos sujeitos como sendo escolares como ocorreu na maioria dos casos desta pesquisa.

2.3 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A teoria de Guy Brousseau (2008) traz os conceitos de situação didática, situação a-didática, contrato didático, entre outros.

2.3.1 Contrato didático

A situação didática envolve o processo de construção do conhecimento matemático pelo educando, mediado por um contrato didático firmado entre educador e educando, no qual regras e convenções, nem sempre explícitas, estabelecem o que se espera de cada uma das partes, tais como atribuição de responsabilidades, permissão ou proibição de determinadas ações, determinação de prazos para realização de tarefas (GÁLVEZ, 1996). De acordo com Pais (2001, p. 77), "... as ramificações dessas obrigações se estendem e se multiplicam para fora do espaço físico da sala de aula, revelando a multiplicidade de influências inerentes ao contexto escolar".

Um contrato didático mal compreendido ou mal negociado pode ter efeitos de ensino indesejados, tais como:

resolver a questão no lugar do aluno, quando este encontra uma dificuldade; acreditar que os alunos darão naturalmente a resposta esperada; substituir o estudo de uma noção complexa por uma analogia; interpretar um comportamento banal do aluno como uma manifestação do saber culto; tomar como objeto de estudo uma técnica que se presume seja útil para a resolução de um problema, perdendo de vista o verdadeiro saber matemático a ser desenvolvido. (SILVA, 2002, p. 60).

Da parte do educando, a ruptura do contrato didático pode ter como consequência o fracasso ou até mesmo a exclusão escolar, seguidas de repercussões sociais e emocionais (Pais, 2001).

O contrato que é local e está restrito a um campo conceitual específico não deveria ser rígido. Ele pode e deve ser modificado com a evolução das situações. De acordo com Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p.219), "a aprendizagem não

repousa, na verdade, sobre o bom funcionamento do contrato, mas sobre suas rupturas”. Um educando que se limita a cumprir as regras e as convenções do contrato didático pode ser considerado um “bom estudante” de Matemática, porém, pode não ser capaz de resolver situações-problema com as quais se depara no âmbito da cultura extraescolar.

Espera-se que a situação didática evolua para uma situação a-didática, na qual o contrato didático é suprimido, e o educando assume uma postura ativa, de autonomia intelectual de modo a resolver uma situação-problema que ele elegeu, que faz sentido para si mesmo, na qual mobiliza estratégias e procedimentos de resolução próprios, independente da vontade, desejo e de qualquer intervenção intencional do educador.

2.3.2 Situações a-didáticas

A situação a-didática é parte constituinte da situação didática e visa, no âmbito dessa teoria, à aprendizagem, ou seja, à construção de um novo saber. Nela o educando é protagonista e se apropria do conhecimento matemático passando a ressignificá-lo em outras situações.

Uma situação a-didática requer do educador um momento posterior de “institucionalização”, definida por Brousseau (2008) como um componente das situações didáticas. Na institucionalização, o saber matemático do educando é socializado, reconhecido, validado e legitimado pelo educador como produção cultural. Cabe ao educador a síntese do conhecimento e o estabelecimento de relações com outros saberes (FREITAS, 2002). Educador e educandos aprendem uns com os outros na institucionalização.

3. DIÁLOGO COM PESSOAS JOVENS E ADULTAS EM CONTEXTOS DE TAREFAS MATEMÁTICAS

Falar sobre sua própria experiência de vida é voltar ao seu território de origem, ao seu lugar de crescimento e formação.

É contar para si a sua própria história.

É retornar um caminho, o seu caminho.

É narrar o que lembra e o que ainda faz sentido ouvir.

DUMONT, A. Vida Bordadeira. No prelo.

Neste capítulo, apresentamos a metodologia e os procedimentos metodológicos aplicados à presente investigação.

O primeiro estudo foi realizado com alfabetizandos vinculados ao projeto de extensão permanente coordenado pelo Prof. Dr. Renato Hilário Reis da Faculdade de Educação da UnB denominado “Formação em Processo de Educadores/Alfabetizadores de Jovens e Adultos de Camadas Populares”, desenvolvido na cidade do Paranoá, Distrito Federal entre os meses de setembro de 2000 a março de 2001. Neste estudo, utilizamos a entrevista clínica ao propor dez questões relativas a número, estruturas aditivas e estruturas multiplicativas¹³ (APÊNDICE A) a quinze alfabetizandos em nível iniciante do projeto de alfabetização.

O segundo estudo complementou o primeiro e foi desenvolvido no período de 24/08/2011 a 28/11/2011 e de 19/03/2012 a 20/06/2012, em duas escolas da rede pública de ensino da Secretaria de Estado da Educação do Distrito Federal, as quais ofereciam o primeiro segmento da Educação de Jovens e Adultos. Este estudo utilizou os mesmos instrumentos de pesquisa, porém, diferentemente do anterior, teve como objeto de estudo a identificação, a análise e a explicitação dos conhecimentos matemáticos mobilizados em sala de aula e ou no ambiente escolar.

A presente pesquisa que busca os significados atribuídos pelos sujeitos às suas produções matemáticas relativamente a esquemas mentais teve por base uma análise de abordagem epistemológica qualitativa.

¹³ TORRES, P.L. *Da ação à conceitualização: um estudo das competências sociais complexas de jovens e adultos em processo de alfabetização matemática*. Projeto de Tese aprovado em Exame de Qualificação. (Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva) – Curso de Pós-Graduação em Psicologia, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2000, sob orientação do Prof. Dr. Jorge Tarcísio da Rocha Falcão.

3.1. Procedimentos Metodológicos

Constatamos a necessidade de realizar uma entrevista aberta com os sujeitos do segundo estudo, na qual foram propostas as seguintes questões: (a) fale sobre sua vida escolar; (b) fale sobre sua vida profissional; e, (c) fale sobre o uso da Matemática no seu dia a dia. Na realização da entrevista com os educandos do segundo estudo, as respostas curtas, dadas à solicitação de que os sujeitos discorressem sobre determinado tema, pareciam denotar desconforto dos respondentes diante da situação de entrevista gravada e constrangimento em tratar de sua condição de não alfabetizados. Passamos, então, às questões da entrevista semiestruturada (APÊNDICE B), as quais foram respondidas de forma sucinta pelos educandos do segundo estudo sendo que a duração mínima foi de 2'38" e a máxima de 18'5".

Outra modalidade de entrevista utilizada foi à clínica (CARRAHER, 1989). O objetivo da entrevista clínica é "compreender como o sujeito pensa, como analisa situações, como resolve problemas, como responde às contra-sugestões do examinador" (CARRAHER, 1989, p. 6). As situações apresentadas não seguem um padrão rígido, visto que o examinador procura confirmar suas inferências (pistas) sobre o raciocínio seguido pelo sujeito no decurso da entrevista, mediante, inclusive, a proposição de novos problemas ou questões (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN, 1995). Por essa razão, a duração e a forma de condução da entrevista variaram de um sujeito para outro.

Além disso, ao longo da entrevista, o examinador identifica contradições entre as respostas dadas pelo sujeito ou propõe contrassugestões. Procura, também, conduzir o sujeito à explicitação e, indiretamente, à reflexão acerca das justificativas apresentadas (CARRAHER, 1989).

A explicitação da compreensão do problema e de sua resolução por parte do sujeito é requerida depois da resolução do problema, quando se pede que o sujeito explicita a estratégia adotada na resolução das atividades matemáticas.

Interessou-nos menos a quantidade de acertos dos sujeitos e mais os processos de pensamento que levaram à determinada resposta, fosse ela considerada certa ou errada, uma vez que buscávamos explicitar a noção de esquemas mentais propostos por Vergnaud. Ou seja, a resposta dada foi tomada como um dos indícios para a compreensão do processo que a gerou, uma vez que

se partiu do pressuposto segundo o qual, o erro pode revelar um processo mais sofisticado de raciocínio que uma resposta correta (CARRAHER, 1989).

Nas justificativas dadas pelos sujeitos e nas verbalizações formuladas enquanto estes resolviam a tarefa, buscamos compreender não só as relações que eles estabeleciam entre os elementos do problema, como também conduzi-los a refletir sobre o problema e a forma adotada para sua resolução.

Entretanto, ainda que buscássemos basear-nos em pistas verbais e gráficas, fornecidas pelos sujeitos, na tentativa de acompanhar e reconstruir seu raciocínio, não deixamos de considerar que eles, possivelmente, tivessem dificuldade em explicitar verbalmente, no contexto em que se configurou este estudo, com maior ou menor grau de clareza, a estratégia de resolução, mesmo que fossem capazes de resolver o problema corretamente ou até mesmo que não desejassem responder as questões propostas.

Um esquema da opção metodológica é apresentado a seguir:

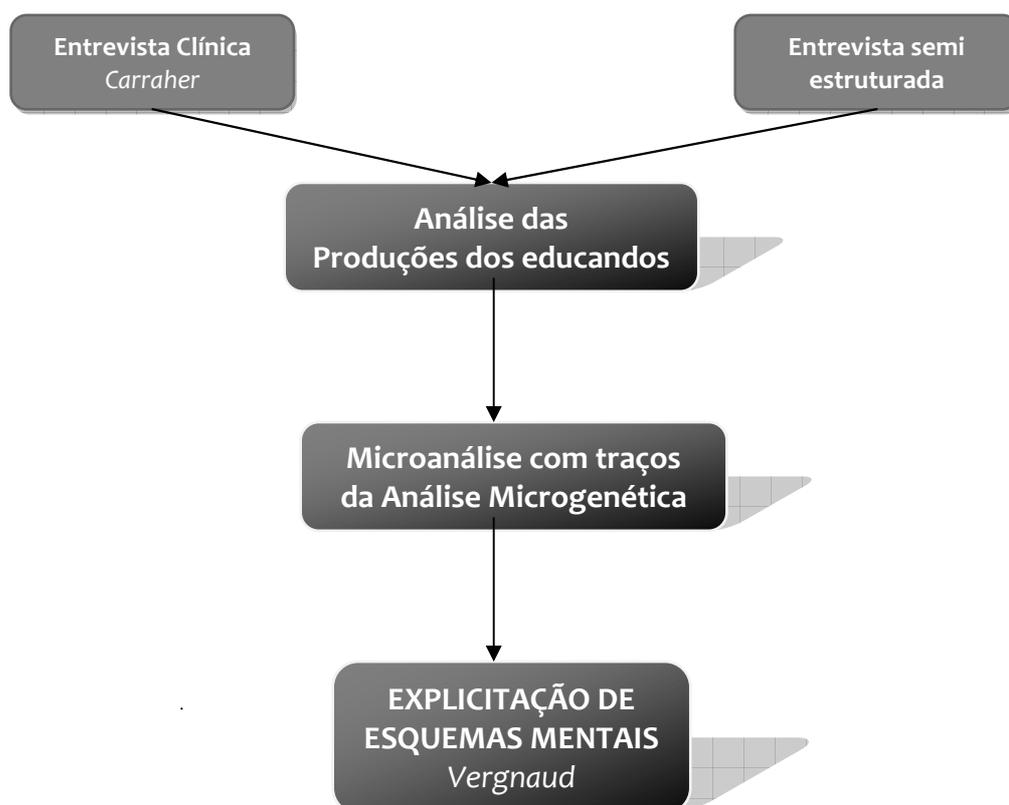


Ilustração 1 – Esquema da Opção Metodológica.

Autoria: Patrícia Lima Tôrres.

As gravações em áudio no segundo estudo foram acompanhadas de certa dificuldade. Entrevistar o sujeito durante a aula, logo depois da sua produção matemática requeria a manipulação de gravador que, além de gerar conversa paralela à aula, podia desviar a atenção, por parte do sujeito e de outros alunos, da matéria e ou das explicações que estavam sendo dadas naquele momento.

A outra opção foi retomar o procedimento de resolução de problema com o sujeito depois da aula ou no dia seguinte, antes ou depois da aula, para esclarecer, apoiada nos protocolos produzidos pelo sujeito, as nossas inferências, o que requeria disponibilidade de tempo do sujeito que já chegava à escola diretamente do trabalho e retornava para casa à noite, tendo que trabalhar no dia seguinte.

A essa última dificuldade, acresceu-se a falta de um local adequado para a condução da entrevista tendo em vista a já conhecida carência de espaços na escola. As entrevistas do segundo estudo, realizadas fora da sala de aula, tiveram lugar em uma antessala da sala dos professores na escola B. Esse ambiente exclusivo dos professores pode ter intimidado os alunos, inibindo suas respostas. As entrevistas do primeiro estudo ocorreram em uma pequena sala do Centro de Cultura e Desenvolvimento do Paranoá (CEDEP) ou no corredor do prédio do CEDEP.

As aulas que frequentamos no segundo estudo, algumas das quais registradas em áudio, foram transcritas e analisadas. As informações em áudio, depois de transcritas e acompanhadas de nossas reflexões e comentários, foram registradas em um caderno de campo que, além de sentimentos, pensamentos, recordações, reflexões de ordem teórica e metodológica, também continham as anotações feitas durante as aulas e as conversas com as educadoras, com o objetivo de subsidiar a construção do cenário da pesquisa e a análise das informações construídas.

Os protocolos construídos pelos educandos, os quais foram objeto de análise eram, na maior parte dos casos, verbais e gráficos.

As produções dos alunos do segundo estudo foram escaneadas com a permissão das educadoras. Outros materiais gráficos que compuseram as informações construídas foram produções que aconteceram durante a entrevista clínica.

Nosso caderno de campo e os protocolos de interações orais produzidos a partir da transcrição das gravações em áudio, das entrevistas clínicas e os

protocolos gráficos foram submetidos a uma microanálise com vistas a explicitar os esquemas subjacentes aos processos de produção de conhecimentos no contexto desta pesquisa.

Na Ilustração 2, a seguir, apresentamos, de forma esquemática, o boneco metodológico, demonstrando a sequência de procedimentos e os instrumentos utilizados na pesquisa.

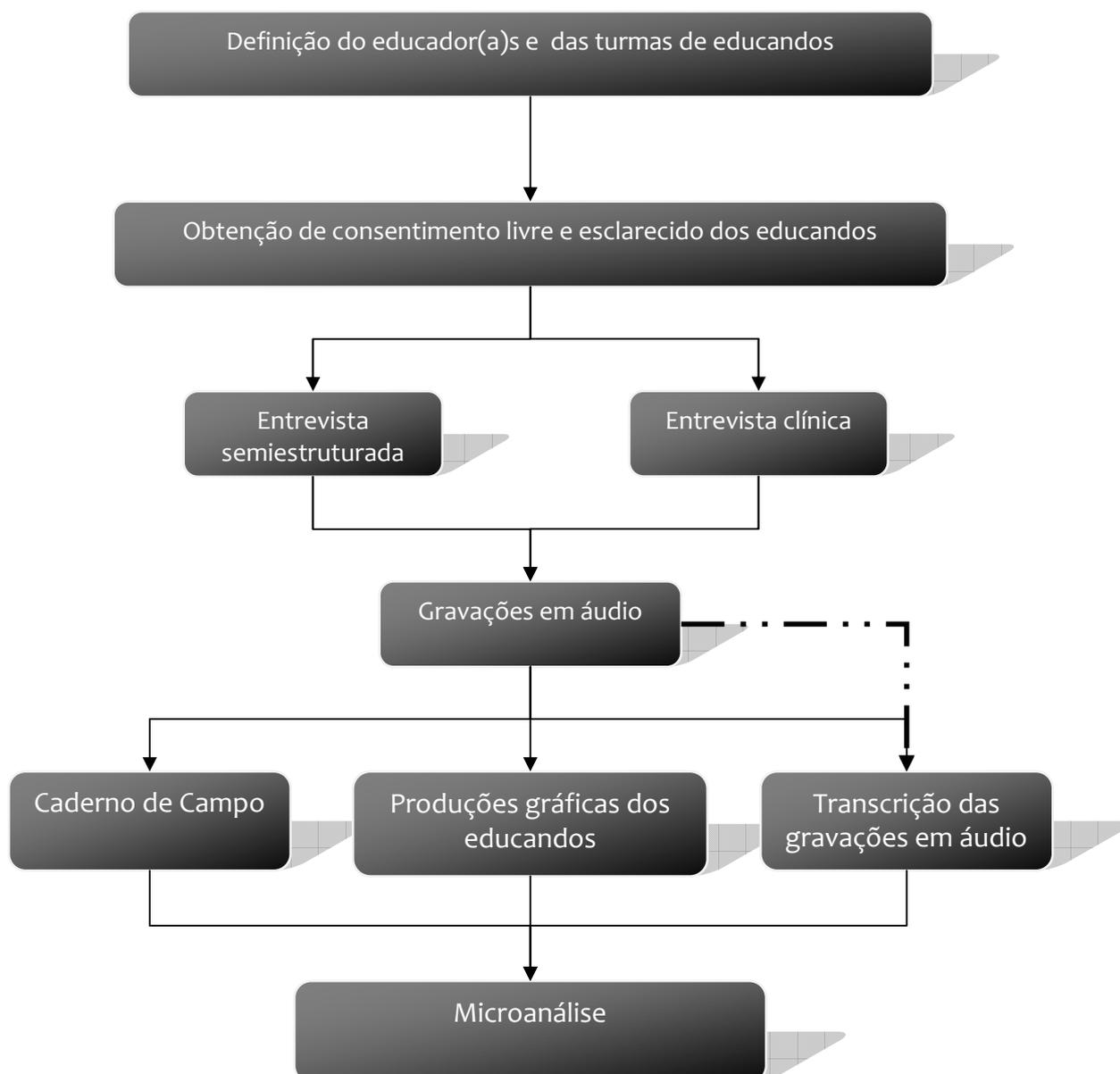


Ilustração 2 - Boneco Metodológico.

Autoria: Patrícia Lima Tôres.

3.2 Microanálise

A microanálise foi realizada com base nas transcrições das gravações, em áudio, das entrevistas clínicas, quando se selecionou a produção gráfica dos educandos para identificar os procedimentos matemáticos operacionais em situação (esquemas) que dão sustentação às ações cognitivas dos sujeitos por ocasião da realização de tarefas escolares, ou seja, os processos e conhecimentos relativos ao desempenho de tarefas específicas.

Denominamos microanálise o procedimento que guarda alguns traços da análise microgenética (JORDAN; HENDERSON, 1995; LAVELLI et al., 2005; MEIRA, 1994; SIEGLER; CROWLEY, 1991).

As semelhanças convergem no sentido de que ambas estão voltadas para o acompanhamento da evolução da relação entre as ações (verbalizações, gestos e posturas corporais) e a estrutura de situações específicas. Do exame detalhado de protocolos videográficos ou gráficos, são extraídos exemplos ou episódios prototípicos sobre os quais se constroem a fundamentação teórica e sua ilustração, mediante a narrativa e a interpretação (interpretações) dos microprocessos envolvidos na atividade (MEIRA, 1994).

Em nosso estudo, a unidade de análise é o indivíduo em mudança (LAVELLI et al., 2005). Os eventos têm uma estrutura: início, meio e fim. Isso significa que, quando uma mudança é identificada, volta-se ao momento que a precedeu e estende-se o estudo até o ponto em que a transformação se estabiliza (JORDAN; HENDERSON, 1995).

Importante destacar que o esquema é local e situado. Isto significa que as mudanças identificadas podem ser apropriadas apenas para aquela situação e que os esquemas podem não se generalizar para determinada classe de situações.

Uma das diferenças de abordagem é que no âmbito desta pesquisa não nos foi possível identificar os processos de mudança conceitual. A realização da pesquisa em mais de uma escola e com vários sujeitos não nos permitiu ficar em um único campo de pesquisa por tempo suficiente para acompanhar os processos de mudança conceitual *enquanto eles ocorrem*, ou seja, seus estágios transacionais, para explicar a sua sequência cronológica, como e em que condições estes acontecem e qual a sua direção e significado.

