

**ANÁLISE DINÂMICA EM  
DISTRIBUIDOR DE TURBINA KAPLAN  
ABORDAGENS MULTICORPO E ESTOCÁSTICA**

**FERNANDA DE OLIVEIRA SOARES E SOUSA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**Universidade de Brasília – UnB**

**Faculdade de Tecnologia – FT**

**Departamento de Engenharia Mecânica – UnB**

**Programa de Pós Graduação em Ciências Mecânicas**

# **Análise Dinâmica em Distribuidor de Turbina Kaplan**

**Abordagens Multicorpo e Estocástica**

**Eng<sup>a</sup> Fernanda de Oliveira Soares e Sousa**

**Orientador: Prof. Dr. Alberto C.G.C. Diniz**

**Co-Orientador: Prof. Dr. Antonio P. Brasil Jr.**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS**

**PUBLICAÇÃO: ENM.DM-163A/2011**

**Brasília, 29 de Agosto de 2011.**



## **Agradecimentos**

Agradeço primeiramente a Deus, que em sua imensa bondade e misericórdia me deu o dom da vida e todas as graças que recebo diariamente.

Agradeço à minha família, em especial meus pais amados Maria José e José Soares, que sempre estiveram ao meu lado, sempre me apoiaram com seu amor incondicional e que são meu maior estímulo e exemplo diante dos desafios. Eu não tenho palavras para expressar meu amor e admiração por vocês. Muito Obrigada por tudo! Certamente eu tenho os melhores pais do mundo!

Agradeço às minhas irmãs Soraia e Giselle com quem divido as alegrias dessa conquista e que sempre me servem de exemplo próximo de dedicação, inteligência e superação. Eu as admiro por tudo o que vocês são e também pelo que representam na minha vida! Amo vocês!

Ofereço este trabalho aos meus avós Vicente e Maria e Raimundo e Maria do Rosário, que apesar de estarem no plano espiritual, aprendi com eles que uma das características mais importantes nos Materiais de Construção Mecânica é também fundamental nos humanos: A RESILIÊNCIA.

Agradeço ao Professor Diniz, por sua orientação, conhecimento e por ter confiado em mim mesmo nas horas em que eu não acreditei no meu potencial. Não tenho palavras para agradecê-lo! Obrigada pelas lições, conhecimentos, dicas, contribuições e amabilidade.

Ao Professor Brasil agradeço pela confiança que depositou em mim desde a graduação! Certamente é um dos grandes responsáveis pela minha formação acadêmica e sem dúvidas a pessoa que mais abriu portas no meu caminho! Obrigada!

Agradeço aos meus amigos e amigas da Mecânica: Anna Paula, Glécia, Gladys, Pierre, Letícia, Ana Luísa, Gabriela, Luciano, José Gustavo, Arthur, Nuno, Carla, Bruna, Cris, Tathy e tantos outros que cruzaram meu caminho nesses 10 anos de caminhada na UnB! Vocês são especiais!

Agradeço aos meus colegas da TDT e do Metro-DF que me ajudaram a superar esses últimos meses de Mestrado com alegria e compreenderam as minhas ausências para me dedicar à Dissertação.

E, por fim, a todos amigos e amigas que contribuíram para este trabalho e que estiveram ao meu lado apoiando, rezando, dividindo risadas e aflições. Obrigada por tudo!

## **Resumo**

Este trabalho tem como objetivo introduzir uma metodologia para estimar cargas em pinos de cisalhamento de uma turbina Kaplan e relacionar eventos de falha de pinos a sobrecargas com origem hidrodinâmica. O estudo foi realizado na Usina Hidrelétrica Coaracy Nunes, situada no estado do Amapá. Existem muitos aspectos que podem ser considerados como causa de falhas em pinos de cisalhamento, como fratura por fadiga, cargas estáticas excessivas devido a problemas de alinhamento e montagem. O principal fator considerado nesta análise é o estudo de carregamentos hidrodinâmicos causados pela passagem do escoamento pelas pás do distribuidor e transmitidos ao restante da estrutura. Isto pode causar uma sobrecarga cíclica, levando, em consequência disso, a danos no pino de cisalhamento. Para investigar este fenômeno, uma análise da estrutura do distribuidor foi realizada para estimar as cargas transientes atuantes em cada componente do sistema de controle direcional das pás do mecanismo. Como resultado, as cargas com origem hidrodinâmica atuantes nos pinos de cisalhamento serão conhecidas. Uma análise complementar foi necessária para avaliação da influência da componente aleatória da velocidade do escoamento no comportamento dinâmico da pá do distribuidor. Para isso, considerando as restrições de movimento nas pás do distribuidor, é proposto um modelo estocástico de um grau de liberdade para o estudo da influência da velocidade incidente nos principais parâmetros regentes do movimento da pá quando submetida ao escoamento. Estudos de CFD do escoamento em Caixas Espirais das unidades Kaplan instaladas na Usina Hidrelétrica Coaracy Nunes foram usados como base para estimar o perfil estocástico de velocidade. O método da perturbação foi aplicado para solução do problema estocástico. Este trabalho é importante para determinar a relação entre instabilidades fluido induzidas e os eventos de quebras de pinos de cisalhamento.

**Palavras chave:** *Turbinas Kaplan, pino de cisalhamento, vibração fluido induzida, Modelagem estocástica.*

## **Abstract**

This work has the objective of introducing a methodology to estimate loads on wicket gates' shear pins of a Kaplan turbine and relate its failure events to overloads with hydrodynamic origin. The study was held on the Hydro Power Unit of Coaracy Nunes, situated in Amapá. There are many aspects that may be considered as causes of the shear pins failures such as fatigue failure, excessive static loads due to bad alignment and assembly problems. The main factor that is considered in this research is the study of hydrodynamic loads caused by the flow passage through distributor's vanes and transmitted to the remaining of its structure. This could cause cyclic overload and, consequently, lead to the shear pin damage. To investigate this phenomenon, an analysis of the distributor structure was performed in order to estimate the acting transient loads on each component of its drive system caused by the flow. As result, the loads acting on the shear pins originated by the flow passage will be known. A complementary analysis was performed in order to evaluate the influence of this randomness inherent to the incident velocity. Considering the movement restrictions on the distributor blades, it is proposed a one degree of freedom stochastic model to study the dynamical stall induced by the flow acting on blades of a Kaplan turbine distributor, which is modelled considering its randomness. CFD studies on the flow inside the spiral cases of the Kaplan units in hydro power plant of Coaracy Nunes were used as basis to estimate the stochastic profile of velocity. The perturbation method was applied to solve the stochastic problem. This research is important to determine the relation between hydro-induced instabilities and the shear pins failure events.

**Keywords** : *Kaplan Turbines, stochastic dynamics, shearpins, flow induced vibration*

# SUMÁRIO

<b>1 – INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1 – OBJETIVOS .....	1
1.2 - ORGANIZAÇÃO DO ESTUDO.....	1
<b>2 – UHE COARACY NUNES</b> .....	3
2.1 – INSTALAÇÕES.....	4
2.2 – IMPORTÂNCIA ESTRATÉGICA.....	6
2.3 – MODERNIZAÇÃO.....	8
2.4 – PROBLEMAS .....	9
2.5 – DESCRIÇÃO DO DISTRIBUIDOR .....	12
2.5.1 Mecanismo de controle.....	13
2.5.2 - Pino de cisalhamento.....	15
2.6 – ABORDAGEM DO PROBLEMA - LINHAS METODOLÓGICAS.....	17
<b>3 – DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DO MECANISMO</b> .....	20
3.1 –PARAMETRIZAÇÃO E MODELAGEM MULTICORPOS.....	20
3.2 – TRANSMISSÃO DE ESFORÇOS.....	21
3.2.1 - Condições de análise do mecanismo.....	24
3.3 – RESULTADOS.....	25
<b>4 – MEDIÇÕES EXPERIMENTAIS</b> .....	29
4.1 - MEDIÇÕES E ANÁLISE .....	29
4.2 - ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	33
4.3 – COMENTÁRIOS GERAIS.....	35
<b>5 – MODELAGEM ESTOCÁSTICA</b> .....	36
5.1 - FONTES DE INCERTEZA E ALEATORIEDADES.....	38
5.1.1 - Variações do sistema real.....	39
5.1.2 - Incertezas nos dados (nos parâmetros).....	40
5.1.3 - Incertezas no modelo.....	41
5.2 - DIFERENTES ABORDAGENS PROBABILÍSTICAS.....	41
5.2.1 - Construção do modelo probabilístico.....	42

5.2.2 - Obtenção da solução.....	44
<b>5.3 - RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ALEATÓRIOS .....</b>	<b>45</b>
5.3.1 - SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO.....	48
5.3.2 - MÉTODO DA PERTURBAÇÃO.....	49
5.3.3 – CAOS POLINOMIAL.....	51
<b>6 – HIDROELASTICIDADE E MODELO MECÂNICO.....</b>	<b>53</b>
6.1 – VIBRAÇÕES INDUZIDAS PELO ESCOAMENTO.....	53
6.1.1 - EXCITAÇÃO INDUZIDA PELO MOVIMENTO.....	55
6.1.2 – HIDROELASTICIDADE .....	55
6.2 - MODELO MECÂNICO.....	57
6.3 – EQUAÇÃO DO MOVIMENTO.....	59
6.3.1 – MÉTODO DA PERTURBAÇÃO.....	63
6.3.2 - EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA ESTOCÁSTICO.....	63
6.3.3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA ESTOCÁSTICO.....	66
6.3.4 - FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA.....	67
<b>7 – RESULTADOS.....</b>	<b>68</b>
<b>8 – CONCLUSÃO.....</b>	<b>78</b>
<b>9 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>81</b>

## **Lista de Tabelas**

Tabela 2.1: Principais dimensões do pino versões A e B.....	16
Tabela 3. 1: Resultados de torque e carregamento médios nas pás diretrizes. ....	29
Tabela 6.1: Propriedades e características da pá. ....	59
Tabela 7.1: Valores Médios de U e Desvio Padrão pás 1 e 4. ....	69
Tabela 7.2: Média e variâncias das frequências complexas para os dois casos. ....	73

## Lista de Figuras

Figura 2.1: Usina Hidrelétrica Coaracy Nunes.....	3
Figura 2.2: Vista geral UHECN.....	4
Figura 2.3: Comporta aberta.....	5
Figura 2.4: Vista do piso superior da sala das turbinas.....	6
Figura 2.5: Municípios atendidos pela UHECN.....	7
Figura 2.6: Desenho do canal e caixa espiral após obras de recapacitação.....	9
Figura 2.7: Gráfico de falhas nos pinos de cisalhamento Máquina #2.....	10
Figura 2.8: Gráfico de falhas nos pinos de cisalhamento Máquina #1.....	11
Figura 2.9: Distribuidor após falha de 20 pinos de cisalhamento. ....	12
Figura 2.10: Servomotores do anel distribuidor.....	13
Figura 2.11: Componentes do sistema de movimentação das pás. ....	14
Figura 2.12: Componentes do sistema de movimentação das pás do distribuidor.....	15
Figura 2.13: Pino de cisalhamento.....	15
Figura 2.14: Desenhos do pino de cisalhamento.....	16
Figura 3.1: Parametrização do mecanismo.....	21
Figura 3.2: Equilíbrio estático na biela.....	22
Figura 3.3: Diagrama da carga atuante no pino de cisalhamento da pá nº1.....	25
Figura 3.4: Diagrama da carga atuante no pino de cisalhamento da pá nº4.....	26
Figura 3.5: Diagrama da carga atuante no pino de cisalhamento da pá nº9.....	26
Figura 3.6: Diagrama da carga atuante no pino de cisalhamento da pá nº11.....	27
Figura 3.7: Diagrama da carga atuante no pino de cisalhamento da pá nº13.....	27
Figura 3.8: Distribuição de carga nas pás do distribuidor.....	30
Figura 4.1 : Montagem Experimental e eixos de orientação do acelerômetro.....	32
Figura 4.2 – Valores de aceleração em função do tempo – máquina #1.....	33
Figura 4.3: Espectro de frequências para máquina #1.....	34
Figura 5.1: Sistema projetado, real e modelo preditivo.....	39
Figura 5.2: Representação usando polinômio de Caos.....	43

Figura 5.3: Construção da distribuição de probabilidades.....	44
Figura 5.4: Processo de resolução do problema estocástico.....	45
Figura 6.1: Exemplos de corpos e fluidos oscilantes.....	54
Figura 6.2: Modelo Mecânico da pá do distribuidor.....	57
Figura 6.3: Desenho da pá do distribuidor da UHECN.....	58
Figura 6.4: Detalhamento do eixo de giro da pá.....	59
Figura 7.1: Vista das pás diretrizes. Pás 1 e 4 em destaque.....	68
Figura 7.2: Distribuição Normal da velocidade para $U_1 = 1.3257$ m/s.....	70
Figura 7.3: Distribuição Normal da velocidade para $U_2 = 6.7848$ m/s.....	70
Figura 7.4: Convergência dos valores de Variância para $U_1 = 1.3257$ m/s.....	71
Figura 7.5: Convergência dos valores de Variância para $U_2 = 6.7848$ m/s.....	71
Figura 7.6: Função Densidade de probabilidade para $U_1 = 1.3257$ m/s.....	72
Figura 7.7: Função densidade de Probabilidade para $U_2 = 6.7848$ m/s.....	73
Figura 7.8: Comportamento da Rigidez e Fator de Amortecimento X Velocidade.....	74
Figura 7.9 – Resposta espectral do modelo dinâmico.....	75
Figura 7.10 – Respostas espectrais para $U \pm 3\sigma(U)$ .....	76

## Lista de Símbolos

R	Carregamento resultante
T	Torque Médio Atuante
M	Momento Resultante
F	Força Resultante
U	Velocidade Média do Escoamento
A	Operador que relaciona entradas e saídas aleatórias
$F'$	Momento Aerodinâmico
$k'$	Constante da mola
C	Fator de amortecimento
c	Corda do hidrofólio
$x_0$	Distância entre o bordo de ataque e o eixo elástico
A	Distância entre o Centro Aerodinâmico e o Eixo Elástico
$F_L$	Força de Sustentação
CG	Centro de Massa
U	Velocidade do Escoamento na Corrente livre
H	Função Resposta em Frequência
$C_L$	Coefficiente de Sustentação
$C_M$	Coefficiente de Momento
$C_D$	Coefficiente de Arrasto
$J_\theta$	Momento Polar de Inércia
$\theta$	Ângulo de torção, deslocamento
$\zeta_\theta$	Fator de amortecimento

$\rho$	Massa Específica
$\Delta$	Varição
$\omega$	Frequência Natural Média
$\sigma$	Desvio Padrão
$\mu$	Variância

# **1 – INTRODUÇÃO**

A Usina Hidrelétrica Coaracy Nunes, localizada às margens do Rio Araguari – Amapá, é a principal fornecedora de energia elétrica para o estado. Com capacidade de geração de aproximadamente 78 MW produzida por três turbinas tipo Kaplan, a unidade opera sob gestão da ELETRONORTE S.A. desde o ano de 1975.

No ano de 2003, a UHE Coaracy Nunes passou por um processo grande de modernização de todas as suas instalações geradoras, chegando assim à capacidade de geração de energia elétrica atual. Entretanto, após este processo começaram a ser reportados casos de quebra de pinos de cisalhamento componentes do anel regulador do distribuidor das turbinas #1 e #2. As quebras foram frequentes e durante o período reportado acarretou na parada de produção das unidades geradoras, o que causou perdas pecuniárias importantes. Por ter a responsabilidade única na geração de energia a todo o Amapá, eventos como a quebra de todos os pinos de cisalhamento dos distribuidores das turbinas da UHCN são um risco grande à garantia de fornecimento de energia elétrica no estado.

## **1.1 - OBJETIVOS**

O presente estudo tem como objetivo principal a realização de uma abordagem multidisciplinar para analisar a causa das quebras dos pinos de cisalhamento dos distribuidores das turbinas #1 e #2 da Usina Hidrelétrica Coaracy Nunes. Agregando conhecimentos de distintas áreas da Engenharia, os seguintes objetivos são propostos:

- 1) Realização de medições experimentais da vibração nos mancais de sustentação das pás do distribuidor;
- 2) Desenvolvimento de uma metodologia de estimativa de transmissão de esforços na estrutura da pá e sua ação sobre os pinos de cisalhamento;
- 3) Avaliação da ação de componentes randômicas da velocidade do escoamento sobre o comportamento dinâmico da pá através do desenvolvimento de um modelo mecânico e de uma metodologia de modelagem estocástica.

## **1.2 - ORGANIZAÇÃO DO ESTUDO**

A Usina Hidrelétrica Coaracy Nunes é apresentada no Capítulo 2. Nesta unidade são descritas as unidades geradoras, as instalações da Usina e também sua importância

estratégica no Estado do Amapá. Além disso, são descritos detalhadamente o processo de Modernização da Usina, os problemas de quebra de pino de cisalhamento e também o mecanismo de regulação de potência das turbinas.

No capítulo 3 é realizada a descrição matemática do mecanismo de acionamento das pás do distribuidor através da sua parametrização e modelagem multicorpos. É apresentada a metodologia para cálculo de esforços transmitidos da pá ao pino de cisalhamento além dos resultados aplicados ao problema.

O procedimento experimental para medição de vibrações no mancal do distribuidor é apresentado no capítulo 4. Nesta mesma unidade são apresentados os resultados das medições e são feitas algumas considerações em relação à operação da unidade.

Os estudos realizados até este ponto indicam a necessidade de uma abordagem estocástica do problema. Isso se justifica pelos resultados obtidos, que levam a concluir que o escoamento incidente tem componentes aleatórias. Estas últimas podem ser responsáveis por esforços hidrodinâmicos espúrios. Abordar o presente problema somente na perspectiva determinista não é eficaz na avaliação global dos esforços atuantes nas pás e sua transmissão aos pinos de cisalhamento. Assim, na unidade 5 são introduzidos os conceitos de modelagem estocástica. São apresentados conceitos de fontes de incerteza e aleatoriedades. São ainda apresentadas as diferentes abordagens probabilísticas e os principais métodos de resolução dos problemas aleatórios.

No capítulo 6 o objeto deste estudo é abordado de forma mais particular, introduzindo-se os conceitos de hidroelasticidade, a elaboração de um modelo mecânico simplificado que representa a pá do distribuidor e o equacionamento do problema estocástico e sua solução a partir do Método da Perturbação.

No capítulo 7 faz-se uma avaliação conclusiva em relação a toda a abordagem utilizada para a avaliação da quebra de pinos de cisalhamento e são sugeridos estudos futuros para problemas semelhantes.

## 2 – UHE COARACY NUNES



Figura 2.1: Usina Hidrelétrica Coaracy Nunes

A UHE Coaracy Nunes está instalada no estado do Amapá a 130 km da capital, Macapá. Esta Usina utiliza o potencial hídrico do Rio Araguari, o mais volumoso e extenso do Amapá. Os estudos iniciais para a construção da hidrelétrica datam do início dos anos 50 e tinham como principal objetivo suprir a crescente demanda por energia no estado. O projeto inicial foi desenvolvido pela Companhia Energética do Amapá (CEA), que após estudos experimentais preliminares realizados no final dos anos 60, aprovou a aquisição de duas turbinas hidráulicas do tipo Kaplan com 20MW cada. A empresa Centrais Elétricas do Norte S/A (ELETRONORTE) assumiu oficialmente a responsabilidade pela construção da Usina, concluindo as obras que compreenderam o sistema de geração e transmissão em 1975. Neste mesmo ano, as duas unidades geradoras entraram em operação comercial. Localizada na região Oriental da Floresta Amazônica, esta foi a primeira Usina Hidrelétrica a operar nessa região. Desde 1993, o complexo hidrelétrico funciona em conjunto com a UTE de Santana, que garante o suprimento de energia elétrica durante os meses de estiagem.

Prevendo o aumento na demanda por energia no estado, e considerando a hidrologia do Rio Araguari, durante a construção da Usina foi deixado pronto o bloco de concreto em primeiro estágio com as mesmas dimensões dos blocos das unidades em operação para abrigar uma terceira unidade geradora no futuro. As expectativas de demanda energética se confirmaram e em abril de 2000 mais uma turbina Kaplan foi integrada ao sistema, com capacidade para gerar mais 30MW de energia elétrica.

No ano de 2003, as duas máquinas 1 e 2, passaram por um processo de repotenciação aumentando em 4MW a capacidade de geração de cada uma. Assim, a UHE Coaracy Nunes passou a ter 78MW de potência instalada total, contabilizando as unidades 1 (24MW), 2 (24MW) e 3 (30MW).

## 2.1 - INSTALAÇÕES

A Usina Hidrelétrica Coaracy Nunes de propriedade da ELETRONORTE e localizada próxima à Cachoeira do Paredão é considerada uma instalação de médio porte. Sediada a 15 km da cidade de Porto Ferreira, é composta por uma barragem, casa de máquinas, tomada d'água e canal de fuga localizados no Rio Araguari.



Figura 2.2: Vista geral UHECN

O vertedouro da Usina, localizado em um leito secundário, é dotado de 10 comportas para controlar o fluxo de água proveniente do lago de acumulação.



Figura 2.3: Comporta aberta

As duas barragens da Central hidrelétrica são de enrocamento com núcleo de argila e trechos em concreto a gravidade. O sistema de transmissão e distribuição é constituído por três subestações (SE Central – 138/69 kV; Porto de Santana – 138/69/13,8 kV e Macapá – 69/13,8 kV) e 125 km de linhas de transmissão que interligam essas subestações.

Na parte principal da Usina estão instaladas a Casa de Máquinas, sala de controle as principais instalações de trabalho e convivência da UHE Coaracy Nunes. A casa de força é composta por três pavimentos, onde são desempenhadas as principais atividades da Central. No primeiro pavimento, tem-se a vista geral das tampas das três máquinas e também está instalada a tubuação de óleo que controla o acionamento de movimentação angular das pás dos rotores Kaplan. Cada máquina tem seu controle hidráulico próprio. Um nível abaixo se localiza a sala que dá acesso às turbinas, onde existem diversos sistemas de controle de operação das unidades. Um nível abaixo fica a Sala das turbinas, onde se pode observar todo o sistema de acionamento de abertura de

pás do distribuidor e também o eixo intermediário da turbina, que aciona o rotor do gerador.



Figura 2.4: Vista do piso superior da sala das turbinas

## 2.2 – IMPORTÂNCIA ESTRATÉGICA

A UHE Coaracy Nunes desempenha um papel fundamental no suprimento de energia para o estado do Amapá. Isto se dá ao fato de que o estado não está interligado ao sistema nacional de energia. Assim, a responsabilidade de produzir eletricidade para todo o estado é da Usina Hidrelétrica Coaracy Nunes, que juntamente com a UTE de Santana, constitui um sistema isolado de geração. Durante os anos 90, o estado sofreu episódios repetitivos de desabastecimento energético, o que motivou a ampliação da capacidade produtiva da hidrelétrica. Assim, em 2000 foi instalada a terceira máquina, com capacidade de 30MW e foi iniciado processo de modernização das máquinas 1 e 2 para melhor atender às demandas da comunidade e garantir o abastecimento. Essa modernização permitiu ao Amapá um aumento na capacidade de ofertar energia, sendo que atualmente, o estado consegue oferecer 15% de energia acima da demanda.

Com as obras de modernização realizadas tanto na UHE Coaracy Nunes e também na UTE de Santana, o Amapá pôde planejar a ampliação do seu sistema de distribuição de

energia elétrica. Com isso, vários municípios puderam receber energia através da ampliação do sistema de transmissão, que sai diretamente da UHECN e atende os municípios de Tartarugalzinho, Amapá e Calçoene. Existem planos da Eletronorte de ampliação desta linha de transmissão até o norte do estado, com previsão de abastecer o município de Oiapoque até 2010.

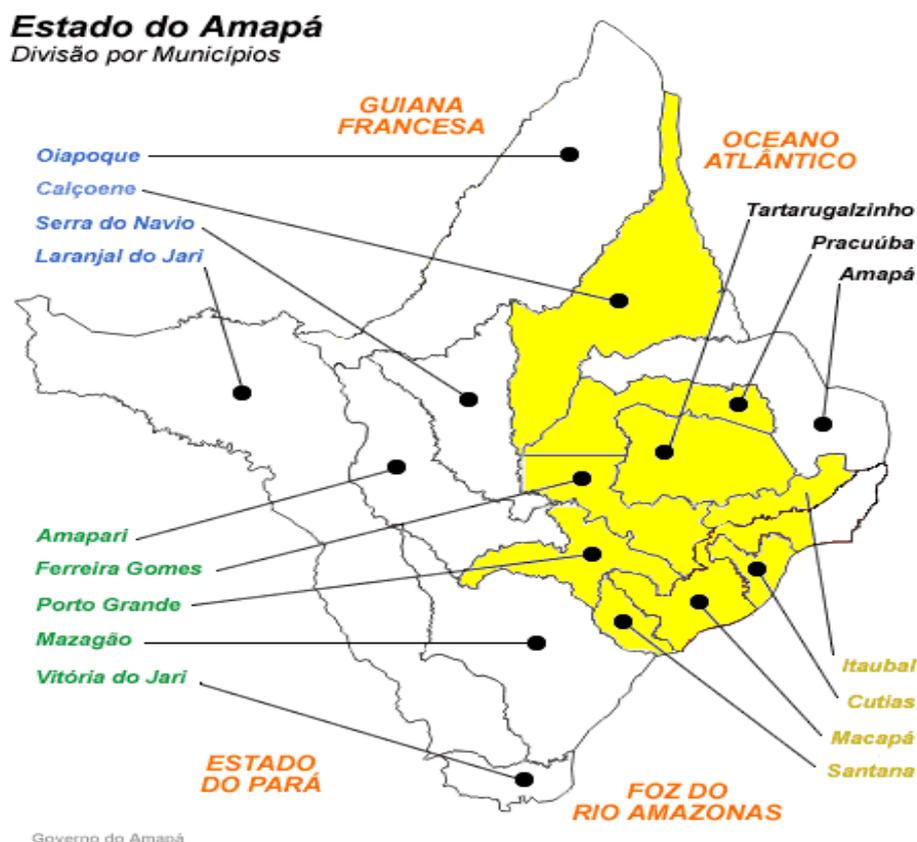


Figura 2.5: Municípios atendidos pela UHECN

Existe a previsão de interligar o Amapá ao sistema energético nacional no ano de 2012, quando há previsão de conclusão da interligação Tucuruí-Macapá-Manaus através de um linhão de fornecimento de energia que passa pelo Rio Amazonas. Entretanto, essa nova linha de transmissão não diminui a importância estratégica da UHE Coaracy Nunes para o Amapá, já que a usina continuará sendo a principal fornecedora de energia para o restante do Estado.

O aumento na capacidade de geração da UHECN trouxe benefícios econômicos para toda a região, pois com a maior oferta de energia foi possível diminuir os custos com a

geração de eletricidade por geradores a Diesel, além da maior confiabilidade no escoamento de energia aos municípios, agora ligados diretamente com a central hidrelétrica. Isso impulsionou a atividade econômica no estado, principalmente em regiões afastadas da capital, que passaram a usufruir dos benefícios da eletricidade a custos menores.

