

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE REJEITO DE
MINERAÇÃO DURANTE A CONSTRUÇÃO DE UM ATERRO
EXPERIMENTAL

HERNÁN DARÍO GALLEGO HERRERA

ORIENTADOR: MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, Ph.D.

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA

PUBLICAÇÃO: G.DM – 211/12

BRASÍLIA /DF: JULHO DE 2012

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE REJEITO DE
MINERAÇÃO DURANTE A CONSTRUÇÃO DE UM ATERRO
EXPERIMENTAL**

HERNÁN DARÍO GALLEGO HERRERA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

APROVADA POR:

PROF. MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, Ph.D. (UnB)
(ORIENTADOR)

PROF. MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, D.Sc. (UnB)
(EXAMINADOR INTERNO)

PROF. LEONARDO JOSÉ DO NASCIMENTO GUIMARÃES, Ph.D. (UFPe)
(EXAMINADOR EXTERNO)

DATA: BRASÍLIA/DF, 30 DE JULHO DE 2012.

FICHA CATALOGRÁFICA

GALLEGO-HERRERA, HERNÁN DARÍO

Análise do Comportamento de Rejeito de Mineração Durante a Construção de um Aterro Experimental [Distrito Federal] 2012

xvii, 109 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Geotecnia, 2012)

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil

1. Modelagem Numérica

2. Rejeito de Mineração

3. Liquefação Estática

4. Análise Acoplada

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

GALLEGO-HERRERA, H.D. (2012). Análise do Comportamento de Rejeito de Mineração Durante a Construção de um Aterro Experimental. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM – 211/12, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF, 109 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Hernán Darío Gallego Herrera

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Análise do Comportamento de Rejeito de Mineração Durante a Construção de um Aterro Experimental.

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Hernán Darío Gallego Herrera
Carrera 49, N° 51 – 40, Apartamento 201
Barrio Maria Auxiliadora
Guarne, Antioquia, Colômbia.
e-mail: hdgalleg@gmail.com

DEDICATORIA

*A mi hijo Nicolás...
el destino me llevó a no poder vivir con
él sus primeros años de vida.*

*A Yury Katherine Barbosa León...
Infinita gratitud con la mujer que
detuvo su vida para brindarme su fuerza,
valentía, apoyo y dedicación durante estos años.*

*A mis padres...
Mis primeros profesores que me
moldearon y prepararon para la vida. Soy
quien soy gracias a ellos.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço à vida por ter me dado esta e tantas oportunidades.

Ao professor Márcio Muniz de Farias, uma grande pessoa que compreende a realidade do ser humano, um grande professor e profissional que sabe guiar e apoiar seus alunos, além de ser um grande amigo, que por meio de suas conversas e seus conselhos me ensinou a ser uma pessoa melhor.

Aos meus amigos Daniel Henao, Mateo Arenas, Juan David Gallego, Ewerton Fonseca, Robinson Giraldo, Gabriel Zapata, Alexander Rojas, Marcelo Llano e Bruno Lobo. Amigos que me entenderam, apoiaram, acolheram e aconselharam sempre pensando no melhor para mim.

A meus irmãos, Mariluz, Carlos, Juan, Santiago e Andrea, os quais sempre me deram forças para realizar meus sonhos e que estiveram ao meu lado nos momentos difíceis, agradeço-os por sempre guardarem meu lugar em nosso lar e em nossa família.

À Gloria León e Harold Londoño, meus amigos e familiares que contribuíram na minha vida e facilitaram a obtenção deste título.

Ao professor Alberto Ortigão e à empresa Terratek Ltda, pelo fornecimento de informações-chaves para o desenvolvimento desta dissertação.

Aos professores, Oswaldo Ordóñez e Hernán Martínez, por terem me apoiado, orientado e confiado em mim.

Aos demais familiares, professores, amigos e todas aquelas pessoas que contribuíram de alguma forma, para que eu pudesse permanecer no Brasil e conquistar este título.

Ao Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, da Universidade de Brasília, e ao CNPq pelo apoio logístico e financeiro.

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE REJEITO DE MINERAÇÃO DURANTE A CONSTRUÇÃO DE UM ATERRO EXPERIMENTAL

Hernán Darío Gallego Herrera

RESUMO

O principal objetivo desta dissertação é a simulação numérica do comportamento hidromecânico de um rejeito de mineração susceptível a liquefação estática, quando submetido a carregamentos monotônicos. Para isto, se programou um modelo constitutivo baseado em conceitos avançados de plasticidade com sub-carregamento (SubCam), descrito em Pedroso (2006). O modelo foi implementado no programa de elementos finitos ALLFINE, desenvolvido por Farias (1993) e atualizado por Cordão-Neto (2005). Posteriormente este modelo foi validado simulando-se problemas de adensamento unidimensional e bidimensional com um material muito pré-adensado. Na segunda parte do trabalho se utilizou dados de ensaios de laboratório e de campo realizados pela empresa Terratek Ltda. para a mina Rio Paracatu Mineração, localizada em Minas Gerais. Foram disponibilizados dados de ensaios oedométricos e triaxiais realizados com o rejeito, bem como dados de instrumentação de campo obtidos durante o monitoramento de um aterro experimental construído sobre uma camada de rejeito de 23 m de profundidade. Os dados dos ensaios triaxiais não-drenados evidenciaram que o material tem um comportamento caracterizado como liquefação limitada. Nestes casos o material apresenta uma “linha de instabilidade” e uma “linha de ruptura” final, o que dificulta a definição clara da inclinação (M_{cs}) da linha de estados críticos. Percebeu-se que este parâmetro (M_{cs}) era determinante na simulação completa do comportamento do material. Um primeiro conjunto de parâmetros foi obtido diretamente a partir dos ensaios, considerando o estado crítico como a linha de ruptura final, e posteriormente estes parâmetros foram otimizados para melhor reproduzir os resultados de laboratório. Por último, foram realizadas três simulações da construção do aterro experimental, considerando o problema hidromecânico acoplado e adotando-se diferentes conjuntos de parâmetros para comparação com os resultados da instrumentação de campo. A primeira simulação consistiu na utilização dos parâmetros otimizados, observando-se uma perfeita reprodução dos dados de deslocamentos verticais e uma boa representação qualitativa, embora superestimados quantitativamente, os deslocamentos horizontais e o desenvolvimento das poropressões. A retroanálise dos resultados de instrumentação de poro-pressões e deslocamentos horizontais pode ser melhorada com os outros conjuntos de parâmetros, porém à custa de uma simulação menos acurada dos deslocamentos verticais. Conclui-se que, de uma forma geral, o modelo adotado foi capaz de reproduzir bem o comportamento observado em campo durante a construção do aterro experimental. Apesar da grande capacidade do modelo, o bom ajuste das simulações se deve em parte ao fato de que o aterro na prática não foi levado à ruptura e nem se observou a ocorrência do fenômeno da liquefação estática do rejeito da fundação durante a construção do aterro. Para uma simulação mais ajustada da liquefação limitada observada nos ensaios não-drenados em laboratório, sugere-se a adoção de um modelo mais específico que considere os efeitos da linha de instabilidade e de estado crítico separadamente.

ANALYSIS OF THE BEHAVIOUR OF MINE TAILINGS DURING THE CONSTRUCTION OF AN EXPERIMENTAL FILL

Hernán Darío Gallego Herrera

ABSTRACT

The main objective of this thesis is the numerical simulation of the hydro-mechanical behavior of mine tailings, susceptible of undergoing static liquefaction during monotonic loading. To achieve this objective the author adopted a constitutive model, named SubCam described by Pedroso (2006), which is based on advanced concepts of sub-loading plasticity. The model was coded and implemented into the finite element program ALLFINE, developed by Farias (1993) and enhanced by Cordão-Neto (2005). Numerical simulations of one-dimensional and two-dimensional consolidation problems were performed to validate the implementations. A second stage of this research consisted of the analyses of experimental data from laboratory and in situ tests performed by the company Terratek Ltd. In the Rio Paracatu mining company, located in the state of Minas Gerais, Brazil. The laboratory data consisted of results of oedometric and undrained triaxial tests. The in situ results were obtained from instrumentation during the construction of an earth fill over a 23 m thick layer of mining tailings. Results of undrained triaxial show that the material exhibits a behavior classified as “limited liquefaction”. In this case the undrained tests show two limiting behaviors characterized by an “instability line” and a final “failure line”. This complicates the identification of a single critical state line necessary for model SubCam. The simulations show that the inclination (M_{cs}) of this line plays an important role in the ability of the model to simulate the behavior of the tailings material. Therefore a set of model parameters was initially obtained directly from the laboratory tests, considering the critical state coinciding with the final failure line. These parameters were later optimized in order to better reproduce the overall observed laboratory test results. Finally numerical simulations of the earth fill construction were performed, considering the hydro-mechanical coupling three sets of material parameters previously identified. The first simulation with the optimized parameters produced excellent quantitative agreement with the data from in situ vertical displacements. However, despite good qualitative reproduction of in situ curves, values of pore-pressure and horizontal displacements were overestimated. Better agreement with these observed values could be reproduced with back analyses using different sets of parameters, but this generally degraded the reproduction of vertical displacement observations. It can be concluded that the adopted model could satisfactorily reproduce the overall in situ behavior observed during the construction of the experimental earth fill. However, despite the good capabilities of the SubCam model, this agreement is partly due to the fact that the earth fill did not reach failure in practice and that the phenomena of static liquefaction did not actually happen in situ as expected. In order to better reproduce the limited liquefaction observed during the undrained laboratory tests, it is recommended the adoption of a specific model that separates the influences of the instability and final failure lines.

SUMÁRIO

1	<u>INTRODUÇÃO</u>	1
1.1	OBJETIVOS	1
1.2	METODOLOGIA	2
1.2.1	PROGRAMA ALLFINE	2
1.2.2	MODELO CONSTITUTIVO	2
1.2.3	MODELAGEM NUMÉRICA	3
1.3	ESCOPO DO TRABALHO	4
2	<u>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</u>	5
2.1	LIQUEFAÇÃO ESTÁTICA	6
2.2	SUSCEPTIBILIDADE À LIQUEFAÇÃO	8
2.2.1	CRITÉRIO DE HISTÓRIA	8
2.2.2	CRITÉRIO GEOLÓGICO	8
2.2.3	CRITÉRIO COMPOSICIONAL	9
2.2.4	CRITÉRIO DE ESTADO	11
2.2.5	PARÂMETRO DE ESTADO	14
2.3	MODELOS CONSTITUTIVOS PARA MATERIAIS GRANULARES	15
3	<u>FERRAMENTAS TEÓRICAS</u>	19
3.1	ELASTICIDADE	19
3.2	PLASTICIDADE	20
3.3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA ELASTOPLASTICIDADE	21
3.4	SUBCARREGAMENTO	23
3.5	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS – PROGRAMA ALLFINE	24
3.5.1	FORMULAÇÃO CONTÍNUA DO PROBLEMA DE ADENSAMENTO	24
3.5.2	CONDIÇÃO DE EQUILÍBRIO	27
3.5.3	CONDIÇÃO DE CONTINUIDADE	28
3.5.4	SOLUÇÃO APROXIMADA	29
4	<u>MODELO SUBCAM (PEDROSO, 2006)</u>	32
4.1	INVARIANTES DE TENSÃO E DEFORMAÇÃO	32
4.2	FUNÇÃO DE PLASTIFICAÇÃO	33
4.3	DEFORMAÇÃO DE SUB-PLASTIFICAÇÃO	35
4.4	VARIÁVEIS INTERNAS	36
4.5	TENSOR ELASTOPLÁSTICO	37
4.6	ALGORITMOS DE INTEGRAÇÃO	39

4.7 VERIFICAÇÃO DO MODELO	46
4.7.1 ADENSAMENTO UNIDIMENSIONAL	46
4.7.2 ADENSAMENTO BIDIMENSIONAL	47
5 ESTUDO DE CASO	49
5.1 ENSAIOS DE CAMPO	52
5.2 ENSAIOS OEDOMÉTRICOS	53
5.3 ENSAIOS TRIAXIAIS	53
5.4 INSTRUMENTAÇÃO	53
5.4.1 PERFILÔMETRO DE RECALQUES	53
5.4.2 INCLINÔMETROS	54
5.4.3 PIEZÔMETROS	55
5.4.4 PLACAS DE RECALQUES	57
6 ENSAIOS E CALIBRAÇÃO	58
6.1 ENSAIOS TRIAXIAIS	58
6.2 ENSAIOS OEDOMÉTRICOS	65
6.3 ENSAIOS DE PERMEABILIDADE	67
6.4 SIMULAÇÃO ENSAIOS TRIAXIAIS	68
6.5 SIMULAÇÃO ENSAIOS OEDOMÉTRICOS	75
7 MODELAGEM NUMÉRICA DO REJEITO	78
7.1 GEOMETRIA, DISCRETIZAÇÃO E CONDIÇÕES DE CONTORNO	78
7.2 TIPO DE ANÁLISE E ESTÁGIOS DE CARREGAMENTO	79
7.3 RESULTADOS E COMPARAÇÕES COM A INSTRUMENTAÇÃO	80
7.3.1 SIMULAÇÃO Nº1	80
7.3.2 SIMULAÇÃO Nº2	86
7.3.3 SIMULAÇÃO Nº3	89
8 CONCLUSÕES	92
8.1 RECOMENDAÇÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	94
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	96
APÊNDICE A	100
CÓDIGOS DE PROGRAMAÇÃO EM FORTRAN 95 DO MODELO SUBCAM	100

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Derivadas parciais modelo SubCam necessárias para a integração numérica pelo método “ <i>Modified-euler</i> ”. (Modificado – Pedroso, 2006)	39
Tabela 4.2: Parâmetros, variáveis de estado e variáveis de integração utilizados nas integrações numéricas.	45
Tabela 4.3: Parâmetros e variáveis de estado utilizados na validação do modelo.	46
Tabela 6.1: Índice de vazios e tensões no final do adensamento dos ensaios triaxiais.	59
Tabela 6.2: Condições iniciais e tipo de equipamento utilizado para os ensaios oedométricos	65
Tabela 6.3: Parâmetros utilizados nas simulações dos ensaios	68
Tabela 7.1: Parâmetros e variáveis de estado utilizados na simulação N°1.	80
Tabela 7.2: Parâmetros e variáveis de estado utilizados na simulação N°2.	86
Tabela 7.3: Parâmetros e variáveis de estado utilizados na simulação N°4.	89

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Metodologia geral da pesquisa.	3
Figura 2.1: Seção transversal de uma barragem de rejeito pelo método de Montante.	5
Figura 2.2: Localização da linha de instabilidade e a região de instabilidade potencial. (Modificado – Lade, 1993).....	8
Figura 2.3: Curvas tensão - deformação e tensão - índice de vazios para areias fofas e densas no ensaio triaxial, iniciando com a mesma tensão efetiva de confinamento. (Casagrande, 1936 citado por Kramer, 1996)	11
Figura 2.4: Comportamento de amostras inicialmente fofas ou densas no plano $\log(\sigma'_{3c}) - e$. (Casagrande, 1936 citado por Kramer, 1996)	12
Figura 2.5: Liquefação, liquefação limitada e dilatação em ensaios de carregamento monotônico. (Castro, 1969).....	13
Figura 2.6: Representação tridimensional da linha de estado estacionário com as suas projeções nos planos $e - p'$, $p' - q$ e $e - q$. (Kramer, 1996).....	14
Figura 2.7: Definição do parâmetro de estado. (Been & Jefferies, 1985).	15
Figura 2.8: Diferença entre o parâmetro de estado e o estado de adensamento (Modificado – Jefferies, 1993).	16
Figura 2.9: Resposta do modelo “ <i>Superior Sand</i> ” na simulação de ensaios de compressão triaxial não drenado para: (a) diferentes valores na densidade inicial; (b) diferentes valores de tensão confinante inicial (Boukpeti <i>et al.</i> , 2002).	17
Figura 2.10: Tipos de resposta não drenada: (a) estável; (b) quase-estável; (c) instável com dois pontos limite e; (d) instável com um ponto limite (Modificado – Mróz <i>et al.</i> , 2003).....	18
Figura 3.1: Curva tensão-deformação típica dos metais submetidos a tração uniaxial (Modificado – Desai & Siriwardane, 1984).	21
Figura 3.2: Superfície de plastificação, superfície de potencial plástico e lei de fluxo.	22
Figura 3.3: Superfície normal e superfície de subcarregamento. (modificado – Hira <i>et al.</i> , 2006).....	23
Figura 3.4: Domínio do problema e condições de contorno (Farias, 1993).	26
Figura 4.1: Superfícies do modelo SubCam no plano axissimétrico com a representação geométrica das variáveis internas envolvidas no modelo. (Modificado – Pedroso, 2006)	34
Figura 4.2: Representação dos traços da superfície de subcarregamento em 3 planos octaédricos diferentes ($p = 1,0$ kPa , $p = 3,0$ kPa e $p = 5,0$ kPa).....	35
Figura 4.3: Procedimento prévio à utilização dos algoritmos do modelo SubCam.	40
Figura 4.4: Obtenção do tensor elastoplástico (ou elástico se for o caso) para atender a chamada do algoritmo da Figura 4.3.	41
Figura 4.5: Cálculo do gradiente da superfície de subcarregamento (modificado – Pedroso, 2006).....	42
Figura 4.6: Esquema de integração baseado no algoritmo “ <i>Modified-Euler</i> ” apresentado em Pedroso (2006)	43

Figura 4.7: Sub-processo para a integração numérica baseado no algoritmo “ <i>Modified-Euler</i> ” apresentado em Pedroso (2006).	44
Figura 4.8: Resultados da integração numérica para o método “ <i>Modified Euler</i> ” (Passos variáveis) e “ <i>Forward Euler</i> ” (passos constantes). (a) Trajetória de tensão; (b) Tensão – deformação.	45
Figura 4.9: Adensamento unidimensional. Resultados das simulações feitas para um material muito pré-adensado com os modelos elástico linear (linhas cheias) e SubCam (pontos).	47
Figura 4.10: Adensamento bidimensional. Resultados das simulações feitas para um material muito pré-adensado com os modelos elástico linear (linhas cheias) e SubCam (pontos).	48
Figura 5.1: Curvas granulométricas, com defloculante e sem defloculante, do rejeito da Mina Rio Paracatu Mineração.	49
Figura 5.2: Aterro experimental e instrumentação utilizada (modificado – Terratek, 2005). 51	
Figura 5.3: Registro fotográfico da formação do “ <i>vulcão</i> ” por causa do fluxo de água.	52
Figura 5.4: Perfil de recalques para diferentes alturas do aterro (HA). (modificado – Terratek, 2005).	54
Figura 5.5: Registro dos deslocamentos inclinômetro IA para diferentes alturas do aterro. (modificado – Terratek, 2005)	55
Figura 5.6: Incremento de poropressão vs profundidade para diferentes alturas de aterro (HA). Piezômetro A. (modificado – Terratek, 2005)	56
Figura 5.7: Incremento de poropressão vs profundidade para diferentes alturas de aterro (HA). Piezômetro B. (modificado – Terratek, 2005)	56
Figura 5.8: Recalques obtidos com as placas de recalques vs altura do aterro. (modificado – Terratek, 2005)	57
Figura 6.1: Resultados dos ensaios triaxiais; trajetória de tensões efetivas para as quatro amostras com $\gamma_d = 11,0kN / m^3$ (Grupo 1)	59
Figura 6.2: Resultados dos ensaios triaxiais; trajetória de tensões efetivas para as quatro amostras com $\gamma_d = 12,0kN / m^3$ (Grupo 2).	60
Figura 6.3: Resultados dos ensaios triaxiais; trajetória de tensões efetivas para as quatro amostras com $\gamma_d = 13,0kN / m^3$ (Grupo 3).	60
Figura 6.4: Resultados dos ensaios triaxiais; resistência ao cisalhamento versus deformação principal 1 para as quatro amostras com $\gamma_d = 11,0kN / m^3$ (Grupo 1).	61
Figura 6.5: Resultados dos ensaios triaxiais; resistência ao cisalhamento versus deformação principal 1 para as quatro amostras com $\gamma_d = 12,0kN / m^3$ (Grupo 2).	61
Figura 6.6: Resultados dos ensaios triaxiais; resistência ao cisalhamento versus deformação principal 1 para as quatro amostras com $\gamma_d = 13,0kN / m^3$ (Grupo 3).	62
Figura 6.7: Resultados dos ensaios triaxiais; poropressão versus deformação principal 1 para as quatro amostras com $\gamma_d = 11,0kN / m^3$ (Grupo 1).	62
Figura 6.8: Resultados dos ensaios triaxiais; poropressão versus deformação principal 1 para as quatro amostras com $\gamma_d = 12,0kN / m^3$ (Grupo 2)	63
Figura 6.9: Resultados dos ensaios triaxiais; poropressão versus deformação principal 1 para as quatro amostras com $\gamma_d = 13,0kN / m^3$ (Grupo 3)	63

Figura 6.10: Resultados experimentais dos ensaios oedométricos.....	66
Figura 6.11: Dados experimentais do ensaio N ^o 3 no plano $\ln(p) - e$	66
Figura 6.12: Permeabilidade do rejeito no campo e no laboratório. (a) Permeabilidade versus Profundidade. (b) Permeabilidade versus Índice de vazios. (Modificado – Terratek, 2005)...	67
Figura 6.13: Corpo de prova utilizado para as simulações da etapa do cisalhamento nos ensaios triaxiais. (a) Discretização do corpo de prova (elemento 5 hachurado), (b) Carregamento e deformação do corpo de prova.....	69
Figura 6.14: Resultado das simulações; trajetória de tensões para amostras do Grupo 1	70
Figura 6.15: Resultado das simulações; trajetória de tensões para amostras do Grupo 2	70
Figura 6.16: Resultado das simulações; trajetória de tensões para amostras do Grupo 3	71
Figura 6.17: Resultados das simulações; resistência ao cisalhamento versus deformação principal 1 para amostras do Grupo 1	71
Figura 6.18: Resultados das simulações; resistência ao cisalhamento versus deformação principal 1 para amostras do Grupo 2	72
Figura 6.19: Resultados das simulações; resistência ao cisalhamento versus deformação principal 1 para amostras do Grupo 3	72
Figura 6.20: Resultados das simulações; poropressão versus deformação principal 1 para amostras do Grupo 1	73
Figura 6.21: Resultados das simulações; poropressão versus deformação principal 1 para amostras do Grupo 2	73
Figura 6.22: Resultados das simulações; poropressão versus deformação principal 1 para amostras do Grupo 3	74
Figura 6.23: Curva de adensamento amostra 1. Resultados experimentais e de simulação numérica.....	75
Figura 6.24: Curva de adensamento amostra 2. Resultados experimentais e de simulação numérica.....	76
Figura 6.25: Curva de adensamento amostra 3. Resultados experimentais e de simulação numérica.....	76
Figura 6.26: Curva de adensamento amostra 4. Resultados experimentais e de simulação numérica.....	76
Figura 6.27: Curva de adensamento amostra 5. Resultados experimentais e de simulação numérica.....	77
Figura 6.28: Comparação das cinco curvas de adensamento. Resultados experimentais e de simulação numérica.....	77
Figura 7.1: Geometria, discretização e condições de contorno do problema.	78
Figura 7.2: Resultados dos perfis de recalques, medido e calculado.....	81
Figura 7.3: Resultados dos deslocamentos horizontais, medido e calculado.	82
Figura 7.4: Resultados dos incrementos de poropressão, medido e calculado. Piezômetro A.	82
Figura 7.5: Resultados dos incrementos de poropressão, medido e calculado. Piezômetro B.	83
Figura 7.6: Resultados dos deslocamentos verticais, medido e calculado.....	83

Figura 7.7: Trajetoria de tensões efetivas durante a simulação da construção do aterro. (a) Localização dos elementos; (b) Elemento 28; (c) Elemento 61; (d) Elemento 76; (e) Elemento 79; (f) Elemento 88 e (g) Elemento 124.....	85
Figura 7.8: Resultados dos perfis de recalques, medido e calculado.....	86
Figura 7.9: Resultados dos deslocamentos horizontais, medido e calculado.	87
Figura 7.10: Resultados dos incrementos de poropressão, medido e calculado. Piezômetro A.	87
Figura 7.11: Resultados dos incrementos de poropressão, medido e calculado. Piezômetro B.	88
Figura 7.12: Resultados dos deslocamentos verticais, medido e calculado.....	88
Figura 7.13: Resultados dos perfis de recalques, medido e calculado.....	89
Figura 7.14: Resultados dos deslocamentos horizontais, medido e calculado.	90
Figura 7.15: Resultados dos incrementos de poropressão, medido e calculado. Piezômetro A.	90
Figura 7.16: Resultados dos incrementos de poropressão, medido e calculado. Piezômetro B.	91
Figura 7.17: Resultados dos deslocamentos verticais, medido e calculado.....	91

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÕES

ABREVIACÕES

Calc.	Calculado
CKoU-C	Ensaio de compressão triaxial não drenado com amostra adensada anisotropicamente
CRS	Ensaio oedométricos com taxa de deformação constante (<i>Constant Rate of Strain</i>)
HA	Altura atualmente construída da barragem
HCT	Ensaio de Adensamento Hidráulico (<i>Hydraulic Consolidation Test</i>).
IP	Índice de plasticidade
Linha CVR	Linha de índice de vazios crítico (<i>Critical Void Ratio line</i>)
LL	Limite de liquidez
NCL	Linha normalmente adensada (<i>Normal Consolidated Line</i>)
NT	Nível do terreno
NF	Nível freático
OCR	Relação de preadensamento (<i>Over Consolidation Ratio</i>)
PR iA	Placa de recalque N ^o i lado A
RPM	Rio Paracatu Mineração
SCPTU	Ensaio de piezocone sísmico (<i>Seismic Cone Penetration Test</i>)
Simul.	Simulação
SSL	Linha de estado estacionário (<i>Steady-state Line</i>)
SubCam	Modelo <i>Subloading Cam-clay</i>
VST	Ensaio de palheta (<i>Vane Shear Test</i>)

LETRAS ARÁBIGAS

$a, b, c, d, i,$	Índices variando desde 1 até 3.
j, k, l, m, n	
$[B_u]$	Matriz deformação-deslocamento
$[C]$	Matriz de acoplamento entre a fase sólida e a fase líquida
c	Parâmetro que controla a taxa de decaimento da flexibilidade
C_{ijkl}	Tensor de 4 ^{ta} ordem
C_{ijkl}^e	Tensor elástico de 4 ^{ta} ordem
C_{ijkl}^{ep}	Tensor elastoplástico de 4 ^{ta} ordem
d	Incremento infinitesimal

E	Módulo de Young
e	Índice de vazios
e_0	Índice de vazios inicial
e_N	Índice de vazios de referência
$[H]$	Matriz de fluxo
HA	Altura do aterro experimental
H_i	Módulo de endurecimento
$[K]$	Matriz de rigidez do esqueleto sólido
K	Coefficiente de permeabilidade
Mcs	Inclinação da linha do estado crítico no plano axissimétrico
$[N]$	Matriz de interpolação
p	Invariante de tensão normal de Cambridge
p_N	Tensão normal de referência
q	Invariante de tensão desviadora de Cambridge
R_{ij}	Gradiente da função de potencial plástico
$\{r_p\}$	Vetor de poropressão nodal
$\{r_u\}$	Vetor de deslocamentos nodais de um elemento finito
$\{u\}$	Campo contínuo de deslocamentos
$\{u_i\}$	Vetor de deslocamentos no nó i
V_{ij}	Gradiente da função de plastificação
w	Umidade
z_i	Variáveis internas do tipo tensão

LETRAS GREGAS

Δ	Incremento finito
∂	Derivada parcial
δ_{ij}	Delta de Kronecker
ε_a	Deformação axial
ε_{kl}	Tensor de deformações
ε_{kl}^e	Tensor de deformação elástica
ε_{kl}^p	Tensor de deformação plástica
ε_v	Deformação volumétrica
$\varepsilon_v^{p(sub)}$	Tensor de deformação plástica de subcarregamento
φ_{cs}	Ângulo de atrito no estado crítico
γ	Peso específico dos sólidos
γ_d	Peso específico seco
κ	Inclinação do trecho de recompressão
λ	Inclinação da linha normalmente adensada
Λ	Multiplicador de Lagrange plástico
ν	Coefficiente de Poisson
ρ	Variável de densificação do modelo SubCam

ψ

Parâmetro de estado

σ_{ij}

Tensor de tensões

θ

Ângulo análogo ao ângulo de Lode

1 INTRODUÇÃO

Com a finalidade de projetar estruturas geotécnicas com um nível de segurança aceitável e diminuir o custo das mesmas, é imprescindível o conhecimento do comportamento mecânico dos materiais constituintes da estrutura sob as solicitações atuantes na mesma.

Na atualidade, vários métodos numéricos são amplamente utilizados com este objetivo, entre os quais, os mais comuns são: o Método das Diferenças Finitas, o Método dos Elementos de Contorno e o Método dos Elementos Finitos. A formulação matemática destes três métodos é baseada nos princípios da Mecânica do Meio Contínuo, que para solucionar o problema, precisa de expressões matemáticas que relacionem as tensões com as deformações atuantes no material. Essas relações são conhecidas como “*Leis Constitutivas*”.

Neste trabalho, pretende-se simular numericamente, por meio do Método dos Elementos Finitos, o comportamento dos rejeitos de mineração com a particularidade de que será utilizada uma lei constitutiva para o material, desenvolvida a partir da teoria da elasto-plasticidade, no marco teórico dos modelos de estado crítico e incorporando o conceito de subcarregamento inicialmente desenvolvido por Hashigushi & Ueno (1977).

Para comparar os resultados da modelagem numérica, conta-se com a informação obtida em um experimento de larga escala. Este experimento foi realizado na mina Rio Paracatu Mineração, no estado de Minas Gerais, no ano de 2003, a qual utiliza uma barragem de terra para conter o material de rejeito, (Terratek, 2005).

O experimento consistiu na imposição de um carregamento na superfície do material de rejeito, localizado a montante da barragem. O carregamento foi imposto por meio da construção de um aterro experimental constituído por material de empréstimo. A fundação (constituída de rejeito) foi amplamente instrumentada, a fim de registrar o comportamento mecânico real da estrutura. Além disso, conta-se com o resultado de ensaios triaxiais, adensamento e permeabilidade realizados com o material de rejeito. Esses dados são úteis para a obtenção dos parâmetros e das variáveis de estado, do modelo constitutivo utilizado.

1.1 OBJETIVOS

De acordo com a explicação supracitada, tem-se como objetivo geral: aprimorar o conhecimento dos mecanismos de ruptura e estabilidade de barragens de rejeito, com o auxílio de métodos numéricos que atendam, simultaneamente, às condições de equilíbrio e

continuidade, por meio de modelos (leis) constitutivos adequados capazes de representar as principais características do comportamento mecânico dos materiais.

Especificamente, serão atendidos os seguintes objetivos:

- Programar numericamente um modelo constitutivo que permita prever, de forma adequada, o comportamento de solos granulares saturados em um programa de elementos finitos capaz de resolver problemas acoplados de tensão-deformação-fluxo;
- Fornecer uma ideia de quanto o material é resistente à possibilidade de liquefação estática;
- Descrever o desenvolvimento das poropressões no rejeito durante a construção do aterro e a velocidade de dissipação destas;
- E por último: fornecer parâmetros que permitam prever a deformabilidade vertical da barragem.

1.2 METODOLOGIA

A metodologia geral do trabalho é apresentada na Figura 1.1 e consta de duas etapas. A primeira consiste na obtenção dos parâmetros do modelo constitutivo, a fim de prever adequadamente o comportamento do rejeito. Esta etapa foi feita aproveitando os dados dos ensaios de laboratório, iniciando-se com a obtenção dos parâmetros de forma direta. Em seguida, fez-se a simulação dos ensaios por meio do modelo constitutivo, e, posteriormente, uma retroanálise foi feita para aperfeiçoar os parâmetros e também tentar obter uma melhor simulação do comportamento do solo.

1.2.1 PROGRAMA ALLFINE

Para o desenvolvimento desta pesquisa foi utilizado o programa ALLFINE desenvolvido inicialmente por Farias (1993) e atualizado por Cordão-Neto (2005). Este programa tem a capacidade de resolver o problema de tensão-deformação com fluxo acoplado, em duas ou três dimensões, pelo Método dos Elementos Finitos. Além disso, permite incorporar qualquer modelo constitutivo por meio de sub-rotinas adequadamente programadas na linguagem FORTRAN 95.

1.2.2 MODELO CONSTITUTIVO

Os resultados das análises são altamente dependentes dos modelos (leis constitutivas) utilizados. Para o estudo de caso, é necessário utilizar um modelo capaz de reproduzir a

liquefação estática e as deformações plásticas em trajetórias de descarregamento. De um modo geral, os modelos com superfície de subcarregamento atendem a esses requisitos. O modelo utilizado foi o SubCam apresentado por Pedroso (2006). Este modelo, apesar de limitado em alguns aspectos, apresenta inúmeras vantagens práticas, como, por exemplo, a capacidade de prever adequadamente o comportamento do material, possui poucos parâmetros, todos com significado físico, formulação matemática e programação numérica mais simples que outros modelos.

1.2.3 MODELAGEM NUMÉRICA

A segunda etapa consiste na definição do problema em Elementos Finitos por meio do programa ALLFINE (Figura 1.1). Para isto, foi necessário incorporar o modelo constitutivo no ALLFINE, definir a geometria do problema e a sua discretização espacial e temporal, além de fornecer ao modelo numérico os parâmetros e as variáveis de estado adequadas, para a simulação completa. Estas simulações forneceram dados análogos aos proporcionados pela instrumentação do experimento, possibilitando a avaliação da capacidade do modelo para simular o comportamento do rejeito.

As análises numéricas foram feitas em condições de tensão-deformação acopladas ao fluxo em meio saturado para deformação plana, dado que o aterro e a instrumentação foram projetados para este tipo de situação.

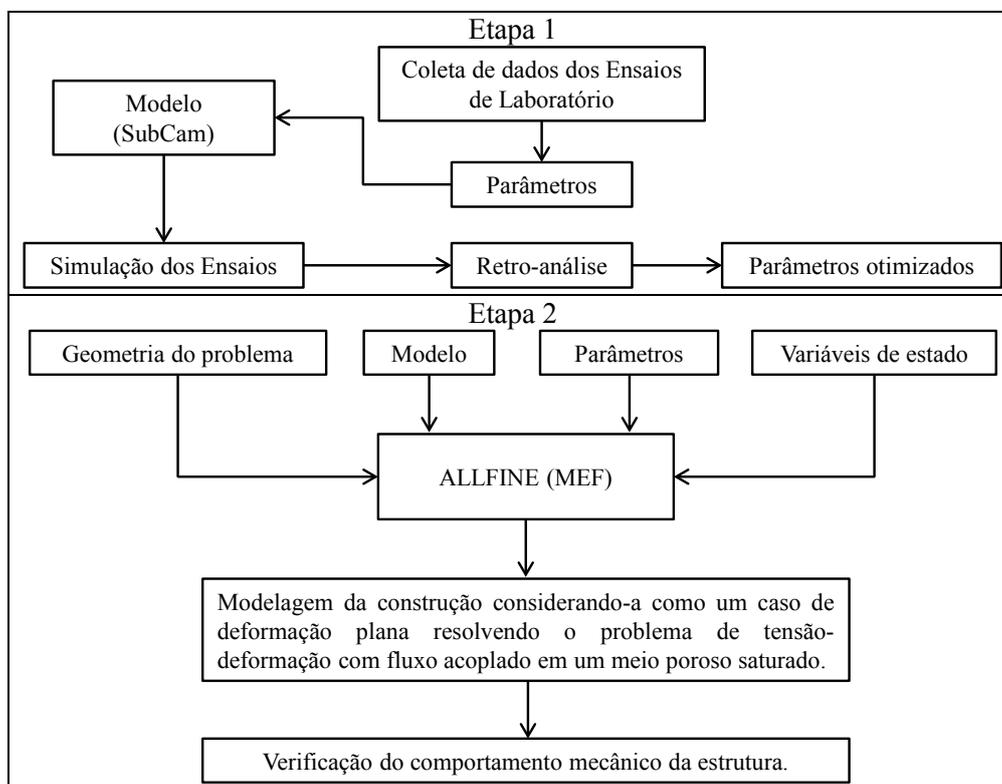


Figura 1.1: Metodologia geral da pesquisa.

1.3 ESCOPO DO TRABALHO

O trabalho foi dividido em oito capítulos e um apêndice. Em linhas gerais estes capítulos contem:

- **Capítulo 1:** Apresentam-se o problema central, os objetivos propostos e a metodologia utilizada no desenvolvimento da dissertação.
- **Capítulo 2:** Faz-se uma revisão bibliográfica dos conceitos fundamentais do fenômeno de liquefação estática, incluído um caso histórico, e vários critérios para avaliar a susceptibilidade à liquefação estática dos materiais granulares.
- **Capítulo 3:** Neste capítulo, apresentam-se as principais ferramentas teóricas, físicas e matemáticas utilizadas para o desenvolvimento deste trabalho.
- **Capítulo 4:** Apresentam-se o modelo SubCam, o esquema de integração numérica utilizado para obter o incremento de tensão dado um incremento na deformação e a validação do modelo.
- **Capítulo 5:** Este capítulo apresenta o estudo de caso, que consistiu na construção de um aterro experimental suportado por uma camada de rejeito. Descrevem-se a instrumentação utilizada, os dados obtidos e os principais fenômenos observados durante a construção do aterro.
- **Capítulo 6:** Neste capítulo apresentam-se os dados dos ensaios de laboratório oedométricos e triaxiais, além dos ensaios feitos no campo e no laboratório de permeabilidade. Descreve-se como foram obtidos os parâmetros do modelo a partir destes ensaios e fazem-se as simulações numéricas dos ensaios triaxiais e de adensamento.
- **Capítulo 7:** Contém descrições da geometria, discretização, condições de contorno, tipos de análises e estágios de carregamentos utilizados nas simulações do estudo de caso, além dos resultados destas.
- **Capítulo 8:** Apresentam-se as principais conclusões deste trabalho. Este capítulo inclui algumas recomendações para o desenvolvimento de pesquisas futuras.
- **Apêndice A:** Aqui registraram-se os códigos na linguagem Fortran 95 que permitem incorporar o modelo SubCam no programa ALLFINE, além de fornecer os códigos da integração numérica.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A deposição mais comum dos rejeitos, subproduto das atividades das mineradoras, é estocagem a céu aberto em forma de pilhas ou barragens construídas para reter esses materiais. As formas dos arranjos em perfil das barragens de rejeito dependem do tipo do processo de alteamento utilizado. Esses processos de alteamento geralmente se dividem em três grupos, os quais são: (a) o método de montante, em que o eixo longitudinal da barragem se desloca para montante; (b) o método de jusante, no qual o eixo longitudinal se desloca para jusante; e (c) o método de linha de centro, em que nos alteamentos o eixo da barragem não se desloca, (Bates, 2003).

O método de montante é a alternativa de menor custo relativo, precisa menor quantidade de material de boa qualidade para a construção dos alteamentos, comparado com outros métodos. Este método permite maiores velocidades na construção dos alteamentos, maior facilidade na operação e pode ser utilizado em topografias muito íngremes. Entretanto, o material que fica próximo da barragem à montante, faz parte da fundação dos diques das etapas posteriores, e por ser um material fofo ou não compactado, pode ser altamente susceptível à liquefação. Além disso, quando os rejeitos não são compactados, a superfície de ruptura crítica passa pelos rejeitos sedimentados. Também pode existir a ocorrência de “*piping*”, quando se apresenta concentração de fluxo entre dois diques ou quando não se compacta o rejeito. A Figura 2.1 mostra um esquema da seção transversal de uma barragem de rejeitos construída pelo método de montante.

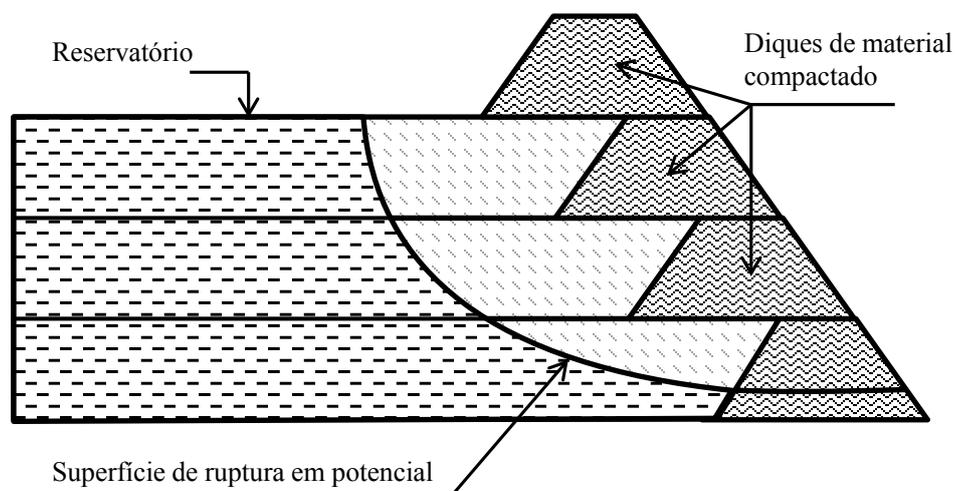


Figura 2.1: Seção transversal de uma barragem de rejeito pelo método de Montante.

Espósito (2000) afirma que o processo construtivo tradicional das barragens de rejeitos pelo método de montante gera uma estrutura constituída de material fofo gerando aumento na probabilidade de ocorrência de elevação da linha freática e de liquefação. Figueroa *et al.* (1994) citado por Espósito (2000), afirmam que a distribuição granulométrica, a densidade relativa dos grãos, o tipo de carregamento aplicado, as características de drenagem, a tensão de confinamento atuante, a estrutura do solo, a intensidade e a duração da vibração (se houver), a histórias das tensões e a altura da pilha, são os principais fatores que afetam diretamente o potencial de liquefação de uma barragem de rejeitos.

2.1 LIQUEFAÇÃO ESTÁTICA

O termo liquefação, historicamente, tem sido usado para descrever um conjunto de fenômenos que envolvem deformação dos solos, causada por perturbações monotônicas, transientes ou repetitivas em solos saturados não coesivos sob condição não drenada. A geração de excesso de poropressões sob esta condição é uma característica do fenômeno de liquefação como tal.

Segundo Jefferies & Been (2006) a liquefação dos solos é o fenômeno no qual o solo perde muita de sua resistência ou rigidez em um tempo geralmente curto, mas, suficiente para produzir a ruptura, o que pode resultar em mortes e perdas econômicas.

Evidências de laboratório mostram que solos secos não coesivos, tenderão a se densificar quando submetidos a carregamentos estáticos ou cíclicos. No entanto, quando estes solos estão saturados e submetidos a carregamentos rápidos, estes carregamentos ocorrem como se estivessem sob condição não drenada, assim a tendência a densificação causa excesso de poropressões positivas e diminuição nas tensões efetivas (Kramer, 1996).

A liquefação estática é um fenômeno tipicamente observado em areias saturadas fofas, que segundo Ibraim *et al.* (2009), pode ser definido como uma grande redução da tensão efetiva média sob condições monotônicas induzidas por uma contínua geração de poropressões e desenvolvimento de grandes deformações com queda significativa da tensão desviadora.

Em casos reais, a liquefação estática pode ser ativada por meio de pequenas perturbações como erosões locais, variações impostas pelo efeito de ondas e carregamentos impostos por aterro adicional dentre outros, (Lade, 1993).

Um caso histórico de liquefação estática é a ruptura da barragem do Forte Peck, descrita em Jefferies & Been (2006). A construção desta barragem, pelo método de aterro hidráulico, foi iniciada no ano 1934, no Rio Missouri, no estado de Montana, Estados Unidos.

Material arenoso foi bombeado e descarregado ao longo da periferia do aterro, formando assim praias inclinadas em direção ao centro do núcleo. A graduação resultante foi desde cascalho no talude exterior até finos no núcleo. A fundação consistiu em solos compostos por areias aluviais, cascalho e argilas, sustentados por xistos com lajes bentoníticas.

Um grande deslizamento de uma laje a montante ocorreu pouco antes da finalização da construção no ano 1938. No momento da ruptura, a barragem tinha 60 m de altura e inclinação média de 4H:1V. A ruptura ocorreu ao longo de 500 m e foi precedida por embarrigamentos, na zona de ruptura, percebidos 12 h antes da ruptura. Fluxo de material se iniciou e atingiu deslocamentos finais próximos de 450 m com configuração plana com taludes de 20H:1V.

Por causa do evento, várias pessoas perderam a vida. O volume de material transportado pela ruptura foi aproximadamente 7,50 milhões de m³. A aparência final do material deslizado após a ruptura foi de blocos intactos rodeados de material totalmente alterado. Havia zonas entre ilhas de material intacto que aparentavam ter obtido rapidamente sua configuração final onde também se apreciaram evidências de formação de “*vulcões*” de areia.

Devido à complexidade do fenômeno de liquefação estática, este tema tem sido intensamente estudado em laboratório. Conceitos como “*Superfície de Colapso*” (Sladen *et al.*, 1985), “*Relação de Tensão Crítica*” (Vaid & Chern 1985; Vaid *et al.*, 1990) e “*Envoltória de Acionamento de Ruptura por Fluxo*” (Dobry *et al.*, 1985) foram introduzidos para explicar o fenômeno e permitir a avaliação da susceptibilidade dos solos à liquefação em condições estáticas. Similarmente, Lade (1992) propôs o conceito de “*Linha de Instabilidade*” baseado nas trajetórias de tensões que sofrem amostras de areia fofa saturada em ensaios de compressão triaxial inicialmente adensadas isotropicamente. Nestas trajetórias, vistas no plano $p'-q$ (ver Figura 2.2), se pode observar que inicialmente a resistência ao cisalhamento aumenta até atingir um valor máximo de q , logo após essa resistência começa a diminuir até atingir a envoltória de ruptura. A linha de instabilidade está definida então como a união dos pontos mais altos destas trajetórias de tensões efetivas. Este autor conclui, a partir dos mesmos resultados experimentais, que materiais granulares que tendem a contrair enquanto cisalhados, podem-se transformar em instáveis quando o estado de tensão atual se encontra dentro da “*Região de Instabilidade potencial*” mostrada na Figura 2.2.

