

Autorização concedida ao Repositório da Universidade de Brasília (RIUnB) pelo autor, em 21 de julho de 2014, com as seguintes condições: disponível sob Licença Creative Commons 3.0, que permite copiar, distribuir, transmitir o trabalho e fazer uso comercial, desde que o autor e licenciante seja citado. Não é permitida a adaptação desta.

Authorization granted to the Repository of the University of Brasília (RIUnB) by the author, at July, 21, 2014, with the following conditions: available under Creative Commons License 3.0, that allows you to copy, distribute, transmit the work and to make commercial use, provided the author and the licensor is cited. It is not allowed to adaptation.

REFERÊNCIA

CAMARGO, Ivan. **Contribution a l'etude des court-circuits asymetriques des machines synchrones par l'utilisation de la transformation de floquet**. 1988. 100 f., il. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica)— Institut National Polytechnique De Grenoble, Grenoble, 1988.

THESE

présentée par

Ivan CAMARGO

pour obtenir le titre de **DOCTEUR**

de l'**INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

(Spécialité : Génie Electrique)

=====

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DES COURT-CIRCUITS ASYMETRIQUES
DES MACHINES SYNCHRONES PAR L'UTILISATION DE LA
TRANSFORMATION DE FLOQUET**

=====

Date de soutenance : 8 juin 1988

| | | | |
|-----------------------|-----------|----------------|-----------|
| Composition du jury : | Monsieur | A. RAZEK | Président |
| | Messieurs | R. PERRET | |
| | | E. PILLET | |
| | | M. POLOUJADOFF | |
| | | A. WIART | |

Thèse préparée au sein des Laboratoires d'Electrotechnique
de Grenoble et d'Orsay

THESE

présentée par

Ivan CAMARGO

pour obtenir le titre de **DOCTEUR**

de l'**INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE**

(Spécialité : Génie Electrique)

=====

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DES COURT-CIRCUITS ASYMETRIQUES
DES MACHINES SYNCHRONES PAR L'UTILISATION DE LA
TRANSFORMATION DE FLOQUET**

=====

Date de soutenance : 8 juin 1988

| | | | |
|-----------------------|-----------|----------------|-----------|
| Composition du jury : | Monsieur | A. RAZEK | Président |
| | Messieurs | R. PERRET | |
| | | E. PILLET | |
| | | M. POLOUJADOFF | |
| | | A. WIART | |

Thèse préparée au sein des Laboratoires d'Electrotechnique
de Grenoble et d'Orsay

Président: Georges LESPINARD

Année 1988

Professeurs des Universités

| | | | | | |
|-------------|---------------|---------|--------------|--------------|---------|
| BARIBAUD | Michel | ENSERG | JOUBERT | Jean-Claude | ENSPG |
| BARRAUD | Alain | ENSIEG | JOURDAIN | Geneviève | ENSIEG |
| BAUDELET | Bernard | ENSPG | LACOUME | Jean-Louis | ENSIEG |
| BEAUFILS | Jean-Pierre | ENSEEG | LESIEUR | Marcel | ENSHMG |
| BLIMAN | Samuel | ENSERG | LESPINARD | Georges | ENSHMG |
| BLOCH | Daniel | ENSPG | LONGQUEUE | Jean-Pierre | ENSPG |
| BOIS | Philippe | ENSHMG | LOUCHET | François | ENSIEG |
| BONNETAIN | Lucien | ENSEEG | MASSE | Philippe | ENSIEG |
| BOUVARD | Maurice | ENSHMG | MASSELOT | Christian | ENSIEG |
| BRISSONNEAU | Pierre | ENSIEG | MAZARE | Guy | ENSIMAG |
| BRUNET | Yves | IUFA | MOREAU | René | ENSHMG |
| CAILLERIE | Denis | ENSHMG | MORET | Roger | ENSIEG |
| CAVAIGNAC | Jean-François | ENSPG | MOSSIERE | Jacques | ENSIMAG |
| CHARTIER | Germain | ENSPG | OBLED | Charles | ENSHMG |
| CHENEVIER | Pierre | ENSERG | OZIL | Patrick | ENSEEG |
| CHERADAME | Herve | UFR PGP | PARIAUD | Jean-Charles | ENSEEG |
| CHOVET | Alain | ENSERG | PERRET | René | ENSIEG |
| COHEN | Joseph | ENSERG | PERRET | Robert | ENSIEG |
| COUMES | André | ENSERG | PIAU | Jean-Michel | ENSHMG |
| DARVE | Félix | ENSHMG | POUPOT | Christian | ENSERG |
| DELLA-DORA | Jean-François | ENSIMAG | RAMEAU | Jean-Jacques | ENSEEG |
| DEPORTES | Jacques | ENSPG | RENAUD | Maurice | UFR PGP |
| DOLMAZON | Jean-Marc | ENSERG | ROBERT | André | UFR PGP |
| DURAND | Francis | ENSEEG | ROBERT | François | ENSIMAG |
| DURAND | Jean-Louis | ENSIEG | SABONNADIERE | Jean-Claude | ENSIEG |
| FOGGIA | Albert | ENSIEG | SAUCIER | Gabrielle | ENSIMAG |
| FONLUPT | Jean | ENSIMAG | SCHLENKER | Claire | ENSPG |
| FOULARD | Claude | ENSIEG | SCHLENKER | Michel | ENSPG |
| GANDINI | Alessandro | UFR PGP | SILVY | Jacques | UFR PGP |
| GAUBERT | Claude | ENSPG | SIRYES | Pierre | ENSHMG |
| GENTIL | Pierre | ENSERG | SOHM | Jean-Claude | ENSEEG |
| GREVEN | Hélène | IUFA | SOLER | Jean-Louis | ENSIMAG |
| GUERIN | Bernard | ENSERG | SOUQUET | Jean-Louis | ENSEEG |
| GUYOT | Pierre | ENSEEG | TROMPETTE | Philippe | ENSHMG |
| IVANES | Marcel | ENSIEG | VEILLON | Gérard | ENSIMAG |
| JAUSSAUD | Pierre | ENSIEG | ZADWORYN | François | ENSERG |

Professeur Université des Sciences Sociales (Grenoble II)

BOLLIET Louis

Personnes ayant obtenu le diplôme

d'HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

| | | | | | |
|------------|-------------|----------|-------------|--------------|------------|
| BECKER | Monique | DEROO | Daniel | HAMAR | Roger |
| BINDER | Zdenek | DIARD | Jean-Paul | LADET | Pierre |
| CHASSERY | Jean-Marc | DION | Jean-Michel | LATOMBE | Claudine |
| CHOLLET | Jean-Pierre | DUGARD | Luc | LE GORREC | Bernard |
| COEY | John | DURAND | Madeleine | MADAR | Roland |
| COLINET | Catherine | DURAND | Robert | MULLER | Jean |
| COMMAULT | Christian | GALERIE | Alain | NGUYEN TRONG | Bernadette |
| CORNUEJOLS | Gérard | GAUTHIER | Jean-Paul | PASTUREL | Alain |
| COULOMB | Jean-Louis | GENTIL | Sylviane | PLA | Fernand |
| DALARD | Francis | GHIBAUDO | Gérard | ROUGER | Jean |
| DANES | Florin | HAMAR | Sylvaine | TCHUENTE | Maurice |
| | | | | VINCENT | Henri |

CHERCHEURS DU C.N.R.S

Directeurs de recherche 1ère Classe

| | | | |
|-----------|----------|---------|-------------|
| CARRE | René | LANDAU | Ioan |
| FRUCHART | Robert | VACHAUD | Georges |
| HOPFINGER | Emile | VERJUS | Jean-Pierre |
| JORRAND | Philippe | | |

Directeurs de recherche 2ème Classe

| | | | |
|----------------|--------------|------------|-------------|
| ALEMANY | Antoine | KLEITZ | Michel |
| ALLIBERT | Colette | KOFMAN | Walter |
| ALLIBERT | Michel | KAMARINOS | Georges |
| ANSARA | Ibrahim | LEJEUNE | Gerard |
| ARMAND | Michel | LE PROVOST | Christian |
| BERNARD | Claude | MADAR | Roland |
| BINDER | Gilbert | MERMET | Jean |
| BONNET | Roland | MICHEL | Jean-Marie |
| BORNARD | Guy | MUNIER | Jacques |
| CAILLET | Marcel | PIAU | Monique |
| CALMET | Jacques | SENATEUR | Jean-Pierre |
| COURTOIS | Bernard | SIFAKIS | Joseph |
| DAVID | René | SIMON | Jean-Paul |
| DRIOLE | Jean | SUERY | Michel |
| ESCUDIER | Pierre | TEODOSIU | Christian |
| EUSTATHOPOULOS | Nicolas | VAUCLIN | Michel |
| GUELIN | Pierre | WACK | Bernard |
| JOUD | Jean-Charles | | |

Personnalités agréées à titre permanent à diriger

des travaux de recherche (décision du conseil scientifique)

ENSEEG

| | | | |
|--------------|------------|----------|-----------|
| CHATILLON | Christian | SARRAZIN | Pierre |
| HAMMOU | Abdelkader | SIMON | Jean-Paul |
| MARTIN GARIN | Regina | | |

ENSERG

| | | | |
|-------|--------|--|--|
| BOREL | Joseph | | |
|-------|--------|--|--|

ENSIEG

| | | | |
|-------------|----------|----------|---------|
| DESCHIZEAUX | Pierre | PERARD | Jacques |
| GLANGEAUD | François | REINISCH | Raymond |

ENSHMG

| | | | |
|------|-------|--|--|
| ROWE | Alain | | |
|------|-------|--|--|

ENSIMAG

| | | | |
|---------|---------|--|--|
| COURTIN | Jacques | | |
|---------|---------|--|--|

EFP

| | | | |
|---------|--------|--|--|
| CHARUEL | Robert | | |
|---------|--------|--|--|

C.E.N.G

CADET
COEURE
DELHAYE
DUPUY
JOUVE
NICOLAU

Jean
Philippe
Jean-Marc
Michel
Hubert
Yvan

NIFENECKER
PERROUD
PEUZIN
TAIEB
VINCENDON

Hervé
Paul
Jean-Claude
Maurice
Marc

Laboratoires extérieurs :

C.N.E.T

DEVINE
GERBER

Rodericq
Roland

MERCKEL
PAULEAU

Gerard
Yves

A Gisele

Je tiens à exprimer mes remerciements à :

Monsieur A. RAZEK, Directeur de recherche au CNRS, pour avoir bien voulu me faire l'honneur de présider le jury.

Monsieur R. PERRET, Professeur à l'INP de Grenoble, Directeur du Laboratoire d'Electrotechnique, qui m'a accueilli au sein du Laboratoire. Qu'il soit assuré de mon amicale reconnaissance.

Monsieur E. PILLET, Professeur honoraire à l'INP de Grenoble, pour l'intérêt constant qu'il a porté à mon travail. Ses lettres et ses conseils arrivaient toujours au bon moment. Qu'il trouve ici l'expression de ma plus profonde reconnaissance.

Monsieur M. POLOUJADOFF, Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie et à l'Ecole Centrale de Paris, a dirigé cette thèse. Il m'a constamment guidé tout au long de ce travail et m'a apporté une aide inestimable. Pour la confiance qu'il m'a accordée et pour la disponibilité dont il a toujours fait preuve à mon égard, qu'il trouve ici l'expression de ma plus profonde gratitude.

Monsieur A. WIART, Directeur Scientifique de la Société Jeumont-Schneider, pour honorer le jury de sa présence.

Je tiens également à remercier :

Monsieur C. RIOUX, Directeur du Laboratoire d'Electrotechnique d'Orsay, qui m'a permis de travailler à Paris les deux dernières années.

Monsieur R. GUILLET, Mesdames Y. CHARTON et Y. DUHAMEL qui m'ont assuré des conditions matérielles excellentes pour le développement du travail.

Le CNPq pour avoir financé mon séjour; le CEFI-CESELEC et le CROUS pour l'aide administrative.

Je dois finalement remercier tous mes camarades, et en particulier, messieurs P. MOLLARD, M.I. MAHMOUD, et P.F. DESEQUELLES.

INTRODUCTION GENERALE

Nous allons exposer dans ce mémoire une méthode d'étude des court-circuits asymétriques dans les machines synchrones.

Avec les hypothèses normalement admises dans ce genre de problème, la résolution des équations d'un court-circuit dans une machine synchrone revient toujours à la résolution d'un système d'équations différentielles à coefficients périodiques.

De nombreux travaux ont été publiés à ce sujet mais une grande partie d'entre eux néglige, à un moment donné, les résistances ce qui réduit leur validité au cas des grandes vitesses. Avec le développement des machines synchrones asservis en vitesse il devient important d'aborder le cas des faibles vitesses, dans lequel les résistances ne sont plus négligeables.

La résolution analytique d'un système d'équations différentielles à coefficients périodiques n'existe pas.

Il existe, cependant, le théorème de Floquet [1], [17] et [24] qui prouve l'existence d'une matrice de passage qui transforme tout système à coefficients périodiques en un autre qui sera à coefficients constants, et, il aura alors une solution analytique élémentaire. Le théorème ne donne aucun moyen de trouver cette matrice de passage, dite "Matrice de transformation de Floquet". L'importance de la recherche de cette matrice dans la résolution d'équations différentielles à coefficients périodiques est évidente, et plusieurs travaux ont été publiés à ce sujet. On peut citer, par exemple, les travaux de C.S.Hsu [20] [21], P.Friedmann [25], et D.C.Youla [27].

Nous nous sommes intéressés, plus particulièrement, aux travaux développés au sein du Laboratoire notamment par E.Pillet, M.Poloujadoff et J.P.Chassande [26], [28] et [29].

Dans ces travaux, l'idée de base était de définir la matrice de transformation par des développements en séries de Fourier, d'écrire une relation de récurrence entre les coefficients successifs et d'en déduire

indirectement les exposants caractéristiques du système de départ.

L'inconvénient des travaux que nous venons de citer se situe dans les lourdes manipulations algébriques qu'il faut faire avant de résoudre chaque nouveau problème. D'autre part, la transformation de Floquet a été utilisée simplement pour connaître la forme de la solution du problème et non comme une transformation qui simplifie effectivement le problème.

Nous avons voulu apporter à cette méthode quelques simplifications qui sont les suivantes:

D'abord, la préparation du système d'équations à résoudre doit être la plus simple possible. Dans ce but, nous avons supprimé la transformation de Park qui était utilisée systématiquement et qui, à notre avis, introduit des manipulations algébriques non nécessaires.

Ensuite, nous avons défini la matrice de transformation de Floquet d'une manière simple et indépendante des états initiaux pour un problème donné. En fait, le calcul de cette transformation est itératif (comme on le verra en détail par la suite) et il nous a paru intéressant d'essayer de réduire cette étape itérative au minimum, et, surtout, de ne pas changer cette procédure pour chaque nouveau problème.

Finalement, nous avons utilisé une notation matricielle à fin d'avoir une résolution plus directe et de plus simple généralisation.

Nous avons divisé cette thèse en deux parties:

Dans la première partie nous exposons en détail la méthodologie de résolution d'un court-circuit déséquilibré, d'abord pour une machine à pôles lisses (chapitre 1), et ensuite l'extension pour une machine à pôles saillants (chapitre 2).

Dans la deuxième partie on trouve quelques exemples d'applications de la méthodologie exposée. En particulier, on y trouve le calcul des régimes permanents dans les machines synchrones autopilotées à commutation naturelle de courant. On remarquera alors que, les expressions des courants en fonction du temps que nous avons obtenu avec

notre méthode, sont très utiles pour les études paramétriques des machines synchrones autopilotées.

Dans le chapitre 3 les deux court-circuits imposés par le fonctionnement autopiloté de la machine synchrone sont résolus; et, dans le chapitre 4, nous ferons la même chose pour une machine à double étoile.

CHAPITRE 1

*** ***

COURT CIRCUIT DANS UNE MACHINE A POLES LISSES

I) COURT-CIRCUIT DANS UNE MACHINE A POLES LISSES

INTRODUCTION

Nous allons faire, dans ce chapitre, la présentation de la méthode de résolution des court-circuits asymétriques dans une machine synchrone à pôles lisses. Afin de simplifier l'exposé, nous le ferons pour le cas précis d'un court-circuit monophasé.

Nous présentons la préparation du système d'équations à résoudre, la définition de la matrice de transformation de Floquet et l'utilisation de la notation matricielle afin de mettre en évidence les simplifications décrites dans l'introduction générale.

Un exemple numérique a été traité et les résultats ont été comparés avec une méthode classique d'intégration pas-à-pas.

LES EQUATIONS DE LA MACHINE SYNCHRONE

Nous considérons une machine synchrone avec six enroulements. Les trois enroulements rotoriques sont identifiés par : l'indice "f" (pour l'excitation), l'indice "kd" (pour l'amortisseur d'axe direct) et l'indice "kq" (pour l'amortisseur d'axe en quadrature). Les enroulements statoriques sont décalés de $2\pi/3$ et nous les identifions par les indices usuels "a", "b" et "c", figure (I-1).

Nous admettons les hypothèses de la machine idéale définie par Park [5]. Alors, dans ce travail, la machine synchrone est considérée non saturée et à répartition spatiale sinusoïdale des f.m.m.. Nous négligeons aussi les courants de Foucault, l'hystérésis, l'effet de peau, l'influence de la température sur les résistances, le couplage capacitif entre les enroulements et nous travaillons à vitesse constante. Avec ces hypothèses nous pouvons décrire le fonctionnement d'une machine synchrone par les deux équations différentielles matricielles suivantes:

$$V_{abc} = [R] I_{abc} + p [L_a] I_{abc} + p [M_{af}] I_r \quad (I-1)$$

$$V_r = p [M_{fa}] I_{abc} + [R_r] I_r + p [L_r] I_r$$

où:

$$V_{abc} = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad I_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$$V_r = \begin{bmatrix} V_f \\ V_{kd} \\ V_{kq} \end{bmatrix} \quad I_r = \begin{bmatrix} i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix}$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \quad [R_r] = \begin{bmatrix} R_f & 0 & 0 \\ 0 & R_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & R_{kq} \end{bmatrix}$$

$$[L_a] = \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} + L_2 \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \cos 2\Psi & \cos 2\Upsilon \\ \cos 2\Psi & \cos 2\Upsilon & \cos 2\theta \\ \cos 2\Upsilon & \cos 2\theta & \cos 2\Psi \end{bmatrix}$$

$$[M_{af}] = [M_{fa}]^T = \begin{bmatrix} M_{af} \cos \theta & M_{akd} \cos \theta & M_{akq} \sin \theta \\ M_{af} \cos \Upsilon & M_{akd} \cos \Upsilon & M_{akq} \sin \Upsilon \\ M_{af} \cos \Psi & M_{akd} \cos \Psi & M_{akq} \sin \Psi \end{bmatrix}$$

et

$$[L_r] = \begin{bmatrix} L_f & M_{fkd} & 0 \\ M_{fkd} & L_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{kq} \end{bmatrix}$$

Dans ces équations θ est l'angle entre la phase "a" et l'axe direct du rotor ($\theta = \omega t + \theta_0$); θ_0 est la valeur initiale de θ ; Ψ et Υ correspondent aux décalages entre les enroulements statoriques ($\Psi = \theta + 2\pi/3$ et $\Upsilon = \theta - 2\pi/3$); et

"p" symbolise l'opérateur différentiel (d/dt). La quantité L_2 caractérise la présence des saillances.

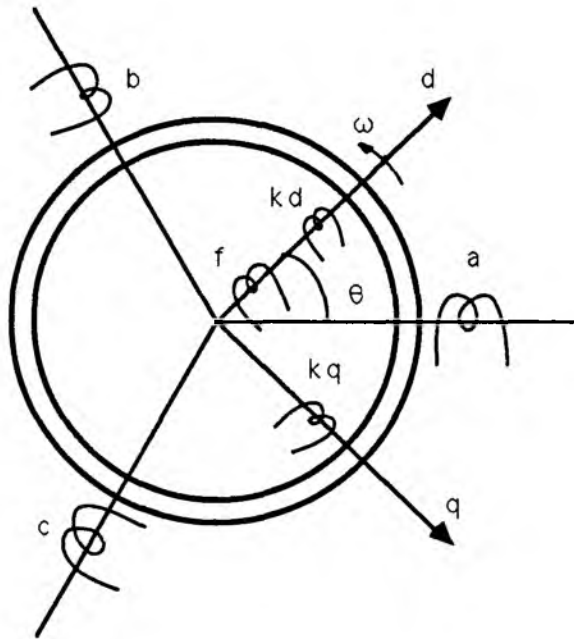


figure (I-1): Représentation de la machine synchrone.

Comme nous l'avons signalé dans l'introduction, notre méthode trouve numériquement les coefficients d'une expression en fonction du temps qui est la solution d'un système d'équations différentielles à coefficients périodiques. Pour accélérer la convergence des processus itératifs que l'on sera amené à faire et, dans certains cas, pour assurer cette convergence, il faut que la matrice d'impédance du système soit bien conditionnée. Pour cela, nous avons fait une normalisation du système d'équations (I-1) en divisant chaque ligne "i" par $\sqrt{L_i}$ et chaque colonne "j" par $\sqrt{L_j}$. Les tensions et courants du nouveau système obtenu (identifiés provisoirement par une barre) sont donnés par:

$$\bar{v}_i = v_i / \sqrt{L_i} \quad \text{et} \quad \bar{i}_j = i_j \cdot \sqrt{L_j}$$

les résistances sont remplacées, dans le nouveau système, par les constantes d'amortissement propre de chaque enroulement (δ):

$$\delta_i = R_i / L_i ;$$

les inductances mutuelles sont remplacées par les coefficients de couplage entre les enroulements (β):

$$\beta_{ij} = M_{ij} / \sqrt{L_i L_j};$$

l'inductance L_2 est remplacée par le coefficient de saillance de la machine (γ):

$$\gamma = L_2 / L_a;$$

et les inductances propres, divisées par elles mêmes, sont remplacées par l'unité.

Le système d'équations différentielles normalisé qui, tout au long de cette thèse, définit le fonctionnement de la machine synchrone est alors le suivant:

$$\begin{bmatrix} \bar{v}_a \\ \bar{v}_b \\ \bar{v}_c \\ \bar{v}_f \\ \bar{v}_{kd} \\ \bar{v}_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_a \\ \bar{i}_b \\ \bar{i}_c \\ \bar{i}_f \\ \bar{i}_{kd} \\ \bar{i}_{kq} \end{bmatrix} + \quad (I-2)$$

$$p \begin{bmatrix} 1+\gamma \cos 2\theta & \beta+\gamma \cos 2\Psi & \beta+\gamma \cos 2\Upsilon & \beta_{af} \cos \theta & \beta_{akd} \cos \theta & \beta_{akq} \sin \theta \\ \beta+\gamma \cos 2\Psi & 1+\gamma \cos 2\Upsilon & \beta+\gamma \cos 2\theta & \beta_{bf} \cos \Upsilon & \beta_{bkd} \cos \Upsilon & \beta_{bkq} \sin \Upsilon \\ \beta+\gamma \cos 2\Upsilon & \beta+\gamma \cos 2\theta & 1+\gamma \cos 2\Psi & \beta_{cf} \cos \Psi & \beta_{ckd} \cos \Psi & \beta_{ckq} \sin \Psi \\ \beta_{af} \cos \theta & \beta_{bf} \cos \Upsilon & \beta_{cf} \cos \Psi & 1 & \beta_{fkd} & 0 \\ \beta_{akd} \cos \theta & \beta_{bkd} \cos \Upsilon & \beta_{ckd} \cos \Psi & \beta_{fkd} & 1 & 0 \\ \beta_{akq} \sin \theta & \beta_{bkq} \sin \Upsilon & \beta_{ckq} \sin \Psi & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_a \\ \bar{i}_b \\ \bar{i}_c \\ \bar{i}_f \\ \bar{i}_{kd} \\ \bar{i}_{kq} \end{bmatrix}$$

Cette réduction change la nature physique des tensions et des courants, mais les valeurs numériques des grandeurs "barrées" et "non-barrées" ne diffèrent que d'un facteur constant. Alors, pour ne pas alourdir

la notation nous supprimerons par la suite la barre sur les tensions et les courants.

Il ne faut pas négliger l'importance de cette normalisation. Faire la mesure des résistances et des inductances des amortisseurs d'une machine synchrone n'est pas une tâche facile, tandis qu'identifier ses constantes d'amortissement propre et les coefficients de couplage sont des choses tout à fait classiques.

LES EQUATIONS DU COURT CIRCUIT

Le court-circuit monophasé est défini par la figure (I-2). Les équations imposées à la machine par le réseau sont:

$$\begin{aligned} v_a &= 0. \\ i_b &= 0. \\ i_c &= 0. \end{aligned} \tag{I-3}$$

Les tensions des enroulements rotoriques , en supposant que l'on connaît l'excitation (e_f), sont constantes et connues:

$$\begin{aligned} v_f &= e_f \\ v_{kd} &= 0. \\ v_{kq} &= 0. \end{aligned} \tag{I-4}$$

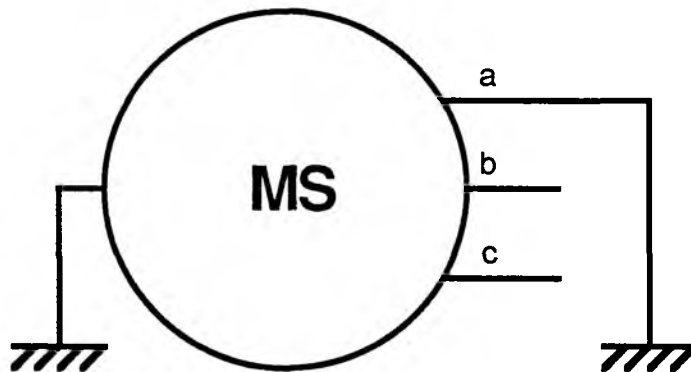


figure (I-2) : Définition du court-circuit monophasé.

Nous avons voulu faire clairement la distinction des trois parties du problème: les équations de la machine (I-2); les équations imposées par le court-circuit (I-3); et les tensions rotoriques (I-4). La présentation d'un court-circuit asymétrique sous cette forme (douze équations à douze inconnues) nous montre que la transformation de Park n'apporte aucune simplification au problème. En effet, si on utilise cette transformation, les équations de la machine deviennent effectivement à coefficients constants, mais les équations imposées par le court-circuit sont, alors, forcément données par des fonctions périodiques du temps. Le seul problème de court-circuit que l'on peut décrire par des équations à coefficients constants est le cas symétrique et triphasé. Cela a été clairement décrit dans la littérature, notamment par E. Pillet [13] et A. Rzek [23], mais l'utilisation de la transformation de Park est tellement répandue dans les travaux sur les machines synchrones qu'il est important de préciser pourquoi nous ne l'utilisons pas ici.

La première partie de notre méthode de calcul d'un court circuit consiste à introduire directement les équations (I-3) et (I-4) dans les équations différentielles de la machine (I-2), en supprimant ainsi toute manipulation algébrique. Ce qui donne:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ e_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{kq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix}$$

$$+ p \begin{bmatrix} 1 & \beta_{af} \cos \theta & \beta_{akd} \cos \theta & \beta_{akq} \sin \theta \\ \beta_{af} \cos \theta & 1 & \beta_{fkd} & 0 \\ \beta_{akd} \cos \theta & \beta_{fkd} & 1 & 0 \\ \beta_{akq} \sin \theta & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} \tag{I-5}$$

Le système d'équations différentielles (I-5) est à coefficients périodiques et, pour le résoudre, il faut un changement de variables qui transforme (I-5) dans un autre qui, lui, sera à coefficients constants. Or, le théorème de Floquet démontre l'existence de cette transformation et il affirme encore qu'elle a la même période que celle du système de départ. Il

suffirait de définir mathématiquement cette transformation pour trouver la solution analytique complète de (I-5).

LE THEOREME DE FLOQUET ET SON APPLICATION

La solution de (I-5) peut être partagée en deux parties. La transformation de Floquet est utilisée pour donner la solution de l'équation sans second membre (l'équation différentielle homogène). Soit X le vecteur solution de l'équation homogène, alors :

$$d X / dt = [M_1] X$$

Soit [M₂] une matrice carrée dont les coefficients ont la même période que [M₁].

$$[M_2] = \begin{bmatrix} f_{1a}(\theta) & f_{2a}(\theta) & f_{3a}(\theta) & f_{4a}(\theta) \\ f_{1f}(\theta) & f_{2f}(\theta) & f_{3f}(\theta) & f_{4f}(\theta) \\ f_{1kd}(\theta) & f_{2kd}(\theta) & f_{3kd}(\theta) & f_{4kd}(\theta) \\ f_{1kq}(\theta) & f_{2kq}(\theta) & f_{3kq}(\theta) & f_{4kq}(\theta) \end{bmatrix}$$

ou, d'une manière plus condensée:

$$[M_2] = [F_1(\theta) \quad F_2(\theta) \quad F_3(\theta) \quad F_4(\theta)]$$

les vecteurs F_n(θ) ont la même période que [M₁], et nous les développons en séries de Fourier:

$$F_n(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{I}_{nn} \exp(jn\theta)$$

pour h=1, 2, 3 et 4.