### **2.3 - MODERNIZAÇÃO**

O aumento populacional associado ao crescimento econômico experimentado pelo Estado do Amapá principalmente na década de 90 aumentou sensivelmente a demanda por energia na região. Este fato associado às dificuldades que impossibilitaram a interligação do Amapá à rede nacional de fornecimento de energia foram os principais motivadores para a ampliação urgente do Parque Gerador de Coaracy Nunes, processo iniciado em 2000 com as obras de modernização das instalações existentes e entrada em operação de uma nova turbina.

O principal objetivo era aumentar a capacidade de geração dessas unidades de 20 para 24 MW cada. Para isso, diversas alterações foram feitas, as mais significativas consistiram em modificações na geometria original dos rotores, alterações na geometria das pás fixas do pré distribuidor e também nas pás móveis que constituem o distribuidor em si. Além disso, foram realizadas alterações no formato do fundo da caixa espiral (com a construção de uma rampa para redução da perda de carga). Essas mudanças tiveram como objetivo principal a redução de perdas hidráulicas a partir de alterações na geometria dos componentes da turbina, com o intuito de preservar a distribuição homogênea do escoamento na entrada do rotor, considerando que este também sofreu modificações em seus perfis hidrodinâmicos significativas das pás. O processo de repotenciação da unidade geradora 02 foi finalizado em setembro de 2004 e na unidade 01 a modernização foi concluída em julho de 2005. Desta forma, a UHE CN passou à capacidade de geração atual de 78MW operando em plena carga.

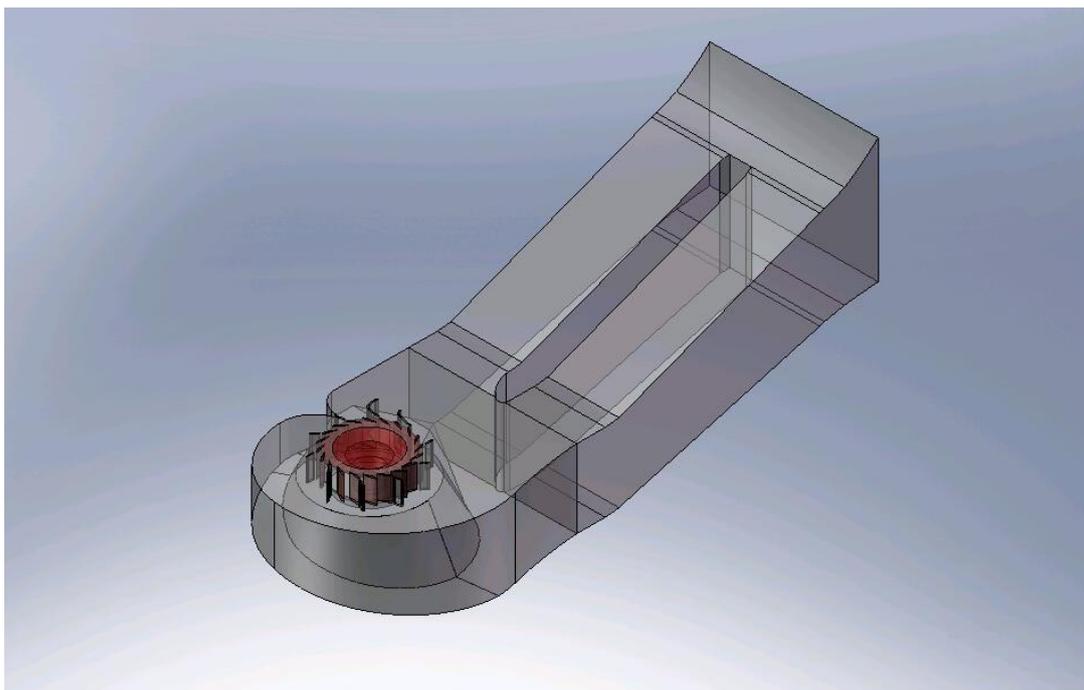


Figura2.6: Desenho do canal e caixa espiral após obras de recapacitação.

## 2.4 - PROBLEMAS

Com a conclusão da modernização das unidades e início de operação, começaram a surgir eventos de falha nos pinos de cisalhamento dos anéis distribuidores. A primeira ocorrência de quebra de pino foi registrada na máquina 02, quinze dias após a sua entrada em operação comercial. Os eventos de falha continuaram constantes na unidade 02, até a quebra simultânea dos 20 pinos de cisalhamento, ocorrida em maio de 2005, oito meses após o início da operação da máquina com a nova capacidade. Todos os pinos foram substituídos por novos, entretanto, um mês depois a falha generalizada dos pinos ocorreu novamente. No período compreendido entre a entrada em operação comercial e os oito meses subsequentes de operação, a gerência da Usina computou um total de 45 falhas de pino de segurança na unidade 02.

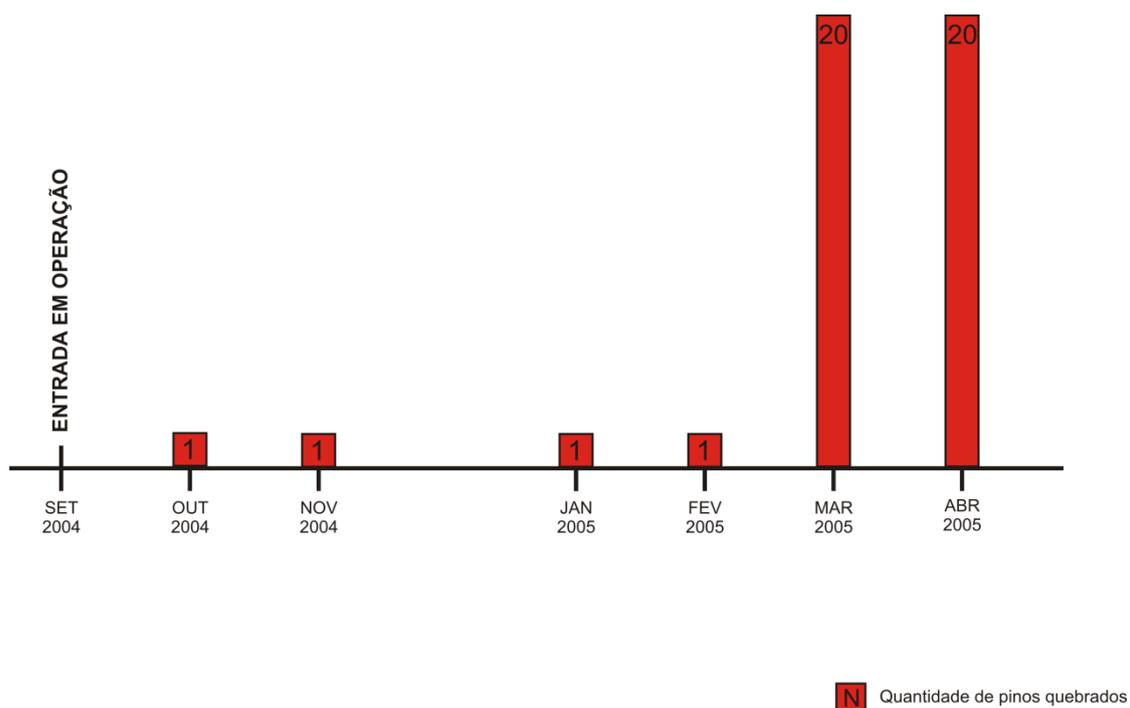


Figura 2.7: Gráfico de falhas nos pinos de cisalhamento máquina #2

O mesmo processo de quebras constantes ocorreu com a máquina 01. Cinco meses após sua entrada em operação comercial em julho de 2005, foi notificada a primeira falha em pino de segurança. Poucos dias depois, esta unidade também registrou a quebra simultânea de todos os 20 pinos de segurança do anel de distribuição. Após substituição dos pinos, as falhas voltaram a ocorrer meses depois. Primeiramente, em abril de 2006, foi notificada a quebra de 4 pinos. Quatro dias após a substituição dos mesmos, houve a ocorrência de nova falha em 5 pinos, sendo que 4 deles estavam na mesma posição dos que haviam quebrado anteriormente. Não existem registros sobre a reincidência de quebra de pinos nas mesmas posições, assim como não há uma regularidade de quantidade de pinos quebrados ou uma relação direta entre eventos de quebra de pinos e aumento ou decréscimo de capacidade de operação da turbina.

A principal função do pino de cisalhamento é atuar como fusível mecânico do distribuidor, ou seja, em caso de sobrecarga o pino falharia para proteger o restante do sistema. Entretanto, em episódios como os ocorridos nas máquinas da UHECN, onde todos os pinos falhavam simultaneamente, os estragos foram muito maiores. Isto se deu ao fato de que, quando um pino sofria fratura, a sua respectiva pá passava a girar sem controle, causando o travamento de pás vizinhas. Com isso, as pás travadas sofriam sobrecarga o que levava à quebra sistemática de pinos vizinhos. Além disso, os

episódios de falhas nos pinos causavam o giro livre das bielas, fazendo com que elas atingissem a estrutura de concreto do anel distribuidor, causando sua deterioração.

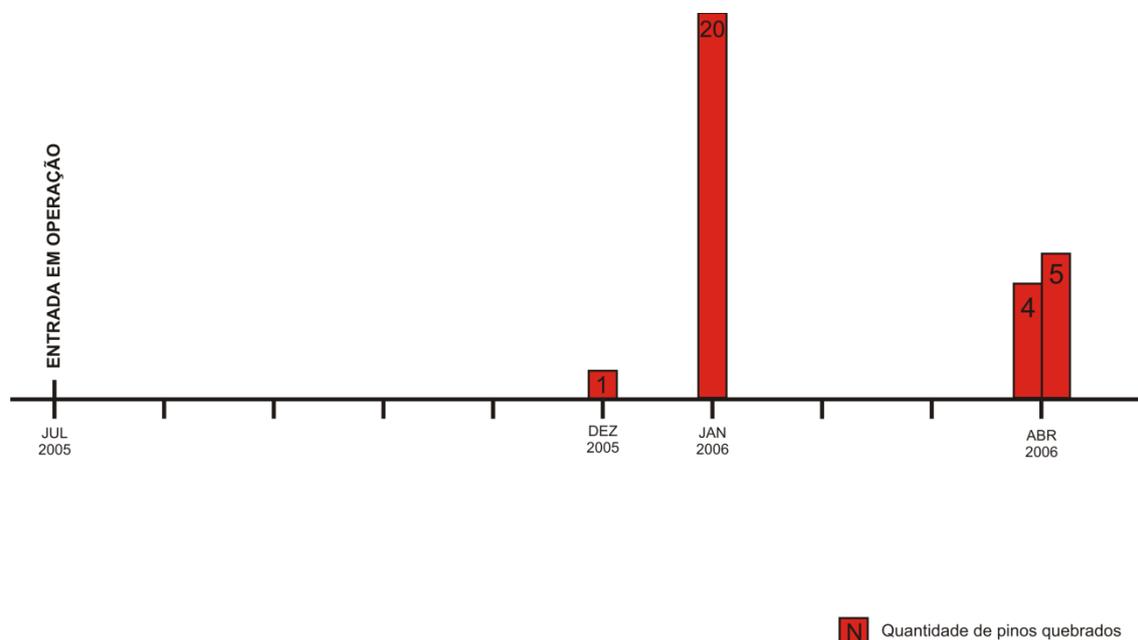


Figura 2.8: Gráfico de falhas nos pinos de cisalhamento Máquina #1

Para a Usina, a quebra de um pino apenas já representava prejuízo, pois era necessário parar a máquina, inspecionar todos os elementos do anel regulador do anel distribuidor e então realizar a instalação de um novo pino de segurança e ajustes posteriores de funcionamento do distribuidor antes de entrar em operação novamente. Normalmente este processo durava até 10 dias. Em eventos de falhas mais graves, como a ocorrência de quebra simultânea em todos os pinos das máquinas, o tempo de parada era ainda maior, já que era necessária não apenas a substituição dos pinos quebrados, mas também de todos os elementos do sistema que sofreram avarias durante a anomalia, como por exemplo, elementos da biela e manivela, regulação dos servomotores de acionamento do anel distribuidor, reconstrução de paredes no fosso da turbina, correção de vazamentos de água, entre outros.



Figura 2.9: Distribuidor após falha de 20 pinos de cisalhamento.

Nesses casos, a unidade permanecia parada por períodos maiores que 1 mês, representando um grande déficit na produção de energia da Usina Coaracy Nunes e além das perdas pecuniárias relacionadas ao aumento de produção na UTE Santana para cobrir a demanda pela energia que deixava de ser produzida na hidrelétrica.

## 2.5 – DESCRIÇÃO DO DISTRIBUIDOR

A seguir serão apresentados os principais componentes do distribuidor, sistema responsável pela regulação da água incidente nos rotores das turbinas e consequentemente pelo controle da potência desenvolvida por cada máquina. Este controle se dá através da ação conjugada de vários componentes mecânicos com movimentos coordenados entre si e compõem o anel de regulação das pás do distribuidor.

### 2.5.1 Mecanismo de controle

O sistema de acionamento das pás do distribuidor é complexo e depende da atuação de um sistema mecânico que torna possível a movimentação das pás diretrizes e consequentemente a realização do controle de potência da turbina através da regulação do fluxo de água incidente nas pás do distribuidor.

O distribuidor é composto por servos-motores hidráulicos localizados na tampa da turbina, com duas hastes de atuação conectadas diretamente ao anel de regulação. Estes pistões hidráulicos são de duplo efeito e atuam de forma sincronizada, ou seja, enquanto um encontra-se no curso máximo, o outro está no curso mínimo, o que permite o controle do grau de abertura do conjunto de 20 pás do distribuidor da UHE CN. Cada pistão tem pressão máxima normal de 30 bar e curso de 328 mm. O anel de regulação, movimentado pelos pistões hidráulicos, é composto por duas partes, uma fixa, que forma a sua estrutura mecânica e outra móvel, que é colocada em movimento e transmitirá o mesmo para a biela de cada uma das pás, que é diretamente conectada à parte móvel do anel de regulação. O anel de regulação se desloca tangencialmente ao eixo da unidade guiado por pistas auto lubrificantes posicionadas sobre a tampa intermediária. Ele é ligado diretamente aos dois servomotores por bielas e pinos e a cada uma das 20 diretrizes por meio do mecanismo de regulação composto pelo sistema biela-manivela.



Figura 2.10: Servomotores do anel distribuidor

A responsabilidade de transmissão de movimento do anel de regulação para cada uma das pás diretrizes é do mecanismo de regulação. Este mecanismo é composto por um sistema biela-manivela. A manivela é conectada à pá diretriz por meio de dois pinos cônicos com parafuso de travamento. Já a conexão manivela biela é realizada pelo pino de cisalhamento, principal elemento de ligação e transmissão de movimento do mecanismo. Todo este conjunto é acionado pelo movimento rotativo do anel de regulação, que é colocado em movimento pela ação dos servomotores.



Figura 2.11: Componentes do sistema de movimentação das pás.

A escora da pá diretriz e da manivela é feita através de um cubo guia com buchas auto lubrificantes. A regulação axial da posição de cada pá é feita por um sistema de parafuso e bucha roscada montada na manivela. Com o distribuidor fechado, o contato entre as diretrizes é estabelecido entre as bordas de ataque e fuga de duas subseqüentes, este contato é linear (superfícies de contato usinadas). As pás do distribuidor são fabricadas em aço ASTM A743 CA6MN em peças fundidas monobloco, com comprimento total de 2745mm.

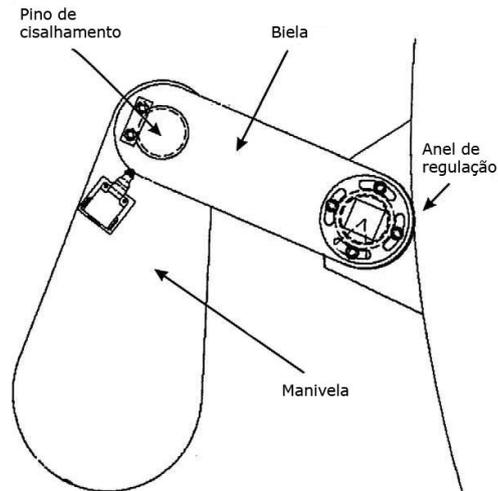


Figura 2.12: Componentes do sistema de movimentação das pás do distribuidor

### 2.5.2 - Pino de cisalhamento



Figura 2.13: Pino de cisalhamento.

No mecanismo de abertura e fechamento das pás do distribuidor, o pino de cisalhamento desempenha papel fundamental. Fabricado em aço ASTM 410, o pino é o elemento de ligação e transmissão de carga entre a pá do distribuidor e o anel de regulação. Além disso, ele atua também como um fusível mecânico, protegendo o restante do sistema de sobrecargas, ou seja, caso algum carregamento não usual atinja a pá, esta sobrecarga não é transmitida ao restante dos componentes, já que o pino de cisalhamento rompe-se antes que isto ocorra. Evitando a falha repentina de outros

componentes durante a operação da unidade geradora. Nesta situação, qualquer momento gerado pelo conjunto biela-manivela é transmitido ao pino de cisalhamento, que resiste à tensão de cisalhamento devido o torque gerado, o que ocasiona falha no pino caso a tensão atuante seja maior que a admissível.

O projeto inicial do pino de cisalhamento prevê que o mesmo suporte esforços de cisalhamento puro de até 120 kN. Entretanto, dependendo do tipo de material, forma e acabamento superficial, a sua resistência a outros tipos de esforços pode ser diminuída (Azevedo et al. 2009). Esforços espúrios de flexão podem levar o pino de cisalhamento a operar em condições não usuais, diferentes das especificadas em seu projeto inicial. Este fato pode ser causado por desalinhamento na montagem do mecanismo (no caso, biela - manivela) e também por possíveis impactos à estrutura do distribuidor como, por exemplo, a entrada de galhos de árvores de porte mais robusto pela tomada d'água que podem possivelmente atingir as pás do distribuidor. Nestes casos específicos, o pino de cisalhamento rompe-se preventivamente, evitando a transmissão da sobrecarga pelo restante do mecanismo, o que poderia danificá-lo. Entretanto, a falha sistemática e constante de diversos pinos simultaneamente pode causar grandes transtornos e prejudicar a operação de toda a unidade geradora.

Tabela 2.1: Principais dimensões do pino versões A e B

<b>Parte do pino</b>	<b>Dimensão Pino A (mm)</b>	<b>Dimensão pino B (mm)</b>
Diâmetro da parte superior	80	47
Diâmetro da parte inferior	55	52
Diâmetro da ranhura	33	23
Diâmetro do furo	26	10
Altura até a ranhura	56	65
Altura total do pino	125	155
Ângulo de abertura do pino	45°	30°
Altura Nominal	324,37	336,94

Segundo relatórios técnicos fornecidos pela ELETRONORTE, foram utilizadas duas versões de pinos de cisalhamento nas máquinas #01 e #02. A principal diferença nas duas versões reside na geometria do pino, que se tornou mais simplificada na versão B. As diferenças entre as versões do pino de cisalhamento podem ser observadas na Tabela onde são mostradas as principais dimensões das duas versões dos pinos.

## **2.6 – ABORDAGEM DO PROBLEMA - LINHAS METODOLÓGICAS**

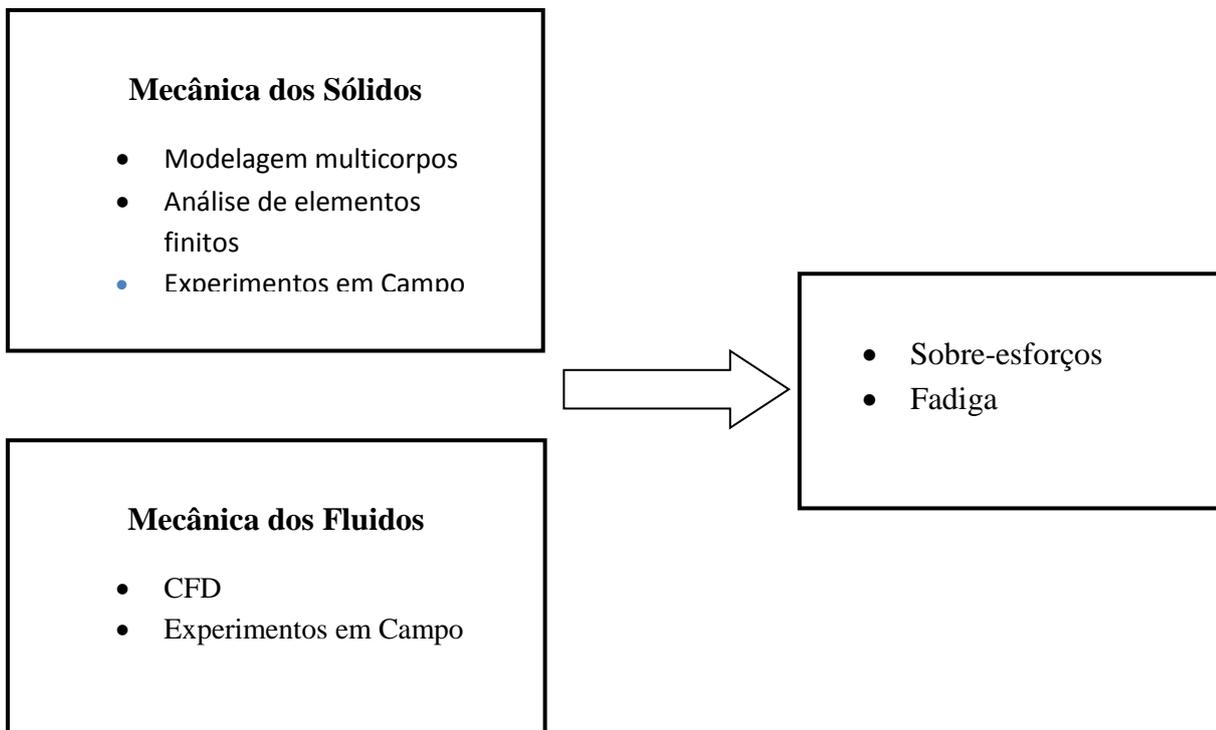
Os esforços hidrodinâmicos em função da operação da máquina podem ser divididos em esforços hidrodinâmicos médios e transitórios. Os esforços médios poderiam ser causadores de anomalias por esforço estático excessivo ou desequilíbrio hidráulico da pá. São considerados esforços hidrodinâmicos transitórios fenômenos como sobre esforços sobre as pás, vibração e fadiga.

Existem também os esforços hidromecânicos com origem na montagem e / ou regulagem da máquina, incluindo estruturas do distribuidor, eixo da turbina, entre outros componentes. Erros ou problemas de montagem e alinhamento podem acarretar esforços estáticos excessivos que possivelmente poderiam causar quebra de pinos. Eventos de regulação, provenientes da própria movimentação do anel de regulação também ocasionam esforços estáticos excessivos que podem, inclusive, danificar as buchas dos pinos de cisalhamento e do eixo das pás e assim prejudicar a movimentação de todo o mecanismo.

Considerando todas essas possibilidades, o problema de quebras frequentes dos pinos de cisalhamento foi abordado em duas frentes: uma voltada para a mecânica dos fluidos e outra vertente explorando o evento de falhas constantes à luz da mecânica dos sólidos.

Diversos estudos foram publicados concentrando-se nas diferentes áreas abordadas para a investigação dos elementos causadores das quebras sucessivas dos pinos de cisalhamento. No trabalho de Ferreira et al. (2007) foram realizados estudos da análise de falha do pino de cisalhamento através de modelagem numérica, com o intuito de analisar a superfície de contato entre o pino e o sistema biela-manivela e assim estimar esforços de fadiga admissíveis pelo pino de cisalhamento, avaliando as condições limite de atuação do fusível mecânico.

No trabalho de Azevedo et al. (2009) é realizada uma análise química completa do material constituinte do pino de cisalhamento através da espectrofotometria utilizando absorção atômica e espectrometria de plasma. Além disso, foi realizada a análise macrográfica das superfícies fraturadas para a investigação dos esforços atuantes nas peças no momento da fratura. Neste estudo, também foi detalhada a ação da fadiga nos pinos durante a atuação do distribuidor (abertura e fechamento de pás). A influência de esforços conjugados de fadiga e esforços espúrios de flexão também foi investigada através de simulação numérica.



No tocante à mecânica dos Fluidos, o trabalho de Coelho et al. (2009) realizou um estudo de simulação numérica do escoamento na caixa espiral da máquina #1 da UHECN, enfatizando a análise dos esforços de origem hidrodinâmica atuantes nas pás diretrizes do distribuidor, considerando as novas geometrias das pás, adotadas após o processo de modernização.

Com os resultados deste trabalho, pode-se estimar o torque atuante nas pás. A partir desse resultado e aplicando-se a modelagem multicorpos foram determinados os esforços transmitidos aos pinos com origem hidrodinâmica (Sousa et al, 2009). A partir deste trabalho foi possível verificar numericamente se os esforços atuantes sobre os

pinos de cisalhamento atendiam às condições de projeto simuladas nos trabalhos anteriores.

O presente trabalho tem como objetivo uma abordagem multidisciplinar do problema de quebras de pino de cisalhamento da Usina Hidrelétrica de Coaracy Nunes. Até o presente momento, os estudos neste caso eram realizados considerando as diferentes áreas da engenharia mecânica separadamente. Entretanto, é necessária a análise considerando fatores que englobem vários campos distintos, já que se trata de um problema típico de interação entre fluido e estrutura. A partir desta abordagem, multidisciplinar, será possível a avaliação da influência do escoamento sobre a estrutura do distribuidor, considerando os esforços inerentes ao contato entre estas duas interfaces.

Para isto, utilizam-se dados de CFD para quantificar os esforços existentes, além da análise da atuação do próprio mecanismo. Esta atuação é decomposta em elementos paramétricos o que permite que ângulos intermediários entre os componentes do distribuidor sejam observados. Esta decomposição viabiliza a análise da transmissão de esforços entre componentes da pá, ou seja, possibilita a quantificação dos esforços que atuam na pá e, por conseguinte, são transmitidos através da estrutura até componentes indiretos, como por exemplo, os pinos de cisalhamento. Neste trabalho, também são considerados dados de experimentos adquiridos a partir de campanha de medição de vibração in loco. Estes resultados matemáticos e experimentais conjugados levaram à necessidade de uma análise que considerasse o caso estudado a partir de uma abordagem estocástica e não somente como um problema determinístico.

Para isto foi desenvolvido um modelo mecânico simplificado e associado a ele, um modelo matemático capaz de descrever o comportamento vibratório das pás do distribuidor e dos esforços transmitidos aos pinos de cisalhamento. A partir daí, pode-se estabelecer uma equação descritiva do problema e aplicar um método de resolução usando uma abordagem estocástica.

Dessa forma foi possível estabelecer a influência da aleatoriedade associada a um parâmetro na integridade estrutural dos componentes submetidos ao escoamento e assim, oferecer uma contribuição complementar à análise da quebra de pinos de cisalhamento.