3.3 Cenário e Participantes do Primeiro Estudo

O projeto “Formação em Processo de Educadores/Alfabetizadores de Jovens e Adultos de Camadas Populares”, na qualidade de espaço de Ensino, Pesquisa e Extensão da UnB está pautado nos conceitos de civilização, Ser Humano, Sociedade, Educação, Universidade e Educação Popular (crianças, jovens e adultos) constantes no Documento base do GENPEX (2000). O documento traz a proposta de uma Universidade que

... vá ao encontro da construção de uma Civilização, de Seres Humanos e de uma Sociedade, ancorados em relações amorizantes/amorizadoras, em que se preserve sobrevivência da espécie humana, do planeta e ajude a transformar a ordem vigente, a começar pelas microrrelações (GENPEX, 2000, p. 7).

Uma Civilização de amorosidade na qual o Ser Humano tem o papel histórico de contribuir para a transformação das relações sociais, nas quais ele se constitui como sujeito de poder, sujeito de saber e sujeito amoroso. A Sociedade deve proporcionar a todos o direito de viver, existir e se desenvolver. A Educação, um elemento da superestrutura, surge como uma vertente das transformações das relações sociais, em conjunto com os demais organismos da sociedade civil organizada. A Educação Popular rompe com a educação bancária, e educadores e educandos ensinam e aprendem e ambos se tornam sujeitos do conhecimento. O respeito, o acolhimento, a escuta são fundantes na constituição do sujeito amoroso, rompendo com o silenciamento e a exclusão dos educandos das camadas populares.

Participam do Projeto alfabetizandos, alfabetizadores, dirigentes do movimento popular, assim como professores, técnicos e educandos de graduação e pós-graduação da UnB.

A implantação do Projeto deu-se por iniciativa da Associação dos Moradores da Vila Paranoá-Distrito Federal, em 1986, com o assessoramento da Professora Marialice Pitaguary do Departamento de Métodos e Técnicas da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília (REIS, 2011) e passou a ser coordenado pelo Professor Renato Hilário Reis a partir de 1989.

A prática alfabetizadora do Paranoá constituiu-se e constitui-se em uma das frentes de luta do movimento popular daquela localidade, com vistas a organizar e a envolver seus moradores na luta coletiva por melhores condições de vida, tendo inicialmente se voltado para a fixação dos moradores do Paranoá.

Dessa forma, busca-se “ensinar a ler, escrever, calcular e discutir os problemas da comunidade” (REIS, 2011, p. 63).

O trabalho realizado visa à formação de alfabetizadores provenientes da própria comunidade. Procura, também, formar, no processo de alfabetização, alfabetizando capazes de falar, emitir opiniões, concordar, discordar, reivindicar, influenciar e tomar decisões (REIS, 1995); fazer a leitura da realidade a sua volta na busca da superação das constatações imediatas e das aparências (SANTOS; REIS; LIMA, 1995).

A metodologia de pesquisa adotada pelo GENPEX é a pesquisa-ação (THIOLLENT, 1988), na qual os atores participantes do processo, ou seja, alfabetizando, alfabetizados, dirigentes do movimento popular, professores, técnicos e educandos da Universidade de Brasília refletem, em conjunto, as necessidades e as prioridades do processo, deliberando sobre os possíveis encaminhamentos. O confronto de saberes e a produção de conhecimentos ocorrem mediante a identificação, a análise e a tentativa de contribuição para problemas surgidos no cotidiano de alfabetizando e alfabetizadores (REIS, 1992).

As atividades do projeto são desenvolvidas de segunda a sexta-feira, à noite, no Paranoá, hoje transformado em Cidade do Distrito Federal, como resultado da resistência histórica de seus moradores pela permanência (assentamento) no local.

De segunda a quinta-feira ocorrem aulas de desdobramento das discussões e encaminhamentos realizados no “Encontro de Convivência Coletiva e Aprendizado Mútuo - Fórum”, que acontece às sextas-feiras. Nesse Fórum, participam os diversos atores do processo, os quais identificam e selecionam as situações-problema-desafio mais significativas e, em torno delas, promovem-se discussões, reflexões, orientações e avaliação da prática alfabetizadora. As sextas-feiras são destinadas, também, ao planejamento das aulas, como desdobramento das deliberações do Fórum e a formação em processo dos alfabetizadores.

O processo de alfabetização está organizado em três níveis: (a) iniciante, (b) intermediário e (c) concluinte. Esses níveis correspondem aos períodos de aquisição da linguagem escrita, a saber: silábico, pré-silábico e alfabético, não se restringindo à classificação de Ferreiro (1988), porque, segundo os objetivos do Projeto, além do ensino da leitura, escrita e cálculo, propõe-se a emancipação e o engajamento político dos alfabetizando na luta por melhores condições de vida dos moradores do Paranoá (REIS, 2011). Anteriormente à formação das turmas, e, sempre que

ocorre o ingresso de um novo educando no Projeto é realizada uma sondagem por meio da qual se dá a inserção do educando em uma turma corresponde aos níveis iniciante, intermediário ou concluinte.

Os participantes do primeiro estudo foram a pesquisadora e educandos de duas turmas de alfabetizandos do projeto de extensão permanente “Formação em Processo de Educadores/Alfabetizadores de Jovens e Adultos de Camadas Populares, enquanto Ensino, Pesquisa e Extensão e Construção da Cidadania”, do qual participamos, embora não de forma contínua, desde 1993.

Entre os meses de setembro de 2000 a março de 2001, estivemos nas três turmas de educandos “iniciando” o processo de alfabetização e explicamos os objetivos da pesquisa, afirmando não se tratar de uma “prova”, ou seja, não seria dada uma nota, informamos ser a participação voluntária e obtivemos o consentimento coletivo dos educandos para a realização do estudo. Posteriormente, em contato individual, foi solicitada a permissão oral para o registro da coleta de dados em áudio. Nesse primeiro contato, realizou-se entrevista semiestruturada visando à obtenção de dados demográficos e ao resgate da trajetória escolar e ocupacional dos educandos. As entrevistas individuais duraram em média trinta minutos.

Para a sondagem dos conhecimentos matemáticos, foram propostas, oral e individualmente, dez questões (APÊNDICE A), aplicadas em ordem aleatória, envolvendo elementos dos campos conceituais: número, estruturas aditivas e multiplicativas. A aplicação das questões durou em média uma hora, sem que fosse estabelecido limite de tempo para a duração da aplicação. Foram colocados à disposição dos educandos, palitos de fósforo, imitação de cédulas de dinheiro e uma calculadora. Solicitou-se aos educandos que não usassem borracha. As questões foram propostas por escrito em folhas individuais, constituindo os registros dos educandos em protocolos escritos. Cada questão era lida pelo ou para o educando, neste último caso, quantas vezes fossem solicitadas por ele.

Para identificar e interpretar competências e conceitos matemáticos em diversos graus de formalização e explicitação, de caráter cognitivo e metacognitivo, aplicados a situações escolares, optamos por realizar entrevista clínica (CARRAHER, 1989) com jovens e adultos em início de processo de alfabetização. Na entrevista clínica, foram propostas, oral e individualmente, dez questões de

sondagem de conhecimentos matemáticos envolvendo números, estruturas aditivas e estruturas multiplicativas.

O grupo de sujeitos era composto inicialmente de 21 integrantes, quatro do sexo feminino e 17 do sexo masculino. Cinco educandos deixaram de integrar a análise por não terem participado da etapa da entrevista semiestruturada, um por ser uma pessoa com especificidades. No Quadro 2, a seguir, apresentamos algumas características demográficas dos sujeitos investigados:

Os participantes do estudo foram 15 educandos - jovens e adultos, 14 do sexo masculino e uma do sexo feminino, na faixa etária de 15 a 49 anos, sendo predominantemente de origem rural, provenientes de estados do Nordeste e com experiência escolar anterior. As principais ocupações encontradas foram na área de prestação de serviços: comerciante, garçom, copeiro, vendedor; na área de serviços de manutenção, conservação e limpeza: gari, auxiliar de limpeza, auxiliar de lavanderia; na área da construção civil: azulejista, carpinteiro, ajudante de obras, pedreiro.

Nome do Sujeito*	Sexo	Idade	Estado de origem	Escolaridade anterior	Ocupação à época
Vinícius	masculino	33 anos	PB	não	Comerciante varejista
Carlos	masculino	28 anos	PI	sim	Garçom
Paulo Roberto	masculino	40 anos	CE	sim	Pedreiro/Carpinteiro
José Geraldo	masculino	26 anos	PI	não	Última ocupação:Copeiro Desempregado – pretendia abrir negócio como verdureiro na própria residência
Walter	masculino	40 anos	GO	sim	Pedreiro
João	masculino	49 anos	CE	sim	Jardineiro
Armando	masculino	22 anos	CE	sim	Gari
Mateus	masculino	45 anos	MG	sim	Azulejista
Dimas	masculino	15 anos	PB	sim	Vendedor
Paulo Ricardo	masculino	43 anos	PB	não	Carpinteiro, Marceneiro
Maurício	masculino	45 anos	BA	não	Pedreiro
José Celso	masculino	47 anos	CE	não	Ajudante de obras
Rinaldo	masculino	23 anos	BA	não	Auxiliar de limpeza
Maria de Fátima	feminino	47 anos	MA	sim	Auxiliar de lavanderia
Davi	masculino	24 anos	CE	sim	Gari

* Nomes fictícios

Tabela 1 - Caracterização dos Alfabetizandos(as) quanto ao Sexo, Idade, Estado de Origem, Escolaridade Anterior e Ocupação no Primeiro Estudo.

No que se refere às ocupações exercidas no momento da entrevista semiestruturada, no primeiro estudo, inicialmente tentamos construir, em nível especulativo, uma relação entre as ocupações exercidas e os possíveis conhecimentos matemáticos mobilizados em seu exercício. Destacamos que os conhecimentos apontados por nós como sendo possivelmente mobilizados, não excluem aqueles desenvolvidos ao longo da vida de cada indivíduo, a partir de sua história pessoal.

O comerciante varejista pode se sobressair nos conhecimentos aritméticos e no cálculo mental, assim como o vendedor, o possível verdureiro e o garçom. Os pedreiros, carpinteiros, marceneiro, azulejista e ajudante de obras, em geometria, mais especificamente no cálculo de área e medidas. De fato, como mencionado no Capítulo 1, Carraher (1995) demonstrou a aplicação de raciocínio proporcional mestres de obras e Schliemann (1995a), o cálculo de dimensões e preços por marceneiros. O jardineiro, o auxiliar de limpeza e a auxiliar de lavanderia, em proporcionalidade. Os garis na orientação no espaço e no tempo.

3.4 Cenários e Participantes do Segundo Estudo

Nossa intenção inicial era dar continuidade ao segundo estudo no projeto de extensão permanente “Formação em Processo de Educadores/Alfabetizadores de Jovens e Adultos de Camadas Populares, enquanto Ensino, Pesquisa e Extensão e Construção da Cidadania”.

A partir do segundo semestre de 2009, frequentamos o projeto três vezes por semana, à noite, e uma vez, na “aula¹⁴” às quintas-feiras, no período que antecedeu à pesquisa iniciada em maio de 2011. Entretanto, no início de 2011, algumas alfabetizadoras que vinham sendo acompanhadas assinaram contrato temporário com a Secretaria de Educação do Distrito Federal. Deu-se então uma recomposição do quadro de alfabetizadores do Projeto com a entrada de novas alfabetizadoras.

¹⁴ A “aula” acontece às quintas-feiras na sala do GENPEX na Universidade de Brasília (UnB). Nesse momento os participantes do GENPEX se reúnem, na maior parte das vezes, sob a coordenação do Prof. Dr. Renato Hilário Reis, para fazer uma avaliação “processual do real concreto ocorrente/ocorrido” (Reis, 2012, p. 299) da semana nas diversas frentes de atuação do Grupo, baseado nesta avaliação, preparar as próximas ações. Este é um dos espaços de escuta elaborante de uns para com os outros. Ao final da “aula” todos se abraçam coletivamente e são convidados a dizer para os demais, o que estão “levando” daquela reunião.

Inicialmente, foi realizada uma oficina durante curso de formação inicial de alfabetizadores de jovens e adultos do Paranoá, em fevereiro de 2011, a qual visava sensibilizar os participantes para a linguagem matemática como parte integrante do trabalho da alfabetização de jovens e adultos.

Depois do exame de qualificação, teve lugar uma breve exposição deste projeto de pesquisa às três alfabetizadoras presentes na reunião que também contou com a participação de um educando da UnB, da coordenadora pedagógica do projeto de alfabetização e de alguns alfabetizandos. Terminada a apresentação do projeto de pesquisa, não houve questionamentos ou perguntas. Nessa ocasião, formulamos convite às alfabetizadoras presentes para integrar a pesquisa. Inicialmente, houve hesitação por ser o objeto de estudo a Matemática, mas, em seguida, concordaram com a participação na pesquisa.

Naquele momento, considerávamos a necessidade da oferta de situações-problema que mobilizassem os conhecimentos matemáticos dos educandos jovens e adultos e que seriam elaboradas nos encontros a partir das situações-problema-desafio eleitas nos Fóruns, por entender que os conhecimentos matemáticos de origem extraescolar não costumam se manifestar de forma espontânea em sala de aula.

Considerávamos que haveria certa dificuldade como narra Cabral (2007), em dissertação na qual buscou analisar as interações discursivas entre professor-aluno(s) e aluno(s)-aluno(s) nas aulas de matemática de uma turma de 3ª série da EJA. Os alunos foram entrevistados e observados em sala de aula, nessa ocasião, demonstraram valorizar a aprendizagem de Matemática, bem como utilizá-la no seu dia a dia. Entretanto, a articulação entre conhecimentos matemáticos escolares e “conhecimentos do cotidiano” não era promovida pela professora em sala de aula. Ainda assim, em momentos como antes do início e no decorrer das aulas, os educandos, longe de assumir uma postura passiva diante de seu processo de construção de conhecimento, traziam para a sala de aula situações de vida passíveis de matematização, as quais não eram levadas em conta pela professora.

No primeiro dia, em sala de aula, a alfabetizadora pediu que a pesquisadora se apresentasse e que falasse sobre a pesquisa. Perguntamos o que eles gostariam de aprender nas aulas de matemática. Um alfabetizando disse que queria mesmo aprender a ler e escrever, os demais disseram que gostariam de aprender as operações. Aqui, encontramos duas situações comuns aos educandos. A

preocupação com a aquisição da leitura e escrita na língua materna é o principal fator de seu retorno à escola. Quanto à matemática, se por um lado já “se viram” nas práticas sociais que demandam conhecimentos matemáticos, muitos dos quais adquiridos fora da escola, por outro, querem aprender as operações matemáticas que a escola ensina: as contas de lápis e papel.

Frequentamos 10 aulas no período entre 23/05/2011 a 15/06/2011, durante as quais foram trabalhados os seguintes assuntos: conferência de saúde do Paranoá, conta de luz, esgoto da Quadra 28, festa junina, economia de água e reciclagem.

Relacionamos alguns tópicos que foram enfatizados na reunião de planejamento ocorrida no sábado, dia 04/06/2011: (a) o compromisso assumido mutuamente entre pesquisadora e alfabetizadoras era até o final do ano; (b) apesar de o planejamento ser coletivo, as alfabetizadoras eram autônomas na execução dele; (c) a reunião seria iniciada com uma avaliação do planejamento anterior; (d) a condução das aulas caberia às alfabetizadoras.

A reunião ocorrida no dia 04/06/2011 contou com a presença das três alfabetizadoras, duas das quais se revezavam numa turma iniciante. Tendo como a sondagem realizada com as alfabetizadoras, apresentamos propostas de atividades acerca da construção do conceito de número e estruturas multiplicativas, as últimas para a turma intermediária. Explicamos que não seria possível acompanhar presencialmente as duas turmas, por causa da duração da pesquisa e que, portanto, optaria pela turma intermediária que mantinha a mesma alfabetizadora.

Percebemos agora que, na ânsia de aproveitar o tempo reduzido de que dispúnhamos, tendo em vista que trabalhávamos com duas turmas com níveis de aprendizagem diferentes, deixamos ter como alicerce do planejamento, os conhecimentos das alfabetizadoras sobre aqueles assuntos e suas próprias ideias para a condução das aulas.

Encontramos alguns obstáculos para a continuidade do trabalho. Em primeiro lugar, o momento, dia e horário, para a realização das reuniões que inicialmente seriam semanais. Ocorre que as alfabetizadoras trabalham durante a semana e durante o fim de semana têm atividades relacionadas com os cuidados com a casa e a família, além de compromissos decorrentes de sua condição de militantes em prol da melhoria de vida no Paranoá. Sendo assim, ficou acordado que as reuniões de planejamento e avaliação aconteceriam a cada 15 dias, aos sábados.

A segunda reunião de planejamento teve lugar depois um período em que não houve aula (20 a 24/06/2011), que culminou com o feriado de Corpus Christi e após uma série de adiamentos. No dia 25/06/2011, as alfabetizadoras não compareceram nem justificaram a ausência. Houve também uma inconstância na frequência das alfabetizadoras às aulas, situação na qual fomos impelidas a substituí-las para que os alfabetizandos não fossem dispensados, depois de terem se deslocado até a escola em meio a questões como segurança, não ter com quem deixar os filhos e trazê-los à escola, estarem cansados após um dia de trabalho árduo, falta de apoio do marido para voltar a estudar, dentre outros motivos.

Diante desses fatos, optamos por procurar um campo de pesquisa com vistas à viabilização da pesquisa. Hoje consideramos que, em meio às dificuldades encontradas no projeto de alfabetização, as situações-problema-desafio, mesmo sem um planejamento específico na área de Matemática, eram mais promissoras para a mobilização de conhecimentos da cultura extraescolar do que a realidade encontrada nas escolas da rede pública de ensino, que passo a relatar.

As duas escolas pesquisadas ofereciam o primeiro segmento da Educação de Pessoas Jovens e Adultas (EJA), a primeira no período noturno e a segunda nos períodos matutino, vespertino e noturno. O primeiro segmento da EJA corresponde às quatro primeiras séries do Ensino Fundamental com quatro semestres de duração. A escola promove a cada semestre a “Semana da EJA”, na qual, por meio de atividades culturais e oficinas, palestras e apresentação de projetos, busca integrar a comunidade escolar da Educação de Jovens e Adultos (EJA) formada pelos educandos, professores, coordenadores pedagógicos, gestores, orientadores educacionais e assistentes da educação.

A ESCOLA A, instituição escolar da rede pública de ensino do Distrito Federal, é vinculada à Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal. Está localizada na área urbana, na cidade de Brasília-DF, e oferece Educação de Pessoas Jovens Adultas (EJA) no período noturno. O primeiro segmento da EJA, correspondente às quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, contava com três turmas: uma de 1ª e 2ª séries, uma de 3ª série e uma de 4ª série. A vice-diretora da escola mediou o contato com a professora da 3ª série, Cláudia¹⁵, cuja turma era frequentada por cinco alunas, sendo quatro empregadas domésticas e uma “do lar”.

¹⁵ Nome fictício

As demais turmas eram formadas por um número inferior de alunos, e a professora Cláudia foi receptiva à realização do trabalho de pesquisa.

Preocupada com a reduzida variedade de profissões encontradas no grupo e a ausência de sujeitos do sexo masculino, decidimos procurar outra escola que oferecesse Educação de Jovens em Adultos durante o dia e passamos a realizar a pesquisa nas duas escolas, ao longo do segundo semestre de 2011.

Na ESCOLA B, igualmente uma instituição escolar da rede pública de ensino do Distrito Federal, vinculada à Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal também localizada na área urbana, na cidade de Brasília-DF, e oferece Educação de Pessoas Jovens e Adultas (EJA) no período noturno. Passamos a frequentar a turma da professora Fernanda¹⁶, de 3ª série, no turno matutino. A turma contava com cerca de 15 educandos frequentes, alguns dos quais, pessoas com necessidades específicas. As profissões eram semelhantes às da escola A, sendo que, fora as pessoas com necessidades específicas, tínhamos apenas um educando de sexo masculino, cuja profissão era motorista.