Le changement de variables:

$$X = [M_2] \bar{X}$$

donne

$$d \bar{X} / dt = [M_3] \bar{X}$$

Le théorème de Floquet prouve qu'il existe une matrice [M₂] qui rend la matrice [M₃] constante. Nous pouvons encore ajouter que, si toutes les directions propres de [M₃] sont différentes, nous pouvons choisir [M₂] de telle sorte que la matrice [M₃] soit diagonale:

$$[M_3] = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_4 \end{bmatrix}$$

Dans la suite on supposera que l'on peut toujours diagonaliser la matrice [M₃]. L'expérience montre que pour les machines synchrones cela est toujours vrai.

Comme il a été déjà dit, il n'existe aucune méthode générale et directe de détermination de [M₂], mais le point important du théorème est de montrer que la solution de l'équation homogène est donnée par:

$$X = \sum_{n=1}^4 k_n \exp(-\alpha_n t) \cdot F_n(\theta)$$

La solution du problème avec second membre (solution en régime permanent) peut, elle aussi, être développée en série de Fourier. Nous appelons par commodité cette solution F₀(θ).

$$F_0(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{I}_{n0} \exp(jn\theta)$$

Alors, la solution complète de (I-5) est donnée par:

$$I(t) = X + F_0(\theta)$$

et on peut l'écrire sous la forme suivante:

$$I(t) = \sum_{n=0}^4 k_n \exp(-\alpha_n t) \cdot F_n(\theta) \tag{I-6}$$

avec, $\alpha_0 = 0$ et $k_0 = 1$.

Nous avons donc trouvé une solution exacte au système d'équations différentielles à coefficients périodiques (I-5) à partir de la définition mathématique de la transformation de Floquet. La deuxième partie de notre méthode consiste à trouver numériquement les valeurs des α_n , des vecteurs $F_n(\theta)$ et des constantes d'intégration k_n .

La méthode est divisée en six parties:

- 1) Faire l'introduction de (I-6) dans (I-5);
- 2) Etablir une relation de récurrence entre les vecteurs \bar{I}_{nh} ;
- 3) Reconnaître qu'il faut quatre valeurs précises de α pour que les récurrences soient valables pour $n=0$;
- 4) Utiliser les valeurs de α et les relations de récurrence pour trouver les vecteurs \bar{I}_{nh} ;
- 5) Avec $\alpha=0$, obtenir le régime permanent; et finalement
- 6) A partir de quatre conditions initiales, déterminer les constantes d'intégration k_n .

Nous allons détailler chaque partie dans la suite.

LES RELATIONS DE RECURRENCE

Pour introduire (I-6) dans (I-5) nous allons réécrire (I-5) avec une notation matricielle plus compacte. Nous noterons toujours les matrices par des lettres majuscules entre crochets, les vecteurs par des lettres majuscules simples et les scalaires par des minuscules.

$$Y = [R] I + p [L] I \quad (I-7)$$

l'identification de chaque matrice et de chaque vecteur est évidente. Aussi,

nous allons utiliser une notation complexe pour la matrice d'inductance [L].

$$[L] = [L_0] + [L_{1c}] \cos\theta + [L_{1s}] \sin\theta$$

ou

$$[L] = [L_0] + (1/2)[L_{1c}] \{ \exp(j\theta) + \exp(-j\theta) \} \\ - (j/2)[L_{1s}] \{ \exp(j\theta) - \exp(-j\theta) \}$$

Les matrices [L₀], [L_{1c}] et [L_{1s}] sont trois matrices constantes. Il faut noter que dans le cas d'une machine à pôles lisses, le coefficient de saillance est nul (γ=0), et qu'en conséquence la matrice d'inductance ne porte pas de termes en 2θ. Si on fait :

$$[A] = (1/2) \{ [L_{1c}] + j [L_{1s}] \} \text{ et}$$

$$[C] = (1/2) \{ [L_{1c}] - j [L_{1s}] \} = [A]^*$$

on obtient:

$$[L] = [L_0] + [A] \exp(-j\theta) + [C] \exp(j\theta)$$

Nous sommes maintenant en mesure de faire l'introduction de (I-6) dans (I-5), ce qui donne:

$$V = [R] \cdot \sum_n \sum_n k_n \bar{I}_{nh} \exp(-\alpha_n t + jn\theta) + \\ p \{ [L_0] \cdot \sum_n \sum_n k_n \bar{I}_{nh} \exp(-\alpha_n t + jn\theta) + \\ [A] \cdot \sum_n \sum_n k_n \bar{I}_{n+1, n} \exp(-\alpha_n t + jn\theta) + \\ [C] \cdot \sum_n \sum_n k_n \bar{I}_{n-1, n} \exp(-\alpha_n t + jn\theta) \}$$

en calculant la dérivée et en laissant en facteur $k_n \exp(-\alpha_n t + jn\theta)$, on obtient:

$$V = \sum_n \sum_n k_n \cdot \exp(-\alpha_n t + jn\theta) \cdot \{ [R] + (-\alpha_n + jn\omega) [L_0] \} \cdot \bar{I}_{nh} + \\ (-\alpha_n + jn\omega) \cdot \{ [A] \bar{I}_{n+1, n} + [C] \bar{I}_{n-1, n} \}$$

Si "h" et "n" sont différents de zéro, on peut diviser cette équation par $(-\alpha_n + jn\omega)$ puisque $\alpha_n \neq 0$. On obtient donc la relation de récurrence suivante valable pour toutes valeurs de "h" et "n" (sauf $h=n=0$):

$$[A] \bar{I}_{n+1, h} + [B_n] \bar{I}_{n, h} + [C] \bar{I}_{n-1, h} = 0 \quad (I-8)$$

où

$$[B_n] = \{ 1 / (-\alpha_n + jn\omega) \} [R] + [L_o]$$

D'autre part, si $h=n=0$, toutes les matrices multipliées par $(-\alpha_n + jn\omega)$ s'annulent et la solution est évidente:

$$V = [R] \bar{I}_{o, o} \quad (I-9)$$

Avant de résoudre la relation de récurrence (I-8) il convient de faire une pause pour signaler le grand avantage obtenu par cette méthode dite matricielle. En effet, nous avons obtenu une relation directe entre les matrices qui définissent le problème ($[R]$ et $[L]$) et les matrices qui définissent la récurrence ($[A]$, $[B_n]$ et $[C]$). Il va sans dire que si on change le problème on ne change en rien la méthode de résolution. Ceci a été un des objectifs principaux de cette thèse.

DETERMINATION DE α ET DE $[M_2]$

Etant donné que la relation (I-8) est valable pour tous les "h", on le supprimera de la notation jusqu'au calcul des courants.

Si une valeur de α est connue, la connaissance de deux vecteurs successifs \bar{I}_n et \bar{I}_{n+1} nous permet de connaître tous les \bar{I}_n pour $-\infty < n < \infty$; La propriété fondamentale de α en (I-8) est de satisfaire la récurrence pour $n=0$. Nous allons exprimer cette condition et cela va nous donner une équation qui détermine la valeur de α sans avoir besoin de connaître le changement de variables $[M_2]$.

On considère d'abord $n \geq 0$, et on pose:

$$\bar{I}_{n+1} = [P_{n+1}] \bar{I}_n \quad (I-10)$$

l'introduction de cette définition dans (I-8) donne:

$$\{ [A] [P_{n+1}] [P_n] + [B_n] [P_n] + [C] \} . \bar{I}_{n-1} = 0$$

le vecteur \bar{I}_{n-1} ne peut pas être nul, sinon tous les \bar{I}_n sont nuls, alors on a:

$$[P_n] = - \{ [A] . [P_{n+1}] + [B_n] \}^{-1} . [C] \quad (I-11)$$

L'équation (I-11) nous donne une relation entre deux matrices successives $[P_{n+1}]$ et $[P_n]$. A la limite, quand "n" tend vers l'infini, nous pouvons écrire:

$$[P_\infty] = - \{ [A] . [P_\infty] + [B_\infty] \}^{-1} . [C] \quad (I-12)$$

Cette équation est indépendante de α et on peut la résoudre par approximations successives en initialisant, par exemple, les itérations par la matrice nulle ($[P_\infty^{(0)}] = [0]$).

De la même façon, pour $n < 0$, on pose:

$$\bar{I}_{n-1} = [N_{n-1}] . \bar{I}_n \quad (I-13)$$

qui, d'après (I-8), donne:

$$[N_n] = - \{ [C] . [N_{n-1}] + [B_n] \}^{-1} . [A] \quad (I-14)$$

et la matrice à l'infini est déterminée de la même façon que du côté positif. Par ailleurs, on note facilement que

$$[N_{-\infty}] = [P_\infty]^* \quad (I-15)$$

Les récurrences étant définies pour toutes les valeurs positives et négatives de "n", on reprend la récurrence à trois termes (I-8) pour $n=0$.

$$\{ [A] . [P_1] + [B_0] + [C] . [N_{-1}] \} . \bar{I}_0 = 0 \quad (I-16)$$

Comme le vecteur \bar{I}_0 n'est pas nul, nous devons déterminer une valeur de α telle que

$$\det \{ [A] \cdot [P_1] + [B_0] + [C] \cdot [N_{-1}] \} = 0 \quad (I-17)$$

D'autre part, à chaque valeur α correspond une direction \bar{I}_0 bien définie. Nous avons donc résolu la récurrence en la transformant en un simple calcul de valeurs propres et directions propres d'une matrice. Ici on observe la troisième simplification que nous avons voulu apporter à la méthode déjà existante. En fait, le passage de (I-8) à (I-16) est algébriquement très simple, et on laisse à l'ordinateur le soin de trouver les valeurs propres et directions propres de la matrice donnée.

PRINCIPE DE RESOLUTION NUMERIQUE

Pratiquement, on procède de la manière suivante: on considère, dans un premier temps, que $[P_\infty]$ et $[N_{-\infty}]$ ne diffèrent pas beaucoup de $[P_1]$ et $[N_{-1}]$. Avec cette approximation, l'équation (I-17) devient:

$$\det \{ [A] [P_\infty] + [B_0(\alpha)] + [C] [N_{-\infty}] \} = 0 \quad (I-18)$$

et elle nous donne quatre valeurs initiales de α .

Ensuite, nous choisissons une valeur "ng" de "n" telle que l'on puisse admettre que $[P_{ng}]$ et $[N_{-ng}]$ ne diffèrent pas beaucoup de $[P_\infty]$ et $[N_{-\infty}]$. A partir de (I-11), de (I-14) et d'une valeur initiale de α (que l'on vient de calculer) on évalue les matrices $[P_1]$ et $[N_{-1}]$. La deuxième approximation de α est toujours donnée par (I-17) qui, cette fois-ci, devient:

$$\det \{ [A] [P_1(\alpha^{(1)})] + [B_0(\alpha^{(2)})] + [C] [N_{-1}(\alpha^{(1)})] \} = 0 \quad (I-19)$$

Le nombre d'itérations pour atteindre la convergence de (I-19) est d'autant plus grand que les fréquences sont plus faibles. Pour les fréquences supérieures à 10 Hz les valeurs initiales données par l'équation (I-18) sont toujours de bonnes premières approximations et il est nécessaire d'effectuer trois ou quatre itérations pour atteindre la convergence. Pour

les fréquences entre 10 et 1 Hz il convient de faire varier la fréquence en descendant et, pour chaque nouvelle fréquence d'utiliser les valeurs exactes calculées pour la fréquence supérieure. Dans ce cas, il faut compter une vingtaine d'itérations pour chaque valeur de fréquence. Finalement, pour les très faibles fréquences (au-dessous de 1 Hz), la convergence devient très difficile mais la procédure décrite dans l'annexe 1 nous donne une bonne première approximation des constantes d'amortissement cherchées.

On dit que l'on a trouvé la bonne valeur de α quand:

$$| \alpha^{(i+1)} - \alpha^{(i)} | < \varepsilon$$

D'autre part, la valeur "ng" a été bien choisie si, en changeant "ng" par "ng+2" on obtient le même α . Nous utilisons normalement: ng=10 et $\varepsilon=10^{-6}$.

Une fois que les valeurs de α ont été trouvées, les matrices [P_n] et [N_{-n}] sont définies respectivement par (I-11) et (I-14), et, à partir du vecteur \bar{I}_0 on retrouve facilement tous les vecteurs \bar{I}_n . Autrement dit, une fois que nous avons calculé α , nous avons aussi déterminé complètement la matrice de passage [$M_2(\theta)$], donc la matrice de transformation de Floquet!

A ce point il faut faire une remarque très importante: le calcul de α et des vecteurs \bar{I}_n est complètement indépendant de l'instant initial du court-circuit (c'est-à-dire de l'angle θ_0), des courants initiaux (donc, du vecteur $I(0)$), et des tensions appliquées aux enroulements (donc, du vecteur V). On en déduit que la matrice de transformation de Floquet pour une machine et une vitesse données ne dépend que du type de court-circuit mais elle est indépendante des conditions initiales.

CALCUL DES COURANTS

Finalement, pour évaluer les courants, il suffit de calculer le régime permanent ($F_0(\theta)$) et les constantes d'intégration (k_n).

Le régime permanent est donné par le vecteur \bar{I}_{00} de l'équation (I-9) et par les matrices de récurrence [P_n] et [N_{-n}] avec $\alpha=0$.

Les constantes d'intégration sont données par les courants initiaux ($I(0)$) et la résolution d'un système de quatre équations à quatre inconnues. Si on pose:

$$K = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{bmatrix}$$

l'équation (I-6) pour $t=0$ devient:

$$I(0) = [M_2 (\theta_0)] K + F_0 (\theta_0)$$

alors

$$K = [M_2 (\theta_0)]^{-1} \{ I(0) - F_0 (\theta_0) \} \quad (I-20)$$

Tous les pas de calcul sont détaillés dans l'organigramme n° 1 où nous avons bien signalé la partie itérative du calcul.

RESULTATS

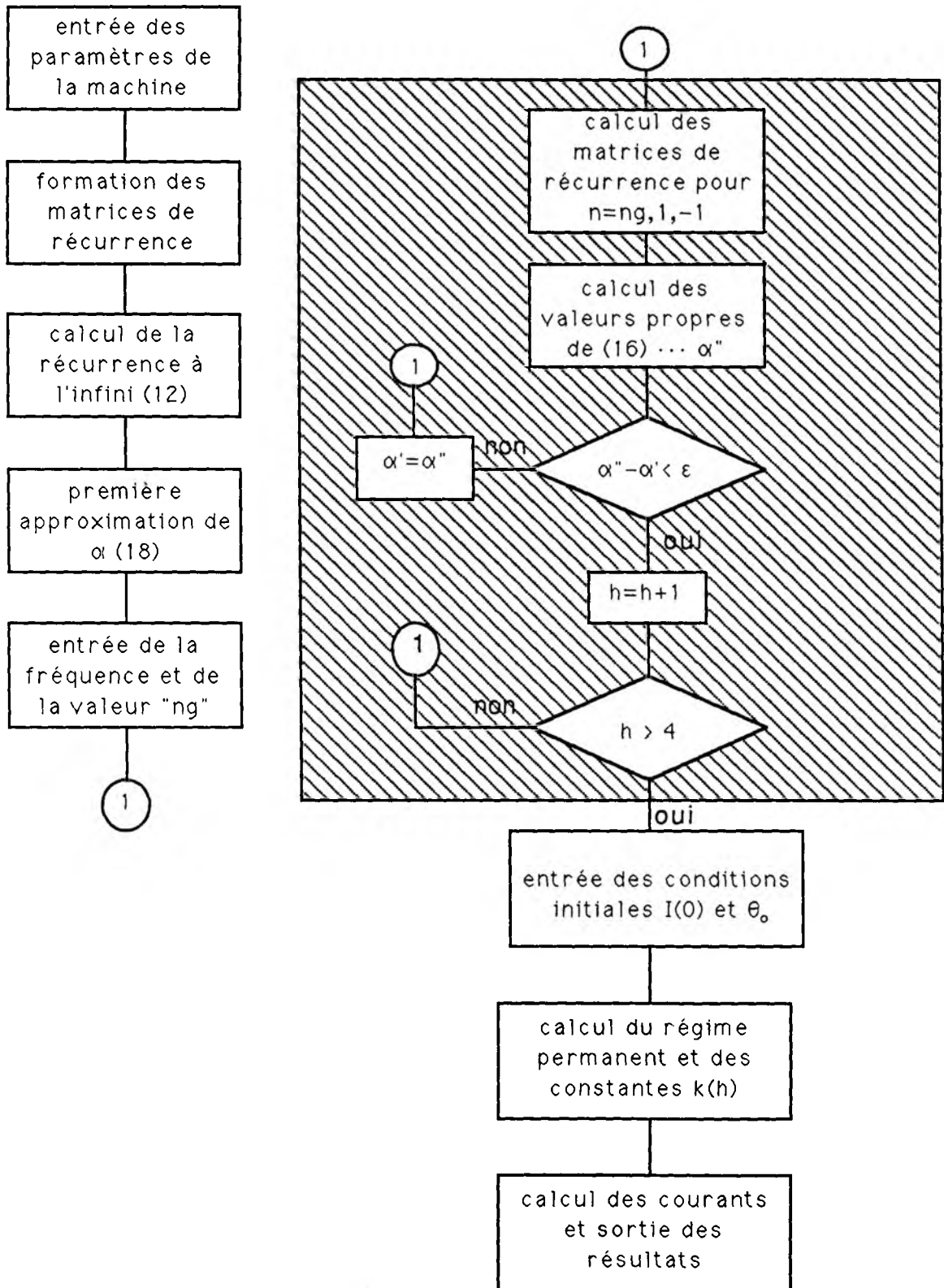
Nous avons étudié un alternateur défini par les données suivantes:

$$\delta_a = 1,0000 \quad \delta_f = 0,3333 \quad \delta_{kd} = 0,1000 \quad \delta_{kq} = 0,2000$$

$$\beta_{af} = 0,9381 \quad \beta_{akd} = 0,9487 \quad \beta_{akq} = 0,9220 \quad \beta_{fkd} = 0,9695$$

En utilisant la méthode décrite, nous avons déterminé les valeurs de α en faisant varier la fréquence. Les résultats sont montrés dans la figure (I-3). Ces valeurs sont réelles et pratiquement constantes pour les fréquences $f < 0.1$ Hz et $f > 30$. Hz. Dans l'intervalle $0.18 < f < 2.8$ Hz deux constantes d'amortissement sont complexes conjuguées et on pose:

$$\alpha_{3,4} = \rho' \pm j\rho''.$$



organigramme n° 1

Les courants de court-circuit ont été évalués pour deux valeurs typiques de la fréquence. D'abord pour la fréquence industrielle (50 Hz) où les constantes de temps sont réelles et ensuite pour $f = 1$ Hz avec deux constantes de temps complexes. Nous avons utilisé un angle initial $\theta_0 = 0$ et un courant d'excitation initial $i_1 = 1$ pu. Les résultats sont exposés dans les figures (I-4 a, b, c et d).

Tous les calculs ont été soumis à une vérification numérique. En effet, le système d'équation que l'on vient de résoudre peut être résolu par une méthode purement numérique d'intégration pas-à-pas genre Runge-Kutta. Dans ce cas, nous n'avons aucune information sur les constantes de temps, mais, avec un pas de calcul suffisamment petit, nous pouvons avoir les courants avec une très bonne précision. La différence entre les deux résultats est toujours inférieure à 10^{-5} .

La matrice de transformation de Floquet est décrite par seize courbes dans la figure (I-5). En examinant les quatre ensembles de courbes de la figure (I-5) on constate une nette différence entre les coefficients des séries de Fourier statoriques (indice "a") et rotoriques (indices "f", "kd" et "kq"). En effet, si dans un vecteur F nous avons des coefficients pairs pour le stator nous n'aurons que des coefficients impairs pour le rotor.

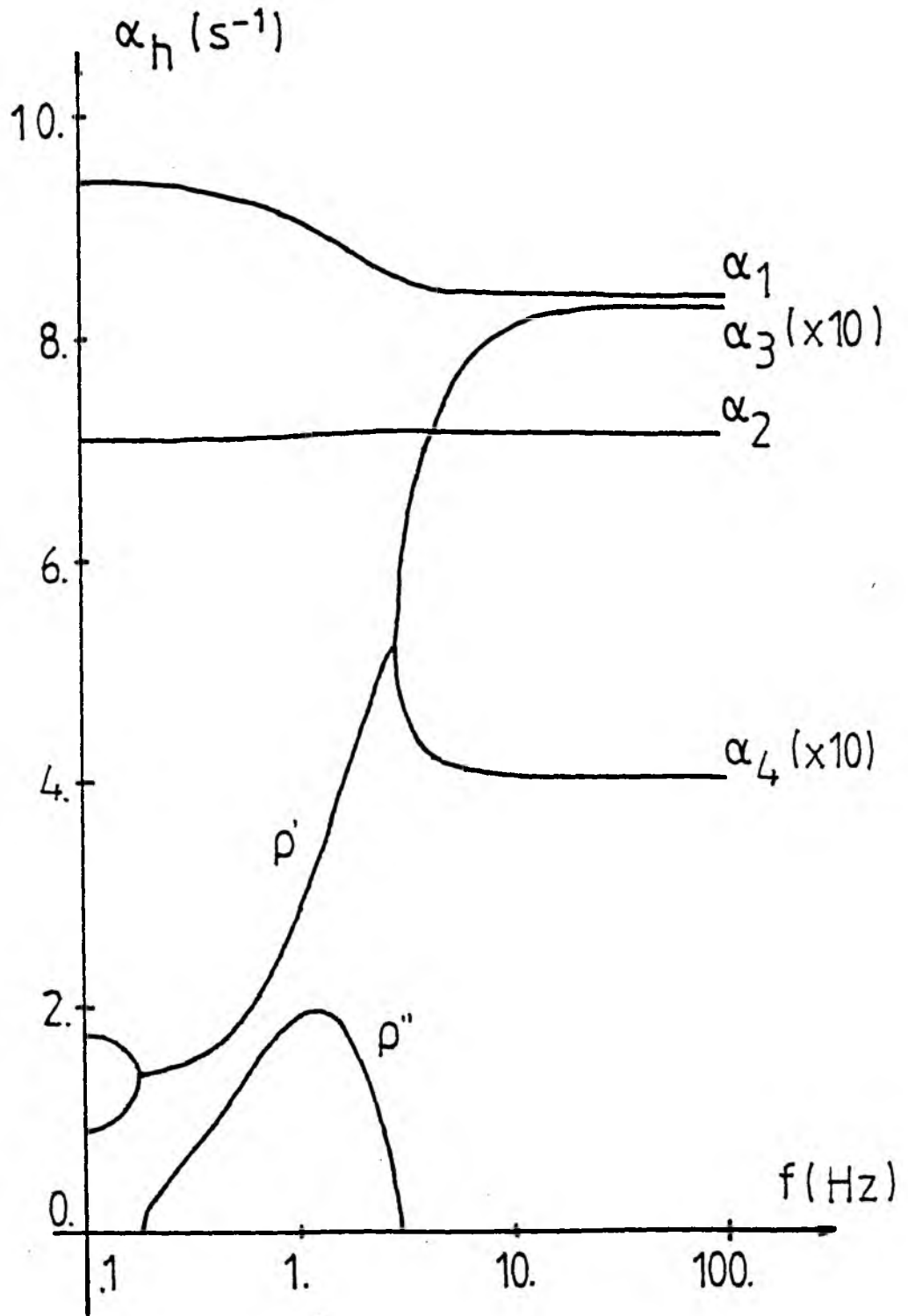


figure (I-3) : variation des constantes de temps en fonction de la fréquence

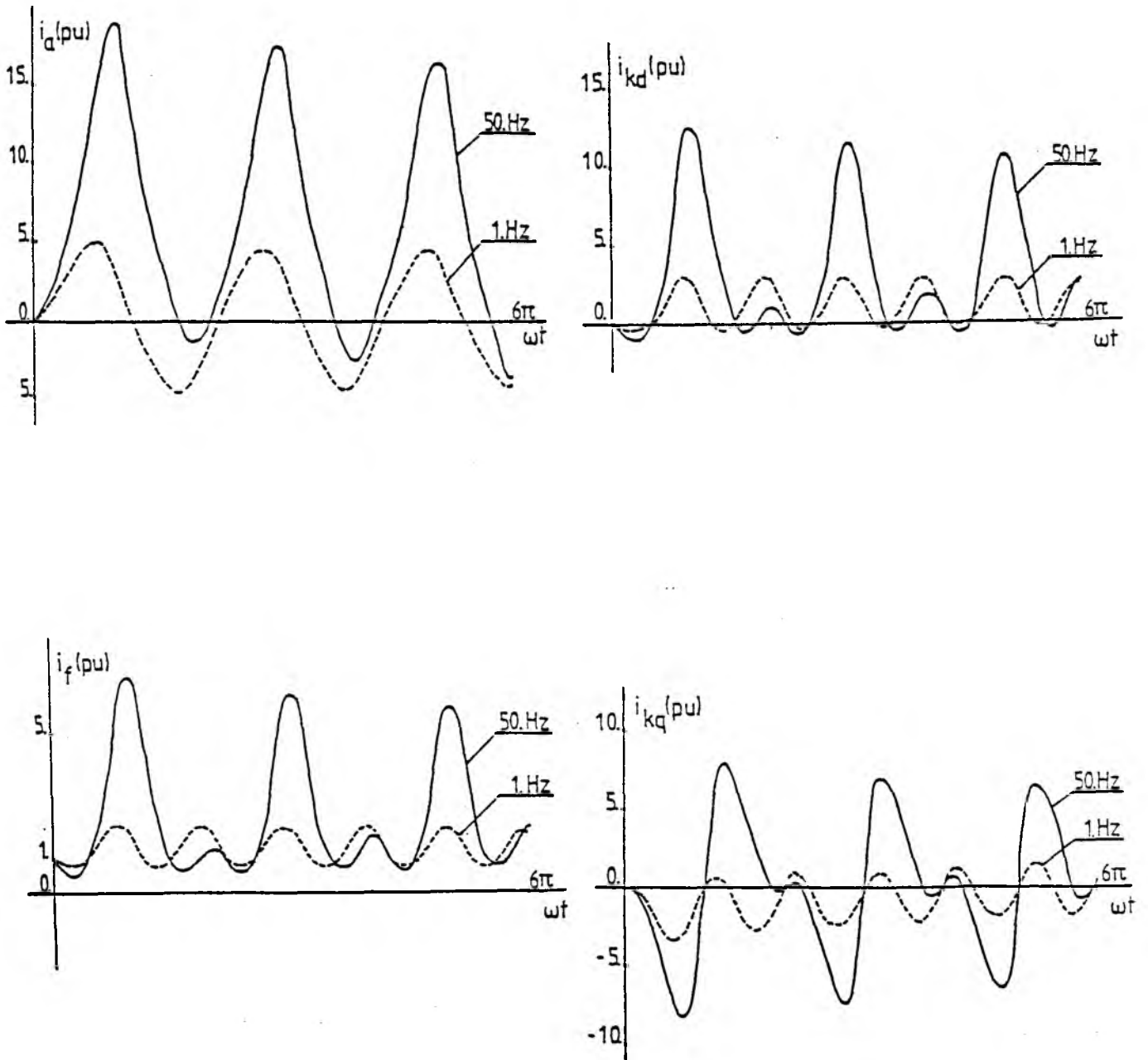


figure (I-4) : les courants pour $f = 50.Hz$ et $f = 1.Hz$

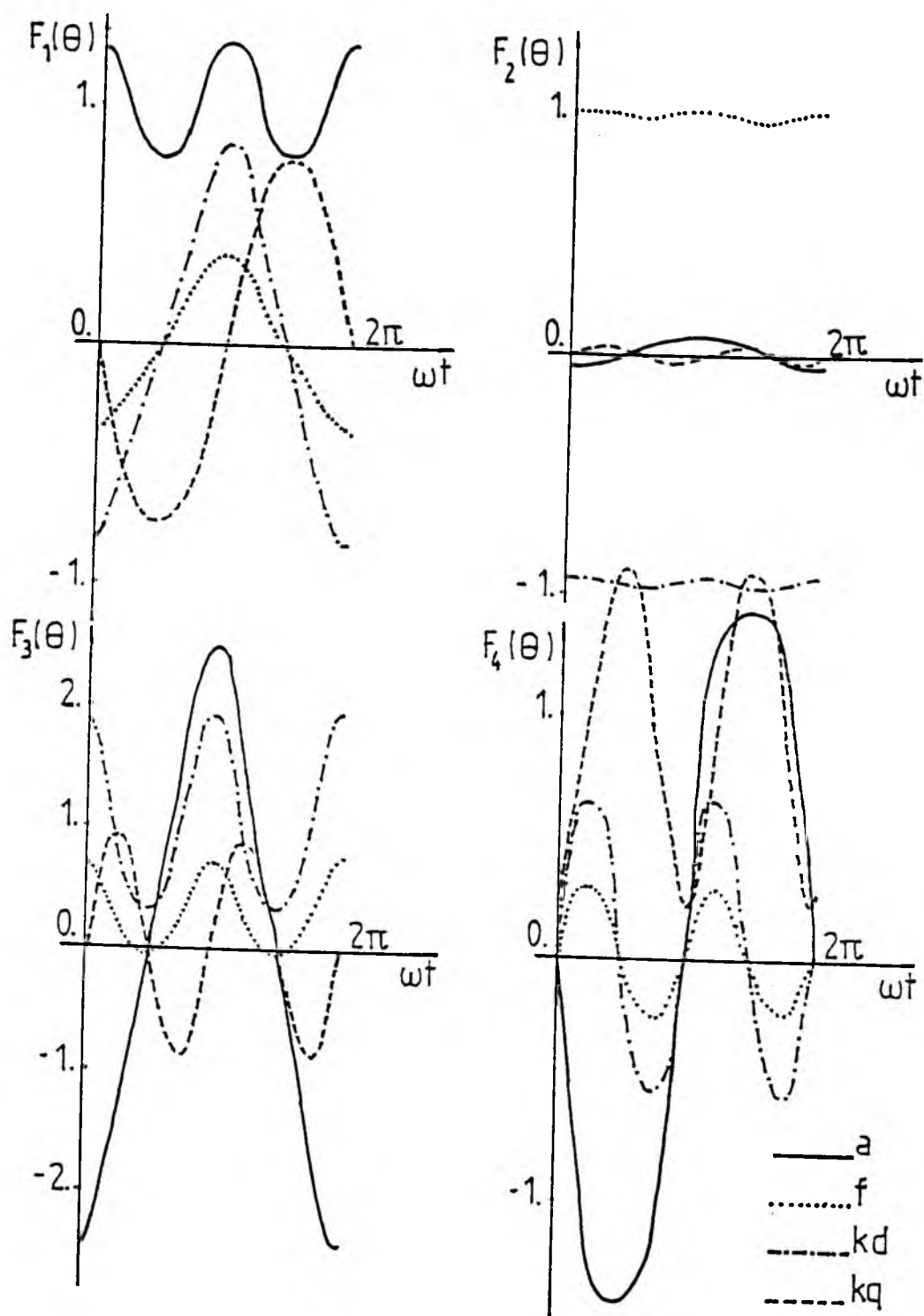


figure (I-5) : la matrice de transformation de Floquet ($f = 50.$ Hz)

CONCLUSION

Nous avons trouvé une solution à un système d'équations différentielles à coefficients périodiques.