### **3 – DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DO MECANISMO**

Por ser uma estrutura complexa, cujo funcionamento em condições perfeitas depende da ação conjugada de diversos mecanismos, é necessária uma análise matemática do mesmo. Primeiramente, é preciso descrever o distribuidor através de elementos geométricos simples, que possibilite a visualização dos ângulos intermediários que estão envolvidos na movimentação do mecanismo para, em seguida, possibilitar a análise de esforços

#### **3.1 –PARAMETRIZAÇÃO E MODELAGEM MULTICORPOS**

Uma descrição geométrica mais simples do mecanismo foi desenvolvida para viabilizar seu estudo dinâmico. Para isso, os componentes do sistema de acionamento das pás do distribuidor, como anel de regulação, biela, manivela e pá foram considerados como barras indeformáveis, conectadas entre si através de ligações perfeitas. Dessa forma, o sistema de acionamento das pás do distribuidor foi modelado como elementos multicorpos, representados por barras simples.

A parametrização de todo o conjunto de acionamento permite a análise da dinâmica do sistema durante seu funcionamento, proporcionando a visualização e localização de cada componente em função de outro, através de ângulos relativos (parametrização relativa). Isso permite o detalhamento do comportamento de cada componente durante os processos de abertura e fechamento de cada pá e viabiliza a análise de transmissão de esforços através de todo o mecanismo. O modelo multicorpos é apresentado na Figura seguinte.

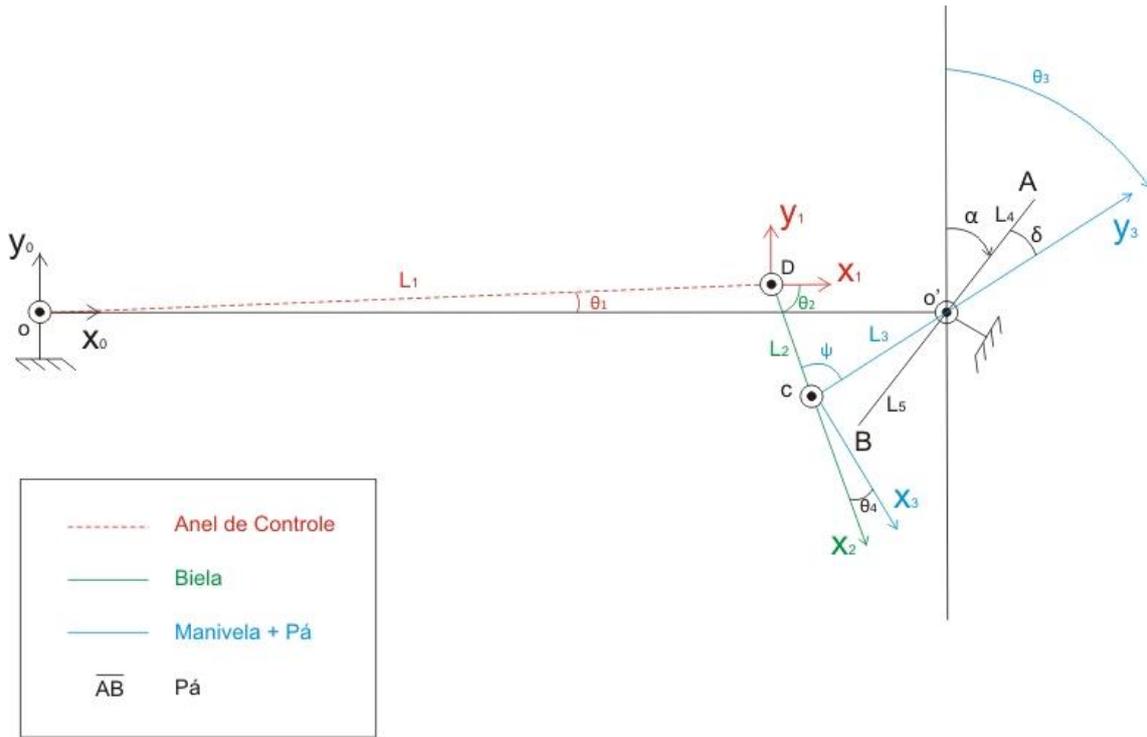


Figura 3.1: Parametrização do mecanismo

### 3.2 – TRANSMISSÃO DE ESFORÇOS

Usando os valores de torque incidente nas pás, obtidos por simulações em CFD desenvolvidas e apresentadas no trabalho de Coelho et al. (2009), as cargas atuantes nos pinos de cisalhamento foram calculadas usando equações paramétricas. Em seguida, o cálculo da carga estimada de origem hidrodinâmica para uma pá é apresentada e a mesma metodologia foi empregada para o cálculo dos esforços atuantes nas outras pás. As ligações pivotadas apresentadas na Figura 3.1 em  $D$ ,  $C$  e  $O$ , são consideradas perfeitas.

Primeiramente, considerando cada elemento da montagem separadamente, as cargas atuantes na manivela foi estimada pelo equilíbrio estático de forças:

$$\vec{R}_C = \vec{R}_{3 \rightarrow 2} = -\vec{R}x_2 = -R[\cos(\theta_1 - \theta_2) \vec{x}_0 + \text{sen}(\theta_1 - \theta_2) \vec{y}_0] \quad (3.1)$$

$$\vec{R}_D = \vec{R}_{1 \rightarrow 2} = R\vec{x}_2 = R[\cos(\theta_1 - \theta_2) \vec{x}_0 + \text{sen}(\theta_1 - \theta_2) \vec{y}_0] \quad (3.2)$$

Os torques atuantes nas ligações são  $T_{1 \rightarrow 2}$  (ação do anel regulador na biela) e  $T_{3 \rightarrow 2}$  (ação da manivela na biela):

$$T_{1 \rightarrow 2} = \begin{bmatrix} R \cos(\theta_1 - \theta_2) & - \\ R \sin(\theta_1 - \theta_2) & - \\ - & 0 \end{bmatrix}_{D,x_0,y_0,z_0} \quad T_{3 \rightarrow 2} = \begin{bmatrix} -R \cos(\theta_1 - \theta_2) & - \\ -R \sin(\theta_1 - \theta_2) & - \\ - & 0 \end{bmatrix}_{C,x_0,y_0,z_0}$$

O torque atuante no ponto fixo ( $O'$ ), correspondente ao acoplamento manivela-pá  $T_{0 \rightarrow 3}$  e o torque induzido pelo escoamento na pá ( $T_{esc/pá}$ ) são dados por:

$$T_{0 \rightarrow 3} = \begin{bmatrix} X_{03} & - \\ Y_{03} & - \\ - & 0 \end{bmatrix}_{O',x_0,y_0,z_0} \quad T_{esc/pá} = \begin{bmatrix} 0 & - \\ 0 & - \\ - & M_1 \end{bmatrix}_{O',x_0,y_0,z_0}$$

O equilíbrio estático na biela presente em cada pá pode ser representado pelo diagrama de forças exibido a seguir:

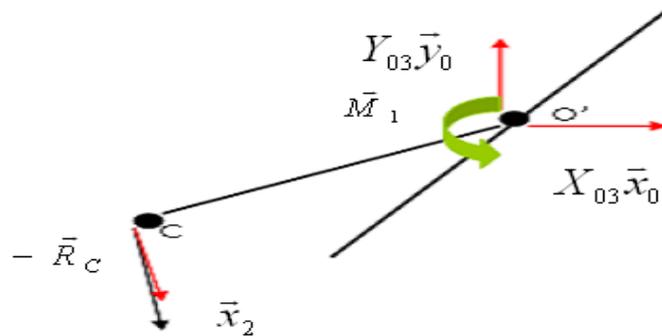


Figura 3.2: Equilíbrio estático na biela.

E pode ser representado por:

$$\sum T_{i \rightarrow 3} = 0 = T_{2 \rightarrow 3} + T_{0 \rightarrow 3} + T_{esc/pá} \quad (3.3)$$

Na condição de equilíbrio estático, o somatório de forças e momentos deve ser igual a zero:

$$\sum \vec{F}_{i \rightarrow 3} = \vec{0} \quad (3.4)$$

$$\sum \vec{M}_{1 \rightarrow 3}(O') = \vec{0} \quad (3.5)$$

Separando os esforços atuantes em cada direção, temos:

Direção X:

$$X_{03} + R \cos(\theta_1 - \theta_2) = 0 \Leftrightarrow X_{03} = -R \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (3.6)$$

Direção Y

$$Y_{03} + R \sin(\theta_1 - \theta_2) = 0 \Leftrightarrow Y_{03} = -R \sin(\theta_1 - \theta_2) \quad (3.7)$$

Momento:

$$\sum \vec{M}_{i \rightarrow 3}(O') = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{M}_{2 \rightarrow 3}(O') + \vec{M}_1 = \vec{0} \quad (3.8)$$

Sendo que o momento  $\vec{M}_{2 \rightarrow 3}(O')$  na origem é definido por:

$$\begin{aligned} \vec{M}_{2 \rightarrow 3}(O') &= \vec{M}_{2 \rightarrow 3}(C) + \vec{O'C} \wedge \vec{F}_{2 \rightarrow 3} \\ &= \vec{0} + (-l_3 \vec{y}_3) \wedge R(\cos(\theta_1 - \theta_2) \vec{x}_0 + \sin(\theta_1 - \theta_2) \vec{y}_0) \end{aligned} \quad (3.9)$$

E considerando  $\vec{y}_3$  definido como a seguir:

$$\vec{y}_3 = \sin \theta_3 \vec{x}_0 + \cos \theta_3 \vec{y}_0 \quad (3.10)$$

Com

$$M_{2 \rightarrow 3}(O') = l_3 R (\cos(\theta_3) \cos(\theta_1 - \theta_2) - \text{sen}(\theta_3) \text{sen}(\theta_1 - \theta_2)) \vec{z}_0 \quad (3.11)$$

Portanto, a carga resultante transmitida ao pino de cisalhamento com origem na ação do escoamento na pá é dada pela seguinte equação:

$$R = \frac{-M_1}{l_3 (\cos(\theta_3) \cos(\theta_1 - \theta_2) - \text{sen}(\theta_3) \text{sen}(\theta_1 - \theta_2))} \quad (3.12)$$

Aplicando o mesmo método para todas as pás, pode-se computar a carga resultante no pino de cisalhamento, levando em consideração que todas as manivelas e bielas são idênticas e que o sistema biela – manivela repete-se a cada 18°. Os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_3$  mudam de acordo com a posição da pá no distribuidor e o ângulo  $\theta_2$  é o mesmo para todas as pás, mudando em função do ângulo de abertura do distribuidor (carga de operação da unidade geradora).

A carga resultante, considerando todas as pás pode ser definida pela expressão seguinte, considerando uma pá genérica  $i$ :

$$R_i = \frac{-M_i}{l_3 (\cos(\theta_{3,i}) \cos(\theta_{1,i} - \theta_2) - \text{sen}(\theta_{3,i}) \text{sen}(\theta_{1,i} - \theta_2))} \quad (3.13)$$

### 3.2.1 - Condições de análise do mecanismo

Os resultados seguintes foram obtidos considerando a condição de máxima potência (capacidade nominal). Isto significa que as pás do distribuidor estão posicionadas no seu máximo grau de abertura. Geometricamente, isto significa que as pás têm um ângulo de abertura de 48° ( $\alpha=48^\circ$ ).

### 3.3 - RESULTADOS

Para o cálculo da reação nos pinos de cisalhamento, foram utilizados dados de torque obtidos a partir de simulação numérica na caixa espiral do distribuidor da UHECN presente no trabalho de Coelho et al. (2009).

Todas as 20 pás diretrizes foram estudadas, entretanto, apenas os cinco resultados mais significativos serão apresentados para avaliação. Resultados de torque médio e cargas para as pás do distribuidor estão apresentados na Tabela 1.

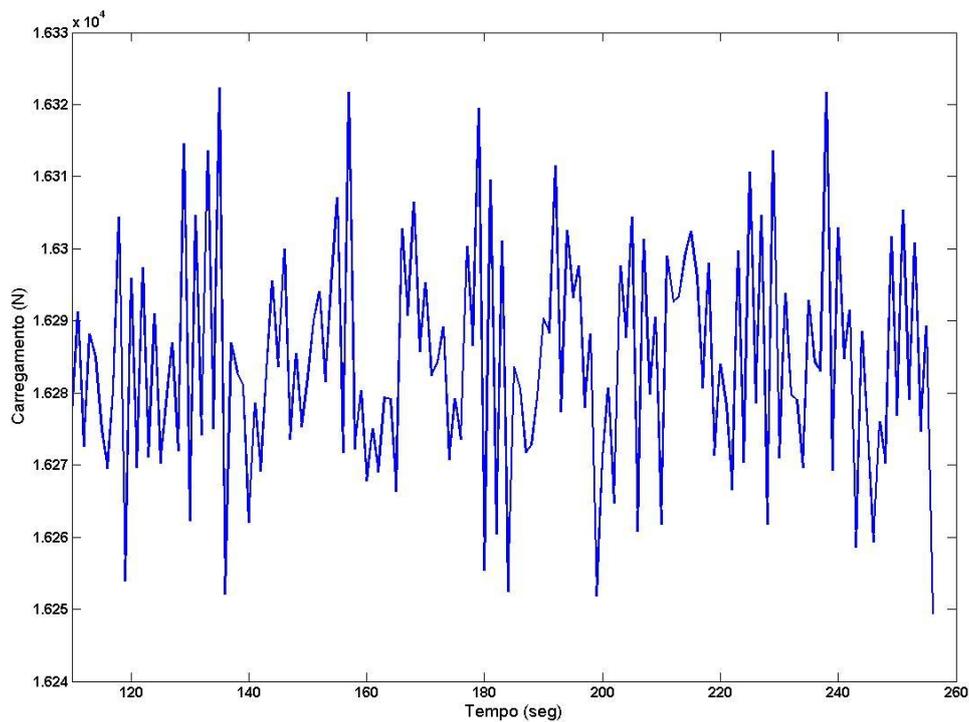


Figura 3.3: Diagrama da carga atuante no pino de cisalhamento da pá nº1

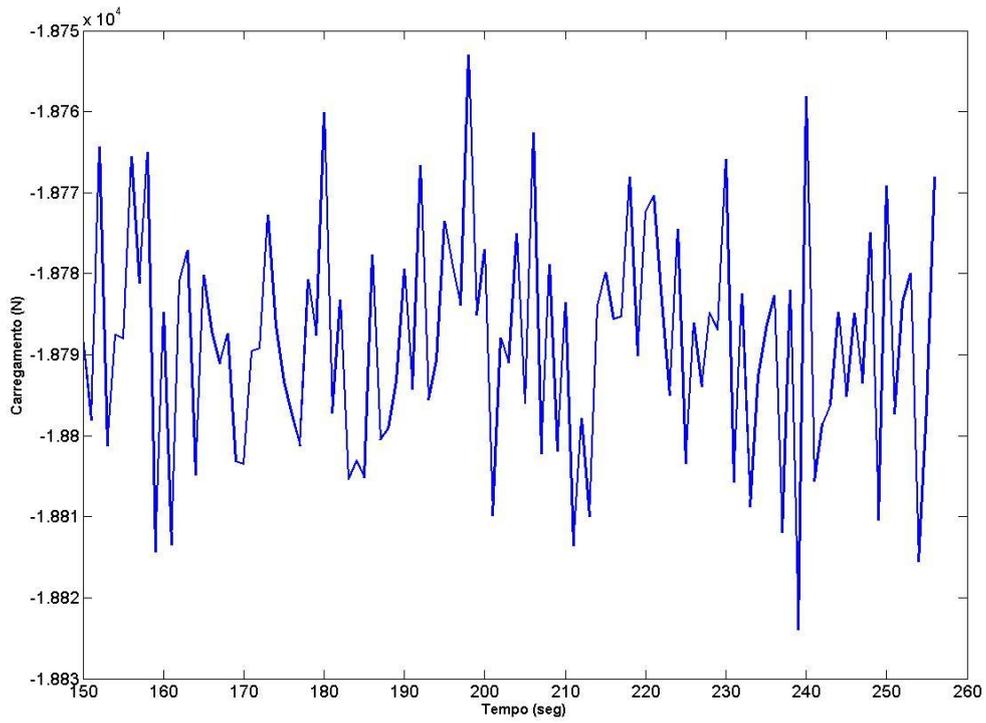


Figura 3.4: Diagrama da carga atuante no pino de cisalhamento da pá nº4

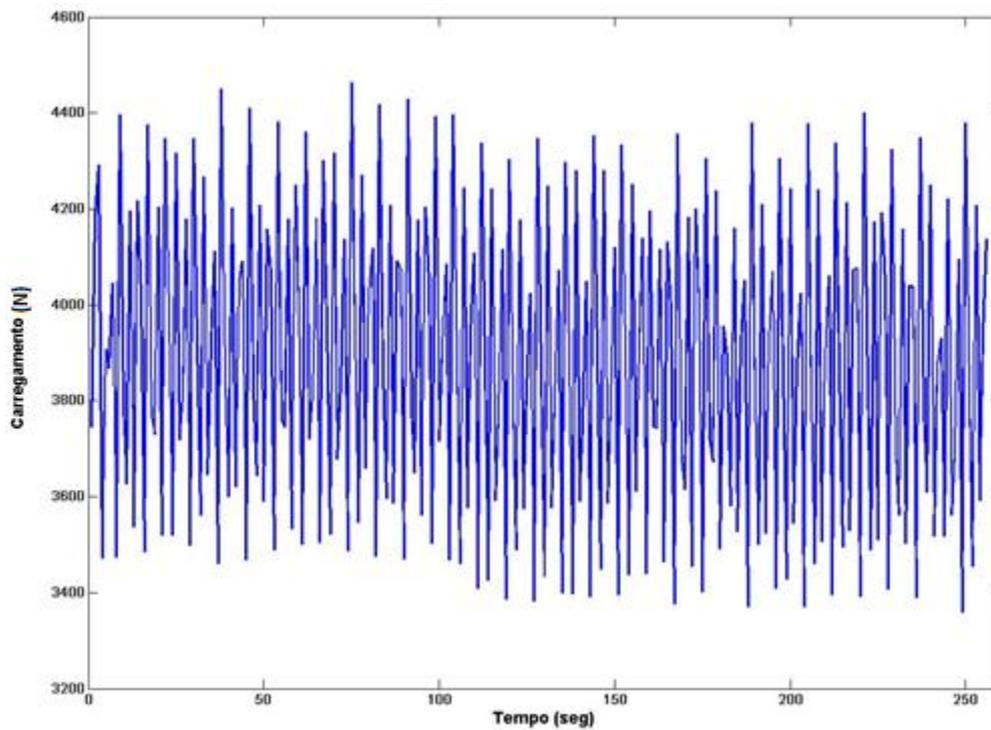


Figura 3.5: Diagrama da carga atuante no pino de cisalhamento da pá nº9

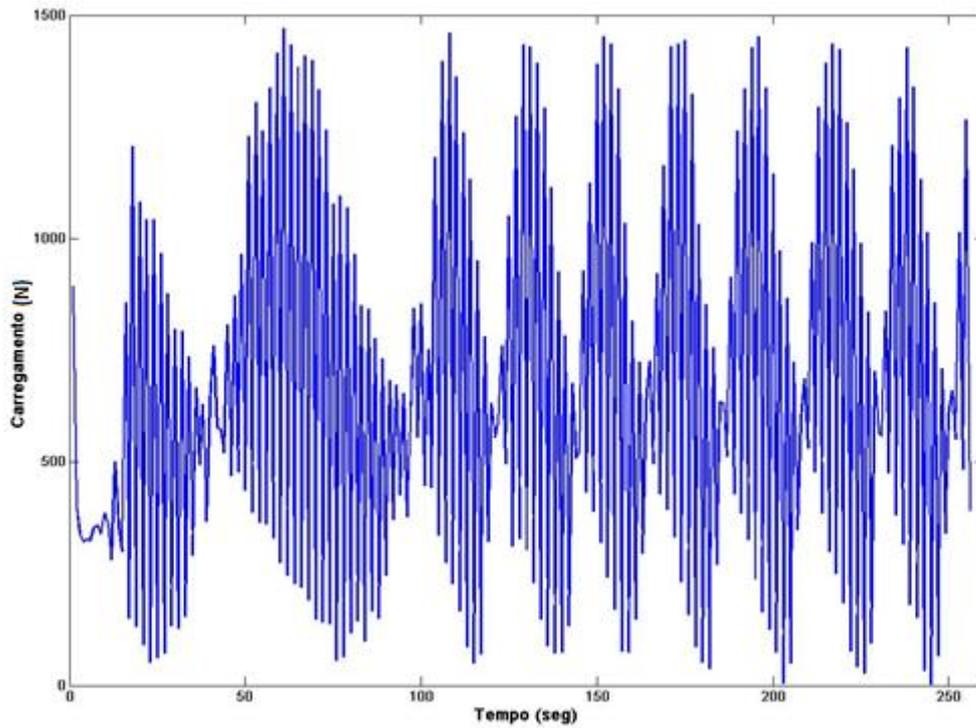


Figura 3.6: Diagrama da carga atuante no pino de cisalhamento da pá n°11

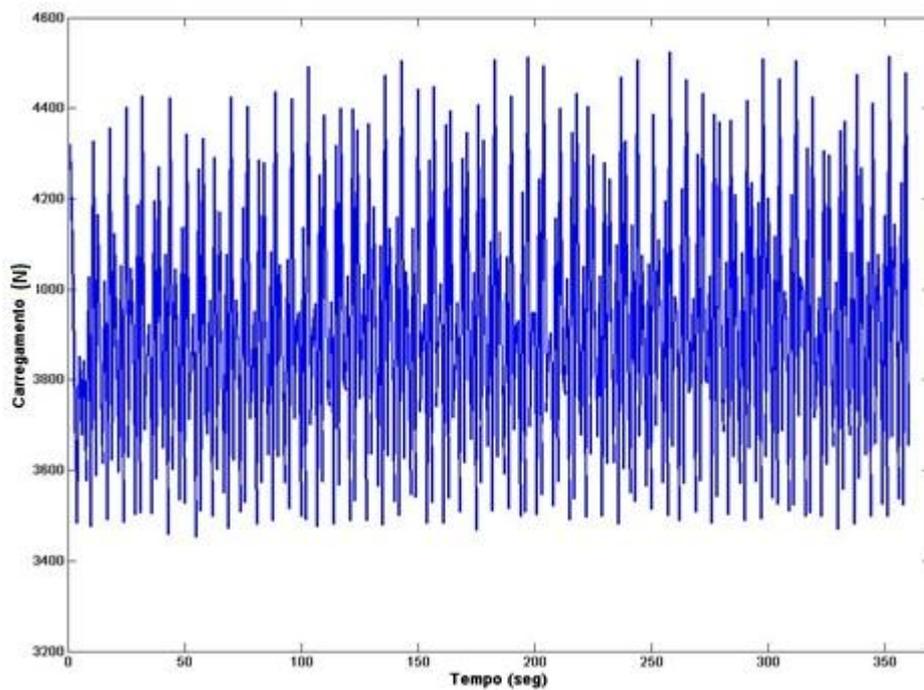


Figura 3.7: Diagrama da carga atuante no pino de cisalhamento da pá n°13

As Figuras 3.3 a 3.7 mostram os resultados para a carga em cada pino de cisalhamento selecionado para esta análise. É evidente a diferença de magnitude dos valores da carga atuante sobre os vários pinos de cisalhamento. Observando as Figuras, é possível notar a diferença entre as características da carga transiente a qual cada pino está submetido. O valor médio da amplitude varia entre 0,65kN e 18,18kN de acordo com a Tabela 1, que indica os valores médios de torque e carregamento para cada par pá – pino de cisalhamento. Outra variação importante está relacionada ao período de aplicação de carga em cada pá, o que é evidente nas curvas obtidas no domínio do tempo.

Os valores mais altos de carregamento estão presentes nos pinos de cisalhamento das pás de número 1 e 4, com cargas da ordem de 16kN e 18kN respectivamente. Ainda de acordo com a Tabela 1, o pino de cisalhamento do conjunto biela-manivela da pá 4 está submetido a cargas de valor negativo. Este fato é consequência do torque negativo associado àquela pá, o que significa que o torque desta pá está invertido comparado às outras pás. Fisicamente, isto significa que a pá tem tendência à abertura, diferentemente das outras 19 pás.

De acordo com o estudo de Azevedo et al. (2009), o pino de cisalhamento suporta cargas de cisalhamento puro de até 108kN antes de fraturar. Entretanto é importante destacar que no caso de existirem outros esforços atuantes no pino, como esforços fletores espúrios, esta resistência máxima cai para apenas 53kN. Em uma situação supostamente mais complexa, com a presença de cisalhamento, flexão e cargas cíclicas, o valor da resistência do pino cai drasticamente e pode ser estimado em 14kN. Com as cargas geradas pelo escoamento induzem a uma carga dinâmica nos pinos de cisalhamento, é evidente pelas Figuras 3.3 e 3.4 que as cargas nos pinos correspondentes às pás 1 e 4 são da ordem de 16 a 18 kN respectivamente, o que pode causar fratura por fadiga no pino se houver a presença de esforços de flexão agindo conjuntamente com a carga cíclica causadas pelo escoamento sobre estes componentes.

Tabela 3. 2: Resultados de torque e carregamento médios nas pás diretrizes

<b>Pá</b>	<b>Torque Médio [N.m]</b>	<b>Carregamento Médio [N]</b>
1	7199,7	16318,4
2	6331,6	14350,9
3	2957,2	6702,6
4	-8299	-18810,1
5	3185,4	7219,9
6	5967,1	13524,7
7	5032,5	11406,4
8	4540,1	10290,3
9	1706,2	3867,2
10	3757	8515,4
11	287,08	650,7
12	4526,7	10260,0
13	1846,7	4185,6
14	4974,9	11275,8
15	3133,8	7102,9
16	5330,9	12082,7
17	4381,8	9931,6
18	6139,9	13916,4
19	5271	11947,0
20	6632,6	15033,1

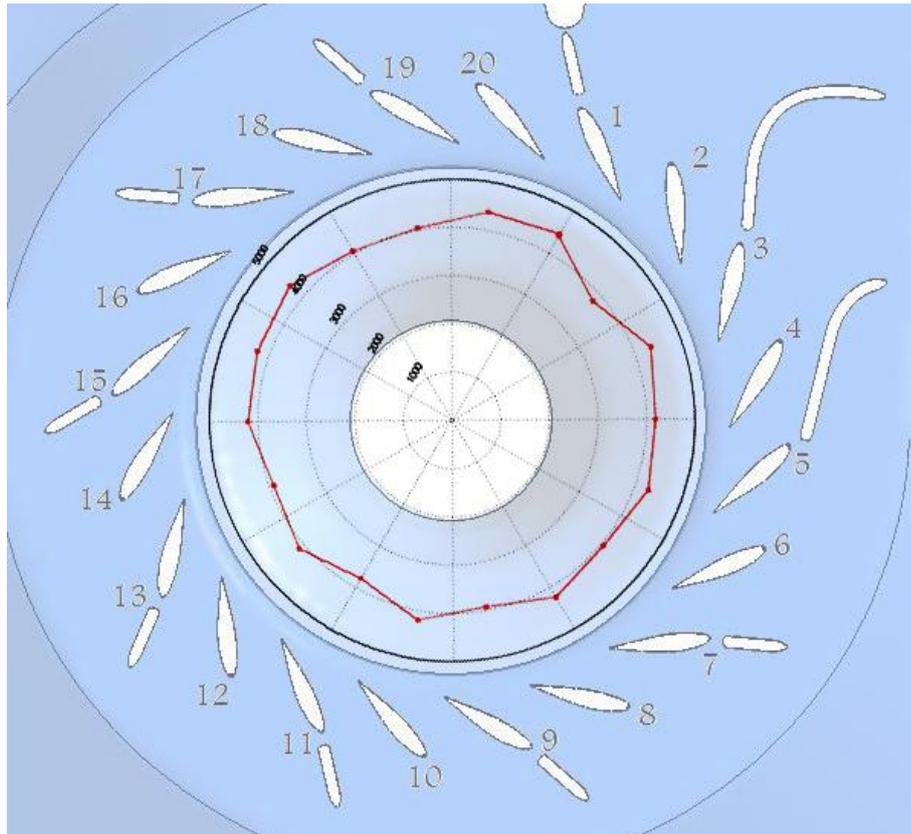


Figura 3.8: Distribuição de carga nas pás do distribuidor

Mesmo com todo o projeto hidrodinâmico da caixa espiral para garantir um escoamento homogêneo quando o mesmo atingir as pás do rotor é notável a diferença entre as cargas nos pinos de cisalhamento localizados nas diferentes pás diretrizes. Isto se dá pelo fato de que algumas pás recebem o escoamento com diferenças de pressão, o que determina o torque na pá e consequentemente a carga aplicada no pino de cisalhamento. Este fato determina as cargas dinâmicas em cada pá serão mais significantes que em outras. Este fato pode ser demonstrado pelo gráfico polar acima, que mostra a variação de torque entre as pás do distribuidor.