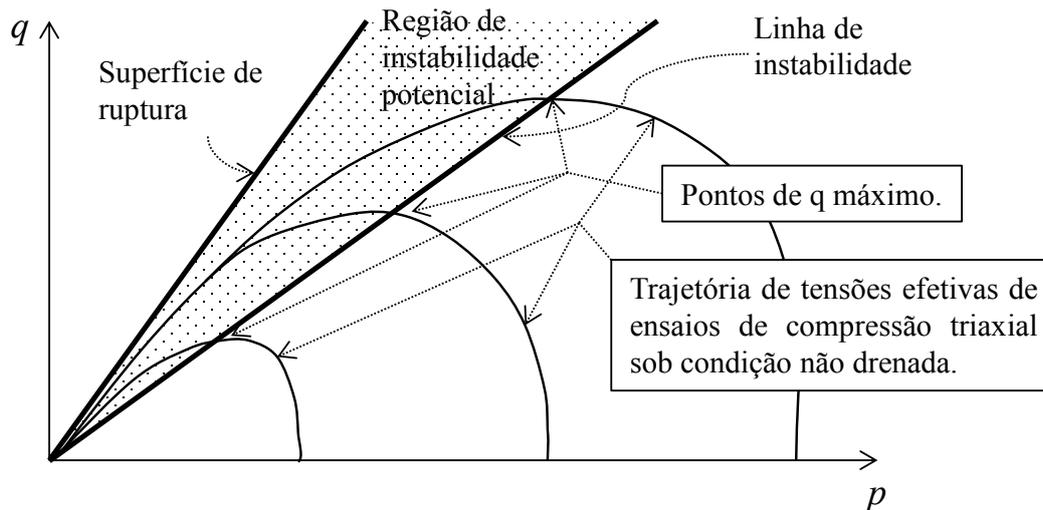


Figura 2.2: Localização da linha de instabilidade e a região de instabilidade potencial. (Modificado – Lade, 1993).

2.2 SUSCEPTIBILIDADE À LIQUEFAÇÃO

Para avaliar a susceptibilidade à liquefação dos solos, Kramer (1996) menciona critérios de avaliação baseados em conceitos de história, geologia, composição e estado do material. Esses critérios se descrevem a seguir.

2.2.1 CRITÉRIO DE HISTÓRIA

Uma grande quantidade de informação do comportamento da liquefação tem sido obtida por meio de pesquisas feitas em campo após a ocorrência de sismos. Estes estudos têm mostrado que a liquefação foi frequentemente recorrente no mesmo local, uma vez que as condições do solo e das águas subterrâneas mantiveram-se inalteradas (Youd, 1984 citado por Kramer, 1996). Assim, os casos históricos de liquefação podem ser usados para identificar lugares específicos, ou condições gerais que indiquem que uma região tal vez possa ser susceptível à liquefação em futuros terremotos.

Estudos como os de Youd (1991) utilizam evidências históricas para mapear zonas suscetíveis à liquefação. Estes tipos de investigações também têm mostrado que a zona onde um sismo tem maior probabilidade de causar que os solos sofram liquefação está definida pela distância à fonte sísmica e à intensidade do sismo, (Ambraseys, 1988a, b).

2.2.2 CRITÉRIO GEOLÓGICO

Os depósitos de solo que são suscetíveis à liquefação são formados dentro de uma faixa relativamente estreita de ambientes geológicos. O ambiente de deposição, o ambiente hidrológico e a idade do depósito do solo contribuem na susceptibilidade à liquefação.

Os processos geológicos que classificam os grãos em grupos de tamanhos uniformes e que os deposita de forma solta produzem depósitos com alta susceptibilidade à liquefação. Estes tipos de depósitos podem ser fluviais, coluviais ou eólicos. A susceptibilidade de depósitos antigos é geralmente mais baixa do que a de depósitos novos. Por exemplo, solos do Holoceno são mais suscetíveis que os solos do Pleistoceno, embora a susceptibilidade diminui com o aumento da idade no Holoceno e a liquefação dos solos de períodos anteriores ao Pleistoceno não é muito comum.

A liquefação ocorre somente em solos saturados, assim, a profundidade do nível freático influencia a susceptibilidade à liquefação, isto é, quanto mais profundo o nível freático, menor a susceptibilidade.

Depósitos construídos pelo homem como aterros mal compactados (ou fofos) são muito suscetíveis à liquefação. A estabilidade de aterros hidráulicos e barragens de rejeitos nos quais as partículas dos solos são depositadas de forma solta tem alta susceptibilidade à liquefação, porém, quando bem compactados, geralmente não satisfazem o critério de estado (que se apresenta no subitem 2.2.4).

2.2.3 CRITÉRIO COMPOSICIONAL

Como a liquefação requer o desenvolvimento de excesso de poropressões, a susceptibilidade à liquefação é influenciada pelas características composicionais que, por sua vez, influenciam as mudanças de volume do solo. Características composicionais associadas a altos potenciais de mudança de volume tendem a alta susceptibilidade à liquefação. Estas características incluem o tamanho das partículas, sua forma e gradação.

Por muitos anos os casos relatados de liquefação foram limitados a solos arenosos. Solos de grãos finos foram considerados incapazes de gerar as altas poropressões comumente associadas com a liquefação, enquanto que os solos grossos foram considerados muito permeáveis para conter o excesso de poropressão suficiente, de tal forma que permitissem a geração da liquefação. Posteriormente, os limites do critério de gradação das partículas que permitem geração de liquefação foram ampliados. Além do tamanho das partículas, as características de plasticidade dos grãos influenciam na susceptibilidade à liquefação dos solos finos (Ishihara 1984, 1985). Siltes grosseiros com partículas de forma volumosa, que são não plásticas e não coesivas, são totalmente suscetíveis à liquefação (Ishihara 1993). Siltes finos com partículas em forma de lâmina, geralmente, exibem suficiente coesão para inibir a liquefação. Os solos argilosos permanecem ainda dentro dos solos não suscetíveis à liquefação, embora argilas sensíveis possam exibir amolecimento similar ao apresentado no

fenômeno da liquefação. Os solos de grãos finos que satisfazem os quatro critérios chineses podem ser considerados suscetíveis à liquefação. Esses critérios são (Wang, 1979, Seed *et al.*, 2003):

- fração mais fina do que 0,005 mm. $\leq 15\%$
- limite de liquidez $LL \leq 35\%$
- teor de umidade $\geq 0,90 LL$
- índice de liquidez $I_L = \frac{w - LP}{LL - LP} \leq 0,75$

Considerando-se as experiências da prática americana, o Corpo de Engenheiros da Armada dos Estados Unidos recomendam as seguintes modificações no critério chinês: diminuir o conteúdo de finos em 5%, incrementar o limite de liquidez em 1% e incrementar o conteúdo de água em 2%. (Finn *et al.*, 1994)

No outro extremo da graduação dos solos, tem se observado, no campo, o fenômeno da liquefação em solos compostos por cascalho (Coulter & Migliaccio, 1966; Wong, 1984; Youd *et al.*, 1985; Yegian *et al.*, 1994) e no laboratório (Wong *et al.*, 1975; Evans & Seed, 1987). Quando a dissipação das poropressões for impedida pela presença de camadas impermeáveis, podem então ser estabelecidas condições para uma solicitação não drenada e, conseqüentemente, propiciar a ocorrência de liquefação para solos com esta graduação.

A susceptibilidade à liquefação também é influenciada pela graduação. Solos bem graduados são geralmente menos suscetíveis à liquefação, do que os solos mal graduados. O preenchimento dos vazios entre as partículas maiores pelas menores nos solos bem graduados resulta em menor potencial de mudança de volume sob condição drenada, do que sob condição não drenada e o excesso de poropressões é baixo. Evidências de campo têm mostrado que muitas das rupturas ocasionadas por liquefação envolvem solos de graduação uniforme.

A forma das partículas também influencia a susceptibilidade à liquefação. Solos com partículas arredondadas tendem a densificar muito mais fácil do que solos compostos por partículas angulares. Conseqüentemente, estes solos são mais suscetíveis à liquefação do que os solos com grãos de forma angular. As partículas arredondadas são comumente formadas por ambientes fluviais ou aluviais, onde são depositadas em estado fofo e são encontradas, frequentemente, em seu estado saturado, assim, materiais produto destes processos geológicos são muito suscetíveis à liquefação.

2.2.4 CRITÉRIO DE ESTADO

Mesmo que determinado solo satisfaça todos os critérios supracitados para a avaliação da susceptibilidade à liquefação, ainda há dúvidas com relação ao acontecimento do fenômeno, uma vez que este está fortemente ligado ao estado inicial do solo (ou seja, seu estado inicial, de tensão e densidade). Para melhor entendimento, uma breve revisão será feita com respeito ao critério de estado.

Índice de Vazios Crítico

Casagrande (1936) realizou ensaios triaxiais drenados com deformação controlada em amostras fofas e densas. Os resultados mostraram que todas as amostras ensaiadas na mesma tensão efetiva de confinamento tenderam a obter a mesma densidade quando cisalhadas por meio de grandes deformações. As amostras fofas contraíram, ou seja, sofreram densificação enquanto cisalhadas, até atingirem uma densidade constante. As amostras densas, primeiro contraíram, mas rapidamente começaram a sofrer dilatação (aumento de seu volume) como pode-se observar na Figura 2.3. Sujeitas a grandes deformações, todas as amostras (fofas e densas) tenderam ao mesmo índice de vazios e continuaram cisalhando sem sofrer mudanças na sua resistência. O índice de vazios correspondente a esse estado estacionário foi nomeado de “Índice de Vazios Crítico”, e_c . O autor determinou por meio de ensaios realizados com diferentes tensões efetivas de confinamento que os pontos finais destes ensaios quando plotados no plano $\log(\sigma'_{3c})$ - e (onde σ'_{3c} é a tensão efetiva de confinamento) se aproximavam a uma linha reta. Esta linha é definida como “Linha de Índice de Vazios Crítico”, ou linha CVR (Figura 2.4). A linha CVR pode ser usada para definir o limite que separa os solos em estado fofo ou denso.

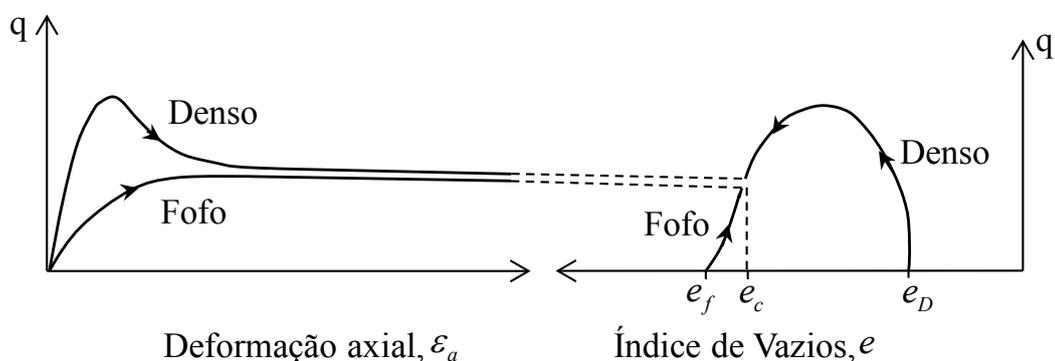


Figura 2.3: Curvas tensão - deformação e tensão - índice de vazios para areias fofas e densas no ensaio triaxial, iniciando com a mesma tensão efetiva de confinamento. (Casagrande, 1936 citado por Kramer, 1996)

Casagrande propõe que ensaios não drenados de deformação controlada em amostras fofas produzem incrementos positivos na poropressão (pois o material tende a contrair) e em amostras densas incrementos negativos (pela tendência à dilatação deste material).

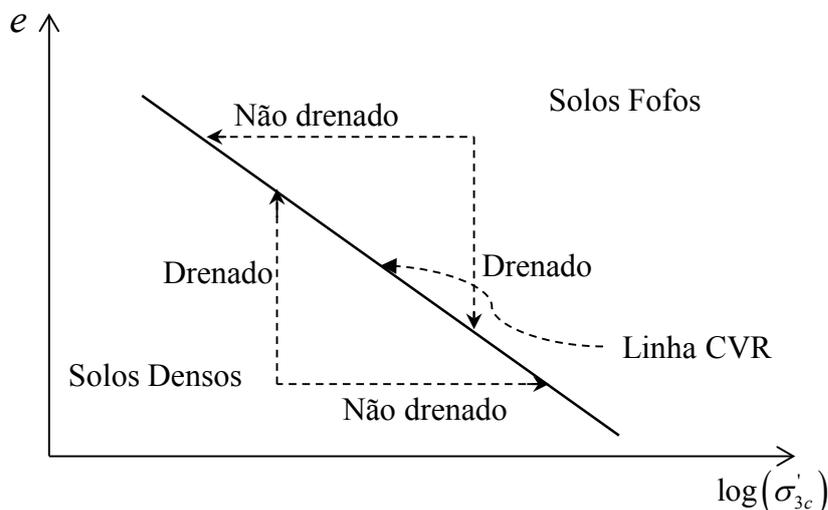


Figura 2.4: Comportamento de amostras inicialmente fofas ou densas no plano $\log(\sigma'_{3c}) - e$. (Casagrande, 1936 citado por Kramer, 1996)

Como a Linha CVR, representa a fronteira entre o comportamento de contração e dilatação, esta foi considerada como um critério para definir se um solo é susceptível à liquefação ou não. Solos saturados com estados iniciais que se posicionem sobre esta linha serão considerados susceptíveis e aqueles localizados abaixo dela serão considerados não susceptíveis.

Estado Estacionário de Deformação

Castro (1969) realizou ensaios triaxiais estáticos e cíclicos em amostras adensadas isotropicamente e ensaios triaxiais estáticos adensados anisotropicamente. Três tipos diferentes de comportamento de tensão-deformação foram observados. Estes comportamentos estão esquematizados na Figura 2.5, onde o comportamento das amostras muito fofas é representado pelas linhas marcadas com a letra “A”. Inicialmente, estas amostras sofrem pequenas deformações desviadoras até atingir um pico na resistência, logo após as amostras sofrem amolecimento, desenvolvendo grandes deformações, e decréscimo, na resistência cisalhante, e na tensão efetiva confinante. Amostras densas apresentam um comportamento similar ao representado com as linhas B. Estas amostras inicialmente apresentaram contração, para depois dilatarem, até uma tensão efetiva confinante relativamente alta e atingirem grandes deformações. Um terceiro comportamento foi observado para os solos com densidades intermediárias. Este comportamento está esquematizado conforme com a linha C,

na Figura 2.5, apresentando um pico na resistência cisalhante a baixa deformação desviadora, seguida por um período limitado de amolecimento que é finalizado com o comportamento dilatante para níveis de deformação intermediária. A mudança de comportamento de contração para dilatação ocorre no chamado “*Ponto de transformação de fase*” apresentado por Ishihara *et al.* (1975). Caso haja incrementos de carga, haverá contínua dilatação da amostra com elevadas tensões efetivas de confinamento e de altas deformações. Este comportamento foi denominado pelo autor de “*Liquefação Limitada*”.

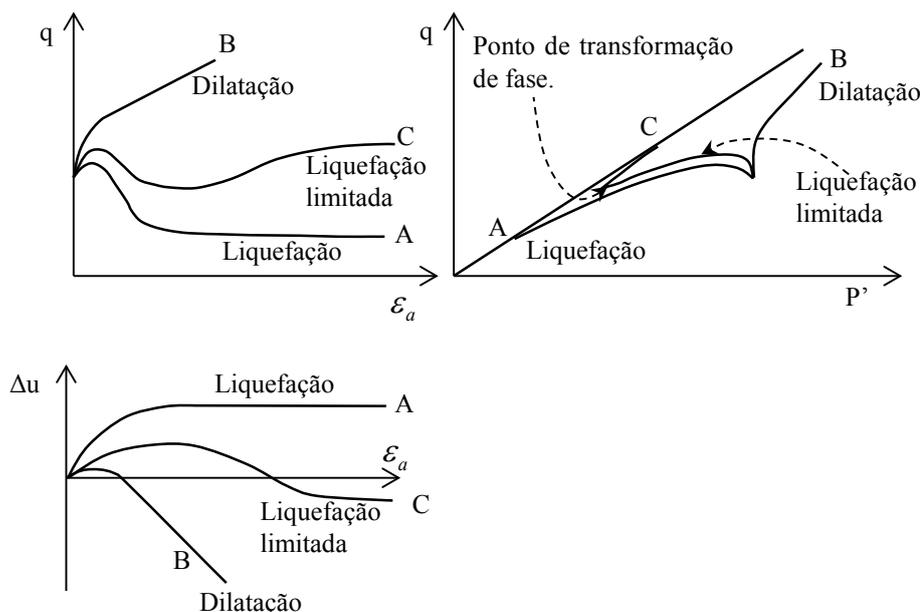


Figura 2.5: Liquefação, liquefação limitada e dilatação em ensaios de carregamento monotônico. (Castro, 1969).

O programa de ensaios realizado por Castro (1969), mostrou uma única relação entre o índice de vazios e a tensão efetiva de confinamento para grandes deformações. Graficamente, esta relação encontra-se abaixo e aproximadamente paralela à linha CVR obtida por meio de ensaios triaxiais drenados. A diferença entre estas duas linhas foi atribuída ao desenvolvimento de fluxo da “*estrutura*” sujeita a tensão controlada.

O estado em que o solo flui continuamente sem apresentar variação, na resistência ao cisalhamento, na tensão efetiva confinante, no seu volume e na sua velocidade de deformação, foi posteriormente definido como o “*Estado estacionário de deformação*” (Castro & Poulos, 1977; Poulos, 1981). Após o estado estacionário de deformação ser atingido (depois de ultrapassar os efeitos das condições iniciais tais como a fábrica, a história de tensões e de deformações e as condições de carregamento), a tensão efetiva de confinamento em um elemento de solo no estado estacionário de deformação pode ser considerada dependente unicamente da densidade do solo. Trabalhos posteriores têm mostrado que as condições de

estado estacionário são diferentes para trajetórias de tensão de compressão e extensão, particularmente, quando o solo é depositado formando uma estrutura anisotrópica, (Vaid *et al.*, 1990; Reimer & Seed, 1992; Vaid & Thomas, 1995).

O lugar geométrico que gera os pontos que descrevem a relação entre o índice de vazios e a tensão efetiva de confinamento no estado estacionário de deformação é chamado de “Linha de Estado Estacionário”, SSL. Na sua forma mais geral, a SSL pode ser vista como uma curva tridimensional no espaço $e-p'-q$ (Figura 2.6). A projeção da linha SSL plotada no plano $e-p'$ é útil para identificar as condições nas que um solo em particular pode ser ou não susceptível à liquefação. Os solos cujos estados se encontram abaixo da SSL não são suscetíveis à liquefação. Enquanto que um solo cujos estados encontram-se acima da SSL são suscetíveis à liquefação, somente se a tensão estática cisalhante exceda sua resistência no estado estacionário (ou resistência residual).

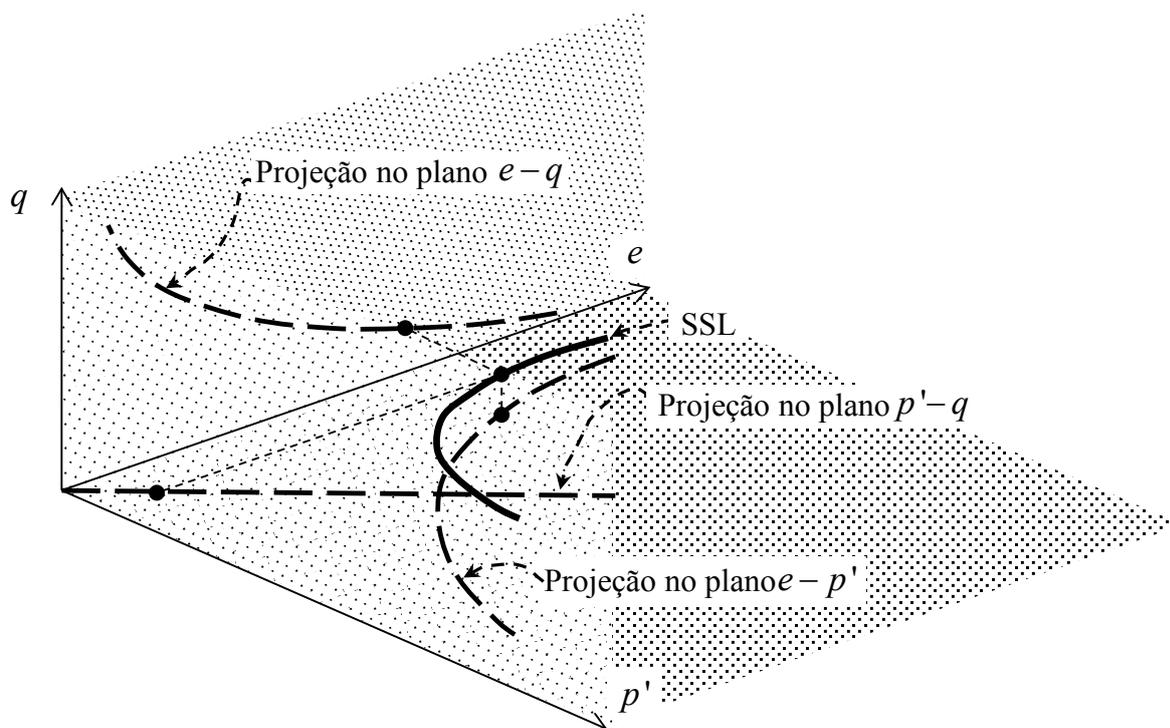


Figura 2.6: Representação tridimensional da linha de estado estacionário com as suas projeções nos planos $e-p'$, $p'-q$ e $e-q$. (Kramer, 1996).

2.2.5 PARÂMETRO DE ESTADO

Baseando-se em conceitos da mecânica do estado crítico dos solos pode-se afirmar que o comportamento de um solo não coesivo deve estar mais estreitamente relacionado com a proximidade do seu estado inicial à linha de estado estacionário do que com as medidas de densidade absolutas (Roscoe & Poorshasb, 1963). Os solos em estados localizados à mesma

distância da linha de estado estacionário devem apresentar comportamentos similares. Seguindo esta lógica, um “*parâmetro de estado*” (Been & Jefferies, 1985) pode ser definido como:

$$\psi = e - e_{ss} \quad (2.1)$$

onde e_{ss} é o índice de vazios na tensão efetiva de confinamento (Figura 2.7). Quando o parâmetro de estado é positivo, o solo exibe comportamento contrativo e pode ser susceptível à liquefação. Se for negativo, comportamento dilatativo ocorrerá e o solo não será susceptível à liquefação.

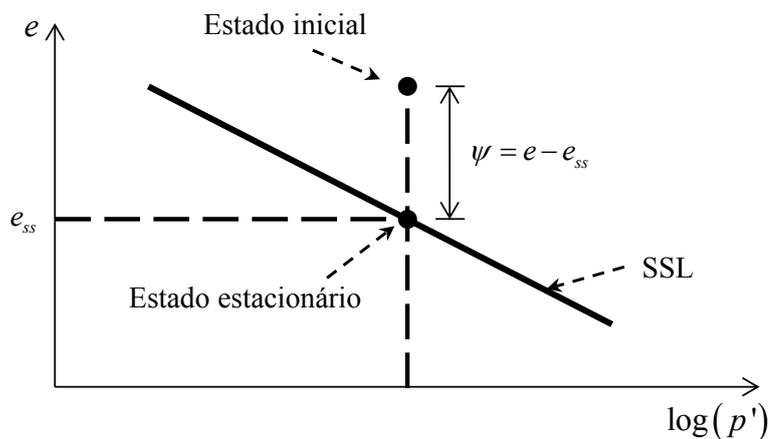


Figura 2.7: Definição do parâmetro de estado. (Been & Jefferies, 1985).

2.3 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA MATERIAIS GRANULARES

Jefferies (1993), baseado na teoria do estado crítico, propôs novos conceitos para o desenvolvimento de modelos constitutivos para areias, de forma a explicar a influência da densidade no comportamento destes materiais. Em trabalhos anteriores ao do autor, uma mesma areia com diferentes densidades era geralmente tratada como sendo diferentes materiais, pelo fato que os modelos baseados na teoria do estado crítico, não eram capazes de descrever as variações no comportamento desse material a partir de mudanças em sua densidade. O autor explica que, para eliminar esta aparente limitação da teoria do estado crítico, deve-se postular a existência de infinitas linhas normalmente adensadas (NCL), a fim de forçar a separação dos estados intrínseco do material (densidade) e de pré-adensamento. Com isto, Jefferies (1993) desenvolveu um modelo rígido-plástico chamado “*Nor-Sand*” cuja principal diferença entre este e os modelos tradicionais de Cambridge (Cam Clay, Cam Clay modificado e Granta Gravel) é a não utilização do índice de vazios para medir a evolução do tamanho da superfície de plastificação e a inclusão de uma lei de endurecimento baseada na taxa de variação do parâmetro de estado ψ .

A Figura 2.8 mostra a diferença entre a densidade (medida por meio do parâmetro de estado ψ) e o pré-adensamento (OCR). Na figura observa-se que o parâmetro de estado é usado para descrever a NCL atual, enquanto o OCR é utilizado para medir a distância no interior da superfície de plastificação a partir da NCL.

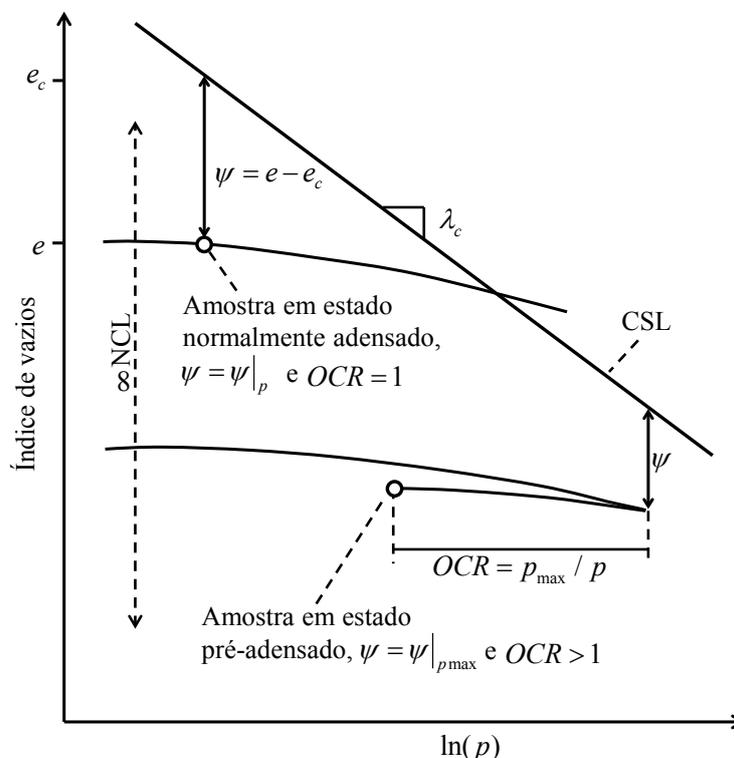


Figura 2.8: Diferença entre o parâmetro de estado e o estado de adensamento (Modificado – Jefferies, 1993).

O modelo formulado prevê o comportamento de areias em ensaios triaxiais drenados e usa um único grupo de parâmetros para simular o comportamento da areia estudada independentemente da densidade inicial e da tensão de confinamento, uma vez que a densidade inicial é introduzida no modelo por meio do parâmetro de estado ψ . Esta abordagem não é limitada aos solos dilatantes, sendo possível representar solos fofos e muito densos. Este modelo necessita ainda de mais dois parâmetros além daqueles necessários aos modelos do tipo Cam Clay, porém permite uma representação simples e adequada para as areias. Várias versões do modelo Nor-Sand têm sido desenvolvidas, aplicáveis a diferentes casos em condição drenada e não drenada, como, compressão ou extensão triaxial ou carregamentos cíclicos (Jefferies & Been, 2006).

Boukpeti *et al.* (2002) e Mróz *et al.* (2003) apresentaram um modelo elastoplástico tridimensional capaz de simular o comportamento mecânico, em especial a liquefação, de materiais granulares saturados sob carregamentos monotônicos. Este modelo, que é um

aprimoramento do modelo “*Superior Sand*” proposto por Drescher *et al.* (1995), necessita de doze parâmetros e sua formulação é razoavelmente complexa. O modelo em questão inclui a influência dos três invariantes de tensão, possui uma superfície fictícia de referência, utiliza lei de fluxo não associada e lei de endurecimento que combina a contribuição das deformações plásticas, volumétrica e desviadora, na evolução da superfície de plastificação. Com isto, o modelo consegue capturar a influência da densidade no comportamento tensão-deformação e a instabilidade do material na resposta em condição não drenada.

O modelo pode resultar em diferentes respostas no comportamento, dependendo da densidade inicial do material e da tensão inicial de confinamento. Por exemplo, na Figura 2.9 (a) apresentam-se as respostas obtidas nas simulações de ensaios triaxiais de compressão em condição não drenada para diferentes densidades relativas (representada em termos do volume específico $\nu_0 = 1 + e_0$). Na Figura 2.9 (b), apresentam-se os resultados obtidos para diferentes valores de tensão inicial de confinamento.

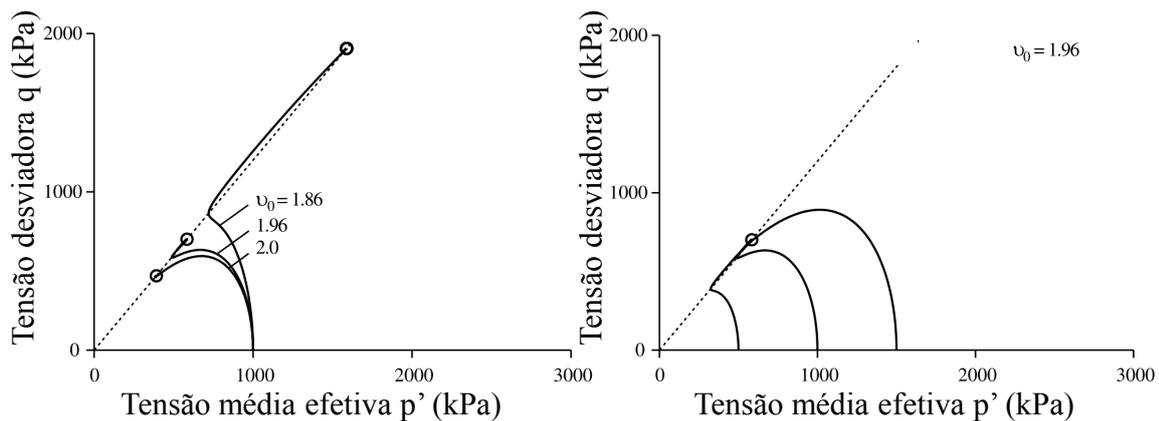


Figura 2.9: Resposta do modelo “*Superior Sand*” na simulação de ensaios de compressão triaxial não drenada para: (a) diferentes valores na densidade inicial; (b) diferentes valores de tensão confinante inicial (Boukpeti *et al.*, 2002).

Com este modelo pode-se obter quatro tipos de resposta para trajetórias de carregamento com ângulos de Lode (θ) constante em condição não drenada tais como ilustrado na Figura 2.10: (1) resposta estável, onde o ponto de inflexão nas curvas tensão-deformação não é alcançado e o estado final p'_c, q_c (no estado crítico) é atingido; (2) quase-estável, em que se alcança o ponto máximo q_m^s seguido do ponto mínimo q_l^s , e o estado final é caracterizado por apresentar $q_c > q_m^s$; (3) instável com dois pontos limites, no qual os pontos, máximo e mínimo podem existir com $q_c < q_m^s$ e; (4) instável com um ponto limite, onde $q_l^s = q_c$.

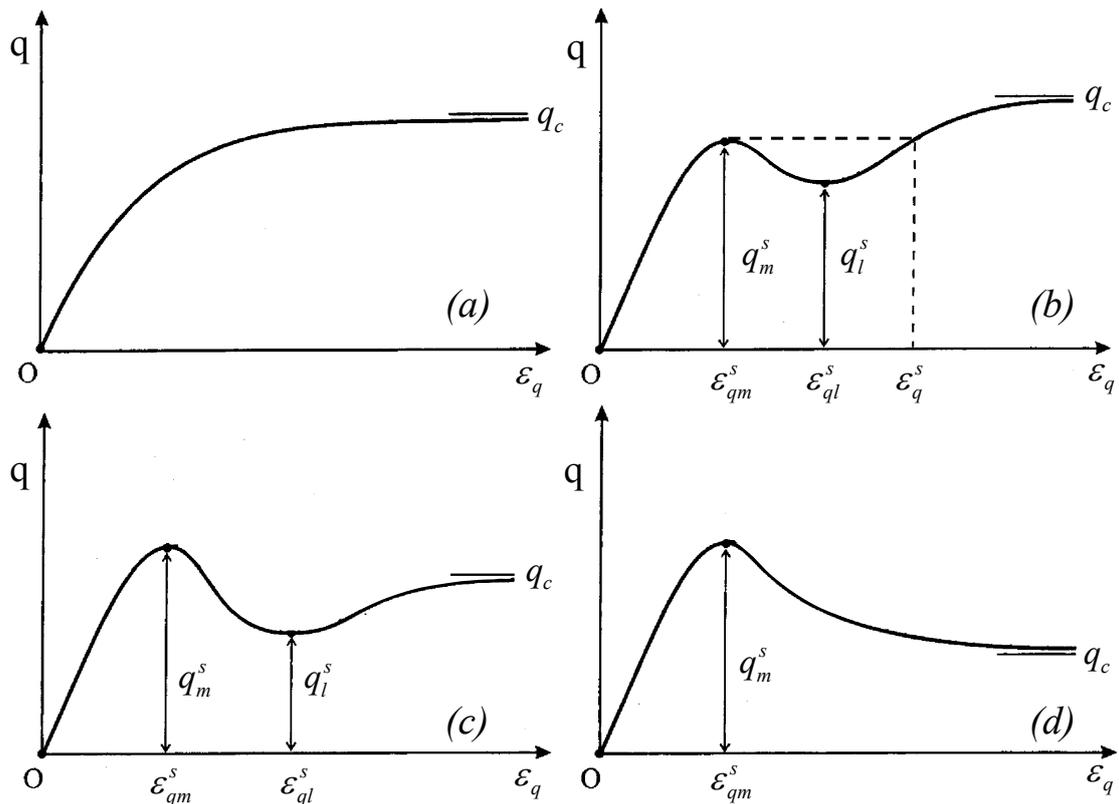


Figura 2.10: Tipos de resposta não drenada: (a) estável; (b) quase-estável; (c) instável com dois pontos limite e; (d) instável com um ponto limite (Modificado – Mróz *et al.*, 2003).

Os dois tipos de modelos anteriores têm grande similaridade com os modelos que utilizam o conceito de subcarregamento, e em particular, com o modelo SubCam utilizado para o desenvolvimento desta dissertação. A definição da variável ρ (ver Capítulo 4), que é uma medida da densidade no modelo SubCam, é similar ao conceito de parâmetro de estado ψ , diferenciando-se em que a linha de referência, no caso do modelo SubCam, é a linha NCL. Outra similaridade é com respeito à superfície fictícia de referência do modelo Superior Sand, que se assemelha muito ao conceito de subcarregamento. Estes três modelos resultam em transições suaves entre o comportamento elástico e elastoplástico do material.

3 FERRAMENTAS TEÓRICAS

A mecânica é um ramo da física que estuda e analisa o movimento e o repouso dos corpos, além da sua evolução no tempo, sob a ação de forças externas. Isto é explicado utilizando os princípios e as leis da natureza: conservação de massa, conservação do momento linear, conservação do momento angular, e também a primeira e a segunda lei da termodinâmica. Estes princípios independem do comportamento interno do corpo, isto é, são válidos para quaisquer materiais.

A mecânica do meio contínuo baseia-se nos princípios básicos da mecânica e estuda o comportamento de materiais extensos deformáveis, que não podem ser tratados como sistemas que possuem um número finito de graus de liberdade. No entanto, a resposta do meio que está submetido a forças externas não pode ser determinada única e exclusivamente pelas equações de campo derivadas destes princípios, por isso há necessidade de se conhecer a constituição interna do material. Essa “*constituição interna*” pode ser representada por modelos matemáticos que tentam reproduzir o comportamento real do material. Estes modelos matemáticos são conhecidos como leis constitutivas, ou modelos constitutivos.

Várias teorias têm sido desenvolvidas para a obtenção dessas leis constitutivas, tais como a teoria da elasticidade, hipo-elasticidade e a teoria da plasticidade, resultando assim, em muitas leis constitutivas baseadas em diferentes conceitos.

3.1 ELASTICIDADE

A resposta mecânica interna de um material pode ser expressa em termos de tensão e deformação. Para um material elástico, o estado de tensão é função somente do estado atual de deformação. Matematicamente, isto pode ser representado como:

$$\sigma_{ij} = f(\varepsilon_{kl}) \quad (3.1)$$

onde:

$$\sigma_{ij} = \underset{i \downarrow}{\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}}^{\rightarrow j} \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_{kl} = \begin{matrix} & & & \rightarrow l \\ & & & \varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{xy} \quad \varepsilon_{xz} \\ & & & \varepsilon_{yx} \quad \varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{yz} \\ k \downarrow & & & \varepsilon_{zx} \quad \varepsilon_{zy} \quad \varepsilon_{zz} \end{matrix} \quad (3.3)$$

são os tensores de tensões e o de deformações, respectivamente. Além disso, um material elástico retorna ao seu estado original de deformação, quando a carga externa imposta é retirada, isto é, o material não sofre deformações permanentes.

A relação f entre as tensões e as deformações pode ser linear ou não, dependendo do modelo adotado. O caso mais simples é a lei generalizada de Hooke (Timoshenko & Goodier, 1970) dada por:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{le} \varepsilon_{kl} \quad (3.4)$$

onde C_{ijkl}^{le} é um tensor de 4ª ordem, que é calculado, segundo a expressão a seguir (o sobrescrito “le” indica que o modelo adotado é linear elástico):

$$C_{ijkl}^{le} = 2G\delta_{ik}\delta_{jl} + \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} \quad (3.5)$$

em que G e λ são os parâmetros do modelo adotado, e δ_{mn} é a função Delta de Kronecker. Nas Eqs. (3.4) e (3.5) bem como no restante deste texto, usa-se notação indicial, na que índices repetidos implicam em somatório.

3.2 PLASTICIDADE

Quando uma carga externa é retirada de um corpo deformável, ele pode recuperar sua configuração geométrica espacial original (aquela que tinha antes da carga externa ser aplicada), ou não. Se um corpo não recupera sua configuração original quer dizer que sofre deformações permanentes, ou plásticas, e o material que o conforma é chamado de material plástico (Desai & Siriwardane, 1984).

Na Figura 3.1 pode-se observar uma curva típica de tensão-deformação de uma amostra de algum material (um metal ideal, por exemplo) quando submetido a ciclos de carregamento e descarregamento uniaxial. Quando a carga é incrementada gradualmente, o material se comporta elasticamente até o ponto A, e ele retorna a sua geometria original se for descarregado. Se a amostra for carregada além do ponto A, digamos até o ponto B e após isso descarregada; nem todas as deformações sofridas serão recuperadas, isto é, o material sofreu deformações plásticas. Se o material for carregado desde o ponto C, começará de novo a se observar um comportamento elástico até atingir o ponto B. Essa resposta na curva tensão-deformação é chamada de “*endurecimento*”.

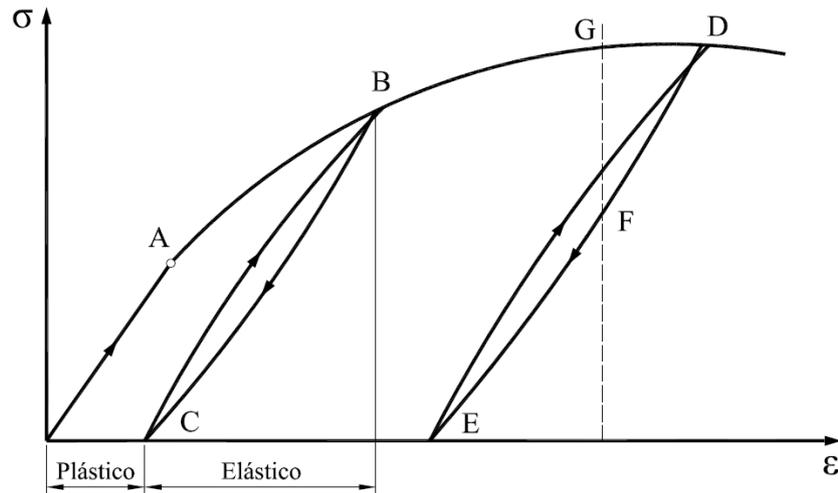


Figura 3.1: Curva tensão-deformação típica dos metais submetidos a tração uniaxial (Modificado – Desai & Siriwardane, 1984).

Quando a amostra é carregada do ponto A até o ponto B, podem ocorrer tanto deformações elásticas quanto plásticas, isto é conhecido como um comportamento elastoplástico. Quando ocorrem deformações plásticas, as trajetórias de recarregamento não seguem as trajetórias originais de carregamento, então as deformações serão dependentes da história de aplicação das cargas. Por exemplo, na Figura 3.1 pode-se observar que os pontos F e G apresentam diferentes estados de tensão para o mesmo estado de deformação.

3.3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA ELASTOPLASTICIDADE

Para representar matematicamente o comportamento da Figura 3.1, a teoria da plasticidade se baseia em três conceitos básicos que são: Função de Plastificação, Lei de Fluxo e Lei de Endurecimento.

Em termos do estado de tensão, pode-se definir um critério que diz se o material se encontra no regime elástico ou elastoplástico. Este critério da origem ao que se conhece como função de plastificação (denotada por F), que geometricamente representa uma superfície no espaço das tensões, esquematicamente mostrada na Figura 3.2, onde, se o estado atual das tensões se encontra no interior desta superfície, ou seja, se o valor de $F < 0$, o material tem comportamento elástico, e se estiver sobre a superfície ($F = 0$), podem acontecer deformações elastoplásticas. Um ponto localizado fora da superfície de plastificação é impossível, no contexto da teoria da plasticidade. Isto leva a consideração de uma condição, chamada de consistência, na qual, $dF = 0$.

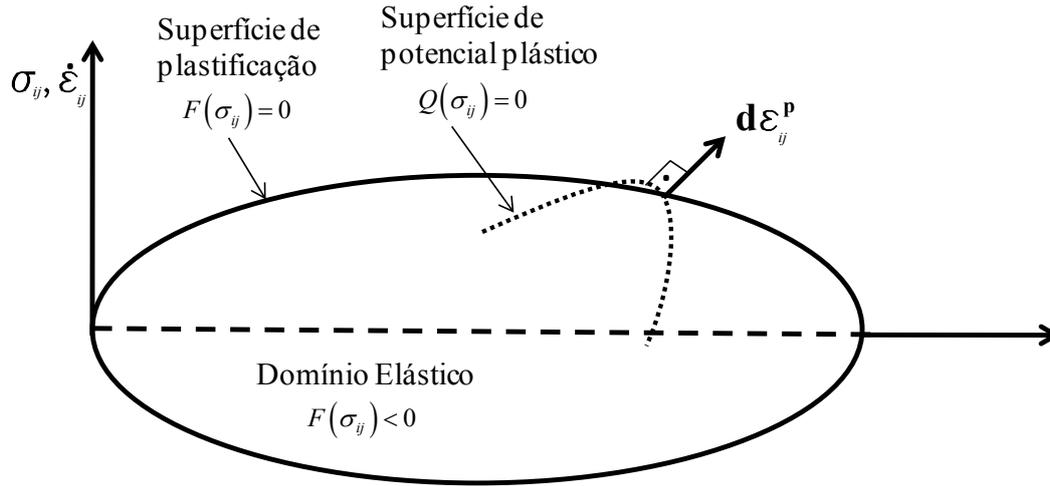


Figura 3.2: Superfície de plastificação, superfície de potencial plástico e lei de fluxo.

Na teoria da plasticidade, a direção das deformações plásticas é definida pela lei de fluxo. Esta lei assume a existência de uma função de potencial plástico (denotada por Q), e que o vetor de incrementos de deformação plástica é ortogonal a Q , conforme observa-se na Figura 3.2. Matematicamente, pode-se expressar como:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\Lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.6)$$

onde Q é a função de potencial plástico e $d\Lambda$ é um escalar de proporcionalidade positivo chamado multiplicador plástico (ou multiplicador de Lagrange). Em alguns modelos a função de plastificação F é igual à função de potencial plástico Q , nestes casos se diz que a lei de fluxo é associada, de outro modo, se diz que a lei de fluxo é não associada.

O tamanho da superfície de plastificação pode mudar com a ocorrência das deformações plásticas; se o tamanho aumentar, o domínio elástico também aumenta. Isto é conhecido como endurecimento. A diminuição do tamanho da superfície de plastificação (e com isto, a diminuição do domínio elástico) também pode ocorrer. Isto se conhece como amolecimento. Supondo que z_i represente uma ou mais medidas do tamanho da superfície de plastificação, pode-se representar a mudança do tamanho assim:

$$dz_i = d\Lambda H_{kl} h_l = d\Lambda \mathcal{H}_k \quad (3.7)$$

onde H_{kl} representa os módulos de endurecimento, h_l é uma variável que define o tipo de endurecimento e \mathcal{H}_k é o vetor do módulo plástico. A Eq. (3.7) é definida a partir da lei de endurecimento.