Les résultats obtenus par notre méthode sont comparables à ceux donnés par une résolution purement numérique.

L'avantage de notre méthode par rapport à une méthode d'intégration pas-à-pas est d'avoir les courants en fonction directe du temps et les valeurs exactes des constantes d'amortissement.

Les équations qui définissent le problème et les relations de récurrence ont été liées d'une façon très simple et directe.

Le calcul des constantes d'amortissement a été ramené à un simple calcul de valeurs propres d'une matrice.

La matrice de transformation de Floquet a été définie indépendamment des conditions initiales des court-circuits.

Nous avons utilisé une notation matricielle ce qui est souhaitable pour la généralisation.

CHAPITRE 2

*** ***

COURT CIRCUIT DANS UNE MACHINE A POLES SAILLANTS

II) COURT-CIRCUITS DANS UNE MACHINE A POLES SAILLANTS

INTRODUCTION

Pour généraliser la méthode exposée dans le chapitre précédent il faut tenir compte de la saillance de nombreuses machines synchrones. Les saillances, comme on le verra en détail dans la suite, introduisent des matrices singulières dans la relation de récurrence ce qui empêche l'utilisation directe de la méthode déjà exposée. Cependant, avec une partition du problème, nous avons réussi à réduire la relation de récurrence singulière en deux autres à trois termes que nous traitons de la même façon que nous avons fait précédemment.

Nous allons aussi augmenter l'ordre et la complexité du cas de court-circuit dans ce chapitre. La généralisation de la méthodologie nous a amené à faire préalablement un nouveau changement de variables. En effet, la transformation de Clarke normalisée a été utilisée, ce qui réduit considérablement les manipulations algébriques de préparation du système d'équations à résoudre ([11], [12]).

Finalement, nous allons présenter comment retrouver les paramètres de la machine à partir des données de Park et dans quel système de valeurs réduites nous allons travailler dans les applications.

LES EQUATIONS DE LA MACHINE ET LA TRANSFORMATION DE CLARKE

Nous supposons toujours les mêmes hypothèses et nous adoptons la même notation qu'au chapitre précédent, nous pouvons alors décrire la machine synchrone par les mêmes équations:

$$\begin{aligned} V_{abc} &= [R] I_{abc} + p [L_a] I_{abc} + p [M_{af}] I_r \\ V_r &= p [M_{fo}] I_{abc} + [R_r] I_r + p [L_r] I_r \end{aligned} \tag{II-1}$$

Pour avoir des équations plus simples nous allons utiliser la matrice de transformation de Clarke normalisée, définie par:

$$[C_1] = (1/\sqrt{3}) \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & -1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/2 \\ 1 & -1/\sqrt{2} & +\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \quad (\text{II-2})$$

La transformation $[C_1]$ appliquée aux enroulements statoriques équivaut à changer les trois enroulements réels (a, b et c) en trois autres fictifs (α , β et 0) orthogonaux. La figure (II-1) montre l'interprétation que l'on peut donner à cette transformation.

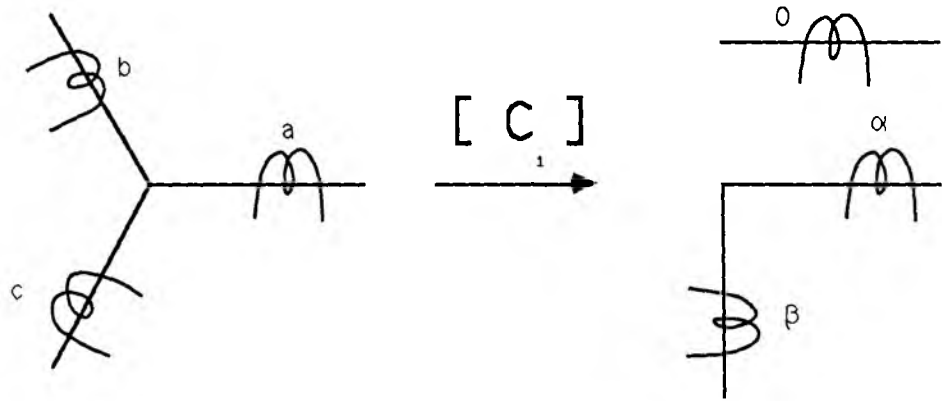


figure (II-1) : transformation de Clarke

On voit facilement l'intérêt de cette transformation: l'équation homopolaire est découplée du système, et le décalage de $2\pi/3$ des enroulements statoriques disparaît.

On observe, évidemment, la même chose du point de vue mathématique. On obtient le nouveau système par l'application de $[C_1]$ aux variables statoriques:

$$V_{abc} = [C_1] V_{\alpha\beta 0}$$

$$I_{abc} = [C_1] I_{\alpha\beta 0}$$

l'application de cette transformation au système initial donne:

$$V_{0\alpha\beta} = [R] I_{0\alpha\beta} + p [L_{0\alpha\beta}] I_{0\alpha\beta} + p [M_{\alpha f}] I_r \quad (\text{II-3})$$

$$V_r = p [M_{f\alpha}] I_{0\alpha\beta} + [R_r] I_r + p [L_r] I_r$$

où

$$[L_{0\alpha\beta}] = [C_1]^{-1} \cdot [L_a] \cdot [C_1] =$$

$$= \begin{bmatrix} L + 2M & 0 & 0 \\ 0 & L - M & 0 \\ 0 & 0 & L - M \end{bmatrix} + (3/2)L_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ 0 & -\sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$$

$$[M_{\alpha f}] = [M_{f\alpha}]^T = [C_1]^{-1} \cdot [M_{of}] =$$

$$= \sqrt{3/2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ M_{of} \cos \theta & M_{akd} \cos \theta & M_{akq} \sin \theta \\ -M_{of} \sin \theta & -M_{akd} \sin \theta & M_{akq} \cos \theta \end{bmatrix}$$

les matrices de résistance et d'inductance rotorique ne changent pas.

Finalement, si on fait la normalisation de la matrice d'impédance on obtient:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_\alpha \\ \bar{V}_\beta \\ \bar{V}_f \\ \bar{V}_{kd} \\ \bar{V}_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_\alpha \\ \bar{I}_\beta \\ \bar{I}_f \\ \bar{I}_{kd} \\ \bar{I}_{kq} \end{bmatrix} + \quad (\text{II-4})$$

$$p \begin{bmatrix} 1 + \gamma \cos 2\theta & -\gamma \sin 2\theta & \beta_{of} \cos \theta & \beta_{akd} \cos \theta & \beta_{akq} \sin \theta \\ -\gamma \sin 2\theta & 1 - \gamma \cos 2\theta & -\beta_{of} \sin \theta & -\beta_{akd} \sin \theta & \beta_{akq} \cos \theta \\ \beta_{of} \cos \theta & -\beta_{of} \sin \theta & 1 & \beta_{fkd} & 0 \\ \beta_{akd} \cos \theta & -\beta_{akd} \sin \theta & \beta_{fkd} & 1 & 0 \\ \beta_{akq} \sin \theta & \beta_{akq} \cos \theta & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_\alpha \\ \bar{I}_\beta \\ \bar{I}_f \\ \bar{I}_{kd} \\ \bar{I}_{kq} \end{bmatrix}$$

et

$$\bar{V}_o = \delta_o \bar{I}_o + p \ell_o \bar{I}_o \quad (\text{II-5})$$

Ce système d'équations différentielles à coefficients périodiques décrit, aussi bien que (I-2), le fonctionnement de la machine synchrone.

LES VALEURS REDUITES ET LES PARAMETRES DE LA MACHINE

La valeur réduite d'une grandeur est égale au quotient de la valeur physique de la grandeur considérée par une valeur de base choisie arbitrairement comme référence [8], [9] et [15].

Le système d'équations (II-4) est déjà un système en valeurs réduites dans lequel nous avons choisi l'inductance propre de chaque enroulement comme inductance de base. L'avantage de cette réduction est d'avoir une matrice d'inductance dont les termes ont des valeurs numériques comprises entre zéro et un. L'inconvénient est que les tensions et les courants n'ont pas un sens physique clair. Aussi, nous avons fait une nouvelle réduction avec les valeurs de base que nous avons trouvé le plus souvent dans la littérature. Soit

— pour le stator:

V_B : valeur de pointe de la tension simple nominale

I_B : valeur de pointe du courant nominal

toutes les autres grandeurs de base statoriques sont calculées à partir de ces deux valeurs, par exemple:

$$P_B = V_B \cdot I_B ;$$

$$X_B = V_B / I_B ; \text{ etc...}$$

— pour le rotor, nous avons choisi la puissance apparente nominale comme puissance de base commune:

$$S_n = P_{f B} = P_{kd B} = P_{kq B} = (3/2) P_B$$

il ne reste à définir qu'une grandeur par enroulement; pour l'excitation nous

avons pris:

$I_{f_B} = (\sqrt{2/3}) i_{f_n}$; où i_{f_n} est le courant d'excitation qui à 50Hz produit à vide la tension simple nominal.

Ici encore, nous supprimons la barre sur les tensions et courants réduits pour ne pas trop alourdir la notation.

On définit normalement une machine synchrone par dix paramètres. La définition des paramètres nous donne tous les coefficients que l'on trouve dans l'équation (II-4). On rappelle dans la suite les définitions et les correspondances entre les données classiques et les coefficients utilisés dans ce travail:

x_d : réactance synchrone d'axe directe

x_q : réactance synchrone transversale

La réactance de l'enroulement fictif "α" est donnée par:

$$x_\alpha = (x_d + x_q) / 2$$

et le coefficient de saillance (γ)

$$\gamma = (x_d - x_q) / (x_d + x_q)$$

Dans l'axe direct nous avons cinq constantes de temps:

T'_{d0} : constante de temps transitoire en circuit ouvert

T''_{d0} : constante de temps subtransitoire en circuit ouvert

T'_d : constante de temps transitoire en court-circuit

T''_d : constante de temps subtransitoire en court-circuit

$T_{\sigma kd}$: constante de temps de fuite propre de l'amortisseur "kd"

dont les définitions sont les suivantes:

$$T'_{d0} + T''_{d0} = \tau_f + \tau_{kd}$$

$$T'_{d0} \cdot T''_{d0} = \tau_f \cdot \tau_{kd} \cdot \sigma_{fkd}$$

$$T_d' + T_d'' = \tau_f \cdot \sigma_{df} + \tau_{kd} \cdot \sigma_{dkd}$$

$$T_d' \cdot T_d'' = \tau_f \cdot \tau_{kd} \cdot \{ \sigma_{fkd} - \beta_{dkd}^2 - \beta_{df}^2 + 2\beta_{df} \cdot \beta_{dkd} \cdot \beta_{fkd} \}$$

$$T_{\sigma kd} = \tau_{kd} \cdot (1 - \beta_{fkd} \cdot \beta_{dkd} / \beta_{df})$$

où nous avons fait apparaître les constantes de temps propres des enroulements ($\tau_i = (1 / \delta_i) = (L_i / R_i)$) et les coefficients de dispersion entre deux enroulements ($\sigma_{ij} = 1 - \beta_{ij}^2$). Ces cinq équations nous donnent directement δ_f , δ_{kd} et β_{fkd} ; les deux coefficients de couplage β_{df} et β_{dkd} sont donnés par les relations :

$$\beta_{df} = \sqrt{(1+\gamma)} \cdot \beta_{df}$$

$$\beta_{dkd} = \sqrt{(1+\gamma)} \cdot \beta_{dkd}$$

Dans l'axe transversal on a:

$T_{\alpha 0}''$: constante de temps subtransitoire en circuit ouvert

T_{α}'' : constante de temps subtransitoire en court-circuit

qui sont définies par:

$$T_{\alpha 0}'' = \tau_{k\alpha}$$

$$T_{\alpha}'' = \tau_{k\alpha} \cdot \sigma_{\alpha k\alpha}$$

et qui nous donnent:

$$\delta_{k\alpha} = 1 / \tau_{k\alpha}$$

$$\beta_{\alpha k\alpha} = \sqrt{(1-\gamma)} \cdot \beta_{\alpha k\alpha}$$

Finalement, nous avons la résistance statorique (r_α), alors:

$$\delta_\alpha = r_\alpha / L_\alpha$$

Tous les paramètres de la machine étant définis nous pouvons passer aux équations du court-circuit.

LES EQUATIONS DU COURT-CIRCUIT

Nous allons présenter la généralisation de la méthode aux machines à pôles saillants pour le cas précis du court-circuit de la figure (II-2). Il s'agit d'un court-circuit déséquilibré, où e_{cc} est une tension continue et z_n représente une impédance de lissage. Ce court-circuit est lié à la commutation naturelle de courant dans une machine synchrone autopilotée. Les équations imposées par ce court-circuit sont évidemment:

$$v_a - v_b = e_{cc} - r_n i_{cc} - p \ell_n i_{cc}$$

$$v_b - v_c = 0 \tag{II-6}$$

$$i_a + i_b + i_c = 0$$

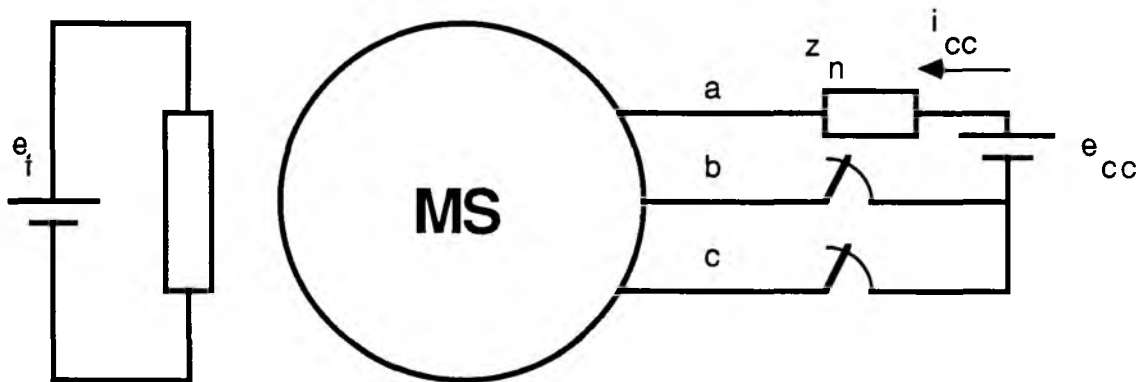


figure (II-2): court-circuit asymétrique

Dans le système de référence de Clarke nous avons:

$$\sqrt{3/2} v_\alpha = e_{cc} - r_n i_{cc} - p \ell_n i_{cc}$$

$$v_\beta = 0 \tag{II-7}$$

$$v_o = i_o = 0$$

Ces équations liées aux équations de la machine (II-4) donnent

$$\begin{bmatrix} e_{cc} \\ 0 \\ e_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa^2 \delta_\alpha + \delta_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{cc} \\ i_\beta \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} + \quad (II-8)$$

$$p \begin{bmatrix} \kappa^2(1+\gamma \cos 2\theta) + \delta_n & -\kappa \gamma \sin 2\theta & \kappa \beta_{\alpha f} \cos \theta & \kappa \beta_{\alpha kd} \cos \theta & \kappa \beta_{\alpha kq} \sin \theta \\ -\kappa \gamma \sin 2\theta & 1 - \gamma \cos 2\theta & -\beta_{\alpha f} \sin \theta & -\beta_{\alpha kd} \sin \theta & \beta_{\alpha kq} \cos \theta \\ \kappa \beta_{\alpha f} \cos \theta & -\beta_{\alpha f} \sin \theta & 1 & \beta_{fkd} & 0 \\ \kappa \beta_{\alpha kd} \cos \theta & -\beta_{\alpha kd} \sin \theta & \beta_{fkd} & 1 & 0 \\ \kappa \beta_{\alpha kq} \sin \theta & \beta_{\alpha kq} \cos \theta & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{cc} \\ i_\beta \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix}$$

où

$$\kappa = \sqrt{3/2}$$

Nous avons obtenu, avec un minimum de manipulations algébriques, un système d'équations différentielles à coefficients périodiques, que nous pouvons mettre sous la forme:

$$V = [R] I + p [L(\theta)] I \quad (II-8bis)$$

et que nous allons résoudre avec l'utilisation de la transformation de Floquet.

LA TRANSFORMATION DE FLOQUET ET LES RELATIONS DE RECURRENCE

Le théorème de Floquet prouve que la solution du système d'équations (II-8) a la forme suivante:

$$I(t) = \sum_{n=0}^5 k_n \exp(-\alpha_n t) \cdot F_n(\theta) \quad (\text{II-9})$$

Les vecteurs $F_n(\theta)$ sont les axes du système de référence de Floquet; les α_n sont les constantes d'amortissement des circuits; les exponentielles de $-\alpha_n t$ sont aussi appelées les multiplicateurs de Floquet, les constantes k_n sont choisies de manière à satisfaire cinq conditions initiales et $h=0$ correspond au régime permanent.

Dans une machine à pôles saillants, le coefficient de saillance (γ) n'est pas nul, alors on doit décomposer la matrice d'inductance en cinq matrices constantes:

$$[L(\theta)] = [L_0] + [L_{1c}] \cos \theta + [L_{1s}] \sin \theta + [L_{2c}] \cos 2\theta + [L_{2s}] \sin 2\theta$$

avec la notation complexe cette matrice devient:

$$[L(\theta)] = [L_0] + [A] \exp(-j\theta) + [C] \exp(j\theta) + [D] \exp(-j2\theta) + [E] \exp(j2\theta)$$

où $[A]$ et $[C]$ ont déjà été définies et gardent leurs définition;

$$[D] = (1/2) \{ [L_{2c}] + j[L_{2s}] \}$$

$$[E] = (1/2) \{ [L_{2c}] - j[L_{2s}] \} = [D]^*$$

l'introduction de (II-9) dans (II-8), après l'identification des coefficients qui multiplient le même $\exp(-\alpha_n t + jn\theta)$, donne:

$$[D] \bar{I}_{n+2} + [A] \bar{I}_{n+1} + [B_n] \bar{I}_n + [C] \bar{I}_{n-1} + [E] \bar{I}_{n-2} = 0 \quad (\text{II-10})$$

Ici on a une désagréable surprise: les matrices $[A]$, $[C]$, $[D]$ et $[E]$ de la relation de récurrence (II-10) sont singulières; alors, si on connaît quatre vecteurs successifs \bar{I}_n par exemple \bar{I}_{n-1} , \bar{I}_n , \bar{I}_{n+1} , \bar{I}_{n+2} , on ne connaîtra ni le prochain (\bar{I}_{n+3}) ni le précédent (\bar{I}_{n-2}). Pour cette raison l'étude de la machine à pôles saillants est beaucoup plus compliquée que le cas de la machine à pôles lisses.

Afin de surmonter ce problème, nous avons partagé le vecteur de courant en deux parties:

$$I(t) = \begin{bmatrix} I_s(t) \\ I_r(t) \end{bmatrix}$$

le vecteur "Is(t)" a deux composantes: les courants statoriques i_{cc} et i_{β} ; et le vecteur "Ir(t)" a trois composantes: les courants rotoriques i_f , i_{kd} et i_{kq} . Alors les vecteurs \bar{I}_n sont, eux aussi, partagés en \bar{I}_{s_n} et \bar{I}_{r_n} .

C'est l'identification des sous-matrices différentes de zéro de la récurrence (II-10) qui nous a amené à faire cette partition. En fait, si on note par une lettre minuscule entre crochets, les sous-matrices différentes de zéro et par "0" les sous-matrices nulles, les matrices de la récurrence (II-10) deviennent:

$$[D] = \begin{bmatrix} [d] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & [a]^T \\ [a] & 0 \end{bmatrix}$$

$$[B_n] = \begin{bmatrix} [b_{1n}] & 0 \\ 0 & [b_{2n}] \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 0 & [c]^T \\ [c] & 0 \end{bmatrix}$$

$$[E] = \begin{bmatrix} [e] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On peut alors réécrire (II-10) comme:

$$[d] \bar{I}_{s_{n+2}} + [a]^T \bar{I}_{r_{n+1}} + [b_{1n}] \bar{I}_{s_n} + [c]^T \bar{I}_{r_{n-1}} + [e] \bar{I}_{s_{n-2}} = 0 \quad (\text{II-11})$$

$$[a] \bar{I}_{s_{n+1}} + [b_{2n}] \bar{I}_{r_n} + [c] \bar{I}_{s_{n-1}} = 0 \quad (\text{II-12})$$

La partition des matrices ne doit pas cacher la simplicité du passage de (II-8) à (II-11) et (II-12). En effet, on identifie toutes les matrices des récurrences directement à partir de (II-8).

$$[d] = (1/2) \begin{bmatrix} \kappa^2 \gamma & -j\kappa\gamma \\ -j\kappa\gamma & -\gamma \end{bmatrix}$$

$$[a] = (1/2) \begin{bmatrix} \kappa\beta_{af} & -j\beta_{af} \\ \kappa\beta_{akd} & -j\beta_{akd} \\ j\kappa\beta_{akq} & \beta_{akq} \end{bmatrix}$$

$$[c] = [a]^* , \quad [e] = [d]^*$$

$$[b_{1n}] = \{ 1/(-\alpha+jn\omega) \begin{bmatrix} \kappa^2 \delta_\alpha + \delta_n & 0 \\ 0 & \delta_\alpha \end{bmatrix} \} + \begin{bmatrix} \kappa^2 + \rho_n & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[b_{2n}] = \{ 1/(-\alpha+jn\omega) \begin{bmatrix} \delta_f & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{kq} \end{bmatrix} \} + \begin{bmatrix} 1 & \beta_{fk d} & 0 \\ \beta_{fk d} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (II-13)$$

Pour toutes valeurs de "n" différentes de zéro, la matrice [b_{2n}] n'est pas singulière, l'élimination des coefficients rotoriques de la récurrence est facile:

$$\bar{I}r_n = -[b_{2n}]^{-1} \cdot \{ [a] \bar{I}s_{n+1} + [c] \bar{I}s_{n-1} \} \quad (II-14)$$

on peut remplacer les $\bar{I}r_n$ de (II-11) par (II-14), ce qui donne:

$$[A_{n+1}] \bar{I}s_{n+2} + [B_n] \bar{I}s_n + [C_{n-1}] \bar{I}s_{n-2} = 0 \quad (II-15)$$

où: $[A_{n+1}] = \{ [d] + [a]^T \cdot [-b_{2n+1}]^{-1} \cdot [a] \}$

$$[B_n] = \{ [a]^T \cdot [-b_{2n+1}]^{-1} \cdot [c] + [b_{1n}] + [c]^T \cdot [-b_{2n-1}]^{-1} \cdot [a] \}$$

$$[C_{n-1}] = \{ [e] + [c]^T \cdot [-b_{2n-1}]^{-1} \cdot [c] \}$$

Nous avons partagé notre relation de récurrence à cinq termes et singulière (II-10) en deux autres (II-12) et (II-15) à trois termes que nous allons appeler relation de récurrence statorique (II-15) et relation de récurrence rotorique (II-12) et que nous allons résoudre par la suite.

DETERMINATION DES CONSTANTES D'AMORTISSEMENT STATORIQUES

On constate facilement que la relation de récurrence statorique (II-15) ressemble beaucoup à la relation de récurrence trouvée pour la machine à pôles lisses (I-8). Les différences se présentent sous deux aspects: les matrices de (I-8) était de dimension quatre, tandis que les matrices de (II-15) sont de dimension deux; d'autre part la récurrence pour la machine à pôles lisses portait sur deux vecteurs \bar{I}_n et \bar{I}_{n+1} et la récurrence statorique fait ici le rapport entre \bar{I}_n et \bar{I}_{n+2} . Ces deux points ne changent en rien la procédure de résolution. Alors, on pose:

$$\bar{I}s_{n+2} = [P_{n+2}] \bar{I}s_n \quad (II-16)$$

$$\bar{I}s_{n-2} = [N_{n-2}] \bar{I}s_n \quad (II-17)$$

les matrices $[P_n]$ et $[N_n]$ peuvent être déterminées par l'introduction de (II-16) et (II-17) dans (II-15). Comme les vecteurs $\bar{I}s_n$ ne sont pas nuls, on a:

$$[P_n] = -\{[A_{n+1}] \cdot [P_{n+2}] + [B_n]\}^{-1} \cdot [C_{n-1}] \quad (II-18)$$

$$[N_n] = -\{[C_{n-1}] \cdot [N_{n-2}] + [B_n]\}^{-1} \cdot [A_{n+1}] \quad (II-19)$$

qui deviennent, si "n" tend vers l'infini:

$$[P_\infty] = -\{[A_\infty] \cdot [P_\infty] + [B_\infty]\}^{-1} \cdot [C_\infty] \quad (II-20)$$

$$[N_\infty] = -\{[C_\infty] \cdot [N_\infty] + [B_\infty]\}^{-1} \cdot [A_\infty] \quad (II-21)$$

ces équations matricielles sont indépendantes de α , et on peut les résoudre par approximations successives en initialisant le processus avec $[P_\infty] = 0$ et $[N_\infty] = 0$.