## 4 – MEDIÇÕES EXPERIMENTAIS

### 4.1 - MEDIÇÕES E ANÁLISE

O escoamento da água que atinge as pás do distribuidor proveniente da caixa espiral tem alta intensidade de turbulência. Este fato é um causador de vibrações de alta frequência na estrutura do distribuidor, que podem ser responsáveis por eventos de falha no sistema biela-manivela através da propagação de esforços nos componentes estruturais de acionamento das pás. Para a investigação desses sinais de alta frequência, foi necessária uma campanha de medição in situ para a instalação de acelerômetros para captar sinais de alta frequência que poderiam atuar na estrutura.

Para esta avaliação, um procedimento experimental para aquisição de dados de vibração no distribuidor da UHECN foi montado. A captação dos sinais foi realizada nos distribuidores das máquinas #1 e #2 em duas condições de operação (90.8% da carga nominal na turbina #1 e 93.7% na turbina #2). O aparato experimental compreendeu os seguintes equipamentos:

- Acelerômetro tri-axial BRÜEL & KJIAER (B&K),
  - Tipo 4321 com
  - Faixa de frequência de 0.1kHz a 12kHz,
  - Sensibilidade 10 pC/g
- Amplificador BRÜEL & KJIAER (B&K)
  - Modelo 2693 com 4 canais
- Módulo de aquisição de dados National Instruments
  - Modelo BNC-2110
- Código executado em LABVIEW™ 8.2 Student Version para a aquisição dos dados.

O acelerômetro foi instalado na manivela, pois possui menos folga que o mancal do eixo da pá, acarretando em dados com menos ruídos e conseqüentemente mais precisos. O acelerômetro tri-axial permite a obtenção de dados nas três direções ortogonais (x, y e z) em uma única medição, o que minimiza o aparato experimental e permite a leitura mais precisa de sinais de aceleração nas três direções principais simultaneamente. A instalação do sensor foi realizada no mancal da pá nº2 de cada turbina. Este foi o local escolhido, pois é aí que se dá a primeira incidência do escoamento advindo da caixa

espiral, o que supostamente pode gerar esforços maiores nessa pá do distribuidor em relação ao restante do conjunto.

O sensor foi instalado com o cuidado de mantê-lo com orientação de eixos (x, y e z) coincidente com a geometria da biela para que os dados de aceleração fossem correspondentes com sua direção de atuação na estrutura do distribuidor.

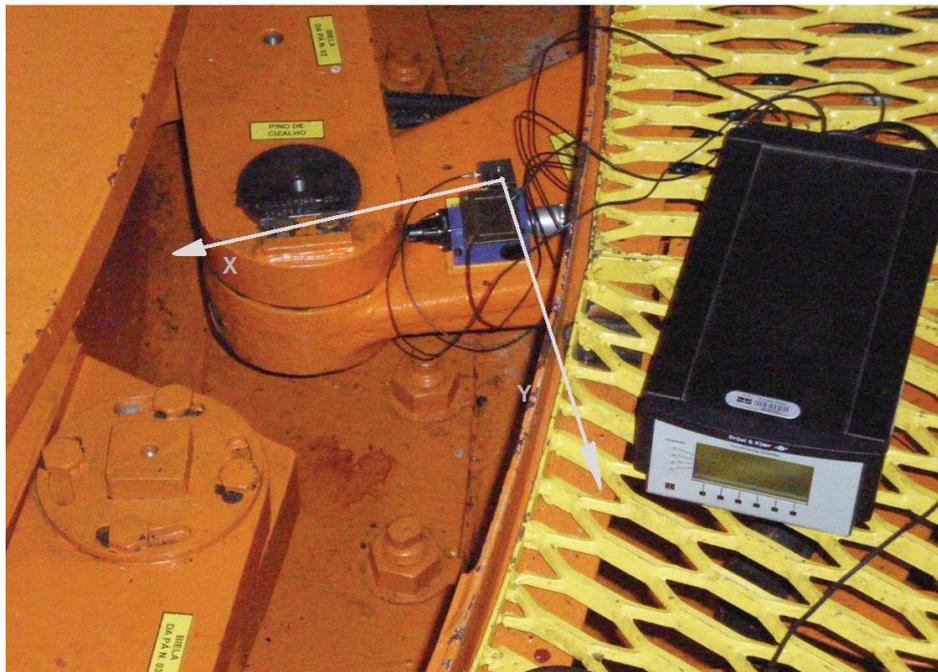


Figura 4.1 : Montagem Experimental e eixos de orientação do acelerômetro

O programa de aquisição de dados desenvolvido permitiu a medição de vibrações no domínio do tempo, o que viabilizou a visualização, em tempo real, da aceleração nas direções x, y e z detectada na biela do distribuidor e permitiu análise das direções em que essas vibrações seriam mais relevantes. Além disso, também foi possível visualizar em tempo real a aceleração no domínio da frequência, que seria imprescindível para análises posteriores dos dados. O programa também permite o armazenamento de dados de aceleração em uma taxa de 2000 amostras por segundo.

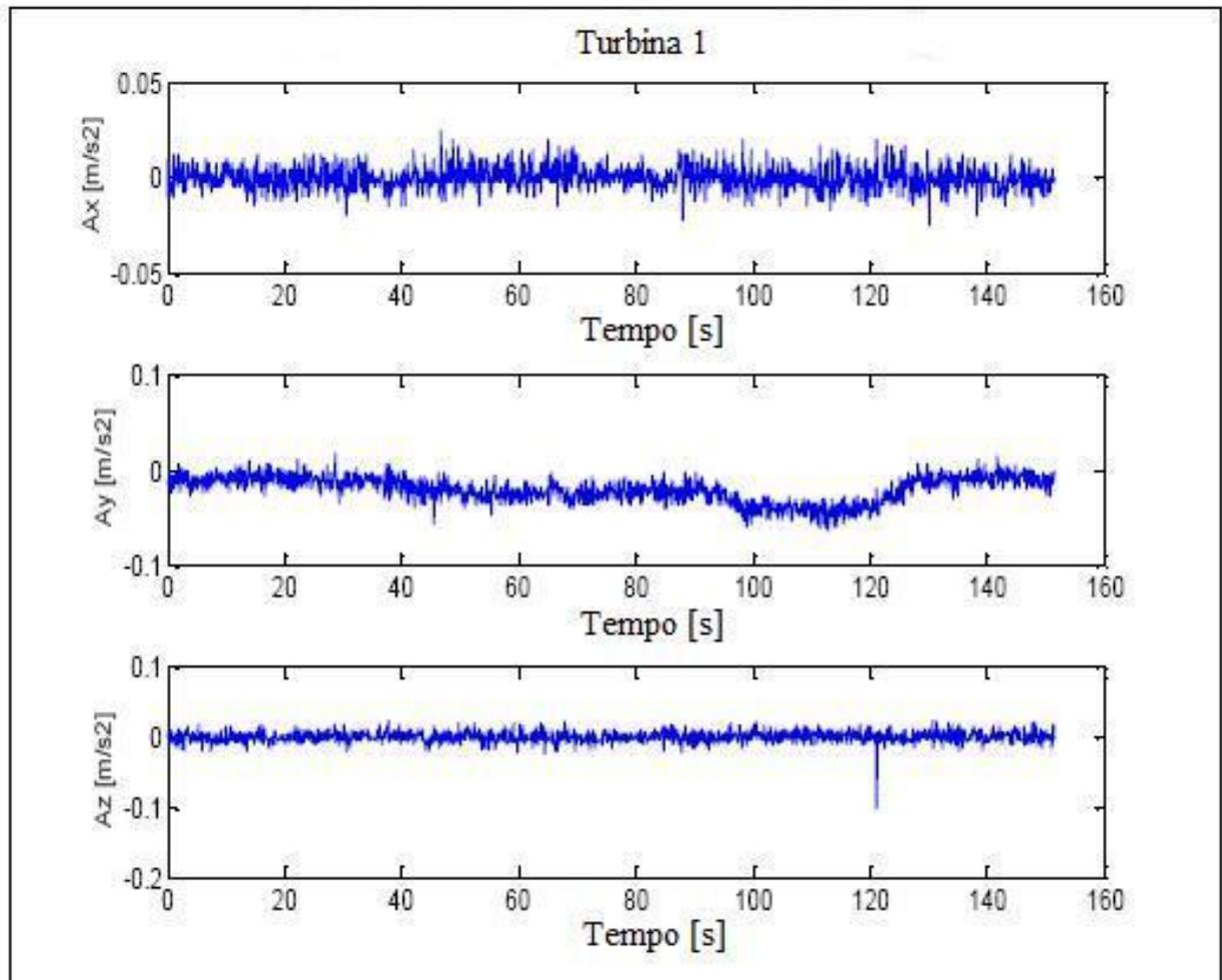


Figura 4.2 – Valores de aceleração em função do tempo – máquina #1

## 4.2 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos nas medições em campo permitiram observar o comportamento dinâmico da estrutura do distribuidor. Observando os gráficos comparativos de aceleração no domínio do tempo pode ser observado o comportamento da estrutura em cada direção. É evidente a presença de vibração de baixa amplitude, mais perceptível na direção Y, com valor médio de  $0,020 \text{ m/s}^2$ . Nas outras direções (x e z) estes valores são consideravelmente menores (ordem de  $10^{-4}$ ). Os gráficos no domínio do tempo não são tão reveladores em relação ao entendimento do fenômeno vibratório em si. Através deles o mais importante é a ordem de grandeza da vibração. Neste caso, é importante salientar que, de acordo com os dados de aceleração captados, estes fenômenos ocorrem com maior intensidade nos eixos  $-x$  e  $-y$ . Este fato permite concluir que, o fenômeno vibratório atuante nos componentes das pás do distribuidor tem magnitude muito

pequena no eixo  $-z$  e pode ser considerado como um fenômeno bidimensional. Esta consideração do problema em duas dimensões apenas reduziu o trabalho computacional realizado para a análise bem como para se calcular os esforços no pino para diversas condições de carga das turbinas (Sousa *et al.*, 2009).

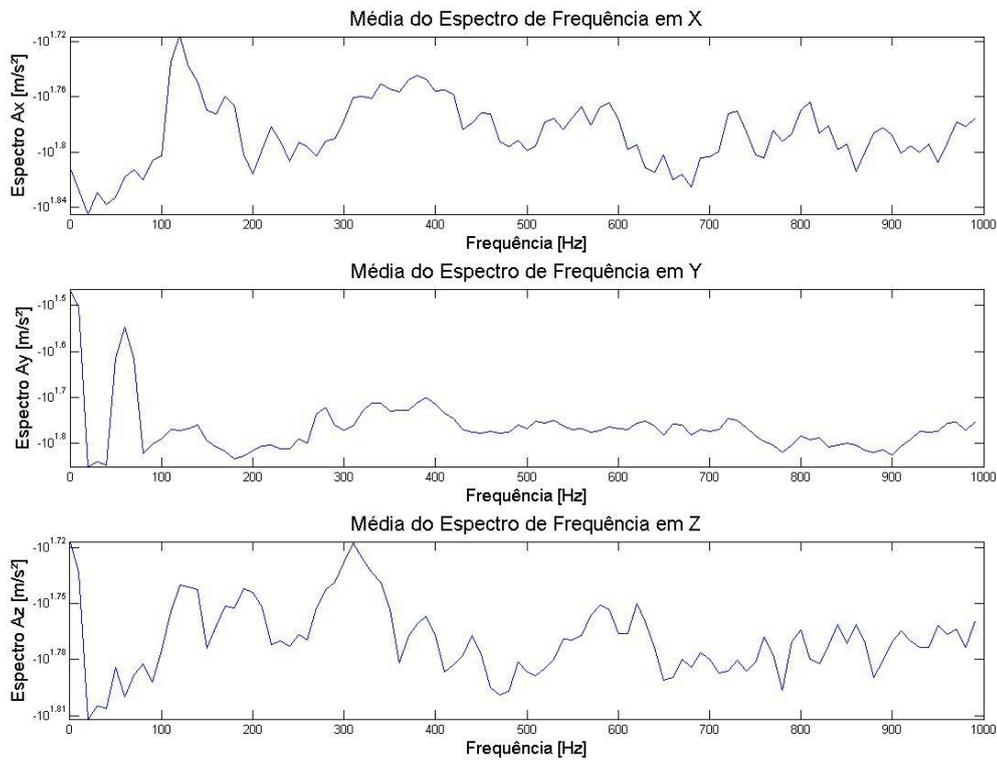


Figura 4.3: Espectro de frequências para máquina #1.

A mesma análise foi realizada no domínio da frequência, o que gerou o espectro de frequências para a máquina #1. Devido o pequeno tempo de análise do comportamento do conjunto, obviamente os resultados obtidos não são suficientes para determinar conclusões sobre níveis de vibrações atuantes no conjunto biela-pino-manivela. Entretanto, o experimento permitiu a observação de alguns padrões de vibração. A análise do gráfico, apresentado na Figura 4.3, pode-se notar alguns picos nas frequências de 60 e 120hz. A explicação para este padrão é associada à rede elétrica no Brasil, que é de 60 Hz. Outro ponto destacável é o pico presente na região de 300 Hz. Ele é correspondente à variação no gradiente de pressão devido à passagem da água pelas pás do rotor. O rotor Kaplan é constituído de cinco pás, quando a água passa

através deles, produzem picos na posição vertical, que foram capturados pelo acelerômetro no momento da aquisição de dados.

### **4.3 – COMENTÁRIOS GERAIS**

O problema de quebras recorrente de pinos de cisalhamento foi abordado a partir da elaboração de uma metodologia para estimar a transmissão de esforços das pás à estrutura de sustentação das mesmas. A partir de sinais de torque obtidos por estudos de CFD, foi possível estimar as cargas atuantes nos pinos de cisalhamento que tinham origem hidrodinâmica. Partindo-se desta análise, foi possível verificar que essas cargas hidrodinâmicas são variantes no tempo e agem de forma diferenciada em cada pá. Além disso, esta parte do estudo permitiu concluir que, considerando cargas cisalhantes puras e que não há problemas de alinhamento na montagem dos componentes do distribuidor, as cargas dinâmicas geradas pela passagem do escoamento através das pás do distribuidor não são, por si só, suficientes para causar fraturas nos pinos de cisalhamento. Entretanto, na presença de esforços de flexão e cargas cíclicas sobre os pinos, há possibilidade de que estes esforços possam ser superiores que o limite de resistência do material do pino de cisalhamento, levando-os então à fratura por fadiga.

A análise também permitiu que fosse possível observar que as pás do distribuidor estão submetidas a um escoamento em que se percebe a existência de flutuação de velocidade, ou seja, a velocidade incidente sobre as pás tem uma componente média e outra flutuante, aleatória.

Para compreender melhor a influência desses campos de velocidade aleatória sobre as pás do distribuidor e seus componentes estruturais é necessária uma abordagem estocástica do problema, através da elaboração de um modelo mecânico simplificado do sistema e a partir do mesmo, o desenvolvimento de um modelo probabilístico que possa auxiliar a obtenção de uma aproximação para o comportamento do mecanismo quando submetido a variações aleatórias de velocidade.

## 5 – MODELAGEM ESTOCÁSTICA

Com o andamento dos estudos abordando o problema da quebra de pinos do distribuidor da UHE Coaracy Nunes chegou-se, a partir da abordagem multidisciplinar, à possibilidade de que toda a estrutura deste dispositivo estivesse submetida a esforços randômicos de origem hidrodinâmica, que foram observados a partir dos dados obtidos nos estudos de CFD. Com isso, pode-se abrir uma nova possibilidade para investigação do problema, ou seja, começar a considerar a questão como um processo estocástico, causado pelas flutuações aleatórias da velocidade incidente, ao invés de abordá-lo apenas sob o foco determinístico. Esta nova abordagem pôde viabilizar evidências ainda não observadas em relação à questão e também auxiliar na proposição de possíveis soluções que ainda não haviam sido consideradas.

Definem-se como processos determinísticos aqueles em que as condições iniciais de um determinado processo são completamente conhecidas. Nessas condições é possível deduzir uma expressão matemática que traduza, sem equívocos, as condições de determinado sistema no tempo. No entanto, se em um determinado processo cada uma das suas realizações diferirem entre si, ainda que as condições iniciais sejam idênticas, então o processo é conhecido como sendo estocástico aleatório.

Os diferentes registros típicos desses fenômenos aleatórios são originados em sua maioria por variabilidades naturais que não podem ser controladas pelo observador. Neste tipo de processo, o observador nota que todos os seus registros são diferentes, não existindo, exceto do ponto de vista estatístico, qualquer tipo de previsibilidade relativamente às características de um dado evento. O conceito de imprevisibilidade está, portanto, associado à noção de processos estocásticos, em relação aos quais se pode dizer que sua previsibilidade é puramente estatística. Estes processos só podem ser descritos através da sua probabilidade de ocorrência, ainda que sejam em função de uma variável determinística. Essa variável é usualmente o tempo, mas qualquer outra variável pode desempenhar essa função.

Assim, pode-se observar que a grande maioria dos fenômenos tem, por natureza, características aleatórias, embora em alguns casos se possa admitir que certos fenômenos sejam simulados e estudados como problemas determinísticos. Na realidade, pode-se até afirmar que não existem fenômenos estritamente determinísticos. Por mais simples e conhecido que um sistema seja alguns aspectos de sua composição,

forma, constituição e operação podem resguardar aleatoriedades. Em engenharia, para efeitos de simplificação, em muitas situações assumem-se determinados fenômenos como sendo puramente determinísticos, considerando na realidade valores estatísticos inferidos através de análise dos processos estocásticos correspondentes. Exemplos relacionados à engenharia de estruturas correspondem à caracterização da resistência dos materiais e à quantificação de vários tipos de ações como sismos, ventos, correntes de rios e outras variáveis com carregamento tipicamente variável.

Os primeiros estudos de fenômenos aleatórios na engenharia se deram no pós 1ª Guerra com o advento dos motores a jato, a evolução da indústria armamentista e a necessidade da construção civil em prever a resposta dinâmica de sistemas submetidos a certas intempéries como furacões e terremotos.

A partir dos anos 50 iniciaram-se os estudos de vibrações aleatórias procurando determinar a resposta de sistemas dinâmicos submetidos a esforços aleatórios. O conceito da vibração aleatória foi introduzido por Albert Einstein em 1905 com o estudo sobre partículas suspensas em um meio líquido. O objeto de estudo da pesquisa de Einstein era um sistema cuja resposta à excitação era aleatória. Einstein concluiu que o movimento de um sistema mecânico excitado por um grande número de impactos independentes é governado por uma distribuição de probabilidade normal, com média zero e variância determinada através de cálculos.

Com a evolução dos estudos de vibrações em Engenharia, houve a percepção de que, em muitos casos reais, a magnitude da excitação que age sobre o sistema oscilatório é conhecida em qualquer instante. No caso dos sistemas submetidos à vibração aleatória, o valor da excitação em um dado instante não pode ser previsto. Nestes casos, o estudo de uma grande quantidade de eventos pode exibir uma regularidade estatística.

O estudo da Mecânica Aleatória foi motivado principalmente por representar uma grande economia de recursos na abordagem de Sistemas Mecânicos Randômicos, já que a aplicação de modelos matemáticos e a abordagem probabilística para a resolução dos sistemas possibilitou a análise de sistemas com apenas a medição de poucos parâmetros que já são suficientes para inferir o comportamento global.

## 5.1 - FONTES DE INCERTEZA E ALEATORIEDADES

Os sistemas dinâmicos estão submetidos a incertezas quando da aproximação de seu comportamento por um modelo, como por exemplo, condições de contorno, aproximação de características geométricas; carregamento aleatório ao qual o sistema está submetido e às incertezas dos parâmetros físicos do sistema.

Em geral, essas aleatoriedades são divididas em três grupos:

**Incerteza no carregamento:** relacionada às forças de excitação ao qual o sistema está submetido, como por exemplo, estruturas submetidas ao vento, marés, abalos sísmicos e outras fontes excitatórias com forte característica randômica. Este é o campo de que se ocupam os estudos de Vibrações Aleatórias;

**Incerteza nos parâmetros:** associada às incertezas dos parâmetros físicos do sistema como geometria (dimensões, formato) e propriedades dos materiais (variações de densidade, de rigidez, constituição química).

**Incerteza do modelo:** corresponde às aproximações feitas no modelo matemático empregado, equações constitutivas, condições de contorno, simplificações matemáticas.

A concepção de um sistema projetado compreende a definição de suas principais características desejáveis e necessárias. A execução deste projeto, respeitando os parâmetros definidos no procedimento anterior, origina, via processo de fabricação, um sistema real. O sistema projetado também pode dar origem a um modelo preditivo, concebido a partir de uma modelagem matemática.

Obviamente esta é uma definição muito abrangente, entretanto, é comum a diversas áreas considerar que durante o processo de fabricação vários fatores podem influenciar nas características determinadas no projeto, conferindo-lhe aspectos incertos, ou seja, não conhecidos totalmente e que não são controlados pelo projetista. Entretanto, quando se tem interesse em prever o comportamento desse sistema real, é necessário o desenvolvimento de um modelo preditivo, que seja capaz de simular o seu comportamento quando submetido a determinadas condições. Este modelo preditivo é baseado em um processo de modelagem mecânico matemático.

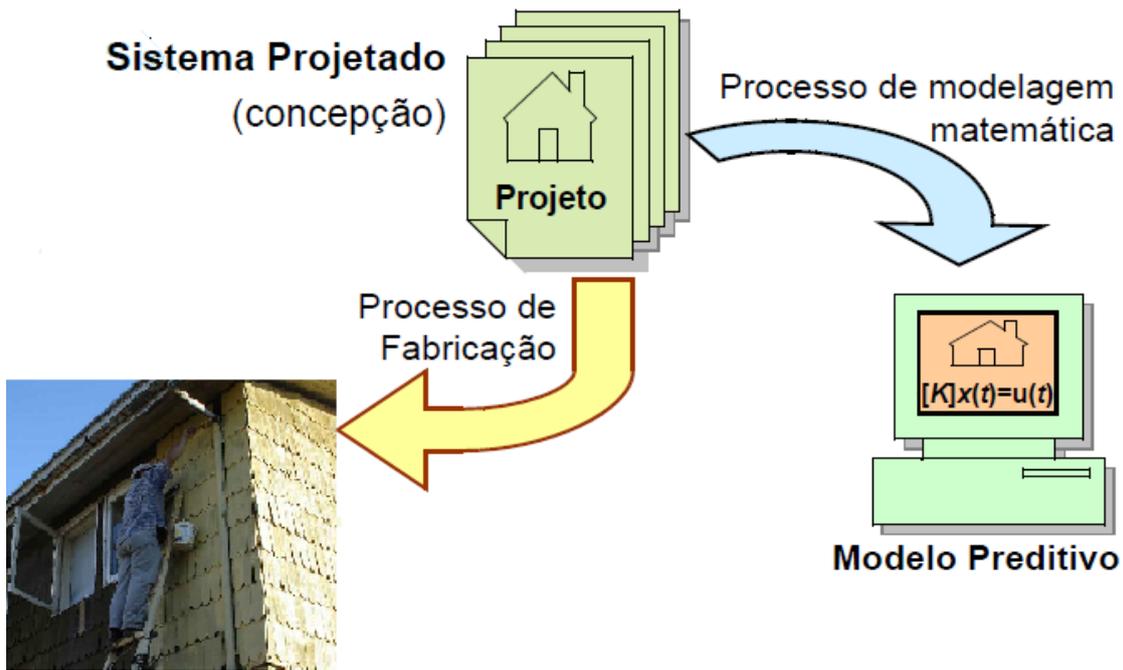


Figura 5.1: Sistema projetado, real e modelo preditivo.

### 5.1.1 - Variações do sistema real

Uma das fontes de incerteza introduzidas no modelo matemático consiste em variações provenientes do sistema real. Neste caso, o sistema real recebe um sinal de entrada e emite um sinal de saída dito experimental, ou seja, que podem ser medidos pelo pesquisador através de um procedimento específico, dependendo da grandeza de interesse. Esses dados obtidos já podem exibir incertezas quando comparados com o comportamento que seria o ideal, ou seja, aquele correspondente ao sistema projetado. Isto se dá principalmente pelas diferenças de fabricação do sistema real e detalhes de configuração na execução do projeto conceitual. Desta forma, as entradas e saídas do sistema real estão submetidas a inconsistências e parâmetros randômicos que são difíceis de prever. Para que se possam analisar essas variáveis que influenciam o sistema, é necessário que a saída experimental de um sistema real seja modelada por variável aleatória. O trabalho de Durand et al. (2005) considera o problema da modelagem paramétrica da variação do comportamento vibro acústico de um veículo automotor (sistema real). Já o trabalho de Neto & Rosa (2008) destaca a necessidade de inclusão de aspectos metrológicos na análise de incerteza paramétrica no processo de simulação estrutural em materiais viscoelásticos de forma a caracterizar mais

detalhadamente as variações no sistema real e quantificá-las no resultado final das simulações.

### **5.1.2 - Incertezas nos dados (nos parâmetros)**

Quando o projeto conceitual passa por um processo de modelagem matemática, origina-se um modelo preditivo médio. Neste modelo, procura-se prever o comportamento do sistema real, modelando suas entradas e os parâmetros de excitação ao qual o sistema real estaria submetido. Dessa forma, as entradas e saídas experimentais que no caso anterior eram medidas, são agora substituídas por entradas e saídas médias, modelando entradas e saídas experimentais. Além disso, os parâmetros aos quais o sistema está submetido, como por exemplo, carregamentos de origem ambiental - ventos, sismos -, geometria do sistema, condições de contorno, podem ser modelados por parâmetros médios. Estes aspectos constituem as incertezas nos dados do modelo preditivo (Sampaio & Ritto, 2008).