De forma análoga à Eq. (3.4), pode-se escrever uma relação elastoplástica entre o incremento da deformação total e o incremento da tensão, como:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{ep} \epsilon_{kl} \quad (3.8)$$

onde C_{ijkl}^{ep} é um tensor elastoplástico de 4ª ordem.

Considerando a decomposição linear do incremento da deformação em uma parcela elástica e outra plástica, a lei de Hooke generalizada, a lei de fluxo, a lei de endurecimento e a condição de consistência, pode-se demonstrar que:

$$C_{ijkl}^{ep} = C_{ijkl}^e - \frac{C_{ijrs}^e \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{rs}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{pq}} C_{pqkl}^e}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ab}} C_{abcd}^e \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{cd}} - \frac{\partial F}{\partial z_m} \mathcal{H}_m} \quad (3.9)$$

3.4 SUBCARREGAMENTO

Este conceito, presente no marco teórico da plasticidade não convencional (Druker, 1988, citado por Hira *et al.*, 2006), estabelece a existência de uma nova superfície, chamada de “superfície de subcarregamento”, no interior da superfície convencional (ou normal) como se observa na Figura 3.3. Esta nova superfície é introduzida com o objetivo de se obter uma transição suave entre os comportamentos, elástico e plástico, pela geração de deformações não recuperáveis no interior da superfície normal. Assim, o interior desta superfície deixa de ser um “domínio elástico” (Hira *et al.*, 2006).

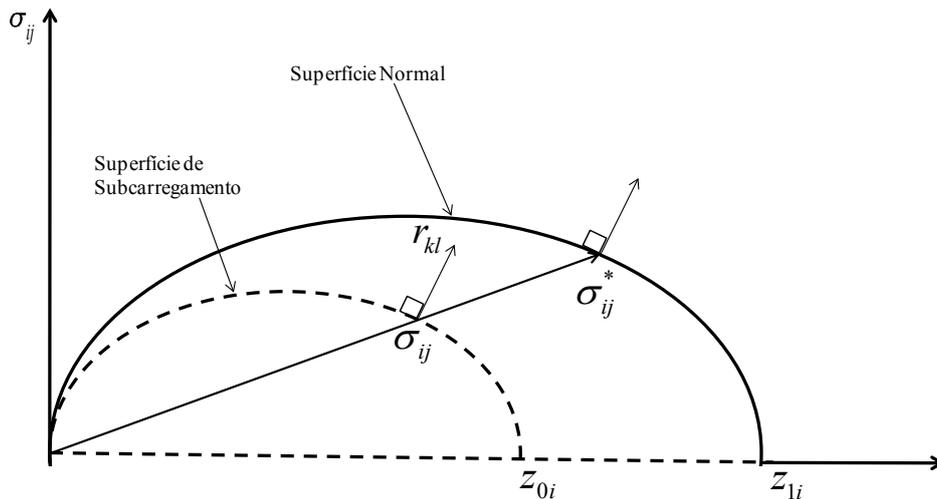


Figura 3.3: Superfície normal e superfície de subcarregamento. (modificado – Hira *et al.*, 2006).

A superfície de subcarregamento sempre passa pelo ponto de tensão atual, tanto em carregamento (descrevendo deformações não recuperáveis), quanto em descarregamento

(descrevendo deformações recuperáveis), além de manter sua forma geométrica similar à da superfície normal. Assim, permite descrever uma variação dos incrementos de tensão com um incremento de deformação no processo de carregamento, fornecendo assim uma transição suave entre os comportamentos, elástico e o plástico, não sendo necessário avaliar se o ponto da tensão atual se encontra sobre a superfície normal ou não, (Hashiguchi, 1989).

Nos modelos com subcarregamento existe um estado de tensão σ_{ij}^* conjugado ao estado de tensão atual σ_{ij} (Figura 3.3). Geralmente, este estado conjugado de tensão não entra de forma explícita na formulação e toda formulação é feita com base no estado de tensão atual e na superfície de subcarregamento.

3.5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS – PROGRAMA ALLFINE

O programa ALLFINE utiliza o Método dos Elementos Finitos para solucionar, de forma numérica, as equações que regem o problema de tensão-deformação acoplado ao problema de fluxo. Este problema é conhecido como adensamento, no qual de forma geral, considera o fluxo tanto de água, quanto de ar no meio poroso. Um caso especial deste problema é o adensamento que ocorre em solos saturados. Neste trabalho, será considerado apenas o fluxo em meio saturado, uma vez que será utilizada a solução numérica para o problema de adensamento conforme se encontra em Farias (1993), embora o programa ALLFINE seja capaz de resolver problemas de adensamento em meios porosos não saturados (Cordão-Neto, 2005).

3.5.1 FORMULAÇÃO CONTÍNUA DO PROBLEMA DE ADENSAMENTO

O problema de adensamento deve satisfazer de forma simultânea às condições de equilíbrio e de continuidade. Farias (1993) apresenta a formulação deste problema considerando as mudanças de estado de um corpo adensável durante um intervalo de tempo entre o instante t_n e o instante t_{n+1} , como representado na Figura 3.4. Em um instante qualquer t , o sólido contínuo ocupa um volume V e possui um contorno definido pela superfície S . Uma porção da superfície S_T está sujeita a forças de superfície prescritas, enquanto são impostos deslocamentos no restante da superfície S_D . A mesma superfície S pode ser dividida em uma região S_p sujeita a poropressão prescrita, e a parte restante da superfície S_Q sujeita a fluxo prescrito. O sólido está sujeito a forças de massa na direção do

vetor unitário $\{a\}$. Para o sistema de referência apresentado na Figura 3.4 e considerando um corpo sujeito somente a um campo gravitacional, então $\{a\} = \{0 \ 0 \ -1\}^T$.

O problema de adensamento pode ser anunciado matematicamente como segue: sendo os campos de deslocamento e poropressão conhecidos no instante t_n e dado um conjunto de condições de contorno, achar os campos de deslocamento e poropressão no instante t_{n+1} , tais que:

$$\sigma_{ij,j} + b_i = 0 \quad \text{em } V \text{ (equilíbrio)} \quad (3.10)$$

$$v_{i,i} - d\varepsilon_v = 0 \quad \text{em } V \text{ (continuidade)} \quad (3.11)$$

$$u_i = 0 \quad \text{em } S_D \quad (3.12)$$

$$\sigma_{ij}n_j = T_i \quad \text{em } S_T \quad (3.13)$$

$$p = \bar{p} \quad \text{em } S_p \quad (3.14)$$

$$v_i n_i = q \quad \text{em } S_Q \quad (3.15)$$

onde:

σ_{ij} são as componentes do tensor de tensões totais;

$b_i = \gamma_i a_i$ são as componentes do vetor de forças de massa;

γ_i é o peso específico total da massa de solo;

a_i são as componentes do vetor unitário que especifica a direção das forças de massa;

v_i são as componentes do vetor de velocidade média relativa do fluxo;

$\varepsilon_v = u_{i,i}$ é a deformação volumétrica do esqueleto do solo;

u_i são as componentes do vetor de deslocamento $\{u\}$;

n_i são as componentes do vetor unitário normal à superfície, S ;

T_i são as componentes das forças de superfície prescritas $\{T\}$;

p é a poropressão;

\bar{p} é a poropressão prescrita e;

q é a velocidade de fluxo prescrita ao longo de S_Q .

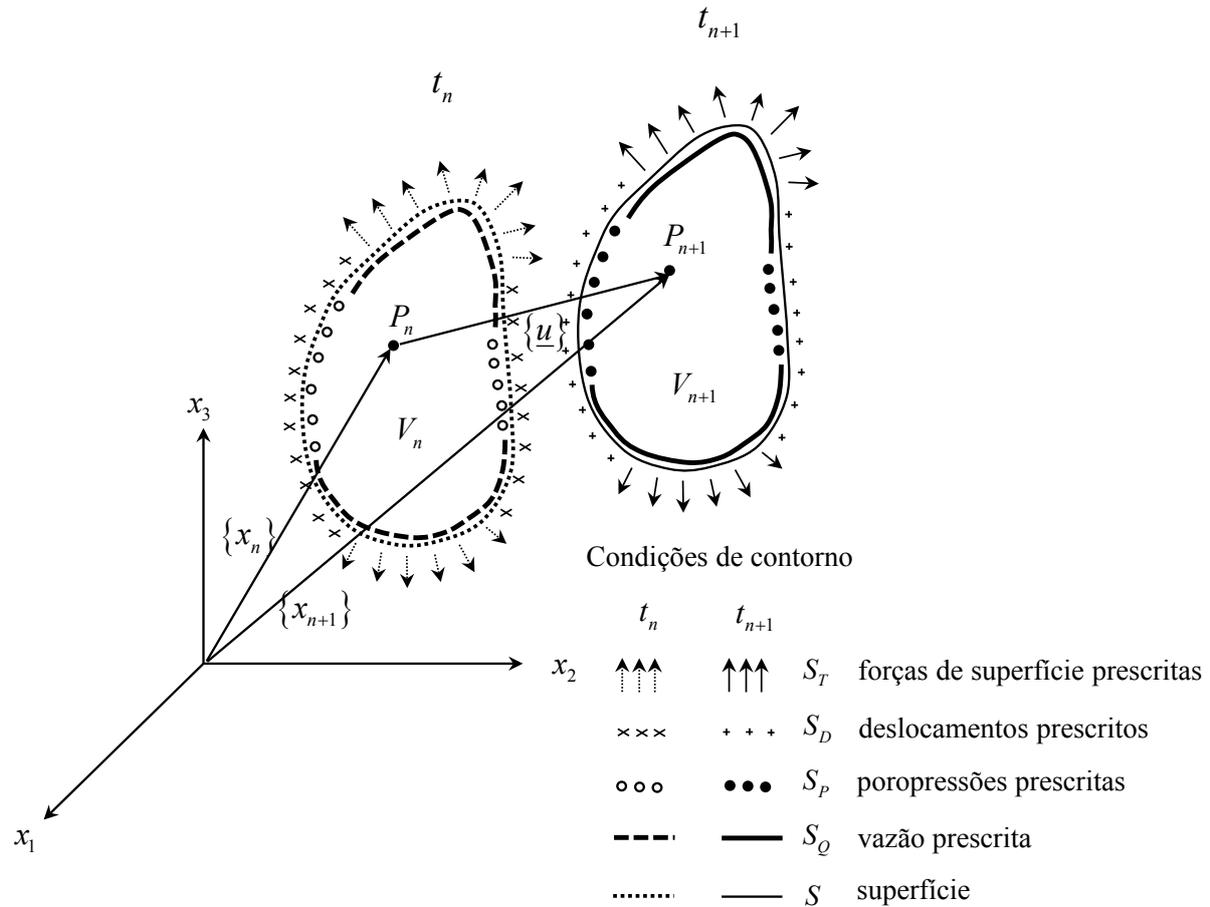


Figura 3.4: Domínio do problema e condições de contorno (Farias, 1993).

Nas expressões acima e nas que seguem é usada a notação indicial. Índices repetidos implicam em somatória e uma vírgula denota diferenciação com relação à componente seguinte. Nessas expressões foi adotado um sistema de referência cartesiano. A posição do ponto na massa de solo é descrita pelas suas coordenadas cartesianas x_k , ($k = 1, 2, 3$).

A Eq. 3.10 estabelece a condição de equilíbrio. O vector $\{a\}$ permite considerar outros campos de força de massa além do gravitacional, como por exemplo, os impostos nos ensaios com máquinas centrífugas. A Eq. 3.11 resulta da condição de conservação de massa supondo que o solo esteja saturado, e que a água é muito menos compressível do que o corpo bifásico do solo saturado. Isto estabelece que a velocidade da mudança de volume é igual à velocidade com que a água sai da massa de solo.

3.5.2 CONDIÇÃO DE EQUILÍBRIO

A condição de equilíbrio (Eq. 3.10) pode ser expressa convenientemente em termos de trabalho virtual como:

$$\int_V u_i^* (\sigma_{ij,j} + b_i) dV = 0 \quad (3.16)$$

onde u_i^* são deslocamentos virtuais do esqueleto do solo.

Usando o “Teorema da Divergência”, o primeiro termo da integral acima torna-se:

$$\int_V u_i^* \sigma_{ij,j} dV = -\int_V u_{i,j}^* \sigma_{ij} dV + \int_S u_i^* \sigma_{ij} n_j dS \quad (3.17)$$

Sabendo que σ_{ij} é simétrico, o produto interno $u_{i,j}^* \sigma_{ij}$ pode ser escrito como $u_{(i,j)}^* \sigma_{ij}$ onde $u_{(i,j)}^*$ é a parte simétrica de $u_{i,j}^*$, isto é:

$$u_{(i,j)}^* = \frac{1}{2} (u_{i,j}^* + u_{j,i}^*) = \varepsilon_{ij}^* \quad (3.18)$$

onde ε_{ij}^* define a deformação virtual, tomando-se a compressão como negativa por convenção. Note-se que com as condições de forças de superfície, $\sigma_{ij} n_j = T_i$, a Eq. (3.16) torna-se:

$$\int_V \varepsilon_{ij}^* \sigma_{ij} dV - \int_S u_i^* T_i dS - \int_V u_i^* b_i dV = 0 \quad (3.19)$$

A partir do princípio das tensões efetivas e as relações constitutivas, o incremento nas tensões totais pode ser escrito como:

$$d\sigma_{ij} = d\sigma'_{ij} + dp\delta_{ij} = C_{ijkl} d\varepsilon_{kl} + dp\delta_{ij} \quad (3.20)$$

onde σ'_{ij} são as componentes do tensor de tensões efetivas, δ_{ij} é o delta de Kronecker, C_{ijkl} são as componentes do tensor tensão-deformação de 4ª ordem, p é a poropressão total (tomada positiva em compressão) e ε_{kl} são as componentes da deformação.

Integrando as tensões totais (Eq. 3.20) no intervalo t_n até t_{n+1} se obtém:

$$\sigma_{ij} = (\sigma_{ij})_n + \Delta p \delta_{ij} + \int_{t_n}^{t_{n+1}} C_{ijkl} d\varepsilon_{kl} dt \quad (3.21)$$

com $(\sigma_{ij})_n$ denotando a tensão total no início do incremento e $\Delta p = \int_{t_n}^{t_{n+1}} dp dt$ a variação da poropressão durante o intervalo de tempo.

Substituindo a Eq. (3.21) na Eq. (3.19), finalmente se obtém:

$$\int_V \varepsilon_{ij}^* \int_{t_n}^{t_{n+1}} (C_{ijkl} d\varepsilon_{kl} dt + \Delta p \delta_{ij}) dV = W^* \quad (3.22)$$

onde o trabalho virtual W^* é dado por:

$$W^* = \int_V u_i^* b_i dV + \int_{S_T} u_i^* T_i dS - \int_V \varepsilon_{ij}^* (\sigma_{ij})_n dV \quad (3.23)$$

3.5.3 CONDIÇÃO DE CONTINUIDADE

Em termos de trabalho virtual, a condição de continuidade (Eq. 3.11) pode ser escrita como:

$$\int_V p^* (v_{i,i} - d\varepsilon_v) dV = 0 \quad (3.24)$$

onde p^* são as mudanças virtuais na poropressão.

Usando o “*Teorema da Divergência*”, o primeiro termo da integral acima torna-se:

$$\int_V p^* v_{i,i} dV = - \int_V p_{,i}^* v_i dV + \int_S p^* v_i n_i dS \quad (3.25)$$

Introduzindo as condições de contorno para o fluxo, $v_i n_i = q$, a Eq. (3.24) torna-se:

$$- \int_V p_{,i}^* v_i dV + \int_S p^* q dS - \int_V p^* d\varepsilon_v dV = 0 \quad (3.26)$$

Assumindo que o fluxo da água nos poros obedece à Lei de Darcy, a velocidade relativa do fluxo de água pode ser expressa como:

$$v_i = -k_{ij} h_{,j} \quad (3.27)$$

onde k_{ij} são as componentes do tensor de permeabilidade e h é a carga hidráulica total ou campo potencial. O sinal negativo implica que o fluxo é na direção de decrescimento do gradiente hidráulico $h_{,j}$. A carga hidráulica total é dada por:

$$h = \frac{p}{\gamma_w} - x_k a_k \quad (3.28)$$

onde γ_w o peso específico do fluido nos poros (água).

Substituindo a Eq. (3.27) na Eq. (3.26), finalmente se obtém:

$$\int_V p_{,i}^* k_{ij} h_{,j} dV - \int_V p^* d\varepsilon_v dV = - \int_S p^* q dS \quad (3.29)$$

As Eqs. (3.22) e (3.29) são as expressões exatas que governam o fenômeno de adensamento de um solo em relação a um sistema de referência cartesiano. Para o caso de um solo com um esqueleto elástico essas equações se reduzem às apresentadas por Biot (1941).

3.5.4 SOLUÇÃO APROXIMADA

Os índices de coordenadas cartesianas $i=1,2,3$ serão substituídos pelas variáveis x,y,z . Considerando ainda que o tensor de tensão σ_{ij} e o tensor de deformação ε_{ij} são simétricos, estes podem ser expressos em forma de vetores $\{\sigma\}$ e $\{\varepsilon\}$, respetivamente. Para problemas tridimensionais tem-se que:

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}\}^T \quad (3.30)$$

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, 2\varepsilon_{xy}, 2\varepsilon_{yz}, 2\varepsilon_{zx}\}^T \quad (3.31)$$

Definem-se os seguintes operadores para análises tridimensionais:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \nabla = \begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Para análises bidimensionais, os termos correspondentes à componente z deverão ser omitidos. Usando esta notação, a relação tensão-deformação incremental pode ser expressa como:

$$\{d\sigma'\} = [C]\{d\varepsilon\} \quad (3.33)$$

e a Lei de Darcy como:

$$\{v\} = -[P]\nabla h \quad (3.34)$$

Aqui, o tensor de 4ª ordem C_{ijkl} é substituído pela matrix de tensão-deformação $[C]$ e o tensor k_{ij} pela matriz de permeabilidade $[P]$.

As equações de campo (3.22) e (3.29) assumem então a seguinte forma:

$$\int_V \{\varepsilon^*\}^T \left\{ \int_{t_n}^{t_{n+1}} [C]\{d\varepsilon\} dt + \{m\}^T \Delta p \right\} dV = W^* \quad (3.35)$$

$$\int_V \nabla(p^*)^T [P]\nabla h dV - \int_V p^* d\varepsilon_v dV = - \int_S p^* q dS \quad (3.36)$$

onde:

$$W^* = \int_V \{u^*\}^T \{b\} dV + \int_{S_r} \{u^*\}^T \{T\} dS - \int_V \{\varepsilon^*\}^T \{\sigma\}_n dV \quad (3.37)$$

e $\{m\}^T = \{1,1,1,0,0,0\}$ para o caso tridimensional.

Tomando um domínio arbitrário em um sistema cartesiano de coordenadas tridimensionais e subdividindo-o em um número finito de elementos, em que o elemento típico tem n nós de conectividade e supondo que neste elemento, o campo de deslocamentos pode ser descrito adequadamente pelos deslocamentos nos n nós. Então se o vetor $\{u_i\}^T = \{u_{i_x}, u_{i_y}, u_{i_z}\}$ representa os deslocamentos no nó i do elemento, pode-se formar o seguinte vetor:

$$\{r_u\}^T = \{\{u_1\}, \{u_2\}, \dots, \{u_n\}\} \quad (3.38)$$

Onde, $\{r_u\}$ é o vetor de deslocamentos nodais do elemento.

Se $[N] = [N_1, N_2, \dots, N_n]$ é um conjunto de funções de interpolação, então pode-se escrever o campo contínuo de deslocamentos $\{u\}$ do elemento como:

$$\{u\} = [N_1[I], N_2[I], \dots, N_n[I]] \{r_u\} = [N_u] \{r_u\} \quad (3.39)$$

Onde, $[I]$ é a matriz identidade 3x3 e $[N_u] = [I][N] = [N_1[I], N_2[I], \dots, N_n[I]]$.

De forma similar, se p_i é a poropressão no nó i e supondo que o campo contínuo de poropressões p no elemento pode ser descrito pela poropressão nos m nós ($m \leq n$), então tem-se que:

$$\{r_p\}^T = \{p_1, p_2, \dots, p_m\} \quad (3.40)$$

em que $\{r_p\}$ é o vetor que denota a poropressão nodal e $[N_p] = [N_{p_1}, N_{p_2}, \dots, N_{p_m}]$ o conjunto de funções de interpolação, de forma que pode-se escrever o campo contínuo das poropressões como:

$$p = [N_p] \{r_p\} \quad (3.41)$$

Na análise do problema de adensamento, devem-se cumprir as condições de equilíbrio de forças e a continuidade do fluxo dentro do domínio. De forma incremental, para um incremento no tempo Δt , essas condições podem ser representadas pelas seguintes equações, na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} [K] & [C] \\ [C]^T & -\alpha \Delta t [H] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta r_u\} \\ \{\Delta r_p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\Delta R_u\} \\ \{\Delta R_p\} \end{Bmatrix} \quad (3.42)$$

em que:

$$[K] = \int_V [B_u]^T [C^{ep}] [B_u] dV : \text{é a matriz de rigidez do esqueleto sólido;}$$

$[C] = \int_V [B_v]^T [N_p] dV$: é a matriz de acoplamento entre as fases sólida e líquida;

$[H] = \frac{1}{\gamma_w} \int_V [B_p]^T [P]^T [B_p] dV$: é a matriz de fluxo;

$\{\Delta r_u\}$: é o vetor de deslocamentos nodais no intervalo de tempo Δt ;

$\{\Delta r_p\}$: é o vetor de incrementos das poropressões nodais no intervalo de tempo Δt ;

$\{\Delta R_u\}$: é o vetor de incrementos de forças aplicadas durante o intervalo de tempo Δt ;

$\{\Delta R_p\}$: é a mudança no volume a ser aplicada durante o intervalo de tempo Δt .

Nas expressões supracitadas, $[B_u]$ é uma matriz que transforma os deslocamentos nodais em deformações no elemento e é dada por:

$$[B_u] = \beta [N] = [\beta N_1, \beta N_2, \dots, \beta N_n] \quad (3.43)$$

$[B_v]$ e $[B_p]$ transformam os deslocamentos nodais do elemento em deformações volumétricas tendo em conta os n nós necessários ao problema de tensão-deformação ou os m nós necessários ao problema de fluxo, respectivamente.

Note-se que na Eq. (3.42), a matriz de rigidez $[K]$ depende, dentre outras variáveis, de $[C^{ep}]$ que é a representação matricial do tensor de 4ª ordem do modelo constitutivo para o problema de tensão-deformação; a matriz de acoplamento $[C]$ depende apenas do tipo de elemento e da geometria, enquanto a matriz de fluxo $[H]$ depende da matriz de permeabilidade $[P]$, que é obtida a partir da lei de Darcy, para fluxo em meios porosos saturados.

A variável α na Eq. (3.42) é uma variável de integração no tempo, que define o tipo de método de integração, por exemplo, o método de integração será denominado de “*explícito*” (Forward – Euler) se $\alpha = 0$, ou “*implícito*” (Backward – Euler) se $\alpha = 1$ e de “*Crank Nicholson*” se $\alpha = 1/2$.

4 MODELO SUBCAM (PEDROSO, 2006)

Para simular o comportamento dos materiais de rejeito, se utilizou o modelo denominado “*Subloading Cam-clay*” (SubCam), proposto por Pedroso (2006). Este foi escolhido por ter a simplicidade matemática herdada do modelo Cam-clay, com a capacidade de reproduzir amolecimento e deformações permanentes para carregamentos cíclicos por meio da definição de uma superfície de subcarregamento. Também possui somente um parâmetro a mais que o Cam-clay (cinco parâmetros no total) e leva em conta a influência do terceiro invariante de tensões com a inclusão de um ângulo, chamado θ , análogo ao ângulo de Lode. Também foi escolhido devido à indisponibilidade de outras informações necessárias para obter os parâmetros de outros modelos.

A seguir será descrita a formulação matemática do modelo SubCam de forma similar à apresentada por Pedroso (2006), porém utilizando a notação indicial e neste Capítulo, deve-se entender que todas as tensões se supõem sempre efetivas pelo que se omite a linha que normalmente indica este tipo de tensão.

4.1 INVARIANTES DE TENSÃO E DEFORMAÇÃO

Neste modelo são utilizados os invariantes convencionais de Cambridge (Schofield & Wroth, 1968) que são a tensão normal média p definida como:

$$p = \frac{\sigma_{ii}}{3} = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (4.1)$$

e a tensão desviadora q dada por:

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}} \times \|dev(\sigma_{ij})\| \quad (4.2)$$

onde $\|dev(\sigma_{ij})\|$ representa a norma do tensor de tensões desvio, o qual é simétrico e dado por:

$$dev(\sigma_{ij}) = s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{(\sigma_{kk})}{3} \delta_{ij} \quad (4.3)$$

aqui, s_{ij} representa a parte desviadora do tensor de tensões. O modelo aqui utilizado também utiliza um terceiro invariante, indicado pelo ângulo θ (análogo ao de Lode) e que é calculado como:

$$\theta = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{9\sqrt{2} \det(s_{ij})}{\sqrt{3} \|s_{ij}\|^3} \right) \quad (4.4)$$

O ângulo θ varia de -30° para trajetórias de extensão ($\sigma_1=\sigma_2>\sigma_3$) a $+30^\circ$ para trajetórias de compressão ($\sigma_1>\sigma_2=\sigma_3$). Além dos invariantes de tensão, também são usados os invariantes de deformação volumétrica ε_v e deformação desvio ε_d calculados pelas seguintes expressões:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{ii} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (4.5)$$

$$\varepsilon_d = \sqrt{\frac{2}{3}} \times \|dev(\varepsilon_{ij})\| \quad (4.6)$$

4.2 FUNÇÃO DE PLASTIFICAÇÃO

O modelo possui duas superfícies no espaço das tensões, as equações básicas destas superfícies são:

$$f(p, q, \theta, z_0) = M_t^2 p(p - z_0) + q^2 \quad (4.7)$$

$$F^*(p^*, q^*, \theta^*, z_1) = M_t^2 p^*(p^* - z_1) + q^{*2} \quad (4.8)$$

onde $f(p, q, \theta, z_0) = 0$ representa a superfície de subcarregamento e $F^*(p^*, q^*, \theta^*, z_1) = 0$ a superfície normal. Na Eq. (4.8) o “*” simboliza que as variáveis são calculadas com os valores da tensão conjugada σ_{ij}^* , no entanto, a superfície normal não entra diretamente na formulação do modelo e apenas seu tamanho z_1 é utilizado para vincular a variação da superfície de subcarregamento com o endurecimento da superfície normal. O traço destas superfícies no plano axissimétrico é idêntico ao do modelo Cam Clay (Figura 4.1).

Como pode ser visto na Figura 4.1, as variáveis internas do tipo tensão z_0 e z_1 fornecem o tamanho absoluto das superfícies de subcarregamento e normal, respectivamente, ao longo do eixo hidrostático, enquanto que a variável M_t (que é igual a M_{cs} para $\theta = 30^\circ$) fornece o tamanho relativo à tensão desviadora das mesmas superfícies, isto é, $q/p = M_t$ na ruptura.

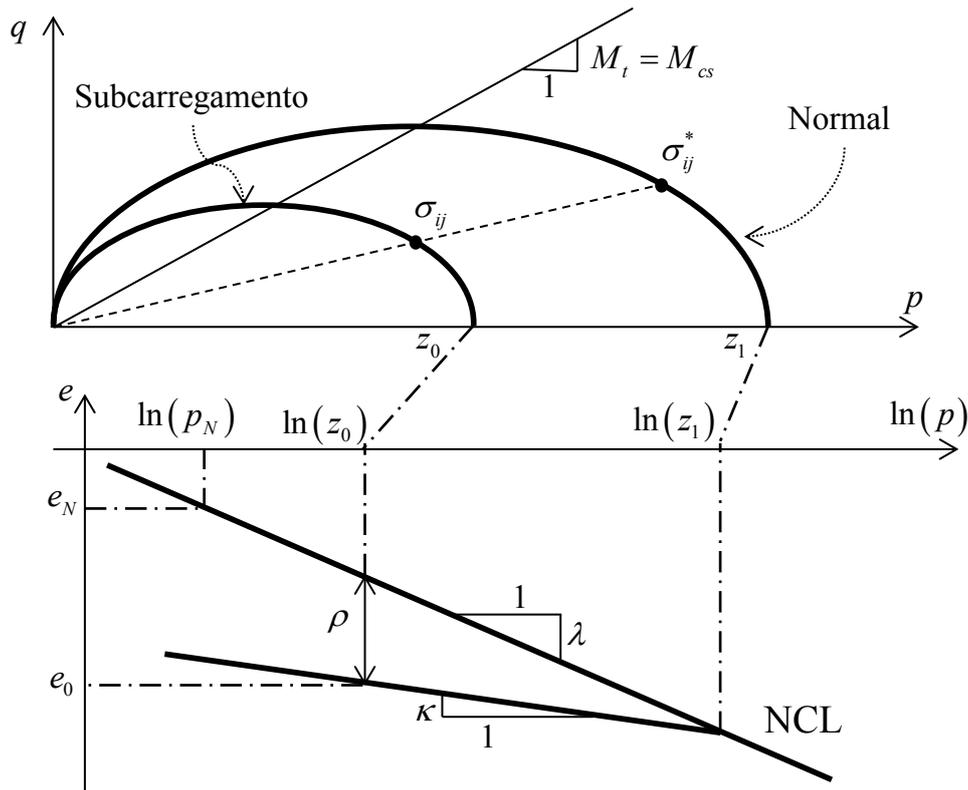


Figura 4.1: Superfícies do modelo SubCam no plano axissimétrico com a representação geométrica das variáveis internas envolvidas no modelo. (Modificado – Pedroso, 2006)

No modelo Cam Clay o parâmetro M indica a inclinação da linha do estado crítico e permanece constante para qualquer estado de tensão. Já no modelo SubCam esta inclinação pode variar em função do ângulo θ . Esta variação é calculada como:

$$M_t = M_{cs} \left(\frac{2\omega}{1 + \omega - (1 - \omega) \sin(3\theta)} \right)^{1/4} \tag{4.9}$$

onde M_{cs} e ω são calculados apenas em função do ângulo de atrito no estado crítico φ_{cs} , assim calculados:

$$M_{cs} = \frac{6 \sin(\varphi_{cs})}{3 - \sin(\varphi_{cs})} \quad \text{e} \quad \omega = \left(\frac{3 - \sin(\varphi_{cs})}{3 + \sin(\varphi_{cs})} \right)^4 \tag{4.10}$$

Com esta variação, a superfície apresenta traços no plano octaédrico similares aos do critério de Matsuoka & Nakai (1985) como pode ser visto na Figura 4.2.

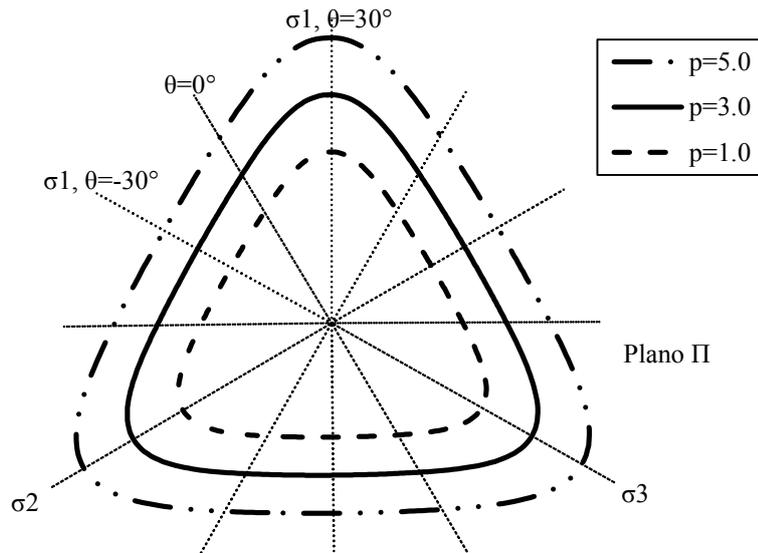


Figura 4.2: Representação dos traços da superfície de subcarregamento em 3 planos octaédricos diferentes ($p = 1,0 \text{ kPa}$, $p = 3,0 \text{ kPa}$ e $p = 5,0 \text{ kPa}$).

4.3 DEFORMAÇÃO DE SUB-PLASTIFICAÇÃO

Baseado na Figura 4.1, tem-se que para um solo pré-adensado, uma medida das tensões máximas que já suportou é o tamanho da superfície normal, z_1 , e uma medida das tensões atuais é o tamanho da superfície de subcarregamento, z_0 . Portanto, uma medida do pré-adensamento pode ser a relação entre estes dois tamanhos:

$$OCR = \frac{z_1}{z_0} \tag{4.11}$$

Para este solo também pode ser definida uma variável interna do tipo deformação (ρ na Figura 4.1) relacionada com o OCR que mede o grau de densificação do solo. Esta variável pode ser calculada como:

$$\rho = (\lambda - \kappa) \ln \left(\frac{z_1}{z_0} \right) \tag{4.12}$$

aqui, λ é um parâmetro que representa a inclinação da linha normalmente adensada (NCL na Figura 4.1) e κ a inclinação do trecho de recompressão.

No modelo SubCam a variável do tipo deformação $\varepsilon_v^{p(sub)}$ relacionada ao estado de sub-plastificação e ao estado de densificação do solo é definida como:

$$\varepsilon_v^{p(sub)} = \frac{-\rho}{(1 + e_0)} = \chi \ln \left(\frac{z_0}{z_1} \right) \quad \text{em que} \quad \chi = \frac{(\lambda - \kappa)}{(1 + e_0)} \tag{4.13}$$

4.4 VARIÁVEIS INTERNAS

O modelo SubCam adota a mesma evolução do tamanho da superfície normal que o Cam Clay. Com isto tem-se que:

$$dz_1 = \frac{z_1}{\chi} d\varepsilon_v^p \quad (4.14)$$

Tomando o diferencial total da deformação de sub-plastificação (Eq. 4.13), isolando para o incremento do tamanho da superfície de subcarregamento e substituindo a Eq. (4.14) obtêm-se a variação de z_0 em função dos incrementos na deformação volumétrica e volumétrica de sub-plastificação, assim:

$$dz_0 = \frac{z_0}{\chi} (d\varepsilon_v^p + d\varepsilon_v^{p(sub)}) \quad (4.15)$$

No modelo SubCam duas equações evolutivas são introduzidas, uma para os incrementos da deformação volumétrica plástica e outra para os incrementos da deformação volumétrica de sub-carregamento. Ambas são relacionadas com o multiplicador plástico $d\Lambda$, como a seguir:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\Lambda \frac{dg}{d\sigma_{ij}} = d\Lambda R_{ij}, \quad d\varepsilon_v^p = d\Lambda R_{ii} \quad (4.16)$$

$$d\varepsilon_v^{p(sub)} = d\Lambda L(\varepsilon_v^{p(sub)}) \quad (4.17)$$

Onde o símbolo g representa a função potencial plástico e R_{ij} é o tensor gradiente desta função. O modelo SubCam, semelhante o modelo Cam Clay, também possui uma lei de fluxo associada, de modo que $g \equiv f$. Os gradientes sempre são calculados com relação à função de sub-carregamento (f), sobre a qual sempre se encontra o estado de tensão atual, seja sob trajetórias decarregamento ou de descarregamento.

A evolução da deformação volumétrica de sub-carregamento foi definida de forma que a distância entre as duas superfícies seja nula para grandes deformações plásticas, introduzindo-se uma função auxiliar L , proposta por Nakai & Hinokio (2004), definida pela seguinte expressão:

$$L(\varepsilon_v^{p(sub)}) = c \frac{|\varepsilon_v^{p(sub)}|^2}{p} = c \frac{\left(\chi \ln \left(\frac{z_1}{z_0} \right) \right)^2}{p} \quad (4.18)$$

onde c é o parâmetro adicional mencionado anteriormente.

Substituindo as Eqs. 4.16, 4.17 e 4.18 nas Eqs. 4.14 e 4.15 pode-se obter as seguintes expressões:

$$dz_1 = d\Lambda \frac{z_1}{\chi} R_{ii}, \quad dz_0 = d\Lambda \frac{z_0}{\chi} (R_{ii} + L) \quad (4.19)$$

e com ajuda da Eq. (3.7) pode-se verificar que:

$$\mathcal{H}_1 = \frac{z_1}{\chi} R_{ii}, \quad \mathcal{H}_0 = \frac{z_0}{\chi} (R_{ii} + L) \quad (4.20)$$

onde \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 são os módulos de endurecimento.

É importante perceber que quando L for igual à zero, ou seja, quando a variável de densificação ρ for nula, as duas superfícies crescem juntas, como se o material não estivesse pré-adensado. Em trajetórias de descarregamento, a superfície normal permanece estacionária e a superfície de sub-carregamento diminui de tamanho, portanto a variável L aumenta de valor, alterando a rigidez simulada pelo modelo.

4.5 TENSOR ELASTOPLÁSTICO

Agora, para achar os tensores elastoplásticos pode-se seguir os mesmos passos utilizados na elastoplasticidade convencional (subitem 3.3 do Capítulo 3). Estes tensores podem ser obtidos tanto para calcular os incrementos de deformação em função dos incrementos de tensão, quanto para calcular os incrementos de tensão em função dos incrementos de deformação, sendo que no método dos elementos finitos é preciso se ter as expressões do tensor elastoplástico na segunda forma, e portanto aqui se expõe somente esta. O primeiro passo é ter em conta a composição aditiva da taxa de deformação total entre a parcela elástica e a plástica:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (4.21)$$

Aplicando a lei de Hooke generalizada ao incremento de deformação (Eq. 3.4), obtem-se:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl}^e \quad (4.22)$$

mas, isolando $d\varepsilon_{ij}^e$ da Eq. (4.21) e substituindo este tensor e a lei de fluxo (Eq. 4.16) na Eq. (4.22) obtemos:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^e (d\varepsilon_{kl} - d\Lambda R_{kl}) \quad (4.23)$$

A condição de consistência ($df = 0$) deve ser determinada para a superfície de sub-carregamento, pelo que:

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial z_0} dz_0 = 0 \quad (4.24)$$

e definindo as seguintes variáveis:

$$V_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad y_0 = \frac{\partial f}{\partial z_0} \quad (4.25)$$

pode-se reescrever a condição de consistência como:

$$df = V_{ij} d\sigma_{ij} + y_0 dz_0 = 0 \quad (4.26)$$

Substituindo as Eqs. 4.16 e 4.19 na expressão anterior e isolando para o multiplicador plástico $d\Lambda$ obtém-se:

$$d\Lambda = \frac{V_{ij} C_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl}}{V_{ab} C_{abcd}^e R_{cd} - y_0 \mathcal{H}_0} \quad (4.27)$$

e substituindo $d\Lambda$ na Eq. (4.23), pode se obter a seguinte expressão:

$$C_{ijkl}^{ep} = C_{ijkl}^e - \frac{C_{ijrs}^e R_{rs} V_{pq} C_{pqkl}^e}{V_{ab} C_{abcd}^e R_{cd} - y_0 \mathcal{H}_0} = C_{ijkl}^e - \frac{C_{ijrs}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{rs}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} C_{pqkl}^e}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ab}} C_{abcd}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{cd}} - y_0 \mathcal{H}_0} \quad (4.28)$$

Do mesmo jeito, substituindo a Eq. (4.27) na Eq. (4.19) pode-se achar as seguintes expressões para a evolução do tamanho da superfície normal e a superfície de potencial plástico, assim:

$$B_{ij}^{sub} = \frac{\mathcal{H}_0 V_{mn} C_{mnij}^e}{V_{ab} C_{abcd}^e R_{cd} - y_0 \mathcal{H}_0} = \frac{\mathcal{H}_0 \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnij}^e}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ab}} C_{abcd}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{cd}} - y_0 \mathcal{H}_0} \quad (4.29)$$

$$B_{ij}^{norm} = \frac{\mathcal{H}_1 V_{mn} C_{mnij}^e}{V_{ab} C_{abcd}^e R_{cd} - y_1 \mathcal{H}_1} = \frac{\mathcal{H}_1 \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnij}^e}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ab}} C_{abcd}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{cd}} - y_1 \mathcal{H}_1} \quad (4.30)$$

Estas expressões podem ser utilizadas para calcular a evolução dos tamanhos das superfícies normal e de sub-carregamento da seguinte forma:

$$dz_1 = B_{ij}^{norm} d\varepsilon_{ij}, \quad dz_0 = B_{ij}^{sub} d\varepsilon_{ij} \quad (4.31)$$

4.6 ALGORITMOS DE INTEGRAÇÃO

Métodos numéricos, como elementos finitos, obtêm os incrementos de tensão e a variação dos tamanhos das superfícies dado um incremento finito na deformação. Para obter maior precisão nestes cálculos é necessário utilizar algum algoritmo explícito ou implícito para a integração dos incrementos. Dependendo do método empregado, derivadas parciais de primeira ordem ou superiores serão necessárias à implementação de tais soluções. No Apêndice A, encontra-se o código completo utilizado para a implementação do modelo SubCam no programa ALLFINE. Este código foi escrito na linguagem FORTRAN 95 e suas partes mais relevantes são descritas a seguir.

Pedroso (2006) apresenta alguns métodos de integração, dentre os quais o método chamado “*Modified-Euler*”, que é do tipo Runge-Kutta explícito de ordem 2, foi escolhido para o desenvolvimento deste trabalho. Adotou-se ainda um esquema de passos variáveis automaticamente com controle de erro, conforme proposto por Sloan (1987), Sloan & Booker (1992) e Sloan *et. al.* (2001). Pedroso (2006) demonstrou que este método é apropriadamente acurado e exige um tempo médio de execução relativamente baixo. Para a implementação desta solução numérica é preciso se ter expressões matemáticas das derivadas parciais que aparecem nas Eqs. 4.28, 4.29 e 4.30 sem precisar de derivadas de segunda ordem. Estas expressões foram deduzidas por Pedroso (2006) e são resumidas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Derivadas parciais modelo SubCam necessárias para a integração numérica pelo método “*Modified-euler*”. (Modificado – Pedroso, 2006)

Entidade	Definição	Expressão
	$\frac{dM_t}{d\theta}$	$= \frac{0,75M_t(1-\omega)\cos(3\theta)}{1+\omega-(1-\omega)\sin(3\theta)}$
	$\frac{d\theta}{d\sigma_{ij}}$	$= \frac{1,5}{q^2 \cos(3\theta)} \left(\frac{3}{q} dev(s_{im}s_{mj}) - \sin(3\theta)s_{ij} \right)$
$R_{ij} = V_{ij}$	$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$	$= \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial M_t} \frac{\partial M_t}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma_{ij}}$ $= \frac{M_t^2(2p-z_0)}{3} \delta_{ij} + 3s_{ij} + 2M_t p(p-z_0) \frac{\partial M_t}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma_{ij}}$
y_0	$\frac{\partial f}{\partial z_0}$	$= -2M_t^2 p$
y_1	$\frac{\partial f}{\partial z_1}$	$= 0$

A reta NCL (Figura 4.1) deve ser fixada no plano $\ln(p) - e$ por meio dos valores de referência p_N e e_N . No ALLFINE a tensão p_N tem um valor fixo igual à pressão atmosférica (100 kPa), sendo necessário introduzir o valor de e_N a partir do qual pode-se calcular o índice vazios (e_0), correspondente ao estado de tensão inicial, utilizando a seguinte expressão:

$$e_0 = e_N - \lambda \ln\left(\frac{z_1}{p_N}\right) + \kappa \ln\left(\frac{z_1}{z_0}\right) \quad (4.32)$$

O programa ALLFINE requer o cálculo do tensor (matriz) de módulos de rigidez do modelo constitutivo em duas etapas. A primeira etapa é na hora da montagem da matriz de rigidez global, e neste caso o ALLFINE solicita o tensor elastoplástico para o estado atual de tensão, pois essa montagem é feita como se expressa na Eq. (3.42). A segunda etapa consiste no cálculo dos incrementos da tensão e as variáveis de estado dado um incremento na deformação para cada ponto de Gauss. O ALLFINE notifica a subrotina do modelo em qual das duas etapas se encontra por meio de uma variável de controle chamada “*itens*” (Figura 4.3). Um procedimento antes da utilização própria do modelo é feito para dar resposta ao ALLFINE, este procedimento é apresentado na Figura 4.3 e a programação exata na linguagem FORTRAN 95 deste algoritmo pode ser vista no Apêndice A (Subrotina “*subcam*”)

Dados de entrada:	
$OCR^n, \lambda, \kappa, \nu, \varphi_{cs}, c, e_N, p_N, \Delta\varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}, itens$	
Calcular:	
$\omega, M_{cs}, p, s_{ij}, q, \sin(3\theta), M_t, z_0, z_1, e_0, \chi$	
<i>Itens=1?</i>	Sim:
	Integrar com passos variáveis para obter os incrementos da tensão e as variáveis de estado segundo a Figura 4.6 Saída: $\Delta\sigma_{ij}, OCR^{n+1}$
	Não:
	Calcular o tensor elastoplástico para o estado atual de tensões segundo a Figura 4.4. Saída: C_{ijkl}^{ep}

Figura 4.3: Procedimento prévio à utilização dos algoritmos do modelo SubCam.