Une fois que les matrices $[P_\infty]$ et $[N_\infty]$ sont déterminées, nous sommes capable d'établir une équation qui donne deux valeurs de α . La relation (II-8) pour $n=0$ nous donne:

$$\{[A_1].[P_2]+[B_0]+[C_{-1}].[N_{-2}]\}\bar{I}s_0 = 0 \quad (\text{II-22})$$

Dans un premier temps nous pouvons considérer que ω tend vers l'infini, alors:

$$[A_1] = [A_\infty], \quad [C_{-1}] = [C_\infty],$$

$$[P_2] = [P_\infty] \text{ et } [N_{-2}] = [N_\infty]$$

et le déterminant:

$$\det\{[A_\infty].[P_\infty]+[B_0(\alpha)]+[C_\infty].[N_\infty]\}=0 \quad (\text{II-23})$$

nous donne deux valeurs initiales de α . Ensuite, on prend une valeur "ng" suffisamment grande de "n" telle que l'on puisse admettre:

$$[P_{ng}] = [P_\infty] \text{ et } [N_{-ng}] = [N_\infty]$$

et on calcule les matrices $[P_2(\alpha)]$ et $[N_{-2}(\alpha)]$ à partir des équations (II-18) et (II-19). Si une valeur initiale de α est donnée par $\alpha^{(i)}$ on retrouve une nouvelle approximation $\alpha^{(i+1)}$ par:

$$\det\{[A_1].[P_2(\alpha^{(i)})]+[B_0(\alpha^{(i+1)})]+[C_{-1}].[N_{-2}(\alpha^{(i)})]\}=0 \quad (\text{II-24})$$

Ce processus converge très rapidement, parce que $[P_2]$ et $[N_{-2}]$ varient lentement quand α varie, tandis que $[B_0]$ varie beaucoup. La valeur "ng" est suffisamment grande si on obtient le même α pour "ng" et "ng+2".

L'annulation du déterminant (II-24) correspond au calcul des valeurs propres d'une matrice définie par (II-22), alors à chaque valeur propre α correspond une direction propre $\bar{I}s_0$. Ces directions propres avec les équations de récurrence simples (II-16) et (II-17) définissent complètement les axes $F_n(\theta)$ de la transformation de Floquet pour $h=1$ et 2 .

DETERMINATION DES CONSTANTES D'AMORTISSEMENT ROTORIQUES

Nous avons trouvé les constantes d'amortissement statoriques à partir de la définition de convergence à zéro des deux suites (positive et négative) des vecteurs \bar{I}_n pour les valeurs paires de "n". Comme nous n'avons fait aucune hypothèse pour trouver la relation de récurrence (II-15), nous pouvons aussi définir une relation entre les vecteurs \bar{I}_n pour les valeurs impaires de "n". En effet, (II-16) et (II-17) pour $n=-1$ et $n=1$ donnent respectivement:

$$\bar{I}s_1 = [P_1] \bar{I}s_{-1} , \text{ et}$$

$$\bar{I}s_{-1} = [N_{-1}] \bar{I}s_1$$

alors,

$$\{ [P_1] . [N_{-1}] - [1] \} \bar{I}s_1 = 0$$

et, comme $\bar{I}s_1$ ne doit pas être nul, on a:

$$\det \{ [P_1] . [N_{-1}] - [1] \} = 0 \tag{II-25}$$

Cette équation nous donne, effectivement, trois valeurs de α qui sont les constantes d'amortissement rotoriques. Le grand avantage de cette présentation est la simplicité de démonstration, cependant la résolution numérique de (II-25) nous a posé de nombreux problèmes. En fait, (II-25) possède trois fausses racines qui sont très facilement identifiables (ce sont les trois valeurs de α qui annulent le déterminant de la matrice $[b_{20}]$ définie par (II-13), avec $n=0$), mais, en même temps, très gênantes pour les processus itératifs. Pour cette raison, il nous semble plus simple de trouver les constantes d'amortissement rotoriques par élimination des coefficients statoriques de (II-12).

On reprend respectivement (II-12) pour $n=0$ et (II-11) pour $n=1$ et $n=-1$.

$$[a] \bar{I}s_1 + [b_{20}] \bar{I}r_0 + [c] \bar{I}s_{-1} = 0 \quad (\text{II-26})$$

$$[d] \bar{I}s_3 + [a]^T \bar{I}r_2 + [b_{11}] \bar{I}s_1 + [c]^T \bar{I}r_0 + [e] \bar{I}s_{-1} = 0 \quad (\text{II-27})$$

$$[d] \bar{I}s_1 + [a]^T \bar{I}r_0 + [b_{1-1}] \bar{I}s_{-1} + [c]^T \bar{I}r_{-2} + [e] \bar{I}s_{-3} = 0 \quad (\text{II-28})$$

on peut réarranger les termes de (II-27) et (II-28) pour avoir:

$$[S_1] \bar{I}s_1 + [c]^T \bar{I}r_0 + [e] \bar{I}s_{-1} = 0 \quad (\text{II-29})$$

$$[d] \bar{I}s_1 + [a]^T \bar{I}r_0 + [R_{-1}] \bar{I}s_{-1} = 0 \quad (\text{II-30})$$

où

$$[S_1] = \{ [A_2] . [P_3] + [a]^T . [b_{22}]^{-1} . [c] + [b_{11}] \} \quad (\text{II-31})$$

et $[R_{-1}] = \{ [C_{-2}] . [N_{-3}] + [b_{1-1}] + [c]^T . [b_{2-2}]^{-1} . [a] \} \quad (\text{II-32})$

les trois équations (II-26), (II-29) et (II-30) forment un système d'équations matriciel dans lequel on peut éliminer $\bar{I}s_1$ et $\bar{I}s_{-1}$.

$$\bar{I}s_1 = [W_1] \bar{I}r_0 \quad (\text{II-33})$$

$$\bar{I}s_{-1} = [V_{-1}] \bar{I}r_0 \quad (\text{II-34})$$

avec

$$[W_1] = - \{ [S_1] + [e] . (-[R_{-1}]^{-1}) . [d] \}^{-1} . \{ [c]^T + [e] . (-[R_{-1}]^{-1}) . [a]^T \} \quad (\text{II-35})$$

$$[V_{-1}] = - \{ [R_{-1}] + [d] . (-[S_1]^{-1}) . [e] \}^{-1} . \{ [a]^T + [d] . (-[S_1]^{-1}) . [c]^T \} \quad (\text{II-36})$$

finalement, l'introduction de (II-33) et (II-34) dans (II-26) nous donne une équation dont les valeurs propres et les directions propres sont respectivement les valeurs de α (rotoriques) et les vecteurs $\bar{I}r_0$.

$$\{ [a] [W_1] + [b_{20}] + [c] [V_{-1}] \} \bar{I}r_0 = 0 \quad (\text{II-37})$$

Pratiquement, la solution de (II-37) est déterminée par approximations successives exactement comme nous l'avons fait pour l'équation (II-24). A chaque valeur propre α correspond une direction propre \bar{I}_o qui définit complètement les trois autres axes de la transformation de Floquet pour $h=3, 4$ et 5 .

Nous avons dû faire des manipulations algébriques assez lourdes pour arriver à l'équation (II-37), l'avantage de résoudre (II-37) au lieu de (II-25) est purement numérique. En fait, la convergence de (II-37) est rapide puisque les matrices $[W_1]$ et $[V_{-1}]$ ne varient pas beaucoup quand on fait varier α , tandis que les matrices $[P_1]$ et $[N_{-1}]$ de (II-25) sont très sensibles aux variations de α .

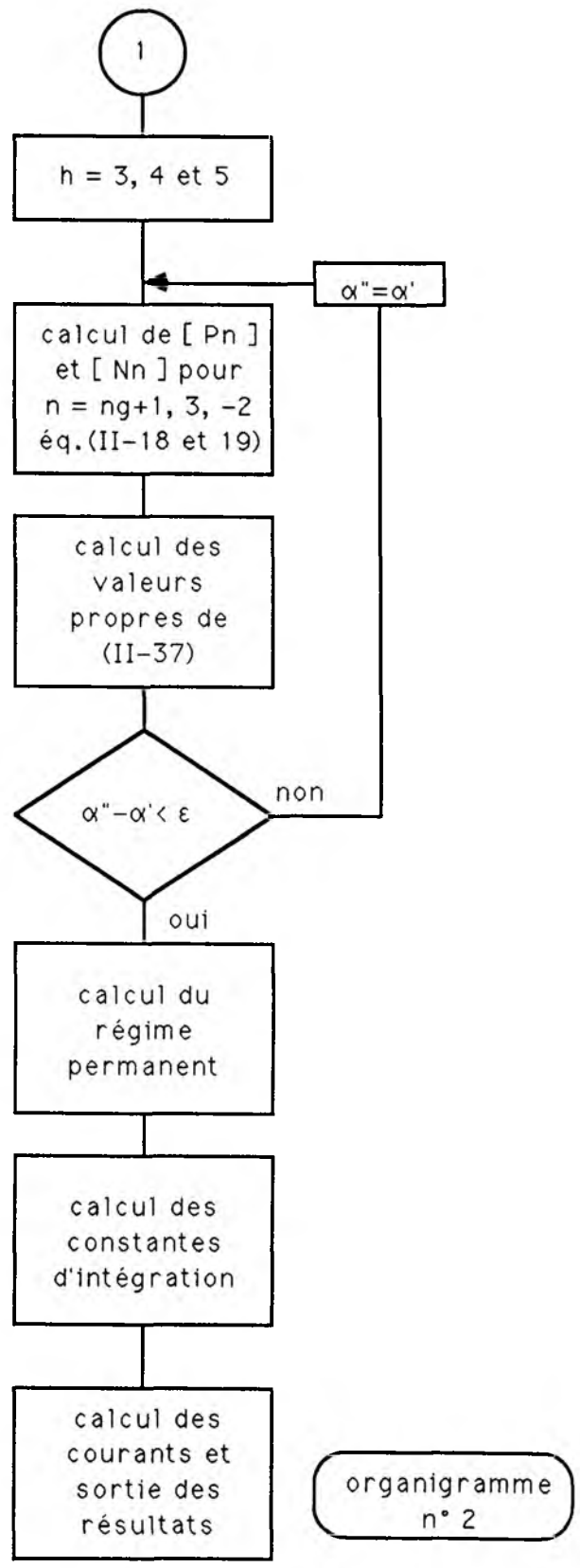
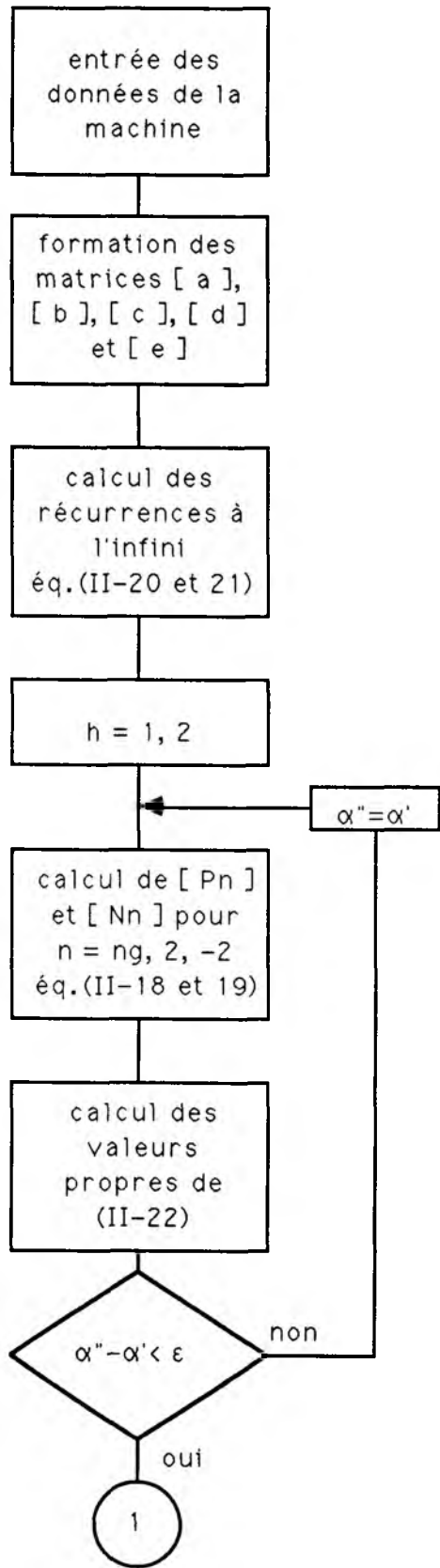
Le calcul des courants se fait strictement de la même manière que pour le cas de la machine à pôles lisses. On calcule le régime permanent à partir des relations de récurrences et d'un vecteur \bar{I}_{o0} donné par l'équation différentielle avec second membre; et les constantes d'intégration k_n sont données par les conditions initiales $I(0)$.

Les lignes générales du processus de calcul sont présentées dans l'organigramme n°2. On y trouve aussi les formules matricielles utilisées à chaque pas de calcul.

RESULTATS

Nous avons étudié le circuit représenté dans la figure (II-2) avec les données suivantes:

| | |
|--------------------|----------------------------|
| $x_d = 1,061$ pu | $T'_{d0} = 1,2183$ s |
| $x_q = 0,701$ pu | $T''_{d0} = 0,0228$ s |
| $T'_d = 0,3016$ s | $T''_{q0} = 0,1240$ s |
| $T''_d = 0,0111$ s | $T_{\sigma kd} = 0,0118$ s |
| $T'_q = 0,0350$ s | $r_a = 0,026$ pu |
| $x_n = 0,50$ pu | $r_n = 0,060$ pu |



On considère que pour $t < 0$, les interrupteurs sont ouverts, et que le courant d'excitation est à sa valeur nominale ($i_f = 1 \text{ pu}$). A l'instant $t=0$, le rotor se trouve à 90° de l'axe "a" de la machine ($\theta = \theta_0 = 90^\circ$), et les interrupteurs sont soudain fermés pour donner suite à un régime transitoire.

La figure (II-3) montre la variation des courants (i_a et i_f) pour plusieurs valeurs de fréquence: 100, 10 et 1 hertz. Ces résultats ont été comparés avec une intégration pas-à-pas de l'équation (II-8) et la précision obtenue est de l'ordre de la précision demandée à la convergence des étapes numériques de notre processus de résolution, soit une erreur relative de 10^{-5} entre la méthode d'intégration "semi-analytique" présentée dans ce travail et la méthode purement numérique traditionnelle de Runge-Kutta. Nous n'avons fait aucune vérification expérimentale de ces résultats, mais comme, pour l'instant, notre problème est purement mathématique, nous nous sommes contentés d'une comparaison numérique entre les deux méthodes.

Le temps de calcul demandé par chaque méthode a été évalué pour les trois fréquences et pour un cycle (GOULD-UTX/32 "user time" en second).

table 1

| fréquence (HZ) | Floquet | | Runge-Kutta |
|-------------------|------------------------------|-------|-------------|
| | α_n et \bar{I}_{nn} | I (t) | |
| 100 | 2,5 | 0,8 | 3,3 |
| 10 | 5,2 | 0,8 | 3,3 |
| 1 | 11,7 | 1,6 | 3,7 |

Le temps de calcul de notre expression analytique est comparable, pour les hautes fréquences, au calcul des courants pendant une période par la méthode d'intégration pas-à-pas. Cependant, comme nous avons déjà signalé, notre méthode est lente pour les faibles vitesses (on doit faire $ng=20$ et plusieurs itérations pour trouver α). Il faut noter que notre objectif n'était pas une solution rapide mais une solution qui nous permet d'avoir les constantes d'amortissement exactes du problème ce qui n'est pas possible par Runge-Kutta.

La figure (II-4) montre les constantes d'amortissement (α_n) en fonction de la fréquence. Cet exemple est intéressant parce qu'on y

retrouve les trois cas de figure que les constantes d'amortissement peuvent présenter: les constantes d'amortissement rotoriques (α_3 , α_4 et α_5) sont réelles pour toutes les fréquences, les constantes d'amortissement statoriques sont réelles pour les fréquences allant de 32 Hz à l'infini, de 32 à 5,2 Hz ces deux constantes sont complexes conjuguées et au dessous de 5,2 Hz ses parties imaginaires deviennent égales à la fréquence de rotation de la machine. Dans cet exemple ainsi que dans tous les autres présentés dans ce travail la somme des valeurs propres (α_h) se maintient constante pour n'importe quelle valeur de fréquence, ce qui confirme la démonstration faite par J.P.Chassande dans l'annexe de sa thèse [29].

Finalement, la figure (II-5) montre la matrice de transformation de Floquet [$M_2(\theta)$], pour une fréquence ($f=10$ Hz) correspondant à une transformation complexe.

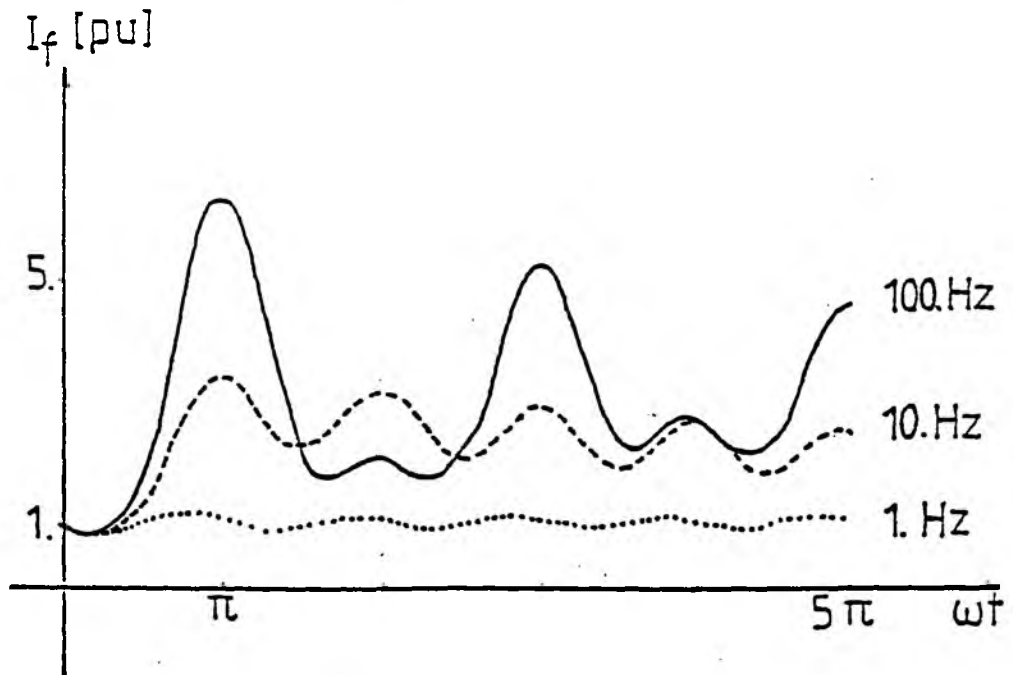
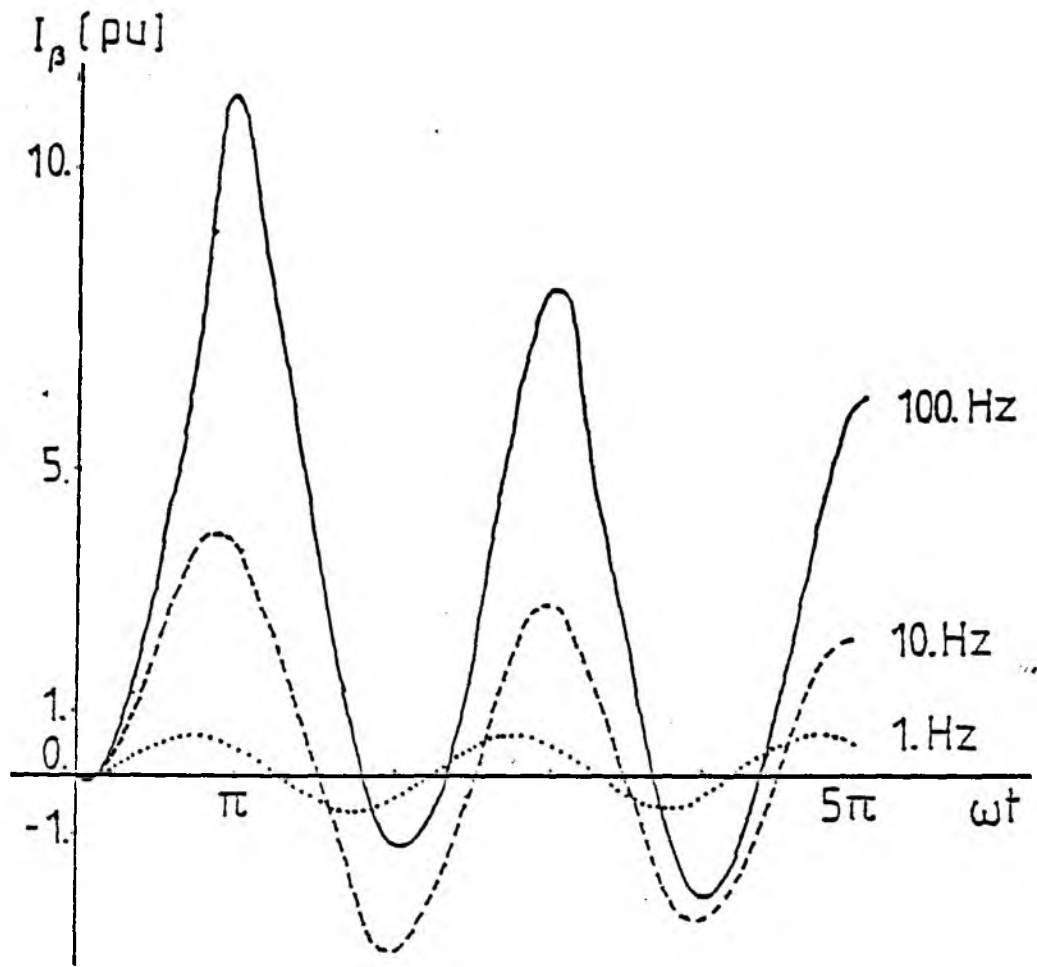
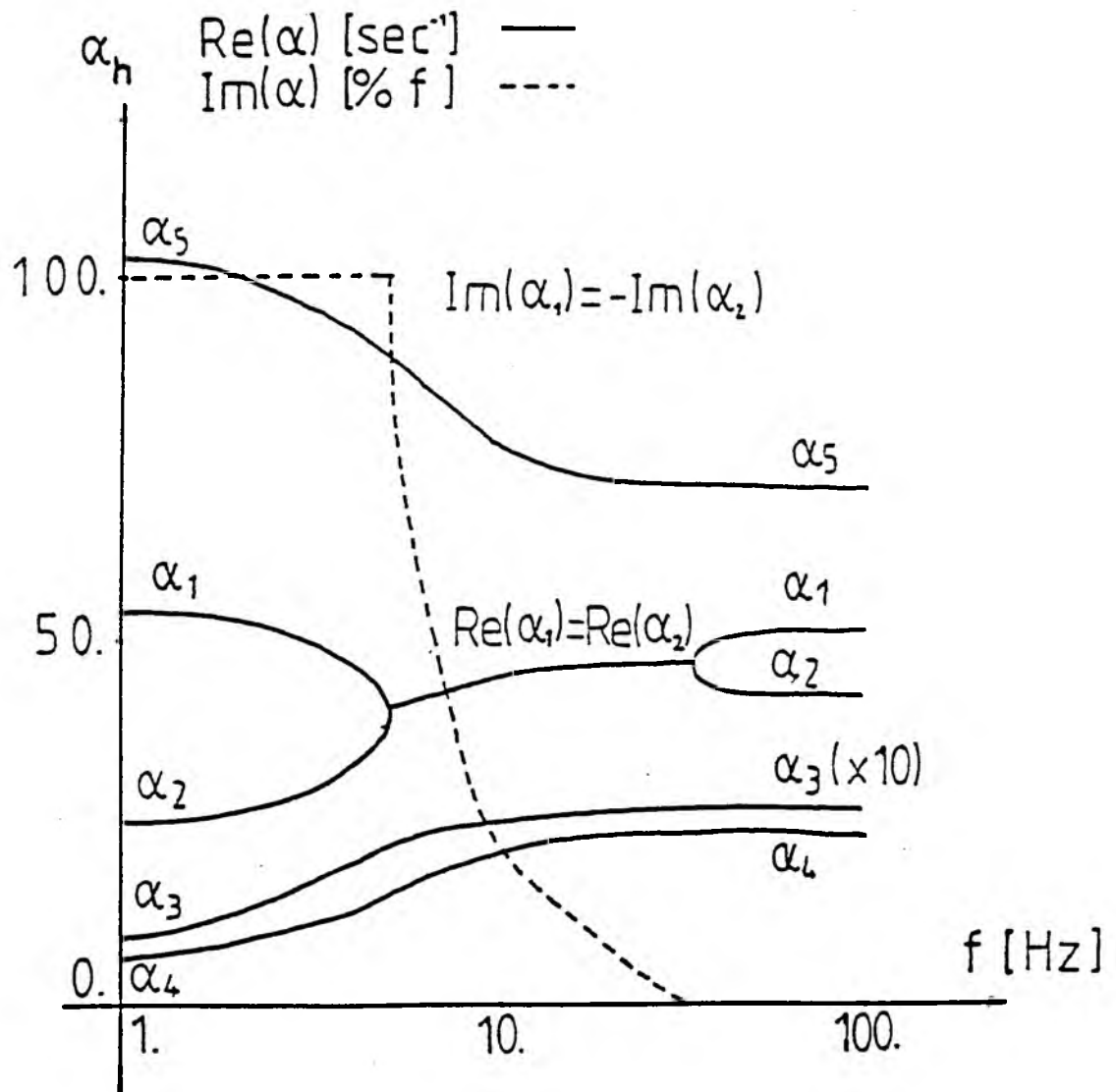


figure (II-3): les courants pour $f = 100, 10$ et 1 Hz



figure(II-4): constantes d'amortissement en fonction de la fréquence

AUTRES EXEMPLES ET GENERALISATION

Pour simplifier l'exposé nous avons présenté la méthode pour un cas précis de court-circuit (défini par la figure (II-2)). D'autres problèmes peuvent être traité strictement de la même façon. Nous allons donner deux exemples très simples où l'utilisation de la méthode est directe.

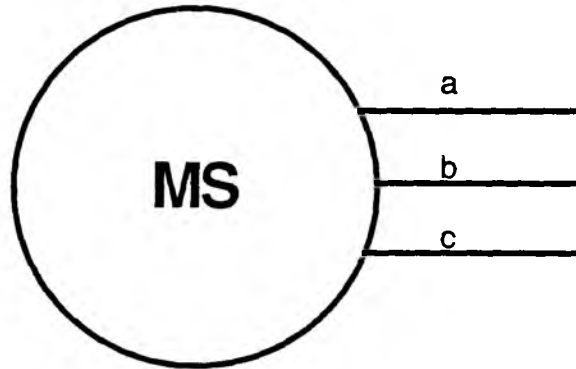


figure (II-6): court-circuit entre deux phases

Les équations du court-circuit défini dans la figure (II-6) sont:

$$i_a = 0$$

$$i_b + i_c = 0 \tag{II-38}$$

$$v_b - v_c = 0$$

dans le système de référence de Clarke on a:

$$i_\alpha = 0$$

$$i_o = 0 \tag{II-39}$$

$$v_\beta = 0$$

l'introduction de (II-39) dans (II-4) est directe et nous donne un système d'équations différentielles à coefficients périodiques dont la solution par la transformée de Floquet ne pose pas de nouveau problème. Dans ce cas, les

matrices de récurrence sont d'ordre un, et on constate que la valeur numérique de la matrice $[P_{\infty}]$ calculée par notre méthode vaut:

$$[P_{\infty}] = (\sqrt{x_q''} - \sqrt{x_d''}) / (\sqrt{x_q''} + \sqrt{x_d''})$$

ce qui correspond à la valeur de la raison de la progression géométrique de la solution trouvée par Y.K.Ching [14] et B.Adkins [22].

Le court-circuit triphasé (figure (II-7)) peut, lui aussi, être traité de la même façon. Nous avons :

$$v_{\alpha} = 0$$

$$v_{\beta} = 0$$

$$i_0 = 0$$

(II-40)

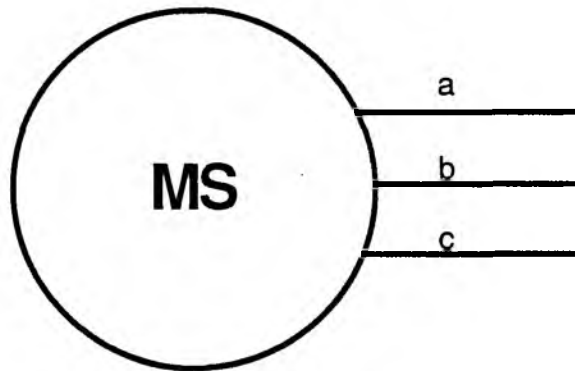


figure (II-7): court-circuit triphasé

Dans ce problème la transformation de Floquet peut sembler de peu d'intérêt puisque la transformation de Park nous donne un système d'équations différentielles à coefficients constants, donc un système qui a une solution analytique relativement simple. Nous le présentons ici simplement pour faire une liaison entre notre méthode et celle de Park qui est bien connue. En effet, l'application de la transformation de Floquet (calculée numériquement par notre méthode) aux équations d'un court-circuit triphasé et pour une fréquence très élevée ($\omega \rightarrow \infty$) nous donne:

$$[M_3] = \begin{bmatrix} -1/T_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/T_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/T_d' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/T_d'' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/T_d''' \end{bmatrix}$$

qui sont les constantes de temps classiques de la machine synchrone.