Como são modelados a partir de entradas experimentais que originalmente contém incertezas, as entradas e os parâmetros médios do modelo preditivo também têm incertezas associadas a eles. Carregamentos de natureza randômica devido a condições ambientais, como ventos, marés e abalos sísmicos além de outros tipos de excitação aleatória (vibrações aleatórias) são exemplos de entradas aleatórias. Neste caso, podem ser modeladas para o estudo do modelo como sendo uma variável aleatória, um processo ou um campo estocástico.

Ainda no âmbito das incertezas dos dados no modelo preditivo, variações na geometria, condições de contorno e equações constitutivas dos materiais compõem o rol dos parâmetros aleatórios do modelo preditivo. Para fins de análise matemática, modelos com parâmetros aleatórios podem ser modelados por variáveis aleatórias e campos estocásticos. No trabalho de Diniz (2004), é apresentada uma combinação de análise estatística com análise por elementos finitos que permite determinar as características estatísticas de respostas dos sistemas a partir das propriedades aleatória dos parâmetros de entrada (no caso específico, o módulo de Elasticidade de uma barra). No trabalho de Matthies et al. (2003) o escoamento de águas subterrâneas estacionárias é modelado através de um campo estocástico para melhor analisar variações espaciais de aleatoriedades.

### **5.1.3 - Incertezas no modelo**

As incertezas no modelo são provenientes do processo de modelagem matemática a partir de hipóteses e simplificações. Muitas vezes, os sistemas a serem modelados são um tanto quanto complexos e necessitam de simplificações para que sua análise matemática seja possibilitada. Entre esses procedimentos estão a simplificação de graus de liberdade do sistema, a desconsideração de fenômenos com menor importância no resultado final, a supressão de termos mais complexos na descrição matemática de excitações, entre outros que podem diminuir a complexidade de sistemas reais e possibilitarem uma análise matemática que mesmo não ilustrando exatamente o fenômeno estudado, viabilizam seu entendimento da forma mais fiel possível.

Para permitir seu estudo, este tipo de incerteza é modelada através da Teoria das Matrizes Aleatórias e modelagem não paramétrica. No estudo de Cataldo et al. (2007) é realizada uma análise sobre incertezas e variáveis randômicas envolvidas em modelos de sintetização de voz usando princípio da entropia máxima e um modelo mecânico-matemático. Já no trabalho de Sampaio et al. (2007) incertezas presentes no modelo de um sistema dinâmico discreto são consideradas e é realizada uma comparação entre os resultados existentes quando comparadas incertezas nos dados e incertezas inerentes do modelo. Dessa forma, é possível compreender melhor os dois tipos de incerteza e avaliar suas diferenças. Já Soize (2005) propõe uma aproximação probabilística não paramétrica para a avaliação de incertezas no modelo em sistemas dinâmicos.

## **5.2 - DIFERENTES ABORDAGENS PROBABILÍSTICAS**

A variação nos dados de entrada (dados aleatórios) leva à construção de um modelo mecânico probabilístico, que pode ser abordado das seguintes formas:

- 1- Análise de Dispersão: Através da variação de resposta e do cálculo dos momentos estatísticos.
- 2 – Análise de confiabilidade: através da probabilidade de falhas;
- 3 – Modelagem estocástica: através da representação completa e do cálculo da Função Densidade de Probabilidade;

### 5.2.1 - Construção do modelo probabilístico

A modelagem estocástica de um problema inicia-se com a definição das variáveis que serão randomizadas, no caso, as variáveis aleatórias. Após esta escolha, é necessária a construção de um modelo probabilístico para cada variável. Esta é uma etapa essencial no processo, pois dela depende o sucesso do modelo.

Para esta escolha, podem-se adotar duas estratégias para modelar incertezas em sistemas dinâmicos:

Na primeira estratégia, conhecida como abordagem probabilística paramétrica, os parâmetros do sistema são modelados como variáveis aleatórias e utiliza-se da teoria de equações diferenciais com parâmetros aleatórios (Soong, 1973).

No segundo caso, a estratégia é conhecida como Abordagem Probabilística não Paramétrica e os operadores do sistema são modelados como variáveis aleatórias e utiliza-se da Teoria das Matrizes aleatórias (Sampaio & Ritto, 2008).

Essas duas estratégias são diferentes entre si, sendo que a Abordagem Probabilística Não Paramétrica (APNP) é mais indicada quando o sistema dinâmico apresenta incertezas no modelo. Já a Abordagem Probabilística Paramétrica (APP) é mais eficiente nos casos em que os parâmetros do sistema apresentam incertezas. Esta diferenciação se dá pelo fato de que na APNP algumas realizações de matrizes aleatórias acoplam os modos do sistema, diferentemente do que acontece na Abordagem Paramétrica Probabilística. O espaço amostral da Abordagem Não Paramétrica é maior que o espaço amostral da Abordagem Paramétrica.

Em seguida, deve-se proceder a construção de um modelo probabilístico da variável aleatória, que consiste em associar a essa variável valores possíveis de serem assumidos e uma distribuição de probabilidade correspondente a esses valores.

Na avaliação do problema, é necessário observar a distribuição de probabilidades. Caso essa distribuição seja conhecida (através de experimentos, por exemplo), ela será caracterizada por histogramas ou outro tipo de representação gráfica adequada. Neste caso, no qual a quantidade de dados é abundante e estes são confiáveis, são utilizados os testes de hipóteses como o qui-quadrado e Kolmogorov-Smirnov e a Análise Multivariada.

Para os casos em que a distribuição de probabilidades é desconhecida ou a quantidade de dados é insuficiente ou então estes dados não são confiáveis, podem ser adotadas duas estratégias eficientes para calcular a distribuição de probabilidades:

1. Uma representação estocástica usando decomposição em polinômios do caos;
2. Construção direta da distribuição de probabilidades através das informações disponíveis.

No primeiro caso, um campo aleatório contínuo é transformado em um campo aleatório discretizado, sendo representado por um vetor de variáveis aleatórias associadas a cada nó ou elemento da discretização e a partir daí é realizada a análise. Se um problema envolver  $\tilde{N}$  campos aleatórios teremos então  $\tilde{N}$  vetores de V.A.

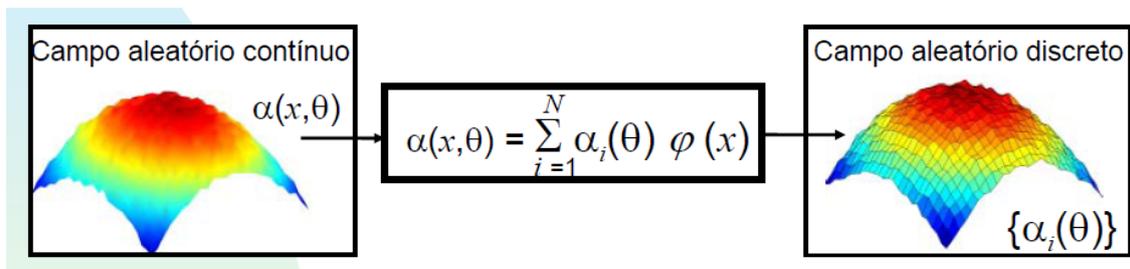


Figura5.2: Representação usando polinômio de Caos

A segunda estratégia para a determinação da distribuição de probabilidade usa o Princípio da Entropia Máxima para a construção da Função Densidade de Probabilidade Aproximada. Este princípio consiste na maximização da entropia ou incerteza sujeita a restrições definidas pelas informações disponíveis. Neste caso, são aplicados a Teoria da Informação proposta por Shannon (1948) e o Princípio da Entropia Máxima no contexto da Física Estatística e da Mecânica Quântica apresentado por Jaynes (1957). O Princípio da Entropia Máxima estabelece que as distribuições de probabilidade consistentes com a restrições impostas pela física do problema escolhe-se aquela que maximiza a entropia ou incerteza.

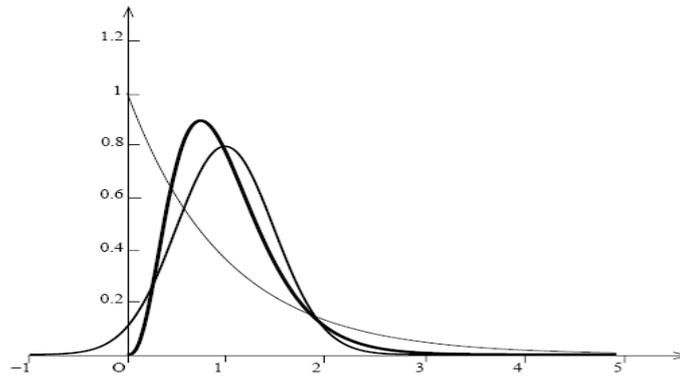


Figura5.3: Construção da distribuição de probabilidades

### 5.2.2 - Obtenção da solução

A fase seguinte à construção do modelo probabilístico é o da obtenção da solução através da simulação estocástica. Nesta etapa, serão geradas realizações das variáveis aleatórias que foram randomizadas anteriormente e o problema determinístico associado será solucionado através do método mais conveniente. Como se trata de variável aleatória, apenas uma realização não é representativa, há necessidade de se gerar um grande número de realizações para calcular uma aproximação da resposta do resultado desejado. A partir daí, pode-se obter o número de realizações necessárias para construir uma aproximação da resposta com erro pré-definido, ou seja, controlado pelo pesquisador.

Todo o processo de construção e resolução do modelo estocástico pode ser resumido a seguir:

#### **Escolha das variáveis**

Escolha de quais variáveis serão randomizadas

#### **Modelo probabilístico**

Construção do modelo probabilístico de cada uma das variáveis aleatórias

#### **Geração de variáveis aleatórias**

Construir um gerador para cada uma das variáveis aleatórias

### **Realização de um conjunto de V.A.**

Gerar realizações independentes para cada variável aleatória. O conjunto gerado será chamado de amostragem e terá um valor correspondente para cada variável aleatória.

### **Resolução do problema determinístico**

Resolver um problema determinístico para cada realização gerada usando o método adequado que dependerá de cada problema.

### **Estatística dos resultados**

Com o resultado do problema determinístico, encontrar momentos estatísticos (média e dispersão) ou aproximações da distribuição de probabilidade da resposta.

### **Convergência da resposta**

Assegurar-se que as respostas são representativas e que alterando o número de realizações as estatísticas estarão dentro da margem de erro pré-determinada.

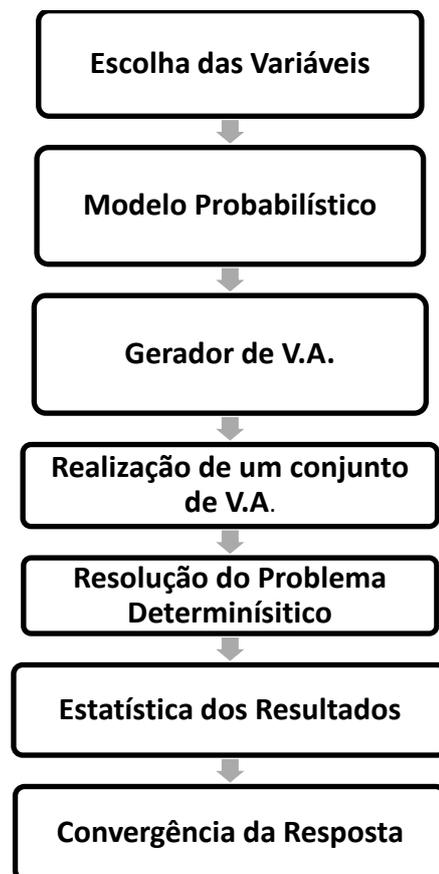


Figura 5.4: Esquema do processo de resolução do problema estocástico.

### 5.3 - RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ALEATÓRIOS

Nesta seção, serão apresentados os métodos de resolução dos problemas estocásticos dentro da formulação de elementos finitos: são técnicas de determinação da expressão discretizada da resposta aleatória do sistema estudado.

Estes métodos são classificados em 3 grupos: Métodos de simulação estatística, métodos de perturbação e métodos espectrais.

No momento, serão analisadas as características gerais desses grupos. Serão apresentadas, de uma forma mais detalhada, as equações e modos de resolução dos métodos mais utilizados de cada grupo.

Os **métodos de simulação estatística** realizam a amostragem dos parâmetros de entrada e a estimativa dos parâmetros de saída a partir de uma transformação das funções de distribuição dos parâmetros de entrada. É o caso da Simulação de Monte Carlo, os métodos de amostragem estratificada e de amostragem de hipercubo latino.

O maior inconveniente desses métodos é a exigência do conhecimento da transformação entre as distribuições de entrada e de saída. As técnicas de transformação de distribuição exigem o conhecimento prévio das funções de distribuição ligadas a um número grande de variáveis, o que não é muito evidente na maioria das aplicações reais. Além disso, como a precisão dos resultados é diretamente ligada ao tamanho da amostra dos parâmetros de entrada, as simulações tornam-se proibitivas em termos de capacidade de cálculo e também em tempo de processamento.

A descrição desses métodos pode ser encontrada, entre outras, nas obras de Raj (1968), Toucher (1963), Vanmarcke (1983). Do ponto de vista da implementação computacional, a comparação dos métodos é feita por McKay et al.(1979).

Os **métodos de perturbação** reagrupam as técnicas que fazem o desenvolvimento da solução das equações estocásticas em série de Taylor. A representação das aleatoriedades do problema é feita por pequenas perturbações. As técnicas que usam derivadas parciais levam às mesmas equações discretizadas que o desenvolvimento em Série de Taylor. Esses métodos determinam as médias e desvios próprios das respostas diretamente das médias e desvios próprios das variáveis aleatórias de entrada. Um

desenvolvimento de Taylor de ordem dois é suficiente para a análise dos momentos estatísticos de segunda ordem.

Por causa de sua simplicidade de implementação o método da perturbação é o mais utilizado no estudo dos sistemas estocásticos. Ele apresenta também vantagens econômicas em sua implementação numérica, combinando pouca complexidade com grande qualidade de resultados.

Introduzido para os sistemas discretos e posteriormente estendido para os contínuos, este método se aplica aos problemas de confiabilidade e de segurança de estruturas lineares e não lineares, à análise modal, ao estudo de respostas transitórias.

Nos **métodos espectrais**, as aleatoriedades do sistema são vistas como uma dimensão adicional do espaço de Hilbert associado ao problema estudado. As funções de base do espaço de Hilbert são utilizadas para a discretização da dimensão aleatória. A combinação da discretização da dimensão aleatória e da discretização espacial em elementos finitos conduz aos métodos de elementos finitos estocásticos espectrais.

Lawrence (1987) propôs um dos primeiros métodos espectrais, fazendo um desenvolvimento em uma série de funções de forma com coeficientes aleatórios. Este desenvolvimento, desprovido de uma base completa no espaço de variáveis aleatórias, não podia garantir a convergência do desenvolvimento. Métodos mais eficientes, como os métodos dos polinômios caóticos, que utilizam as bases ortogonais mais gerais e levam a melhores resultados. Os polinômios caóticos, sendo ortogonais em relação à medida gaussiana do espaço estocástico, formam então uma base neste espaço e permitem uma representação com forte convergência global.

A aproximação estocástica também foi utilizada para a determinação de limites de variação das respostas aleatórias e para a análise de confiabilidade das estruturas com parâmetros aleatórios. A análise da confiabilidade estocástica utiliza as técnicas de perturbação de ordem um, os métodos de integração ponderada e os métodos espectrais.

Enfim, uma formulação não estocástica, utiliza a álgebra de intervalos para tratar das variações aleatórias das propriedades da estrutura e carregamentos. Esta metodologia se apoia no fato de que as variações dos parâmetros não deterministas dos problemas mecânicos têm sempre um limite inferior e um limite superior, podendo pois, ser representadas como intervalos. Aplicado a problemas estáticos, a extensão desta

formulação à análise dinâmica das estruturas utilizando os métodos dos elementos finitos foi feita por Dessombz et al. (1999). A comparação entre a formulação por intervalos e a formulação estocástica foi feita por Koyloughlu & Elishakoff (1998).

### **5.3.1 - SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO**

A simulação de monte Carlo, conhecida e utilizada há anos em diversos campos da ciência, foi introduzida na mecânica das estruturas no trabalho de Shinozuka (1972).

A resolução do método se dá em três etapas. A primeira consiste na geração por simulação numérica de uma população (grande número de realizações) associada aos parâmetros estocásticos do problema físico. A segunda etapa consiste na resolução de um problema determinístico associado para cada um dos elementos da população: o objetivo é obter uma população correspondente às quantidades aleatórias da resposta do sistema estudado. Na terceira etapa, a população da resposta é usada para determinar as características estatísticas das variáveis de resposta. Este método é muito pesado por causa da memória e do tempo de cálculo exigidos para efetuar o conjunto de simulações. Contudo, devido ao aumento da capacidade de cálculo dos computadores atuais e seu caráter não intrusivo, o Método de Monte Carlo tem sido cada vez mais utilizado.

A primeira etapa de simulação numérica da população é a mais importante, Shinozuka (1972) propôs uma técnica para gerar amostras dos parâmetros de entrada, aplicada a campos aleatórios gaussianos. Essa técnica utiliza a superposição de um grande número de funções senoidais com ângulos de fase aleatórios uniformemente distribuídos. Este método é aplicado ao estudo da resposta transitória das estruturas estocásticas e não lineares. Posteriormente, Shinozuka (1974) empregou um algoritmo de FFT junto com a Simulação de Monte Carlo para melhorar o procedimento numérico.

Deodatis (1989) utiliza a Simulação de Monte Carlo combinada com um esquema de integração de Newmark para estudar a sensibilidade das estruturas com propriedades estocásticas submetidas às excitações aleatórias. A extensão da simulação de Monte Carlo aos campos não gaussianos é feita por Yamazaki & Shinozuka (1990). Uma variante desta última técnica, que utiliza o desenvolvimento de Neumann das matrizes do sistema estocástico discretizado, é aplicado no trabalho de Deodatis e Shinozuka

(1989). Em outro trabalho, Ghanem (1998) apresenta uma formulação que unifica o método dos elementos finitos estocásticos espectrais e a simulação de Monte Carlo.

### 5.3.2 - MÉTODO DA PERTURBAÇÃO

O método da perturbação emprega um desenvolvimento em série de Taylor para formular as relações lineares entre certas características da resposta aleatória e os parâmetros estruturais aleatórios.

O método foi introduzido para estudar a confiabilidade das estruturas estocásticas. Nakagiri e Hisada (1981), em uma série de artigos, aplicaram este método em uma série de casos: incertezas devido às variações de forma e / ou propriedades dos materiais; incertezas associadas às condições limites; problemas estocásticos não lineares; análise dinâmica de sistemas com amortecimento aleatório.

O método da perturbação supõe que os processos aleatórios são discretizados, a resposta é então dada por  $u(\{\alpha(\theta)\}, x)$ , ou seja, uma função dos parâmetros espaciais  $x$  e de um vetor de variáveis aleatórias  $\{\alpha(\theta)\}$ , sendo  $\theta$  a variável do espaço de probabilidades. Dessa forma, o operador  $A_{\alpha(\theta)}$  relacionando a entrada e a saída também é aleatório.

O desenvolvimento de  $A_{\alpha(\theta)}$  e de  $u(\{\alpha(\theta)\}, x)$  sobre seus valores médios respectivos e sabendo que  $\{\alpha(\theta)\}$  é um vetor de variáveis aleatórias com médias nulas,  $u(\{\alpha(\theta)\}, x)$

Então:

$$A_{\alpha(\theta)} = \sum_{\rho=1}^R \alpha_i(\theta) \left( \frac{\partial}{\partial \alpha_i(\theta)} A_{\alpha(\theta)} \right)_{\alpha(\theta)=0} + \sum \sum \alpha_i(\theta) \alpha_j(\theta) \left( \frac{\partial^2}{\partial \alpha_i(\theta) \partial \alpha_j(\theta)} A_{\alpha(\theta)} \right)_{\alpha(\theta)=0} + \dots \quad (5.1)$$

$$u(\{\alpha(\theta)\}, x) = \sum_{\rho=1}^R \alpha_i(\theta) \left( \frac{\partial}{\partial \alpha_i(\theta)} u(\{\alpha(\theta)\}, x) \right)_{\alpha(\theta)=0} + \sum \sum \alpha_i(\theta) \alpha_j(\theta) \left( \frac{\partial^2}{\partial \alpha_i(\theta) \partial \alpha_j(\theta)} u(\{\alpha(\theta)\}, x) \right)_{\alpha(\theta)=0} + \dots \quad (5.2)$$

A substituição das expressões desenvolvidas na equação permite chegar, agrupando os termos de mesma ordem e limitando o desenvolvimento aos termos de ordem dois, aos sistemas de equações seguintes:

Ordem zero:

$$A_0 u_0 = -\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_0 \quad (5.3)$$

Ordem 1

$$A_0 \sum_{\rho=1}^R \left( \frac{\partial}{\partial \alpha_i(\theta)} u(\{\alpha(\theta)\}, x) \right)_{\alpha(\theta)=0} + \sum_{\rho=1}^R \left( \frac{\partial}{\partial \alpha_i(\theta)} A_{\alpha(\theta)} \right)_{\alpha(\theta)=0} u_0 = 0 \quad (5.4)$$

Ordem 2

$$\begin{aligned} A_0 \sum_{\rho=1}^R \sum_{\sigma=1}^R \left( \frac{\partial^2}{\partial \alpha_i(\theta) \partial \alpha_j(\theta)} u(\{\alpha(\theta)\}, x) \right)_{\alpha(\theta)=0} \\ + \sum_{\rho=1}^R \sum_{\sigma=1}^R \left( \frac{\partial}{\partial \alpha_i(\theta)} A_{\alpha(\theta)} \frac{\partial}{\partial \alpha_j(\theta)} u(\{\alpha(\theta)\}, x) \right)_{\alpha(\theta)=0} \\ + \sum_{\rho=1}^R \sum_{\sigma=1}^R \left( \frac{\partial^2}{\partial \alpha_i(\theta) \partial \alpha_j(\theta)} A_{\alpha(\theta)} \right)_{\alpha(\theta)=0} u_0 = 0 \end{aligned} \quad (5.5)$$

Podemos utilizar as séries de ordem mais elevada, com o objetivo de melhorar a aproximação. Esta tarefa é consideravelmente mais complicada por causa dos termos “seculares” que surgem nas expressões de ordem superior a dois, e não garante uma melhor convergência para os resultados. Em geral, o método de Perturbação apresenta resultados satisfatórios para as flutuações aleatórias inferiores a 20%. (Kleiber & Hein, 1990).

A aplicação do método da perturbação em uma análise de elementos finitos utiliza diretamente ou o princípio variacional ou a aproximação de Galerkin. A aplicação

destas técnicas antes ou depois da execução do desenvolvimento em série de Taylor, não influencia na forma do sistema de equações obtido.

O método da perturbação é utilizado por causa de sua simplicidade de implementação e rapidez de cálculo. Enquanto isso, quando a frequência de flutuações aleatórias aumenta, o método exige um número confiável de variáveis aleatórias para representar bem estas variações. Isto aumenta muito a quantidade de equações a resolver e faz com que a resolução seja inviável.

### 5.3.3 – CAOS POLINOMIAL

Os polinômios caóticos formam uma base ortogonal, que permite a representação do campo aleatório de resposta por um conjunto de variáveis aleatórias. Esta formulação é baseada na teoria do caos homogêneo de Wiener que faz a generalização das séries de Taylor funcionais. A teoria de Wiener permite a extensão de conceitos geométricos dos espaços de Hilbert ao caso estocástico (Ghanem, 1999).

Como o campo aleatório de solução é uma função implícita das propriedades aleatórias do material, as componentes do vetor nodal  $\{u(x, \theta)\}$  de resposta podem ser formalmente escritas como funções não lineares do vetor de variáveis aleatórias  $\{\alpha(\theta)\}$  utilizado para representar as aleatoriedades do material. Esta dependência funcional pode ser desenvolvida em termos de polinômios de variáveis aleatórias gaussianas, também chamados de polinômios caóticos, como representados a seguir:

$$u(\theta) = a_0\phi_0 + \sum_{i_1=1}^{\infty} a_{i_1}\phi_1(C_{i_1}(\theta)) + \sum_{i_2=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{\infty} a_{i_1i_2}\phi_2(C_{i_1}(\theta), C_{i_2}(\theta)) + \dots \quad (5.6)$$

Onde:

$\phi_n(C_{i_2}(\theta), \dots, C_{i_n}(\theta))$  é o polinômio caótico de ordem n sobre as variáveis aleatórias  $(C_{i_2}(\theta), \dots, C_{i_n}(\theta))$ . Os polinômios caóticos de ordem superior à unidade têm média igual a zero. Os diferentes polinômios são ortogonais a todos os outros, no tocante ao seu produto interno, definido como a média estatística de seus produtos.

Após os cálculos dos coeficientes deterministas,  $a_i$  da equação acima, procura-se a caracterização probabilística completa da resposta  $u(\theta)$ .

Outros métodos de resolução espectral são propostos na literatura. Equivalentes ao método dos polinômios caóticos por uma transformação unitária, eles são bem adaptados campos aleatórios não gaussianos (trabalhos de Diniz & Thouverez (1999) e Grigoriu (1993)). Jensen e Iwan utilizam o método espectral combinado a um método recursivo para estudar as estruturas estocásticas com excitação aleatória. Uma comparação entre estes métodos é feita por Li e Der Kiureghian (1993): no qual é proposto um método espectral original, formulado integralmente por eles mesmos.

## 6 – HIDROELASTICIDADE E MODELO MECÂNICO

A análise detalhada da interação entre a pá do distribuidor e o fluido que a cerca é essencial para compreender o comportamento dos componentes estruturais do distribuidor quando submetido à ação do fluxo de água durante seu acionamento. Para tornar esta análise possível, um modelo mecânico do mecanismo foi aproximado, realizando-se as devidas adaptações para viabilizar a análise, considerando a complexidade do mecanismo real (distribuidor da UHE CN).

### 6.1 – VIBRAÇÕES INDUZIDAS PELO ESCOAMENTO

Casos de vibrações induzidas pelo escoamento são estudados pelas diversas áreas da engenharia que necessitam lidar com Interações Fluido Estrutura. Com elementos complexos e sua detecção em diferentes estruturas e sistemas, este é um dos campos mais abordados em Engenharia. Para que se tenha consciência do grau de complexidade envolvido neste tema, é necessário reconhecer que, uma fonte de excitação pode assumir diferentes formas e agir sobre uma estrutura ou um fluido. Em cada uma das grandes áreas da engenharia os principais elementos têm uma terminologia particular. De forma generalizada, os casos de vibrações induzidas pelo escoamento tem elementos básicos definidos a seguir:

**Osciladores:** são definidos como sistemas de massa estrutural ou fluida que são acionados por forças restauradoras se defletidos de suas posições de equilíbrio e desenvolvem vibrações em conjunto com tipos apropriados de excitação. Um sistema típico de engenharia geralmente possui diversos osciladores em potencial e diversas fontes de excitação. O passo mais importante ao lidar com problemas de vibrações fluido-induzidas é identificar corretamente cada um desses elementos em um caso real.

- **Corpos Oscilantes:** consiste em uma estrutura rígida que é elasticamente apoiada, permitindo assim movimentos lineares e angulares. Também pode ser representado por uma estrutura flexível que permite movimentação flexural.
- **Fluidos Oscilantes:** Consiste em uma massa passiva de fluido que pode apresentar oscilações geralmente governadas pela compressibilidade ou gravidade.