As aulas de Matemática, de responsabilidade da professora Cláudia aconteciam às segundas e às quartas-feiras; as da professora Fernanda às terças, quartas e sextas-feiras; as da professora Mariana¹⁷, quarta-feira na terceira série, e segundas e terças-feiras na primeira série. Em ambas as turmas, o número de educandos era de aproximadamente dez.

A professora Cláudia, em uma referência ao uso de material concreto, comentou que as educandas têm resistência à utilização desse tipo de material. Observamos outra dificuldade para o trabalho com material concreto, a saber, as carteiras existentes nas salas de aula eram do tipo universitário.

A docente manifestou, ao longo do semestre, a preocupação em manter as educandas motivadas, caso contrário, poderia ocorrer desistência dos estudos por parte delas. Assim, de alguma forma, parecia selecionar entre as atividades propostas pela pesquisadora aquelas que, de seu ponto de vista, poderiam manter o interesse das educandas.

Em todas as escolas, explicamos aos educandos e educadores os objetivos da pesquisa. A leitura e a explicação do termo de consentimento livre e esclarecido foram mediadas pelas professoras Cláudia e Fernanda. Uma educanda da turma da

¹⁶ Nome fictício

¹⁷ Nome fictício

professora Cláudia disse que queria pensar mais antes de assinar o termo, o que ocorreu posteriormente. No caso dos educandos da professora Mariana, o termo foi lido individualmente antecedendo a realização das entrevistas.

Percebemos certa resistência a um trabalho de natureza colaborativa entre as educandas da professora Cláudia, que se sentavam em fileiras.

A professora Cláudia, talvez, devido às expectativas das educandas relacionadas ao aprendizado da Matemática, como por exemplo, realização de contas, trabalhou, na maior parte do tempo em que acompanhamos as suas aulas, contas e problemas, restringindo o conteúdo da Matemática para a 3ª série do primeiro segmento da EJA a operações aritméticas. É importante destacar que as educandas não haviam estudado Matemática no semestre anterior, correspondente à 1ª e 2ª séries da EJA. A professora permitiu o registro em áudio das aulas.

Na turma da professora Fernanda, definimos três sujeitos de pesquisa. Fernanda abriu menor espaço para nossa participação no planejamento e em sala de aula. Ainda assim, permitiu que entrevistássemos os educandos durante as aulas e fizéssemos o registro em áudio das aulas.

Fernanda utilizava várias estratégias de ensino como trabalho em duplas, vídeo, contas, problemas, uso de material concreto como canudos, Quadro Valor de Lugar, cédulas de imitação de dinheiro e fichas numéricas.

Ainda sem ter conseguido um número maior de sujeitos do sexo masculino, retornamos a campo no primeiro semestre de 2012, na escola B, porém, no período da noite. Por intermédio da coordenadora pedagógica da escola, conhecemos a professora Mariana que concordou em participar da pesquisa, mas não permitiu gravações em áudio na sala de aula por considerar que as gravações afetariam negativamente o seu trabalho e o comportamento dos educandos. Diante desse fato, passamos a entrevistar os educandos antes do início das aulas na sala dos professores da escola. Dessa vez, encontramos mais quatro sujeitos do sexo masculino.

Assim, passamos a agendar a entrevista com os educandos antes da realização da aula, quando escaneávamos o caderno e as folhas de exercícios dos educandos, os quais pegávamos emprestado com a professora. Em seguida, apresentávamos a correção feita pela professora, tanto no caderno quanto nas folhas de exercício e perguntávamos: “Por que você acha que errou? O que você faria diferente” no intuito de mobilizar as estratégias metacognitivas dos educandos.

Quanto às estratégias de ensino, a professora Mariana pediu uma lista de materiais escolares aos educandos que incluía caderno quadriculado e lápis de cor verde para as unidades, azul para as dezenas e vermelho para as centenas. Ela utilizava, simultaneamente, palitos de picolé e ligas elásticas e o registro pelos educandos com lápis de cor dos “soltos para as unidades, grupinhos para as dezenas e grupão para as centenas” assim como sua correspondência numérica. A professora trabalhou além das contas e problemas, cálculo por estimativa e tratamento da informação, já trabalhando as quatro operações na 1ª série.

Participamos de dezesseis aulas na escola A, no período de 24/08/2011 a 28/11/2011, e de onze, na escola B no turno matutino, no período de 27/09/2011 a 24/11/2011, na turma da professora Fernanda; e, de sete na escola B, no período de 19/03/2012 a 20/06/2012, na turma da professora Mariana, no turno noturno. Ao todo, foram 42 aulas nos dois espaços de investigação.

Os sujeitos adultos, quatro do sexo feminino e quatro do sexo masculino, matriculados em três turmas de Educação de Jovens e Adultos – 1º segmento em duas escolas da rede pública de ensino do Plano Piloto-DF, tinham idades que variavam de 40 a 50 anos. Quatro eram provenientes de estados da região Nordeste e três da região Centro-Oeste. Apenas um sujeito não havia frequentado a escola anteriormente. As ocupações dos sujeitos no momento da entrevista eram: na área de prestação de serviços: dona de casa, empregada doméstica, motorista de ônibus, chefe de cozinha; na área de comércio varejista: vendedor autônomo. Um sujeito estava desempregado nessa ocasião.

Na Ilustração 4, a seguir, apresentamos algumas características demográficas dos sujeitos investigados:

Nome do Sujeito*	Sexo	Idade	Estado de origem	Escolaridade anterior	Ocupação
Carmen	feminino	50 anos	AL	sim	Empregada doméstica
Gláucia	feminino	40 anos	-	sim	Empregada doméstica
Sandra	feminino	55 anos	MG	sim	Dona de casa
Zoé	feminino	46 anos	BA	sim	Vendedora de panos de prato e roupa de cama
Eduardo	masculino	46 anos	SP	não	Chefe de cozinha de churrascaria
Humberto	masculino	37 anos	MG	sim	Produtor e comerciante de biscoitos (empresa familiar)
João de Deus	masculino	45 anos	PB	sim	Desempregado – Última ocupação: Borracheiro

Marcelo	masculino	48 anos	CE	sim	Motorista de ônibus
---------	-----------	---------	----	-----	---------------------

* Nomes fictícios

Tabela 2 - Caracterização dos Educandos(as) quanto ao Sexo, Idade, Estado de Origem, Escolaridade Anterior e Ocupação no Segundo Estudo.

No que se refere às ocupações exercidas no momento da entrevista semiestruturada, no segundo estudo, inicialmente, construímos, em nível especulativo, uma relação entre as ocupações e os possíveis conhecimentos matemáticos mobilizados em seu exercício. Destacamos que os conhecimentos que julgamos como sendo possivelmente mobilizados, não excluem outros conhecimentos matemáticos desenvolvidos ao longo da vida de cada indivíduo, a partir de sua história pessoal.

O produtor e o comerciante de biscoito e a vendedora de panos de prato podem se sobressair nos conhecimentos aritméticos e no cálculo mental; o borracheiro, a dona de casa e as empregadas domésticas, e o chefe de cozinha, nos conhecimentos sobre medidas e proporcionalidade; o motorista de ônibus na orientação no espaço e no tempo. De fato, como mencionado no Capítulo 1, Schliemann e Magalhães (1990) demonstraram a aplicação de raciocínio proporcional por cozinheiras.

3.5 Pontos de Convergência entre as Entrevistas Semiestruturadas dos Participantes dos Dois Estudos

A escassez de oportunidades educacionais para pessoas com idades de 25 anos ou mais atinge faixas etárias mais elevadas, área rural, populações das regiões Norte e Nordeste, o que se reflete no baixo rendimento domiciliar *per capita*. Constatou-se que 71,6% das pessoas com idades de 25 anos ou mais sem instrução ou com o Ensino Fundamental incompleto estavam na classe sem rendimento até um salário-mínimo de rendimento nominal mensal domiciliar *per capita*¹⁸ (CENSO, 2010).

Ainda que se tratando de sujeitos sociais muito diversos, Oliveira (1999, p. 72) apresenta três condições que conferem certa homogeneidade ao público da EJA: sua "... condição de 'não crianças', de excluídos da escola e de pertinentes a parcelas 'populares' da população". O art. 4º, Inciso IV da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9.394/96 assegura o direito a "acesso público e gratuito

¹⁸ Divisão do rendimento nominal mensal domiciliar pelo número de residentes do domicílio particular (Censo 2010, p.37).

aos Ensinos Fundamental e Médio para todos os que não os concluíram na idade própria” (BRASIL, 1996).

Observa-se que o grupo dos alfabetizandos/educandos pesquisado é formado predominantemente por adultos.

A trajetória de vida dos sujeitos apresenta vários pontos de convergência: origem rural, entrada tardia na escola, ingresso precoce no mundo do trabalho, interrupção da escolarização, retorno tardio à escola.

A trajetória ocupacional dos sujeitos revela percurso entre ocupações não ou pouco qualificadas.

Vinícius - ... eu comecei a trabalhar ajudando meus pais com oito anos ... (na) ... roça. Aí eu, eu trabalhei, tinha um negócio de ... sisal ... Ah, eu trabalhava, comecei de ajudante, depois trabalhei de, de, de encanador, de armador, pedreiro, sabe como é? Fui motorista. E aqui eu tô trabalhando por minha conta de revendedor.

Os planos desses sujeitos para o futuro incluem continuação dos estudos e ingresso em uma faculdade.

Pesquisadora - E por que que você voltou a estudar? Por que é importante estudar?

Zoé - Ah, sei lá. Porque a gente vive assim tão, assim (inaudível) que a gente precisa de estudar, que a convivência, o dia a dia, até mesmo prá gente, tudo a gente precisa do estudo, cê vai no banco, você precisa, prá fazer alguma coisa sem depender dos outros porque é chato, né, tudo cê tem que depender, né, dos filhos ou de uma pessoa. Cê vai no banco, você tem de depender de alguém para fazer aquele depósito. Cê tem que tá ali (inaudível), né? Então se tem que desenvolver, até mesmo prá, prá gente ter o desenvolvimento mesmo. Prá morar aqui na cidade tem que saber, pegar um ônibus, né?

Pesquisadora - E quais são seus planos para o futuro?

Sandra - Ah, eu quero estudá, vê se eu faço uma faculdade.

Pesquisadora - Que bom. Cê tem idéia de que faculdade de que, que você quer?

Sandra - Se eu chegar até lá, eu quero fazer, quero ser advogada.

Walter - o meu interesse mais era de eu aprender a estudar é o seguinte, era porque (pausa) é porque eu comprei um carrinho, né, e eu tenho vontade, eu tenho, eu tenho o meu sonho é tirar uma carteira, né?

A entrada tardia na escola, motivada pela falta de escolas no local onde se reside, geralmente no meio rural, acrescida da necessidade familiar de engajar todos os seus membros, desde cedo, na luta pela sobrevivência, implica o ingresso precoce no mundo do trabalho que se dá geralmente na agricultura familiar.

Vinícius - ... quando eu queria estudar, quando eu tinha mais ou menos dez anos, o meu pai nunca quis, que falava que estudo não dava comida a ninguém, entendeu?

Humberto - Na roça era muito complicado naquela época, né?! Faltava tudo, faltava escola, meu pai mudava muito, aí de uma escola pra outra era muito distante... Você tinha que andar dez quilômetros de pé pra conseguir chegar numa escola. Então a muita dificuldade fez eu não estudar, aí quando eu comecei a querer estudar, aí o primeiro trabalho já começou a chamar, aí já fui trabalhar e não parou mais.

Quando alguns desses sujeitos finalmente têm acesso tardio à escola, encontram um ritmo escolar que desconhecem, isto é, a necessidade de conciliar horários de trabalho e estudo, a realidade da vida dos educandos, seus conhecimentos, crenças e valores e, após sucessivas reprovações, os sujeitos são excluídos da escola. Por vezes, acontecem vários retornos e abandonos ao longo da vida. Frequentemente, por demanda do trabalho ou, no caso das mulheres, por terem finalmente criado os filhos, sendo que muitas já são avós, há uma nova busca pela escola.

Zoé - *Aí, agora eu tive os filhos, depois eu tive os dois filhos, meu filho tem 15 anos, o mais novo, e a mais velha tem 20, é casada. E agora que eu comecei a estudar.*

Ao serem questionados sobre o uso da Matemática dentro e fora da escola os sujeitos, em geral, valorizam tão somente a Matemática escolar e não fazem menção ao uso Matemática na cultura extraescolar. Durante a realização da entrevista semiestruturada, alguns dos entrevistados só se reconheceram fazendo Matemática fora da escola a partir de nossa intervenção.

Pesquisadora - *Como você usa a matemática no seu dia a dia?*

Eduardo - *E mesmo agora tô usando, tô usando agora porque tô no colégio no dia a dia. Mas no serviço eu...*

Pesquisadora - *... você dirige?*

Eduardo - *Dirijo.*

Pesquisadora - *Então, você calcula o tempo pra você chegar até aqui? Do dentista até aqui?*

Eduardo - *Eu calculei.*

Pesquisadora - *Então, isso não é matemática?*

Eduardo - *É.*

Pesquisadora - *Você paga a suas contas?*

Eduardo - *Pago.*

Pesquisadora - *Você faz... é... você calcula quanto que você tem e quanto que você pode gastar, e quanto que você ganha?*

Eduardo - *Calculo, isso eu calculo.*

As aspirações profissionais refletem um discurso naturalizado que relaciona estudo, emprego e melhoria de vida. Por sua vez, não se pode negar que ascender de um trabalho na roça, de grande precariedade, para um trabalho assalariado, regido por relações empregatícias amparadas pela lei, já representa ascensão social e profissional para os educandos.

José Geraldo - *E você não, não tiver estudo você vai (pausa) pegar no pesado.*

Maria de Fátima - *Assim, porque, eu colocava assim, se eu, se eu soubesse de a ler, né, soubesse fazer contar, fizesse um curso de computação, soubesse essas coisas, eu taria numa área assim, sendo uma secretária, né, sendo, atendendo um telefone, sendo uma telefonista, né, ou um serviço mais, né, mais maneiro.*

João - *Porque eu, a gente sem estudo a gente não ganha quase nada não! Não vai pra frente de jeito nenhum. Deixei (pausa) deixei de arranjar muito serviço por causa de estudo...*

Serviço bom mesmo... Até de guarda de banco já deixei de arranjar porque eles exigiam estudo... Pois é, pelo conhecimento já tava era lá trabalhando.

Ao mesmo tempo, ainda que considerando a lógica da seleção ocupacional que valoriza o saber letrado, a escola é também uma necessidade, um desejo e um direito dos educandos (FONSECA, 2007).

As convergências nas trajetórias de vida não significam, entretanto, formas homogêneas de funcionamento psicológico (OLIVEIRA, 1999). No capítulo seguinte examinaremos a produção matemática dos sujeitos jovens e adultos a qual desvela a existência de esquemas matemáticos singulares entre indivíduos com inserção cultural, social e econômica e trajetórias de vida semelhantes.

4. CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS E PROCESSOS MOBILIZADOS PELOS EDUCANDOS

Apresentamos a seguir algumas cenas dos dois estudos realizados.

As duas primeiras questões da entrevista clínica (questões 1 e 2) do primeiro estudo (APÊNDICE A) referem-se à contagem de objetos (palitos de fósforos) e imitações de cédulas de dinheiro. Foram utilizadas cédulas coloridas, em tamanho reduzido, no valor de um, cinco, dez, cinquenta e cem reais.

O objetivo era verificar que estratégias os educandos adotariam no caso de contagem, se ela se daria de forma exaustiva (correspondência um a um) ou por meio de agrupamentos.

Na contagem exaustiva, os palitos são contados um a um. Na contagem por agrupamentos irregulares, os palitos são contados e agrupados em conjuntos de tamanhos diferentes. Por exemplo, ora de três em três, ora de quatro em quatro.

A atividade de contagem implica conhecer o nome, a sequência dos números e a sua enumeração, mas não se restringe a isso. Ela, também, requer o estabelecimento de uma correspondência um a um entre os rótulos numéricos e os objetos contados. Além disso, envolve a ideia de que cada número contém, ao mesmo tempo, o seu predecessor e aumenta com a adição de um elemento (inclusão de classes).

4.1. Contagem exaustiva de quantidades

Rosana¹⁹ conta os palitos um a um.

Nº do Turno de Fala	Turno de Fala	Protocolo de interação oral	Observações
594	Rosana	Prá contar de um ou de dois?	
595	Pesq.	Do jeito que você quiser.	
596	Rosana	Vou de um! Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze, quatorze, quinze, dezesseis, (pausa) dezessete, dezoito, dezenove, vinte, vinte e um, vinte e dois, vinte e três, vinte e quatro, vinte e cinco, vinte e seis, vinte e sete, vinte e oito, vinte e nove, trinta, trinta e um, trinta e dois, trinta e três, trinta e quatro, trinta e cinco, trinta e seis, trinta e sete, trinta e oito,	Ruídos de manipulação Os palitos vão caindo um a um dentro de um recipiente de plástico

¹⁹ Não foi possível realizar a entrevista semiestruturada com Rosana. Seu nome não consta da relação de sujeitos do primeiro estudo. Seu protocolo foi inserido na análise das produções matemáticas dos educandos por ser representativo da contagem exaustiva.

	trinta e nove, quarenta, quarenta e um, quarenta e dois, quarenta e três, quarenta e quatro, quarenta e cinco, quarenta e seis, quarenta e sete, quarenta e oito, quarenta e nove, cinquenta, cinquenta e um, cinquenta e dois, cinquenta e três, cinquenta e quatro, cinquenta e cinco, cinquenta e seis, cinquenta e sete, cinquenta e oito, cinquenta e nove, sessenta, sessenta e um, sessenta e dois, sessenta e três, sessenta e quatro, sessenta e cinco, sessenta e seis, sessenta e sete, sessenta e oito, sessenta e nove, setenta, setenta e um, setenta e dois, setenta e três, setenta e quatro, setenta e cinco, setenta e seis, setenta e sete, setenta e oito, setenta e nove, oitenta, oitenta e um, oitenta e dois, oitenta e três, oitenta e quatro, oitenta e cinco, oitenta e seis, oitenta e sete, oitenta e oito, oitenta e nove, noventa, noventa e um, noventa e dois, noventa e três, noventa e quatro, noventa e cinco, noventa e seis, noventa e sete, noventa e oito.	
--	--	--

4.2 Contagem de quantidades por agrupamentos irregulares

Mateus realiza a contagem de palitos por agrupamentos irregulares. Ele observa que a contagem de quantidades é mais fácil que a contagem de quantias. De fato, a contagem de dinheiro implica adicionalmente a adição de números, uma vez que as cédulas possuem valores diferentes.

Nº do Turno de Fala	Turno de Fala	Protocolo de interação oral	Observações
590	Mateus	Ah, esse aí é fácil. é mais fácil que contar dinheiro, né? (riso)	Ruídos de manipulação
591	Pesq.	Oi?	
592	Mateus	Que aqui é mais fácil que contar dinheiro, né? (riso)	
593	Pesq.	Mais fácil que o quê?	
594	Mateus	Contar dinheiro! (riso) <i>Tô brincando.</i> (resmungos) dois, cinco (ruídos) vinte, três, quatro, vinte e seis, (ruídos) vinte e seis, (pausa) quarenta e dois, quarenta e três, quarenta e quatro, [inaudível] (ruídos) cinquenta e quatro, cinquenta e seis, cinquenta e oito, sessenta, sessenta e dois, sessenta e quatro, sessenta [inaudível], sessenta e oito, setenta, setenta e dois, setenta e quatro, setenta e seis, setenta e oito, oitenta, oitenta e	Ruídos de manipulação

	dois, oitenta e quatro, oitenta e seis, oitenta e oito, noventa, noventa e quatro, seis, noventa e nove.	
--	--	--

A análise do protocolo de Vinícius denota a relação estabelecida pelo sujeito entre a contagem de palitos e a contagem de cédulas, uma vez que registra a quantidade obtida com a contagem como se fosse uma quantia. Ele também realiza contagem por agrupamentos irregulares, porém explicita a adição de números.