D'une manière générale, la méthode peut être utilisée dans tous les cas où il est possible de combiner les équations de la machine et les équations du court-circuit de façon à trouver un système final d'équations de la même forme que (II-8), avec un second membre connu.

CONCLUSION

En dépit des complications que les saillances apportent au problème, nous avons réussi à conserver les simplifications principales que nous avons voulu donner à notre méthodologie de résolution d'équations différentielles à coefficients périodiques, à savoir:

En changeant le problème, la méthodologie ne change pas; et

Les constantes de temps et la transformation de Floquet sont complètement indépendantes des conditions initiales du problème, ce qui restreint au minimum l'étape numérique de résolution.

Nous avons aussi fait la liaison du présent travail avec les travaux rencontrés dans la littérature, avec la définition des valeurs réduites et des paramètres à partir des données classiques de la machine synchrone.

Finalement, la réduction de l'ordre des matrices de récurrence nous a apporté un gain considérable en temps de calcul par rapport au chapitre précédent. Il est clair que le processus que l'on vient d'établir est valable également pour les machines à pôles lisses.

CHAPITRE 3

*** ***

**MACHINE SYNCHRONE AUTOPILOTEE A COMMUTATION
NATURELLE DE COURANT**

III) MACHINE SYNCHRONE AUTOPILOTEE A COMMUTATION NATURELLE DE COURANT

INTRODUCTION

Nous n'avons pas l'intention de présenter, dans cette thèse, une analyse complète de la machine synchrone autopilotée. Nous trouvons, dans la bibliographie, des bonnes références à ce sujet, notamment [23], [29], [30], [32], [36] et [38].

Pour notre part, nous nous contentons simplement de montrer comment notre méthode de résolution des équations différentielles à coefficients périodiques peut être utilisée, avec de grands avantages par rapport aux méthodes déjà existantes, pour trouver le fonctionnement en régime permanent de cette machine.

Quelques exemples numériques ont été traités et nous avons aussi comparé nos résultats avec des courbes expérimentales obtenues au laboratoire.

LA MACHINE SYNCHRONE AUTOPILOTEE

La figure (III-1) montre le schéma classique de la machine synchrone autopilotée.

Le pont redresseur d'entrée est asservi; il délivre un courant moyen côté continu (i_{cc}) constant. Dans notre modèle figure (III-2), nous avons supposé que le réseau triphasé et le redresseur peuvent être représentés par une source de tension continue (e_{cc}). D'autre part, du côté de la machine synchrone (MS) nous admettons toujours les mêmes hypothèses de base; on peut donc décrire la machine par le système d'équations différentielles à coefficients périodiques (II-4).

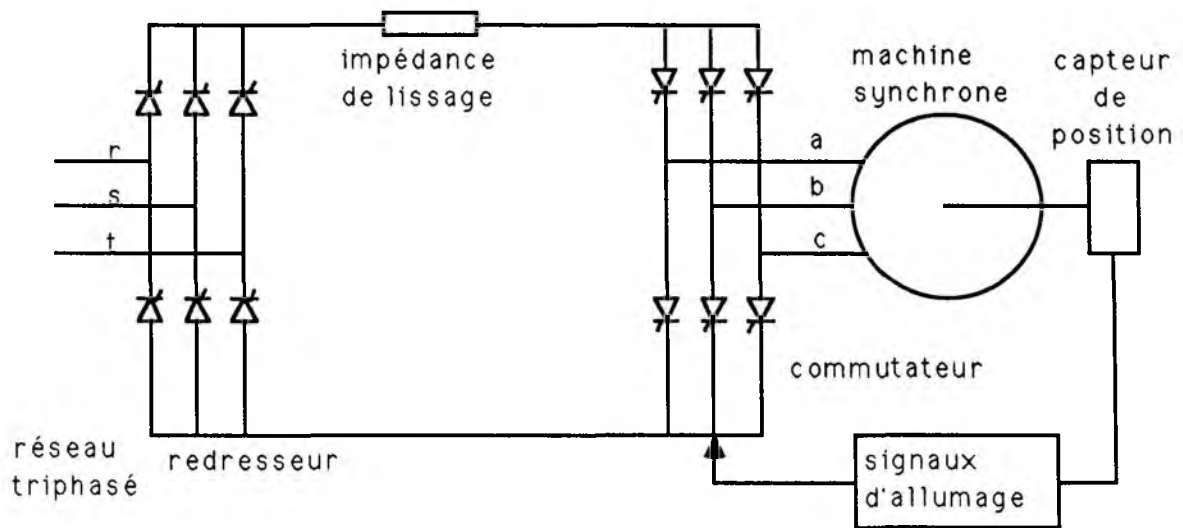


figure (III-1): la machine synchrone autopilotée

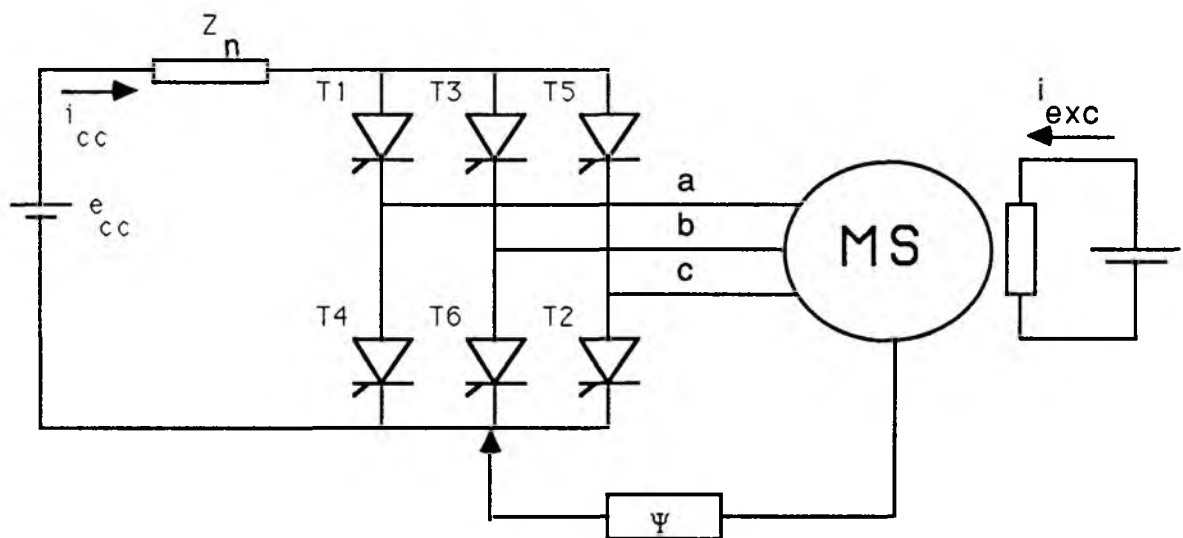


figure (III-2): représentation de la MS autopilotée

Pour la commande de la machine synchrone autopilotée nous disposons de trois variables indépendantes, à savoir:

— le courant continu (i_{cc}) dont le réglage s'effectue par l'angle d'allumage des thyristors redresseurs, donc, dans notre modèle, par la valeur de la tension côté continu (e_{cc});

— le courant d'excitation (i_{exc}); et

— l'angle d'amorçage du commutateur (ψ) déterminé par la position du rotor.

Ces trois variables et la fréquence (f) définissent complètement le fonctionnement de la machine en régime permanent.

Pour un fonctionnement en alternateur il suffit de changer l'angle d'allumage (ψ) et pour un même courant la tension du côté continu change de signe. Le commutateur devient un redresseur et vice-versa.

La commutation naturelle de courant entre deux phases est assurée si, au moment du déclenchement d'un thyristor ("T2" par exemple), la tension à ses bornes est positive ($v_{cb} > 0$). Alors, le courant i_{cc} est transféré de la phase "b" à la phase "c". Cette période est appelée intervalle de commutation et le déplacement angulaire (angle électrique) du rotor, pendant cette période, est appelé angle de commutation que l'on notera par (μ).

A la fin de cette intervalle, quand $i_b = 0$, les thyristors T1 et T2 conduisent jusqu'au déclenchement d'un nouveau thyristor (T3 dans notre exemple). Cette période est appelée intervalle de conduction et sa fin est donnée par la position du rotor, donc par un angle θ bien défini.

Tous les angles que nous serons amenés à utiliser dans la suite sont définis dans la figure (III-3).

L'étude du fonctionnement de la machine synchrone autopilotée à commutation naturelle de courant consiste à déterminer les courants à tout instant. Les courants étant définis nous pouvons calculer facilement les tensions, le couple, les pertes, etc... Comme les phénomènes se repètent tous les $\pi/3$ rad, il suffit de calculer les courants dans un intervalle de commutation et dans un intervalle de conduction (consécutifs ou non) et par

un simple changement d'indice nous avons les courants durant une période.

Nous voyons dans la figure (III-4) la position du flux statorique dans chaque intervalle de conduction. Les commutations correspondent aux passages d'une position à une autre consécutive. On observe que le passage de P1 à P2 (relatif à l'intervalle "1") correspond à un changement de signe du courant dans un enroulement fictif sur l'axe "β". D'autre part, pour la conduction, les positions P3 et P6 sont intéressantes parce qu'elles n'ont aucune composante sur l'axe "α". Pour cette raison, nous avons choisi d'étudier l'intervalle "1" pour la commutation et l'intervalle "4" pour la conduction. Aussi, nous allons noter dans la suite la commutation par l'indice "mut" et la conduction par l'indice "duc".

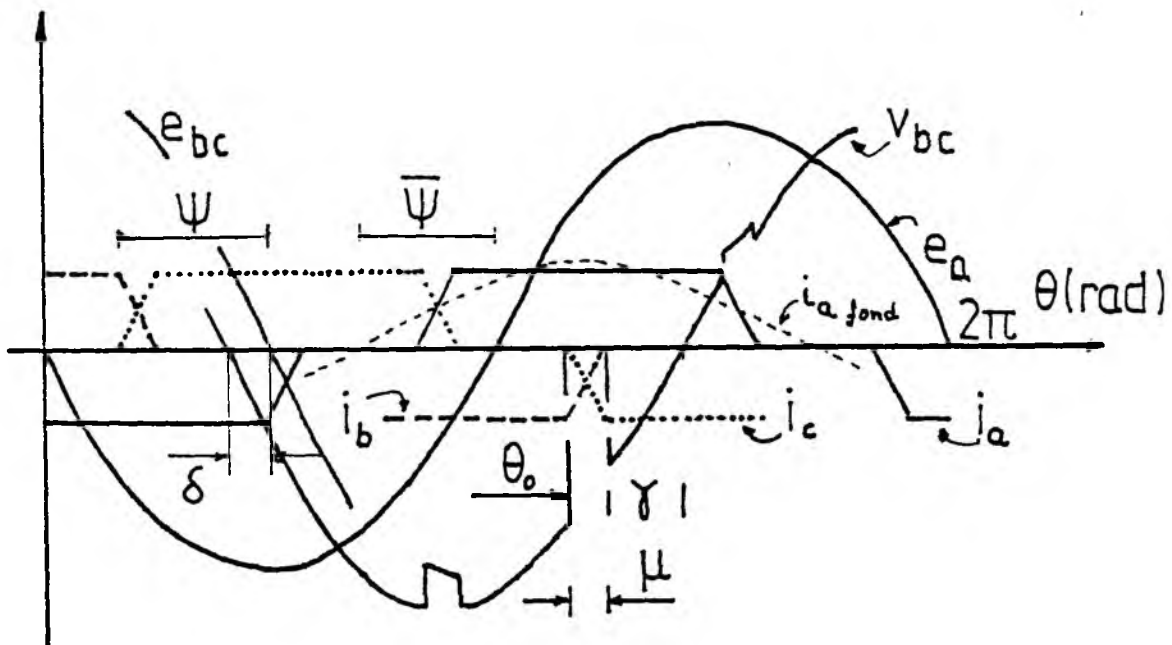
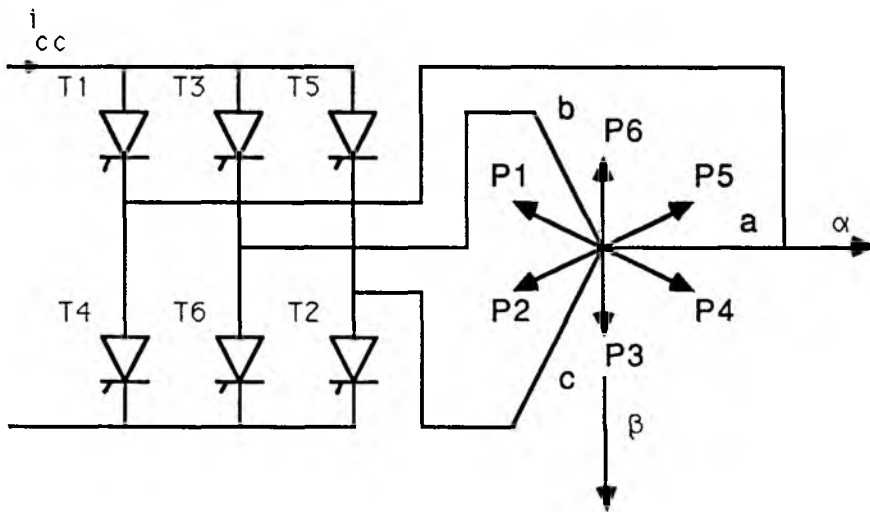


figure (III-3): définition des angles



| thyristors en conduction | position du flux statorique |
|--------------------------|-----------------------------|
| T1+T6 | P1 |
| T1+T2 | P2 |
| T3+T2 | P3 |
| T3+T4 | P4 |
| T5+T4 | P5 |
| T5+T6 | P6 |

| allumage | T2 | T3 | T4 | | | |
|------------------|----------------|------------------|--------------------|--------------------------|---------------------|----------|
| angle | θ_0 | $\theta_0 + \mu$ | $\theta_0 + \pi/3$ | $\theta_0 + \pi/3 + \mu$ | $\theta_0 + 2\pi/3$ | θ |
| | "mut" b → c | "duc" a et c | "mut" a → b | "duc" b et c | "mut" c → a | |
| position du flux | P1 → P2 | P2 | P2 → P3 | P3 | P3 → P4 | |
| intervalle | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |

figure (III-4): position du flux statorique

Le calcul du régime permanent dans une machine synchrone autopilotée présente deux points délicats:

1) Dans les deux modes de fonctionnement, la machine est en court circuit déséquilibré. Les équations qui décrivent ces fonctionnements sont toujours des équations différentielles à coefficients périodiques. Etant donné que la machine doit pouvoir fonctionner à très faible vitesse, on ne peut pas négliger les résistances.

2) On ne connaît, à priori, ni les valeurs des courants instantanés avant la commutation ni l'angle de commutation. Comme l'angle de commutation dépend de la valeur initiale du courant à commuter, nous avons à résoudre un problème non-linéaire dont les inconnues sont les valeurs initiales des courants et l'angle de commutation.

Pour résoudre le premier problème nous allons utiliser la méthode décrite dans la première partie de cette thèse.

Pour résoudre le deuxième nous allons utiliser la procédure itérative décrite par J.P.Chassande [29]. Les lignes générales de cette procédure sont résumées ici :

1) A partir d'un vecteur suffisamment approché de courants initiaux $I_{mut}^{(0)}(0)$ on calcule l'angle de commutation (μ) et les courants à cet instant $I_{mut}(\mu)$.

2) La fin de la commutation donne le vecteur des courants initiaux de la conduction ($I_{mut}(\mu) \rightarrow I_{duc}(0)$).

3) Avec les valeurs initiales de la conduction on calcule les courants pendant la conduction $I_{duc}(t)$ et les valeurs moyennes des courants rotoriques ($I_{moy}^{(i)}$). La correction (ΔI) faite aux courants initiaux de la commutation, à chaque itération, est donnée par la différence des valeurs moyennes des courants rotoriques (\bar{I}_{moy}).

$$\bar{I}_{moy} = \begin{bmatrix} i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{exc} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta I^{(i)} = I_{moy}^{(i)} - \bar{I}_{moy}$$

$$I_{mut}^{(i+1)}(0) = I_{mut}^{(i)}(0) + \Delta I^{(i)} \quad (III-1)$$

4) On refait les étapes (1), (2) et (3) jusqu'à la convergence.

La convergence est atteinte quand $\Delta I < \epsilon$, et on observe alors que, dans un problème bien posé, les courants finaux de la conduction sont égaux aux courants initiaux de la commutation. Nous avons donc bien trouvé le régime permanent de fonctionnement de la machine synchrone autopilotée.

LES EQUATIONS DE LA COMMUTATION

Comme il a été dit précédemment, on considère que l'on veut commuter les phase "b" et "c" pendant que la phase "a" conduit, ce qui correspond à l'intervalle "1" de la figure (III-4) et donc au déclenchement du thyristor "T2".

Tant que le courant "i_b" n'est pas nul, nous avons la conduction simultanée de trois thyristors: T1, T2 et T6. On peut représenter schématiquement ce qui se passe par la figure (III-5).

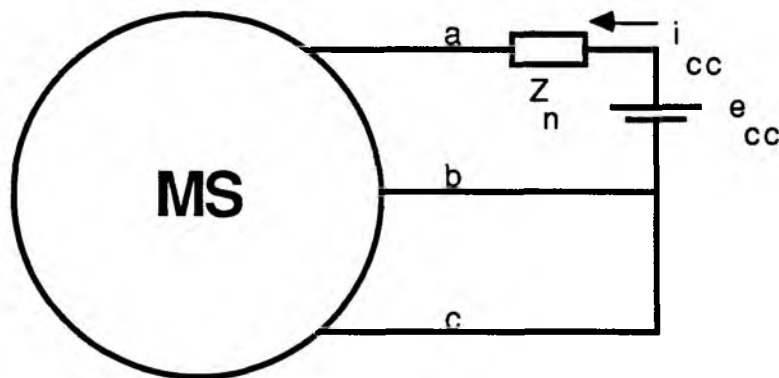


figure (III-5): commutation

On retrouve le même problème de court-circuit asymétrique résolu dans le chapitre précédent et on peut mettre les équations sous la forme:

$$V = [R] I_{mut} + p [L] I_{mut} \quad (\text{III-2})$$

L'expression analytique des courants pendant la commutation est donnée par:

$$I_{mut}(t) = \sum_{n=1}^5 k_n \exp(-\alpha_n t) \cdot F_n(\theta) + F_o(\theta) \quad (\text{III-3})$$

Dans laquelle nous savons calculer numériquement les constantes d'amortissement (α_n), les vecteurs $F_n(\theta)$, le régime permanent $F_o(\theta)$ (à partir de l'équation avec second membre); et chaque condition initiale ($I_{mut}(0)$) correspond à cinq constantes d'intégration (k_n) qui sont données par la résolution du système linéaire (I-20).

LES EQUATION DE LA CONDUCTION

Nous avons choisi comme intervalle de conduction l'intervalle "4" de la figure (III-4). Il correspond à la conduction des thyristors "T2" et "T3", donc à un court-circuit entre les phases "b" et "c" de la machine. On peut représenter ce court-circuit asymétrique par la figure (III-6).

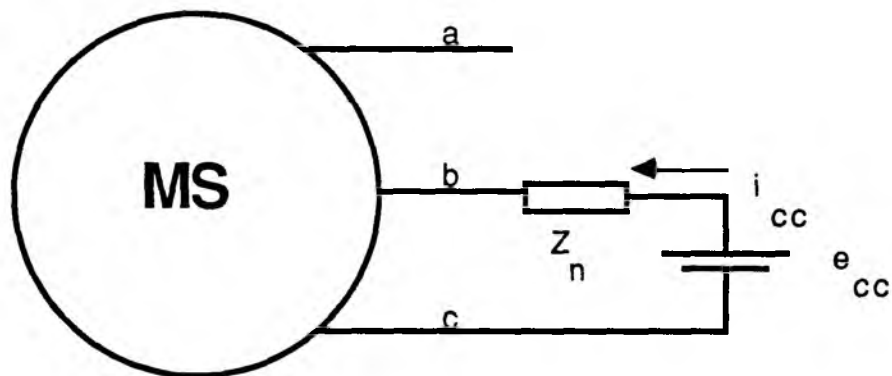


figure (III-6): conduction

Les équations imposées par le court-circuit sont alors:

$$i_a = 0$$

$$i_b + i_c = 0 \quad (\text{III-4})$$

$$e_{cc} = - (z_n i_{cc}) + v_b - v_c$$

Dans le système de référence "αβ0", on a

$$i_o = 0$$

$$i_\alpha = 0 \quad (\text{III-5})$$

$$e_{cc} = - (z_n i_{cc}) - \sqrt{2} v_\beta$$

L'introduction de (III-5) dans les équations de la machine (II-4) se fait directement et on peut supprimer une ligne et une colonne du système puisque $i_\alpha = 0$. D'autre part, l'équation homopolaire (II-5) a une solution triviale. Il ne reste que le système d'équations différentielles suivant à résoudre:

$$\begin{bmatrix} -e_{cc} \\ e_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_n + \kappa^2 \delta_\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{cc} \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} + \quad (\text{III-6})$$

$$p \begin{bmatrix} \kappa^2(1-\gamma \cos 2\theta) + \rho_n & -\kappa\beta_{af} \sin\theta & -\kappa\beta_{akd} \sin\theta & \kappa\beta_{akq} \cos\theta \\ -\kappa\beta_{af} \sin\theta & 1 & \beta_{fk d} & 0 \\ -\kappa\beta_{akd} \sin\theta & \beta_{fk d} & 1 & 0 \\ \kappa\beta_{akq} \cos\theta & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{cc} \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix}$$

Dans ce cas, $\kappa = \sqrt{2}$. Avec une notation plus compacte on a:

$$V = [R] I_{duc} + p [L] I_{duc} \quad (\text{III-7})$$

La transformation de Floquet nous donne alors une expression analytique du vecteur des courants pendant la conduction qui a la forme

suivante:

$$I_{duc}(t) = \sum_{h=1}^4 k_h \exp(-\alpha_h t) \cdot F_h(\theta) + F_0(\theta) \quad (\text{III-8})$$

Le processus itératif décrit dans le chapitre précédent nous donne les quatre constantes d'amortissement (α_h) ainsi que la transformation de Floquet ($F_h(\theta)$). Le régime permanent est donné par le vecteur "V" et les constantes d'intégration par la résolution du même système linéaire (I-20) qui, cette fois-ci, est d'ordre 4.

PROCESSUS DE RESOLUTION

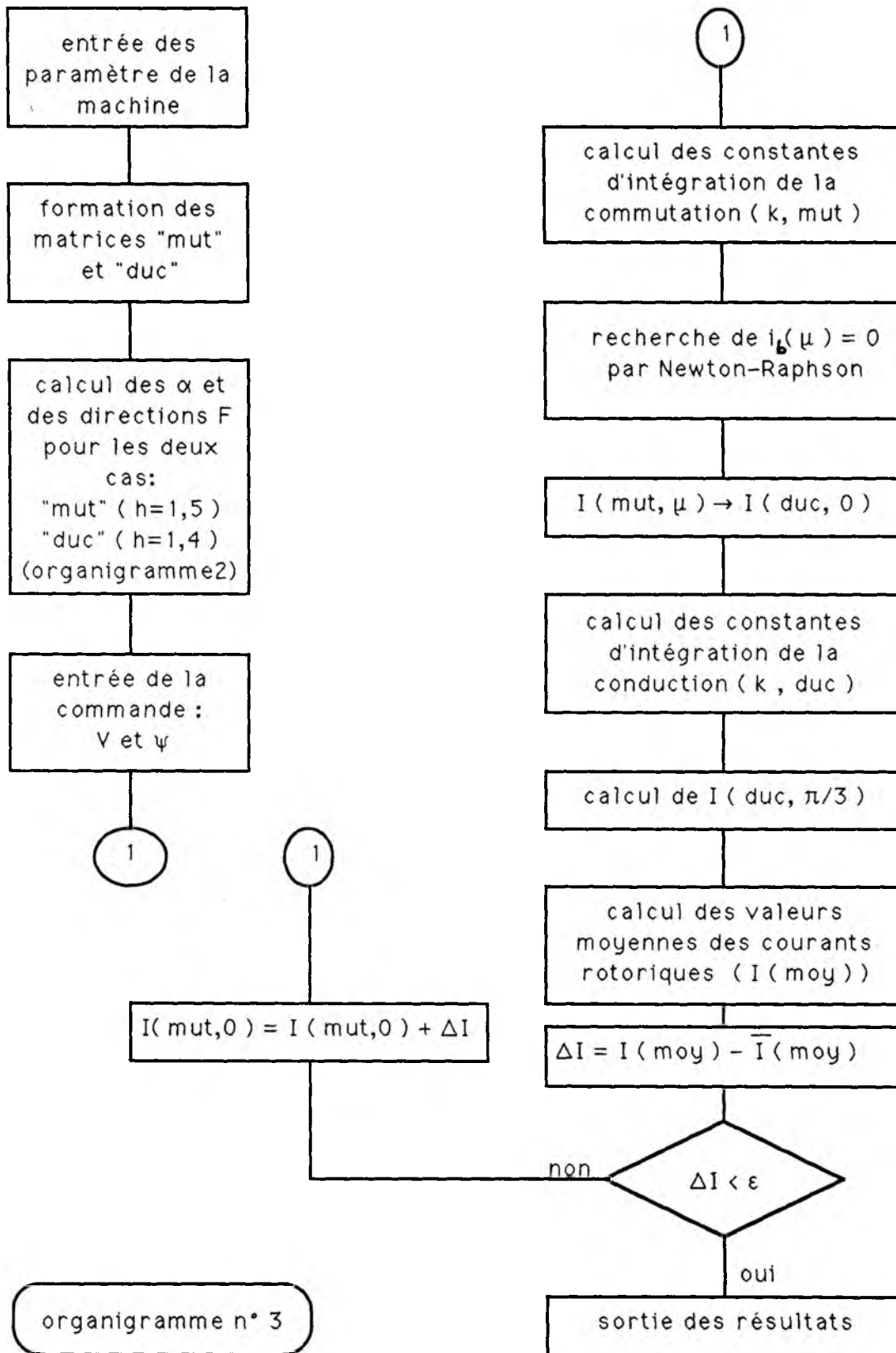
Avec l'expression analytique des courants pendant la commutation ($I_{mut}(t)$), le calcul de l'angle de commutation (μ) peut se faire par une méthode rapide de recherche de zéro d'une fonction analytique du genre "Newton-Raphson".

L'expression analytique des courants pendant la conduction ($I_{duc}(t)$) nous donne, avec un seul "pas-de-calcul", les courants à la fin de la conduction ($I_{duc}(\pi/3)$).

A partir des expressions analytiques des courants (III-3) et (III-8) on peut établir les expressions des valeurs moyennes des courants. Dans notre programmation nous n'avons pas utilisé cette propriété (les courants moyens ont été calculés numériquement).

Finalement, avec notre présentation, le calcul de la transformation de Floquet et des constantes d'amortissement est totalement indépendant des conditions initiales des court-circuits. Nous avons donc réussi à séparer complètement les deux processus numériques. A chaque nouvelle itération, du problème non-linéaire, il suffit de résoudre deux systèmes d'équations linéaires pour trouver les constantes d'intégration (k_h) et avoir les courants en fonction analytique du temps.

Dans l'organigramme (3) on trouve la suite des opérations nécessaires pour le calcul du régime permanent de la machine synchrone autopilotée.



RESULTATS

Nous avons mis au point le programme décrit par l'organigramme (3). Ce programme est très utile pour les études paramétriques du fonctionnement de la machine synchrone autopilotée.

Il faut noter que nous pouvons changer la commande sans toucher à la transformation de Floquet et donc sans refaire les itérations décrites au chapitre 2. Nous pouvons même aller plus loin, lorsqu'on fait varier l'angle d'allumage (ψ) des thyristors nous n'avons pas non plus besoin de recalculer le vecteur de régime permanent (\bar{I}_{no}). Ici on voit l'intérêt d'avoir conçu une matrice de transformation complètement indépendante de l'instant initial du court-circuit et des tensions aux bornes des enroulements.

Nous avons testé le programme de plusieurs façons:

Les formules analytiques des courants pendant la commutation ($I_{mut}(t)$) et pendant la conduction ($I_{duc}(t)$) ont été comparées avec un calcul d'intégration pas-à-pas exactement comme nous avons fait dans les deux chapitres précédents. L'erreur relative typique est de l'ordre de 10^{-5} .