Para o cálculo da matriz de rigidez global deve verificar-se se o material está em uma trajetória de carregamento ou descarregamento. Isto é feito calculando-se uma variável chamada “*Trial*” (correspondente ao numerador do multiplicador plástico $d\Lambda$ na Eq. 4.27) que indica a direção do incremento da tensão. Se *Trial* for menor do que zero, quer dizer que

a trajetória é de descarregamento, sendo o tensor elástico utilizado para o cálculo da matriz de rigidez local. Se *Trial* for maior do que zero, então o tensor elastoplástico é a resposta correta.

Quando o ALLFINE está montando a matriz de rigidez pela primeira vez, incrementos na deformação ainda não foram calculados e, portanto, a montagem é feita com o tensor elástico.

O tensor elástico do modelo SubCam (como no modelo Cam Clay) é não linear, dependendo apenas da tensão média *p* como pode-se ver na Figura 4.4. Esta figura esquematiza o algoritmo utilizado para obter o tensor elastoplástico (ou elástico se for o caso) e a programação deste algoritmo está disponível no Apêndice A (subrotina “*tensor*”)

Dados de entrada: $OCR, \varphi_{cs}, c, \kappa, \nu, e_0, \lambda, \sigma_{ij}, \Delta\varepsilon_{ij}$		
Calcular: $K' = \frac{(1+e_0)p}{\kappa}, G' = \frac{3(1-2\nu)K'}{2(1+\nu)}, \lambda' = \frac{(3K' - 2G')}{3}$ $C_{ijkl}^e = 2G' \delta_{ik} \delta_{jl} + \lambda' \delta_{ij} \delta_{kl}$ $V_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (\text{Figura 4.5})$ $Trial = V_{ij} C_{ijkl}^e \Delta\varepsilon_{kl}$		
<i>Trial</i> <= 0?	Sim:	$C_{ijkl}^{ep} = C_{ijkl}^e$ Saída: C_{ijkl}^{ep}
	Não:	Calcular: C_{ijkl}^{ep} (Eq. 4.28) Saída: C_{ijkl}^{ep}

Figura 4.4: Obtenção do tensor elastoplástico (ou elástico se for o caso) para atender a chamada do algoritmo da Figura 4.3.

Pedroso (2006) apresenta um procedimento que permite eliminar erros de cálculo devido a possíveis divisões por zero ao calcular o gradiente da superfície de subcarregamento definido na Tabela 4.1. Um procedimento similar foi utilizado neste trabalho e encontra-se descrito esquematicamente na Figura 4.5 e sua programação disponível no Apêndice A (subrotina “*dfdten*”).

Dados de entrada: $M_t, z_0, s_{ij}, \sin(3\theta), \omega, q$		
Definir: $Ze = 1 \times 10^{-12}$ (zero virtual)		
Calcular: $V_{ij} = \frac{M_t^2 (2p - z_0)}{3} \delta_{ij}$		
$q > Ze?$		
Não:	Sim:	
Continuar	$V_{ij} = V_{ij} + 3s_{ij}$ $\cos(3\theta) = \sqrt{1 - \sin^2(3\theta)}$	
	$\cos(3\theta) > Ze?$	
	Não:	Sim:
	Continuar	Calcular: $\frac{\partial M_t}{\partial \theta} = \frac{0,75 M_t (1 - \omega) \cos(3\theta)}{1 + \omega - (1 - \omega) \sin(3\theta)}$ $\frac{\partial \theta}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1,5}{q^2 \cos(3\theta)} \left(\frac{3}{q} dev(s_{im} s_{mj}) - \sin(3\theta) s_{ij} \right)$ $V_{ij} = V_{ij} + 2M_t p (p - z_0) \frac{\partial M_t}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma_{ij}}$
Saída: V_{ij}		

Figura 4.5: Cálculo do gradiente da superfície de subcarregamento (modificado – Pedroso, 2006)

O algoritmo de integração utilizado para a implementação do modelo foi baseado no esquema de integração numérica do tipo “*Modified-Euler*”, descrito por Pedroso (2006) que se baseou nos trabalhos de Sloan (1987), Sloan & Booker (1992) e Sloan *et. al.* (2001). Cabe ressaltar que este esquema comparado com os do tipo “*Forward-Euler*” (com passos constantes) é muito mais rápido e atinge uma mesma acurácia utilizando um menor número de cálculos. De forma esquemática, apresenta-se nas Figuras 4.6 e 4.7, este procedimento e a programação completa, na linguagem Fortran 95, se encontra no Apêndice A (subrotina “*integra*”).

Dados de entrada: $\kappa, c, OCR, e_0, \chi, \nu, \varphi_{cs}, \Delta \varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}^0$				
Inicializar as variáveis de integração: $Nss \leftarrow 0, Nss_{max} \leftarrow 2000, Trial \leftarrow -1, T \leftarrow 0, \Delta T \leftarrow 0.0001, m_{coef} \leftarrow 0.80,$ $STOL \leftarrow 0.0001, m_{max} \leftarrow 10, m_{min} \leftarrow 0.01, m \leftarrow m_{min}, \sigma_{ij} \leftarrow \sigma_{ij}^0$				
Calcular invariantes e tamanhos das superfícies: $p \leftarrow p(\sigma_{ij}), q \leftarrow q(\sigma_{ij}), M_t \leftarrow M_t(\sigma_{ij}), z_0 \leftarrow z_0(\sigma_{ij}), z_1 \leftarrow z_0 \times OCR$				
Enquanto ($T < 1$)				
$(q / p = M_t, e, Trial \geq 0)$?				
Sim:	Não:			
Continuar	${}^T \Delta \varepsilon_{ij} \leftarrow \Delta T \Delta \varepsilon_{ij}, V_{ij} \leftarrow V_{ij}(\sigma_{ij}, z_0), C_{ijkl}^e \leftarrow C_{ijkl}^e(\sigma_{ij}), Trial \leftarrow V_{ij} C_{ijkl}^e {}^T \Delta \varepsilon_{kl}$			
	$(Trial < 0)$?			
	Sim: ir para a Figura 4.7 e voltar		Não: ir para a Figura 4.7 e voltar	
	$(err \leq STOL)$?			
	Sim:		Não:	
	$T \leftarrow T + \Delta T, \sigma_{ij} \leftarrow \hat{\sigma}_{ij}, z_1 \leftarrow \hat{z}_1, p \leftarrow p(\sigma_{ij}),$ $q \leftarrow q(\sigma_{ij}), M_t \leftarrow M_t(\sigma_{ij}), z_0 \leftarrow p + \frac{q^2}{M_t^2 p}$		$(m < m_{min})?$	
	$(m > m_{max})?$		Sim:	Não:
	Sim:	Não:	$m \leftarrow m_{min}$	Cont
	$m \leftarrow m_{max}$	Continuar		
	$\Delta T \leftarrow m \Delta T$			
	$(\Delta T > 1 - T)$?			
	Sim:		Não:	
	$\Delta T \leftarrow 1 - T$		Continuar	
	$Nss \leftarrow Nss + 1$			
	$(Nss > Nss_{max})?$			
Sim:		Não:		
Forçar a saída do enquanto.		Continuar.		
$OCR \leftarrow \frac{z_1}{z_0}, \Delta \sigma_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0$				
Saída: $OCR, \Delta \sigma_{ij}$				

Figura 4.6: Esquema de integração baseado no algoritmo “*Modified-Euler*” apresentado em Pedroso (2006)

(Trial < 0)? Vem da Figura 4.6.	
Sim: Comp. Elástico	Não: Comp. Elastoplástico
<p>Calcular:</p> ${}^1\Delta\sigma_{ij} \leftarrow C_{ijkl}^e T \Delta\varepsilon_{kl}$ ${}^1\sigma_{ij} \leftarrow \sigma_{ij} + {}^1\Delta\sigma_{ij}$ ${}^1\Delta z_1 \leftarrow 0$ ${}^1z_1 \leftarrow z_1 + {}^1\Delta z_1$ $C_{ijkl}^e \leftarrow C_{ijkl}^e ({}^1\sigma_{ij})$ ${}^2\Delta\sigma_{ij} \leftarrow C_{ijkl}^e T \Delta\varepsilon_{kl}$ ${}^2\Delta z_1 \leftarrow 0$	<p>Calcular:</p> $C_{ijkl}^{ep} \leftarrow C_{ijkl}^{ep} (\sigma_{ij}, z_0)$ ${}^1\Delta\sigma_{ij} \leftarrow C_{ijkl}^{ep T} \Delta\varepsilon_{kl}$ ${}^1\sigma_{ij} \leftarrow \sigma_{ij} + {}^1\Delta\sigma_{ij}$ $B_{ij}^{sub} \leftarrow B_{ij}^{sub} (\sigma_{ij}, z_0)$ $B_{ij}^{norm} \leftarrow B_{ij}^{norm} (\sigma_{ij}, z_1)$ ${}^1\Delta z_0 = B_{ij}^{sub T} \Delta\varepsilon_{ij}$ ${}^1\Delta z_1 = B_{ij}^{norm T} \Delta\varepsilon_{ij}$ ${}^1z_0 = z_0 + {}^1\Delta z_0$ ${}^1z_1 = z_1 + {}^1\Delta z_1$ $C_{ijkl}^{ep} \leftarrow C_{ijkl}^{ep} ({}^1\sigma_{ij}, {}^1z_0)$ ${}^2\Delta\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{ep T} \Delta\varepsilon_{kl}$ $B_{ij}^{norm} \leftarrow B_{ij}^{norm} ({}^1\sigma_{ij}, {}^1z_1)$ ${}^2\Delta z_1 = B_{ij}^{norm T} \Delta\varepsilon_{ij}$
$\hat{\sigma}_{ij} \leftarrow \sigma_{ij} + \frac{1}{2} ({}^1\Delta\sigma_{ij} + {}^2\Delta\sigma_{ij}), \hat{z}_1 \leftarrow z_1 + \frac{1}{2} ({}^1\Delta z_1 + {}^2\Delta z_1),$ $err \leftarrow \max \left(\frac{\ \hat{\sigma}_{ij} - {}^1\sigma_{ij}\ }{\ \hat{\sigma}_{ij}\ }, \frac{\ \hat{z}_1 - {}^1z_1\ }{\ \hat{z}_1\ } \right), m \leftarrow m_{coef} \left(\frac{STOL}{err} \right)^{1/2}$	
(err ≤ STOL)? Voltar para a Figura 4.6.	

Figura 4.7: Sub-processo para a integração numérica baseado no algoritmo “Modified-Euler” apresentado em Pedroso (2006).

A eficiência deste método de integração pode ser evidenciada na Figura 4.8. Nesta figura se apresentam a trajetória de tensão no plano $p - q$ e a curva tensão – deformação, de um ponto com tensão inicial:

$$\sigma_{ij}^0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} (kPa)$$

o qual foi submetido a um incremento finito de deformação:

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} 4,0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (\%)$$

O comportamento do material foi simulado com o modelo SubCam, utilizando os métodos de integração numérica de passo constante e passo variável, com os parâmetros, as variáveis de integração (no caso de passo variável) e as variáveis de estado inicial apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Parâmetros, variáveis de estado e variáveis de integração utilizados nas integrações numéricas.

Parâmetros	λ	κ	M_{cs}	ν	c
	0,10	0,01	1,00	0,30	100000
Variáveis de integração	ΔT	$STOL$	m_{max}	m_{min}	m_{coef}
	0,1	0,01	50	0,01	21
Estado inicial.	p	q	OCR	e_0	
	100,0	0,0	1,0	1,5	

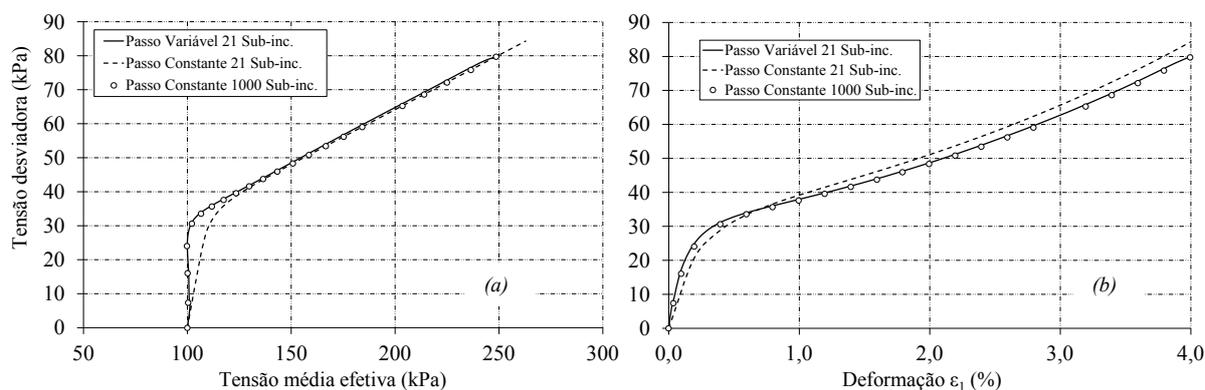


Figura 4.8: Resultados da integração numérica para o método “*Modified Euler*” (Passos variáveis) e “*Forward Euler*” (passos constantes). (a) Trajetória de tensão; (b) Tensão – deformação.

Para este caso em particular, o algoritmo de integração de passo variável precisou de 21 sub-incrementos. A simulação feita com o algoritmo de passo constante, utilizando 21 passos, resulta na linha tracejada apresentada na Figura 4.8, e com 1000 passos tomado como a resposta “*exata*”, resulta nos pontos apresentados na mesma figura, os quais praticamente coincidem com o algoritmo de passos variáveis.

4.7 VERIFICAÇÃO DO MODELO

A verificação da implementação do modelo foi realizada comparando soluções numéricas do problema de adensamento tanto em uma dimensão, quanto em duas dimensões, utilizando o modelo elástico linear e o modelo SubCam.

Para eliminar discrepâncias entre os resultados obtidos com ambos os modelos, primeiramente, fez-se a simulação de um carregamento uniaxial para um elemento tridimensional simulado com o modelo SubCam, utilizando parâmetros hipotéticos de um material muito pré-adensado (Tabela 4.3), obtivendo-se tanto as tensões, quanto as deformações à medida que se aumenta a carga. Posteriormente, foram plotadas as curvas tensão-deformação com os dados anteriormente obtidos para, assim, calcular os parâmetros do modelo elástico linear (E e ν), utilizando o trecho inicial destas curvas, o qual se aproximava a uma linha reta. Com este procedimento se obtiveram os parâmetros resumidos na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Parâmetros e variáveis de estado utilizados na validação do modelo.

Material	E (kPa)	ν	k (m/dia)	λ	κ	M_{cs}	c	e_N	OCR
SubCam	-	0,30	864×10^{-5}	0,05	0,010	1,50	40000	1,213	10000,0
Elástico linear	1837	0,25	864×10^{-5}	-	-	-	-	-	-

4.7.1 ADENSAMENTO UNIDIMENSIONAL

Neste caso, utilizou-se um domínio bidimensional, representado por um bloco quadrado de 1,0 m de comprimento. Este domínio pode ser observado no esquema destacado na Figura 4.9. O domínio foi discretizado em 100 elementos quadrados de quatro nós, igualmente espaçados de 0,1 m de lado. As condições de contorno foram definidas de forma tal que o material drenasse unicamente pela fronteira superior e que o bloco se deformasse unidirecionalmente na vertical.

Inicialmente, no tempo $t = 0$, aplicou-se uma carga de 10 kN/m^2 na superfície do bloco. Posteriormente, deram-se incrementos no tempo e as poropressões começaram a se dissipar. A distribuição das poropressões obtidas tanto para o modelo elástico linear (linhas cheias), quanto para o modelo SubCam (pontos isolados) são apresentadas na Figura 4.9.

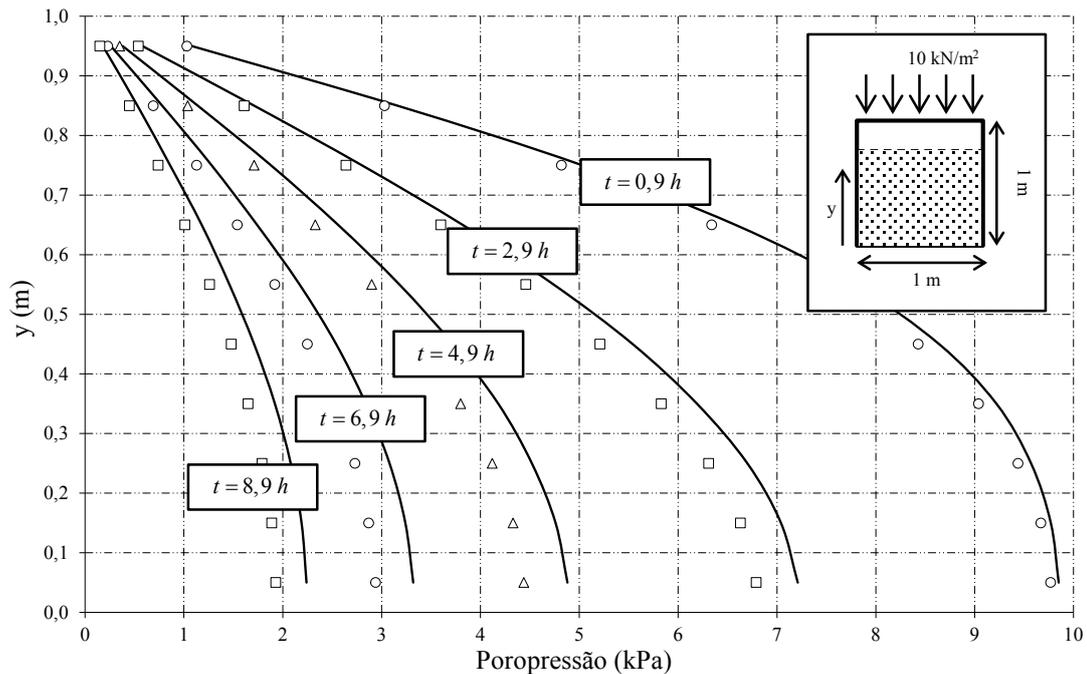


Figura 4.9: Adensamento unidimensional. Resultados das simulações feitas para um material muito pré-adensado com os modelos elástico linear (linhas cheias) e SubCam (pontos).

Inicialmente, os resultados obtidos com o modelo SubCam se aproximam muito bem dos obtidos com o modelo elástico linear, porém, na medida que aumenta o tempo, estes resultados divergem. Isto acontece porque o módulo de compressibilidade (elasto-plástico) varia quando o modelo Subcam é utilizado, enquanto que, no modelo elástico linear, este módulo fica constante.

4.7.2 ADENSAMENTO BIDIMENSIONAL

Neste caso, utilizou-se o mesmo domínio que no caso unidimensional, com as mesmas condições de contorno, no entanto, a carga utilizada é uma carga uniformemente distribuída, mas, aplicada somente desde $x = 0,0\text{ m}$ até $x = 0,2\text{ m}$ na superfície do bloco como pode ser observado na Figura 4.10.

Inicialmente, no tempo $t = 0$, aplicou-se a carga de 10 kN/m^2 , como indicado no parágrafo anterior, na superfície do bloco. Posteriormente, foram impostos incrementos no tempo e as poropressões começaram a se dissipar. Na medida em que as poropressões diminuem, o bloco começa a se deformar de forma irregular, gerando recalques diferenciais na superfície do terreno. Eses recalques foram registrados para diferentes intervalos de tempo, tanto para o modelo elástico linear (linhas cheias), quanto para o modelo SubCam (pontos isolados). Estes resultados são apresentados na Figura 4.10.

Para apresentação dos resultados, tomou-se como referência os recalques iniciais, quando $t = 0$ (simbolizados com d_0), descontando estes, dos recalques seguintes (simbolizados com d_i)

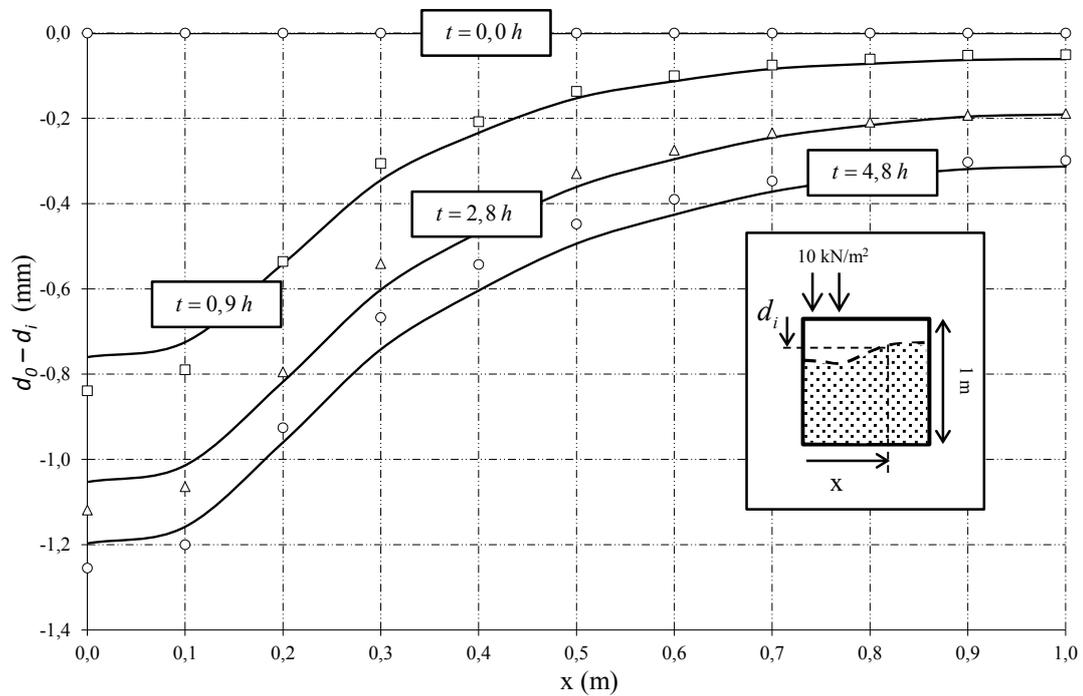


Figura 4.10: Adensamento bidimensional. Resultados das simulações feitas para um material muito pré-adensado com os modelos elástico linear (linhas cheias) e SubCam (pontos).

5 ESTUDO DE CASO

A mina Rio Paracatu Mineração (RPM), localizada no município de Paracatu no estado de Minas Gerais, produzia em 2003, seis toneladas de ouro e 17 a 22 milhões de toneladas de rejeitos por ano. Nesta época foi planejado um amplo projeto de expansão da produção que implicou no aumento da quantidade de rejeitos gerados para cerca de 30 milhões de toneladas por ano.

Estudos anteriores e ensaios de laboratório indicaram que os rejeitos da mina de ouro são compostos por material siltiloso mole de cor cinza escuro com 15% de argila e cerca de 60% de silte. Este material apresenta limite de liquidez (LL) de 28%, limite de plasticidade (LP) de 25%, índice de plasticidade (IP) de 4%, teor de umidade (w) de 50% e peso específico (γ) de $17,4 \text{ kN/m}^3$. A curva granulométrica do rejeito é apresentada na Figura 5.1.

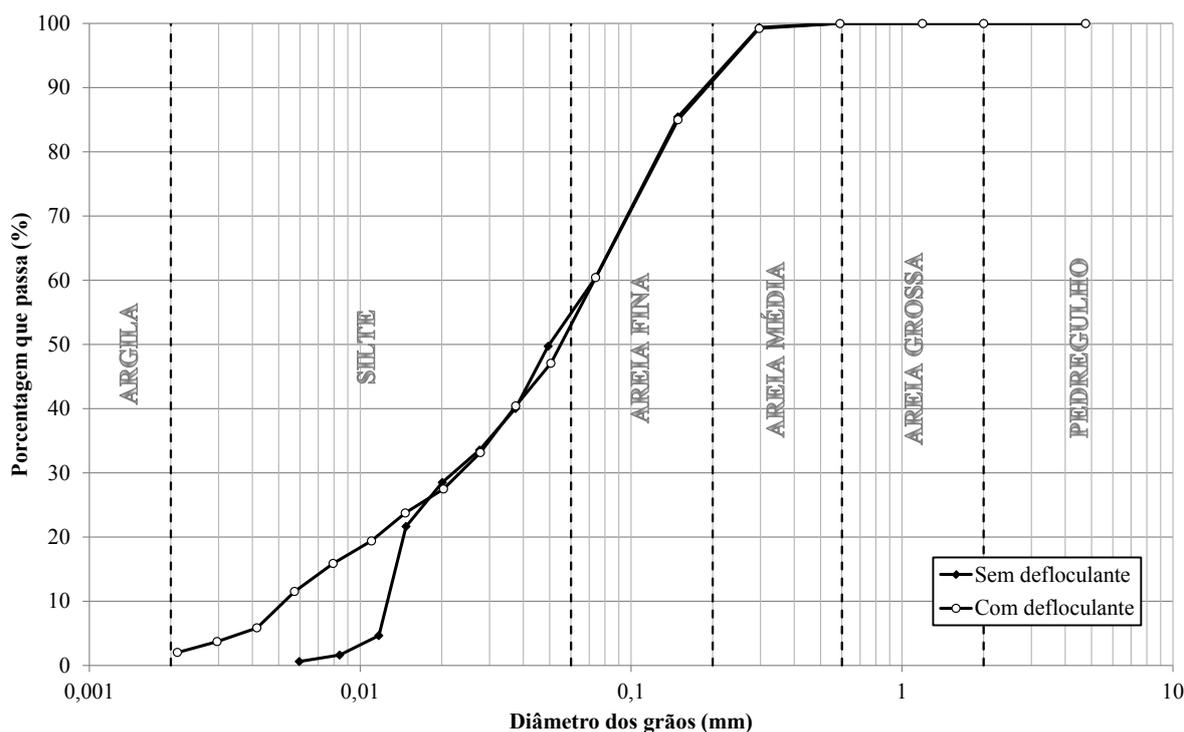


Figura 5.1: Curvas granulométricas, com defloculante e sem defloculante, do rejeito da Mina Rio Paracatu Mineração.

Para descartar este material, a mineradora utilizava uma barragem de rejeito construída pelo método de montante e dentre os planos de expansão da mineradora estava contemplada a construção de uma nova barragem. Para obter informação sobre a segurança da nova

barragem, e acatando as recomendações que foram dadas em um seminário com especialistas internacionais em 2003, a RPM decidiu construir um aterro experimental em grande escala cujo material de fundação fosse o rejeito localizado na barragem antiga. Essa recomendação foi baseada no fato de que evidências de campo mostraram que o comportamento e a resistência dos rejeitos eram melhores do que os ensaios de campo e de laboratório previam (Terratek, 2005). Assim, isto poderia levar a uma economia em fases posteriores da nova barragem para o projeto de expansão.

A geometria do aterro experimental foi projetada com uma altura de 10,0 m, um talude frontal de 1,5H:1,0V e um talude pouco íngreme no lado oposto terminando em uma berma de estabilização de 4,0 m de altura. O aterro foi construído com material de empréstimo em uma área de 60,0 x 60,0 m² em planta. Com essa geometria, apresentada na Figura 5.2, esperava-se que a fundação atingisse a ruptura.

Antes de iniciar a construção do aterro, um geossintético não tecido foi colocado cobrindo toda a área de trabalho e, sobre este, foi colocada uma primeira camada de material de empréstimo com espessura inicial em torno de 80 a 90 cm. Porém, imediatamente após a construção dessa primeira camada, recalques significativos foram observados e mais material de empréstimo teve que ser colocado, com a finalidade de aumentar a segurança e a operabilidade dos equipamentos. Quando obteve-se uma zona de trabalho segura, verificou-se que os recalques iniciais foram de 1,1 a 1,2 m.

Quando essa etapa preliminar foi finalizada, os trabalhos foram paralisados por cerca de um mês, com o objetivo de instalar a instrumentação e também para que as condições para as leituras iniciais ficassem estáveis. A fundação do aterro foi instrumentada com piezômetros de corda vibrante, inclinômetros, um perfilômetro de recalques e placas de recalque (Figura 5.2). Após este tempo, iniciou-se a construção do aterro com a maior velocidade possível, atingindo a altura de 10,0 m em 10 dias trabalhando 24 horas por dia.

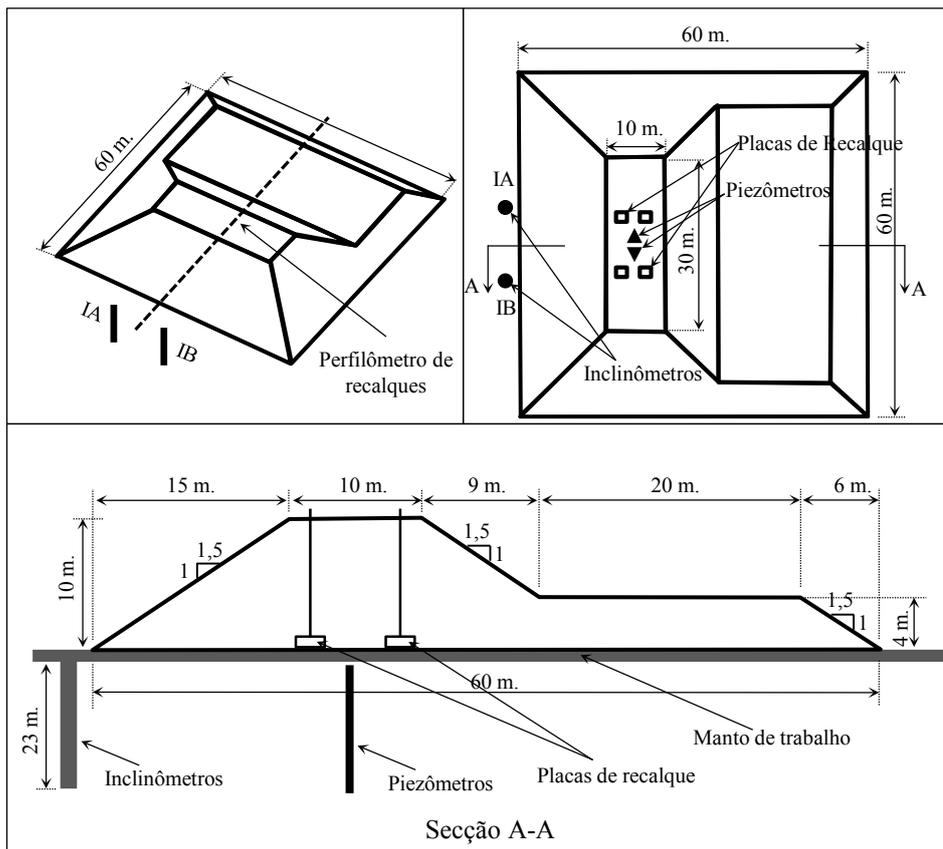


Figura 5.2: Aterro experimental e instrumentação utilizada (modificado – Terratek, 2005).

Após a colocação da primeira camada, fluxo ascendente de água foi observado em um ponto no topo do aterro. Inicialmente, uma pequena quantidade de água surgiu e continuou fluindo até formar um pequeno depósito de solo em forma de “vulcão” com aproximadamente 1,0 m de diâmetro. Este fluxo se evidenciou somente em um ponto e somente na primeira camada. A Figura 5.3 é o registro fotográfico do fenômeno.



Figura 5.3: Registro fotográfico da formação do “vulcão” por causa do fluxo de água.

Quando a construção do aterro foi finalizada, não se observou evidência de ruptura generalizada nem de fissuras.

5.1 ENSAIOS DE CAMPO

A empresa Terratek realizou em 2003, um extenso estudo de campo na barragem de rejeitos que consistiu em ensaios do tipo SCPTU (ensaio de piezocone sísmico) e VST (ensaios de palheta). Este último não teve sucesso, pois a rápida dissipação das poropressões impediu obter resultados válidos.

Pelo ensaio de SCPTU, constatou-se que o material de aterro apresentou uma resistência de ponta superior a 1,0 MPa, mas diminuiu para menos de 1,0 MPa quando a ponta do equipamento atingiu os rejeitos (fundação do aterro), observando-se a natureza mole deste material.

A poropressão durante a penetração do cone no aterro foi nula e o comportamento deste material foi dilatante. As poropressões nos rejeitos foram elevadas, indicando o

comportamento contrátil deste material, mas com velocidades de dissipação também foram altas.

Os ensaios de campo não foram utilizados de forma direta nesta dissertação, pois não foi possível obter as informações detalhadas dos resultados e análises destes.

5.2 ENSAIOS OEDOMÉTRICOS

Os dados dos ensaios oedométricos foram tomados de estudos anteriores realizados, no ano 2003, com amostras de lama de rejeito batida, inicialmente adensada por peso próprio. Detalhes sobre estes ensaios, obtenção dos parâmetros e sua simulação são apresentados no subitem 6.1.1 do Capítulo 6.

5.3 ENSAIOS TRIAXIAIS

Foram realizados ensaios triaxiais do tipo CK_oU (amostra adensada anisotropicamente e rompida sem drenagem) no material de rejeito em amostras remoldadas, onde se pôde avaliar a liquefação, além de outros comportamentos. Uma clara descrição destes ensaios é feita no subitem 6.1.2 do Capítulo 6, além disso, se apresentam a forma como foram obtidos os parâmetros e os resultados das simulações feitas com o modelo SubCam.

5.4 INSTRUMENTAÇÃO

A empresa Terratek realizou a instalação e o monitoramento da instrumentação que consistiu em dez piezômetros de corda vibrante (VW) na fundação, dois inclinômetros no pé do aterro, um sistema para monitoramento do perfil de recalques da seção transversal do aterro (perfilômetro de recalques) e quatro placas de recalque com referência em um ponto fixo estável. Os piezômetros foram continuamente monitorados, a intervalos de 1 h durante e após a construção. As leituras nas placas de recalque foram feitas uma vez por dia durante e após a construção, no entanto os deslocamentos da seção transversal foram continuamente monitorados com duas leituras por dia, assim como as leituras dos inclinômetros.

5.4.1 PERFILÔMETRO DE RECALQUES

O perfil de recalques foi obtido com um perfilômetro hidráulico, localizado ao longo do eixo de simetria do aterro experimental, para diferentes alturas do aterro (HA). Este perfil é apresentado na Figura 5.4. Os dados apresentados não tiveram em conta os recalques causados inicialmente pela construção do manto de trabalho.

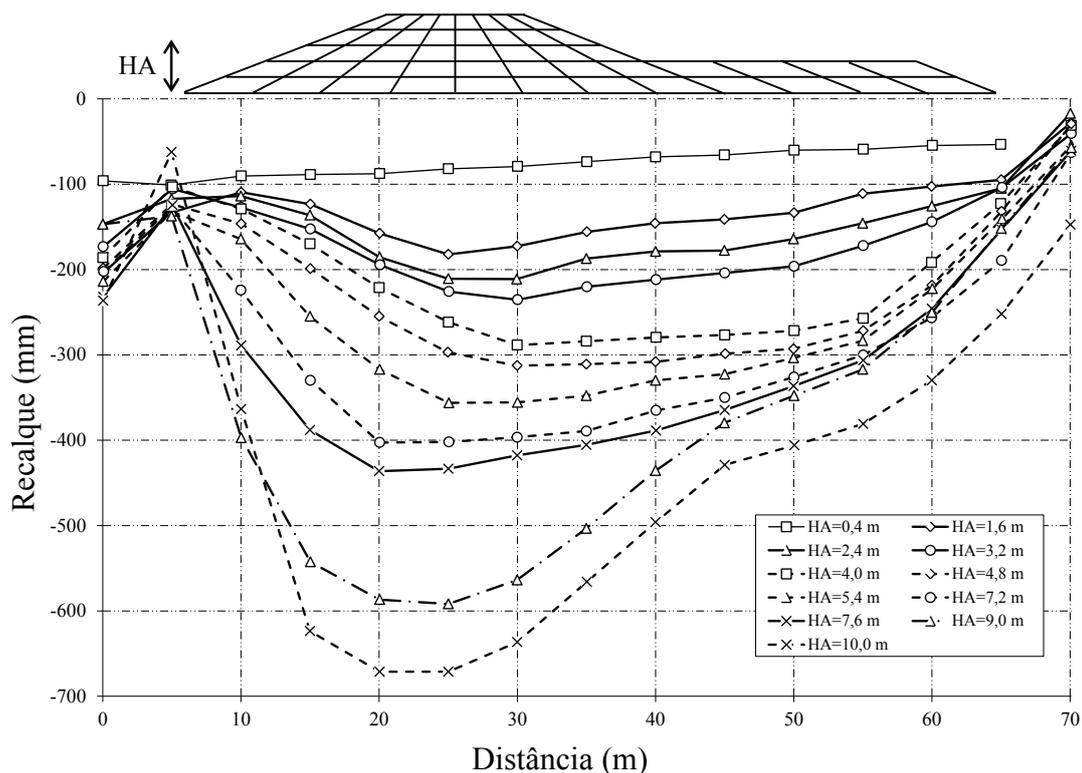


Figura 5.4: Perfil de recalques para diferentes alturas do aterro (HA). (modificado – Terratek, 2005)

5.4.2 INCLINÔMETROS

Os inclinômetros foram instalados como mostrado na Figura 5.2. No inclinômetro IA, obteve-se um deslocamento horizontal máximo, em direção paralela ao eixo de simetria do aterro de 150 mm, enquanto que na direção perpendicular ao mesmo eixo, o deslocamento foi nulo. No entanto, no inclinômetro IB, se registrou um deslocamento horizontal máximo, paralelo ao eixo do aterro de 110 mm e no sentido perpendicular ao eixo do aterro, um deslocamento máximo de 60 mm. Os deslocamentos máximos foram registrados a uma profundidade de 7,0 m para ambos os inclinômetros.

Na Figura 5.5, apresenta-se o deslocamento registrado no inclinômetro IA para diferentes alturas do aterro (HA). Os registros dos deslocamentos do inclinômetro IB foram omitidos uma vez que o deslocamento paralelo ao eixo de simetria do aterro, apresenta a mesma forma qualitativa que os medidos no inclinômetro IA, e o estado de deformação plana adotado para as simulações nesta dissertação não consegue simular a ocorrência do deslocamento em sentido perpendicular a este eixo.

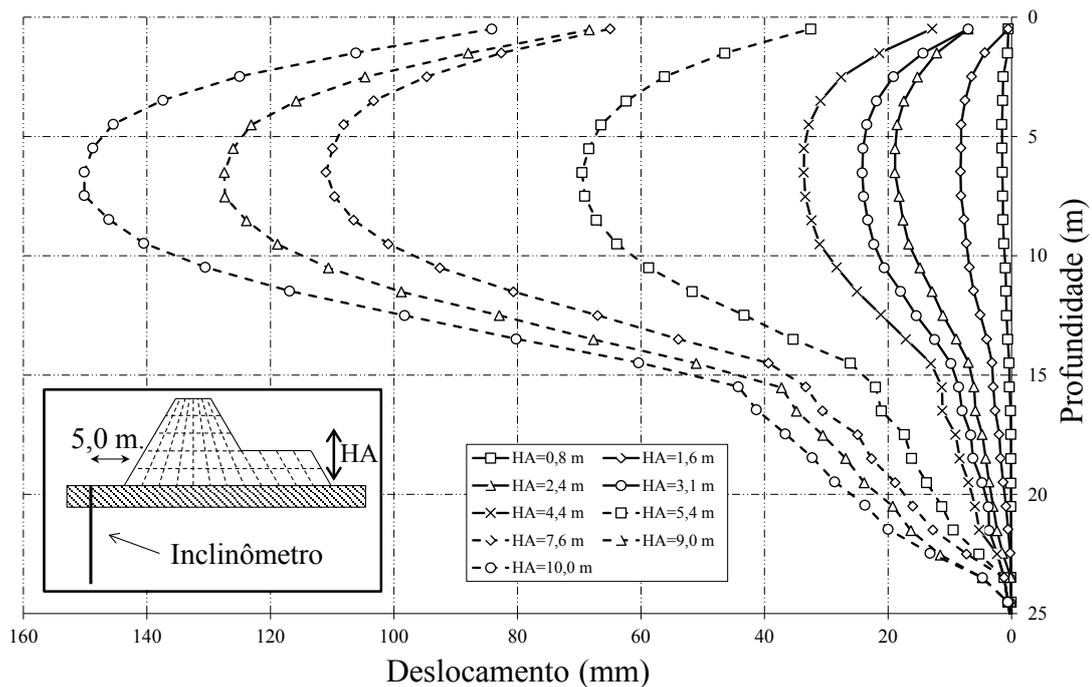


Figura 5.5: Registro dos deslocamentos inclinômetro IA para diferentes alturas do aterro. (modificado – Terratek, 2005)

5.4.3 PIEZÔMETROS

As Figuras 5.6 e 5.7 mostram o excesso de poropressões, no material de rejeito enquanto é construído o aterro, registrados nos piezômetros. Nestas figuras pode-se observar que os instrumentos localizados entre os 7,0 m e os 10,0 m de profundidade, registraram os maiores incrementos. Também pode-se observar que o incremento de poropressão, devido à construção da última camada de aterro (HA=10,0 m), foi menor do que os anteriores incrementos. Isto pode ser devido à menor quantidade de massa de material de aterro colocada nesta camada, e à elevada velocidade de dissipação das poropressões.

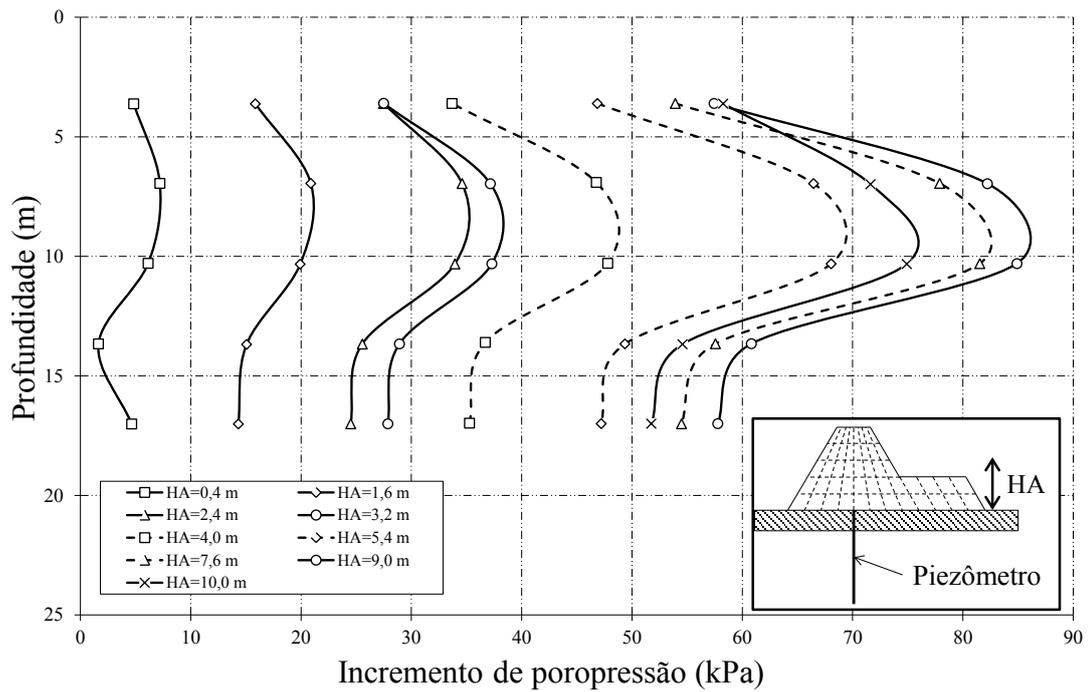


Figura 5.6: Incremento de poropressão vs profundidade para diferentes alturas de aterro (HA).Piezômetro A. (modificado – Terratek, 2005)

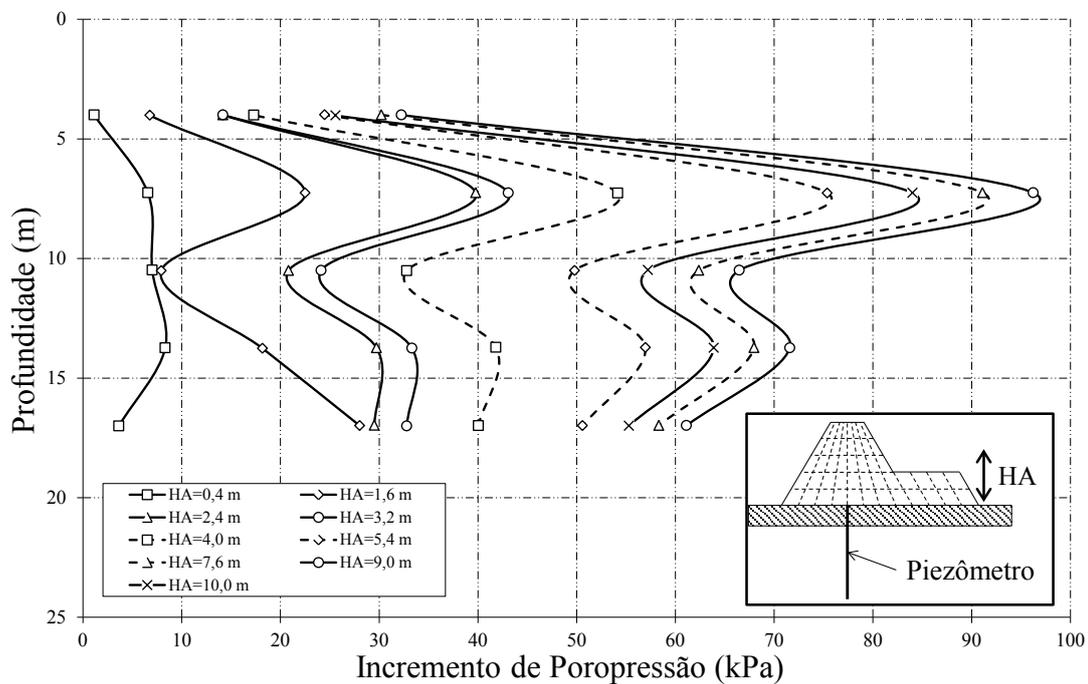


Figura 5.7: Incremento de poropressão vs profundidade para diferentes alturas de aterro (HA).Piezômetro B. (modificado – Terratek, 2005)

5.4.4 PLACAS DE RECALQUES

Os deslocamentos observados nas quatro placas de recalques, na medida em que se levantava o aterro, são apresentados na Figura 5.8. O deslocamento causado pela construção do manto de trabalho foi omitido.