Nº do Turno de Fala	Turno de Fala	Protocolo de interação oral	Observações
163	Vinícius	Vamo. Eu tenho que contar, tudo, ih é? Vai ser agorinha. Aqui deve ter mais ou menos uns 40. Tava só numa caixa? Então vai 3 e 4, 7, 3, 10, 13, 13 mais 3, 16, 2, 18, 18 mais 4, 22, 22 mais 4, 26, mais 2, 28 mais 4, 32, 32 mais 4, 36, 36 mais 2, 38, mais 3, 41, 41 mais 5, 46, 46 mais 3, 49, mais 3, 52, 52 mais 3, 55, 55 mais 2, 57, mais 4, 61, 61 mais 4, 65, 65 mais 4, 69, mais 3, 71, 72, 72 mais 3, 75, mais 3, 78, mais 2, 80, mais 3, 83, 83 mais 4, 87, mais 3, 90, 90 mais 4, 94, mais 4, 98, mais 1 caiu no chão 90, 98 eu falei? Mais um 99. Se tiver errado é por causa que eu contei errado. Quer que eu confira de novo. Hã, sim, tem mais 1 aqui. Cem.	Vinícius lê a questão.
164	Pesq.	Cê anota aí prá mim.	Pesquisadora pede que Vinícius escreva a quantidade total de palitos contada em uma folha de papel.
165	Vinícius	Eu acho que tem 100. Aqui são 10, aqui são 100. Eu acho que é mais ou menos 100, é assim? Ou não precisa tanto zero.	
166	Pesq.	Não precisa tanto zero porque não é dinheiro.	
167	Vinícius	Hã, são 100 palitos.	
168	Pesq.	Porque [Inaudível] são os centavos, né?	
169	Vinícius	Centavos. Exatamente, aí palitos não sabia que era prá anotar, mas de qualquer maneira é 100, né?	
170	Pesq.	Então escreve de novo aí como é que você acha que é.	
171	Vinícius	Não, em dinheiro eu escrevo assim, agora, palito, palito só é assim.	Vinícius escreve "100,00", depois "100."

4.3 Contagem de quantias

A questão dois, que envolveu contagem de imitação de cédulas de reais, introduziu um patamar mais complexo em relação à anterior, pois demandou a contagem de unidades de valores diferentes. A contagem de dinheiro implicava

adicionalmente a adição de números, uma vez que as cédulas possuíam valores diferentes.

A manipulação de cédulas e moedas no dia a dia favorece o agrupamento prévio por valor, seguido de composição aditiva. As relações de troca em transações monetárias são contextos de produção de conhecimento da cultura extraescolar que favorece agrupamentos diversos a partir dos valores das cédulas. Não é o caso de Vinícius que realiza contagem exaustiva célula a célula, considerando o valor respectivo, porém com agrupamentos eventuais. Este mesmo sujeito havia contado os palitos por agrupamentos irregulares na seção anterior (contagem de quantidades).

Nº do Turno de Fala	Turno de Fala	Protocolo de interação oral	Observações
175	Vinícius	E tá misturado. E tem que contar assim?	Vinícius recebe um maço de cédulas nos valores de um, dois, cinco, dez, vinte, cinqüenta e cem reais misturado aleatoriamente.
176	Pesq.	Do jeito que você quiser contar.	
177	Vinícius	Então vai assim mesmo.	
178	Pesq.	Você pode separar se você quiser.	
179	Vinícius	Não. Eu vou contar assim. Lá vai 1. Vou contar assim mesmo, vou contar assim mesmo, prá mim não ter dor de cabeça. Lá vai 2, 3, isso é 100 mil?	Sujeito mostra à pesquisadora uma cédula de cem reais.
180	Pesq.	100 reais.	
181	Vinícius	103, 108, 109, 10, 11, 12, 22, 32, 282, 382, 482, 582, 592, 602, 612, 622, 632, 642, 652, 662, 672, 682, 685, 690, mais 100, 790.	
182	Pesq.	790?	
183	Vinícius	790 reais.	
184	Pesq.	Bastante dinheiro, né? Pena que não é de verdade.	
185	Vinícius	Senão já quebrava um galho. Você acha que tá certo, ou você vai fazer isso em casa?	
186	Pesq.	Eu vou fazer isso em casa.	
187	Vinícius	Eu falei 790. Não é isso? 790. Agora pode botar o reais, né, que aí é dinheiro mesmo. 790 reais.	Vinícius escreve 790,00 e faz referência a forma de registro de quantias e ao protocolo de interação oral anterior que envolvia a contagem de quantidades.

Mateus utiliza agrupamento prévio das cédulas por valor e composição aditiva. No momento do registro da quantia total obtida explicita dificuldade na grafia do número.

Nº do Turno de Fala	Turno de Fala	Protocolo de interação oral	Observações
610	Mateus	(riso) Quarenta, cinquenta, sessenta, setenta, ai, eu errei um negócio aqui. (ruídos) Dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa (pausa) (ruídos de manipulação) cem, cento e dez, cento e vinte, cento e trinta, cento e quarenta, cento e cinquenta e um, (pausa) cento e cinquenta, duzentos, trezentos e setenta (pausa) trezentos e cinquenta e dois, seis, oito, nove (pausa) trezentos e setenta e nove.	Ruídos de manipulação
611	Pesq.	Trezentos e setenta e nove?	
612	Mateus	é.	
613	Pesq.	Você anota aí pra mim, por favor.	Pesquisadora pede que Mateus escreva a quantia contada em uma folha de papel.
614	Mateus	(riso) Trezentos (pausa) e setenta, setenta (pausa), setenta, sessenta, tem [inaudível], setenta e nove. (pausa) Acho que é isso aqui mesmo, né? Não sei se tem zero!	Ruídos de manipulação
615	Pesq.	Se tem o quê?	
616	Mateus	Zero, se tem, eu não sei.	Sujeito escreve 3.79

A contagem utilizando agrupamentos demonstra a compreensão das relações parte-todo por meio da correspondência um-para-muitos e a utilização de um sistema mais econômico de contagem, no sentido de que este amplifica nossa capacidade de lembrar, registrar e manipular quantidades (NUNES et al., 2001).

4.4. Leitura e Interpretação de Números

As questões 3 e 4 da entrevista clínica do primeiro estudo requeriam a leitura e a escrita de numerais de dois a quatro algarismos, com zeros intermediários e finais.

Para ler e escrever os números, é preciso compreender que cada algarismo no número tem um valor absoluto e um valor relativo, denominado valor posicional, dentro de um sistema de numeração. O valor absoluto é aquele que o número apresenta quando apreciado isoladamente. No Sistema de Valor de Lugar (SVL), o valor posicional é indicado pelo lugar, pela posição que o algarismo ocupa no número da direita para a esquerda. Quando lemos e escrevemos os números referimo-nos ao valor relativo dos algarismos que formam o número, em conformidade com a base numérica operada.

Duas dificuldades na leitura e na escrita de número são o valor posicional e do símbolo zero. Este último é utilizado para representar a ausência de elementos e a presença de uma posição. A representação posicional de um algarismo, de acordo com o exposto anteriormente, é determinada de conformidade com o lugar que ela ocupa no numeral.

Ocorre, por vezes, que, ao escrever os números, os educandos o fazem registrando-o do modo como se fala, o que se denomina segmentação oralizada. Assim, ao se escrever 357 se grafa 300507 (MST, 1997; NUNES; BRYANT, 1997). Outra dificuldade diz respeito ao uso do zero como mantenedor de lugar no nosso sistema de numeração, sendo o número de zeros aumentado ou diminuído.

Nunes e Bryant (1997) relatam que crianças na Inglaterra têm mais facilidade em escrever números inteiros, tais como 100 e 200 que 47 e 129. Embora os primeiros números tenham valores maiores, eles são encontrados com mais frequência no cotidiano, da mesma forma, números redondos e com dois dígitos foram com frequência escritos corretamente. Também foi adotado o procedimento de segmentação oralizada e, por vezes, o número de zeros foi aumentado ou diminuído.

Dificuldades na leitura de números também foram encontradas por Saxe (1991), com crianças de 1ª e 2ª séries de Pernambuco, provenientes de áreas rurais e urbanas e com ou sem experiência na venda de doces, frutas.

A tarefa proposta às crianças consistiu na leitura e na comparação de pares de números familiares à prática de venda de doces. Cinco pares de números representavam quantidades de pacotes de doces e, outros cinco, quantias em dinheiro.

Foram encontrados dois tipos de erro nessa tarefa: a partição do número em segmentos menores e a leitura incorreta dos zeros, erros atribuídos pelo autor, à incompleta compreensão do SVL, sendo este último tipo de erro considerado mais sofisticado que o anterior.

Na questão 3 da entrevista clínica do primeiro estudo, solicitou-se aos educandos a leitura dos números “mil e setenta e três”, “três mil e dois”, “três mil e vinte” e “quatro mil quinhentos e um”, apresentados um a um na forma escrita numérica. Ao longo do diálogo, a pesquisadora repete a maneira como os números foram lidos pelos educandos.

Nº Turno de Fala	Turno de Fala	Protocolo de interação oral	Observações
156	Pesq.	Aí, tem aqui. Eu vou passar prá você. Os mesmos números que tem aqui, tem aqui. Tá, só que tá maior, certo? Pronto. Vamos lá, Carlos, que número é esse?	Os números foram apresentados um a um em tamanho de fonte aumentado, impressos em uma folha de papel. Pesquisadora apresenta o número 107.
157	Carlos	Cento e sete.	
158	Pesq.	107.	Pesquisadora repete o número lido por Carlos e apresenta o número 1073.
159	Carlos	Cento e setenta e três.	
160	Pesq.	Cê acha que é 173? Tem outro jeito de ler esse número?	
161	Carlos	Tem. Mil e setenta e três.	
162	Pesq.	1073.	Pesquisadora repete o número lido por Carlos e apresenta o número 3002.
163	Carlos	Três mil e dois.	
164	Pesq.	3002.	Pesquisadora repete o número lido por Carlos e apresenta o número 3020.
165	Carlos	Três mil e vinte.	
166	Pesq.	3020. Perfeito.	Pesquisadora repete o número lido por Carlos e apresenta o número 4501.
167	Carlos	Tem duas opção.	
168	Pesq.	(Inaudível) suas opções.	
169	Carlos	Quatro quinhentos e um.	
170	Pesq.	4501. E qual é a outra?	Pesquisadora repete o número lido por Carlos.
171	Carlos	Quarenta e cinco mil e um.	
172	Pesq.	45.001.	Pesquisadora repete o número lido por Carlos.

Carlos, ao ser perguntado se haveria outra forma de ler o número no turno de fala 160, lê o número corretamente. No turno de fala 172, a leitura do número é feita corretamente, o que merece destaque, por se tratar de um número de quatro dígitos, porém com acréscimo de zero intermediário. Nos protocolos de interação oral apresentados em seguida, José Geraldo, por sua vez, omite o zero intermediário de três dos cinco números lidos.

Nº Turno de Fala	Turno de Fala	Protocolo de interação oral	Observações
5	Pesq.	Então o primeiro problema tá pedindo prá você ler esses número em voz alta. Aí são os mesmos números que tem aqui, tão aqui maiores. Eu vou passando e você vai lendo, tá bom? Que número é esse?	Os números foram apresentados um a um em tamanho de fonte aumentado, impressos em uma folha de papel. Pesquisadora apresenta o número 107.
6	José Geraldo	Cento e sete.	
7	Pesq.	107. E esse aqui?	Pesquisadora repete o número lido por

			José Geraldo e apresenta o número 1073.
8	José Geraldo	Cento e setenta e três.	
9	Pesq.	Tem outro jeito de ler esse número?	
10	José Geraldo	Outro jeito de ler?	
11	Pesq.	É.	
12	José Geraldo	Centavos.	
13	Pesq.	Como é que seria?	
14	José Geraldo	Como é que seria?	
15	Pesq.	É, tem outro jeito de ler esse número, cê falou que é, qual foi o número, como é que cê leu, mesmo?	
16	José Geraldo	Cento e setenta e três.	
17	Pesq.	173. Vamos ver o próximo.	Pesquisadora repete o número lido por José Geraldo e apresenta o número 3002.
18	José Geraldo	Próximo. Trezentos e dois.	
19	Pesq.	302. Tem outro jeito de ler?	
20	José Geraldo	Tem não.	
21	Pesq.	Esse aqui.	Pesquisadora repete o número lido por José Geraldo e apresenta o número 3020.
22	José Geraldo	Esse já vai prá trezentos e vinte, né?	
23	Pesq.	320. Esse aqui.	Pesquisadora repete o número lido por José Geraldo e apresenta o número 4501.
24	José Geraldo	Quatro mil quinhentos e um.	

Carlos e José Geraldo tiveram dificuldades na consideração do Sistema de Valor de Lugar (SVL) na leitura de alguns dos números lidos. Essas dificuldades foram refletidas no tratamento dos zeros intermediários devido à adoção de procedimento de segmentação oralizada ou à omissão de zeros intermediários, resguardando a globalidade do número. Por exemplo, o número 3002 foi lido como “trezentos e dois”.

4.5 Escrita e interpretação de números

No que concerne à escrita do número (questão 4 da entrevista clínica do primeiro estudo), as dificuldades encontradas por Janete²⁰ na consideração do SVL

²⁰ Não foi possível realizar a entrevista semiestruturada com Janete. Seu nome não consta da relação de sujeitos do primeiro estudo. Seu protocolo foi inserido na análise das produções matemáticas dos educandos por ser representativo da forma de grafia dos números ditados.

manifestaram-se sob a forma de omissão de zeros intermediários para os números 2001 e 4007; omissão de zeros finais para o número 5550; e acréscimo de zeros intermediários, em procedimento de segmentação oralizada, resguardando a globalidade do número 1001. Não houve dificuldade no registro escrito do número 20. Interessante observar que a educanda expressa dúvidas quanto à necessidade de se colocar o zero e a sua posição nos números ditados.

Nº do Turno de Fala	Turno de Fala	Protocolo de interação oral	Protocolo Escrito
1	Pesq.	Agora que vou fazer um ditado de números prá você. Tá bom? Vou pedir prá você escrever os números que eu vou ditar. Aqui. Pronto? Cinco mil quinhentos e cinquenta.	<p>5,5,5</p> <p>4,7</p> <p>2,1</p> <p>100,1</p> <p>20</p>
2	Janete	Cinco mil?	
3	Pesq.	É, um número tá? Prá escrever aqui. Cinco mil quinhentos e cinquenta. Coloca mais aqui em cima que tem outros números.	
4	Janete	Cinco...	
5	Pesq.	Mil quinhentos e cinquenta.	
6	Janete	Cinco mil...	
7	Pesq.	Quinhentos e cinquenta.	
8	Janete	Quinhentos...	
9	Pesq.	E cinquenta. Cinco mil quinhentos e cinquenta.	
10	Janete	Mas eu num pus zero não. Só pus a vírgula. Num sei se põe zero aqui no número.	
11	Pesq.	Pode escrever do jeito que você achar que é. Quatro mil e sete.	
12	Janete	Quatro mil e sete....	
13	Pesq.	Quatro mil e sete. Duzentos e um. Duzentos e um. Mil e um. Vinte.	
14	Janete	Vinte?	
15	Pesq.	Hum, hum. Por que que em vinte e em mil e um você colocou zero e nos outros não?	
16	Janete	Porque eu num entendo onde que eu coloco o zero, se é na frente ou se é no meio.	
17	Pesq.	Ah. Mas por que no mil e um você colocou aí?	
18	Janete	Eu coloquei, eu num entendo se... se eu tenho que colocar um zero aqui primeiro...	
19	Pesq.	Hã, ou na frente de que?	
20	Janete	Ou na frente, se é na frente... Ou se eu coloco o zero aqui no meio, ou se o sete, o sete fica na frente.	
21	Pesq.	Atrás ou na frente?	
22	Janete	Num tô entendendo assim. Se põe, se o	

		zero aqui no número quatro e o sete..	
23	Pesq.	Ou?	
24	Janete	Ou na frente.	
25	Pesq.	Mas aqui atrás ou na frente?	
26	Janete	Aqui na frente né?	
27	Pesq.	Na frente de que?	
28	Janete	Do quatro.	
29	Pesq.	Na frente do quatro.	
30	Janete	Eu num tô entendendo se é, se coloca aqui ou se é aqui.	
31	Pesq.	Mas aqui você colocou zero e colocou um pontinho também. Por que que você colocou esse pontinho aí?	
32	Janete	Porque aqui é um né?	
33	Pesq.	Hã, hã.	
34	Janete	(...) nem sei se é não.	
35	Pesq.	Hã, hã. E no vinte você num colocou pontinho nenhum, colocou um zero.	
36	Janete	No vinte num tem pontinho.	
37	Pesq.	Num tem não. Por que que num tem?	
38	Janete	É só um zero né?	
39	Pesq.	Só um zero.	
40	Janete	Agora esses aqui é que eu num entendo.	
41	Pesq.	Você tá em dúvida?	
42	Janete	Tô em dúvida. Se eu ponho um zero aqui atrás ou se é na frente.	
43	Pesq.	Certo. Tá bom então. Vamo vê outro?	

Nos estudos de Bednarz e Janvier, citados por Kamii (1997), verificou-se que, mesmo na 3ª e 4ª séries, crianças têm dificuldades com o valor posicional e que há mais dificuldade de compreensão das centenas do que das dezenas. Supõe-se que o milhar represente uma dificuldade ainda maior. Ao contrário, Zunino (1995) realizou entrevistas individuais com 90 crianças de primeira, terceira e quinta séries, 30 de cada série, em seis escolas públicas da Venezuela, durante as quais foi aplicado um instrumento diagnóstico cujo conteúdo abrangia a leitura e escrita de números de até quatro algarismos e não encontrou problemas quanto ao valor posicional com as crianças de terceira série.

4.6 Mobilização da noção de milhar

Eduardo tinha 46 anos na data da entrevista semiestruturada em 2012. Proveniente do interior de São Paulo é chefe de cozinha de uma churrascaria da cidade de Brasília - DF. Antes de começarmos a gravar a entrevista, ele falou sobre a sua infância difícil. O pai batia na mãe. Ele ingressou na escola aos 10 anos de idade, mas disse que não conseguia acompanhar os estudos devido ao clima emocional familiar. Abandonou a escola depois de 1 ano e meio. A mãe faleceu de

câncer, e ele passou a ser criado por uma tia. Terminou nas ruas de São Paulo. Nas ruas da capital, aos 17 anos, foi convidado a trabalhar como ajudante de cozinha em um restaurante. A partir daí, trabalhou em diversos restaurantes e se profissionalizou. Em 2003, foi selecionado para uma vaga de chefe de cozinha na churrascaria onde trabalha atualmente e mudou-se para Brasília-DF. Voltou a estudar incentivado pela filha de uma colega de trabalho, de 12 anos de idade, que foi a única que percebeu, em seu ambiente de trabalho (a cozinha de uma churrascaria), que ele não sabia ler. Ela o chamou em um canto e lhe deu um livro para ler. Disse-lhe que não contaria a ninguém, nem à sua mãe, funcionária da churrascaria, que ele não sabia ler. Perguntou por que ele não voltava a estudar. A partir dessa conversa, ele procurou Escola 2 e matriculou-se na 1ª série. Ao longo da entrevista, Eduardo afirmou não usar da matemática no seu dia a dia e no seu trabalho, revelando uma representação da Matemática restrita à quantificação. Não concebia a existência de Matemática onde não há numerização e operação no sentido aritmético.

Afirma estar aprendendo Matemática na escola. Quando instigado pela pesquisadora acerca de conhecimentos matemáticos não escolares tais como o uso de medidas na culinária e o gerenciamento do tempo, o sujeito traz a questão do gerenciamento financeiro de sua conta bancária conforme detalhamos abaixo.

No dia 02 de maio de 2012, Eduardo dialoga sobre um dos contextos que requerem o controle de sua movimentação bancária no que se refere à conferência dos lançamentos no seu extrato bancário, como vemos a seguir.