Ensuite, nous avons effectué les études paramétriques faites par J.P.Chassande dans sa thèse [29]. Nous avons fait varier la fréquence, l'angle de déclenchement, l'excitation et l'impédance de lissage. Nous avons pu retrouver tous ses résultats avec une précision supérieure à 0,1% sur toutes les grandeurs, c'est-à-dire: les courants, l'angle de commutation (μ), l'angle de garde (γ), les tensions, le couple et les pertes. Nous n'allons pas réécrire ces tableaux ici pour ne pas être redondant, et comme nous avons dit dans l'introduction nous n'avons pas voulu faire dans cette thèse une étude complète de la machine synchrone autopilotée, tout simplement parce qu'elle a déjà été faite.

Finalement, nous avons pu faire une comparaison entre les résultats obtenus par notre programme et des courbes expérimentales grâce à la collaboration de M.I.Mahmoud qui nous a communiqué les deux courbes présentées à la figure (III-7), correspondant à:

$$f = 20 \text{ Hz} \quad i_{cc} = 0,28 \text{ pu} \quad i_{e,xc} = 2,0 \text{ pu} \quad \psi = 30^\circ$$

Les caractéristiques de la machine synchrone utilisée sont les suivantes:

$$S_n = 10 \text{ kVA} \quad V_n = 220 \text{ V} \quad I_n = 26,5 \text{ A}$$

$$x_d = 1,1266 \text{ pu} \quad x_q = 0,7302 \text{ pu}$$

$$T'_{d0} = 1,200 \text{ s} \quad T''_{d0} = 0,016 \text{ s} \quad T''_{q0} = 0,064 \text{ s}$$

$$T'_d = 0,222 \text{ s} \quad T''_d = 0,0118 \text{ s} \quad T''_q = 0,0083 \text{ s}$$

$$T_{\sigma kd} = 0,0094 \text{ s}$$

$$r_a = 0,0236 \text{ pu} \quad r_n = 0,0260 \text{ pu} \quad x_n = 1,880 \text{ pu}$$

Nous avons simulé le même problème avec notre programme et obtenu les courbes de la figure (III-8). On voit une très bonne concordance entre les deux courbes surtout sur l'angle de commutation (μ), la valeur de pointe de la tension, les discontinuités de la tension $v_{b,c}$ dues aux commutations successives et la valeur moyenne du courant continu. Cependant, nous ne trouvons pas dans les courbes théoriques les oscillations à 50Hz du courant, tout simplement parce que nous avons simulé le redresseur par une source de tension continue.

A titre d'illustration nous présentons dans la figure (III-9) les autres grandeurs calculées par le programme, pour le même exemple. Dans la figure (III-9a) nous avons i_d , v_d , $v_{b,c}$ et e_{a0} ; dans la figure (III-9b) nous avons les courants rotoriques i_f , i_{kd} et i_{kq} ; et dans la figure (III-9c) nous avons le couple.

Nous retrouvons dans la figure (III-10) les constantes d'amortissement en fonctions de la fréquence. Il faut rappeler qu'une fois que nous avons trouvé les constantes α , nous avons aussi la matrice de tranformation de Floquet, nous avons donc une expression analytique déterminée pour les courants.

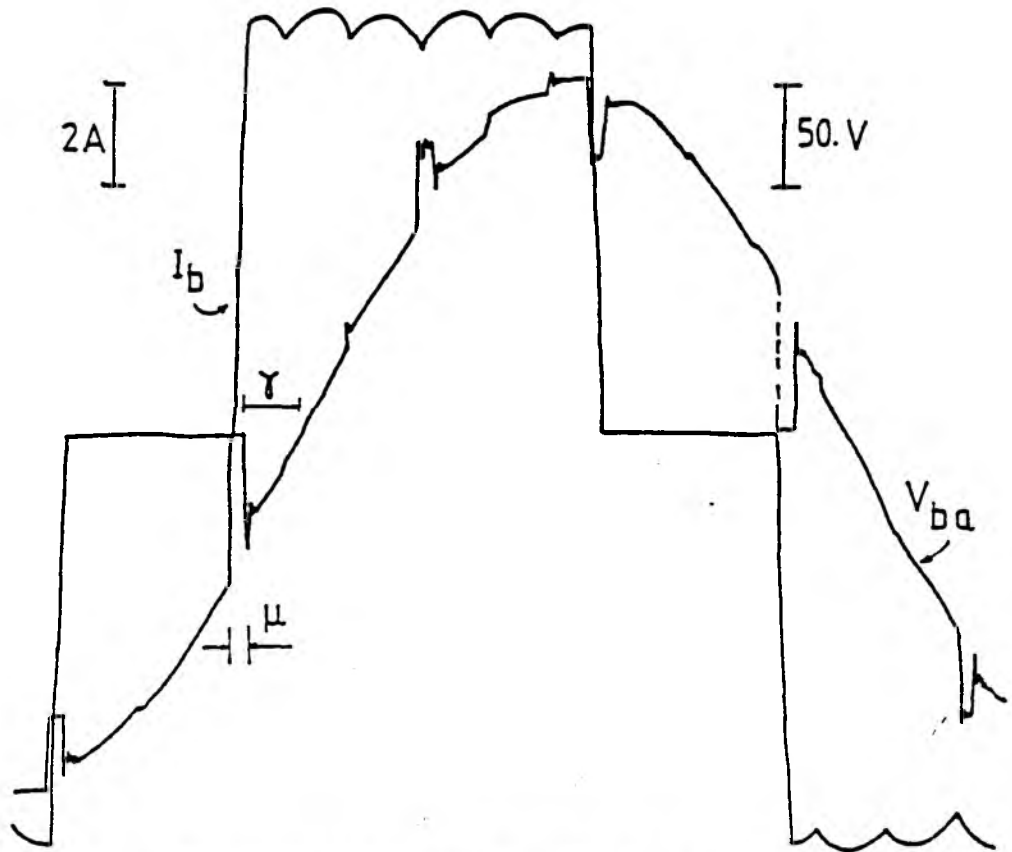


figure (III-7): courbes expérimentales établies par M.I.Mahmoud

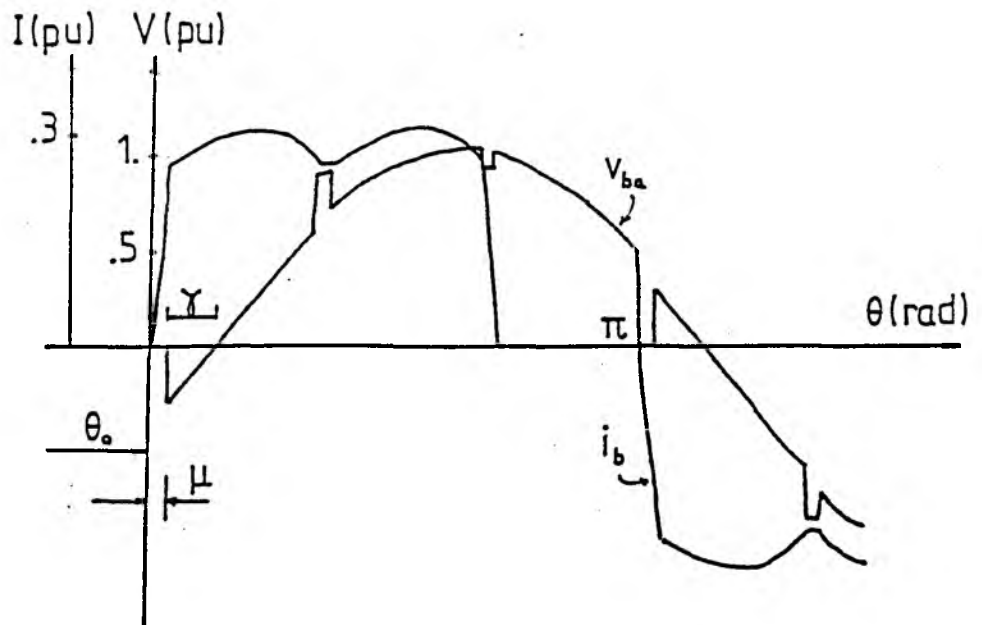


figure (III-8) : courbes calculées

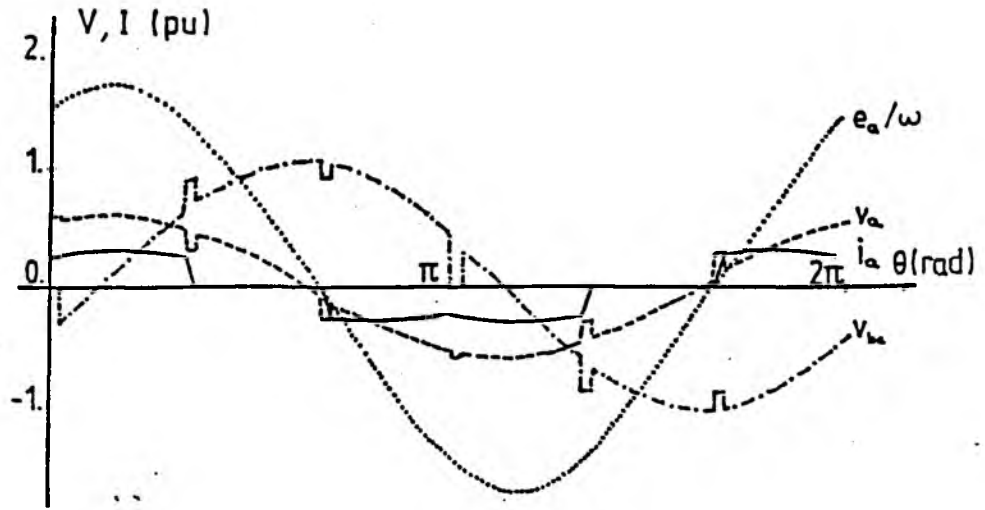


figure (III-9a): $i_a(\theta)$, $v_a(\theta)$, $v_{bc}(\theta)$ et $e_{ao}(\theta)$

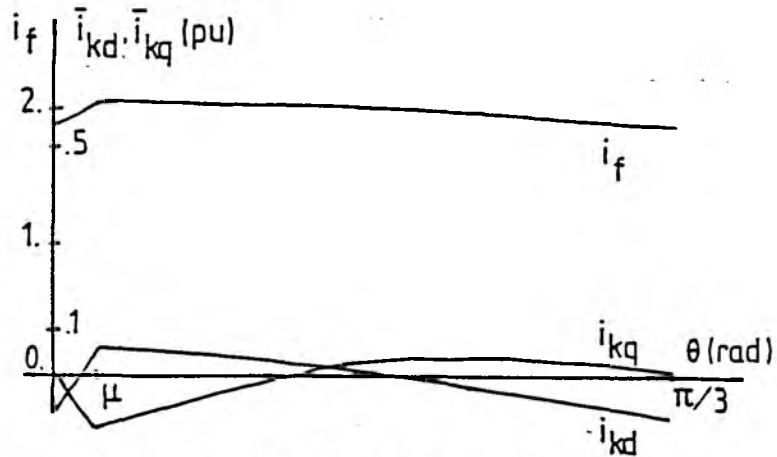


figure (III-9b): $i_f(\theta)$, $i_{kd}(\theta)$, $i_{kq}(\theta)$

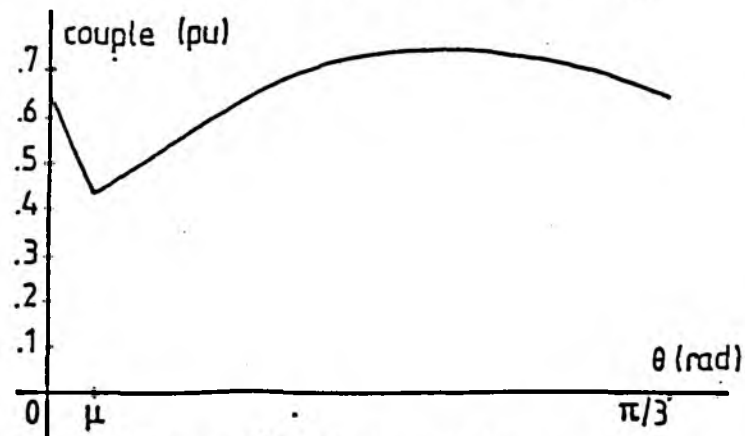


figure (III-9c): le couple

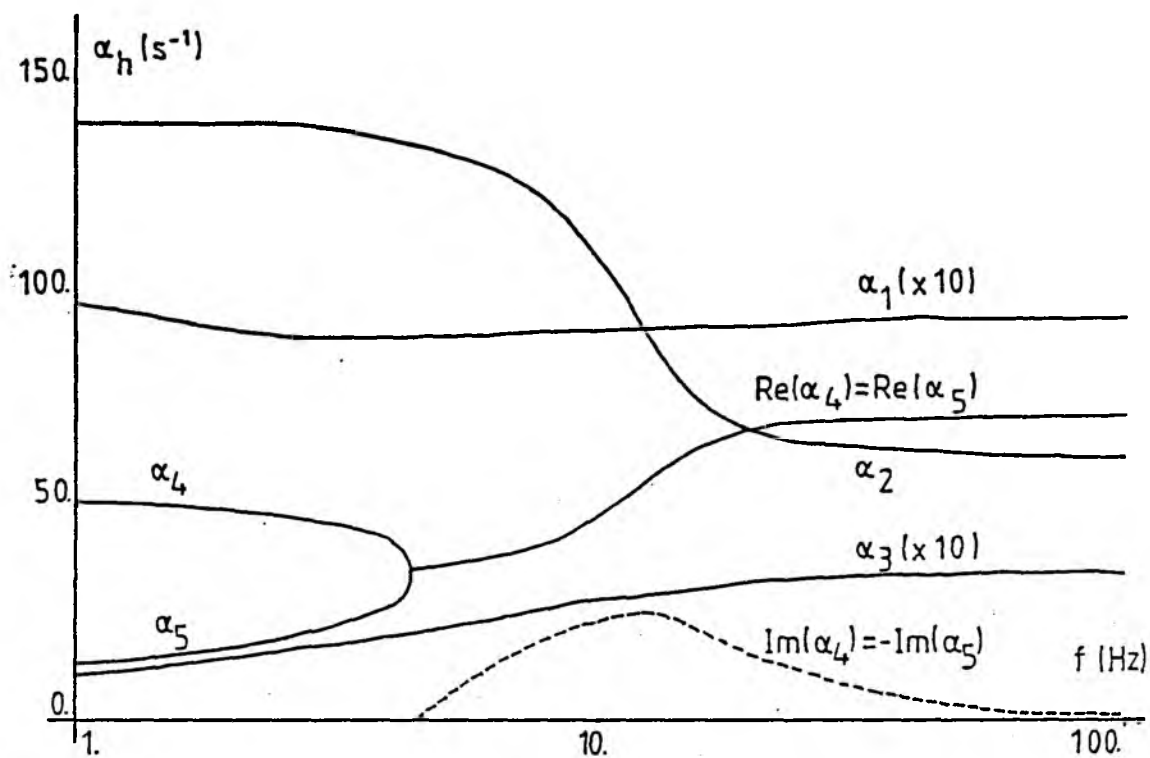


figure (III-10a): constantes d'amortissement — commutation

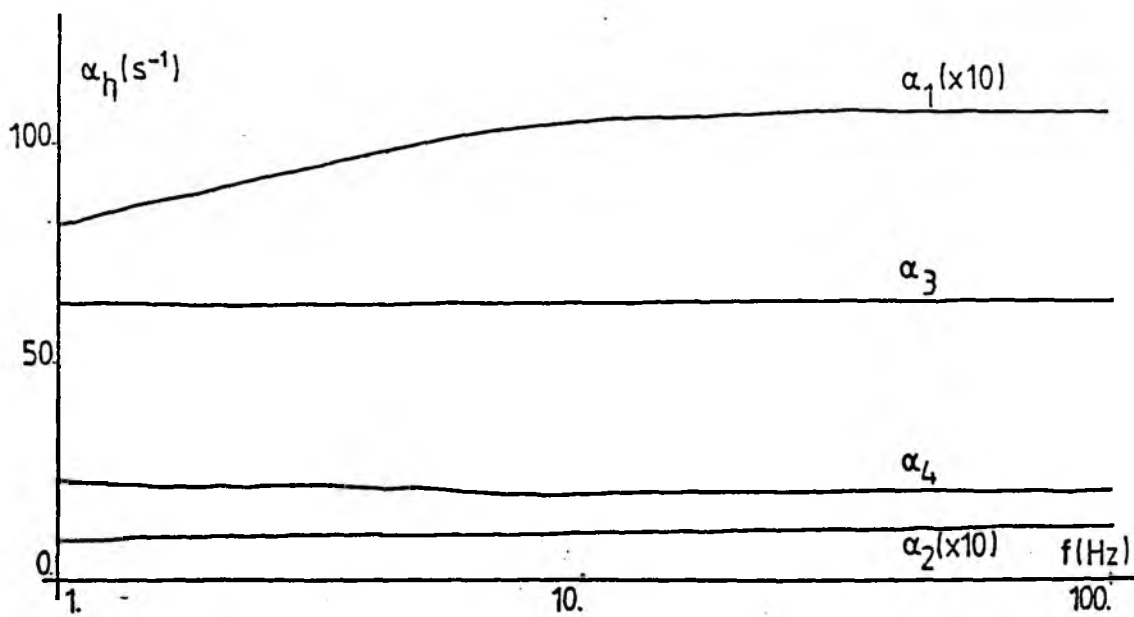


figure (III-10b): constantes d'amortissement — conduction

CONCLUSION

L'avantage de disposer des expressions des courants pendant la commutation et pendant la conduction en fonction du temps a été mis en évidence dans ce chapitre.

La définition de la matrice de transformation de Floquet indépendante du second membre de l'équation différentielle et de la position du rotor nous a permis de faire varier la commande de la machine synchrone autopilotée sans avoir à résoudre le système d'équations différentielles. Cela est tout à fait logique puisque, en fait, la transformation de Floquet nous donne la solution à l'équation différentielle homogène. Nous considérons ceci comme une notable simplification par rapport aux travaux précédents [29], [33].

Les comparaisons faites avec les courbes pratiques nous assurent que le modèle choisi pour la représentation de la machine est raisonnable. Cependant, il serait très intéressant de poursuivre les travaux présentés dans cette thèse en représentant mieux le redresseur. En fait, un tel raffinement conduit seulement à ajouter des harmoniques au deuxième membre des équations (III-2) et (III-7), ce qui n'en modifie pas le référentiel de Floquet.

CHAPITRE 4

*** ***

**MACHINE SYNCHRONES AUTOPILOTEES A DOUBLE ETOILE ET A
COMMUTATION NATURELLE DE COURANT**

IV) MACHINE SYNCHRONE AUTOPILOTEE A DOUBLE ETOILE ET A COMMUTATION NATURELLE DE COURANT

INTRODUCTION

La machine triphasée, associée à un convertisseur statique, présente quelques inconvénients; en particulier des pulsations de couple qui produisent des vibrations mécaniques, spécialement gênantes pendant le fonctionnement à basse vitesse. La construction des machines à double (ou plusieurs) étoile au stator permet de remédier à ces inconvénients.

L'étude du régime permanent d'une machine synchrone à double (ou plusieurs) étoile autopilotée et à commutation naturelle de courant présente les mêmes problèmes mathématiques que celle de la machine simple; soit: la résolution de deux systèmes d'équations différentielles à coefficients périodiques et la résolution d'un problème non-linéaire pour trouver l'angle de commutation. Le problème étant, dans le fond, le même, E.M.Moustafa [33] a repris les travaux d'analyse de la machine synchrone simple autopilotée de J.P.Chassande [29][30][32] pour faire l'extension à la machine à double étoile.

Les manipulations algébriques, qui était déjà assez lourdes pour la machine simple, ont augmenté sensiblement pour la machine à double étoile; et on constate, en lisant sa thèse [33], que E.M.Moustafa n'a pas pu trouver une relation de récurrence simple entre les coefficients des séries de Fourier ce qui a entraîné d'importants problèmes de convergence numérique.

Nous allons montrer, dans ce chapitre, que la méthodologie systématique présentée dans la première partie de cette thèse nous permet de traiter les deux problèmes de la même façon.

Nous allons faire d'abord un bref résumé du fonctionnement autopilotée de la machine synchrone à double étoile; ensuite, nous présenterons les équations de la machine; les équations imposées par les court-circuits; et, dans les résultats, nous ferons une étude paramétrique de la machine à double étoile autopilotée.

LE FONCTIONNEMENT EN MACHINE AUTOPILOTEE

L'analyse du fonctionnement d'une machine synchrone à double étoile autopilotée et à commutation naturelle de courant est analogue à celle de la machine synchrone simple. Le chapitre précédent est alors une bonne introduction à ce chapitre, nous conservons notamment les mêmes définitions des angles et le même système de valeurs réduites.

Dans notre modèle, figure (IV-1), nous supposons toujours que les thyristors redresseurs et le réseau triphasé peuvent être représentés par une source parfaite de tension continue (e_{cc}).

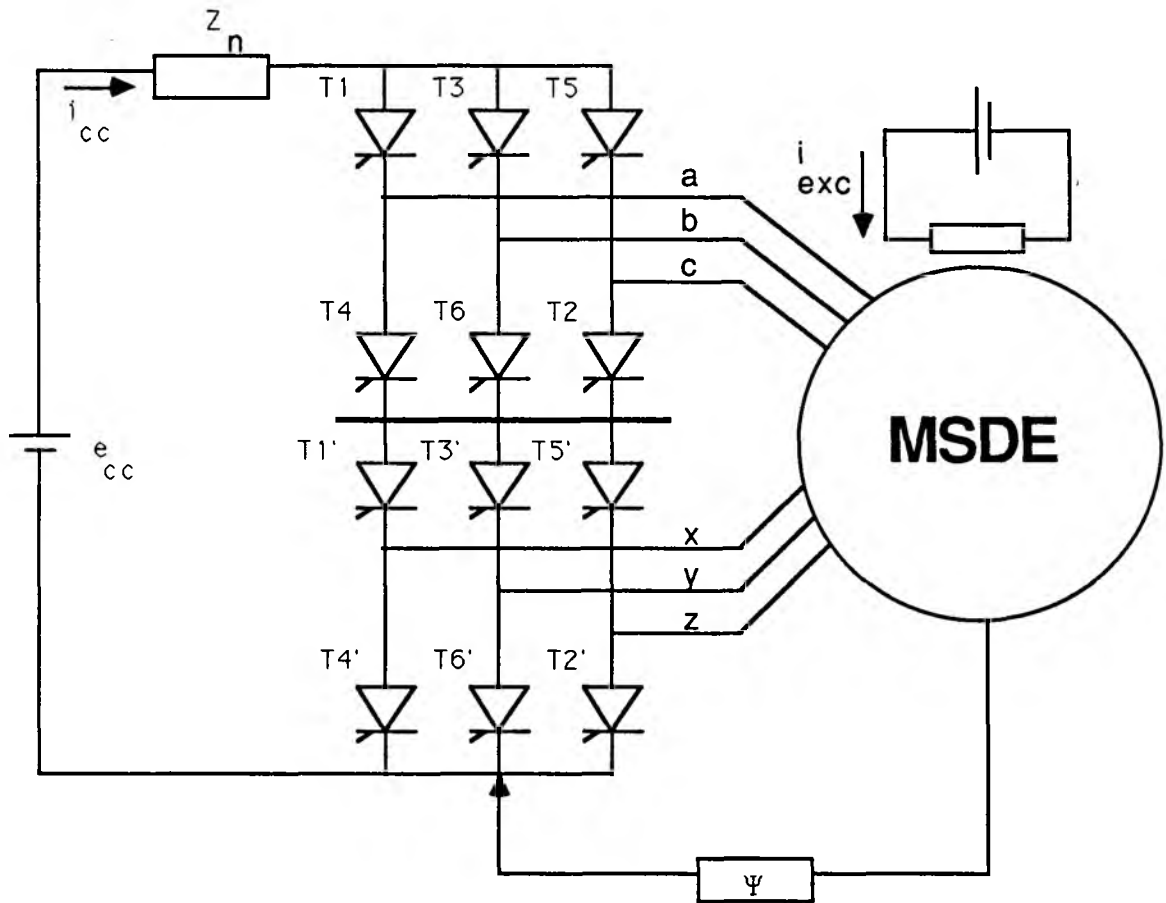


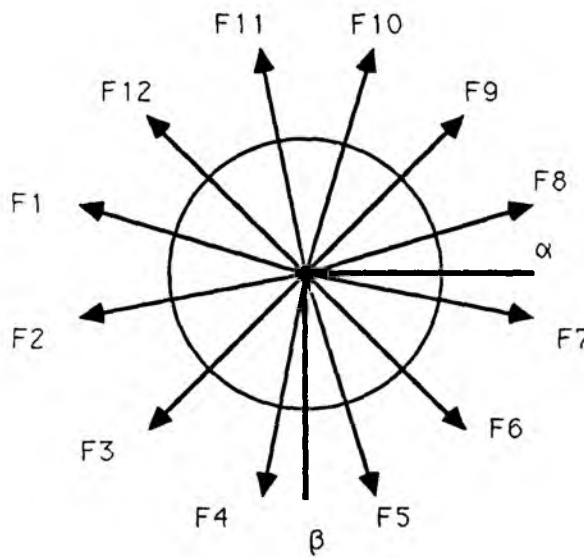
figure (IV-1): représentation de la machine synchrone à double étoile autopilotée

Les thyristors du commutateur sont asservis à la position du rotor et nous avons un décalage de $\pi/6$ entre les déclenchements des thyristors de l'étoile "abc" et ceux de l'étoile "xyz". Alors les phénomènes se répètent tous les $\pi/6$ radians électriques et il suffit d'étudier un intervalle de commutation et un intervalle de conduction pour avoir les courants à tout instant et par conséquent, toutes les grandeurs qui interviennent dans l'étude de la machine.

La figure (IV-2) montre la séquence de déclenchement des thyristors dans les deux étoiles et la position du flux statorique à chaque intervalle de conduction. Rien que pour la position du flux statorique nous voyons que l'étude de la machine à double étoile est plus compliquée que celle de la machine simple. En fait, les flux statoriques ne coïncident jamais avec les axes " α " ou " β ", alors nous ne pourrions pas éliminer facilement le courant sur un axe.

Etant donné qu'aucune simplification sensible ne sera obtenue par l'analyse de deux intervalles non consécutifs, nous avons choisi d'étudier les intervalles "1" et "2" définis à la figure (IV-2). L'intervalle "1" correspond à la commutation du courant de la phase "x" à la phase "y" pendant que "b", "c" et "z" conduisent. L'intervalle "2" correspond à la conduction des thyristors T2 et T3 pour l'étoile "abc" et T2' et T3' pour l'étoile "xyz". Nous avons donc un court-circuit entre les phases "b" et "c" et un autre entre les phases "y" et "z".

| | | | | | | | | | |
|------------------|------------|-------|----------|---------------|----------|---------------|----------|---------------|----------|
| allumage | xyz | ↑T3' | | ↑T4' | | | ↑T5' | | |
| | abc | ↑T4 | | | ↑T5 | | | | |
| angle | θ_0 | μ | $\pi/6$ | $\pi/6 + \mu$ | $\pi/3$ | $\pi/3 + \mu$ | $\pi/2$ | $\pi/2 + \mu$ | $2\pi/3$ |
| position du flux | F4 F5 | F5 | F5 F6 | F6 | F6 F7 | F7 | F7 F8 | F8 | F8 F9 |
| intervalle | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |



| thyristors en conduction | | position du flux statorique |
|--------------------------|---------|-----------------------------|
| " abc " | " xyz " | |
| T1+T6 | T1'+T6' | F1 |
| T1+T2 | T1'+T6' | F2 |
| T1+T2 | T1'+T2' | F3 |
| T3+T2 | T1'+T2' | F4 |
| T3+T2 | T3'+T2' | F5 |
| T3+T4 | T3'+T2' | F6 |
| T3+T4 | T3'+T4' | F7 |
| T5+T4 | T3'+T4' | F8 |
| T5+T4 | T5'+T4' | F9 |
| T5+T6 | T5'+T4' | F10 |
| T5+T6 | T5'+T6' | F11 |
| T1+T6 | T5'+T6' | F12 |

figure (IV-2) : Définition des instants d'allumage et position du flux statorique pendant la conduction

LES EQUATIONS DE LA MACHINE

Nous considérons la machine à double-étoile, dont l'induit comporte deux enroulements triphasés identiques, indépendants et décalés de 30° électriques, figure (IV-3).