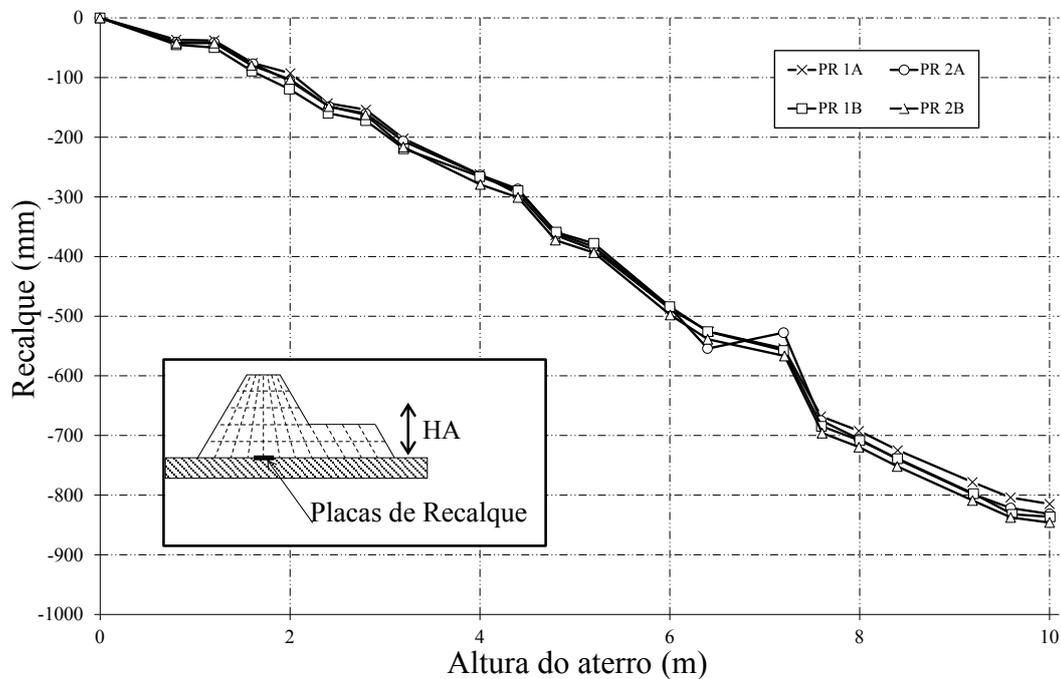


Figura 5.8: Recalques obtidos com as placas de recalques vs altura do aterro. (modificado – Terratek, 2005)

O deslocamento máximo, no final da construção do aterro, foi de 850 mm para as leituras da placa de recalques, enquanto que para o perfilômetro de recalques o deslocamento máximo registrado foi menor de 700 mm. Esta diferença é devida principalmente ao fato de que, para grandes deformações, devem ser feitas correções da curvatura do perfilômetro, devido à deformação do acesso na tubulação do equipamento.

6 ENSAIOS E CALIBRAÇÃO

Para a obtenção dos parâmetros do modelo, conta-se com uma série de ensaios triaxiais do tipo CK_0U-C e de ensaios oedométricos descritos nos subitens posteriores. Estes ensaios formam parte de consultorias realizadas pela empresa Terratek Ltda. para a mina Rio Paracatu Mineração (estudo de caso, Capítulo 5). Para o modelo SubCam é preciso se ter o seguinte grupo de parâmetros:

Mes: Inclinação da linha do estado crítico no plano $p' - q$ em condições axissimétricas.

Inicialmente obtido por método de regressão linear, posteriormente otimizado;

λ : Inclinação da linha normalmente adensada NCL, no plano $\ln(p') - e$. Inicialmente obtido por método de regressão linear, posteriormente otimizado;

κ : Inclinação da linha de recompressão no plano $\ln(p') - e$. Inicialmente obtido por método de regressão linear, posteriormente otimizado;

ν : Coeficiente de Poisson. Este valor foi fixado arbitrariamente como 0,30;

c : Este parâmetro controla a taxa de decaimento da rigidez do modelo para qualquer tipo de trajetória que cause ciclos de carregamento e descarregamento. Normalmente este parâmetro é calculado por meio de retroanálise de ensaios cíclicos (Pedroso, 2006). Devido a não disponibilidade deste tipo de ensaio, optou-se por fixar os demais parâmetros no valor obtido por meio dos ensaios e variou-se o parâmetro c de modo a obter a simulação mais satisfatória dos ensaios de adensamento. O valor obtido foi de 40.000.

6.1 ENSAIOS TRIAXIAIS

Os ensaios triaxiais foram divididos em três grupos com quatro amostras cada (doze amostras no total), onde cada grupo conta com um peso específico seco (γ_d) diferente (Tabela 6.1). As amostras remoldadas e saturadas foram inicialmente adensadas de forma anisotrópica com $K=K_0=0,70$ e posteriormente foram cisalhadas sob condição não drenada (incrementando σ_1 , enquanto σ_3 permanece constante e a drenagem interna é impedida). As condições iniciais de tensão e índice de vazios antes do cisalhamento são apresentadas na Tabela 6.1.

Tabela 6.1: Índice de vazios e tensões no final do adensamento dos ensaios triaxiais.

γ_d (kN/m ³)	Grupo 1				Grupo 2				Grupo 3			
	11,0				12,0				13,0			
Amostra	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
e_0 (adm)	1,614	1,421	1,366	1,300	1,614	1,174	1,195	1,106	1,091	1,059	1,014	0,966
σ'_1 (kPa)	35,7	71,4	142,9	285,7	35,7	71,4	142,9	285,7	35,7	71,4	142,9	285,7
σ'_3 (kPa)	25,0	50,0	100,0	200,0	25,0	50,0	100,0	200,0	25,0	50,0	100,0	200,0
p' (kPa)	28,6	57,1	114,3	228,6	28,6	57,1	114,3	228,6	28,6	57,1	114,3	228,6
q (kPa)	10,7	21,4	42,9	85,7	10,7	21,4	42,9	85,7	10,7	21,4	42,9	85,7

Nas Figuras 6.1 até 6.9 são apresentados os resultados dos ensaios triaxiais. As Figuras 6.1, 6.2 e 6.3, correspondem às trajetórias de tensões efetivas plotadas no plano $p' - q$ para os grupos de amostras 1, 2 e 3, respectivamente. Já as Figuras 6.4, 6.5 e 6.6, correspondem às tensões desvio versus a deformação principal 1 (ϵ_1), para os grupos de amostras 1, 2 e 3, respectivamente, enquanto as Figuras 6.7, 6.8 e 6.9, correspondem às poropressões geradas no cisalhamento versus a deformação principal 1 (ϵ_1), para os grupos de amostras 1, 2 e 3, respectivamente.

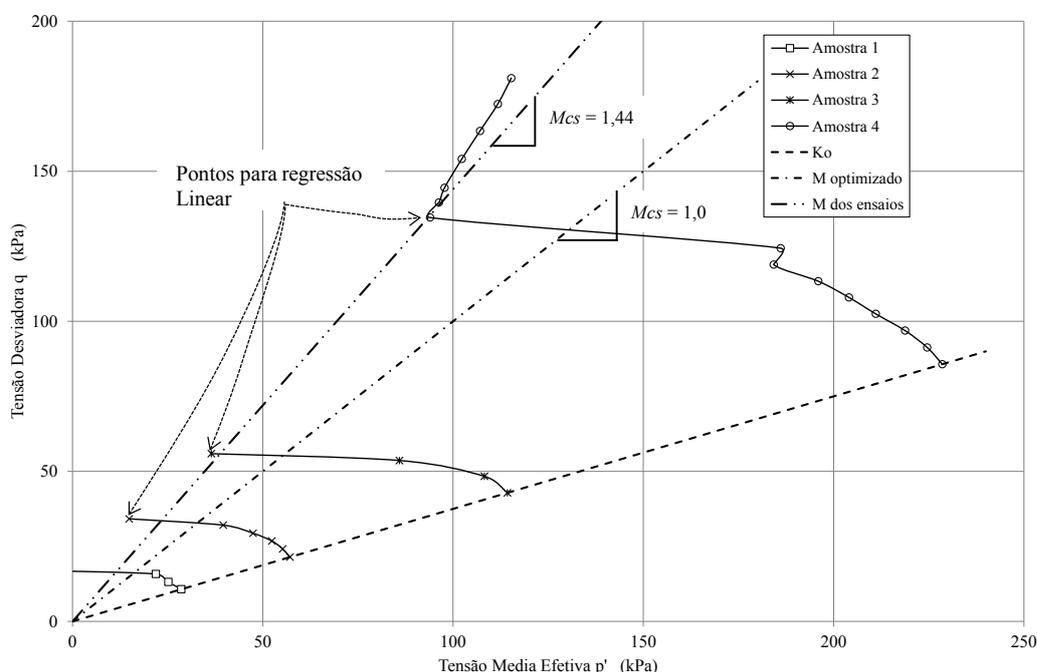


Figura 6.1: Resultados dos ensaios triaxiais; trajetória de tensões efetivas para as quatro amostras com $\gamma_d = 11,0 \text{ kN} / \text{m}^3$ (Grupo 1)

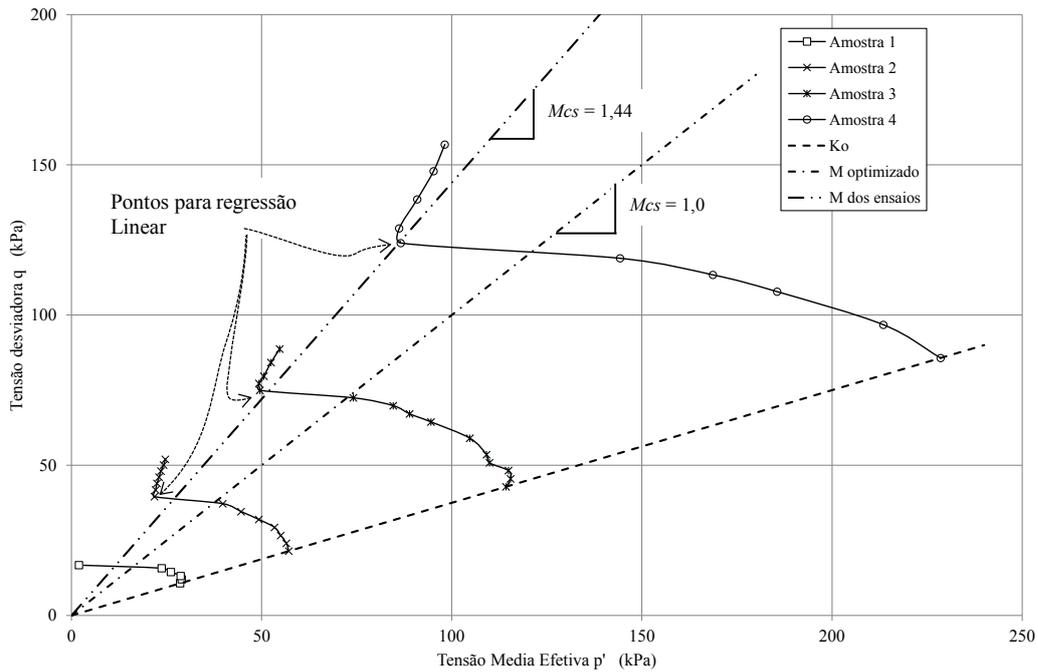


Figura 6.2: Resultados dos ensaios triaxiais; trajetória de tensões efetivas para as quatro amostras com $\gamma_d = 12,0 \text{ kN/m}^3$ (Grupo 2)

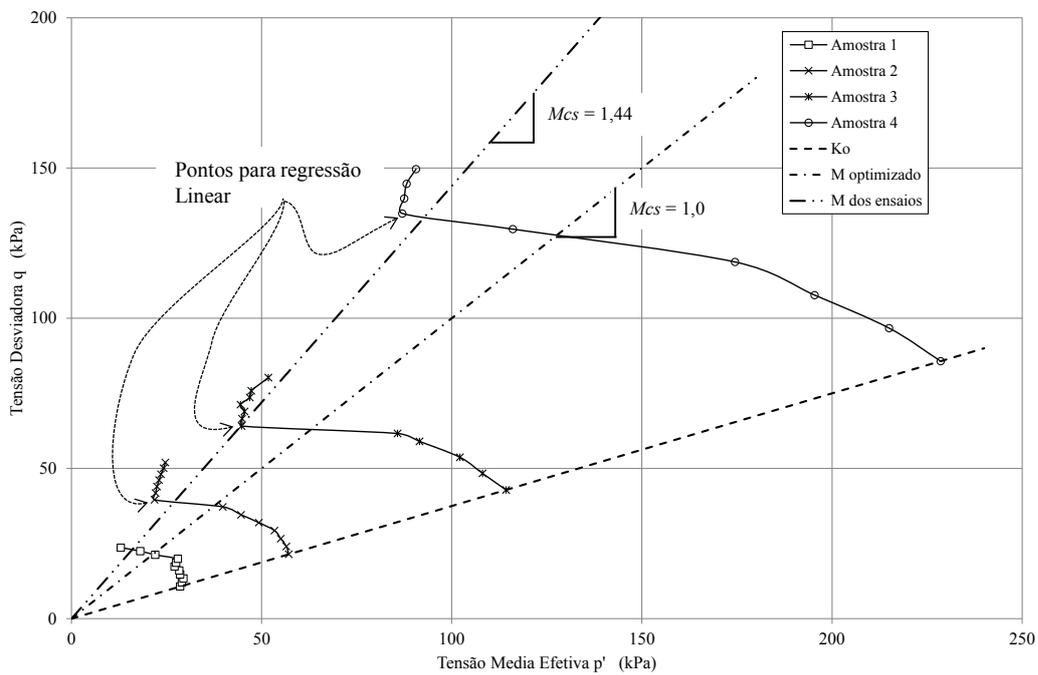


Figura 6.3: Resultados dos ensaios triaxiais; trajetória de tensões efetivas para as quatro amostras com $\gamma_d = 13,0 \text{ kN/m}^3$ (Grupo 3)

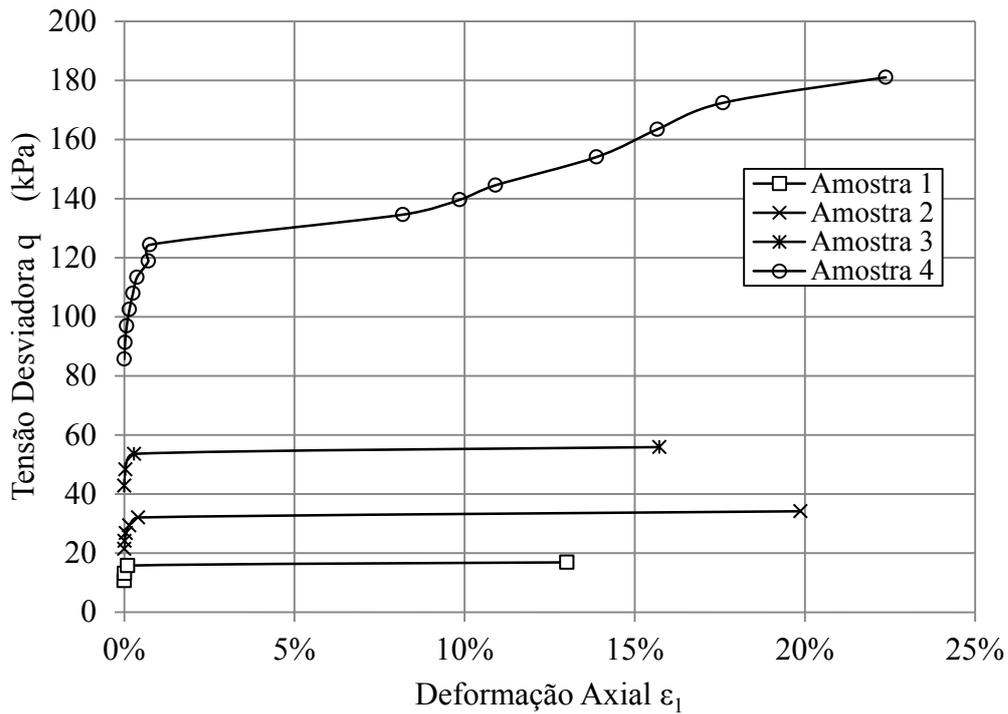


Figura 6.4: Resultados dos ensaios triaxiais; resistência ao cisalhamento versus deformação principal 1 para as quatro amostras com $\gamma_d = 11,0 kN / m^3$ (Grupo 1)

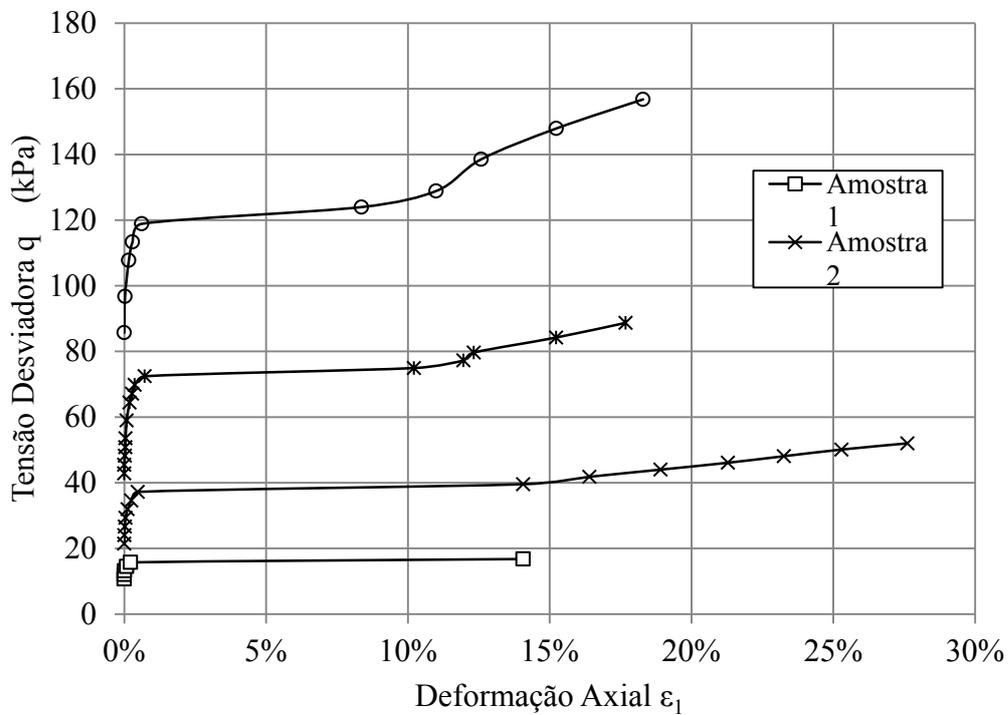


Figura 6.5: Resultados dos ensaios triaxiais; resistência ao cisalhamento versus deformação principal 1 para as quatro amostras com $\gamma_d = 12,0 kN / m^3$ (Grupo 2)

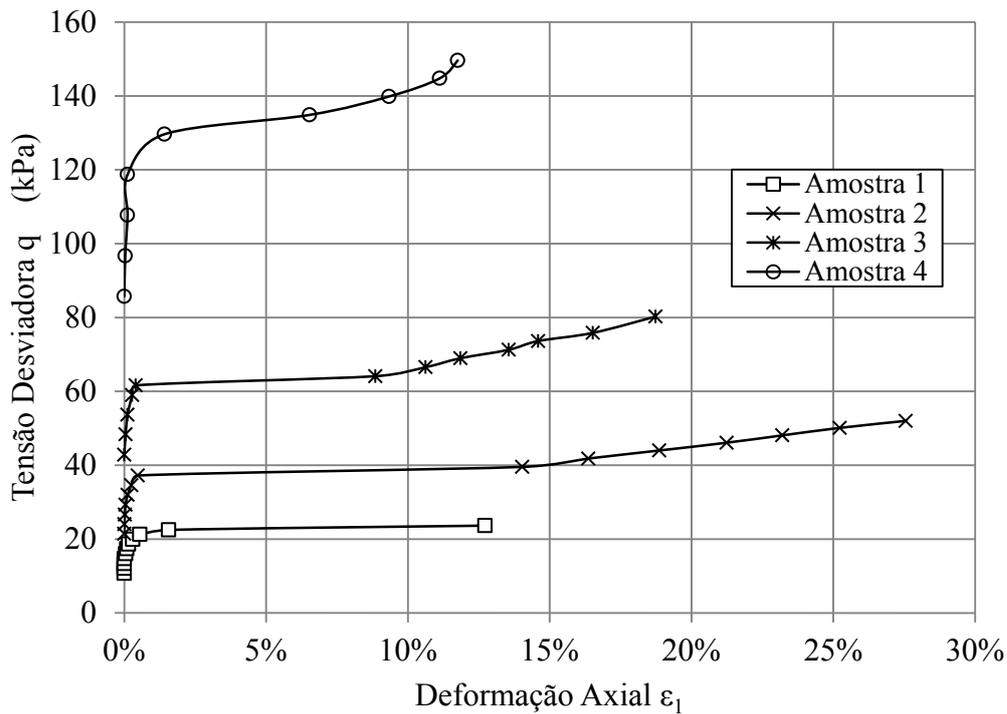


Figura 6.6: Resultados dos ensaios triaxiais; resistência ao cisalhamento versus deformação principal 1 para as quatro amostras com $\gamma_d = 13,0 \text{ kN} / \text{m}^3$ (Grupo 3)

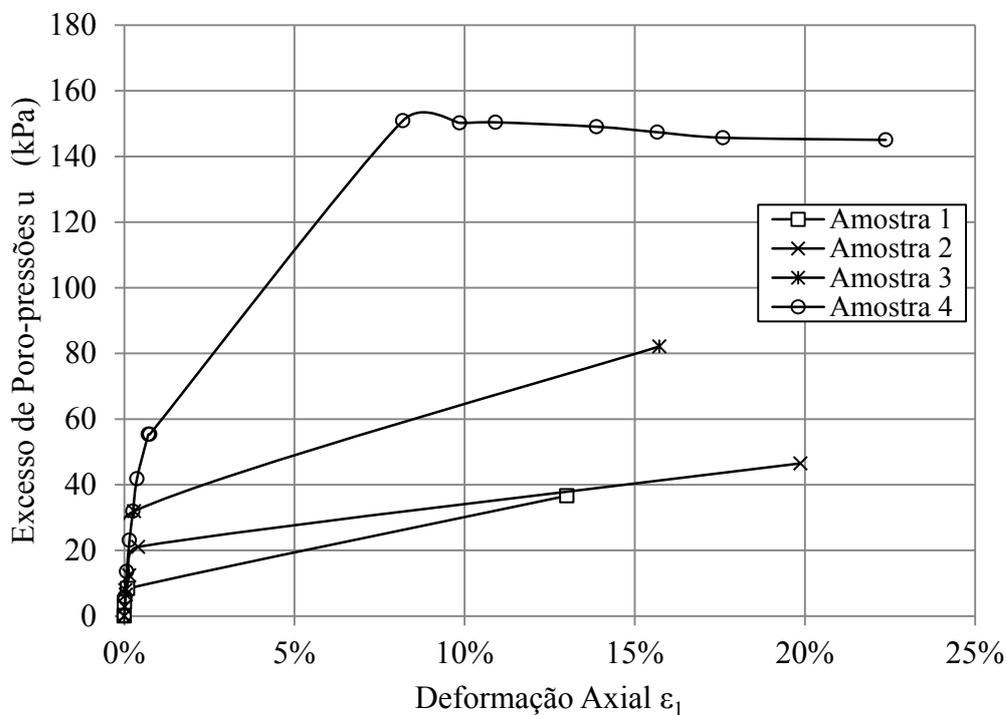


Figura 6.7: Resultados dos ensaios triaxiais; poro-pressão versus deformação principal 1 para as quatro amostras com $\gamma_d = 11,0 \text{ kN} / \text{m}^3$ (Grupo 1)

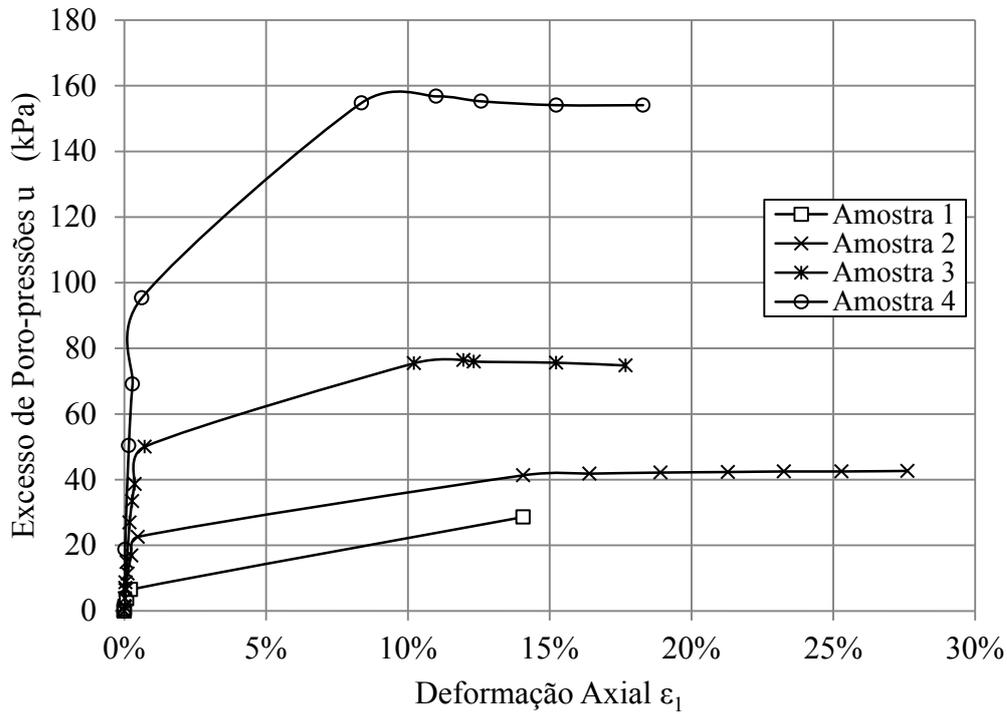


Figura 6.8: Resultados dos ensaios triaxiais; poropressão versus deformação principal 1 para as quatro amostras com $\gamma_d = 12,0 \text{ kN/m}^3$ (Grupo 2)

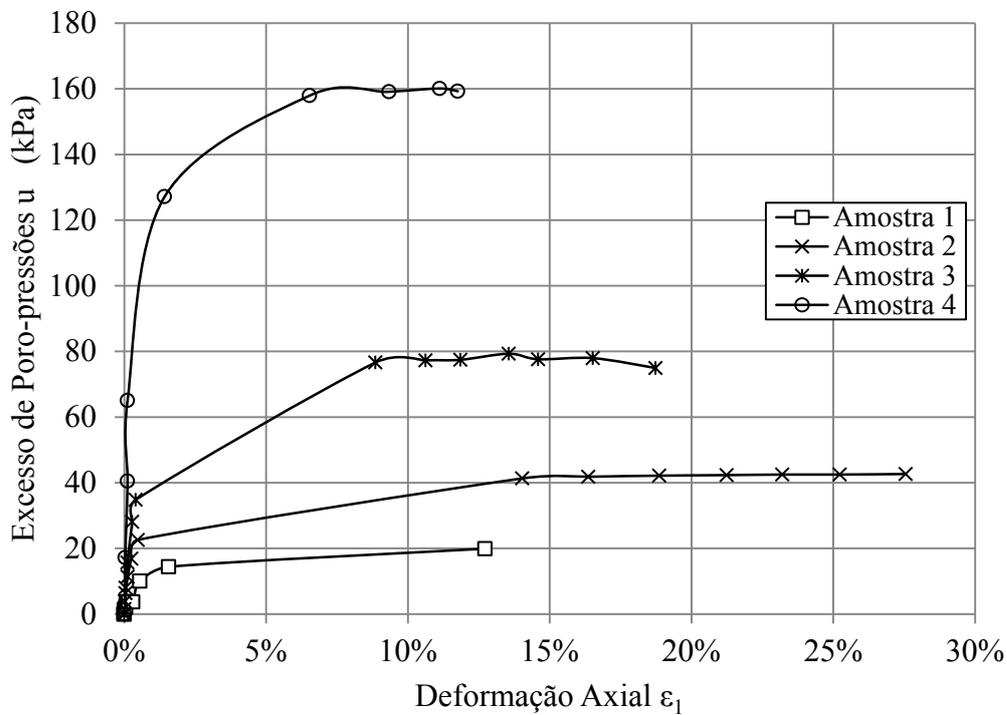


Figura 6.9: Resultados dos ensaios triaxiais; poropressão versus deformação principal 1 para as quatro amostras com $\gamma_d = 13,0 \text{ kN/m}^3$ (Grupo 3)

Comparando as Figuras 6.1 até 6.9 com as apresentadas por Castro (1969), pode-se afirmar que o comportamento do rejeito aproxima-se melhor da denominada “*Liquefação Limitada*” (similar ao comportamento denotado com a letra C na Figura 2.5) com a ressalva de que não foi possível verificar a existência ou não de uma queda temporária da resistência ao cisalhamento. Infelizmente, nos ensaios triaxiais fornecidos não constam dados na faixa de deformação de 1% até 10% aproximadamente, como pode ser verificado nas Figuras 6.1 até 6.9, o que impede uma melhor interpretação dos resultados destes ensaios. Também não se registrou queda significativa no excesso de poropressão. Na trajetória de tensões pode-se observar um ponto muito próximo da linha do estado crítico (o mesmo ponto utilizado para calcular a inclinação da linha do estado crítico, marcado nas Figuras 6.1, 6.2 e 6.3), o qual pode ser associado como o “*ponto de transformação de fase*”.

Aplicando os critérios composicionais de susceptibilidade à liquefação propostos por Wang (1979) e Seed *et al.* (2003), a este material tem-se que:

Critério	Rejeito	Critério	Susceptível
(1) Fração mais fina do que 0,005 mm	≈ 10%	≤ 15%	Sim
(2) Limite de Liquidez (LL)	28%	≤ 35%	Sim
(3) Teor de umidade (w)	50%	≥ 0,90LL (≥ 25,2%)	Sim
(4) Índice de Liquidez (I_L)	$I_L = \frac{50\% - 25\%}{28\% - 25\%} = 8,33$	≤ 0,75	Não

Os autores acima citados sugerem que o material deve atender a todos os quatro critérios para que seja considerado realmente susceptível à liquefação. Desta foram, o rejeito da mina Rio Paracatu Mineração é susceptível à liquefação apenas parcialmente ou de forma limitada, o que é compatível com o evidenciado nos ensaios triaxiais.

Nas Figuras 6.1, 6.2 e 6.3 plotaram-se duas linhas retas. A de maior inclinação corresponde à linha do estado crítico plotada com inclinação de 1,44 ($\varphi_{cs} = 35,5^\circ$). A segunda corresponde à linha de instabilidade (definida no Capítulo 2) plotada com inclinação de 1,00 ($\varphi_{cs} = 25,4^\circ$).

Para calcular o valor da inclinação da linha do estado crítico (que corresponde ao parâmetro M_{cs} e conseqüentemente o ângulo de atrito no estado crítico φ_{cs} , calculado com a Eq. 4.10) se fizeram três regreções lineares (uma por cada densidade das amostras) com os

pontos ressaltados nas Figuras 6.1, 6.2 e 6.3, para depois, calcular a média destes obtivendo o valor supracitado.

6.2 ENSAIOS OEDOMÉTRICOS

Nesta dissertação foram utilizados os resultados de cinco ensaios de adensamento realizados em células oedométricas. Todas as amostras foram moldadas com lama de rejeito batida, deixando-as adensar inicialmente por peso próprio para após estas etapas, iniciar o processo de carregamento e descarregamento, conforme os procedimentos de norma deste ensaio.

Dois equipamentos foram utilizados para realizar os ensaios. Um oedômetro de grandes dimensões com diâmetro de 250 mm por 250 mm de altura e um oedômetro convencional de 100 mm de diâmetro e 25,4 mm de altura. A identificação das amostras, o equipamento utilizado e as condições iniciais para os cinco ensaios oedométricos estão resumidos na Tabela 6.2.

Após o adensamento por peso próprio, a amostra referenciada como N° 3 foi submetida a um carregamento vertical de 600 kPa. Após o adensamento devido este carregamento, a amostra foi descarregada, gerando assim, o pré-adensamento da amostra, para que se iniciasse com o procedimento convencional de carga e descarga. Na Figura 6.10 se mostram os resultados obtidos para os cinco ensaios.

Tabela 6.2: Condições iniciais e tipo de equipamento utilizado para os ensaios oedométricos

Ensaio N°	σ_{y-ini}	σ_{z-ini} *	e_0	OCR	e_N **	Equipamento
1	0,850	0,595	1,231	5,0	0,890	Grande
2	5,300	3,710	1,135	5,0	0,977	Convencional
3	5,500	3,850	0,956	109,1	1,079	Convencional
4	0,850	0,595	1,237	4,0	0,876	Grande
5	3,410	2,387	1,154	3,0	0,906	Convencional

* Este valor foi calculado supondo um valor de K_0 de 0,700

** Calculado com a Eq. (4.32)

Comos resultados dos ensaios oedométricos se plotaram curvas $\ln(p')-e$, e por meio de regressões lineares foram obtidas as inclinações das cinco linhas de compressão λ , e das cinco linhas de descompressão κ . Na Figura 6.11 se apresenta este procedimento de forma esquemática, para o ensaio N°3.

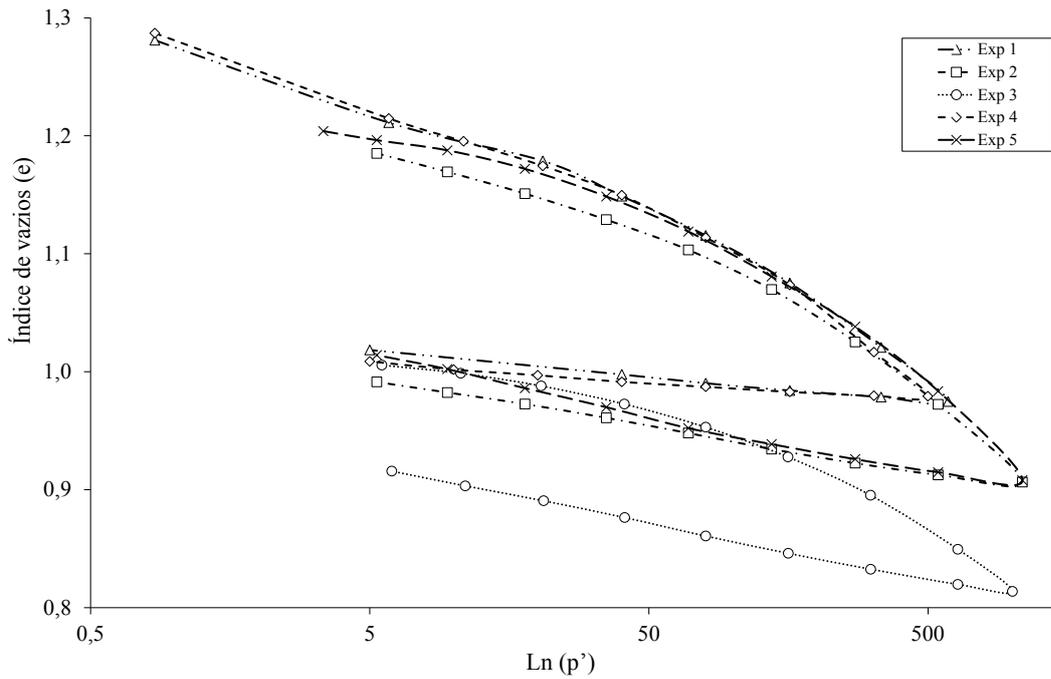


Figura 6.10: Resultados experimentais dos ensaios oedométricos.

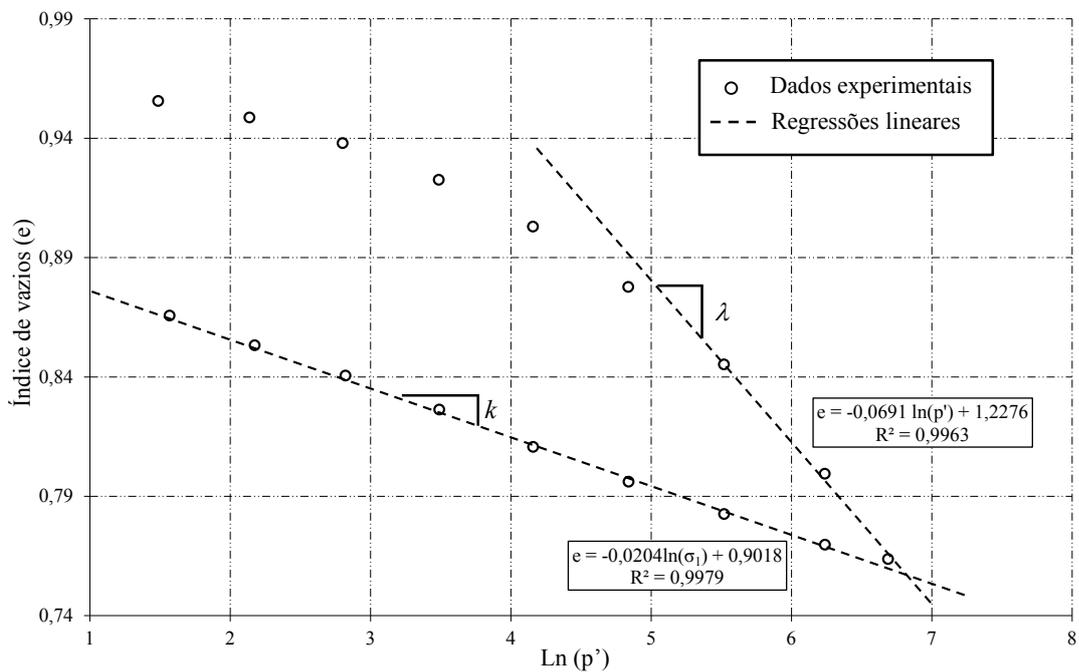


Figura 6.11: Dados experimentais do ensaio N°3 no plano $\ln(p) - e$.

Após obtidos os valores destas inclinações, Calcularam-se as médias aritméticas obtendo-se $\lambda = 0,072$ e $\kappa = 0,015$, para as inclinações referenciadas como “Calculados” na Tabela 6.3

6.3 ENSAIOS DE PERMEABILIDADE

Em estudos anteriores foram feitas medições de permeabilidade, no campo e laboratório, em amostras do rejeito da mina Rio Paracatu Mineração. Para isto, fizeram-se ensaios oedométricos do tipo “Taxa de Deformação Constante” CRS (“Constant Rate of Strain”) e “Ensaio de Adensamento Hidráulico” HCT (“Hydraulic Consolidation Test”). Os resultados de laboratório foram comparados com medições feitas no campo a partir de ensaios de dissipação com piezocone CPTU.

Na Figura 6.12 (a) são comparados os resultados dos coeficientes de permeabilidade, obtidos por meio de vários ensaios de dissipação com uso de piezocone, e aqueles obtidos com os ensaios CRS e HCT. Observa-se também a variação da permeabilidade com a profundidade, onde os resultados de ensaios de campo se ajustam adequadamente aos valores obtidos por meio de ensaios tipo CRS.

Na parte (b) da Figura 6.12 observa-se os resultados dos ensaios CRS e HCT onde se pode apreciar a variação do valor da permeabilidade com a variação do índice de vazios, além das equações empíricas para curvas ajustadas aos dois conjuntos de dados. Note-se que ambos os resultados apresentam diferenças significativas.

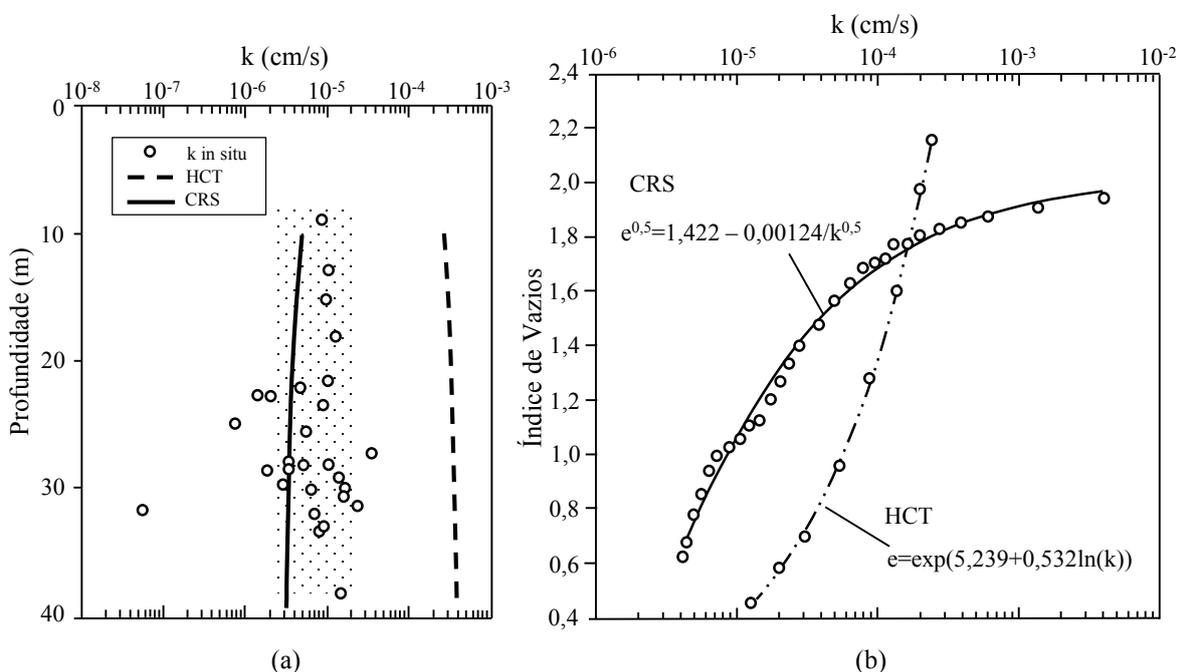


Figura 6.12: Permeabilidade do rejeito no campo e no laboratório. (a) Permeabilidade versus Profundidade. (b) Permeabilidade versus Índice de vazios. (Modificado – Terratek, 2005)

Baseados na Figura 6.12 (a e b) optou-se por adotar $k = 1 \times 10^{-5}$ cm/s (864×10^{-5} m/dia) como sendo o valor de permeabilidade do rejeito para as simulações.

Com este valor e utilizando-se a equação de ajuste dos pontos de ensaios do tipo CRS (que se ajustaram melhor às permeabilidades medidas com ensaios de campo) calculou-se o valor do índice de vazios inicial $e_0 \approx 1,00$, o qual também foi utilizado. O coeficiente de permeabilidade adotado para o material de aterro foi tomado com uma ordem de grandeza maior ao do material de rejeito.

6.4 SIMULAÇÃO ENSAIOS TRIAXIAIS

A parte do cisalhamento dos ensaios triaxiais foram simulados no ALLFINE com o modelo SubCam utilizando-se os parâmetros obtidos a partir dos ensaios (referenciados como “*calculados*” na Tabela 6.3), sem obtiver boas aproximações aos dados experimentais.

Estes parâmetros foram submetidos a um processo de otimização, que consistiu na simulação dos ensaios de adensamento e triaxiais, para vários conjuntos de parâmetros diferentes arbitrados, avaliando-se os efeitos de cada um dos parâmetros no resultado das simulações. Após estas várias simulações, escolheu-se o conjunto de parâmetros que melhor representasse o comportamento global do material, ou seja, o conjunto de parâmetros que resultasse na melhor aproximação dos cálculos aos valores obtidos dos ensaios, tanto triaxiais, quanto de adensamento. Esse conjunto é o denominado “*otimizados*” na Tabela 6.3.

Tabela 6.3: Parâmetros utilizados nas simulações dos ensaios

	Parâmetros				
	M_{cs}	λ	κ	ν	c
Arbitrado	-	-	-	0,30	-
<i>Calculados</i>	1,44	0,072	0,015	-	-
<i>Otimizados</i>	1,00	0,100	0,010	-	40000

As simulações dos ensaios triaxiais foram feitas considerando-se o problema como tridimensional e o estado inicial para cada ensaio foi o registrado na Tabela 6.1. O corpo de prova foi simulado como um bloco prismático de seis lados, com base quadrada de 1,00 m por 1,00 m e dividido em dez elementos de 0,20 m de altura na direção y cada, tal como mostrado na Figura 6.13. Os elementos finitos utilizados foram elementos cubos de 8 nós.