- 144 Eduardo Porque igualzinho, eu tenho folha de cheque.
 145 Pesq. Ah-hã.
 146 Eduardo O banco me deu folha de cheque. Então, eles passa tudo certinho prá mim, né?
 147 Pesq. Ah-hã.
 148 Eduardo Eles... oh, Eduardo, eu vou mandar o papel lá na tua casa e você faz o que você gastou no cartão de crédito...
 149 Pesq. Isso.
 150 Eduardo E vai vim tudo escrito, cheques, se você usou cheques, se você usou o cartão, se você tirou dinheiro na máquina. Vai vim tudo no extrato. Então, você tem que fazer, e os papelzinho, você tem que guardar tudo. No fim do mês ou a cada 15 dias...
 151 Pesq. Você tem que prestar conta.
 152 Eduardo Você mesmo tem que prestar conta prá você mesmo.
 153 Pesq. Ah-hã
 154 Eduardo O gerente do banco, meu amigo, ele, então ele sempre fala isso prá mim.
 155 Pesq. Isso.
 156 Eduardo Você sempre tem que, que às veis clona seu cartão, cê não sabe.
 157 Pesq. Isso.
 158 Eduardo O cara vai pegando seu dinheiro, vai pegando e você não sabe quanto cê gastou...

Mais, ainda, o sujeito demonstra conhecer a ordem da unidade de milhar, como podemos constatar no extrato de protocolo abaixo.

- 176 Eduardo Eu ia por mais um aqui, porque...
 177 Pesq. Isso.
 178 Eduardo Ia ficar mil e pouco.
 179 Pesq. Isso. Porque a professora já tá trabalhando até novecentos e noventa e nove.
 180 Eduardo Aí ia ficar mil e pouco, né?
 181 Pesq. Isso.
 182 Eduardo Ah. Então tá bom. É isso que eu tô... E prá ter mil e pouco, quantos numeral prá gente por o pingão?
 183 Pesq. Quatro. Você conta até três e coloca o pingão.
 184 Eduardo Prá trás, né?
 185 Pesq. É, vamos dizer assim. Mil quatrocentos e noventa e três. Um, dois, três, porque é unidade, dezena, centena, unidade de milhar.
 186 Eduardo Então aqui já ficou mil?
 187 Pesq. Isso. Mil quatrocentos e noventa e três.
 188 Eduardo Tudo que tiver esse pingão aqui é de mil prá cima.
 189 Pesq. Isso.
 200 Eduardo Dois mil, três mil...
 201 Pesq. Mas hoje em dia nem sempre em todos os lugares você usa o pingão, mas o pingão é uma referência. Não é só porque tem o pingão. Terminou a centena vem para a unidade de milhar. Aqui ó, unidade, dezena, centena. O próximo, unidade de milhar, que é a casa do mil.

Nosso sujeito demonstra conhecer números com quatro dígitos, sua dúvida remete-se ao uso do ponto para separar a classe simples da classe do milhar, uma vez que, na ausência do ponto, por desconhecimento do valor posicional, o sujeito tem dificuldade para saber se se trata de centena ou unidade de milhar. A professora Mariana trabalhou na primeira série números até novecentos e noventa e nove.

4.7 Subtração e o conceito e noção de complemento

As estruturas aditivas podem ser classificadas em três modalidades de situação (NUNES; BRYANT, 1997). Nas situações parte-todo, solicita-se ao educando juntar ou separar as partes por intermédio da contagem. A situação de transformação requer a alteração de uma quantidade acrescentando-se ou retirando-se algo dela. Um terceiro tipo de situação envolve a quantificação de comparações.

As questões (cinco e seis) da entrevista clínica, realizada no primeiro estudo, trouxeram problemas de tipo aditivo que envolviam transformações de estado. As mudanças de estado representam a segunda categoria de relações aditivas, na qual “uma transformação opera sobre uma medida para dar lugar a uma medida” (VERGNAUD, 1991, p. 166-167). O primeiro problema requeria uma transformação

positiva e o segundo, uma negativa. Em ambos os casos, a pergunta referiu-se ao estado inicial, conhecendo-se a transformação ocorrida (positiva ou negativa) e o estado final.

Esse tipo de problema é mais difícil do que aquele que envolve apenas uma transformação direta, mesmo quando a operação de soma ou a de subtração forem as mesmas nas duas situações. O educando pode não saber como iniciar a resolução do problema pelo fato de o termo inicial ser desconhecido (MAGINA et al., 2001). Além disso, é necessário que os educandos compreendam adição e subtração como operações inversas, o que representa uma situação mais complexa que juntar ou retirar para encontrar o termo final (NUNES et al., 2001).

Esses mesmos autores relatam estudo envolvendo 258 educandos de escolas públicas do Estado de São Paulo, da primeira à quarta séries, entrevistados individualmente por uma professora de sua escola. Os educandos resolveram com uma porcentagem mínima de 80% de acertos, problemas em que o termo final era desconhecido. Já nos problemas tais como os que utilizamos em nosso estudo, houve um desempenho significativamente inferior, uma diferença de aproximadamente 20% no índice de acertos na primeira e na segunda séries, observando-se melhor desempenho nas duas série finais.

Para esse tipo de problema, encontramos pelo menos três procedimentos possíveis de solução. A solução canônica implica a inversão da transformação direta. Assim, $[a] = c + b$, no caso da transformação positiva, e $[a] = c - b$, no caso da transformação negativa, sendo “a” o estado inicial, “b” a transformação e “c” o estado final. Uma solução alternativa, denominada procedimento de complemento²¹, válida para a transformação positiva e números pequenos o bastante para facilitarem o cálculo mental, consiste em adicionar elementos a “b”, para encontrar “c”. O procedimento de complemento e o uso da operação inversa podem ser adotados simultaneamente. Outra possibilidade é o procedimento chamado “estado inicial hipotético” o qual envolve o levantamento de uma hipótese sobre o estado inicial, a aplicação da transformação, a verificação do estado final e a correção da hipótese em função do estado obtido (VERGNAUD, 1991). Nos dois últimos casos, a resposta correta pode ser obtida sem que se saiba qual a operação aritmética necessária para a solução do problema.

²¹ O procedimento de complemento é produto dos conhecimentos da cultura extra escolar, tal como se dá no contexto de conferência de “troco” em transações monetárias, que é feito em ordem crescente.

Maria de Fátima utiliza cálculo mental e faz uso da noção de complemento para explicar a resposta obtida ao resolver o problema contido na questão 6 da entrevista clínica do primeiro estudo.

Número do Turno de Fala	Turno de Fala	Protocolo de interação oral	Observações
108	Pesq.	Agora faça de conta que você tem uma criação de galinhas, com um tanto de galinhas no galinheiro. Aí 6 galinhas morreram, e você ficou com 15 galinhas. Quantas galinhas você tinha no galinheiro antes da doença?	Pesquisadora lê o problema em voz alta.
109	Maria de Fátima	(Pausa) Morreram 15? Não, tinha 15.	
110	Pesq.	Morreram 6 e você ficou com 15. Cê tinha um tanto de galinhas, uma criação de galinhas. Morreram 6, sobraram 15 galinhas. Quantas galinhas você tinha antes da doença, no galinheiro.	
111	Maria de Fátima	Num sei, morreram 6.	
112	Pesq.	Ficaram 15.	
113	Maria de Fátima	Vinte e uma.	Maria de Fátima dá o resultado correto sem explicitar com chegou a ele.
114	Pesq.	Como é que cê achou 21? Explica prá mim.	
115	Maria de Fátima	21 galinhas. Que a gente tem que conferi né? Nos dedo aqui, é o jeito.	Maria de Fátima propõe usar os dedos para conferir a resposta encontrada
116	Pesq.	Deixa eu vê cumé que a senhora fez. Mostra prá mim.	
117	Maria de Fátima	Eu, eu tirei as 15 né e conferi as 6. Aí 15 né, 16, 17,18,19,20,21.	Maria de Fátima usa dos dedos para conferir a resposta encontrada.

É importante ressaltar o fato já aludido por Vergnaud (2009b) no momento da reflexão acerca do campo conceitual das estruturas aditivas: a discrepância entre a semântica contida no problema “6 galinhas morreram” e adição gera dificuldades que são aparentemente incompatíveis com a simplicidade da operação aritmética necessária à resolução do problema ($15 + 6 = 21$). Se se toma a ação descrita como orientação para a resolução do problema, estas podem dificultar a sua resolução, pois a adição está relacionada comumente ao ganho enquanto a subtração é usualmente associada à perda. Porém o enunciado refere-se a “morreram” quando a operação requerida é a adição.

4.8 Tratamento das contas de multiplicação e de divisão como uma adição

Na questão oito da entrevista clínica do primeiro estudo, predominou o tratamento das contas de multiplicação e de divisão como uma adição ou subtração. Tal resultado já havia sido encontrado por Calazans (1996) em um estudo de um programa de pós-alfabetização em cerca de um terço da amostra em teste de conhecimento matemático.

Rinaldo ignora os sinais de vezes e de mais das contas “ 2×52 ”, “ 3×38 ”, “ $26 \div 2$ ” e “ $39 \div 3$ ” que são apresentadas por escrito durante a situação de entrevista clínica e trata todos os cálculos como se fossem uma adição. Assim soma “ $2 + 52 = 54$ ”, “ $38 + 3 = 41$ ”, “ $2 + 26 = 28$ ” e “ $3 + 39 = 42$ ”.

Nº do Turno de Fala	Turno de Fala	Protocolo de interação oral	Observações
420	Pesq.	Arme e faça, arme e faça as seguintes contas.	Pesquisadora apresenta quatro contas impressa em uma folha de papel com fonte aumentada, formuladas na horizontal e precedidas do enunciado “arme e faça as seguintes contas”.
421	Rinaldo	Pode soma aqui e botá aqui?	
422	Pesq.	Pode fazer do jeito que você achar.	
423	Rinaldo	Tô achando tipo assim, 52 dá 54 né?	Rinaldo refere-se à conta “ 2×52 ”.
424	Pesq.	Por que que 52 dá 54?	
425	Rinaldo	Eu peguei os 2 aqui e botei nos, nos 52.	
426	Pesq.	E aí?	
427	Rinaldo	Aí deu 54.	
428	Pesq.	Hã, hã.	
429	Pesq.	Aqui, ó. Peguei os 2 botei nos 4, ô, botei nos 52. Aí inteirou 56, 54.	
430	Rinaldo	Hã, hã, e depois?	
431	Pesq.	Aí eu peguei aqui 38 né? Botei nos, nos ... 38 botei nos 3 inteirou 41. 22, ô 26. Peguei o 2 botei nos 26, foram 28. 39, peguei os 2, peguei os 2, peguei os 3 botei no 39 interou 42.	Rinaldo refere-se às contas “ 3×38 ”, “ $26 \div 2$ ” e “ $39 \div 3$ ”.

Concluimos que, mesmo quando se trata de conteúdos pouco familiares aos alfabetizandos/educandos, eles procuram encontrar as respostas para o problema mobilizando os conhecimentos matemáticos (esquemas) de que dispõem para atender ao contrato didático.

4.9 Elaboração mental de uma adição sem agrupamentos

O cálculo mental pode ser definido como um conjunto de procedimentos por meio dos quais resultados exatos ou aproximados são obtidos sem que se recorra a um algoritmo preestabelecido (PARRA, 1996).

Os resultados do Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – INAF²² (2002) demonstram, em questionário respondido por uma amostra nacional de duas mil pessoas entre 15 e 64 anos, desde não alfabetizadas até as que concluíram o curso superior, que a opção pelo uso de cálculo mental, lápis e papel, calculadora, contar nos dedos, outro material ou a conjugação desses recursos, depende das características de cada situação-problema com a qual se deparam (KNIJNIK, 2004).

Com o intuito de revelar como são os procedimentos de cálculo nesses contextos, durante o processo de Entrevista Clínica (CARRAHER, 1979), solicitamos que o sujeito explicitasse seus conhecimentos matemáticos. É interessante observar que em tal explicitação o sujeito realiza espontaneamente operações aritméticas com três dígitos. Os registros surgem em função do diálogo entre o sujeito e pesquisadora. Assim, a princípio, saber Matemática para o entrevistado é saber realizar operações aritméticas, mais precisamente, reproduzir os algoritmos impostos nos contextos escolares.

É assim que Eduardo, já apresentado no item 4.6, ao buscar explicitar seus conhecimentos matemáticos, produz operações de adição que não requerem a noção de agrupamento decimal e assim as realiza. Muitas vezes enuncia o total, para depois explicitar qual operação de adição corresponde ao valor (“cinco, dois com três”). Ou seja, ele verbaliza inicialmente o total parcial e imediatamente verbaliza as parcelas que justificam este total.

²² O Indicador de Alfabetismo Funcional (Inaf), criado pelo Instituto Paulo Montenegro em parceria com a Organização Não governamental Ação Educativa, mede a cada dois anos as habilidades matemáticas de uma amostra nacional.

Nº do Turno de Fala	Turno de Fala	Protocolo de interação oral	Protocolo Escrito
2	Eduardo	(Falha no registro do início da fala do sujeito) ... quatro com cinco, nove. Cinco, dois com três, cinco. Sete com dois, sete, nove. Nove, quatro com cinco, nove. Três com um, quatro.	$ \begin{array}{r} 346 \\ + 251 \\ \hline 597 \\ \\ 147 \\ + 352 \\ \hline 499 \end{array} $

O sujeito inicia a soma pelas unidades. Ele demonstra, em Entrevista Clínica, recorrer ao cálculo mental quando este envolve valores pequenos, até dez, portanto, que não requerem agrupamento. Importante destacar que os procedimentos, nos quais se utilizam o cálculo mental, não podem ainda evidenciar conhecimento e compreensão do sistema de numeração decimal e suas propriedades bem como das operações aritméticas, uma vez que o sujeito, ao operar somente os valores absolutos, pode não levar em conta a questão do valor posicional. Para tal inferência, é necessário observar o sujeito operar em situação que implique a formação de uma nova ordem ou uma decomposição.

Tal afirmação se evidencia quando o sujeito não realiza nenhuma operação de adição com agrupamento, mas tem o conceito de adição enquanto “juntar”, revelando conhecimento das operações que realizam agrupamento. O sujeito demonstra conhecer quando há agrupamento, utilizando cálculo mental para estimar somas inferiores a dez, evitando o agrupamento. Assim, o sujeito opta por somar seis com um, quatro e cinco, sete e dois, valores cujos resultados são inferiores a dez.

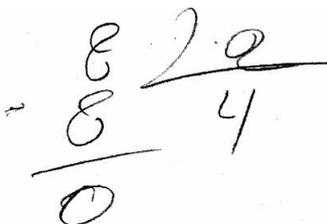
Vale destacar que o sujeito, já na primeira série, realiza operações com três dígitos. O salário-mínimo dele possui cinco dígitos.

4.10. Elaboração mental de uma divisão sem resto

João de Deus tinha 45 anos no dia 17 de maio de 2012, quando foi realizada a entrevista semiestruturada. Nasceu na Paraíba, onde permaneceu até os dez anos de idade, quando se mudou para Brasília na companhia dos pais. Começou a estudar com 14 anos de idade por aproximadamente três anos. Depois interrompeu os estudos por cerca de 30 anos. Afirma que aprendeu a somar e trocar dinheiro fora da escola e que as operações foram aprendidas na escola. Sua última ocupação no momento da entrevista era borracheiro.

A entrevista aconteceu no dia 17/05/2012 na sala dos professores da Escola B, que possui duas antessalas, em uma das quais nos acomodamos. A entrevista ocorreu antes do início das aulas do período noturno no qual João de Deus encontrava-se matriculado na 3ª série da EJA.

Iniciamos a entrevista propondo ao sujeito que escrevesse em uma folha de papel em branco o que ele sabia de Matemática (FÁVERO, SOARES, 2002). Em resposta João de Deus realiza cálculo mental com valores pequenos na divisão para que não haja resto.

Nº do Turno de Fala	Turno de Fala	Protocolo de interação oral	Protocolo Escrito
	Pesq.	Ah-hã. E essa aqui como é que você fez?	
	João de Deus	Essa aqui eu dividi oito por dois.	
	Pesq.	Ah.	
	João de Deus	Oito por dois, são quatro e duas vezes quatro são oito. E aqui diminui, oito menos oito, nada.	

4.11 Uso da calculadora para computar valores

Vivemos em uma sociedade cada vez mais desenvolvida tecnologicamente e os educandos precisam ter acesso pelo menos a artefatos culturais como as calculadoras simples que, nos dias de hoje, têm um custo que permite a sua aquisição pelos educandos das camadas populares.

A calculadora pode ser usada como uma ferramenta que favorece a aquisição e a exploração de conceitos matemáticos, entre outras, pela observação de regularidades, da confirmação e interpretação dos resultados obtidos (SELVA; BORBA, 2010). Nesse sentido, na resolução de problemas, é possível elaborar, testar e verificar hipóteses, tomar consciência dos próprios processos mentais, estabelecer relações, definir uma estratégia e modificá-la se ela for avaliada como não adequada.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para a Educação Fundamental (1997) apresentam a calculadora como uma estratégia metacognitiva na avaliação de resultados e correção de erros, permitindo que o educando se autoavalie ao longo do processo de resolução de problemas.

O uso da calculadora não exclui o registro escrito e o cálculo mental, como nos mostram Ruthven e Chaplin (1997). Eles podem ser usados conjuntamente, ressignificando, reorganizando e amplificando os esquemas mentais.

Para a Semana da EJA do 1º Segmento da Escola B, realizada de 7 a 10 de novembro de 2011, cada turma ficou encarregada de trabalhar um tema. A 3ª série teve como tarefa trabalhar o tema cheque. A educadora Fernanda passou um questionário para os educandos pesquisarem e responderem sobre o assunto.

Sugerimos à educadora Fernanda a elaboração de uma lista de compras (APÊNDICE D) a partir de encartes de lojas de móveis e eletrodomésticos, cujo total seria pago por cheque. No dia 4/11/2011, a professora disse aos educandos que eles tinham R\$ 5.000,00 no banco e que poderiam adquirir móveis e eletrodomésticos até esse limite. Cada educando recebeu um caderno de desenho, tesoura e cola, um talonário de cheques, uma calculadora comum, não científica (IMAGEM APÊNDICE E) e encartes de lojas de móveis e eletrodomésticos e uma lista de compras a ser preenchida com os itens adquiridos por eles escolhidos, o valor à vista e a prazo e a diferença em reais entre as duas formas de pagamento.

O uso da calculadora teve como objetivos familiarizar os educandos com esse instrumento tecnológico e evitar cálculos envolvendo números decimais um

obstáculo para a realização da atividade, uma vez que a educadora Fernanda ainda não havia ensinado a divisão. Contudo, não se pode afirmar que os educandos não pudessem resolver a tarefa por cálculo mental ou escrito, arredondando os valores ou raciocinando por estimativa.

A educadora Fernanda saiu da sala de aula e deixou-nos sozinha com os educandos. Falou posteriormente em conversa informal, que tomou tal atitude para estimular nossa interação com os educandos, uma vez que a atividade havia sido proposta pela pesquisadora. Isso prejudicou a entrevista clínica com o educando Marcelo, realizada durante a aula, uma vez que era frequentemente interrompida pelos demais educandos para esclarecer dúvidas.

Marcelo tinha 48 anos na data de realização da entrevista, no segundo semestre de 2011. Nasceu em Fortaleza, Ceará. Trabalhou em Fortaleza como ajudante de mascate, vendendo roupas na rua, em uma mercearia pesando e vendo suprimentos, em oficina mecânica e como cobrador de ônibus. Em Brasília trabalhou como motorista particular. Estudou pouco na infância, pois perdeu os pais cedo. Aos 16 anos voltou a estudar. Concluiu a 3ª série do Ensino Fundamental. Interrompeu os estudos para vir para Brasília. Retomou os estudos em 2011, estudando na EJA no período da manhã, pois trabalha à noite. Ao longo da entrevista semiestruturada Marcelo afirmou usar a Matemática no seu trabalho atual de motorista de ônibus para registrar o número de quilômetros rodados. Apesar de ter exercido várias ocupações que demandam o uso da Matemática, atribuiu seus conhecimentos matemáticos unicamente ao aprendizado escolar.