Tanto corpos quanto fluidos oscilantes estão submetidos à ação de uma fonte de excitação, que podem ser numerosas e em vários casos, difíceis de serem detectadas. Entretanto, essas fontes de excitação podem ser divididas em três tipos básicos:

- Excitação induzida externamente
- Excitação induzida por instabilidade
- Excitação induzida pelo movimento

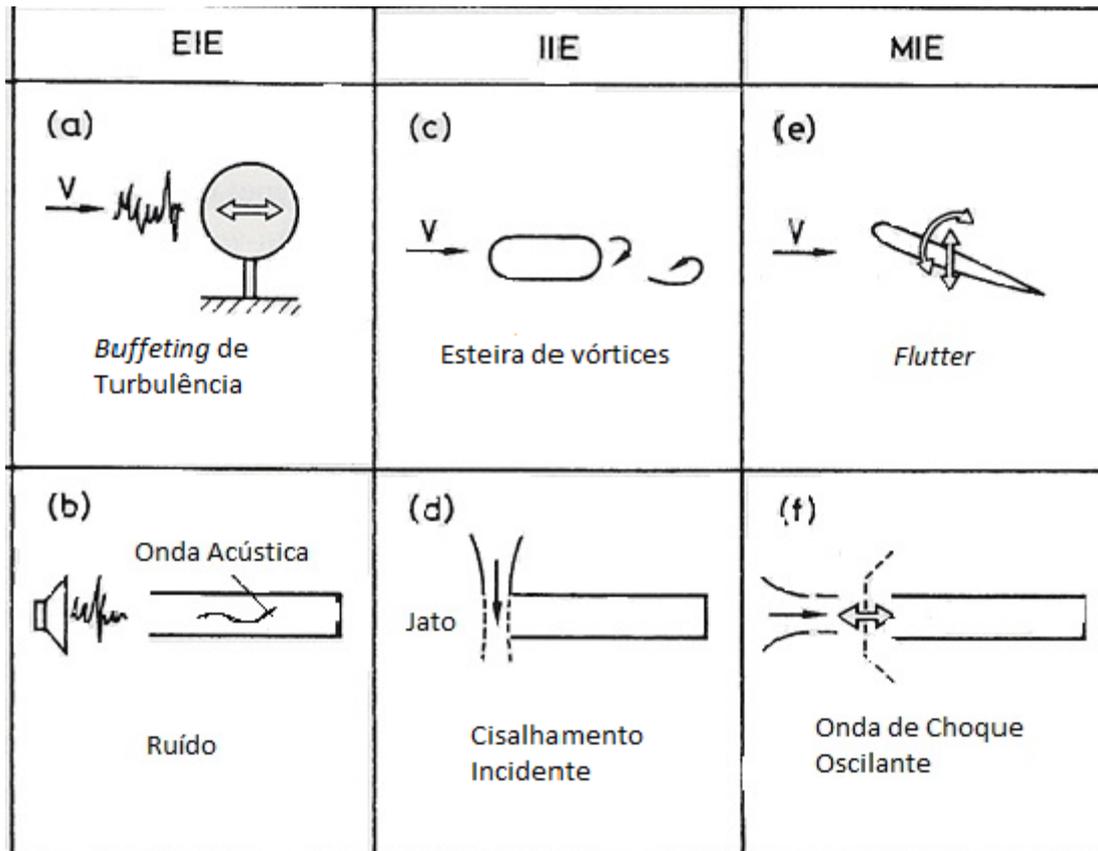


Figura 6.1: Exemplos de corpos e fluidos oscilantes excitados por: (a,b) Excitação induzida Externamente, (c,d) Excitação induzida por instabilidade, (e,f) Excitação induzida pelo movimento. (Naudasher & Rockwell, 1994)

Frequentemente, a excitação ocasionada pela vibração induzida pelo escoamento em um sistema complexo envolve diversos componentes e muitas vezes todos os mencionados anteriormente, como por exemplo, corpos e fluidos oscilantes simultaneamente e a ação das três fontes de excitação ao mesmo tempo. Nesses casos, é importante proceder com a identificação pontual de cada um dos elementos essenciais na análise de vibrações fluido-induzidas: primeiramente identifica-se todos os corpos oscilantes, em seguida

constata-se a presença de oscilação no fluido e por último analisam-se as fontes de excitação apresentadas no problema.

### **6.1.1 - EXCITAÇÃO INDUZIDA PELO MOVIMENTO**

A excitação induzida pelo movimento é provocada por movimentos do corpo oscilante e desaparece caso o corpo volte para o repouso. Entretanto, se um corpo é acelerado em um fluido, um escoamento não uniforme é induzido e altera as forças do fluido atuantes no corpo. Se esta alteração nas forças hidrodinâmicas atuantes levar a amortecimento negativo ou à transferência de energia ao corpo que se move, uma vibração autoexcitada pode atuar no corpo. Existem diversos tipos de mecanismos para a atuação da excitação induzida pelo movimento, como problemas de excitação induzida pelo movimento de estruturas independentes, casos envolvendo acoplamento com pulsações do fluido, casos em que o acoplamento em um modo e também condições mais complexas em que há acoplamento entre diferentes estruturas.

No caso mais simples, onde a excitação induzida pelo movimento se dá de forma independente, sem acoplamentos, o movimento de um corpo em um modo é suficiente para mudar as forças do fluido atuantes no corpo de forma que esta energia é transferida do escoamento para o corpo em movimento. Em casos semelhantes ao do distribuidor da UHE Coaracy Nunes é passível a ocorrência da excitação induzida pelo movimento com acoplamento multicorpos, onde o movimento dos corpos da vizinhança influenciam no movimento dos outros corpos através do acoplamento fluidodinâmico, determinando a forma de excitação de todo o grupo de pás do distribuidor.

### **6.1.2 - HIDROELASTICIDADE**

A interação entre forças inerciais, elásticas e hidro (aero) dinâmicas é estudada por um ramo da ciência conhecido como aeroelasticidade. Para fenômenos ocorridos em meios líquidos, seu nome é conhecido por hidroelasticidade.

Os fenômenos hidroelásticos ocorrem quando deformações estruturais de corpos imersos em um fluido induzem a mudanças nas forças hidrodinâmicas atuantes no mesmo. O acréscimo de valor da força originária do fluido causa um aumento nas deformações estruturais, o que acarreta em um aumento da mesma força hidrodinâmica

causadora em um processo de realimentação. Essas interações podem tornar-se menores até que uma condição de equilíbrio seja alcançada ou podem divergir catastróficamente.

Os fenômenos hidroelásticos podem ocorrer em duas condições: *estática ou dinâmica*.

No caso de fenômenos hidroelásticos estáticos há interação entre forças hidrodinâmicas e estáticas em uma estrutura, porém as propriedades inerciais, ou seja, de massa, não desempenham papel importante neste caso. O principal fenômeno deste tipo é a divergência, em que há deflexão de uma superfície devido a ação de uma carga aerodinâmica. Neste caso, essa deflexão pode dar origem a uma excitação aleatória.

Já os fenômenos hidroelásticos dinâmicos consideram as interações entre as forças hidrodinâmicas, inerciais e elásticas. Os principais fenômenos hidroelásticos dinâmicos são a Resposta Dinâmica, *Buffeting e Flutter*.

A resposta dinâmica consiste na maneira com que uma estrutura reage às mudanças no escoamento ao qual está submersa. Um exemplo típico é o comportamento estrutural de uma aeronave quando submetida repentinamente a perturbações atmosféricas.

Outro fenômeno conhecido na engenharia é o *Buffeting*, que consiste numa instabilidade de alta frequência causada pela separação do escoamento da superfície do corpo. É ocasionado por um impulso súbito de aumento de carga aerodinâmica (ou hidrodinâmica).

Entretanto, o fenômeno hidroelástico dinâmico que merece maior destaque é conhecido como *Flutter*, que consiste em vibração autoexcitada como resultado de interações entre forças aerodinâmicas, forças de rigidez e forças inerciais em uma estrutura. O *Flutter* tem grande potencial destrutivo, caso as forças hidrodinâmicas atuantes acoplem-se com o modo de vibração natural da estrutura, o que produz um movimento periódico rápido. Este fenômeno pode ocorrer em qualquer estrutura submersa em um escoamento e quando há um feedback positivo, o movimento vibracional da estrutura amplia a carga aerodinâmica na mesma, o que por sua vez faz com que a estrutura mova-se cada vez mais. Se a energia durante a excitação aerodinâmica é maior que o amortecimento natural do sistema, o nível de vibração aumentará resultando em uma vibração autoexcitada. Os níveis de vibração podem aumentar e são limitados somente quando o amortecimento mecânico ou aerodinâmico da estrutura coincide com o aumento de

energia, caso contrário há possibilidade das amplitudes desta vibração aumentarem significativamente e acarretar em uma falha estrutural repentina.

O projeto mecânico de estruturas expostas a esforços fluido-elásticos deve considerar os parâmetros operacionais e design para que se evite o *Flutter*.

## 6.2 - MODELO MECÂNICO

Estruturas Mecânicas em um escoamento são submetidas a muitos carregamentos de origens distintas. Alguns deles tem origem hidroelásticas. O que inclui instabilidades conjugadas de *flutter*, *buffeting*, redistribuição de carga dinâmica, oscilações com 1 grau de liberdade, *stall Flutter* e torção instável ou divergência. Alguns desses fenômenos são factíveis de ocorrência dentro de caixas espirais de turbinas hidráulicas, distribuidores e também em rotores de turbinas.

A análise desses fenômenos em um arranjo mecânico complexo como o distribuidor de uma turbina hidráulica como as de Coaracy Nunes demanda simplificações para possibilitar a análise e avaliar os aspectos mais importantes do fenômeno. Assim, para viabilizar a análise da vibração induzida pelo escoamento atuante nas pás do distribuidor, o problema será representado por um modelo simplificado. Este modelo mecânico consiste em um hidrofólio sustentado por um eixo elástico submetido a um escoamento randomicamente perturbado. A modelagem deste sistema requer a representação das propriedades inerciais, de amortecimento e também de rigidez assim como as características hidrodinâmicas da estrutura submetida à vibração.

Considerando a seção de asa representada na Figura 6.2. Este modelo de um grau de liberdade representa o hidrofólio com um modo torcional.

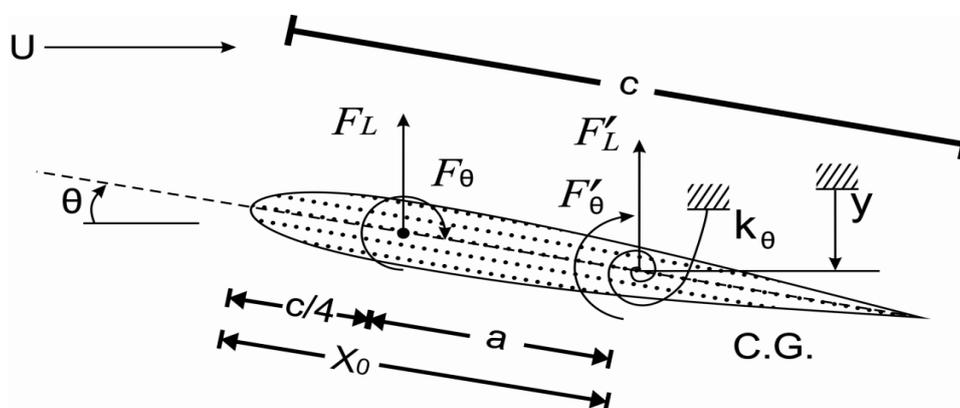


Figura 6.2: Modelo Mecânico da pá do distribuidor

Onde:

$\theta$  : Ângulo de torção, positivo no sentido horário em um escoamento orientado da direita para a esquerda;

$F'_\theta$ : Momento Aerodinâmico por unidade de área do eixo elástico, positivo no sentido horário;

$k'_\theta$ : Constante da mola por unidade de área;

$C_\theta$ : Fator de amortecimento;

C: Corda do hidrofólio;

$x_0$ : Distância entre o bordo de ataque e o eixo elástico;

a : Distância entre o Centro Aerodinâmico e o Eixo Elástico;

$F_L$ : Força de Sustentação;

CG: Centro de Massa;

U: Velocidade do Escoamento na Corrente livre.

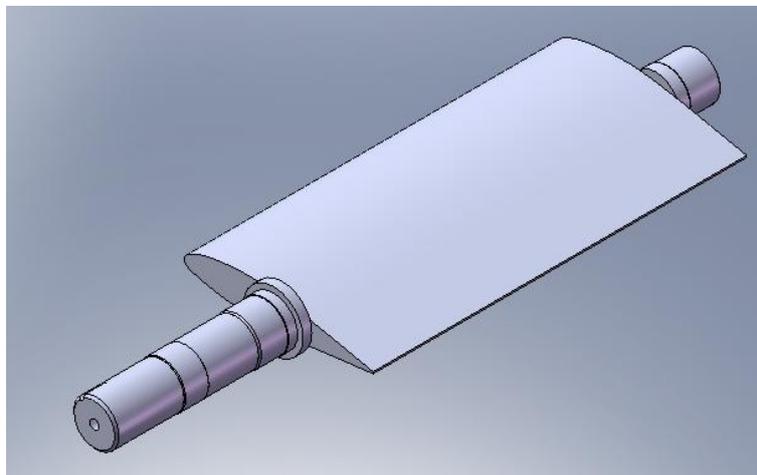


Figura 6.3: Desenho da pá do distribuidor da UHECN.

O modelo mecânico apresentado na Figura 6.3 representa a atuação real da pá presente no distribuidor da turbina da UHE CN que é mostrado na Figura 6.2. Neste caso, o eixo elástico representa o ponto de fixação do próprio eixo da pá. Esta situação específica pode ocorrer caso haja quebra de pinos de cisalhamento na estrutura de sustentação e

movimentação da pá e a mesma fique à mercê do escoamento incidente. A análise apresentada no capítulo seguinte consiste em apresentar uma simulação da reação da pá isoladamente quando submetida à ação de esforço hidrodinâmico e investigar se o mesmo pode originar vibrações autoexcitadas de características hidro elásticas dinâmicas que podem de alguma forma contribuir para o problema de quebra de pinos de cisalhamento através da transmissão de esforços na estrutura de controle e sustentação da pá. São apresentados abaixo os principais dados de construção, geométricos e principais medidas da pá do distribuidor utilizada como referência neste trabalho.

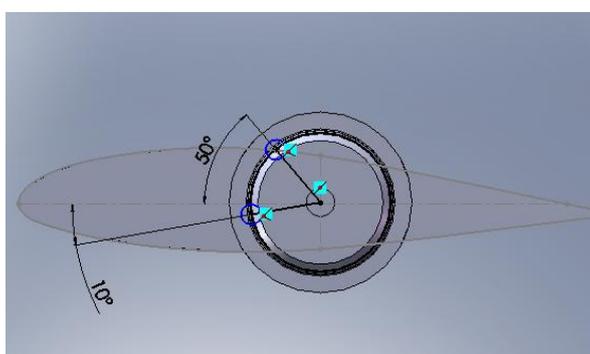


Figura 6.4: Detalhamento do eixo de giro da pá.

Tabela 6.1: Propriedades e características da pá.

<b>Massa Unitária (kg)</b>	1870
<b>Volume (mm<sup>3</sup>)</b>	$1,18 \times 10^8$
<b>Comprimento total (mm)</b>	2745
<b>Comprimento do perfil (mm)</b>	1699,4
<b>Área (mm<sup>2</sup>)</b>	$3,97 \times 10^6$
<b>Material</b>	ASTM A743CA6MN
<b>Perfil</b>	NACA 0018
<b>Centro de Massa (mm)</b>	X= -883,95, Y= 2453,18 Z= 166,56
<b>Momento Polar de Inércia (g.mm<sup>2</sup>)</b>	$I_{xx} = 1,22 \times 10^{12}$ $I_{yy} = 2,45 \times 10^{11}$

### 6.3 – EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

O modelo mecânico simplificado é aplicado para prever o comportamento dinâmico do sistema quando submetido a um escoamento com características determinadas. No caso em questão, considerando um perfil hidrodinâmico sustentado por um eixo torcional submetido ao escoamento, a equação do movimento do aerofólio apresentado pode ser escrita, relacionando componentes inerciais, de amortecimento e torcionais, associando-os a um momento resultante angular de acordo com a Segunda Lei de Newton:

$$J_{\theta}\ddot{\theta} + 2J_{\theta}\zeta_{\theta}\dot{\theta} + S_x\ddot{y} + k_{\theta}\theta = F'_{\theta} \quad (6.1)$$

Onde

$\theta$  - Ângulo de torção, positivo no sentido horário em um escoamento da direita para a esquerda;

$F'_{\theta}$  - Momento aerodinâmico no eixo elástico, positivo no sentido horário;

$k_{\theta}$  - Constante torcional da mola

$\zeta_{\theta}$  - Fator de amortecimento

O termo  $J_{\theta}$  é definido como sendo o momento polar de inércia de massa em torno do eixo elástico e considera a massa adicionada.<sup>1</sup>

Como o movimento do modelo mecânico compreende apenas 1 grau de liberdade angular ( $\theta$ ), o termo da equação do movimento que representa o deslocamento na direção  $y$  pode ser desprezado. A equação que descreve o movimento pode ser então reescrita na forma:

$$J_{\theta}\ddot{\theta} + 2J_{\theta}\zeta_{\theta}\dot{\theta} + k_{\theta}\theta = F'_{\theta} \quad (6.2)$$

Quando um perfil hidrodinâmico está submerso em um meio fluido, três forças principais atuam sobre ele: Sustentação ( $F_L$ ), Arrasto ( $F_D$ ) e Momento ( $F_{\theta}$ ), expressas abaixo em função de seus coeficientes:

$$F_L = \frac{1}{2}\rho U^2 c C_L \quad (6.3)$$

---

<sup>1</sup> Massa Adicionada ou massa hidrodinâmica: compreende a massa de fluido deslocada pela presença do perfil no escoamento. (Blevins,1977)

$$F_D = \frac{1}{2} \rho U^2 c C_D \quad (6.4)$$

$$F_\theta = \frac{1}{2} \rho U^2 c C_M \quad (6.5)$$

Os coeficientes  $C_L$ ,  $C_D$  e  $C_M$  de um aerofólio são função do ângulo de ataque ( $\alpha$ ) entre o eixo e o escoamento e o número de Reynolds. O  $C_L$  é uma função linear do ângulo de ataque até a sustentação máxima e para ângulos acima de  $8^\circ$ , os coeficientes são:

$$C_L = 2\pi \sin \alpha \quad (6.6)$$

$$C_D \cong 0,01 \quad (6.7)$$

$$C_M \cong 0,01 \quad (6.8)$$

Sendo que  $C_D$  e  $C_M$  são função apenas da forma do aerofólio (Blevins, 1977).

De acordo com a Figura 6.2, que ilustra os principais elementos aerodinâmicos do modelo mecânico, o Momento Aerodinâmico, ( $F'_\theta$ ) é referenciado no centro aerodinâmico ( $C/A$ ), ponto onde ocorre o  $C_M$  mínimo. O Momento no eixo elástico (referência geométrica nesta análise) é soma do momento aerodinâmico e o momento induzido pela distância  $a$  entre o centro aerodinâmico e o eixo elástico. Assim, temos a seguinte definição:

$$F'_\theta = F_\theta + aF_L \cong aF_L \quad (6.9)$$

Como o momento no centro aerodinâmico é pequeno, já que  $C_M \cong 0,01$ ; o momento resultante é dominado pela sustentação. No modelo mecânico empregado nesta análise, o centro aerodinâmico está localizado à frente do eixo elástico, portanto a distância  $a$  é definida como positiva.

Considerando que nesta análise há torção pura em pequenos ângulos de ataque  $\theta$  (apenas 1 grau de liberdade), percebe-se que forças aerodinâmicas não estáticas desempenham um papel importante na estabilidade torsional. No trabalho de Fung (1969), foi apresentado um modelo quasiestático para forças torcionais em um aerofólio com pequenos ângulos de ataque. Aplicando o modelo proposto por Fung, a equação do movimento de torção fica na forma:

$$F_\theta = \frac{1}{2} \rho U^2 c^2 \left( \frac{x_0}{c} - \frac{1}{4} \right) \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \theta - \frac{1}{2} \rho U c^3 \left[ \frac{\pi}{8} \left( \frac{x_0}{c} - \frac{1}{4} \right) \left( \frac{x_0}{c} - \frac{3}{4} \right) \right] \dot{\theta} \quad (6.10)$$

Onde:

$x_0$  é a distância entre o eixo elástico e o bordo de ataque do perfil;

$(x_0 - c/4)$  é a distância entre o eixo elástico e o centro aerodinâmico do perfil;

$(3/4)c - x_0$  é a distância entre o eixo elástico e o ponto a  $3/4$  corda.

O momento aerodinâmico,  $F'_\theta$ , é proporcional à velocidade angular e fornece o amortecimento aerodinâmico. Assim, um aerofólio é dinamicamente estável em torção, mas também estaticamente instável em torção se a velocidade exceder o valor de velocidade de divergência.

Simplificando os termos de  $F_\theta$ , temos:

$$F_\theta = \frac{1}{2}\rho U^2 C_k \theta - \frac{1}{2}\rho U C_D \dot{\theta} \quad (6.11)$$

Onde:

$$C_k = c^2 \left( \frac{x_0}{c} - \frac{1}{4} \right) \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \quad C_D = c^3 \left[ \frac{\pi}{8} + \left( \frac{x_0}{c} - \frac{1}{4} \right) \left( \frac{x_0}{c} - \frac{3}{4} \right) \right] \quad (6.11 \text{ E } 6.12)$$

Assim, temos:

$$J_\theta \ddot{\theta} + 2J_\theta \zeta_\theta \dot{\theta} + k_\theta \theta = \frac{1}{2}\rho U^2 C_k \theta - \frac{1}{2}\rho U C_D \dot{\theta} \quad (6.13)$$

Separando as variáveis, a equação 6.1 pode ser finalmente reescrita como:

$$J_\theta \ddot{\theta} + \left( 2J_\theta \zeta_\theta - \frac{1}{2}\rho U C_D \right) \dot{\theta} + \left( K_\theta - \frac{1}{2}\rho U^2 C_k \right) \theta = 0 \quad (6.14)$$

Considerando a existência de um termo de segunda ordem relacionado a componente inercial do modelo mecânico, um componente de ordem 1 que está associado ao amortecimento mecânico do perfil e ainda uma componente de ordem zero que representa a rigidez do sistema, temos a equação 6.1 reescrita em sua forma mais simplificada:

$$J\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + K\theta = 0 \quad (6.15)$$

Para a resolução do problema, considerando pequenas oscilações em movimento harmônico temos:

$$\theta = \Theta e^{i\omega t}, \quad (6.16)$$

E a equação 6.15 pode ser escrita na seguinte forma:

$$(-\omega^2 J + i\omega C + K)\Theta = 0 \quad (6.17)$$

Os termos entre parênteses indicam a parte determinística do problema, que é resolvido da forma trivial.

### **6.3.1 – MÉTODO DA PERTURBAÇÃO**

O tratamento probabilístico desta pesquisa demanda a construção de um modelo estocástico que descreve o comportamento de variáveis aleatórias assim como a resolução de problemas que derivam deste modelo. De forma a propor um modelo estocástico, uma aproximação paramétrica foi executada considerando os parâmetros randômicos do problema (Sampaio et al., 2007). Neste caso particular, a aleatoriedade é devido à velocidade do escoamento de entrada e conseqüentemente influencia em todas as outras propriedades que dependem da velocidade. Usando as informações disponíveis de acordo com a física do problema, a função densidade de probabilidade que maximiza as incertezas (Princípio da Máxima Entropia, Sampaio et al., 2007) na oscilação considerando a presença de *flutter* do hidrofólio é a Distribuição Normal. Considerando os baixos valores de dispersão da parte flutuante dos dados de velocidade de entrada, uma análise do segundo momento do sistema estocástico pelo método da perturbação é executada para calcular as variâncias dos dados de saída considerando as variâncias dos dados de entrada (Diniz & Thouverez, 1999). Neste caso particular, a equação do problema determinístico é desenvolvida em Séries de Taylor em torno do valor aleatório da velocidade de entrada (U). Empregando Séries de Taylor, todos os parâmetros da função da velocidade de entrada são expandidos até o termo de segunda ordem.

### **6.3.2 - EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA ESTOCÁSTICO**

Para o modelo mecânico com um grau de liberdade abordado neste estudo, a rigidez (K), o Amortecimento (C) e a frequência natural do sistema ( $\omega$ ) são funções da

velocidade. A equação do problema estocástico abaixo mostra a expansão em Séries de Taylor da Rigidez e o mesmo procedimento foi realizado para os outros parâmetros:

$$K(U) = K^0 + K^I \Delta U^I + \frac{1}{2} K^{II} \Delta U^{II} \quad (6.18)$$

Sendo

$$K^I = \frac{dK}{dU}$$

$$K^{II} = \frac{d^2K}{dU^2}$$

$\Delta U^I = (U - U^0)$  que corresponde ao desvio padrão do valor de Velocidade do Escoamento U

$\Delta U^{II} = (U - U^0)^2$  é a Variância no valor da Velocidade do escoamento U

O mesmo procedimento foi desenvolvido para o fator de amortecimento C e a frequência natural do sistema  $\omega$  podem ser reescritos da seguinte forma:

$$C(U) = C^0 + C^I \Delta U^I + \frac{1}{2} C^{II} \Delta U^{II} \quad (6.19)$$

Onde:

$$C^I = \frac{dC}{dU}$$

$$C^{II} = \frac{d^2C}{dU^2}$$

E da mesma forma:

$$\omega(U) = \omega^0 + \omega^I \Delta U^I + \frac{1}{2} \omega^{II} \Delta U^{II} \quad (6.20)$$

$$\omega^I = \frac{d\omega}{dU}$$

$$\omega^{II} = \frac{d^2\omega}{dU^2}$$

Adotando a técnica de solução proposta por Kleiber & Hein (1992), as expressões desenvolvidas para todos os parâmetros estão inclusos na equação 6.18 que podem ser

reescritas agrupando os termos de mesma ordem até a segunda ordem. Este método resulta, para um sistema de um grau de liberdade com variável aleatória, em três equações que são resolvidas da ordem zero até a ordem 2 o que permite determinar o valor médio e as variâncias para a frequência de oscilação. Considerando a resposta livre do sistema, os autovalores são computados pelas seguintes expressões:

# Ordem Zero:

$$K^0 \theta^0 + i\omega^0 C^0 \theta^0 - J(\omega^0)^2 \theta^0 = 0$$

Reagrupando os termos, temos:

$$(K^0 + i\omega^0 C^0 - J(\omega^0)^2) \theta^0 = 0 \quad (6.21)$$

# Primeira Ordem:

$$K^0 \theta^I + K^I \theta^0 + i\omega^0 C^0 \theta^I + \omega^0 C^I \theta^0 + i\omega^I C^0 \theta^0 - J\omega^0 \omega^I \theta^0 - J\omega^0 \omega^0 \theta^I - J\omega^I \omega^0 \theta^0 = 0$$

Igualando os termos  $\theta^0$  e  $\theta^I$

$$(K^0 + i\omega^0 C^0 - J(\omega^0)^2) \theta^I = (K^I + i\omega^I C^0 + i\omega^0 C^I - 2J\omega^0 \omega^I) \theta^0 \quad (6.22)$$

# Segunda Ordem:

$$\begin{aligned} K^0 \theta^{II} + K^I \theta^I + K^{II} \theta^0 + i\omega^0 C^0 \theta^{II} + i\omega^0 C^I \theta^I + i\omega^I C^0 \theta^I + i\omega^I C^I \theta^I + i\omega^{II} C^0 \theta^0 \\ - J\omega^0 \omega^{II} \theta^0 - J\omega^0 \omega^I \theta^I - J(\omega^0)^2 \theta^{II} - J\omega^{II} \theta^0 - J\omega^I \omega^0 \theta^I \\ - J\omega^{II} \omega^0 \theta^0 = 0 \end{aligned}$$

Separando os termos com fator comum, temos:

$$\begin{aligned} (K^0 + i\omega^0 C^0 - J(\omega^0)^2) \theta^{II} = (K^I + i\omega^I C^0 + i\omega^0 C^I - 2J\omega^0 \omega^I) \theta^I + \\ (K^{II} + i\omega^{II} C^0 + i\omega^I C^I - 2J\omega^0 \omega^{II} - J\omega^{II}) \theta^0 \end{aligned} \quad (6.23)$$

Onde  $K^I = -\rho U c_k$ ,  $K^{II} = -\rho c_k$ ,  $C^I = -\frac{1}{2} \rho U c_D$  e os parâmetros de ordem zero (valores determinísticos) são definidos pelas equações 3 e 4.