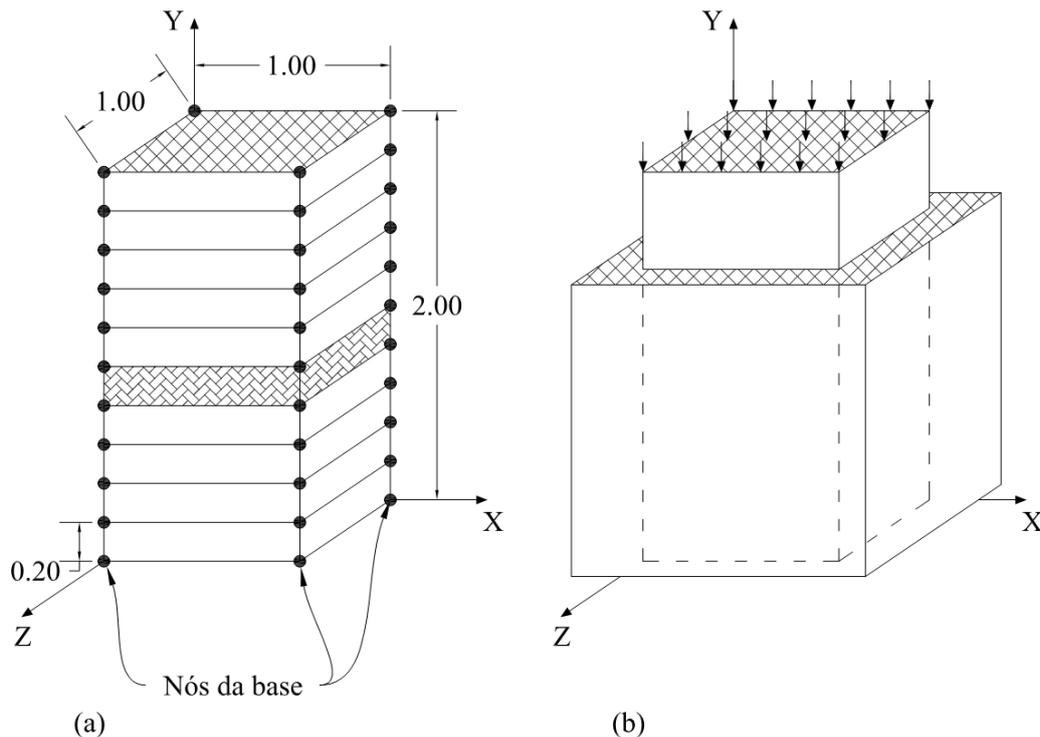


Figura 6.13: Corpo de prova utilizado para as simulações da etapa do cisalhamento nos ensaios triaxiais. (a) Discretização do corpo de prova (elemento 5 hachurado), (b) Carregamento e deformação do corpo de prova.

Os nós da base foram restritos para deslocamento na direção vertical y e livres para se deslocar nas outras duas direções horizontais (x e z). Os nós restantes ficaram livres para se deslocar nas três direções e todos os nós foram restringidos para fluxo, visto que o ensaio é não drenado. A carga imposta no topo do corpo de prova foi aumentada gradativamente, deformando o corpo de prova de forma similar à esquematizada na parte (b) da Figura 6.13. Esta carga foi aumentada até atingir a ruptura.

Nas Figuras 6.14 até 6.22 apresentam-se os resultados das simulações com os dois grupos de parâmetros resumidos na Tabela 6.3. As simulações foram codificadas como “*simul i-j*” onde $i=1$ indica que a simulação foi feita com os parâmetros “*Calculados*” e $i=2$ com os parâmetros “*otimizados*”, enquanto j varia de A até D representando o número da amostra.

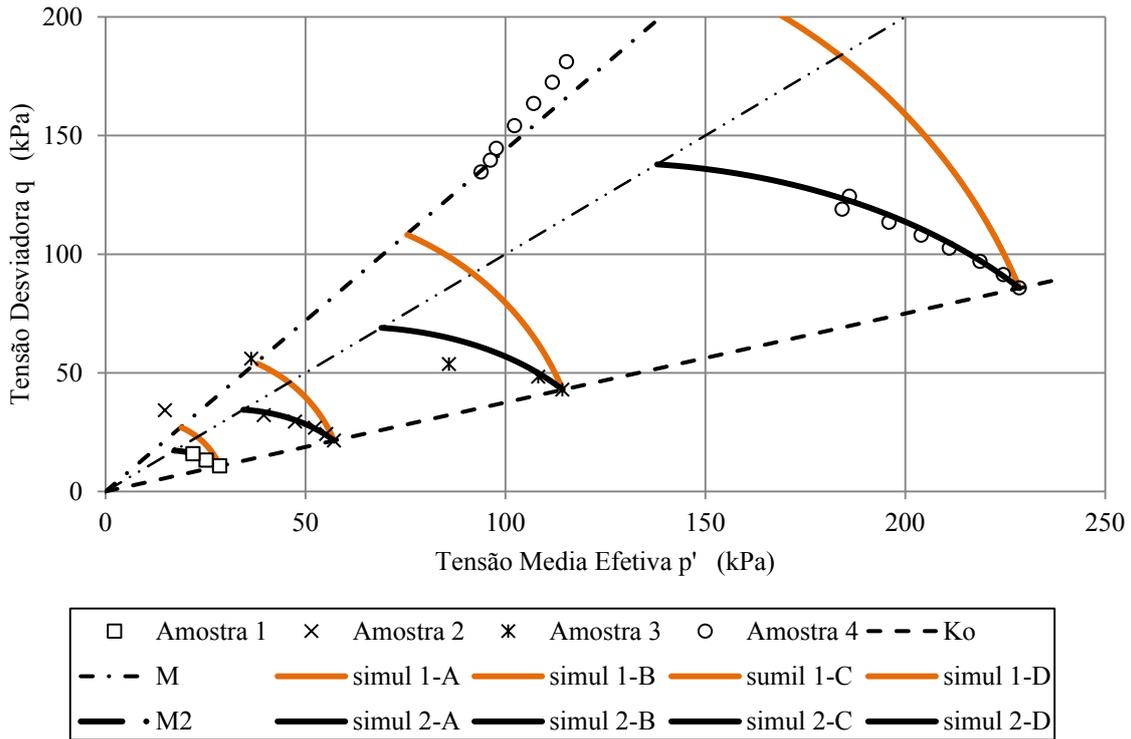


Figura 6.14: Resultado das simulações; trajetória de tensões para amostras do Grupo 1

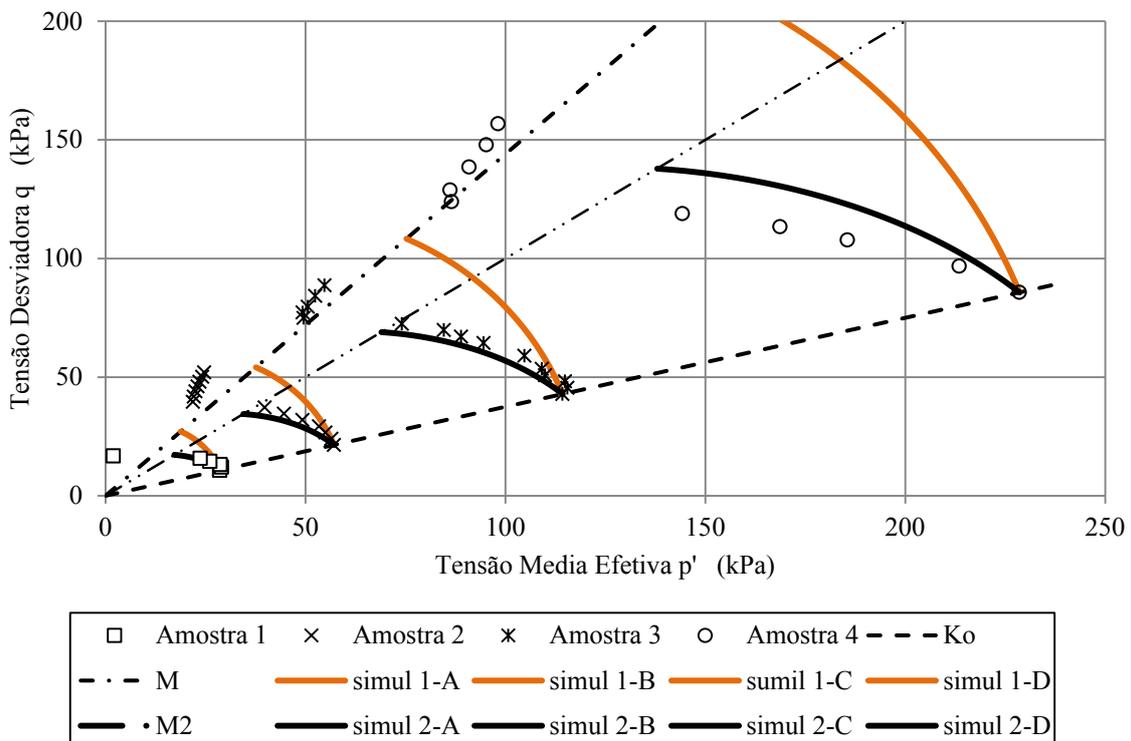


Figura 6.15: Resultado das simulações; trajetória de tensões para amostras do Grupo 2

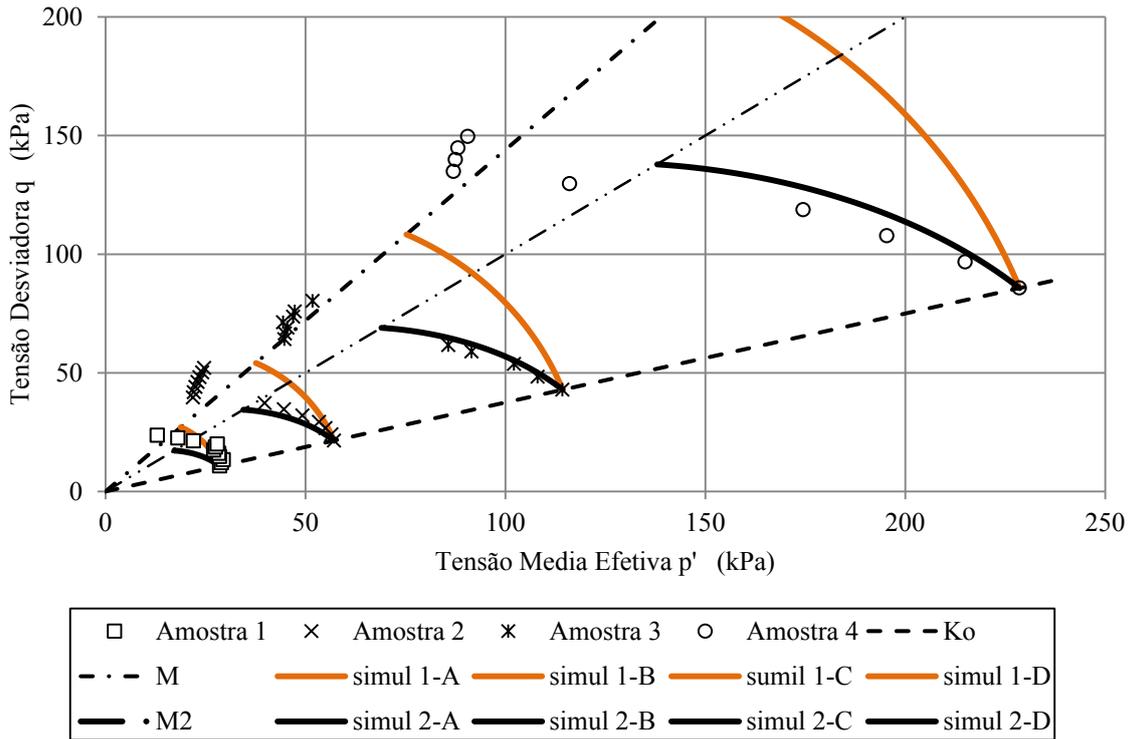


Figura 6.16: Resultado das simulações; trajetória de tensões para amostras do Grupo 3

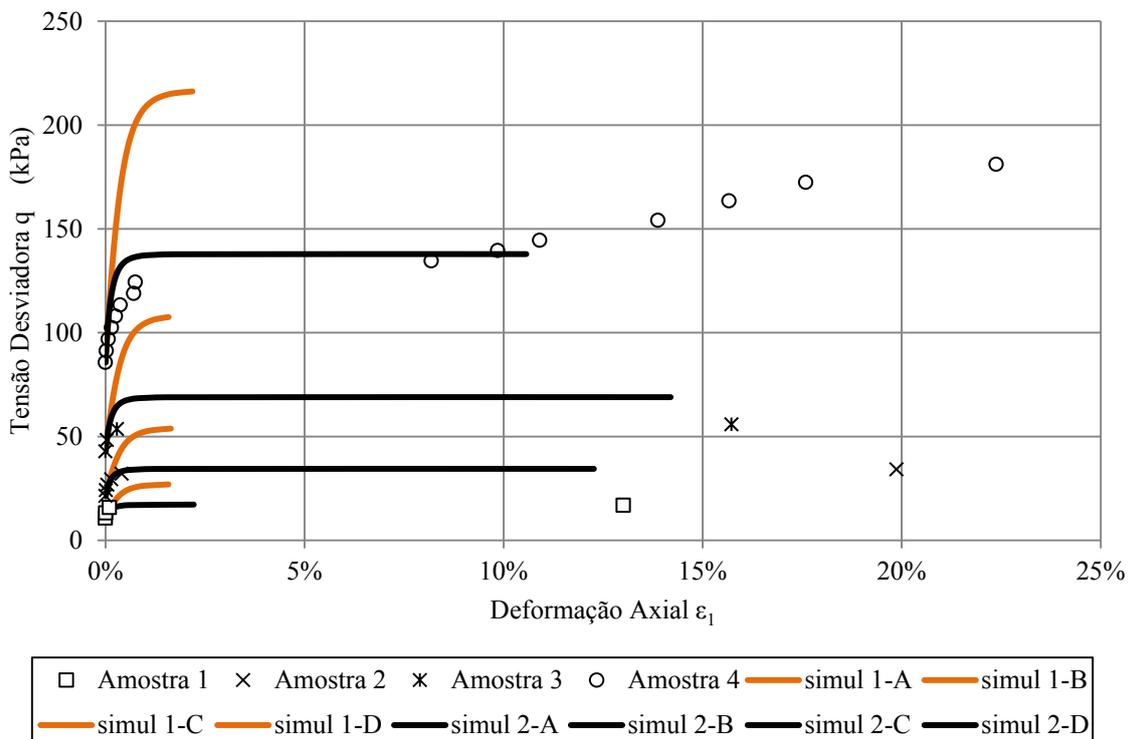


Figura 6.17: Resultados das simulações; resistência ao cisalhamento versus deformação principal 1 para amostras do Grupo 1

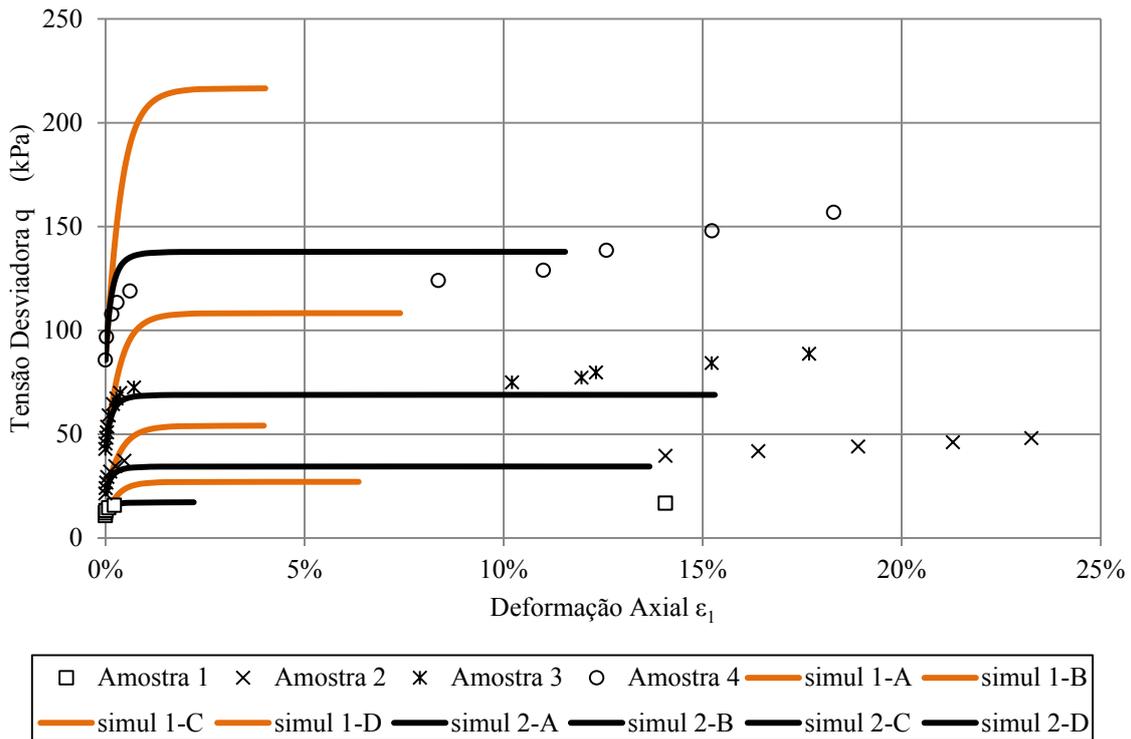


Figura 6.18: Resultados das simulações; resistência ao cisalhamento versus deformação principal 1 para amostras do Grupo 2

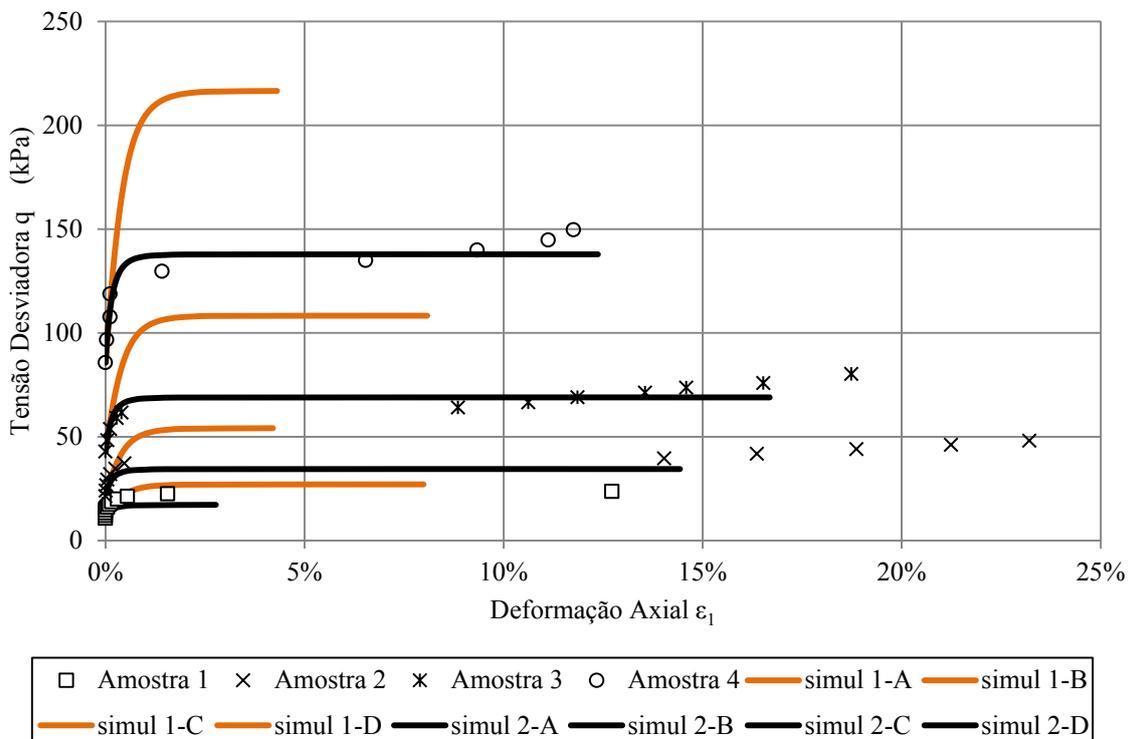


Figura 6.19: Resultados das simulações; resistência ao cisalhamento versus deformação principal 1 para amostras do Grupo 3

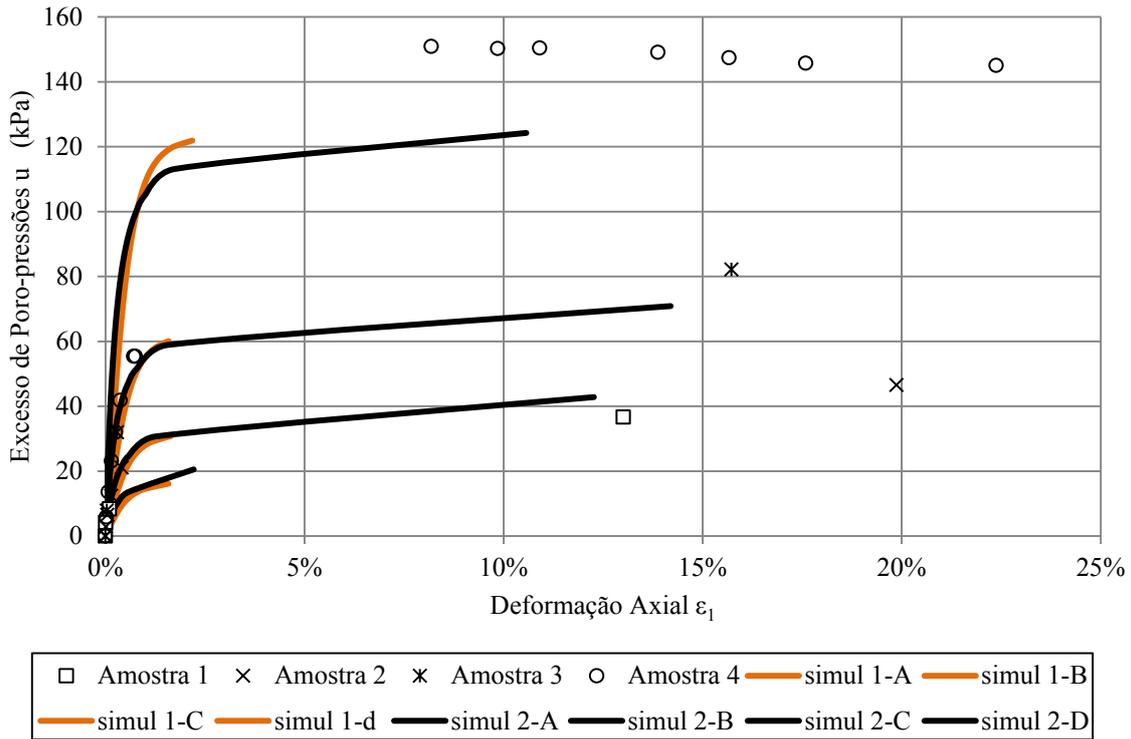


Figura 6.20: Resultados das simulações; poropressão versus deformação principal 1 para amostras do Grupo 1

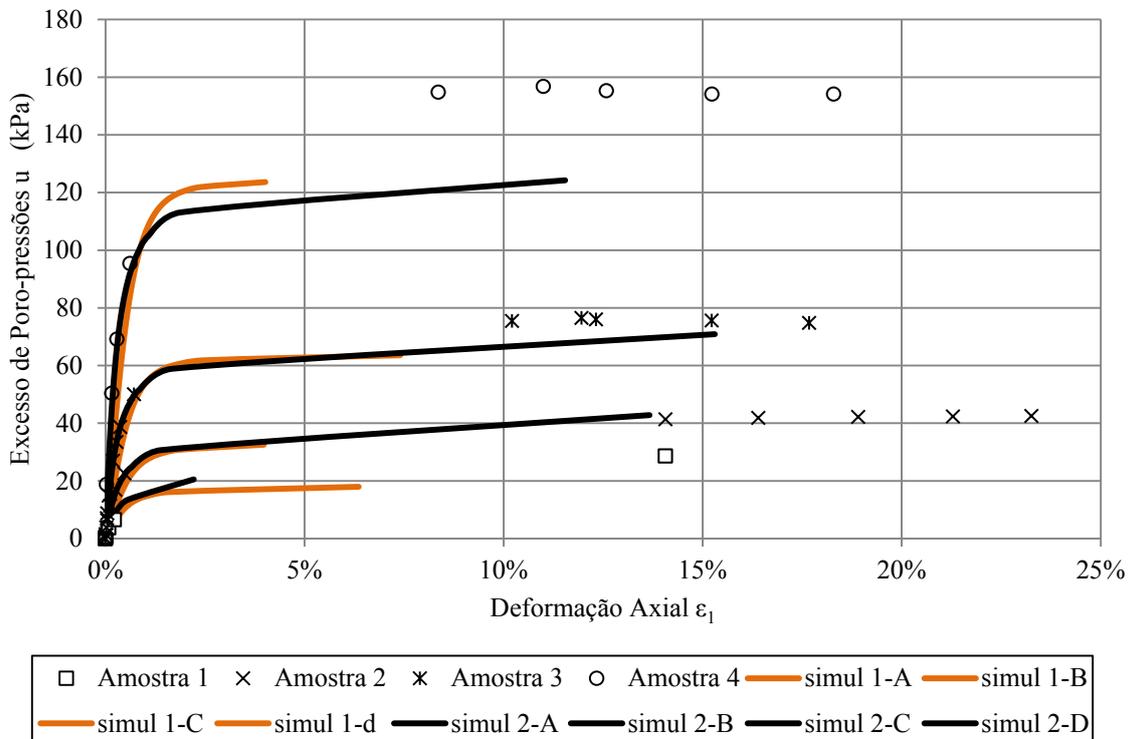


Figura 6.21: Resultados das simulações; poropressão versus deformação principal 1 para amostras do Grupo 2

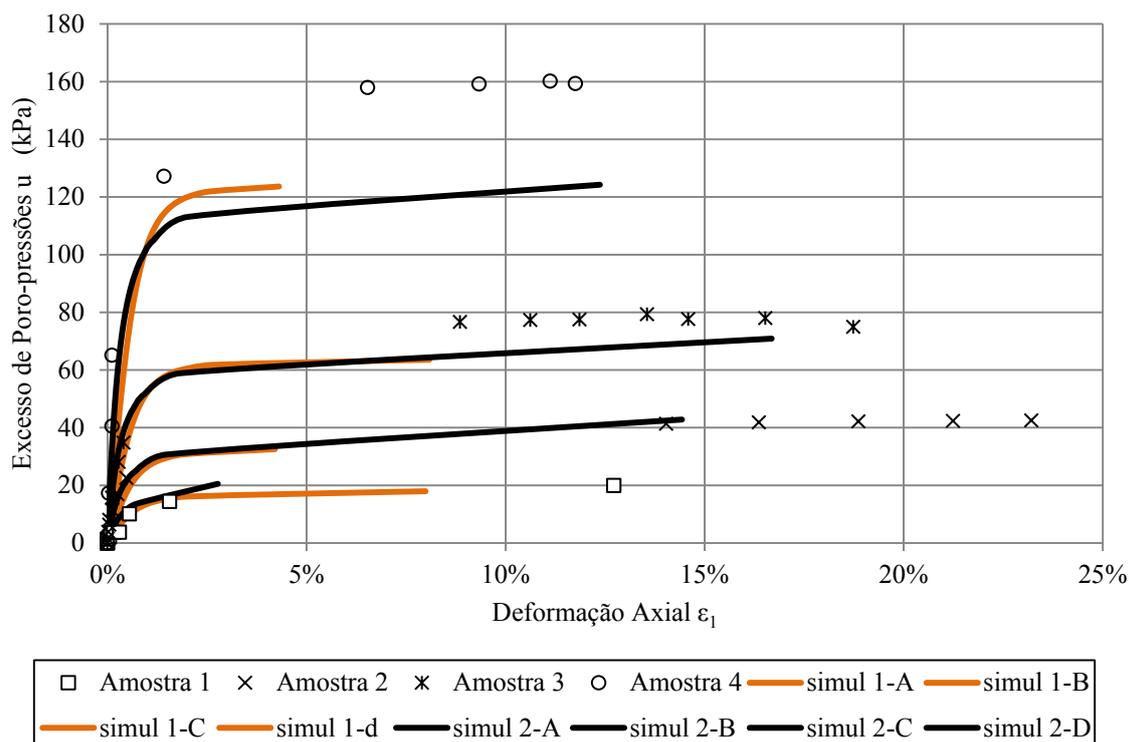


Figura 6.22: Resultados das simulações; poropressão versus deformação principal 1 para amostras do Grupo 3

A partir dos gráficos, observa-se que importantes melhorias foram obtidas por meio do processo de otimização dos parâmetros. O parâmetro que tem mais influência no comportamento simulado é a inclinação da linha do estado crítico, M_{cs} , especialmente na trajetória de tensões no plano $p' - q$.

Por definição, a linha no plano $p' - q$ que melhor descreve o estado crítico do rejeito é aquela descrita pelo parâmetro $M_{cs} = 1,44$ (obtida por meio de regressões lineares). Mas, no processo de otimização foi necessário diminuir esse valor para 1,00. A linha plotada no espaço $p' - q$ com $M_{cs} = 1,00$ se assemelha mais àquela “*Linha de instabilidade*” definida por Lade (1993) (Ver Capítulo 2).

As considerações anteriores indicam que, provavelmente, uma nova formulação do modelo SubCam que considere uma lei de fluxo não associada, semelhante à utilizada pelo modelo Superior Sand (Ver Capítulo 2), possa representar melhor o comportamento do rejeito, uma vez que as inclinações da linha do estado crítico e da linha de instabilidade, passam a ter suas contribuições em separado.

6.5 SIMULAÇÃO ENSAIOS OEDOMÉTRICOS

As simulações dos ensaios oedométricos foram realizadas a partir do primeiro ponto de carregamento real, isto é, os dados de entrada iniciais para as simulações foram os obtidos nos ensaios, após a ocorrência de 100 % do adensamento para a primeira carga imposta.

As condições iniciais das amostras são apresentadas na Tabela 6.2, onde σ_{y-imi} corresponde ao valor da tensão vertical devido ao primeiro carregamento imposto nas amostras, σ_{z-imi} é a tensão horizontal inicial gerada pelos anéis do equipamento que é calculada supondo-se que o valor de K_0 é 0,70, e_0 é o índice de vazios para o final do adensamento com a primeira carga (σ_{y-imi}) e e_N é um valor para fixar a linha NCL com a tensão de referência p_N (tomada como 100 kPa). O valor de e_N é calculado utilizando-se a Eq. (4.32). Este valor é necessário para a realização das simulações destes ensaios no ALLFINE.

Um elemento tridimensional cúbico de 1,00 m de lado com oito nós, foi utilizado para as simulações. O procedimento de análise consistiu em tomar o estado inicial do elemento conforme o apresentado na Tabela 6.2 para cada um dos ensaios. Iniciou-se com o carregamento, a fim de impor uma carga superficial no elemento até atingir a tensão vertical máxima do ensaio, para após isto submeter o elemento a uma deformação no sentido contrário (ou seja, vertical para cima) para simular o descarregamento. O problema foi considerado como drenado nos dois estágios de carregamento.

Nas Figuras 6.23 até 6.28, apresentam-se os resultados das simulações dos ensaios oedométricos somente com os parâmetros otimizados, comparando-se estes com os resultados medidos nos cinco ensaios.

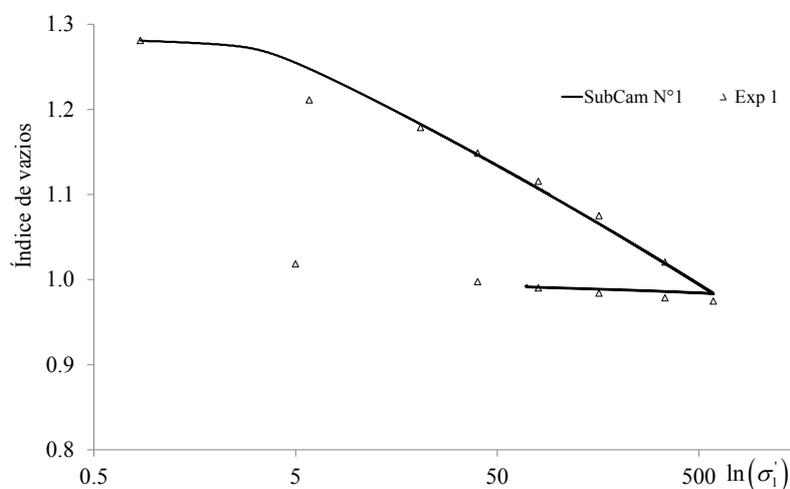


Figura 6.23: Curva de adensamento amostra 1. Resultados experimentais e de simulação numérica.

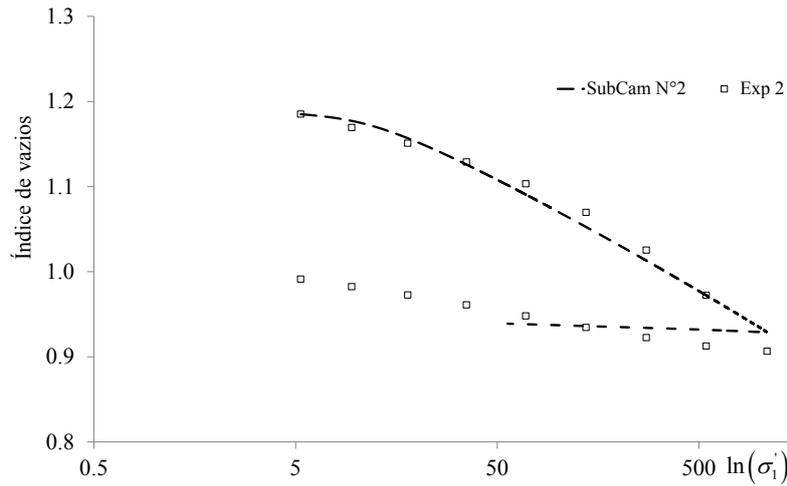


Figura 6.24: Curva de adensamento amostra 2. Resultados experimentais e de simulação numérica.

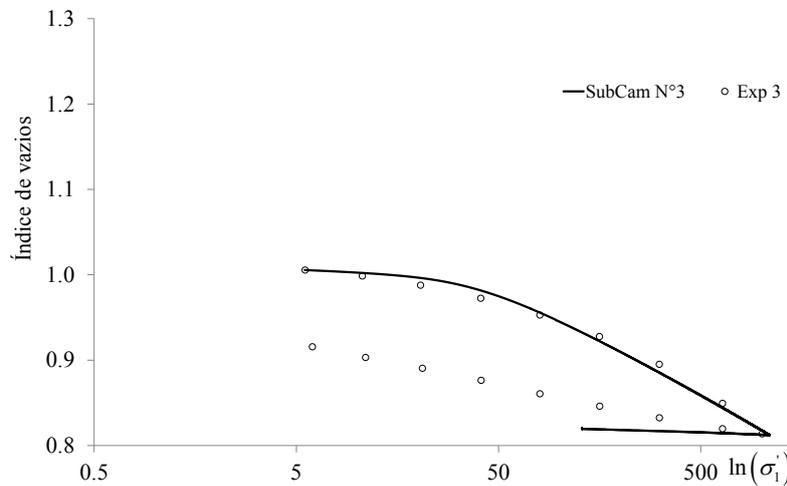


Figura 6.25: Curva de adensamento amostra 3. Resultados experimentais e de simulação numérica.

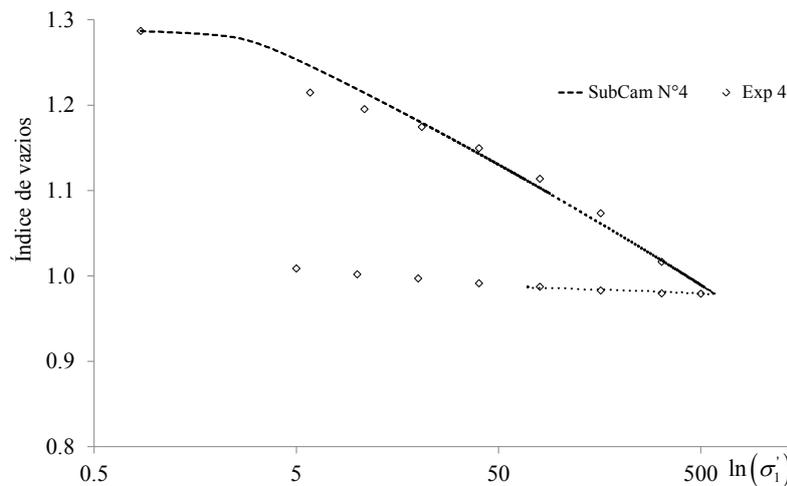


Figura 6.26: Curva de adensamento amostra 4. Resultados experimentais e de simulação numérica.

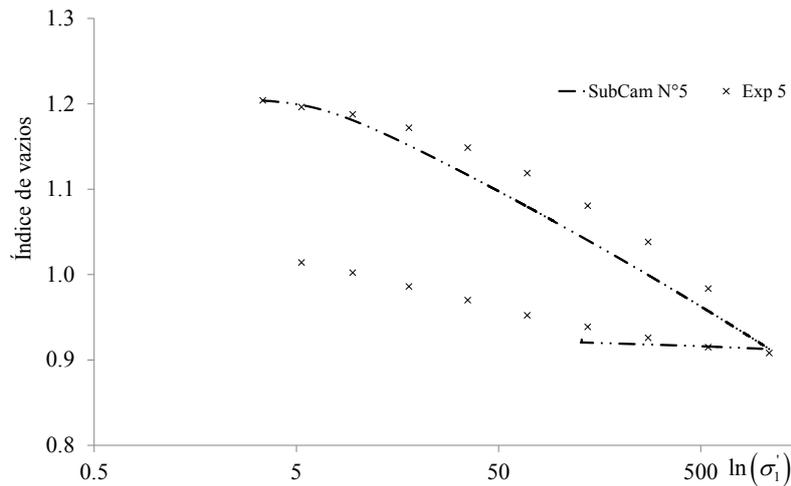


Figura 6.27: Curva de adensamento amostra 5. Resultados experimentais e de simulação numérica.

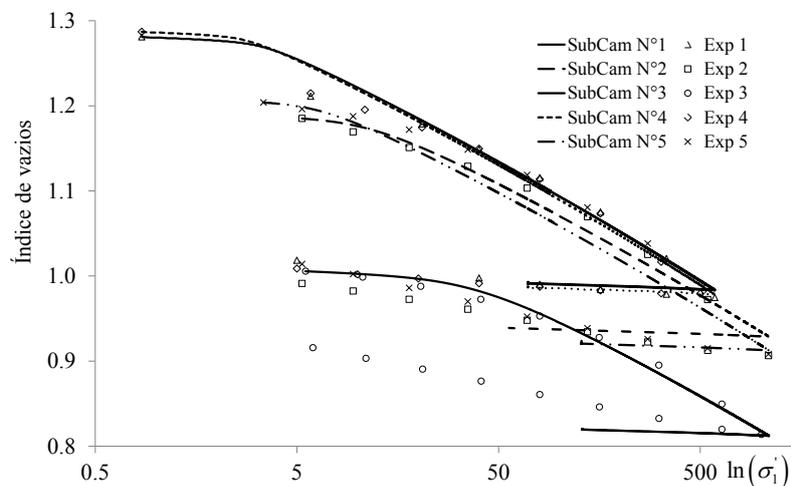


Figura 6.28: Comparação das cinco curvas de adensamento. Resultados experimentais e de simulação numérica.

Nas figuras anteriores pode-se notar que em geral, o carregamento é simulado de forma satisfatória. Já no trecho de decompressão os gráficos correspondentes às simulações dos ensaios 2, 3 e 5 divergem um pouco dos pontos experimentais. Isto ocorre pois o parâmetro κ que controla este comportamento e na simulação dos cinco ensaios foi fixado com um valor médio único, e claramente, a linha de decompressão descrita pelos pontos experimentais apresenta inclinações diferentes para cada um dos ensaios. Este mesmo fato foi observado em ensaios experimentais realizados por Giraldo-Zuluaga (2011).

7 MODELAGEM NUMÉRICA DO REJEITO

Com o objetivo de modelar o comportamento do material de rejeito durante a construção do aterro experimental mencionado no estudo de caso (Capítulo 5), três simulações numéricas foram realizadas no programa ALLFINE. A geometria, a discretização, as condições de contorno, os tipos de análise e estágios de carregamento foram as mesmas para todas as simulações, variando-se somente os parâmetros dos materiais, de acordo com as explicações a seguir.

7.1 GEOMETRIA, DISCRETIZAÇÃO E CONDIÇÕES DE CONTORNO

A Figura 7.1 apresenta a geometria que consiste em uma primeira camada de fundação com 180,0 m de comprimento por 23,0 m de altura, representando o rejeito. No interior desta camada, isolou-se uma zona de 70,0 m de comprimento por 2,50 m de altura, próximo da superfície do rejeito (zona achurada), para representar o material de empréstimo que foi colocado antes da construção do aterro, com a finalidade de ter uma superfície adequada para a operabilidade dos equipamentos. Sobre o rejeito da fundação percebe-se o aterro de 10,0 m de altura com uma berma no lado direito.

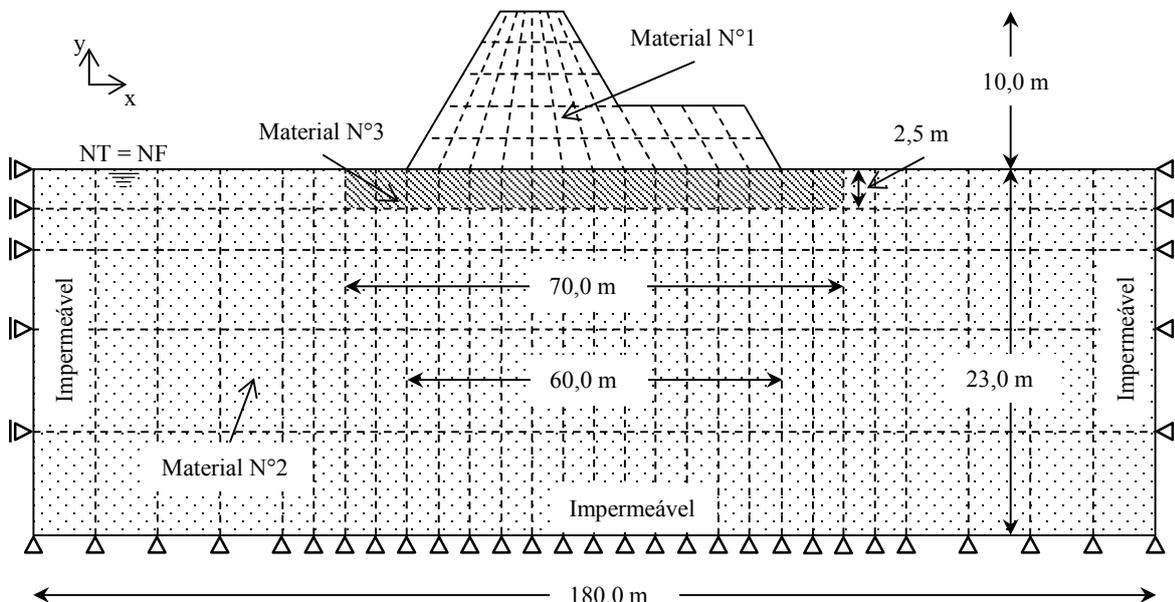


Figura 7.1: Geometria, discretização e condições de contorno do problema.

O aterro foi simulado utilizando-se o modelo elástico linear (Material N°1), já que este serve apenas como um carregamento sobre a fundação em rejeito que realmente o foco deste

trabalho. Tanto o rejeito (Material N°2) como a camada mais superficial de rejeito melhorado (Material N°3) foram simulados com o modelo SubCam . Para o material N°3 foram adotados parâmetros de um material mais rígido e mais permeável do que o rejeito. Alguns dos parâmetros do rejeito foram variados em cada uma das análises realizadas. Isto será apresentado e discutido nos subitens 7.3.1 até 7.3.3.

A discretização do problema foi feita com elementos quadrangulares de 4 nós representados com as linhas descontínuas na Figura 7.1, onde foi necessária uma malha composta por 227 nós e um total de 188 elementos. Cada elemento contou com 4 pontos de Gauss para a integração numérica.

Os nós dos extremos nas laterais da camada de rejeito foram restritos na direção x e os nós do extremo inferior foram restritos para deslocamentos nas direções x e y. Já o fluxo, foi restrito nas extremidades, lateral e inferior, do rejeito. Na condição inicial o aterro não existe.

7.2 TIPO DE ANÁLISE E ESTÁGIOS DE CARREGAMENTO

O problema pode ser idealizado como um caso de estado plano de deformação com o fluxo acoplado. Portanto, cada nó apresenta três graus de liberdade (deslocamento na direção x, deslocamento na direção y e pressão da água). A situação da fundação em rejeito é claramente saturada, enquanto que a condição do aterro seja não saturada, porém irrelevante para este trabalho.

A geração das tensões efetivas iniciais foi feita por meio do método geostático com um $K_0 = 0,70$, utilizando $\gamma = 17,4 \text{ kN} / \text{m}^3$ para o rejeito, e o nível freático na superfície do rejeito onde foram tomadas as poropressões como nulas. Nos elementos do aterro, as tensões efetivas e as poropressões, foram tomadas nulas, uma vez que, inicialmente, a construção do aterro ainda não foi simulada.

Para simular a construção do aterro utilizaram-se cinco camadas horizontais de 2,0 m de altura cada. Estas camadas foram construídas em um tempo total de dois dias, com a finalidade de se obter em 10 dias os 10,0 m. de altura do aterro coincidindo com a situação real da construção. O número de camadas do aterro é pouco relevante já que o foco está na fundação. O peso específico do aterro foi de $\gamma = 16,0 \text{ kN} / \text{m}^3$.

No ALLFINE, cada camada construída representa um estágio diferente de carregamento, totalizando assim, cinco estágios diferentes para as análises. No início de cada estágio, ativa-se a camada a ser simulada e aplica-se as forças de massa em seus elementos. Cada nova camada representa uma mudança nas condições de contorno para o problema de

fluxo durante a simulação da construção. Para impor esta condição de contorno variável, foram identificados em cada estágio, os nós que ficassem no interior e na superfície do aterro. Os nós interiores foram assumidos como livres, enquanto que, os nós da superfície foram restritos com valor de poropressão nula.