No dia 4 de novembro de 2011, Marcelo dialoga sobre o preenchimento da Lista de Compras (APÊNDICE D), como vemos a seguir.

Propomos a Marcelo que comece pelo primeiro item escolhido, uma televisão, para demonstrar como se dá o preenchimento da lista de compras. Essa lista contém uma tabela na qual a primeira coluna destina-se à relação dos itens escolhidos, a segunda coluna é subdividida em três partes, a saber, o valor em reais, a vírgula e os centavos, a terceira coluna, contém o valor a prazo e obedece à subdivisão da segunda coluna. O valor a prazo no encarte é de mil, quatrocentos e trinta e setenta e seis. O valor à vista, constante do mesmo encarte, é de mil, cento e noventa e nove.

Nº do Turno de Fala	Turno de fala	Protocolo de interação oral	Observações
34	Marcelo	Mil quatrocentos e trinta e setenta e seis. Mil cento e noventa e nove ponto zero zero. É igual duzentos e trinta e um reais e setenta e seis.	“Mil quatrocentos e trinta e setenta e seis” é o valor total dos itens selecionados por Marcelo para pagamento a prazo. “Mil cento e noventa e nove ponto zero zero” é o valor total dos itens selecionados por Marcelo para a pagamento a vista. “Duzentos e trinta e um reais e setenta e seis” é a diferença e também representa quanto ele economizaria pagando a vista.
35	Pesq.	Então tá, só pagando a vista você vai economizar quanto?	
36	Marcelo	Duzentos e trinta e um reais e setenta e seis.	

Poderíamos ter solicitado que os educandos manejassem livremente o instrumento, antes da realização da tarefa.

Marcelo apresentou domínio das etapas de leitura de quantias e realização da operação de subtração na calculadora.

4.12 Uso da calculadora para confirmar resultado da operação

A questão 7 da entrevista clínica do primeiro estudo traz contas de adição e subtração com e sem reserva, mediante a manipulação de números de dois algarismos.

Paulo Ricardo realiza a operação “56-32”. No turno de fala 357 ele soma os números. Sem conseguir chegar a um resultado que considere satisfatório, no turno de fala 367, ele pede permissão para usar a calculadora, que esteve disponível a todos os sujeitos durante a realização do primeiro estudo. Ele manipula a calculadora de maneira autônoma. Desta vez ele acerta a conta e utiliza o termo “diminuí” no turno de fala 373 para descrever o procedimento realizado.

Nº do Turno de Fala	Turno de Fala	Protocolo de interação oral	Observações
324	Pesq.	... 56 menos 32...	Paulo Ricardo realiza a operação “56-32” impressa em uma folha de papel com fonte aumentada, formulada na horizontal e precedida do enunciado “arme e faça as seguintes contas”.
325	Paulo	27.	

	Ricardo		
326	Pesq.	27? Como é que você achou 27.	
327	Paulo Ricardo	Eu <i>gastei</i> 56 menos 32, fica 27.	Paulo Ricardo utiliza o verbo “gastar” para justificar que trata-se de uma subtração.
328	Pesq.	Como é que é? Que conta que cê fez aí?	
329	Paulo Ricardo	Isso aqui é assim ó: se cê tem 56 menos 32 se tornaria 27.	
330	Pesq.	Não sei como é que fica isso. Mas qual é a conta que você fez? Por isso que tá pedindo prá armar a conta. Mas você pode me explicar também.	
331	Paulo Ricardo	56 menos 32... 27. Tá errado. Que do jeito que eu tô aqui ó... 7 e 2 9, 2 mais 5, só tá dando 59, cadê os 32?	Paulo Ricardo soma 27 mais 32, realizando prova verificadora.
332	Pesq.	É. Não os 32 tá aqui, né? Que você somou aqui. Agora, esses 27 mais 32 não tá dando 55, tá dando 59.	
333	Paulo Ricardo	É.	
334	Pesq.	Escreve isso aqui que você escreveu aqui prá mim	Pesquisadora pede que ele registre a conta no papel.
335	Paulo Ricardo	Como é que é?	
336	Pesq.	Escreve essa conta aqui prá mim.	
337	Paulo Ricardo	Aqui em baixo?	
338	Pesq.	É.	
339	Paulo Ricardo	Não bateu, né? Aqui dá 56. Então qual que será que é o resultado? Tem que dar certo isso aqui né?	
340	Pesq.	Tinha, né.	
341	Paulo Ricardo	56 menos 32... Cadê...	Paulo Ricardo pede para usar a calculadora.
342	Pesq.	Quer a calculadora?	
343	Paulo Ricardo	Quero. Igual, menos... (Pausa) Agora bateu viu?	
344	Pesq.	Bateu? E aí? Deu quanto?	
345	Paulo Ricardo	Deu 24.	
346	Pesq.	24. Como é que você achou 24?	
347	Paulo Ricardo	Porque diminuí.	

4.13 Processos Metacognitivos

O termo *meta*-cognição detém um sentido de “cognição acerca da cognição” (FLAVELL, MILLER, SCOTT, 1999, p. 125), que permite a separação entre a consciência do objeto, do objeto em si mesmo (FÁVERO, 2005).

Schoenfeld (1992) classifica a metacognição em três categorias: (1) conhecimento dos próprios processos de pensamento; (2) autorregulação; e, (3) crenças e intuições e seu efeito sobre o comportamento e o desempenho.

A regulação contempla três processos que ocorrem em sequência:

A antecipação, que traduz a organização das representações do sujeito em orientações de ação e assegura a condução passo a passo do processo de resolução; o controle, entendido como uma operação de monitoramento, que implica um processo contínuo de comparação entre um estado dado e um estado-objetivo a alcançar; e o ajuste, que é a consequência da operação de controle; se o monitoramento evidencia uma divergência entre o estado presente e o estado-objetivo, a operação de ajuste introduz uma modificação ou reorientação dos processos de produção (FÁVERO, 2008, p. 333).

Sendo assim, a explicitação tem importante dimensão na organização metacognitiva, pois envolve um processo de externalização das relações entre objetivos e fins que abrange as operações, regras e procedimentos que conduzem à consecução do objetivo (FÁVERO, 2008).

Ao tratar da aprendizagem matemática escolar, vemos o quanto os processos metacognitivos se revestem de importância para o aprendiz e para a tomada de consciência sobre seus processos de produção de conhecimento e de estratégias de aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento conceitual.

4.13.1 Conhecimento sobre o próprio conhecimento

A entrevista clínica de Eduardo, sujeito já apresentado nas seções 4.6 e 4.9, ocorreu no dia dois de maio de 2012 e durou dezoito minutos. A entrevista clínica teve lugar na sala dos professores da Escola B, que possui duas antessalas, em uma das quais nos acomodamos. A entrevista ocorreu antes do início das aulas do período noturno, no qual Eduardo encontrava-se matriculado na 1ª série da Educação de Jovens e Adultos.

Iniciamos a entrevista propondo ao sujeito que escrevesse em uma folha de papel em branco o que ele sabia de Matemática (FÁVERO; SOARES, 2002). Eduardo escreveu quatro operações de adição com e sem agrupamento. Em seguida, pedimos que ele explicasse como havia feito os cálculos. Na etapa seguinte, foram apresentadas quatro contas de subtração, as quais a professora havia marcado, como incorretas, no caderno de Matemática do senhor Eduardo. Ele se propôs a refazer as contas e descobrir porque havia errado.

Primeiramente, quando solicitado a explicitar seus conhecimentos matemáticos, produz quatro operações de adição que não requerem a noção de agrupamento decimal. O sujeito demonstra conhecer quando há agrupamento, utilizando cálculo mental para estimar somas inferiores a dez, evitando o

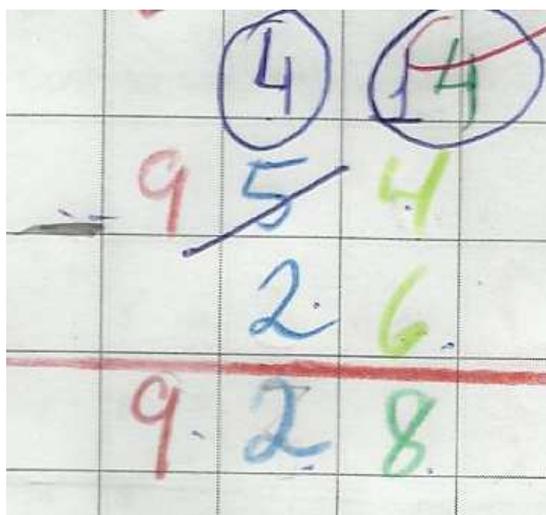
agrupamento. Assim, o sujeito opta por somar seis com um, quatro e cinco, sete e dois, valores cujos resultados são inferiores a dez.

Quando questionado sobre o porquê de não realizar contas de subtração, um conteúdo que vem sendo trabalhado em sala de aula, ele responde:

- | | | |
|---|---------|-------------------------------|
| 3 | Pesq. | Prontinho. E a de menos? |
| 4 | Eduardo | Menos eu tô aprendendo agora. |

Isso demonstra uma dimensão da metacognição que toca a consciência do que é e não é conhecido no contexto escolar em situações que requerem o uso de lápis e papel.

O educando inicia o cálculo das três primeiras contas de subtração como se elas fossem operações de adição. Isso se repete várias vezes ao longo da entrevista indicando a mecanização do algoritmo escolar, sem que haja a real compreensão dos conceitos envolvidos. Apresentamos, em seguida, o protocolo com a quarta conta de subtração, que foi escaneada do caderno do sujeito. Cabe esclarecer que a professora de matemática pediu uma lista de materiais escolares aos educandos que incluía caderno quadriculado e lápis de cor verde para as unidades, azul para as dezenas e vermelho para as centenas.



Nº do Turno de Fala	Turno de fala	Protocolo de interação oral
144	Eduardo	Vamos ver a última conta de subtração: oitocentos e cinquenta e quatro menos vinte e seis.
145	Pesq.	Essa aqui?
146	Eduardo	Quatro com, quatro menos seis, eu não posso <i>gastar</i> quatro porque eu não tenho...
147	Pesq.	Cê não pode <i>gastar</i> seis porque você só tem quatro.
148	Eduardo	Não posso <i>gastar</i> seis porque eu só tenho quatro. Aí, que que eu fiz, peguei o um daqui do cinco
149	Pesq.	Ah-hã.
150	Eduardo	Risquei o cinco e coloquei o quatro em cima e fiz uma bolinha. E pus o um aqui. Aí ficou catorze.
151	Pesq.	Isso.
152	Eduardo	Catorze menos seis, é assim?
153	Pesq.	Isso.
154	Eduardo	Catorze menos seis, fica oito?
155	Pesq.	Ah-hã.
156	Eduardo	Catorze menos seis... Catorze menos seis fica oito. Né? Aqui, coloquei, risquei o cinco, coloquei quatro. Quatro menos dois, quatro menos dois, dá dois. Eu tinha nove, tenho zero, não posso...

No turno de fala 147, Eduardo mais uma vez se confunde na formulação da operação a ser executada, o que já havia acontecido anteriormente várias vezes ao longo da entrevista e se corrige em seguida, demonstrando um processo de autorregulação, por intermédio de uma ação de ajuste. Esse ajuste parece ser mediado, como se pode observar, no turno de fala 146, pela relação estabelecida pelo educando entre o verbo “gastar” e o conceito de subtração, o que já havia acontecido com Paulo Ricardo na seção 4.12. A partir desse momento, ainda que pedindo nossa confirmação acerca da formulação da sentença e do resultado da operação de subtração, nos turnos de fala 153, 155 e 157, ele se refere à operação de subtração.

4.13.2 Crenças e intuições acerca da Matemática

Humberto tinha 36 anos no dia 26 de junho de 2012, quando foi realizada a entrevista semiestruturada. Cursava a 3ª série. Nasceu em Mangas, Minas Gerais. Veio para Brasília tirar a carteira de motorista e buscar uma oportunidade de emprego e aqui ficou. Morava em zona rural e ingressou na escola com aproximadamente dez anos de idade. As constantes mudanças da família, a distância das escolas e o trabalho precoce foram fatores que o levaram a interromper seus estudos. Cursou a primeira série e estudou a segunda série por

dois meses. Só retornou à escola no início do ano de 2012, por insistência das filhas que o incentivaram a voltar a estudar depois de 20 e poucos anos fora da escola. Outro fator determinante foi a abertura de um negócio de família há cinco anos: a produção e venda de biscoitos. Da matemática escolar anterior, tem poucas lembranças que foram resgatadas quanto retomou os estudos. Contou que sempre teve facilidade para aprender Matemática. Vê no estudo uma possibilidade de não ter de depender das outras pessoas para ler e escrever. Antes de sua ocupação atual trabalhou na roça com trator, foi lavador de carros, auxiliar de limpeza e mecânico. Na sua ocupação atual usa a matemática para fazer contas, registrar e dar baixa na carteira de trabalho de seus funcionários, ir ao mercado, fazer compras e realizar transações bancárias. Relata que a esposa e as filhas ajudaram-no quando precisava usar a Matemática. A renda obtida com a fabricação e venda de biscoito proporcionou à família a compra de quatro lotes (terrenos) no Itapoã, DF.

A entrevista clínica aconteceu no dia 02 de julho de 2012, na sala dos professores da Escola B, que possui duas antessalas, em uma das quais nos acomodamos. A entrevista ocorreu antes do início das aulas do período noturno no qual Humberto encontra-se matriculado na 3ª série da EJA.

Quando solicitado a escrever em uma folha de papel em branco o que ele sabe de Matemática, Humberto escreve:



The image shows a close-up of a piece of white paper with handwritten text in black ink. The text is written in a cursive, somewhat informal style. It consists of three parts: the word 'mais' (more) on the left, followed by a plus sign '+', then the word 'multiplicação' (multiplication) in the middle, and the word 'divisão' (division) on the right. The handwriting is slightly slanted and the ink is dark.

Observamos que ele não escreve adição e sim o sinal de mais. Humberto realiza corretamente as contas que diz saber, o que denota um conhecimento sobre o próprio conhecimento. Constatamos que, a princípio, saber Matemática para o entrevistado é saber realizar operações aritméticas, mais precisamente, reproduzir os algoritmos impostos nos contextos escolares. Vemos aí o papel das crenças e intuições, um elemento da metacognição, influenciando o comportamento matemático do nosso sujeito.

4.13.3 Autorregulação

Marcelo tinha 48 anos na data de realização da entrevista semiestruturada, no segundo semestre de 2011. Cursava a 3ª série. Nasceu em Fortaleza, Ceará. Trabalhou em Fortaleza, Ceará como ajudante de mascate, vendendo roupas na

rua, em uma mercearia pesando e vendo suprimentos, em oficina mecânica e como cobrador de ônibus. Em Brasília trabalhou como motorista particular. Estudou pouco na infância, pois perdeu os pais cedo. Aos 16 anos voltou a estudar. Concluiu a 3ª série do Ensino Fundamental. Interrompeu os estudos para vir para Brasília. Retomou os estudos em 2011, estudando na EJA no período da manhã, pois trabalhava à noite. Ao longo da entrevista semiestruturada Marcelo afirmou usar a Matemática no seu trabalho atual de motorista de ônibus para registrar o número de quilômetros rodados. Apesar de ter exercido várias ocupações que demandavam o uso da Matemática, atribuiu seus conhecimentos matemáticos unicamente ao aprendizado escolar.

Na aula do dia 22 de novembro de 2011, a educadora Fernanda introduziu a divisão. Em seguida, a professora passou três problemas do livro para os educandos responderem. Trazemos aqui a explicitação da resposta do Sr. Marcelo ao primeiro problema: “Comprei um pote de quinze quilos de doce de leite. Quantos recipientes menores serão necessários para distribuição de doce de leite de três em três quilos?”

Nº do Turno de Fala	Turno de fala	Protocolo de interação oral	Observações
13	Marcelo	Aqui ó, quantos recipientes menores serão necessários para distribuição de doce de três em três quilos, eu tava fazendo aqui, resumindo, quinze quilos, né? Eu tava fazendo o seguinte, eu tava três vasilha de cinco quilos...	Marcelo refere-se ao problema: “Comprei um pote de quinze quilos de doce de leite. Quantos recipientes menores serão necessários para distribuição de doce de leite de três em três quilos?”
14	Pesq.	Não, mas é de três	Pesquisadora chama atenção ao fato de que o doce será distribuído de três em três quilos.
15	Marcelo	É de três em três, né? Hum... De três em três, né? Então três, seis, nove. Três, seis, nove, dez, doze. Cinco! Cinco de três.	
16	Pesq.	Cinco...	
17	Marcelo	Potes de três quilos	
18	Pesq.	... Recipientes de três quilos	
19	Marcelo	Em cada um três quilos. Cada um pega três quilos. Três, seis, nove, dez, são três, né? Três, seis, nove, dez, não! Três, seis, nove, doze, quinze, quilos, são quinze de três quilos, não é isso? Aí anota aqui?	

Intervimos no turno de fala 14, apontando ao sujeito que não são três vasilhas de cinco quilos e sim um tanto de doce distribuído de três em três quilos. O conceito

subjacente à formulação do problema é a divisão como medida, que exige o cálculo de “quantos cabem dentro de”. Na primeira e segunda tentativas, no turno de fala 15, o sujeito tenta contar em uma sequência de três em três, mas não é bem-sucedido. No turno de fala 19, o sujeito recorre a uma sequência numérica multiplicativa e chega ao resultado correto, embora errando nas duas primeiras tentativas na contagem de três em três. Depois conclui erroneamente que são quinze (recipientes) de três quilos. O sujeito faz uma operação de controle e ajuste ao constatar que em sua contagem ele não chega ao número quinze. Mesmo resolvendo o problema de forma incorreta, apresenta um processo de autorregulação.

5. CONTRIBUIÇÕES QUE A ANÁLISE DOS PROTOCOLOS INSPIROU

A origem dos conhecimentos matemáticos no contexto da EJA é híbrida. É mesclada pelas experiências de vida em suas diversas dimensões, com destaque especial para o mundo do trabalho e para as passagens anteriores pela escola.

Os conhecimentos matemáticos da cultura extraescolar ainda têm pouco espaço e valor no contexto escolar como consequência do contrato didático vigente segundo o qual: fazer Matemática é fazer conta.

Vemos aqui a influência da concepção bancária de educação de Freire (1987), na qual o educando deprecia seu conhecimento, percebendo-se destituído de saber, como consequência de um ensino tradicional, centrado nos produtos, negligenciando os processos de produção de conhecimento e aprendizagem, e de um contrato didático segundo o qual só existe espaço para os conhecimentos da cultura escolar. Em consequência, “o próprio aluno se impõe uma obrigação de despir-se do conhecimento adquirido em outras atividades de sua vida social por julgá-lo menos “correto” ou inconciliável com o saber em sua formatação escolar” (FONSECA, 2007, p. 30).

A interação pesquisadora/educadora-pesquisado durante a investigação de conhecimentos em ação, na qual foram propostas situações/tarefas matemáticas, favoreceu a consideração da situação pelo entrevistado como sendo didática, mobilizando consequentemente esquemas pertinentes ao contexto da cultura escolar.

Na tentativa de romper com a influência do contrato didático no âmbito da pesquisa, apresentamos aos educandos, no primeiro estudo, uma folha de papel em branco e dizia “Gostaria que você escrevesse aqui o que você sabe de Matemática” (FÁVERO; SOARES, 2002) como variação à proposição de tarefas. Ainda assim, o fato de a entrevista ser realizada em contexto escolar favoreceu nos educandos a percepção de que se tratava de uma continuação do espaço da sala de aula, reforçada pela solicitação por parte da pesquisadora/educadora de mobilização de conhecimentos matemáticos em forma de registro escrito, em contraposição a conhecimentos matemáticos orais, mais próprios da cultura extraescolar.

Os conhecimentos matemáticos escolares restringiram-se às situações aritméticas com números naturais. A geometria, as grandezas e medidas, os

números racionais não foram trabalhados nas turmas pesquisadas do primeiro segmento da EJA, mais especificamente, as de 1ª e 3ª séries.