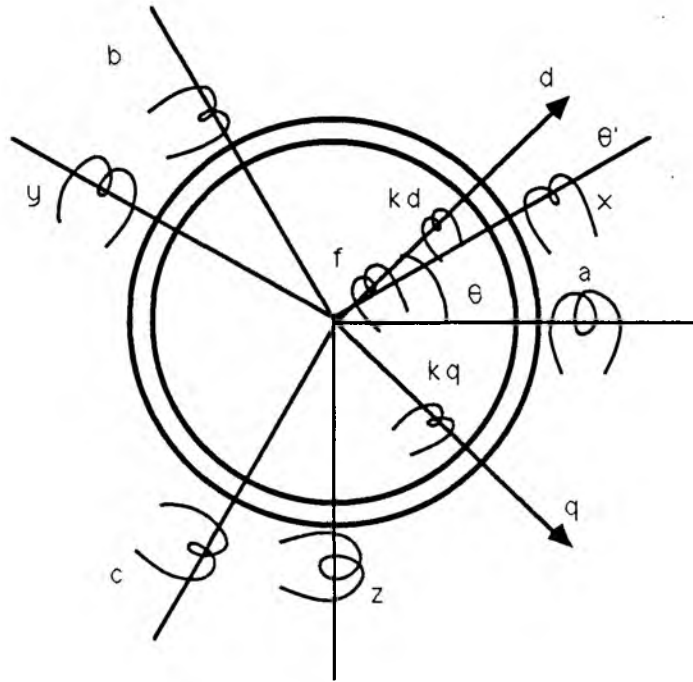


figure (IV-3): machine synchrone à double étoile

Suivant toujours les mêmes hypothèses de la machine idéale, nous pouvons décrire le fonctionnement de cette machine par un système de neuf équations différentielles à coefficients périodiques.

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ V_{xyz} \\ V_{fdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_s] & 0 & 0 \\ 0 & [R_s] & 0 \\ 0 & 0 & [R_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{abc} \\ I_{xyz} \\ I_{fdq} \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} [L_{aa}] & [L_{ax}] & [L_{af}] \\ [L_{xa}] & [L_{xx}] & [L_{xf}] \\ [L_{fa}] & [L_{fx}] & [L_{ff}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{abc} \\ I_{xyz} \\ I_{fdq} \end{bmatrix}$$

(IV-1)

où

$$V_{abc} = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}, \quad V_{xyz} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}, \quad V_{fdq} = \begin{bmatrix} V_f \\ V_{kd} \\ V_{kq} \end{bmatrix}$$

$$I_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}, \quad I_{xyz} = \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix}, \quad I_{fdq} = \begin{bmatrix} i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix}$$

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix}, \quad [R_r] = \begin{bmatrix} R_f & 0 & 0 \\ 0 & R_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & R_{kq} \end{bmatrix}$$

les neuf sous-matrices d'inductances sont périodiques. Pour simplifier leur écriture nous allons décrire toutes les inductances par rapport à l'angle θ entre la phase "a" et l'axe direct du rotor, et l'angle θ' entre la phase "x" et le même axe rotorique. D'ailleurs, pour maintenir une notation cohérente, tout au long de ce chapitre toutes les grandeurs "primées" sont relatives aux enroulements "xyz", donc à la deuxième étoile. Par définition on a :

$$\theta = \theta' + 30^\circ$$

Avec les mêmes angles qui ont été utilisés dans le chapitre 1 pour décrire la machine simple : $\Psi = \theta + 2\pi/3$ et $\Upsilon = \theta - 2\pi/3$; nous avons :

$$[L_{aa}] = \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} + L_2 \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \cos 2\Psi & \cos 2\Upsilon \\ \cos 2\Psi & \cos 2\Upsilon & \cos 2\theta \\ \cos 2\Upsilon & \cos 2\theta & \cos 2\Psi \end{bmatrix}$$

$$[L_{xx}] = [L_{aa}(\theta')]$$

$$[L_{af}] = \begin{bmatrix} M_{af} \cos \theta & M_{akd} \cos \theta & M_{akq} \sin \theta \\ M_{af} \cos \Upsilon & M_{akd} \cos \Upsilon & M_{akq} \sin \Upsilon \\ M_{af} \cos \Psi & M_{akd} \cos \Psi & M_{akq} \sin \Psi \end{bmatrix}$$

$$[L_{xf}] = [L_{af}(\theta')]$$

La sous-matrice d'inductance propre rotorique est constante :

$$[L_r] = \begin{bmatrix} L_f & M_{fkd} & 0 \\ M_{fkd} & L_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{kq} \end{bmatrix}$$

et la sous-matrice d'inductance mutuelle entre les étoiles est définie par:

$$[L_{ax}] = \begin{bmatrix} L_1 & -L_1 & 0 \\ 0 & L_1 & -L_1 \\ -L_1 & 0 & L_1 \end{bmatrix} + L_2 \begin{bmatrix} \cos 2\Psi & \cos 2\Upsilon & \cos 2\Theta \\ \cos 2\Upsilon & \cos 2\Theta & \cos 2\Psi \\ \cos 2\Theta & \cos 2\Psi & \cos 2\Upsilon \end{bmatrix}$$

Comme le système est symétrique nous avons défini toutes les matrices de (IV-1), avec:

$$[L_{xa}] = [L_{ax}]^T ;$$

$$[L_{ra}] = [L_{ar}]^T ;$$

$$[L_{rx}] = [L_{xr}]^T$$

Ici encore, on simplifie beaucoup le système d'équations différentielles (IV-1) en utilisant la transformation de Clarke. Autrement dit, on considère toutes les variables statoriques par rapport à deux axes perpendiculaires et un autre homopolaire. Pour faire ce changement d'axes de référence il faut partager l'opération en deux: D'abord on change les coordonnées "abc" en " $\alpha\beta$ " d'une façon tout à fait classique comme il a été montré dans le chapitre 2. Ensuite, il faut changer les coordonnées "xyz" en " $\alpha\beta$ " et appliquer au système obtenu une rotation de 30° pour faire coïncider les deux axes de référence. La figure (IV-4) montre schématiquement le processus.

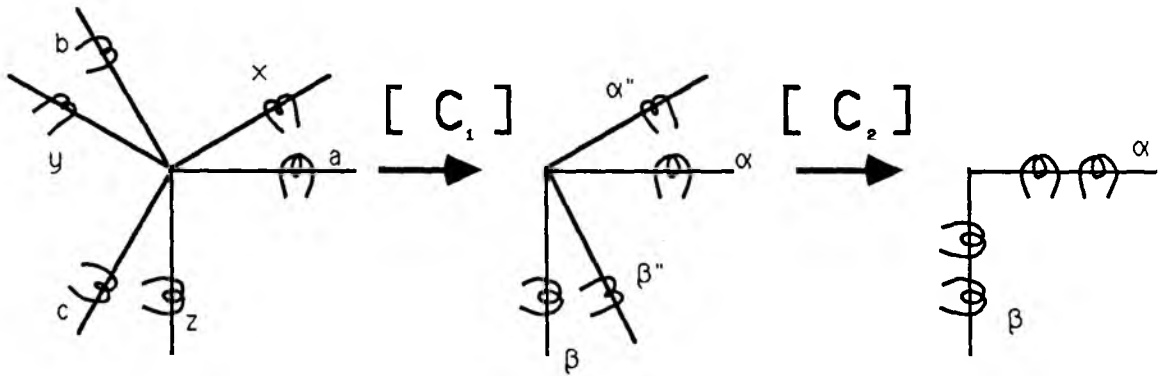


figure (IV-4): L'extention de la transformation de Clarke à la machine à double étoile

On maintient la même notation et la même convention des signes pour la matrice de transformation de Clarke normalisée; et on notera par $[C_2]$ la matrice de rotation de 30° :

$$[C_1] = (1/\sqrt{3}) \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & -1/\sqrt{2} & -\sqrt{3}/2 \\ 1 & -1/\sqrt{2} & +\sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

$$[C_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

Le nouveau système s'obtient par les transformations linéaires suivantes:

$$I_{abc} = [C_1] I_{0\alpha\beta} \tag{IV-2}$$

$$I_{xyz} = [C_1][C_2] I'_{0\alpha\beta} \tag{IV-3}$$

comme les matrices de transformation sont orthonormales:

$$[C_1]^{-1} = [C_1]^T$$

$$[C_2]^{-1} = [C_2]^T$$

nous sommes alors en mesure de faire les transformations. Pour cela nous

allons partager le système (IV-1) en trois équations matricielles:

$$\begin{aligned}
 V_{abc} &= [R_s] I_{abc} + p[L_{aa}] I_{abc} + p[L_{ax}] I_{xyz} + p[L_{af}] I_{fdq} \\
 V_{xyz} &= p[L_{xa}] I_{abc} + [R_s] I_{xyz} + p[L_{xx}] I_{xyz} + p[L_{xf}] I_{fdq} \\
 V_{fdq} &= p[L_{fa}] I_{abc} + p[L_{fx}] I_{xyz} + [R_r] I_{fdq} + p[L_{ff}] I_{fdq}
 \end{aligned} \tag{IV-4}$$

l'application de (IV-2) et (IV-3) à (IV-4) donne:

$$\begin{aligned}
 V_{\alpha\beta 0} &= [R_s] I_{\alpha\beta 0} + p[L_{\alpha\alpha}] I_{\alpha\beta 0} + p[M_{\alpha\alpha}] I'_{\alpha\beta 0} + p[L_{\alpha f}] I_{fdq} \\
 V'_{\alpha\beta 0} &= p[M'_{\alpha\alpha}] I_{\alpha\beta 0} + [R_s] I'_{\alpha\beta 0} + p[L'_{\alpha\alpha}] I'_{\alpha\beta 0} + p[L'_{\alpha f}] I_{fdq} \\
 V_{fdq} &= p[L_{f\alpha}] I_{\alpha\beta 0} + p[L'_{f\alpha}] I'_{\alpha\beta 0} + [R_r] I_{fdq} + p[L_{ff}] I_{fdq}
 \end{aligned} \tag{IV-5}$$

où:

$$[L_{\alpha\alpha}] = [C_1]^T [L_{aa}] [C_1] =$$

$$[L'_{\alpha\alpha}] = \{[C_1] [C_2]\}^T [L_{xx}] \{[C_1] [C_2]\} =$$

$$= \begin{bmatrix} L + 2M & 0 & 0 \\ 0 & L - M & 0 \\ 0 & 0 & L - M \end{bmatrix} + (3/2) L_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ 0 & -\sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$$

On voit apparaître l'intérêt de cette transformation. En effet, les enroulements "abc" et "xyz" étaient identiques mais décalés d'un angle de 30° électriques; après transformation les enroulements fictifs deviennent tout à fait égaux. Les mêmes opérations appliquées aux autres matrices donnent:

$$[M_{\alpha\alpha}] = [C_1]^T [L_{ax}] [C_1] [C_2] =$$

$$[M'_{\alpha\alpha}] = \{[C_1] [C_2]\}^T [L_{xa}] [C_1] =$$

$$= L_1 \sqrt{3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (3/2) L_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ 0 & -\sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$$

$$[L_{\alpha f}] = [C_1]^T [L_{\alpha f}] =$$

$$[L'_{\alpha f}] = \{ [C_1] [C_2] \}^T [L_{x f}] =$$

$$= (\sqrt{3/2}) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ M_{\alpha f} \cos \theta & M_{\alpha k d} \cos \theta & M_{\alpha k q} \sin \theta \\ -M_{\alpha f} \sin \theta & -M_{\alpha k d} \sin \theta & M_{\alpha k q} \cos \theta \end{bmatrix}$$

Cette extension de la transformation de Clarke à la machine à double étoile nous donne un système où les équations homopolaires sont découplées et tous les angles sont exprimés en fonction de l'angle θ . Toutes les matrices étant définies, nous avons obtenu un système de neuf équations différentielles à coefficients périodiques. Avec la normalisation de la matrice d'impédance ce système devient:

$$V_o = \delta_o i_o + p \ell_o i_o \quad (IV-6)$$

$$V_o' = \delta_o i_o' + p \ell_o i_o' \quad (IV-7)$$

et

$$V = [R] I + p [L] I \quad (IV-8)$$

où

$$V = [V_{\alpha} \ V_{\beta} \ V'_{\alpha} \ V'_{\beta} \ V_f \ V_{kd} \ V_{kq}]^T$$

$$I = [i_{\alpha} \ i_{\beta} \ i'_{\alpha} \ i'_{\beta} \ i_f \ i_{kd} \ i_{kq}]^T$$

$$[L] =$$

$$= \begin{bmatrix} 1+\gamma \cos 2\theta & -\gamma \sin 2\theta & \beta_m + \gamma \cos 2\theta & -\gamma \sin 2\theta & \beta_{\alpha f} \cos \theta & \beta_{\alpha k d} \cos \theta & \beta_{\alpha k q} \sin \theta \\ -\gamma \sin 2\theta & 1-\gamma \cos 2\theta & -\gamma \sin 2\theta & \beta_m - \gamma \cos 2\theta & -\beta_{\alpha f} \sin \theta & -\beta_{\alpha k d} \sin \theta & \beta_{\alpha k q} \cos \theta \\ \beta_m + \gamma \cos 2\theta & -\gamma \sin 2\theta & 1+\gamma \cos 2\theta & -\gamma \sin 2\theta & \beta_{\alpha f} \cos \theta & \beta_{\alpha k d} \cos \theta & \beta_{\alpha k q} \sin \theta \\ -\gamma \sin 2\theta & \beta_m - \gamma \cos 2\theta & -\gamma \sin 2\theta & 1-\gamma \cos 2\theta & -\beta_{\alpha f} \sin \theta & -\beta_{\alpha k d} \sin \theta & \beta_{\alpha k q} \cos \theta \\ \beta_{\alpha f} \cos \theta & -\beta_{\alpha f} \sin \theta & \beta_{\alpha f} \cos \theta & -\beta_{\alpha f} \sin \theta & 1 & \beta_{f k d} & 0 \\ \beta_{\alpha k d} \cos \theta & -\beta_{\alpha k d} \sin \theta & \beta_{\alpha k d} \cos \theta & -\beta_{\alpha k d} \sin \theta & \beta_{f k d} & 1 & 0 \\ \beta_{\alpha k q} \sin \theta & \beta_{\alpha k q} \cos \theta & \beta_{\alpha k q} \sin \theta & \beta_{\alpha k q} \cos \theta & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et

$$[R] = \begin{bmatrix} \delta_{\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{kq} \end{bmatrix}$$

Tous les paramètres définis dans ces équations sont obtenus à partir des essais classiques des machines synchrones, sauf le coefficient de couplage entre les deux étoiles (β_m). La procédure statique décrite par E.M.Moustafa [33] nous donne directement notre coefficient par la relation:

$$\beta_m = (X_{dm} + X_{qm}) / (X_d + X_q)$$

X_{dm} et X_{qm} étant définies comme les réactances mutuelles synchrone d'axes direct et transversal; et X_d et X_q comme les réactances classiques de la machine.

Les essais dits "classiques" doivent être effectués avec une des deux étoiles ouverte, et nous obtenons les définitions des coefficients comme nous l'avons vu pour la machine simple .

Nous allons présenter par la suite les deux systèmes à résoudre et nous allons constater qu'avec le même programme, décrit au chapitre précédent, nous pouvons aussi étudier la machine à double-étoile.

LES EQUATIONS DE LA COMMUTATION

La commutation du courant de la phase "x" à la phase "y" est représentée dans la figure (IV-5).

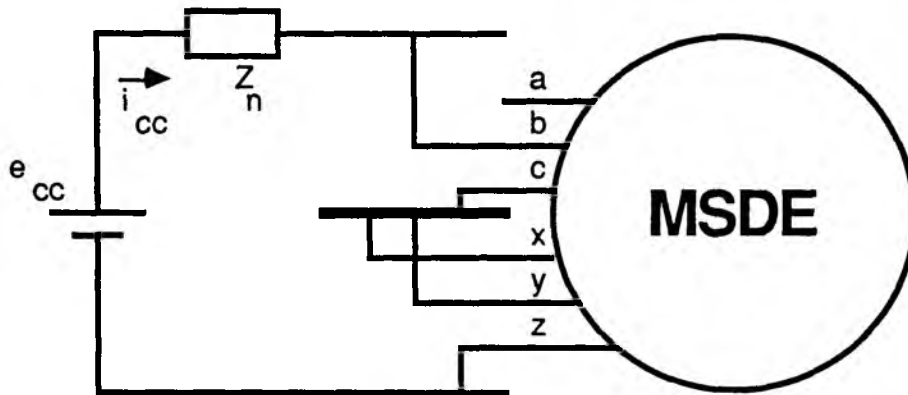


figure (IV-5): commutation dans une machine à double étoile

Nous avons donc:

$$\begin{aligned}
 i_a &= 0 \\
 i_b + i_c &= 0 \\
 i_x + i_y + i_z &= 0 \\
 i_b = -i_c = i_x + i_y = -i_z &= i_{cc} \\
 v_x &= v_y \\
 e_{cc} &= Z_n i_{cc} + (v_b - v_c) + (v_x - v_z)
 \end{aligned} \tag{IV-9}$$

Dans le système de référence de Clarke nous avons:

$$\begin{aligned}
 i_\alpha &= 0 \\
 i_o &= 0 \\
 i'_o &= 0 \\
 v'_\alpha &= 0 \\
 i_\beta &= -\sqrt{2} i_{cc} ; i'_\beta = -\sqrt{3/2} i_{cc} \\
 e_{cc} &= Z_n i_{cc} - (\sqrt{2} v_\beta + \sqrt{3/2} v'_\beta)
 \end{aligned} \tag{IV-10}$$

La substitution des équations qui définissent le court-circuit (IV-10) dans les équations de la machine (IV-8) est presque directe. Nous pouvons éliminer les deux équations homopolaires et la ligne "α" du système

puisque:

$$i_\alpha = i_o = i'_o = 0$$

et nous faisons une combinaison linéaire des deux équations "β" et "β' ". Le système qui en résulte est d'ordre cinq et dans une notation matricielle il devient:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ e_{cc} \\ e_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (7/2)\delta_\alpha + \delta_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_\alpha \\ i_{cc} \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} + \quad (IV-11)$$

$$p \begin{bmatrix} 1 + \gamma \cos 2\theta & \kappa \gamma \sin 2\theta & \beta_{af} \cos \theta & \beta_{akd} \cos \theta & \beta_{akq} \sin \theta \\ \kappa \gamma \sin 2\theta & \ell_b - \kappa^2 \gamma \cos 2\theta & \kappa \beta_{af} \sin \theta & \kappa \beta_{akd} \sin \theta & -\kappa \beta_{akq} \cos \theta \\ \beta_{af} \cos \theta & \kappa \beta_{af} \sin \theta & 1 & \beta_{fkd} & 0 \\ \beta_{akd} \cos \theta & \kappa \beta_{akd} \sin \theta & \beta_{fkd} & 1 & 0 \\ \beta_{akq} \sin \theta & -\kappa \beta_{akq} \cos \theta & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_\alpha \\ i_{cc} \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix}$$

où

$$\kappa = \sqrt{2} + \sqrt{3/2}$$

et

$$\ell_b = \ell_n + (7/2) + 2\sqrt{3} \beta_m$$

Ce système d'équations différentielles à coefficients périodiques est de la même forme que celui de la commutation sur une machine à simple étoile. Sa résolution par l'application de la transformation de Floquet ne pose absolument aucun problème.

LES EQUATIONS DE LA CONDUCTION

Nous avons choisi comme intervalle de conduction celui qui suit immédiatement la commutation. Nous avons donc les phases "b", "c", "y" et "z" qui conduisent. Dans la figure (IV-6) on trouve la configuration du court-circuit.

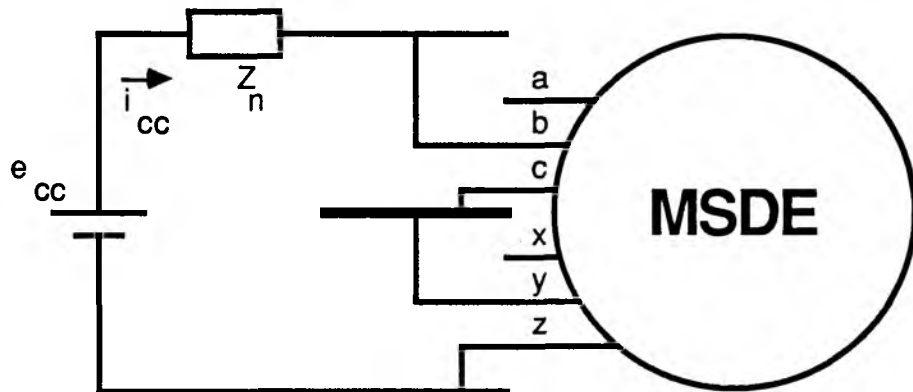


figure (IV-6): conduction dans une machine à double étoile

Les six équations imposées par le court-circuit sont alors:

$$\begin{aligned}
 i_a &= 0 \\
 i_b + i_c &= 0 \\
 i_x &= 0 \\
 i_y + i_z &= 0 \\
 v_c &= v_y
 \end{aligned}
 \tag{IV-12}$$

et

$$e_{cc} = Z_n i_{cc} + (v_b - v_c) + (v_y - v_z)$$

Dans le système de référence de Clarke:

$$\begin{aligned}
 i_o &= 0 \\
 i_\alpha &= 0 \\
 i'_o &= 0 \\
 i_\beta &= -\sqrt{2} i_{cc}; \quad i'_\alpha = -1/\sqrt{2} i_{cc}; \quad i'_\beta = -\sqrt{3/2} i_{cc}
 \end{aligned}
 \tag{IV-13}$$

et

$$e_{cc} = Z_n i_{cc} - \{ \sqrt{2} v_\beta + (1/\sqrt{2}) v'_\alpha + (\sqrt{3/2}) v'_\beta \}$$

Dans ce cas nous devons faire une combinaison linéaire des trois tensions v_β , v'_α et v'_β qui donne une seule équation en e_{cc} et i_{cc} . Le système final est d'ordre quatre et se présente sous la forme suivante:

$$\begin{bmatrix} e_{cc} \\ e_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_n + 4\delta_\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{cc} \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} + \quad (IV-14)$$

$$p \begin{bmatrix} 4+2\sqrt{3} + \rho_n + \gamma f_3(2\theta) & \beta_{af} f_1(\theta) & \beta_{akd} f_1(\theta) & \beta_{akq} f_2(\theta) \\ \beta_{af} f_1(\theta) & 1 & \beta_{fkd} & 0 \\ \beta_{akd} f_1(\theta) & \beta_{fkd} & 1 & 0 \\ \beta_{akq} f_2(\theta) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{cc} \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix}$$

où $f_1(\theta) = -\{(\sqrt{2}/2) \cdot [\cos\theta - (2 + \sqrt{3})\sin\theta]\}$

$$f_2(\theta) = -\{(\sqrt{2}/2) \cdot [(2 + \sqrt{3})\cos\theta + \sin\theta]\}$$

$$f_3(2\theta) = -\{(3 + \sqrt{3})\cos 2\theta + (2 + \sqrt{3})\sin 2\theta\}$$

Il est clair que, plus on avance, plus les équations deviennent compliquées, et c'est précisément là où la notation matricielle prend toute sa valeur. En effet, à partir de (IV-14) on identifie directement toutes les matrices de récurrence ($[A]$, $[B_n]$, $[C]$, $[D]$ et $[E]$) définies au chapitre 2 et avec les relations de récurrence nous avons le moyen de trouver la matrice de transformation de Floquet et, par conséquent, la solution analytique du problème.

RESULTATS

Les résultats, présentés ici, correspondent au fonctionnement d'une machine synchrone dont les caractéristiques ont été prises comme égales à celles de la machine synchrone simple de la page 40; avec un coefficient de couplage entre les étoiles (β_m) égal à 0,9.

Ces calculs n'ont été soumis à aucune vérification expérimentale. Cependant, les différences entre les résultats de l'intégration fait par notre méthode et ceux donnés par une intégration pas à pas des équations (IV-11) et (IV-14) sont toujours inférieurs à 10^{-5} . D'autre part, nous avons utilisé le même programme qui a été utilisé dans le chapitre précédent, la bonne concordance entre les résultats que donne notre méthode, et les mesures expérimentales faites au chapitre 3 garantit la validité des calculs faits dans le présent chapitre.

Dans l'étude paramétrique qui suit, nous avons porté une attention spéciale au calcul du couple instantané. A partir de la formule générale du couple:

$$\Gamma = (1/2) I^T \{ d [L (\theta)] / dt \} I \quad (IV-15)$$

et des transformations (IV-2) et (IV-3), on obtient:

$$\Gamma = \Phi_{\beta} i_{\alpha} - \Phi_{\alpha} i_{\beta} + \Phi'_{\beta} i'_{\alpha} - \Phi'_{\alpha} i'_{\beta} \quad (IV-16)$$

Nous pouvons encore faire le changement de variables suivant:

$$i_d = (i_{\alpha} + i'_{\alpha}) \cos \theta - (i_{\beta} + i'_{\beta}) \sin \theta \quad (IV-17)$$

$$i_q = (i_{\alpha} + i'_{\alpha}) \sin \theta + (i_{\beta} + i'_{\beta}) \cos \theta$$

et la valeur instantanée du couple sera donné par:

$$\Gamma = - 2 \gamma i_d i_q - \beta_{af} i_f i_q - \beta_{akd} i_{kd} i_q + \beta_{akq} i_{kq} i_d \quad (IV-18)$$

Nous avons défini l'oscillation du couple comme étant la différence entre les valeurs instantanées maximale et minimale divisée par le couple

moyen:

$$\Delta\Gamma = (\Gamma_{\max} - \Gamma_{\min}) / \Gamma_{\text{moy}} \quad (\times 100\%) \quad (\text{IV-19})$$

On trouvera aussi dans les résultats: l'oscillation du courant continu (Δi_{cc});

$$\Delta i_{cc} = (i_{cc}(\max) - i_{cc}(\min)) / i_{cc}(\text{moy}) \quad (\times 100\%) \quad (\text{IV-20})$$

les pertes joule (P_j) (y compris dans l'impédance de lissage);

$$P_j = (1/T) \int \{ \sum r_k i_k^2(t) \} dt \quad (\text{IV-21})$$

l'angle de commutation (μ); et la tension redressée continue (e_{cc}).

Dans un premier temps nous avons fait varier la réactance de lissage pour trois valeurs de fréquence: $f = 50, 10$ et 5 Hz; avec les autres paramètres constants:

$$i_{cc} = 0,3 \text{ pu}; \quad i_{exc} = 1,18 \text{ pu} \quad \text{et} \quad \Psi = 55^\circ$$

| table 1 $f = 50$ Hz | | | | | | |
|---------------------|-----------|---------------|----------------------------|--------------------|---------------------|------------|
| x_n (pu) | μ (°) | e_{cc} (pu) | Γ_{moy} (pu) | $\Delta\Gamma$ (%) | Δi_{cc} (%) | P_j (pu) |
| 10,0 | 14,32 | 1,803 | 0,515 | 11,06 | 1,00 | 0,022 |
| 1,0 | 13,91 | 1,783 | 0,511 | 6,26 | 6,66 | 0,022 |
| 0,1 | 13,35 | 1,764 | 0,505 | 4,36 | 13,01 | 0,022 |

| table 2 $f = 10$ Hz | | | | | | |
|---------------------|-----------|---------------|----------------------------|--------------------|---------------------|------------|
| x_n (pu) | μ (°) | e_{cc} (pu) | Γ_{moy} (pu) | $\Delta\Gamma$ (%) | Δi_{cc} (%) | P_j (pu) |
| 10,0 | 14,61 | 0,398 | 0,513 | 10,91 | 1,33 | 0,022 |
| 1,0 | 14,26 | 0,394 | 0,509 | 5,89 | 7,00 | 0,022 |
| 0,1 | 13,74 | 0,390 | 0,503 | 3,38 | 13,34 | 0,022 |

| table 3 $f = 5$ Hz | | | | | | |
|--------------------|-----------|---------------|----------------------------|--------------------|---------------------|------------|
| x_n (pu) | μ (°) | e_{cc} (pu) | Γ_{moy} (pu) | $\Delta\Gamma$ (%) | Δi_{cc} (%) | P_j (pu) |
| 10,0 | 15,43 | 0,222 | 0,513 | 11,12 | 1,33 | 0,022 |
| 1,0 | 15,03 | 0,220 | 0,508 | 5,51 | 7,00 | 0,022 |
| 0,1 | 14,64 | 0,219 | 0,503 | 2,19 | 13,33 | 0,022 |

On constate que les oscillations du couple augmentent quand on augmente la réactance de lissage. Autrement dit, quand on augmente les oscillations du courant, on diminue l'oscillation du couple. Nous avons maintenu la même résistance ($r_n = 0,06$ pu) dans tous les calculs, pour cette raison les pertes joules sont restées constantes, mais normalement si on augmente la réactance, la résistance augmente aussi et, par conséquent, les pertes. On a donc intérêt à travailler avec une faible impédance de lissage.