Cada estágio de carregamento foi subdividido em 500 incrementos. Os incrementos de tempo foram todos de 0,004 dia, enquanto os incrementos de força foram de 0,2 %. Em cada incremento, as deformações calculadas eram subdivididas em passos variáveis calculados automaticamente de acordo com o esquema de integração implementado para cálculo dos acréscimos de tensão correspondentes. O esquema de integração global, isto é, da relação força-deslocamento era simplesmente incremental sem iterações, mas com atualização da matriz de adensamento no início de cada incremento, porém os erros de equilíbrio eram verificados e foram limitados a menos de 1% da carga total aplicada.

7.3 RESULTADOS E COMPARAÇÕES COM A INSTRUMENTAÇÃO

Segundo Terratek (2005), o material de empréstimo foi colocado rapidamente sem um processo de compactação. Supõe-se então, o comportamento do aterro similar a um material deformável e compressível. Devido a isto, utilizou-se um módulo de Young relativamente baixo e um coeficiente de Poisson arbitrado de 0,30 (Material N°1 nas Tabelas 7.1 a 7.3).

7.3.1 SIMULAÇÃO N°1

Nesta simulação utilizaram-se os parâmetros “*otimizados*”, descritos no subitem 6.3, para simular o comportamento dos rejeitos. Os valores dos parâmetros e das variáveis de estado encontram-se sumarizados na Tabela 7.1.

Tabela 7.1: Parâmetros e variáveis de estado utilizados na simulação N°1.

Material	E (kPa)	ν	k (m/dia)	λ	κ	M_{CS}	c	e_N	OCR
N°1	10000	0,30	864×10^{-4}	-	-	-	-	-	-
N°2	-	0,30	864×10^{-5}	0,100	0,010	1,00	40000	1,222	1,0
N°3	-	0,30	4752×10^{-5}	0,050	0,010	1,00	40000	1,222	1,0

A zona melhorada (Material N° 3) foi simulada com o modelo SubCam, utilizando-se os mesmos parâmetros do rejeito, porém foi assumida uma menor compressibilidade do material por meio de um λ mais baixo, e também uma permeabilidade maior do que os rejeitos. Isto foi assumido para simular o comportamento da mistura de materiais diferentes utilizados para

formar a praça antes da construção do aterro propriamente dito (material de rejeito com material de empréstimo, que aumenta a permeabilidade, e a rigidez da zona).

Os resultados são apresentados graficamente nas Figuras 7.2 a 7.6. Nestas figuras, observam-se valores do perfil de recalques, deslocamentos horizontais, incrementos de poropressões e os deslocamentos verticais para diferentes alturas do aterro (HA). Os valores obtidos das simulações são comparados com os valores medidos em campo.

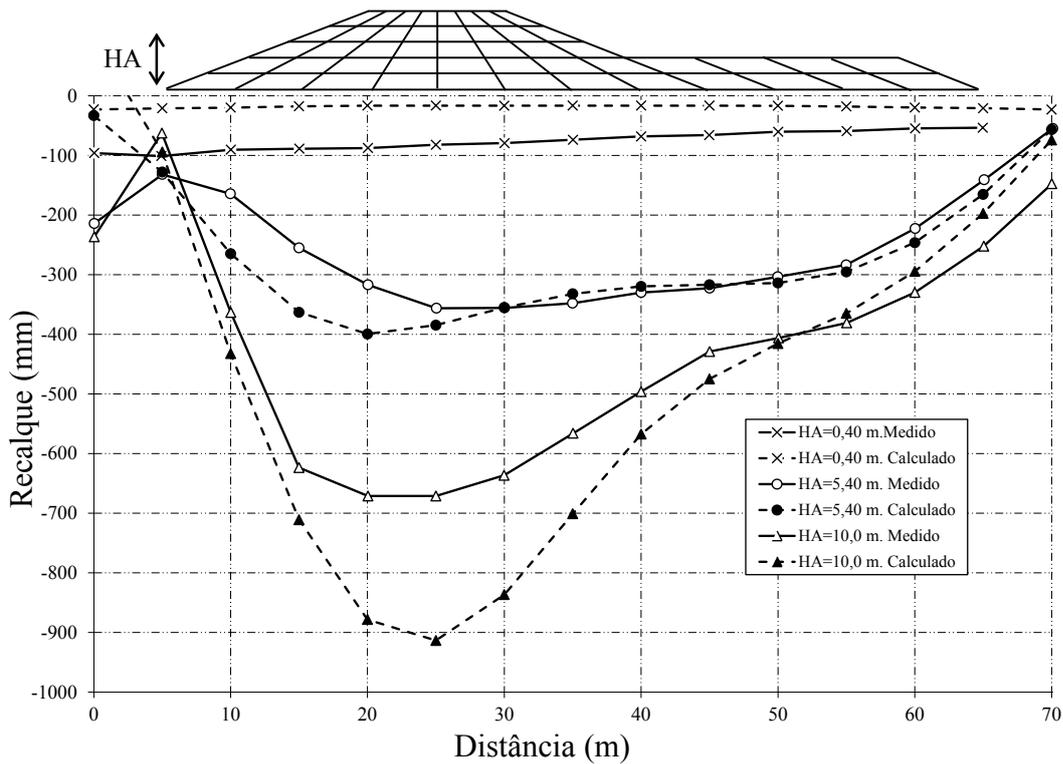


Figura 7.2: Resultados dos perfis de recalques, medido e calculado.

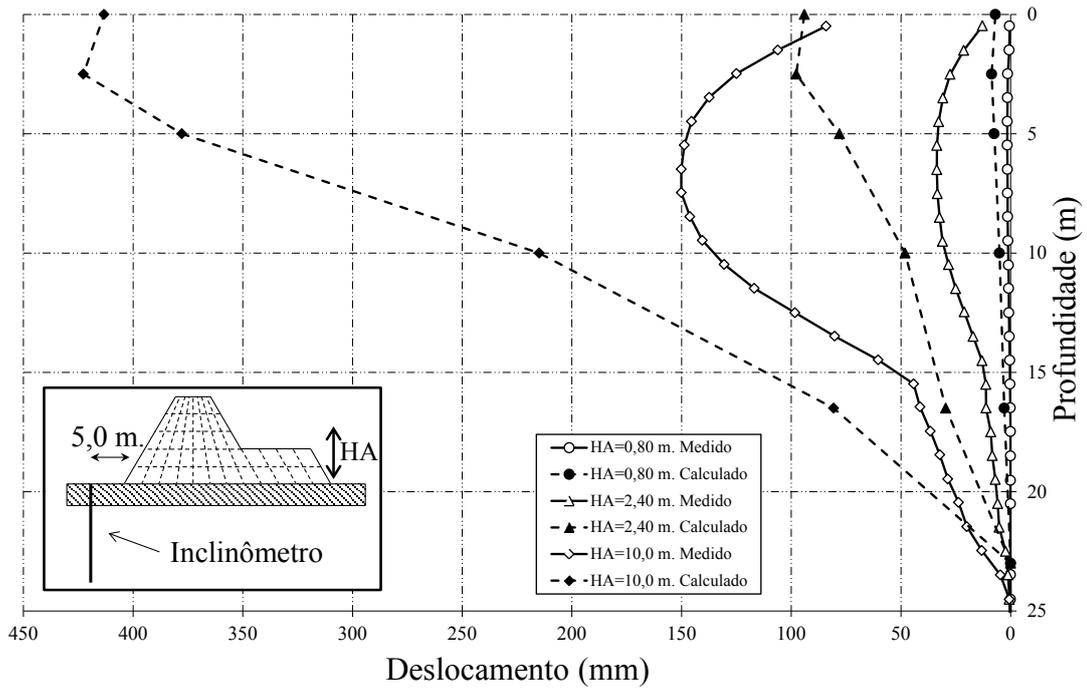


Figura 7.3: Resultados dos deslocamentos horizontais, medido e calculado.

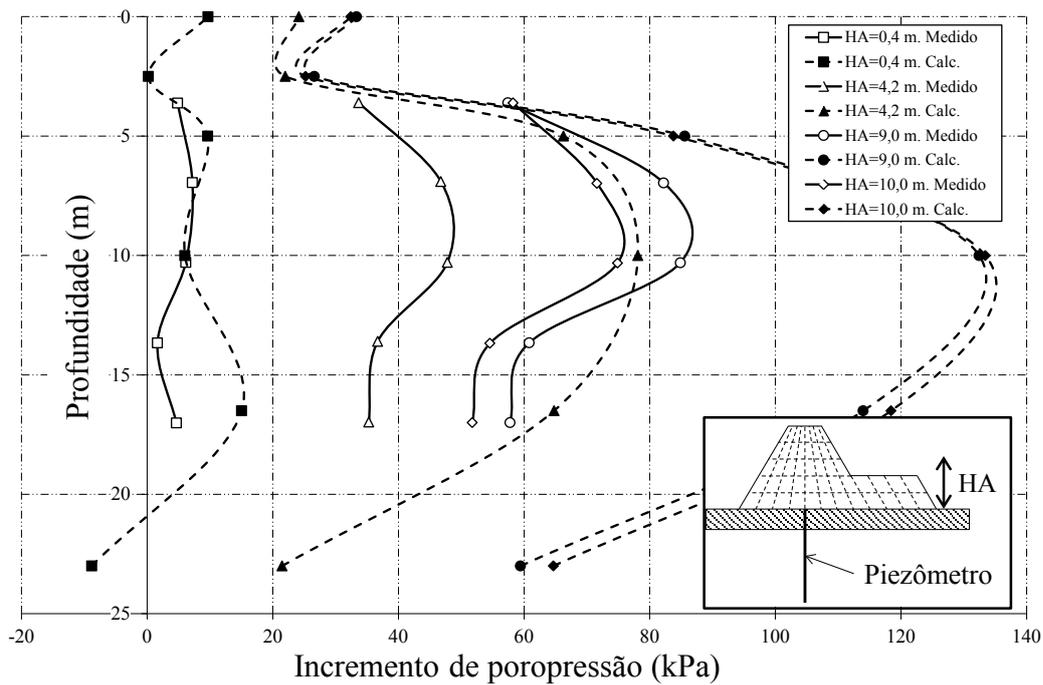


Figura 7.4: Resultados dos incrementos de poropressão, medido e calculado. Piezômetro A.

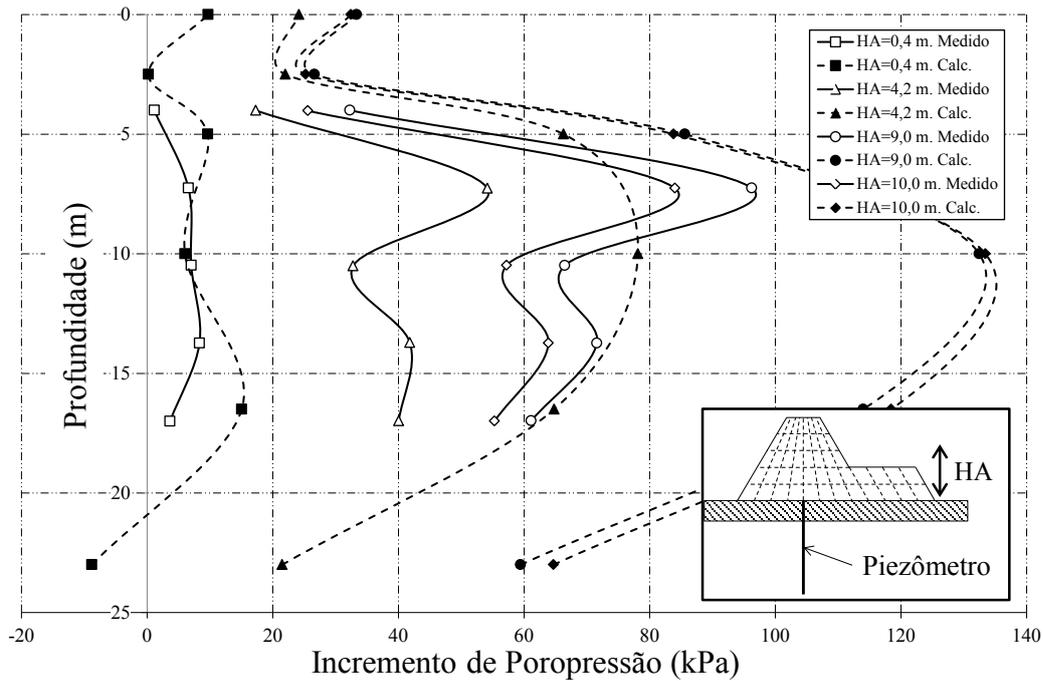


Figura 7.5: Resultados dos incrementos de poropressão, medido e calculado. Piezômetro B.

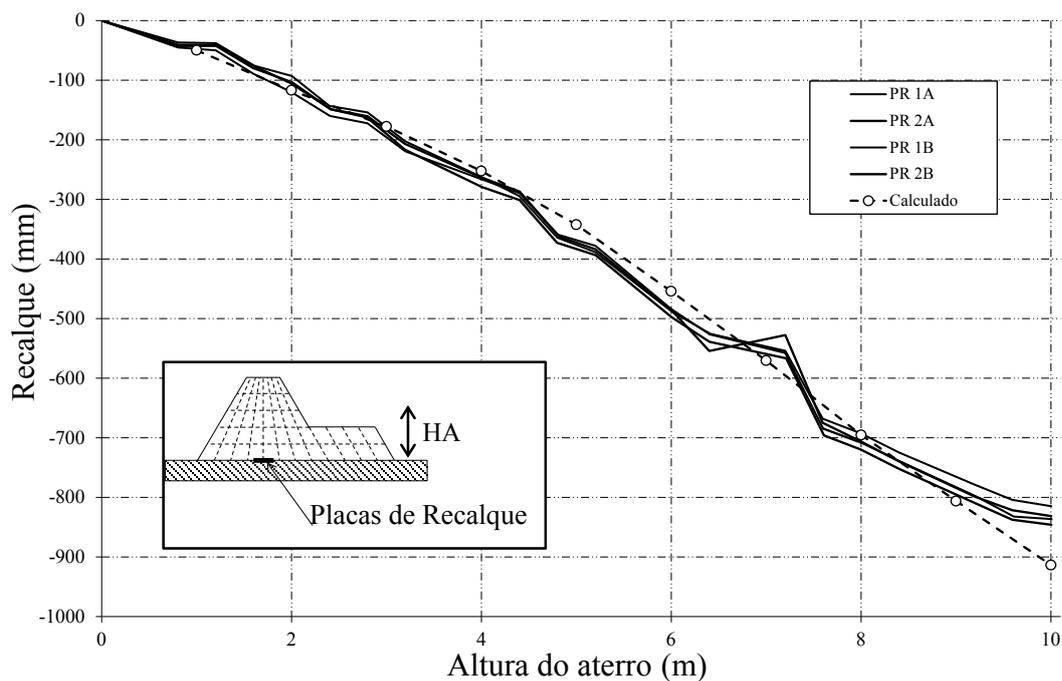


Figura 7.6: Resultados dos deslocamentos verticais, medido e calculado.

Na Figura 7.2 verifica-se que a simulação prevê adequadamente a forma qualitativa dos deslocamentos verticais. Já na Figura 7.6 pode-se observar que o valor numérico registrado nas placas de recalques sempre foi previsto pela simulação, apresentando as maiores diferenças no final da construção da última camada. Neste ponto é importante lembrar que, devido às grandes deformações sofridas pela fundação, o perfilômetro de recalques somente

fornece a forma qualitativa dos recalques, enquanto que as placas de recalques fornecem o valor quantitativo.

Os deslocamentos horizontais apresentados na Figura 7.3, foram superestimados com leituras máximas de 150 mm enquanto que as simuladas foram de 425 mm. Igualmente ocorreu com os incrementos na poropressão, onde o valor da simulação sempre foi maior do que o valor medido.

Durante a simulação numérica, cada ponto de Gauss descreve, em geral, uma trajetória de tensões diferente. Na Figura 7.7 se apresentam as trajetórias de tensões efetivas, para os pontos de Gauss centrais dos elementos 28, 61, 76, 79, 88 e 124. Note-se que alguns elementos, como por exemplo, o 28 ou o 124 sempre apresentam uma trajetória de carregamento, enquanto os demais apresentam tramos de descarregamento e tramos de carregamento.

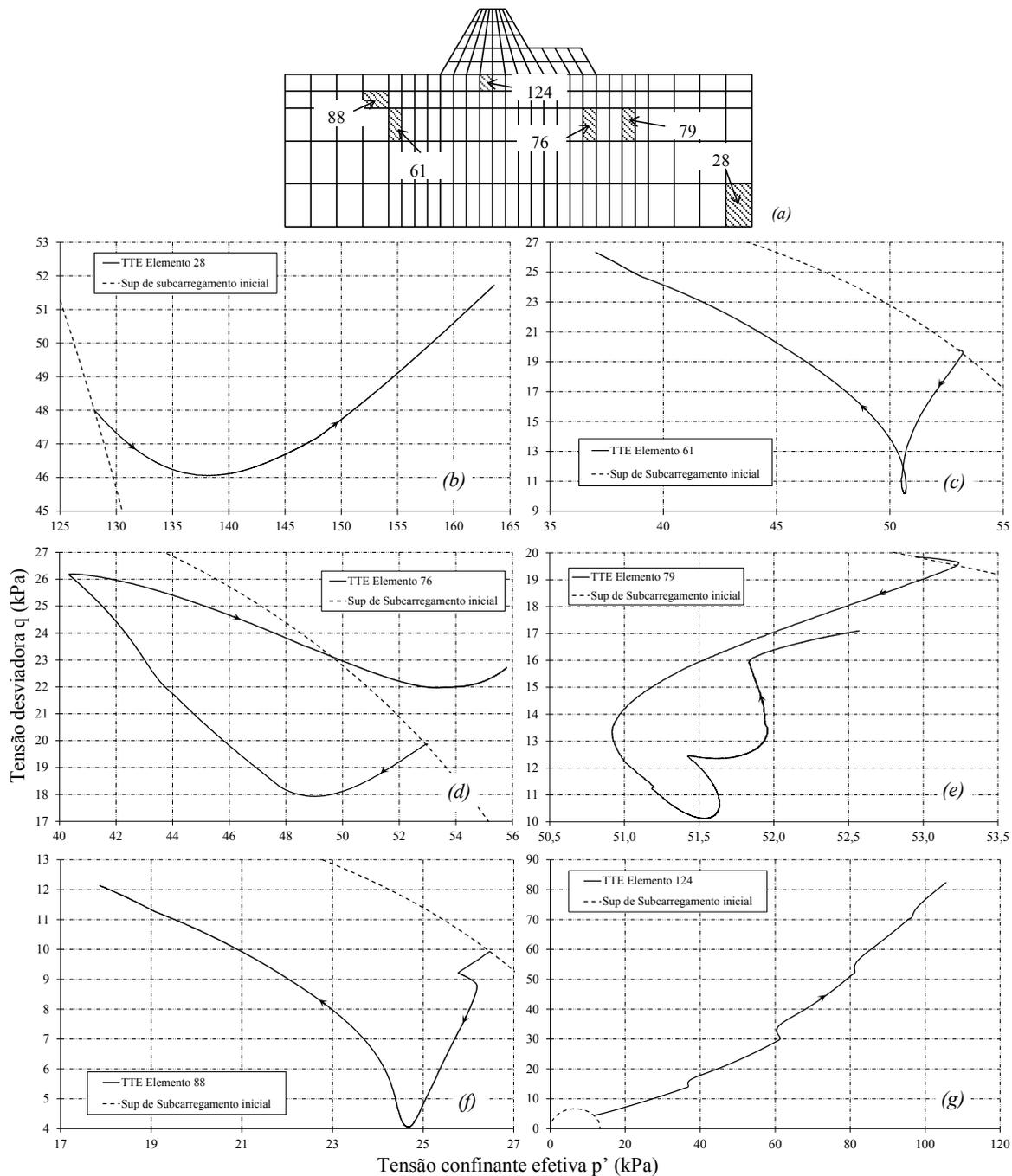


Figura 7.7: Trajetoria de tensões efetivas durante a simulação da construção do aterro. (a) Localização dos elementos; (b) Elemento 28; (c) Elemento 61; (d) Elemento 76; (e) Elemento 79; (f) Elemento 88 e (g) Elemento 124.

Um material sujeito a uma trajetória de carregamento, seguida de descarregamento, sofre uma densificação em relação ao seu estado inicial (antes do carregamento) devido ao acúmulo de deformações plásticas. Neste caso, o modelo SubCam consegue capturar esta densificação devido a que, em trajetórias de descarregamento, a superfície normal permanece estacionária, enquanto a superfície de subcarregamento diminui de tamanho, aumentando o valor da função L (Eq. 4.18) alterando a rigidez simulada pelo modelo.

7.3.2 SIMULAÇÃO Nº2

Para a simulação Nº2 aumentou-se o valor da inclinação da linha do estado crítico com o objetivo de verificar a variação dos resultados, quando o valor deste parâmetro se aproxima ao valor observado nos ensaios triaxiais. A Tabela 7.2 apresenta os parâmetros utilizados. Os resultados estão apresentados nas Figuras 7.8 a 7.12.

Tabela 7.2: Parâmetros e variáveis de estado utilizados na simulação Nº2.

Material	E (kPa)	ν	k (m/dia)	λ	κ	Mcs	c	e_N	OCR
Nº1	10000	0,30	864×10^{-4}	-	-	-	-	-	-
Nº2	-	0,30	864×10^{-5}	0,100	0,010	1,44	40000	1,222	1,0
Nº3	-	0,30	4752×10^{-5}	0,050	0,010	1,44	40000	1,222	1,0

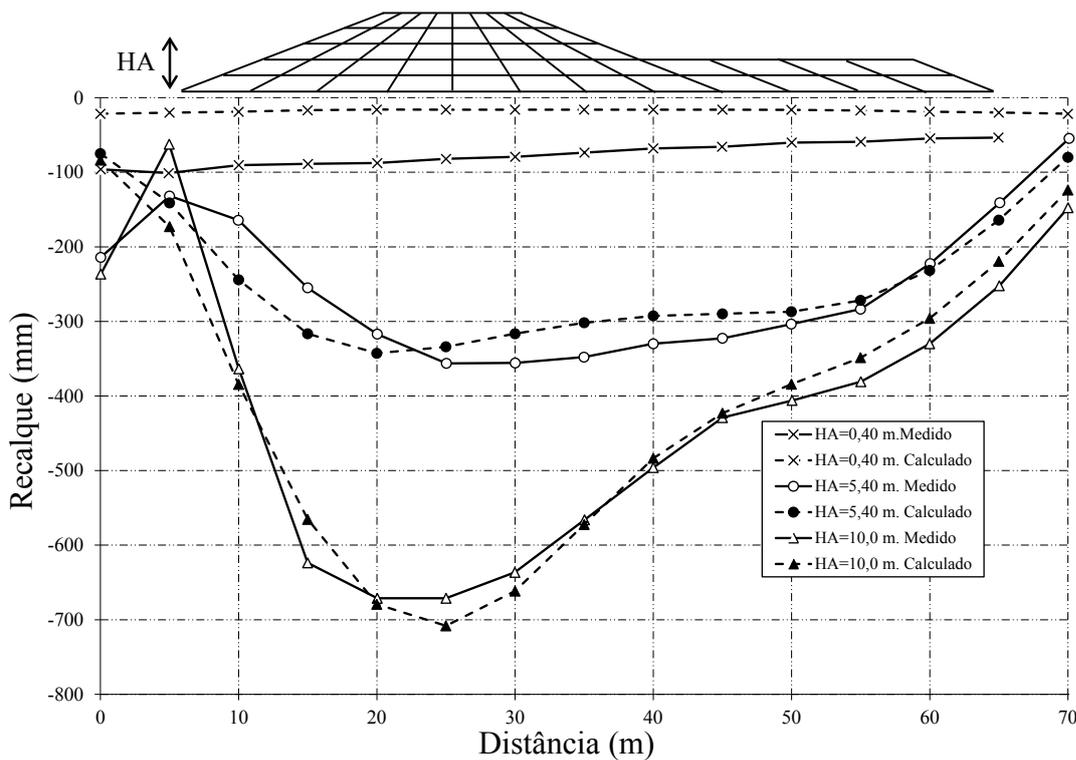


Figura 7.8: Resultados dos perfis de recalques, medido e calculado.

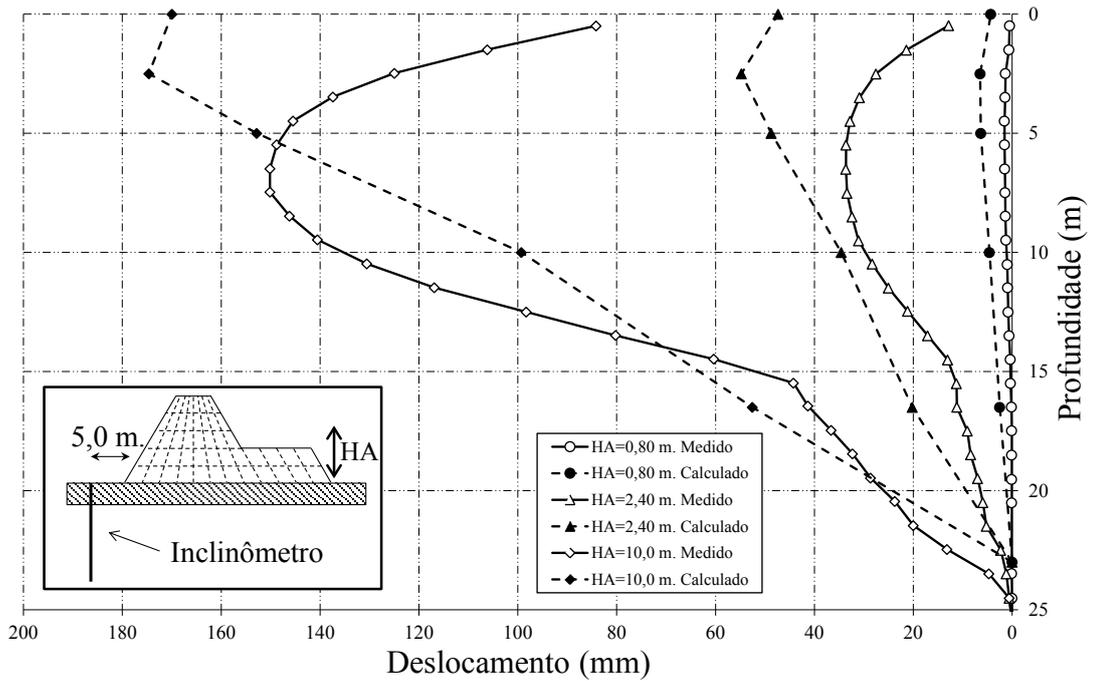


Figura 7.9: Resultados dos deslocamentos horizontais, medido e calculado.

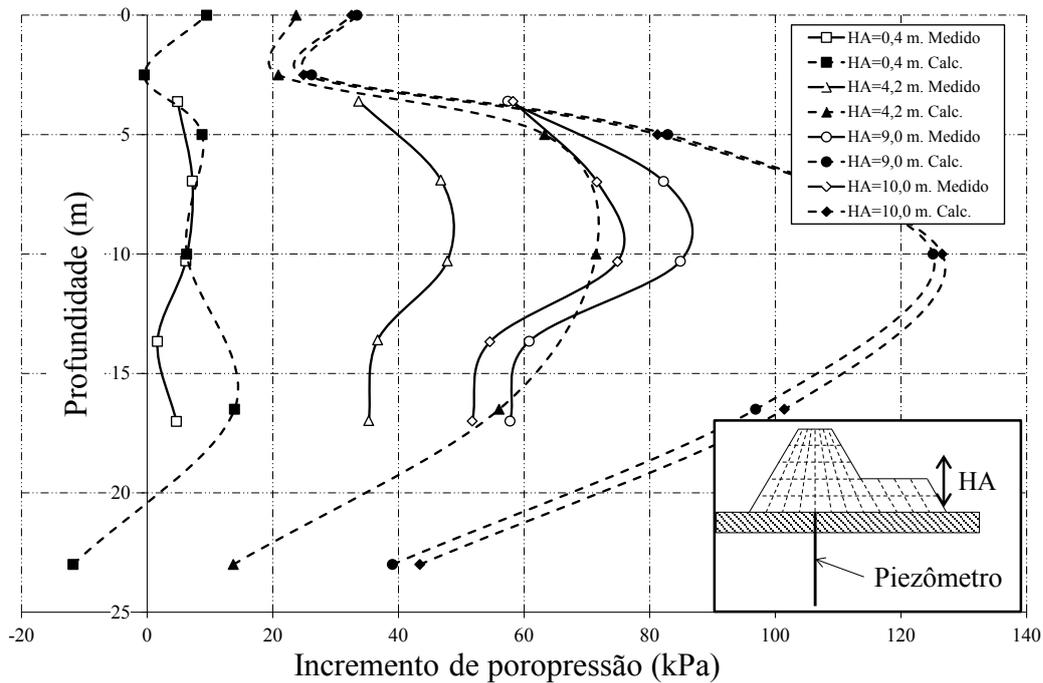


Figura 7.10: Resultados dos incrementos de poropressão, medido e calculado. Piezômetro A.

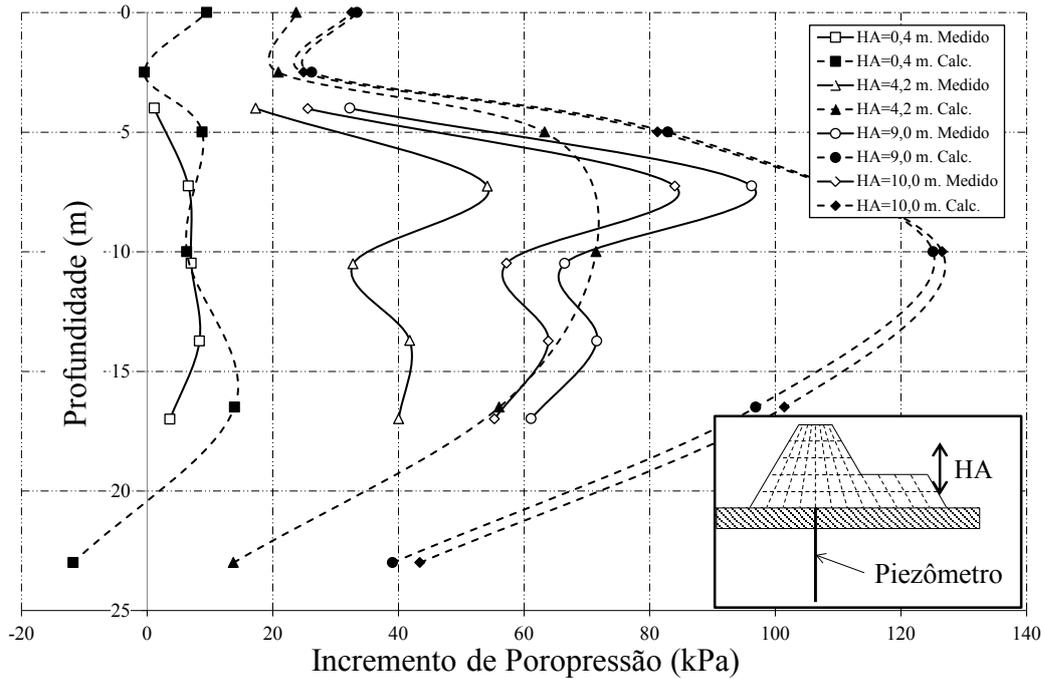


Figura 7.11: Resultados dos incrementos de poropressão, medido e calculado. Piezômetro B.

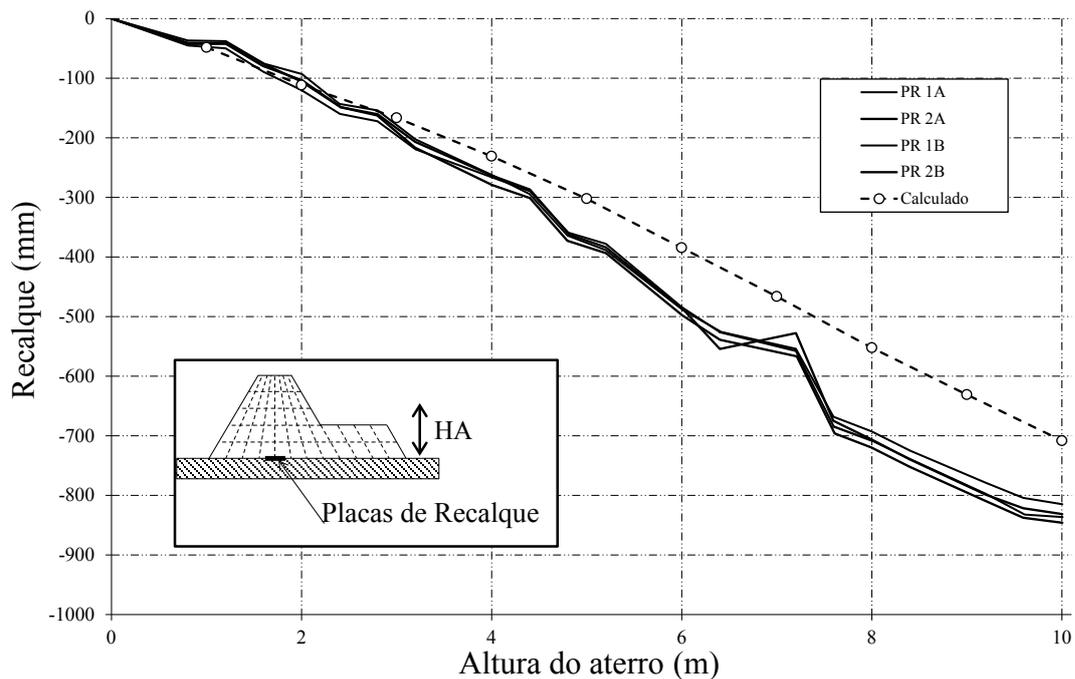


Figura 7.12: Resultados dos deslocamentos verticais, medido e calculado.

Nota-se que com essa variação da inclinação da linha de estado crítico, houve uma melhoria significativa na previsão dos deslocamentos horizontais (Figura 7.9), passando de 425 mm para 170 mm, o que é muito mais próximo do valor medido em campo de 150 mm. Da mesma forma, os incrementos das poropressões também diminuiriam, embora ainda sejam superestimados. Entretanto, os deslocamentos verticais passaram a ser subestimados.

7.3.3 SIMULAÇÃO N°3

A simulação N°3 consistiu em utilizar os parâmetros obtidos diretamente dos ensaios de laboratório (“Calculados” na Tabela 6.3), a fim de avaliar a eficiência do procedimento de otimização e observar as diferenças entre esta simulação e a simulação N°1. Os resultados são apresentados em forma gráfica nas Figuras 7.13 até a 7.17.

Tabela 7.3: Parâmetros e variáveis de estado utilizados na simulação N°4.

Material	E (kPa)	ν	k (m/dia)	λ	κ	Mcs	c	e_N	OCR
N°1	10000	0,30	864×10^{-4}	-	-	-	-	-	-
N°2	-	0,30	864×10^{-5}	0,072	0,015	1,44	40000	1,222	1,0
N°3	-	0,30	4752×10^{-5}	0,050	0,010	1,44	40000	1,222	1,0

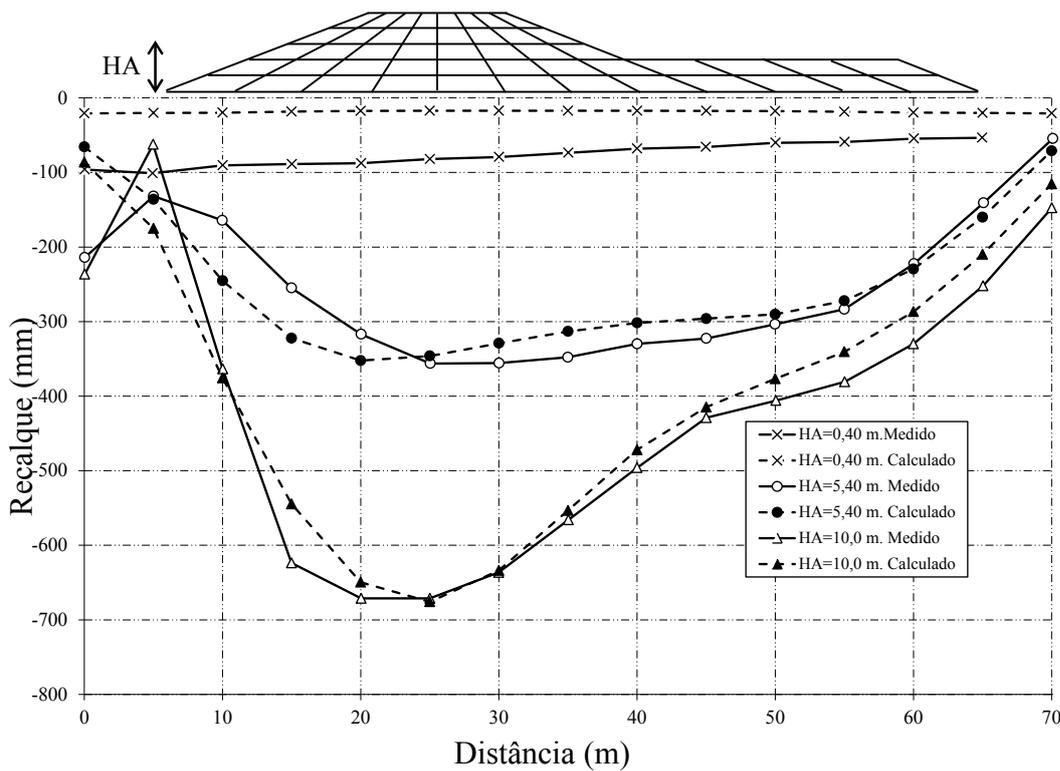


Figura 7.13: Resultados dos perfis de recalques, medido e calculado.

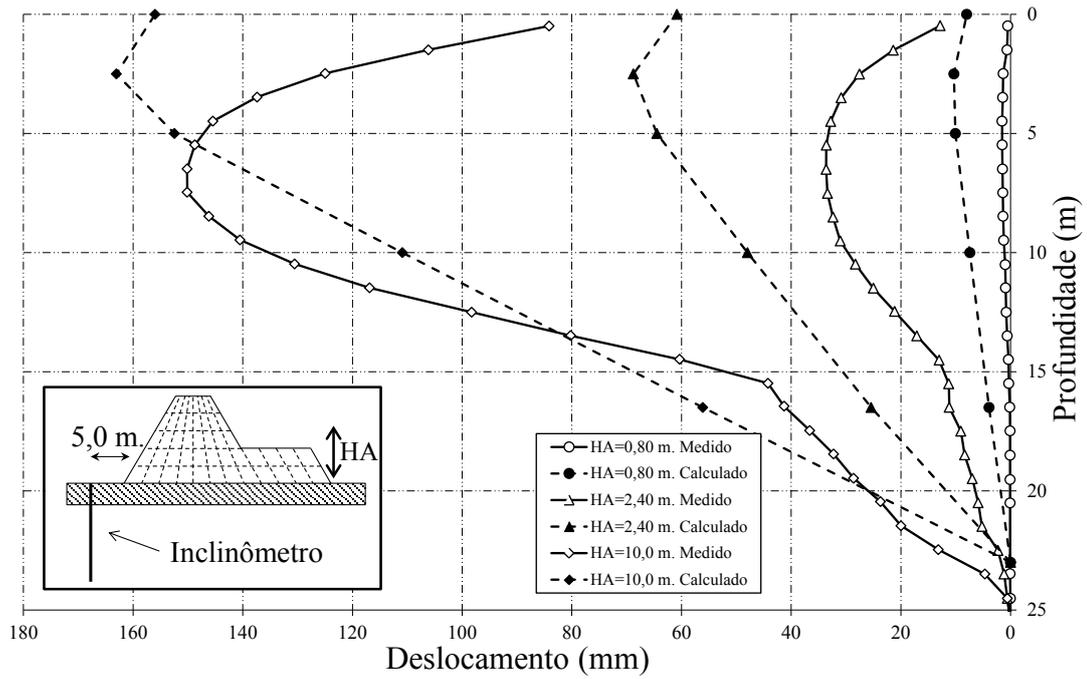


Figura 7.14: Resultados dos deslocamentos horizontais, medido e calculado.

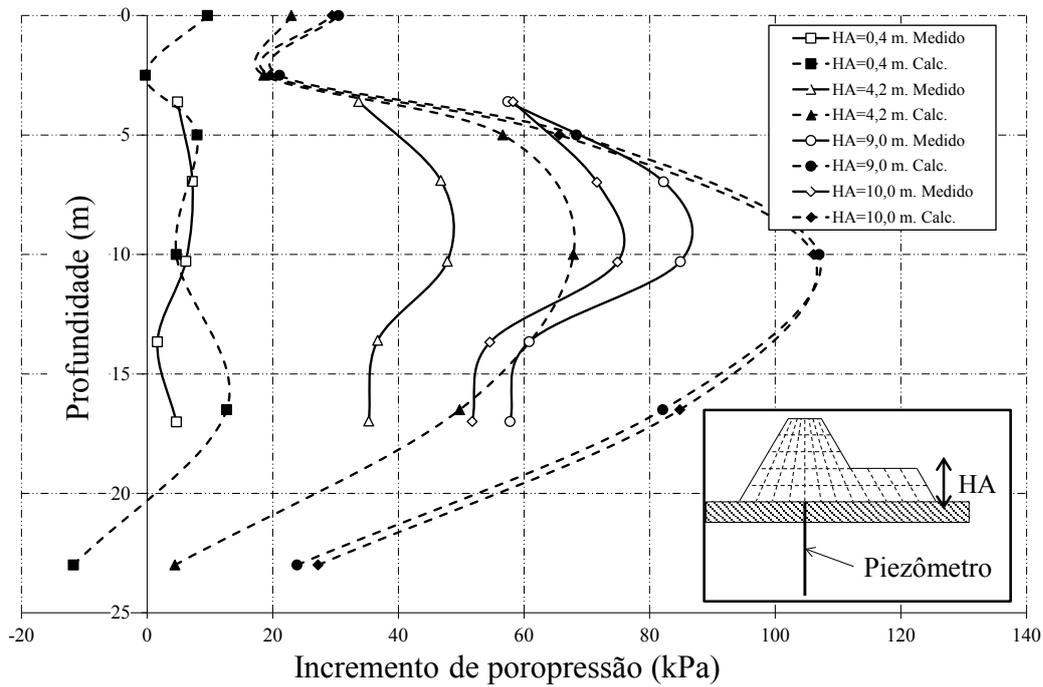


Figura 7.15: Resultados dos incrementos de poropressão, medido e calculado. Piezômetro A.

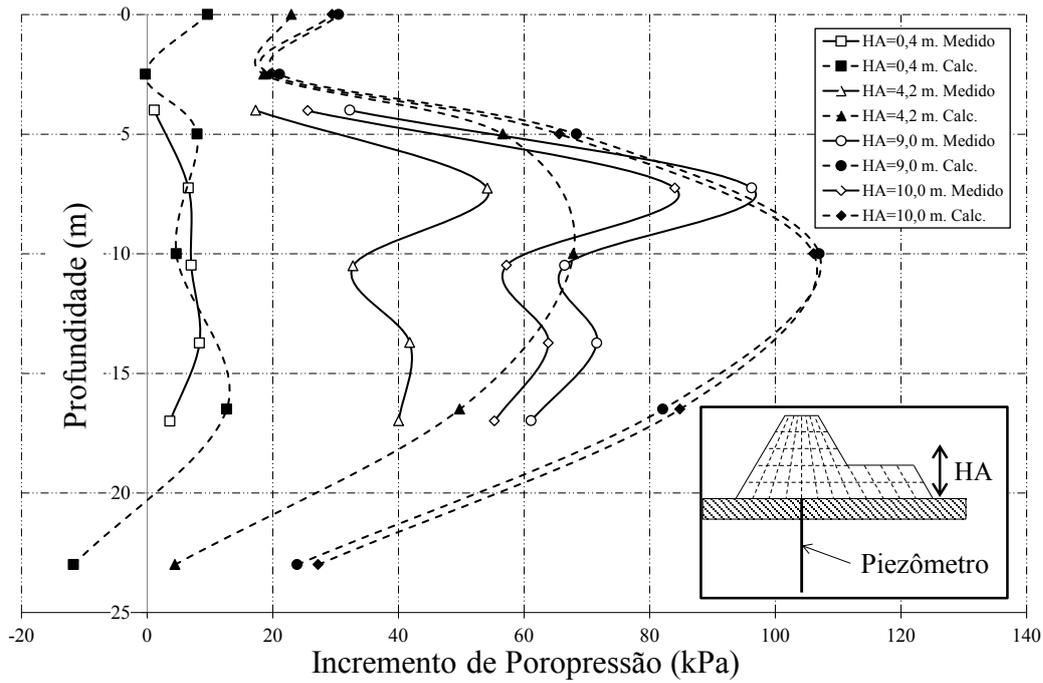


Figura 7.16: Resultados dos incrementos de poropressão, medido e calculado. Piezômetro B.