No que concerne à metacognição, alguns de nossos sujeitos, jovens e adultos em início de processo de escolarização, foram capazes de explicitar o que sabiam e o que não sabiam. Ademais, concordamos com Vergnaud (1990, 2009b) quando o autor se refere à explicitação como a ponta do *iceberg* da conceitualização, ou seja, os educandos possivelmente fazem e sabem muito mais do que conseguem ou desejam expressar por meio da linguagem; fazem uso de autorregulação e são influenciados por suas crenças e intuições acerca da Matemática.

Apresentamos a seguir duas situações vivenciadas em sala de aula ao longo da pesquisa. A primeira ilustra um exemplo em que a educadora não considerou o conhecimento da educanda, na segunda situação deu-se o inverso.

Nas aulas dos dias 17/10/2011 e 24/10/2011, as alunas da Escola A recortam e colam figuras de itens encarte de supermercado no caderno de rascunho obedecendo à classificação: produtos de higiene e limpeza, frutas e verduras e produtos gerais, organizando uma lista de compras. Essa atividade foi sugerida à educadora pela pesquisadora. Os valores totais das compras que constam do impresso são computados com auxílio de calculadoras eletrônicas disponibilizadas às educandas. Durante a atividade, Francisca (empregada doméstica), que não é sujeito da pesquisa, viola o contrato didático e calcula os valores sem considerar os centavos exatos, usando uma estratégia de arredondamento. A professora, ao se dar conta da situação, corrige a aluna.

Educadora *Arredondou né Francisca? Você botou 5 e 20, mas é 5 e 18.*

Francisca *Então...*

Educadora *Tem que ser calculado os centavos certinho.*

O arredondamento dos decimais é uma estratégia cognitiva que favorece o cálculo mental. Fantinato (2004) contextualiza o arredondamento em situações de compra no mercado

A necessidade de estimar antes de pagar parece vir de uma organização doméstica com papel moeda, na qual o arredondamento para o próximo valor inteiro superior, *calculando exagerado*²³ – de acordo com as palavras de um educando – serve a dois propósitos inter-relacionados: avaliar o montante a ser pago pelas compras e não passar *vergonha no caixa*, ou seja, evitar a situação constrangedora de não se ter dinheiro suficiente para o pagamento das mesmas. (p. 119).

²³ Grifos da autora

A postura da educadora provavelmente reflete um cuidado em realizar aquilo que acordamos. No entanto, perdemos uma excelente oportunidade de discutir a necessidade ou não de resultados exatos

A educadora Fernanda da Escola 2 teve uma postura diferente diante dos conhecimentos mobilizados pela educandas Zoé e Amanda (não foi definida como sujeito da pesquisa) durante a aula do dia 22 de novembro de 2011 em que introduzia o conceito de divisão.

A aluna Zoé propôs uma questão relativa à sua atividade econômica, venda de panos de prato e lucro com a venda. A professora Fernanda traduz a questão no seguinte problema: “Zoé comprou um pacote de panos de prato com doze (unidades) por pacote. Quanto custou cada pano de prato, sabendo que o pacote custou R\$ 25,00?”. Em seguida a professora passa três problemas do livro para os educandos responderem em duplas.

Zoé tinha 46 anos na data da entrevista semiestruturada realizada no segundo semestre de 2011. É proveniente de uma cidade do interior da Bahia. Veio com 17 anos para o Distrito Federal, escondida dos pais, com intenção de estudar e trabalhar para ter a sua independência: “porque eu tinha vontade de ter assim uma liberdade”. Trabalhou inicialmente como doméstica e depois passou a vender joias semipreciosas, roupas. Também trabalhou em casa e em um salão como manicure. Voltou a estudar depois que os filhos atingiram a adolescência e a juventude. Interrompeu os estudos por diversas vezes, devido à dificuldade de conciliar estudo e trabalho. Acha importante estudar para não depender de outras pessoas para pegar ônibus, fazer transações bancárias. Deseja ensinar na Escola Dominical. Começou a estudar aos dez anos de idade. Morava na roça e ia à escola a pé. Frequentava as aulas duas a três vezes por semana devido à distância entre a escola e sua moradia. Lá aprendeu a assinar seu nome. Sintetiza o seu aprendizado de Matemática na Escola B: “... já estudei o que, dezena, centena, estudei os problema que a professora tá passando, os números, como foi surgido os números, né, aqueles números que a professora já ensinou”. Outro aprendizado foi o registro das contas em lápis e papel. No trabalho com vendas a aluna destaca o uso de Matemática: “Por exemplo, nas compras, né, nas coisas que eu vendia. Eu anotava o nome dela, quando era o dia deu recebê, eu, ou eu levava a calculadora, ou então levava o papel, né? Levava o papel, aí eu fiquei lá, as vezes ela me dava 100 reais, eu anotava, né, pago 100 reais, ficou devendo tanto”. No cálculo do lucro obtido das

vendas ela menciona o cálculo mental e o uso dos dedos. Utiliza o cálculo mental em situações de compras de mercado para conferir o troco.

Aqui temos duas situações em que os conhecimentos matemáticos das educandas são trazidos à aula. É importante ressaltar que as alunas se sentem à vontade para intervir apresentando suas questões. A professora tem uma postura receptiva para com as questões levantadas pelas alunas Zoé e Amanda. No primeiro caso, a professora transforma a questão da Zoé em um problema de divisão. No segundo, Amanda resolve a conta por cálculo mental e de uma maneira diferente da ensinada pela professora que é o algoritmo escolar. Amanda apresenta um procedimento alternativo para a divisão, mas o desconsiderou por ser um processo diferente do explicado pela professora, ainda que obtendo o mesmo resultado. Deprecia o próprio conhecimento ao afirmar: *“mas tá errado, né?”*. A professora reconhece que a educanda resolveu a conta por cálculo mental. O procedimento que Amanda adotou é explicitado, validado e institucionalizado pela professora ao mesmo tempo em que reconhece que os resultados são os mesmos do procedimento escolar. No penúltimo turno de fala Amanda se reconhece no procedimento explicitado pela professora dirigido aos demais colegas de turma ao afirmar: *“É, exato, é”*.

- Fernanda** 248 divido por 2, dá quanto?
Educandas/os Educandas /os e educadora falam “124” quase ao mesmo tempo.
Fernanda 124 bolas pra cada caixa.
Amanda Agora, professora eu um pouco (inaudível) direto, porque eu já sabia que 24 dá 12. Aí o 4, eu faço direto, mas tá errado, né?
Fernanda É, na sistemática você tem que fazer número por número.
Amanda Número por número, né?
Fernanda É, na cabeça você faz rápido porque você vai dividindo, né?! 12 vai fazendo simplificado. Mas na sistemática dá a mesma coisa porque você ia colocar o 12 aqui, né, entendeu? Dá no mesmo. Você coloca o 12 aqui, 12 vezes 2: 24. A Amanda tá fazendo o seguinte: a Amanda tá falando o seguinte que ela já multiplicaria direto, ó: 248 dividido por 2 então ela já ia pegar o 24 porque ela sabe que 12 vezes 2 dá 24, então 24 menos 24 daria... não é isso Amanda?
Amanda É, exato, é.
Fernanda Né?! Entendeu? Mas na sistemática a gente divide um número individual. Só vai chegar dois, se esse número for menor que esse, tá?

No caso da aluna Amanda, encontramos semelhanças com algumas etapas da sequência didática na qual Muniz (2009a, p. 49-50) cita Brousseau (1998):

A aluna interpreta a situação mobilizando seus conhecimentos matemáticos e aplicando-os ao conteúdo introduzido pela professora sobre divisão. Identifica um procedimento para a solução do cálculo diferente da que está sendo apresentada pela professora. Encontra o mesmo resultado que a aplicação do algoritmo escolar.

A professora institucionaliza do procedimento da aluna Amanda, articulando-o com o algoritmo escolar.

Santos (2007), com base em uma pesquisa realizada numa turma de 1º segmento da Educação de Jovens e Adultos (EJA) em Brazlândia-DF, relaciona alguns fatores facilitadores da permanência dos educandos na EJA. São esses: (1) o processo de dessilenciamento²⁴ promovido pela mediação do professor; (2) o letramento que promove uma leitura ampliada da realidade e que não se restringe ao aprendizado da leitura e do cálculo; (3) o espaço privilegiado para a oralidade e os diálogos entre professor-educando, educando-educando; (4) a compreensão dos educandos de que eles são ao mesmo tempo aprendizes e “ensinantes”, o que contribui para a elevação da autoestima deles; (5) a crença da professora e seu estímulo para que o educando acredite que ele é capaz; (6) o acolhimento da escola à família do educando.

A diversidade entre a existência de experiências escolares anteriores ou não e a natureza dessas experiências, a faixa etária, a origem geográfica, o sexo, a trajetória ocupacional, dentre outros, traz desafios ao trabalho do educador. Essa diversidade, contudo, enriquece o trabalho pedagógico, pois “não representa um *déficit* de um grupo em relação ao padrão legitimado, mas uma riqueza a ser valorizada (MONTEIRO, 2004, p. 438).

Para superar as contradições entre Matemática oral e escrita, uma atividade propiciadora de expressão metacognitiva é pedir aos educandos que descrevam em um texto escrito, passo a passo, como resolveram um problema matemático e justificariam os procedimentos adotados. Para aqueles que ainda não estão familiarizados com o uso da linguagem materna, o educador faria o registro em cartazes exposto aos demais educandos em sala de aula, e o autor explicaria, oralmente, as etapas da resolução de problemas e justificaria os procedimentos adotados (TOLEDO, 2003).

Freire (1987) e Reis et al. (2014) destacam a importância de os educandos visualizarem, desde o início do processo de alfabetização, suas próprias palavras transcritas em forma de código linguístico.

²⁴ Para Reis (2000) o dessilenciamento só ocorre se o outro sentir-se reconhecido, acolhido, escutado, ouvido, compreendido, respondido, envolvido pela “amorosidade”, ou seja, pela capacidade de acolher, escutar/ouvir/pensando o outro e responder/falar/pensando, elaborando e reelaborando o que ouve e sente, ao mesmo tempo em que se leva em consideração o outro que ouve/escuta.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O que buscamos é a ampliação do repertório das estratégias de resolução de problemas e o uso de processos metacognitivos de solução de problemas, os quais englobam o conhecimento que o sujeito tem de seus próprios processos de pensamento. Assim, diante de uma situação-problema, na qual o educando constrói significados, este irá mobilizar para escolher, entre os variados conhecimentos matemáticos de que dispõe, os que lhe parecerão mais adequados. Ele terá que avaliar se deverá produzir de forma heteronômica, para responder às expectativas do educador, ou se poderá produzir de maneira autônoma, sustentada pelos seus próprios processos argumentativos e de validação.

Reputamos como uma das principais contribuições desta pesquisa a constatação de que a mobilização dos conhecimentos matemáticos de jovens e adultos tem influência do seu locus de produção, da natureza do conhecimento requerido pela situação e do contrato didático estabelecido entre educador, pesquisador e educandos. Isso nos revela um contexto tanto psicológico e cultural extremamente complexo quanto rico. A pesquisa traduz um espaço necessário e desejável de análise e compreensão, com suas implicações pedagógicas, não só para o educador como também para o pesquisador.

Levar tarefas a serem executadas ou questionar os conhecimentos matemáticos dos educandos dentro de um espaço de ensino-aprendizagem reforçou a visão, verdadeira, de que a pesquisadora era igualmente uma educadora.

Isto fez com que os sujeitos participantes produzissem e justificassem seus procedimentos voltados ao educador, para satisfazer um determinado contrato didático que estava presente no imaginário escolar dos produtores no intuito de satisfazer o educador/pesquisador. Houve uma busca de aprovação e a expectativa, por parte dos educandos, de apresentar a resposta que consideravam como sendo a esperada por parte do educador/pesquisador.

A identificação da pesquisadora como de educadora mobilizou o contrato didático, estabelecido pelo professor, das turmas investigadas, além de trazer à tona as crenças e intuições dos sujeitos sobre o que é e como fazer Matemática. Assim, o argumento de autoridade do conhecimento da cultura escolar prevaleceu no ambiente de investigação.

Brousseau (1996, citado por PAIS, 2001) relaciona um conjunto de efeitos didáticos situados que podem comprometer uma aprendizagem escolar satisfatória. No nosso estudo, transpomos o “efeito topázio” para a atuação da pesquisadora. No efeito topázio, o pesquisador ou professor antecipa ou induz a resposta ao pesquisado, na expectativa de que o momento de pesquisa seja também um momento de aprendizagem. É assim que o contexto de aprendizagem e o de investigação se fundem, tornando o processo de análise mais complexo.

À medida que o sujeito, proveniente das camadas populares, constitui-se na vida, dentro e fora da escola, em um progressivo processo de silenciamento (FREIRE, 1987; REIS, 2011), por considerar que o seu saber não tem valor no espaço intramuros das escolas e da academia, seus conhecimentos extraescolares não aparecem, na maior parte dos casos, nesta pesquisa. O respeito ao contrato didático, na maior parte das vezes implícito, parece-nos refletir a tentativa de o sujeito adequar-se às regras do contexto escolar e ali obter sucesso.

Para Knijnik (1995), tanto a Matemática popular quanto a acadêmica apresentam limitações. Essa autora propõe uma articulação entre essas modalidades da Matemática, mesmo reconhecendo que essa proposta enfrenta limites e dificuldades tanto teóricas quanto práticas. Uma possibilidade, relatada por Knijnik (1995), é o abandono das estratégias espontâneas em face da constatação de suas limitações e a adoção dos conhecimentos acadêmicos, antes que esses últimos sejam examinados criticamente.

Na presente tese em que houve forte caracterização do ambiente escolar na realização das tarefas propostas, evidenciamos uma predominância do poder dos contratos didáticos na prescrição dos padrões de produção matemática.

A “Abordagem Etnomatemática” consiste na investigação da produção cultural relativamente à matemática, de um grupo social ao qual é negado o acesso aos bens produzidos historicamente por toda a humanidade

com o objetivo de que o grupo interprete e decodifique o seu conhecimento, adquira o conhecimento produzido pela Matemática acadêmica e estabeleça comparações entre o seu conhecimento e o conhecimento acadêmico, analisando as relações de poder envolvidas no uso destes dois saberes” (KNIJNIK, 1996, p. 88).

Concordamos com Knijnik (1996) que o caminho parece ser o confronto de saberes acadêmicos e práticos quando aplicados a contextos específicos para a avaliação crítica de suas vantagens e desvantagens. Não é suficiente permanecer

no resgate dos conhecimentos matemáticos das culturas extraescolares, pois, dessa maneira, estamos alijando os educandos jovens e adultos do conhecimento que vem sendo acumulado historicamente pelos homens para os homens e que tem valor social em relação à escolarização, ao acesso e à permanência no emprego, à produção e sistematização de novos conhecimentos e outros bens econômicos, sociais e culturais.

Tivemos dificuldades na realização das entrevistas clínicas nas duas escolas públicas pesquisadas. No segundo estudo, a dificuldade era entrevistar o sujeito durante a aula, logo depois da sua produção, concorrendo com o desenvolvimento da aula, ao gerar uma conversa paralela, podendo desviar a atenção da aula, por parte do sujeito e de outros educandos.

A outra opção, também acompanhada de dificuldade era retomar o procedimento de resolução de problema com o sujeito, depois da aula ou no dia seguinte, antes ou depois da aula, para esclarecer, apoiado nos protocolos produzidos pelo sujeito, as nossas inferências, o que requeria disponibilidade de tempo do sujeito que já chegava à escola diretamente do trabalho e retornava para casa à noite, tendo que trabalhar no dia seguinte.

A essa última dificuldade, acresceu-se a falta de um local adequado para a condução da entrevista, levando-se em conta a já conhecida carência de espaços na escola. As entrevistas do segundo estudo, realizadas fora da sala de aula, tiveram lugar em uma antessala da sala dos professores na escola B. Esse ambiente, exclusivo dos professores, pode ter intimidado os alunos, inibindo suas respostas.

A pesquisadora ao se debruçar sobre a produção oral ou gráfica do aluno tem um momento privilegiado de esforço e dedicação em função da pesquisa, que o educador de jovens e adultos não dispõe. Assim, muitas das vezes o conhecimento matemático acaba não sendo revelado e fica na ordem do implícito. E o que fica na ordem do implícito não é levado em conta na dimensão pedagógica.

É preciso escutar com respeito e acolher as hipóteses formuladas pelos alunos, além de respeitar sua autonomia intelectual (PICONEZ, 2007), o que requer do professor uma atitude de compreensão e interpretação a partir do ponto de vista das produções matemáticas do educando. É igualmente importante que o professor da EJA esteja imbuído dessa perspectiva de que um conhecimento não deve sobrepor ao outro, mas que cada professor alfabetizador, na qualidade de educador matemático, deve levar em consideração que existe sempre uma coexistência entre

conhecimentos de diferentes fontes socioculturais, cada uma com um valor específico e rico para a constituição do ser matemático que é nosso educando.

Caso esse saber não seja reconhecido nem legitimado pela escola, isso pode fazer com que “este adulto se desaproprie do que sabe e não se aproprie de novos saberes” (MUNIZ; DIAS, 2005, p. 10), “abrindo mão do pensamento autônomo e criativo” (MUNIZ, 2008, p. 164), o que pode gerar uma baixa autoestima como referido no capítulo inicial.

Um papel importante da mediação do professor é estimular o registro dos procedimentos utilizados com a finalidade de produzir uma solução mediante representações numéricas e gráficas. Ocorre que muitos jovens e adultos resolvem situações-problema utilizando cálculo mental e têm dificuldade de “colocar no papel” o que fizeram “de cabeça”. Isto se dá, em parte, porque esses mesmos sujeitos não têm consciência de seus processos mentais. Cabe ao professor e ou pesquisador questioná-los sobre esse processo de resolução de problemas, pois na verbalização dos procedimentos adotados aparecem lacunas que podem ser esclarecidas e ocorre uma conscientização das maneiras de operar mentalmente por meio de sua explicitação. O conhecimento explicitado, um “metaconhecimento”, pode ser compartilhado, discutido, questionado e validado socialmente (MOREIRA, 2002; MUNIZ, 2009a).

Vemos, entretanto, que não devemos nos restringir à identificação e à institucionalização dos conhecimentos matemáticos. É necessário capacitar nossos alunos para enfrentar situações novas e desconhecidas, sendo este um importante desafio da ação didática desenvolvida pelo educador. Se as competências-em-ação (VERGNAUD, 2009a) são consideradas respostas aos desafios colocados pelas situações (problemas) que enfrentamos dentro e fora da escola, quanto maior for a variedade de situações encontradas ou propostas pelo professor ou pela vida, tanto maiores serão as chances de desenvolvimento de conceitos mais gerais e cada vez mais complexos, constituindo-se em sistemas conceituais. O conceito, assim concebido na sua relação com os demais, amplia os limites de sua validade e a generalização dos teoremas implícitos na ação a várias outras situações possíveis.

Para promover o desenvolvimento conceitual e permitir aos nossos alunos o acesso ao saber historicamente acumulado pela humanidade que eles vêm buscar na escola, precisamos proporcionar situações desafiadoras que gerem

desestabilização de ordem social e cognitiva e que possibilitem a aquisição e construção de novos conceitos.

Essa desestabilização deve ser acompanhada da crença do sujeito, em sua capacidade de superar desafios, gerar novas aprendizagens, de produzir criativamente seus procedimentos resolutivos e seus respectivos registros, de sua capacidade de argumentar, de convencer, de seduzir cognitivamente e politicamente os outros, em sua potencialidade em gerar novos conhecimentos e ampliar horizontes do saber. E isso é mais importante que a própria assimilação de conteúdos na escola, pois está atrelado ao despertar, em cada sujeito, da possibilidade de ampliar seus limites, num processo denominado por Reis (2011) de dessilenciamento, que é muito mais atitudinal que verbal.