### 6.3.3 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA ESTOCÁSTICO

A solução do problema de ordem 0 (zero) implica na solução de um problema de autovalor trivial, multiplicando ambos os termos do problema de ordem 1 por  $\theta^0$  temos:

$$(K^I + \omega^0 C^I + \omega^I C^0 - J\omega^0 \omega^I - J\omega^I \omega^0)(\theta^0)^2 = 0 \quad (6.24)$$

Pois  $(K^0 - i\omega^0 C^0 - J(\omega^0)^2)\theta^0 = 0$  (ordem 0)

Então sendo  $\theta^0 \neq 0$  temos:

$$(-2J\omega^0 + C^0)\omega^I = -\omega^0 C^I - K^0 \quad (6.25)$$

$$\omega^I = \frac{-\omega^0 C^I - K^0}{-2J\omega^0 + C^0} \quad (6.26)$$

Substituindo  $\omega^I$  no problema de ordem I pode ser encontrado o valor de  $\theta^I$ . Procedendo da mesma forma com a equação de ordem II, chegamos ao valor de  $\omega^{II}$ .

Dessa forma, os seguintes resultados podem ser calculados:

Média da frequência natural  $\omega$  aleatória:

$$\bar{\omega} = \omega^0 + \frac{1}{2}\omega^{II}.var(U) \quad (6.27)$$

A variância de  $\omega$  é dada por:

$$var(\omega) = (\omega^I)^2.var(U) \quad (6.28)$$

A média de  $\theta$  é

$$\bar{\theta} = \theta^0 + \frac{1}{2}\theta^{II}.var(U) \quad (6.29)$$

A variância de  $\theta$  é

$$var(\theta) = (\theta^I)^2.var(U) \quad (6.30)$$

As expressões abaixo são obtidas para o valor médio e variâncias do autovalor da resposta do sistema:

$$\mu(\omega) = (\omega_j)^0 + \frac{1}{2}(\omega_j)^{(II)} \quad (6.31)$$

$$\text{Var}(\omega_j) = \sum_{\rho=1}^{\tilde{N}} \left( (\omega_j)_{U_\rho}^I \right)^2 \cdot \text{Var}(U_\rho) \quad (6.32)$$

### 6.3.4 - FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

A equação de equilíbrio de um sistema discretizado a N graus de liberdade com amortecimento histerético é dado por:

$$(K^0 + i\omega^0 C^0 - J(\omega^0)^2) \theta^0 = f \quad (6.33)$$

Rearranjando os termos, temos:

$$(K^0 - \omega^{02} J) + i(\omega^0 C^0) = f \quad (6.34)$$

No caso particular de um só grau de liberdade, pode-se escrever a Função de Resposta em Frequência como:

$$H^0 = \frac{u}{f} = \frac{1}{(K^0 - \omega^{02} J) + i(\omega^0 C^0)} \quad (6.34)$$

A expressão estocástica para a Função Resposta em Frequência do sistema é obtida usando a mesma metodologia empregada nas outras variáveis do problema (amortecimento, frequência natural e rigidez). Expandindo os termos de  $H^0$  em Série de Taylor, obtêm-se as expressões para valor médio e variância da função resposta em Frequência ( $H(\omega)$ ) definidas abaixo, respectivamente:

$$\bar{H}(\omega) = H^0 + (H^0)^3 (i\omega C^I + K^I) - \frac{1}{2} (H^0)^2 \text{Var}(U) \quad (6.35)$$

$$\text{Var}(H(\omega)) = (H^0)^4 (i\omega C^I + K^I)^2 \cdot \text{Var}(U) \quad (6.36)$$

## 7 – RESULTADOS

Considerando o modelo mecânico analisado, é possível, através do Método de Perturbação de Segunda Ordem, obter uma aproximação do comportamento do mecanismo de acionamento das pás do distribuidor quando submetido a um escoamento com variações aleatórias na velocidade incidente.

Considerando o perfil hidrodinâmico com as seguintes características, já apresentadas na Tabela 6.1:

- ❖ Corda ( $c$ ) = 1700 mm;
- ❖ Momento Polar de Inércia de Massa ( $J$ ) = 535.92 [kg.m<sup>2</sup>/m].

A obtenção da solução é feita a partir da definição de alguns parâmetros para a construção e resolução do modelo estocástico utilizado para a obtenção da resposta do modelo mecânico proposto quando submetido à passagem do escoamento:

- **Escolha das variáveis:**

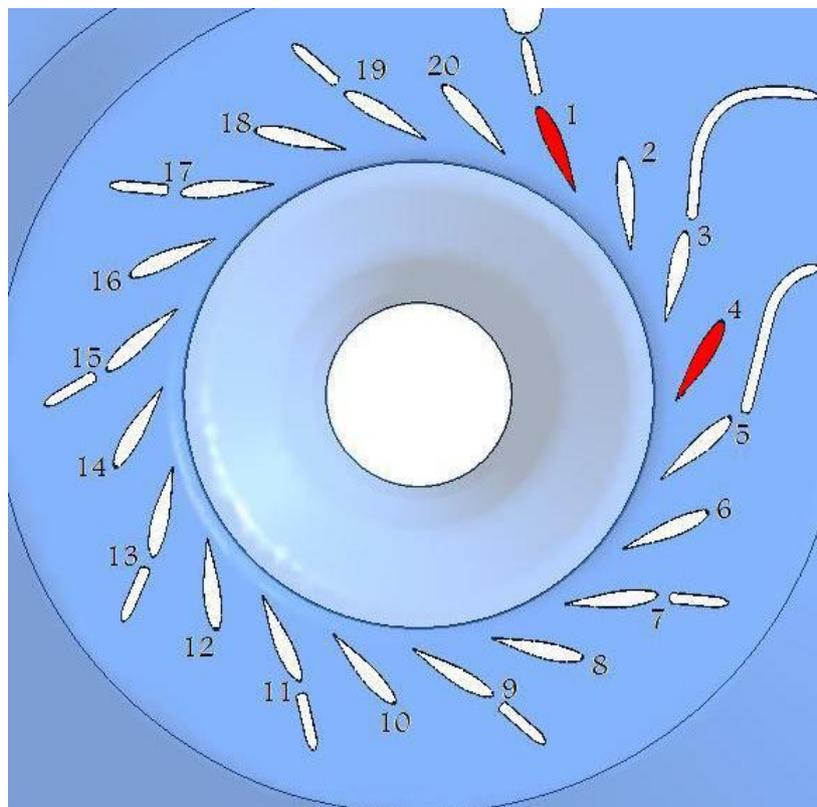


Figura 7.1: Vista das pás diretrizes. Pás 1 e 4 em destaque.

Foi tomada como referência, a velocidade do escoamento incidente para a análise, pois o objetivo deste estudo é justamente o de investigar a influência da componente flutuante da velocidade do escoamento ( $U'$ ) no comportamento dinâmico da pá. Os dados de velocidade do escoamento incidente  $U$  foram obtidos através de simulações numéricas por CFD (Coelho et al. 2009). Neste trabalho, foram consideradas duas pás diferentes, que apresentaram condições operacionais extremas, de acordo com os dados coletados. Essas pás apresentavam o máximo valor de torque (positivo e negativo) e estão destacadas na Figura 7.1, que apresenta a distribuição das pás no distribuidor. Considerando os valores obtidos da simulação CFD (Coelho et al. 2009) foram construídos histogramas e calculados a média e o desvio padrão da velocidade  $U$  para as duas pás estudadas. Os resultados obtidos estão na Tabela 1 e as Figuras 7.2 e 7.3 apresentam os histogramas obtidos usando os valores da simulação CFD.

Tabela 7.1 - Valores Médios de  $U$  e Desvio Padrão pás 1 e 4.

<b>Velocidade Média <math>U</math> [m/s]</b>	<b>Desvio Padrão (<math>\sigma</math>)</b>
<b><math>U_1 = 1.3257</math></b>	0,40
<b><math>U_2 = 6.7848</math></b>	1

Os valores de desvio padrão obtidos da estatística dos resultados comprovam a validade do uso do Método da Perturbação para este problema, já que a sua aplicabilidade é restrita a casos cujas aleatoriedades apresentam pequenos valores de desvio padrão (Ghanem & Spanos, 1991).

- **Gerador de Variáveis aleatórias e construção do modelo probabilístico**

A partir dos valores disponíveis de velocidade pode-se construir diretamente uma distribuição de probabilidade de acordo com os dados da Tabela 7.1. Verificou-se que a distribuição dos dados assemelha-se a uma distribuição normal, como pode ser visto nas Figuras 7.2 e 7.3. Foram geradas amostras com 3000 elementos de valores de velocidade  $U$  para cada pá considerada.

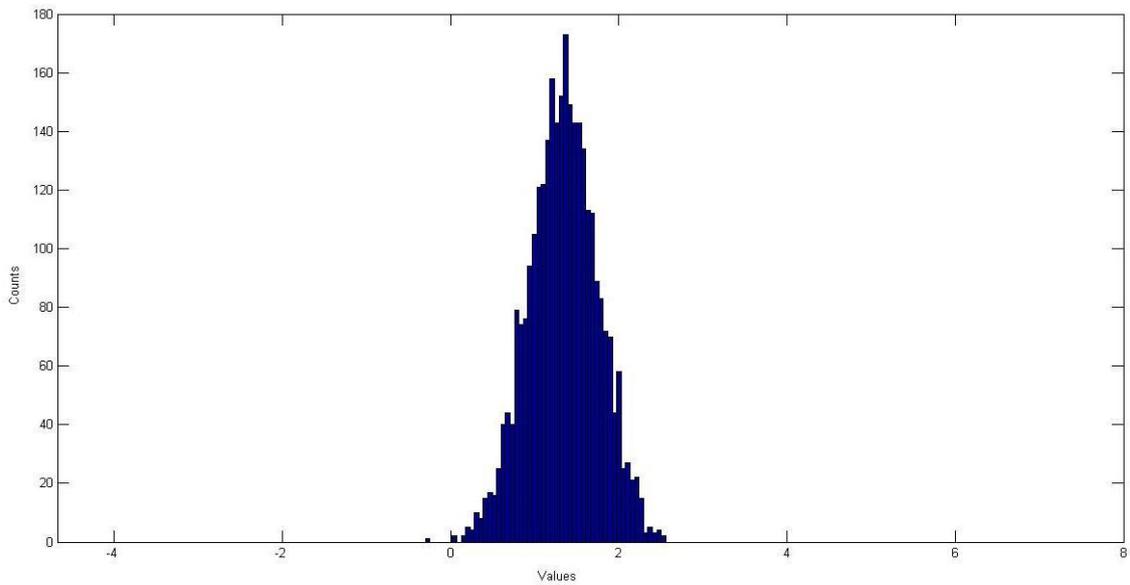


Figura 7.2: Distribuição Normal da velocidade para  $U_1 = 1.3257$  m/s

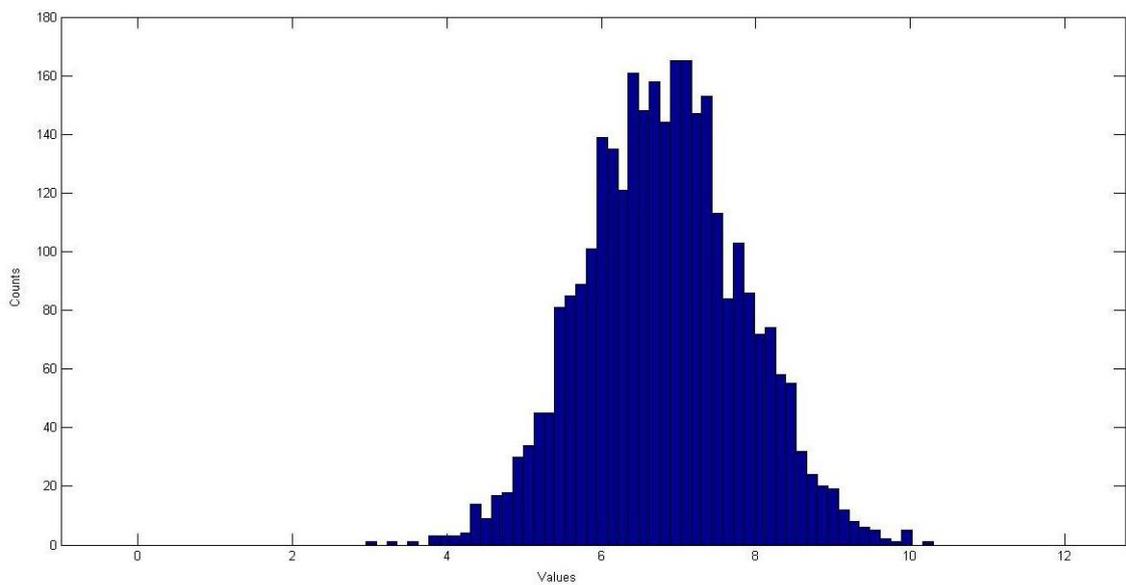


Figura 7.3: Distribuição Normal da velocidade para  $U_2 = 6.7848$  m/s

Valores randômicos de velocidade foram computados estatisticamente até alcançar a convergência nos valores de covariância. Este processo foi realizado através da geração de valores aleatórios de velocidade considerando dados de desvio padrão e velocidade média previamente apresentados na Tabela 7.1. Como apresentado nas Figuras 7.4 e 7.5, a variância converge para os valores da Tabela 7.1, aproximadamente, 2000 amostras de valores de velocidade.

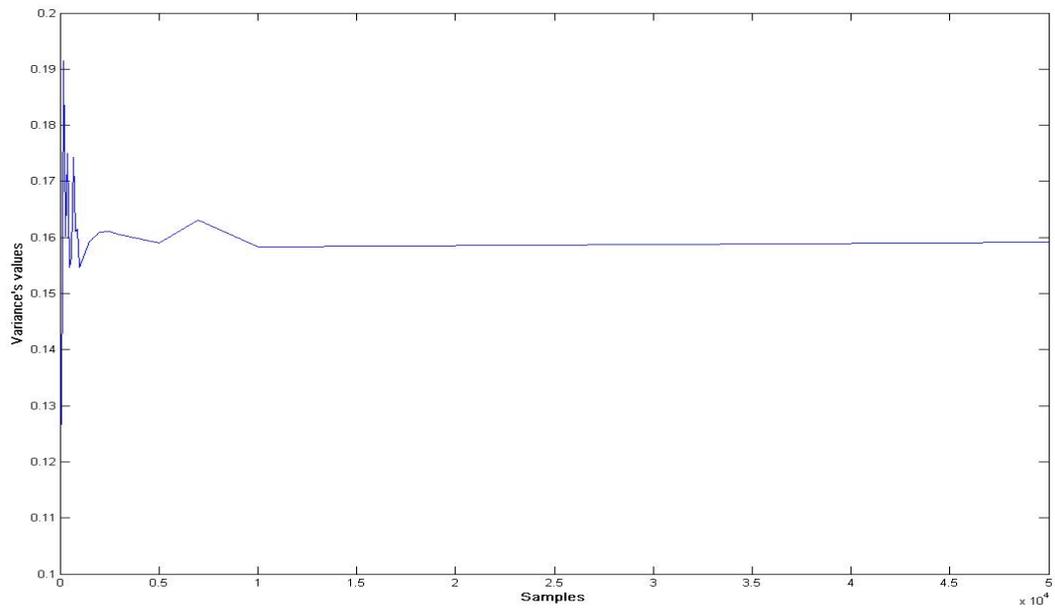


Figura 7.4: Convergência dos valores de Variância para  $U_1 = 1.3257$  m/s

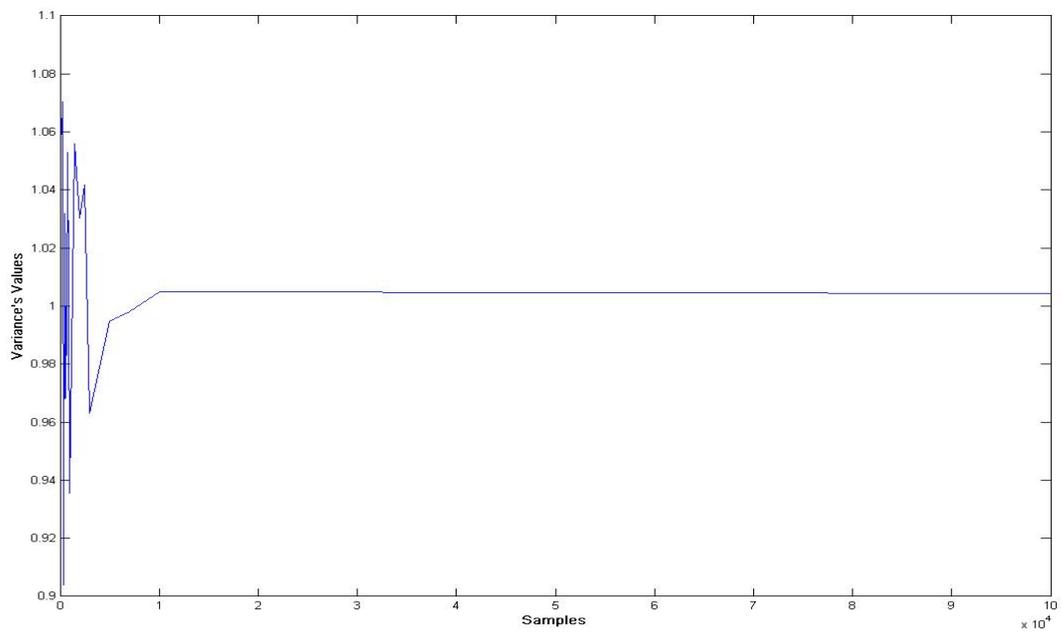


Figura 7.5: Convergência dos valores de Variância para  $U_2 = 6.7848$  m/s

- **Estatística dos resultados**

Aplicando o Método da Perturbação de segunda ordem e computando os valores de média e variância, a Tabela 7.2 mostra os resultados para as frequências complexas  $\omega$  da velocidade de corrente livre  $U$  para ambos os casos. A parte real dos autovalores corresponde à frequência natural média do sistema pá-eixo elástico. Foi gerada a Função Densidade de Probabilidade para os resultados de frequência natural do sistema ( $\omega$ ) em ambas as análises, considerando pás diretrizes 1 e 2, mostradas nas Figuras 7.6 e 7.7. Os valores calculados do primeiro e segundo momentos estatísticos são exibidos na Tabela 7.2.

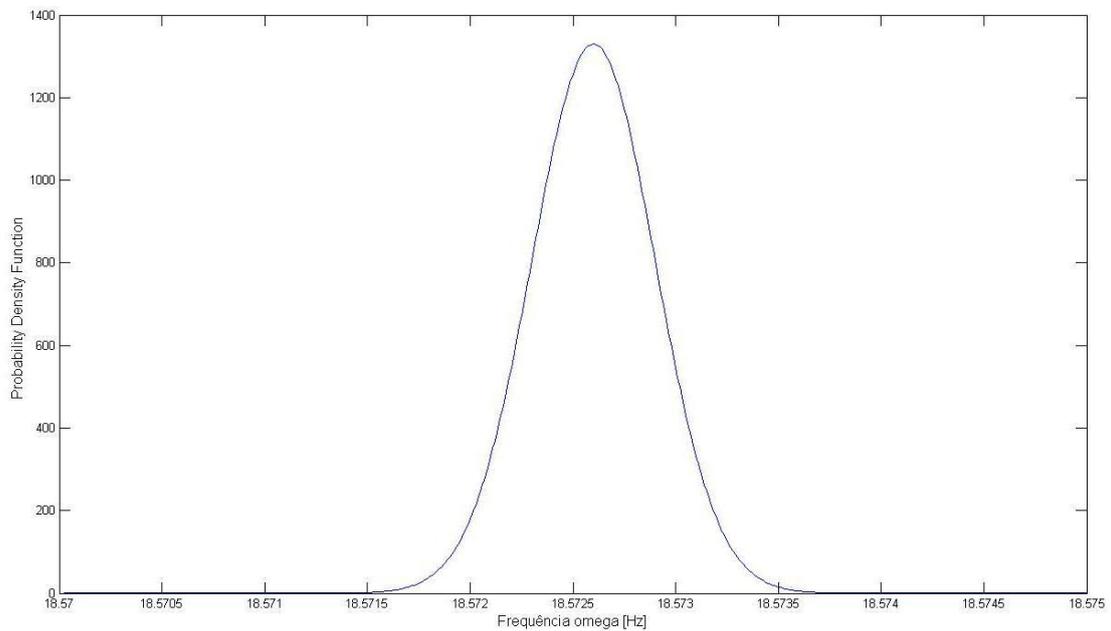


Figura 7.6: Função Densidade de probabilidade para  $U_1 = 1.3257$  m/s

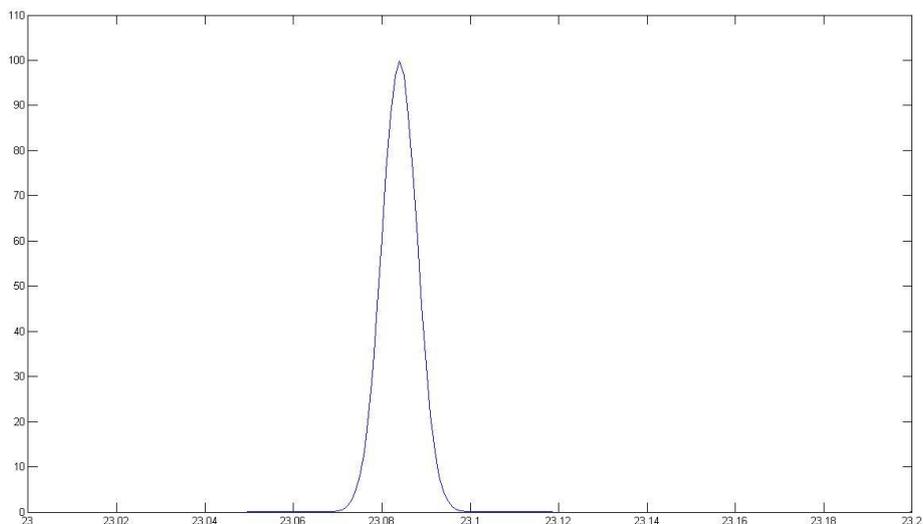


Figura 7.7: Função densidade de Probabilidade para  $U_2 = 6.7848$  m/s

Tabela 7.2 - Média e variâncias das frequências complexas para os dois casos.

	<b>Frequência Média(<math>\omega</math>)</b>	<b>Variância <math>Var \mu(\omega)</math></b>
<b>Primeiro Caso <math>U_1</math></b>	$23.0840 - 0.0250i$	$0.0166 + 0.0001i$ .
<b>Segundo Caso <math>U_2</math></b>	$18.5726 - 0.5390i$	$2.2657 + 0.2872i$

O parâmetro  $\omega$  corresponde à solução da equação característica do problema e dá evidências sobre a estabilidade dinâmica do sistema mecânico. Neste caso, como  $\omega$  é um número conjugado com parte real positiva, caracteriza um sistema com movimento não periódico e divergente. Este fato se dá pelo valor negativo do coeficiente de amortecimento  $C$ , neste sistema analisado. O comportamento da rigidez e do fator de amortecimento em função da velocidade é importante de ser estudado pois fornecem parâmetros para a previsão do que ocorre com os termos que descrevem o movimento do perfil de hidrofólio quando submetidos a variações na velocidade incidente do escoamento. Neste caso, há um decréscimo tanto no valor de rigidez quanto no fator de amortecimento quando há um acréscimo no valor de velocidade.

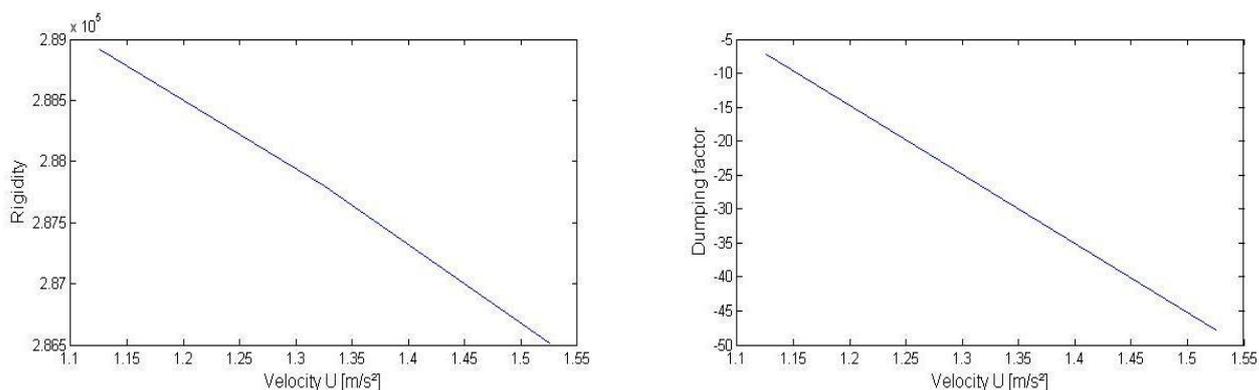


Figura 7.8: Comportamento da Rigidez ( $2J_0 \xi_0 - 0.5 \rho U C_D$ ) e Fator de Amortecimento ( $K_0 - 0.5 \rho U^2 C_K$ ) em função da velocidade.