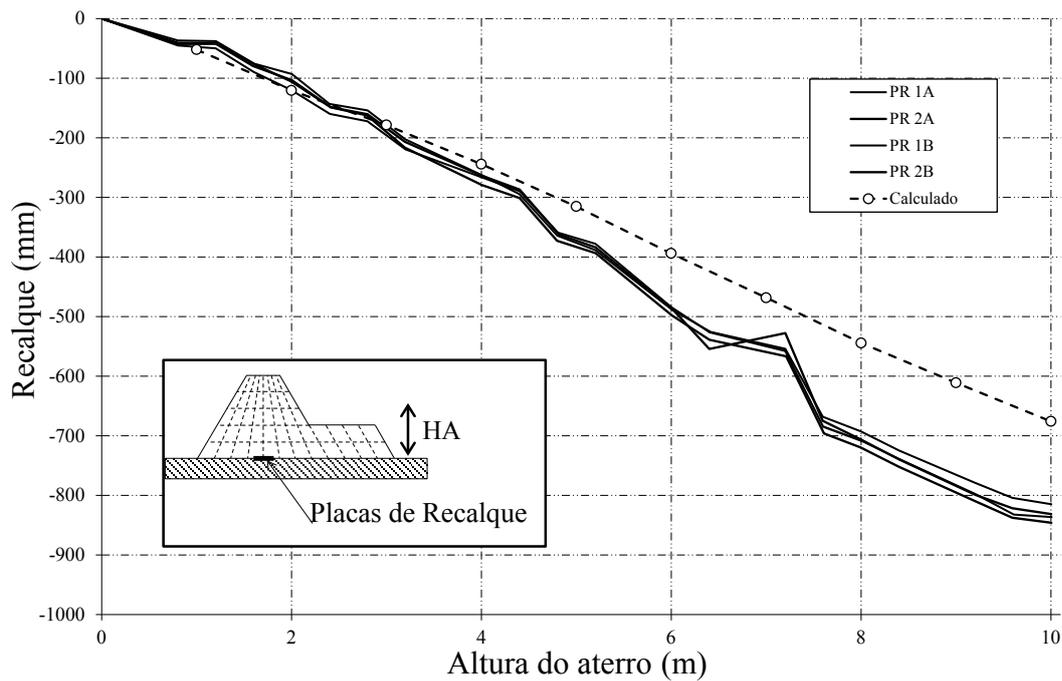


Figura 7.17: Resultados dos deslocamentos verticais, medido e calculado.

Esta simulação é a que melhor representa o comportamento do material quanto ao excesso de poropressões e aos deslocamentos horizontais. Porém, os deslocamentos verticais são subestimados.

8 CONCLUSÕES

Nesta dissertação foi estudado, codificado e implementado um modelo constitutivo que inclui conceitos de elastoplasticidade não convencional, a saber o modelo Subloading Cam Clay, apresentado em Pedroso (2006). Além do conceito de sub-carregamento, o modelo inclui adequadamente a influência do terceiro invariante de tensão por meio do ângulo θ , tornando a superfície de ruptura compatível com o critério de Matsuoka & Nakai (1985).

O modelo foi implementado no programa ALLFINE e testado para problemas com acoplamento hidro-mecânico em meios porosos saturados sob condições unidimensionais e bidimensionais. Fundamental neste processo foi a codificação de um esquema do tipo Euler-Modificado com passo variável para a integração dos incrementos de tensão a partir de incrementos finitos de deformação. O programa foi aplicado com sucesso tanto para a simulação de ensaios de laboratório quanto para a retroanálise de um aterro experimental em larga escala.

Independente do estado de densidade inicial, os cinco ensaios de adensamento foram simulados com o mesmo conjunto de parâmetros obtendo-se aproximações satisfatórias em comparação com os resultados experimentais do trecho de compressão. Isto se deve à inclusão da variável interna de densidade (ρ) no modelo com sub-carregamento, além da influência da tensão de confinamento (p) em sua lei de evolução (Eq. 4.18). No entanto, estes resultados divergiram ligeiramente no trecho de descompressão em três, dos cinco ensaios.

O rejeito apresentou evidências de comportamento definido como “*Liquefação Limitada*”. Isto pôde ser observado nas trajetórias de tensões, obtidas por meio dos ensaios triaxiais, apresentadas nas Figuras 6.1, 6.2 e 6.3. Estas trajetórias exibem também o ponto de inflexão denominado “*Ponto de Transformação de Fase*”. A linha que une estes pontos é relativamente próxima da linha de ruptura final do material.

Observa-se também o desenvolvimento das poropressões positivas durante o cisalhamento das amostras de rejeito, caracterizado por aumentos contínuos a pequenas deformações até se estabilizar a grandes deformações. Entretanto, o material não apresentou a redução de poro-pressões esperada para materiais com comportamento de liquefação limitada.

Nos resultados dos ensaios triaxiais foi evidenciada, claramente, a “*Região de Instabilidade Potencial*”. O rejeito apresentou pequenas deformações desviadoras antes das trajetórias de tensões atingirem a “*Linha de Instabilidade*”. Após isto, o rejeito sofreu grandes

deformações e um considerável aumento no excesso de poropressão, a qual se estabilizou nas proximidades da linha que une os pontos de transformação de fase.

O modelo SubCam exige a definição de uma linha do estado crítico única, enquanto que o solo apresentou três linhas que delimitam diferentes aspectos de comportamento: a linha de instabilidade, a linha que une os pontos de transformação de fase e a linha de ruptura final. Entretanto, nenhuma destas linhas define claramente um estado crítico, ou seja, uma condição em que cessam as deformações volumétricas (ou a variação de poro-pressão em ensaios não-drenados) e atinge-se uma condição de resistência residual.

A definição da inclinação da linha de estados críticos tem grande influência nas previsões realizadas com o modelo SubCam. Tomando-se a linha de estado crítico próxima da linha que une os pontos de transformação de fase, M_{cs} apresentou valor próximo de 1,44, mas com este valor o modelo SubCam não foi capaz de prever adequadamente a trajetória de tensões sofrida pelo material durante os ensaios triaxiais analisados. Além disto, verificou-se que quanto mais próximo o valor de M_{cs} estiver do valor da inclinação da linha de instabilidade, melhor será a previsão das trajetórias de tensão.

Na Figura 7.2 observou-se de forma qualitativa os perfis de recalques obtidos, no campo, e nas simulações da construção do aterro. Nesta figura verificou-se que as simulações conseguiram prever adequadamente esta forma. Terratek (2005) afirma que o perfil de recalques, fornece a forma qualitativa dos deslocamentos, enquanto as placas de recalques fornecem o valor quantitativo. Isto ocorre devido às imprecisões geradas pela estrangulação das tubulações do perfilômetro. Com as simulações realizadas usando os parâmetros otimizados, foram obtidos recalques máximos de 900 mm, enquanto que as leituras máximas das placas de recalques forneceram valores em torno de 850 mm (Figura 7.6). Essa simulação foi a que resultou em previsões mais próximas dos valores medidos no campo.

Quanto aos deslocamentos horizontais, a forma qualitativa resultante das simulações foi, em parte, prevista, embora a maior diferença pode ter sido influenciada pela discretização do problema. A simulação com parâmetros otimizados não estimou adequadamente o valor máximo dos deslocamentos horizontais obtendo-se valores de 425 mm, enquanto que os valores máximos medidos por meio de inclinômetros foram de 150 mm. Com o aumento do valor de M_{cs} de 1,00 para 1,44, melhores resultados de deslocamentos horizontais foram obtidos, mas a previsão dos deslocamentos verticais forneceu valores inferiores aos medidos no campo. Isto pode indicar que o material possua alguma anisotropia inerente devido ao processo deposicional e adensamento do rejeito.

A previsão dos incrementos de poropressão durante a construção do aterro foi superestimada nas três simulações, obtendo-se os melhores resultados, nas simulações feitas sem a otimização dos parâmetros (simulação N°3). As análises bidimensionais superestimaram os incrementos na poropressão. É possível que isto se deva ao fluxo de água na direção perpendicular ao perfil longitudinal no problema real (efeitos tridimensionais), permitindo assim, que para um mesmo valor da permeabilidade, a dissipação das poropressões seja realizada mais rapidamente do que nas simulações.

Conclui-se que, de uma forma geral, o modelo adotado foi capaz de reproduzir bem o comportamento observado em campo durante a construção do aterro experimental. Apesar da grande capacidade do modelo, o bom ajuste das simulações se deve em parte ao fato de que o aterro na prática não foi levado à ruptura e nem se observou a ocorrência do fenômeno da liquefação estática do rejeito da fundação durante a construção do aterro. Para uma simulação mais ajustada da liquefação limitada observada nos ensaios não-drenados em laboratório, sugere-se a adoção de um modelo mais específico que considere os efeitos da linha de instabilidade e de estado crítico separadamente.

8.1 RECOMENDAÇÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

O modelo SubCam foi programado na linguagem FORTRAN 95, utilizando as formulações em notação indicial. A média de tempo necessário para simular um caso completo de construção do aterro foi de 60 minutos utilizando-se um computador com um processador i7 de 3,33 GHz de seis núcleos e 4,00 GB de RAM. Sugere-se para pesquisas futuras, programar o modelo utilizando formulações em notação matricial, visto que nesta notação, aproveita-se a simetria dos tensores, a fim de reduzir o número de cálculos e, por conseguinte, o tempo de processamento.

Em pesquisas futuras, pode ser conveniente, utilizar algum modelo constitutivo que leve em consideração a inclinação da linha do estado crítico e a inclinação da linha de instabilidade. Particularmente, os modelos constitutivos como o Norsand (Jefferies, 1993; Jefferies & Been, 2006) podem ser utilizados. Este modelo limita o tamanho máximo da superfície de plastificação por meio do parâmetro de estado, influenciando diretamente no endurecimento do modelo. Outro modelo que pode ser usado é o “*Superior Sand Model*” apresentado em Mróz *et al.*, (2003) que é um modelo com lei de fluxo não associada, formulado especificamente, para simular o comportamento de materiais granulares fofos e saturados sob carregamentos monotônicos estáticos.

Simular o aterro por meio de um modelo elastoplástico, que permita fazer a previsão da ruptura, para com isto, fazer-se cálculos do fator de segurança da estrutura com a finalidade de comparar estes, com aqueles obtidos por meio de análises de equilíbrio limite.

Para a melhor previsão do desenvolvimento das poropressões durante a construção do aterro experimental, é conveniente a realização de simulações em 3D.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMBRASEYS, N.N. (1988a). Engineering Seismologic: Part I. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 17(1): 1-50
- AMBRASEYS, N.N. (1988b). Engineering Seismologic: Part II. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 17(1): 51-105
- BATES, J. (2003). Barragens de rejeitos. Signus, São Paulo, Brazil, Vol 1, 122 p.
- BEEN, K. & JEFFERIES, M.G. (1985). A state parameter for sands. Géotechnique, 35(2): 99-112
- BIOT, M.A. (1941). General theory of three-dimensional consolidation. J. Appl. Phys., 12: 155-164
- BOUKPETI, N., MRÓZ, Z. & DRESCHER, A. (2002). A model for static liquefaction in triaxial compression and extension. Can Geotech J, 39: 1243-1253
- CASAGRANDE, A. (1936). Characteristics of cohesionless soils affecting the stability of slopes and earth fills. Journal of the Boston Society of civil engineers, reprinted in Contributions to soil mechanics, Boston society of civil engineers, 1940, 257-276
- CASTRO, G. (1969). Liquefaction of sands. Ph.D. Thesis, Harvard Soil Mechanics Series, N 81, Harvard University, Cambridge, MA, 112 p.
- CASTRO, G., & POULOS, S.J. (1977). Factors affecting liquefaction and cyclic mobility. Journal of Geotechnical Engineering, 106(GT6): 501-506
- CORDÃO-NETO, M.P. (2005). Análise hidro-mecânica de barragens de terra construídas com materiais colapsíveis. Tese de Doutorado, Publicação G.TD – 028/05, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 152 P.
- COULTER, M. & MIGLIACCIO, L. (1966). Effects of the earthquake of march 27, 1964 at Valdez, Alaska. Professional Paper 542-C, U.S. Geological Survey, U.S. Department of the Interior, Washington D.C.
- DESAI, C.S. & SIRIWARDANE, H.J. (1984). Constitutive Laws for Engineering Materials. Prentice-Hall, New Jersey, U.S, Vol 1, 468 p.
- DOBRY, R., VASQUEZ-HERRERA, A., MOHAMAD R. & VUCETIC M. (1985). Liquefaction flow failure of silty sand by torsional cyclic tests. In: Khosla V (ed) Proceedings of a session of ASCE convention in Detroit, Michigan: Advances in the art of testing soils under cyclic conditions. American Society of Civil Engineers, New York, 29-50
- DRESCHER, A., BIRGISSON, B. & SHAH, K. (1995). A model for water saturated loose sand. Numerical Models in Geomechanics V, G. N. Pande and S. Pietruszczak, eds., Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 109-112

- ESPÓSITO, T.J. (2000). Metodologia Probabilística e Observacional Aplicada a barragens de Rejeito Construídas por Aterro Hidráulico. Tese de Doutorado, Publicação G.TD-004A/00, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 363 p.
- EVANS, M.D. & SEED, H.B. (1987). Undrained cyclic triaxial testing of gravels: the effect of membrane compliance. Report UCB/EERC-87/08, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA, US.
- FARIAS, M.M. (1993). Numerical analysis of clay core dams. Ph.D. Thesis, University of Wales – University College of Swansea, Wales, UK, 161 P.
- FINN, W.D.L., LEDBETTER, R.H. & WU, G. (1994). Liquefaction in silty soils: Design and analysis. Ground Failures under Seismic Conditions, Geotechnical Special Publication 44, ASCE, New York, 51-76
- GIRALDO-ZULUAGA, R.A. (2011). Uma nova abordagem simples para simular o comportamento dos solos em condições unidimensionais: um estudo analítico e experimental. Dissertação de Mestrado, Publicação G.D.M-193/11, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 99 p.
- HASHIGUCHI, K. & UENO M. (1977). Elastoplastic constitutive laws of soils. 9th ICSMFE, Special Session 9, Tokyo, Japan, 73-82
- HASHIGUCHI, K. (1989). Subloading surface model in unconventional plasticity. International Journal of Solids and Structures, 25(8): 917-945
- HIRA, M., HASHIGUCHI, K., UENO, M. & OKAYASU, T. (2006). Deformation behaviour of Shirasu soil by the extended Subloading Surface Model. Lowland Technology International, 8(1): 37-46
- IBRAIM, E., BENEDETTO, H. & DOANH, T. (2009). Technical Note: Time-dependent behaviour and static liquefaction phenomenon of sand. Geotech Geol Eng, 27: 181-191
- ISHIHARA, K. (1984). Post-earthquake failure of a tailings dam due to liquefaction of the pond deposit. International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, University of Missouri, St. Louis, United States, 3: 1129-1143
- ISHIHARA, K. (1985). Stability of natural deposits during earthquakes. 11th international conference on soil mechanics and foundation engineering, 1: 321-376
- ISHIHARA, K. (1993). Liquefaction and flow failure during earthquakes. Geotechnique, 43(3): 351-415
- ISHIHARA, K., TATSUOKA, F., & YASUDA, S. (1975). Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses. Soils and Foundations, 15(1): 29-44
- JEFFERIES, M.G. & BEEN, K. (2006). Soil Liquefaction: a Critical State Approach. Taylor & Francis Group, London, UK, Vol 1, 580 p.
- JEFFERIES, M.G. (1993). Nor-Sand: A simple critical state model for sand. Géotechnique, 43(1): 91-103

- KAISER, P.K. (1987). Detection of rock mass rupture modes. 6th International Congress on Rock Mechanics, ISRM, Montreal, Canada, 3: 1457-1461
- KRAMER, S.L. (1996). Geotechnical Earthquake Engineering. Prentice-Hall, New Jersey, U.S, Vol 1, 653 p.
- LADE, P.V. (1992). Static instability and liquefaction of loose fine sandy slopes. Journal of Geotechnical Engineering, 118(1): 51-71
- LADE, P.V. (1993). Initiation of static instability in the submarine Nerlerk berm. Can Geotech J, 30: 895-904
- MATSUOKA, H. & NAKAI, T. (1985). Relationship among Tresca, Mises, Mohr-Coulomb and Matsuoka-Nakai failure criteria. Soils and Foundations, 25(4): 123-128
- MRÓZ, Z., BOUKPETI, N., & DRESCHER, A. (2003). Constitutive model for static liquefaction. International Journal of Geomechanics, 3(2): 133-144
- NAKAI, T. & HINOKIO, M. (2004). A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters. Soils and Foundations, 44(2): 12-30
- PEDROSO, D.M. (2006). Representação Matemática do Comportamento Mecânico Cíclico de Solos Saturados e não Saturados. Tese de Doutorado, Publicação G.TD-039/06, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 224 p.
- POULOS, S.J. (1981). The steady state of deformation. Journal of Geotechnical Engineering, 107(GT5): 553-562
- POULOS, S.J., CASTRO, G. & FRANCE, J.W. (1985). Liquefaction evaluation procedure. Journal of Geotechnical Engineering, 111(6): 772-792
- PUZIRM, A.M. (2012). Constitutive Modelling in Geomechanics. Springer, Zurich, Switzerland, Vol 1, 312 p.
- RIEMER, M.F. & SEED, R.B. (1992). Observed effects of testing conditions on the residual strength of loose, saturated sands at large strains. 4th Japan-U.S. Workshop on Earthquake Resistant design of Lifeline Facilities and Countermeasures for Soil Liquefaction, in M. Hamada and T.D. O'Rourke, eds., Technical Report NCEER-92-0019, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, New York, 1: 223-238
- ROSCOE, K.H. & POOROSHASB, H.B. (1963). a fundamental principle of similarity in model tests for earth pressure problems. 2nd Asian Regional Conference on Soil Mechanics, Tokyo, Japan, 1: 134-140
- SEED, R.B., CETIN, K.O., MOSS, R.E.S., KAMMENER, A.M., WU, J., PASTRANA, J.M., RIEMER, M.F., SANCIO, R.B., BRAY, J.B. & FARIS, A. (2003). Recent advances in soil liquefaction engineering: A unified and consistent framework. Keynote presentation, Proc 26th ASCE Los Angeles Spring Seminar, Long Beach, CA, US, 71 p.
- SLADEN, J.A., D'HOLLANDER, R.D., KRAHN, J. & MITCHELL, D.E. (1985). Back analysis of Nerlerk berm liquefaction slides. Can Geotech J, 22: 579-588

- SLOAN, S.W. & BOOKER J.R. (1992). Integration of Tresca and Mohr–Coulomb constitutive relations in plane strain elastoplasticity. *Int J Numer Methods Eng*, 33: 163-196
- SLOAN, S.W. (1987). Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress–strain relations. *Int J Numer Methods Eng*, 24: 893-911
- SLOAN, S.W., ABBO, A.J. & SHENG, D. (2001). Refined explicit integration of elastoplastic models with automatic error control. *Eng comput*, 18(1/2): 121-154
- TERRATEK. (2005). Report on Test embankment on mine tailings. Report, Terratek, Paracatu, MG, Brazil, 56 p.
- TIMOSHENKO, S.P. & GOODIER, J.N. (1970). *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill, New York, U.S.
- VAID, Y.P. & CHERN, J.C. (1985). Cyclic and monotonic undrained response of saturated sands. In: Khosla V (ed) *Proceedings of a session of ASCE Convention in Detroit, Michigan: Advances in the art of testing soils under cyclic conditions*. American Society of Civil Engineers, New York, 120-147
- VAID, Y.P. & THOMAS, J. (1995). Liquefaction and post-liquefaction behaviour of sand. *Journal of Geotechnical Engineering*, 121(2): 163-173
- VAID, Y.P., GHUNG, E.K.F. & KUERBIS, R.H. (1990). Stress path and steady state. *Can Geotech J*, 27(1): 1-7
- WANG, W. (1979). *Some findings in soil liquefaction*. Water Conservancy and Hydroelectric Power Scientific Research Institute, Beijing, China.
- WONG, R.T., SEED, H.B. & CHAN, C.K. (1975). Liquefaction of gravelly soil under cyclic loading conditions. *Journal of Geotechnical Engineering*, 101(GT6): 574-583
- WONG, W. (1984). Earthquake damages to earth dams and levees in relation to soil liquefaction and weakness in sort clays. *International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering*, 1: 511-521
- YEGIAN, M.K., GHARAMAN, V.G., & HARUTIUNYAN, R.N. (1994). Liquefaction and embankment failure case histories. 1988 armenai earthquake. *Journal of Geotechnical Engineering*, 120(3): 581-596
- YOUD, T.L. (1991). Mapping of earthquake-induced liquefaction for seismic zonation. *4th International Conference on Seismic Zonation*, Earthquake Engineering Research Institute, Stanford, California, United States, 1: 111-147
- YOUD, T.L., EERI, M., HARP, E.L., KEEFER, D.K. & WILSON, R.C. (1985). The Borah Peak, Idaho Earthquake of October 28, 1983—Liquefaction. *Earthquake Spectra*, 2(1): 71-89

APÊNDICE A

CÓDIGOS DE PROGRAMAÇÃO EM FORTRAN 95 DO MODELO SUBCAM

```

C -----
subroutine subcam(dstrs,MDep6,OCR,param,DE,stres,rplp0,itens)
implicit none
double precision,intent(out)::OCR
double precision,intent(out)::dstrs(6),MDep6(6,6)
double precision,intent(in)::param(7),DE(6),stres(6),rplp0
integer,intent(in)::itens

double precision::lambda,kappa,v,phics,c,eN,pN,def(3,3),ten(3,3),
1w,Mcs,p,s(3,3),q,sen3t,Mt,pc0,pc1,e0,x,dten(3,3),Dep(3,3,3,3)

lambda=param(1)
kappa=param(2)
v=param(3)
phics=param(4)
c=param(5)
eN=param(6)
pN=param(7)

def(1,1)=DE(1)
def(2,2)=DE(2)
def(3,3)=DE(3)
def(1,2)=DE(4)/(2.0d0)
def(2,3)=DE(5)/(2.0d0)
def(1,3)=DE(6)/(2.0d0)
def(2,1)=def(1,2)
def(3,2)=def(2,3)
def(3,1)=def(1,3)

ten(1,1)=stres(1)
ten(2,2)=stres(2)
ten(3,3)=stres(3)
ten(1,2)=stres(4)
ten(2,3)=stres(5)
ten(1,3)=stres(6)
ten(2,1)=ten(1,2)
ten(3,2)=ten(2,3)
ten(3,1)=ten(1,3)

if (itens==1)then
call inicio1(w,Mcs,phics)
call toct(p,ten)
call tendesv(s,ten,p)
call tdes(q,s)
call lode(sen3t,s)
call mlode(Mt,w,Mcs,sen3t)
call tamanho(pc0,p,q,Mt)
pc1=rplp0*pc0;

e0=eN-lambda*log(pc1/pN)+kappa*log(pc1/pc0)
x=(lambda-kappa)/(1.0d0+e0)

call integra(dten,OCR,kappa,c,rplp0,e0,x,v,phics,def,ten)
dstrs(1)=dten(1,1)
dstrs(2)=dten(2,2)
dstrs(3)=dten(3,3)
dstrs(4)=dten(1,2)

```

```

    dstrs(5)=dten(2,3)
    dstrs(6)=dten(1,3)
else
    call inicio1(w,Mcs,phics)
    call toct(p,ten)
    call tendesv(s,ten,p)
    call tdes(q,s)
    call lode(sen3t,s)
    call mlode(Mt,w,Mcs,sen3t)
    call tamanho(pc0,p,q,Mt)
    pcl=rp1p0*pc0;

    e0=eN-lambda*log(pcl/pN)+kappa*log(pcl/pc0)
    x=(lambda-kappa)/(1.0d0+e0)

    Call tensor(Dep,ten,def,phics,c,rp1p0,kappa,e0,x,v)

MDep6(1,1)=Dep(1,1,1,1)
MDep6(1,2)=Dep(1,1,2,2)
MDep6(1,3)=Dep(1,1,3,3)
MDep6(1,4)=(Dep(1,1,1,2)+Dep(1,1,2,1))/2.0d0
MDep6(1,5)=(Dep(1,1,2,3)+Dep(1,1,3,2))/2.0d0
MDep6(1,6)=(Dep(1,1,1,3)+Dep(1,1,3,1))/2.0d0
MDep6(2,1)=Dep(2,2,1,1)
MDep6(2,2)=Dep(2,2,2,2)
MDep6(2,3)=Dep(2,2,3,3)
MDep6(2,4)=(Dep(2,2,1,2)+Dep(2,2,2,1))/2.0d0
MDep6(2,5)=(Dep(2,2,2,3)+Dep(2,2,3,2))/2.0d0
MDep6(2,6)=(Dep(2,2,1,3)+Dep(2,2,3,1))/2.0d0
MDep6(3,1)=Dep(3,3,1,1)
MDep6(3,2)=Dep(3,3,2,2)
MDep6(3,3)=Dep(3,3,3,3)
MDep6(3,4)=(Dep(3,3,1,2)+Dep(3,3,2,1))/2.0d0
MDep6(3,5)=(Dep(3,3,2,3)+Dep(3,3,3,2))/2.0d0
MDep6(3,6)=(Dep(3,3,1,3)+Dep(3,3,3,1))/2.0d0
MDep6(4,1)=Dep(1,2,1,1)
MDep6(4,2)=Dep(1,2,2,2)
MDep6(4,3)=Dep(1,2,3,3)
MDep6(4,4)=(Dep(1,2,1,2)+Dep(1,2,2,1))/2.0d0
MDep6(4,5)=(Dep(1,2,2,3)+Dep(1,2,3,2))/2.0d0
MDep6(4,6)=(Dep(1,2,1,3)+Dep(1,2,3,1))/2.0d0
MDep6(5,1)=Dep(2,3,1,1)
MDep6(5,2)=Dep(2,3,2,2)
MDep6(5,3)=Dep(2,3,3,3)
MDep6(5,4)=(Dep(2,3,1,2)+Dep(2,3,2,1))/2.0d0
MDep6(5,5)=(Dep(2,3,2,3)+Dep(2,3,3,2))/2.0d0
MDep6(5,6)=(Dep(2,3,1,3)+Dep(2,3,3,1))/2.0d0
MDep6(6,1)=Dep(1,3,1,1)
MDep6(6,2)=Dep(1,3,2,2)
MDep6(6,3)=Dep(1,3,3,3)
MDep6(6,4)=(Dep(1,3,1,2)+Dep(1,3,2,1))/2.0d0
MDep6(6,5)=(Dep(1,3,2,3)+Dep(1,3,3,2))/2.0d0
MDep6(6,6)=(Dep(1,3,1,3)+Dep(1,3,3,1))/2.0d0
end if

end subroutine subcam
C -----
C Cria o tensor Elasto-plástico com o SubCam model
C subroutine tensor(Dep,ten,def,phics,c,OCR,kappa,e0,x,v)
  implicit none
  double precision,intent(out)::Dep(3,3,3,3)
  double precision,intent(in)::ten(3,3),def(3,3),phics,c,OCR,kappa,
1e0,x,v
  double precision::Ni
  double precision::w,Mcs,de(3,3),p,q,s(3,3),sen3t,Mt,KK,Gp,Lp,
  1Dee(3,3,3,3),pc0,Ve(3,3),x1(3,3),x2,pc1,r(3,3),H0,H1,hp,x3(3,3),
  2numerador(3,3,3,3),denominador,negativo(3,3,3,3)

```

```

Ni=100.d0
call inicio1(w,Mcs,phics)

de=(def/Ni)
call toct(p,ten)
call tendesv(s,ten,p)
call tdes(q,s)
call lode(sen3t,s)
call mlode(Mt,w,Mcs,sen3t)

KK=(1.d0+e0)*p/kappa
Gp=(3.d0*(1.d0-2.d0*v)*KK)/(2.d0*(1.d0+v))
Lp=(3.d0*KK-2.d0*Gp)/3.d0
call elastic(Dee,Gp,Lp)

call tamanho(pc0,p,q,Mt)
call dfdten(Ve,Mt,p,pc0,s,sen3t,w,q)

C compute trial and check loading
call dobprodponto(x1,Dee,de)
call contdupla(x2,Ve,x1)
if (x2<=0.0d0)then
    Dep=dee
    return
end if
C End trial and check loading

pc1=pc0*OCR
call estado(H0,H1,hp,r,Ve,p,Mt,c,x,pc0,pc1)
C Relação elastoplástica
call dobprodponto2(x1,Dee,Ve)
call contdupla(x2,x1,r)
denominador=x2+hp
call dobprodponto2(x3,Dee,Ve)
call diadico1(numerador,x1,x3)
negativo=numerador/denominador
Dep=Dee-negativo
end subroutine tensor

C -----
C Integra para obter a partir de um dado incremento na deformação
C o incremento na tensão
subroutine integra(dten,OCR,kappa,c,rp1p0,e0,x,v,phics,def,ten0)
implicit none
double precision,intent(out)::dten(3,3),OCR
double precision,intent(in)::kappa,c,rp1p0,e0,x,v,phics,
1def(3,3),ten0(3,3)
double precision::w,Mcs,ten(3,3),de(3,3),p,q,s(3,3),sen3t,Mt,pc0,
1pc1,arribaNabla,T,dT,mcoef,STOL,mmin,mmax,Tde(3,3),Ve(3,3),
2H0,H1,hp,r(3,3),KK,Gp,Lp,Dee(3,3,3,3),tenel(3,3),dsigma1(3,3),
3sigma1(3,3),dz11,z11,dsigma2(3,3),dz12,x1(3,3),x2,denominador,
4x3(3,3),numerador(3,3,3,3),negativo(3,3,3,3),Dep(3,3,3,3),B0(3,3),
5B1(3,3),dz01,z01,sigmag(3,3),z11g,det1,det2,oo(3,3),err,errt,
6errz,m
integer::NSSmax,NSS

NSSmax=2000

call inicio1(w,Mcs,phics)
ten=ten0
de=def
call toct(p,ten)
call tendesv(s,ten,p)
call tdes(q,s)
call lode(sen3t,s)
call mlode(Mt,w,Mcs,sen3t)
call tamanho(pc0,p,q,Mt)

pc1=pc0*rp1p0

```

```

arribaNabla=-10.0d0
NSS=0
T=0.0d0
dT=.0001d0
mcoef=0.8d0
STOL=.0001d0
mmax=10.d0
mmin=.01d0
m=mmin
do while (T<1.0d0)
    if (abs(q/p-Mt)<.001d0 .and. arribaNabla>=0.0d0 .and. OCR<1.001) then
        exit
    end if
Tde=dT*de
C    dsigma1
    call dfdten (Ve,Mt,p,pc0,s,sen3t,w,q)
    call estado(H0,H1,hp,r,Ve,p,Mt,c,x,pc0,pc1)
C    Tensor elástico
    KK=(1.d0+e0)*p/kappa
    Gp=(3.d0*(1.d0-2.d0*v)*KK)/(2.d0*(1.d0+v))
    Lp=(3.d0*KK-2.d0*Gp)/3.d0
    call elastic(Dee,Gp,Lp)
C    Fim da relação elástica
    call dobprodpono(tenel,Dee,Tde)
    call contdupla(arribaNabla,Ve,tenel)

if (c<=0.0d0.and.(pc1-.0001d0)>pc0) then
    arribaNabla=-1.0d0
end if

if (arribaNabla<0.d0) then
    dsigma1=tenel
    sigma1=ten+dsigma1
    call toct(p,sigma1)
    dz11=0.0d0
    z11=pc1+dz11
C    Fim dsigma1
C    dsigma2
C    Tensor elástico
    KK=(1.d0+e0)*p/kappa
    Gp=(3.d0*(1.d0-2.d0*v)*KK)/(2.d0*(1.d0+v))
    Lp=(3.d0*KK-2.d0*Gp)/3.d0
    call elastic(Dee,Gp,Lp)
C    fim relação elástica
    call dobprodpono(dsigma2,Dee,Tde)
    dz12=0.0d0
C    fim dsigma2
else
C    Relação elastoplástica
    call dobprodpono2(x1,Dee,Ve)
    call contdupla(x2,x1,r)
    denominador=x2+hp
    call dobprodpono2(x3,Dee,Ve)
    call diadico1(numerador,x1,x3)
    negativo=numerador/denominador
    Dep=Dee-negativo
C    Fim da relação elasto-plástica
    call dobprodpono(dsigma1,Dep,Tde)
    sigma1=ten+dsigma1
    B0=(H0/denominador)*x1
    B1=(H1/x2)*x1
    call contdupla(dz01,B0,Tde)
    call contdupla(dz11,B1,Tde)
    z01=pc0+dz01
    z11=pc1+dz11

    call toct(p,sigma1)
    call tendesv(s,sigma1,p)

```

```

        call tdes(q,s)
        call lode(sen3t,s)
        call mlode(Mt,w,Mcs,sen3t)
C      Fim dsigma1
C      dsigma2
        call dfdten(Ve,Mt,p,z01,s,sen3t,w,q)
        call estado(H0,H1,hp,r,Ve,p,Mt,c,x,z01,z11)
C      Tensor elástico
        KK=(1.d0+e0)*p/kappa
        Gp=(3.d0*(1.d0-2.d0*v)*KK)/(2.d0*(1.d0+v))
        Lp=(3.d0*KK-2.d0*Gp)/3.d0
        call elastic(Dee,Gp,Lp)
C      fim da relação elástica
C      Relação elasto-Plástica
        call dobprodponto2(x1,Dee,Ve)
        call contdupla(x2,x1,r)
        denominador=x2+hp
        call dobprodponto2(x3,Dee,Ve)
        call diadicol( Numerador,x1,x3)
        negativo=numerador/denominador
        Dep=Dee-negativo
C      Fim da relação elasto-plástica
        call dobprodponto2(dsigma2,Dep,Tde)
        B1=(H1/x2)*x1
        call contdupla(dz12,B1,Tde)
        z11=pc1+dz11
C      fim dsigma2
end if
sigmag=ten+.5d0*(dsigma1+dsigma2)
z11g=pc1+.5d0*(dz11+dz12)

call contdupla(det2,sigmat,sigmat)
det2=det2**(.5d0)
oo=sigmat-sigma1
call contdupla(det1,oo,oo)
det1=det1**(.5d0)

errt=det1/det2
errz=((z11g-z11)*(z11g-z11)**(.5d0))/z11g

if (errt>=errz) then
    err=errt
else
    err=errz
end if
if (err>0.0d0) then
    m=mcoef*(STOL/err)**(.5d0)
end if

if(err<=STOL) then
    T=T+dT
    ten=sigmat
    pc1=z11g
    if (m>mmax) then
        m=mmax
    end if

    call toct(p,ten)
    call tendesv(s,ten,p)
    call tdes(q,s)
    call lode(sen3t,s)
    call mlode(Mt,w,Mcs,sen3t)
    call tamanho(pc0,p,q,Mt)

    if (pc0<=pc1) then
    else
        pc1=pc0
    end if
end if

```

```

else
    if(m<mmin)then
        m=mmin
    end if
end if
dT=m*dT
if(dT>1.0d0-T)then
    dT=1.0d0-T
end if
NSS=NSS+1
if(NSS>NSSmax)then
    exit
end if
end do
OCR=pc1/pc0
dten=ten-ten0
end subroutine integra
C -----
C subrutina inicio
subroutine inicio1(w,Mcs,phics)
implicit none
double precision, intent(out)::w,Mcs
double precision,intent(in)::phics
double precision::phicsr
C transforma o ângulo phics de graus para radianes
phicsr=dbl(0.0174532925199433d0*phics)

C Calcula as variaveis para o modelo

w=((3.0d0-sin(phicsr))/(3.0d0+sin(phicsr)))*4.0d0
Mcs=6.0d0*sin(phicsr)/(3.0d0-sin(phicsr))
end subroutine inicio1
C -----
C subrutina para calcular o invariante p
subroutine toct(p,ten)
implicit none
double precision, intent(out)::p
double precision, intent(in)::ten(3,3)
integer::i
p=0.0d0
do i=1,3
    p=p+ten(i,i)
end do
p=p/3.0d0
end subroutine toct
C -----
C subrutina que calcula o tensor desviador
subroutine tendesv(s,ten,p)
implicit none
double precision, intent(out)::s(3,3)
double precision, intent(in)::ten(3,3),p
double precision::dij(3,3)
integer::i,j
dij(1,1)=1.0d0;dij(1,2)=0.0d0;dij(1,3)=0.0d0;dij(2,1)=0.0d0
dij(2,2)=1.0d0;dij(2,3)=0.0d0;dij(3,1)=0.0d0;dij(3,2)=0.0d0
dij(3,3)=1.0d0
do i=1,3
    do j=1,3
        s(i,j)=ten(i,j)-p*dij(i,j)
    end do
end do
end subroutine tendesv
C -----
C subrutina que calcula o invariante q
subroutine tdes(q,s)
implicit none
double precision,intent(out)::q

```

```

double precision,intent(in)::s(3,3)
integer::i,j
q=0.0d0
do i=1,3
  do j=1,3
    q=q+(s(i,j)*s(i,j))
  end do
end do
q=sqrt((3.0d0/2.0d0)*q)
end subroutine tdes
-----
C
C  subrotina que calcula o seno de 3*ângulo de Lode
subroutine lode(sen3t,s)
implicit none
double precision,intent(out)::sen3t
double precision,intent(in)::s(3,3)
double precision::as,tamanhoS,dets
integer::i,j
as=0.0d0
do i=1,3
  do j=1,3
    as=as+s(i,j)*s(i,j)
  end do
end do
tamanhoS=sqrt(as)
if (tamanhoS<=0.000000000000001d0) then
  sen3t=1.0d0
else
  call findet(dets,s)
  sen3t=3.0d0*sqrt(6.0d0)*dets/(tamanhoS**3.0d0)
end if
if (sen3t<=-0.9999999d0) then
  sen3t=-1.0d0
end if
if (sen3t>=0.9999999d0) then
  sen3t=1.0d0
end if
end subroutine lode
-----
C
C  subrotina para calcular o determinante de uma matriz 3x3
subroutine findet(det,matriz3x3)
implicit none
double precision,intent(out)::det
double precision,intent(in)::matriz3x3(3,3)
det=matriz3x3(1,1)*matriz3x3(2,2)*matriz3x3(3,3)+matriz3x3(1,2)*
  1matriz3x3(2,3)*matriz3x3(3,1)+matriz3x3(1,3)*matriz3x3(2,1)*
2matriz3x3(3,2)-(matriz3x3(1,3)*matriz3x3(2,2)*matriz3x3(3,1)+
3matriz3x3(1,2)*matriz3x3(2,1)*matriz3x3(3,3)+matriz3x3(1,1)*
4matriz3x3(2,3)*matriz3x3(3,2))
end subroutine findet
-----
C
C  Subrotina que calcula o M em função do ângulo de Lode
subroutine mlode(Mt,w,Mcs,sen3t)
implicit none
double precision,intent(out)::Mt
double precision, intent(in)::w,Mcs,sen3t
Mt=Mcs*(2.0d0*w/(1.0d0+w-(1.0d0-w)*sen3t))**(1.0d0/4.0d0)
end subroutine mlode
-----
C
C  Calcula o tamanho da superfície de plastificação
subroutine tamanho(zi,p,q,Mt)
implicit none
double precision,intent(out)::zi
double precision,intent(in)::p,q,Mt
zi=p+(q**2.0d0)/(p*(Mt**2.0d0))
end subroutine tamanho
-----
C
C  calcula o tensor V

```

```

subroutine dfdten (Ve,Mt,p,pc0,s,sen3t,w,q)
implicit none
double precision,intent(out)::Ve(3,3)
double precision,intent(in)::Mt,p,pc0,s(3,3),sen3t,w,q
double precision::zero,dij(3,3),dMtdlode,cos3t,s2(3,3),devs2(3,3),
1dlodedten(3,3)

dij(1,1)=1.0d0;dij(1,2)=0.0d0;dij(1,3)=0.0d0;dij(2,1)=0.0d0
dij(2,2)=1.0d0;dij(2,3)=0.0d0;dij(3,1)=0.0d0;dij(3,2)=0.0d0
dij(3,3)=1.0d0

zero=dble(1.0d0/1000000000000.0d0)
Ve=(Mt**2.0d0)*(2.0d0*p-pc0)/3.0d0*dij
if (q>zero)then
  Ve=Ve+3.0d0*s
  cos3t=sqrt(1.0d0-sen3t**2.0d0)
  if (cos3t>zero)then
    call derMt(dMtdlode,Mt,w,sen3t,cos3t)
    call productomatricial(s2,s,s)
    call dev(devs2,s2)
    call derlode(dlodedten,s,devs2,q,sen3t,cos3t)
    Ve=Ve+(2.0d0*Mt*p*(p-pc0)*dMtdlode)*dlodedten
  end if
end if
end subroutine dfdten
C -----
C calcula a derivada de M respeito ao ângulo de Lode
subroutine derMt(dMtdlode,Mt,w,sen3t,cos3t)
implicit none
double precision,intent(out)::dMtdlode
double precision,intent(in)::Mt,w,sen3t,cos3t
dMtdlode=(.75d0*Mt*(1.0d0-w)*cos3t)/(1.0d0+w-(1.0d0-w)*sen3t)
end subroutine derMt
C -----
C calcula o produto matricial entre dois tensores de segunda ordem
subroutine productomatricial(Aij,Tij,Cij)
implicit none
double precision,intent(out)::Aij(3,3)
double precision,intent(in)::Tij(3,3),Cij(3,3)
double precision::a
integer::i,j,m
a=0.0d0
do i=1,3
  do j=1,3
    do m=1,3
      a=a+Tij(i,m)*Cij(m,j)
    end do
    Aij(i,j)=a
  end do
end do
end subroutine productomatricial
C -----
C calcula a parte desviadora de um tensor
subroutine dev(devA,Aij)
implicit none
double precision,intent(out)::devA(3,3)
double precision,intent(in)::Aij(3,3)
double precision::p,trA,dij(3,3)
integer::ee
p=0.0d0
dij(1,1)=1.0d0;dij(1,2)=0.0d0;dij(1,3)=0.0d0;dij(2,1)=0.0d0
dij(2,2)=1.0d0;dij(2,3)=0.0d0;dij(3,1)=0.0d0;dij(3,2)=0.0d0
dij(3,3)=1.0d0
do ee=1,3
  p=p+Aij(ee,ee)
end do

```

```

trA=p/3.0d0
devA=Aij-trA*dij
end subroutine dev
C
-----
C
Calcula a derivada do ângulo de lode com respeito ao tensor de
C
tensão
subroutine derlode(dlodedten,s,devs2,q,sen3t,cos3t)
implicit none
double precision,intent(out)::dlodedten(3,3)
double precision,intent(in)::s(3,3),devs2(3,3),q,sen3t,cos3t
dlodedten=1.5d0*((3.0d0*devs2/q)-sen3t*s)/(cos3t*q**2.0d0)
end subroutine derlode
C
-----
C
subroutine estado(H0,H1,hp,r,Ve,p,Mt,c,x,pc0,pc1)
implicit none
double precision,intent(out)::H0,H1,hp,r(3,3)
double precision,intent(in)::Ve(3,3),p,Mt,c,x,pc0,pc1
double precision::trr,y0,L
r=Ve
call toct(trr,r)
trr=3.0d0*trr
y0=-p*Mt**2.0d0
L=c*((x*log(pc1/pc0))**2.0d0)/p
H0=pc0*(trr+L)/x
H1=pc1*trr/x
hp=-y0*H0
end subroutine estado
C
-----
C
calcula o tensor Elástico
subroutine elastic(Dee,G,L)
implicit none
double precision,intent(out)::Dee(3,3,3,3)
double precision,intent(in)::G,L
double precision::dij(3,3)
integer::ii,jj,kk,ll
dij(1,1)=1.0d0;dij(1,2)=0.0d0;dij(1,3)=0.0d0;dij(2,1)=0.0d0
dij(2,2)=1.0d0;dij(2,3)=0.0d0;dij(3,1)=0.0d0;dij(3,2)=0.0d0
dij(3,3)=1.0d0
do ii=1,3
do jj=1,3
do kk=1,3
do ll=1,3
Dee(ii,jj,kk,ll)=2.d0*G*dij(ii,kk)*dij(jj,ll)+L*
1
dij(ii,jj)*dij(kk,ll)
end do
end do
end do
end do
end subroutine elastic
C
-----
C
subroutine dobprodonto(A2,B4,C2)
implicit none
double precision,intent(out)::A2(3,3)
double precision,intent(in)::B4(3,3,3,3),C2(3,3)
double precision::sss
integer::ii,jj,kk,ll
sss=0.0d0
do ii=1,3
do jj=1,3
do kk=1,3
do ll=1,3
sss=sss+B4(ii,jj,kk,ll)*C2(kk,ll)
end do
end do
A2(ii,jj)=sss
sss=0.0d0

```

```

        end      do
    end      do
end subroutine dobprodponto
-----
C
C
subroutine contdupla(a,Tij,Cij)
implicit none
double precision,intent(out)::a
double precision,intent(in)::Tij(3,3),Cij(3,3)
integer::i,j
a=0.0d0
do i=1,3
    do j=1,3
        a=a+Tij(i,j)*Cij(i,j)
    end do
end do
end subroutine contdupla
-----
C
C
subroutine dobprodponto2(A2,B4,C2)
implicit none
double precision,intent(out)::A2(3,3)
double precision,intent(in)::B4(3,3,3,3),C2(3,3)
double precision::x3
integer::kk,ll,pp,qq
x3=0.0d0
do kk=1,3
    do ll=1,3
        do pp=1,3
            do qq=1,3
                x3=x3+B4(pp,qq,kk,ll)*C2(pp,qq)
            end do
        end do
        A2(kk,ll)=x3
        x3=0.0d0
    end do
end do
end subroutine dobprodponto2
-----
C
C
producto diadico entre dois tensores de segunda ordem:
Aijkl=Bij*Ckl
subroutine diadico1(A4,B2,C2)
implicit none
double precision, intent(out)::A4(3,3,3,3)
double precision, intent(in)::B2(3,3),C2(3,3)
integer::ii,jj,kk,ll
do ii=1,3
    do jj=1,3
        do kk=1,3
            do ll=1,3
                A4(ii,jj,kk,ll)=B2(ii,jj)*C2(kk,ll)
            end do
        end do
    end do
end do
end subroutine diadico1

```