Nous avons fait varier l'excitation pour un courant continu moyen constant (table 4) et pour un couple constant (table 5). L'angle (Ψ), la réactance de lissage et la fréquence ont été maintenus à:

$$f = 5 \text{ Hz} \quad ; \quad x_n = 1,0 \text{ pu} \quad \text{et} \quad \Psi = 55^\circ$$

| table 4 $i_{cc} = 0,3$ pu | | | | | | |
|---------------------------|-----------|---------------|---------------------|--------------------|---------------------|------------|
| i_{exc} (pu) | μ (°) | e_{cc} (pu) | Γ_{moy} (pu) | $\Delta\Gamma$ (%) | Δi_{cc} (%) | P_j (pu) |
| 1,18 | 15,03 | 0,220 | 0,508 | 5,51 | 7,00 | 0,022 |
| 1,36 | 9,09 | 0,245 | 0,575 | 14,08 | 8,33 | 0,024 |
| 1,54 | 6,62 | 0,271 | 0,650 | 21,38 | 10,33 | 0,027 |
| 1,72 | 5,23 | 0,297 | 0,729 | 27,03 | 12,33 | 0,030 |
| 1,90 | 4,30 | 0,324 | 0,809 | 31,75 | 14,67 | 0,033 |

| table 5 $\Gamma_{moy} = 0,4$ pu | | | | | | |
|---------------------------------|-----------|---------------|---------------|--------------------|---------------------|------------|
| i_{exc} (pu) | μ (°) | e_{cc} (pu) | i_{cc} (pu) | $\Delta\Gamma$ (%) | Δi_{cc} (%) | P_j (pu) |
| 1,09 | 11,37 | 0,199 | 0,259 | 9,25 | 7,73 | 0,017 |
| 1,18 | 7,39 | 0,209 | 0,241 | 19,00 | 9,97 | 0,017 |
| 1,36 | 4,00 | 0,231 | 0,207 | 31,00 | 15,45 | 0,017 |
| 1,54 | 2,51 | 0,255 | 0,180 | 44,75 | 26,88 | 0,018 |
| 1,72 | 1,70 | 0,280 | 0,160 | 54,25 | 32,50 | 0,020 |
| 1,90 | 1,19 | 0,305 | 0,143 | 64,00 | 42,51 | 0,022 |

Le tableau 4 montre l'influence de l'excitation sur l'angle de commutation. La tension aux bornes du thyristor qui va commuter augmente ce qui diminue l'angle de commutation. On y observe aussi l'influence de l'excitation sur les oscillations du couple. Celles-ci augmentent avec l'excitation et avec la diminution de l'angle de commutation, donc plus que proportionnellement à l'excitation.

La table 5 montre la même chose. La valeur relative des oscillations du couple augmentent beaucoup mais la valeur absolue reste comparable à celle de la table 4.

Finalement, nous avons fait varier l'angle (Ψ), d'abord pour un couple constant (table 6), avec:

$$f = 5 \text{ Hz} \quad ; \quad i_{exc} = 1,18 \text{ pu} \quad \text{et} \quad x_n = 1,0 \text{ pu}$$

| | | table 6 $\Gamma_{moy} = 0,4 \text{ pu}$ | | | | |
|------------|-----------|---|---------------|--------------------|---------------------|------------|
| Ψ (°) | μ (°) | e_{cc} (pu) | i_{cc} (pu) | $\Delta\Gamma$ (%) | Δi_{cc} (%) | P_j (pu) |
| 70 | 21,65 | 0,171 | 0,357 | 7,25 | 5,60 | 0,027 |
| 65 | 13,84 | 0,181 | 0,316 | 12,24 | 7,27 | 0,023 |
| 60 | 9,67 | 0,194 | 0,275 | 17,50 | 8,35 | 0,020 |
| 55 | 7,39 | 0,209 | 0,241 | 18,75 | 9,98 | 0,017 |
| 50 | 6,13 | 0,226 | 0,213 | 17,50 | 10,80 | 0,015 |
| 45 | 5,45 | 0,243 | 0,191 | 16,75 | 10,97 | 0,013 |
| 40 | 5,20 | 0,260 | 0,174 | 14,25 | 10,89 | 0,012 |
| 35 | 5,30 | 0,277 | 0,161 | 11,76 | 9,96 | 0,011 |
| 30 | 6,08 | 0,292 | 0,150 | 8,00 | 8,66 | 0,010 |
| 25 | 8,85 | 0,306 | 0,141 | 4,75 | 7,08 | 0,010 |

Dans ce tableau on observe que l'angle de commutation dépend du courant à commuter et de la tension aux bornes de la machine. Quand on augmente l'angle Ψ , pour un couple constant, on doit aussi augmenter le courant i_{cc} ; à partir d'un moment (pour une même excitation) la machine n'arrive plus à faire la commutation naturelle. De l'autre côté, la diminution de l'angle Ψ entraîne une diminution de la tension appliquée aux bornes du thyristor pendant la commutation, jusqu'à une autre limite de commutation.

Nous avons aussi fait varier l'angle de déclenchement pour un courant constant; toujours avec:

$$f = 5 \text{ Hz} \quad ; \quad i_{exc} = 1,18 \text{ pu} \quad \text{et} \quad x_n = 1,0 \text{ pu}$$

| table 7 $i_{cc} = 0,3 \text{ pu}$ | | | | | | |
|-----------------------------------|-----------|---------------|---------------------|--------------------|---------------------|------------|
| Ψ (°) | μ (°) | e_{cc} (pu) | Γ_{moy} (pu) | $\Delta\Gamma$ (%) | Δi_{cc} (%) | P_j (pu) |
| 55 | 15,03 | 0,220 | 0,508 | 5,51 | 7,00 | 0,022 |
| 65 | 11,54 | 0,177 | 0,375 | 18,15 | 7,67 | 0,022 |
| 75 | 10,45 | 0,135 | 0,246 | 41,41 | 7,67 | 0,022 |
| 85 | 10,01 | 0,092 | 0,120 | 104,17 | 7,00 | 0,022 |
| 95 | 9,94 | 0,049 | -0,004 | 0,134* | 6,33 | 0,022 |
| 105 | 9,97 | 0,007 | -0,128 | 101,95 | 5,00 | 0,022 |
| 115 | 10,36 | -0,036 | -0,250 | 45,53 | 6,00 | 0,022 |
| 125 | 11,15 | -0,077 | -0,369 | 23,31 | 6,00 | 0,022 |
| 135 | 12,82 | -0,115 | -0,480 | 11,25 | 5,67 | 0,022 |
| 145 | 16,17 | -0,146 | -0,575 | 4,87 | 5,33 | 0,022 |
| 155 | 22,56 | -0,165 | -0,633 | 3,48 | 4,33 | 0,022 |

* $\Delta\Gamma = \Gamma_{max} - \Gamma_{min}$ (pu)

Ici on voit que, pour un courant constant, la machine peut fonctionner aussi bien en moteur qu'en alternateur. Il faut noter que l'angle entre la tension à vide et le fondamental du courant dans une phase ($\bar{\Psi}$) est donné par:

$$\bar{\Psi} = \Psi - \mu/2$$

alors, pour un angle de commutation de l'ordre de 10°, le fonctionnement en alternateur commence à $\Psi = 95^\circ$ et non pas à $\Psi = 90^\circ$.

Tous les résultats sont en valeurs réduites par rapport aux valeurs de base statorique et la pulsation nominale est de 100π .

CONCLUSION

Nous avons résolu le problème posé par la mise en court-circuit d'une machine synchrone à double étoile de la même façon que nous l'avons fait pour la machine simple.

Il reste à faire une comparaison avec des résultats expérimentaux, mais l'étude paramétrique de la machine à double étoile, présentée dans ce travail, nous a permis de voir que le fonctionnement autopiloté de la machine à double étoile ne diffère pas beaucoup, dans les lignes générales, du fonctionnement de la machine à simple étoile.

Nous pouvons aussi envisager de faire une étude d'une machine à "n" étoiles. La méthode systématique présentée ici permet une extension simple à n'importe quel problème de court-circuit asymétrique.

Nous constatons, finalement, que l'origine de tous les problèmes numériques trouvés par E.M.Moustafa [33] résidait dans la mise en équation du problème.

CONCLUSION GENERALE

L' utilisation de la transformation de Floquet nous a permis de faire une nouvelle approche au calcul des régimes transitoires dans les machines synchrones.

Nous ne pouvons pas dire que nous avons trouvé une solution tout à fait analytique à un problème d'équations différentielles à coefficients périodiques. En effet, les itérations numériques qu'il faut faire pour retrouver la transformation de Floquet font que toutes les caractéristiques de la machine interviennent dans un calcul assez compliqué, sans que l'on puisse distinguer quel sont les paramètres les plus importants dans un problème donné de court-circuit. Cependant, l'utilisation de la transformation de Floquet nous a conduit à une solution relativement simple, avec des informations très importantes sur le système, comme, par exemple, les constantes d'amortissement. Il faut surtout signaler que la transformation nous donne une expression des courants en fonction du temps ce qu'une autre méthode ne le fait pas.

Les simplifications que nous avons apporté à la thèse de J.P.Chassande se sont montrées très efficace pour les problèmes plus complexes. Nous avons pu, avec notre méthode, résoudre les problèmes qu'il a résolu [29] et aussi faire une extension simple au cas de la machine à double étoile.

La méthode présentée ici n'est pas limitée aux problèmes de court-circuit asymétriques dans les machines synchrones. De nombreux problèmes décrit par des équations différentielles à coefficients périodiques peuvent être traités de la même façon. Quelques applications sont en cours.

Nous considérons comme la partie la plus importante et originale de ce travail la définition que nous avons donné à la matrice de transformation de Floquet.

ANNEXE 1

* *

*

ANNEXE 1

INTRODUCTION

La première partie de notre méthode de résolution d'un système d'équations différentielles à coefficients périodiques consiste à trouver les constantes d'amortissement du système. Ce calcul nous a montré que les constantes d'amortissement varient beaucoup avec la fréquence et que leurs valeurs tendent vers des valeurs constantes quand la fréquence tend vers l'infini et quand elle tend vers zéro. Nous présentons ici une façon plus directe pour trouver ces valeurs aux limites.

L'équation générale est donnée par la relation suivante:

$$[R] I + d \{ [L(\theta)] I \} / dt = 0 \quad (A1-1)$$

comme nous sommes intéressés simplement par le calcul des constantes d'amortissement nous prenons l'équation différentielle homogène. La matrice $[L(\theta)]$ est une matrice carrée d'inductances dont certains termes sont fonctions périodiques de $\theta = \omega t + \theta_0$.

CAS PARTICULIER OU LA FREQUENCE TEND VERS L'INFINI

Dans ce cas, la démarche classique [4], [10] qui consiste à négliger, dans un premier temps, les résistances et à les introduire ensuite simplement comme un facteur de décroissance exponentielle est raisonnable. Il reste, alors

$$[L(\theta)] I = \Phi_0 = \text{cte}$$

Φ_0 étant le vecteur des flux initiaux dans les enroulements. La valeur initiale des courants sera donnée par:

$$I = [L(\theta)]^{-1} \Phi_0$$

On introduit maintenant la correction due aux résistances:

$$I = [L(\theta)]^{-1} \Phi_0 \exp(-\alpha t) \quad (A1-2)$$

où les α sont les constantes recherchées. Cette bonne valeur initiale du courant nous pose un nouveau problème. En effet, si nous faisons l'introduction de (A1-2) dans (A1-1) nous aurons:

$$[R] [L(\theta)]^{-1} \Phi_0 \exp(-\alpha t) + d\{ \Phi_0 \exp(-\alpha t) \}/dt = 0 \quad (A1-3)$$

ce qui est faux pour toute valeur réelle de α , parce que le premier terme de (A1-3) est périodique et amorti tandis que le deuxième est simplement une décroissance exponentielle. Pour satisfaire l'équation (A1-3) nous faisons une nouvelle correction en prenant la valeur moyenne de la matrice d'inductance $[\bar{L}(\theta)]^{-1}$ à la place de la matrice $[L(\theta)]^{-1}$; (A1-3) devient alors après dérivation:

$$\Phi_0 \exp(-\alpha t) \{ [R] [\bar{L}(\theta)]^{-1} - \alpha [1] \} = 0 \quad (A1-4)$$

Les α sont donc les valeurs propres de la matrice $[R] [\bar{L}(\theta)]^{-1}$.

Ce calcul n'est que l'écriture matricielle de la généralisation d'un procédé utilisé par P. Boucherot en 1911 [2].

CAS PARTICULIER OU LA FREQUENCE TEND VERS ZERO

Si "f" est assez petite pour que les termes ω soient négligeables, le système devient à coefficients constants et sa résolution est élémentaire:

$$[R] I + p [L(\theta)] I = 0 \quad (A1-5)$$

donc les "p" sont les valeurs propres de $[L(\theta)]^{-1} [R]$ mais ce ne sont pas les α cherchés car les "p" (comme $[L(\theta)]^{-1}$) sont des fonctions périodiques de θ et les α sont constantes. Alors, nous prenons la moyenne des valeurs de "p" sur une période.

$$\alpha = -\overline{p(\theta)} \quad (A1-6)$$

Donc, quand la fréquence tend vers zéro, les α sont les moyennes,

sur une période, des valeurs propres de la matrice $[L(\theta)]^{-1}[R]$.

PROBLEME A DEUX ENROULEMENTS

Le problème simple de la machine à deux enroulements nous permet de voir ce qui correspond analytiquement aux deux cas limites. Les équations sont données par:

$$R_a i_a + p L_a i_a + p M_{af} \cos\theta i_f = 0 \quad (A1-7)$$

$$R_f i_f + p L_f i_f + p M_{af} \cos\theta i_a = 0$$

Avec la notation matricielle et normalisée utilisée dans la thèse nous avons:

$$[R] = \begin{bmatrix} \delta_a & 0 \\ 0 & \delta_f \end{bmatrix} \quad [L(\theta)] = \begin{bmatrix} 1 & \beta_{af} \cos\theta \\ \beta_{af} \cos\theta & 1 \end{bmatrix}$$

Alors

$$[L(\theta)]^{-1} = \frac{1}{(1 - \beta_{af}^2 \cos^2 \theta)} \begin{bmatrix} 1 & -\beta_{af} \cos\theta \\ -\beta_{af} \cos\theta & 1 \end{bmatrix}$$

La valeur moyenne de la matrice d'inductance inverse sera donnée par:

$$[\bar{L}(\theta)]^{-1} = \begin{bmatrix} (1/T) \int (1/\lambda) dt & 0 \\ 0 & (1/T) \int (1/\lambda) dt \end{bmatrix}$$

où

$$\lambda = (1 - \beta_{af}^2 \cos^2 \theta)$$

et les valeurs propres de $[R][\bar{L}(\theta)]^{-1}$ sont:

$$\alpha_1 = (1/T) \int (\delta_a / \lambda) dt$$

$$\alpha_2 = (1/T) \int (\delta_f / \lambda) dt$$

qui ont une solution analytique connue:

$$\alpha_1 = \delta_a / \sqrt{1 - \beta_{af}^2} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \delta_f / \sqrt{1 - \beta_{af}^2}$$

nous constatons qu'à l'infini les constantes d'amortissement dépendent uniquement de la résistance propre de l'enroulement.

D'autre part, les valeurs propres de $[R][L(\theta)]^{-1}$ sont données, pour chaque valeur de θ , par la résolution de l'équation du deuxième degré suivante:

$$p^2 + (\delta_a + \delta_f)\lambda^{-1} p + \delta_a \delta_f \lambda^{-1} = 0$$

Les valeurs de p_1 et p_2 dépendent également de δ_a et δ_f , donc ils dépendent des résistances des deux enroulements.

Les valeurs de α calculées par cette méthode pour la machine à deux enroulements sont très précises, mais nous allons présenter par la suite un cas plus général.

RESULTATS

Pour les matrices $[R]$ et $[L(\theta)]$ définies dans le chapitre 1 (machine à pôles lisses et court-circuit monophasé); les valeurs propres de la matrice $[L(\theta)]^{-1}[R]$ sont:

$$\alpha_1 = 8,4072$$

$$\alpha_2 = 7,1521$$

$$\alpha_3 = 0,4070$$

$$\alpha_4 = 0,8324$$

ils correspondent exactement aux valeurs qui annulent le déterminant de l'équation (I-18). Nous avons donc obtenu le même résultat par deux méthodes complètement différentes. Il serait, d'ailleurs, très intéressant d'essayer de trouver une relation entre les deux méthodes. La méthode présentée dans la thèse est exacte et mathématiquement rigoureuse tandis que la démonstration faite dans cette annexe est un raisonnement

approximatif.

Nous avons aussi calculé pour chaque valeur de θ les valeurs propres de $[L(\theta)]^{-1}[R]$. Les résultats sont présentés ici:

| θ | p_1 | p_2 | p_3 | p_4 |
|-----------|---------|--------|--------|--------|
| 0 | 11,4396 | 7,7084 | 0,0726 | 0,2000 |
| $\pi/10$ | 10,9274 | 7,0801 | 0,0730 | 0,1971 |
| $2\pi/10$ | 9,8119 | 7,0857 | 0,0742 | 0,1895 |
| $3\pi/10$ | 8,7552 | 7,0979 | 0,0758 | 0,1803 |
| $4\pi/10$ | 8,0710 | 7,1196 | 0,0772 | 0,1730 |
| $5\pi/10$ | 7,8341 | 7,1360 | 0,0778 | 0,1703 |
| $6\pi/10$ | 8,0710 | 7,1196 | 0,0772 | 0,1730 |
| $7\pi/10$ | 8,7552 | 7,0979 | 0,0758 | 0,1830 |
| $8\pi/10$ | 9,8119 | 7,0857 | 0,0742 | 0,1895 |
| $9\pi/10$ | 10,9274 | 7,0801 | 0,0730 | 0,1971 |
| π | 11,4396 | 7,7084 | 0,0726 | 0,2000 |

Les moyennes sur une période résultent:

$$\alpha_1 = 9,4405$$

$$\alpha_2 = 7,0981$$

$$\alpha_3 = 0,0751$$

$$\alpha_4 = 0,1850$$

Nous voyons dans la figure (I-3) que les constantes d'amortissement calculées par la transformation de Floquet tendent effectivement vers les résultats présentés ici.

Nous avons fait la même chose pour tous les autres exemples présentés dans cette thèse: machine à pôles saillants, machine à double étoile, et dans plusieurs problèmes de court-circuit. Les résultats restent toujours très précis.

CONCLUSION

La procédure simple décrite dans cette annexe nous permet d'avoir les valeurs des constantes d'amortissement dans les deux cas limites de fréquence.

On pourrait envisager d'utiliser les valeurs des constantes d'amortissement calculées ici pour avoir la matrice de transformation de Floquet (aux limites) sans faire les itérations décrites dans la thèse qui sont de convergence difficile pour les faibles fréquences.

BIBLIOGRAPHIE

* *

*

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M.G.Floquet, "Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques," *Annales de l'Ecole Normale Supérieure*, Tome XII, pp. 47-88, 1883.
- [2] P.Boucherot, "Etude relative aux phénomènes électromagnétiques dus à la mise en court-circuit des machines," *Bull. de la Soc. Inter. des Electriciens*, tome 1, 3ème série, n° 10, pp.555-595, 1911.
- [3] J.R.Carson, "Theory and calculation of variable electrical systems," *Physical Review*, vol.17, no.2, pp.116-134, 1921.
- [4] R.E.Doherty, "A simplified method of analyzing short-circuit problems," *Trans. A.I.E.E.*, vol.42, pp. 841-848, 1923.
- [5] R.H.Park, "Definition of an ideal synchronous machine and formula for the armature flux linkage," *G.E. Review*, vol.31, pp.332-334, 1928.
- [6] R.H.Park, "Two reaction theory of synchronous machines: generalized method of analysis I," *Trans. A.I.E.E.*, vol. 48, pp. 716-730, 1929.
- [7] Y.Ikeda and M.Mori, "Single-phase short circuit of synchronous machines," *Z. Angew. Math. Mech.*, vol.11, pp.274-284, 1931.
- [8] A.W.Rankin, "Per-unit impedances of synchronous machines," *Trans.A.I.E.E.*, vol. 64, pp.569-572, 1945.
- [9] A.W.Rankin, "Per-unit impedances of synchronous machines II," *Trans. A.I.E.E.*, vol. 64, pp. 839-841, 1945.
- [10] C.Concordia, "Rotating electric machine time constants at low speeds," *Trans.A.I.E.E.*, vol. 65, pp. 882-886, 1946.

- [11] W.C.Duesterhoeft, M.W.Schulz and E.Clarke, "Determination of instantaneous current and voltages by means of alpha, beta and zero components", *Trans. A.I.E.E.*, vol. 70, pp 1248-1255, 1951.
- [12] C.Concordia, *Synchronous Machines*, New-York, Wiley, 1951.
- [13] E.Pillet, "Contribution à l'étude des machines tournantes à courant alternatif," *Thèse de Docteur ès-Sciences Physiques*, Paris, 1953.
- [14] Y.K.Ching and B.Adkins, "Transient theory of synchronous generators under unbalanced conditions", *Jour. I.E.E.*, vol. 101, pp 166-182, 1954.
- [15] W.A.Lewis, "A basic analysis of synchronous machines-I", *Trans. A.I.E.E.*, vol. 77, pp.436-456, 1958.
- [16] H.H.Hwang, "Unbalanced operation of A.C. machines," *Trans. I.E.E.E.*, vol. PAS 84, pp. 1054-1066, 1965.
- [17] N.P.Erugin, *Linear Systems of Ordinary Differential Equations with Periodic and Quasi-Periodic Coefficients*, New York: Academic, 1966.
- [18] I.M.Canay, "Causes of discrepancies on calculating of rotor quantities and exact equivalent diagram of the synchronous machine", *Trans. I.E.E.E.*, vol. PAS-88, no 7, pp. 1114-1120, 1969.
- [19] H.H.Hwang, "Unbalanced operation of three-phase machines with damper circuits", *Trans. IEEE Power App. Syst.*, vol.PAS 88, pp 1585-1593, 1969.
- [20] C.S.Hsu," Impulsive parametric excitation: theory", *Journal of Applied Mechanics*, vol. 39, pp 551-558, June 1972

- [21] C.S.Hsu, " On approximating a general linear periodic system," *J. Math. Anal. Appl.*, vol 45, pp 234-251, 1974
- [22] B. Adkins and R.G. Harley, *The general theory of alternating current machines*, Chapman and Hall, Londres, 1975.
- [23] A.A.Abdel-Razek, "Contribution à l'étude des régimes transitoires déséquilibres des machines synchrones dans deux cas: court-circuit brusques et alimentation par convertisseur statique", *Thèse de Docteur ès-Sciences*, Grenoble, 1976.
- [24] S.Lefschetz, *Differential Equations: Geometric Theory*. New York: Dover, 1977.
- [25] P.Friedmann, C.E.Hammond, and T.H.Woo, "Efficient numerical treatment of periodic systems with application to stability problems," *Int. J. Numerical Method Eng.*, vol 11, pp 1117-1139, 1977.
- [26] E.Pillet, M.Poloujadoff, J.P.Chassande, "Time constants of unsymmetrical short circuits of synchronous machines," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-98, no. 6, pp. 2172-2180, Nov.-Dec. 1979.
- [27] D.C.Youla and J.J.Bongiorno, "A Floquet theory of the general linear rotating machine", *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-27, pp. 15-19, Jan. 1980.
- [28] J.P.Chassande, E.Pillet, M.Poloujadoff, and L.Pierrat, "Transient low frequency unsymmetrical operation of synchronous machines," *IEEE trans. Power App Syst.*, vol. PAS-99, no.3, pp.1298-1305, 1980.
- [29] J.P. Chassande, " Etude analytique complète d'une machine synchrone autopilotée à caractéristiques linéaires et à commutation naturelle de courant," *Thèse de Docteur ès Sciences Physiques*, Grenoble, 1981.

- [30] J.P.Chassande and M.Poloujadoff, "A complete analytical theory of self controlled inverter fed synchronous machines", *Trans. I.E.E.E.*, vol. PAS-100, no. 6, pp. 2854-2861, 1981.
- [31] J.Lesenne, F.Notelet et G.Séguier, *Introduction à l'électrotechnique approfondie*, Technique et Documentation, Paris, 1981.
- [32] J.P.Chassande, A.Razek, M.Poloujadoff, A.Laumond, " Various practical results concerning the operation of inverter fed self controlled synchronous machines", *Trans. I.E.E.E.*, vol. PAS-101, no.12, pp. 4649-4655, 1982.
- [33] E.M. Moustafa, " Etude analytique du fonctionnement de la machine synchrone autopilotée à double étoile à commutation naturelle de courant." *Thèse Docteur Ingénieur*, Grenoble, 1982.
- [34] E.Moustafa and M.Poloujadoff, " Experimental determination of machine characteristics for a double star armature synchronous machine", *Electrical Machines and Power Systems*, vol. 8, pp. 103-112, 1983.
- [35] B.Ancelle, *Introduction à l'Informatique Scientifique et technique*, Hermes, Paris, 1984.
- [36] W.Suemitsu, "Asservissement numérique d'une machine synchrone autopilotée," *Thèse de Docteur de l'INPG*, Grenoble, 1986.
- [37] M.Poloujadoff, E.Pillet, and I.Camargo, " Improved determination of Floquet's reference frame for the phase-to-ground short circuit of a nonsalient-pole damped alternator", *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-34, pp. 857-861, 1987.
- [38] A.Jakubowicz, L.Lisowski, M.I.Mahmoud, J.P.Rognon, "Current-fed self-controlled synchronous machine with salient poles and damper cage: optimal operating mode and simplified model for real time control," *EPE*, Grenoble, 1987.

TABLE DES MATIERES

| | page |
|---|------|
| INTRODUCTION GENERALE | 1 |
| Chapitre 1 | |
| COURT-CIRCUIT DANS UNE MACHINE A POLES LISSES | |
| Introduction | 4 |
| Les équations de la machine synchrone | 4 |
| Les équations du court-circuit | 8 |
| Le théorème de Floquet et son application | 10 |
| Les relations de récurrence | 12 |
| Détermination de α et de $[M_2]$ | 14 |
| Principe de résolution numérique | 16 |
| Calcul des courants | 17 |
| Résultats | 18 |
| Conclusion | 24 |
| Chapitre 2 | |
| COURT-CIRCUIT DANS UNE MACHINE A POLES SAILLANTS | |
| Introduction | 25 |
| Les équations de la machine et la transformation de Clarke | 25 |
| Les valeurs réduites et les paramètres de la machine | 28 |
| Les équations du court-circuit | 31 |
| La transformation de Floquet et les relations de récurrence | 32 |
| Détermination des constantes d'amortissement statorique | 36 |
| Détermination des constantes d'amortissement rotorique | 38 |
| Résultats | 40 |
| Autres exemples et généralisation | 47 |
| Conclusion | 49 |

Chapitre 3

MACHINE SYNCHRONE AUTOPILOTEE A COMMUTATION NATURELLE DE
COURANT

| | |
|---------------------------------|----|
| Introduction | 50 |
| La machine autopilotée | 50 |
| Les équations de la commutation | 56 |
| Les équations de la conduction | 57 |
| Processus de résolution | 59 |
| Résultats | 61 |
| Conclusion | 66 |

Chapitre 4

MACHINE SYNCHRONE AUTOPILOTEE A DOUBLE ETOILE ET A
COMMUTATION NATURELLE DE COURANT

| | |
|--|----|
| Introduction | 67 |
| Le fonctionnement en machine autopilotée | 68 |
| Les équations de la machine | 71 |
| Les équations de la commutation | 78 |
| Les équations de la conduction | 80 |
| Résultats | 82 |
| Conclusion | 87 |

| | |
|---------------------|----|
| CONCLUSION GENERALE | 88 |
|---------------------|----|

ANNEXE 1

| | |
|--|----|
| Introduction | 89 |
| Cas particulier où la fréquence tend vers l'infini | 89 |
| Cas particulier où la fréquence tend vers zéro | 90 |
| Problème à deux enroulements | 91 |
| Résultats | 92 |
| Conclusion | 94 |

| | |
|---------------|----|
| BIBLIOGRAPHIE | 95 |
|---------------|----|

| | |
|--------------------|----|
| TABLE DES MATIERES | 99 |
|--------------------|----|

Résumé

Plusieurs problèmes de fonctionnement transitoire asymétriques des machines synchrones sont traités par l'utilisation d'une matrice de transformation linéaire qui transforme le système d'équations différentielles à coefficients périodiques qui décrit le court-circuit dans un autre système diagonal et constant. On y trouve en particulier les court-circuits dûs au fonctionnement autopiloté de la machine synchrone à simple et à double étoile.

Mots clés

Court-circuit asymétrique; Transformation de Floquet; Machine synchrone autopilotée; Equations différentielles; Coefficients périodiques; Machine à double étoile; Commutation naturelle de courant.