- **Convergência da Resposta**

De forma a analisar melhor a influência da velocidade nos principais parâmetros (rigidez  $K$  e fator de amortecimento  $C$ ), assim como o comportamento da frequência natural do sistema  $\omega$ , as curvas de Resposta em Frequência foram plotadas. A Figura 7.8 mostra o comportamento da rigidez  $K$  e fator de amortecimento ( $K = K_0 - 0.5 \rho U^2 C_K$  e  $C = 2J_0 \xi_0 - 0.5 \rho U C_D$ ) como função da velocidade em um alcance de  $\pm 2\%$  da velocidade média. Analisando o fator de amortecimento  $C$ , percebe-se que há uma prevalência do termo negativo, conseqüentemente, o fator de amortecimento do problema estudado é menor que zero. Esta característica evidencia uma região de instabilidade de *flutter* à qual os parâmetros da equação que descreve o movimento estão submetidos. Neste caso, há uma tendência de amplificação da instabilidade do movimento característico do modelo mecânico.

Com o intuito de analisar melhor a física do problema, foi plotada a Função Resposta em Frequência da distribuição associada ao sistema mecânico, que auxilia na observação da frequência natural do sistema, que ocorre onde é identificável o pico único da curva, já que se trata de um problema com um grau de liberdade.

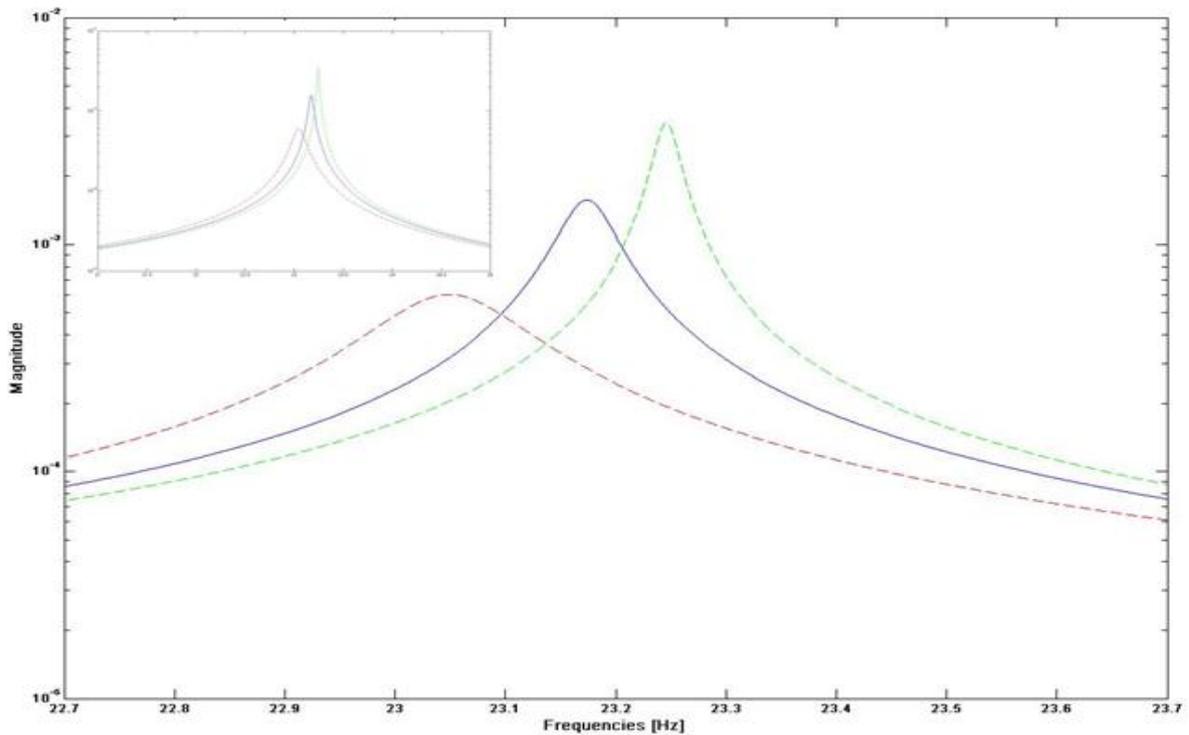


Figura 7.9 – Resposta espectral do modelo dinâmico à velocidade  $U$ ,  $U+\sigma(U)$  (vermelho) e  $U-\sigma(U)$  (verde).

A Figura 7.7 corresponde à Função Resposta em Frequência calculada para o modelo mecânico submetido à velocidade de corrente livre,  $U+\sigma$  (linha vermelha) e  $U-\sigma$  (linha verde). Através do gráfico, plotado para o primeiro caso  $U1$ , pode-se observar que o aumento da velocidade  $U$  diminui o fator de rigidez  $K$  e, conseqüentemente, a frequência  $\omega$ . E, para baixos valores de velocidade, a amplitude de vibração é superior aos índices de velocidade média. Reportando-se à Figura 7.7, pode-se observar que a sensibilidade do fator de amortecimento  $C$  em relação à frequência e, conseqüentemente à velocidade e sua incerteza. O fator de amortecimento  $C$  tem sensibilidade maior em comparação ao fator de rigidez  $K$ .

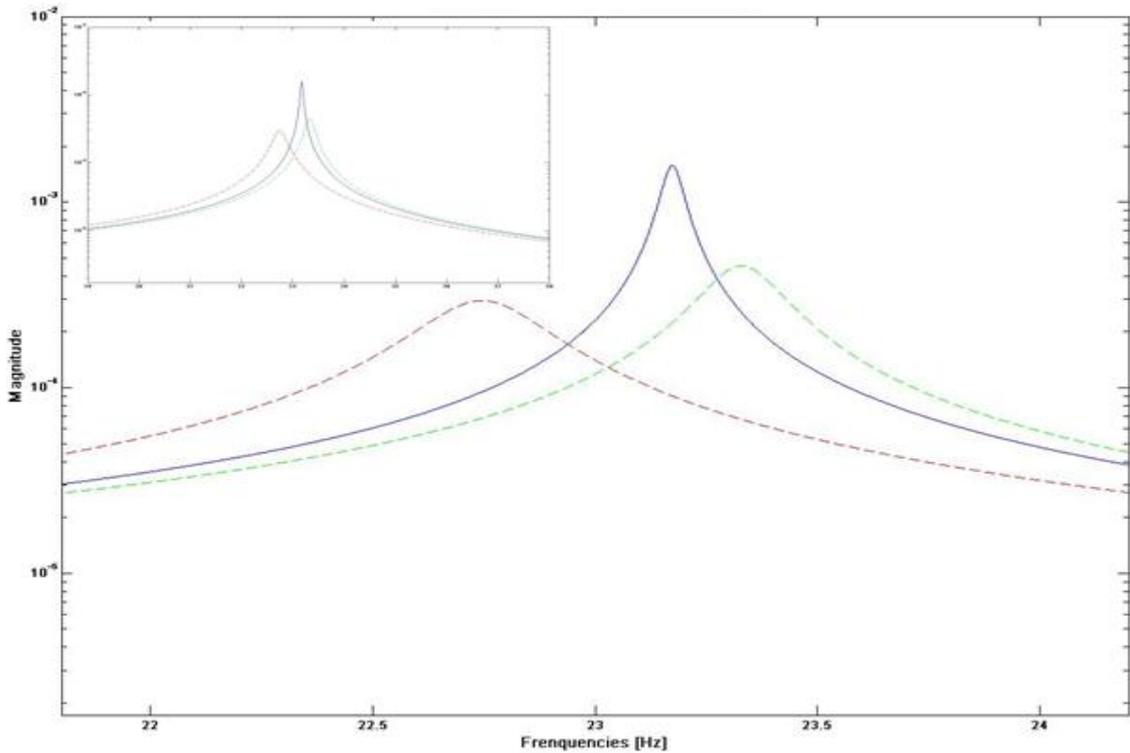


Figura 7.10 – Respostas espectrais para  $U \pm 3\sigma (U)$

Considerando o intervalo de confiabilidade de 95% ( $3\sigma (U)$ ), a Função Resposta em Frequência é representada pela Figura 7.10. Neste caso particular, o fator de amortecimento fica positivo, diferentemente da condição anterior de  $U \pm \sigma (U)$ . Isto implica em uma diminuição do pico representado pela curva pontilhada (-.-). Este fato conduz à conclusão de que apesar da existência de valores baixos de variância, um modelo mais robusto, capaz de incluir uma grande variação no comportamento deve ser aplicado. A partir das análises conduzidas nestes resultados, pode-se perceber que a velocidade do escoamento desempenha papel fundamental na determinação dos principais parâmetros regentes da equação do movimento da pá. Dessa forma, incrementos devido à sua flutuação em torno de um valor médio impactam de forma incisiva no comportamento do sistema mecânico alterando sua resposta à excitação. Estendendo-se a análise para o conjunto de pás que compõe o distribuidor, percebe-se que o mesmo está submetido a uma configuração complexa de respostas à excitação, pois, como a velocidade do escoamento incidente é diferente em cada pá, infere-se que pás próximas estão submetidas a condições distintas de excitação, conseqüentemente, suas respostas são diferenciadas. Esta condição complexa de carregamento pode ser

uma das causas de falhas em componentes estruturais da pá devido à transmissão de esforços espúrios não previstos em projeto.

## 8 – CONCLUSÃO

Para a avaliação das seguidas falhas em pinos de cisalhamento, foi necessária uma abordagem multidisciplinar para indicar possíveis falhas na atuação do mecanismo de controle de vazão de água para o rotor. Sua complexidade demandou o envolvimento de diferentes áreas da Engenharia, como a Ciência dos Materiais, Mecânica dos Fluidos, Mecânica Estrutural, Vibrações, entre outras. Desta forma, resultados de estudos anteriores que envolviam a análise geométrica, de material e do mecanismo de movimentação das pás do distribuidor foram utilizados de forma complementar no desenvolvimento deste estudo que aborda uma metodologia multicorpo e estocástica.

Com o desenvolvimento do modelo multicorpos da estrutura, pode-se avaliar melhor seu desempenho durante o funcionamento e também permitiu o desenvolvimento de uma metodologia de cálculo de transmissão de esforços entre a pá, que recebe o escoamento incidente, e o pino de cisalhamento. Tendo isto em mãos, puderam-se utilizar dados de simulações em CFD para estimar a dimensão do torque incidente em cada pá. Esses dados foram aplicados à metodologia de cálculo de transmissão de esforços pino – pá para então observar o comportamento da força que incidia em cada pino e sua magnitude, além de avaliar se estas condições de operação poderiam favorecer as fraturas nos pinos devido a esforços com origem no escoamento.

Este procedimento matemático, aliado aos dados adquiridos durante a campanha de medição realizada na Usina Hidrelétrica Coaracy Nunes permitiram concluir que as estruturas do distribuidor das Máquinas #1 e #2 da Usina estavam submetidas a um escoamento que tem irregularidades no tempo. Mesmo assim, foi possível observar também que quando submetidos a esforços espúrios cíclicos que não fossem puramente cisalhantes, a resistência à fratura dos pinos cai consideravelmente.

A análise do escoamento incidente nas pás do distribuidor a partir de estudos de CFD também permitiu concluir que os componentes de sustentação de todo o sistema de acionamento do distribuidor, incluindo os pinos de cisalhamento, estão submetidos a esforços que incidem de maneira randômica no sistema, derivados da aleatoriedade da velocidade incidente, que tem duas componentes principais: a velocidade média  $\bar{U}$  e uma componente flutuante  $U'$ . Esta velocidade determina os esforços incidentes, que como fora exibido nos gráficos de variação temporal dos esforços transmitidos ao distribuidor, variam não só temporalmente, mas também em intensidade em cada uma

das 20 pás do distribuidor, ou seja, cada pá está submetida a condições distintas de intensidade de carregamento.

A influência dos campos de velocidade aleatória nas pás do distribuidor foi avaliada através do desenvolvimento de uma abordagem estocástica do problema. Foi apresentado um modelo mecânico simplificado, com um grau de liberdade que representa o movimento de pá típico do distribuidor. Assim, pôde-se avaliar a representatividade da flutuação da velocidade na resposta dinâmica da pá oscilante no escoamento. Foi empregado o modelamento de Fung (1969) para a descrição do movimento da pá quando da passagem do escoamento e para o desenvolvimento da análise estocástica, utilizou-se o método da Perturbação, tendo como variável aleatória a velocidade do escoamento incidente. Esta análise possibilitou avaliar a influência que a variação na velocidade causa na resposta dinâmica do modelo mecânico através da avaliação de parâmetros típicos do problema como o amortecimento e a rigidez torcional. Dessa forma foram calculadas a frequência natural do modelo e sua variância para duas velocidades incidentes em pás distintas.

Analisando-se esses valores de frequência e natural e traçando-se um paralelo com os dados de frequência calculados a partir dos dados experimentais, é possível concluir primeiramente que as falhas dos pinos de cisalhamento não ocorrem devido à ressonância, já que as frequências naturais calculadas para o modelo não são coincidentes com aquelas medidas experimentalmente. Além disso, as características das falhas dos pinos (após alguns dias em operação) descartam essa possibilidade. Outro ponto fundamental de ser destacado é a complexidade da configuração dos esforços incidentes nas pás. Por si só esta já é uma situação favorecedora de surgimento de esforços hidromecânicos transitórios advindos do escoamento incidente. Esses esforços, associados aos esforços hidromecânicos - com origem na montagem ou regulação do anel distribuidor- além da característica de tendência à resposta divergente como observado na solução estocástica, compõem um quadro complexo de esforços espúrios, não puramente cisalhantes que são transmitidos pela estrutura sustentadora de cada pá do distribuidor e conseqüentemente contribuem para a ruptura dos pinos de cisalhamento.

A metodologia proposta mostrou-se eficiente no tocante à integração de diversos estudos em áreas distintas da Engenharia para a análise dos episódios de quebra de

pinos de cisalhamento. A avaliação da transmissão de esforços através da estrutura da pá mostrou-se válida ao estimar os esforços resultantes em cada pá do distribuidor e através dela pôde-se comparar esses valores calculados à valores de resistência do material obtidos em estudos anteriores. Já o modelo estocástico permitiu a avaliação da influência da velocidade e suas componentes na resposta dinâmica da pá, entretanto para uma avaliação mais profunda, é necessário o desenvolvimento de um modelo estocástico mais robusto.

Como sugestão para estudos futuros neste assunto, sugere-se uma análise mais abrangente do problema através da monitoração da vibração numa quantidade maior de pás e também durante o transiente que ocorre na variação de carga de operação da turbina (momento de abertura ou fechamento das pás do distribuidor). A simulação estocástica pode ser realizada, com os mesmos parâmetros considerados nesta avaliação (deflexão angular do perfil), entretanto avaliando a equação do movimento através do Método de Monte Carlo para se observar a resposta dinâmica do sistema à variação de velocidade. Além disso, com o mesmo modelo mecânico podem-se também realizar considerações em relação à sua estabilidade dinâmica, viabilizando a obtenção de algumas respostas em relação ao que ocorre com a pá do distribuidor quando há a ruptura da estrutura do pino de cisalhamento e esta começa a realizar o movimento de giro livre.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### Bibliografia Própria

SOUSA, F.O.S., NOLETO, L.G., DINIZ, A.C.G.C.; BRASIL JR, A.C.P., 2009, **“Hydrodynamic Loads on a Hydraulic Turbine Wicket Gate”**, In: 20<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering – COBEM 2009;

SOUSA, FERNANDA. O. S. ; DINIZ, A. C. G. C. ; MORAIS, MARCUS V. G. ; BRASIL JR, A. C. P., **“Stochastic Dynamics of an Airfoil Forced to Oscillate by the Flow”**. In: XXX Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia - CILAMCE 2009, 2009.

LACEMON, G.; SOUSA, FERNANDA. O. S.; DINIZ, A. C. G. C., **“Estimation of mechanical loads in Kaplan turbines distributors - The case of Coaracy Nunes - Brazil.”** In: 16th Annual Hydro Conference - HYDRO 2009 Lyon, France, 2009.

SOUSA, Fernanda. O. S. ; DINIZ, A. C. G. C. ; MORAIS, Marcus V. G. ; BRASIL JR, A. C. P. . **Stochastic Dynamics of an Airfoil Forced to Oscillate by the Flow**. In: 11th Pan-American Congress of Applied Mechanics - PACAM 2010, 2010

NETTO, W. C. O. ; SOUSA, FERNANDA. O. S; DINIZ, A. C. G. C. ; BRASIL JR, A. C. P., **“Medição de Vibrações em Anéis Distribuidores de Turbinas Kaplan”**. In: VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2010, 2010.

## DEMAIS REFERÊNCIAS

- AZEVEDO, C.R.F. ; MAGAROTTO, D. ; ARAÚJO, J.A. ; FERREIRA, J.L.A., 2009, **“Bending fatigue of stainless steel shear pins belonging to a hydroelectric plant.”** Engineering Failure Analysis, v. 16, p. 1126-1140, 2009;
- BALINT D., SUSAN-RESIGA R., MUNTEAN S., **“Numerical Simulation of 3D Flow in Kaplan Hydraulic Turbine”**, Prof. of Classic and Fashion in Fluid Mechanics, Belgrado-Servia, 2002.
- BENAROYA, H.; REHAK, M., **“Finite Element Methods in probabilistic structural analysis: A selective review”**, Applied Mechanics Review – ASME, v.41, n.5, pp. 201-213, 1988.
- BLATMAN, G., SUDRET, B., **“Sparse polynomial chaos expansions and adaptive stochastic finite elements using a regression approach”**, C.R. Mecanique, v. 336, p. 518-523, 2008.
- BLEVINS, R.; **“Flow Induced Vibration”**, Van Nostrand Reinhold Co, New York, 1977.
- CARCATERRA, A., DESSI, D., MASTRODDI, F.,” **Hydrofoil vibration induced by a random flow: a stochastic perturbation approach”**, Journal of Sound and Vibration, v. 283, p. 401-432, 2005.
- CATALDO, E., SOIZE, C., DESCELIERS, C. AND SAMPAIO, R., **“Uncertainties in mechanical models of larynx and vocal tract for voice production”**, Proceedings of the XII DINAME, Ilhabelha, SP, 2007.
- COELHO, J.G. ; NOLETO, L.G.; BRASIL JR, A.C.P., 2009, **“Scale adaptative simulation of the turbulent flow inside the spiral casing of a Kaplan turbine”**. In: 20<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering – COBEM 2009;
- CHUN-CHING, L.; DER KIUREGHIAN A.;” **Optimal discretization of random fields.”** Journal of Engineering Mechanics – ASCE 119(6): 1136-1154, 1993.

- DE MORAES, J.A., 2007 “**Análise de tensões no pino de cisalhamento do anel de regulação da unidade #1 da usina Coaracy Nunes**”, Projeto de Graduação, Departamento de Engenharia Mecânica, UnB, 2007;
- DESSOMBZ, O.; THOUVEREZ, F.; LAINÉ, J.P.; JÉZÉQUEL, I.; “**Interval Structural analysis of uncertain mechanical systems : Static and Dynamic cases.**” Presented at Euromech 405, Numerical Modelling of Uncertainties. Valenciennes, France, 1999.
- DEODATIS, G.; SHINOZUKA, M.; “**Bounds on variability of Stochastic Systems**”. Journal of Engineering Mechanics – ASCE, 115(11):2543-2563, 1989.
- DEODATIS,G.; “**Stochastic FEM sensitivity analysis of nonlinear dynamics problems.**” Probabilistic Engineering Mechanics, 4(3):135-141, 1989.
- DINIZ, A. C. G. C. . **Análise Modal de Estruturas com Parâmetros Materiais Aleatórios.** In: VI Simpósio Mineiro de Mecânica Computacional - SIMMEC 2004, Itajubá. 2004
- DINIZ, A.; THOUVEREZ, F.; “**Analysis of Stochastic structures by perturbation method**”. In: Proceedings of COBEM99, Águas de Lindóia – Brasil. 1999.
- DURAND, J.F.; GAGLIARDINI, L.; SOIZE, C. ; “**Nonparametric modeling of the variability of vehicle vibroacoustic behavior**”, *SAE Noise and Vibration Conference and Exhibition*, Traverse City, Michigan, USA, 16–19 May (2005).
- FERREIRA, J. L. A.; ARAUJO, JOSE ALEXANDER; HENRIQUES, ANTÔNIO MANOEL DIAS ; C.R.F. . “**Análise de Falha de Pino de Cisalhamento em Aço Inoxidável Martensítico AISI 410.**” – Relatório ELETRONORTE, 2007.
- FUNG, Y.C.; “**An introduction to Aeroelasticity Theory**”, Dover Publications, New York, 1994.

- GHANEM, R.; “**Hybrid stochastic finite elements and generalized Monte Carlo simulation**”. Journal of Applied Mechanics, ASME, 65:1004-1009, 1998.
- GHANEM, R.; “**Ingredients for a general purpose stochastic finite elements implementation**.” Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 168 (1-4): 19-34, 1999.
- GHANEM, R.; SPANOS, P.; “**Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach**”, Dover Publications, NY, 224 pp, 1991.
- GRIGORIU, M.; “**Simulation of nonstationary gaussian processes by random trigonometric polynomials**”. Journal of Engineering Mechanics – ASCE 119(2):328-343, 1993.
- HISADA, T.; NAKAGIRI, S.; “**Stochastic finite element method developed for structural safety and reliability**.” In: Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference of Structural Safety and Reliability, volume 2, pages 395-408, 1981.
- JAYNES, E., “**Information theory and statistical mechanics II**”, The Physical Review, 108, pp.171–190, 1957.
- KAMINSKY, M. “**Generalized perturbation-based stochastic finite element method in elastostatics**”. Journal of Computers and Structures, v. 85, p. 586 – 594, 2007.
- KLEIBER, M., HIEN, T.D., “**The Stochastic Finite Element Method**”, John Wiley & Sons, Chichester, England, 1992.
- KOYLUOGLU, H.U.; ELISHAKOFF, I. “**A comparison of stochastic and interval finite elements applied to shear frames with uncertain stiffness properties**”. Computers and Structures, 67(1-3): 91-98, 1998.
- LACEMON GLADYS, 2008, “**Étude des efforts mécaniques dans les anneaux distributeurs de turbines hydrauliques de type Kaplan**.” ‘ Trabalho de Conclusão

de Curso, Universidade de Brasília (UnB) e Institut des Sciences et Techniques de L'Ingenieur de Lyon (ISTIL), 2008;

LAWRENCE, M.,” **Basis random variables in finite element analysis**”, Int. J. Num. Meth. Eng., 24, 1849-1863, 1987.

LI, C.-C. AND DER KIUREGHIAN, A., “**OPTIMAL DISCRETIZATION OF RANDOM FIELDS**”, J. ENG. MECH., 119, 6, 1136-1154, 1993.

LOPEZ, R. H.; RITTO, T. G.; SAMPAIO, R. ; SOUZA DE CURSI, J. E. .  
“**Optimization of a stochastic dynamical system.**” In: COBEM, 2009, Gramado. 21th International Congress of Mechanical Engineering, 2009.

MATTHIES, H.; KEESE, A.; “**Galerkin Methods for Linear and Nonlinear Elliptic Stochastic Partial Differential Equations**”. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, July 2003.

MCKAY, M.D.; BECKMAN, R.J.; CONOVER, W.J.; “**A comparison of three methods for selecting values of input variables in the statics analysis of output from a computer code.**” Techomechanics, 21(2): 239-245, 1979.

NAUDASCHER, E.; ROCKWELL, D.; “**Flow Induced Vibration: an Engineering Guide.**” Dover Publications, New York, 1994.

NETO, A.; ROSA, E.; “**Parametric uncertainty analysis considering metrological aspects in the structural simulation in viscoelastic materials**”, Latin American Journal of Solids and Structures, vol 5 pp. 75–95, 2008.

NOLETO, L. G. ; BRASIL JUNIOR, A. C. P. . “**Transient numerical simulation of the flow inside the spiral tankof Kaplan Turbines.**” In: 2007 ANSYS Users Conference, 2007, São Paulo. Proc. of 2007 South American ANSYS user conference, 2007. v. CDROM. p. 1-1.

RAJ, D.; “**Sampling Theory.**” McGraw-Hill, New York, 1968.

RAO, S.; “**Mechanical Vibrations**”, 4<sup>th</sup> Edition, Pearson Education, 2008.

RITTO, T. G. ; SOIZE, C. ; SAMPAIO, R. . “**Drill-string with uncertainty in the bit-rock interaction model.**” In: PACAM, 2010, Foz do Iguaçu. 11th Pan-American Congress of Applied Mechanics, 2010.

RITTO, T. G.; SAMPAIO, R.; SOIZE, C., “**Drill-string dynamics coupled with the drilling fluid dynamics**”. In: DINAME, 2009, Angra dos Reis. XIII Congress on Dynamic Problems of Mechanics, 2009.

RITTO, T. G. ; SOIZE, C. ; SAMPAIO, R.; “ **Probabilistic model of the for the bit-rock interaction model of a drill-string system.**” In: COBEM, 2009, Gramado. 21th International Congress of Mechanical Engineering, 2009.

RITTO, THIAGO GAMBOA ; SAMPAIO, R. ; CATALDO, E.; “**Parametric and nonparametric strategies to model uncertainties in Structural Dynamics-- a two d. o. f. example.**” In: CMNE/CILAMCE 2007, 2007, Porto, Portugal. Proceedings of CMNE/CILAMCE 2007, 2007.

SACHDEVA, S., NAIR, P., KEANE, A., “**On using deterministic FEA software to solve problems in stochastic structural mechanics**”, Journal of Computers and Structures, v. 85, p. 277-290, 2007.

SAMPAIO, R., RITTO, T.; “**Short Course on dynamics of flexible Structures – deterministic and Stochastic Analysis**”. Rio de Janeiro: PUC – Rio. 2008.

SAMPAIO R., RITTO T., CATALDO E., “**Comparison and Evaluation of two Approaches of Uncertainty Modeling in Dynamical Systems**” – Mecánica Computational, Vol XXVI, Córdoba – Argentina, 2007 – pp. 3078-3094.

- SCHUELLER, G., “**On the treatment of uncertainties in structural mechanics and analysis**”, Journal of Computers and Structures, v. 85, p. 235-243, 2007.
- SHANNON, C.E., “A mathematical theory of communication”, Bell System Tech. J., 27, pp. 379–423 and pp. 623–659, 1948.
- SHINOZUKA, M.; “**Probabilistic modeling of concrete structures.**” ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 98, EM6: 1433-1451. 1972
- SHINOZUKA, M.; “**Impact Loading of Structures with Random Properties**”, Journal of Structural Mechanics, v.1, n.1, pp 63-77, 1972.
- SHINOZUKA, M.; “**Digital Simulation of random processes in engineering mechanics with the aid of FFT techniques, Stochastic Problems on Mechanics**”, University of Waterloo Press, 1974.
- SOONG, T.T., “**Random Differential Equations in Science and Engineering**”, Academic Press, New York, 1973.
- SOIZE, C. “**A comprehensive overview of a non-parametric probabilistic approach of model uncertainties for predictive models in structural dynamics.**” International Journal of Sound and Vibration, v. 288, p. 623-652, 2005.
- STEFANOUCI, G. “**The stochastic finite element method: Past, present and future.**” Journal of Computer methods of Applied Engineering, v. 198, p. 1031-1051, 2009.
- TOCHER, K.D.; “**The art of simulation,**” Van Nostrand, 1963.
- VANMARCKE, E.H.; “**Random Fields Analysis**” and Synthesis. MIT Press, 1983.
- YAMAZAKI, F. AND SHINOZUKA, M., “**Simulation of stochastic fields by statistical preconditioning**”, J. Eng. Mech., ASCE, 116, 2, 268-287, 1990.