Diante dos resultados obtidos, somos instados a novos questionamentos que não puderam ser esclarecidos no escopo desta pesquisa: (a) o que são conhecimentos matemáticos no contexto da EJA? (b) é possível determinar sua origem? (c) em que contexto eles se revelam? (d) quando eles se revelam? (e) como eles se revelam? (f) qual o conteúdo, natureza, lógica e valores dos conhecimentos matemáticos de jovens e adultos? (g) em quais espaços escolares os educandos jovens e adultos têm oportunidade de explicitar seus conhecimentos matemáticos? (h) como identificar indícios de mudança conceitual? (i) como acompanhar como seu processamento, conteúdo, direção e significado? (j) a coexistência entre conhecimentos da cultura escolar e extraescolar seria mais facilmente compreendida se realizássemos um estudo com o mesmo sujeito conduzido simultaneamente no ambiente escolar e extraescolar? (k) quais são as implicações educacionais do estudo dos conhecimentos matemáticos produzidos na cultura escolar e extraescolar? (l) um estudo longitudinal, por via da análise microgenética, favoreceria a compreensão do desenvolvimento conceitual? (m) como conduzir estudos sobre campos conceituais não abordados nesta pesquisa: geometria, grandezas e medidas, tratamento da informação, números racionais? (n) uma pesquisa de natureza colaborativa seria mais propícia ao estudo dos conhecimentos matemáticos?

REFERÊNCIAS

- ACIOLY-RÉGNIER, N. A justa medida: um estudo sobre as competências matemáticas de trabalhadores da cana-de-açúcar no domínio da medida. In: A. Schliemann, D. Carraher, A. Spinillo, L. Meira, J. Falcão, N. Acioly-Régnier. *Estudos em Psicologia da Educação Matemática*. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997.
- BRASIL, *LEI n.º 9394*, de 20.12.96, Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 06 dez 2013.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais : matemática /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 19 jun 2013.
- BROSSEAU, G. *Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. São Paulo: Ática, 2008.
- CABRAL, V.R.S. *Relações entre conhecimentos matemáticos escolares e conhecimentos do cotidiano forjadas na constituição de práticas de numeramento na sala de aula da EJA*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.
- CALAZANS, A.M. *A Matemática na alfabetização: o pensar e o fazer numa prática dialógica*. Porto Alegre: Kuarup, 1996.
- CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez, 1995.
- CARRAHER, T.N. *O método clínico: usando os exames de Piaget*. São Paulo: Cortez, 1989.
- CARRAHER, T.N. Passando da planta para a construção: um trabalho de mestres. In: T. Carraher; D. Carraher; A. Schliemann. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez, 1995.
- CARRAHER, T.N.; SCHLIEMANN, A.D. Álgebra na feira? In: T. Carraher; D. Carraher; A. Schliemann. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez, 1995.
- CHEVALLARD, Y; BOSCH, M; GASCÓN, J. *Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: ARTMED, 2001.
- D'AMBROSIO, U. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- FANTINATO, M. C. de C. B.. A construção de saberes matemáticos entre jovens e adultos do Morro de São Carlos. *Revista Brasileira de Educação*, n.27, pp. 109-124, 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a07.pdf>. Acesso em: 14 jan. 2010.

FÁVERO, M.H.; SOARES, Maria Tereza C. Iniciação escolar e a notação numérica: uma questão para o estudo do desenvolvimento adulto. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 2002, v.18, n.1, p. 43-50. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ptp/v18n1/a06v18n1.pdf>. Acesso em: 11 jun. 2008.

FÁVERO, M. H. *Psicologia do conhecimento: subsídios de psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e aprender*. Brasília: Editora UnB, 2005.

FÁVERO, M.H. As funções das regulações cognitivas e metacognitivas na prática de atividades complexas do adulto: questões e propostas para um ensaio conclusivo. In: GUIMARÃES, S.R.K., STOLTZ, T. (Orgs.). *Tomada de consciência e conhecimento metacognitivo*. Curitiba: Editora UFPR, 2008.

FERREIRA, A.R.; FONSECA, M.C.F.R. *Tensões entre conhecimentos matemáticos cotidianos e escolares em uma turma de Ensino Médio da Educação de Pessoas Jovens e Adultas*. In: XII EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2008, Rio Claro – SP. *Anais do XII EBRAPEM*, 2008.

FERREIRO, E. *Reflexões sobre alfabetização*. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1988.

FLAVELL, J.H.; MILLER, P.H; MILLER, S.A. *Desenvolvimento cognitivo*. Porto Alegre : Artes Médicas Sul Ltda, 1999.

FONSECA, M. da C. F. R. *Educação de jovens e adultos: especificidades, desafios e contribuições*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FREITAS, J.L.M de. Situações didáticas. In: FRANCHI, A. et al. *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 2002. p. 65-87.

GÁLVEZ, G. A didática da Matemática. In: PARRA, C.; SAIZ, I. *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GEERTZ, C. *A interpretação das culturas*. Rio de Janeiro: LTC, 1989.

GENPEX. Grupo de Ensino, Pesquisa e Extensão em Educação Popular e Estudos Filosóficos e Histórico Culturais. *Documento Base*, Universidade de Brasília, 2000.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). *Censo Demográfico 2010: Educação e Deslocamento - resultados da amostra*. Rio de Janeiro: IBGE, 2010.

JORDAN, B.; HENDERSON, A. Interaction analysis: foundations and practice. *Journal of the Learning Sciences*, v.4, n.1, p. 39–103, 1995.

KAMII, C. *A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para atuação junto a escolares de 4 a 6 anos*. Campinas, SP: Papirus, 1992, p. 103-124.

KAMMI, C. *Aritmética: novas perspectivas – implicações para a teoria de Piaget*. Campinas: Papirus, 1977.

KNIJNIK, G. Algumas dimensões do alfabetismo matemático e suas implicações curriculares. In: FONSECA, M.C.F.R (Org.). *Letramento no Brasil: habilidades matemáticas: reflexões a partir do INAF 2002*. São Paulo: Global: Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação: Instituto Paulo Montenegro, 2004.

KNIJNIK, G. *Exclusão e resistência: Educação matemática e legitimidade cultural*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

KNIJNIK, G. O popular e o legítimo na Educação Matemática de jovens e adultos. In: MEC/SEC. *Jornada de reflexão e capacitação sobre a Matemática na Educação Básica de jovens e adultos*. Brasília, DF, 1995.

LAVELLI, M.; PANTOJA; A. P. F.; HSU, H.; MESSINGER, D.; FOGEL, A. Using microgenetic designs to study change processes. In: TETI, D.M. (Ed.), *Handbook of research methods in developmental science*. Oxford: Blackwell, 2005, p. 40–65.

MAGINA, S., CAMPOS, T.M.M, NUNES, T. & GITIRANA, V. *Repensando adição e subtração: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. São Paulo: PROEM, 2001.

MEIRA, L. Análise microgenética e videografia: ferramentas de pesquisa em Psicologia Cognitiva. *Temas em Psicologia*, v. 3, p. 59-71, 1994.

MEIRA, L. O “mundo real” e o dia-a-dia no ensino de matemática. *A Educação Matemática em Revista*, v.1, n.2, p. 19-27, 1993.

MONTEIRO, A. A etnomatemática em cenários de escolarização: alguns elementos de reflexão. In: KNIJNIK, Gelsa; WANDERER, Fernanda; OLIVEIRA, Cláudio José de. (Org.) *Etnomatemática: currículo e formação de professores*. 2. ed. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004. v.1, p. 432-446.

MOREIRA, M.A. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de Ciências e a pesquisa nesta área. *Investigações em Ensino de Ciências*, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf. Acesso em: 18 jan. 2010.

MST. *Alfabetização de jovens e adultos: Educação Matemática*. Caderno de Educação n. 5, 1997.

MUNIZ, C. A. A produção das notações matemáticas e seu significado. In: FÁVERO, M.H.; CUNHA, C. (Orgs.). *Psicologia do conhecimento: o diálogo entre as ciências e a cidadania*. Brasília: UNESCO, Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília, Líber Livro Editora, 2009b.

MUNIZ, C. A. Mediação e conhecimento matemático. In: TACCA, M.C.V.R. (Org.). *Aprendizagem e trabalho pedagógico*. Campinas: Alínea, 2008.

MUNIZ, C.A. O conceito de “esquema” para um novo olhar pra a produção matemática na escola: as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. In: BITTAR, M.; MUNIZ, C.A. *Aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais*. Curitiba: CRV, 2009a.

MUNIZ, C.A. *Teoria das situações didáticas*. No prelo.

MUNIZ, C. A.; DIAS, Yesmin C. (Re)educação matemática: a mediação pedagógica na Educação de Jovens e Adultos. In: 57a SBPC, 2005, Fortaleza. *Anais da 57a SBPC*. Fortaleza : SBPC, v.1, p. 1-14, 2005.

NUNES, T., BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T., CAMPOS, T.M.M., MAGINA, S., BRYANT, P. *Introdução à educação matemática*. Os números e as operações numéricas, São Paulo: PROEM, 2001.

NUNES, T.; SCHLIEMANN, A.D.; CARRAHER, D.W. *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. Jovens e adultos como sujeitos de conhecimento e aprendizagem. *Revista Brasileira de Educação*. São Paulo, n.12, p. 59-72, 1999.

PAIS, L.C. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

PASTRÉ, P. Variations sur le développement des adultes et leurs représentations. *Éducation Permanente*, 119, p.33-63, 1994.

PICONEZ, Stela C. Bertholo (Coord.). A reconstrução dos conhecimentos na educação escolar de jovens e adultos e a organização do trabalho pedagógico. *Série Documental: Relatos de Pesquisa*, v. 4, n. 29. INEP. MEC, 2007. Disponível em: http://www.publicacoes.inep.gov.br/arquivos/%7B64660209-6D2B-4B23-B3A0-85562A1B1E9E%7D_relatosdepesquisa%20n29.pdf. Acesso em: 3 set. 2009.

PLAISANCE, E.; VERGNAUD, G. A Psicologia da Educação. In : PLAISANCE, E.; VERGNAUD, G. *As Ciências da Educação*. São Paulo : Loyola, 2003, p. 63-79.

REIS, R. H. *A constituição do ser humano: amor-poder-saber na educação/alfabetização de jovens e adultos*. Campinas, SP: Autores Associados, 2011.

- REIS, R. H. *Alfabetização enquanto saber, poder e cidadania: o projeto de alfabetização e de formação de alfabetizadores de jovens e adultos de camadas populares da Vila Paranoá – DF*. UnB/FE. Mimeo, 1992.
- REIS, R. H. *Cultura, poder, saber: alfabetização de jovens e adultos*. Educação e Realidade, v. 20, n. 1, p. 123-134, 1995.
- REIS, R.H. et al. *As significações do texto coletivo na alfabetização de jovens e adultos do Paranoá/Itapoá*. (Relatório da Pesquisa). UnB/CEDEP. Brasília, 2014.
- RUTHVEN, Kenneth; CHAPLIN, Di. The calculator as a cognitive tool: Upper-primary pupils tackling a realistic number problem. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, v. 2, n. 2, p. 93-124, 1997. Disponível em: <http://www.ualberta.ca/~buzak/SUMMER%20%2707%20UofA/MATH/Math%20Readings/the%20calculator%20as%20a%20cognitive%20tool.pdf>. Acesso em 16 mai 2013.
- SANTOS, M.A.M.T. *A produção do sucesso na Educação de jovens e adultos: o caso de uma escola pública em Brazlândia – DF*. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2007.
- SANTOS, C.M.; REIS, R.H.; LIMA, A.A. *A relação de poder na vida pós-alfabetizada de jovens e adultos das camadas populares: limites e possibilidades*. UnB/FE. Mimeo, 1995.
- SAXE. G. B. *Culture and cognitive development: studies in mathematical understanding*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1991.
- SCHLIEMANN, A.D. A compreensão da análise combinatória: desenvolvimento, aprendizagem escolar e experiência diária. In: T. Carraher; D. Carraher; A. Schliemann. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez, 1995b.
- SCHLIEMANN, A.D. Escolarização formal versus experiência prática na resolução de problemas. In: T. Carraher; D. Carraher; A. Schliemann. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez, 1995a.
- SCHLIEMANN, A.D.; MAGALHÃES, V.P. Proportional reasoning: from shops to kitchens, laboratories, and, hopefully, schools. *Proceedings of the Fourteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Oaxtepec, México, 1990.
- SCHOENFELD, Alan H. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1992. p. 334-370.
- SELVA, A.C.V.; BORBA, R.E.S. *O uso da calculadora nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.
- SIEGLER, R.S.; CROWLEY, K. The microgenetic method. *American Psychologist*, v. 46, n.6, p. 606-620, 1991.

SILVA, B. A. da. Contrato didático. In: FRANCHI, A. et al. *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 2002. p. 43-64.

SOUZA, M. C. R. F. de. Michel Foucault: o discurso, as práticas discursivas - interpelações às práticas de numeramento. *Anais do VI Congresso de Letras: Linguagem e Cultura: Múltiplos Olhares*. Caratinga, MG, 2007. Disponível em: <http://bibliotecadigital.unec.edu.br/ojs/index.php/unec03/article/viewFile/308/384>. Acesso em: 31 dez. 2010.

THIOLLENT, M. *Metodologia da pesquisa-ação*. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1988.

TOLEDO, M.H.R. de O. *As estratégias metacognitivas de pensamento e o registro matemático de adultos pouco escolarizados*. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

VERGNAUD, G. *Au fond de l'action la conceptualisation*. (s.d.1).

VERGNAUD, G. A contribuição da psicologia nas pesquisas sobre a educação científica, tecnológica e profissional do cidadão. In: FÁVERO, M.H.; CUNHA, C. (Orgs.). *Psicologia do conhecimento: o diálogo entre as ciências e a cidadania*. Brasília: UNESCO, Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília, Líber Livro Editora, 2009b.

VERGNAUD, G. *El niño, las matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas, 1991.

VERGNAUD, G. Entrevista. *Pátio*, 5, p. 23-26, 1998a.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 10, n. 23, p.133-169, 1990.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: BITTAR, M.; MUNIZ, C.A. *Aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais*. Curitiba: CRV, 2009a.

VERGNAUD, G. Palestra proferida em 22/04/1998 na Pós-graduação em Psicologia Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco. Recife, PE, 1998b.

VERGNAUD, G. *Quelques idées fondamentales de Piaget interessant la didactique*. (s.d.2).

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais: o ensino de Matemática e a pesquisa nesta área. Palestra proferida em 05/08/2010 na Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirantes - UNIBAN. São Paulo - SP, 2010.

VERGNAUD, G. The nature of mathematical concepts. In Nunes, T.; Bryant, P. (Ed.), *Learning and teaching mathematics: an international perspective*. London: Psychology Press, 1997.

ZUNINO, D. L. de. *A matemática na escola: aqui e agora*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

**APÊNDICE A - QUESTÕES RELATIVAS AOS CAMPOS CONCEITUAIS
NÚMERO, ESTRUTURAS ADITIVAS E ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS**

1. Conte e depois anote no papel quantos palitos têm nesta caixa de fósforos.
2. Conte e depois anote no papel quanto dinheiro tem neste envelope.
3. Leia em voz alta os seguintes números:

107	1073	3002	3020	4501
-----	------	------	------	------

4. Escreva os números correspondentes ao que vai ser ditado:

5550	4007	201	1001	20
------	------	-----	------	----

5. Imagine que num engradado tinha um tanto de garrafas de cerveja. Aí seu (sua) amigo(a) comprou mais 4 e ficou com 12 garrafas. Quantas garrafas havia no engradado antes da compra?
6. Agora faça de conta que você tem uma criação de galinhas, com um tanto de galinhas no galinheiro. Aí 6 galinhas morreram e você ficou com 15 galinhas. Quantas galinhas você tinha no galinheiro antes da doença?
7. Arme e faça as seguintes contas:

$17 + 22$	$14 + 98$	$56 - 32$	$40 - 16$

8. Arme e faça as seguintes contas:

2×52	3×38	$26 \div 2$	$39 \div 3$

9. Em cada 12 objetos eu fico com 2. Se chegarem numa caixa 24 objetos, quantos eu vou poder tirar?
10. Se a cada 20 dias eu compro 40 "leites". Quantos "leites" eu vou comprar em 30 dias?

APÊNDICE B - ROTEIRO DE ENTREVISTA

NOME:

DATA:

HORA:

LOCAL:

DADOS DEMOGRÁFICOS

- Sexo
- Idade
- Número de filhos
- Onde você nasceu?
- Quando/Por que você veio para Brasília?

TRAJETÓRIA DE VIDA ESCOLAR – Fale sobre a sua experiência na escola

- Você já tinha estudado antes?
- Com quantos anos começou a estudar?
- Por quanto tempo estudou?
- Por que parou de estudar?
- Por que voltou a estudar?
- Seus pais estudaram?
- Até que série?
- Seus filhos estudam?
- O que era ensinado de matemática para você?
- Quais são seus planos para o futuro?

TRAJETÓRIA DE VIDA OCUPACIONAL – Fale sobre sua experiência no trabalho

- Com quantos anos você começou a trabalhar?
- Por que você começou a trabalhar?
- O que você já fez até hoje?
- Qual o seu trabalho no momento?
- Há quanto tempo você trabalha como ... ?
- Como aprendeu este trabalho?
- Você usa a matemática no seu trabalho? De que maneira?

MATEMÁTICA NO COTIDIANO – Fale sobre como você usa a matemática no seu dia a dia

- Como aprendeu o que sabe de matemática?
- Você quer dizer mais alguma coisa?

APÊNDICE C - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado (a) a participar, como voluntário (a), em uma pesquisa. Após ser esclarecido (a) sobre as informações a seguir, no caso de aceitar fazer parte do estudo, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é sua, onde consta o meu telefone e o endereço, com quem você poderá tirar suas dúvidas sobre a pesquisa e sua participação, agora ou a qualquer momento. Guardarei a segunda via.

Desde logo fica garantido o sigilo das informações. A sua não identificação será garantida através da utilização de nome fictício.

Caso não queira participar da pesquisa, você não terá nenhum prejuízo.

A participação é voluntária e poderá ser suspensa em qualquer fase da pesquisa.

Você não receberá nenhum pagamento pela sua participação nesta pesquisa.

A pesquisa “EXPLICITAÇÃO E ANÁLISE DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS DE JOVENS E ADULTOS” será realizada no primeiro semestre letivo de 2012. Seu objetivo é investigar os conhecimentos matemáticos de jovens e adultos. Serão realizados dois tipos de entrevistas: as primeiras terão por objetivo identificar como ocorreu sua passagem pela escola, suas experiências de aprendizagem da Matemática, sua experiência profissional e suas atividades de lazer; a função do segundo tipo de entrevistas será esclarecer procedimentos de resolução de problemas matemáticos.

AUTORIZAÇÃO E CESSÃO DE DIREITOS

Cedo os direitos de minhas entrevistas, concedidas em caráter gratuito à pesquisadora PATRÍCIA LIMA TÔRRES, para a realização da pesquisa “EXPLICITAÇÃO E ANÁLISE DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS DE JOVENS E ADULTOS”, para ser usada integralmente ou em partes, sempre se referindo à fonte e condições originais da obtenção da entrevista, sem restrição de prazos. Este documento de cessão se refere ao material gravado em áudio e produzido em sala de aula, às transcrições e textualizações obtidas a partir dele e às minhas produções na forma de registros, desenhos ou esquemas, que serão utilizados unicamente para os fins desta pesquisa e sua divulgação em artigos científicos em revistas especializadas e/ou em encontros científicos.

Eu, _____, abaixo assinado, declaro ter sido informado (a) e concordo em participar, como voluntário (a), do projeto de pesquisa acima descrito.

Brasília, ____ de abril de 2012.

Assinatura do voluntário (a)

Testemunha

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária o Consentimento Livre e Esclarecido deste voluntário (a) para a participação neste estudo.

	Patrícia Lima Tôres Telefone para contato (inclusive para ligações a cobrar):
_____ Pesquisador	E-mail:

APÊNDICE E - IMAGEM DE CALCULADORA COMUM, NÃO CIENTÍFICA